

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 22

2021

№ 1

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:
ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:
БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.
ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.
ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН
ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН
КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН
КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН
СИГОВ А. С., акад. РАН
СОЙФЕР В. А., акад. РАН
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН
ШЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:
DORANTES D. J., PhD, Турция
GROUMPOS P. P., PhD, Греция
ISIDORI A., PhD, Италия
KATALINIC B., PhD, Австрия
LIN CH.-Y., PhD, Тайвань
MASON O. J., PhD, Ирландия
ORTEGA R. S., PhD, Франция
SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США
STRZELECKI R. M., PhD, Польша
SUBUDHI V. D., PhD, Индия
АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан
ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина
ТРОФИМЕНКО Е. Е., д.т.н., Беларусь
БОБЦОВ А. А., д.т.н.
БУКОВ В. Н., д.т.н.
ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.
ЖУКОВ И. А., д.т.н.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.
ЛОХИН В. М., д.т.н.
ПУТОВ В. В., д.т.н.
ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.
РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д.п.с.н.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.
ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.
ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция:
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:
АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Berdnikov V. P., Lokhin V. M. Control of Parametrically Perturbed Objects with a Full Information 3

Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. Об устойчивости по части переменных нелинейных дискретных систем со случайными параметрами 12

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Фомин И. Н., Шульга Т. Э., Иващенко В. А. Синтез алгоритма управления генерирующим оборудованием тепловых электростанций на основе моделей системной динамики 20

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Брискин Е. С., Калинин Я. В., Артемьев К. С. Об устойчивости плоского движения мобильных роботов с шагающими движителями, работающими в "тянущем" режиме 28

Карташев В. А., Карташев В. В., Кириленко А. А. Имитационное моделирование динамики сборочного механизма 35

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Девятисильный А. С., Шурыгин А. В. Математическая модель спутниково-инерциальной подвижной вычислительной гравиметрии 43

Гвоздев О. Г., Козуб В. А., Кошелева Н. В., Мурынин А. Б., Рихтер А. А. Нейросетевой метод построения трехмерных моделей ригидных объектов по спутниковым изображениям 48

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief
FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:
BOLSHAKOV A. A.
PODURAEV Yu. V.
YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:
BEZMEENOVA M. Yu.

Editorial Board:
ANSHAKOV G. P.
BOLOTNIK N. N.
CHENTSOV A. G.
CHERNOUSKO F. L.
FEDOROV I. B.
KALYAEV I. A.
KURZHANSKI A. B.
KUZNETSOV N. A.
PESHEKHONOV V. G.
REZCHIKOV A. F.
SCHERBATYUK A. F.
SEBRYAKOV G. G.
SIGOV A. S.
SOJFER V. A.
SOLOMENTSEV Yu. M.
VASSILYEV S. N.
YUSUPOV R. M.
ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:
ALIEV T. A., Azerbaijan
DORANTES D. J., PhD, Turkey
GARASCHENKO F. G., Ukraine
GROUMPOS P. P., PhD, Greece
ISIDORI A., PhD, Italy
KATALINIC B., PhD, Austria
LIN CH.-Y., PhD, Taiwan
MASON O. J., PhD, Ireland
ORTEGA R. S., PhD, France
SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA
STRZELECKI R. M., PhD, Poland
SUBUDHI B. D., PhD, India
TROFIMENKO Ye. Ye., Belarus
BOBTSOV A. A.
BUKOV V. N.
ERMOLOV I. L.
FILARETOV V. F.
FRADKOV V. L.
FURSOV V. A.
ILYASOV B. G.
KOROSTELEV V. F.
LEBEDEV G. N.
LOKHIN V.M.
PUTOV V. V.
PSHIKHOPOV V. Kh.
RAPOPORT E. Ya.
SERGEEV S. F.
ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:
BEZMEENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:
ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospective development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

- Berdnikov V. P., Lokhin V. M.** Control of Parametrically Perturbed Objects with a Full Information 3
- Vorotnikov V. I., Martyshenko Yu. G.** On Stability with Respect to a Part of the Variables for Nonlinear Discrete-Time Systems with a Random Disturbances 12

AUTOMATION AND CONTROL TECHNOLOGICAL PROCESSES

- Fomin I. N., Shulga T. E., Ivashchenko V. A.** Synthesis of the Algorithm for Control of the Thermal Power Plant Generating Equipment Based on System Dynamics Models 20

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

- Briskin E. S., Kalinin Ya. V., Artemyev K. S.** On the Stability of the Plane Movement of Mobile Robots with Walking Propulsion Devices Working in "Pulling" Mode 28
- Kartashev V. A., Kartashev V. V., Kirilenko A. A.** Numerical Imitation Simulation of Assembly Mechanism Dynamics 35

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

- Devyatisilny A. S., Shurygin A. V.** Mathematical Model of Satellite-Inertial Mobile Computational Gravimetry 43
- Gvozdev O. G., Kozub V. A., Kosheleva N. V., Murynin A. B., Richter A. A.** Neural Network Method for Constructing Three-Dimensional Models of Rigid Objects from Satellite Images 48

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

V. P. Berdnikov, Postgraduate Student, berdnikov_vp@mail.ru,
V. M. Lokhin, D. Sc, Professor, kpu-mirea@yandex.ru,
MIREA — Russian Technological University, Moscow, 119454, Russian Federation

Corresponding author: **Berdnikov Vasily P.**, Postgraduate Student,
MIREA — Russian Technological University, Moscow, 119454, Russian Federation,
e-mail: berdnikov_vp@mail.ru

Accepted on October 5, 2020

Control of Parametrically Perturbed Objects with a Full Information

Abstract

The objective of this paper was to justify the new synthesis method of stabilizing controller for parametrically perturbed systems, which often appear in mobile robots, aircrafts, engineering objects with non-stationary parameters, intellectual control systems with a self-learning etc. Due to the high complexity and uncertainty of these systems, the classical PID controllers are not applicable and so a full information about the object state vector is used. Controllers obtained in this way allow to minimize the integral quality criterion of the system with the worst case parameter perturbation. For this purpose, the methods of differential games and switching systems theories were applied. Control laws are calculated by using the value function of the corresponding differential game, which can be obtained by solving the Hamilton-Jacobi-Bellman-Isaacs equations. A special set of basic functions was developed to approximate the value function and satisfy the boundary conditions. Finally, controller synthesis for a specific object with a nonstationary parameter is given. It significantly exceeds both the linear and fuzzy controllers in terms of quality. In the task of analyzing system qualitative characteristics under the worst parametric perturbation, our results are compared to the modern direct collocation methods of optimal control. With the same accuracy, proposed method is two times faster for low order systems. To verify that developed controllers can be employed in real time applications, we present computational time and memory usage in the end of the article.

Keywords: differential games, Hamilton-Jacobi-Bellman-Isaacs equations, value function, switching systems, absolute stability, Lyapunov functions, implicit Euler scheme, fuzzy controllers

Acknowledgments. This work was supported by the Russian Science Foundation, according to research project No 16-19-00052. Also, authors would like to thank Natalia Sadivova for translation assistance throughout all aspects of this paper.

For citation:

Berdnikov V. P., Lokhin V. M. Control of Parametrically Perturbed Objects with a Full Information, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 1, pp. 3–11.

DOI: 10.17587/mau.22.3-11

УДК 681.511.4

DOI: 10.17587/mau.22.3-11

В. П. Бердников, аспирант, berdnikov_vp@mail.ru,
В. М. Лохин, д-р техн. наук, проф., kpu-mirea@yandex.ru,
ФГБОУ ВО МИРЭА — Российский технологический университет, Москва, Россия

Управление параметрически возмущаемыми объектами при наличии полной информации

Целью данной статьи является обоснование нового метода синтеза стабилизирующих регуляторов для параметрически возмущенных систем, которые часто встречаются в мобильной робототехнике, беспилотных летательных аппаратах, исполнительных приводах с нестационарными параметрами, интеллектуальных системах управления с самообучением и т. д. Из-за высокой сложности и неопределенности этих систем классические ПИД регуляторы

оказываются неприменимы, поэтому в данной работе предлагается использовать полную информацию о векторе состояния объекта. Полученные таким образом регуляторы позволяют минимизировать интегральный критерий качества системы при наихудшем возмущении ее параметров. Для этого были применены методы дифференциальных игр и теории переключаемых систем. Законы управления вычисляются на основе функции цены соответствующей дифференциальной игры, которая может быть получена путем решения уравнений Гамильтона—Якоби—Беллмана—Айзекса. Для аппроксимации функции цены и удовлетворения граничных условий был разработан специальный набор базисных функций. В последнем разделе приведен пример синтеза регулятора для конкретного объекта с нестационарным параметром. По качеству переходных процессов он значительно превосходит линейные и нечеткие регуляторы. В задаче анализа качественных характеристик системы при действии наихудших параметрических возмущений наши результаты сравниваются с современными численными методами оптимального управления. При той же точности предлагаемый метод работает в два раза быстрее для систем невысокого порядка. Чтобы убедиться, что разработанные регуляторы можно использовать в реальных системах, в конце статьи приводится время вычислений управляющих воздействий и объем использованной памяти ЭВМ.

Ключевые слова: дифференциальные игры, уравнения Гамильтона—Якоби—Беллмана—Айзекса, функция цены, переключаемые системы управления, абсолютная устойчивость, функции Ляпунова, неявная схема Эйлера, нечеткие регуляторы

Introduction

In recent decades artificial intelligence methods have proven their efficiency in the tasks of complex dynamical objects control [1, 2]. One example of their successful application are non-stationary systems exposed to various uncertainty factors [3, 4]. These types of systems are used to describe aircrafts [5], mobile robots [6—8], actuators [9], etc. However, the choice of the structure and parameters of an intelligent controller as well as the analysis of the stability of the overall system is still a difficult and not fully resolved problem. A possible solution is the theory of absolute stability, which allows to determine the admissible sectors in which the nonlinear characteristics of the intelligent controller should be located.

Numerical algorithm proposed in Berdnikov (2018) studies can be used for constructing Lyapunov spline functions to solve the problem of absolute stability of the system with several nonstationary elements [10]. Later, this algorithm was used to construct guaranteed stability regions of automatic control system (ACS) with fuzzy controllers and parametrically perturbed objects [11, 12]. Even though the synthesized systems are stable, two questions still need to be answered. The first one is related to the choice of a fuzzy controller specific characteristics in a stable sector. The second one concerns determination of the object's worst-case parameters changing.

To avoid these drawbacks, this paper proposes the new algorithm for synthesizing nonlinear controller characteristics of ACS with parametrically perturbed objects. Its main idea is to use the theory of differential games for switching systems. In this context, a two-player differential game is considered. One of the players tries to minimize a pre-selected quality criterion by using control, while the

other tries to maximize it using parametric perturbation. Approximation of the game value function is the result of the algorithm. If there is complete information about the state vector of the system, this approach allows to synthesize optimal control laws in the form of feedbacks. On the other hand, the analysis of differential game permits the formation of the worst-possible perturbations in the system. It leads to the guaranteed estimation of the system quality criterion, which means it can't be worse with any other possible parameters perturbations.

This work is structured in the following way. Section 1 includes a detailed task description, the aim of which is to resolve a Hamilton-Jacobi-Bellman-Isaacs partial differential equation (HJBI). Section 2 introduces the special set of basis functions which help to approximate solution of the HJBI equations. Distinguishing characteristic of these functions is that the boundary condition is always satisfied. In Section 3, to simplify the process of finding a solution, methods of differential games with switching strategies are applied. Section 4 develops a numerical algorithm for constructing an approximate solution of HJBI equations for a switching system. Section 5 gives an analysis of the specific system with parametrically perturbed object. Discussion of the results and conclusion are presented in Section 6.

1. Problem statement

Consider a system described by equations

$$\frac{dx}{dt} = F(t, x, u, w) = f(x) + g_u(x)u + g_w(x)w, \quad (1)$$

where $x = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$ — d -dimensional column vector of state variables, $u = (u_1, u_2, \dots, u_p)^T$ —

p -dimensional column vector of controls, $(w, w_2, \dots, w_q)^T$ — q -dimensional column vector of disturbance; $f(x)$, $g_u(x)$, $g_w(x)$ — matrix functions of the corresponding dimensions. The restrictions on the vectors of control and disturbances $u \in U$, $w \in W$ (2) are imposed.

$$U = \{u \in \mathbb{R}^p | -\infty < u_i^1 \leq u_i \leq u_i^2 < +\infty\};$$

$$W = \{w \in \mathbb{R}^q | -\infty < w_j^1 \leq w_j \leq w_j^2 < +\infty\}. \quad (2)$$

This work examines the issue of synthesis of stabilizing optimal controller for parametrically perturbed objects. In contrast to [11, 12], this type of controller should minimize some pre-selected quality criterion J . Obviously, it will be different for various perturbations of a given class $w(t)$. In this regard, it is advisable to tune the controller, assuming that the system has some "worst" $w^*(t)$ perturbation for the chosen criterion, i.e. the perturbation is maximizing J among all other $w(t)$ (in the context of the concept of antisipative strategies [13]).

It is well known from the theory of differential games [14] that if the quality criterion is presented as the sum of the integral component and the terminal cost:

$$J(x_0, u(\cdot), w(\cdot)) = \int_0^T L(x, u, w) dt + h(x(T)),$$

$$x_0 = x(0),$$

the solution of the partial differential equation (3) $V(t, x)$,

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \min_{u \in U} \max_{w \in W} \left\{ \frac{\partial V}{\partial x}, F(t, x, u, w) + L(t, x, u, w) \right\} =$$

$$= 0, V(T, x) = h(x), \quad (3)$$

when the additional condition of the saddle point is fulfilled (Isaac's condition)

$$\min_{u \in U} \max_{w \in W} \{J(x, u(\cdot), w(\cdot))\} =$$

$$= \max_{w \in W} \min_{u \in U} \{J(x, u(\cdot), w(\cdot))\},$$

is the value function of the game. Moreover, if $V(t, x)$ known, the optimal control and the worst perturbation can be found in the form of feedback (4).

$$\begin{pmatrix} u(t, x) \\ w(t, x) \end{pmatrix} \in$$

$$\in \arg \min_{u \in U} \max_{w \in W} \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial x}, F(x, u, w) \right) + L(x, u, w) \right\}. \quad (4)$$

Next, we will consider quality criteria which operates on an infinite time interval and do not explicitly depends on control and disturbance, namely:

$$J(x_0, u(\cdot), w(\cdot)) = \int_0^{\infty} L(x) dt, \quad (5)$$

where $L(x) > 0$ for $x \neq 0$ and $L(0) = 0$. It was shown in [15, 16] that if $V(x)$ is a solution of the equation

$$\min_{u \in U} \max_{w \in W} \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial x}, F(x, u, w) \right) + L(x, u, w) \right\} = 0, \quad (6)$$

$$V(0) = 0,$$

and if $V(x) > 0$, $dV/dt = (\partial V/\partial x, F(x, u, w)) < 0$ for $x \neq 0$, and the Isaac's condition is satisfied, then $V(x)$ is the Lyapunov function establishing the asymptotic stability of the system. Moreover, in some region of the origin $V(x)$ is the value function of the corresponding differential game, and the optimal controls and the worst perturbations are obtained in the form of feedback by the formula (4). Note that in our case, the Isaac's condition is satisfied, since system (1) is divided by control and perturbation, and the quality criterion does not at all depends on u and w [17].

Thus, calculation of $V(x)$ in (6) permits to solve the problem completely. This paper proposes a numerical method for approximation of the solutions of HJBI equations, which contains the following main steps:

- 1) Construction of a set of basis functions for which the boundary condition $V(0) = 0$ is always satisfied;
- 2) Transformation of the initial system into a switching one. This step will simplify the subsequent procedure of the numerical search for a solution (6);
- 3) Development of numerical algorithm for approximating the value function $V(x)$ of a switching system.

In the following sections, the steps set out above will be discussed.

2. Basis Functions Construction

There are several numerical methods of approximation for the solutions of nonlinear partial differential equations in current literature. They include finite-difference methods [18], finite-elements methods [19], Galerkin methods [20], methods based on radial basis functions (RBF) [21] and others [see, for example, 22]. We will consider the last one. The main advantage of using radial basis functions is that it is not necessary to define a dense structured space grid, at the nodes of which the desired solution is approximated. This circumstance makes it possible to better cope with the so-called curse of dimensionality, namely that the computational resources and computer memory exponentially grow with increa-

sing dimension d . In fact, classical numerical methods are not applicable for the dimension $d \geq 4$ of the space on non-specialized computers.

In RBF-based methods, the solution is searched in the form

$$S(x) = \sum_{k=1}^m a_k \varphi_k(x), \quad (7)$$

where $\varphi_k(x)$ — are basis functions, m is the number of basis functions, a_k are the coefficients that need to be found. Radial basis functions are defined as follows:

$$\varphi_k(x) = g(p_k - x), p_k \in \mathbb{R}^d.$$

Function $g(\cdot)$ and the centers of the basis functions p_k are selected according to the specifics of a particular problem [23].

One of the main issues in the numerical solution of HJBI is that the functions $V(x)$ in (6) are almost always non-smooth [24, 25]. That's why it requires the use of an excessively large number of basis functions to approximate with acceptable accuracy. From a practical point of view, this circumstance makes methods based on radial basis functions inapplicable for the analysis of systems in which the control object is described by even a low order equations. In order to find solutions, it is necessary to take into account the boundary conditions (6), which complicate the structure solution and calculation process of a_k in (7).

To avoid such difficulties, this paper introduces a special set of basis functions, for which, when exercised, the boundary conditions $V(0) = 0$ in (6) will be satisfied automatically. The final non-smooth solution will be formed by several smooth surfaces. An overview of the proposed functions is given below:

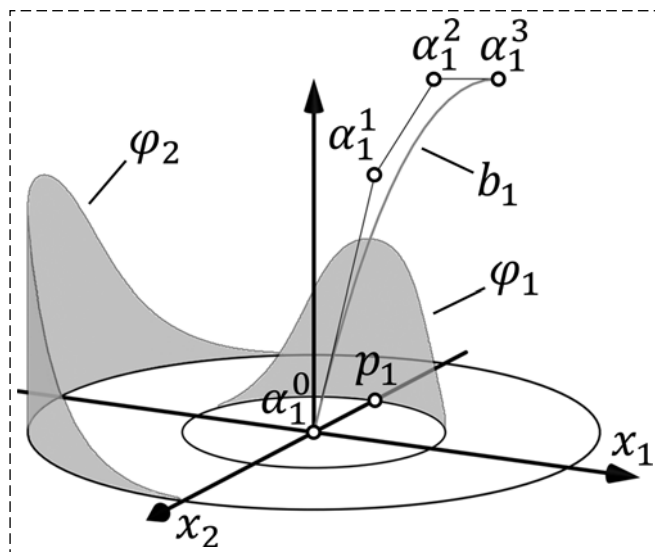


Fig. 1. Example of a set of basis functions on the plane

$$S(x) = \sum_{i=1}^m b_i^l \left(\frac{r}{r_{\max}} \right) \varphi_i \left(\frac{x}{r} \right), r = x, r_{\max} > 0, \quad (8)$$

$b_k^l(\cdot)$ is the Bezier spline of order l , and r_{\max} defines the radius of the region in which the solution is sought. The paper furthermore uses

$$\varphi_i(y) = \left(\frac{y, p_i + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\mu}}, p_i = 1, 0 < \mu < 1,$$

as a function $\varphi_i(\cdot)$, although there may be another option. For certainty we will assume that $\varphi_i(x/r) = 0$ for $r = 0$. Parameter μ allows to change the shape of $\varphi_i(\cdot)$: as μ increases, the region in which $\varphi_i(\cdot)$ is significantly different from zero and vice versa. Represented Bezier spline $b_k^l(\cdot)$ in the form of the Bernstein polynomial (8) can be rewritten as follows

$$S(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^l a_i^j B_j^l \left(\frac{r}{r_{\max}} \right) \varphi_i \left(\frac{x}{r} \right); \quad (9)$$

$$B_j^l(z) = \frac{l!}{j!(l-j)!} z^j (1-z)^{l-j}.$$

Thus, the construction of smooth surfaces tends to calculate the coefficients a_i^j . Note that if we take $a_i^0 = 0$ (for all $i = 1, \dots, m$), then $S(0) = 0$. Therefore, when using functions (9) as an approximation of the solution (6), the condition $V(0) = 0$ in (6) will be satisfied automatically, without introducing special restrictions. In the next section, functions of the form (9) will be used to construct smooth sections of the value function. Fig. 1 shows a graphical representation of the proposed functions, where, for convenience, $\varphi_1(\cdot)$ and $\varphi_2(\cdot)$ are located on circles of different radius.

3. Transformation into a switching system

It follows directly from the equation (6) that the optimal control u and the worst perturbation w can only take boundary values, since the quality criterion (5) does not depend explicitly on u, w . Therefore, the entire domain Ω in which the solution of the equation (6) is sought can be divided into subdomains $\Omega^{a,b}$ with both constant control and perturbation. When the system trajectory moves from one subdomain to another, u and w switch instantly. As will be shown below with numerical examples, the solution in each $\Omega^{a,b}$ can be approximated with high accuracy using the surface (9).

If the boundaries $\Omega^{a,b}$ are known, the search for the value function can be reduced to the problem of solving a system of linear equations. However, it is

generally scarcely possible to determine $\Omega^{a,b}$ without solving the HJBI. In fact, the task of synthesizing the optimal ACS is reduced to the following question: "In which areas of the phase space of the system do these or other values of control act?" In this regard, we use the results of the theory of differential games with switching strategies to construct the solution (6).

It was proved in [26, 27] that the solution $V(t, x)$ of partial differential equations (3) can be obtained as the limit

$$\lim_{n \rightarrow \infty} V_n^{a,b}(t, x) = V(t, x),$$

where $V_n(t, x) = [V_n^{a,b}(t, x)]$ is a continuous matrix function, which is the viscosity solution of the system

$$\max \left\{ \min \left\{ \frac{\partial V_n^{a,b}(t, x)}{\partial t} + H^{a,b} \left(t, x, \frac{\partial V_n^{a,b}(t, x)}{\partial x} \right), \right. \right. \\ \left. \left. \begin{array}{l} M^{a,b}[V_n](t, x) - V_n^{a,b}(t, x) \\ M_{a,b}[V_n](t, x) - V_n^{a,b}(t, x) \end{array} \right. \right\} = 0;$$

$$V_n^{a,b}(T, x) = h(x);$$

$$M^{a,b}[V_n](t, x) = \min_{\bar{a} \neq a} \{V_n^{\bar{a},b}(t, x) + \gamma_n\}; \quad (10)$$

$$M_{a,b}[V_n](t, x) = \max_{\bar{b} \neq b} \{V_n^{a,\bar{b}}(t, x) - \mu_n\};$$

$$H^{a,b}(t, x, p) = p, F(t, x, a, b) + L(t, x, a, b);$$

$$a \in U_n \subset U, b \in W_n \subset W.$$

Here γ_n, μ_n are the costs for switching between different controls a and perturbations b , which tend to zero as $n \rightarrow \infty$. Finite sets U_n, W_n cover the initial sets of controls and perturbations, and as n increases, the coverage should become more and more dense. Since u, w take only boundary values in the task described, the discretization of the sets U, W occurs naturally. Therefore, U_n and W_n consist of 2^p and 2^q elements and, consequently, are independent of n . If a solution (10) is found, then $V_n(t, x)$ is the lower value function of the differential game with payoff functional

$$J(x_0, u(\cdot), w(\cdot)) = \int_0^T L(t, x(t), u(t), w(t)) dt + \\ + h(x(T)) + N_{a(\cdot)} \gamma_n - N_{b(\cdot)} \tau_n,$$

in which $N_{a(\cdot)}, N_{b(\cdot)}$ is understood as the number of control and disturbance switches in the interval $[0, T]$.

Despite the fact that to solve (10) it is necessary to calculate $2^{(p+q)}$ functions $V_n^{a,b}(t, x)$, this approach has certain advantages over direct computation of $V(t, x)$ in (3). Indeed, the dependence on the gradient of $V(t, x)$ in (3) is non-linear, moreover,

in many practical cases it is not smooth, and (3) is neither convex nor concave in $\partial V(t, x)/\partial x$. At the same time, in (10) $\partial V_n^{a,b}(t, x)/\partial x$ enter linearly. As will be shown in the next section, it allows to compute $V_n(t, x)$ by the sequential solving systems of linear equations. Thus, there are 2 main assets in favor of using (10) instead of (3): discreteness of the control and disturbances sets also as simplifying the procedure of calculating the value function.

4. Formation of the optimization problem

On the time interval $[0, T]$, we introduce $M + 1$ uniformly distributed discrete values $\tau_M < \dots < \tau_{i+1} < \dots < \tau_i < \tau_{i-1} < \dots < \tau_0$, with $\tau_0 = T$, and $\tau_M = 0$. We also discretize the state space $X \subset \mathbb{R}^d$ using N (not necessarily structured) points $x_j \in X$. Then, using implicit Euler scheme, we will search for the solution (10) in the following form:

$$V_{i+1,j}^{a,b} - \Delta t H^{a,b} \left(t, x, \frac{\partial V_{i+1,j}^{a,b}}{\partial x} \right) = \underline{V}_{i+\frac{1}{2},j}^{a,b}, \quad (11)$$

where

$$\underline{V}_{i+\frac{1}{2},j}^{a,b} = \min \left[\bar{V}_{i+\frac{1}{2},j}^{a,b}, \min_{\bar{a} \neq a} \left\{ \bar{V}_{i+\frac{1}{2},j}^{\bar{a},b} + \gamma_n \right\} \right]; \\ \bar{V}_{i+\frac{1}{2},j}^{a,b} = \max \left[V_{i,j}^{a,b}, \max_{\bar{b} \neq b} \{V_{i,j}^{a,\bar{b}} - \mu_n\} \right]; \quad (12) \\ V_{i,j}^{a,b} = V_n^{a,b}(t_i, x_j), V_{0,j}^{a,b} = h(x_j).$$

In this work, the values of $V_{i+1,j}^{a,b}$ and $\partial V_{i+1,j}^{a,b}/\partial x$ are proposed to be approximated by using the function $S(x)$ from (9). By taking the total number of coefficients for the basis functions in (9) as K , and also setting $M > K$, we conclude that (11) is a linear equations system. Since it is overdetermined, its solution must be sought in the least squares sense.

Thus, the transition from t_i to t_{i+1} consists of two stages. At the first stage, the values $V_{i,j}^{a,b}$ used in (12) serve to calculate $\underline{V}_{i+\frac{1}{2},j}^{a,b}$. The coefficients for the basis functions in (9) are determined at the second stage, while solving the linear equations system (11). When this procedure complete for all τ_i , we obtain a solution on the interval $[0, T]$.

Now we will consider how this technique can be used to solve the stationary HJBI equation that arises in a differential game on an infinite time interval. To do this, it is necessary to conduct a series of numerical experiments, gradually increasing T . If, starting from some moment $T > T_c$, the value

function stabilizes at the initial moment of time, i.e. $\partial V_n^{a,b}(0, x)/\partial t$ takes small values, then we can take

$$V(x) = \min_a \left[\max_b V_n^{a,b}(t_M, x) \right]. \quad (13)$$

Note, that the function $V(x)$ and its gradient can be calculated not only at points x_j , but also at any other points $x \in X$ without additional interpolation. Indeed, the functions $V_n^{a,b}(t_M, x)$ are represented in the form (9) and the basis functions coefficients occur when (11) solved. If it is possible to obtain complete information about the state vector x for some control object at each moment of time, then the function (13) can be used directly on-board devices to synthesize optimal control laws.

In this way, the synthesis method of the optimal stabilizing controller consists of the following steps:

1. Equations of the system are written in the form (1);
2. Desired quality criterion (5) is selected;
3. Radius of the region r_{\max} in which the solution is sought (6), the number of basis functions, and the parameter μ , which determines the shape of the basis functions, are specified;
4. Value function (13) is searched while solving the optimization problem described in this section;
5. If $V(x) = 0$ for $x \neq 0$, then the control law $u(x)$ from (5) is stabilizing and optimal with respect to the selected quality criterion.

The examples of using this method are presented below.

5. Numerical experiments

Consider an ACS with a parametrically perturbed object from [12], which structure is shown in Fig. 2.

Dynamic equations of the presented system have the following form:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + b_p \varphi(\sigma_p, t) + b_w w(t) \sigma_w; \\ A &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_2} & \frac{1}{T_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_1} \end{pmatrix}, b_p = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{T_1} \end{pmatrix}, \\ b_w &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; \\ \sigma_p &= -x_1, \quad \sigma_w = -x_2 + x_3; \\ \delta_p^1 &\leq \frac{\varphi(\sigma_p, t)}{\sigma_p} \leq \delta_p^2, \quad 1 = \delta_r^1 \leq w(t) \leq \delta_r^2 = 3. \end{aligned} \quad (14)$$

If the controller is linear, then $\varphi(\sigma_p, t) = k_p \sigma_p$, $\delta_p^1 \leq k_p \leq \delta_p^2$. If the controller is fuzzy, then $\varphi(\sigma_p, t)$ determines the nonlinearity in the channel of the P-controller that satisfies the sector constraints δ_p^1, δ_p^2 . The quality criterion is chosen in the form (5) with $L(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$. It characterizes accumulated deviation of the system state and zero equilibrium point.

Next, we calculate the values of the selected quality criterion for three different types of P-controller: linear, fuzzy P-controller from [12] (its characteristics are demonstrated in Fig. 3), and controller with the control law $\xi(x) = k_p(x) \sigma_p$, $\delta_p^1 \leq k_p(x) \leq \delta_p^2$. The coefficient $k_p(x)$ of third controller is determined by complete information about the state vector.

The results of the calculation with the initial conditions $x_1(0) = 5, x_1(0) = x_3(0) = 0$ are summa-

Value of the quality criterion for different types of controllers

Controller Type	LC		FC		FIC		
	$k_p = 5$	$k_p = 7$	$\delta_p^1 = 0.1$ $\delta_p^2 = 5.3$	$\delta_p^1 = 2.0$ $\delta_p^2 = 6.2$	$\delta_p^1 = 0.1$ $\delta_p^2 = 5.3$	$\delta_p^1 = 2.0$ $\delta_p^2 = 6.2$	$\delta_p^1 = 2.0$ $\delta_p^2 = 8.0$
Criterion Value	15.5	217.2	4.9	5.5	1.3	2.3	2.2

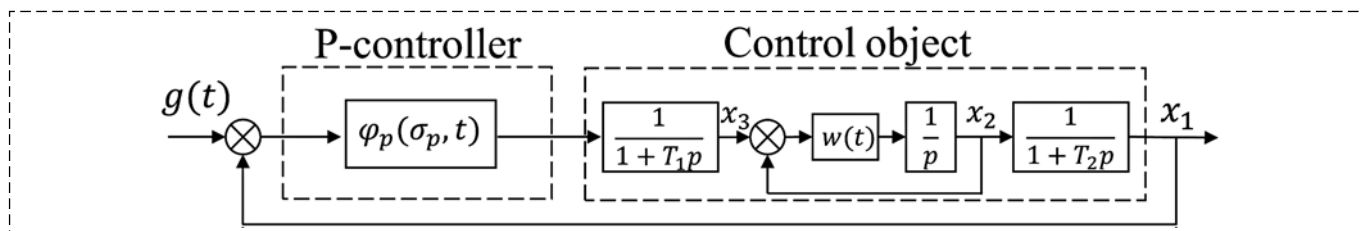


Fig. 2. ACS with a parametrically disturbed object

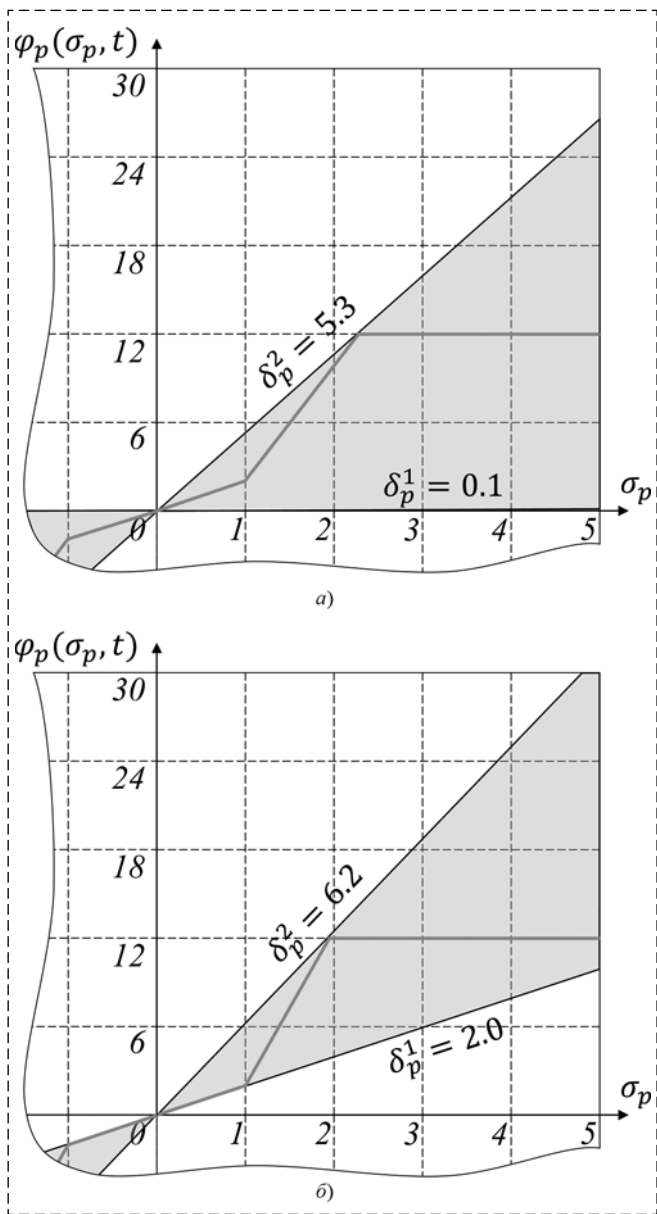


Fig. 3. Characteristics of the fuzzy P-controller for $\delta_p^1 = 0.1$, $\delta_p^2 = 5.3$ (a) and $\delta_p^1 = 2.0$, $\delta_p^2 = 6.2$ (b)

rized in Table (LC — linear controller, FC — fuzzy controller, FIC — controller with full information).

The rapid growth of the quality criterion J with an increase of k_p of the LC indicates the proximity to the stability boundary. Already at $k_p = 7.3$, the system is unstable (in this case, the value of the selected quality criterion tends to infinity). A FC with non-linear characteristics from [12] shows significantly lower values of J compared to the linear controller. However, really interesting results are associated with FIC. According to the same sector constraints as for the FC, the values of the criterion are 4 times lower for $\delta_p^1 = 0.1$, $\delta_p^2 = 5.3$ and 2.4 times lower for $\delta_p^1 = 2.0$, $\delta_p^2 = 6.2$. Moreover,

if the possibilities of increasing the upper boundary of the sector δ_p^2 without changing δ_p^1 , δ_w^1 , δ_w^2 are exhausted for the FC, then this is not the case for FIC, because in the last experiment the value of δ_p^2 was increased to 8.0, and the level of J was even lower than those of the controller with $\delta_p^2 = 6.2$. Note that for $k_p = 8.0$, the system with LC is unstable, i.e. at certain moments in time, the FIC switches to an unstable mode to improve quality index. The upper limit of change in the non-stationary parameter $w(t)$ can also be increased. Even with $\delta_w^2 = 9$, the value of J is only 3.1, which is lower than the linear and fuzzy P-controllers for $\delta_w^2 = 3$.

Determination of the worst parametric disturbances $w^*(t)$ in the system is another possible application of the proposed method. It allows to obtain information about the quality and stability of ACS in the most adverse events (a worst-case scenario). In most cases it is impossible to get analytic form of $w^*(t)$ and numerical algorithms must be applied. Fig. 4, a presents an example of ACS with a linear controller ($k_p = 7.0$) and an object, in which the parameter $w(t)$ changes in the worst way (based on our method).

As can be seen from the analysis of Fig. 4, a, strong oscillations are observed in the system. It indicates a system's proximity to the stability boundary and is completely coherent with [11], where this estimation was obtained independently on the basis of Lyapunov spline functions. In order to make sure that this disturbance is really the worst, another numerical method of optimal control will be applied [28]. It is a direct collocation method which reduces optimal control problem to nonlinear programming task. Since this work studies system on infinite time interval, sufficiently large process end time ($t_f = 100$) for numerical direct collocation method is chosen. It makes it possible to compare two processes on shorten start period $t \in [0, 10]$. The results of algorithm [28] are given in Fig. 4, b. They are similar to those in Fig. 4, a, and so, founded parametric disturbance is the worst. In contrast with our method, the resulting disturbance is given in time-dependent form (open loop form). This means that for different initial condition $x(0)$ direct collocation algorithm must be run again. Our method leads to feedback form of disturbance and only an approximation of the value function $V(x)$ is needed, what can be done once for a given system.

All experiments were done on two core 1.8 GHz CPU computer with 4 GB RAM. Average time of $V(x)$ approximation for the example in this section is 76.5 s and it is much faster than direct

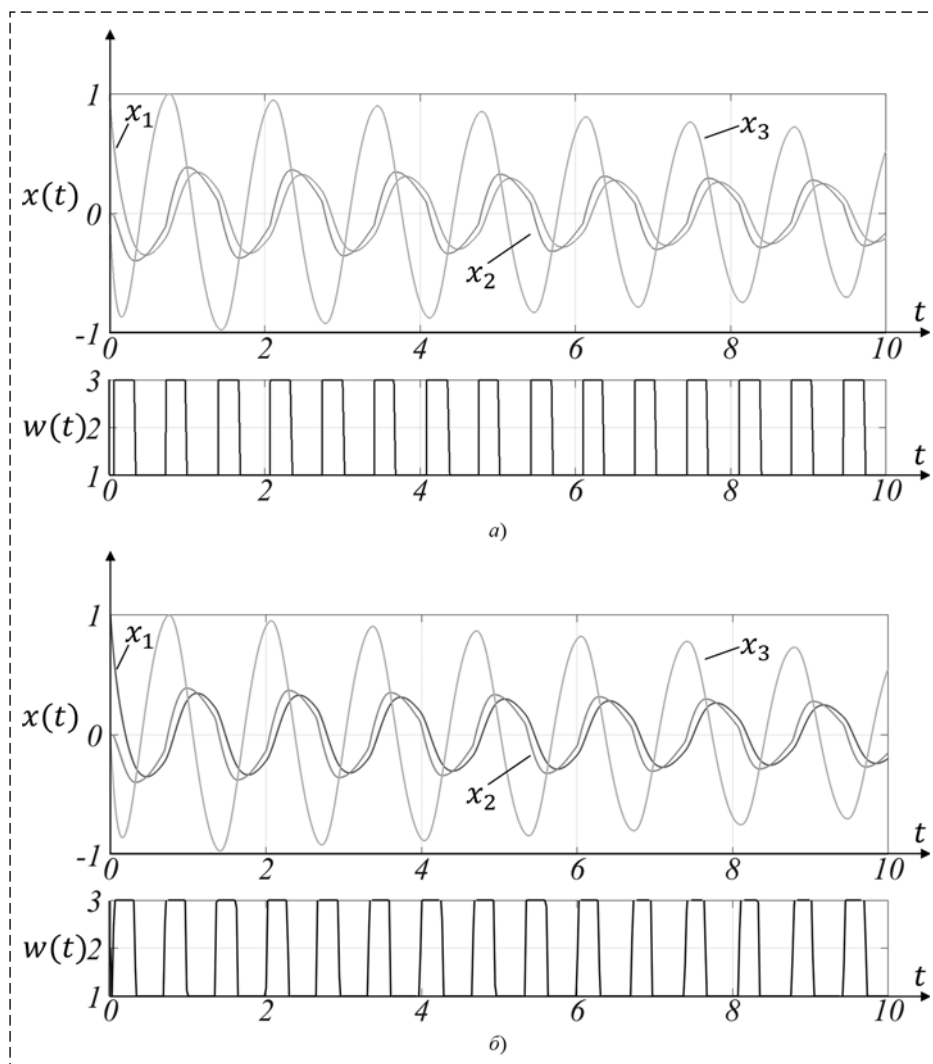


Fig. 4. Transient process in the system with a linear P-controller and the worst parameter change: proposed method (a), direct collocation method (b)

collocation algorithm which average time is 1704.6 s. Such difference can be explained in several ways. As mentioned above, the end time of process t_f must be taken large enough, and all this time $w(t)$ switches instantly between two boundary values. The same type of problem (bang-bang optimal control problem) is one of the hardest to solve in practical optimal control theory. To deal with a high number of switches, direct collocation algorithms need to subdivide time interval into many parts and precisely detect points of switching, what take a lot of computational resources. However, direct collocation algorithms do not suffer from "curse of dimensionality" and for high order systems it is still the only way to estimate the worst disturbances.

Since used computer is comparable with modern onboard systems for mobile robots and medium sized drones, it is interesting to discuss some aspects of physical implementations of proposed control al-

gorithms. First, it requires a full information about object state vector x . In most cases this information can be obtained with a help of special sensors (for specified objects). Second, it requires enough onboard memory size to handle approximated value function. Third, it requires gradient computation of approximated value function at point x for every new time step. For 3-dimensional system (14) the approximation of $V(x)$ uses under 10 KB of memory and evaluation of gradient takes around 0.005 s. Nonetheless, it must be noted that these values depend on system dimension and will grow rapidly with an order of control object.

6. Conclusion

This paper proposes a method for synthesizing ACS for parametrically disturbed objects. It is shown that the stabilizing control law can be obtained in the form of feedback based on the value function of a particular differential game.

The value function is calculated by solving the nonlinear Hamilton-Jacobi-Bellman-Isaacs equation. Since, in general, there is no analytical solution, a numerical procedure that approximates the value function was suggested. For this purpose, a novel set of basis functions was developed and methods of the theory of differential games with switching strategies were used to simplify the numerical procedure.

Suggested method allows to analyze asymptotic stability of parametric perturbed systems with high precision which is confirmed by Lyapunov functions. Also, it permits to find the worst parameters change in the system and thus helps to get guaranteed estimation of quality index. In comparison with direct collocation method it is more than 20 times faster. Meshfree nature of the proposed method leads to the efficient value function approximation in the sense of required memory size and gradient evaluation time. However, this method is not "curse of dimensiona-

lity" free, so achieved performance takes place only for low order systems.

Consequently, future works will be concentrated on studying higher order cases and improvements which need to be done to handle this type of problems. At the same time, physical implementation of control system for trajectory motion of mobile robots and quadcopters will be realized. One of the main features of this approach is the necessity of real-time full information about object state vector. On the one hand it will increase complexity of the system hardware, but on the other may give an advantage to the state of the art methods.

References

1. **Nowakova J., Pokorny M.** Intelligent Controller Design by the Artificial Intelligence Methods, *Sensors*, 2020, vol. 20 (16), pp. 1–27, DOI: 10.3390/s20164454.
2. **Santoso F., Garratt M. A., Anavatti S. G.** State-of-the-Art Intelligent Flight Control Systems in Unmanned Aerial Vehicles, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2018, vol. 15 (2), pp. 613–627, DOI: 10.1109/tase.2017.2651109.
3. **Vesely V., Korosi L.** Robust PI-D Controller Design for Uncertain Linear Polytopic Systems Using LMI Regions and H2 Performance, *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2019, vol. 55 (5), pp. 5353–5359, DOI: 10.1109/tia.2019.2921282.
4. **Chesi G.** Convex Synthesis of Robust Controllers for Linear Systems With Polytopic Time-Varying Uncertainty, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, vol. 62 (1), pp. 337–349, DOI: 10.1109/tac.2016.2555701.
5. **Jafari M., Xu H.** Intelligent Control for Unmanned Aerial Systems with System Uncertainties and Disturbances Using Artificial Neural Network, *Drones*, 2018, vol. 2 (3), pp. 1–13, DOI: 10.3390/drones2030030.
6. **Wang G., Liu X., Zhao Y., Han S.** Neural Network-Based Adaptive Motion Control for a Mobile Robot with Unknown Longitudinal Slipping, *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2019, vol. 32 (1), pp. 1–9, DOI: 10.1186/s10033-019-0373-3.
7. **Zheng W., Ito T.** Dynamic Surface Control—Based Adaptive Neural Tracking for Full-State Constrained Omnidirectional Mobile Robots, *Advances in Mechanical Engineering*, 2019, vol. 11 (4), pp. 1–14, DOI: 10.1177/1687814019846750.
8. **Guechi E.-H., Belharet K., Blazic S.** Tracking Control for Wheeled Mobile Robot Based on Delayed Sensor Measurements, *Sensors*, 2019, vol. 19 (23), pp. 1–21, DOI: 10.3390/s19235177.
9. **Bedioui N., Houimli R., Besbes M.** Simultaneous Sensor and Actuator Fault Estimation for Continuous-Time Polytopic LPV System, *International Journal of Systems Science*, 2019, vol. 50 (6), pp. 1290–1302, DOI: 10.1080/00207721.2019.1599078.
10. **Berdnikov V. P.** Improving the efficiency of the procedure of Lyapunov spline-functions construction for nonlinear nonstationary systems, *Russian Technological Journal*, 2018, vol. 6 (5), pp. 25–44 (In Russian), DOI: 10.32362/2500-316X-2018-6-5-25-44.
11. **Berdnikov V. P., Lokhin V. M., Uvaysov S. U.** Determination of Guaranteed Stability Regions of Systems with a PID Controller and

a Parametrically Perturbed Control Object, *2019 International Seminar on Electron Devices Design and Production (SED)*, 23–24 April 2019. Prague, Czech Republic, DOI: 10.1109/SED.2019.8798412.

12. **Berdnikov V. P., Lokhin V. M.** Synthesis of Guaranteed Stability Regions of a Nonstationary Nonlinear System with a Fuzzy Controller, *Civil Engineering Journal*, 2019, vol. 5 (1), pp. 107–116, DOI: 10.28991/cej-2019-03091229.

13. **Plaskacz S.** Value functions in control systems and differential games: a viability method, Torun, Poland, Nicolaus Copernicus University, 2003, 126 p.

14. **Yong J.** *Differential Games: A Concise Introduction*, World Scientific, 2015, 322 p.

15. **L'Afflitto A.** Differential games, asymptotic stabilization, and robust optimal control of nonlinear systems, *IEEE Conf. Decision and Control*, 2016, vol. 2, pp. 1933–1938, DOI: 10.1109/CDC.2016.7798547.

16. **L'Afflitto A.** Differential games, continuous Lyapunov functions, and stabilization of non-linear dynamical systems, *IET Control Theory & Applications*, 2017, vol. 11 (15), pp. 2486–2496, DOI: 10.1049/iet-cta.2017.0271.

17. **Galperin E. A.** The cubic algorithm for global games with application to pursuit-evasion games, *Computers and Mathematics with Applications*, 1993, vol. 26 (6), pp. 13–31, DOI: 10.1016/0898-1221(93)90114-B.

18. **Wang S., Gao F., Teo K. L.** An upwind finite-difference method for the approximation of viscosity solutions to Hamilton-Jacobi-Bellman equations, *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 2000, vol. 17 (2), pp. 167–178, DOI:10.1093/imamci/17.2.167.

19. **Falcone M., Ferretti R.** Semi-Lagrangian schemes for Hamilton-Jacobi equations, discrete representation formulae and Godunov methods, *Journal of Computational Physics*, 2002, vol. 175, pp. 559–575, DOI: 10.1006/jcph.2001.6954.

20. **Beard R. W., McLain T. W., Wen J. T.** Successive Galerkin approximation of the Isaacs equation, *IFAC Proceedings Volumes*, 1999, vol. 32 (2), pp. 2071–2076, DOI:10.1016/s1474-6670(17)56351-x.

21. **Cecil T., Qian J., Osher S.** Numerical methods for high dimensional Hamilton—Jacobi equations using radial basis functions, *Journal of Computational Physics*, 2004, vol. 196 (1), pp. 327–347, DOI: 10.1016/j.jcp.2003.11.010.

22. **Falcone M., Makridakis C.** Numerical methods for viscosity solutions and applications, World Scientific Publishing Company, 2001, 249 p., DOI: 10.1142/4781.

23. **Fornberg B., Flyer N.** Solving PDEs with radial basis functions, *Acta Numer*, 2015, vol. 24, pp. 215–258, DOI: 10.1017/s0962492914000130.

24. **Subbotin A. I.** *Generalized Solutions of First Order PDEs*, Birkhäuser, Boston, 1995, 314 p., DOI:10.1007/978-1-4612-0847-1.

25. **Bardi M., Capuzzo-Dolcetta I.** Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations, Birkhäuser, Basel, 1997, 574 p., DOI: 10.1007/978-0-8176-4755-1.

26. **Yong J.** A zero sum differential game in a finite duration with switching strategies, *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1990, vol. 28 (5), pp. 1234–1250, DOI: 10.1137/0328066.

27. **Yong J.** Differential game with switching strategies, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 1990, vol. 145 (2), pp. 455–469, DOI: 10.1016/0022-247X(90)90413-A.

28. **Nie Y., Faqir O. J., Kerrigan E. C.** ICLOCS2: Try this Optimal Control Problem Solver Before You Try the Rest, *2018 UKACC 12th International Conference on Control*, 5–7 September 2018, Sheffield, DOI: 10.1109/CONTROL.2018.8516795.

В. И. Воротников, д-р физ.-мат. наук, проф., vorotnikov-vi@rambler.ru,
Сочинский институт Российского университета дружбы народов,
Ю. Г. Мартышенко, канд. физ.-мат. наук, доц., j-mart@mail.ru,
Российский государственный университет нефти и газа, Москва

Об устойчивости по части переменных нелинейных дискретных систем со случайными параметрами

Рассматривается нелинейная дискретная (конечно-разностная) система уравнений, подверженных воздействию случайного процесса типа "белого" шума, являющаяся разностным аналогом систем стохастических дифференциальных уравнений в форме Ито. Повышенный интерес к таким системам связан с их использованием в цифровых системах управления, в финансовой математике, а также с численным решением систем стохастических дифференциальных уравнений. Задачи устойчивости относятся к основным задачам качественного анализа и синтеза рассматриваемых систем. При этом в основном изучается обладающая большой общностью задача устойчивости нулевого положения равновесия, в рамках которой устойчивость анализируется по отношению ко всем переменным, определяющим состояние системы. Для ее решения разработан дискретно-стохастический вариант метода функций Ляпунова. Центральным здесь является введенное в работах школы Н. Н. Красовского понятие усредненной конечной разности функции Ляпунова, для вычисления которой достаточно знать лишь правые части системы и вероятностные характеристики случайного процесса. В данной работе для рассматриваемого класса систем дается постановка более общей задачи устойчивости нулевого положения равновесия: не по всем, а по заданной части определяющих его переменных. Для случая детерминированных систем обыкновенных дифференциальных уравнений постановка этой задачи восходит к классическим работам А. М. Ляпунова и В. В. Рунянцева. Для решения поставленной задачи используется дискретно-стохастический вариант метода функций Ляпунова при соответствующей конкретизации требований к функциям Ляпунова. В целях расширения возможностей используемого метода наряду с основной функцией Ляпунова рассматривается дополнительная (векторная, вообще говоря) вспомогательная функция для корректировки области, в которой строится основная функция Ляпунова.

Ключевые слова: система нелинейных дискретных (конечно-разностных) уравнений, случайные возмущения типа "белого" шума, устойчивость по части переменных, метод функций Ляпунова

Введение

Теория устойчивости систем стохастических дифференциальных уравнений сформировалась в 60-е годы прошлого столетия и опирается на идеи метода функций Ляпунова. Существенный вклад в становление этого метода как основного метода исследования устойчивости нелинейных стохастических систем внесла работа Н. Н. Красовского и И. Я. Каца [1], в которой введено понятие усредненной производной функции Ляпунова, и последовавшие за ней монографии Г. Кушнера [2] и Р. З. Хасьминского [3].

Анализ устойчивости дискретных систем со случайными параметрами и (или) структурой составляет отдельное направление стохастической теории устойчивости. В рамках данного направления разработан дискретно-стохастический вариант метода функций Ляпунова (см. например, работы [2, 4–11]), где центральным является понятие *усредненной конечной разности* функции Ляпунова и рассматривается устойчивость по всем переменным нулевого положения равновесия. Ситуация, когда устойчивость имеет место только по заданной части переменных, практически не исследовалась.

Учитывая, что задачи частичной устойчивости становятся базой многих современных исследований [12–15], в данной статье для класса нелинейных систем дискретных (конечно-разностных) уравнений, подверженных действию дискретного случайного процесса типа "белого" шума, ставится задача устойчивости по части переменных нулевого положения равновесия.

Для решения этой задачи применяется дискретно-стохастический вариант метода функций Ляпунова. Необходимые дополнения и изменения включают: 1) конкретизацию требований к функциям Ляпунова, соответствующих предложенной постановке задачи; 2) наряду с основной функцией Ляпунова рассматривается дополнительная (векторная, вообще говоря) вспомогательная функция для корректировки области, в которой строится основная функция Ляпунова.

1. Постановка задачи

Рассмотрим линейное действительное конечномерное пространство векторов x с нормой $|x| = \max|x_i|$ (x_i — i -я компонента вектора x).

Введем разбиение $\mathbf{x} = (\mathbf{y}^T, \mathbf{z}^T)^T$ (индекс "Т" обозначает транспонирование). Обозначим $\mathbb{Z}_+ = \{k = 0, 1, 2, \dots\}$ множество целых неотрицательных чисел.

Пусть дана нелинейная система стохастических дискретных (конечно-разностных) уравнений

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{X}(k, \mathbf{x}(k)) + \boldsymbol{\sigma}(k, \mathbf{x}(k))\xi(k),$$

$$\mathbf{X}(k, \mathbf{0}) \equiv \mathbf{0}, \boldsymbol{\sigma}(k, \mathbf{0}) \equiv \mathbf{0},$$

в которой $k \in \mathbb{Z}_+$ — дискретное время; $\mathbf{x}(k)$ — n -мерный фазовый вектор, определяющий текущее состояние системы; $\xi(k)$ — m -мерный случайный вектор внешних воздействий, заданный на стандартном вероятностном пространстве с вероятностной мерой \mathbf{P} ; $\mathbf{X}(k, \mathbf{x}(k))$, $\boldsymbol{\sigma}(k, \mathbf{x}(k))$ — соответственно n -мерная вектор-функция и матричная функция размера $(n \times m)$. Компоненты $\xi_i(k, \omega)$ — реализации случайного процесса $\xi(k)$ — предполагаются независимыми случайными величинами с одинаковыми законами распределения; $\mathbf{E}[\xi_i(k)] = 0$, $\mathbf{E}[\xi_i^2(k)] = 1$, \mathbf{E} — оператор математического ожидания.

С учетом сделанного разбиения $\mathbf{x} = (\mathbf{y}^T, \mathbf{z}^T)^T$ представим рассматриваемую систему в виде двух групп уравнений:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k+1) &= \mathbf{Y}(k, \mathbf{y}(k), \mathbf{z}(k)) + \boldsymbol{\sigma}_y(k, \mathbf{y}(k), \mathbf{z}(k))\xi(k); \\ \mathbf{z}(k+1) &= \mathbf{Z}(k, \mathbf{y}(k), \mathbf{z}(k)) + \boldsymbol{\sigma}_z(k, \mathbf{y}(k), \mathbf{z}(k))\xi(k), \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{Y} , \mathbf{Z} , $\boldsymbol{\sigma}_y$, $\boldsymbol{\sigma}_z$ — векторные и матричные функции соответствующих размеров.

Будем считать, что вектор-функция $\mathbf{X} = (\mathbf{Y}^T, \mathbf{Z}^T)^T$ и матричная функция $\boldsymbol{\sigma} = (\boldsymbol{\sigma}_y^T, \boldsymbol{\sigma}_z^T)^T$, определяющие правые части системы (1), при каждом $k \in \mathbb{Z}_+$ и всех ξ непрерывны по \mathbf{x} в области $|\mathbf{x}| < \infty$.

Тогда [7, 9] для всех $k_0 \geq 0$ и каждого детерминированного значения \mathbf{x}_0 существует единственный случайный многомерный марковский процесс, являющийся в пространстве $\{\mathbf{x}, \xi\}$ случайной вектор-функцией $\{\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k; k_0, \mathbf{x}_0)$, $\xi(k, \xi_0)\}$, реализации $\{\mathbf{x}(k, \omega) = \mathbf{x}(k, \omega; k_0, \mathbf{x}_0)$, $\xi(k, \omega) = \xi(k, \omega; \xi_0)\}$ которой удовлетворяют системе (1). Данный случайный процесс и соответствующий ему набор реализаций случайной вектор-функции определяют решение системы (1), удовлетворяющее начальным условиям $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(k_0; k_0, \mathbf{x}_0)$, $\xi_0 = \xi(k_0; \xi_0)$; это решение является глобально продолжимым (определено при всех $k \geq k_0$).

Чтобы сделать рассматриваемые понятия устойчивости по части переменных положения равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ более содержательными, представим компоненту \mathbf{z} вектора \mathbf{x} в виде $\mathbf{z} = (\mathbf{z}_1^T, \mathbf{z}_2^T)^T$ и обозначим D_δ — область значений \mathbf{x}_0 таких, что $|\mathbf{y}_0| < \delta$, $|\mathbf{z}_{10}| \leq L$, $|\mathbf{z}_{20}| < \infty$.

Определения. Положение равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ системы (1) при больших значениях \mathbf{z}_{10} в целом по \mathbf{z}_{20} :

1) *у-устойчиво по вероятности*, если для каждого $k_0 \in \mathbb{Z}_+$ и для любых сколь угодно малых чисел $\varepsilon > 0$, $\gamma > 0$, а также для любого наперед заданного числа $L > 0$ найдется число $\delta(\varepsilon, \gamma, L, k_0) > 0$ такое, что для всех $k \geq k_0$ и $\mathbf{x}_0 \in D_\delta$ имеет место соотношение

$$\mathbf{P} \left\{ \sup_{k \geq k_0} |\mathbf{y}(k; k_0, \mathbf{x}_0)| > \varepsilon \right\} < \gamma; \quad (2)$$

2) *равномерно у-устойчиво*, если $\delta = \delta(\varepsilon, \gamma, L)$.

Замечание 1. В определениях 1)–2) значение \mathbf{x}_0 предполагается детерминированным. Однако можно показать (см. например, работу [16]), что если \mathbf{x}_0 — случайная величина (не зависящая от $\xi(k)$), и включение $\mathbf{x}_0 \in D_\delta$ выполняется почти наверное (с вероятностью 1), то получаем определения, эквивалентные введенным определениям частичной устойчивости.

Замечание 2. Наиболее близкими к введенным являются понятия устойчивости по части переменных нулевого положения равновесия $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ систем стохастических дифференциальных уравнений [17, 18]: понятие *у-устойчивости*, в котором $|\mathbf{y}_0| < \delta$, $|\mathbf{z}_0| < \infty$, где δ может зависеть не только от ε , k_0 , но и от \mathbf{z}_0 [17] (в этом случае неравенства $|\mathbf{y}_0| < \delta$, $|\mathbf{z}_0| < \infty$ эквивалентны неравенствам $|\mathbf{y}_0| < \delta$, $|\mathbf{z}_0| < L$), а также более общее понятие *у-устойчивости* [18], предполагающее включение $\mathbf{x}_0 \in D_\delta$. Мотивацией к разделению вектора \mathbf{z}_0 на две части (в виде $\mathbf{z} = (\mathbf{z}_{10}^T, \mathbf{z}_{20}^T)^T$) и переход от условия $|\mathbf{z}_0| < \infty$ к условиям $|\mathbf{z}_{10}| \leq L$, $|\mathbf{z}_{20}| < \infty$ является поиск компромисса между содержательным смыслом понятия частичной устойчивости и требованиями к функциям Ляпунова.

Задача. Найти условия *у-устойчивости* (при больших значениях \mathbf{z}_{10} в целом по \mathbf{z}_{20}) по вероятности положения равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ системы (1) в контексте метода функций Ляпунова.

Поставленная задача представляет интерес как задача анализа системы (1), но может использоваться и для решения задачи стабилизации по части переменных положения равно-

весия этой системы посредством приложения соответствующих управляющих воздействий. Кроме того, указанная задача может рассматриваться также как *вспомогательная* при анализе устойчивости по всем переменным нулевого положения равновесия системы (1).

2. Условия устойчивости по части переменных

Для решения поставленной задачи будем рассматривать однозначные непрерывные по \mathbf{x} при каждом $k \in \mathbb{Z}_+$ вспомогательные скалярные функции $V = V(k, \mathbf{x})$, $V(k, \mathbf{0}) \equiv 0$, определенные в области

$$|\mathbf{y}| < h, |\mathbf{z}| < \infty. \quad (3)$$

Аналогом производных этих функций в силу исследуемой системы (1) являются их усредненные разности (приращения), вычисляемые по формуле [4, 7]

$$\begin{aligned} \mathbf{L}V(k, \mathbf{x}) = \\ = \mathbf{E}[V(k+1, \mathbf{X}^*(k, \mathbf{x}(k), \xi(k))) | \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}] - V(k, \mathbf{x}), \\ \mathbf{X}^*(k, \mathbf{x}(k), \xi(k)) = \mathbf{X}(k, \mathbf{x}(k)) + \sigma(k, \mathbf{x}(k))\xi(k), \end{aligned}$$

где $\mathbf{E}[V(k+1, \mathbf{X}^*(k, \mathbf{x}(k), \xi(k))) | \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}]$ — условное математическое ожидание при $\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}$ случайной величины $V(k+1, \mathbf{X}^*(k, \mathbf{x}(k), \xi(k)))$, порожденной реализациями $\{\mathbf{x}(k, \omega), \xi(k, \omega)\}$ процесса $\{\mathbf{x}(k), \xi(k)\}$.

Также для формулировки условий частичной устойчивости дополнительно будут использоваться следующие вспомогательные функции:

1) скалярные непрерывные при каждом $k \in \mathbb{Z}_+$ в области (3) функции $V^*(k, \mathbf{y}, \mathbf{z}_1)$, $V^*(\mathbf{y}, \mathbf{z}_1)$ и вспомогательная векторная функция $\boldsymbol{\mu}(k, \mathbf{x})$, $\boldsymbol{\mu}(k, \mathbf{0}) \equiv \mathbf{0}$;

2) непрерывная монотонно возрастающая по $r > 0$ скалярная функция $a(r)$, $a(0) = 0$ (функция типа Хана [12, 13]).

Теорема 1. Пусть для системы (1) наряду с основной скалярной V -функцией можно указать дополнительную векторную функцию $\boldsymbol{\mu}(k, \mathbf{x})$, $\boldsymbol{\mu}(k, \mathbf{0}) \equiv \mathbf{0}$, для которых при каждом $k \in \mathbb{Z}_+$ и достаточно малом $h_1 > 0$ в области

$$|\mathbf{y}| + |\boldsymbol{\mu}(k, \mathbf{x})| < h_1 < h, |\mathbf{z}| < \infty \quad (4)$$

выполняются условия

$$V(k, \mathbf{x}) \geq a(|\mathbf{y}| + |\boldsymbol{\mu}(k, \mathbf{x})|), \quad (5)$$

$$V(k, \mathbf{x}) \leq V^*(k, \mathbf{y}, \mathbf{z}_1), V^*(k, \mathbf{0}, \mathbf{z}_1) \equiv 0, \quad (6)$$

$$\mathbf{L}V(k, \mathbf{x}) = \mathbf{E}[V(k+1, \mathbf{X}^*(k, \mathbf{x}(k), \xi(k))) | \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}] - V(k, \mathbf{x}) \leq 0. \quad (7)$$

Тогда положение равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ системы (1) *у-устойчиво по вероятности при больших значениях \mathbf{z}_{10} в целом по \mathbf{z}_{20} .*

Доказательство. Возьмем произвольное число ε ($0 < \varepsilon < h_1$) и выберем начальную точку \mathbf{x}_0 из области $D_\varepsilon = \{|\mathbf{y}_0| < \varepsilon, |\mathbf{z}_{10}| \leq L, |\mathbf{z}_{20}| < \infty\}$. Рассмотрим случайный процесс $\mathbf{x}(k; t_0, \mathbf{x}_0)$ и обозначим τ_ε — "целочисленный" момент первого достижения этим процессом поверхности $|\mathbf{y}| = \varepsilon$. Если некоторые траектории этого процесса ни за какое конечное время не достигают поверхности $|\mathbf{y}| = \varepsilon$, то для них τ_ε считаем равным ∞ . Положим $\tau(k) = \min(\tau_\varepsilon, k)$; $\tau(k_0) = k_0$.

Имеют место равенства

$$\begin{aligned} V(\tau(k), \mathbf{x}(\tau(k); k_0, \mathbf{x}_0)) - V(k_0, \mathbf{x}_0) = \\ = V(\tau(k), \mathbf{x}(\tau(k); k_0, \mathbf{x}_0)) - \\ - V(\tau(k-1), \mathbf{x}(\tau(k-1); k_0, \mathbf{x}_0)) + \\ + V(\tau(k-1), \mathbf{x}(\tau(k-1); k_0, \mathbf{x}_0)) - \\ - V(\tau(k-2), \mathbf{x}(\tau(k-2); k_0, \mathbf{x}_0)) + \\ \dots \\ + V(\tau(k_0+1), \mathbf{x}(\tau(k_0+1); k_0, \mathbf{x}_0)) - V(k_0, \mathbf{x}_0) = \\ = \sum_{s=k_0}^{k-1} \Delta V(\tau(s), \mathbf{x}(\tau(s); k_0, \mathbf{x}_0)); \\ \Delta V(\tau(s), \mathbf{x}(\tau(s); k_0, \mathbf{x}_0)) = \\ = V(\tau(s+1), \mathbf{x}(\tau(s+1); k_0, \mathbf{x}_0)) - V(\tau(s), \mathbf{x}(\tau(s); k_0, \mathbf{x}_0)). \end{aligned}$$

Из этих равенств следует, что для последовательности $v(k)$ случайных величин $v(k) = V(\tau(k), \mathbf{x}(\tau(k); k_0, \mathbf{x}_0))$, порожденных реализациями $\{\mathbf{x}(k, \omega), \xi(k, \omega)\}$ случайного процесса $\{\mathbf{x}(k), \xi(k)\}$, определяемого системой (1), имеют место "усредненные" соотношения

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[V(\tau(k), \mathbf{x}(\tau(k); k_0, \mathbf{x}_0)) - V(k_0, \mathbf{x}_0)] = \\ = \mathbf{E}V(\tau(k), \mathbf{x}(\tau(k); k_0, \mathbf{x}_0)) - V(k_0, \mathbf{x}_0) = \\ = \sum_{s=k_0}^{k-1} \mathbf{E}\Delta V(\tau(s), \mathbf{x}(\tau(s); k_0, \mathbf{x}_0)). \end{aligned}$$

Учитывая равенства (полученные с учетом правила вычисления повторного математического ожидания)

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\Delta V(\tau(s), \mathbf{x}(\tau(s); k_0, \mathbf{x}_0))] = \\ = \mathbf{E}[V(\tau(s+1), \mathbf{X}^*(\tau(s), \mathbf{x}(\tau(s); k_0, \mathbf{x}_0), \xi(\tau(s))) - \\ - V(\tau(s), \mathbf{x}(\tau(s); k_0, \mathbf{x}_0))] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \mathbf{E}\{\mathbf{E}[V(\tau(s+1), \mathbf{X}^*(\tau(s), \mathbf{x}(\tau(s), \xi(\tau(s)) | \mathbf{x}(\tau(s)) = \\
&= \mathbf{x}(\tau(s); k_0, \mathbf{x}_0))] - \mathbf{E}[V(\tau(s), \mathbf{x}(\tau(s); k_0, \mathbf{x}_0)] = \\
&= \mathbf{E}\{\mathbf{E}[V(\tau(s+1), \mathbf{X}^*(\tau(s), \mathbf{x}(\tau(s), \xi(\tau(s))) | \mathbf{x}(\tau(s)) = \\
&= \mathbf{x}(\tau(s); k_0, \mathbf{x}_0)] - V(\tau(s), \mathbf{x}(\tau(s); k_0, \mathbf{x}_0))\} = \\
&= \mathbf{E}[LV(\tau(s), \mathbf{x}(\tau(s); k_0, \mathbf{x}_0))],
\end{aligned}$$

приходим к соотношению [7], представляющему дискретный вариант формулы Дынкина:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{E}V(\tau(k), \mathbf{x}(\tau(k); k_0, \mathbf{x}_0)) - V(k_0, \mathbf{x}_0) = \\
&= \sum_{s=k_0}^{k-1} \mathbf{E}[LV(\tau(s), \mathbf{x}(\tau(s); k_0, \mathbf{x}_0))].
\end{aligned}$$

В результате на основании условия (7) получаем неравенство

$$\mathbf{E}V(\tau(k), \mathbf{x}(\tau(k); k_0, \mathbf{x}_0)) \leq V(k_0, \mathbf{x}_0) < \infty. \quad (8)$$

Если справедливо неравенство $k > \tau_\varepsilon$ (в этом случае имеем $\tau(k) = \tau_\varepsilon$), то выполняются соотношения $|\mathbf{y}(\tau(k); k_0, \mathbf{x}_0)| = |\mathbf{y}(\tau_\varepsilon; k_0, \mathbf{x}_0)| = \varepsilon$. Если же справедливо неравенство $k < \tau_\varepsilon$ (в этом случае имеем $\tau(k) = k$), то на основании неравенства Чебышева—Маркова и оценки (8) находим

$$\begin{aligned}
&\mathbf{P}[|\mathbf{y}(k; k_0, \mathbf{x}_0)| > \varepsilon] \leq \\
&\leq a^{-1}(\varepsilon)\mathbf{E}[a(|\mathbf{y}(k; k_0, \mathbf{x}_0)|)] \leq \\
&\leq a^{-1}(\varepsilon)\mathbf{E}[a(|\mathbf{y}(k; k_0, \mathbf{x}_0)| + \\
&\quad + |\boldsymbol{\mu}(k, \mathbf{x}(k; k_0, \mathbf{x}_0))|)] \leq \quad (9) \\
&\leq a^{-1}(\varepsilon)\mathbf{E}[V(k, \mathbf{x}(k; k_0, \mathbf{x}_0))] = \\
&= a^{-1}(\varepsilon)\mathbf{E}[V(\tau(k), \mathbf{x}(\tau(k); k_0, \mathbf{x}_0))] \leq \\
&\leq a^{-1}(\varepsilon)V(k_0, \mathbf{x}_0).
\end{aligned}$$

Поскольку функция $V(k, \mathbf{x})$ непрерывна, $V(t, \mathbf{0}) \equiv 0$, а также выполняются неравенства (8), то для всех $k_0 \geq 0$ и для любого заданного числа $L > 0$ предельное соотношение

$$\lim_{y_0 \rightarrow \mathbf{0}} V(k_0, \mathbf{x}_0) = 0 \quad (10)$$

выполняется при $|\mathbf{z}_{10}| \leq L$ равномерно по $|\mathbf{z}_{20}| < \infty$.

Поэтому для всех $k_0 \geq 0$ и для любого заданного числа $L > 0$ на основании неравенств (9), (10) имеем предельное соотношение

$$\lim_{y_0 \rightarrow \mathbf{0}} \mathbf{P}\left[\lim_{k > k_0} |\mathbf{y}(k; t_0, \mathbf{x}_0)| > \varepsilon\right] = 0,$$

выполняющееся при $|\mathbf{z}_{10}| \leq L$ равномерно по $|\mathbf{z}_{20}| < \infty$.

В результате для каждого $k_0 \geq 0$ и для любых сколь угодно малых чисел $\varepsilon > 0$, $\gamma > 0$, а также для любого наперед заданного числа $L > 0$ найдется число $\delta(\varepsilon, \gamma, L, k_0) > 0$ такое, что неравенство (2) имеет место для всех $k \geq k_0$ и

$\mathbf{x}_0 \in D_\delta$. Следовательно, при больших значениях \mathbf{z}_{10} в целом по \mathbf{z}_{20} положение равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ системы (1) у-устойчиво по вероятности. Теорема доказана.

Теорема 2. Если условия (6) заменить условиями

$$V(k, \mathbf{x}) \leq V^*(\mathbf{y}, \mathbf{z}_1), \quad V^*(\mathbf{0}, \mathbf{z}_1) \equiv 0, \quad (11)$$

то положение равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ системы (1) равномерно у-устойчиво по вероятности при больших значениях \mathbf{z}_{10} в целом по \mathbf{z}_{20} .

Доказательство. При выполнении условий (11) для любого заданного числа $L > 0$ предельное соотношение (10) выполняется при $|\mathbf{z}_{10}| \leq L$ равномерно не только по $|\mathbf{z}_{20}| < \infty$, но и по $k_0 \geq 0$. В результате для каждого $k_0 \geq 0$ и для любых сколь угодно малых чисел $\varepsilon > 0$, $\gamma > 0$, а также для любого наперед заданного числа $L > 0$ найдется не зависящее от k_0 число $\delta(\varepsilon, \gamma, L) > 0$ такое, что неравенство (2) имеет место для всех $k \geq k_0$ и $\mathbf{x}_0 \in D_\delta$. Следовательно, при больших значениях \mathbf{z}_{10} в целом по \mathbf{z}_{20} положение равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ системы (1) равномерно у-устойчиво по вероятности. Теорема доказана.

Замечание 3. Вспомогательная V -функция и ее приращение в силу системы (1) в теоремах 1, 2 при каждом $k \in \mathbb{Z}_+$ являются, вообще говоря, знакопеременными функциями в области (3), которая обычно рассматривается при анализе у-устойчивости. Наряду с основной V -функцией дополнительная вспомогательная векторная $\boldsymbol{\mu}$ -функция вводится для наиболее рациональной замены области (3) областью (4). При этом в рамках предложенного подхода используемые вспомогательные нелинейные V -функции могут быть построены как знакоопределенные квадратичные формы $V(k, \mathbf{x}) \equiv V^*(k, \mathbf{y}, \boldsymbol{\mu}(k, \mathbf{x}))$ переменных $\mathbf{y}, \boldsymbol{\mu}$.

Замечание 4. В случае $\boldsymbol{\mu}(k, \mathbf{x}) \equiv \mathbf{0}$, $\xi(k) \equiv \mathbf{0}$, $|\mathbf{x}_0| < \delta$ при выполнении условий (5), (7) (условие (6) не требуется) имеем дискретный вариант классической теоремы В. В. Румянцева [12] об устойчивости по части переменных. В случае $\xi(k) \equiv \mathbf{0}$ теорема 1 переходит в дискретные варианты [19, 20] соответствующих теорем об устойчивости по части переменных детерминированных систем дифференциальных уравнений из работ [21—23].

Замечание 5. Устойчивость по части переменных нулевого положения равновесия систем стохастических дискретных уравнений рассмотрена также в работах [24, 25], где используются

другие понятия устойчивости и методы исследования. Кроме того, в ряде работ (см. например, [26–34]) исследуется задача устойчивости по части переменных нулевого положения равновесия нелинейных систем стохастических дифференциальных уравнений Ито (в том числе и для систем со случайной структурой).

4. Пример

Пусть дискретная система (1) состоит из уравнений

$$\begin{aligned} y_1(k+1) &= \frac{1}{2}y_1(k) + z_1(k)z_2(k) + ay_1(k)x_1(k), \\ z_1(k+1) &= \left[\frac{1}{2} - y_1(k)z_1(k)z_2(k) \right] z_2(k), \\ z_2(k+1) &= [1 + 2y_1(k)z_1(k)z_2(k)] z_1(k), \\ \mathbf{E}[\xi_1(k)] &= 0, \mathbf{E}[\xi_1^2(k)] = 1, a = \text{const}. \end{aligned} \quad (12)$$

Наряду с основной V -функцией

$$V(\mathbf{x}) = y_1^2 + 2z_1^2z_2^2 \quad (13)$$

также рассмотрим вспомогательную функцию $\mu_1(\mathbf{z}) = z_1z_2$.

Для V -функции (13) в области (4) выполняются условия (5) и (11).

При каждом $k \in \mathbb{Z}_+$ в области (4) усредненная разность (приращение) $\mathbf{L}V$ выбранной V -функции (13) в силу системы (12) определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}V(\mathbf{x}) &= \mathbf{E} \left[\left(\frac{1}{2}y_1(k) + z_1(k)z_2(k) + ay_1(k)x_1(k) \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 2z_1^2(k)z_2^2(k) \left(\frac{1}{2} - y_1(k)z_1(k)z_2(k) \right)^2 \times \right. \\ &\quad \left. \times (1 + 2y_1(k)z_1(k)z_2(k))^2 | \mathbf{x}(k) = \mathbf{x} \right] - y_1^2 - 2z_1^2z_2^2 = \\ &= \frac{1}{4}y_1^2 + y_1z_1z_2 + z_1^2z_2^2 + a^2y_1^2 + \\ &\quad + \frac{1}{2}z_1^2z_2^2 - 4y_1^2z_1^4z_2^4 + 8y_1^4z_1^6z_2^6 - y_1^2 - 2z_1^2z_2^2 = \\ &= \left(a^2 - \frac{3}{4} \right) y_1^2 + y_1\mu_1 - \frac{1}{2}\mu_1^2 - 4y_1^2\mu_1^4 + 8y_1^4\mu_1^6. \end{aligned}$$

Если выполняется условие $a^2 < \frac{1}{4}$, то для каждого $k \in \mathbb{Z}_+$ при достаточно малом $h_1 > 0$ в области (4) (но не в области (3)) имеет место оценка $\mathbf{L}V(\mathbf{x}) \leq 0$.

На основании теоремы 2 положение равновесия $y_1(k) = z_1(k) = z_2(k) = 0$ системы (12) при больших значениях z_{10} в целом по z_{20} равномерно y_1 -устойчиво по вероятности.

Заключение

Для нелинейной системы стохастических дискретных (конечно-разностных) уравнений, подверженных действию дискретного случайного процесса типа "белого" шума, поставлена задача устойчивости по заданной части переменных нулевого положения равновесия.

Даны достаточные условия разрешимости этой задачи в контексте дискретно-стохастического варианта метода функций Ляпунова в соответствующей модификации. Наряду с основной функцией Ляпунова использована дополнительная (векторная, вообще говоря) вспомогательная функция для корректировки области, в которой строится основная функция Ляпунова. Целесообразность такого подхода заключается в том, что в результате основная V -функция Ляпунова, а также ее усредненное приращение в силу рассматриваемой системы, могут быть знакопеременными.

Список литературы

1. Кац И. Я., Красовский Н. Н. Об устойчивости систем со случайными параметрами // Прикладная математика и механика. 1960. Т. 24, Вып. 5. С. 809–823.
2. Кушнер Г. Дж. Стохастическая устойчивость и управление. М.: Мир, 1969. 200 с.
3. Хасьминский Р. З. Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров. М.: Наука, 1969. 368 с.
4. Ахметкалиев Т. О связи между устойчивостью стохастических систем разностных и дифференциальных систем // Дифференциальные уравнения. 1965. Т. 1, № 8. С. 1016–1026.
5. Халанай А., Векслер Д. Качественная теория импульсных систем. М.: Мир, 1971. 309 с.
6. Константинов В. М. Об устойчивости стохастических разностных систем // Проблемы передачи информации. 1970. Т. 6, Вып. 1. С. 81–86.
7. Пакшин П. В. Дискретные системы со случайными параметрами и структурой. М.: Физматлит, 1994. 304 с.
8. Ажмяков В. В., Пятницкий Е. С. Нелокальный синтез систем стабилизации дискретных стохастических объектов управления // Автоматика и телемеханика. 1994. № 2. С. 68–78.
9. Барабанов И. Н. Построение функций Ляпунова для дискретных систем со случайными параметрами // Автоматика и телемеханика. 1995. № 11. С. 31–41.
10. Jian X. S., Tian S. P., Zhang T. L., Zhang W. H. Stability and Stabilization of Nonlinear Discrete-Time Stochastic Systems // Int. J. Robust and Nonlinear Control. 2019. Vol. 29, N. 18. P. 6419–6437.
11. Qin Y., Cao M., Anderson B. D. O. Lyapunov Criterion for Stochastic Systems and its Applications in Distributed Computation // IEEE Trans. Autom. Control. 2020. Vol. 65, N. 2. P. 546–560.

12. Румянцев В. В., Озиранер А. С. Устойчивость и стабилизация движения по отношению к части переменных. М.: Наука, 1987. 256 с.
13. Воротников В. И., Румянцев В. В. Устойчивость и управление по части координат фазового вектора динамических систем: теория, методы и приложения. М.: Научный Мир, 2001. 320 с.
14. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
15. Воротников В. И. Частичная устойчивость и управление: состояние проблемы и перспективы развития // Автоматика и телемеханика. 2005. № 4. С. 3—59.
16. Mao X. R. Stochastic Differential Equations. 2 ed. Oxford: Woodhead Publ., 2008. 440 p.
17. Rajputrohit T., Haddad W. M. Partial-State Stabilization and Optimal Feedback Control for Stochastic Dynamical Systems // J. Dynamic Systems, Measurement, and Control. 2017. Vol. 139, N. 9. Paper DS-15-1602.
18. Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. К задаче частичной устойчивости по вероятности нелинейных стохастических систем // Автоматика и телемеханика. 2019. № 5. С. 86—98.
19. Haddad W. M., Chellaboina V. Nonlinear Dynamical Systems and Control: A Lyapunov-Based Approach. Princeton: Princeton University Press, 2008. 976 p.
20. Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. К задаче частичной устойчивости нелинейных дискретных систем // Мехатроника. Автоматизация. Управление. 2017. Т. 18, № 6. С. 371—375.
21. Воротников В. И. Об устойчивости и устойчивости по части переменных "частичных" положений равновесия нелинейных динамических систем // Доклады РАН. 2003. Т. 389, № 3. С. 332—337.
22. Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. К теории частичной устойчивости нелинейных динамических систем // Известия РАН. Теория и системы управления. 2010. Т. 51, Вып. 5. С. 23—31.
23. Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. Об устойчивости по части переменных "частичных" положений равновесия систем с последствием // Математические заметки. 2014. Т. 96, Вып. 4. С. 496—503.
24. Юдаев Г. С. Об устойчивости стохастических разностных систем // Изв. Вузов. Математика. 1979. № 8. С. 74—78.
25. Phillis Y. A. γ -Stability and Stabilization in the Mean of Discrete-Time Stochastic Systems // Int. J. Control. 1984. Vol. 40, N. 1. P. 149—160.
26. Шаров В. Ф. Устойчивость и стабилизация стохастических систем по отношению к части переменных // Автоматика и телемеханика. 1978. № 11. С. 63—71.
27. Vorotnikov V. I. Partial Stability and Control. Boston: Birkhauser, 1998. 448 p.
28. Ignatyev O. Partial Asymptotic Stability in Probability of Stochastic Differential Equations // Statistics & Probability Letters. 2009. Vol. 79, N. 5. P. 597—601.
29. Зуев А. Л., Игнатъев А. О., Ковалев А. М. Устойчивость и стабилизация нелинейных систем. Киев: Наукова Думка, 2013. 430 с.
30. Kao Y., Wang C., Zha F., Cao H. Stability in Mean of Partial Variables for Stochastic Reaction—Diffusion Systems with Markovian Switching // J. of the Franklin Institute. 2014. Vol. 351, N. 1. P. 500—512.
31. Socha L., Zhu Q. X. Exponential Stability with Respect to Part of the Variables for a Class of Nonlinear Stochastic Systems with Markovian Switching // Math. Comp. Simul. 2019. Vol. 155. P. 2—14.
32. Socha L. Stability and Positivity with Respect to Part of the Variables for Positive Markovian Jump Systems // Bull. Polish Academy of Sciences: Technical Sciences. 2019. Vol. 67, N. 4. P. 769—775.
33. Sultanov O. Capture into Parametric Autoresonance in the Presence of Noise // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 2019. Vol. 75. P. 14—21.
34. Zuyev A., Vasylieva I. Partial Stabilization of Stochastic Systems with Application to Rotating Rigid Bodies // IFAC-PapersOnLine. 2019. Vol. 52, N. 16. P. 162—167.

On Stability with Respect to a Part of the Variables for Nonlinear Discrete-Time Systems with a Random Disturbances

V. I. Vorotnikov, vorotnikov-vi@rambler.ru,

Sochi Institute of the Peoples' Friendship University of Russia, Sochi, 354340, Russian Federation,

Yu. G. Martyshenko, j-mart@mail.ru,

Russian State University of Oil and Gas, Moscow, 119991, Russian Federation

Corresponding author: Vorotnikov Vladimir I., Doctor Sci. (Phys.&Math.), Professor, Sochi Institute of the Peoples' Friendship University of Russia, Sochi, 354340, Russian Federation, e-mail: vorotnikov-vi@rambler.ru

Accepted on September 25, 2020

Abstract

Nonlinear discrete (finite-difference) system of equations subject to the influence of a random disturbances of the "white" noise type, which is a difference analog of systems of stochastic differential equations in the Ito form, is considered. The increased interest in such systems is associated with the use of digital control systems, financial mathematics, as well as with the numerical solution of systems of stochastic differential equations. Stability problems are among the main problems of qualitative analysis and synthesis of the systems under consideration. In this case, we mainly study the general problem of stability of the zero equilibrium position, within the framework of which stability is analyzed with respect to all variables that determine the state of the system. To solve it, a discrete-stochastic version of the method of Lyapunov functions has been developed. The central point here is the introduction by N. N. Krasovskii, the concept of the averaged finite difference of a Lyapunov function, for the calculation of which it is sufficient to know only the right-hand sides of the system and the probabilistic characteristics of a random process. In this paper, for the class of systems under consideration, a statement of a more general problem of stability of the zero equilibrium position is given: not for all, but for a given part of the variables

defining it. For the case of deterministic systems of ordinary differential equations, the formulation of this problem goes back to the classical works of A. M. Lyapunov and V. V. Rumyantsev. To solve the problem posed, a discrete-stochastic version of the method of Lyapunov functions is used with a corresponding specification of the requirements for Lyapunov functions. In order to expand the capabilities of the method used, along with the main Lyapunov function, an additional (vector, generally speaking) auxiliary function is considered for correcting the region in which the main Lyapunov function is constructed.

Keywords: nonlinear stochastic discrete-time (difference) systems, partial stability, Lyapunov functions method

For citation:

Vorotnikov V. I., Martyshenko Yu. G. On Stability with Respect to a Part of the Variables for Nonlinear Discrete-Time Systems with a Random Disturbances, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 1, pp. 12–18.

DOI: 10.17587/mau.22.12-18

References

1. **Kats I. Ya., Krasovskii N. N.** On the Stability of Systems with Random Parameters, *J. Appl. Math. Mech.*, 1960, vol. 24, no. 5, pp. 1225–1246 (in Russian).
2. **Kushner H. J.** Stochastic Stability and Control, New York, Acad. Press, 1967. 161 p. (in Russian).
3. **Khasminskii R. Z.** Stochastic Stability of Differential Equations, Berlin, Springer-Verlag, 2012, 360 p. (in Russian).
4. **Ahmetkaliev T.** Connection Between Stability of Stochastic Difference Equations and Stochastic Differential Equations, *Differential Equations*, 1965, vol. 1, no. 8, pp. 790–798 (in Russian).
5. **Halanay A., Wexler D.** Qualitative Theory of Impulsive Systems, Bucharest, Ed. Acad. RPR, 1968. 312 p. (in Russian).
6. **Konstantinov V. M.** The stability of Stochastic Difference Equations, *Problems of Information Transmission*, 1970, vol. 6, no. 1, pp. 70–75 (in Russian).
7. **Pakshin P. V.** Discrete Systems with a Random Parameters and Structure, Moscow, Fizmatlit, 1994, 304 p. (in Russian).
8. **Azhmyakov V. V., Pyatnitskiy E. S.** Nonlocal Synthesis of Systems for Stabilization of Discrete Stochastic Controllable Objects, *Autom. Remote Control*, 1994, vol. 55, no. 2, pp. 202–210.
9. **Barabanov I. N.** Construction of Lyapunov Functions for Discrete Systems with Stochastic Parameters, *Autom. Remote Control*, 1995, vol. 56, no. 11, pp. 1529–1537.
10. **Jian X. S., Tian S. P., Zhang T. L., Zhang W. H.** Stability and Stabilization of Nonlinear Discrete-Time Stochastic Systems, *Int. J. Robust and Nonlinear Control*, 2019, vol. 29, no. 18, pp. 6419–6437.
11. **Qin Y., Cao M., Anderson B. D. O.** Lyapunov Criterion for Stochastic Systems and its Applications in Distributed Computation, *IEEE Trans. Autom. Control*, 2020, vol. 65, no. 2, pp. 546–560.
12. **Rumyantsev V. V., Oziraner A. S.** Stability and Stabilization of Motion with Respect to a Part of the Variables, Moscow, Nauka, 1987, 256 p. (in Russian).
13. **Vorotnikov V. I., Rumyantsev V. V.** Stability and Control with Respect to a Part of the Phase Coordinates of Dynamic Systems: Theory, Methods and Applications, Moscow, Nauchnyj mir, 2001, 320 p. (in Russian).
14. **Fradkov A. L., Miroshnik I. V., Nikiforov V. O.** Nonlinear and Adaptive Control of Complex Systems, Dordrecht, Kluwer Acad. Publ., 1999, 528 p.
15. **Vorotnikov V. I.** Partial Stability and Control: the State of the Art and Developing Prospects, *Automation and Remote Control*, 2005, vol. 66, no. 4, pp. 511–561.
16. **Mao X. R.** Stochastic Differential Equations, Oxford, Woodhead Publ., 2008. 440 p.
17. **Rajpurohit T., Haddad W. M.** Partial-State Stabilization and Optimal Feedback Control for Stochastic Dynamical Systems, *J. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2017, vol. 139, no. 9, Paper DS-15-1602.
18. **Vorotnikov V. I., Martyshenko Y. G.** On the Partial Stability in Probability of Nonlinear Stochastic Systems, *Autom. Remote Control*, 2019, vol. 80, no. 5, pp. 856–866.
19. **Haddad W. M., Chellaboina V.** Nonlinear Dynamical Systems and Control: A Lyapunov-Based Approach, Princeton: Princeton University Press, 2008, 976 p.
20. **Vorotnikov V. I., Martyshenko Yu. G.** K zadache chastichnoy ustoychivosti nelineynykh diskretnykh sistem (To Problem of Partial Stability of Nonlinear Discrete-Time Systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 6, pp. 371–375 (in Russian).
21. **Vorotnikov V. I.** Partial-Equilibrium Position of Nonlinear Dynamical Systems: their Stability and Stability with Respect to Some of Variables, *Doklady Physics*, 2003, vol. 48, no. 3, pp. 151–155 (in Russian).
22. **Vorotnikov V. I., Martyshenko Yu. G.** On the Partial Stability of Nonlinear Dynamical Systems, *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2010, vol. 49, no. 5, pp. 702–709 (in Russian).
23. **Vorotnikov V. I., Martyshenko Yu. G.** Stability in a Part of Variables of "Partial" Equilibria of Systems with Aftereffect, *Mathematical Notes*, 2014, vol. 96, no. 3, pp. 477–483 (in Russian).
24. **Yudaev G. S.** Stability of Stochastic Difference Systems, *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Matematika*, 1979, no. 8, pp. 74–78 (in Russian).
25. **Phillis Y. A.** γ -Stability and Stabilization in the Mean of Discrete-Time Stochastic Systems, *Int. J. Control*, 1984, vol. 40, no. 1, pp. 149–160.
26. **Sharov V. F.** Stability and Stabilization of Stochastic Systems vis-a-vis Some of the Variables, *Automation and Remote Control*, 1978, vol. 39, no. 11, pp. 1629–1636.
27. **Vorotnikov V. I.** Partial Stability and Control, Boston, Birkhauser, 1998. 448 p.
28. **Ignatyev O.** Partial Asymptotic Stability in Probability of Stochastic Differential Equations, *Statistics & Probability Letters*, 2009, vol. 79, no. 5, pp. 597–601.
29. **Zuyev A. L., Ignatyev A. O., Kovalev A. M.** Stability and Stabilization of Nonlinear Systems, Kiev, Naukova dumka, 2013, 430 p.
30. **Kao Y., Wang C., Zha F., Cao H.** Stability in Mean of Partial Variables for Stochastic Reaction–Diffusion Systems with Markovian Switching, *J. of the Franklin Institute*, 2014, vol. 351, no. 1, pp. 500–512.
31. **Socha L., Zhu Q. X.** Exponential Stability with Respect to Part of the Variables for a Class of Nonlinear Stochastic Systems with Markovian Switching, *Math. Comp. Simul.*, 2019, vol. 155, pp. 2–14.
32. **Socha L.** Stability and Positivity with Respect to Part of the Variables of Positive Markovian Jump Systems, *Bull. Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, 2019, vol. 67, no. 4, pp. 769–775.
33. **Sultanov O.** Capture into Parametric Autoresonance in the Presence of Noise, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 2019, vol. 75, pp. 14–21.
34. **Zuyev A., Vasylieva I.** Partial Stabilization of Stochastic Systems with Application to Rotating Rigid Bodies, *IFAC-PapersOnLine*, 2019, vol. 52, no. 16, pp. 162–167.



Завалишинские чтения | 2021

ОРГАНИЗАТОРЫ

- Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП, Санкт-Петербург)
- Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН, Санкт-Петербург)
- Юго-Западный государственный университет (ЮЗГУ, Курск)
- Уфимский государственный нефтяной технический университет (УГНТУ, Уфа)

НАУЧНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ

Робототехника и автоматизация:

- управление роботами и связь
- электроприводы и мехатронные модули
- взаимодействие человека и робота
- сенсорные сети и облачные сервисы для роботов
- киберфизические системы

Электроэнергетика:

- преобразование электроэнергии
- системы возобновляемых источников энергии
- электроэнергетические системы и сети
- менеджмент в электроэнергетике

XV Международная научно-техническая конференция "ВИБРАЦИЯ-2021. Вибрационные технологии, мехатроника и управляемые машины"

VI Международная научно-техническая конференция "Электропривод, электротехнологии и электрооборудование предприятий"

XVI международная конференция по электромеханике и робототехнике Санкт-Петербург, Россия

14-17 Апреля, 2021



ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ КОНФЕРЕНЦИИ:

- Антохина Юлия Анатольевна - д-р экон. наук., проф., ректор ГУАП

СОПРЕДСЕДАТЕЛИ КОНФЕРЕНЦИИ:

- Баулин Олег Александрович - к.т.н, доцент, врио ректора УГНТУ
- Емельянов Сергей Геннадьевич - д-р техн. наук, проф., ректор ЮЗГУ
- Шишлаков Владислав Федорович - д-р техн. наук, проф., проректор по образовательным технологиям и инновационной деятельности ГУАП

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ ПРОГРАММНОГО КОМИТЕТА:

- Ронжин Андрей Леонидович - д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой электромеханики и робототехники ГУАП, директор СПИИРАН

ВАЖНЫЕ ДАТЫ

- 15 января 2021 года Представление статей
 15 февраля 2021 года Уведомление о принятии
 01 марта 2021 года Регистрация и подача
 финальной версии статьи
 14-17 апреля 2021 года Проведение конференции

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДОКЛАДОВ

Статьи подаются через онлайн систему: <https://easychair.org/conferences/?conf=erzr2021>.
 Статьи, представленные на Завалишинские чтения 2021, не должны рассматриваться на другой конференции и быть опубликованы ранее или приняты для публикации в другом издании. В английский сборник авторы представляют статью размером 10-12 страниц, отформатированную в стиле Springer. После уведомления о приеме статьи авторы получают дополнительную информацию о регистрации.

КОНТАКТЫ

Электронная почта: zav-read@guap.ru
 Русскоязычная версия сайта конференции: <http://confs.guap.ru/zav-read>
 Англоязычная версия сайта конференции: <http://suai.edu.ru/conference/zav-read>

ТРУДЫ КОНФЕРЕНЦИИ

Труды конференции с представленными очно докладами будут опубликованы в трех сборниках: на русском языке (издание с ISBN), на русском языке с индексацией в РИНЦ, на английском языке с индексацией в WoS/Scopus (труды конференции ER(ZR)-2021 включены в перечень предстоящих изданий Springer).

МЕСТО ПРОВЕДЕНИЯ

Конференция будет проведена на базе Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, Большая Морская ул., 67, Санкт-Петербург, Россия.



И. Н. Фомин, канд. техн. наук, доц., ignik16@yandex.ru,
Т. Э. Шульга, д-р физ.-мат. наук, проф., shulga@sstu.ru,
Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.,
В. А. Иващенко, д-р техн. наук, проф., iptmuran@san.ru,
Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов

Синтез алгоритма управления генерирующим оборудованием тепловых электростанций на основе моделей системной динамики

Рассматривается оригинальное решение по конструированию алгоритма подбора наиболее оптимальных технико-экономических показателей работы генерирующего оборудования тепловых электростанций с учетом требований оптового рынка электроэнергии, рынка на сутки вперед и балансирующего рынка. Для конструирования алгоритма управления генерирующим оборудованием деятельность генерирующей компании на оптовом рынке электроэнергии рассмотрена в терминах системной динамики. Предложенное решение позволило выбрать и интерпретировать переменные состояния модели, построить потоковые диаграммы, описывающие функционирование технико-экономической системы, визуализировать причинно-следственные отношения в форме структурированных функциональных зависимостей.

В соответствии с нормами отраслевого законодательства и ранее проведенными научными исследованиями были определены самые важные параметры, формирующие потоки динамической технико-экономической системы, являющиеся по сути критериями оптимизации. На основе этого была выполнена потоковая стратификация производственных процессов генерирующих компаний и разработан комплекс математических моделей системной динамики для определения и планирования финансовой эффективности работы тепловых электростанций и генерирующих компаний.

Определено множество системных связей и закономерностей функционирования абстрактных и реальных объектов рынка электроэнергии и генерирующих компаний, что позволило описать отраслевые особенности производственных процессов тепловых электростанций методом потоковой стратификации, визуализировать управляющие и управляемые воздействия на элементы системы, определить важнейшие критерии оптимальности с учетом требований энергетического рынка.

Математический аппарат и алгоритм его функционирования разработан на основе орграфа причинно-следственных связей между исследуемыми технико-экономическими показателями. На основе графа взаимосвязей системных переменных построена система нелинейных дифференциальных уравнений, позволяющих определить плановые показатели эффективности при изменении различных технических и экономических условий.

Новизной предложенного подхода является использование новых модельных решений, основанных на математическом аппарате системной динамики, для представления предложенной модели в системах имитационного моделирования, в отраслевых ERP- и MES-системах для разработки систем поддержки принятия решений.

Ключевые слова: системная динамика, математическая модель, технико-экономические показатели, тепловые электростанции

Введение

Оптимизация режимов работы энергогенерирующего оборудования тепловых электростанций (ТЭС) всегда являлась актуальной научно-технической многокритериальной задачей. Новая волна повышения интереса к исследованиям зависимостей технических и экономических показателей процесса генерации электроэнергии образовалась при переходе отрасли на рыночные механизмы и развитии оптового рынка электроэнергии и мощности (ОРЭМ).

Задачам оптимизации работы генерирующего оборудования ТЭС всегда уделялось большое внимание на разных этапах развития энергетики с точки зрения технологических, информационных и экономических процессов. В. А. Веников, В. Г. Журавлев и Т. А. Филиппова сформировали общие принципы оптимизации режимов электростанций и энергосистем, И. А. Ефремов, А. С. Таран обновили принципы повышения эффективности управления режимами работы электроэнергетических систем в условиях функционирования ОРЭМ,

Н. С. Иванов, В. И. Беспалов, Н. С. Лопатин предложили варианты математических моделей оптимизации режимов работы ТЭС в условиях конкурентного рынка. Над смежными задачами анализа и оптимизации режимов работы генерирующего оборудования работали В. А. Хрусталева, Д. Ю. Цыпулев, Э. К. Аракелян, А. М. Клер, М. М. Султанов. Все эти исследования сводились к задачам построения зависимостей расчетных значений расхода топлива в разных режимах работы оборудования, к задачам оптимального распределения тепловой и электрической энергии между агрегатами и к задачам оперативного планирования режимов энергогенерирующего оборудования при применении разных инструментов прогнозирования технико-экономических показателей (ТЭП), наблюдаемых в производственных процессах ТЭС. С развитием информационных технологий, когда человечество готовится вступить в эру искусственного интеллекта, предприятия электроэнергетики в период цифровой трансформации для разработки алгоритмов систем поддержки принятия решений (DSS-систем) стали применять принципы нейронечеткого и адаптивного управления [1].

Вышеперечисленные подходы не обладают необходимой гибкостью и имеют существенные ограничения на среду функционирования. Современные DSS-системы с использованием алгоритмов искусственного интеллекта дают многообещающие альтернативные решения, и многие приложения выигрывают от их использования [2]. Для применения приложений, основанных на искусственном интеллекте и принципах нейронечеткого и адаптивного управления, требуется структурировать причинно-следственные связи, действующие в процессе генерации тепловой и электрической энергии, и описать комплекс связанных математических моделей для анализа и определения зависимостей ТЭП.

Для решения задач системного анализа ТЭП, влияющих на экономическую эффективность ТЭС, в данной работе были применены методы системной динамики, что позволило выбрать и интерпретировать переменные состояния модели, построить потоковые диаграммы, описывающие функционирование технико-экономической системы, визуализировать причинно-следственные отношения между переменными состояниями системы, описать эти отношения в форме структурированных функциональных зависимостей.

Постановка оптимизационной задачи и выбор критериев оптимальности

Основными документами, определяющими режимы работы генерирующего оборудования, являются Постановление Правительства РФ № 1172 от 27.12.2010 г. "Об утверждении Правил оптового рынка электрической энергии и мощности" и "Регламент проведения расчетов выбора состава генерирующего оборудования", утвержденный Системным оператором Единой энергетической системы (ЕЭС) России.

Согласно этим документам Системный оператор по результатам формирования планового почасового графика и с учетом прогнозируемых им почасовых объемов потребления электрической энергии планирует электроэнергетические режимы и режимы работы генерирующих объектов на каждый час суток, в течение которых осуществляется поставка электрической энергии [3].

Для определения оптимальной электрической мощности станции должны быть принципиально решены следующие задачи: построение характеристики относительного прироста расхода топлива станции для заданного состава работающего оборудования; нахождение зависимости предельных издержек станции для каждого периода; определение характеристики предельного дохода генерирующей компании (ГК); нахождение оптимальной электрической мощности и соответствующего значения заявленной цены на рынке [4]. Вышеперечисленные характеристики, в свою очередь, определяются множеством факторов, которые можно сгруппировать по критериям выбора состава используемого оборудования, состава используемого топлива и по экономическим критериям, определяющим стоимость реализованной энергии по сложившейся цене на рынке на сутки вперед (РСВ). Определение выгоднейшего режима эксплуатации оборудования в этих условиях — это подбор для каждого режима работы станции оптимального показателя эффективности, зависящего от набора изменяющихся взаимозависимых переменных [5]. Для всех этих показателей могут быть получены количественные оценки, определяемые измерительными приборами и расчетными методами. Эти показатели могут быть декомпозированы исходя из вышеперечисленных критериев оптимальности, веса или ценности того или иного критерия для лица, принимающего

го решение (ЛПР), в определенной ситуации, а также в зависимости от выбранной методики решения проблемы многокритериального выбора при неравноценности критериев.

Как правило, не все критерии участвуют во "взаимодействии" при их совместном рассмотрении. Они могут образовывать несколько групп, внутри которых происходит взаимное усиление ценностей, разное по интенсивности в разных группах в то время, как критерии из разных групп не взаимодействуют [6]. В этих условиях оптимизационной задачей является уравнивание предельных издержек и предельного дохода генерирующих компаний [7], ее критериями оптимальности являются выше перечисленные группы, а физический смысл состоит в том, что существенными элементами процесса производства энергии можно управлять и давать количественную оценку.

С экономической точки зрения финансовая эффективность ТЭС может быть описана выражением

$$X_1 = X_2 - X_3 - X_4 \rightarrow \max,$$

где X_1 — финансовая эффективность ТЭС; X_2 — стоимость реализованной электроэнергии на ОРЭМ; X_3 — стоимость используемого топлива; X_4 — стоимость закупленной электроэнергии на балансирующем рынке (БР). Все эти показатели зависят и влияют на объем вырабатываемой энергии W . В экономической трактовке, согласно работе [7], задача повышения финансовой эффективности сводится к задаче нахождения нуля производной

$$\frac{\partial X_1(t)}{\partial X_3 X_4} = 0,$$

которая зависит от предельной стоимости реализованной энергии X_2

$$MR(X_2) = f(X_2) + W \frac{\partial X_2}{\partial W}$$

и от предельных издержек $X_3 + X_4$:

$$C(X_3 + X_4) = f(X_3)f(X_4) + W \frac{\partial X_3 X_4}{\partial W}.$$

Таким образом, с экономической точки зрения критерием оптимизации является выражение $MR - C = 0$ или $MR = C$.

С технической точки зрения критерием оптимизации различных режимов работы генерирующего оборудования, согласно работе [4],

является простое отношение издержек к объему вырабатываемой энергии

$$\frac{\partial X_3 X_4}{\partial W} \rightarrow \min.$$

Приведенный набор зависимостей определяет математическую постановку задачи, заключающуюся в построении на основе концепции системной динамики единого комплекса связанных математических моделей для анализа и определения зависимостей ТЭП, для достижения оптимального режима работы генерирующего оборудования при ее максимальной экономической эффективности, а также в визуализации управляемых и управляющих воздействий.

Математические модели режимов работы ТЭС в терминах системной динамики

Разработанный комплекс математических моделей содержит взаимосвязанную совокупность системно-динамических и регрессионных моделей для определения финансовой эффективности работы генерирующего оборудования.

Модели системной динамики позволяют получить отсутствующую в настоящее время комплексную оценку степени влияния причинно-следственных связей на тот или иной ТЭП для планирования режимов работы ТЭС и для использования их в отраслевых системах поддержки принятия решений.

Математическую основу методов системной динамики составляют дифференциальные модели, включающие в себя уравнения состояний системы и уравнения входов этой системы. Для составления дифференциальных моделей выбираются переменные состояний системы и устанавливаются функциональные связи между ними.

Если представить в виде технико-экономической системы комплекс генерирующего оборудования ТЭС, технические режимы которого изменяются для достижения неких экстремальных экономических показателей, то уравнение состояния этой системы можно записать в виде

$$\frac{\partial \mathbf{X}(t)}{\partial t} = F(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t)), \quad (1)$$

где $\mathbf{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t))$ — вектор состояний технико-экономической системы; $\mathbf{U}(t) = (U_1(t), U_2(t), \dots, U_n(t))$ — вектор входных воздействий на систему, t — текущее время. В этих

обозначениях уравнения выходов этой системы имеют вид

$$Y(t) = H(X(t), U(t)),$$

где $Y(t) = (Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_m(t))$ — вектор выходов системы. Для такой технико-экономической системы фазовое пространство переменных состояний определено ограничениями

$$X_i^{\min} \leq X_i \leq X_i^{\max}; X_i \in [0, 1]; i = \overline{1, n},$$

где X_i^{\min} и X_i^{\max} — некоторые нормированные максимальные и минимальные значения, которые могут принимать переменные состояния системы.

В соответствии с работами [3, 4] авторами были выбраны самые важные параметры, определяющие потоки динамической технико-экономической системы, являющиеся по сути критериями оптимизации: X_1 — финансовая эффективность ТЭС; X_2 — стоимость реализованной электроэнергии на ОРЭМ; X_3 — стоимость используемого топлива; X_4 — стоимость закупленной электроэнергии на БР; X_5 — объем и состав используемого топлива; X_6 — располагаемая мощность на ТЭС; X_7 — состав используемого оборудования.

Опишем и проиллюстрируем процедуры построения модели системной динамики технико-экономической системы ТЭС. Финансовая эффективность работы генерирующего оборудования (X_1), которую в ГК называют "маржинальной прибылью", зависит от предельных доходов, которые, в свою очередь, зависят от стоимости реализованной электроэнергии на ОРЭМ (X_2) и предельных издержек, складывающихся из стоимости используемого топлива (X_3) и стоимости закупленной электроэнергии на БР (X_4). Темп изменения переменной X_1 можно описать графом взаимосвязей факторов (рис. 1).

Чем больше стоимость электроэнергии, реализуемой ГК на оптовом рынке, тем выше ее финансовая эффективность. Чем больше стоимость используемого при этом топлива, и чем больше приходится закупать недопоставленной по обязательствам энергии на БР, тем финансовая эффективность ниже на заданном интервале времени.

Для каждого момента времени может существовать специфическая последовательность вы-

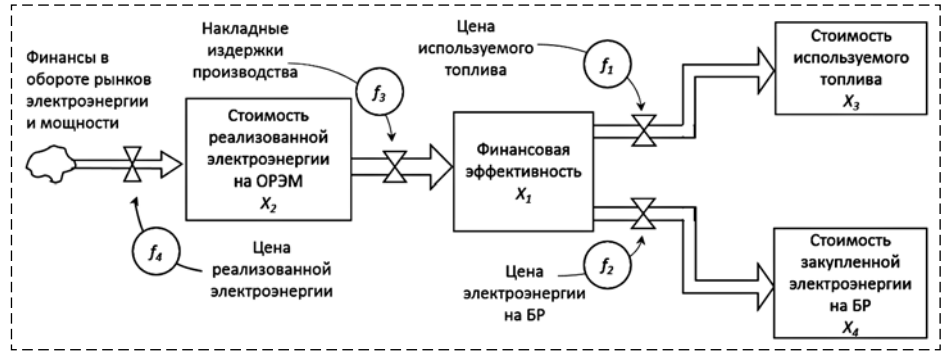


Рис. 1. Граф взаимосвязей факторов, влияющих на темпы изменения переменной X_1
Fig. 1. Relationships graph of factors affecting the rate of change of variable X_1

числений, определяемая характером системы уравнений. Разные значения уравнений рассчитываются на конец интервала, и по ним определяются новые темпы (решения) для следующего временного интервала [8]. Дифференциальное уравнение (1) для переменной X_1 будет иметь вид:

$$\frac{\partial X_1(t)}{\partial t} = X_1(t)(f_3(X_2) - f_1(X_3)f_2(X_4)). \quad (2)$$

Чем больше объем и состав используемого топлива X_5 , тем больше темп его расхода и тем больше темп его поставок (рис. 2). Располагаемая мощность X_6 формирует поток поставляемой энергии на ОРЭМ и может быть увеличена объемом докупаемой энергии на БР (рис. 3).

Состав используемого оборудования X_7 зависит от объема вводимого в эксплуатацию оборудования и выводимого из эксплуатации генерирующего оборудования, которое может закупать, продавать, ремонтировать, реконструировать, а также может вводить и выводить из состава работающих Системный оператор ЕЭС России (рис. 4).

Идентификация и учет функциональных зависимостей f_1, f_2, \dots, f_n в генерирующих компаниях зависит от опыта реализации аналогичных проек-

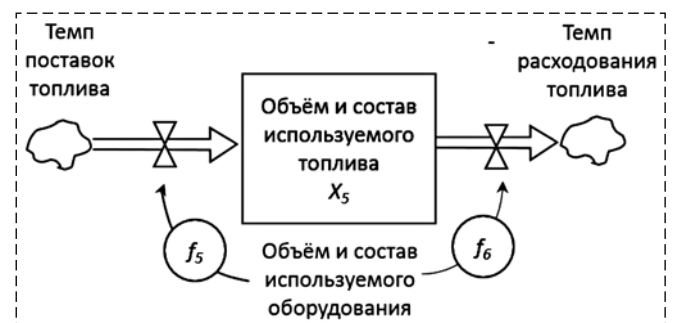


Рис. 2. Граф взаимосвязей факторов, влияющих на темпы изменения переменной X_5
Fig. 2. Relationships graph of factors influencing the rate of change of variable X_5



Рис. 3. Граф взаимосвязей факторов, влияющих на темпы изменения переменной X_6
 Fig. 3. Relationships graph of factors influencing the rate of change of variable X_6

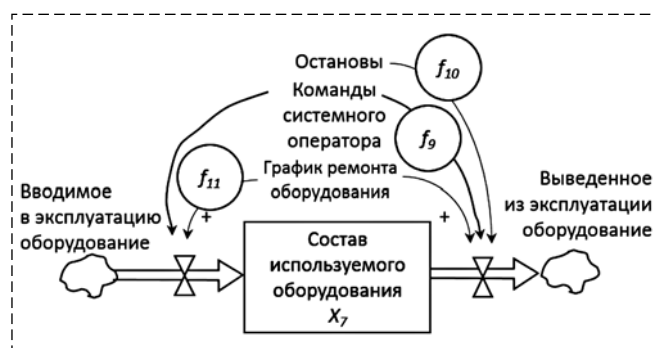


Рис. 4. Граф взаимосвязей факторов, влияющих на темпы изменения переменной X_7
 Fig. 4. Relationships graph of factors influencing the rate of change of variable X_7

тов аналитиками данных компаний, от особенностей технологического процесса генерации тепла и электроэнергии, целей моделирования и других факторов, существенно влияющих на производственное и финансовое планирование компании.

Для построения математической модели режимов работы ТЭС в терминах системной динамики построим оргграф, отражающий все основные ее системные переменные и функциональные зависимости. На рис. 5 приведен оргграф, в котором определены все функциональные зависимости f_1, \dots, f_{13} параметров X_1, \dots, X_7 .

Такая графовая модель позволяет построить математическую модель ТЭС с помощью следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial X_1(t)}{\partial t} = f_3(X_2) - f_1(X_3) - f_2(X_4); \\ \frac{\partial X_2(t)}{\partial t} = f_{11}(X_6) + f_4(MR) - Cf_3(X_3); \\ \frac{\partial X_3(t)}{\partial t} = f_1(X_5) + f_7(X_5); \\ \frac{\partial X_4(t)}{\partial t} = Cf_2(X_6) + f_4(MR); \\ \frac{\partial X_5(t)}{\partial t} = f_5(X_7) - f_6(X_7) - f_{12}(X_6); \\ \frac{\partial X_6(t)}{\partial t} = f_8(X_7) + f_5(X_7) + f_6(X_7) + f_{13}(W); \\ \frac{\partial X_7(t)}{\partial t} = f_3(X_2) + f_8(X_7) + f_9(X_7) + f_{10}(X_7). \end{cases} \quad (3)$$

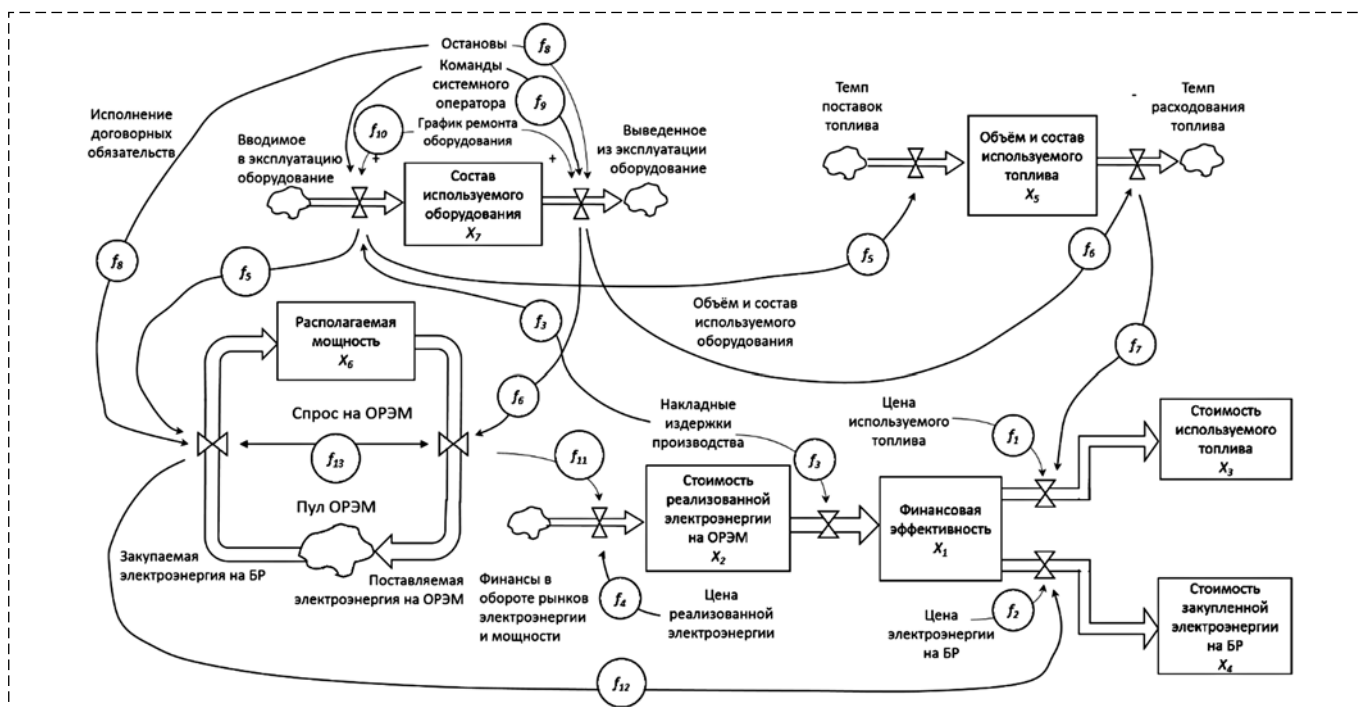


Рис. 5 Оргграф взаимосвязей системных переменных X_1, \dots, X_7
 Fig. 5. Digraph of interconnections of system variables X_1, \dots, X_7

В генерирующих компаниях ведется учет и хранение данных различных ТЭП, к которым относятся показатели $\frac{\partial \mathbf{X}(t)}{\partial t}$, а также значения различных функциональных зависимостей для выбора оптимального режима работы генерирующего оборудования. Следовательно, для проверки адекватности полученной математической модели можно использовать уравнения регрессии, построенные по этим сохраненным данным.

Смоделированные таким образом технологические процессы генерации электроэнергии позволяют определить типовые функциональные зависимости с точностью, достаточной для однозначного представления моделей в системах имитационного моделирования, таких

как AnyLogic, для проектирования отраслевых BPMS-, ERP- и MES-систем [5]. Кроме того, разработанные математические модели могут найти применение во вновь разрабатываемых системах поддержки принятия решений, а также для разработки оригинальных алгоритмов работы DSS-систем.

Алгоритм работы DSS-системы на основе предложенной математической модели

Информационная система, оснащенная предложенным математическим обеспечением, призвана способствовать ЛПР, облегчить выбор режима работы генерирующего оборудования и обеспечить максимальную финансовую эффективность в заданных технических условиях. Такого рода модели наглядны и удобны для ЛПР, имеют выразительную способность, близкую к естественному языку, и широко используются при создании банков знаний, а также интеллектуальных систем управления сложными производственными процессами [9].

Работа алгоритма должна начинаться с выбора оперативным персоналом ТЭС интервала моделирования изменения переменных X_1, \dots, X_7 . Как правило, это делается ежедневно при подаче ценовых заявок на РСВ. При определении данных, подаваемых Коммерческому оператору ЕЭС, требуется ввести параметры, необходимые для определения значений переменных X_1, \dots, X_7 по модели (3), и оценить достоверность этих данных. Если были обнаружены ошибки или отсутствие каких-либо данных, то их необходимо откорректировать и рассчитать значения переменных X_1, \dots, X_7 по предложенной модели (3). Результаты расчетов требуется сравнить с сохраненными статистическими данными. Если выходные данные недостоверны, отличаются от статистических или от целевых показателей, то потребуются вновь изменить параметры, определяющие X_1, \dots, X_7 , или изменить саму математическую модель, добавив необходимые показатели помимо MR , MC и W или функциональные зависимости f_1, f_2, \dots, f_n . В результате ЛПР получает информацию о значениях переменных X_1, \dots, X_7 на выбранном ин-

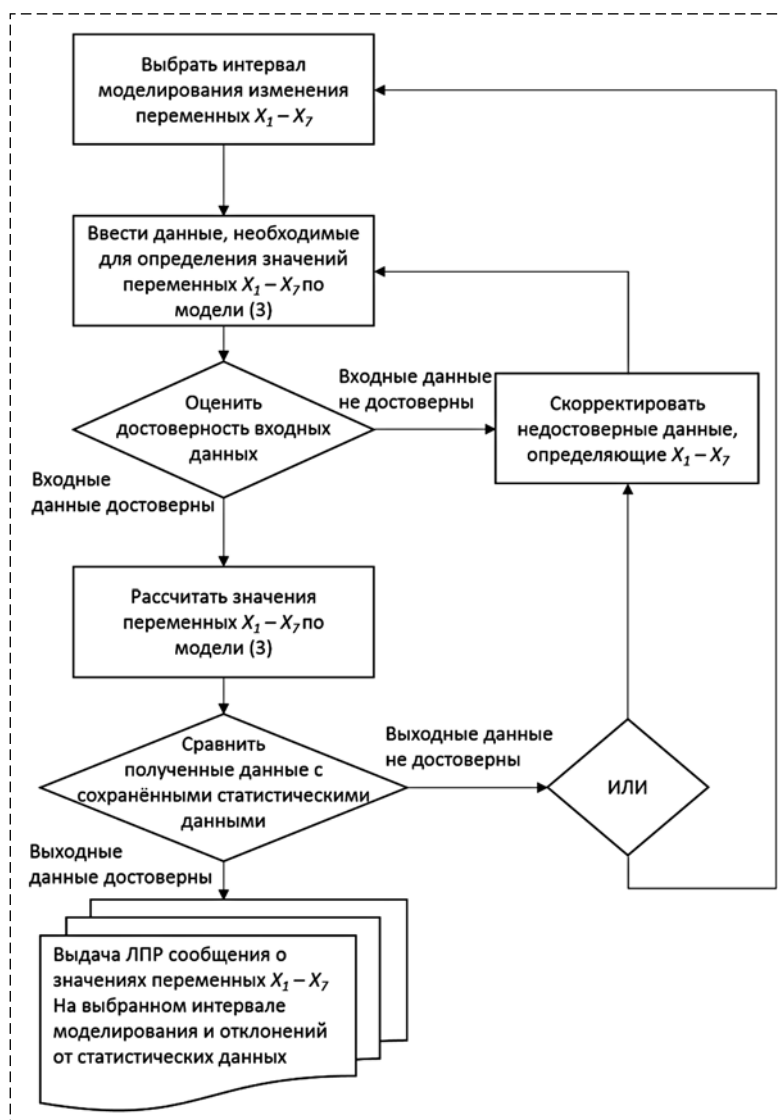


Рис. 6. Алгоритм применения математической модели (3) в составе DSS-системы

Fig. 6. Algorithm for applying the mathematical model (3) as part of the DSS-system

тервале моделирования. Блок-схема алгоритма применения математического обеспечения (3) представлена на рис. 6. Действия ЛПП в таких условиях легко можно переложить на DSS-систему на основе искусственного интеллекта, поскольку для нее четко классифицированы все системные переменные и их функциональные зависимости.

Заключение

В данной статье предложен подход к анализу ТЭС с использованием методов системной динамики, который аналогично может использоваться при выборе режимов работы генерирующего оборудования гидро- и атомных электростанций.

Проведенные теоретические и прикладные исследования дали возможность формализовать множество системных связей и закономерностей функционирования абстрактных и реальных объектов прикладной области, а также позволили описать отраслевые особенности производственных процессов методом потоковой стратификации. В результате были наглядно визуализированы управляющие и управляемые воздействия на элементы системы, определены важнейшие критерии оптимальности, связанные с требованиями ОРЭМ, предъявляемыми к описанной технической системе.

Уникальность предложенного подхода заключается в использовании новых модельных решений, основанных на математическом аппарате системной динамики, для однозначного представления моделей в системах имитацион-

ного моделирования, таких как AnyLogic, для проектирования отраслевых информационных системах (BPMs, ERP, MES и DSS).

Список литературы

1. Рутковский Л. Методы и технологии искусственного интеллекта: Пер. с польск. М.: Горячая линия—Телеком, 2010. 520 с.
2. Егунов Н. Д. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления: Учебник / Под ред. Н. Д. Егунова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 744 с.
3. Правительство РФ, Постановление № 1172 от 27.12.2010 г., Об утверждении Правил оптового рынка электрической энергии и мощности и О внесении изменений в некоторые акты Правительства Российской Федерации по вопросам организации функционирования оптового рынка электрической энергии и мощности // Собрание законодательства РФ, 04.04.2011. № 14. С. 1916.
4. Карманов В. С., Мошкин Б. Н., Секретарев Ю. А., Чекалина Т. В. Управление функционированием генерирующей компании с целью повышения энергоэффективности // Электро. Электротехника, электроэнергетика, электротехническая промышленность. 2013. № 4. С. 2—7.
5. Фомин И. Н., Иващенко В. А., Шульга Т. Э. Математическая модель и алгоритм оперативного управления генерирующим оборудованием ТЭС // Прикладная информатика. 2018. Т. 13, № 3 (75). С. 24—34.
6. Резчиков А. Ф., Митяшин Н. П., Кузьмиченко Б. М., Рябов О. Н., Карпук Р. В. Многокритериальный выбор оборудования на основе нечеткой меры ценности критериев // Мехатроника, автоматизация и управление. 2010. № 1. С. 54—58.
7. Карманов В. С., Мошкин Б. Н., Секретарев Ю. А., Чекалина Т. В., Яковченко К. Н. Повышение энергетической эффективности генерирующей компании за счет выбора оптимальных режимов функционирования по критерию максимизации прибыли // Надежность и безопасность энергетики, 2013. № 20. С. 35—40.
8. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия (индустриальная динамика). М.: Прогресс, 1971. 325 с.
9. Иващенко В. А. Аппаратно-программные средства построения систем автоматизированного управления электропотреблением промышленных предприятий // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2007. № 4 (26). С. 75—84.

Synthesis of the Algorithm for Control of the Thermal Power Plant Generating Equipment Based on System Dynamics Models

I. N. Fomin, ignik16@yandex.ru, T. E. Shulga, shulga@sstu.ru,

Yuri Gagarin State Technical University of Saratov (SSTU), Saratov, 410054, Russian Federation,

V. A. Ivaschenko, iptmuran@san.ru,

Institute of Precision Mechanics and Control of RAS, Saratov, 410028, Russian Federation

Corresponding author: Fomin Igor N., PhD, Associate Professor,
Yuri Gagarin State Technical University of Saratov (SSTU), Saratov, 410054, Russian Federation,
e-mail: ignik16@yandex.ru

Accepted on September 7, 2020

Abstract

The article discusses an original solution for designing an algorithm for selecting the most optimal technical and economic indicators for the operation of generating equipment of thermal power plants, taking into account the requirements of the wholesale electricity market, the day-ahead market and the balancing market. To design an algorithm for controlling generating equipment, the activity of a generating company in the wholesale electricity market was considered in terms

of system dynamics. The proposed solution made it possible to select and interpret the state variables of the model, build flow diagrams describing the functioning of a technical-economic system, and visualize cause-and-effect relationships in the form of structured functional dependencies. In this work according to the norms of industry legislation and previously conducted scientific research the most important parameters were identified that form the flows of a dynamic technical and economic system, which are optimization criteria in fact. On the basis of this data, a stream stratification of the production processes of generating companies was carried out and a complex of mathematical models of system dynamics was developed to determine and plan the financial efficiency of the operation of thermal power plants and generating companies. The mathematical apparatus and the algorithm of its functioning are developed on the basis of the digraph of cause-and-effect relationships between the investigated technical and economic indicators. On the basis of the graph of interrelationships of system variables, a system of nonlinear differential equations has been built, which makes it possible to determine planned performance indicators when various technical and economic conditions change. The novelty of the proposed approach is the use of new model solutions based on the mathematical apparatus of system dynamics to represent the proposed model in simulation systems, in industry ERP and MES systems, for the development of DDS.

Keywords: system dynamics, mathematical model, technical and economic indicators, thermal power plant

For citation:

Fomin I. N., Shulga T. E., Ivaschenko V. A. Synthesis of the Algorithm for Control of the Thermal Power Plant Generating Equipment Based on System Dynamics Models, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 1, pp. 20–27.

DOI 10.17587/mau.22.20-27

References

1. Rutkovskij L. Methods and technologies of artificial intelligence, Moscow, Goryachaya liniya—Telekom, 2010, 520 p. (in Russian).
2. Egupov N. D. Robust, Methods of Neuro-Fuzzy and Adaptive Control: A Textbook, Moscow, MGTU, 2002, 744 p. (in Russian).
3. The Government of the Russian Federation, Resolution No. 1172. December 27, 2010, On Approval of the Rules for the Wholesale Electricity and Capacity Market and on Amending Certain Acts of the Government of the Russian Federation on the Organization of the Operation of the Wholesale Electricity and Capacity Market, *Sobranie zakonodatel'stva RF*, 04.04.2011, no. 14, 744 p. (in Russian).

4. Karmanov V. S., Moshkin B. N. Management of the operation of a generating company in order to improve energy efficiency, *Elektro. Elektrotexnika, elektroenergetika, elektrotexnicheskaya promyshlennost*, 2013, no. 4, pp. 2–7 (in Russian).

5. Fomin I. N., Shulga T. E., Ivaschenko V. A. The Mathematical models and algorithms operational, control for equipment TPP, *Prikladnaya informatika, Sinergiya*, 2018, vol. 13, no. 3 (75), pp. 24–34 (in Russian).

6. Rezhnikov A. F., Mityashin N. P., Kuzmichenko B. M., Ryabov O. N., Karpuk R. V. Multi-criteria selection of equipment based on a fuzzy measure of criteria value, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2010, no. 1, pp. 54–58 (in Russian).

7. Karmanov V. S., Moshkin B. N., Sekretarev Yu. A., Chekalina T. V., Yakovchenko K. N. Increasing the energy efficiency of a generating company by choosing optimal operating modes by the criterion of profit maximization, *Nadezhnost i Bezopasnost Energetiki*, 2013, no. 20, pp. 35–40 (in Russian).

8. Forrester J. Fundamentals of Enterprise Cybernetics (Industrial Dynamics), Moscow, Proress, 1971, 325 p. (in Russian).

9. Ivashchenko V. A. Hardware and software for building automated power management systems for industrial enterprises, *Vestnik Saratov State Technical University*, 2007, no. 4 (26), pp. 75–84 (in Russian).



31 мая – 02 июня 2021 г.

в Санкт-Петербурге
на базе ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
состоится



XXVIII Санкт-Петербургская Международная конференция по интегрированным навигационным системам

Тематика конференции

- Инерциальные датчики, системы навигации и ориентации
- Интегрированные системы навигации и управления движением
- Глобальные навигационные спутниковые системы
- Средства гравиметрической поддержки навигации

В рамках каждого направления рассматриваются:

- схемы построения и конструктивные особенности;
- методы и алгоритмы;
- особенности разработки и применения для различных подвижных объектов и условий движения (аэрокосмические, морские, наземные, подземные);
- испытания и метрология.

Контактная информация:

Тел.: +7 (812) 499 82 10 +7 (812) 499 81 57

Факс: +7 (812) 232 33 76 E-mail: icins@eprib.ru

Е. С. Брискин, д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой, dtm@vstu.ru,

Я. В. Калинин, канд. техн. наук, доц., jkv83@mail.ru, К. С. Артемьев, студент, subisinebeats@gmail.com,
Волгоградский государственный технический университет

Об устойчивости плоского движения мобильных роботов с шагающими движителями, работающими в "тянущем" режиме

Рассматриваются мобильные роботы с шагающими движителями, работающими в "тянущем" режиме, который, как правило, является неустойчивым. Это объясняется заклиниванием движителя за счет ортогональности действующего усилия возможному перемещению точки приложения. Ставится задача разработки такого алгоритма управления роботом, состоящего в целенаправленном изменении геометрической ориентации движителей, управляемых приводом поворота, который обеспечит устойчивое движение. Предложен метод управления ориентацией плоскости шагания при ее начальном отклонении от программного положения, основанный на реализации дискретного алгоритма управления, который предусматривает введение такой кусочно-постоянной функции на каждом шаге движителя, получившего начальное возмущение, которая обеспечит выход на устойчивый режим движения за конечное число шагов. На первом шаге, как и на последующих, выполняется управление изменением ориентации плоскостей шагания движителей, связанных с рулевым управлением, и тем самым изменяется направление движения корпуса робота. Описанный алгоритм предполагает выполнение двух необходимых условий: наличие информационно-измерительной системы, контролирующей ориентацию плоскостей шагания, и обеспечение достаточности сил взаимодействия стоп, управляемых рулевым управлением движителей, с опорной поверхностью для отсутствия проскальзывания. Представлен алгоритм управления "зависимыми" движителями (обрабатывающими программное поступательное движение корпуса) с учетом того, что их ориентация зависит от ориентации управляемых, заключающийся в изменении длины шага, которую также следует определять для обеспечения устойчивости движения. Основной задачей управления "зависимыми" движителями, не изменяющими ориентацию своей плоскости шагания в начальный момент времени, является определение точек постановки стоп за счет изменения длины шага в соответствии с установленными критериями и конструктивными ограничениями, в частности, энергетической эффективностью, максимальными усилиями в приводах, максимальной и минимальной длиной шага. На заключительном этапе корректировки движения за счет выполнения последовательности действий движитель начнет работать в устойчивом "толкающем" режиме. Установлено, что "тянущий" режим работы шагающего движителя может являться устойчивым, при соответствующем управлении.

Ключевые слова: мобильные роботы, движители, плоское движение, устойчивость движения

Введение

Известны различные типы шагающих движителей, которые условно определяются как инсектоморфные, зооморфные, антопоморфные, ортогональные и др. [1, 2]. В отличие от колесного движителя одной из особенностей шагающих движителей является возможность как "подтягивать" к стопе точку подвеса движителя на корпусе робота, так и "отталкивать" ее от себя. Так, например, робот "Ортоног" (рис. 1, см. вторую сторону обложки), имеющий ортогонально-поворотные движители [3], может передвигаться, подтягиваясь к стопам движителей (рис. 2, б), а может и "отталкиваться" от них (рис. 2, а). Такая же особенность характерна для робота с инсектоморфными движителями "MASHA" (рис. 3, см. вторую сторону обложки).

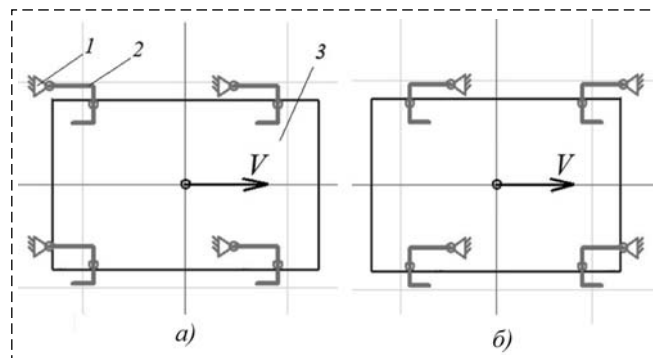


Рис. 2. Компонка двигателяльных установок робота "Ортоног":
а — "толкающий" режим; б — "тянущий" режим; 1 — стопа, соприкасающаяся с опорной поверхностью; 2 — ортогонально-поворотный движитель; 3 — корпус робота; V — направление скорости

Fig. 2. The layout of the propulsion devices of the robot "Ortonog":
а — "pushing" mode; б — "pulling" mode; 1 — support, resting on the ground; 2 — orthogonal-rotary propulsion device; 3 — axis of suspension of the propulsion device to the robot body; V — direction of velocity

Отличительной особенностью роботов с шагающими движителями, представляющими собой, как правило, механическую систему с тремя степенями свободы, в том числе и в случае с ортогонально-поворотными движителями, состоит в возможности обеспечения идеальной маневренности движения. Под идеальной маневренностью понимается возможность осуществлять любое наперед заданное плоское движение корпуса без проскальзывания стоп движителей по опорной поверхности [4, 5]. Доказано, что это возможно, если не более двух движителей, стопы которых опираются на грунт, имеют фиксированную ориентацию плоскостей шагания за счет привода рулевого управления, а остальные могут ее изменять в зависимости от внешнего воздействия согласованно с управляемыми. Такие движители, положение плоскостей шагания которых зависит от двух движителей с управляемой ориентацией, в дальнейшем определяются как "зависимые".

Однако в любой произвольный момент времени робот должен уметь двигаться в любую сторону. Следовательно, все движители, в том числе и "зависимые", должны уметь работать как в "тянущем", так и в "толкающем" режимах.

Однако установлено [6], что тянущий режим не только неустойчив, но и часто приводит к ситуациям, когда движение робота невозможно. Это обусловлено взаимной ортогональностью силового воздействия на робот и его возможного перемещения в определенные моменты времени. В свою очередь, возможные перемещения определяются накладываемыми связями в соответствии с выбранной матрицей управления [7]. Поэтому разработка алгоритма устойчивого движения мобильного робота как твердого тела, на которое накладываются связи, обеспечивающие заданное направление движения тех или иных точек, является одной из актуальных задач. Гипотеза о наличии таких связей основывается на предположениях о достаточности сил взаимодействия стопы движителя с фиксированной ориентацией для предотвращения ее проскальзывания на опорной поверхности. Помимо устойчивости по А. М. Ляпунову [8] практическую значимость имеет и задача обеспечения технической устойчивости, состоящей в малом отклонении центра масс робота от программы в пределах заданного промежутка времени [9].

Постановка задачи

Рассматривается плоское движение твердого тела 1 (рис. 4), на одну из точек которого A накладывается связь

$$f(x_A, y_A) = 0. \quad (1)$$

В частном случае, при прямолинейном движении точки A вдоль оси Ox

$$f(x_A, y_A) = y_A - b = 0, \quad b = \text{const}. \quad (2)$$

Известны координаты неподвижной точки B (x_B, y_B) и угол ψ_0 начального отклонения отрезка AB от программного $\psi_0 = 0$, соответствующего поступательному движению тела 1 . Точка A соответствует точке подвеса движителя к корпусу робота, а точка B — неподвижной стопе.

Поэтому начальная длина S_0 отрезка S при работе движителя в "тянущем" режиме уменьшается, например, с постоянной скоростью V_0 :

$$S = S_0 - V_0 t.$$

Расчетной схеме (рис. 4) соответствует ортогонально-поворотный движитель, шарнирно присоединенный к роботу "Ортоног" (см. рис. 2, б) при $h = 0$.

Тогда

$$\begin{cases} \dot{x}_A = V_0 \cos \psi + (S_0 - V_0 t) \dot{\psi} \sin \psi; \\ 0 = V_0 \sin \psi - (S_0 - V_0 t) \dot{\psi} \cos \psi. \end{cases} \quad (3)$$

Из соотношений (3) следуют законы изменения угла ψ и перемещения точки A вдоль оси Ox :

$$\dot{\psi} = \frac{V_0}{S_0 - V_0 t} \operatorname{tg} \psi; \quad \dot{x}_A = \frac{V_0}{\cos \psi}. \quad (4)$$

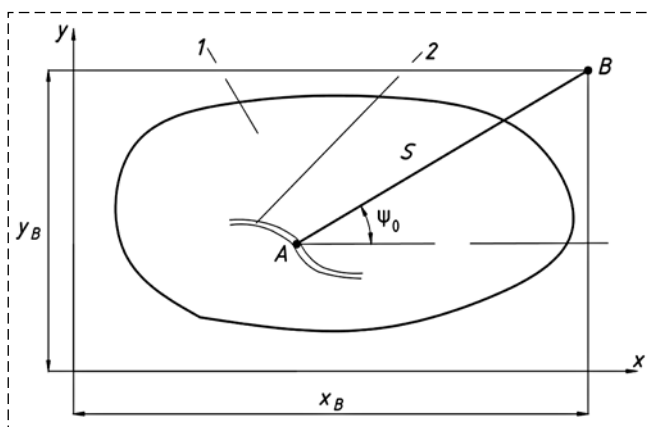


Рис. 4. Расчетная схема движителя:

1 — твердое тело, 2 — кривая, соответствующая уравнению связи (1)

Fig. 4. Calculation scheme:

1 — rigid body, 2 — curve corresponding to the coupling equation (1)

Отсюда, если при $t = 0 \psi = \psi_0$, то

$$\sin \psi = \frac{S_0 \sin \psi_0}{S_0 - V_0 t}. \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что угол ψ возрастает с течением времени, не превышающем

$$[\tau] \leq \frac{S_0(1 - \sin \psi_0)}{V_0}.$$

Дальнейшее движение невозможно, так как происходит заклинивание.

Уравнение в вариациях, составленное для невозмущенного движения (4) в окрестности программного движения $\psi = 0$, имеет вид

$$\delta \dot{\psi} = \frac{V_0}{S_0 - V_0 t} \delta \psi,$$

что также свидетельствует о неустойчивости программного движения.

Однако, если целенаправленно управлять ориентацией управляемых движителей, то вместо (2) следует опираться на уравнение (1), которое удобно представить в форме

$$y_A = f(x_A). \quad (6)$$

Тогда вместо уравнений (4) имеют место уравнения

$$\begin{cases} \dot{x}_A = \frac{V_0}{\operatorname{tg} \gamma \sin \psi + \cos \psi}; \\ \dot{y}_A = \operatorname{tg} \gamma \frac{V_0}{\operatorname{tg} \gamma \sin \psi + \cos \psi}; \\ \dot{\psi} = \frac{V_0}{S_0 - V_0 t} \operatorname{tg}(\psi - \gamma); \\ \operatorname{tg} \gamma = \frac{df}{dx_A}. \end{cases} \quad (7)$$

Ставится задача разработки такого алгоритма управления роботом с движителями, работающими в "тянущем" режиме, состоящего в изменении ориентации движителей, управляемых приводом рулевого управления, который обеспечивает его устойчивое поступательное движение как твердого тела с прямолинейным в среднем движении его центра масс или, что одно и то же, установлении закономерностей изменения уравнений связей (6) в процессе движения робота, обеспечивающих его устойчивое движение. Для "зависимых" движителей, ориентация которых зависит от ориентации управляемых,

возможно управлять только длиной шага, которую также следует определять для обеспечения устойчивости движения робота.

Управление ориентацией движителя при начальном возмущении его плоскости шагания

Метод решения может быть основан на реализации дискретного алгоритма управления, предусматривающего введение кусочно-постоянной функции $\operatorname{tg}(\gamma)$ (7) на каждом шаге движителя, получившего начальное возмущение в программном движении. На рис. 5 представлена возможная схема алгоритма управления поступательным движителем твердого тела с прямолинейным программным движением точки A вдоль оси Ox . Точка A_0 — начальное положение точки подвеса движителя, B_0 — точка установки стопы движителя, на который не накладывается ориентационная связь ("зависимый" движитель).

Таким образом, начальное отклонение продольной оси движения от программного (возмущение ориентации) определяется углом ψ_0 , а начальное расстояние стопы от точки подвеса движителя к корпусу соответствует началу этапа взаимодействия с опорной поверхностью и равно длине шага $A_0 B_0 = S$.

Тогда выполняется изменение ориентации плоскостей шагания управляемых движителей, связанных с рулевым управлением (угол φ_1), и тем самым изменяется направление движения корпуса робота и, соответственно, точки A . За первый шаг она перемещается из точки A_0 в точку A_1 ($A_0 A_1 = \rho$). При этом ориентация движителя изменяется. Его ось меняет свое положение: с направления $A_0 B_0$ на направление $A_1 B_0$. На втором шаге стопа переносится из точки B_0 в точку B_1 , лежащую на оси Ox . На этом этапе также осуществляется изменение ориентации плоскостей шагания движителей, связанных с рулевым управлением (угла φ_2). При

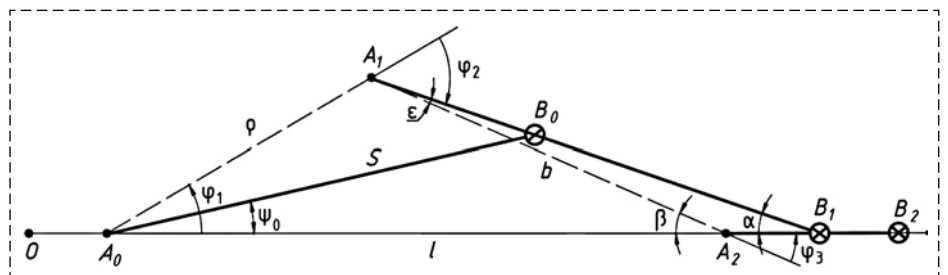


Рис. 5. Геометрическая схема алгоритма управления ориентацией движителей
Fig. 5. Geometric scheme of the propulsion devices orientation control algorithm

№	Действие	Результат	Результат при малых ψ_0, λ
1	Определение угла α	$\sin \alpha = \frac{\sin \psi_0}{1 - \lambda}$	$\alpha \approx \psi_0(1 + \lambda)$
2	Определение длины отрезка $A_1A_2 = b$	$b = S\sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \alpha}$	$b \approx S(1 - \lambda)$
3	Определение угла ε	$\sin \varepsilon = \frac{\lambda}{(1 - \lambda)^2} \sin \psi_0$	$\varepsilon \approx \lambda\psi_0$
4	Определение длины отрезка $A_0A_1 = \rho$	$\rho = S\sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos(\alpha + \varepsilon)}$	$\rho \approx S(1 - \lambda)$
5	Определение угла β	$\sin \beta = \frac{\sin \psi_0}{\sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \alpha}} \frac{1}{1 - \lambda}$	$\beta \approx \psi_0(1 + 2\lambda)$
6	Определение угла φ_1	$\sin \varphi_1 = \frac{\sin \psi_0}{\sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos(\alpha + \varepsilon)}} \frac{1}{1 - \lambda}$	$\varphi_1 \approx \psi_0(1 + 2\lambda)$
7	Определение угла φ_2	$\varphi_2 = -\varphi_1 - \beta$	$\varphi_2 \approx -2\psi_0(1 + 2\lambda)$
8	Определение угла φ_3	$\varphi_3 = \beta$	$\varphi_3 \approx \psi_0(1 + 2\lambda)$
9	Определение пройденного роботом расстояния за два шага $A_0A_2 = l$	$l = \rho \cos \varphi_1 + b \cos \beta$	$l \approx 2S(1 - \lambda)$

этом точка A перемещается в точку A_2 за счет "подтягивания" ее точке B_1 . На заключительном этапе (третьем шаге) ориентация плоскостей шагания, управляемых рулевым управлением движителей, вновь изменяется (угол φ_3), а стопа переносится из точки B_1 в точку B_2 .

Описанный алгоритм предполагает наличие информационно-измерительной системы, контролирующей ориентацию плоскостей шагания движителей. Другое необходимое условие состоит в обеспечении достаточности сил вза-

имодействия стоп движителей, кинематически связанных с приводом рулевого управления робота, с опорной поверхностью, не допускающих их проскальзывание. Для аналитического определения углов поворотов $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ (рис. 5) исходными данными является конструктивные параметры движителя: максимальное расстояние S и минимальное расстояние $r = \lambda S$ от оси подвеса движителя на корпусе робота (точка A) до места установки стопы (точка B), предполагаемое одинаковым и максимально возможным на

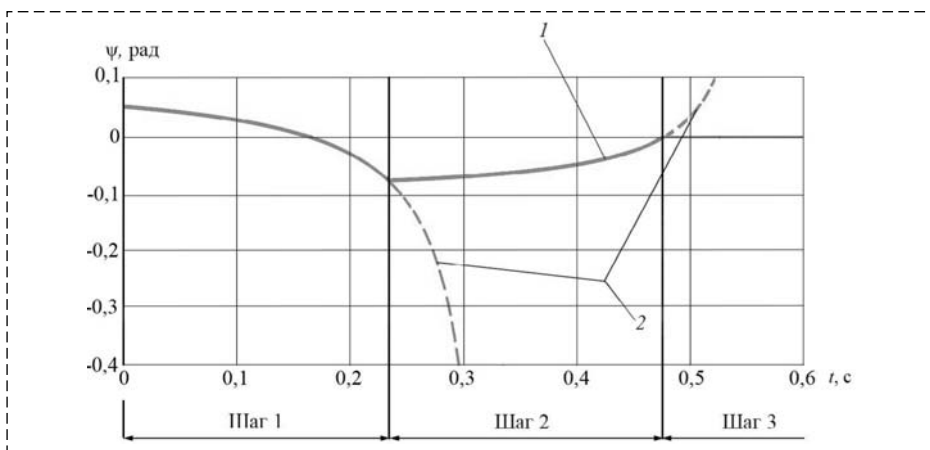


Рис. 6. Графики зависимостей углов ориентации управляемых движителей на каждом шаге коррекции движения. Начальные условия: $S = 1$ м, $r = 0,3$ м, $\psi_0 = 3^\circ$, $v_0 = 3$ м/с: 1 — зависимость $\psi = \psi(t)$ при управляемом движении; 2 — зависимость $\psi = \psi(t)$ при движении в отсутствие системы управления

Fig. 6. Plots of orientation angles of the controlled propulsion devices at each step of motion correction. Initial conditions: $S = 1$ m, $r = 0,3$ m, $\psi_0 = 3^\circ$, $v_0 = 3$ m/s:

1 — dependence $\psi = \psi(t)$ in controlled motion; 2 — dependence $\psi = \psi(t)$ when moving in the absence of a control system

каждом шаге. Желательность максимальной S обусловлено обеспечением минимальности средней силы сопротивления движителю [10, 11]. Требуется также знать начальный угол ψ_0 , фиксируемый информационно-измерительной системой.

Таким образом, алгоритм управления стабилизацией движения робота с движителями, работающими в "тянущем" режиме, предполагает выполнение последовательности операций, представленных в таблице.

Предложенный алгоритм обеспечения устойчивости движения мобильных роботов с шагающими движителями, работающими в "тяну-

шем" режиме, позволяет определить уравнение движения на основе решения системы дифференциальных уравнений (7), в которых $\operatorname{tg} \gamma$ определяется на каждом из этапов:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma_1 &= \operatorname{tg} \varphi_1; \\ \operatorname{tg} \gamma_2 &= \operatorname{tg}(\varphi_1 + \varphi_2); \\ \operatorname{tg} \gamma_3 &= \operatorname{tg}(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3). \end{aligned}$$

На графиках (рис. 6) представлена зависимость $\psi = \psi(t)$, где штриховыми линиями обозначены зависимости $\psi = \psi(t)$ при движении без вмешательства системы управления, что приводит к заклиниванию.

Анализ графиков показывает:

- при начальном отклонении плоскостей шагания одного из движителей стабилизация может быть осуществлена на третьем шаге;
- происходит дополнительное поперечное движение корпуса робота, зависящее от геометрических параметров его движителя и начального отклонения;
- движение происходит с переменной скоростью несмотря на постоянную скорость \dot{S} .

Управление ориентацией движителей в отсутствие начального возмущения ориентации плоскостей шагания

Результаты анализа показывают, что для движителей с невозмущенной ориентацией плоскостей шагания поперечное движение корпуса робота является для них внешним возмущением и требует корректировки управления движением. На рис. 7 представлена возможная схема алгоритма управления "зависимым" j -м движителем. Основное отличие этого алгорит-

ма от предыдущего состоит в том, что $\psi_{0j} = 0$, а $\varphi_{1j} = \varphi_1$, $\varphi_{2j} = \varphi_2$, $\rho_j = \rho$, $S_j = S$ и не требуют определения. В этом случае нужно на первом этапе стопу механизма шагания, находящуюся в переносе, установить в положение B_1 , а взаимодействующую с опорной поверхностью в точке B_0 перевести в фазу переноса. При достижении точкой подвеса движителя A_1 осью ориентации его плоскости шагания будет являться прямая A_1B_1 . На следующем этапе стопа механизма шагания переносится в точку B_2 с таким расчетом, чтобы выполнялись условия

$$\beta + \delta > \frac{\pi}{2}, \quad \delta < \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

при наличии конструктивных ограничений

$$A_1B_2 \leq S, \quad B_2A_2 \geq r. \quad (9)$$

Условия (8) обусловлены требованиями отсутствия положения движителя относительно корпуса, при котором силовое воздействие на робот со стороны движителя ортогонально его возможному перемещению. На последующем этапе точка подвеса движителя к роботу двигается прямолинейно вдоль оси Ox , а движитель работает в устойчивом "толкающем" режиме.

Таким образом, задачей управления "зависимыми" движителями, которые в начальный момент не изменяют ориентацию своей плоскости шагания, является определение точек B_1 и B_2 постановки стоп за счет изменения длины шага. Критерием выбора мест установки стоп (точки L_i , N_i на рис. 8) являются неравенства (8), (9) и дополнительные условия, вытекающие из динамических, энергетических и других характеристик движения.

Расположение мест установки стоп L , N влияет на характер функции угла ориентации "зависимых" движителей, которая позволяет определять показатели оптимальности управления I_1 , I_2 и др.:

$$I_1 = \int_0^{\tau} \ddot{\psi}^2 dt, \quad I_2 = \int_0^{\tau} \dot{\psi}^2 dt,$$

где τ — время выхода на режим с установленной точностью угла ориентации плоскости шагания Δ .

Таким образом, рассмотренные алгоритмы позволяют обеспечить устойчи-

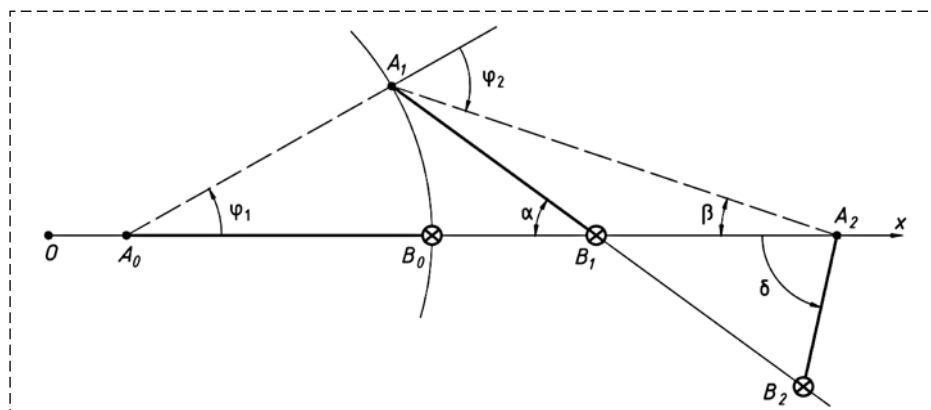


Рис. 7. Геометрическая схема алгоритма управления длиной шага движителей
Fig. 7. Geometric scheme of the control algorithm of the propulsion devices step length

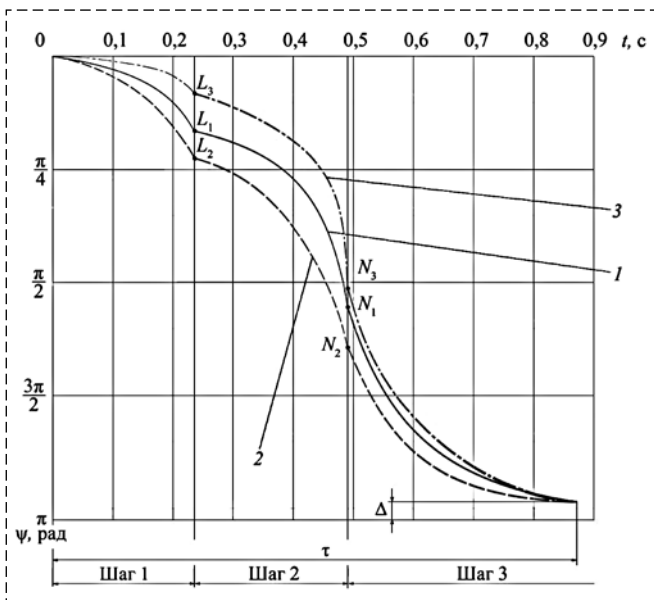


Рис. 8. Изменение углов ориентации "зависимых" движителей на каждом из этапов шагания. Начальные условия:

1 — $S = 1$ м, $r = 0,3$ м, $\psi_0 = 3^\circ$, $v_0 = 3$ м/с; 2 — $S = 1,5$ м, $r = 0,3$ м, $\psi_0 = 3^\circ$, $v_0 = 3$ м/с; 3 — $S = 0,6$ м, $r = 0,3$ м, $\psi_0 = 3^\circ$, $v_0 = 3$ м/с

Fig. 8. Change the orientation angles of the "dependent" propulsion devices at each step of the step. Initial conditions:

1 — $S = 1$ м, $r = 0,3$ м, $\psi_0 = 3^\circ$, $v_0 = 3$ м/с; 2 — $S = 1,5$ м, $r = 0,3$ м, $\psi_0 = 3^\circ$, $v_0 = 3$ м/с; 3 — $S = 0,6$ м, $r = 0,3$ м, $\psi_0 = 3^\circ$, $v_0 = 3$ м/с

вость движения и имеют аналоги в технике: вывод из заноса автомобиля за счет изменения ориентации управляемых колес, приводящего к движению центра масс автомобиля в разные стороны.

Выводы

Доказано, что "тянущий" режим работы шагающего движителя при соответствующем управлении может быть реализован и не приводит к "заклиниванию".

Предложены алгоритмы изменения ориентации управляемых движителей и длины шага "зависимых" движителей, обеспечивающие устойчивость движения.

Показано, что восстановление программно-го движения при первоначальном возмущении может быть достигнуто за несколько шагов, при которых осуществляются разнонаправленные управляющие воздействия на привод ориентации движителя, получившего отклонение.

Предложенный алгоритм управления может быть развит с учетом дополнительных критериев качества движения, в общем случае нескольких, что позволит ставить задачи оптимизации управляемого движения и определения наиболее рациональных параметров движителей и последовательности управляющих воздействий при возмущенном движении.

Список литературы

1. Охоцимский Д. Е., Голубев Ю. Ф. Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата. М.: Наука, 1984. 310 с.
2. Павловский В. Е. О разработках шагающих машин // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2013. № 101. 32 с.
3. Малолетов А. В., Брискин Е. С. Оптимизация структуры, параметров и режимов движения шагающих машин со сдвоенными движителями. Волгоград: ВолгГТУ, 2015. 174 с.
4. Артоболовский И. И., Умнов Н. В. Некоторые проблемы создания шагающих машин // Вестник АН СССР. 1969. № 2. С. 22—27.
5. Умнов Н. В., Тартаковский И. И. О выборе структурной схемы шагающей машины // Машиноведение. 1966. № 6. С. 47.
6. Лепетухин К. Ю., Калинин Я. В., Малолетов А. В., Брискин Е. С. Управление движением группы сочлененных роботов в анизотропной и неоднородной среде // XII мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2019) (Дивноморское, Геленджик, 23—28 сентября 2019 г.): материалы конф. В 4 т. Т. 2. Ростов-на-Дону; Таганрог, 2019. С. 17—19.
7. Брискин Е. С., Вершинина И. П., Малолетов А. В., Шаронов Н. Г. Об управлении движением шагающей машины со сдвоенными ортогонально-поворотными движителями // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2014. № 3. С. 168.
8. Меркин Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения. М.: Наука, 1976. 305 с.
9. Моисеев Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики. М.: Наука, 1969. 379 с.
10. Игнатъев М. Б., Кулаков Ф. М., Покровский А. М. Алгоритмы управления роботами и манипуляторами. М.: Машиностроение, 1972. 248 с.
11. Брискин Е. С., Соболев В. М. Тяговая динамика шагающих машин с ортогональными движителями // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1990. № 3. С. 28—34.

On the Stability of the Plane Movement of Mobile Robots with Walking Propulsion Devices Working in "Pulling" Mode

E. S. Briskin, dtm@vstu.ru, Ya. V. Kalinin, jkv83@mail.ru, K. S. Artemyev, subisinebeats@gmail.com, Volgograd State Technical University, Volgograd, 400005, Russian Federation

Corresponding author: **Briskin Evgeny S.**, Doct. of Phys.-Math. Sciences, Volgograd State Technical University, Volgograd, 400005, Russian Federation, e-mail: dtm@vstu.ru

Accepted on July 30, 2020

Abstract

Mobile robots with walking propulsion devices operating in a "pulling" mode, which, as a rule, are unstable, are considered. It is explained to the jamming of propulsion device due to the orthogonality of the acting force to the virtual displacement of the point of application. The task is to develop such an algorithm for controlling the robot, which consists in purposefully changing the geometric orientation of the propulsion devices controlled by the swing drive, which will ensure stable motion. A method for controlling the orientation of the walking plane with its initial deviation from the programmed position is proposed, based on the implementation of a discrete control algorithm, which provides for the introduction of such a piecewise constant function at each step of the mover, which has received an initial perturbation, which will provide a stable motion mode in a finite number of steps. The change in the orientation of the walking planes of the propellers connected with the steering is controlled, and thereby the direction of movement of the robot body changes in the first step, as in the subsequent ones. The described algorithm assumes the fulfillment of two necessary conditions: the presence of an information-measuring system that controls the orientation of the walking planes and ensuring that the interaction forces of the feet controlled by the steering of the propulsion devices with the supporting surface are sufficient for the absence of slippage. An algorithm for controlling "dependent" propulsion devices (working out the programmed translational motion of the body) is presented, taking into account the fact that their orientation depends on the orientation of the controlled ones, which consists in changing the step length, which should also be determined to ensure movement stability. The main task of controlling "dependent" propulsion devices, which do not change the orientation of their walking plane at the initial moment of time, is to determine the points for setting the feet by changing the step length, in accordance with the established criteria and design constraints, in particular, energy efficiency, maximum efforts in drives, maximum and minimum stride length. The propulsion device will start to work in a stable "pushing" mode at the final stage of motion correction, by performing a sequence of actions. It has been established that the "pulling" mode of the walking propulsion device can be stable, with appropriate control.

Keywords: planar motion, mobile robots, propulsion device, stability of motion

For citation:

Briskin E. S., Kalinin Ya. V., Artemyev K. S. On the Stability of the Plane Movement of Mobile Robots with Walking Propulsion Devices Working in "Pulling" Mode, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no.1, pp. 28–34.

DOI: 10.17587/mau.22.28-34

References

1. **Okhotsimskiy D. E., Golubev Y. F.** Mechanics and motion control of an automatic walking apparatus, Moscow, Nauka, 1984, 310 p. (in Russian).
2. **Pavlovskiy V. E.** For elaboration of walking machines, *Keldysh Institute preprints M. V. Keldysh*. 2013, no. 101, 32 p. (in Russian).
3. **Maloletov A. V., Briskin E. S.** Optimization of the structure, parameters and modes of movement of walking machines with twin propulsion devices, Volgograd, VolgGTU, 2015, 174 p. (in Russian).
4. **Artobolevskiy I. I., Umnov N. V.** Some problems of creating walking machines, *Bulletin of the Academy of Sciences of the USSR*, 1969, no. 2, pp. 22–27 (in Russian).
5. **Umnov N. V., Tartakovskiy I. I.** On the choice of a structural diagram of a walking machine, *Mashinovedeniye*, 1966, no. 6, p. 47 (in Russian).
6. **Lepetukhin K. Y., Kalinin Y. V., Maloletov A. V., Briskin E. S.** Controlling the movement of a group of articulated robots in an anisotropic and heterogeneous environment, *XIII multiconference on management problems (MKPU-2019) (Divnomorskoe, Gelendzhik, September 23–28, 2019): materials of the conf.*, Rostov-on-Don; Taganrog, 2019, vol. 2, pp. 17–19 (in Russian).
7. **Briskin E. S., Verzhinina I. P., Maloletov A. V., Sharonov N. G.** On the control of motion of a walking machine with twin orthogonal rotatory movers, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2014, vol. 53, no. 3, pp. 464–471.
8. **Merkin D. R.** Introduction to the theory of motion stability, Moscow, Nauka, 1976, 305 p. (in Russian).
9. **Moiseyev N. N.** Asymptotic methods of nonlinear mechanics, Moscow, Nauka, 1969, 379 p. (in Russian).
10. **Ignat'yev M. B., Kulakov F. M., Pokrovskiy A. M.** Control algorithms for robots and manipulators, Moscow, Mechanical Engineering, 1972, 248 p. (in Russian).
11. **Briskin E. S., Sobolev V. M.** Traction dynamics of walking machines with orthogonal propulsion devices, *Problemy Mashinostroyeniya i Nadezhnosti Mashin*, 1990, no. 3, pp. 28–34 (in Russian).

В. А. Карташев, проф., вед. науч. сотр., kart@list.ru,
В. В. Карташев, мл. науч. сотр., vsevolod.kartashev@gmail.com,
А. А. Кириленко, аспирант, artemkirilenko@yandex.ru,
ФИЦ Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Имитационное моделирование динамики сборочного механизма

Описывается метод имитационного моделирования, который основан на представлении узлов механизма в виде геометрических тел. Движение системы тел вычисляется с использованием принципа виртуальных перемещений Лагранжа.

Приводятся результаты применения метода для исследования зависимости результата выполнения сборочной операции вставки цилиндрического вала в отверстие от их размеров и начального положения. Использование комплекса программного имитационного моделирования существенно уменьшает трудоемкость такого исследования. По сравнению с существующими программными средствами достоверность имитационного моделирования выше, так как оно не связано условием неизменности кинематической схемы и допускает динамические изменения в составе контактирующих тел.

При моделировании получены все сценарии взаимного положения вала и отверстия в процессе сборки. Результаты моделирования показывают, что для механизмов, включающих несколько кинематических пар, вычислительной мощности персонального компьютера достаточно для выполнения всех вычислений в масштабе реального времени.

Ключевые слова: численное имитационное моделирование, автоматическая сборка, манипуляционный робот, автоматическое сборочное устройство

Введение

Одним из способов исследования работы сложных машин является программное моделирование динамики движения их узлов [1–3]. При численном моделировании определяются силы и моменты, которые действуют между основными элементами конструкции, находятся оценки энергетических характеристик машин, разрабатываются наилучшие способы управления машинами и роботами [4–6].

К настоящему времени моделирование движения роботов стало одним из направлений робототехники. С 2010 г. прошли пять конференций SIMPAR (Simulation, Modeling, and Programming for Autonomous Robots), посвященных моделированию, макетированию и программированию автономных роботов [7].

Наиболее популярными универсальными программными системами для исследования динамики машин и механизмов являются MathCAD Simulink [8] и "Универсальный механизм" [9].

Программный комплекс "Универсальный механизм" предназначен для компьютерного моделирования динамики технических систем абсолютно твердых связанных тел [10, 11]. Движение тел вычисляется путем численного решения дифференциальных уравнений, которые выводятся автоматически при описании пользователем механической системы. Комплекс в состоянии рассчитывать динамику достаточ-

но сложных систем, содержащих несколько сотен тел [12], например, моделировать движение колесных и гусеничных роботов в реальном масштабе времени [13].

Как "Универсальный механизм", так и MathCAD Simulink используют составленное пользователем формализованное представление механизма в виде системы тел и кинематических пар, которое автоматически преобразуется в систему уравнений Лагранжа второго рода. Движение формализованной системы, силы и моменты, действующие между телами и внешней средой, получаются путем численного интегрирования уравнений динамики.

Принципиальным ограничением в применении таких систем является условие, что состав точек контакта в процессе моделирования не меняется. Следует заметить, что в большинстве механизмов это условие не выполняется в силу того, что между их составными узлами имеются зазоры. Представление механизма в виде формализованной кинематической схемы не учитывает взаимную подвижность кинематических пар, наличие зазоров, люфтов, отклонений форм отверстий в пределах допусков и т.д.

Для механизмов, качество работы которых зависит от особенностей взаимодействия поверхностей его составных частей, использование перечисленных выше систем моделирования приводит к существенному увеличению трудоемкости исследования.

Отмеченных недостатков лишены системы имитационного моделирования, в которых движение механизма рассматривается как результат взаимодействия тел, из которых он составлен. Примером таких систем являются так называемые "физические движки", задачей которых является построение движения систем механических тел в реальном масштабе времени.

Наибольшее распространение среди них получил PhysX — кросс-платформенный пакет программ компании nVidia, предназначенный для разработчиков игр [14]. Он включает в себя модули моделирования физических явлений, включая динамику движения твердых тел, выявление их столкновений и совместного движения систем, объединенных общими связями.

Пакет программ моделирования физических явлений Bullet Physics [15] представляет собой развитие физического движка Havok. Он является свободно распространяемым программным продуктом, что способствует его популярности среди разработчиков игр.

Модуль моделирования динамики движения системы тел рассчитывает взаимные столкновения таких фигур, поверхность которых задана сферой, параллелепипедом, цилиндром, конусом. Поддерживается также возможность определения точек столкновений тел, поверхность которых задана триангуляционной сеткой. Для обнаружения столкновений между такими телами используется алгоритм Гилберта—Джонсона—Кирти в силу того, что он предъявляет минимальные требования к представлению геометрических данных об объектах. Это свойство позволяет уменьшить время получения информации о составе контактирующих тел при большом числе объектов и динамическом изменении их состава.

Наиболее популярным средством твердотельного программного моделирования робототехнических систем в различных приложениях является пакет Open Dynamics Engine (ODE) [16, 17]. Он позволяет моделировать движение локомотивных и манипуляционных роботов с учетом задержек управления, наличия переходных процессов в степенях подвижности и трения в суставах. Пакет поддерживает такие геометрические примитивы, как параллелепипед (box), сфера, цилиндр, капсула (цилиндр, накрытый полусферой) и представление поверхности в виде поля высот.

Box2D [18] является физическим движком реального времени и предназначен для работы

с двумерными физическими объектами в виде выпуклых многоугольников, окружностей и линий. Тела могут быть связаны в кинематические пары и могут подвергаться действию разных физических сил, таких как гравитация и трение. Допускаются столкновения тел, моделируется ударное взаимодействие между ними.

Возможности "физических движков" ориентированы на моделирование движения тел под действием внешних сил и сил, действующих в точках контакта со средой. Учитываются геометрические ограничения и столкновения тел друг с другом. Моделируемые объекты являются выпуклыми. Их поверхность составлена из плоскостей и поверхностей второго порядка. В некоторых движках поддерживаются поверхности, задаваемые триангуляционной сеткой.

Ограниченный набор базовых поверхностей тел и ограничение точности триангуляционного представления поверхности обусловлены основной парадигмой "физических движков" — необходимостью обеспечить расчеты в реальном масштабе времени даже в ущерб точности моделирования. Эти особенности ограничивают использование "физических движков" для моделирования сложных взаимодействий деталей в механизмах, так как при этом требуется высокая степень достоверности и точности вычисления траектории движения.

Исследование сборочной операции вставки вала в отверстие

Рассмотрим пример применения имитационного моделирования для исследования операции вставки манипулятором вала в отверстие детали. Его цель состоит в определении зависимости результата выполнения операции от начального положения деталей и их геометрических размеров (рис. 1).

На выходном звене манипуляционного робота 1 находится схват 2. В нем зажат вал 3, который вставляется в корпусную деталь 4. Сборка осуществляется опусканием манипулятора вниз. P_z — сборочное усилие, которое оказывает манипулятор, A — точка, в которой поверхность вала касается отверстия. Начало системы координат совпадает с центром выходного звена манипулятора. Ось Ox направлена в горизонтальном направлении, ось Oz — вертикально вниз. Ось Oy образует с ними правую тройку.

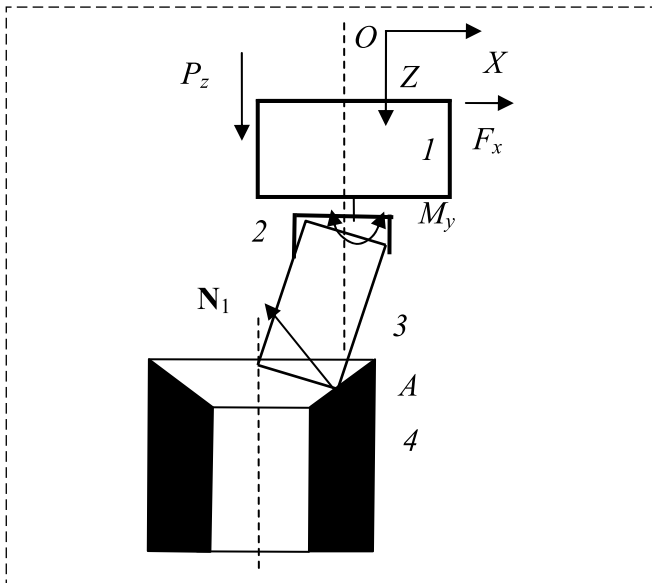


Рис. 1
Fig. 1

Начальные положения оси вала и оси отверстия не совпадают. В процессе сборки вал скользит по фаске до тех пор, пока не попадет в отверстие. В процессе опускания ось вала смещается в направлении оси отверстия в силу отклонения выходного звена манипулятора от начального положения и наклоняется за счет небольшого раскрытия губок схвата.

Следящая система препятствует смещению выходного звена. Возвращающая сила F_x пропорциональна смещению относительно положения, которое звено занимало перед началом сборки:

$$F_x = -kd,$$

где k — коэффициент пропорциональности, который часто называют коэффициентом жесткости следящей системы; d — смещение. Чем больше k , тем большее усилие требуется для того, чтобы сдвинуть манипулятор относительно заданной точки позиционирования.

При наклонении оси вала в губках возникает восстанавливающий момент M_y , который задается формулой

$$M_y = -\kappa\alpha,$$

где κ — постоянный коэффициент; α — угол наклона оси вала относительно вертикальной оси OZ .

N_1 обозначает вектор силы реакции опоры, которая возникает при касании вала поверхности отверстия. При попадании вала в отверстие он может касаться его поверхности в двух

точках. В этом случае движению вала препятствуют силы реакции N_1 и N_2 .

Уравнения квазистатики механической системы включают уравнение для активных сил и сил реакции связей:

$$\mathbf{P} + \mathbf{F} + \sum_{i=1}^n \mathbf{N}_i = 0, \quad F_x = -kd \quad (1)$$

и уравнения их моментов:

$$\mathbf{M}_P + \mathbf{M}_F + \mathbf{M} + \sum_{i=1}^n \mathbf{M}_i = 0, \quad M_y = -\kappa\alpha. \quad (2)$$

Здесь n — число точек контакта вала с поверхностью отверстия; \mathbf{P} , \mathbf{F} , \mathbf{N}_i — векторы сборочного усилия, возвращающей силы и сил реакции опоры; \mathbf{M}_P , \mathbf{M}_F , \mathbf{M}_i , \mathbf{M} — векторы моментов сборочного усилия, возвращающей силы, сил реакции связей и восстанавливающего момента.

Координаты точек вала, контактирующие с поверхностью отверстия, удовлетворяют уравнениям соответствующих поверхностей:

$$S_i(x_i, y_i) = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3)$$

где (x_i, y_i) — координаты i -й точки контакта.

Следует также учесть, что собственные координаты вала в пространстве, которые задаются положением его центра масс x_c, y_c и углом поворота оси относительно вертикали α , связаны с координатами точек контакта (x_i, y_i) нелинейной зависимостью:

$$G_i(x_i, y_i, x_c, y_c, \alpha) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (4)$$

Решением системы уравнений (1)–(4) являются положение вала в пространстве в собственных координатах x_c, y_c, α , сборочное усилие P_z , возвращающая сила F_x , восстанавливающий момент M_y и силы реакции связей N_i .

Уравнения (3) и (4) являются нелинейными относительно собственных координат вала, поэтому решение системы уравнений, в которую они входят, осуществляется итерационным методом минимизации невязок.

На каждом шаге моделирования определяются точки соприкосновения поверхностей вала и отверстия, затем они используются для автоматического составления системы уравнений (1)–(4).

Итерационная процедура поиска решения затрачивает значительные вычислительные ресурсы моделирующей ЭВМ. Тем не менее, для рассматриваемой модели сборочной опе-

рации вычислительная мощность персонального компьютера с одноядерным процессором оказывается достаточной для выполнения расчетов в масштабе реального времени.

Моделирование позволяет получить интервал изменения значения сборочного усилия P_z и допустимого начального отклонения осей вала и отверстия, при которых обеспечивается успешное выполнение сборочной операции для заданной жесткости следящей системы и подвижности вала в губках схвата.

Сборочные операции вставления деталей, которые имеют сопрягаемую поверхность в виде цилиндра, достаточно широко распространены как в автоматической, так и роботизированной сборке. Различие в них состоит в том, что в автоматических системах успешное завершение операции достигается за счет механических свойств элементов конструкции, в то время как в роботизированной сборке широко используются возможности адаптивного управления.

Примером такого устройства является автомат для вставления вала в отверстие корпусной детали, схема которого изображена на рис. 2. Он состоит из основания (1), линейного привода (2), ползуна (3), шарнира (4), удерживающего устройства (5) при вставлении вала (6) в корпусную деталь (7), пружин (8) и (9).

Сборка соединения осуществляется вертикальным движением линейного привода 2

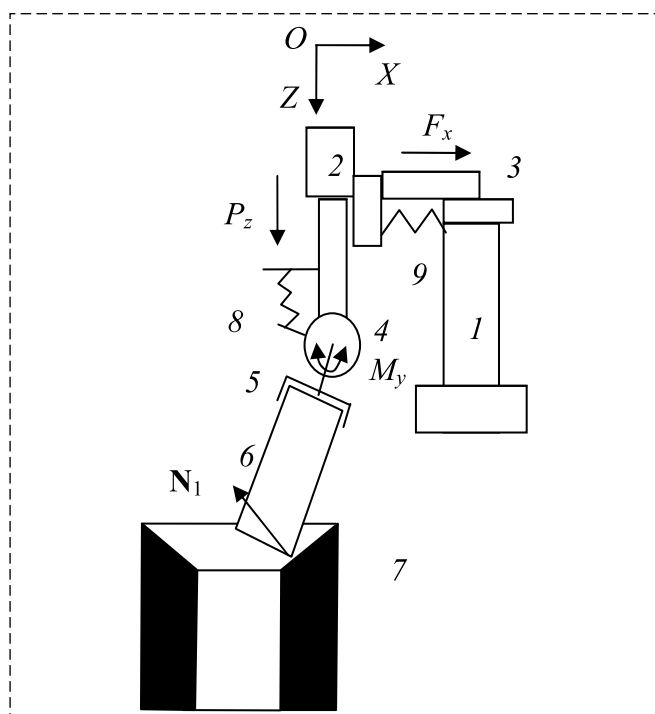


Рис. 2
Fig. 2

вниз. Адаптивность выполнения сборочной операции к начальному смещению оси вала и ее наклону сборки обеспечивается двумя пружинами 8 и 9. От того, насколько удачно выбрана их упругость, зависит значение допустимого начального отклонения осей вставляемой детали и отверстия.

С этой целью конструкторы выполняют аналитические исследования работы механизма. Численная модель устройства позволяет упростить процедуру поиска приемлемого решения.

Моделирование операции вставления вала в отверстие

Рассмотрим применение системы имитационного моделирования для исследования зависимости результата сборочной операции от взаимного положения вала и отверстия перед началом сборки, геометрических размеров вала и отверстия, жесткости следящей системы и силы сжатия губок.

В модели предполагается, что отверстие втулки снабжено фаской. В начальном положении оси вала и отверстия параллельны и могут быть смещены друг относительно друга.

В процессе моделирования на экран дисплея выводится видеоизображение перемещения вала относительно отверстия втулки и графики зависимости сборочного усилия P_z (рис. 3, б — 6, б), возвращающей силы F_x (рис. 3, в — 6, в) и восстанавливающего момента M_y (рис. 3, г — 6, г) в зависимости от высоты u положения схвата манипулятора.

Соответствующий выбор значений перечисленных выше параметров позволил получить все четыре возможные финальные конфигурации взаимного положения вала и отверстия. Они представлены на рис. 3, а — 6, а. Заметим, что во всех случаях использовался единый моделирующий алгоритм.

Рис. 3 соответствует успешному выполнению операции. В финальной конфигурации вал касается отверстия в двух точках. Этот случай получен при значениях коэффициентов k и κ , соизмеримых по порядку величины и начальном отклонении оси вала от отверстия, немногом большим, чем зазор между ними.

Рис. 4 также соответствует успешному выполнению операции. В отличие от предыдущего случая в финальной конфигурации вал касается отверстия в одной точке. Это проис-

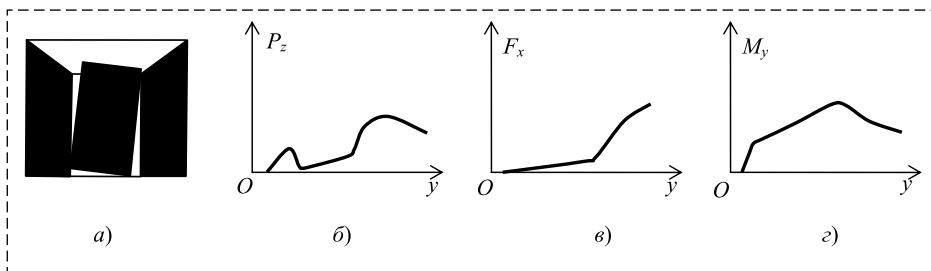


Рис. 3
Fig. 3

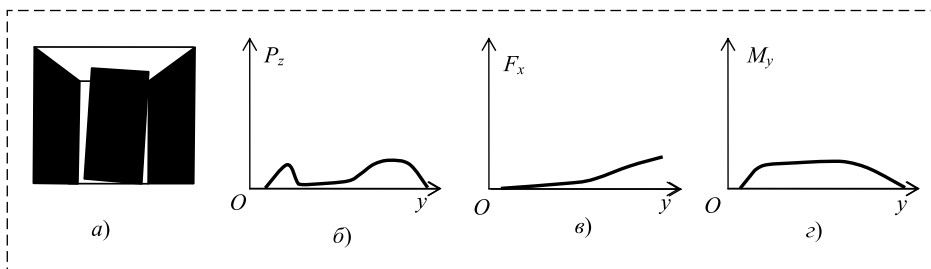


Рис. 4
Fig. 4

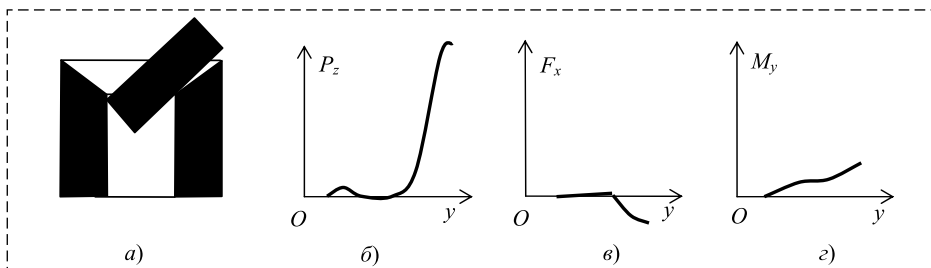


Рис. 5
Fig. 5

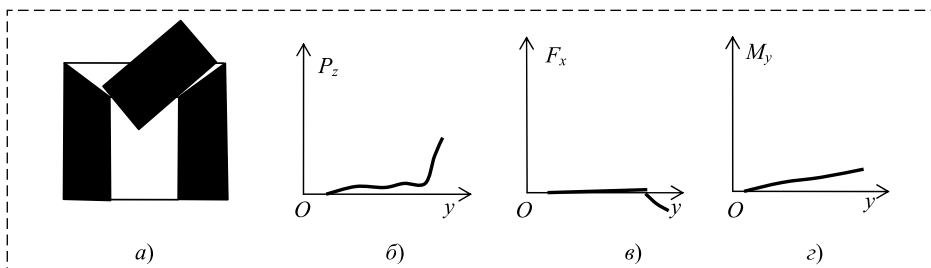


Рис. 6
Fig. 6

ходит при достаточно большом заглублении вала, если k мало и k велико.

На рис. 5 представлен случай, в котором вал первоначально попадает в отверстие, но затем выскакивает из него. В заключительной фазе операции левая нижняя вершина вала движется вверх и выходит из контакта с поверхностью отверстия. Этот случай получен при малой величине k по сравнению с величиной k и начальном отклонении оси вала от оси отверстия, существенно большем зазора.

В случае, представленном на рис. 6, вал не попадает в отверстие и скользит нижней гранью по фаске. Для того, чтобы рассматриваемый случай реализовался, достаточно, чтобы выполнялось условие $k \ll k$, и начальное отклонение оси вала от оси отверстия было на порядок больше зазора.

При проектировании операций манипуляционной сборки и конструировании адаптивных сборочных устройств случаи, в которых вал не попадает в отверстие (рис. 5 и 6), не рассматриваются. Условия, при которых вал попадает в отверстие, достаточно хорошо исследованы аналитически и численно в предположении малых начальных отклонений осей [18, 19].

Однако с увеличением начального отклонения сложность аналитического решения быстро возрастает в силу того, что положение вала в пространстве описывается нелинейными функциями, и ошибки от замены их линейными приближениями соизмеримы со значениями начальных отклонений. Для исследования таких задач большую роль начинают играть методы численного имитационного моделирования.

Заключение

Программное имитационное моделирование существенно уменьшает трудоемкость исследования зависимости движения механизма от изменения значений параметров в широких интервалах их изменений. По сравнению с существующими программными системами достоверность имитационного моделирования выше, так как оно не связано условием неизменности кинематической схемы и допускает

динамические изменения в составе контактирующих тел. Результаты моделирования показывают, что для механизмов, включающих несколько кинематических пар, вычислительной мощности персонального компьютера достаточно для выполнения всех вычислений в масштабе реального времени.

Список литературы

1. Краснощеченко В. И. Разработка и исследование математической модели гибкого однозвенного манипулятора с использованием принципа наименьшего действия Гамильтона // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 6. С. 383–390. DOI: 10.17587/mau.18.383-390.
2. Васильев А. В. Разработка компьютерной динамической модели и исследование прямолинейного движения транспортной системы малогабаритного мобильного робота // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 5. DOI: 10.17587/mau.19.312-326. С. 312–326.
3. Колесниченко Е. Ю., Павловский В. Е., Орлов И. А., Алисейчик А. П., Грибков Д. А., Подопросветов А. В. Математическая модель робота на омни-колесах, расположенных в вершинах прямоугольного треугольника // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 5. С. 327–330. DOI: 10.17587/mau.19.327-330.
4. Градецкий В. Г., Ермолов И. Л., Князьков М. М., Семенов Е. А., Суханов А. Н. Силовое взаимодействие мобильного нагруженного робота с грунтом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 12. С. 819–824. DOI: 10.17587/mau.18.819-824.
5. Градецкий В. Г., Чашухин В. Г. Исследование динамики миниатюрных внутритрубных роботов вибрационного типа // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 6. С. 396–401. DOI: 10.17587/mau.19.396-401.
6. Тачков А. А., Калинин С. В., Малыхин А. Ю. Моделирование и оценка эффективности системы удержания малогабаритного автономного робота вертикального перемещения с вакуумными захватами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 3. С. 178–187.
7. 2018 IEEE International Conference on Simulation, Modeling, and Programming for Autonomous Robots (SIMPAR).

Proceedings. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). 2018. 191 p.

8. Дьяков В. П. Simulink: Самоучитель // ДМК-Пресс, 2013. 784 с.
9. Погорелов Д. Ю. Компьютерное моделирование динамики технических систем с использованием программного комплекса "Универсальный механизм" // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2005. Т. 10, № 4. С. 27–34.
10. Pogorelov D. Y. Numerical modelling of the motion of systems of solids // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 1995. V. 35, I. 4.
11. Погорелов Д. Ю. О численных методах моделирования движения систем твердых тел // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1995. № 4. С. 501–506.
12. Погорелов Д. Ю. Алгоритмы моделирования динамики систем тел с большим числом степеней свободы // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Общая и прикладная механика. 2011. № 4 (2). С. 278–279.
13. Ковалев Р. В., Михеев Г. В., Погорелов Д. Ю., Агапов Д. Г. Моделирование динамики колесных и гусеничных роботов в реальном времени с использованием программного комплекса "Универсальный механизм" // Вопросы оборонной техники. Серия 16. С.-Петербург. Научно-производственное объединение специальных материалов. 2010. № 9-10. С. 69–74.
14. Kumar K. Learning Physics Modeling with PhysX. Packt Publishing, 2013. 104 p.
15. Dickinson C. Learning Game Physics with Bullet Physics and OpenGL. Packt Publishing, 2013. 250 p.
16. Drumwright E., Hsu J., Koenig N.P., Shell D. Extending Open Dynamics Engine for Robotics Simulation. International Conference on Simulation, Modeling, and Programming for Autonomous Robots SIMPAR-2010 // Lecture Notes in Computer Science. Springer, 2010. Vol. 6472. P. 38–50.
17. Surhone L., Tennoe M., Henssonow S. Open Dynamics Engine. Betascript Publishing, 2011. 108 p.
18. Miller F., Vandome A., McBrewster J. Box2D. Alphascript Publishing, 2011. 92 p.
19. Бедрин В. М., Бедрина А. В. Обзор методов и устройств автоматического ориентирования деталей при сборке // Сборка в машиностроении и приборостроении. 2000. № 2. С. 7–21.
20. Vartanov M., Martynovich N. Reliability for the Robotic Assembly of Cylindrical Parts. International Conference on Industrial Engineering. ICIE 2016 // Procedia Engineering. 2016. 150. P. 376–383.

Numerical Imitation Simulation of Assembly Mechanism Dynamics

V. A. Kartashev, kart@list.ru, V. V. Kartashev, vsevolod.kartashev@gmail.com,

A. A. Kirilenko, artemkirilenko@yandex.ru,

FRC Keldysh Institute for Applied Mathematics RAS, Moscow, 125047, Russian Federation

Corresponding author: Kartashev Vladimir A., Full Professor, Doctor of Math., Leading Research Fellow, FRC Keldysh Institute for Applied Mathematics RAS, 125047, Moscow, Russian Federation, e-mail: kart@list.ru

Accepted on September 08, 2020

Abstract

Numerical simulation is widespread method to investigate machines and robotic mechanisms in different applications. Program complexes such as MATHLAB Simulink and similar ones are based on the assumption that mechanism kinematics can be described by kinematic scheme and it does not change on time interval of simulation. This is used to generate equations of dynamics automatically and then calculate the mechanism motion. Formulated assumption does not take place

for numerous applications cause a set of contact points between mechanism parts is not permanent. This circumstance restricts application area of simulation method and accuracy of investigations. "Physical drives" are software systems for motion simulation of interacting bodies in real time. This restricts the complicity of dynamics model that are used in simulation. The paper describes the simulation method in which mechanism is represented as mechanical system of geometrical bodies. Their motion is defined by Lagrange virtual movement principle. Simulation algorithm generates equations automatically when all contact points between mechanism parts and with external environment are found. Simulation program was been used to investigate the motion of cylindrical shaft in assembly operation. It was been became all scenarios of shaft motion relatively hole. Each of them is defined by initial position of shaft and hole and also mechanical features of assembly device units or features of assembly manipulator servo control system. Simulation algorithm calculates assembly force, forces and moments are acted in mechanism and between mating surfaces. Developed simulation program can be used for choosing of constructive parameters and defining acceptable deviation in initial shaft position.

Keywords: numerical imitation simulation, automatic assembly, manipulation robot, automatic assembly device

For citation

Kartashev V. A., Kartashev V. V., Kirilenko A. A. Numerical Imitation Simulation of Assembly Mechanism Dynamics, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 1, pp. 35–41.

DOI: 10.17587/mau.22.35-41

References

1. **Krasnoshchechenko V. I.** Development and Investigation of the Mathematical Model of a Flexible Single-Link Manipulator with the Use of the Hamilton's Principle, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 6, pp. 383–390 (in Russian).
2. **Vasiliev A. V.** Development of Computer Dynamic Model and the Study of Motion of Small Mobile Robot Transport System, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 5, pp. 312–326 (in Russian).
3. **Kolesnichenko E. Y., Pavlovsky V. E., Orlov I. A., Aliseychik A. P., Gribkov D. A., Podoprosvetov A. V.** Mathematical Model of a Robot with Omni-Wheels Located at the Vertices of the Right Triangle *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 5, pp. 327–330 (in Russian).
4. **Gradetskiy V. G., Ermolov I. L., Knyazkov M. M., Semenov E. A., Sukhanov A. N.** Force Interaction between Soil and Loaded UGV, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 12, pp. 819–824 (in Russian).
5. **Gradetskiy V. G., Chashchukhin V. G.** Studying the Dynamics of Miniature in-Pipe Vibration Type Robots, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 6, pp. 396–401 (in Russian).
6. **Tachkov A. A., Kalinichenko S. V., Malykhin A. J.** Simulation and Evaluation of the Adhesion System Effectiveness for a Miniature Mobile Wall-Climbing Robot with Suction Cups, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 3, pp. 178–186 (in Russian).
7. **2018 IEEE International Conference on Simulation, Modeling, and Programming for Autonomous Robots (SIMPAR)**. Proceedings, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2018, 191 p.
8. **Dykov V. P.** Simulink: Tutorial, DMK-Press, 2013, 784 p. (in Russian).
9. **Pogorelov D. Yu.** Numerical simulation of technical system dynamics by program complex "Universal mechanism", *Vestnik komputernykh i inoformacionnykh tehnologiy*, 2005, vol. 10, no. 4, pp. 27–34 (in Russian).
10. **Pogorelov D. Yu.** Numerical modelling of the motion of systems of solids, *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1995, vol. 35, iss. 4.
11. **Pogorelov D. Yu.** About numerical methods to simulate solid bodies systems, *Zhurnal vychislitelnoy matematiki i matematicheskoy fizike*, 1995, no. 4, pp. 501–506 (in Russian).
12. **Pogorelov D. Yu.** Algorithms to simulate dynamics of mechanical system with a large number degrees of freedom, *Vestnik Nizhegorodskogo Universiteta imeni N. I. Lobachevskogo. General and applied mechanics*, 2011, no. 4 (2), pp. 278–279 (in Russian).
13. **Kovalev R. V., Miheev G. V., Pogorelov D. Yu., Agapov D. G.** Simulation of wheel and crawler robots dynamics in real time by software complex Universal mechanism, *Nauchno-proizvodstvennoe objedinienie specialnykh mayterialov*, 2010, no. 9–10, pp. 69–74 (in Russian).
14. **Kumar K.** Learning Physics Modeling with PhysX, Packt Publishing, 2013, 104 p.
15. **Dickinson C.** Learning Game Physics with Bullet Physics and OpenGL, Packt Publishing, 2013, 250 p.
16. **Drumwright E., Hsu J., Koenig N. P., Shell D.** Extending Open Dynamics Engine for Robotics Simulation. International Conference on Simulation, Modeling, and Programming for Autonomous Robots SIMPAR-2010, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer, 2010, vol. 6472, pp. 38–50.
17. **Surhone L., Tennoe M., Henssonow S.** Open Dynamics Engine, Betascript Publishing, 2011, 108 p.
18. **Miller F., Vandome A., McBrewhster J.** Box2D, Alphascript Publishing, 2011, 92 p.
19. **Bedrin V. M., Bedrina A. V.** Review of methods and devices for automatic orientation parts in assembly, *Sborka v mashinostroenii i priborostroenii*, 2000, no. 2, pp. 7–21 (in Russian).
20. **Vartanov M., Martynovich N.** Reliability for the Robotic Assembly of Cylindrical Parts. International Conference on Industrial Engineering. ICIE 2016, *Procedia Engineering*, 2016, 150, pp. 376–383.

ПРОМТЕХЭКСПО

3 - 4
МАРТА
ОМСК

XXII СИБИРСКИЙ ПРОМЫШЛЕННО-ИННОВАЦИОННЫЙ ФОРУМ

МВЦ "ИНТЕРСИБ", ВК "ОМСК - ЭКСПО"
ТЕЛ./ФАКС: +7(3812) 22-04-59, 23-23-30
E-MAIL: EXPO@INTERSIB.RU
INTERSIB.RU



ИНФОРМАЦИЯ о XXII Сибирском промышленно-инновационном форуме "Промтехэкспо-2021"

Дата проведения Форума: **03—04 марта 2021 года.**
Место проведения: **Омский Конгресс-Холл ул.70 лет Октября 25/2.**
Организаторы Форума: **МВЦ "Интерсиб", ВК "ОМСК-ЭКСПО"**
Тема Форума: **"ПРОМЫШЛЕННАЯ АВТОМАТИЗАЦИЯ,
ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ,
ИННОВАЦИИ И ЦИФРОВИЗАЦИЯ
НА ПУТИ К ИНДУСТРИИ 4.0".**

Планируется несколько тематических выставочных экспозиций, включая специализированную выставку

"АВТОМАТИЗАЦИЯ. ЭЛЕКТРОНИКА. ИЗМЕРЕНИЯ"

- ИКТ в промышленности
- Автоматизация управления предприятием
- Автоматизация производственной инфраструктуры предприятий
- Автоматизация технологических процессов
- Автоматизация проектно-конструкторской деятельности
- Технические и программные средства автоматизации и автоматики
- Встраиваемые системы
- Измерительные приборы и системы
- Робототехника
- Приводы, системы пневмо- и гидроавтоматики
- Электротехническое оборудование и материалы для систем автоматизации

Вниманию участников Форума предлагается широкий спектр промышленной продукции, в том числе сварочное оборудование, металлорежущий инструмент, научно-лабораторное оборудование для промышленных предприятий, академических и учебных заведений, плазменная резка, защиты информации, энергоресурсосбережения, приборы КИП, запорно-регулирующая аппаратура, программные продукты и т.д.

Дополнительную информацию о мероприятии можно получить в дирекции Форума.

Контактное лицо — директор выставки Гнатко Татьяна Владимировна,
тел. (3812) 22-04-59, 89045831617, expo@intersib.ru. <http://intersib.ru/>

А. С. Девятисильный, д-р техн. наук, проф., devyatis@iacp.dvo.ru,
А. В. Шурьгин, мл. науч. сотр., artem.shurygin@bunjlabs.com,
Институт автоматки и процессов управления ДВО РАН, Владивосток

Математическая модель спутниково-инерциальной подвижной вычислительной гравиметрии

Предлагается математическая модель гибридной системы (ГС) на борту подвижного объекта, представляемой инерциальным измерителем вектора удельных сил — трехкомпонентным ньютонометром с ортогональными осями чувствительности — и сетью позиционируемых приемников навигационной спутниковой системы (НСС). Назначение ГС — темпоральное оценивание напряженности околоземного гравитационного поля на траектории движения объекта.

В рамках механики Ньютона предполагается возможность выбора инерциальной системы отсчета с началом в центре масс Земли; комплементарно стандартам ПЗ-90 (Россия) и WGS-84 (США) вводятся: 1) эллипсоидальная (геодезическая) система координат, жестко связанная с твердой Землей; 2) два подвижных сопутствующих прямоугольных правых координатных трехгранника с общим началом — точкой, движение которой образует траекторию движения объекта; один из этих трехгранников, приборный, жестко связан с объектом как твердым телом и, таким образом, свободно ориентирован, другой, географический, перманентно ориентирован по сторонам света (восток, север, зенит).

При рассмотрении кинематики обращается внимание на тот факт, что изменчивость абсолютной линейной скорости в инерциальном пространстве, объяснимая движением объекта относительно твердой Земли и ее собственным вращением, характеризуется векторами ротаций относительной и переносных скоростей, которые идентифицируют векторы относительной и переносной угловых скоростей вращения недеформируемого географического трехгранника и представлены проекциями на его оси.

Каузальность траектории определена вторым законом Ньютона; в проекциях на оси подвижного географического трехгранника выполнена покомпонентная запись уравнений динамики, разрешенных относительно компонент напряженности гравитационного поля.

Отмечается, что проблеме высокоточной оценки кинематических параметров уравнений движения посвящена предшествующая статья авторов. Показывается, что для прямого вычисления напряженности гравитационного поля требуется транспортиция измерений ньютонометров из приборного трехгранника в географический. Требуемое линейное преобразование для этого конструируется с учетом возможностей мультипозиционирования объекта НСС. Описывается вычислительный эксперимент и приводятся некоторые его результаты.

Ключевые слова: геофизическое поле, гиперзвуковая скорость, ГЛОНАСС, гравиметрия, координатный трехгранник, навигационная спутниковая система, подвижный объект, ротация скорости, тензор вращения, угловая скорость

Введение

Одним из важнейших физических полей в околоземном пространстве является гравитационное поле, что и обуславливает чрезвычайную востребованность представлений о нем при проведении большинства фундаментальных и прикладных исследований.

Настоящая работа определенно базируется на результатах исследований, изложенных в работах [1, 2], и посвящена модели спутниково-инерциальной навигационной системы (СИНС) с функцией оценки напряженности околоземного гравитационного поля, что, в сущности, и отличает ее от рассмотренной в работе [2] системы, ориентированной на решение чисто навигационных задач. Предполагается, что навигационная спутниковая система (НСС) физически представлена бортовой сетью тем-

порального приема данных, обеспечивающих объемное позиционирование (мультипозиционирование) подвижного объекта (ПО), чем обуславливается возможность определения всех необходимых линейных и пространственных угловых параметров движения ПО как твердого тела. Инерциальные же измерители (гироскопы и ньютонометры) представлены только трехкомпонентным блоком ньютонометров, что не характерно для традиционных схем СИНС [3–5], содержащих еще и гироскопические измерители. По существу, рассматриваемая здесь система ориентирована на полное и, что особенно важно подчеркнуть, численное решение задачи гравиметрии; ее применение, в частности, актуально при планировании и выполнении маршрутных заданий подвижными объектами, оснащенными системами навигации по геофизическим полям.

Основные модели

Учитывая преемственность исследований, так же, как и в работах [1, 2], вводится эллипсоидальная (геодезическая) система отсчета с координатами $\{\varphi, \lambda, h\}$ — геодезические широта, долгота и высота над поверхностью опорного эллипсоида; кроме того, вводятся:

а) сопутствующий (подвижный) правый прямоугольный координатный трехгранник $Ox = Ox_1x_2x_3$, начало которого совмещено с текущей точкой (O) траектории движения ПО, а оси ориентированы на восток (ось Ox_1), север (ось Ox_2) и по нормали к поверхности эллипсоида (ось Ox_3);

б) сопутствующий, но свободный (свободно вращающийся) в отличие от Ox , правый прямоугольный координатный трехгранник $Oy = Oy_1y_2y_3$ — приборный трехгранник с осями, соосными осям чувствительности ньютонометров и строительным осям ПО.

Материализуя точку O и оставаясь в рамках мира Ньютона [3], для формирования динамики движения точки O обратимся к некоторым аналогиям и образам механики жидкости [6]. Точка O участвует в двух движениях — относительном (к твердой Земле) и переносном, обусловленном собственным вращением Земли с известной угловой скоростью. Тогда ее линейная скорость в абсолютном ньютоновском пространстве с инерциальной системой отсчета с началом в центре масс Земли, т.е. абсолютная скорость \mathbf{V} , представима в виде $\mathbf{V} = \mathbf{v} + \mathbf{v}_c$, где \mathbf{v} и \mathbf{v}_c — соответственно векторы относительной и переносной скоростей, пространственная изменчивость которых характеризуется векторами ротаций — $\text{rot}\mathbf{v}$, $\text{rot}\mathbf{v}_c$, $\text{rot}\mathbf{V} = \text{rot}\mathbf{v} + \text{rot}\mathbf{v}_c$, или, эквивалентно, векторами вихрей (завихренностей) — $\boldsymbol{\omega} = 0,5\text{rot}\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\omega}_c = 0,5\text{rot}\mathbf{v}_c$, $\boldsymbol{\Omega} = 0,5\text{rot}\mathbf{V} = \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega}_c$ и соответствующими им кососимметрическими тензорами завихренностей, составляемыми из компонент векторов по правилу $\Omega_{ij} = e_{ijk}\Omega_k$; $i, j, k = 1, 2, 3$, где e_{ijk} — псевдотензор Леви—Чивита. Как видно из определения трехгранника Ox , он является недеформируемым связным трехгранником, поэтому векторы вихрей $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{\omega}_c$ могут быть идентифицированы как векторы относительной и переносной угловых скоростей вращения ПО как твердого тела и представлены своими проекциями на его оси [6], а именно:

$$\boldsymbol{\omega} = \left(-\frac{v_2}{r_2}, \frac{v_1}{r_1}, \frac{v_1}{r_1} \text{tg}\varphi \right)^T;$$

$$\boldsymbol{\omega}_c = \mathbf{u} = (0, u \cos \varphi, u \sin \varphi)^T,$$

где r_1 и r_2 — радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных главных нормальных сечений (касательного к параллели и меридионального), проходящих через оси Ox_1 и Ox_2 [4]; \mathbf{u} — вектор угловой скорости собственного вращения Земли, $|\mathbf{u}| = u$.

Здесь же заметим, что в силу того, что Ox — сопутствующий трехгранник, переносная скорость в проекциях на его оси определяется как

$$v_{c,i} = u_{ij}x_j,$$

где $\mathbf{x} = (0, 0, r_1)^T$, т.е. $\mathbf{v}_c = (u_2r_1, 0, 0)^T$.

Каузальность эволюции абсолютной скорости материальной точки O , или ее динамика, определена вторым законом Ньютона, который в сопутствующем координатном трехграннике Ox записывается в виде следующих уравнений:

$$\dot{\mathbf{V}} + \widehat{\boldsymbol{\Omega}}\mathbf{V} = \mathbf{F};$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{g} + \mathbf{f},$$
(1)

где $\mathbf{g} = (g_1, g_2, g_3)^T$ — напряженность гравитационного поля; $\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3)^T$ — вектор удельных сил негравитационной природы, или кажущееся ускорение [3].

Учитывая цель работы, разрешим уравнения (1) относительно компонент вектора \mathbf{g} , т.е.:

$$g_1 = \dot{v}_1 + \frac{v_1}{r_1}(v_3 - v_2 \text{tg}\varphi) - v_2u_3 \left(\frac{r_1}{r_2} + 1 \right) + v_3u_2 + u_2\dot{r}_1 - f_1;$$

$$g_2 = \dot{v}_2 + \frac{v_1^2}{r_1} \text{tg}\varphi - 2v_1u_3 + \frac{v_2u_3}{r_2} + u_2u_3r_1 - f_2;$$

$$g_3 = \dot{v}_3 - \left(\frac{v_1^2}{r_1} + \frac{v_2^2}{r_2} \right) - 2v_1u_2 - u_2^2r_1 - f_3,$$
(2)

где $v_3 = \dot{r}_\psi$; r_ψ — радиус кривизны нормального сечения эллипсоида при $h = \text{const}$ в точке O под углом ψ к оси Ox_2 [2,4]; ψ — путевой угол движения.

Заметим, что в процессе выполнения исследований по проблеме высокоточной численной оценки параметров движения (положения, скорости и ее производных) относительно твердой Земли, которым посвящена работа авторов [1], были получены следующие результаты:

- выполнена общая постановка задач и разработаны имитационные модели движения в эллипсоидальной системе координат и модели измерения;
- разработаны математические модели реконструкции параметров траекторий подвижных объектов;

- дана оценка корректности (по Ж. Адамару) математической постановки задачи реконструкции параметров движения при темпоральном позиционировании подвижного объекта навигационной спутниковой системой; разработаны процедуры гарантированной разрешимости задач в условиях конечной точности вычислений и измерений;
- разработан нейроподобный алгоритм динамического обращения калмановского типа;
- разработана методология и подготовлен комплекс исследовательских программ для проведения вычислительных экспериментов.

Эти результаты были использованы в работе [2], а также в вычислительных экспериментах при подготовке настоящей статьи. В таком контексте это означает, что все кинематические параметры траектории, входящие в уравнения (2): $\{v_1, v_2, v_3, \dot{v}_1, \dot{v}_2, \dot{v}_3, \varphi, r_1, \dot{r}_1, r_2, r_\psi, u_2, u_3\}$, известны и для прямого вычисления значений компонент вектора \mathbf{g} в трехграннике Ox согласно (2) не хватает только темпоральных оценок в Ox вектора \mathbf{f} . Вместе с тем последний измеряется в приборном трехграннике Oy , пространственная ориентация которого относительно Ox характеризуется углами Эйлера—Крылова — курса (α), крена (β) и тангажа (θ), являющимися параметрами ортогональной матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\alpha, \beta, \theta)$ линейного преобразования вида $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$, которая удовлетворяет уравнению Пуассона:

$$\dot{\mathbf{A}} + \hat{\mathbf{q}}_y \mathbf{A} = 0,$$

где $\mathbf{q}_y = (q_{y,i}), i = 1, 2, 3$, — вектор угловой скорости вращения Oy относительно Ox в проекциях на оси Oy ; $\hat{\mathbf{q}} = (q_{ij}), q_{ij} = e_{ikj} \dot{q}_k, (i, j, k) = 1, 2, 3$, — соответствующий ему тензор вращения.

В силу инвариантности второго закона Ньютона [7] движение материальной точки O может быть представлено в трехграннике Oy в форме, ковариантной (1), а именно:

$$\Phi = \dot{\mathbf{U}} + \hat{\mathbf{p}}\mathbf{U},$$

где \mathbf{U} и $\hat{\mathbf{p}}$ — соответственно вектор линейной скорости и тензор вращения в инерциальном пространстве.

В силу каузальности движения материальной точки O имеет место соотношение $\Phi = \mathbf{A}\mathbf{F}$, или $\dot{\mathbf{U}} + \hat{\mathbf{p}}\mathbf{U} = \mathbf{A}(\dot{\mathbf{V}} + \hat{\Omega}\mathbf{V})$; последнее равенство удовлетворяется тождественно, если $\mathbf{U} = \mathbf{A}\mathbf{V}$ и $\mathbf{A}\dot{\Omega} = \dot{\Omega}_y$; действительно, тогда $\dot{\mathbf{V}} + \mathbf{A}^T(\hat{\mathbf{p}} - \hat{\mathbf{q}}_y)\mathbf{A}\mathbf{V} = \dot{\mathbf{V}} + \hat{\Omega}\mathbf{V}$ и $\mathbf{A}^T(\hat{\mathbf{p}} - \hat{\mathbf{q}}_y)\mathbf{A} = \hat{\Omega}$,

если $\mathbf{p} - \mathbf{q}_y = \dot{\Omega}_y = \mathbf{A}\dot{\Omega}$. Изложенное объясняет и актуализирует проблему транспортировки векторных измерений и оценок, выполненных в трехграннике Oy , в трехгранник Ox , т.е. определения матрицы \mathbf{A} , — вполне решаемую проблему, если в каждом из трехгранников доступны оценки не менее двух одних и тех же неколлинеарных векторов.

В уже упоминаемой выше статье [2], посвященной моделированию системы определения линейных и угловых параметров движения ПО, в качестве одного из векторов при оценке угловых параметров можно было брать вектор \mathbf{f} , вычисляемый в Ox согласно системе (1) при известном \mathbf{g} , и одновременно с этим измеряемый ньютонометрами в Oy . При решении же задачи гравиметрии, которой главным образом посвящена настоящая работа, такая возможность отсутствует, поэтому для ее решения назначаются дополнительные к точке O (P_0) точки P_1, P_2, \dots, P_N ($N \geq 2$) на ПО с заданными координатами в приборном трехграннике Oy (векторы $\mathbf{y}_1 = \overline{OP}_1, \dots, \mathbf{y}_N = \overline{OP}_N$), позиционируемые НСС в трехграннике Ox (векторы $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$), $N \geq 2$. Матрица \mathbf{A} оценивается путем решения системы уравнений $\{\mathbf{y}_1 = \mathbf{A}\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N = \mathbf{A}\mathbf{x}_N\}$. При $N = 2$ (при трехпозиционном приеме и обработке информации от НСС — в точках P_0, P_1, P_2) целесообразно пополнить обе системы векторов "виртуальными" членами \mathbf{z}_y и \mathbf{z}_x , образуемыми векторными произведениями векторов \mathbf{y}_1 и \mathbf{y}_2 , в Oy и \mathbf{x}_1 и \mathbf{x}_2 — в Ox , а именно: $\mathbf{z}_{y,i} = e_{ikj} y_{1,k} y_{2,j}$; $\mathbf{z}_{x,i} = e_{ikj} x_{1,k} x_{2,j}$ и, таким образом, решать систему уравнений $\{\mathbf{y}_1 = \mathbf{A}\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_2 = \mathbf{A}\mathbf{x}_2, \mathbf{z}_y = \mathbf{A}\mathbf{z}_x\}$, нелинейную по искомым параметрам α, β, θ .

Вычислительный эксперимент

Для вычислительного эксперимента, как отмечалось выше, был разработан комплекс программ, включающий программу анализа разрешимости и регуляризации задач динамического обращения [1], имитации измерений и построения оценок решения. Реализация комплекса выполнена на языке *Julia* версии 1.2.0. Визуализация полученного массива данных выполнена с помощью программного пакета *Veusz* версии 3.1.

На рис. 1 представлена обобщенная структура потоков данных процесса при работе проблемно-ориентированного на решение задачи подвижной гравиметрии части программного комплекса на одном временном шаге длительности τ . Соответствующий процесс может повторяться требуемое число раз.



Рис. 1. Структура одной итерации работы программы
Fig. 1. Structure of single iteration of the program

Потоки данных на рис. 1 обозначены следующим образом:

- 1 — модельное время t ;
- 2 — измерения координат $\{\varphi, \lambda, h\}$ точки P_0 ;
- 3 — измерения координат $\{\varphi, \lambda, h\}$ точек P_1, P_2 ;
- 4 — измерения ньютонометров;
- 5 — оценки значений $\{v_1, v_2, v_3, \dot{v}_1, \dot{v}_2, \dot{v}_3, \varphi, r_1, \dot{r}_1, r_2, r_\psi, u_2, u_3\}$;
- 6 — оценка матрицы \mathbf{A} ;
- 7 — оценка вектора удельных сил \mathbf{F} ;
- 8 — оценка вектора удельных сил \mathbf{f} ;
- 9 — оценка напряженности гравитационного поля \mathbf{g} .

На рис. 2 и рис. 3, 4 (см. вторую сторону обложки) представлены некоторые результаты вычислительного эксперимента для ПО, движущегося в северном полушарии по вертикальной спирали со скоростью 300 м/с с набором высоты со скоростью 1 м/с. О характере изменчивости удельных сил \mathbf{F} и \mathbf{g} на траектории (см. рис. 2) с достаточностью свидетельствуют графики их оценок на рис. 3 и 4. Среднеквадратические погрешности (СКП) оценок соответственно равны $\sigma_{F_1} \approx \sigma_{g_1} = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$; $\sigma_{F_2} \approx \sigma_{g_2} = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$; $\sigma_{F_3} \approx \sigma_{g_3} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}^2$. Эксперимент выполнен при СКП позиционирования ГЛОНАСС $\sigma_\varphi = \sigma_\lambda = \sigma_h = 0,17 \text{ м}$ и измерений ньютонометров $\sigma_f = 1 \cdot 10^{-8} \text{ м/с}^2$; соответствующие обоим процессам времена корреляций — $\tau_p = 4,0 \text{ с}$ и

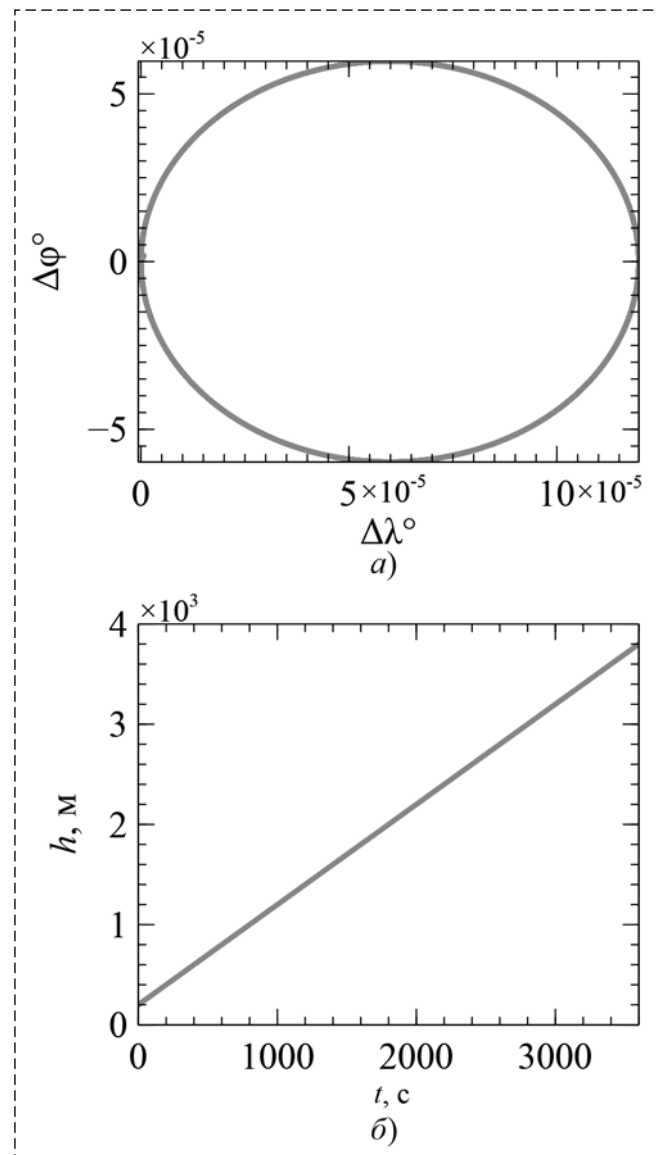


Рис. 2. Элементы траектории движения ПО:
a — широта и долгота ($\varphi = \Delta\varphi + 45^\circ$, $\lambda = \Delta\lambda + 45^\circ$); б — высота
Fig. 2. Movement trajectory elements of movable object:
a — latitude and longitude ($\varphi = \Delta\varphi + 45^\circ$, $\lambda = \Delta\lambda + 45^\circ$); б — height

$\tau_f = 1,5 \text{ с}$. Данные позиционирования поступают с шагом $\tau = 0,1 \text{ с}$.

Вычислительные эксперименты показали, что погрешности позиционирования НСС вносят основной вклад в погрешности оценок \mathbf{g} . Вместе с тем последние могут быть уменьшены до значений не хуже 10^{-8} м/с^2 при апостериорной обработке результатов.

Заключение

В целом, как показали выполненные исследования, предложенный и развиваемый, начиная с публикации [1], метод решения некорректной по математической постановке задачи

многократного высокоточного дифференцирования данных темпорального с произвольным шагом τ позиционирования ПО навигационной спутниковой системой вполне себя оправдывает при построении гибридных навигационных систем для ПО широкого скоростного диапазона, включая гиперзвуковые.

Список литературы

1. Девятисильный А. С., Шурыгин А. В., Стоценко А. К. Аналитическое конструирование и численное исследование моделей определения движения на данных ГЛОНАСС //

Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 11. С. 782–787.

2. Девятисильный А. С., Шурыгин А. В. Модель гибридной спутниково-инерциальной навигационной системы неполной структуры // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 12. С. 751–755.

3. Ишлинский А. Ю. Классическая механика и силы инерции. М.: Едиториал УРСС, 2018. 320 с.

4. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. М.: Наука, 1967. 648 с.

5. Перов А. И., Харисов В. Н. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

6. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 823 с.

7. Журавлев В. Ф. Основы теоретической механики. М.: Наука, 1997. 320 с.

Mathematical Model of Satellite-Inertial Mobile Computational Gravimetry

A. S. Devyatisilny, devyatis@dvo.ru, A. V. Shurygin, artem.shurygin@bunjlabs.com,

Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation

Corresponding author: Devyatisilny Aleksandr S., D. Sc., Professor Head of the Navigation and Control Department, Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation, e-mail: devyatis@dvo.ru

Accepted on May 25, 2020

Abstract

The article proposes a mathematical model of a hybrid system installed on board of a moving object and represented by an inertial sensor of the vector of specific forces — a three-component newtonometer with orthogonal sensitivity axes and a network of receivers of a navigation satellite system (HSS). The purpose of this hybrid system is the temporal estimations of the near-Earth gravitational field on the trajectory of the object. Within the Newtonian mechanics the possibility of choosing an inertial reference system with a beginning at the center of mass of the Earth is assumed; complementary to the PZ-90 (Russia) and WGS-84 (USA) standards, the following are introduced: 1) an ellipsoidal (geodesic) coordinate system, rigidly connected with the solid Earth; 2) two movable accompanying right-angled trihedrals with a common origin as a point whose movement forms the trajectory of the object; the instrument one, is rigidly connected with the object as a solid body, and is thus freely oriented, other one are geographic, and permanently oriented to the cardinal points (East, North, Zenith). In the presentation of kinematics, attention is drawn to the fact that the variability of the absolute linear velocity in inertial space explained by the motion of an object relative to solid Earth and its own rotation is characterized by rotational vectors of relative and portable velocities which identify the vectors of relative and portable angular rotational velocities of the undeformable geographic trihedron and are represented projections on its axis. The causality of the trajectory is determined by Newton's second law; in projections on the axis of the moving geographic trihedron, component-wise recording of the equations of dynamics is performed, which are resolved with respect to the components of the strength of the gravitational field. It is noted that the previous article by the authors is devoted to the problem of a high-precision estimate of the kinematic parameters of motion equations. In such a context it is indicated that direct calculation of the gravitational field strength requires the converting of Newtonometer measurements from the instrument trihedron to the geographic one. The required linear transformation for this is constructed considering the possibilities of multi-position of the NSS object. A computational experiment is described and some of its results are presented.

Keywords: angular velocity, coordinate trihedron, geophysical field, GLONASS, gravimetry, hypersonic speed, moving object, navigation satellite system, rotation tensor, speed rotation.

For citation:

Devyatisilny A. S., Shurygin A. V. Mathematical Model of Satellite-Inertial Mobile Computational Gravimetry, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 1, pp. 43–47.

DOI: 10.17587/mau.22.43-47

References

1. Devyatisilny A. S., Shurygin A. V., Stotsenko A. K. Analytical Design and Numerical Research of Motion Detection Models Based on GLONASS Data, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 11, pp. 782–787 (in Russian).

2. Devyatisilny A. S., Shurygin A. V. Model of hybrid satellite-inertial navigation system with partial structure, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 12, pp. 751–755 (in Russian).

3. Ishlinskij A. Ju. Classical mechanics and inertial forces, Moscow, Editorial, URSS, 2018, 320 p. (in Russian).

4. Andreev V. D. The theory of inertial navigation. Correctable systems, Moscow, Nauka, 1967, 648 p. (in Russian).

5. Perov A. I., Harisov V. N. GLONASS. Principles of construction and operation, Moscow, Radiotekhnika, 2005, 688 p. (in Russian).

6. Lojczanskij L. G. Fluid and gas mechanics, Moscow, Nauka, 1987, 823 p. (in Russian).

7. Zhuravlev V. F. Fundamentals of Theoretical Mechanics, Moscow, Nauka, 1997, 320 p. (in Russian).

О. Г. Гвоздев^{1, 3}, канд. техн. наук, gvozdev@miigaik.ru,

В. А. Козуб¹, postbox-kozub@ya.ru, Н. В. Кошелева¹, antipova@phystech.edu,

А. Б. Мурынин^{1, 2}, канд. техн. наук, amuryinin@bk.ru, А. А. Рихтер¹, канд. техн. наук, urfin17@yandex.ru,

¹ Научно-исследовательский институт "АЭРОКОСМОС", Москва,

² Федеральный Исследовательский Центр "Информатика и Управление" Российской Академии Наук, Москва,

³ Московский государственный университет геодезии и картографии, Москва

Нейросетевой метод построения трехмерных моделей ригидных объектов по спутниковым изображениям¹

Разработан метод построения трехмерных моделей ригидных объектов на земной поверхности по одному спутниковому изображению на примере объектов железнодорожной инфраструктуры. Метод состоит в поэтапной обработке спутниковых изображений с последовательным применением двух сверточных нейронных сетей. На первом этапе обработки с помощью нейронной сети выполняется сегментация спутникового изображения для выделения совокупности объектов заданных классов. На втором этапе обработки с помощью нейронной сети выполняется локальный анализ областей изображения, выявленных по результатам первого этапа обработки. Результаты второго этапа обработки используются для оценки параметров трехмерной модели объекта. Возможности метода показаны на примере обработки спутникового изображения объектов железнодорожной инфраструктуры, причем рассмотрены такие информативные области объектов, как здание, тень здания, ребро стены, ребро крыши, вагон, рельсы, столбы. Показана возможность использования столбов и их теней в качестве эталонных объектов для оценки масштабирующих коэффициентов. Приведен пример применения разработанного метода выделения типичных объектов железнодорожной инфраструктуры для последующей оценки параметров трехмерной модели здания, частично заслоненного деревьями.

Ключевые слова: спутниковые изображения, трехмерная модель, растровая область, искусственная нейронная сеть, сверточная нейронная сеть, машинное обучение, объекты инфраструктуры, обучающая выборка

Введение

Современный уровень развития вычислительной техники позволяет с высоким качеством визуально воспроизводить картину местности по спутниковым изображениям на широкодоступных компьютерах. Однако одна из проблем воспроизведения заключается в построении трехмерных моделей наблюдаемых объектов.

Трехмерная цифровая модель местности включает в себя цифровую модель собственно рельефа и модели других объектов. Пространственная модель местности — ее наглядное и измеримое трехмерное изображение на электронных средствах отображения информации.

Цель настоящей работы заключается в разработке метода построения трехмерных моделей ригидных объектов на примере объектов железнодорожной инфраструктуры по двумерным спутниковым изображениям, основанного на использовании сверточных искусственных нейронных сетей (ИНС). Здесь под трехмерной моделью объекта понимается совокупность геометрических фигур, описывающих объект

земной поверхности, имеющих физические размеры, соответствующие размерам объекта, и координаты узловых точек, соответствующие координатам на поверхности объекта.

Для построения трехмерной модели объекта по спутниковому изображению должна быть решена совокупность следующих задач:

- сегментация спутникового изображения для выделения объектов;
- оценка высоты объектов по данным сегментированного спутникового изображения;
- построение объемной трехмерной модели по выделенным элементам объекта.

Существующие методы извлечения трехмерной информации из изображений

Современные подходы к извлечению трехмерной информации из изображений местности можно условно разделить на *традиционные методы*, основанные на классических подходах к обработке изображений, и *нейросетевые методы*, основанные на интеллектуальном анализе данных. Классический метод извлечения трехмерной информации из двумерных изображений основан на использовании стереопар изображений и построении по ним

¹ Исследования выполнены при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (уникальный идентификатор проекта RFMEFI160719X0312).

карт диспаратности. Поскольку получение стереопар космических изображений трудоемко и относительно дорого, активно развиваются методы извлечения 3D-информации из одиночных спутниковых изображений, которые предполагают как привлечение вспомогательных данных, так и дополнительную операторскую обработку данных спутниковой съемки.

В последнее время интенсивно развиваются нейросетевые методы, основанные на машинном обучении и работающие по одному изображению.

Совокупность задач высокоточной локализации объектов на изображении и их классификации с помощью искусственных нейронных сетей (ИНС) чаще всего упоминаются под названием *сегментация образца* (instance segmentation). Современные методы решения этих задач можно разделить на три класса:

- двухпроходные методы на основе якорей: Faster R-CNN [1], Mask R-CNN [2];
- однопроходные методы на основе якорей: YOLO v3 [3], SSD [4];
- однопроходные методы на основе встраивания объектов в латентное пространство: DeepWatershed [5], RSIS [6].

Методы первого и второго классов основаны на "якорях" — опорных точках на изображении, окрестность которых оценивается ИНС на предмет принадлежности объекту искомого класса. На основании совокупности таких оценок для каждого из якорей формируются, а затем отсеиваются кандидаты объектов. Данные методы ограничены плотностью расположения якорей: ее увеличение снижает производительность, уменьшение — снижает способность распознавать компактные и близкорасположенные объекты.

Третий класс методов основан на оценке положения каждого пикселя в латентном пространстве объектов сцены, после чего с помощью методов кластеризации выполняется локализация отдельных объектов. Семейство методов данного класса является наиболее перспективным для решения задачи instance segmentation на космических изображениях.

Подход к обработке каждого объекта зависит от класса этого объекта. Для типовых объектов, имеющих форму геометрического примитива, возможно непосредственное определение характеристик по спутниковому изображению, снабженному метаданными. В более сложных случаях трехмерная модель объектов может быть

построена с помощью подходов, основанных на облаках точек и их проекциях [7] и методах геометрического машинного обучения [8, 9].

Также для повышения качества обучения целесообразно повышать пространственное разрешение изображений. Основным подходом к применению ИНС для повышения разрешения космических изображений является обучение модели сопоставлению фрагментов изображения с высоким и низким разрешением, что концептуально соответствует процессам обработки визуальной информации человеческим мозгом [10–12].

При выборе способа построения трехмерной модели объекта учитываются [13–16]: уровень детальности объектов сцены (LoD0, LoD1, LoD2 и др.); характер входных данных; степень автоматизации; размер обрабатываемой области; привязка модели к конкретной местности.

Впоследствии построение трехмерных моделей объектов может быть реализовано в интерактивном режиме, при этом в процессе детектирования объектов земной поверхности используются методы машинного обучения.

В последнее время было разработано большое число методов построения трехмерных моделей местности [17–32], однако все они имеют ряд недостатков. Таким образом, остается потребность в разработке универсального автоматизированного метода с невысокими затратами на реализацию и входные данные.

Разработанный метод построения трехмерных моделей

Авторами данной работы разработан метод построения трехмерных моделей, который заключается в обработке изображения с помощью ИНС в несколько последовательных этапов:

- интегральный нейросетевой анализ для сегментации изображения;
- локальный нейросетевой анализ выделенных при сегментации областей в целях выделения характерных информативных признаков и оценки геометрической формы и размеров изучаемых объектов;
- построение трехмерной модели объекта по выделенным информативным признакам и полученным оценкам размеров.

При подготовке данных для обучения ИНС на каждом снимке проводится разметка информативных классов c_i (рис. 1, см. третью

сторону обложки): здание (полигон, c_1); крыша (полигон, c_2); ребро крыши (полилиния, c_3); ребро стены (полилиния, c_4); тень здания (полигон, c_5); железнодорожная инфраструктура (полигон, c_6); рельсы (полигон, c_7); столб (полилиния, c_8); тень столба (полилиния, c_9); вагон (полигон, c_{10}); автомобильная дорога (полигон, c_{11}); исключенные объекты (полигон, c); фон (класс c_0).

В данной работе рассматриваются типовые инвариантные объекты (стандартизированные) и типовые параметрические объекты (задаются одинаковым конечным набором параметров, имеющих разные значения).

На первом этапе обработки изображения выполняется интегральный нейросетевой анализ. Целью первого этапа является решение задачи пообъектной сегментации изображения (задача instance segmentation). В данном случае применяется ИНС, обученная для сегментации объектов из классов $c_1, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9, c_{10}, c_{11}$ на спутниковых изображениях. Результатом данного этапа является выделение областей на изображении, где каждая отдельная выделенная область соответствует одному объекту (столбу, тени, зданию и др.). Области разных классов могут пересекаться, а области одного класса не пересекаются. В процессе машинного обучения возможно использование для обучения других вариантов классификации частей объекта (выявление двумерных или трехмерных геометрических примитивов, а также углов зданий и крыш и т.д.).

Поскольку среди классов $c_i, i = 1, \dots, 11$, встречаются как линейные, так и площадные (в том числе вытянутые), то для реализации данного этапа был выбран метод пообъектной сегментации, использующий концепцию Deep Watershed Transform (метод водоразделов) [30]. Его работа состоит из двух шагов. На первом шаге обученная ИНС предсказывает энергии для метода водоразделов. Под энергией в данном случае понимается некоторая строго монотонная функция, подсчитываемая для каждого пикселя изображения и зависящая от расстояния между пикселем и границей ближайшего объекта из сег-

ментируемого класса. В простейшем случае такая функция возвращает 0 для пикселей вне объекта и расстояние до края объекта для внутренних пикселей. После нахождения энергии применяется метод водоразделов и восстанавливаются реальные контуры объектов.

Для интегрального анализа наиболее важно обеспечить пиксельную точность локализации и классификации объектов, а также аппроксимации полей энергии для применения метода водораздела [30], что успешно обеспечивают топологии ИНС семантической сегментации. В рамках данного метода предлагается применение топологии ИНС на основе архитектуры U-Net, расширенной и дополненной авторами для задач интерпретации аэрокосмических изображений [33, 34].

Ввиду необходимости решения в рамках одной модели нескольких задач для сокращения времени обучения, потребления памяти и обеспечения согласованности результатов для каждой из подзадач реализованы отдельные блоки декодеровщика и функции потерь, для каждого из которых выполняется отдельная итерация градиентного спуска.

Для блока полей энергии для водораздела выходная активационная функция — Sigmoid, функция потерь — Mean Square Error Loss (среднеквадратичное отклонение); для тематических классов задействована активационная функция SoftMax и функции потерь — Cross Entropy Loss [32]; для теней — Sigmoid и Focal Loss [32] соответственно.

Принципиальная схема ИНС приведена на рис. 2. Подробный состав блоков и их характеристики приведены в таблице.

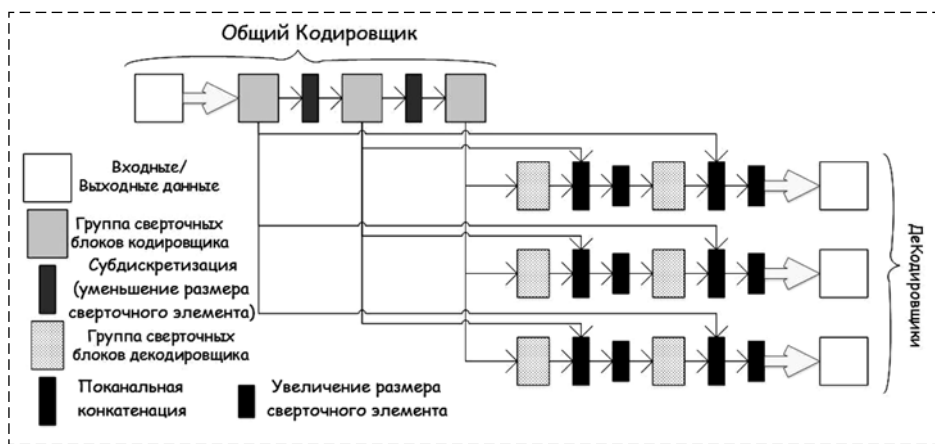


Рис. 2. Принципиальная схема топологии ИНС на базе U-Net с несколькими декодировщиками.

Fig. 2. Schematic diagram of the topology of an ANN based on U-Net with several decoders

Состав блоков нейросетевой модели интегральной оценки

The composition of the blocks of the neural network model of integral assessment

Тип блока	Пространственное окно	Выходных каналов	Число экземпляров блоков
Входная группа			
Convolve2D	7x7	32	1
ELU		32	1
Кодировщик			
ResNet Basic	3x3	32	3
MaxPool	2x2	32	1
ResNet Basic	3x3	64	3
MaxPool	2x2	64	1
ResNet Basic	3x3	128	4
MaxPool	2x2	128	1
ResNet Basic	3x3	256	5
Декодировщик			
Upsample 2x		256	1
Concatenate		384	1
ResNet Basic	3x3	128	2
Upsample 2x		128	1
Concatenate		192	1
ResNet Basic	3x3	64	2
Upsample 2x		64	1
Concatenate		96	1
ResNet Basic	3x3	32	2
Выходная группа			
Convolve2D	3x3	32	1
ELU		32	1
Convolve2D	1x1	8	1
Sigmoid		8	1

Результат интегрального анализа не позволяет сам по себе построить трехмерную модель объекта, однако достаточен для определения класса этого объекта. Для каждого выявленного объекта выполняется извлечение соответствующего фрагмента изображения и всей релевантной информации. Совокупность этих данных направляется на процедуру локального нейросетевого анализа (второй этап обработки).

Дальнейшая обработка при локальном анализе зависит от класса объекта. Наиболее значимыми являются два частных случая: распознавание объектов типовых инвариантных и параметрических классов и распознавание уникальных объектов.

Первый частный случай является тривиальным и выполняется с помощью специализированной для данного класса объектов ИНС, вы-

полняющей предсказание пространственной ориентации, а также конкретных значений дискретных и непрерывных параметров объекта. Дальнейшая интерпретация этих параметров, как правило, заключающаяся в переводе условных величин измерения и представлений дискретных признаков, возвращаемых ИНС, в физические параметры объекта, зависит от определенного ранее класса объекта.

Второй частный случай сводится к насыщению исходных данных информацией, необходимой для построения трехмерной модели, и передаче полученной совокупности данных в процедуру определения геометрической формы и размеров, описанной в следующем разделе. Насыщение данных проводится с помощью специализированной ИНС и заключается в локализации на изображении объектов его ключевых пространственных компонентов (классов c_2, c_3, c_4 как компонентов зданий).

Концептуально эта ИНС аналогична используемой для интегрального анализа. Она снабжена единственным декодером, возвращающим независимо обучаемые каналы для каждого из классов c_2, c_3, c_4 . Используется активационная функция Sigmoid и Focal Loss [32] с $\gamma = 4$ (γ отвечает за степень компенсации дисбаланса классов). Последнее особенно важно ввиду необходимости пиксельной точности локализации элементов объектов и их корректных пространственных соотношений.

Для обучения ИНС используется векторная разметка классов, подвергнутая растризации. Результатом работы ИНС являются одноканальные растры для каждого из распознаваемых классов.

Завершающим этапом обработки изображения является собственно построение трехмерной модели объекта.

Выбор классов c_7, c_8, c_9 обусловлен возможностью построения моделей объектов (зданий) по одному изображению при отсутствии метаданных. Данные классы описывают эталонные размеры на каждом изображении для оценки направляющих и масштабирующих коэффициентов [25, 26].

Расстояние между рельсами $l_3 = 1,52$ м задает эталон горизонтальных размеров. Стандартная высота опорных столбов (промежуточные опоры с нормальными габаритными размерами на двухпутном участке) $h_3 = 11,35$ м задает эталон вертикальных размеров. Тогда масштабирующие коэффициенты можно оценить по следующим формулам:

$$m_h = h_s / N_{h_s}, m_l = l_s / N_{l_s}, m_s = h_s / N_{s_s}, \quad (1)$$

где m_l и m_h — масштабирующие коэффициенты для оценки размеров объектов вдоль горизонтальных r_1, r_2 (горизонтальных размеров) и вертикальной r_h (вертикальных размеров) направляющих; m_s — масштабирующий коэффициент для оценки вертикальных размеров по теням вдоль направляющей теней r_s ; r_1 и r_2 могут быть найдены для каждого здания как линии полуосей эквивалентного эллипса области c_2 для этого здания; r_h находится как средняя линия полуосей эквивалентных эллипсов областей c_8 для данного изображения, а r_s — для областей c_9 ; N_{l_s} — средняя толщина областей c_7 на изображении в пикселях; N_{h_s} — средняя длина областей c_8 ; N_{s_s} — средняя длина областей c_9 .

Выделенные при локальном анализе характеристики и значимые области объекта проходят постобработку и используются для оценки формы и размеров объекта.

Здания описываются областями c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 . В зависимости от полноты описания имеют место разные уровни детализации LoD геометрической модели здания. Так, при наличии c_2 может быть получена только двумерная модель (уровень LoD0). При наличии набора $\{c_2, c_4\}$ или $\{c_2, c_5\}$ вырабатывается простейшая трехмерная модель с описанием формы основания и средней высоты объекта (уровень LoD1). При наличии набора $\{c_1, c_2, c_3, c_4\}$ вырабатывается трехмерная модель с описанием формы основания и высоты на разных участках объекта (уровень LoD2).

Для отнесения областей к одному объекту (зданию) предполагается: в класс c_1 входят все крыши и стены, связанные в одну непрерывную область (в том числе надстройки и пристройки); c_2, c_3 и c_4 полностью включены в c_1 , стены здания составляют разность множеств c_1 и c_2 ($c_1 \setminus c_2$) и включают c_4 , а c_3 включается в c_2 ; область c_5 , относящаяся к объекту, лежит в непосредственной близости от c_1 .

Пример применения разработанного метода построения трехмерных моделей. На рис. 3 (см. третью сторону обложки) приведены иллюстрации этапов обработки на примере изображения I объекта 3 — здания с видимой двухскатной крышей, частично заслоненной деревьями. Трехмерная модель объекта оценивается по классам $\{c_7, c_8, c_9\}$, отвечающим за эквивалентные размеры изображения I ,

а также по классам $\{c_1, c_2\}$, описывающим объект. Метаданные изображения считаются неизвестными и не используются в примере.

На первом этапе (интегральный нейросетевой анализ) выявлены области: рельсы (c_7), столб (c_8), тень от столба (c_9), а также выявлена область всего объекта c_1 . На втором этапе (локальный нейросетевой анализ) выявлена область элемента объекта c_2 , "крыша" (растр A), а также область элемента объекта "стена" — $c_1 \setminus c_2$ (растр B). На третьем этапе (оценка геометрической формы и размеров) получены оценки направляющих и масштабирующих коэффициентов.

Для изображения находится направляющая r_h большой полуоси эквивалентного эллипса области c_8 и направляющая r_s большой полуоси эквивалентного эллипса области c_9 (при наличии видимой части стен тени c_9 не применяются для оценки вертикальных размеров). Также для изображения I по формулам (1) по c_7 находится масштабирующий коэффициент $m_l \approx 0,26$, по c_8 — $m_h \approx 1,09$, по c_9 — $m_s \approx 0,49$.

Для объекта по растру A рассчитываются ортогональные направляющие r_1 и r_2 полуосей эквивалентного эллипса.

По результатам линеаризации и поляризации A и B получаются линии L_A (построена по направляющим r_1 и r_2) и L_B (построена по направляющим r_1 и r_h) соответственно.

По формуле (2) рассчитываются горизонтальные размеры l элементов крыши для линии L_A вдоль направляющих r_1 и r_2 , а также вертикальные размеры h элементов стены L_B вдоль направляющей r_h .

Размеры l дают основание здания (I), среднее значение вертикальных размеров h дает высоту здания до карниза (II), максимальное значение вертикальных размеров и его горизонтальное положение на карнизе дают высоту здания до крыши (III).

Заключение

Разработан метод определения формы и размеров объектов железнодорожной инфраструктуры по одному спутниковому изображению. Определены правила разметки классов для обучения в соответствии с особенностями изображений. Работа метода продемонстрирована на примере.

Предлагаемый подход позволяет работать с областями "неправильной" формы, с частичным заслонением областей, в условиях дефицита данных для обучения, неполноты или нечеткости разметки, с одним изображением при отсутствии метаданных.

Размер обучающей выборки ограничен в связи с тем, что последняя строится вручную. Ввиду этого целесообразна разработка методов и алгоритмов автоматической генерации обучающей выборки с применением алгебраических операций над геометрическими объектами для ускорения ее построения.

Список литературы

1. **Тусикова А. А., Вихтенко Э. М.** О распознавании автомобильных дорог на спутниковых снимках с использованием сверточных сетей mask-rcnn // V Международная конференция "Информационные технологии и высокопроизводительные вычисления" (ИТНПС-2019), Хабаровск, Россия, 16—19 сентября 2019 г. Сборник трудов. Под ред. Смагин С. И., Зацаринный А. А., Россия, 2019. С. 308—314.
2. **Shaoqing Ren, Kaiming He, Ross Girshick, Jian Sun.** Faster R-CNN: Towards Real-Time Object Detection with Region Proposal Networks. arXiv:1506.01497v3 [cs.CV] 6 Jan 2016. URL: <https://arxiv.org/abs/1506.01497>; 56 p.
3. **Kaiming He, Georgia Gkioxari, Piotr Dollar, Ross Girshick.** Mask R-CNN / Facebook AI Research (FAIR). arXiv:1703.06870v3 [cs.CV] 24 Jan 2018. URL: <https://arxiv.org/abs/1703.06870>, 10 p.
4. **Joseph Redmon, Ali Farhadi.** YOLOv3: An Incremental Improvement. University of Washington. arXiv:1804.02767v1 [cs.CV] 8 Apr 2018. URL: <https://arxiv.org/abs/1804.02767>, 6 p.
5. **Wei Liu, Dragomir Anguelov, Dumitru Erhan, Christian Szegedy, Scott Reed, Cheng-Yang Fu, Alexander C. Berg.** SSD: Single Shot MultiBox Detector. arXiv:1512.02325v5 [cs.CV] 29 Dec 2016, doi 10.1007/978-3-319-46448-0_2. URL: <https://arxiv.org/abs/1512.02325>.
6. **Amaia Salvador, Miriam Bellver, Manel Baradad, Xavier Giró, Jordi Torres, Ferran Marqués.** Recurrent Neural Networks for Semantic Instance Segmentation. Universitat Politècnica de Catalunya Barcelona Supercomputing Center, 2012. URL: <https://imatge-upc.github.io/rsis>.
7. **Adrian Bulat, Jing Yang, Georgios Tzimiropoulos.** To learn image super-resolution, use a GAN to learn how to do image degradation first. arXiv:1807.11458v1 [cs.CV] 30 Jul 2018. URL: <https://arxiv.org/abs/1807.11458>, 16 p.
8. **Chen-Hsuan Lin, Chen Kong, Simon Lucey.** Learning Efficient Point Cloud Generation for Dense 3D Object Reconstruction / The Robotics Institute, Carnegie Mellon University. arXiv:1706.07036v1 [cs.CV] 21 Jun 2017. URL: <https://arxiv.org/abs/1706.07036>, 10 p.
9. **Davide Boscaini, Jonathan Masci, Emanuele Rodola, Michael Bronstein.** Learning shape correspondence with anisotropic convolutional neural networks // 30th Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS 2016), Barcelona, Spain. URL: <https://arxiv.org/abs/1605.06437>, 13 p.
10. **Li Yi, Hao Su, Xingwen Guo, Leonidas Guibas.** Sync-SpecCNN: Synchronized Spectral CNN for 3D Shape Segmentation. arXiv:1612.00606v1 [cs.CV] 2 Dec 2016. URL: <https://arxiv.org/pdf/1612.00606.pdf>, 11 p.
11. **Marte Otten, Yair Pinto, Chris L. E. Paffen, Anil K. Seth, Ryota Kanai.** The Uniformity Illusion: Central Stimuli Can Determine Peripheral Perception // Psychological Science. 2017. Vol. 28(1). P. 56—68. URL: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/0956797616672270>.

12. **Wen Ma, Zongxu Pan, Feng Yuan, Bin Lei.** Super-Resolution of Remote Sensing Images via a Dense Residual Generative Adversarial Network // Remote Sens. 2019. Vol. 11. 2578. doi:10.3390/rs11212578. URL: <https://www.mdpi.com/2072-4292/11/21/2578/htm>, 24 p.
13. **Fatemeh Alidoost, Hossein Arefi, Federico Tombari.** 2D Image-To-3D Model: Knowledge-Based 3D Building Reconstruction (3DBR) Using Single Aerial Images and Convolutional Neural Networks (CNNs) // Remote Sens. USA. 2019. Vol. 11, 2219. doi:10.3390/rs11192219. 25 p.
14. **Fatemeh Alidoost, Hossein Arefi.** A CNN-Based Approach for Automatic Building Detection and Recognition of Roof Types Using a Single Aerial Image // PFG. Germany. 2018. Vol. 86. P. 235—248.
15. **Park J. S.** Interactive 3D reconstruction from multiple images: A primitivebased approach // Pattern recognition letters. 2005. N. 26(16). P. 2558—2571.
16. **Sherrie Wang, William Chen, Sang Michael Xie, George Azzari, David B. Lobell.** Weakly Supervised Deep Learning for Segmentation of Remote Sensing Imagery // Remote Sens. USA. 2020. Vol. 12, 207. doi:10.3390/rs12020207. 25 p.
17. **Arsalan Mousavian, Dragomir Anguelov John Flynn, Jana Kořecká.** 3D bounding box estimation using deep learning and geometry. arXiv:1612.00496v2 [cs.CV] 10 Apr 2017. URL: <https://arxiv.org/pdf/1612.00496.pdf>, 10 p.
18. **Olaf Ronneberger, Philipp Fischer, Thomas Brox.** U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation // Computer Vision and Pattern Recognition (cs.CV) 18 May 2015. URL: <https://arxiv.org/abs/1505.04597>.
19. **Smith, S. M., Brady J. M.** SUSAN — A New Approach to Low Level Image Processing // International Journal of Computer Vision. 1997. Vol. 23, N. 1. P. 45—78.
20. **Trevor Standley, Ozan Sener, Dawn Chen, Silvio Savarese.** Image2mass: estimating the massofan object from its image // 1st Conference on Robot Learning (CoRL 2017). Mountain View, United States. URL: <http://proceedings.mlr.press/v78/standley17a/standley17a.pdf>, 10 p.
21. **Umut Gunes Sefercik, Serkan Karakis, Caglar Bayik, Mehmet Alkan & Naci Yastikli.** Contribution of Normalized DSM to Automatic Building Extraction from HR Mono Optical Satellite Imagery // European Journal of Remote Sensing, Turkey, 2014. Vol. 47. P. 575—591. doi: 10.5721/EuJRS20144732.
22. **Yaning Yi, Zhijie Zhang, Wanchang Zhang, Chuanrong Zhang, Weidong Li, Tian Zhao.** Semantic segmentation of urban buildings from VHR remote sensing imagery using a deep convolutional neural network // Remote Sens. USA. 2019. Vol. 11, 1774. doi:10.3390/rs11151774. 19 p.
23. **Zhongyuan Wang, Kui Jiang, Peng Yi, Zhen Han, Zheng He.** Ultra-dense GAN for satellite imagery super-resolution // Neurocomputing Available online 21 October 2019. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925231219314602>, p. 328—337.
24. **Бондур В. Г.** Аэрокосмические методы и технологии мониторинга нефтегазовых территорий и объектов нефтегазового комплекса // Исследование Земли из космоса. 2010. № 6. С. 3—17.
25. **Казарян М. Л., Шахраманьян М. А., Мурынин А. Б., Рихтер А. А.** Построение 3D-моделей ригидных объектов по одному изображению методом пространственных сеток // Информатика и космос. 2018. № 4. С. 90—102.
26. **Мурынин А. Б., Рихтер А. А.** Особенности применения методов и алгоритмов реконструкции трехмерной формы ригидных объектов по данным панорамной съемки // Машинное обучение и анализ данных, Россия. 2018. Т. 4, № 4. С. 235—247. DOI:10.21469/22233792.4.4.02.
27. **Мурынин А. Б., Трекин А. Н., Игнатьев В. Ю., Кульченкова В. Г., Ракова К. О.** Метод повышения разрешения космических изображений ригидных объектов // Машинное обучение и анализ данных. 2019. Т. 4, № 5. С. 296—308.
28. **Соколова Н. О.** Распознавание контуров зданий на спутниковых изображениях высокого пространственного разрешения // Вестник ХНТУ. 2015, № 3 (54), С. 610—614.

29. **Тужилкин А. Ю.** Распознавание и реконструкция 3D-объектов по спутниковым изображениям на основе сравнения спектров графов // *Фундаментальные исследования*. 2015, № 2. С. 3727–3732.

30. **Min Bai, Raquel Urtasun.** Deep Watershed Transform for Instance Segmentation // Department of Computer Science, University of Toronto, arXiv:1611.08303v2 [cs.CV]. 4 May 2017. 9 p. URL: <https://arxiv.org/abs/1611.08303>.

31. **Кудряшов А. П., Соловьев И. В.** Реконструкция текстурированной модели городского пространства по топографическому плану и фотоснимкам // Программные продукты и системы // *Software & Systems*. 2019. Vol. 3 (32). DOI: 10.15827/0236-235X.127.496-503.

32. **Tsung-Yi Lin, Priya Goyal, Ross Girshick, Kaiming He, Piotr Dollar.** Focal Loss for Dense Object Detection. arXiv:1708.02002v2 [cs.CV] 7 Feb 2018. URL: <https://arxiv.org/pdf/1708.02002.pdf>.

33. **Рихтер А. А., Мурынин А. Б., Шлюпиков В. А.** Особенности комплексирования данных дистанционного зондирования для восстановления трехмерных моделей ригидных объектов по спутниковым снимкам // Матер. Междунар. науч.-практ. Конф. "Достижения науки в 2019 году", 27 декабря 2019 г. Центр научного развития "Большая книга".

34. **Гвоздев О. Г., Мурынин А. Б., Рихтер А. А.** Комплекс прикладных решений по построению и обучению искусственных нейронных сетей для семантической сегментации аэрокосмических изображений произвольной канальной спектральной структуры в условиях дефицита обучающих данных // Матер. 19-й Всеросс. конф. С междунар. участием: Математические методы распознавания образов (ММРО-2019, г. Москва). Российская академия наук. 2019. С. 344–348.

35. **Pytorch.** URL: <https://pytorch.org>.

Neural Network Method for Constructing Three-Dimensional Models of Rigid Objects from Satellite Images

O. G. Gvozdev^{1,3}, gvozdev@miigaik.ru, **V. A. Kozub**¹, postbox-kozub@ya.ru,
N. V. Kosheleva¹, antipova@phystech.edu, **A. B. Murynin**^{1,2}, PhD, amurynin@bk.ru,
A. A. Richter¹, PhD, urfin17@yandex.ru,

¹ Institute for Scientific Research of Aerospace Monitoring AEROCOSMOS, Moscow, 105064, Russian Federation,

² Federal Research Center "Computer Science and Control" of RAS, Moscow, 119333, Russian Federation,

³ State University of Geodesy and Cartography, Moscow, 105064, Russian Federation

Corresponding author: Murynin A. B., Ph.D., Leading Researcher, Institute for Scientific Research of Aerospace Monitoring AEROCOSMOS, Moscow, 105064, Russian Federation, e-mail: amurynin@bk.ru

Accepted on September 21, 2020

Abstract

A method has been developed for constructing three-dimensional models of rigid objects on the earth's surface using one satellite image using the example of railway infrastructure. The method consists in step-by-step processing of satellite images with sequential application of two convolutional neural networks. In the first processing step, a satellite image is segmented by a neural network to select a plurality of objects of predetermined classes. At the second stage of processing with the help of neural network local analysis of image areas detected by results of the first stage of processing is performed. The results of the second processing step are used to estimate the parameters of the 3D model of the object. The possibilities of the method are shown by the example of processing a satellite image of the railway infrastructure. The following classes of informative areas are considered: building, wall edge, roof edge, building shadow, railway infrastructure, car, highway; rails, poles and shadows from poles (taken as reference objects for estimating scaling coefficients in certain directions). An example is given of using the developed method of highlighting typical railway infrastructure objects and for subsequent evaluation of the parameters of a three-dimensional building model partially obscured by trees.

Keywords: satellite images, 3D model, raster area, artificial neural network, convolutional network, machine learning, infrastructure, training sample

Acknowledgements: The research was carried out with the support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (unique project identifier RFMEFI60719X0312).

For citation:

Gvozdev O. G., Kozub V. A., Kosheleva N. V., Murynin A. B., Richter A. A. Neural Network Method for Constructing Three-Dimensional Models of Rigid Objects from Satellite Images, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 1, pp. 48–55.

DOI: 10.17587/mau.22.48-55

References

1. **Tusikova E. M., Vikhtenko A. A.** On road recognition on satellite imagery using convolutional mask-rcnn networks,

V International Conference "Information Technologies and High Performance Computing" (ITHPC-2019), Khabarovsk, Russia, September 16–19, 2019, Proceedings, 2019, pp. 308–314 (in Russian).

2. **Shaoqing Ren, Kaiming He, Ross Girshick, Jian Sun.** Faster R-CNN: Towards Real-Time Object Detection with Region Proposal Networks, arXiv:1506.01497v3 [cs.CV] 6 Jan 2016, 56 p., available at: <https://arxiv.org/abs/1506.01497>.

3. **Kaiming He, Georgia Gkioxari, Piotr Dollar, Ross Girshick.** Mask R-CNN, Facebook AI Research (FAIR), arXiv:1703.06870v3 [cs.CV] 24 Jan 2018, 10 p., available at: <https://arxiv.org/abs/1703.06870>.

4. **Joseph Redmon, Ali Farhadi.** YOLOv3: An Incremental Improvement / University of Washington, arXiv:1804.02767v1 [cs.CV] 8 Apr 2018, 6 p., available at: <https://arxiv.org/abs/1804.02767>.

5. **Wei Liu, Dragomir Anguelov, Dumitru Erhan, Christian Szegedy, Scott Reed, Cheng-Yang Fu, Alexander C. Berg.** SSD:

Single Shot MultiBox Detector, arXiv:1512.02325v5 [cs.CV] 29 Dec 2016, doi 10.1007/978-3-319-46448-0_2, available at: <https://arxiv.org/abs/1512.02325>.

6. **Amaia Salvador, Míriam Bellver, Manel Baradad, Xavier Giró, Jordi Torres, Ferran Marqués.** Recurrent Neural Networks for Semantic Instance Segmentation, Universitat Politècnica de Catalunya Barcelona Supercomputing Center, 2012, available at: <https://imatge-upc.github.io/rsis>.

7. **Adrian Bulat, Jing Yang, Georgios Tzimiropoulos.** To learn image super-resolution, use a GAN to learn how to do image degradation first, arXiv:1807.11458v1 [cs.CV], 30 Jul 2018, 16 p. available at: <https://arxiv.org/abs/1807.11458>.

8. **Chen-Hsuan Lin, Chen Kong, Simon Lucey.** Learning Efficient Point Cloud Generation for Dense 3D Object Reconstruction, The Robotics Institute, Carnegie Mellon University, arXiv:1706.07036v1 [cs.CV], 21 Jun 2017, 10 p., available at: <https://arxiv.org/abs/1706.07036>.

9. **Davide Boscaini, Jonathan Masci, Emanuele Rodola, Michael Bronstein.** Learning shape correspondence with anisotropic convolutional neural networks, Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS 2016), Barcelona, Spain, 13 p., available at: <https://arxiv.org/abs/1605.06437>.

10. **Li Yi, Hao Su, Xingwen Guo, Leonidas Guibas.** Sync-SpecCNN: Synchronized Spectral CNN for 3D Shape Segmentation, arXiv:1612.00606v1 [cs.CV] 2 Dec 2016, 11 p., available at: <https://arxiv.org/pdf/1612.00606.pdf>.

11. **Marte Otten, Yair Pinto, Chris L. E. Paffen, Anil K. Seth, Ryota Kanai.** The Uniformity Illusion: Central Stimuli Can Determine Peripheral Perception, Psychological Science 2017, Vol. 28(1) 56–68, available at: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/0956797616672270>.

12. **Wen Ma, Zongxu Pan, Feng Yuan, Bin Lei.** Super-Resolution of Remote Sensing Images via a Dense Residual Generative Adversarial Network / Remote Sens. 2019, 11, 2578; doi:10.3390/rs11212578, 24 p. available at: <https://www.mdpi.com/2072-4292/11/21/2578/htm>.

13. **Fatemeh Alidoost, Hossein Arefi, Federico Tombari.** 2D Image-To-3D Model: Knowledge-Based 3D Building Reconstruction (3DBR) Using Single Aerial Images and Convolutional Neural Networks (CNNs), *Remote Sens.*, USA, 2019, vol.11, no. 2219, 25 p. doi:10.3390/rs11192219.

14. **Fatemeh Alidoost, Hossein Arefi.** A CNN-Based Approach for Automatic Building Detection and Recognition of Roof Types Using a Single Aerial Image, PFG, Germany, 2018, 86, pp. 235–248.

15. **Park J. S.** Interactive 3D reconstruction from multiple images: A primitivebased approach, *Pattern Recognition Letters*, 2005, no. 26(16), pp. 2558–2571.

16. **Sherrie Wang, William Chen, Sang Michael Xie, George Azzari, David B. Lobell.** Weakly Supervised Deep Learning for Segmentation of Remote Sensing Imagery, *Remote Sens.*, USA, 2020, vol.12, no. 207, 25 p., doi:10.3390/rs12020207.

17. **Arsalan Mousavian, Dragomir Anguelov John Flynn, Jana Košecká.** 3D bounding box estimation using deep learning and geometry, arXiv:1612.00496v2 [cs.CV] 10 Apr 2017, 10 p. available at: <https://arxiv.org/pdf/1612.00496.pdf>.

18. **Olaf Ronneberger, Philipp Fischer, Thomas Brox.** U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation, *Computer Vision and Pattern Recognition (cs.CV)* 18 May 2015, available at: <https://arxiv.org/abs/1505.04597>.

19. **Smith, S. M., Brady J. M.** SUSAN — A New Approach to Low Level Image Processing, *International Journal of Computer Vision*, 1997, vol. 23, no. 1, pp. 45–78.

20. **Trevor Standley, Ozan Sener, Dawn Chen, Silvio Savarese.** Image2mass: estimating the mass of an object from its image, *1st Conference on Robot Learning (CoRL 2017)*, Mountain View, United States, 10 p. available at: <http://proceedings.mlr.press/v78/standley17a/standley17a.pdf>.

21. **Umut Gunes Sefercik, Serkan Karakis, Caglar Bayik, Mehmet Alkan, Naci Yastikli.** Contribution of Normalized DSM to Automatic Building Extraction from HR Mono Optical Satellite Imagery, *European Journal of Remote Sensing*, Turkey, 2014, vol. 47, pp. 575–591. doi: 10.5721/EuJRS20144732.

22. **Yaning Yi, Zhijie Zhang, Wanchang Zhang, Chuanrong Zhang, Weidong Li, Tian Zhao.** Semantic segmentation of urban buildings from VHR remote sensing imagery using a deep convolutional neural network, *Remote Sens.*, USA, 2019, vol. 11, no. 1774, 19 p., doi:10.3390/rs11151774.

23. **Zhongyuan Wang, Kui Jiang, Peng Yi, Zhen Han, Zheng He.** Ultra-dense GAN for satellite imagery super-resolution, *Neuro-computing*, 21 October 2019, available at: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925231219314602>, p. 328–337.

24. **Bondur V. G.** Aerospace methods and technologies for monitoring oil and gas territories and oil and gas complex facilities, *Exploration of the Earth from space*, 2010, no. 6, pp. 3–17 (in Russian).

25. **Kazaryan M. L., Shakhramanyan M. A., Murynin A. B., Richter A. A.** Construction of 3D models of rigid objects according to one image by the method of spatial grids, *Information and Space*, 2018, no. 4, pp. 90–102 (in Russian).

26. **Murynin A. B., Richter A. A.** Features of application of methods and algorithms of reconstruction of three-dimensional shape of rigid objects according to panoramic survey data, *Machine Learning and Data Analysis*, Russia, 2018, vol. 4, no. 4, pp. 235–247, doi: 10.21469 / 22233792.4.4.02 (in Russian).

27. **Murynin A. B., Trekin A. N., Ignat'ev V. Yu., Kul'chenkova V. G., Rakova K. O.** Method for increasing the resolution of space images of rigid objects, *Machine Learning and Data Analysis*, 2019, vol. 4, no. 5, pp. 296–308 (in Russian).

28. **Sokolova N. O.** Recognition of building contours on satellite images of high spatial resolution, *Vestnik Kherson National Technical University*, 2015, no. 3 (54), pp. 610–614 (in Russian).

29. **Tuzhilkin A. Yu.** Recognition and reconstruction of 3D objects from satellite images based on comparison of graph spectra, *Fundamental research*, 2015, no. 2, pp. 3727–3732 (in Russian).

30. **Min Bai, Raquel Urtasun.** Deep Watershed Transform for Instance Segmentation, Department of Computer Science, University of Toronto, arXiv:1611.08303v2 [cs.CV] 4 May 2017, 9 p., available at: <https://arxiv.org/abs/1611.08303>.

31. **Kudryashov A. P., Soloviev I. V.** Reconstruction of the textured model of urban space according to the topographic plan and photographs, *Software products and systems*, Software & Systems, Russia, 2019, no. 3 (32), doi: 10.15827/0236-235X.127.496-503 (in Russian).

32. **Tsung-Yi Lin, Priya Goyal, Ross Girshick, Kaiming He, Piotr Dollar.** Focal Loss for Dense Object Detection, arXiv:1708.02002v2 [cs.CV] 7 Feb 2018, available at: <https://arxiv.org/pdf/1708.02002.pdf>.

33. **Richter A. A., Murynin A. B., Shlupikov V. A.** Features of remote sensing data integration for the restoration of 3D models of rigid objects from satellite images, *Materials of the International Scientific and Practical Conference "Achievements of Science in 2019"*, December 27, 2019, Center for Scientific Development "Big Book" (Moscow) (in Russian).

34. **Gvozdev O. G., Murynin A. B., Richter A. A.** Complex of applied solutions for the construction and training of artificial neural networks for semantic segmentation of aerospace images of an arbitrary channel-spectral structure in conditions of lack of training data, *Materials of the 19th All-Russia conf. with international participation: Mathematical methods of pattern recognition (MMPO-2019, Moscow)*, Russian Academy of Sciences, 2019, pp. 344–348 (in Russian).

35. **Pytorch**, available at: <https://pytorch.org>.

22—23 апреля 2021 года состоится

**Отраслевая научно-техническая конференция
приборостроительных организаций ГК "РОСКОСМОС"**

**"ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ
И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ",**

посвященная 55-й годовщине образования АО "НПО ИТ"

Конференция проводится АО «Научно-производственное объединение измерительной техники» (АО «НПО ИТ») при поддержке государственной корпорации по космической деятельности "Роскосмос" и АО "Российские космические системы".

Тематика научно-технической конференции

1. Состояние и основные направления развития телеметрических и информационно-управляющих систем.
2. Новое поколение интеллектуальной датчиково-преобразующей и управляющей аппаратуры. Теория и принципы построения.
3. Информационно-измерительное обеспечение летных испытаний.
4. Волоконно-оптические гироскопы и приборы на их основе.
5. Перспективы развития средств выведения и наземной космической инфраструктуры.
6. Новые конструкции, технологии и материалы. Качество производства продукции приборостроительной отрасли.
7. Двойные технологии. Техническое перевооружение приборостроительных организаций Роскосмоса.

Для участия в конференции необходимо до 9 апреля 2021 г. направить заявки на имя Давыдова Игоря Александровича на участие в конференции с указанием ФИО, должности, ученых степени и звания участников, вида участия (с докладом или без доклада), а также по E-mail: Achkasov_V@npoit.ru направить анкеты, тезисы докладов и экспертные заключения.

По итогам конференции издается сборник тезисов и статей
(сборник 2019 г. по ссылке <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43868553>).

Адрес оргкомитета: Российская Федерация, 141074, Московская область, г. Королев, ул. Пионерская, дом 2, Акционерное общество «Научно-производственное объединение измерительной техники» (АО «НПО ИТ»).

Контактные телефоны: +7(499)750-40-50, доб. 11-66 Ачкасов Виталий Анатольевич,
+7(499)750-40-50, доб. 10-01 Сабко Владимир Леонидович,
+7(499)750-40-50, доб. 10-29 Вербицкая Карина Викторовна.

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5510, (499) 269-5397**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 30.10.2020. Подписано в печать 08.12.2020. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН121. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru