### ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

# М ЕХАТРОНИКА, А ВТОМАТИЗАЦИЯ, У ПРАВЛЕНИЕ

Том 22 2021 № 4

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

### Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора: БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н. ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н. ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

**Ответственный секретарь:** БЕЗМЕНОВА М. Ю.

### Релакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН СИГОВ А. С., акад. РАН СОЙФЕР В. А., акад. РАН СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

### Редколлегия:

DORANTES D. J., PhD, Турция GROUMPOS P. P., PhD, Греция ISIDORI A., PhD, Италия KATALINIC B., PhD, Австрия LIN CH.-Y., PhD, Тайвань MASON O. J., PhD, Ирландия ORTEGA R. S., PhD, Франция SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США STRZELECKI R. M., PhD, Польша SUBUDHI B. D., PhD, Индия АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина БОБЦОВ А. А., д.т.н. БУКОВ В. Н., д.т.н. ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н. ЖУКОВ И. А., д.т.н. ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н. КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., л.т.н. ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н. ЛОХИН В. М., л.т.н. МАГОМЕДОВ М. Х., д.ф.-м.н. ПУТОВ В. В., д.т.н. ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н. РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н. СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н. ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н. ФРАДКОВ А. Л., д.т.н. ФУРСОВ В. А., д.т.н.

### Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства: АНТОНОВ Б. И.

### СОДЕРЖАНИЕ

### СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

### АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

### РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Sorokoumov P. S. Formalization of Tasks for Robotic Manipulators: Review and Prospects .200

### ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу: http://novtex.ru/mech, e-mail: mech@novtex.ru

### THEORETICAL AND APPLIED SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

# MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 22 2021

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief FILIMONOV N. B.

**Deputy Editors-in-Chief:**BOLSHAKOV A. A.
PODURAEV Yu. V.
YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary: BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board: ANSHAKOV G. P. BOLOTNIK N. N. CHENTSOV A. G. CHERNOUSKO F. L. FEDOROV I B KALYAEV I A KURZHANSKI A. B. KUZNETSOV N. A. PESHEKHONOV V. G. REZCHIKOV A. F. SCHERBATYUK A. F. SEBRYAKOV G. G. SIGOV A. S. SOJFER V. A SOLOMENTSEV Yu. M. VASSILYEV S. N. VIISHPOV R M ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan DORANTES D. J., PhD, Turkey GARASCHENKO F. G., Ukraine GROUMPOS P. P., PhD, Greece ISIDORI A., PhD, Italy KATALINIC B., PhD, Austria LIN CH.-Y., PhD, Taiwan MASON O. J., PhD, Ireland ORTEGA R. S., PhD, France SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA STRZELECKI R. M., PhD. Poland SUBUDHI B. D., PhD, India BOBTSOV A. A. BUKOV V. N. ERMOLOV I. L. FILARETOV V. F. FRADKOV V. L. FURSOV V. A. ILYASOV B. G. KOROSTELEV V. F. LEBEDEV G. N. LOKHIN V M MAGOMEDOV M. Kh. PUTOV V. V. PSHIKHOPOV V. Kh. RAPOPORT E. Ya. SERGEEV S. F.

Editorial Staff: BEZMENOVA M. Yu.

ZHUKOV I. A.

**Director of the Publishing House:** ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

### CONTENTS

### SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

### **AUTOMATION AND CONTROL TECHNOLOGICAL PROCESSES**

### ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

Sorokoumov P. S. Formalization of Tasks for Robotic Manipulators: Review and Prospects . 200

Popov I. P. Sources of Harmonic Force and Speed in Mechatronic Automatic Systems . . . . . 208

### DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

Information about the journal is available online at: http://novtex.ru/mech.html, e-mail: mech@novtex.ru

### СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 62-50:531.3 DOI: 10.17587/mau.22.171-180

В. Б. Мелехин, д-р техн. наук, проф., pashka1602@rambler.ru,
Дагестанский государственный технический университет, г. Махачкала,
М. В. Хачумов, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., khmike@ribox.ru,
Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" Российской Академии наук,
Российский университет дружбы народов, Москва

## Инструментальные средства управления целесообразным поведением самоорганизующихся автономных интеллектуальных агентов\*

Сформулированы основные принципы построения знакосигнального управления целесообразным поведением автономных интеллектуальных агентов в априори неописанных условиях проблемной среды. Уточнено понятие самоорганизующегося автономного интеллектуального агента как системы, способной к автоматическому целеполаганию при появлении в проблемной среде определенного вида условных и безусловных сигналов — знаков. Разработаны процедуры планирования целесообразного поведения автономных интеллектуальных агентов, предусматривающие имитацию отработки пробных действий в условиях неопределенности в процессе изучения закономерностей преобразования ситуаций проблемной среды, что позволяет избежать не связанных с достижением заданной цели изменений среды в процессе самообучения. Определены граничные оценки сложности предложенных процедур планирования целесообразного поведения, подтверждающие возможность их эффективной реализации на бортовом вычислителе автоматической системы управления целесообразной деятельностью автономных интеллектуальных агентов. Проведена имитация на персональном компьютере предложенных процедур планирования целенаправленного поведения, подтвердившая эффективность их использования для построения интеллектуальных решателей проблем автономных интеллектуальных агентов в целях наделения их способностью адаптироваться к априори неописанным условиям функционирования. Структурированы основные виды связей между различными условными и безусловными сигналами — знаками проблемной среды, что позволяет автономным интеллектуальным агентам приспосабливаться к сложным априори неописанным, нестабильным условиям функционирования.

**Ключевые слова:** автономный интеллектуальный агент, целесообразное поведение, условия неопределенности, закономерности проблемной среды, самообучение, элементарный акт поведения

### Введение

Актуальной проблемой создания автономных интеллектуальных агентов (АИА) различного назначения, оснащенных техническим зрением и развитой моторикой, которые способны эффективным образом целенаправленно функционировать в условиях неопределенности, является формализация мыслительных актов наглядно-действенного мышления живых систем [1—3] и построение на этой основе инструментальных средств управления целесообразным поведением. Наглядно-действенное мышление АИА в отличие, например, от

наглядно-образного мышления, к которому можно отнести процедуры вывода, обеспечивающие возможность планирования целенаправленного поведения на основе заданной модели проблемной среды (ПС) [4, 5], связано с отработкой в среде пробных действий и определением результативных действий в целях выявления закономерностей преобразования ее ситуаций [6].

Одним из подходов к решению данной проблемы является разработка эффективного знакосигнального принципа управления целесообразным поведением, позволяющим самоорганизующимся АИА адаптироваться к априори неописанным условиям ПС [7, 8].

В этом случае роль различных по содержанию и структуре условных сигналов, появление которых в ПС влияет на поведение АИА

<sup>\*</sup>Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 17-29-07003 офи\_м , №18-07-00025 а.

в соответствии с его функциональным назначением и заданной целью, могут играть:

- определенные состояния отдельных объектов, находящихся в ПС;
- отношения, складывающиеся между различными объектами ПС;
- фрагменты ситуаций, описывающих текущие условия ПС и др.

Следует отметить, что наиболее важное практическое значение для самоорганизующихся АИА имеют знаки в виде фрагментов ситуаций, описывающих текущие условия ПС. Это обусловлено тем, что такие знаки позволяют определять сложные цели и подцели поведения.

Произвольный условный сигнал, наблюдаемый в ПС, становится знаком, вызывающим у АИА определенные поведенческие реакции, если в процессе самообучения была установлена его связь с достижением заданной на текущий момент времени цели поведения. Таким образом, ориентация АИА в процессе целесообразного поведения на условные сигналы — знаки — обеспечивает ему возможность избирательного восприятия и переработки поступающей из ПС информации.

Различные закономерности появления в ПС связанных во времени и пространстве между собой и заданной целью знаков АИА может выявить на основе алгоритмов самообучения, предложенных в работе [9]. Организовать самообучение АИА в априори неописанных условиях ПС также можно, используя роевые алгоритмы поведения живых организмов, формализуемые с помощью различного вида конечных автоматов [10], а также генетические алгоритмы [11]. Однако данные алгоритмы предусматривают в процессе организованного на их основе самообучения по методу проб и ошибок необходимость непосредственной отработки АИА пробных действий, что может привести к необратимым и негативным изменениям в ПС, не связанным с достижением заданной цели. Обойти данный недостаток управления целесообразным поведением АИА на основе известных алгоритмов планирования можно, разработав процедуры самообучения, которые не требуют непосредственной отработки пробных действий в ПС, заменив отработку действий имитацией их выполнения на формальном описании текущей ситуации ПС. В данной работе рассматривается вариант решения данной проблемы.

### Постановка задачи

Пусть самоорганизующийся АИА в соответствии с функциональным назначением может отрабатывать множество действий  $B = \{b_k\}, k = \overline{1, n_1}$ . Под самоорганизацией следует понимать способность АИА к автоматическому целеполаганию при возникновении в ПС или в его внутренней среде определенного вида сигналов — знаков, связанных, например, с безопасностью деятельностью [12].

ПС можно охарактеризовать множеством условных  $\underline{A} = \{a_i\}, i = \overline{1, n_2},$  и безусловных  $C = \{c_j\}, j = \overline{1, n_3},$  сигналов, которые появляются в ней либо в результате отработки АИА различных действий  $b_k \in B$ , либо в результате происходящих в ней независимых от АИА событий  $D = \{d_{op}\}, \phi = \overline{1, n_4}.$ 

Требуется разработать такое формальное описание отрабатываемых AUA действий, текущих ситуаций  $\Pi C$   $S_t$ ,  $t=\overline{1,n_4}$ , и инструментальных средств обработки информации и вывода решений, которые позволяют AVA в процессе самообучения имитировать отработку пробных действий  $b_k \in B$  в  $\Pi C$  и на этой основе формировать условные программы целесообразного поведения, имеющие, например, следующую структуру:

$$a_i^1 \& b_k^1 \to a_i^2 \& b_k^2 \to \dots \to a_i^z \& b_k^z \to \\ \to \dots \to a_i^n \& b_k^n \to c_i,$$

$$(1)$$

где  $a_i^1$  — условный сигнал — знак, который АИА воспринимает в исходной ситуации ПС  $S_i$ ;  $a_i^z \& b_k^z \to a_i^{z+1}$  — элементарный акт поведения, означающий, что если АИА наблюдает в ПС знак  $a_i^z$ , то отрабатываемое им действие  $b_k^z$  приводит к появлению в ней знака  $a_i^{z+1}$ ;  $c_j$  — безусловный сигнал — знак, вызывающий у АИА безусловные реакции  $B_j^* \subseteq B$ , представляющие собой заданную упорядоченную последовательность действий  $b_k \in B$ , отработка которых приводит к достижению текущей цели поведения  $c_j^*$  при восприятии в ПС этого знака.

Следует отметить, что после закрепления в условной программе поведения условные сигналы — знаки —  $a_i \in A$  приобретают роль ориентиров или подцелей поведения, что позволяет АИА в процессе самообучения строить на их основе разветвленные программы целесообразной деятельности, охватывая различные области текущих условий функционирования.

# Организация знакосигнального принципа управления поведением АИА без непосредственной отработки в ПС пробных действий

Как отмечено выше, наглядно-действенное мышление служит для адаптации АИА к априори неописанным условиям функционирования путем выявления в процессе самообучения закономерностей их преобразования, связанных с достижением заданной на текущий момент времени цели  $c_i^*$  поведения. На этой основе АИА формирует условные программы целесообразного поведения, опираясь на формальное описание текущей ситуации среды  $S_t$ , которое строится им в виде графа видимости в пределах разрешающей способности технического зрения. Данный вид мышления позволяет АИА реализовать в априори неописанных условиях ПС следующие два вида целесообразной деятельности:

• мотивационное, или самоорганизующееся, поведение, которое характеризуется автоматическим целеполаганием при появлении либо в ПС, либо во внутренней среде АИА определенных по содержанию безусловных сигналов — знаков  $c_j \in C$ , приводящих к необходимости перепланирования текущей целесообразной деятельности.

Примером появлении сигналов в ПС может быть безусловный сигнал  $c_j \in C$ , который связан с достижением соответствующей ему цели  $c_j^*$ , позволяющей АИА избежать столкновения с появившимся в ПС подвижным объектом. В другом случае (при появлении сигнала во внутренней среде АИА) на основе данных, поступающих из информационно-измерительной подсистемы, в интеллектуальном решателе задач автоматически формулируется цель поведения  $c_j^*$ , достижение которой позволяет АИА устранить аварийную ситуацию, возникшую в результате выхода из строя одной из его подсистем и т.п.;

• целесообразное поведение, в процессе реализации которого АИА изучает закономерности преобразования текущей ситуации ПС, связанные с достижением заданной ему извне цели поведения  $c_i^*$ .

В общем случае целесообразное поведение АИА, основанное на знакосигнальном принципе управления, может быть организовано по следующей схеме:

1) в интеллектуальном решателе задач на основе данных, поступающих из информаци-

онно-измерительной подсистемы технического зрения АИА, формируется формальное описание текущей ситуации ПС  $S_t$  в виде нечеткой семантической сети [13], на основе которой затем осуществляется имитация отработки пробных действий в процессе самообучения;

- 2) на основе принятого критерия отбора АИА методом проб и ошибок выявляет полезные с точки зрения достижения заданной цели действия без непосредственной их отработки в ПС. На каждом шаге такого самообучения формируется элементарный акт поведения, например, следующего вида:  $a_i^z \& b_k^z \to a_i^{z+1}$ ;
- 3) процесс самообучения продолжается до закрепления в формируемой условной программе элементарного акта поведения, который содержит заданный безусловный сигнал  $c_j \in C$ , т.е. имеет, например, следующую структуру:  $a_j^* \& b_k^* \to c_j$ . Появление в ПС безусловного сигнала знака  $c_j$  вызывает у АИА соответствующие ему безусловные ответные реакции  $B_j^*$ , приводящие к достижению соответствующей ему цели поведения  $c_j^*$ ;
- 4) формируемая таким образом условная программа запоминается и используется в дальнейшем в качестве накопленного опыта поведения в различных условиях ПС, аналогичных условиям, изученным в процессе самообучения.

Модель представления знаний, используемых АИА в процессе наглядно-действенного мышления, определяется следующими типовыми конструкциями:

• структурированным описанием в виде нечеткой семантической сети подситуаций  $s_{\rm U}^k$ , определяющих условия, которые должны выполняться в ПС для успешной отработки действий  $b_k \in B$ , а также подситуации  $s_{\rm P}^k$ , получаемой в результате их выполнения. Типовые элементы представления знаний имеют следующий формат описания:

$$<$$
Идентификатор действия  $b_k$ , "вход  $s_{\rm H}^k$  " &  $b_k \to$  "выход  $s_{\rm P}^k$ "  $>$ .

Отметим, что после закрепления в формируемой условной программе поведения действий  $b_k \in B$  соответствующие им входные  $s_H^k$  и выходные  $s_P^k$  подситуации становятся условными сигналами — знаками, связанными с достижением заданного на текущий момент времени безусловного сигнала — знака  $c_i$ ;

- типовыми структурами формального описания в виде нечеткой семантической сети безусловных знаков  $c_j \in C$  и соответствующих им безусловных реакций  $B_j^*$ , представленных в виде элементарных актов поведения  $c_j \& B_j^* \to c_j^*$ . Безусловные реакции  $B_j^*$  отрабатываются АИА в ответ на появление в ПС соответствующего им безусловного сигнала. Следует отметить, что безусловные реакции АИА могут быть связаны и с необходимостью перепланирования текущей деятельности в нестабильных условиях ПС;
- структурированным описанием текущей ситуации ПС  $S_t$  в виде нечеткой семантической сети  $S_t^*$ .

Такое представление знаний позволяет реализовать эффективные процедуры планирования целесообразного поведения с имитацией отработки АИА различных пробных действий  $b_k \in B$  в процессе самообучения. Основными операциями, выполняемыми в процессе вывода решений в этом случае, являются операции сравнения между собой нечетких семантических сетей на предмет определения нечеткого вложенного изоморфизма одной сети в другую и нечеткого равенства сравниваемых между собой сетей [13].

В общем виде процедуры планирования АИА целесообразного поведения имеют следующую структуру.

**Входные переменные.** Заданный безусловный сигнал — знак  $c_i$ ; текущая ситуация ПС  $S_t$ .

**Промежуточные переменные.** Воспринимаемые в ПС условные  $a_i \in A$  и безусловные  $c_j \in C$  сигналы — знаки; формируемые элементарные акты поведения  $a_i^z \& b_k^z \to a_i^{z+1}$  и  $a_i^n \& b_k^n \to c_j$ .

**Выходные переменные.** Сформированная условная программа поведения:

$$s_{\mathsf{M}}^{k}(1) \& b_{k}(1) \to s_{\mathsf{P}}^{k} \& b_{k}(2) \to s_{\mathsf{M}}^{k}(2) \& b_{k}(3) \to \dots \to s_{\mathsf{M}}^{k}(j_{1}-1) \& b(j_{1}) \to \dots \\ \to s_{\mathsf{P}}^{k}(j_{1}) \& b_{k}(j_{1}+1) \to s_{\mathsf{M}}^{k}(n) \& b_{k}(n) \to c_{j},$$

где  $j_1$  — индекс, соответствующий номеру шага планирования поведения.

### Метод.

- 1. *Начало*. Построить в решателе задач формальное описание:
- текущей ситуации ПС  $S_t$  в виде нечеткой семантической сети  $S_t^*$ ;
- целевой ситуации  $\Pi C S_t^{**}$  путем замены в нечеткой семантической сети  $S_t^*$  значений

- отношений на значения биективно соответствующих им одноименных отношений в формальном описании заданного безусловного сигнала знака  $c_i$ .
- $2. \ j_1 = j_2 = 1;$  приступить к планированию поведения, позволяющего изучить закономерности преобразования ситуации  $S_t$  в целях появления в ПС заданного на текущий момент времени безусловного сигнала знака  $c_i$ .
- 3. Проверить условие: "Множество B включает действие  $b_k$ , у которого формальное представление входной подситуации  $s_{\rm II}^k$  нечетко изоморфно вложено в нечеткую семантическую сеть  $S_t^*$ , а для выходной подситуации  $s_{\rm P}^k$  справедливым является одно из следующих условий:
- а) семантическая сеть, определяющая условный сигнал  $c_j$ , нечетко изоморфно вложена в формальное описание подситуации  $s_p^k$ ;
- б) расплывчатые семантические сети, соответствующие безусловному знаку  $c_j$  и подситуации  $s_p^k$ , нечетко равны между собой".

Если условие выполняется, то перейти к п. 4; в противном случае перейти к п. 5.

- 4. Сохранить в качестве формируемой условной программы элементарный акт поведения  $s_{\rm H}^k(1) \& b_k(1) \to c_j$ , отработка действия  $b_k(1)$  которого в ситуации  $S_t$ , приводит к появлению в ней безусловного сигнала знака  $c_i$ . Конец.
- 5. Определить на текущем  $j_1$  шаге самообучения в условиях неопределенности случайным образом пробное действие  $b_k(j_1)$  согласно равномерному закону распределения вероятностей его выбора во множестве действий B.
- 6. Проверить условие: "Вход  $s_{\rm M}^k(j_1)$  выбранного действия  $b_k(j_1)$  является нечетко равным структурно эквивалентной ему части нечеткой семантической сети  $S_t^*$ ". Если условие выполняется, то перейти к п. 8; в противном случае исключить действие  $b_k(j_1)$  из числа результативных действий на текущем шаге самообучения, перейти к п. 7.
- 7. Проверить условие: " $j_1 = n_1$ ". Если условие выполняется, то перейти к п. 17; в противном случае  $j_1 := j_1 + 1$ , перейти к п. 5.
- 8. Выполнить замену значений отношений в нечеткой семантической сети  $S_t^*$  на значения биективно соответствующих им одноименных отношений выхода  $s_P^k(j_1)$  пробного действия  $b_k(j_1)$ , сформировав, таким образом, нечеткую семантическую сеть  $S_t^T$ .
- 9. Проверить условие: "Условный сигнал  $c_j$  является вложено изоморфным в нечеткую семантическую сеть  $S_t^T$ ". Если условие выпол-

няется, то перейти к п. 10: в противном случае перейти в п. 11.

- 10. Сохранить в формируемой условной программе элементарный акт поведения  $s_{\rm H}^k(j_1) \& b_k(j_1) \to c_j$ . Конец.
- 11. Рассчитать степени нечеткой близости  $\rho_1(S_t^*, S_t^{**})$  и  $\rho_2(S_t^T, S_t^{**})$  [13], соответственно, для пар нечетких семантических сетей  $\langle S_t^*, S_t^{**} \rangle$  и  $\langle S_t^T, S_t^{**} \rangle$ .
- 12. Проверить условие: " $\rho_2(S_t^T, S_t^{**}) > \rho_1(S_t^*, S_t^{**})$ ". Если условие выполняется, то перейти к п. 13; в противном случае исключить действие  $b_k(j_1)$  из числа результативных действий на текущем шаге самообучения,  $j_1 := j_1 + 1$ , перейти к п. 7.
- 13. Сохранить в формируемой условной программе элементарный акт поведения  $s_{\rm H}^k(j_1) \& b_k(j_1) \to s_{\rm P}^k(j_1); j_2 := j_2 + 1$ , где  $j_2$  число элементарных актов поведения, закрепленных на текущий момент времени в формируемой условной программе поведения.
- 14. Выбрать во множестве B действие  $b_k(j_1+1)$ , у которого вход  $s_N^k(j_1+1)$  совпадает с выходом  $s_P^k(j_1)$  действия  $b_k(j_1)$  последнего элементарного акта поведения, закрепленного в формируемой условной программе целесообразной деятельности.
- 15. Если такое действие  $b_k(j_1+1)$  найдено, и оно отличается от действия, исключенного на предыдущем шаге планирования, то принять  $j_1 := j_1 + 1$ , перейти к п. 6; в противном случае перейти к п. 16.
- 16. Исключить действие  $b_k(j_1)$  как не результативное для достижения заданной цели  $c_j$  на текущем шаге самообучения и соответствующий ему элементарный акт поведения из формируемой условной программы;  $j_2 := j_2 1$ .
- 17. Проверить условие: " $j_2 = 0$ ". Если условие выполняется, перейти к п. 18; в противном случае перейти к п. 14.
- 18. У АИА отсутствует возможность построения необходимой условной программы целесообразного поведения, приводящей к достижению заданного безусловного сигнала знака  $c_i$  в текущей ситуации ПС  $S_i$ . Конец.

Для оценки сложности приведенных выше процедур планирования целесообразного поведения АИА введем следующие понятия:

• функциональная сложность  $\beta_1$  процедур планирования, зависящая от общего числа действий  $b_k \in B$ , апробируемых АИА в процессе формирования условной программы целесообразного поведения;

временная сложность β<sub>2</sub> процедур планирования, которая определяется числом элементарных операций сравнения между вершинами и ребрами нечетких семантических сетей при выводе решений в процессе формирования условной программы целесообразного поведения.

**Утверждение 1.** Функциональная сложность  $\beta_1$ , процедур планирования целесообразного поведения АИА, в общем случае, определяется следующими граничными оценками:

$$m_1 \leq \beta_1 \leq n_2 n_1$$
,

где  $m_1$  — число элементарных актов поведения, закрепленных в сформированной условной программе целесообразного поведения;  $n_2$  — число сигналов, характеризующих закономерности преобразования текущей ситуации проблемной среды  $S_t$ ;  $n_1$  — число различных действий, которые АИА способен отрабатывать согласно своему назначению.

**Доказательство.** Справедливость сформулированного утверждения 1 вытекает из следующих соображений.

1. Согласно пп. 5—7 и пп. 14—17 процедур формирования условных программ целесообразного поведения вполне вероятно, что в лучшем случае на каждом  $j_1$  шаге планирования первым выбирается результативное действие  $b_k(j_1)$ , а затем происходит его отработка. Следовательно, нижнее граничное значение оценки сложности  $\beta_1$ , в общем случае, может быть не менее величины, равной  $m_1$ .

Исключением является частный случай (см. пп. 3, 4 процедуры планирования), когда  $m_1 = 1$ , который соответствует условию, что заданная цель поведения  $c_j$  может быть достигнута в текущих условиях функционирования в результате отработки действия  $b_k(1)$ , выявленного АИА на первом шаге самообучения.

2. В худшем случае результативное действие  $b_k(1)$  на каждом  $j_1$  шаге планирования целесообразного поведения может быть выбрано в последнюю очередь. Отсюда на каждом шаге планирования целесообразного поведения апробируется не более  $n_1$  действий  $b_k(j_1) \in B$ .

В этом случае для включения в ПС необходимого безусловного сигнала  $c_j$  в процессе выявления как результативных (см. пп. 5, 14 процедуры планирования), так и нерезультативных (см. п. 16 процедуры планирования)

элементарных актов поведения число выполняемых АИА шагов планирования не может превышать числа сигналов  $n_2$ , характеризующих текущие условия  $\Pi$ C.

Следовательно, функциональная сложность  $\beta_1$  процедуры планирования целесообразного поведения **AUA** в худшем случае может быть не более величины, равной  $n_2n_1$ .

3. Из пп. 1, 2 проведенного доказательства с очевидностью следует справедливость утверждения 1.

**Утверждение 2.** Временная сложность  $\beta_2$  предложенной процедуры планирования целесообразного поведения АИА определяется следующими граничными оценками:

$$2m_1m_2^2t_{\rm CP} \le \beta_2 \le 2n_2n_1m_2^2t_{\rm CP}$$

где  $m_2$  — число вершин в нечеткой семантической сети  $S_t^*$ ;  $t_{\rm CP}$  — среднее время выполнения одной элементарной операции сравнения при сопоставлении между собой различных нечетких семантических сетей.

**Доказательство.** Справедливость утверждения 2, с учетом граничных оценок функциональной сложности  $\beta_1$ , можно обосновать, проведя следующие рассуждения.

1. Согласно утверждению 1 в лучшем случае в процессе формирования условной программы целесообразного поведения совершаются  $m_1$  шагов планирования. На каждом таком шаге выполняется одно сравнение нечетких семантических сетей между собой в процессе выбора результативного действия (см. п. 6 процедур планирования) и одно сравнение для проверки условия достижения заданного безусловного сигнала  $c_j$  (см. п. 9 процедур планирования). Учитывая, что в процессе вывода ре-

шений в каждом рассмотренном выше случае сравниваются между собой помеченные графы (см. пп. 11, 12 процедуры планирования), число сопоставлений между собой структурно эквивалентных элементов нечетких семантических сетей на каждом шаге планирования поведения может быть не менее величины, равной  $m_2^2$ .

Таким образом, нижняя граничная оценка временной сложности  $\beta_2$  процедуры планирования целесообразного поведения АИА не может быть менее величины, равной  $2m_1m_2^2t_{\rm CP}$ .

- 2. Согласно утверждению 1 в худшем случае в процессе построения условной программы целесообразного поведения требуется апробировать  $n_2n_1$  действий. В процессе каждой такой апробации выполняется по два сравнения между собой нечетких семантических сетей. Следовательно, верхняя граничная оценка временной сложности  $\beta_2$  предложенной процедуры планирования целесообразного поведения АИА определяется на основе следующего выражения:  $2n_2n_1m_2^2t_{CP}$ .
- 3. Из пп. 1, 2 проведенного доказательства с очевидностью следует справедливость утверждения 2.

Полученные таким образом граничные оценки позволяют в первом приближении оценить требуемую для реализации предложенных процедур планирования целесообразного поведения или самообучения АИА производительность его бортовой вычислительной системы.

Рассмотрим ПС, в которой связь между отрабатываемыми АИА действиями  $b_k \in B$  и появляющимися в ней в результате этого различными сигналами  $a_i \in A$  и  $c_j \in C$  определяется приведенными в таблице данными.

Согласно этим данным ПС характеризуется появлением в ней 15 условных сигналов

Закономерности появления в ПС различных сигналов в результате отрабатываемых АИА действий Regularities of the appearance in the problem environment of various signals as a result of the actions performed by the autonomous intelligent agent

$b_k$	$a_i$														
	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$	a <sub>10</sub>	<i>a</i> <sub>11</sub>	a <sub>12</sub>	<i>a</i> <sub>13</sub>	a <sub>14</sub>	a <sub>15</sub>
$b_1$	$a_3$	$a_7$	$a_5$	$a_2$	$a_3$	$a_6$	$a_9$	a <sub>12</sub>	<i>a</i> <sub>13</sub>	a <sub>15</sub>	$a_7$	$a_8$	$c_{j}$	a <sub>15</sub>	$a_9$
$b_2$	$a_8$	$a_1$	$a_3$	$a_2$	$a_5$	$a_7$	$a_8$	<i>a</i> <sub>12</sub>	<i>a</i> <sub>13</sub>	a <sub>14</sub>	a <sub>15</sub>	a <sub>15</sub>	$a_9$	$a_7$	$a_6$
$b_3$	$a_1$	$a_3$	$a_2$	$a_6$	$a_6$	a <sub>13</sub>	$a_6$	<i>a</i> <sub>13</sub>	$a_8$	a <sub>13</sub>	a <sub>12</sub>	a <sub>14</sub>	$a_7$	$a_9$	<i>a</i> <sub>12</sub>
$b_4$	$a_3$	$c_{j}$	$a_1$	$a_3$	$a_6$	<i>a</i> <sub>11</sub>	$a_6$	a <sub>12</sub>	<i>a</i> <sub>11</sub>	a <sub>12</sub>	a <sub>13</sub>	a <sub>12</sub>	a <sub>10</sub>	a <sub>11</sub>	$a_{11}$
$b_5$	$a_4$	$a_4$	$a_4$	$a_4$	$a_4$	$a_8$	$a_8$	a <sub>14</sub>	$a_6$	$c_{j}$	$a_9$	$c_{j}$	$a_9$	a <sub>14</sub>	<i>a</i> <sub>13</sub>
$b_6$	$a_5$	$a_3$	$a_5$	$a_5$	<i>a</i> <sub>12</sub>	<i>a</i> <sub>12</sub>	<i>a</i> <sub>12</sub>	a <sub>15</sub>	<i>a</i> <sub>12</sub>	$c_{j}$	$a_8$	<i>a</i> <sub>13</sub>	$a_7$	$c_{j}$	$c_{j}$

 $a_i \in A, i = \overline{1,15},$  и одного безусловного сигнала  $c_j$ . Смена сигналов в ПС происходит в результате шести отрабатываемых АИА действий  $b_k \in B, k = \overline{1,6}$ . Пересечение столбцов и строк таблицы определяет закономерности формирования АИА элементарных актов поведения. Например, пересечение седьмого столбца и четвертой строки обеспечивает АИА сформирование следующего элементарного акта поведения  $a_7 \& b_4 \to a_6$ .

На основе приведенных в таблице данных на персональном компьютере проведено имитационное моделирование процесса самообучения АИА по предложенным процедурам планирования целесообразного поведения (при удалении из них пунктов планирования 3 и 4) как переход конечного автомата Q со случайными реакциями [14] от исходного состояния, характеризующегося условным сигналом  $a_2 \in A$ , к необходимому состоянию, которому соответствует безусловный сигнал  $c_i$ .

В результате проведенного эксперимента была получена следующая условная программа целесообразного поведения:

$$a_2 \& b_2 \rightarrow a_1 \& b_2 \rightarrow a_8 \& b_4 \rightarrow a_{12} \& b_5 \rightarrow c_i$$
.

В процессе формирования данной программы АИА проверил целесообразность отработки в ПС 21 пробного действия. Таким образом, полученная при проведении эксперимента оценка сложности  $\beta_1$  предложенной процедуры планирования целесообразного поведения АИА не превышает найденного аналитическим путем ее верхнего граничного значения, равного  $n_2n_1 = 96$ .

После восстановления в процедуре планирования решающих правил пп. 3, 4 АИА в процессе имитационного моделирования сформировал условную программу целесообразного поведения следующего вида:  $a_2 \& b_4 \to c_j$ , апробировав в процессе самообучения отработку четырех действий, что значительно меньше, чем в первом случае.

Таким образом, найденные аналитическим путем граничные оценки сложности предложенной процедуры планирования целесообразного поведения, а также проведенные на персональном компьютере эксперименты подтверждают эффективность ее применения для создания решателя задач АИА, способного целенаправленно функционировать в априори неописанных условиях ПС.

### Структура основных закономерностей преобразования ситуаций проблемной среды

По аналогии со структурой сигналов, закрепляемых в условных рефлексах живыми организмами [15], элементарные акты поведения, входящие в формируемые АИА условные программы целесообразного поведения и происходящие в ПС самопроизвольные изменения, могут иметь следующую структуру.

- 1. Элементарные акты поведения типа "простое звено", имеющие следующую структуру:  $a_i \& b_k \to a_i^{/}$  или  $a_i \& b_k \to c_{ji}^{/}$ . Отдельные условные сигналы  $a_i \in A$ , входящие в структуру простого звена, как правило, определяются отдельными фрагментами  $s_i \subseteq S_t$  текущей ситуации среды  $S_t$ . Закономерности ПС вида "простое звено" позволяют АИА формировать программы условного поведения в виде простой цепи (1).
- 2. Акты поведения, включающие суммарные комплексы безусловных вспомогательных сигналов знаков  $\langle c_j(1) \wedge c_2(2) \wedge ... \wedge c_j(l) \rangle$ , имеющие следующую структуру:

$$(c_i(1) \land c_2(2) \land, ..., \land c_i(d)) \& b_k \rightarrow c_i,$$

где  $c_j$  — основной безусловный сигнал — знак, который появляется в ПС в результате отработки АИА действия  $b_k$  только при одновременном присутствии в ней вспомогательных безусловных сигналов — знаков  $c_j(j_3)$ ,  $j_3 = 1, 2, ..., d$ ;  $\wedge$  — символ, означающий необходимость одновременного присутствия в ПС связанных им сигналов — знаков.

При наличии такого вида закономерностей преобразования ситуаций ПС для достижения основного безусловного сигнала — знака  $c_i$  при отсутствии в среде вспомогательных безусловных сигналов — знаков  $c_i(1)$ ,  $c_i(2)$ , ...,  $c_i(d)$  — АИА формирует разветвленную условную программу поведения, состоящую из  $l_{i_3}$ ,  $j_3 = \overline{1,d}$ , простых цепей. Отработка каждой такой  $j_3$  простой цепи АИА приводит к появлению в ПС соответствующего ей вспомогательного безусловного сигнала — знака  $c_i(j_3)$ . Таким образом, при одновременном наличии в ПС вспомогательных условных сигналов — знаков, входящих в комплекс  $< c_i(1) \land c_2(2) \land ... \land c_i(l)>,$  отрабатываемое АИА действие  $b_k$  приводит к появлению в среде основного безусловного сигнала — знака  $c_i$ .

3. Элементарные акты поведения, связанные с устранением возникающих в нестабильной ПС тормозных сигналов — знаков  $a_i^T$ , которые имеют следующую структуру:  $(a_i \wedge a_i^T) \& b_k \to \overline{a_i^*}, (a_i \wedge \overline{a_i^T} a_i^*) \& b_k \to a_i^*, (a_i \wedge \overline{a_i^T}) \& b_k \to \overline{c_j}$  и  $(a_i \wedge \overline{a_i^T}) \& b_k \to c_j$ .

Здесь элементарный акт поведения  $(a_i \wedge a_i^T) \& b_k \to \overline{a_i^*}$  означает, что ранее закрепленный в условной программе элементарный акт поведения  $(a_i) \& b_k \to a_i^*$  перестает быть результативным после появления в ПС тормозного сигнала — знака  $a_i^T$ . После выключения тормозного сигнала  $a_i^T$  в текущей ситуации ПС (обозначается как  $(a_i \wedge \overline{a_i^T} a_i^*) \& b_k \to a_i^*$ ) элементарный акт поведения  $(a_i) \& b_k \to a_i^*$  вновь становится результативным. Аналогичным образом интерпретируется и элементарный акт поведения  $(a_i \wedge \overline{a_i^T}) \& b_k \to \overline{c_i}$ .

Структура появляющихся в ПС тормозных сигналов  $a_i^T$  определяется АИА следующим образом:

$$a_i^T = S_t^{**}/S_t^*,$$

где  $S_t^{**}$  — нечеткая семантическая сеть, описывающая текущую ситуацию ПС  $S_t^T$ , в которой элементарный акт поведения  $(a_i) \& b_k \to a_i^*$  потерял свою результативность;  $S_t^*$  — нечеткая семантическая сеть, соответствующая ситуации ПС  $S_t$ , в которой элементарный акт поведения  $(a_i) \& b_k \to a_i^*$  был сформирован; / — теоретико-множественная операция, обозначающая разность нечетких семантических сетей  $S_t^{**}$  и  $S_t^*$ , которая выполняется с учетом пометок структурно эквивалентных в них вершин и ребер.

Другими словами, тормозной сигнал  $a_i^T$  определяется фрагментом нечеткой семантической сети  $S_t^{**}$ ,  $a_i^T \subseteq S_t^{**}$ , который состоит из вершин и ребер, имеющих пометки, отличающиеся от пометок структурно эквивалентных им вершин и ребер в сети  $S_t^*$ .

Таким образом, при появлении в ПС тормозного сигнала  $a_i^T$  и наличии условной программы поведения, обеспечивающей достижение в ситуации  $S_t$  заданного безусловного сигнала  $c_j$ , АИА формирует новую условную программу поведения, отработка которой позволяет выключить в среде сигнал  $a_i^T$  в результате устранения различий между ситуациями  $S_t$  и  $S_t^T$ .

Данная программа целесообразного поведения строится в дополнение к ранее сформированной результативной условной программе, содержащей элементарный акт поведения  $(a_i) \& b_k \to a_i^*$  и заданный безусловный сигнал — знак  $c_j$ .

4. Самопроизвольные изменения условий функционирования АИА вида  $a_i^\Pi \to d_\phi \to a_i^*$  и  $a_i^\Pi \to d_\phi \to c_j$ , отражающие причинно-следственные связи между различными сигналами — знаками нестабильной ПС с устойчиво повторяющимися в ней событиями  $d_\phi \in D$ , где  $a_i^*$  — условный сигнал — знак, закрепленный в ранее сформированной условной программе целесообразного поведения. Элементарный акт поведения, например,  $a_i^\Pi \to d_\phi \to c_j$  означает следующее. После появления пускового условного сигнала — знака  $a_i^\Pi$  — по истечению промежутка времени T в ПС происходит событие  $d_\phi$ , которое, в свою очередь, включает в среде условный сигнал — знак  $a_i^*$ . Аналогичным образом интерпретируется и событие  $a_i^\Pi \to d_\phi \to c_j$ .

Данного вида закономерности преобразований ситуаций ПС определяются АИА в процессе пассивного наблюдения за произвольными устойчиво повторяющимися в среде событиями  $d_{\omega} \in D$  следующим образом. Если АИА неоднократно наблюдает, что после появления в ПС сигнала  $a_i^{\Pi}$  происходит событие  $d_{\varphi}$ , которое приводит к появлению в ней необходимого условного  $a_i^*$  или заданного ему безусловного сигнала  $c_i$ , то данная закономерность запоминается и используется в процессе дальнейшего целесообразного поведения. Если же у АИА возникает необходимость в появлении пускового сигнала  $a_i^{\Pi}$  в изменившихся условиях функционирования, то он формирует условную программу поведения, позволяющую обеспечить его включение в текущих условиях ПС.

Резюмируя вышеизложенное, следует отметить, что необходимость в разработке процедур планирования целесообразного поведения АИА в условиях неопределенности обусловлено тем, что априори описать подробным образом модель реальной проблемной среды, позволяющей организовать целенаправленную деятельность на основе известных принципов построения интеллектуальных решателей задач [16—19], практически не представляется возможным. Следовательно, автономные интеллектуальные

системы различного назначения следует наделить возможностью пополнять свои знания путем изучения закономерностей ПС в процессе активного с ней взаимодействия.

### Заключение

- 1. Проведенные исследования показали, что предложенные процедуры планирования целесообразного поведения АИА в априори неописанных условиях ПС, согласно утверждениям 1 и 2, обладают полиномиальной сложностью второго порядка, что обеспечивает возможность их эффективной реализации на бортовой ЭВМ различных по назначению автономных интеллектуальных систем, обладающей, как правило, ограниченными вычислительными ресурсами.
- 2. Разработанные процедуры планирования целесообразного поведения и инструментальные средства, позволяющие определять связь между различными наблюдаемыми в ПС сигналами, наделяют АИА способностью изучать закономерности преобразования ситуаций сложной априори неописанной, нестабильной ПС и на этой основе организовывать эффективным образом целенаправленную деятельность в реальных ПС. Это, в свою очередь, позволяет создавать автономные интегральные роботы наземного и подводного назначения, а также автономные беспилотные летательные аппараты, оснащенные манипулятором, которые могут выполнять достаточно сложные задания в реальных ПС.
- 3. Дальнейшее развитие полученных в работе результатов может быть связано с разработкой алгоритмов самообучения, обладающих, в отличие от известных алгоритмов [9], инструментальными средствами, обеспечивающими имитацию отработки пробных действий в процессе изучения закономерностей ПС, характеризующихся различными сложными формами взаимосвязи между собой условных и безусловных сигналов. Целесообразно также рассмотреть возможность организации на основе предложенных процедур планирования инструментальной деятельности АИА в сложных ПС.
- 4. Формализация мыслительных актов наглядно-действенного мышления живых систем на основе знакосигнального принципа управления целесообразным поведением является одним из перспективных направлений создания АИА различного назначения, способных

эффективным образом действовать и решать поставленные перед ними задачи в нестабильных, априори неописанных условиях функционирования.

### Список литературы

- 1. **Поддьяков Н. Н.** Мышление дошкольника. М.: Педагогика, 1977. 277 с.
- 2. **Анохин П. К.** Системные механизмы высшей нервной деятельности. М.: Наука, 1979. 454 с.
- 3. **Поспелов Д. А.** Моделирование рассуждений. Опыт анализа мыслительных актов. М.: Радио и связь, 1989. 184 с.
- 4. **Kober J., Peters J.** Learning Motor Skills: From Algorithms to Robot Experiments. Cham: Springer, 2014. 201 p.
- 5. **Kelly A.** Mobile Robotics: Mathematics, Models, and Methods. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. 808 p.
- 6. **Мелехин В. Б.** Модель представления и получения новых знаний автономным интеллектуальным роботом на основе логики условно-зависимых предикатов // Известия РАН. Теория и системы управления. 2019. № 5. С. 87—107.
- 7. **Берштейн Л. С., Мелехин В. Б.** Организация знакосигнального принципа управления целесообразным поведением интегрального робота // Автоматика и телемеханика. 1991. № 12. С. 118—127.
- 8. **Шингаров Г. Х.** Условные рефлексы и проблема знака и значения. М.: Наука, 1986. 200 с.
- 9. **Берштейн Л. С., Мелехин В. Б.** Планирование поведения интеллектуального робота. М.: Энегоатомиздат, 1994. 240 с.
- 10. **Кулинич А. А., Карпов В. Э., Карпова И. П.** Социальные сообщества роботов. М.: URSS, OOO "ЛЕНАНД", 2019. 352 с.
- 11. **Саймон Д.** Алгоритмы эволюционной оптимизации. М.: ДМК Пресс, 2020. 940 с.
- 12. **Берштейн Л. С., Мелехин В. Б.** Планирование полифазного поведения самоорганизующихся интеллектуальных систем // Известия РАН. Теория и системы управления. 2000. № 5. С. 62-65.
- 13. **Мелехин В. Б., Хачумов М. В.** Нечеткие семантические сети как адаптивная модель представления знаний автономных интеллектуальных систем // Искусственный интеллект и принятие решений. 2020. № 3. С. 61—72.
- 14. **Растригин Л. А., Риппа К. К.** Автоматная теория случайного поиска. Рига: Зинатне, 1973. 340 с.
- 15. **Брайнес С. Н., Напалков А. Н., Свечинский В. Б.** Нейрокибернетика. М.: Госмедиздат, 1962. 172 с.
- 16. **Норвиг П.** Искусственный интеллект. Современный подход. Руководство. М.: Вильямс. 2015. 1408.
- 17. **Kilani Y., Bsoul M., Alsarhan A., Al-Khasawneh A. A.** Survey of the Satisfiability-Problems Solving Algorithms // Intern. J. Advanced Intelligence Paradigms. 2013. Vol.5, N.3. P. 233–256.
- 18. **La Valle S. M.** Planning Algorithms. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. 844 p.

# Instrumental Means for Managing the Rational Behavior of Self-Organizing Autonomous Intelligent Agents

V. B. Melekhin, pashka1602@rambler.ru,

Dagestan State Technical University, Makhachkala, 367015, Russian Federation,

M. V. Khachumov, khmike@ribox.ru,

Federal Research Center "Informatics and Control" Russian Academy of Sciences, Moscow, 117312, Russian Federation,

People's Friendship University of Russia, 117198, Moscow, Russian Federation

Corresponding author: Melekhin Vladimir B., D. Sc., Professor, Makhachkala, 367015, Russian Federation, e-mail: pashka1602@rambler.ru

Accepted on January 12, 2021

#### Abstract

We formulate the basic principles of constructing a sign-signal control for the expedient behavior of autonomous intelligent agents in a priori undescribed conditions of a problematic environment. We clarify the concept of a self-organizing autonomous intelligent agent as a system capable of automatic goal-setting when a certain type of conditional and unconditional signal — signs appears in a problem environment. The procedures for planning the expedient behavior of autonomous intelligent agents have been developed, that imitate trial actions under uncertainty in the process of studying the regularities of transforming situations in a problem environment, which allows avoiding environmental changes in the process of self-learning that are not related to the achievement of a given goal. Boundary estimates of the proposed procedures complexity for planning expedient behavior are determined, confirming the possibility of their effective implementation on the on-board computer of the automatic control system for the expedient activity of autonomous intelligent agents. We carry out an imitation on a personal computer of the proposed procedures for planning purposeful behavior, confirming the effectiveness of their use to build intelligent problem solvers for autonomous intelligent agents in order to endow them with the ability to adapt to a priori undescribed operating conditions. The main types of connections between various conditional and unconditional signal — signs of a problem environment are structured, which allows autonomous intelligent agents to adapt to complex a priori undescribed and unstable conditions of functioning.

**Keywords:** autonomous intelligent agent, purposeful behavior, conditions of uncertainty, patterns of problem environment, self-learning, elementary act of behavior

**Acknowledgements:** The study was carried out with partial financial support from the Russian Foundation for Basic Research within the framework of scientific projects no 17-29-07003 ofi\_m; no 18-07-00025 a.

For citation:

Melekhin V. B., Khachumov M. V. Instrumental Means for Managing the Rational Behavior of Self-Organizing Autonomous Intelligent Agents, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 4, pp. 171—180.

DOI: 10.17587/mau.22.171-180

#### References

- 1. **Podd'yakov N. N.** Preschooler thinking, Moscow, Pedagogika, 1977, 277 p. (in Russian).
- 2. **Anohin P. K.** Systemic mechanisms of higher nervous activity, Moscow, Nauka, 1979, 454 p. (in Russian).
- 3. **Pospelov D. A.** Modeling reasoning. Experience in the analysis of mental acts, Moscow, Radio i svyaz', 1989, 184 p. (in Russian).
- 4. **Kober J., Peters J.** Learning Motor Skills: From Algorithms to Robot Experiments, Cham, Springer, 2014, 201 p.
- 5. **Kelly A.** Mobile Robotics: Mathematics, Models, and Methods, Cambridge, Cambridge University Press, 2013, 808 p.
- 6. **Melekhin V. B.** Model of Representation and Acquisition of New Knowledge by an Autonomous Intelligent Robot Based on the Logic of Conditionally Dependent Predicates, *Izvestiya Rossijskoj akademii Nauk. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 2019, no 5, pp. 87—107.
- 7. **Bershtejn L. S., Melekhin V. B.** Organization of a sign-signal principle for controlling the expedient behavior of an integral robot, *Avtomatika i Telemekhanika*, 1991, no 12, pp. 118—127 (in Russian).
- 8. **Shingarov G. H.** Conditioned reflexes and the problem of sign and meaning, Moscow, Nauka, 1986, 200 p. (in Russian).
- 9. **Bershtejn L. S., Melekhin V. B.** Planning the behavior of an intelligent robot, Moscow, Enegoatomizdat, 1994, 240 p. (in Russian).

- 10. **Kulinich A. A., Karpov V. E., Karpova I. P.** Social communities of robots, Moscow, URSS, LENAND, 2019, 352 p. (in Russian).
- 11. **Sajmon D.** Algorithms of evolutionary optimization, Moscow, DMK Press, 2020, 940 p. (in Russian).
- 12. **Bershtejn L. S., Melekhin V. B.** Planirovanie polifaznogo povedeniya samoorganizuyushchihsya intellektual'nyh system, *Izvestiya Rossijskoj akademii Nauk. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 2000, no 5, pp. 62—65 (in Russian).
- 13. **Melekhin V. B., Hachumov M. V.** Fuzzy semantic networks as an adaptive model for representing knowledge of autonomous intelligent systems, *Iskusstvennyj Intellekt i Prinyatie Reshenij*, 2020, no 3, pp. 61—72 (in Russian).
- 14. **Rastrigin L. A., Rippa K. K.** Automata theory of random search, Riga, Zinatne, 1973, 340 p.
- 15. Brajnes S. N., Napalkov A. N., Svechinskij V. B. Neurocybernetics, Moscow, Gosmedizdat, 1962, 172 p. (in Russian).
- 16. **Norvig P.** Artificial intelligence. Modern approach, Leadership, Moscow, Vil'yams. 2015, 1408 p. (in Russian).
- 17. **Kilani Y., Bsoul M., Alsarhan A., Al-Khasawneh A. A.** Survey of the Satisfiability-Problems Solving Algorithms, *Intern. J. Advanced Intelligence Paradigms*, 2013, no. 3, vol. 5, pp. 233—256.
- 18. La Valle S. M. Planning Algorithms, Cambridge, Cambridge University Press, 2006, 844 p.

### АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

УДК 681.536.5:510.644.4

DOI: 10.17587/mau.22.181-190

М. Ю. Рябчиков, канд. техн. наук, доц., mr\_mgn@mail.ru, E. С. Рябчикова, канд. техн. наук, доц., С. А. Филиппов, студент, Магнитогорский государственный технический университет им. Г. И. Носова, г. Магнитогорск, Российская Федерация

# Система управления температурой пара после пароперегревательной установки с применением нечеткой логики для упреждающей компенсации возмущений

Рассмотрена задача регулирования температуры пара на выходе пароперегревательной установки при возмущающих воздействиях, связанных с резкими и значительными изменениями температуры входного пара. На примере пароперегревательной установки Магнитогорского металлургического комбината показано, что медленное реагирование на такие возмущения систем регулирования по отклонению приводит к нежелательным колебаниям температуры выходного пара. Выполнен обзор известных предложений в области регулирования температуры пара на выходе пароперегревательной установки и определены основные причины снижения качества регулирования, обусловленные наличием значительного запаздывания и непостоянством характеристик объекта управления, что затрудняет упреждающее управление по возмущению. Для управления в подобных условиях предложена система с двумя степенями свободы, комбинирующая пропорционально-интегральный регулятор и регулятор, основанный на нечеткой логике. В предложенной системе изменение управляемого параметра в зависимости от заданного значения регулируется в основном контуре со стандартным регулятором и отрицательной обратной связью, а возмущение устраняется с применением дополнительного контура, также с отрицательной обратной связью, регулятором на основе нечеткой логики и моделью объекта без компонента, учитывающего запаздывание. Для случая точной информации о свойствах объекта определены особенности взаимодействия контуров, при которых контур отработки задания не будет реагировать на возмушения по температуре входного пара, что обеспечивает возможность раздельной настройки регуляторов контуров. При этом влияние запаздывания на качество регулирования при возмущениях по температуре входного пара проявляется только в смещении во времени траектории переходного процесса на величину запаздывания, что соответствует идее предиктора Смита. Система ориентирована на синтез правил нечеткой логики и уточнение параметров используемой при регулировании модели на основе результатов автоматизированного компьютерного имитационнного моделирования управления. Предложена структурная модификация системы управления, позволяющая компенсировать остаточные ошибки регулирования, связанные с нелинейностью нечеткого регулятора, что уменьшает требования к числу параметров настройки, значения которых подбираются на основе затратного в вычислительном плане имитационного моделирования. Представлены результаты компьютерных вычислительных экспериментов по сравнению эффективности управления с использованием предложенной системы, а также системы с применением только стандартного регулятора. Компьютерное моделирование осуществлялось в среде MATLAB Simulink. Показано, что комбинированная система регулирования температуры пара имеет лучшие показатели качества.

**Ключевые слова:** пароперегревательная установка, автоматическое регулирование, температура пара, нечеткая логика, имитационное моделирование управления

### Введение

Температура выходного пара пароперегревательной установки (ППУ) является одной из критически важных переменных, которую необходимо контролировать и поддерживать в заданных пределах исходя из соображений безопасности, с одной стороны, и экономичности работы паровой турбины, с другой. При снижении температуры перегретого пара экономичность снижается, возникает опасность

повышения влажности в последних ступенях турбины и эрозии лопаток, что приводит к увеличению удельного расхода пара [1]. Чрезмерный рост температуры перегретого пара может привести к аварии из-за ползучести металла, а также снижения надежности турбины вследствие недопустимых тепловых расширений. По указанным причинам рекомендуемый диапазон изменения температуры перегретого пара, как правило, принимают достаточно узким, что требует высокого качества регулирования.

Управление температурой перегретого пара осложняется большой тепловой инерцией установки. Вследствие этого возмущения по параметрам входного пара или топлива могут привести к существенным отклонениям температуры выходного перегретого пара от рекомендуемого диапазона. Кроме того, требования к параметрам перегретого пара могут изменяться при варьировании мощности, генерируемой электростанциями, что обусловливает нелинейность объекта управления.

Возмущения по параметрам топлива характерны для предприятий, использующих ППУ в качестве буферных потребителей вторичных топливных газов. В паросиловом цеху Магнитогорского металлургического комбината (ПАО "ММК") на ППУ используют природный газ. Однако изучение качества регулирования в течение последних лет показало существенные периодические колебания температуры выходного пара ППУ из-за непостоянства параметров входного пара.

Перегретый пар от ППУ поступает на турбогенераторы и общую сеть предприятия, пар которой поступает на пароэжекторные насосы установки циркуляционного вакуумирования стали кислородно-конвертерного цеха. Работа насосов требует поддержания минимального давления в сети. Чтобы не допустить колебаний давления сетевого пара, мощность турбогенераторов корректируют. При этом входной пар поступает на ППУ с редукционной установки и общих сетей. Указанные особенности приводят к тому, что при стабильном давлении входного пара возможны существенные колебания его температуры. Это может привести к нежелательным для турбогенераторов проблемам стабилизации температуры выходного пара ППУ.

### Особенности объекта управления

Пароперегревательная установка ПАО "ММК" состоит из топочной камеры, а также подъемного газохода, в котором размещен конвективный пароперегреватель и воздухоподогреватель. На рис. 1, a приведена структурная схема объекта.

Воздухоподогреватель выполнен из двух одноходовых трубчатых кубов, установленных последовательно. Трубы воздухоподогревателя расположены вертикально. Внутри труб проходят топочные газы. Подогретый воздух используется для сжигания топлива в горелке ППУ. Газомазутная горелка ГМ-10 установлена на фронтовой стене топочной камеры. Горелка предназначена для сжигания природного газа в топочной камере ППУ, нагрева пара до необходимой температуры. Пар поступает в радиационную часть пароперегревателя, затем по перепускному паропроводу в два пакета конвективного пароперегревателя, которые выполнены по противоточной схеме, затем в общий паровой коллектор, от которого идет на турбогенераторы и в общую

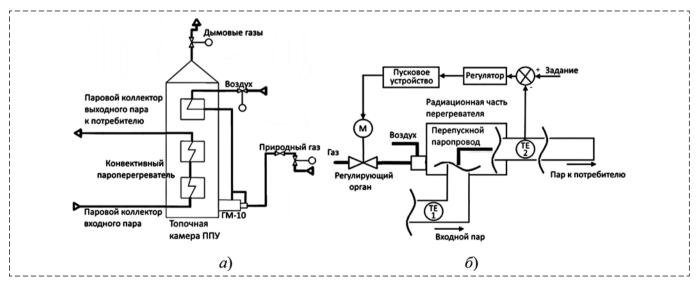


Рис. 1. Структурные схемы пароперегревательной установки (a) и системы регулирования температуры перегретого пара (б): 1, 2- датчики ТСПУ- $100\Pi$ 

Fig. 1. Structural diagrams of the superheater (a) and the superheated steam temperature control system (6): I, 2- sensors TC $\Pi$ Y-100 $\Pi$ 

сеть. Регулирование температуры пара, контролируемой датчиком ТСПУ-100П, осуществляется путем изменения количества природного газа, поступающего на ППУ (рис. 1,  $\delta$ ). Инерционность и запаздывание объекта управления вызваны большим объемом топочной камеры, а также наличием многочисленных паровых коллекторов. Свойства объекта могут быть представлены передаточной функцией:

$$W_{\Pi\Pi Y}(s) = \frac{K_{OY}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \mathbf{e}^{-\tau_3 s}, \qquad (1)$$

где запаздывание может быть принято на постоянном уровне  $\tau_3 = 3$  мин.

Температура входного пара также контролируется, но используется только для расчета и учета массового расхода пара.

### Проблемы существующей системы регулирования

Не всегда пар, поступающий на вход ППУ от редукционной установки, соответствует тре-буемому качеству, вследствие чего происходят аварийные ситуации, когда температура входного пара резко и значительно изменяется. Такие возмущения являются серьезной проблемой для технологического процесса, так как вследствие запаздывающих и инерционных свойств объекта система регулирования температуры выходного пара не способна быстро отреагировать на изменение температуры входного пара (рис. 2).

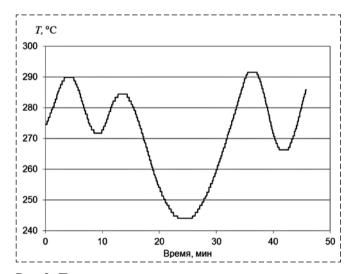


Рис. 2. Пример регулирования температуры пара на выходе из  $\Pi\Pi Y$  в существующей системе

Fig. 2. Example of adjusting the steam temperature of steam exiting a superheater in the current system

На данный момент система регулирования температуры выходного пара включает в свой состав стандартный пропорционально-интегральный (ПИ) регулятор. Изучение работы существующей системы регулирования показало, что при характерных для системы возмущениях по температуре входного пара на выходе системы возможны отклонения температуры пара от заданных значений порядка 20...25 °C, причем устранение возмущений в существующей системе регулирования длится до 30 мин.

### Современное состояние проблем управления температурой пара

Синтезу систем автоматического регулирования температуры пара посвящены работы [1—11]. Авторы предлагают различные решения, как правило, основанные на применении упреждающего управления по возмущению.

В работе [1] предложен каскадный регулятор температуры пара путем изменения количества впрыскиваемого охладителя. Типовой ПИ регулятор принимает в качестве входного сигнала сумму сигнала рассогласования и сигнала, характеризирующего скорость изменения температуры пара за впрыском. В системе используется автоподстройка параметров регулятора в зависимости от режима работы котла. Однако параметры режимов рассчитываются вручную и требуют периодической корректировки в зависимости от изменения динамических свойств объекта. Схожее решение предложено в работе [2], где по экспериментальным данным была настроена динамическая модель при различной нагрузке, однако не указывается, насколько стабильны найденные значения параметров передаточных функций по различным каналам.

Автором работы [3] предлагается использование каскадной системы регулирования температуры пара с контуром прямого разом-кнутого регулирования по возмущению. Это позволяет системе реагировать в момент нанесения возмущения, не дожидаясь изменения регулируемого параметра. Однако для точного проектирования контура прямой связи необходимо знать зависимость между возмущением и регулируемой величиной.

В работе [4] разработан новый закон регулирования температуры перегретого пара и синтезирована система управления. Компенсация инерционности сигналов термопар и инерци-

онности канала влияния расхода пара на температуру пара после пароперегревателя способствует сокращению до двух раз продолжительности переходных процессов. Отмечается, что повышение точности поддержания температуры пара на выходе пароперегревателя до 2 °C (при норме до 4,5 °C) позволяет снизить расход топлива при работе котла за счет уменьшения периодов времени, при которых происходит снижение температуры пара ниже допустимого значения. Для реализации системы необходима достоверная информация о динамических свойствах объекта управления, которые на практике могут быть неопределенными.

Проблема неопределенности динамических параметров объекта рассматривается в работах [5, 6]. Авторами предложен способ построения гибридной системы прямого адаптивного управления с существенным запаздыванием в основном контуре на примере управления температурным режимом пароперегревателя. Чтобы придать линейной части системы желаемые свойства, предложено включить параллельно с объектом управления стабилизирующее устройство с корректируемыми параметрами. Действительно, подобный подход должен способствовать сохранению устойчивости, потеря которой применительно к объектам управления температурного типа в значительной степени может быть обусловлена изменением соотношения между мерой инерции и чистым транспортным запаздыванием. Однако такой подход не способствует повышению быстродействия регулирования.

Авторами работы [7] было изучено влияние запаздывания на качество регулирования температуры пара при настройке регуляторов различными способами. Были отмечены особенности настройки, а также тот факт, что достичь значимого повышения качества можно при управлении с применением предиктора Смита. Целесообразность применения предиктора Смита для управления объектами подобного типа отмечается также в работе [8].

Автором работы [9] предложено использовать нечеткий регулятор в качестве блока аддитивной коррекции сигнала рассогласования в системе с типовым регулятором. В качестве входных сигналов блок нечеткой коррекции использует сигнал рассогласования и скорость его изменения. При этом параметры блока нечеткой коррекции были определены с применением адаптивной нейронечеткой структуры.

В то же время автором предложена комбинация использования блока нечеткой коррекции с типовым регулятором, но причина такого решения неясна, так как нет обоснования выбора структуры. В работе [10] предлагается использовать искусственную нейронную сеть (ИНС) для прогноза температуры выходного пара и упреждающей коррекции задания системы управления температурой пара по отклонению с ПИД регулятором. При этом неясно, как обеспечить адекватность модели, подстроить ИНС под изменяющиеся свойства объекта и как согласовать упреждающее управление с дифференцирующим компонентом закона регулирования. В работе [11] для синтеза модели ППУ на основе технологических данных используется метод идентификации подпространства (SID), что позволяет избежать многих проблем настройки модели. Так как метод предназначен для линейных систем, авторами предложено применение нечеткой логики для комбинирования результатов набора линейных моделей. Модели используются для прогноза состояния объекта, однако авторы не рассматривают особенности формирования управляющих воздействий и не изучают работу системы в условиях значительного запаздывания.

Выполненный обзор позволяет выделить две основные цели, которые, как правило, преследуют авторы работ в сфере управления температурой пара: упреждающая компенсация возмущений; придание системе управления свойства нечувствительности к непостоянству динамических свойств объекта. При этом в рассмотренных работах авторы достигают только одну из указанных целей. Причиной является тот факт, что упреждающая компенсация возмущений сама по себе требует информации о динамических свойствах объекта управления. В то же время для рассматриваемого типа объектов управления только транспортное запаздывание является в значительной степени постоянной величиной, а коэффициенты передачи и значения мер инерции могут быть непостоянны.

При неопределенности динамических свойств объекта управления аналитическое решение задачи выбора рационального упреждающего воздействия может быть затруднено. Одной из возможных альтернатив является выбор настроек системы упреждающей компенсации возмущений с применением компьютерного имитационного моделирования. В качестве такой системы упреждающей компенсации может

использоваться отдельный контур управления с отрицательной обратной связью. Однако разработка системы с двумя степенями свободы, в которой один из замкнутых контуров с отрицательной обратной связью ориентирован на отработку возмущений по каналу задания, а другой — на упреждающую отработку возмущений по температуре входного пара, требует обоснования.

### Выбор структуры системы регулирования с двумя степенями свободы

В предлагаемой структуре системы (рис. 3) можно выделить два замкнутых контура. Первый контур, включающий регулятор 1, предназначен для обеспечения желаемой реакции на изменение сигнала задания. Второй контур, содержащий регулятор 2, формирует воздействие для упреждающей компенсации возмущения *F*.

Свойства объекта управления (ОУ) представим дробно-рациональной передаточной функцией  $W_{\rm OV}(s)$  и передаточной функцией  $W_3(s)$ , характеризующей запаздывающие свойства объекта. Контур для компенсации возмущения F содержит соответствующие модели  $W'_{\rm OV}(s)$  и  $W'_3(s)$ . Передаточные функции регуляторов 1 и 2 обозначим как  $W_{\rm p}(s)$  и  $W'_{\rm p}(s)$ . Свойства исполнительного устройства (механизма) (ИМ) представим передаточной функцией  $W_{\rm ИМ}(s)$ . Контур для компенсации возмущения содержит модель ИМ  $W'_{\rm ИМ}(s)$ .

Докажем, что структура системы на рис. 3 соответствует идее управления с использованием предиктора Смита. Из схемы следует, что второй контур (компенсации F) оказывает воздействие на первый контур посредством сигна-

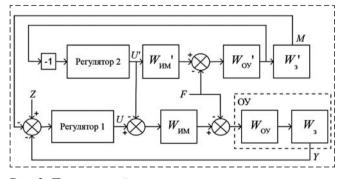


Рис. 3. Предлагаемый вариант структуры системы управления с двумя степенями свободы

Fig. 3. Proposed control system structure with two degrees of freedom

лов U' и M. Выразим изображения по Лапласу этих сигналов через изображение по Лапласу  $L\{F\}$  возмущения F. С этой целью для второго контура запишем:

$$-(L\{U'\}W'_{\rm MM}(s)-L\{F\})W'_{\rm OY}(s)W'_{\rm p}(s)=L\{U'\};(2)$$

$$\frac{L\{M\}}{W_3'(s)} = \left(-\frac{L\{M\}}{W_3'(s)}W_p'(s)W_{MM}'(s) - L\{F\}\right)W_{OY}'(s), (3)$$

откуда после преобразований получим:

$$L\{U'\} = L\{F'\} \frac{W'_{OY}(s)W'_{p}(s)}{1 + W'_{MM}(s)W'_{OY}(s)W'_{p}(s)} =$$

$$= L\{F\}W_{u}(s);$$
(4)

$$L\{M\} = -L\{F\} \frac{W'_{3}(s)W'_{OY}(s)}{1 + W'_{MM}(s)W'_{OY}(s)W'_{p}(s)} =$$

$$= -L\{F\}W_{M}(s).$$
(5)

Для основного первого контура при Z = 0 можем записать:

$$(((-L{Y}-L{M})W_{p}(s) - L{U'})W_{MM}(s) + L{F})W_{OV}(s)W_{p}(s) = L{Y}.$$
(6)

Подставим выражения (4) и (5) в уравнение (6), а также поделим обе части уравнения (6) на изображение по Лапласу возмущения F:

$$(((W_{M}(s) - W_{y}(s))W_{p}(s) - W_{y}(s))W_{MM}(s) + 1)W_{OY}(s)W_{3}(s) = W_{y}(s),$$
(7)

где  $W_{y}(s)$  — характеризует воздействие возмущения F на регулируемую переменную Y.

Подставим в уравнение (7) развернутые выражения для  $W_{\rm H}(s)$  и  $W_{\rm M}(s)$  и приведем его к общему знаменателю при условии равенства  $W_3'(s) = W_3(s)$ :

$$\frac{W_{3}(s)^{2}W_{OY}(s)^{2}W_{p}(s)W_{MM}(s)}{1 + W'_{MM}(s)W'_{OY}(s)W'_{p}(s)} - W_{y}(s)W_{p}(s)W_{OY}(s)W_{3}(s) - W_{y}(s)W'_{OY}(s)^{2}W'_{p}(s)W'_{MM}(s) + W'_{MM}(s)W'_{OY}(s)W'_{p}(s) + W_{OY}(s)W_{3}(s) = W_{y}(s);$$
(8)

$$\frac{W_{3}(s)^{2}W_{OY}(s)^{2}W_{p}(s)W_{MM}(s) + W_{OY}(s)W_{3}(s) + W_{3}(s)W_{OY}'(s)^{2}W_{p}'(s)W_{MM}'(s) - W_{3}(s)W_{OY}'(s)^{2}W_{p}'(s)W_{MM}'(s)}{1 + W_{MM}'(s)W_{OY}'(s)W_{p}'(s)} = \frac{W_{3}(s)^{2}W_{OY}(s)^{2}W_{p}'(s)W_{MM}'(s) + W_{MM}(s)W_{OY}'(s)W_{p}'(s)W_{MM}'(s)}{1 + W_{MM}'(s)W_{OY}'(s)W_{p}'(s)} = \frac{W_{3}(s)^{2}W_{OY}(s)^{2}W_{p}'(s)W_{MM}'(s) + W_{MM}(s)W_{OY}'(s)W_{MM}'(s)}{1 + W_{MM}'(s)W_{OY}'(s)W_{p}'(s)} = \frac{W_{3}(s)^{2}W_{OY}(s)^{2}W_{p}'(s)W_{MM}'(s) + W_{MM}(s)W_{OY}'(s)W_{p}'(s)W_{MM}'(s)}{1 + W_{MM}'(s)W_{OY}'(s)W_{p}'(s)W_{p}'(s)} = \frac{W_{3}(s)^{2}W_{MM}'(s)W_{MM}'(s) + W_{MM}'(s)W_{MM}'(s)}{1 + W_{MM}'(s)W_{MM}'(s)} = \frac{W_{3}(s)^{2}W_{MM}'(s)W_{MM}'(s)}{1 + W_{M$$

$$= W_{y}(s)(1 + W_{p}(s)W_{UM}(s)W_{OY}(s)W_{3}(s)), \tag{9}$$

откуда получаем:

$$\begin{split} \frac{W_{\rm OY}(s)W_{_{3}}(s)\left(W_{_{3}}(s)W_{\rm OY}(s)W_{_{\rm p}}(s)W_{\rm иM}(s)+1\right)}{1+W'_{\rm ИM}(s)W'_{\rm OY}(s)W'_{_{\rm p}}(s)} = \\ &= W_{_{\rm y}}(s)\left(1+W_{_{\rm p}}(s)W_{\rm иM}(s)W_{\rm OY}(s)W_{_{3}}(s)\right); \end{split}$$

$$W_{y}(s) = \frac{W_{OY}(s)}{1 + W'_{MM}(s)W'_{OY}(s)W'_{p}(s)}W_{3}(s). \quad (11)$$

Согласно соотношению (11) влияние запаздывания  $W_3(s)$  на качество регулирования при возмущениях по каналу F проявляется только в смещении во времени траектории переходного процесса на величину запаздывания, что соответствует идее предиктора Смита.

В составе контура 2 для упреждающей компенсации возмущений могут использоваться регуляторы различных типов. Одним из способов реализации управления является применение нечеткой логики. При этом параметры настройки правил нечеткой логики могут быть сформированы как на основе опыта эксперта, так и подобраны в ходе автоматизированного эксперимента на основе компьютерного имитационного моделирования.

### Модификация структуры системы для применения нечеткого управления

Применение нечеткой логики для управления объектами различного типа в энергетике и металлургии достаточно распространено [12—17]. Авторы указывают различные преимущества и причины использования таких систем: возможность синтеза системы с требуемыми свойствами на основе решения оптимизационной задачи подбора параметров настройки [12—14]; синтез базы знаний для уменьшения воздействия случайных внутренних и внешних возмущений [15]; наличие недетерминированного объекта [16]; резкие скачкообразные изменения значений входных параметров при нелинейности объекта управления [17].

Особенности синтеза правил регулятора на основе нечеткой логики путем сравнения результатов множества вычислительных экс-

периментов по компьютерному имитационному моделированию управления рассмотрены в работе [12]. Была продемонстрирована проблема настройки нечеткого регулятора, связанная с тем, что настройка должна осуществляться с учетом одновременного достижения нескольких целей управления.

Допустим, что заданы ограничения, определяющие условия достижения целей управления. Тогда для того чтобы регулятор обеспечивал достижение одновременно всех целей управления, требуется большее число варьируемых в экспериментах переменных, по сравнению с ситуациями, когда требуется достичь только некоторых из целей. Если ограничения, определяющие условие достижение целей, не определены, то проблему настройки можно сформулировать как необходимость компромисса между значениями различных оценок эффективности при фиксированном числе варьируемых переменных, которое определяется доступными вычислительными ресурсами на имитационное моделирование. Так, в работе [12] показано, что комбинирование системы на основе нечеткой логики с системой скользяшего регулирования при равном числе настраиваемых переменных позволяет достичь большего быстродействия при отсутствии перерегулирования, чем у системы на основе одной только нечеткой логики.

Применительно к рассматриваемой задаче упреждающей компенсации возмущений можно выделить две цели, первая из которых заключается в том, чтобы не допустить кратковременных, но значительных отклонений регулируемой переменной вследствие возмущений, а вторая в том, чтобы обеспечить отсутствие установившейся ошибки регулирования в долгосрочной перспективе. Контур компенсации возмущений F, основанный на использовании нечеткой логики, относится к нелинейным системам. Быстрая реакция на значительные отклонения от сигнала задания не означает наличие определенной реакции на малые отклонения. В то же время из вида соотношения (10) следует, что регулятор основного контура при соответствии свойств модели и объекта управления не участвует в фор-

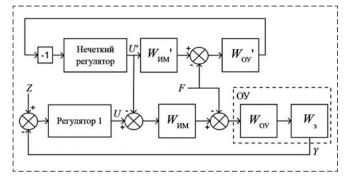


Рис. 4. Система с упреждающей компенсацией возмущений на основе нечеткой логики

Fig. 4. Fuzzy logic-based system with preemptive compensation for perturbations

мировании воздействий, направленных на компенсацию возмущения F.

Избежать необходимости настраивать нечеткий регулятор второго контура на устранение малых отклонений возможно, если такие отклонения будут устранены за счет управления от регулятора первого основного контура. В качестве такого регулятора применительно к задаче управления объектами температурного типа целесообразно использовать ПИ регулятор. Рассмотрим структуру системы на рис. 4.

Отсутствие воздействия второго контура на первый посредством сигнала М приводит к тому, что ПИ регулятор основного контура будет компенсировать отклонения от задания, вызванные действием возмущения Г. Однако следует учитывать, что к моменту времени, когда отклонение выхода объекта от задания, вызванное действием возмущения Г, можно будет наблюдать с учетом запаздывания процесса, упреждающее воздействие на объект вторым контуром будет уже в значительной степени сформировано. Таким образом, запаздывание объекта управления позволяет разделить во времени упреждающую компенсацию возмущения вторым контуром и устранение малых остаточных отклонений ПИ регулятором основного первого контура.

Изучение работы модели системы на рис. 4 подтвердило работоспособность предложенной системы при относительной простоте настройки нечеткого регулятора, допускающей при необходимости выбор правил человеком-экспертом без привлечения затратных в вычислительном плане автоматизированных вычислительных экспериментов для выбора параметров настройки нечеткой логики с привлечением поисковых методов.

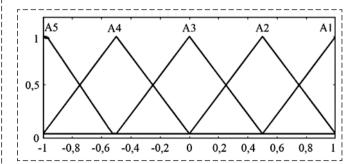
### Структура нечеткого регулятора

Принятая структура нечеткого регулятора соответствует рассмотренной в работе [12]. В качестве входных переменных используются линейно-масштабированные значения сигнала рассогласования e и скорости его изменения de/dt. В качестве лингвистических переменных приняты уровни сигнала  $\{A5, A4, A3, A2, A1\}$  и функции принадлежности в соответствии с рис. 5.

Для работы регулятора был сформирован набор правил, в которых использовался ограниченный набор вариантов значений управляющих воздействий B1, ..., B5:

- 1. IF (e is A5) and (de/dt is A5) then (U' is B5);
- 2. IF (e is A5) and (de/dt is A4) then (U' is B5);
- 3. IF (e is A5) and (de/dt is A3) then (U' is B4);
- 4. IF (e is A4) and (de/dt is A5) then (U' is B4);
- 5. IF (e is A4) and (de/dt is A3) then (U' is B4);
- 6. IF (e is A4) and (de/dt is A2) then (U' is B3);
- 7. IF (e is A4) and (de/dt is A1) then (U' is B3);
- 8. IF (e is A3) and (de/dt is A5) then (U' is B3);
- o. II (e is As) and (de/dt is As) then (U is Bs)
- 9. IF (e is A3) and (de/dt is A3) then (U' is B3);
- 10. IF (e is A2) and (de/dt is A1) then (U' is B2);
- 11. IF (e is A2) and (de/dt is A3) then (U' is B2);
- 12. IF (e is A2) and (de/dt is A4) then (U' is B3);
- 13. IF (e is A1) and (de/dt is A5) then (U' is B2);
- 14. IF (e is A1) and (de/dt is A3) then (U' is B2);
- 15. IF (e is A1) and (de/dt is A1) then (U' is B1);
- 16. IF (e is A1) and (de/dt is A2) then (U' is B1).

В качестве примера рассмотрим первое правило. Если на входе нечеткого регулятора появилась ошибка А5 ("Большая отрицательная"), и скорость изменения ошибки также максимальна в сторону ее увеличения, то формируем максимальное выходное воздействие, в нашем случае В5 ("Большое отрицательное"). Формирование управляющего воздействия по совокупности правил при дефаззификации осуществлялось методом центра тяжести.



Puc. 5. Принятые типовые функции принадлежности Fig. 5. Standard membership functions adopted in the study

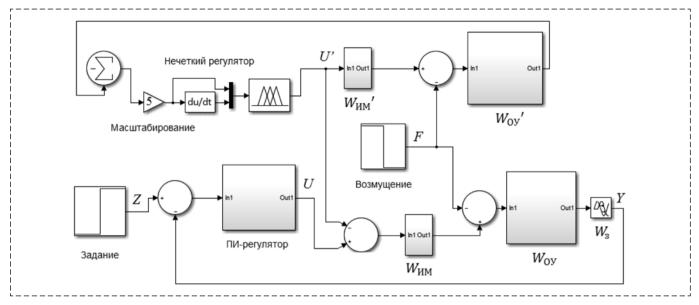


Рис. 6. Модель системы управления в среде MATLAB Simulink Fig. 6. Control system model in MATLAB Simulink environment

### Пример результатов моделирования

При компьютерном имитационном моделировании инерционные свойства объекта управления представлены с применением передаточной функции  $W_{\rm OY}(s)=\frac{1,34}{(6,4s+1)(1,53s+1)},$  а запаздывающие свойства объекта — передаточной функции  $W_3(s)={\bf e}^{-3s}.$  В ходе моделирования управления рассматривались ситуации с неточными значениями параметров модели объекта.

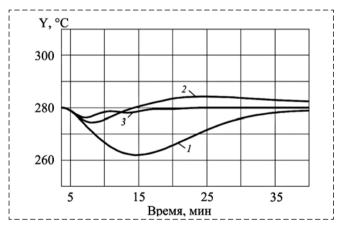


Рис. 7. Пример реакции систем на возмущение F:

1- без контура упреждающей компенсации возмущений;  $2,\ 3-$  в контуре упреждающей компенсации возмущений используются соответственно ПИ регулятор и нечеткий регулятор

### Fig. 7. Example of the systems' response to perturbations F:

1- without the preemptive perturbation compensation loop; 2, 3- a PI controller and a fuzzy controller within the preemptive perturbation compensation loop, respectively

Модель системы была реализована в среде MATLAB Simulink (рис. 6). На рис. 7 показан пример реакции разных систем на возмущение по каналу F.

Изучение влияния точности учета в модели свойств инерции и запаздывания объекта управления показало, что при использовании в контуре упреждающей компенсации возмущений нечеткого регулятора качество процесса изменяется в меньшей степени, чем в случае использования ПИ регулятора.

### Заключение

Предложенная система с упреждающей компенсацией возмущений по температуре входного пара должна снизить нагрузку на оборудование за счет устранения больших перепадов температур и улучшить экономические показатели объекта за счет обеспечения ведения процесса при минимально требуемой температуре нагрева пара, что позволяет снизить расход газа.

Принятая структура системы управления позволяет обеспечить устранение малых отклонений регулируемой переменной от задания с применением ПИ регулятора основного контура. Это упрощает настройку нечеткого регулятора, поскольку при такой настройке преследуется только одна цель — быстрая реакция на значительные возмущения по температуре входного пара. При этом использование для упреждающей компенсации дополнитель-

ного контура с отрицательной обратной связью позволяет синтезировать регулятор для формирования упреждающего воздействия при неопределенности некоторых их динамических свойств объекта управления.

Предложенная система может быть применена к различным объектам с существенным транспортным запаздыванием для организации управления по возмущению.

### Список литературы

- 1. **Коньков Д. И., Захаркина С. В., Власенко О. М.** Система эффективного автоматического регулирования температуры пара на выходе из котла // Вестник пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. 2017. № 23. С. 159—166.
- 2. **Kuzishchina V. F., Ismatkhodzhaevb S. K.** Controlling the Superheated Steam Temperature during Buffer Consumption of Gaseous Production Waste through Adjusting the Injection and Flame Position // Thermal Engineering. 2020. Vol. 67. P. 43—51. DOI: 10.1134/S0040601520010048.
- 3. **Нуртазин А. С.** Разработка и модернизация автоматической системы управления температуры перегретого пара котла БКЗ-420-140-5 // Актуальные проблемы современности. 2016. № 4 (14). С. 155—158.
- 4. **Журавлев А. А., Шит М. Л., Попонова О. Б., Шит Б. М., Зубатый А. Л.** Система автоматического регулирования температуры перегретого пара барабанного котла // Проблемы региональной энергетики. 2006. № 1. С. 16—29.
- 5. **Еремин Е. Л., Теличенко Д. А., Чепак Л. В.** Дискретно-непрерывная система адаптивного управления температурным режимом пароперегревателя // Информатика и системы управления. 2004. № 1(7). С. 117—129.
- 6. Siddikov Isamidin Xakimovich, Bakhrieva Xurshida Askarxodjaevna. Designs Neuro-Fuzzy Models in Control Problems of a Steam Heater // Universal Journal of Electrical and Electronic Engineering. 2019. Vol. 6(5). P. 359—365. DOI: 10.13189/ujeee.2019.060506
- 7. **Кулаков Г. Т., Горельшева М. Л.** Исследование влияния относительной постоянной времени инерционного участка пароперегревателя на качество регулирования тем-

- пературы перегретого пара за котлом в широком диапазоне изменения нагрузок // Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. 2008.  $\mathbb{N}_{2}$  5. C. 53—60.
- 8. **Karppanen E.** Advanced control of an industrial circulating fluidized bed boiler using fuzzy logic. Oulu: Oulun Yliopisto, 2000.
- 9. **Владыко А. Г.** Разработка и исследование моделей систем управления параметрами котлоагрегата на основе математического аппарата теории нечетких множеств: дис канд. техн. наук: 05.13.18. Комсомольск-на Амуре, 2000.
- 10. Liangyu Ma, Wenjie Liu, Tingting Chen, Qianqian Li. Intelligent Compensation for the Set Values of PID Controllers to Improve Boiler Superheated Steam Temperature Control // Proceedings of the 39th Chinese Control Conference. 2020. P. 5707—5712.
- 11. **Xiao Wu, Jiong Shen, Yiguo Li, Kwang Y. Lee.** Fuzzy Modeling and Predictive Control of Power plant Steam Temperature System // IFAC-PapersOnLine. 2015. Vol. 48, N. 30. P. 397—402.
- 12. Рябчиков М. Ю., Рябчикова Е. С., Кокорин И. Д. Система стабилизации температуры в нагревательной печи с применением скользящего регулирования и нечеткой логи-ки // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 3. С. 143—157. DOI: 10.17587/mau.21.143-157.
- 13. **Meysam Gheisarnejad, Mohammad Hassan Khooban.** Design an optimal fuzzy fractional proportional integral derivative controller with derivative filter for load frequency control in power systems // Transactions of the Institute of Measurement and Control. 2019. P. 1—19.
- 14. Рябчиков М. Ю., Парсункин Б. Н., Андреев С. М., Полько П. Г., Логунова О. С., Рябчикова Е. С., Головко Н. А. Нечеткое экстремальное управление процессом измельчения руды для обеспечения максимальной производительности // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г. И. Носова. 2011. № 4 (36). С. 65—69.
- 15. **Савин Д. В., Дроздов В. Г.** Современный подход к системам автоматического управления отопления здания // Технические науки от теории к практике. 2014. № 30. С. 51—56.
- 16. **Хижняков Ю. Н.** Нечеткое регулирование температуры теплоносителя // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. 2016. № 20. С. 5—12.
- 17. **Штепа В. Н., Прокопеня О. Н., Кот Р. Е., Пуха В. М.** Микропроцессорная система дозирования реагентов на основе нечеткой логики // Вестник Брестского государственного технического университета. Машиностроение. 2015.№ 4 (94). С. 60—64.

# A Fuzzy Logic-Based System for Controlling the Temperature of Steam Exiting a Superheater for the Purpose of Preemptive Perturbation Compensation

M. Yu. Ryabchikov, mr\_mgn@mail.ru, E. S. Ryabchikova, mika.Elena@mail.ru, S. A. Filippov, filippov211088@mail.ru, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk city, 455000, Chelyabinsk Region, Russian Federation

Corresponding author: Ryabchikov Mikhail Yu., Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk city, 455000, Chelyabinsk Region, Russian Federation, e-mail: mr mgn@mail.ru

Accepted on January 12, 2021

#### Abstract

This paper discusses the issue of adjusting the temperature of steam exiting a superheater in an environment that is affected by perturbations due to the sudden and significant fluctuations in the inlet steam temperature. Using the superheater at the Magnitogorsk Iron & Steel Works as an example, we highlight that a slow response to the aforementioned perturbations in the systems that adjust for deviations leads to undesired rises and drops in the outlet steam temperature. We review the current suggestions on adjusting the temperature of steam exiting a superheater and determine the main reasons behind the drop in adjustment quality. These reasons are related to a significant lag and the variability of the control object's features, which make preemptive perturbation control difficult. In order to control such environments, we propose a system with two degrees of freedom, which combines a proportional-integral controller and a fuzzy logic-based controller. In the system that we are proposing, the changes in the controlled parameter (depending on the input value) are adjusted within the main loop that has a standard controller and negative feedback, while the perturbations are removed by using a secondary loop, which also has negative feedback, a fuzzy logic-based controller, and a simulation of the object without the component that accounts for the lag. For situations when the information on the object's features is precise, we describe the specifics of the loops' interaction, specifically in cases when the task processing loop does not respond to the perturbations in the inlet steam temperature, thus allowing for setting up the loops' controllers separately. In situations when the inlet steam temperature is experiencing perturbations, the impact of the lag on adjustment quality only becomes evident when the trajectory of the transition process shifts along the time scale by a lag value, which is completely in line with the Smith predictor principles. The system is focused on synthesizing the fuzzy logic rules and refining the parameters of the simulation used for adjustment purposes, based on the results of automated computer-aided control simulation. We propose a structural modification of the control system that makes it possible to compensate for any residual control errors caused by the non-linear structure of the fuzzy controller; this reduces the number of requirements for those set-up parameters where the value selection is based on the needs of simulation modeling, which requires a lot of computing resources. We demonstrate the results of simulation experiments that compare the efficiency of control using the system suggested and the efficiency of control using a system with a standard controller only. The computer simulation was performed in the MATLAB Simulink environment. We reaffirm that a combined control system performs better when adjusting the steam temperature.

Keywords: superheater, automated control, steam temperature, fuzzy logic, control simulation

For citation:

**Ryabchikov M. Yu., Ryabchikova E. S., Filippov S. A.** A Fuzzy Logic-Based System for Controlling the Temperature of Steam Exiting a Superheater for the Purpose of Preemptive Perturbation Compensation, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 4, pp. 181—190.

DOI: 10.17587/mau.22.181-190

#### References

- 1. Konkov D. I., Zakharkina S. V., Vlasenko O. M. System of effective automatic control of the steam temperature at the out of boiler, *PNRPU Bulletin. Electrotechnics, Informational Technologies, Control Systems*, 2017, no. 23, pp. 159—166 (in Russian).
- 2. **Kuzishchina V. F., Ismatkhodzhaevb S. K.** Controlling the Superheated Steam Temperature during Buffer Consumption of Gaseous Production Waste through Adjusting the Injection and Flame Position, *Thermal Engineering*, 2020, vol. 67, pp. 43—51, DOI: 10.1134/S0040601520010048
- 3. **Nurtazin A. S.** Development and modernization of an automatic control system for the temperature of the superheated steam boiler BKZ-420-140-5, *Actual problems of our time*, 2016, no. 4, vol. 14, pp. 155—158 (in Russian).
- 4. Zhuravlev A. A., Shit M. L., Poponova O. B., Shit B. M., Zubatyj A. L. Automatic control system for the temperature of the superheated steam drum boiler, *Regional energy problems*, 2006, no. 1, pp. 16–29 (in Russian).
- 5. **Eremin E. L., Telichenko D. A., Chepak L. V.** Discrete-continuous system for adaptive control of the superheater temperature, *Computer Science and Control Systems*, 2004, no. 1, vol. 7, pp. 117—129 (in Russian).
- 6. Siddikov Isamidin Xakimovich, Bakhrieva Xurshida Askarxodjaevna. Designs Neuro-Fuzzy Models in Control Problems of a Steam Heater, *Universal Journal of Electrical and Electronic Engineering*, 2019, vol. 6(5), pp. 359—365, DOI: 10.13189/ujeee.2019.060506
- 7. **Kulakov G. T., Harelyshava M. L.** Investigation of relative time constant influence of inertial part of superheater on quality of steam temperature control behind boiler in broad band of loading variations, *Energetika. Proceedings of CIS higher education institutions and power engineering associations*, 2008, no. 5, pp. 53—60 (in Russian).
- 8. **Karppanen E.** Advanced control of an industrial circulating fluidized bed boiler using fuzzy logic. Oulu: Oulun Yliopisto, 2000.

- 9. **Vladyko A. G.** Designing and studying the models of control systems for adjusting the boiler unit parameters, based on the mathematical concepts of the fuzzy set theory, Diss. Cand. Tech. Sci.: 05.13.18, Komsomolsk-on-Amur, 2000 (in Russian).
- 10. Liangyu Ma, Wenjie Liu, Tingting Chen, Qianqian Li. Intelligent Compensation for the Set Values of PID Controllers to Improve Boiler Superheated Steam Temperature Control, *Proceedings of the 39th Chinese Control Conference*, 2020, pp. 5707—5712.
- 11. **Xiao Wu, Jiong Shen, Yiguo Li, Kwang Y. Lee.** Fuzzy Modeling and Predictive Control of Power plant Steam Temperature System, *IFAC-PapersOnLine*, 2015, vol. 48, no. 30, pp. 397—402.
- 12. **Ryabchikov M. Yu., Ryabchikova E. S., Kokorin I. D.** System of Temperature Stabilization in a Heating Furnace Based on Sliding Mode Control and Fuzzy Logic, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 3, pp. 143—157, DOI: 10.17587/mau.21.143-157.
- 13. **Meysam Gheisarnejad, Mohammad Hassan Khooban.** Design an optimal fuzzy fractional proportional integral derivative controller with derivative filter for load frequency control in power systems, *Transactions of the Institute of Measurement and Control.* 2019. P. 1—19.
- 14. Ryabchikov M. Yu., Parsunkin B. N., Andreev S. M., Polyko P. G., Logunova O. S., Ryabchikova E. S., Golovko N. A. Maximal efficiency fuzzy logic based extremal control system, *Vest-nik of Nosov Magnitogorsk State Technical University*, 2011, no. 4, pp. 65—69 (in Russian).
- 15. **Savin D. V., Drozdov V. G.** Modern approach to systems automatic control heating building, *Tekhnicheskie nauki ot teorii k praktike*, 2014, no. 30, pp. 51—56 (in Russian).
- 16. **Hizhnyakov Yu. N.** Fuzzy control of the heat-carrier temperature, *PNRPU Bulletin. Electrotechnics, Informational Technologies, Control Systems*, 2016, no. 20, pp. 5—12 (in Russian).
- 17. **Shtepa V. N., Prokopenya O. N., Kot R. E., Puha V. M.** The microprocessor control system of the dosing reagents based on the fuzzy logic, *Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Mashinostroenie*, 2015, no. 4 (94), pp. 60—64 (in Russian).

**Т. Т. Оморов,** чл.-корр., д-р техн. наук, проф., зав. лаб., omorovtt@mail.ru, **Б. К. Такырбашев,** канд. техн. наук, ст. науч. сотр., b.takyrbashev@gmail.com, **Т. Дж. Койбагаров**, аспирант, koibagarov@bk.ru, Национальная академия наук Кыргызской Республики, Институт машиноведения и автоматики, г. Бишкек, Кыргызская Республика

## Управление потерями электроэнергии в распределительных сетях в составе автоматизированных систем контроля и учета электроэнергии

Рассматривается задача управления потерями электроэнергии в распределительных электрических сетях (РЭС), функционирующих в условиях несимметрии токов и напряжений. Как известно, фактор несимметрии приводит к значительным потерям активной мощности, и, как следствие, снижается эффективность и технико-экономические показатели РЭС. Целью управления является минимизация технических потерь энергии в РЭС на основе создания системы автоматического управления (САУ) процессом симметрирования трехфазной сети в структуре автоматизированных систем контроля и учета электроэнергии (АСКУЭ). Последние в настоящее время широко внедряются для автоматизации информационных процессов в РЭС. Однако в составе АСКУЭ отсутствуют технологии, предназначенные для решения рассматриваемой проблемы. Предлагается метод построения цифрового регулятора САУ, основная функция которого заключается в поддержании фазных токов на входе сети на заданном уровне в режиме реального времени. Концепция метода основана на идее желаемого перераспределения потоков электроэнергии между фазами РЭС путем соответствующего переключения однофазных потребителей (абонентов) так, чтобы обеспечивался минимальный разброс фазных токов от их заданного уровня. Для достижения цели управления построены критериальные функции, определяющие качественные показатели функционирования САУ. Разработаны алгоритмы функционирования цифрового регулятора и формирования управляющих воздействий на объект. Последние представляют собой цифровой код, содержащий данные о координатах счетчиков электроэнергии абонентов трехфазной сети, подлежащих переключению на другую фазу.

**Ключевые слова:** трехфазная распределительная сеть, несимметричный режим, управление потерями электроэнергии, цифровой регулятор, алгоритм управления

### Введение

В настоящее время в целях автоматизации и информатизации процессов в распределительных электрических сетях (РЭС) активно внедряются новые цифровые технологии в виде автоматизированных систем контроля и учета электроэнергии (АСКУЭ) [1], которые являются элементами технологии Smart Grid [2]. Анализ функциональной структуры существующих (традиционных) АСКУЭ показывает, что они, главным образом, выполняют функции измерений и коммерческого учета электроэнергии и относятся к классу информационноизмерительных систем, в составе которых нет средств, предназначенных для решения проблемы симметрирования трехфазных РЭС. В то же время большинство РЭС напряжением 0,4 кВ функционируют в условиях несимметрии токов и напряжений [3-5], что приводит к неоптимальности их режимов работы. Несимметричность РЭС является следствием разбалансировки нагрузок и неравномерного их распределения по фазам трехфазной сети, что является одним из главных факторов, приводящих к повышенным потерям активной мощности в сети и на трансформаторных подстанциях (ТП) [6, 7]. При этом ухудшается качество электроэнергии, а также увеличивается вероятность выхода из строя бытовой техники и промышленных установок [8]. Для решения проблемы симметрирования РЭС предложен ряд технологий [9—12], которые не нашли широкого практического применения из-за их сложности и недостаточной эффективности. В работах [13—15] предложен один из возможных подходов к ее решению на основе создания цифровой системы автоматического управления (САУ) процессом симметрирования сети в составе концентратора данных (КД) АСКУЭ. Как известно, в традиционных АСКУЭ КД, в основном, реализуют функцию сбора данных с группы счетчиков электроэнергии, установленных у абонентов сети, а также выполняют вычислительные операции, связанные с коммерческим учетом электроэнергии. Рассматриваемый подход предусматривает, что на КД возлагается дополнительная функция цифрового управления, обеспечивающего требуемое перераспределение потоков электроэнергии между фазами сети путем переключения однофазных нагрузок с более нагруженной фазы на менее нагруженную. При этом необходимо, чтобы счетчики электроэнергии в своем составе имели коммутаторы фазных токов (КФТ). Создание таких КФТ является реальной задачей, так как современные однофазные и трехфазные счетчики [16, 17] имеют реле с мощными контактами до 100 А, которые можно использовать для переключения электроприемников с одной фазы на другую [14, 15].

Целью данной работы является развитие указанного подхода для решения задач управления потерями электроэнергии в РЭС.

### Постановка задачи управления

Рассмотрим трехфазную четырехпроводную распределительную сеть, к которой подключены питающая трансформаторная подстанция (ТП) и группа из n счетчиков электроэнергии {Сч $_{vk}$ }, установленных у однофазных потребителей. Условная схема показана на рис. 1, где k, v — индексные переменные, обозначающие соответственно номера фаз A, B, C (k =  $\overline{1,3}$ ) и нагрузок (электроприемников) абонентов сети (v =  $\overline{1,n}$ );  $\tilde{I}_k$  — синусоидальный мгновенный ток на входе k-й фазы;  $Z_{vk}$  — обозначение нагрузки с координатой (v, k);  $\tilde{I}_{vk}$ ,  $\tilde{U}_{vk}$  — мгновенные ток и напряжение на нагрузке  $Z_{vk}$ ;  $\tilde{J}$  — мгновенный ток в нейтральном проводе; КФТ $_{vk}$  — коммутатор фазных токов счетчика Сч $_{vk}$ .

Далее принимаются следующие предположения:

1) трехфазная сеть функционирует в условиях несимметрии токов и напряжений;

- 2) в составе счетчиков электроэнергии ( $C_{V_k}$ ) имеются коммутаторы фазных токов ( $K\Phi T_{V_k}$ );
- 3) концентратор (КД) в дискретные моменты времени  $t=t_{\xi}$  ( $\xi=1,2,...$ ) периодически опрашивает головной трехфазный счетчик электроэнергии (Сч<sup>тп</sup>) и ряд счетчиков абонентов, подключенных к фазам A,B,C и записывает в базу данных АСКУЭ действующие значения токов  $I_k$  и  $I_{vk}$ , протекающих на входах РЭС и через нагрузки абонентов сети.

Задача заключается в синтезе алгоритма цифрового управления процессом симметрирования РЭС, т.е. в определении закона функционирования цифрового регулятора, формирующего управляющий сигнал u на объект.

### Решение задачи управления

Решение сформулированной выше задачи управления включает следующие основные этапы:

- 1. Выбор критерия оптимизации режима работы РЭС.
  - 2. Ситуационный анализ объекта.
  - 3. Формирование критериальных функций.
- 4. Построение алгоритма минимизации критериальных функций.
- 5. Формирование управляющего сигнала на объект.
- 6. Определение структуры цифрового регулятора САУ.

Выбор критерия оптимизации режима работы РЭС. Как известно [3, 18], условием симме-

тричности трехфазной четырехпроводной распределительной сети является отсутствие тока в нулевом проводе. В несимметричном режиме действующее значение указанного тока может достигать значительной величины из-за разбаланса фазных токов  $\widetilde{I}_k$ ,  $(k=\overline{1,3})$ . При этом чем меньше значение действующего тока J, тем выше уровень симметричности сети и ниже активные потери мощности в ней. Следовательно, качество и эффективность функционирования РЭС можно оценить с помощью следующей целевой (критериальной) функции:

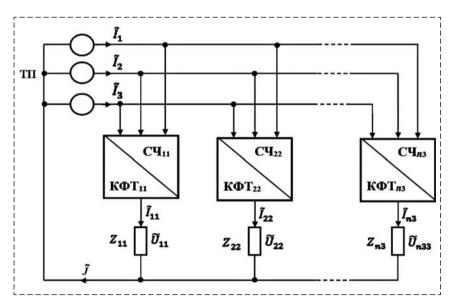


Рис 1. Условная схема РЭС

Fig. 1. Conditional scheme of the distribution electric network

$$E = J. (1)$$

Таким образом, минимизируя значение показателя качества E, можно добиться оптимизации режима работы распределительной сети. Для этой цели целесообразным является построение цифрового регулятора САУ в составе КД. Его основная функция состоит в определении координат таких нагрузок (электроприемников), переключения которых с одной фазы на другую обеспечивает минимизацию критериальной функции Е. В результате такой процедуры формируется управляющее воздействие и на технологический объект, включающий группу нагрузок  $\{Z_{vk}\}$  абонентов сети, к которым подключены счетчики электроэнергии {Сч, к}. При этом сигнал управления и представляет собой командный цифровой код, который формируется на основе векторов  $\Phi = [\Phi_1, \Phi_2]$  и  $\beta$ , где  $\Phi_1, \Phi_2$  номера (наименования) пары фаз, в которых необходимо осуществить переключение абонентов сети с более нагруженной фазы ( $\Phi_1$ ) на менее нагруженную ( $\Phi_2$ );  $\beta$  — вектор, составленный из адресов (номеров) абонентов фазы  $\Phi_1$ , подлежащих переключению. Этот управляющий сигнал и по каналу связи передается соответствующим абонентским счетчикам электроэнергии, которые в своем составе имеют коммутаторы фазных токов (КФТ), предназначенные для осуществления требуемых переключений нагрузок с одной фазы на другую. КФТ являются исполнительными органами в системе управления [14, 15].

Ситуационный анализ объекта. Анализ показывает, что использование математической модели РЭС [5, 14] для оптимизации ее режимов работы на основе комплексного представления их переменных приводит к усложнению процедуры решения сформулированной выше задачи. В связи с этим для упрощения ее решения

целесообразным является использование только измерительных данных о действующих значениях токов  $I_k$  и  $I_{vk}$ , протекающих на входах РЭС и через нагрузки абонентов сети. При этом отпадает необходимость идентификации модели объекта. Теперь введем в рассмотрение следующие разности:

$$e_k = I_k - I_0, k = \overline{1,3},$$
 (2)

где  $I_k$  — действующее значение тока  $\tilde{I}_k$ ;  $I_0$  — среднее значение токов на входах фаз, определяемое формулой

$$I_0 = (I_1 + I_2 + I_3)/3.$$
 (3)

Отметим, что величины  $e_k$ , определяемые выражением (2), по существу представляют собой ошибки управления, которые в процессе управления должны стремиться к нулю. При этом действующие токи  $I_k$ , протекающие в головных участках сети, определяются по формулам

$$I_k = I_0 + e_k, k = \overline{1,3}.$$

Отсюда видно, что при  $e_k \to 0$  фазные токи  $I_k \to I_0$ , что приводит к минимизации действующего тока J, протекающего в головном участке нулевого провода трехфазной сети. Таким образом, задача оптимизации режима работы распределительной сети в каждом интервале  $[t_\xi, t_{\xi+1}]$  сводится к минимизации ошибок управления (невязок)  $e_k$ , где  $k=\overline{1,3}$ .

По результатам вычисления невязок  $e_k$  можно выделить следующие случаи:

- Ситуация 1. Один из компонентов вектора ошибки управления имеет положительное значение  $e = [e_1, e_2, e_3]$ , а другой отрицательное, третий равен нулю. Например,  $e_1 > 0$ ,  $e_2 < 0$ ,  $e_3 = 0$ , что показано на рис. 2, a. В данном случае перегружена фаза A, следовательно, необходимо переключить ее абонентов на фазу B, что в дальнейшем обозначим  $A \to B$  ( $\Phi_1 = A$ ,  $\Phi_2 = B$ ). При этом фаза C должна сохранять прежнее состояние, так как  $e_3 = 0$ .
- Ситуация 2. Две компоненты вектора невязки е положительны, а третья имеет отрицательное значение. Например,  $e_1 > 0$ ,  $e_2 > 0$ ,  $e_3 < 0$  (рис. 2,  $\delta$ ).

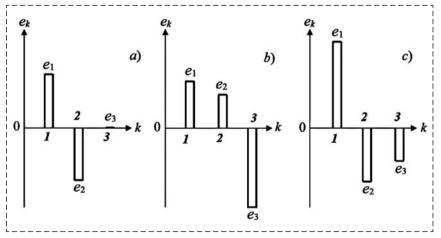


Рис.2. Иллюстрация возможных вариантов ошибок регулирования

Fig. 2. Illustration of possible control errors

В данном случае перегружены фазы A и B, следовательно, необходимо осуществить переключение вида  $A \to C$  и  $B \to C$ .

• Ситуация 3. Один из элементов вектора e положителен, а остальные отрицательны. Например,  $e_1 > 0$ ,  $e_2 < 0$ ,  $e_3 < 0$  (рис. 2, e). В этом случае необходимо провести переключение вида  $A \to B$  и  $A \to C$ .

Таким образом, для идентификации требуемых переключений фаз РЭС необходимо выполнить ситуационный анализ знаков величин  $e_k$ ,  $k = \overline{1,3}$ . При этом с фаз, имеющих положительные значения ошибок  $e_k$ , необходимо ряд потребителей переключать на фазы, имеющие отрицательные знаки ошибок управления.

В результате ситуационный анализ объекта предусматривает выполнение следующих операций:

- 1. Опрос головного трехфазного счетчика электроэнергии (Сч) и заданного набора счетчиков, установленных у абонентов сети, подключенных к фазам A, B, C, и запись их данных в блок памяти (БП) КД АСКУЭ.
- 2. Формирование вектора  $I = [I_1, I_2, I_3]$ , состоящего из действующих значений токов на входах фаз A, B, C.
- 3. Вычисление среднего действующего значения тока  $I_0$  на входе трехфазной сети, определяемого формулой (3).
- 4. Определение значений и знаков компонентов вектора ошибок управления  $e = [e_1, e_2, e_3]$  по формулам (2).
- 5. На основе анализа знаков компонентов вектора ошибок управления  $e = [e_1, e_2, e_3]$  идентификация структуры межфазных переключений, определяемой вектором  $\Phi = [\Phi_1, \Phi_2]$ .

Формирование критериальных функций. В целях идентификации координат нагрузок переключаемых абонентов сети необходимо выполнить соответствующую формализацию задачи управления. Для этой цели вначале исходные данные задачи, полученные со счетчиков абонентов соответствующих фаз, представим в виде следующих векторов:

$$\begin{split} I^{A} &= [I_{1}^{A}, I_{2}^{A}, \dots, I_{n_{1}}^{A}], \\ I^{B} &= [I_{1}^{B}, I_{2}^{B}, \dots, I_{n_{2}}^{B}], \\ I^{C} &= [I_{1}^{C}, I_{2}^{C}, \dots, I_{n_{3}}^{C}], \end{split}$$

а координаты их элементов зададим векторами

$$\beta^{A} = [\beta_{1}^{A}, \beta_{2}^{A}, ..., \beta_{n_{1}}^{A}],$$
$$\beta^{B} = [\beta_{1}^{B}, \beta_{2}^{B}, ..., \beta_{n_{2}}^{B}],$$
$$\beta^{C} = [\beta_{1}^{C}, \beta_{2}^{C}, ..., \beta_{n_{2}}^{C}],$$

где  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  — число действующих токов  $I_{vk}$ , снятых со счетчиков электроэнергии абонентов, подключенных к соответствующим фазам A, B, C.

Совокупность элементов указанных векторов составляют соответственно множества  $Q_A$ ,  $Q_B$ ,  $Q_C$ :

$$Q_A = \{I_v^A\}_{1 \times n_1}, Q_B = \{I_v^B\}_{1 \times n_2}, Q_C = \{I_v^C\}_{1 \times n_3}.$$

Нетрудно показать, что начальное состояние объекта по компонентам вектора ошибки управления  $e = [e_1, e_2, e_3]$  удовлетворяет следующему условию:

$$e_1 + e_2 + e_3 = 0. (4)$$

Теперь без потери общности рассмотрим случай, соответствующий ситуации 1 на объекте. Синтезируемый регулятор в рассматриваемом случае должен отрабатывать начальное рассогласование  $\rho_1^*$ , которое определяется из условия (4). Так как в соответствии с ситуационным анализом ошибка  $e_3 = 0$ , условие (4) запишется в виде

$$e_1 = |e_2|$$
.

Отсюда получаем, что  $\rho_1^* = |e_2|$ . Теперь образуем подмножество  $q_1$ , состоящее из некоторого набора элементов множества  $Q_A$ , т.е.  $q_1 \in Q_A$ . В частности,  $q_1$  может состоят только из одного элемента. Обозначим  $R_1$  подмножество, состоящее из индексов (номеров) компонентов вектора  $\beta^A: R_1 = \{1, 2, ..., n_1\}$ .

Теперь введем следующую функцию:

$$F_1(q_1) = |S_1(q_1) - \rho_1^*|, \tag{5}$$

где  $S_1(q_1)$  — дискретная функция, определяемая суммой элементов подмножества  $q_1$ :

$$S_1(q_1) = \sum_{l \in R_1} I_l^A.$$

Функцию  $F_1(q_1)$ , определяемую формулой (5), можно использовать для косвенной оценки критериальной функции E, определяемой выражением (1). При этом модуль ошибки  $|e_2|$  выступает в качестве базового значения, к которому необходимо стремиться при переключении более нагруженных потребителей, подключенных к первой фазе (фазе A). Анализ показывает, что при  $F_1(q_1) \to 0$  ошибки управления  $e_k$  также стремятся к нулю, т. е.  $e_k \to 0$ ,  $k = \overline{1,2}$ .

Построение алгоритма минимизации критериальных функций. Таким образом, в рассматриваемом случае для идентификации координат нагрузок абонентов фазы А необходимо решить следующую экстремальную задачу:

$$\min_{q_1 \in Q_A} F_1(q_1) = F_1(q_1^*), \tag{6}$$

где  $q_1^*$  — оптимальный набор действующих значений токов нагрузок фазы A (k=1), которые необходимо переключить на фазу B. Найденный таким образом набор  $q_1^*$  содержит полную информацию о координатах нагрузок, подлежащих переключению.

Задача минимизации (6) имеет дискретный характер, ее можно решить методом перебора вариантов, что приводит к трудоемким вычислительным операциям и недостаточной эффективности процедуры формирования управляющих воздействий на объект. Анализ показывает, что для построения более простой и эффективной схемы решения экстремальной задачи (6) целесообразно преобразовать исходные данные задачи и формировать критериальные функции так, чтобы в процессе ее решения обеспечить целенаправленное движение в направлении к оптимуму по аналогии с градиентным методом [19]. Для этой цели далее предлагается соответствующая вычислительная процедура. Вначале выполним предварительное преобразование исходных данных задачи, представленных векторами токов  $I^A$ ,  $I^B$ и  $I^{C}$ . Такое преобразование состоит в сортировке последних таким образом, чтобы расположить их элементы по возрастанию. При этом формируются новые векторы  $\hat{I}^A$ ,  $\hat{I}^B$  и  $\hat{I}^C$ , имеющие те же размерности, что и исходные:

$$\hat{I}^{A} = [\hat{I}_{1}^{A}, \hat{I}_{2}^{A}, \dots, \hat{I}_{n_{1}}^{A}],$$

$$\hat{I}^{B} = [\hat{I}_{1}^{B}, \hat{I}_{2}^{B}, \dots, \hat{I}_{n_{2}}^{B}],$$

$$\hat{I}^{C} = [\hat{I}_{1}^{C}, \hat{I}_{2}^{C}, \dots, \hat{I}_{n_{3}}^{C}],$$

где

$$\hat{I}_{v-1}^{A} \leq \hat{I}_{v}^{A}, \hat{I}_{\xi-1}^{B} \leq \hat{I}_{\xi}^{B}, \hat{I}_{\lambda-1}^{C} \leq \hat{I}_{\lambda}^{C},$$

$$v = \overline{2, n_{1}}, \xi = \overline{2, n_{2}}, \lambda = \overline{2, n_{3}}.$$

При этом формируются новые координаты элементов указанных векторов:

$$\hat{\beta}^{A} = [\hat{\beta}_{1}^{A}, \hat{\beta}_{1}^{A}, ..., \hat{\beta}_{n_{1}}^{A}],$$

$$\hat{\beta}^{B} = [\hat{\beta}_{1}^{B}, \hat{\beta}_{2}^{B}, ..., \hat{\beta}_{n_{2}}^{B}],$$

$$\hat{\beta}^{C} = [\hat{\beta}_{1}^{C}, \hat{\beta}_{2}^{C}, ..., \hat{\beta}_{n_{2}}^{C}].$$

Простой анализ показывает, что для формирования функций  $F_1(q_1)$  в зависимости от ситуации на объекте более целесообразным является использование компонентов новых векторов  $\hat{I}^A$ ,  $\hat{I}^B$  и  $\hat{I}^C$ . Теперь рассмотрим случий, когда на объекте наблюдается ситуация 1, и невязки  $e_1 > 0, e_2 < 0, e_3 = 0$ . При этом критериальную функцию  $F_1(q_1)$  необходимо задавать в виде

$$F_1(q_1) = F_1(r) = \sum_{l=1}^r \hat{I}_l^A,$$
 (7)

где r — некоторое целое число ( $r \ge 1$ ). В результате задача (6) запишется в виде

$$\min_{r \in R_1} F_1(r) = F_1(r^*). \tag{8}$$

Таким образом, исходная проблема сводится к определению такого целого числа  $r=r^*$ , при котором достигается оптимум критериалной функции  $F_1(q_1)$ .

В результате решения задачи (8) идентифицируется вектор  $\beta^*$ , состоящий из адресов нагрузок абонентов фазы A, подлежащих переключению на фазу B. Найденный таким путем вектор  $\beta^*$  является усеченной частью исходного вектора  $\hat{\beta}^A = [\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, ..., \hat{\beta}_{n_1}]$ , т. е.  $\beta^* = [\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, ..., \hat{\beta}_{r^*}]$ . При этом искомый вектор управления  $u^*$  имеет следующий вид:

$$u^* = [A, B, \beta^*] = [1, 2, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, ..., \hat{\beta}_{r^*}].$$

Изложенную выше схему решения задачи управления можно использовать и для случаев, когда функционирование объекта характеризуется ситуацией 2 и ситуацией 3. Рассмотрим особенности построения алгоритмов

функционирования цифрового регулятора для этих случаев.

Пусть в объекте управления наблюдается ситуация 2. Без потери общности предположим, что ошибки управления  $e_1 > 0$ ,  $e_2 > 0$  и  $e_3 < 0$ . При этом условие (4) запишется в виде

$$e_1 + e_2 = |e_3|$$
.

В этом случае необходимо осуществить два переключения вида  $A \to C$  и  $B \to C$ . Следовательно, из базы данных АСКУЭ будем формировать два вектора исходных данных:

$$I^A = [I_1^A, I_2^A, \dots, I_{m_1}^A], I^B = [I_1^B, I_2^B, \dots, I_{m_2}^B],$$

и два вектора для их координат:

$$\beta^{A} = [\beta_{1}^{A}, \beta_{2}^{A}, \dots, \beta_{m_{1}}^{A}], \, \beta^{B} = [\beta_{1}^{B}, \beta_{2}^{B}, \dots, \beta_{m_{2}}^{B}],$$

где  $m_1$ ,  $m_2$  — размерности соответствующих векторов.

Далее осуществляется сортировка элементов векторов  $I^A$  и  $I^B$  аналогично предыдущему случаю, т. е. формируются новые векторы  $\hat{I}^A$  и  $\hat{I}^B$ , элементы которых расположены в возрастающем порядке:

$$\hat{I}^{A} = [\hat{I}_{1}^{A}, \hat{I}_{2}^{A}, \dots, \hat{I}_{m_{1}}^{A}], \hat{I}^{B} = [\hat{I}_{1}^{B}, \hat{I}_{2}^{B}, \dots, \hat{I}_{m_{2}}^{B}].$$

Теперь, как и ранее, вводятся подмножества  $R_2$  и  $R_3$  для индексов векторов  $\hat{\beta}^A$  и  $\hat{\beta}^B$  соответственно, т. е.  $R_2 = \{1, 2, ..., m_1\}$  и  $R_3 = \{1, 2, ..., m_2\}$ .

В соответствии с условием (4) уровни рассогласований  $\rho_2^*$  и  $\rho_3^*$  для токов переключаемых фаз A и B зададим следующим образом:

$$\rho_2^* = e_1, \, \rho_3^* = e_2.$$

Теперь в целях нахождения искомых координат нагрузок абонентов сети необходимо осуществить два вида переключений:  $A \to C$  и  $B \to C$ . При этом формируются следующие две критериальные функции:

$$F_2(q_2) = |S_2(q_2) - \rho_2^*|, F_3(q_3) = |S_3(q_3) - \rho_3^*|,$$

где  $q_2$ ,  $q_3$  — подмножества, составленные из элементов векторов  $\hat{I}^A$  и  $\hat{I}^B$  соответственно, т. е.  $q_2 \in Q_A$ ,  $q_3 \in Q_B$ . При этом функции  $S_2(q_2)$ 

и  $S_3(q_3)$  определяются с использованием компонентов векторов  $\hat{I}^A$  и  $\hat{I}^B$  аналогично предыдущему случаю (ситуация 1) по схеме формулы (7):

$$S_2(q_2) = S_2(\lambda) = \sum_{l=1}^{\lambda} \hat{I}_l^A,$$
  
$$S_3(q_3) = S_3(\theta) = \sum_{\gamma=1}^{\theta} \hat{I}_{\gamma}^B.$$

Далее для отыскания искомых координат нагрузок, подключенных к фазам A и B, решаются две экстремальные задачи:

$$\min_{\lambda \in R_2} F_2(\lambda) = F_2(\lambda^*), \tag{9}$$

$$\min_{\theta \in R_3} F_3(\theta) = F_3(\theta^*), \tag{10}$$

где  $\lambda^*$  и  $\theta^*$  — оптимальное число действующих токов нагрузок абонентов фаз A и B соответственно.

Для решения задач (9) и (10) используется изложенный выше алгоритм минимизации критериальной функции  $F_1(q_1)$ . Так как в расматриваемом случае необходимо осуществлять два вида переключения  $A \to C$  и  $B \to C$ , то в результате решения задач (9) и (10) получаем вектор управления  $u^* = [u_1, u_2]$ , где

$$u_1 = [A, C, \beta_1^*], u_2 = [B, C, \beta_2^*],$$

И

$$\beta_1^* = [\hat{\beta}_1^A, \hat{\beta}_2^A, ..., \hat{\beta}_{\lambda^*}^A], \beta_2^* = [\hat{\beta}_1^B, \hat{\beta}_2^B, ..., \hat{\beta}_{\theta^*}^B].$$

В случае, когда на объекте наблюдается ситуация 3 и, например, ошибки  $e_1 > 0$ ,  $e_2 < 0$ ,  $e_3 < 0$ , условие (4) принимает вид

$$e_1 = |e_2| + |e_3|$$
.

При этом необходимо осуществить переключения вида  $A \to B$  и  $A \to C$ . Следовательно, из множества  $Q_A$  формируются два вектора:

$$I^A = [I_1^A, I_1^A, \dots, I_{\eta_1}^A], \, \tilde{I}^A = [\tilde{I}_1^A, \tilde{I}_1^A, \dots, \tilde{I}_{\eta_2}^A],$$

а также векторы  $\beta^A$  и  $\tilde{\beta}^A$  соответственно для их координат. При этом векторы  $I^A$  и  $\tilde{I}^A$  должны

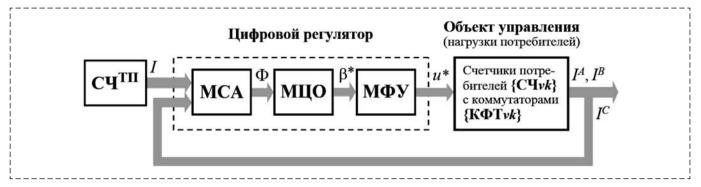


Рис.3. Структура цифровой САУ

Fig. 3. Structure of the digital automatic control system

иметь различные компоненты. Из компонентов этих векторов составляются множества  $Q_A$  и  $\tilde{Q}_A$  соответственно, которые при этом не пересекаются. Далее формируем подмножества  $q_4 \in Q_A$  и  $q_5 \in \tilde{Q}_A$ . На основе этих исходных данных для определения искомого вектора управления u используется изложенная выше вычислительная схема. Вначале путем сортировки компонентов векторов  $I^A$  и  $\tilde{I}^A$  формируются новые векторы  $\hat{I}^A$  и  $\tilde{I}^A$ , элементы которых располагаются в порядке возрастания.

Далее определяются критериальные функции  $F_4(q_4)$  и  $F_5(q_5)$ :

$$F_4(q_4) = \left| S_4(q_4) - \rho_4^* \right|, \, F_5(q_5) = \left| S_5(q_5) - \rho_5^* \right|,$$

где  $\rho_4^* = |e_2|$  и  $\rho_5^* = |e_3|$ , а функции  $S_4(q_4)$  и  $S_5(q_5)$  определяются аналогично предыдущим случаям. Как и предыдущих случаях, искомый вектор управления u определяется на основе минимизации критериальных функций  $F_4(q_4)$  и  $F_5(q_5)$ . При этом используется алгоритм решения экстремальной задачи (8).

Для того чтобы ограничить (минимизировать) число переключений электроприемников, целесообразно ввести некоторое условие, которое определяет требуемый режим работы РЭС. В частности, можно считать, что требуемый уровень симметричности (квазиоптимальности) трехфазной сети достигается, если выполняется следующее условие:

$$\sum_{k=1}^{3} |e_k(\xi)| \leq \delta,$$

где  $\delta$  — положительное число, определяющее максимально допустимый уровень суммарной ошибки управления в момент времени  $t = t_{\varepsilon}$ .

Определение структуры иифрового регулятора. Полученные результаты позволяют определить обобщенную структуру системы управления процессом симметрирования РЭС, которая показана на рис. 3, где компоненты векторов I,  $I^{A}$ ,  $I^{B}$ ,  $I^{C}$  с большой частотой измеряются головным счетчиком электроэнергии (Сч<sup>ТП</sup>) и группой счетчиков {Сч, к}, установленных у абонентов трехфазной сети, и подаются на вход цифрового регулятора. Его структура включает программные модули ситуационного анализа объекта (МСА), цифровой оптимизации (МЦО) и формирования вектора управления  $u^*(M\Phi Y)$ . МСА включает блок памяти (БП), в котором хранятся компоненты векторов  $I, I^A, I^B, I^C$ . Основная функция данного модуля — это идентификация структуры межфазных переключений, определаемой вектором  $\Phi = [\Phi_1, \Phi_2]$  на основе анализа знаков компонентов вектора ошибки управления  $e = [e_1, e_2, e_3]$ . МЦО обеспечивает выполнение следующих основных функций: формирование критериальных функций  $F_{\nu}(q_{\nu})$ ,  $\nu = \overline{1,5}$ ; решение экстремальных задач (8), (9) и (10). Формирование вектора управления  $u^*$  организация его передачи на объект осуществляется в МФУ.

Управляющий сигнал *и*\* передается по каналам связи на соответствующие счетчики электроэнергии, идентифицированные в блоке МЦО, и через их КФТ реализуются необходимые операции переключения нагрузок абонентов трехфазной сети. При этом по существу будет обеспечиваться квазиоптимальность режима работы РЭС. Построенную таким образом цифровую САУ можно рассматривать как систему с переменной структурой [20], так как при этом будет обеспечиваться адаптация трехфазной распредсети к условиям, которые возникают при неконтролируемых случайных изменениях ее

нагрузок путем автоматической самонастройки ее структуры в режиме реального времени. Техническая и программная реализация синтезированного цифрового регулятора осуществляется на основе микропроцессорного контроллера в составе концентратора данных АСКУЭ.

### Заключение

Большинство трехфазных РЭС из-за разбалансировки нагрузок и неравномерного их распределения по фазам функционируют в условиях несимметрии токов и напряжений. Фактор несимметрии приводит к повышенным потерям активной мощности в сетях и трансформаторных подстанциях, что значительно снижает технико-экономические показатели распределительных компаний. В то же время в современных АСКУЭ не решаются задачи оптимизации режимов работы распредсетей, связанные с управлением технических потерь электроэнергии и их минимизацией.

Предлагаются методические и алгоритмические основы построения цифровой системы управления процессом симметрирования РЭС в составе традиционной АСКУЭ. Основная идея при этом состоит в распределении потоков электроэнергии между фазами сети путем переключения ее абонентов с нагруженной фазы на менее нагруженную фазу. Для оценки качества процессов управления вводятся критериальные функции, характеризующие потери электроэнергии в РЭС. Предложены вычислительные схемы их формирования. Синтезированы алгоритмы функционирования цифрового регулятора системы управления, которые основаны на ситуационном анализе объекта и минимизации критериальных функций. Полученные результаты дают возможность совершенствовать традиционные АСКУЭ, относящиеся к классу информационно-измерительных систем, и построить более эффективные информационноуправляющие системы.

### Список литературы

- 1. **Якушев К. В.** Автоматизированная система коммерческого учета электроэнергии для розничного рынка // Информатизация и системы управления в промышленности. 2009. № 3(23). С. 9—13.
- 2. **El-Hawary M. E.** The Smart Grid—State-of-the-art and Future Trends // Electr. Power Compon. Syst. 2014. Vol. 42. P. 239—250.

- 3. **Kosoukhob F. D., Vasilev N. V., Filipov A. O.** Reducing loses from current unbalance and improving electric-energy quality in 0.38-Kv networks with municipal loads // Russian electrical engineering. 2014. Vol. 85, N. 6. P. 350—353.
- 4. **Оморов Т. Т.** Оценка влияния несимметрии токов и напряжений на потери электроэнергии в распределительной сети с использованием АСКУЭ // Электричество. 2017. № 9. С. 17—23.
- 5. **Czarnecki L. S., Bhattarai P. D.** Currents' physical components (CPC) in three-phase systems with asymmetrical voltage // Przegl@d Elektrotechniczny, 2015. N.6. P. 40—47. doi: 10.15199/48.2015.06.06.
- 6. **Пономаренко О. И., Холиддинов И. Х.** Влияние несимметричных режимов на потери мощности в электрических сетях распределенных систем электроснабжения // Энергетик. 2015. № 12. С. 6—8.
- 7. **Mahmoud K., Yorino N., Ahmed A.** Optimal Distributed Generation Allocation in Distribution Systems for Loss Minimization // IEEE Trans. Power Syst. 2016. Vol.31. P. 960—969.
- 8. **Арутюнян А. Г.** О расчете дополнительных потерь мощности в трехфазных четырехпроводных сетях // Электричество. 2015. № 10. С. 55-58.
- 9. Патент № 2548656 (РФ). В. В. Самокиш. Способ симметрирования фазных токов трехфазной четырехпроводной линии и устройство для его осуществления // Бюлл. № 11. 27.12.2013.
- 10. **Патент** № 2249286 (РФ). Г. А. Большанин. Способ автоматизированного активного контроля уровня несимметрии напряжений и токов // Бюлл. № 9. 27.03.2005.
- 11. **Патент** № 2490768 (РФ). И. В. Наумов, Д. А. Иванов, С. В. Подъячих, Гантулга Дамдинсурэн. Симметрирующее устройство для трехфазных сетей с нулевым проводом // Бюлл. № 23. 20.08.2013.
- 12. **Киселев М. Г., Лепанов М. Г.** Симметрирование токов в сетях электроснабжения силовым электрическим регулятором неактивной мощности // Электротехника. 2018. № 11. С. 63—70.
- 13. Omorov T. T., Takyrbashev B. K., Osmonova Ch. K. Synthesis of the managing director of the subsystem for optimization of the operating mode of the distributive electric network // Engineering Studies. 2016. No.3 P. 606—615.
- 14. **Оморов Т. Т.** Симметрирование распределенной электрической сети методом цифрового регулирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 3. С. 194—200.
- 15. Оморов Т. Т. Синтез цифрого регулятора для симметрирования распределительной электрической сети // Приборы и системы: Управление, контроль, диагностика. 2019. № 11. С. 51—56.
  - 16. **URL:** http://www.mir-omsk.ru/stuff/career/vacancies.
- 17. **Tanveer A.** Non-technical loss analysis and prevention using smart meters // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2017. Vol. 72. P. 573—589.
- 18. Демирчян К. С., Нейман Л. Р., Коровкин А. В. Теоретические основы электротехники. Т. 1. СПб.: Питер, 2009. 512 с.
- 19. **Аоки М.** Введение в методы оптимизации. М.: Наука, 1977. 334 с.
- 20. Емельянов С. И., Уткин В. И., Таран В. А. Теория систем с переменной структурой. М.: Наука, 1970. 592 с.

# Electricy Losses Management in Distribution Network as a Composition of Automated Meter Reading and Control System (AMRCS)

**T. T. Omorov,** Corresponding-Member of the NAS KR, Dr. Tech. Sc., Head of the Laboratory, omorovtt@mail.ru, **B. K. Takyrbashev,** Senior Researcher, b.takyrbashev@gmail.com,

T. D. Koibagrov, Postgraduate, koibagarov@bk.ru,

Institute of Mechanical Engineering, Automation of the NAS KR, Bishkek, 720071, Kyrgyz Republic

Corresponding author: Omorov T. T., Corresponding-Member of the NAS KR, Dr. Tech. Sc., Head of the Laboratory, Institute of Mechanical Engineering, Automation of the NAS KR, Bishkek, 720071, Kyrgyz Republic, e-mail: omorovtt@mail.ru.

Accepted on November 28, 2020

#### Abstract

The problem of electricity losses management in distribution electric networks (DEN) operating in conditions of asymmetry of currents and voltages is reviewed. As it is known, the asymmetry factor leads to significant losses of active power and, as a result, decreases the efficiency and technical and economic indicators of the DEN. The purpose of the control is to minimize technical energy losses in the distribution network based on the creation of an automatic control system (ACS) for the process of balancing a three-phase network in the composition of automated meter reading and control system (AMRCS). The latter are currently being widely implemented to automate information processes in DEN. However, AMRCS does not include in its composition technologies designed to solve the problem under review. A method is proposed for constructing a digital ACS controller, the main function of which is to maintain phase currents at the network input at a given level in real time. The concept of the method is based on the idea of the desired redistribution of electricity flows between the phases of the distribution network by appropriate switching of single-phase consumers (customers) so that the minimum spread of phase currents from their specified level is ensured. To achieve the goal of control, criterion functions are constructed that determine the qualitative indicators of the functioning of the ACS. Algorithms for the functioning of the digital controller and the formation of control actions on the subject have been developed. The latter are a digital code containing data on the coordinates of electricity meters of consumers of a three-phase network to be switched to another phase.

**Keywords:** three-phase distribution network, asymmetrical mode, electricity losses management, digital controller, algorithm management

For citation:

Omorov T. T., Takyrbashev B. K., Koibagrov T. D. Electricy Losses Management in Distribution Network as a Composition of Automated Meter Reading and Control System (AMRCS), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 4, pp. 191—199.

DOI: 10.17587/mau.22.191-199

### References

- 1. **Yakushev K. V.** Automat system of the commercial account of the electric power for the retail market Information and control systems in the industry, *Tht Young scientis*, 2009, no. 3 (23) (in Russian).
- 2. **El-Hawary M. E.** The Smart Grid—State-of-the-art and Future Trends. Electr. Power Compon. Syst. 2014, vol. 42, pp. 239—250.
- 3. **Kosoukhob F. D., Vasilev N. V., Filipov A. O.** Reducing loses from current unbalance and improving electric-energy quality in 0.38-Kv networks with municipal loads, *Russian electrical engineering*, Allerton Press, Inc. (New York), 2014, vol. 85, no. 6, pp. 350—353.
- Omorov T. T. Assessment of the influence of unbalance of currents and voltages on power losses in the distribution network using ASKUE, Electricity, 2017, no. 9, pp. 17—23 (in Russian).
   Czarnecki L. S., Bhattarai P. D. Currents' physical compo-
- 5. **Czarnecki L. S., Bhattarai P. D.** Currents' physical components (CPC) in three-phase systems with asymmetrical voltage, *Przegląd Elektrotechniczny*, 2015, no. 6, pp. 40—47, doi:10.15199/48.2015.06.06.
- 6. **Ponomarenko O. I., Holodinov I. H.** influence of asymmetrical modes on capacity losses in electric networks of the distributed systems of electrosupply, *Energetic*, 2015, no. 12, pp. 6—8 (in Russian).
- 7. **Mahmoud K., Yorino N., Ahmed A.** Optimal Distributed Generation Allocation in Distribution Systems for Loss Minimization, *IEEE Trans. Power Syst.*, 2016, vol. 31, pp. 960—969.
- 8. **Harutyunyan A. G.** On the calculation of additional power losses in three-phase four-wire networks, *Electricity*, 2015, no.10, pp. 55–58 (in Russian).
- 9. **Samokish V. V.** The patent № 2548656 (Russian Federations). Sposob of balancing of phase currents of a three-phase four-wire line and the device for its realization, *Biul*, no.11. 27.12.2013 (in Russian).

- 10. **Bolshanin G. A.** The patent № 2249286 (Russian Federations). A way of the automated active control of level of asymmetry of pressure and currents, *Biull*, no. 9. 27.03.2005.
- 11. **Naumov I. V., Ivanov D. A., Podjachih S. V.** The patent  $N_2$  2490768 (Russian Federations). The symmetrizing device for three-phase networks with a zero wire, *Biull*, no. 23. 20.08.2013 (in Russian).
- 12. **Kiselyov M. G., Lepanov M. G.** Simmetrirovanie of currents in electrosupply networks a power electric regulator of inactive capacity, *The Electrical engineer*, 2018, no. 11, pp. 63—70 (in Russian).
- 13. **Omorov T. T., Takyrbashev B. K., Osmonova Ch. K.** Synthesis of the managing director of the subsystem for optimization of the operating mode of the distributive electric network, *Engineering Studies*, 2016, no.3, pp. 606—615.
- 14. **Omorov T. T.** Balancing of the distributed electric network a method of digital regulation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 3, pp. 194—200 (in Russian).
- 15. **Omorov T. T.** Synthesis of a digital controller for balancing the distribution electrical network, *Instruments and systems*: *Management, control, diagnostics,* 2019, no. 11, pp. 51–56 (in Russian).
  - 16. **Available** at: http://www.mir-omsk.ru/stuff/career/vacancies.
- 17. **Tanveer A.** Non-technical loss analysis and prevention using smart meters, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2017, vol. 72, pp. 573—589.
- 18. **Demirchjan K. S., Nejman L. R., Korovkin A. V.** Theoretical of a basis electrical engineers. Vol. 1, SPb., Peter, 2009, 512 p. (in Russian).
- 19. **Aoki M.** Introduction to methods of optimization, Moscow, Science, 1977, 334 p. (in Russian).
- 20. **Emeljanov S. I., Utkin V. I., Taran V. A.** The theory of systems with variable structure. Moscow, Science, 1970, 592 p. (in Russian).

# РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

DOI: 10.17587/mau.22.200-207

P. S. Sorokoumov, petr.sorokoumov@gmail.com, NRC "Kurchatov Institute", Moscow, Russian Federation

Corresponding author: Sorokoumov Petr S., Research Engineering, NRC "Kurchatov Institute", Moscow, Russian Federation, e-mail:petr.sorokoumov@gmail.com

Accepted on January 12, 2021

### Formalization of Tasks for Robotic Manipulators: Review and Prospects

#### Abstract

This overview of the problems formulations for robotic manipulators at different abstraction levels can be used to find the causes of troubles with some types of control systems. For many variants of manipulators, for example, biomorphic ones, it is not yet possible to achieve the required quality and universality. Nevertheless these tasks are solvable, which is proved by the natural movement control systems of biological organisms. One of the reasons of the difficulties is the complexity of the formalization of motion control, which prevents the development of universal approaches. The existing formalizations were separated by functional level to facilitate analysis. The high-level problems (the division of complex motor tasks into stages) are successfully solved by general planners or logical inference procedures. The middle-level problems (the trajectory tracing according to an abstract motor task) are so far solved less efficiently. Some existing tools, as linguistic methods, can greatly facilitate solution, but require significant and very laborious formalization of conditions. Inverse problems of kinematics and dynamics, conjugation of trajectory sections and direct control of the manipulator motors with error handling are further stages of processing; the quality of known solutions is usually acceptable. Based on the data collected, it can be argued that the development of methods for solving medium-level problems, i.e. constructing the trajectory of the robot according to the description of the action, is the most important domain for the successful creation of new types of manipulator control systems.

Keywords: robotic arm, inverse kinematics problem, motion definition language

For citation:

**Sorokoumov P. S.** Formalization of Tasks for Robotic Manipulators: Review and Prospects, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2021, vol. 22, no. 4, pp. 200—207.

DOI: 10.17587/mau.22.200-207

УДК 004.896 DOI: 10.17587/mau.22.200-207

П. С. Сорокоумов, инженер-исследователь, petr.sorokoumov@gmail.com НИЦ "Курчатовский институт", Москва, Россия

## Формализация заданий для роботов-манипуляторов: обзор и перспективы развития

Выполнен обзор методов формализации задач управления роботами-манипуляторами, возникающих на разных уровнях представления. Для многих видов манипуляторов, например биоморфных, достичь нужного качества управления в сочетании с универсальностью пока не удается, хотя возникающие при этом задачи принципиально решаемы, что доказывается успешной работой систем контроля движения биологических организмов. Одной из причин затруднений является сложность формализации задач управления движением, поэтому целесообразно проанализировать наиболее распространенные подходы к постановке этих задач в целях поиска перспективных вариантов развития.

Анализ существующих методов решения проведен отдельно по каждому функциональному уровню. Наиболее высокоуровневая из рассматриваемых подзадач — разделение комплексных заданий на этапы — обычно успешно реализуется общими средствами декомпозиции сложных процессов, например методами планирования или логического вывода. Обработка подзадач среднего уровня представления — построение траектории по двигательному заданию — осуществляется пока менее эффективно. Показано, что имеющиеся средства, например лингвистические описания

движений, могут значительно облегчить работу с этим уровнем, но требуют значительной и трудоемкой формализации. Дальнейшие стадии обработки — решение обратных задач кинематики и динамики, сопряжение участков траекторий, а также непосредственное управление двигателями манипулятора с обработкой ошибок — решаются имеющимися средствами с приемлемым качеством.

Исходя из собранных данных можно утверждать, что развитие методов решения среднеуровневых задач, т.е. построение траектории движения манипулятора по описанию требуемого от него действия, является наиболее важным для успешного создания перспективных типов манипуляторов, способных двигаться точно и разнообразно.

Ключевые слова: робот-манипулятор, обратная задача кинематики, язык определения движений

### Introduction

Robotic manipulators are now widely used, and they usually work not in isolation, but as part of complex systems. Ideally, the formalization methods of motor tasks should be well suited for both the robot and the human (developer). For that they should combine rigor and unambiguity with simplicity of human perception, versatility, and ease of making changes. On practice these requirements are often too hard. Therefore often too primitive or, conversely, overcomplicated approaches are used. It is necessary to analyze the methods used at different stages of the process of setting tasks for the robot manipulator to find better approaches. The results of this review can be useful both for choosing methods of practical implementation of control systems and for planning further research. Since the successful operation of the manipulator requires the solution of a huge number of diverse tasks, it is necessary to consider their existing classifications and decompositions before the analysis..

## Hierarchical structure of the manipulator control task

The complex nature of the problem of manipulator control has long been known. So, in the classical work [1, p. 6—10] the following main stages are distinguished:

- 1. Solving the problems of kinematics and dynamics of the manipulator, i.e. a mathematical description of the geometry of its motion, forces and moments acting on it;
- 2. Tracing of trajectories and control of movement along them, that is, the use of knowledge about kinematics, robot dynamics and sensory information for smooth movement of the working tool in compliance with the restrictions;
- 3. Programming tasks for the manipulator as sequences of trajectories;
- 4. Setting tasks for the manipulator, in particular, the use of machine intelligence for this.

Other suggested hierarchies differ from the one given mostly only in fine details or naming of stages. For example, in [2] for a robot interacting with humans trajectory smoothing is considered as a separate processing stage in order to reduce the stress arising in people with sudden movements of the manipulator.

Decomposition of a manipulator control task into hierarchical levels is very important in practice. Often in new systems only some parts are created anew, while others are used ready-made [3]. The analysis of control systems, for example in security audits, is also often carried out separately at levels [4]. Below in this work some proposed methods for solving problems are described for each of the levels. Special attention paid to the using them as an interface tool for the developer of the system as a whole, allowing to choose the required behavior of each level. In practice, adjacent levels sometimes may merge; also if obvious errors are recognized, it is possible to repeat processing with new input data. At the end of the article, control systems that work on many stages are briefly described. Conclusions contain a summary of the review.

The gripping problem is not addressed in this work, because it is too complicated an a domain. In general an exact solution can not be found because of the difficulties in modeling of friction and deformations of a captured object [5] but there are approximate solutions for many practically important cases.

### Statement of problems of kinematics and dynamics

Quite often kinematic modeling of the manipulator uses the Denavit-Hartenberg representation. It connects the Cartesian coordinates of the links with the generalized coordinates that determine the position of the robot's degrees of freedom. To take into account the dynamics the Lagrange equation [1] can be used. The transition from Cartesian coordinates to generalized ones, or solving the inverse kinematics (IK) problem, can be performed by various methods. An exact solution of the IK problem exists for all manipulators with a small number of links (two or three) and for many models with up to six links. For

more complex systems the solution is usually found numerically. There are many rather full reviews of methods for solving inverse problems of kinematics and dynamics both in general and special cases [6, 7] and the conclusions generally coincide: the available methods most often solve IK problem quite well, difficulties are encountered mainly when working with dynamic effects and when interacting with obstacles in the environment. There is a large number of ready-made software tools for solving IK problem, including free and open source solutions, for example MoveIt! [8] or RoBoy [9]. The inverse problem of dynamics in practice is often solved by them also by adjusting the control signals transmitted to the manipulator according to the sensor data. Because of the mentioned difficulties in obstacle processing it is sometimes preferable do not solve the IK problem directly. In particular, to move the manipulator in a close environment, it was proposed to use neural networks [10,11] trained on a sample collected from its sequential positions when moving along permitted trajectories. This method is capable to some extent of ensuring the continuity of the solution of inverse problems, since the sample includes only examples from admissible (i.e., continuous) trajectories, but it is not possible to strictly guarantee the quality of solutions because of the uncertainties inherent in

Fig. 1. An example of neural network architecture of ENSO modules for a four-legged robot [12]: one module, connections between modules and a complete network

neural network approximations. Therefore, to ensure safety, the trajectories generated by such systems must be later checked for constraint compliance and continuity.

Another option for using a neural network approach for low-level control of multi-legged limbs is the ENSO (Evolution of Network Symmetry and mOdularity) architecture [12]. It was originally proposed to increase the reliability of adaptive control of multi-legged platforms [13]. Each limb in ENSO is controlled by a separate neural network module connected with the rest (Fig. 1). Initially, the synaptic coefficients of all modules are the same but during the learning process they receive random small deviations which are considered as symmetry violations. There are many ways to train such a network; the authors of the original work used a genetic algorithm, but it is possible to apply arbitrary methods of reinforcement learning.

The value of the ENSO approach is that the created system is able to learn purposeful movement, as experimentally confirmed by the authors of the original work. Stable synchronizations of movements of different degrees of freedom in an initially symmetric system can be obtained. This property can be useful for controlling manipulators with excessive degrees of freedom — for example, simulating human limbs.

It is obvious that the modern methods of this level are numerous and well developed, but for many applied problems direct interface to them by explicitly indicating the desired link position turns out to be too low-level and therefore undesirable. These methods are often used in interfaces indirectly.

### **Trajectory motion controls**

The most common concept of constructing a trajectory from segments of a set of simplest lines (straight lines or arcs) connecting points located on the trajectory. In this case, it is required to match the segments with the provision of acceptable smoothness of the overall curve; it, firstly, must be smooth to a certain order and, secondly, not include high-frequency vibrations. Implementations of this concept differ mainly in the properties of the resulting mates. It

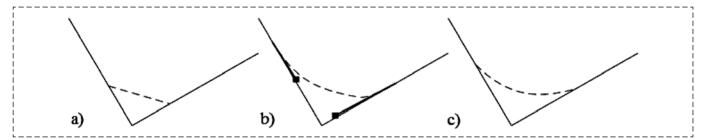


Fig. 2. Examples of geometric primitives used for conjugation of trajectory segments:

a — straight line; b — NURBs curve [16]; c — hyperbola [15]

was proposed to use various geometric primitives for conjugation, for example, quadratic optimization [14], conical sections [15], NURBs [16] (Fig. 2). The choice of a specific option is usually justified by solving some optimization problem or by the compliance with some restrictions on the smoothness of the trajectory.

One of the most common approaches to the conjugation problem is fuzzy logic [17,18]. It is especially often used when there are significant nonlinearities in the joint, for example, when there are flexible sections [19] or springs. At the same time, for a two-tier system the problem of fuzzy control is solved in a completely straightforward and accurate manner. There is even a simple hardware implementation [20]. This method does not work for systems with a large number of links.

There are also approaches that to a greater extent use the physical properties of the manipulator. For example, in [21] the energy consumption by motors leading to their heating minimized numerically.

Most of the proposed tools do not take into account the specific requirements for the manipulator associated with the need to hold objects. Among the exceptions are the trajectory tracing for working with flexible objects [22] and the construction of trajectories for two jointly acting manipulators for grabbing one rigid object [23].

To control and correct movements, various methods can be used. Their applicability depends on the feedback signals available on this manipulator and on the requirements for the temporal and spatial characteristics of regulation. Information for correction can be obtained from various types of encoders or from external sensor devices, like a video camera [24].

Motion control based on data on the real and desired position of the manipulator can be formalized as an optimization problem. When describing the dynamics of a robot using the Lagrange equation, it is possible to use any common types of control-

lers, for example, a PID controller or a controller based on a computable torque. In this case, the PID controller can be used directly with a non-linear model of the system; the controller for the calculated torque requires preliminary linearization. In [25] it is proposed to take into account the uncertainties of the parameters of the robot to correct the solution obtained by the controller of the computable moment using additional optimization. This process formalized as a differential game with a quadratic functional of quality; simulation showed that the robustness of the resulting system with respect to the uncertainties of the parameters of the robot's motors increased. Adaptive control (the change in controller parameters over time) was also extensively used [26, 27] but since this approach has problems with stability, its application to this area remained limited. The review shows that this problem has been studied very well, and the considered tools complement well the means for solving IK and ID problems. It is highly desirable to be able to explicitly describe the conjugations in individual but practically important cases as for fragile objects or near obstacles.

### Tools for constructing the trajectory of the manipulator

This stage is not always implemented in practice: if the number of different required trajectories is small (as in many industrial manipulators designed to perform a small number of operations), then the trajectory is often set simply by a list of points. This list is formed either analytically or by holding the manipulator along the desired path in manual or weakly automated mode. If these capabilities are not enough, then more complex tools are used, for example, planning. One of the classical approaches is to create a finite connected graph that covers the state space of the manipulator (Fig. 3). Graph nodes correspond to admissible states, and an edge between a pair of neighboring nodes is drawn only if the transition between the

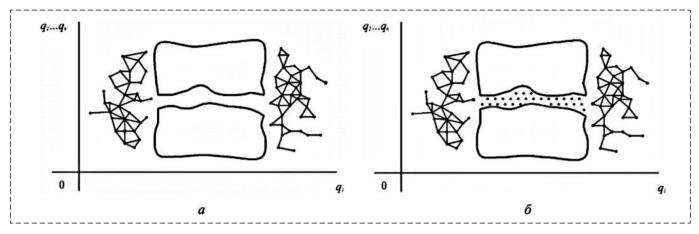


Fig. 3. Discretization of the working space of the robot manipulator by the combined method [28]:

a — random filling of large free areas with points with a partition into polyhedra; b — the addition of discretization with points of a narrow zone located at the nodes of a regular lattice

corresponding states is safe for the given robot, i.e. does not lead to a collision with obstacles, other links of this manipulator, or to the parameters exceeding the permissible limits. If the geometry of the feasible regions is fully known then methods of optimal space partitioning can be applied, for example, by constructing a Voronoi diagram. In practice, these conditions are often not met; therefore, non-optimal partitions by regular lattices or their hybrid with a stochastic approach can be used [28]. On the graph obtained by any of the indicated methods, the problem of finding the shortest path from the initial state to the desired one is solved; the final plan becomes the required trajectory of movement.

In addition to those described, there were also proposed tracing tools that are more often used in other branches of robotics as the presentation of targets as sinks, and obstacles as sources of potential fields [29]. Many ready-made implementations of scheduling methods are contained, for example, in the MoveIt! [8] package.

Another option for constructing a trajectory, which makes it possible to more fully take into account the capabilities of specific robots, is described by linguistic models of permissible movements. Thus, methods were proposed based on the language of defining movements [30—32] or (as their development) on the technology of modular movements [33]. The language for describing movements is a formal language according to Chomsky, described by context-free grammar. The symbols of this language are sets of actions on the controlled system at a given time. The language interpreter program plays the role of an intermediary between the discrete language description of the system's actions and continuous signals

to executable devices. In other words, the control process is described as the execution of a sequence of control actions that are symbols of a certain "alphabet". At each moment of time only one symbol is executed. Complex movements are described with character strings. A formal language called motion definition language (MDL) can be constructed from the valid sets of strings. These publications and subsequent works of the authors describe numerous examples of applications of this approach both to manipulations and to other control problems.

The advantages of this model include the versatility of presentation and ease of implementation on a particular selected system. Individual parts of the trajectories in the state space are represented by separate small changes of several degrees of freedom at once. They are combined according to the laws fixed in the formal grammar, forming integral movements. In some cases, it is possible to reduce such systems to finite state machines [34]. Character sets can be quite small, making it easier to work with. The disadvantages of this approach include the need for manual assignment of grammar for a specific task, because it is very difficult to automatically generate adequate inference rules for characters described in such a form. Translating characters from representing one manipulator to another is also nontrivial.

In [35] another linguistic representation of the tasks of manipulating objects is proposed. It is a set of diverse actions, consisting of functions, each of which determines its trajectory from the initial to the final state. In this case, the domain of each action is not all possible states of the robot, but only those obeying some known a priori formal constraints. For

example, the following five primitives are used as a set of heterogeneous actions suitable for describing typical manipulation tasks for a mobile manipulator:

- transit, i.e. movement of the robot without load;
- rigid transfer, i.e. moving with the held object;
- pushing an object with a closed manipulator;
- approach / retreat of the manipulator in open view for gripping or releasing an object;
- picking up an object lying on the floor.

Further, if the trajectory is considered as a function that transfers the robot from the initial state to the final state, then the problem of path tracing can be posed, and each stage of the path will correspond to one of the actions. For a known robot and for each of the primitives of this method (DAMA – diverse action manipulation algorithm) the domain and the tracing method can be defined, i.e. they are in principle determined. However, in these calculations, in addition to the parameters of robots, it is inevitable to take into account the properties of manipulated objects. This concept is limited, for example, by the fact that a plate lying on the floor will be captured by the pickup action, and the one standing on the table — by approach action; perhaps the pickup action was introduced due to the difficulties in solving this particular problem by the more common action. Although, in general, this method is of great interest, its applicability is therefore limited.

The paper [36] also proposes a joint use of the DAMA method for motion decomposition and the ENSO architecture for training a control system. The set of primitives differs from that described in the original work [35], which again shows the limitations of the approach to dividing motion into components in DAMA. Nevertheless, the final simulated system was able to successfully learn how to solve manipulation problems, although exact information about stability is not given.

Some types of linguistic models use simpler abstractions to describe the motor tasks — the description of the trajectories of movement of manipulation objects in the form of alphabet characters [37]; the movement of the robot outside the contact with the controlled system is not described. This allows the developer to focus on the most important aspects of manipulation, providing solutions to auxiliary problems at the lower hierarchical levels. However, taking into account in such systems the desired orientation of the robots' grippers, as well as the synchronization of movements between several simultaneously operating manipulators, is very complicated, requiring the use of poorly developed formalisms, for example, parallel grammars.

In some particularly critical cases (for example, in the maintenance systems of nuclear power plants), approaches are used that leave the choice of trajectories for most free motions to the operator [38]. In this case, only individual fine manipulation operations are subject to automation, the commands for starting which are also given by the operator. In general, we can say that the means of this level are very developed and have significant potential, but of all the possible options, as a rule, only planning methods in the state space are widely used. The reason for this, apparently, can be considered the significant requirements for the formalization of the description of movements characteristic of linguistic models, which lead to complex models with difficult to measure, often unstable parameters.

### Methods of manipulation decomposition

In general, the methods used to solve this stage of the problem do not differ from the tools for decomposing complex problems used in any section of artificial intelligence. Rule-based systems, expert systems, planning and other formalisms can be applied. A detailed review of training methods for robotic manipulators using the listed and other approaches is given in [39].

Manipulation problems are classic examples for demonstrating inference from its inception. Given an accurate and complete description of the situation, this approach is still the most visual and computationally simple. The initial state of the manipulator and the environment is represented in it by a set of true statements; permissible state changes by the rules for forming new true statements from the existing ones. Recently, approaches have been actively developed that allow working with factors that are difficult to take into account in the classical formulation of the problem. For example, the dynamic nature of the environment can be taken into account using the means of fuzzy logic [40] for which the authors use the description of the problem in the specialized FLOPER language [41]. To take into account possible changes in the environment, facts are placed in the so-called lattice — a special algebraic not completely ordered structure that allows the simultaneous presence of mutually exclusive facts in the knowledge system.

The depth-first search from the initial state is another approach to the planning that builds the trajectory of movement explicitly. The set of actions permissible for the manipulator can be ini-

### Summary of the survey

Method	Hierarchical level	Features	Examples
Classical IK and ID problems	1	Well developed and used frequently, but there may be problems with continuity of solutions in complex environments with many obstacles	[8]
ENSO and other neural network approaches	1	Able to learn complex movements, including synchronous, but poorly interpreted	[12]
Regulatory control of trajectory passing	1—2	Applicability strongly depends on the operating conditions of the system, requires careful testing	[45]
Planning on covering graphs	2	Well-known and frequently used method that poorly adapts to the particular manipulator	[28]
Motion Definition Language (MDL)	2—3	It takes into account the specifics of a particular manipulator well, but requires significant formalization of the task and is not universal	[30—32]
Diverse action manipulation algorithm (DAMA)	2—3	Similar to the previous	[35]
Logic systems, incl. rule-based	3	Decisions are easy to interpret	[41]
Copying movements	2	Universal approach, easy to prototype, but requires operator control	[43]
Playing back recorded movements	2	Universal approach, easy to prototype, but not adapted to changing conditions	[44]

tially specified as a finite list (for example, a set of DAMA primitives) to facilitate interpretation.

Simpler solutions are also used, for example, simulating the states of the robot using an explicitly defined finite automaton, while the transition between states is carried out after performing the movements with the receipt of confirmation of the successful manipulation from the operator [42]. In general, the tools used at this stage have no specific features in comparison with those used for similar tasks (for example, planning) in other subject areas.

## Manipulator control without explicit hierarchical levels

Simpler and straightforward but widely used in practice methods fall into this category. These are various kinds of copying controllers for humanoid robots whose task is to repeat the reference movements of a person. They can be used for complete copying of human movements if the robot's limb is arranged similarly to a human. Reproducing the movements of only some parts of the hand, for example, the hand [43] is also possible.

There are also systems that reproduce recorded forced movements (movement players). Their applicability is limited due to the need to constantly monitor the operating conditions of the manipulator. When these conditions are violated its behavior becomes unpredictable. These methods are often applied if it is too difficult to formally describe the problem or in especially critical systems that require

an operator for safety, for example, in the space [44] and nuclear [38] industries.

### **Conclusion**

From the review, we can conclude that a very large arsenal of tools has been accumulated for all the main manipulation problems. The main findings of the review are summarized in Table.

An analysis of the survey results shows that the areas of application of different approaches and the problems they solve differ significantly. For complete automation of manipulation, common software packages have ready-made tools of all levels. From the development prospects the linguistic approaches (MDL and DAMA) are of great interest, since they provide an interpretable formal connection between high-level tasks (level 3) and direct control (level 1) by specifying a formal language for the operator. At the same time, higher-level and lower-level problems of automatic control are acceptable to existing off-the-shelf systems. This makes further research of linguistic models of manipulator control problems very promising.

### References

- 1. **Fu K. S., Gonzalez R. C., Lee C. S. G.** Robotics: control, sensing, vision, and intelligence, New York, McGraw-Hill, 1987.
- 2. **Zhao R.** Trajectory planning and control for robot manipulations, Toulouse III, Université Paul Sabatier, 2015.
- 3. **Krechetov I. V., Poselsky I. A.** The manipulator tasks planning and robotic sorting facility management, *The Concepts of*

- sustainable development of science in modern conditions. Articles of the International Scientific and Practical Conference, 2018, pp. 162–173.
- 4. **Kartashev V. A.** et al. Problems of manipulation robot control to ensure the movements safety, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 1, pp. 24—28.
- 5. **Monkman G. J.** et al. Introduction to Prehension Technology. Robot Grippers, Wiley-VCH, 2006, pp. 1—17.
- 6. **Aristidou A.** et al. Inverse Kinematics Techniques in Computer Graphics: A Survey, *Comput. Graph. Forum*, John Wiley & Sons, Ltd, 2018, vol. 37, no. 6, pp. 35—58.
- 7. **Chan Y. P.** et al. A Survey on Inverse Dynamics Solvers for Cable-Driven Parallel Robots, *Australasian Conference on Robotics and Automation*. ACRA, 2017.
- 8. **Coleman D.** et al. Reducing the Barrier to Entry of Complex Robotic Software: a MoveIt! Case Study, arXiv e-prints, 2014, pp. arXiv:1404.3785.
- 9. **D'Souza A., Vijayakumar S., Schaal S.** Learning inverse kinematics, *Proceedings 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Expanding the Societal Role of Robotics*, Maui, HI, 2001, vol. 1, pp. 298—303.
- 10. **Voinov I. V.** et al. Control system for a robotic manipulator using neural network algorithms for limiting the working area of the gripper, *Bulletin of the South Ural State University. Series: Computer technologies, control, electronics*, 2017, vol. 17, no. 4, pp. 29—36.
- 11. **Smirnov P. A., Yakovlev R. N.** Solution of direct and inverse problems of kinematics in the positioning system of manipulator links, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 12, pp. 732—739.
- 12. **Valsalam V. K.** et al. Constructing Controllers for Physical Multilegged Robots using the ENSO Neuroevolution Approach, *Evol. Intell.*, 2012, vol. 5, no. 1, pp. 1–12.
- 13. Valsalam V., Miikkulainen R. Evolving symmetric and modular neural networks for distributed control, *Proceedings of the 11th Annual Genetic and Evolutionary Computation Conference, GECCO-200*, 2009, pp. 731–738.
- 14. **Rossi R.** et al. Trajectory Generation for Unmanned Aerial Manipulators Through Quadratic Programming, *IEEE Robot. Autom. Lett.*, 2017, vol. 2, no. 2, pp. 389—396.
- 15. **Dijk N. J. M. Van.** Generic trajectory generation for industrial manipulators, Eindhoven University of Technology, 2006.
- 16. **Steuben J., Steele J., Turner C.** NURBs for Robot Manipulator Trajectory Generation, *Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference*, 2011, vol. 6.
- 17. Yi S. Y., Chung M. J. A robust fuzzy logic controller for robot manipulators with uncertainties, *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern.* Part B, 1997, vol. 27, no. 4, pp. 706—713.
- 18. **López M., Arteaga-Pérez M.** Fuzzy Logic Control of a Robot Manipulator in 3D Based on Visual Servoing, *IFAC Proc.*, 2011, vol. 18.
- 19. **Rostami Kandroodi M.** et al. Control of Flexible Joint Manipulator via Reduced Rule-Based Fuzzy Control with Experimental Validation, *Int. Sch. Res. Netw. ISRN Artif. Intell. Artic. ID*, 2012, vol. 309687.
- 20. **Banerjee S., Woo P. Y.** Fuzzy logic control of robot manipulator, *Proceedings of IEEE International Conference on Control and Applications*, 1993, pp. 87—88 vol. 1.
- 21. **Guilbert M., Wieber P., Joly L.** Optimal Trajectory Generation for Manipulator Robots under Thermal Constraints, *IEEE-RSJ International Conference on Intelligent Robots & Systems*, Beijing, 2006.
- 22. **Nakamura Y., Igarashi H.** Manipulator trajectory generation for flexible object handling, *2008 10th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control*, 2008, pp. 143—148.
- 23. Pajak I. Real-Time Trajectory Generation Methods for Cooperating Mobile Manipulators Subject to State and Control

- Constraints, J. Intell. Robot. Syst. Theory Appl. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2019, vol. 93, no. 3—4, pp. 649—668.
- 24. **López M., Pérez M., Leite A.** Modelado de Sistemas de Visión en 2D y 3D, *un Enfoque Hacia el Control de Robots Manipuladores*, 2013, vol. 17, pp. 12—21.
- 25. **Gurko A. G., Yanchevsky I. V.** Guaranteed motion control of a manipulative robot // Radioelectronics, Informatics, Control. 2014. № 2. P. 174—181.
- 26. **Slotine J.-J. E., Li Weiping.** Adaptive manipulator control: A case study, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1988, vol. 33, no. 11, pp. 995—1003.
- 27. Slotine J.-J. E., Li W. Applied Nonlinear Control. Prentice-Hall. 1991.
- 28. **Kozhevnikov M. M.** et al. Synthesis of trajectories for assembly and welding robots-manipulators in a working environment with obstacles, *Robotics and mechatronics*, 2015, vol. 3 (13), pp. 36—42.
- 29. **Tsuji T., Morasso P. G., Kaneko M.** Trajectory generation for manipulators based on artificial potential field approach with adjustable temporal behavior, *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IROS '96*, 1996, vol. 2, pp. 438—443 vol. 2.
- 30. **Brockett R. W.** Hybrid Models for Motion Control Systems BT Essays on Control: Perspectives in the Theory and its Applications / ed. Trentelman H. L., Willems J. C. Boston, MA, Birkhäuser Boston, 1993, pp. 29—53.
- 31. **Brockett R.** Language driven hybrid systems, *Proceedings of 1994 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, 1994, vol. 4, pp. 4210—4214.
- 32. **Liu Z.** et al. Motion Description Language for Trajectory Generation of a Robot Manipulator, 2017.
- 33. **Liu Z.** et al. A New Type of Industrial Robot Trajectory Generation Component Based on Motion Modularity Technology, *J. Robot.* 2020, vol. 2020.
- 34. **Gennaro S. D. I.** et al. Reduction of timed hybrid systems, *Discret. Event Dyn. Syst. Theory Appl.*, 1998, vol. 8, no. 4, pp. 343—351.
- 35. **Barry J. L.** Manipulation with Diverse Actions, Massachusetts Institute of Technology, 2013, 201 p.
- 36. **Engel E. A.** Method of intelligent computing for configuration management of a mobile robot, *Bulletin of NEFU*, 2015, vol. 3 (47), pp. 127—137.
- 37. **Sorokoumov P. S.** The fuzzy language models for synchronizing the multi-limbic manipulator movements, *IX International Scientific and Practical Conference "Integrated models and soft computing in artificial intelligence"*, Kolomna, 2019.
- 38. **Kuvshinnikov V. S., Kovshov E. E.** The use of a neural map for auxiliary control of a portal manipulator, *Cloud Sci.*, 2018, vol. 5, no. 2, pp. 310—324.
- 39. **Kroemer O., Niekum S., Konidaris G.** A Review of Robot Learning for Manipulation: Challenges, Representations, and Algorithms, *ArXiv*, 2019, vol. abs/1907.0.
- 40. **Morcillo P.** et al. Declarative Traces into Fuzzy Computed Answers, 2011, 170—185 p.
- 41. **Medina J., Ojeda-Aciego M., Vojtáš P.** Multi-Adjoint Logic Programming with Continuous Semantics, *Lecture Notes in Computer Science*, 2001, vol. 2173, pp. 351—364.
- 42. **Shuai I., Yushchenko A. S.** Dialogue control system of a robot based on the theory of finite automata, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 11. pp. 686–695.
- 43. **Kofman J.** et al. Teleoperation of a robot manipulator from 3D human hand-arm motion, *Optomechatronic Syst.*, IV, 2003, vol. 5264, pp. 257.
- 44. **da Fonseca I., Pontuschka M., Lima G.** Kinematics for Spacecraft-Type Robotic Manipulators. 2019.
- 45. **Siciliano B., Khatib O.** ed. Springer Handbook of Robotics, Berlin, Heidelberg, Springer Berlin Heidelberg, 2008.

**И. П. Попов,** ст. преподаватель, e-mail: ip.popow@yandex.ru, Курганский государственный университет, г. Курган

## Источники гармонических силы и скорости в мехатронных автоматических системах

Для исследования резонансных и околорезонансных явлений использован символический (комплексный) метод, позволяющий существенно повысить продуктивность, упростить и формализовать математические преобразования. Рассмотрены параллельное и последовательное соединения элементов механической системы с источником гармонической силы, либо источником гармонической скорости в качестве источника внешнего механического гармонического воздействия. Аналитические описания резонанса в курсах теоретической механики соответствуют параллельному соединению. Существуют устройства, в удовлетворительном приближении способные выполнять функции источников гармонической силы и источников гармонической скорости. Источником гармонической скорости может выступать привод с кривошипно-кулисным механизмом и маховиком с большим моментом инерции. Источником гармонической силы может выступать шток пневмоцилиндра, полость которого сообщается с полостью другого пневмоцилиндра, диаметр которого неизмеримо выше, чем у первого, а поршень совершает гармонические колебания. Механические гармонические воздействия, описываемые в курсах теоретической механики, соответствуют источнику гармонической силы. Описаны четыре режима — резонансы и антирезонансы сил и скоростей. Использование символического (комплексного) метода существенно упростило исследование резонансных и околорезонансных явлений, в частности, позволило глубоко унифицировать и формализовать рассмотрение различных механических систем. Громоздкие и трудоемкие операции, связанные с составлением и решением дифференциальных уравнений, заменены простыми алгебраическими преобразованиями. В основе метода лежит механический аналог закона Ома в комплексном представлении и понятие о механических реактансе, резистансе, импедансе, сассептансе, кондактансе и адмитансе. Классическое рассмотрение доставляет одну амплитудно-частотную характеристику, символический (комплексный) метод — восемь при значительно большем числе характерных точек и характерных отношений. Определены резонанс и антирезонанс сил, резонанс и антирезонанс скоростей. Резонансы возникают при сочетаниях параллельного соединения элементов и источника гармонической силы, либо последовательного соединения элементов и источника гармонической скорости. Антирезонансы возникают при сочетаниях параллельного соединения элементов и источника гармонической скорости, либо последовательного соединения элементов и источника гармонической силы.

Ключевые слова: реактанс, резистанс, импеданс, сассептанс, кондактанс, адмитанс

### Введение

Режимы вынужденных колебаний достаточно широко распространены в мехатронных системах [1—3]. Поэтому корректный учет резонансных и околорезонансных явлений представляет собой актуальную задачу.

Кроме того, одним из наиболее употребительных режимов, используемых для оценки точности систем автоматического регулирования, является движение по гармоническому закону. При этом для механических систем задающим воздействием может быть как синусоидальная сила, так и синусоидальная скорость, что предполагает использование, соответственно, источников силы и источников скорости.

В установившемся режиме при гармонических воздействиях удобно использовать комплексное представление величин [4, 5]. При этом символический (комплексный) метод существенно упрощает исследование резонансных и околорезонансных явлений [6—13]. В отличие от классического метода здесь не

возникает необходимость в составлении и решении дифференциальных уравнений.

По аналогии с электротехникой гармоническую величину можно представить в виде

$$a = A \sin(\omega t + \varphi) = \text{Im}[Ae^{i(\omega t + \varphi)}],$$

где  $A\mathbf{e}^{i(\omega t + \phi)}$  — вращающийся в комплексной плоскости вектор,  $\omega$  — циклическая частота,  $\phi$  — начальная фаза.

Векторы в комплексной плоскости принято изображать для нулевого момента времени. При этом величина  $A\mathbf{e}^{i(\omega 0+\phi)}=A\mathbf{e}^{i\phi}=\dot{A}$  называется комплексной амплитудой.

В основе исследования механических систем лежит дуально-инверсный аналог закона Ома для участка электрической цепи

$$\dot{V} = \frac{\dot{F}}{z} = \dot{F}\underline{y},\tag{1}$$

где  $\dot{V}$  и  $\dot{F}$  — комплексные амплитуды скорости и силы;  $\underline{z}$  и y — механические импеданс

(impedance) и адмитанс (admittance) в комплексном представлении [4, 5].

Над комплексными величинами, не являющимися изображениями синусоиды, точка не ставится, такие величины подчеркиваются.

Далее рассматриваются параллельное (рис. 1) и последовательное (рис. 2) соединения элементов механической системы [14].

Аналитические описания резонанса в курсах теоретической механики соответствуют параллельному соединению.

Источниками внешнего механического гармонического воздействия на систему выступают либо источник силы, либо источник скорости [14].

Существуют устройства, в удовлетворительном приближении способные выполнять функции источников силы и источников скорости. Источником гармонической скорости может выступать привод с кривошипно-кулисным механизмом и маховиком с большим моментом инерции. Источником гармонической силы может выступать шток пневмоцилиндра, полость которого сообщается с полостью другого пневмоцилиндра, диаметр которого неизмеримо выше, чем у первого, а поршень совершает гармонические колебания [14].

Источник силы характеризуется комплексной амплитудой силы

$$\dot{F} = F \mathbf{e}^{i0}. \tag{2}$$

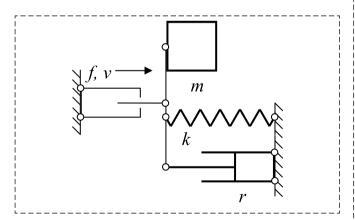


Рис. 1. Параллельное соединение

Fig. 1. Parallel connection

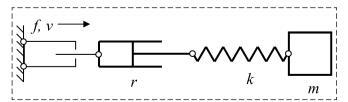


Рис. 2. Последовательное соединение

Fig. 2. Serial connection

Источник скорости характеризуется комплексной амплитудой скорости

$$\dot{V} = V \mathbf{e}^{i0}. \tag{3}$$

Механические гармонические воздействия, описываемые в курсах теоретической механики, соответствуют источнику силы.

Параллельное соединение характеризуется следующими величинами [4, 5]:

• инертный реактанс (reactance)

$$\underline{x}_m = \omega m \mathbf{e}^{i\pi/2} = x_m \mathbf{e}^{i\pi/2}; \tag{4}$$

• упругий реактанс

$$\underline{x}_k = \frac{k}{\omega} \mathbf{e}^{-i\pi/2} = x_k \mathbf{e}^{-i\pi/2}; \tag{5}$$

• механический резистанс (resistance)

$$r = r\mathbf{e}^{i0} = r,$$

где r — коэффициент вязкого сопротивления;

• механический импеданс

$$z = Z\mathbf{e}^{i\varphi},\tag{6}$$

где 
$$Z = \sqrt{r^2 + (x_m - x_k)^2}$$
,  $\varphi = \arctan \frac{x_m - x_k}{r}$ .

Последовательное соединение характеризуется следующими величинами [4, 5]:

• инертный сассептанс (susceptance)

$$\underline{b}_m = \frac{1}{\omega m} \mathbf{e}^{-i\pi/2} = b_m \mathbf{e}^{-i\pi/2}; \tag{7}$$

• упругий сассептанс

$$\underline{b}_k = \frac{\omega}{k} \mathbf{e}^{i\pi/2} = b_k \mathbf{e}^{i\pi/2}; \tag{8}$$

• механический кондактанс (conductance)

$$g=g\mathbf{e}^{i0}=g.$$

Для элемента (инертного, упругого, резистивного), рассматриваемого вне связи с другими механическими элементами,  $\underline{b}_m = 1/\underline{x}_m$ ,  $\underline{b}_k = 1/\underline{x}_k$ ,  $\underline{g} = 1/\underline{r}$ . В системе, включающей несколько элементов, соотношения иные [4];

• механический адмитанс

$$\underline{y} = Y \mathbf{e}^{i\varphi}, \tag{9}$$

где 
$$Y = \sqrt{g^2 + (b_k - b_m)^2}$$
,  $\phi = \arctan \frac{b_k - b_m}{g}$ .

### 1. Параллельное соединение и источник силы. Резонанс сил

Комплексная амплитуда скорости (см. (1))

$$\dot{V} = \frac{\dot{F}}{z} = \frac{F}{z} \mathbf{e}^{-i\varphi} = V \mathbf{e}^{-i\varphi}.$$
 (10)

Комплексная амплитуда инертной силы

$$\dot{F}_m = \underline{x}_m \dot{V} = x_m V \mathbf{e}^{i(\pi/2 - \varphi)} = F_m \mathbf{e}^{i(\pi/2 - \varphi)}. \tag{11}$$

Комплексная амплитуда упругой силы

$$\dot{F}_{k} = x_{k}\dot{V} = x_{k}V\mathbf{e}^{-i(\pi/2+\varphi)} = F_{k}\mathbf{e}^{-i(\pi/2+\varphi)}.$$
 (12)

Комплексная амплитуда резистивной силы

$$\dot{F}_r = \underline{r}\dot{V} = rV\mathbf{e}^{-i\varphi} = F_r\mathbf{e}^{-i\varphi}.$$
 (13)

Разумеется,

$$\dot{F}_m + \dot{F}_k + \dot{F}_r = \dot{F}. \tag{14}$$

Из закона Гука, соотношений (12) и (5) следует выражение для комплексной амплитуды отклонения:

$$\dot{X} = \frac{\dot{F}_k}{k} = \frac{x_k V \mathbf{e}^{-i(\pi/2 + \varphi)}}{k} = \frac{k V \mathbf{e}^{-i(\pi/2 + \varphi)}}{\omega k} = \frac{V}{\omega k} \mathbf{e}^{-i(\pi/2 + \varphi)} = X \mathbf{e}^{-i(\pi/2 + \varphi)}.$$
(15)

Из второго закона Ньютона, соотношений (11) и (4) следует выражение для комплексной амплитуды ускорения:

$$\dot{A} = \frac{\dot{F}_m}{m} = \frac{x_m V \mathbf{e}^{i(\pi/2 - \phi)}}{m} = \frac{\omega m V \mathbf{e}^{i(\pi/2 - \phi)}}{m} = 0$$

$$= \omega V \mathbf{e}^{i(\pi/2 - \phi)} = A \mathbf{e}^{i(\pi/2 - \phi)}$$
(16)

Разумеется,  $A = \omega V = \omega^2 X$ .

Из соотношений (10)—(16) и (4)—(6) следуют выражения для амплитудно-частотных характеристик

$$F_{k}(\omega) = \frac{kF}{\omega\sqrt{r^{2} + (\omega m - k/\omega)^{2}}},$$

$$X(\omega) = \frac{F}{\omega\sqrt{r^{2} + (\omega m - k/\omega)^{2}}},$$

$$F_{r}(\omega) = \frac{rF}{\sqrt{r^{2} + (\omega m - k/\omega)^{2}}},$$

$$V(\omega) = \frac{F}{\sqrt{r^{2} + (\omega m - k/\omega)^{2}}},$$
(17)

$$F_{m}(\omega) = \frac{\omega mF}{\sqrt{r^{2} + (\omega m - k/\omega)^{2}}},$$

$$A(\omega) = \frac{\omega F}{\sqrt{r^{2} + (\omega m - k/\omega)^{2}}}.$$
(18)

Разумеется,

$$F = \sqrt{F_r^2 + (F_k - F_m)^2},$$
 (19)

Графики функций  $X(\omega)$ ,  $V(\omega)$ ,  $A(\omega)$  ведут себя качественно так же как, соответственно,  $F_{\nu}(\omega)$ ,  $F_{\nu}(\omega)$ .

Частота  $\omega_k$ , на которой функции  $X(\omega)$  и  $F_k(\omega)$  имеют максимум, определяется из условия

$$\frac{d}{d\omega}\{\omega^{-1}[(k\omega^{-1}-m\omega)^2+r^2]^{-1/2}\}=0.$$

Решение этого уравнения:

$$\begin{split} \omega_k &= \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{1 - r^2/(2km)} = \\ &= \omega_0 \sqrt{1 - r^2/(2x_w^2)} = \omega_0 \sqrt{1 - d^2/2}, \end{split}$$

где  $x_w = \sqrt{km}$  — волновое сопротивление (системы),  $d = r/x_w$  — затухание.

$$F_{k \max} = F_k(\omega_k) = \frac{Q}{\sqrt{1 - d^2/4}} F;$$

$$X_{\max} = X(\omega_k) = \frac{Q}{\sqrt{1 - d^2/4}} \frac{F}{k} = \frac{Q}{\sqrt{1 - d^2/4}} X_0,$$

где Q = 1/d — добротность,  $X_0 = X(0) = F/k$  — статическое отклонение.

Частота  $\omega_r$ , на которой функции  $V(\omega)$  и  $F_r(\omega)$  имеют максимум, очевидным образом равна  $\omega_r = \sqrt{k/m} = \omega_0$ ,

$$F_{r \max} = F_r(\omega_0) = F, V_{\max} = V(\omega_0) = \frac{F}{r}.$$
 (20)

Частота  $\omega_m$ , на которой функции  $A(\omega)$  и  $F_m(\omega)$  имеют максимум, определяется из условия

$$\frac{d}{d\omega} \{ \omega [(k\omega^{-1} - m\omega)^2 + r^2]^{-1/2} \} = 0.$$

Решение этого уравнения:

$$\omega_m = \sqrt{\frac{k}{m}} \frac{1}{\sqrt{1 - r^2/(2km)}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - d^2/2}},$$
 (21)

$$F_{m \max} = F_m(\omega_m) = \frac{Q}{\sqrt{1 - d^2/4}} F,$$

$$A_{\max} = A(\omega_m) = \frac{Q}{\sqrt{1 - d^2/4}} \frac{F}{m} = \frac{Q}{\sqrt{1 - d^2/4}} A_0,$$
(22)

где  $A_0 = A(0) = F/m$  — постоянное ускорение (при нулевой частоте).

При  $d^2/2 > 1$  функции  $X(\omega)$ ,  $A(\omega)$ ,  $F_k(\omega)$ ,  $F_m(\omega)$  не имеют максимумов в вещественном диапазоне частот. Примечательно, что

$$\omega_k \omega_m = \omega_0^2; F_{k \text{ max}} = F_{m \text{ max}}; A_{\text{max}} = \omega_0^2 X_{\text{max}};$$

$$\frac{A_{\text{max}}}{\omega_m} = \omega_k X_{\text{max}} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{1 - d^2/4}}.$$
(23)

Другие характерные точки:

$$F_{m}(\omega_{k}) = \frac{Q - d/2}{\sqrt{1 - d^{2}/4}} F;$$

$$A(\omega_{k}) = \frac{Q - d/2}{\sqrt{1 - d^{2}/4}} A_{0};$$
(24)

$$F_k(\omega_m) = \frac{Q - d/2}{\sqrt{1 - d^2/4}} F;$$

$$X(\omega_m) = \frac{Q - d/2}{\sqrt{1 - d^2/4}} X_0;$$
(25)

$$F_m(\omega_0) = QF, A(\omega_0) = QA_0;$$
  

$$F_k(\omega_0) = QF, X(\omega_0) = QX_0;$$
(26)

$$F_{r}(\omega_{k}) = F_{r}(\omega_{m}) = \frac{\sqrt{1 - d^{2}/2}}{\sqrt{1 - d^{2}/4}} F;$$

$$V(\omega_{k}) = V(\omega_{m}) = \frac{\sqrt{1 - d^{2}/2}}{\sqrt{1 - d^{2}/4}} V(\omega_{0}).$$
(27)

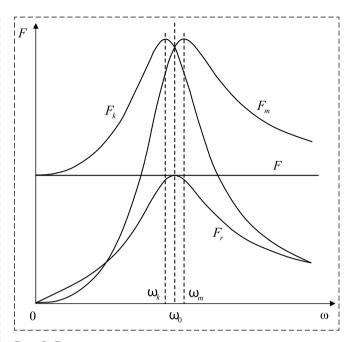
Характерные отношения:

$$\frac{F_{k}(\omega_{k})}{F_{m}(\omega_{k})} = \frac{F_{m}(\omega_{m})}{F_{k}(\omega_{m})} = \frac{F_{k}(\omega_{k})}{F_{k}(\omega_{m})} = \frac{F_{m}(\omega_{m})}{F_{m}(\omega_{k})} = 
= \frac{X(\omega_{k})}{X(\omega_{m})} = \frac{A(\omega_{m})}{A(\omega_{k})} = \frac{1}{1 - d^{2}/2}; 
\frac{F_{k}(\omega_{k})}{F_{r}(\omega_{k})} = \frac{F_{m}(\omega_{m})}{F_{r}(\omega_{m})} = \frac{Q}{\sqrt{1 - d^{2}/2}}; 
\frac{F_{k}(\omega_{m})}{F_{r}(\omega_{m})} = \frac{F_{m}(\omega_{k})}{F_{r}(\omega_{k})} = Q\sqrt{1 - d^{2}/2}.$$
(29)

На рис. 3 представлены *подлинные* резонансные кривые для системы с параметрами: F = 100 H, m = 10 кг,  $k = 40 \text{ кг} \cdot \text{c}^{-2}$ ,  $r = 10 \text{ кг} \cdot \text{c}^{-1}$ .

На том основании, что амплитуда отклонения X имеет максимум на частоте  $\omega_k$  ( $\omega_k < \omega_0$ ), она ( $\omega_k$ , а не  $\omega_0$ ) считается резонансной частотой [15].

Это было бы сильным решением, если бы X был единственным значимым кинематическим параметром. Однако не менее значимыми параметрами являются амплитуды скорости V и



**Puc. 3. Peзoнanc сил Fig. 3. Resonance of forces** 

ускорения A. При этом первая имеет максимум на частоте  $\omega_0$ , а вторая — на частоте  $\omega_m$  ( $\omega_m > \omega_0$ ). Таким образом,  $\omega_k$  ничем не лучше, чем  $\omega_0$  и  $\omega_m$ . Единственным аргументом при выборе резонансной частоты остается соображение симметрии (усиленное первым выражением (23)), в соответствии с которым резонансная частота — это  $\omega_0$ .

Этот выбор становится еще более очевидным, если рассмотреть силы.

Амплитуда упругой силы  $F_k$  имеет максимум на частоте  $\omega_k$ , амплитуда инертной силы  $F_m$  — на частоте  $\omega_m$ . Отдать предпочтение той или другой частоте невозможно. Однако именно на частоте  $\omega_0$  имеет место резонанс сил, при котором реактивные силы  $F_k$  и  $F_m$  равны и противоположны, а их сумма, соответственно, равна нулю [14].

Вместе с тем, импеданс механической системы  $Z = \sqrt{r^2 + (x_m - x_k)^2}$ , характеризующий ее свойство оказывать сопротивление приводу, понуждающему ее совершать колебания, на частоте  $\omega_0$  имеет минимальное значение. Другими словами, именно на частоте  $\omega_0$  система оказывает приводу минимальное сопротивление.

Таким образом, резонансной частотой является исключительно  $\omega_0$ .

### 2. Параллельное соединение и источник скорости. Антирезонанс сил

Комплексная амплитуда инертной силы —  $\dot{F}_m = \underline{x}_m \dot{V} = x_m V \mathbf{e}^{i\pi/2} = F_m \mathbf{e}^{i\pi/2}$ .

Комплексная амплитуда упругой силы —  $\dot{F}_k = \underline{x}_k \dot{V} = x_k V \mathbf{e}^{-i\pi/2} = F_k \mathbf{e}^{-i\pi/2}$ . Комплексная амплитуда резистивной силы —  $\dot{F}_r = \underline{r} \dot{V} = r V \dot{\mathbf{e}}^{i0} = F_r \mathbf{e}^{i0}$ .

Разумеется,  $\dot{F}_m + \dot{F}_k + \dot{F}_r = \dot{F}$ . Комплексная амплитуда отклонения

$$\dot{X} = \frac{\dot{F}_k}{k} = \frac{x_k V \mathbf{e}^{-i\pi/2}}{k} = \frac{k V \mathbf{e}^{-i\pi/2}}{\omega k} =$$

$$= \frac{V}{\omega} \mathbf{e}^{-i\pi/2} = X \mathbf{e}^{-i\pi/2}.$$
(30)

Комплексная амплитуда ускорения

$$\dot{A} = \frac{\dot{F}_m}{m} = \frac{x_m V \mathbf{e}^{i\pi/2}}{m} = \frac{\omega m V \mathbf{e}^{i\pi/2}}$$

Комплексная амплитуда силы (см. (1)) —  $\dot{F} = \dot{V}z = Vz\mathbf{e}^{i\varphi} = F\mathbf{e}^{i\varphi}.$ 

Амплитудно-частотная характеристика  $F(\omega) = V\sqrt{r^2 + (\omega m - k/\omega)^2}$ .

При  $\omega \to 0$  и  $\omega \to \infty$  кривая  $F(\omega)$  устремляется в бесконечность. При сверхмалых частотах условие (3) порождает чрезмерные деформации упругого элемента (30), сопровождаемые, соответственно, чрезмерными силами упругости. При сверхвысоких частотах условие (3) порождает чрезмерные ускорения (31) и чрезмерные инерционные силы.

При  $\omega_0$  график проходит через минимум  $F_{\min} = F(\omega_0) = Vr = F_r$ . Имеет место антирезо-

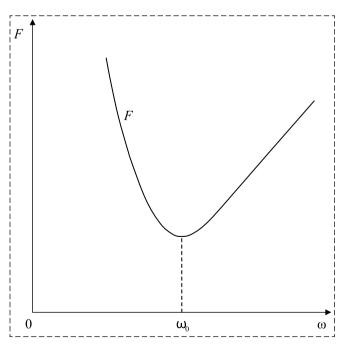


Рис. 4. Антирезонанс сил Fig. 4. Anti-resonance of forces

нанс сил, при котором реактивные силы  $F_k$  и  $F_m$ равны и противоположны, а их сумма, соответственно, равна нулю.

Для антирезонанса разночтений со смещением антирезонансной частоты (она же резонансная) не возникает.

На рис. 4 представлена подлинная антирезонансная кривая для системы, отличающейся от описанной в п. 1 тем, что  $V = 10 \text{ м} \cdot \text{c}^{-1}$ .

### 3. Последовательное соединение и источник скорости. Резонанс скоростей

Порядок рассуждений такой же, как в п. 1. Комплексная амплитуда силы (см. (1))

$$\dot{F} = \frac{\dot{V}}{y} = \frac{V}{y} \mathbf{e}^{-i\varphi} = F \mathbf{e}^{-i\varphi}.$$
 (32)

Комплексная амплитуда скорости инертного элемента

$$\dot{V}_m = \underline{b}_m \dot{F} = b_m F \mathbf{e}^{-i(\pi/2 + \varphi)} = V_m \mathbf{e}^{-i(\pi/2 + \varphi)}.$$
 (33)

Комплексная амплитуда скорости изменения длины упругого элемента

$$\dot{V}_k = b_k \dot{F} = b_k F e^{i(\pi/2 - \varphi)} = V_k e^{i(\pi/2 - \varphi)}.$$
 (34)

Комплексная амплитуда скорости изменения длины резистивного элемента

$$\dot{V}_r = \underline{g}\dot{F} = gF\mathbf{e}^{-i\varphi} = V_r\mathbf{e}^{-i\varphi}.$$
 (35)

Разумеется,

$$\dot{V}_m + \dot{V}_k + \dot{V}_r = \dot{V}. {36}$$

Из соотношения (33) следует выражение для комплексной амплитуды импульса:

$$\dot{P} = m\dot{V}_m = mb_m F \mathbf{e}^{-i(\pi/2 + \varphi)} = m\frac{1}{\omega m} F \mathbf{e}^{-i(\pi/2 + \varphi)} =$$

$$= \frac{F}{\omega} \mathbf{e}^{-i(\pi/2 + \varphi)} = P \mathbf{e}^{-i(\pi/2 + \varphi)}$$
(37)

Из соотношения (34) следует выражение для комплексной амплитуды производной силы (специального названия не имеет, приводится здесь как дуальный аналог преобразования (16)):

$$\dot{B} = k\dot{V}_k = kb_k F \mathbf{e}^{i(\pi/2 - \varphi)} = k\frac{\omega}{k} F \mathbf{e}^{i(\pi/2 - \varphi)} =$$

$$= \omega F \mathbf{e}^{i(\pi/2 - \varphi)} = B \mathbf{e}^{i(\pi/2 - \varphi)}.$$
(38)

Это соответствует преобразованию

$$kv = k\frac{dx}{dt} = \frac{d(kx)}{dt} = \frac{dF}{dt} = B.$$
 (39)

Разумеется,

$$B = \omega F = \omega^2 P. \tag{40}$$

Из соотношений (32)—(38) и (7)—(9) следуют выражения для амплитудно-частотных характеристик:

$$V_{m}(\omega) = \frac{V}{\omega m \sqrt{1/r^{2} + [\omega/k - 1/(\omega m)]^{2}}};$$

$$P(\omega) = \frac{V}{\omega \sqrt{1/r^{2} + [\omega/k - 1/(\omega m)]^{2}}};$$
(41)

$$V_{r}(\omega) = \frac{gV}{\sqrt{1/r^{2} + [\omega/k - 1/(\omega m)]^{2}}};$$

$$F(\omega) = \frac{V}{\sqrt{1/r^{2} + [\omega/k - 1/(\omega m)]^{2}}};$$
(42)

$$V_{k}(\omega) = \frac{\omega V}{k\sqrt{1/r^{2} + [\omega/k - 1/(\omega m)]^{2}}};$$

$$B(\omega) = \frac{\omega V}{\sqrt{1/r^{2} + [\omega/k - 1/(\omega m)]^{2}}}.$$
(43)

Разумеется.

$$V = \sqrt{V_r^2 + (V_k - V_m)^2}. (44)$$

Графики функций  $P(\omega)$ ,  $F(\omega)$ ,  $B(\omega)$  ведут себя качественно так же как, соответственно,  $V_m(\omega)$ ,  $V_r(\omega)$ ,  $V_k(\omega)$ .

Частота  $\omega_m$ , на которой функции  $P(\omega)$  и  $V_m(\omega)$  имеют максимум, определяется из условия

$$\frac{d}{d\omega} \{ \omega^{-1} [(k^{-1}\omega - m^{-1}\omega^{-1})^2 + r^{-2}]^{-1/2} \} = 0.$$

Решение этого уравнения:

$$\omega_{m} = \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{1 - mk/(2r^{2})} =$$

$$= \omega_{0} \sqrt{1 - x_{w}^{2}/(2r^{2})} = \omega_{0} \sqrt{1 - Q^{2}/2};$$
(45)

$$V_{m \max} = V_m(\omega_m) = \frac{d}{\sqrt{1 - Q^2/4}}V;$$

$$P_{m \max} = P_m(\omega_m) = \frac{d}{\sqrt{1 - Q^2/4}}P_0,$$
(46)

где  $P_0 = P(0) = Vm$  — постоянный импульс (при нулевой частоте).

Частота  $\omega_r$ , на которой функции  $F(\omega)$  и  $V_r(\omega)$  имеют максимум, очевидным образом равна  $\omega_r = \sqrt{k/m} = \omega_0$ :

$$V_{r \max} = V_r(\omega_0) = V, F_{\max} = F(\omega_0) = \frac{V}{g}.$$
 (47)

Частота  $\omega_k$ , на которой функции  $B(\omega)$  и  $V_k(\omega)$  имеют максимум, определяется из условия

$$\frac{d}{d\omega} \{ \omega [(k^{-1}\omega - m^{-1}\omega^{-1})^2 + r^{-2}]^{-1/2} \} = 0.$$

Решение этого уравнения:

$$\omega_k = \sqrt{\frac{k}{m}} \frac{1}{\sqrt{1 - km/(2r^2)}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - Q^2/2}};$$
 (48)

$$V_{k \max} = V_k(\omega_k) = \frac{d}{\sqrt{1 - Q^2/4}}V;$$

$$B_{\max} = B(\omega_k) = \frac{d}{\sqrt{1 - Q^2/4}}V_k = \frac{d}{\sqrt{1 - Q^2/4}}B_0,$$
(49)

где  $B_0 = B(0) = V_k$  — постоянная производная силы (при нулевой частоте).

При  $Q^2/2 > 1$  функции  $P(\omega)$ ,  $B(\omega)$ ,  $V_m(\omega)$ ,  $V_k(\omega)$  не имеют максимумов в вещественном диапазоне частот. Примечательно, что

$$\omega_k \omega_m = \omega_0^2; V_{k \text{ max}} = V_{m \text{ max}}; B_{\text{max}} = \omega_0^2 P_{\text{max}};$$

$$\frac{B_{\text{max}}}{\omega_k} = \omega_m P_{\text{max}} = \frac{F_{\text{max}}}{\sqrt{1 - O^2/4}}.$$
(50)

Другие характерные точки:

$$V_m(\omega_k) = \frac{d - Q/2}{\sqrt{1 - Q^2/4}}V; P(\omega_k) = \frac{d - Q/2}{\sqrt{1 - Q^2/4}}P_0; (51)$$

$$V_k(\omega_m) = \frac{d - Q/2}{\sqrt{1 - Q^2/4}}V; B(\omega_m) = \frac{d - Q/2}{\sqrt{1 - Q^2/4}}B_0; (52)$$

$$V_m(\omega_0) = dV; P(\omega_0) = dP_0;$$
  

$$V_k(\omega_0) = dV; B(\omega_0) = dB_0;$$
(53)

$$V_{r}(\omega_{k}) = V_{r}(\omega_{m}) = \frac{\sqrt{1 - Q^{2}/2}}{\sqrt{1 - Q^{2}/4}}V;$$

$$F(\omega_{k}) = F(\omega_{m}) = \frac{\sqrt{1 - Q^{2}/2}}{\sqrt{1 - Q^{2}/4}}F(\omega_{0}).$$
(54)

Характерные отношения:

$$\frac{V_k(\omega_k)}{V_m(\omega_k)} = \frac{V_m(\omega_m)}{V_k(\omega_m)} = \frac{V_k(\omega_k)}{V_k(\omega_m)} = \frac{V_m(\omega_m)}{V_m(\omega_k)} =$$

$$= \frac{P(\omega_m)}{P(\omega_k)} = \frac{B(\omega_k)}{B(\omega_m)} = \frac{1}{1 - d^2/2};$$
(55)

$$\frac{V_k(\omega_k)}{V_r(\omega_k)} = \frac{V_m(\omega_m)}{V_r(\omega_m)} = \frac{d}{\sqrt{1 - Q^2/2}};$$

$$\frac{V_k(\omega_m)}{V_r(\omega_m)} = \frac{V_m(\omega_k)}{V_r(\omega_k)} = d\sqrt{1 - Q^2/2}.$$
(56)

Амплитуда импульса P имеет максимум на частоте  $\omega_m$  ( $\omega_m < \omega_0$ ), амплитуда силы F — на частоте  $\omega_0$ , амплитуда производной силы B — на частоте  $\omega_k$  ( $\omega_k > \omega_0$ ).

Амплитуда скорости инертного элемента  $V_m$  имеет максимум на частоте  $\omega_m$ , амплитуда скорости изменения длины упругого элемента  $V_k$  — на частоте  $\omega_k$ .

На частоте  $\omega_0$  имеет место резонанс скоростей, при котором (реактивные) скорости  $V_m$  и  $V_k$  равны и противоположны, а их сумма, соответственно, равна нулю [14].

Адмитанс механической системы  $Y = \sqrt{g^2 + (b_k - b_m)^2}$ , характеризующий ее свойство *не оказывать* сопротивление приводу, понуждающему ее совершать колебания, на частоте  $\omega_0$  имеет минимальное значение. Другими словами, именно на частоте  $\omega_0$  система оказывает приводу максимальное сопротивление.

Таким образом, резонансной частотой является исключительно  $\omega_0$ .

Для системы с параметрами, отличающимися от параметров системы, описанной в п. 2, тем, что  $r=40~{\rm KT}\cdot{\rm c}^{-1}$ , подлинные резонансные кривые полностью совпадают с изображенными на рис. 3 при заменах  $F_k\to V_m$ ,  $F_m\to V_k$ ,  $F_r\to V_r$ ,  $\omega_k\to\omega_m$ ,  $\omega_m\to\omega_k$ .

## 4. Последовательное соединение и источник силы. Антирезонанс скоростей

Порядок рассуждений такой же, как в п. 2. Комплексная амплитуда скорости инертного элемента

$$\dot{V}_m = \underline{b}_m \dot{F} = b_m F \mathbf{e}^{-i\pi/2} = V_m \mathbf{e}^{-i\pi/2}.$$

Комплексная амплитуда скорости изменения длины упругого элемента

$$\dot{V}_k = \underline{b}_k \dot{F} = b_k F \mathbf{e}^{i\pi/2} = V_k \mathbf{e}^{-i\pi/2}.$$

Комплексная амплитуда скорости изменения длины резистивного элемента

$$\dot{V_r} = g\dot{F} = gF\mathbf{e}^{i0} = V_r\mathbf{e}^{i0}.$$

Разумеется,  $\dot{V}_m + \dot{V}_k + \dot{V}_r = \dot{V}$ . Комплексная амплитуда импульса

$$\dot{P} = m\dot{V}_m = mb_m F \mathbf{e}^{-i\pi/2} = m\frac{1}{\omega m} F \mathbf{e}^{-i\pi/2} =$$

$$= \frac{F}{\omega} \mathbf{e}^{-i\pi/2} = P \mathbf{e}^{-i\pi/2}.$$
(57)

Комплексная амплитуда производной силы

$$\dot{B} = k\dot{V}_k = kb_k F \mathbf{e}^{i\pi/2} = k\frac{\omega}{k} F \mathbf{e}^{i\pi/2} =$$

$$= \omega F \mathbf{e}^{i\pi/2} = B \mathbf{e}^{i\pi/2}.$$
(58)

Комплексная амплитуда скорости (см. (1)) —

$$\dot{V} = \dot{F}y = Fy\mathbf{e}^{i\varphi} = V\mathbf{e}^{i\varphi}.$$

Амплитудно-частотная характеристика

$$V(\omega) = F\sqrt{g^2 + (\omega/k - 1/(\omega m))^2}.$$

При  $\omega \to 0$  и  $\omega \to \infty$  кривая  $V(\omega)$  устремляется в бесконечность. При сверхмалых частотах условие (2) порождает чрезмерный импульс (57), сопровождаемый, соответственно, чрезмерной скоростью инертного элемента. При сверхвысоких частотах условие (2) порождает чрезмерную производную силы (58) и чрезмерную скорость изменения длины упругого элемента. При  $\omega_0$  график проходит через минимум  $V_{\min} = V(\omega_0) = Fg = V_r$ . Имеет место антирезонанс скоростей, при котором (реактивные) скорости  $V_m$  и  $V_k$  равны и противоположны, а их сумма, соответственно, равна нулю.

Для системы, отличающейся от от описанной в п. 3, тем, что F=100 H, *подлинная* антирезонансная кривая *полностью совпадает* с изображенной на рис. 4 при замене  $F \rightarrow V$ .

### Заключение

Использование символического (комплексного) метода существенно упростило исследование резонансных и околорезонансных явлений, в частности, позволило глубоко унифицировать и формализовать рассмотрение различных механических систем (п.п. 1 и 3, 2 и 4 являются дуально инверсными). Громоздкие и трудоемкие операции, связанные

с составлением и решением дифференциальных уравнений, заменены простыми алгебра-ическими преобразованиями.

В основе метода лежит механический аналог закона Ома в комплексном представлении (1) и понятие о механических реактансе, резистансе, импедансе, сассептансе, кондактансе и адмитансе.

С помощью этого метода получены новые результаты, в том числе соотношения (14), (17)—(29), (36)—(56).

В дополнение к классическому методу рассмотрены последовательное соединение механических элементов и источник скоростей.

Классическое рассмотрение доставляет одну амплитудно-частотную характеристику, символический (комплексный) метод — восемь при значительно большем числе характерных точек и характерных отношений.

Установлено, что вопреки классическому подходу резонансной частотой является исключительно  $\omega_0$  (а не  $\omega_k$ ). Другими словами, резонансная частота не сдвигается от частоты свободных колебаний. Это обусловлено тем, что при классическом рассмотрении не установлена симметрия частот (23), (50) (первые выражения), а при символическом она очевидна.

Определены резонанс и антирезонанс сил, резонанс и антирезонанс скоростей, которые не были определены классическим методом. Резонансы возникают при сочетаниях параллельного соединения элементов и источника силы, либо последовательного соединения и источника скорости. Антирезонансы возникают при сочетаниях параллельного соединения и источника скорости, либо последовательного соединения и источника силы.

Для всех описанных случаев фазочастотные характеристики особой оригинальностью не отличаются и поэтому не рассматриваются.

### Список литературы

- 1. **Градецкий В. Г., Чащухин В. Г.** Исследование динамики миниатюрных внутритрубных роботов вибрационного типа // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 6. С. 396—401.
- 2. **Голицына М. В.** Оптимальный выбор ускорения маятника в задачах управления вибрационным роботом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 1. С. 31—39.
- 3. **Kunugi K., Kojima H., Trivailo P. M.** Modeling of tape tether vibration and vibration sensing using smart film sensors // Acta Astronautica. 2015. Vol. 107. P. 97—111.
- 4. **Попов И. П.** Применение символического (комплексного) метода для расчета сложных механических систем при гармонических воздействиях // Прикладная физика и математика. 2019. № 4. С. 14—24.
- 5. **Попов И. П.** Импедансы и адмитансы механических систем // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2020. № 5. С. 3—11.
- 6. **Бурьян Ю. А., Шалай В. В., Зубарев А. В., Поля-ков С. Н.** Динамическая компенсация виброактивных сил в колебательной системе // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 3. С. 192—195.
- 7. **Голуб А. П., Селюцкий Ю. Д.** Двухзвенный маятник в упругом подвесе // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 6. С. 380—386.
- 8. Семенов М. Е., Матвеев М. Г., Мелешенко П. А., Соловьев А. М. Динамика демпфирующего устройства на основе материала Ишлинского // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 2. С. 106—113.
- 9. **Popov I. P.** Free harmonic oscillations in systems with homogeneous elements // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2012. Vol. 76, Iss. 4. P. 393—395.
- 10. **Uzny S., Sok K., Osadnik M.** Free vibrations of the partially tensioned geometrically non-linear system subjected to euler's load // Vibrations in physical systems. 2016. Vol. 27. P. 399—406.
- 11. **Permoon M. R., Haddadpour H., Shakouri M.** Nonlinear vibration analysis of fractional viscoelastic cylindrical shells // Acta Mechanica. 2020. P. 1—18
- 12. **J drysiak J.** Free vibrations of medium thickness microstructured plates // Vibrations in physical systems. 2016. Vol. 27. P. 169—174
- 13. **Legeza V. P.** Dynamics of vibration isolation system with a ball vibration absorber // International Applied Mechanics. 2018. Vol. 54, N. 5. P. 584—593.
- 14. **Попов И. П.** Антирезонанс резонанс скоростей // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 6. С. 362—366.
- 15. **Яворский Б. М. Детлаф А. А.** Справочник по физике. М.: Наука, 1980. 512 с.

### Sources of Harmonic Force and Speed in Mechatronic Automatic Systems

I. P. Popov, ip.popow@yandex.ru, Kurgan State University, Kurgan, 640020, Russian Federation

Corresponding author: Popov Igor P., Senior Lecturer, Kurgan State University, Kurgan, 640020, Russian Federation, e-mail: ip.popow@yandex.ru

Accepted on December 05, 2020

### Abstract

To study resonance and near-resonance phenomena, a symbolic (complex) method was used, which makes it possible to significantly increase productivity, simplify and formalize mathematical transformations. Parallel and sequential con-

nections of elements of a mechanical system with a source of harmonic force or a source of harmonic speed as a source of external mechanical harmonic action are considered. The analytical descriptions of resonance in theoretical mechanics courses correspond to parallel connection. There are devices, in a satisfactory approximation, capable of performing the functions of sources of force and sources of speed. The source of harmonic speed can be a crank-yoke drive and a flywheel with a large moment of inertia. The source of the harmonic force can be the rod of the pneumatic cylinder, the cavity of which communicates with the cavity of another pneumatic cylinder, the diameter of which is immeasurably higher than that of the first, and the piston performs harmonic oscillations. The mechanical harmonic influences described in the courses of theoretical mechanics correspond to the source of the force. Four modes are described — resonances and antiresonances of forces and velocities. The use of the symbolic (complex) method has significantly simplified the study of resonance and near-resonance phenomena, in particular, it has made it possible to deeply unify and formalize the consideration of various mechanical systems. The cumbersome and time-consuming operations associated with the preparation and solution of differential equations have been replaced by simple algebraic transformations. Resonance and antiresonance of forces, resonance and antiresonance of velocities are determined.

Keywords: reactance, resistivity, impedance, susceptance, conductance, admittance

For citation:

**Popov I. P.** Sources of Harmonic Force and Speed in Mechatronic Automatic Systems, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 4, pp. 208—216.

DOI: 10.17587/mau.22.208-216

#### References

- 1. **Gradetskiy V. G., Chashchukhin V. G.** Investigation of the dynamics of miniature in-line vibrating robots, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2018, no. 6, pp. 396—401 (in Russian).
- 2. **Golitsyna M. V.** Optimal choice of the pendulum acceleration in the tasks of controlling a vibrating robot, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2018, no. 1, pp. 31—39 (in Russian).
- 3. **Kunugi K. Kojima H., Trivailo P. M.** Modeling of tape tether vibration and vibration sensing using smart film sensors, *Acta Astronautica*, 2015, vol. 107, pp. 97—111.
- 4. **Popov I. P.** Application of a symbolic (complex) method for calculating complex mechanical systems under harmonic influences, *Applied Physics and Mathematics*, 2019, no. 4, pp. 14—24 (in Russian).
- 5. **Popov I. P.** Impedances and admittances of mechanical systems, *Fundamental and applied problems of engineering and technology*, 2020, no. 5 (343), pp. 3–11 (in Russian).
- 6. Bur'yan Yu. A., Shalay V. V., Zubarev A. V., Polyakov S. N. Dynamic compensation of vibroactive forces in an oscillatory system, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2017, no. 3, pp. 192—195 (in Russian).
- 7. **Golub A. P., Selyutskiy Yu. D.** Two-link pendulum in elastic suspension. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, no. 6, pp. 380—386 (in Russian).

- 8. Semonov M. Ye., Matveyev M. G., Meleshenko P. A., Solov'yev A. M. Dynamics of a damping device based on Ishlinsky's material, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, no. 2, pp. 106—113 (in Russian).
- 9. **Popov I. P.** Free harmonic oscillations in systems with homogeneous elements, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2012, vol. 76, iss. 4, pp. 393—395.
- 10. **Uzny S., Sokół K., Osadnik M.** Free vibrations of the partially tensioned geometrically non-linear system subjected to euler's load, *Vibrations in physical systems*, 2016, vol. 27, pp. 399—406.
- 11. **Permoon M. R., Haddadpour H., Shakouri M.** Nonlinear vibration analysis of fractional viscoelastic cylindrical shells, *Acta Mechanica*, 2020, pp. 1—18.
- 12. **J drysiak J.** Free vibrations of medium thickness microstructured plates, *Vibrations in Physical Systems*, 2016, vol. 27, pp. 169—174.
- 13. **Legeza V. P.** Dynamics of vibration isolation system with a ball vibration absorber, *International Applied Mechanics*, 2018, vol. 54, no. 5, pp. 584—593.
- 14. **Popov I. P.** *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, *no.* 6, *pp.* 362—366, https://doi.org/10.17587/mau. 20.362-366 (in Russian).
- 15. **Yavorsky B. M. Detlaf A. A.** Physics Handbook, Moscow, Nauka, 1980, 512 p. (in Russian).

### **ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

УДК 629.7.05 DOI: 10.17587/mau.22.217-224

**Ю. Н. Челноков,** д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотр., iptmuran@san.ru, **А. В. Молоденков,** д-р техн. наук, вед. науч. сотр., iptmuran@san.ru, Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов

# Кватернионный алгоритм начальной выставки БИНС с использованием метода регуляризации А. Н. Тихонова\*

Рассматривается задача начальной выставки бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) на основе метода векторного согласования. Сушность его состоит в определении взаимной ориентации приборного (Ү) (связанного с блоком чувствительных элементов БИНС) и опорного (Х) трехгранников по результатам измерений проекций не менее чем двух неколлинеарных векторов на оси обоих трехгранников. В статье сформулировано определение начальной ориентации объекта с помощью метода гирокомпасирования, являющегося разновидностью метода векторного согласования. Этот способ начальной выставки основан на использовании информации о проекциях векторов кажущегося ускорения и абсолютной угловой скорости объекта в системах координат Х и Ү. Вдоль осей связанной системы координат У установлены три одноосных акселерометра и три гироскопа (вообще говоря, три измерителя абсолютной угловой скорости любой физической природы), измеряющие проекции векторов кажущегося ускорения и абсолютной угловой скорости объекта. Если при этом будут известны проекции этих же векторов на оси системы координат X, то можно установить взаимную ориентацию трехгранников X и Y. В статье решается задача начальной выставки БИНС в случае неподвижного основания, когда акселерометры измеряют проекции вектора ускорения силы тяжести, а гироскопы измеряют проекции вектора угловой скорости вращения Земли на связанные с объектом оси. Проекции этих же векторов на оси нормальной географической системы координат Х также определяются по известным формулам. Связь между проекциями векторов в системах координат Х и У устанавливается известными кватернионными соотношениями. В этих соотношениях неизвестной величиной является кватернион ориентации объекта в системе координат Х.

Задача начальной выставки БЙНС математически сводится к решению неоднородной системы линейных алгебраических уравнений, матрица коэффициентов которой может быть плохо обусловлена. С использованием метода регуляризации А. Н. Тихонова решения некорректных задач предложен кватернионный алгоритм начальной выставки БИНС. Приводятся примеры расчетов и проведен анализ полученных результатов.

**Ключевые слова:** БИНС, кватернион начальная выставка, метод гирокомпасирования, метод регуляризации А. Н. Тихонова

### Введение

Для функционирования алгоритмов инерциальной ориентации и навигации бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) непосредственно перед работой этих алгоритмов требуется проводить математическую начальную выставку БИНС. Эффективным методом математической начальной выставки (не калибровки!) БИНС считается метод векторного согласования. Сущность его состоит в определении взаимной ориентации приборного (У) (связанного с блоком чувствительных элементов БИНС) и опорного (Х) трехгранни-

ков по результатам измерений проекций не менее чем двух неколлинеарных векторов на оси обоих трехгранников. В статье рассматривается определение начальной ориентации объекта с помощью метода гирокомпасирования [1, 2], являющегося разновидностью метода векторного согласования. Этот способ начальной выставки основан на использовании информации о проекциях векторов кажущегося ускорения а и абсолютной угловой скорости о объекта в системах координат X и Y. Считается, что вдоль осей связанной системы координат Уустановлены три одноосных акселерометра и три гироскопа (вообще говоря, три измерителя абсолютной угловой скорости любой физической природы), измеряющие проекции векторов а и ω. Если при этом будут известны проекции этих же векторов

<sup>\*</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-01-00205).

на оси базовой системы координат X, то можно установить взаимную ориентацию трехгранников X и Y.

В статье решается задача начальной выставки БИНС в случае неподвижного основания, когда акселерометры измеряют проекции вектора ускорения силы тяжести  $\mathbf{g}$ , а гироскопы измеряют проекции  $u_i$  вектора  $\mathbf{u}$  угловой скорости вращения Земли на связанные с объектом оси. Проекции этих же векторов на оси нормальной географической системы координат (НГСК) X также определяются по известным формулам. Связь между проекциями векторов  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{g}$  в системах координат Y и X устанавливается известными кватернионными соотношениями. В этих соотношениях неизвестной величиной является кватернион ориентации объекта в системе координат X.

Выделяя в уравнениях скалярную и векторную части, получаем переопределенную систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), где неизвестной величиной является вектор конечного поворота  $\theta$ , совмещающего системы координат X и Y (отметим, что при получении уравнений предполагается отсутствие полуоборота системы координат X относительно Y). Таким образом, математическая постановка задачи начальной выставки БИНС на основе гирокомпасирования заключается в нахождении неизвестного вектора  $\theta$  из полученной переопределенной СЛАУ.

При нахождении вектора в непосредственно из СЛАУ ("алгоритм 1") и на основе данных, содержащих погрешности измерений, компоненты вектора  $\theta$  находятся также с погрешностями (в особенности компонента вектора  $\theta$ , отвечающая за курс объекта у). В зависимости от априорно заданных в ходе численных экспериментов значений углов курса у, крена 9, тангажа у объекта и погрешностей данных задачи (показаний гироскопов и акселерометров) погрешность нахождения угла курса объекта Ду может отличаться в целом ряде случаев от погрешностей нахождения углов крена \Delta и тангажа 🗘 на два-три (в основном) и более порядков. Это объясняется тем, что матрица коэффициентов СЛАУ плохо обусловлена, а сама система неустойчива. Поэтому, чтобы сгладить эти эффекты, к задаче применялся метод регуляризации А. Н. Тихонова [3] ("алгоритм 2"), который заключается в умножении левой и правой частей СЛАУ на транспонированную матрицу коэффициентов этой СЛАУ и прибавлении к элементам главной диагонали матрицы коэффициентов вновь полученной СЛАУ (в случае необходимости, в зависимости от значения определителя этой матрицы) параметра регуляризации системы. Ранее этот подход был успешно применен авторами при юстировке космического манипуляционного комплекса [4]. Альтернативные подходы к решению подобных задач представлены, например, в работе [5].

Анализ результатов численных экспериментов по начальной выставке показал, что погрешности нахождения углов ориентации объекта  $\Delta \psi$ ,  $\Delta \vartheta$ ,  $\Delta \gamma$  с применением алгоритма 2 стали носить между собой сопоставимый по порядку (более регулярный) характер.

В статье получены алгоритмы 1 и 2 начальной выставки БИНС для мгновенной входной информации, когда известны проекции векторов  $\omega$  и **a** (**u** и **g**) на связанные оси. Также решена задача начальной выставки на основе интегральной информации БИНС по приращениям интегралов от проекций на связанные координатные оси векторов абсолютной угловой скорости и кажущегося ускорения объекта.

## 1. Постановка задачи начальной выставки БИНС

Рассмотрим задачу начальной выставки БИНС на неподвижном основании, когда акселерометры измеряют проекции  $g_i$  (i=1,2,3) вектора ускорения силы тяжести  $\mathbf{g}$  (точнее измеряют проекции  $-g_i$  вектора  $-\mathbf{g}$ ), а гироскопы измеряют проекции  $u_i$  вектора  $\mathbf{u}$  угловой скорости вращения Земли на связанные с объектом оси системы координат Y. Проекции этих же векторов  $g_i^*$ ,  $u_i^*$  на оси НГСК X будем считать известными и равными

$$g_1^* = 0, g_2^* = -g, g_3^* = 0,$$
  
 $u_1^* = u \cos \varphi, u_2^* = u \sin \varphi, u_3^* = 0,$  (1)

где  $\varphi$  — географическая широта точки нахождения объекта,  $u=7,29\cdot 10^{-5}~{\rm c}^{-1}$  — угловая скорость суточного вращения Земли, g — ускорение силы тяжести в этой точке, определяемое по показаниям акселерометров  $g_i$  (i=1,2,3):

$$g = (g_1^2 + g_2^2 + g_3^2)^{1/2}.$$

Связь между проекциями векторов  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{g}$  в системах координат Y и X устанавливается следующими кватернионными соотношениями:

$$\mathbf{u}_{Y} = \tilde{\mathbf{v}} \circ \mathbf{u}_{X} \circ \mathbf{v}, \, \mathbf{g}_{Y} = \tilde{\mathbf{v}} \circ \mathbf{g}_{X} \circ \mathbf{v}, \tag{2}$$

где кватернион  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 \mathbf{i}_1 + \mathbf{v}_2 \mathbf{i}_2 + \mathbf{v}_3 \mathbf{i}_3 = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_v$  определяет взаимную ориентацию базисов Y и X (компоненты этого кватерниона  $\mathbf{v}_j$  (j=0,1,2,3) — параметры Эйлера, характеризующие эту ориентацию); " $\circ$ " означает кватернионное произведение;  $\mathbf{u}_Y$ ,  $\mathbf{g}_Y$  и  $\mathbf{u}_X$ ,  $\mathbf{g}_X$  — отображения векторов  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{g}$  на базисы Y и X:

$$\mathbf{u}_{Y} = u_{1}\mathbf{i}_{1} + u_{2}\mathbf{i}_{2} + u_{3}\mathbf{i}_{3}, \, \mathbf{g}_{Y} = g_{1}\mathbf{i}_{1} + g_{2}\mathbf{i}_{2} + g_{3}\mathbf{i}_{3}; \\ \mathbf{u}_{X} = u\cos\phi\mathbf{i}_{1} + u\sin\phi\mathbf{i}_{2}, \, \mathbf{g}_{X} = -g\mathbf{i}_{2}.$$
(3)

В кватернионных уравнениях (2) неизвестной величиной является кватернион  $\mathbf{v}$  ориентации объекта в системе координат X.

Выделяя в уравнениях (2) скалярную и векторную части (в соответствии с методом решения такого рода уравнений), получим

$$(\mathbf{u}^{-},\mathbf{\theta})=0, \tag{4}$$

$$[\mathbf{u}^+, \mathbf{\theta}] = \mathbf{u}^-; \tag{5}$$

$$(\mathbf{g}^{-}, \mathbf{\theta}) = 0, \tag{6}$$

$$[\mathbf{g}^+, \, \mathbf{\theta}] = \mathbf{g}^-, \tag{7}$$

где

$$\mathbf{u}^- = \mathbf{u}_Y - \mathbf{u}_X, \ \mathbf{u}^+ = \mathbf{u}_X + \mathbf{u}_Y,$$
  
 $\mathbf{g}^- = \mathbf{g}_Y - \mathbf{g}_X, \ \mathbf{g}^+ = \mathbf{g}_X + \mathbf{g}_Y.$ 

Здесь  $\theta = (1/v_0)\mathbf{v}_v$  — вектор конечного поворота, совмещающего системы координат Y и X (отметим, что при получении уравнений (4) из (2) полагалось, что  $v_0 \neq 0$ , т.е. что отсутствует полуоборот системы координат Y относительно X); "[. , .]" и "(. , .)" означают векторное и скалярное произведения соответственно.

Математическая постановка задачи начальной выставки БИНС на основе гирокомпасирования заключается в нахождении неизвестного вектора  $\theta$  из СЛАУ (4)—(7).

### 2. Алгоритм 1 начальной выставки БИНС

Для определения  $\theta$  умножим обе части уравнения (7) векторным способом на вектор  $\mathbf{u}^-$  и с учетом соотношения (4) получим

$$\theta = [\mathbf{g}^-, \mathbf{u}^-]/(\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^+).$$
 (8)

Аналогично, если уравнение (5) умножить на вектор  $\mathbf{g}^-$ , то с учетом соотношения (6) получим

$$\mathbf{\theta} = [\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^-]/(\mathbf{u}^+, \mathbf{g}^-). \tag{9}$$

Решения (8) и (9) равнозначны, так как  $(\mathbf{u}^+, \mathbf{g}^-) = -(\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^+)$ , и однозначно определяют вектор  $\mathbf{\theta}$ , если  $(\mathbf{u}^+, \mathbf{g}^-) = -(\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^+) \neq 0$ . В скалярной форме решения (8), (9) имеют вид:

$$\theta_{1} = \frac{g_{2}^{-}u_{3}^{-} - g_{3}^{-}u_{2}^{-}}{g_{1}^{+}u_{1}^{-} + g_{2}^{+}u_{2}^{-} + g_{3}^{+}u_{3}^{-}};$$

$$\theta_{2} = \frac{g_{3}^{-}u_{1}^{-} - g_{1}^{-}u_{3}^{-}}{g_{1}^{+}u_{1}^{-} + g_{2}^{+}u_{2}^{-} + g_{3}^{+}u_{3}^{-}};$$

$$\theta_{3} = \frac{g_{1}^{-}u_{2}^{-} - g_{2}^{-}u_{1}^{-}}{g_{1}^{+}u_{1}^{-} + g_{2}^{+}u_{2}^{-} + g_{3}^{+}u_{3}^{-}};$$
(10)

$$\theta_{1} = \frac{u_{2}^{-}g_{3}^{-} - u_{3}^{-}g_{2}^{-}}{u_{1}^{+}g_{1}^{-} + u_{2}^{+}g_{2}^{-} + u_{3}^{+}g_{3}^{-}};$$

$$\theta_{2} = \frac{u_{3}^{-}g_{1}^{-} - u_{1}^{-}g_{3}^{-}}{u_{1}^{+}g_{1}^{-} + u_{2}^{+}g_{2}^{-} + u_{3}^{+}g_{3}^{-}};$$

$$\theta_{3} = \frac{u_{1}^{-}g_{2}^{-} - u_{2}^{-}g_{1}^{-}}{u_{1}^{+}g_{1}^{-} + u_{2}^{+}g_{2}^{-} + u_{3}^{+}g_{3}^{-}}.$$
(11)

Скалярное произведение (**u**, **g**) является инвариантом относительно поворота системы координат. Инвариант можно использовать для нормировки данных от элементной базы БИНС при решении задачи начальной выставки.

Если ( $\mathbf{u}^+$ ,  $\mathbf{g}^-$ ) =  $-(\mathbf{u}^-$ ,  $\mathbf{g}^+)$  = 0, то [ $\mathbf{u}^-$ ,  $\mathbf{g}^-$ ] = 0, так как системы линейных уравнений, решениями которых являются (8)—(11), являются совместными. В этом случае комбинируются проекции уравнений (5) и (7): из одного уравнения берутся две проекции, а из другого — одна. В результате перебора различных комбинаций систем уравнений можно получить три варианта формул для определения проекций вектора  $\mathbf{\theta}$ :

$$\theta_{1} = \frac{u_{3}^{-}g_{1}^{+} - u_{1}^{+}g_{3}^{-}}{u_{1}^{+}g_{2}^{+} - u_{2}^{+}g_{1}^{+}};$$

$$\theta_{2} = \frac{u_{3}^{-}g_{2}^{+} - u_{2}^{+}g_{3}^{-}}{u_{1}^{+}g_{2}^{+} - u_{2}^{+}g_{1}^{+}};$$

$$\theta_{3} = \frac{u_{3}^{-}g_{3}^{+} - u_{3}^{+}g_{3}^{-}}{u_{1}^{+}g_{2}^{+} - u_{2}^{+}g_{1}^{+}} = 0;$$
(12)

$$\theta_{1} = \frac{u_{2}^{-}g_{1}^{+} - u_{1}^{+}g_{2}^{-}}{u_{3}^{+}g_{1}^{+} - u_{1}^{+}g_{3}^{+}};$$

$$\theta_{2} = \frac{u_{2}^{-}g_{2}^{+} - u_{2}^{+}g_{2}^{-}}{u_{3}^{+}g_{1}^{+} - u_{1}^{+}g_{3}^{+}};$$

$$\theta_{3} = \frac{u_{2}^{-}g_{3}^{+} - u_{3}^{+}g_{2}^{-}}{u_{3}^{+}g_{1}^{+} - u_{1}^{+}g_{3}^{+}} = 0;$$

$$\theta_{1} = \frac{u_{1}^{-}g_{1}^{+} - u_{1}^{+}g_{1}^{-}}{u_{2}^{+}g_{3}^{+} - u_{3}^{+}g_{2}^{+}};$$

$$\theta_{2} = \frac{u_{1}^{-}g_{2}^{+} - u_{2}^{+}g_{1}^{-}}{u_{2}^{+}g_{3}^{+} - u_{3}^{+}g_{2}^{+}};$$

$$\theta_{3} = \frac{u_{1}^{-}g_{3}^{+} - u_{3}^{+}g_{1}^{-}}{u_{2}^{+}g_{3}^{+} - u_{3}^{+}g_{2}^{+}} = 0.$$
(14)

Знаменатели в формулах (12)—(14) являются проекциями векторного произведения  $[\mathbf{u}^+, \mathbf{g}^+]$ . Если хотя бы одна из проекций этого произведения отлична от нуля, то для определения вектора конечного поворота можно воспользоваться соответствующей формулой из соотношений (12)—(14).

Если  $(\mathbf{u}^+, \mathbf{g}^-) = -(\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^+) = 0$ ,  $[\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^-] = 0$  и  $[\mathbf{u}^+, \mathbf{g}^+] = 0$ , то для определения координат вектора конечного поворота из уравнений (5) и (7) с учетом того, что  $\theta_3 = 0$ , можно получить следующие сотношения:

$$\theta_1 = u_2^-/u_3^+; \ \theta_2 = -u_1^-/u_3^+; \ \theta_3 = 0;$$
 (15)

$$\theta_1 = g_2^-/g_3^+; \ \theta_2 = -g_1^-/g_3^+; \ \theta_3 = 0.$$
 (16)

Таким образом, для решения задачи начальной выставки получены формулы, определяющие координаты вектора конечного поворота  $\theta$  при различных взаимных расположениях векторов  $\mathbf{u}^+$ ,  $\mathbf{u}^-$ ,  $\mathbf{g}^+$ ,  $\mathbf{g}^-$ .

### 3. Алгоритм 2 начальной выставки БИНС

Как показали численные эксперименты (см. разд. 4 статьи), при нахождении вектора  $\theta$  непосредственно из СЛАУ (4)—(7) по алгоритму 1 и данным, заданным с погрешностями, одна из компонент вектора  $\theta$  (которая отвечает за курс объекта) находится также с существенной погрешностью (в сравнении с другими двумя искомыми компонентами вектора  $\theta$ ). Поэтому, чтобы сгладить эти эффекты, было решено применить к задаче начальной выставки БИНС метод регуляризации А. Н. Тихонова.

С учетом введенных обозначений метод регуляризации для переопределенной СЛАУ (4)—(7) имеет вид в векторно-матричной форме

$$(\mathbf{A}^{\mathsf{T}}\mathbf{A} + \alpha \mathbf{E})\mathbf{\theta} = \mathbf{A}^{\mathsf{T}}\mathbf{B}; \tag{17}$$

$$\mathbf{\theta} = (\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{A} + \alpha \mathbf{E})^{-1} \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{B}, \tag{18}$$

где  ${\bf E}$  — единичная матрица размерности 3×3;  $\alpha \geqslant 0$  — некоторый малый параметр (параметр регуляризации);

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & u_{1}^{-} & u_{2}^{-} & u_{3}^{-} & g_{1}^{-} & g_{2}^{-} & g_{3}^{-} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} u_{1}^{-} & g_{1}^{-} & 0 & -u_{3}^{+} & u_{2}^{+} & 0 & -g_{3}^{+} & g_{2}^{+} \\ u_{2}^{-} & g_{2}^{-} & u_{3}^{+} & 0 & -u_{1}^{+} & g_{3}^{+} & 0 & -g_{1}^{+} \\ u_{3}^{-} & g_{3}^{-} & -u_{2}^{+} & u_{1}^{+} & 0 & -g_{2}^{+} & g_{1}^{+} & 0 \end{bmatrix};$$

"т" обозначает транспонирование матрицы,  $"^{-1}"$  — обращение матрицы.

Следует отметить, что матрица коэффициентов в СЛАУ (17) получается симметрической. Окончательно, после всех проведенных преобразований СЛАУ (17) принимает в безразмерной форме следующий вид:

$$Z + Q/2 + \alpha \qquad M \qquad N$$

$$M \qquad F + Q/2 + \alpha \qquad H$$

$$N \qquad H \qquad K + Q/2 + \alpha$$

$$\times \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H \\ -N \\ L \end{pmatrix};$$

$$Z = \frac{g_2 g}{g_{MCK}^2} - \frac{u_1}{u} \cos \varphi + \frac{u_2}{u} \sin \varphi;$$

$$M = -\frac{g_1 g}{g_{MCK}^2} - \frac{u_1}{u} \sin \varphi - \frac{u_2}{u} \cos \varphi;$$

$$F = -\frac{g_2 g}{g_{MCK}^2} + \frac{u_1}{u} \cos \varphi - \frac{u_2}{u} \sin \varphi;$$

$$H = -\frac{g_3 g}{g_{MCK}^2} - \frac{u_3}{u} \sin \varphi;$$

$$K = \frac{g_2 g}{g_{MCK}^2} + \frac{u_1}{u} \cos \varphi + \frac{u_2}{u} \sin \varphi;$$

$$N = -\frac{u_3}{u} \cos \varphi;$$

$$L = \frac{g_1 g}{g_{MCK}^2} + \frac{u_1}{u} \sin \varphi - \frac{u_2}{u} \cos \varphi;$$

$$Q = -\frac{\|\mathbf{g}\|}{g_{MCK}^2} + \frac{\|\mathbf{u}\|}{u^2} + \frac{g^2}{g_{MCK}^2} + 1;$$

$$\|\mathbf{u}\| = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2, \|\mathbf{g}\| = g_1^2 + g_2^2 + g_3^2,$$

где  $g_{\text{мск}} = 9,8154 \text{ м/c}^2$  — ускорение силы тяжести в районе г. Москвы. Относительно параметра регуляризации  $\alpha$  отметим, что если элементы матрицы  $\mathbf{A}$  и вектора  $\mathbf{B}$  заданы с некоторым  $\varepsilon$ -приближением, то параметр регуляризации может быть вычислен (см., например [6]), по формуле  $\alpha = 0,5\sqrt{n\varepsilon}$ , где n — порядок итоговой квадратной матрицы коэффициентов СЛАУ (17). Выражения (18), (19) образуют алгоритм начальной выставки БИНС на основе мгновенной информации, получаемой от чувствительных элементов БИНС.

Следует отметить, что на основе выражений (18), (19) можно получить алгоритм начальной выставки БИНС на основе интегральной информации. Для этого проинтегрируем (4)—(7). При этом  $\boldsymbol{\theta} = \text{const}, \, \mathbf{u}_y \to \mathbf{u}_y h, \, \mathbf{g}_y \to \mathbf{g}_y h; \, \mathbf{u}_x = \int\limits_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{u} dt = \mathbf{v}, \quad \mathbf{g}_x = \int\limits_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{g} dt = \mathbf{\eta} \quad h = t_k - t_{k-1} - \mathbf{u}$  шаг съема информации с чувствительных элементов БИНС. Тогда для СЛАУ (19) получим:

$$\begin{pmatrix}
h\hat{Z} + \hat{Q}/2 & h\hat{M} & h\hat{N} \\
h\hat{M} & h\hat{F} + \hat{Q}/2 & h\hat{H} \\
h\hat{N} & h\hat{H} & h\hat{K} + \hat{Q}/2
\end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h\hat{H} \\ -h\hat{N} \\ h\hat{L} \end{pmatrix}; (20)$$

$$\hat{Z} = \frac{\eta_2 g}{g_{\text{MCK}}^2} - \frac{v_1}{u} \cos \varphi + \frac{v_2}{u} \sin \varphi;$$

$$\hat{M} = -\frac{\eta_1 g}{g_{\text{MCK}}^2} - \frac{v_1}{u} \sin \varphi - \frac{v_2}{u} \cos \varphi;$$

$$\hat{K} = \frac{\eta_2 g}{g_{\text{MCK}}^2} + \frac{v_1}{u} \cos \varphi + \frac{v_2}{u} \sin \varphi;$$

$$\hat{H} = -\frac{\eta_3 g}{g_{\text{MCK}}^2} - \frac{v_3}{u} \sin \varphi;$$

$$\hat{L} = \frac{\eta_1 g}{g_{\text{MCK}}^2} + \frac{v_1}{u} \sin \varphi - \frac{v_2}{u} \cos \varphi;$$

$$\hat{N} = -\frac{v_3}{u} \cos \varphi;$$

$$Q = \frac{\|\mathbf{\eta}\|}{g_{\text{MCK}}^2} + \frac{\|\mathbf{v}\|}{u^2} + h^2 \left(\frac{g^2}{g_{\text{MCK}}^2} + 1\right).$$

Вектор  $\theta$  из соотношения (20) находится по формуле (18).

Формулы (18), (20) образуют алгоритм начальной выставки БИНС на основе интегральной информации, получаемой от чувствительных элементов БИНС.

### 4. Численные примеры

Ниже приводятся результаты численного эксперимента, проведенного по алгоритмам 1 и 2 начальной выставки БИНС на неподвижном основании, выбранные из большого массива проведенных вычислений. Расчеты проводились для следующих значений местоположения объекта: долгота 37,57°, широта 55,7945° и высота над уровнем моря 1000 м.

В ходе численного эксперимента из СЛАУ (19) по заданным элементам матрицы коэффициентов и вектора правой части находили вектор θ, из которого далее определяли углы ориентации объекта. При этом элементы матрицы коэффициентов и вектора правой части СЛАУ (19) строили по априорно задаваемым углам ориентации объекта и известным проекциям векторов **u** и **g** в НГСК.

При нахождении вектора  $\theta$  непосредственно из (4)—(7) по алгоритму 1 (табл. 1), в зависимости от априорно заданных значений углов ориентации объекта  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\gamma$  и вносимых погрешностей данных задачи (показаний гироскопов и акселерометров объекта), погрешность нахождения угла курса объекта  $\Delta \psi$  может отличаться в целом ряде случаев от погрешностей нахождения других углов ориентации объекта  $\Delta \theta$ ,  $\Delta \psi$  на два—три (в основном) и более порядков.

Анализ результатов численного эксперимента показал, что погрешности нахождения углов ориентации объекта  $\Delta \psi$ ,  $\Delta \theta$ ,  $\Delta \gamma$  с применением метода регуляризации по алгоритму 2 (табл. 2) стали носить между собой сопоставимый по порядку (более регулярный) характер.

Отметим подробнее некоторые особенности алгоритмов.

- 1. При наличии погрешностей в показаниях акселерометров и гироскопов в обоих алгоритмах хуже двух других углов находится угол курса объекта ψ.
- 2. С учетом детерминированных погрешностей в показаниях гироскопов 0,01 °/ч и отсутствии погрешностей акселерометров угол курса объекта у находится по алгоритму 2 с погрешностями, лежащими в интервале (0,01...0,087)°.
- 3. При наличии детерминированных погрешностей в показаниях гироскопов 0,01 °/ч (одинаковая погрешность для всех гироскопов) и наличии детерминированных акселерометров 0,00005 м/с² или 0,0001 м/с² (одинаковая погрешность для всех акселерометров) угол курса объекта  $\psi$  находится по алгоритму

## Pesyльтаты начальной выставки БИНС по алгоритму 1 Results of the initial alignment of SINS according to algorithm 1

opi	Углы иентаци	и, °		Погрешност ироскопов,		Погрешности акселерометров, м/с <sup>2</sup>		Погрешности вычисления углов ориентации, °			
Ψ	Э	γ	Прод. ось	Верт. ось	Попер. ось	Прод. ось	Верт. ось	Попер. ось	Δψ	Δθ	Δγ
0,1	0,2	0,3	_	_	_	0,001	0,001	0,001	0,024	0,014	0,0098
			0,001	0,001	0,001	_	_	_	0,014	$10^{-10}$	$10^{-10}$
			0,01	0,01	0,01	0,001	0,001	0,001	0,032	0,027	0,0149
2	0,3	20	0,01	0,01	0,01	0,001	0,001	0,001	1,83	0,008	0,2
1	3	2	0,01	0,01	0,01	0,0001	0,0001	0,0001	0,091	0,0014	0,00017
8	10	20	0,01	0,01	0,01	0,0001	0,0001	0,0001	0,145	0,0098	0,0007
20	30	2	0,01	0,01	0,01	0,0001	0,0001	0,0001	0,02	0,0009	0,0001
0,2	3	2	0,02	0,02	0,02	0,001	0,001	0,001	0,22	0,014	0,00006
1	1	20	0,02	0,02	0,02	0,0001	0,0001	0,0001	2,6	0,001	0,009

Таблица 2 Table 2

## Pesyntratы начальной выставки БИНС по алгоритму 2 Results of the initial alignment of SINS according to algorithm 2

op	Углы Погрешности ориентации, ° гироскопов, °/ч		Погрешности акселерометров, м/с <sup>2</sup>			Погрешности вычисления углов ориентации, °					
Ψ	в	γ	Прод. ось	Верт. ось	Попер. ось	Прод. ось	Верт. ось	Попер. ось	Δψ	Δθ	Δγ
0,1	0,2	0,3	0,01	0,01	0,01	0,00005	0,00005	0,00005	0,00354	0,00143	0,00287
			0,005	0,005	0,005	0,0001	0,0001	0,0001	0,0297	0,00166	0,000585
	0,01 0,01 0,01 0,0001 0,0001 0,000		0,0001	0,00537	0,000567	0,000587					
2	0,3	20	0,01	0,01	0,01	_	_	_	0,079	0,00684	0,000227
1	3	2	0,001	0,001	0,001	0,00005	0,00005	0,00005	0,006	0,0003	0,000296
			0,01	0,01	0,01	0,00005	0,00005	0,00005	0,006	0,0017	0,000278
8	10	20	_	_	_	_	_	_	$0,4\cdot 10^{-11}$	$0,52 \cdot 10^{-11}$	$0,1\cdot 10^{-10}$
20	30	20	0,01	0,01	0,01	0,00005	0,00005	0,00005	0,00388	0,000086	0,000086
			0,02	0,02	0,02	0,00005	0,00005	0,00005	0,086	0,00099	0,00046

- 2 с погрешностями, лежащими в интервале (0,0035...0,006) °. Во всех перечисленных случаях предыдущего и данного пунктов углы крена 9 и тангажа γ находятся с меньшими погрешностями, лежащими в интервале (0,0001...0,001)°.
- 4. Отметим парадоксальный факт: если гироскопы объекта имеют погрешности равные 0.01 °/ч, то наличие малых погрешностей в показаниях акселерометров (0.00005 м/с² или 0.0001 м/с²) положительно влияет на точность алгоритма 2 с методом регуляризации (это, видимо, можно объяснить тем, что входная информация алгоритма становится более сбалансированной).
- 5. В целом углы ориентации объекта находятся по алгоритму 2 лучше, чем по алгоритму 1.
- 6. Как было отмечено ранее, при получении уравнений (4)—(7) из выражения (2) полагалось, что  $v_0 \neq 0$ , т. е. что отсутствует полуоборот системы координат Y относительно X. Так как

$$v_0 = \cos(\psi/2)\cos(\theta/2)\cos(\gamma/2) + + \sin(\psi/2)\sin(\theta/2)\sin(\gamma/2).$$
 (21)

то алгоритмы 1, 2 начальной выставки будут содержать особые точки (бесконечное число, но локализованные в определенных пределах). Возможные одновременные значения особых точек (углов) приведены в табл. 3.

Таблица 3 Table 3

## Ocoбые точки (углы) разворотов БИНС Singular points (angles) of SINS reversals

Углы ориентации	Значения, °					
Ψ	Любое	Любое	±180	0	±180	0
в	±180	0	Любое	Любое	0	±180
γ	0	±180	0	±180	Любое	Любое

Таблица 4 Table 4

## Особые точки (углы) разворотов БИНС — итог Singular points (angles) of SINS reversals — finally

Углы ориентации	Значения, °				
Ψ	±180	±180			
в	Любое	0			
γ	0	Любое			

Также из выражения (21) следует, что  $v_0 = 0$  при значениях

$$\psi = \pm 90^{\circ}, \ \theta - \gamma = \pm 180^{\circ}, \ \theta = \pm 90^{\circ},$$
  
 $\psi - \gamma = \pm 180^{\circ}, \ \gamma = \pm 90^{\circ}, \ \psi - \theta = \pm 180^{\circ}.$ 

Так как начальную выставку БИНС, которая установлена на объекте, предполагается проводить на приблизительно горизонтальном (с той или иной степенью точности) неподвижном основании, то из физических соображений "допустимыми" получаются следующие значения особых точек (углов) курса, крена и тангажа объекта, которые сведены в табл. 4.

Таким образом, необходимо исключить попадание объекта в указанные точки и интервалы на этапе начальной выставки БИНС.

### Список литературы

- 1. **Челноков Ю. Н.** Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения. М.: Физматлит, 2006. 512 с.
- 2. **Britting K. R.** Inertial navigation system analysis. John Wiley and Sons, 1971. 249 p.
- 3. **Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.** Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 222 с.
- 4. Aleshin I. N., Baturin V. V., Molodenkov A. V., Peisakhovich G. A., Sadomtsev Y. V., Utkin G. V., Chelnokov Y. N. Motion Control for a Space Platform Complex. V. Algorithms for Adjustment of the Complex // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2002. Vol. 41, N. 3. P. 462—469.
- 5. **Li J., Tao R.** Initial alignment technology of strapdown inertial navigation system based-on stationary base // 2010 International Conference on Intelligent Control and Information Processing, Dalian. 2010. P. 561—564.
- 6. **Дьяконов В. П.** Справочник по алгоритмам и программам для ЭВМ. М.: Наука, 1987. 240 с.

# Quaternion Algorithm for Initial Alignment of Strapdown INS Using the A. N. Tikhonov Regularization Method

**Yu. N. Chelnokov, A. V. Molodenkov**, iptmuran@san.ru, Precision Mechanics and Control Problems Institute, RAS, Saratov, 410028, Russian Federation,

Corresponding author: Molodenkov Aleksey V., Dr. of Tech. Sciences, Leading Researcher, Laboratory of Mechanics, Navigation and Motion Control, Precision Mechanics and Control Problems Institute, RAS, Saratov, 410028, Russian Federation, e-mail: iptmuran@san.ru

Accepted December 24, 2020

### Abstract

For the functioning of algorithms of inertial orientation and navigation of strapdown inertial navigation system (SINS), it is necessary to conduct a mathematical initial alignment of SINS immediately before the operation of these algorithms. An efficient method of initial alignment (not calibration!) of SINS is the method of vector matching. Its essence is to determine the relative orientation of the instrument trihedron Y (related to the unit of SINS sensors) and the reference trihedron X according to the results of measuring the projections of at least two non-collinear vectors of the axes on both trihedrons. We address the estimation of the initial orientation of the object using the method of gyrocompassing, which is a form of vector matching method. This initial alignment method is based upon using the projections of the apparent acceleration vector  $\mathbf{a}$  and the absolute angular velocity vector  $\mathbf{o}$  of the object in the coordinate systems X and Y. It is assumed that the three single-axis accelerometers and the three gyroscopes (generally speaking, the three absolute angular velocity sensors of any type), which measure the projections of the vectors  $\mathbf{a}$  and  $\mathbf{o}$ , are installed along the axes of the instrument coordinate system Y. If the projections of the same vectors on the axes of the base coordinate system Y are known, then it is possible to estimate the mutual orientation of Y and Y trihedrons. We are solving the problem of the initial alignment of SINS for the case of a fixed base, when the accelerometers measure the projection  $\mathbf{g}_i$  (i = 1, 2, 3) of the gravity acceleration vector  $\mathbf{g}_i$  and the gyroscopes measure the projections  $\mathbf{u}_i$  of the vector  $\mathbf{u}$  of angular velocity of Earth's rotation on the body-fixed

axes. The projections of the same vectors on the axes of the normal geographic coordinate system X are also estimated using the known formulas. The correlation between the projections of the vectors **u** and **g** in X and Y coordinate system is given by known quaternion relations. In these relations the unknown variable is the orientation quaternion of the object in the X coordinate system. By separating the scalar and vector parts in the equations, we obtain an overdetermined system of linear algebraic equations (SLAE), where the unknown variable is the finite rotation vector  $\theta$ , which aligns the X and Y coordinate systems (it is assumed that there is no half-turn of the X coordinate system with respect to the Y coordinate system). Thus, the mathematical formulation of the problem of SINS initial alignment by means of gyrocompassing is to find the unknown vector  $\theta$  from the derived overdetermined SLAE. When finding the vector  $\theta$  directly from the SLAE (algorithm 1) and data containing measurement errors, the components of the vector  $\theta$  are also determined with errors (especially the component of the vector  $\theta$ , which is responsible for the course  $\psi$  of an object). Depending on the pre-defined in the course of numerical experiments values of heading w, roll 9, pitch y angles of an object and errors of the input data (measurements of gyroscopes and accelerometers), the errors of estimating the heading angle  $\Delta w$  of an object may in many cases differ from the errors of estimating the roll  $\Delta \vartheta$  and pitch  $\Delta \gamma$  angles by two-three (typically) or more orders. Therefore, in order to smooth out these effects, we have used the A. N. Tikhonov regularization method (algorithm 2), which consists of multiplying the left and right sides of the SLAE by the transposed matrix of coefficients for that SLAE, and adding the system regularization parameter to the elements of the main diagonal of the coefficient matrix for the newly derived SLAE (if necessary, depending on the value of the determinant of this matrix). Analysis of the results of the numerical experiments on the initial alignment shows that the errors of estimating the object's orientation angles  $\Delta \psi$ ,  $\Delta \theta$ ,  $\Delta \gamma$  using algorithm 2 are more comparable (more consistent) regarding their order.

Keywords: SINS, quaternion, initial alignment, method of gyrocompassing, A. N. Tikhonov regularization method

**Acknowledgments:** This article was prepared with the financial support of Russian Foundation for Basic Research (19-01-00205). For citation:

Chelnokov Yu. N., Molodenkov A. V. Quaternion Algorithm for Initial Alignment of Strapdown INS Using the A. N. Tikhonov Regularization Method, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 4, pp. 217—224.

DOI: 10.17587/mau.22.217-224

#### References

- 1. **Chelnokov Yu. N.** Quaternion and biquaternion models and methods of mechanics of solid bodies and its applications. Geometry and kinematics of Motion, Moscow, Fizmatlit, 2006, 511 p. (in Russian).
- 2. **Britting K. R.** Inertial navigation system analysis, John Wiley and Sons, 1971, 249 p.
- 3. **Tihonov A. N., Arsenin V. Ya.** Methods for Solving Non-Direct Problems, Moscow, Nauka, 1979. 222 p. (in Russian).
- 4. Aleshin I. N., Baturin V. V., Molodenkov A. V., Peisakhovich G. A., Sadomtsev Y. V., Utkin G. V., Chelnokov Y. N. Motion Control for a Space Platform Complex. V. Algorithms for Adjustment of the Complex, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2002, vol. 41, no. 3, pp. 462—469.
- 5. **Li J., Tao R.** Initial alignment technology of strapdown inertial navigation system based-on stationary base, *2010 International Conference on Intelligent Control and Information Processing*, Dalian, 2010, pp. 561–564.
- 6. **D'yakonov V. P.** Handbook of Algorithms and Computer Programs, Moscow, Nauka, 1987, 240 p. (in Russian).

### Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5510, (499) 269-5397

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор М. Ю. Безменова.

Сдано в набор 27.01.2021. Подписано в печать 18.03.2021. Формат  $60 \times 88~1/8$ . Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН421. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Адвансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Адвансед солюшнз". 119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: **www.aov.ru**