ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

# М ЕХАТРОНИКА, А ВТОМАТИЗАЦИЯ, У ПРАВЛЕНИЕ



Издается с 2000 года

**Главный редактор:** ФИЛИМОНОВ Н. Б., л.т.н

Заместители главного редактора: БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н. ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н. ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь: БЕЗМЕНОВА М. Ю.

#### Редакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН СИГОВ А. С., акад. РАН СОЙФЕР В. А., акад. РАН СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

#### Редколлегия:

DORANTES D. J., PhD, Турция GROUMPOS P. P., PhD, Греция ISIDORI A., PhD, Италия KATALINIC B., PhD, Австрия LIN CH.-Y., PhD, Тайвань MASON O. J., PhD, Ирландия ORTEGA R. S., PhD, Франция SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США STRZELECKI R. M., PhD, Польша SUBUDHI B. D., PhD, Индия АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина ТРОФИМЕНКО Е. Е., д.т.н., Беларусь БОБЦОВ А. А., д.т.н. БУКОВ В. Н., д.т.н. ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н. ЖУКОВ И. А., д.т.н. ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н. КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н. ЛЕБЕЛЕВ Г. Н., л.т.н. ЛОХИН В. М., д.т.н. ПУТОВ В. В., д.т.н. ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н. РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н. СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н. ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н. ФРАДКОВ А. Л., д.т.н. ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства: АНТОНОВ Б. И. ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

## СОДЕРЖАНИЕ

#### СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

#### АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

#### РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу: http://novtex.ru/mech, e-mail: mech@novtex.ru

## THEORETICAL AND APPLIED SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

## MECHATRONICS, Vol. 21 2020 **AUTOMATION, CONTROL** No. 10 MEKHATRONIKA, AYTOMATIZATSIYA, UPRAVLE

Published since 2000

#### Editor-in-Chief FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief: BOLSHAKOV A. A. PODURAEV Yu. V. YUSCHENKO A. S

#### **Responsible Secretary:** BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board: ANSHAKOV G. P. BOLOTNIK N. N. CHENTSOV A G CHERNOUSKO F. L. FEDOROV I B KALYAEVI A KURZHANSKI A. B. KUZNETSOV N. A. PESHEKHONOV V. G. REZCHIKOV A. F. SCHERBATYUK A. F. SEBRYAKOV G. G. SIGOV A. S. SOJFER V. A SOLOMENTSEV Yu. M. VASSILYEV S. N. VUSUPOV R M ZHELTOV S. Yu.

#### **Editorial Council:**

ALIEV T. A., Azerbaijan DORANTES D. J., PhD, Turkey GARASCHENKO F. G., Ukraine GROUMPOS P. P., PhD, Greece ISIDORI A., PhD, Italy KATALINIC B., PhD, Austria LIN CH.-Y., PhD, Taiwan MASON O. J., PhD, Ireland ORTEGA R. S., PhD, France SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA STRZELECKI R. M., PhD, Poland SUBUDHI B. D., PhD, India TROFIMENKO Ye. Ye., Belarus BOBTSOV A. A. BUKOV V. N. ERMOLOV I. L. FILARETOV V. F. FRADKOV V. L. FURSOV V. A. ILYASOV B. G. KOROSTELEV V. F. LEBEDEV G. N. LOKHIN V.M. PUTOV V. V. PSHIKHOPOV V. Kh. RAPOPORT E. Ya. SERGEEV S. F. ZHUKOV I. A.

Editorial Staff: BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House: ANTONOV B. I.

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospectives development of mechatronics, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

## CONTENTS

#### SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

Rustamov G. A. Some Feasibility Problems in the Exact Solution of Control Exercises ..... 555

Borisov O. I., Dahl A. R., Pyrkin A. A., Gromova F. B., Skjetne R. Consecutive Compensator in Station-Keeping of a Surface Vessel ..... 

#### AUTOMATION AND CONTROL TECHNOLOGICAL PROCESSES

Shakirov S. R., Kvashnin A. G., Pisarev A. V. Research and Development of Mathematical Models of Elements of a Gas-Air Flow for Improvement of Automatic Control System of Or-

Furtat I. B., Nekhoroshikh A. N., Gushchin P. A., Chugina Y. V. Synchronization of the Electric Power Network in the Conditions of High-Frequency Measurement Noises ........... 584

#### ROBOT. MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

Sergeev S. F., Filimonov N. B. At the Origins of Domestic Robotics and Mechatronics: Evgeny Yurevich in Life and Science 

Kostyukov V. A., Medvedev M. Yu., Pavlenko D. D., Mayevsky A. M., Poluyanovich N. K. Investigation of a Rotor Speed Controlling of a Promising Wind-Driven Power Plant Using Several Variable Elements of its Geometry ..... 599

Information about the journal is available online at: http://novtex.ru/mech.html, e-mail: mech@novtex.ru

## СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 62-50:681.5.01

DOI: 10.17587/mau.21.555-565

**Г. А. Рустамов,** д-р техн. наук, проф., gazanfar.rustamov@gmail.com, Азербайджанский технический университет, г. Баку, Азербайджан

## Некоторые проблемы реализуемости при точном решении задач управления

Исследуются математические основы методологии синтеза в инженерной интерпретации ряда популярных систем управления с обратной связью и причины нереализуемости результатов из-за появления в уравнениях синтеза операторов чистого дифференцирования и источников нарушения грубости различного вида.

Глобальная причина все более ускоренного расхождения теории управления с практикой связывается с воздействием на креативное мышление таких факторов, как мутация, несовместимость, случайность, нечеткость, асимметричность, лежащих в основе эволюции синергетических систем.

Как "методологический кризис", так и ряд на первый взгляд незначимых нженерных неувязок приводят к снижению задуманной эффективности разрабатываемых систем управления. Наблюдается тенденция решения этой практической проблемы путем ее чрезмерной математизации. В результате возникает нонсенс — "чем больше математики, тем хуже", что приводит к "математическому лабиринту", для выхода из которого все больше усложняется математический аппарат, вплоть до создания новой теории.

Показано, что использование даже "правильных" математических соотношений, являющихся основой метода синтеза, нередко приводит к нарушению реализуемости и грубости. Отмечается, что неучет важных плохо формализуемых технических показателей и условий грубости (робастности) при постановке задачи не позволяет получить конструктивное решение и является одной из основных причин расхождения теоретических результатов и практики.

Рассматривается ряд популярных направлений классической теории управления с обратной связью: инверсный подход — метод компенсации, составляющий основу построения астатических, инвариантных, робастных и других компенсационных систем; методы синтеза систем с конечным временем установления; методы оценивания и управления, основанные на концепции "обратных задач динамики"; предельные системы с большим коэффициентом усиления.

Нарушение различных видов реализуемости и грубости демонстрируется на конкретных примерах, апробируемых на MATLAB/Simulink. Компьютерное исследование позволило сделать ряд положительных выводов, имеющих важное прикладное значение.

**Ключевые слова:** методологический кризис, теория управления, симбиоз, синергетика, реализуемость, грубость, инверсия, финитное управление, обратные задачи динамики, предельные системы

Что нам дано мы понимаем, что не дано — выдумываем

#### Введение

Толчком к написанию данной работы явилась обзорная статья Н. Б. Филимонова "Методологический кризис "всепобеждающей математизации" современной теории управления" [1]. В этой статье обсуждаются особенности методологического кризиса при чрезмерной математизации современной теории управления (ТУ), в результате которой на передний план выдвигается расхождение теоретических положений и практических потребностей. Анализированы причины возникновения кризиса. Отмечается, что путем преодоления подобного кризиса может стать "достижение органического единства математической формализации с физической закономерностью". По-видимому, сегодня не существует рецепт для определения "органического единства". Можно ли с единой точки зрения взглянуть на математический формализм, реализуемость и работоспособность? Существует понятие "симбиоз" (полезная форма совместного сосуществования участников — мутуализм), который подчинен диалектическим законам природы и может явиться источником идей применительно к антропогенным системам.

Математика занимается не только вычислениями, но также нередко позволяет раскрыть закономерности, априори недоступные при мысленном моделировании происходящих процессов. Тем не менее, чрезмерная математизация нередко приводит к уклонению от основной цели человеческой деятельности — использования результатов на практике. Применительно к ТУ "магическая" сила математики ослабевает, поскольку ТУ имеет прикладную направленность.

Одной из основных причин, приводящих к тупиковой ситуации, является тот факт, что не принимаемые на первый взгляд всерьез технические показатели, такие как эксплуатационные характеристики, технологичность изготовления, вес и габаритные размеры (особенно для подвижных и летательных аппаратов), работоспособность, энергия, затраченная на управление и многое другое, плохо поддаются формализации, и их достижение скорее всего является инженерной и конструкторской, нежеле математической, задачей, и поэтому часто такие задачи решаются отдельно. При этом нарушается одно из основных свойств системы — целостность. На сегодняшний день для традиционной математики затруднительно одновременно учитывать все эти технические требования совместно с математическими методами, составляющими основу постановки задачи синтеза. Кроме того, во многих постановках используются различные предположения, нередко искажаемые в реальных условиях. Эти предположения часто направлены не на улучшение реализуемости и работоспособности, а на получение "явного вида решения", демонстрируя этим главенствующую роль математической науки. Одним из многочисленных примеров является работа [2], в которой для системы 2-го порядка полученный  $H_{\infty}$ -оптимальный робастный регулятор имеет 10-й порядок. При синтезе ряда основных классов робастных систем предполагается, что номинальная модель неопределенного объекта известна.

Как "методологический кризис", так и ряд на первый взгляд незначимых инженерных неувязок приводят к снижению задуманной эффективности разрабатываемых систем управления. Наблюдается тенденция решения этой проблемы путем чрезмерной математизации физической проблемы. В результате возникает нонсенс — "чем больше математики, тем хуже", что приводит к "математическому лабиринту", для выхода из которого все более усложняется математический аппарат вплоть до создания новой теории (примером может быть,  $H_{\infty}$ -теория). Многие решения, скорее, имеют теоретическую значимость, нежели являются готовыми к воплощению в системотехнической среде. Для получения работоспособного и недорогого системотехнического решения сложные математические результаты часто подвергаются различным упрощениям, что снижает пользу от применения сложных обременительных математических методов, используемых как при постановке, так и при решении задачи.

Не опираясь на строгие математические определения, которые нередко являются бесполезными при проектировании реальных систем, дадим некоторые понятные инженерные определения.

Реализуемость. Под реализуемостью понимается возможность физического воплощения алгоритма управления, представленного на языке формальных понятий. Однако даже удачное системотехническое решение не гарантирует работоспособность системы в реальных условиях, поскольку могут не выполняться показатели грубости, робастности (грубость в большом), адаптируемости и другие "жизненно важные требования", не обнаруживаемые в номинальных режимах.

*Работоспособность* — способность системы выполнять предъявляемые требования в реальных условиях.

Дифференцируемость. Появление операторов чистого дифференцирования в уравнениях управления является неустранимым феноменом, поскольку связано с методологией описания динамических систем дифференциальными уравнениями (И. Ньютон). При такой структуре управления его компоненты могут непосредственно компенсировать неугодные составляющие динамики объекта, в модели которого также имеются аналогичные операторы дифференцирования — "сородичи". Такое удачное сочетание математической формализации с физической закономерностью для линейных систем однозначно проявляется при решении задач модального управления. Тем не менее, и здесь проблема реализуемости операторов дифференцирования остается в силе.

Грубость и робастность. Грубость — это свойство системы сохранять качественные показатели (устойчивость, управляемость, наблюдаемость, адаптируемость и др.) при малых вариациях возмущений. Один из универсальных методов исследования грубости динамических систем основывается на понятии грубости по Андронову—Понтрягину, именуемом "топологической грубостью" [3, 4]. Метод базируется на сравнении топологии фазовых траекторий возмущенной и невозмущенной систем.

Используются такие показатели, как грубость нулевой степени, грубость в малом, структурная грубость [5]. Первоисточником для сегодняшнего понимания проблемы грубости (в общем случае робастности) является статья [6]. Эта работа положила начало обсуждению проблемы робастного управления для неопределенных систем. Под термином "робастность" понимается сохранение требуемых показателей качества и запасов устойчивости при изменении реквизитов системы в широком диапазоне. Основным отличием робастных систем от адаптивных является то, что в них самонастройка регулятора не осуществляется. Тем не менее, необходимость наличия номинальной модели неопределенного объекта является методическим недостатком.

Впервые нарушение грубости в системах автоматического регулирования было обнаружено акад. Б. Н. Петровым в 1958 г. [7]. Обычно при проектировании тестирование системы на возможные нарушения грубости не проводится. При эксплуатации же проявление негрубости может привести к непредсказуемым результатам.

Причиной противоречивости ТУ, а также других теорий, и практики, по-видимому, связано с эволюционными процессами, протекающими в синергетических системах: мутацией, несовместимостью, случайностью, хаотичностью, нечеткостью, необратимостью, неповторяемостью, асимметрией и пр. [8].

В монографии [9] утверждается, что "повидимому, свойство симметрии выступает как одно из важнейших проявлений связей материального мира". Принцип симметрии принимается за основу методологии познания.

Симметрия — это временное состояние (форма) процессов и объектов материального мира, поддерживающее их как "систему". Поскольку симметрия — это временное явление, то возможны более глобальные феномены, которые можно использовать для построения антропогенных систем.

Покажем пример достижения положительного эффекта в результате нарушения симметрии в задаче релейного управления двойным интегратором  $\ddot{y} = u$ . При  $u = \pm k$  фазовые траектории системы являются противоположными симметрическими параболами, которые при переключении по оси абсцисс замыкаются, образуя замкнутую траекторию (отвечающую во временной области незатухающим колебаниям). Ясно, что таким способом переключения невоз-

можно достичь начала координат. Нарушение симметрии в смысле переключения не по оси абсцисс, а по искривленному пространству (в данном примере — прямая линия, проходящая через начало координат), позволяет достичь начала координат. При этом движение происходит в скользящем режиме при конечном значении переключаемых коэффициентов  $\pm k$  [10—13]. Здесь нарушение симметрии позволило решить основную задачу стабилизации.

В данной статье исследуются особенности реализации задач управления, связанные с появлением операторов чистого дифференцирования в законе управления, а также с нарушением грубости и робастности. Рассматриваются следующие классические методы ТУ:

a) *метод инверсии*, являющийся основой синтеза линейных компенсационных систем;

б) *методы синтеза систем с обратной связью* с конечным временем стабилизации;

в) *методы синтеза*, основанные на концепции "обратных задач динамики";

г) *методы синтеза предельных систем* управления с большим коэффициентом усиления.

Рассмотренные в данной статье методы с физической точки зрения можно трактовать как очень простые и где-то наивные, имеющие представленные ниже соответствующие практические аналогии:

*а*) метод инверсии — *коллапс*;

 $\delta$ ) методы синтеза систем с конечным временем стабилизации — *торможение на льду*;

в) методы синтеза, основанные на концепции "обратных задач динамики", — нарушение причинно-следственной последовательности или короткое замыкание информации (математическая аналогия — тождество);

*г*) методы синтеза предельных систем управления с большим коэффициентом усиления — *метод грубой силы*.

Взятые из практики соответствующие физические аналогии образно выражают потенциальный риск, скрывающийся в методологии указанных направлений, который может привести к непредказуемым результатам, в частности к потере реализуемости и работоспособности. Тем не менее, в настоящее время их конструктивные вариации играют важную роль в проектировании различных систем управления.

Целью данной статьи является демонстрирация характерных примеров, в которых раскрываются причины нарушения грубости при использовании указанных методов синтеза систем управления. Представленные примеры не отличаются строгими аналитическими исследованиями и обобщениями, однако являются образцами инженерной мысли, которые позволяют познать важные проблемы реализуемости систем управления с обратной связью.

#### Инверсный подход — метод компенсации

Методологической основой метода инверсии (обратного преобразования) является простой прием обращения передаточных функций (ПФ) объекта по различным каналам системы. При такой конструкции можно без особого труда добиться сокращения реальной ПФ с реализованной в корректирующем устройстве инверсной. Подавление таким образом динамики канала позволяет теоретически получить широко известные условия абсолютной управляемости и инвариантности [14].

К методу инверсии можно отнести и "избирательную компенсацию", заключающуюся в инверсии не самой ПФ, а неугодных нулей и полюсов, подлежащих к сокращению, по Н. Б. Филимонову — "управление нулями и полюсами" [16]. В технической интерпретации "сокращение" понимается как компенсаиия. Так, для наделения системы астатическим свойством, которое характеризуется нулевой статической ошибкой, в знаменатель ПФ регулятора следует включить только неустойчивые и нейтральные полюсы ( $\text{Re}(s_i) \ge 0$ ) входных сигналов (уставки и внешнего возмущения). При этом механизм сокращения состоит в том, что полюсы регулятора одновременно являются нулями замкнутой системы, и происходит сокращение. Поскольку математическая основа метода "инверсии" и "избирательной компенсации" одинакова и упирается в операцию "сокращение", то соответствующие задачи целесообразно объединить в едином классе — "методе компенсации".

Основы ряда классических задач синтеза САР с заданными инженерными (первичными) динамическими показателями впервые заложены в труде [15]. В работе [16] развивается методология аналитического конструирования компенсационных регуляторов на основе канонической структуры Р. Калмана. Задача синтеза охватывает широкий класс линейных объектов, в том числе неминимально-фазовых (объектов, неустойчивых по управлению). Глубина анализа приводит к простым соотношениям, позволяющим обойти сложные математические трудности и построить физически понятный компенсационный регулятор, востребованный в инженерных приложениях. Исследуются причины возникновения источников паразитной динамики, проявляющиеся в результате сокращения нулей и полюсов.

Тем не менее, несмотря на "внешнюю простоту" практическая реализация компенсационных систем нередко наталкивается на принципиальные трудности, связанные с нарушением реализуемости. В качестве основных причин нереализуемости компенсационных систем можно выделить:

а) наличие оператора чистого дифференцирования различных порядков в составе найденного управления в случае отрицательного относительного порядка ПФ системы, n - m < 0;

б) неточное сокращение полюсов с нулями (параметрическая негрубость);

в) в инвариантных системах по возмущению кроме указанных выше причин — невыполнение необходимого соотношения между временами запаздывания по каналам управления и возмущения, приводящее к положительному временному сдвигу сигнала компенсации.

Причина нереализуемости кроется в самой методике синтеза:

- соотношение *n m* < 0 (отрицательный относительный порядок) получается при обращении всех устойчивых передаточных функций, для которых *n* > *m*;
- сокращение происходит с реальными реквизитами объекта и заложенными в регулятор "копиями".

При изменении в ходе работы, например, параметров объекта происходит неточное сокращение, что является одной из основных причин нереализуемости.

Основная ограниченность компенсационного подхода связана с возможностью его применения лишь к классу устойчивых минимально-фазовых (отсутствие положительных нулей) объектов управления.

Перейдем к решению конкретных задач.

#### Нарушение грубости компенсационных систем

Нарушение грубости в инвариантных по возмущению системах. Покажем основную причину нарушения грубости контура компенсации. Наличие запаздываний т<sub>и</sub>, т<sub>f</sub>, соответственно, в каналах управления и возмущения объекта при  $\tau_u \neq \tau_f$  может привести к неполному подавлению возмущения из-за появления временного сдвига сигнала компенсации. Для реализуемости компенсатора должно выполняться необходимое условие  $\tau_u \leq \tau_f, \tau_u, \tau_f \geq 0$ (см. пример 1). Физический смысл этого соотношения заключается в том, что для полной компенсации возмущения компенсирующий сигнал точно через временной интервал  $\tau_k + \tau_u = \tau_f$  должен "перехватить" возмущение на выходе объекта. При нарушении равенства возможно проявление грубости малой степени. Кроме этого должно выполнятся общее условие реализуемости  $n - m \ge 0$  передаточных функций, заданных в виде рациональной дроби.

**Пример 1.** Предположим, что ПФ объекта по управляющему и возмущающему каналам задана в виде

$$W_{u}^{y}(s) = \frac{2}{s+1} \mathbf{e}^{-\tau_{u}s}, W_{f}^{y} = \frac{1}{s^{2}+0, 4s+1} \mathbf{e}^{-\tau_{f}s}$$

Пусть возмущение  $f(t) = \sin(10t)$ . ПФ компенсатора

$$W_k(s) = \frac{W_f^y}{W_u^y} = 0, 5 \frac{s+1}{s^2+0, 4s+1} \mathbf{e}^{-\tau_k s}, \, \tau_k = \tau_f - \tau_u.$$

На рис. 1 представлены динамические характеристики контура компенсации.

При незначительном отклонении +0,1 запаздывания по каналу управления относительно номинального значения  $\tau_u = 0$  происходит не-



точная компенсация, что свидетельствует о наличии малой степени грубости в контуре компенсации (рис. 1, кривая 2). При  $\tau_u > \tau_f$  в комбинированных системах в основном контуре, охваченном обратной связью, может произойти неустранимое путем настройки регулятора нарушение устойчивости. Причиной этого является то, что из-за  $\tau_k < 0$  условие реализуемости компенсатора не выполняется. В этом случае можно использовать методы синтеза систем управления с большим запаздыванием [17, 18].

**Пример 2.** Неточное сокращение нулей с полюсами (компенсация положительного нуля объекта). Рассмотрим неминимально-фазовый колебательный объект с ПФ

$$W_{ob}(s) = \frac{(s+1)(s-\tilde{z}_2)}{T^2 s^2 + 2T\xi s + 1}, \quad 0 < \xi < 1.$$
(1)

Нули объекта  $z_1 = -1, z_2 = \tilde{z}_2 = z_0 \pm \delta > 0.$ Здесь  $z_0$  — номинальное значение;  $\delta$  — вариация от номинального значения.

Для компенсации вредного влияния положительного нуля  $\tilde{z}_2$  объекта в знаменатель ПФ ПИ регулятора добавим множитель ( $s - z_0$ ). Тогда

$$W_{p}(s) = \frac{K_{p}s + K_{u}}{s(s - z_{0})}.$$
 (2)

Здесь  $z_0$  — номинальное значение положительного нуля, реализованного в регуляторе.

ПФ замкнутой системы

$$W_{g}^{y}(s) = \frac{W_{p}W_{ob}}{1 + W_{p}W_{ob}}.$$
(3)

Подставляя соотношение (1) и (2) в выражение (3), получим:

$$W_g^y(s) = \frac{M(s)}{D(s)} = \frac{(s+1)(s-\tilde{z}_2)(K_ps+K_u)}{s(s-z_0)(T^2s^2+2T\xi s+1)+(s+1)(s-\tilde{z}_2)(K_ps+K_u)}.$$

При  $\delta = 0 \Rightarrow \tilde{z}_2 = z_0$  происходит точное сокращение положительного нуля объекта с соответствующим полюсом регулятора, в результате чего характеристическое уравнение системы принимает вид

$$D(s) = T^{2}s^{3} + (2T\xi + K_{p})s^{2} + (1 + K_{p} + K_{u})s + K_{u} = 0.$$

Мехатроника, автоматизация, управление, Том 21, № 10, 2020



Рис. 2. Переходные процессы при неточном сокращении Fig. 2. Transients with inaccurate contraction

Все коэффициенты этого уравнения положительны, и необходимое условие устойчивости выполняется. При сколь угодно малом изменении положительного нуля объекта  $\tilde{z}_2 = z_0 \pm \delta$ сокращение выполняется не точно. В результате в характеристическом уравнении системы появляются отрицательные коэффициенты.

На рис. 2 показан процесс нарушения грубости, который в данном случае выражается в потере устойчивости при сколь угодно малом значении  $\delta$ . Моделирование в *MATLAB Simulink* выполнено при уставке g = 1(t) (единичный скачок) для следующего значения параметров:

$$T = 1 \text{ c}, \xi = 0, 2, K_p = 4, K_u = 10,$$
  
 $z_0 = 3, \delta = \pm 0,001.$ 

При точном сокращении (компенсации положительного нуля) выход системы равняется уставке y = g = 1(t), а при сколь угодно малой вариации номинального значения положительного нуля объекта наблюдается нарушение устойчивости системы.

Можно привести ряд примеров синтеза системы с желаемой ПФ и задач прямого восстановления состояния, где при неточном сокращении неугодных составляющих наблюдается нарушение грубости.

## Переходные процессы с конечной длительностью

Рассматриваемый в статье тип нарушения грубости встречается в задачах синтеза стабилизирующего финитного управления на основе метода *l*-моментов [19, с. 121—230] и финитного управления, синтезированного на основе функции (функционала) управляемости [20—24].

Финитная стабилизация на основе *l*-моментов. В этих задачах нарушение грубости наблюдается при наложении на переменные состояния x помехи  $\xi(t)$  со сколь угодно малой дисперсией [25]. При этом коэффициенты усиления в точке равновесия x(T) = 0 стремятся к бесконечности из-за деления на нуль  $k(T) = \frac{0+\xi}{0} \rightarrow \infty$ . Следовательно, по мере приближения к точке равновесия значение управления будет беспредельно возрастать.

**Пример 3.** В работе [19] для управления двойным интегратором  $\dot{x} = x_2$ ,  $\dot{x}_2 = u$  получено финитное стабилизирующее управление с обратной связью:

$$u(x,t) = -\frac{6}{(T-t)^2}x_1 - \frac{4}{T-t}x_2.$$

На рис. 3, *а*, *б* показаны результаты компьютерного моделирования при T = 1 с,  $x_0 = (2 \ 0)^{T}$ и наложение на координату  $x_1(t)$  помехи  $\xi(t)$ с малой дисперсией  $D = 10^{-5}$ .

По мере приближения  $t \to T = 1$  с амплитуда управляющего сигнала беспредельно возрастает, что приводит к нереализуемости при решении прикладных задач. При наложении ограничения на u(t) наблюдается нарушение устойчивости.

Стабилизация за конечное время с использованием функции (функционала) управляемости [20—24]. В этих задачах, как и в предыдущей, потенциальным источником негрубости являются дробные коэффициенты усиления, которые в точке равновесия x(T) = 0 приводят к неопределенности вида  $u(T) = x/\theta(x) = 0/0$ . В стохастическом случае, когда  $\tilde{x} = x + \xi$ , в результате деле-





ния на 0 управление стремится к бесконечности. Компьютерное исследование на конкретных примерах показало, что при детерминированном варианте знаменатель  $\theta(x)$  сходится к нулю раньше, чем одна из компонент числителя *х*. При этом управление также стремится к бесконечности.

**Пример 4.** В работе [20] для двойного интегратора  $\dot{x} = x_2$ ,  $\dot{x}_2 = u$  получено ограниченное управление:

$$u = -4, 16\theta^{-2}x_1 - 2, 53\theta^{-1}x_2, \ |u| \le 0, 4,$$
 (4)



Рис. 4. Схема решения алгебраического уравнения с использованием блока "Algebraic Constraint"

Fig. 4. Scheme for solving an algebraic equation using the "Algebraic Constraint" block

где  $\theta(x)$  — функция управляемости, которая подобно функции Ляпунова сходится к нулю по мере приближения системы к точке x = 0.

Функция управляемости при  $a_0 = 0,5$  определяется как положительное решение алгебраического уравнения

$$\theta^4 - 30,16\theta^2 x_2^2 - 99,24\theta x_1 x_2 - 118,7x_1^2 = 0.$$
 (5)

При моделировании системы *Simulinк* для решения уравнения (5) использован функциональный блок"*Algebraic Constraint*".

На рис. 4 показана схема решения. Здесь  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  — решение дифференциального уравнения объекта при начальном условии  $x_1(0) = x_{10}$ ,  $x_2(0) = x_{20}$ . F(z, x) — левая часть уравнения (5),  $z = \theta$ . Данная схема имеет самостоятельное применение и может быть использована при решении алгебраических уравнений с коэффициентами, зависящими от внешних переменных.

На рис. 5 показаны результаты моделирования системы. Как видно, ограничение на управление выполняется:  $|u| \le 0.4$ .

В момент времен T = 3,95 с управление стремится к бесконечности. При начальных







Рис. 6. Характеристики системы после регуляризации Fig. 6. System characteristics after regularization

условиях  $x_1(0) = 1$ ,  $x_2(0) = 0$  значение управления  $u(T) = u_1(T) + u_2(T) = -1,8 \cdot 10^4 - 1,04 \cdot 10^{13} = |1,0400 \cdot 10^{13}|$  не реализуемо.

От возникновения чрезмерно большего значения управления можно избавиться путем добавления в уравнение (5) корректирующего члена  $\delta$ . В этом случае уравнение (5) при  $t \ge T$ принимает вид  $\theta^4 - \delta = 0$ , его решение незначительно отличается от нуля. В результате устраняется неопределенность вида u(T) = 0/0.

На рис. 6 при  $\delta = 10^{-5}$  показаны характеристики скорректированной системы.

Как видно, после регуляризации всплеск управляющей функции не наблюдается.

## Обратные задачи динамики в задачах управления

Обоснованный симметричностью материального мира, этот подход связан с изменением направления временного континуума [9] и может вызвать нарушение грубости относительно временного сдвига между реальным выходом и реализуемой в регуляторе "копией".

Управление на основе старшей производной [26—28]. В этих задачах используется производная высшего порядка наблюдаемой переменной, которая является точной оценкой правой стороны уравнения неопределенного объекта.

Управление, содержащее старшую производную, имеет вид

$$u = K[F(x,g) - y^{(n)}(t)].$$
 (6)

Такая конструкция обеспечивает инвариантность по отношению к функциональным неопределенностям объекта. Желаемые динамические показатели задаются путем соответствующего выбора эталонной модели F(x, g), где g — вход системы (уставка).

В пределе при  $K \to \infty$  достигается желаемое (эталонное) движение в форме

$$y^{(n)} + F(x,g) = 0.$$

Результаты компьютерного моделирования показывают, что при конечном К сколь



Fig. 7. Dynamic characteristics of the system

угодно малая задержка старшей производной  $y^{(n)}(t-\tau)$ , реализованная в регуляторе, приводит к потере грубости. В данном методе нарушение грубости проявляется в потере устойчивости внутреннего контура.

**Пример 5.** Для простоты рассмотрим параметричски неопределенный объект 1-го порядка:

$$\dot{y}(t) = -ay + bu, y(0) = 0,$$
  
 $a = [1 \ 2 \ 5], b = [1 \ 2 \ 4].$ 

Пусть имеется запаздывание старшей производной  $y^{(n)}(t)$ , n = 1, реализованное в регуляторе. Тогда управление (6) принимает вид  $u = K(F + \dot{y}(t - \tau))$ . Выбираем K = 100,  $\tau = 0,0001$  с. Уставкой является "единичный скачок" g = 1(t). Для данной уставки F = 1 - y. При единичном входе для обеспечения астатизма достаточно использовать ПИ регулятор  $F = -\left(k_p \varepsilon + k_u \int_0^t \varepsilon dt\right)$ ,  $\varepsilon = g - y$  — ошибка регулирования. Параметры настройки  $k_p = 1,41$ ,  $k_u = 1$  соответствуют эталонному полиному Баттерворса 2-го порядка.

На рис. 7 показаны переходные характеристики системы при  $\tau = 0$  с (*a*) и  $\tau = 10^{-4}$  с (*б*).

Несмотря на весьма малое значение времени задержки  $\tau$  производной  $\dot{y}(t)$ , используемой в регуляторе, наблюдается потеря грубости, что отражается в нарушении устойчивости системы (рис. 7,  $\delta$ ).

#### Предельные системы с большим коэффициентом усиления

Одним из направлений теории управления, основу которого заложил М. В. Мееров [31] и которое не подвергается чрезмерной математизации, является теория  $K_{\infty}$ -робастных систем. В основе этого метода лежит диалек-

тическая закономерность — зависимость статической ошибки от коэффициента усиления разомкнутой системы [26, 32]. Тем не менее, результат синтеза предельных систем с большим коэффициентом усиления на основе функции Ляпунова приводит к физически нереализуемому пропорционально-дифференциальному П $Д^{n-1}$  закону управления [33, 34]. Подобный регулятор в определенном смысле можно отнести к полиномиальным регуляторам [35] с П $\Phi$  W = R(s)/C(s) при degC(s) 0  $\Rightarrow$   $C(s) = c_0$ , где  $c_0 = 1/K$ .

Для обеспечения реализуемости операторов дифференцирования в отличие от известных аналоговых аппроксимаций целесообразно использовать шумоподавляющий дискретный аналог производной [36].

Методически улучшение реализуемости регулятора может быть достигнуто путем подбора подходящей функции Ляпунова.

#### Заключение

В работе на основе аналитических и компьютерных исследований получены следующие основные результаты:

- основной причиной все более ускоренного расхождения между теорией и практикой управления является нарушение системного подхода при постановке задач управления, при котором не выполняется критерий "целостности". Немаловажную роль играет также воздействие на креативное мышление таких диалектических процессов эволюции мироздания, как несовместимость, случайность, нечеткость, хаотичность, асимметричность;
- показано, что использование даже "правильных" математических соотношений, являющихся основой метода синтеза, нередко приводит к физически некорректным результатам в смысле нарушения грубости; неучет технических требований, не согласующихся с математическими канонами не позволяет получить адекватное решение и является одной из причин расхождения теории и практики;
- приведены некоторые аналогии:
- инверсный или компенсационный метод коллапс; управление с конечным временем установления торможение на льду; метод "обратных задач динамики" короткое замыкание информации; метод синтеза предельных систем с большим коэффициентом усиления — метод грубой силы. Взятые из практики соответствующие физические аналогии образно выражают потенциальный риск, скрывающийся в методологии указанных популярных направлений синтеза систем управления, приводящий к их нереализуемости.
- наряду с аналитическим анализом на конкретных примерах показаны особенности нарушения грубости: в инвариантных си-

стемах контура компенсации; при компенсации положительного нуля; при использовании старшей производной, в финитных системах с обратной связью.

Теоретические положения обоснованы путем решения модельных задач с использованием *MATLAB/Simulink*. Компьютерное исследование позволило сделать ряд положительных выводов, имеющих важное прикладное значение.

#### Список литературы

1. **Филимонов Н. Б.** Методологический кризис "всепобеждающей математизации" современной теории управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. № 5. С. 291—299.

2. Владимиров И. Г., Курдюков А. П., Семенов А. В. Анизотропия сигналов и энтропия линейных стационарных систем // Доклады РАН. 1995. Т. 342, № 3. С. 87—96.

3. Андронов А. А., Понтрягин Л. С. Грубые системы // Доклады АН СССР. 1937. Т. 14, № 5. С. 247—250.

4. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1981. С. 341—359.

5. Александров А. Г. Синтез регуляторов многомерных систем. М.: Машиностроение, 1986. 272 с.

6. Doyle J. C., Stein G. Multivariable feedback Design: Concepts for a Classical Modern Synthesis // IEEE Traus. Auto. Control. 1981. Vol. AC26, N. 1.

7. Петров Б. Н. О реализуемости условий инвариантности. В кн. Теория инвариантности и ее применение в автоматических устройствах // Труды 1-го Всесоюзного совещания по теории инвариантности. Киев, 16—20 октября, 1958. М.: Из-во АН СССР, 1959. С. 59—80.

8. Ушаковская Е. Д. Синергетика и причины эволюции вселенной. URL: http://spkurdyumov.narod.ru/Ushakovskaya.htm.

9. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. М.: Машиностроение, 2004. 576 с.

10. Utkin V. I. Sliding Modes in Optimization and Control Problems. Springer Verlag, New York, 1992. 387 p.

11. **DeCarlo R. A., Zak S. H., Matthews G. P.** Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial // Journal IEEE. 1988. Vol. 76, N. 3. P. 212–232.

12. Емельянов С. В., Коровин С. К. Новые типы обратных связей: Управление в условияхнеопределенности. М.: Наука, 1997. 352 с.

13. Рустамов Г. А. Намазов М. В., Гасымов А. Ю., Рустамов Р. Г. Управление динамическими объектами в условиях неопределенности в точечном скользящем режиме // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 12. С. 714—722.

14. Goodwin G. C., Graebe S. F., Salgado M. E. Control System Design. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458. 2002. 908 p.

15. Солодовников В. В., Филимонов Н. Б. Динамическое качество систем автоматического регулирования. М.: МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1987. 84 с.

16. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Управление нулями и полюсами в задачах синтеза систем регулирования. Ч. І. Компенсационный подход // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 8. С. 453—460.

17. Стопакевич А. А. Проектирование робастных регуляторов с большим запаздыванием // Восточно-европейский журнал передовых технологий. 2016. Т. 1, № 2(79). С. 48—56.

18. **Rustamov Q. A.** Robust Control Design For Uncertain Objects with Time Delay on the State //Automatic Control and Computer Sciences. Vol. 50, N. 3. P. 133–140.

19. **Красовский Н. Н.** Теория управления движением. М.: Наука, 1968. С. 121–230.

20. Гавриляко В. М., Коробков В. И., Скляр Г. М. Синтез ограниченного управления динамическими системами во всем пространстве с помощью функции управляемости // Автоматика и телемеханика. 1986. № 11. С. 30–36.

21. Коробков В. И. Общий подход к решению задачи синтеза ограниченных управлений в задаче управляемости // Матем. сборник. 1979. Т.109, № 4. С. 582—606.

22. Коробков В. И. Решение задачи синтеза с помощью функции управляемости // Докл. АН СССР. 1979. Т. 248, № 5. С. 1051—1055.

23. Коробков В. И., Скляр Г. М. Решение задачи синтеза с помощью функционала управляемости для систем в бесконечномерных пространствах // Докл. АН СССР. 1983. № 5. С. 11—14.

24. **Крутинь В. И.** Стабилизация выходных сигналов линейных управляемых систем за конечное время // Автоматика и телемеханика. 1988. № 10. С. 63—67.

25. Рустамов Г. А., Намазов М. Б., Мисриханов Л. М. Нарушение грубости в системах автоматического регулирования // The 1<sup>st</sup> International Conference on Control and Optimization with Industrial Applikations (COLA – 2005), Baku, Azerbaijan.

26. Востриков А. С. Проблема синтеза регуляторов для систем автоматики: состояние и перспективы // Автометрия. 2010. 46, № 2. С. 3—19.

27. Востриков А. С., Французова А. Г. Синтез ПИД-регуляторов для нелинейных нестационарных объектов // Автометрия. 2015. № 5. С. 53—60.

28. Востриков А. С. Старшая производная и большие коэффициенты усиления в задаче управления нелинейными

нестационарными объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 5. С. 2—7.

29. Ho H. F., Wong Y. K., Rad A. B. Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control Design: Lyapunov Approach // Proc. IEEE International Conference on Fuzzy System. 2001. P. 6–11.

30. Lee H., Tomizuka M. Adaptive Traction Control. University of California, Berkeley. Depertament of Mechanical Engineering. September. 1995. P. 95–32.

31. Мееров М. В. Синтез структур систем автоматического управления высокой точности. М.: Наука, 1967. 424 с.

32. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Метод больших коэффициентов усиления и эффект локализации движения в задачах синтеза систем автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 2(95). С. 2—10.

33. Рустамов Г. А. К<sub>∞</sub>-робастные системы управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 7. С. 435—443.

34. Рустамов Г. А. Анализ методов построения робастных систем управления с большим коэффициентом усиления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 6. С. 363—373

35. Тарарыкин С. В., Аполонский В. В., Терехов А. И. Исследование влияния структуры и параметров полиномиальных регуляторов "входа-выхода" на робастные свойства синтезированных систем. // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. Т. 152, № 11. С. 2—9.

36. **Фуртат И. Б., Нехороших А. Н.** Робастное управление линейными мультиагентными системами с использованием левых разностей для оценки производных // УБС. 2017. Вып. 65. С. 41—59.

## Some Feasibility Problems in the Exact Solution of Control Exercises

**G. A. Rustamov,** gazanfar.rustamov@gmail.com, Azerbaijan Technical University, Baku, AZ1073, Azerbaijan

Corresponding autor: Rustamov Gazanfar A., Professor, Dr. Sci. Tech., Azerbaijan Technical University, Baku, AZ1073, Azerbaijan, e-mail: gazanfar.rustamov@gmail.com

Accepted on May 19, 2020

#### Abstract

There is studied the mathematical foundations of the synthesis methodology in the engineering interpretation of a number of popular feedback control systems and the reasons for the impracticability of the results due to the appearance in the synthesis equations of pure differentiation operators and sources of various types of roughness violation. The global reason for the increasingly accelerated divergence of control theory from practice is associated with the impact on creative thinking such as mutation, incompatibility, randomness, fuzziness, asymmetry which underlies the evolution of synergetic systems. Both the "methodological crisis" and a number of seemingly insignificant engineering inconsistencies lead to a decrease in the planned efficiency of the developed control systems. There is a tendency to solve this practical problem through its excessive mathematization. As a result, there is nonsense — "the more mathematics, the worse", which leads to a "mathematical labyrinth", to exit from which the mathematical apparatus becomes more and more complicated until the creation of a new theory. It is shown that the use of even "correct" mathematical relations, which are the basis of the synthesis method, often leads to a violation of feasibility and rudeness. It is cited that the neglect of important poorly formalized technical indicators and the conditions of rudeness (robustness) when setting the problem does not allow us to obtain a constructive solution and is one of the main reasons for the discrepancy between theoretical results and practice. A number of popular directions of the classical theory of feedback control are considered: an inverse approach-compensation method, which forms the basis for constructing astatic, invariant, robust and other compensation systems; synthesis methods for systems with a finite settling time; assessment and control methods based on the concept of "inverse dynamics problems"; high gain limit systems. Violation of various types of feasibility and rudeness is demonstrated by specific examples tested on Matlab / Simulink. Computer research has made it possible to draw a number of positive conclusions that have important applied value.

**Keywords:** methodological crisis, control theory, symbiosis, synergetics, realizability, rudeness, inversion, finite control, inverse problems of dynamics, limit systems

For citation:

Rustamov G. A. Some Feasibility Problems in the Exact Solution of Control Exercises, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 10, pp. 555–565.

DOI: 10.17587/mau.21.555-565

#### References

1. **Filimonov N. B.** Methodological Crisis of the "All Winning Mathematization" of the Modern Control Theory, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 5, pp. 291–301 (in Russian).

2. Vladimirov I. Q., Kurdyukov A. P., Semyonov A. V. Anisotropy of signals and entropy of linear stationary systems, *Reports of RAS*, 1995, vol. 342, no. 3, pp. 87–96 (in Russian).

3. Andronov A. A., Pontryagin L. S. Rough systems, *Reports of USSR's AOS*, 1937, vol. 14, no. 5, pp. 247–250 (in Russian).

4. Andronov A. A., Vitt A. A., Khaykin S. E. Oscillation theory, Moscow, Nauka, 1981, pp. 341–359 (in Russian).

5. Aleksandrov A. G. Synthesis of regulators of multidimensional systems, Moscow, Mashinostroyeniye, 1986, 272 p. (in Russian).

6. **Doyle J. C., Stein G.** Multivariable feedback Design: Concepts for a Classical Modern Synthesis, *IEEE Traus. Auto. Control*, 1981, vol. AC26, no. 1.

7. **Petrov B. N.** About feasibility of invariance conditions. Book of The theory of invariance and its application in automatic devices, Proceedings of the 1st All-Union Conference on Invariance Theory, Kiev, 16–20 October, 1958, Moscow, Publishing House of USSR's AoS. 1959, pp. 59–80 (in Russian).

8. Ushakovskaya Y. D. Synergetics and causes of the evolution of the universe, available at: http:/spkurdyumov.narod.ru/ Ushakovskaya.htm (in Russian).

9. **Krutko P. D.** Inverse problems of dynamics in the theory of automatic control, Moscow, Mashinostroyeniye, 2004, 576 p. (in Russian).

10. Utkin V. I. Sliding Modes in Optimization and Control Problems, Springer Verlag, New York, 1992, 387 p.

11. **DeCarlo R. A., Zak S. H., Matthews G. P.** Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial, *Journal IEEE*, 1988, 76 (3), pp. 212–232.

12. Yemelyanov S. V., Korovin S. K. New types of feedback: Control in conditions of uncertainty, Moscow, Nauka,1997, 352 p. (in Russian).

13. Rustamov G. A., Namazov M. V., Gasimov A. Y., Rustamov R. G. Control of dynamic objects in the conditions of uncertainty in a point sliding mode, *Mekhatronika, Avtomatizasiya, Upravleniye,* 2019, vol. 20, no. 12, pp. 714–722 (in Russian).

14. Goodwin G. C., Graebe S. F., Salgado M. E. Control System Design, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey 07458, 2002, pp. 908.

15. Solodovnikov V. V., Filimonov N. B. Dynamic Quality of Automatic Control Systems, Moscow, Publishing house of BMSTU, 1987, 84 p. (in Russian).

16. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Control of Zeros and Poles in Problems of Synthesis of Regulation Systems. Part I. Compensation Approach, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 8, pp. 453–460.

17. **Stopakevich A. A.** Design of robust controllers with a large delay, *East European Journal of Advanced Technology*, 2016, vol. 1, no. 2(79), pp. 48–56 (in Russian).

18. **Rustamov Q. A.** Robust Control Design For Uncertain Objects with Time Delay on the State, *Automatic Control and Computer Sciences*, vol. 50, no. 3, pp. 133–140.

19. **Krasovskiy N. N.** Motion control theory, Mockow, Nauka, 1968, pp. 121–230 (in Russian).

20. Gavrilyako V. M., Korobkov V. I., Sklyar G. M. The synthesis of limited control of dynamic systems in the whole space using the controllability function, *Avtomatika i Telemekhanika*, 1986, no. 11, pp. 30–36 (in Russian).

21. **Korobkov V. I.** General approach to solving the problem of synthesis of bounded controls in the controllability problem, *Math collection*, 1979, vol. 109, no. 4, pp. 582–606 (in Russian).

22. **Korobkov V. I.** Solving the synthesis problem using the controllability function, *Reports of USSR's AoS*, 1979, vol. 248, no. 5, pp. 1051–1055 (in Russian).

23. **Korobkov V. I., Sklyar G. M.** Solution of the synthesis problem using the controllability functional for systems in infinitedimensional spaces, *Reports of USSR's AOS*, 1983, no. 5, pp. 11–14 (in Russian).

24. **Kritun V. I.** Stabilization of the output signals of linear controlled systems in a finite time, *Avtomatika i Telemekhanika*, 1988, no. 10, pp. 63–67 (in Russian).

25. Rustamov G. A., Namazov M. B., Misrikhanov L. M. Rudeness violation in automatic control systems, The  $1^{st}$  International Conference on Control and Optimization with Industrial Applikations (COLA – 2005), Baku, Azerbaijan.

26. **Vostrikov A. S.** The problem of the synthesis of regulators for automation systems: state and prospects, *Avtometrija*, 2010, vol. 46, no. 2, pp. 3–19 (in Russian).

27. Vostrikov A. S., Francuzova A. G. Synthesis of PID regulators for nonlinear nonstationary objects, *Avtometrija*, 2015, vol. 51, no. 5, pp. 53–60 (in Russian).

28. **Vostrikov A. S.** The highest derivative and large coefficients in controlling the linear non-stationary objects, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2008, no. 5, pp. 2–7 (in Russian).

29. Ho H. F., Wong Y. K., Rad A. B. Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control Design: Lyapunov Approach, *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy System*, 2001, pp. 6–11.

30. Lee H., Tomizuka M. Adaptive Traction Control. University of California, Berkeley, Depertament of Mechanical Engineering, September, 1995, pp. 95–32.

31. **Meerov M. V.** Synthesis of structures of automatic control systems with high precision, Moscow, Nauka, 1967, 424 p. (in Russian).

32. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Large gain coefficients method and effect of the motion localization in the problem of synthesis of the automatic control systems, *Mekhatronika, Avtoma-tizatsiya, Upravlenie*, 2009, vol. 95. no. 2, pp. 2–10 (in Russian).

33. **Rustamov G. A.**  $K_{\infty}$ -robust control systems, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 7, pp. 435–442 (in Russian).

34. **Rustamov G. A.** Analysis of methods of design of robust control systems with high gain coefficient, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 6, pp. 363–373 (in Russian).

35. **Tararikyin S. V., Apolonskiy V. V., Terekhov A. I.** Investigation of the influence of the structure and parameters of polynomial input-output controllers on the robust properties of synthesized systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2013, vol. 152, no. 11, pp. 2–9 (in Russian).

36. Furtat I. B., Nekhoroshikh A. N. Robust control of linear multi-agent systems using left differences to estimate derivatives, *UBS*, 2017, iss. 65, pp. 41–49 (in Russian).

О. И. Борисов<sup>1</sup>, канд. техн. наук, доц., borisov@itmo.ru, А. Р. Даль<sup>2</sup>, аспирант, andreas.r.dahl@ntnu.no,

**А. А. Пыркин**<sup>1</sup>, д-р техн. наук, проф., pyrkin@itmo.ru,

**Ф. Б. Громова**<sup>1</sup>, аспирант, мл. науч. сотр., fbkarashaeva@itmo.ru,

**Р. Щетне**<sup>2</sup>, PhD, проф., roger.skjetne@ntnu.no,

<sup>1</sup>Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

"Национальный исследовательский университет ИТМО", г. Санкт-Петербург,

<sup>2</sup>Норвежский университет естественных и технических наук (NTNU), г. Тронхейм

### Последовательный компенсатор в задаче удержания положения надводного судна<sup>1</sup>

Настоящая работа посвящена решению задачи удержания положения надводного судна с использованием метода последовательного компенсатора. Для описания движения надводного судна в плоскости рассматривается динамическая модель в параллельных координатах с тремя степенями свободы, соответствующими продольному, поперечному и вращательному движениям. Принимается, что для обеспечения полноценного маневрирования надводное судно оборудовано несколькими исполнительными приводами, конкретная конфигурация которых учитывается соответствующим распределителем упоров. Таким образом, без потери общности в рамках синтеза регулятора принимается. что многомерная структура системы характеризуется тремя входными и тремя выходными сигналами, которые, кроме того, содержат перекрестные связи между поперечным и вращательным движениями. Предполагается, что модель надводного судна содержит параметрические и сигнальные неопределенности, представленные неизвестными физическими параметрами масс и демпфирования и неизмеримыми производными регулируемых сигналов. Решаемая задача предполагает функционирование надводного судна в нестационарной среде, оказывающей влияние на объект в виде внешних возмущающих воздействий. Приведено решение задачи удержания заданного положения надводного судна с использованием метода последовательного компенсатора, который представляет собой робастный регулятор по выходу, построенный на основе принципа сильной обратной связи. Проведен анализ устойчивости системы частного характера применительно к рассматриваемому приложению. В рамках анализа перекрестные связи рассматриваются как ограниченные возмущения, что позволяет показать в системе свойства экспоненциальной устойчивости. Особое внимание в статье уделено проведению экспериментальных исследований системы динамического позиционирования в лаборатории морской кибернетики (Marine Cybernetics laboratory, MC lab) Центра автономных морских операций и систем (Centre for autonomous marine operations and systems, AMOS) Норвежского университета технических и естественных наук (Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, NTNU). В рамках экспериментальных исследований отработаны два сценария: удержание положения при воздействии внешних возмущений и удержание положения в "тесте четырех углов". Проведенные эксперименты иллюстрируют работоспособность разработанной системы динамического позиционирования при практическом применении к физической модели надводного судна.

**Ключевые слова:** робастное управление, последовательный компенсатор, надводное судно, удержание заданного положения, динамическое позиционирование

#### Введение

Удержание судном заданного положения посредством активной тяги движителей является частным случаем задачи динамического позиционирования [1, раздел 1]. Эта проблема сохраняет свою актуальность для судов, характер выполняемой работы которых предполагает сохранение заданного положения в те-

чение продолжительного времени (например, оффшорные суда, танкеры, судна обеспечения водолазных работ и др.) или смену положения с высокой точностью (например, дреджеры, суда-кабелеукладчики и др.) [2, раздел 2]. При решении этой задачи важно учитывать ряд факторов, присущих окружающей среде и условиям функционирования. Например, из внешних возмущений, действующих на судно, доступны измерению только характеристики ветра (скорость и направление), в то время как течение, морское волнение, контакт судна со льдом [3], качка или дрейф вычисляются из эмпирических характеристик с учетом соответствующей динамической модели движения надводного судна [4]. Последняя, в свою очередь, отличается многомерной структурой с перекрестными связями между подсистема-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Раздел "Синтез закона управления" настоящей работы выполнен при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-19-00403). Разделы "Анализ устойчивости замкнутой системы" и "Экспериментальные исследования" настоящей работы выполнены при финансовой поддержке Исследовательского совета Норвегии (RCN) в рамках программы "Морские и береговые операции" (MAROFF), проект 210670 (D2V). Экспериментальные исследования выполнены в Центре AMOS NTNU, поддерживаемом RCN в рамках финансирования Центров передового опыта, проект 223254 (AMOS).

ми, параметрической неопределенностью и недоступностью измерений производных регулируемых переменных. При разработке системы управления необходимо, кроме того, обеспечить удобство и простоту настройки параметров регулятора и учесть необходимость экономного использования вычислительных ресурсов бортового контроллера.

В статье предлагается решение задачи удержания положения надводного судна с использованием метода последовательного компенсатора [5], который основан на теореме о пассификации [6, 7] и представляет собой робастный регулятор по выходу с высоким коэффициентом усиления. Настоящее исследование является продолжением работы [8], где для описания динамики надводного судна использовалась линеаризованная модель Номото первого порядка. В настоящей работе рассмотрена более сложная динамическая модель, характеризующаяся многомерной структурой с перекрестными связями по поперечному и вращательному движениям, кроме того, в работе проведен анализ устойчивости системы частного характера применительно к рассматриваемому приложению. В рамках анализа перекрестные связи рассматриваются как ограниченные возмущения, что позволяет показать в системе свойства экспоненциальной устойчивости. Особое внимание в статье уделено проведению экспериментальных исследований системы динамического позиционирования в лаборатории морской кибернетики (Marine Cybernetics laboratory, MC lab) Центра автономных морских операций и систем (Centre for autonomous marine operations and systems, AMOS) Норвежского университета технических и естественных наук (Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, NTNU) [9, раздел 3.2; 10, раздел 2.2; 11, раздел IV.А].

#### Постановка задачи

Для решения задачи удержания положения надводного судна введем соответствующие допущения о малых скоростях и о малом значении угла рыскания, в силу которых рассмотрим динамическую модель надводного судна в параллельных координатах [12, раздел 7.5.3]:

$$\dot{x} = u;$$
 (1)  
 $\dot{x} = u;$  (2)

$$y = v; (2)$$

$$\dot{\psi} = r; \tag{3}$$

$$m_{11}\dot{u} = X_u u + X; \tag{4}$$

$$m_{22}\dot{v} + m_{23}\dot{r} = Y_v v + Y_r r + Y;$$
(5)

$$m_{32}\dot{v} + m_{33}\dot{r} = N_v v + N_r r + N, \qquad (6)$$

где (x, y) — координаты смещения судна в продольном и поперечном направлениях;  $\psi$  курсовой угол судна; u, v, r — соответственно скорости продольного, поперечного и вращательного движений;  $m_{11}, m_{22}, m_{23}, m_{32}, m_{33}$  параметры масс;  $X_u, Y_v, Y_r, N_v, N_r$  — параметры демпфирования; X, Y, N — соответственно силы и момент тяги, создаваемые исполнительными приводами для продольного, поперечного и вращательного движений.

Физические параметры объекта принимаются неизвестными. Измерению доступны только регулируемые переменные *x*, *y* и *ψ*. Целью управления является обеспечение выполнения следующего целевого условия:

$$\lim_{t\to\infty}\eta(t)=\eta_d,$$

где  $\eta = [x \ y \ \psi]^{T}$  и  $\eta_{d} = [x_{d} \ y_{d} \ \psi_{d}]^{T}$  — векторы, содержащие, соответственно, текущие и желаемые координаты надводного судна в плоскости. Для решения поставленной задачи воспользуемся методом последовательного компенсатора [5].

#### Синтез закона управления

Заметим, что модель (1)—(6) состоит из двух независимых подсистем: (1), (4) — для продольного движения; (2), (3), (5), (6) — для поперечного и вращательного движений, связанных перекрестными связями. Рассмотрим каждую из них отдельно.

Выполним синтез управления продольным движением судна. Запишем модель (1), (4) в виде

$$m_{11}\ddot{x} = X_u\dot{x} + X,$$

откуда, разрешая уравнение относительно x и применяя оператор дифференцирования  $p = \frac{d}{dt}$ , получим модель

$$x = \frac{1}{m_{11}p^2 - X_u p} X = \frac{b_x(p)}{a_x(p)} X,$$
 (7)

(1) (2) (3) В которой относительная степень передаточной функции  $\frac{b_x(p)}{a_x(p)}$  равна  $\rho_x = 2$ . Согласно работе [5, выражение (7)] выберем закон управления вида

$$X = -\alpha_x(p)\mu_x(x - \varepsilon_x), \qquad (8)$$

где  $\alpha_x(p)$  — произвольный гурвицев полином степени  $\rho_x - 1 = 1$ ;  $\mu_x$  — коэффициент, выбранный из условия гурвицевости полинома  $a_x(p) + \mu_x b_x(p) \alpha_x(p)$ ;  $\varepsilon_x = x - \hat{x}$  — невязка наблюдателя вида

$$\dot{\hat{x}} = \sigma_x (-k_x \hat{x} + k_x x) = \sigma_x k_x \varepsilon_x, \qquad (9)$$

где  $k_x$  — коэффициент, выбранный исходя из обеспечения асимптотической устойчивости наблюдателя (9) относительно  $\hat{x}$ ;  $\sigma_x$  — коэффициент, выбранный для достижения экспоненциальной устойчивости из условия  $\sigma_x > \mu_x$ и, согласно работе [5, выражение (24)], выполнения соотношения

$$-2n_{x}k_{x}\sigma + \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta}n_{x}^{2}c_{x}^{\mathsf{T}}A_{x}A_{x}^{\mathsf{T}}c_{x} + + n_{x}^{2}c_{x}^{\mathsf{T}}b_{x}b_{x}^{\mathsf{T}}c_{x} + 1 \leq -R_{\hat{x}},$$

$$(10)$$

где *n<sub>x</sub>* — константа, удовлетворяющая скалярному уравнению Ляпунова

$$2n_x(-k_x) = -Q_{\hat{x}},$$
 (11)

 $Q_{\hat{x}} > 0$  и  $R_{\hat{x}} > 0$  — положительные константы;  $A_x, b_x, c_x$  — матрицы модели замкнутой системы (7)—(8) в пространстве состояний; константа  $\delta$  удовлетворяет равенству

$$-Q_x + \delta P_x b_x b_x^{\mathrm{T}} P_x + \delta I = -R_x, \qquad (12)$$

где  $R_x = R_x^{T} > 0$  — положительно-определенная матрица и  $P_x$  — матрица, удовлетворяющая уравнению Ляпунова

$$A_x^{\mathrm{T}} P_x + P_x A_x = -Q_x, \qquad (13)$$

где  $Q_x = Q_x^{T} > 0$  — положительно-определенная матрица.

Перейдем к синтезу управления поперечным и вращательным движением судна. Запишем модель (2), (3), (5), (6) в виде

$$m_{22}\dot{v} = Y_{v}v + Y_{r}r + Y - m_{23}\dot{r};$$
  
$$m_{33}\dot{r} = N_{v}v + N_{r}r + N - m_{32}\dot{v},$$

откуда, разрешая уравнения относительно *у* и  $\psi$  и снова применяя оператор дифференцирования  $p = \frac{d}{dt}$ , получим две подсистемы с перекрестными связями

$$y = \frac{Y + \left(Y_r - m_{23}\frac{1}{m_{33}}N_r\right)p\psi - m_{23}\frac{1}{m_{33}}N}{\left(m_{22} - m_{23}\frac{1}{m_{33}}m_{32}\right)p^2 - \left(Y_v - m_{23}\frac{1}{m_{33}}N_v\right)p} = (14)$$

$$= \frac{b_v(p)}{a_v(p)}Y + \frac{c_v(p)}{a_v(p)}\psi + \frac{1}{a_v(p)}d_N;$$

$$\psi = \frac{N + \left(N_v - m_{32}\frac{1}{m_{22}}Y_v\right)py - m_{32}\frac{1}{m_{22}}Y}{\left(m_{33} - m_{32}\frac{1}{m_{22}}m_{23}\right)p^2 - \left(N_r - m_{32}\frac{1}{m_{22}}Y_r\right)p} = (15)$$

$$= \frac{b_\psi(p)}{a_\psi(p)}N + \frac{c_\psi(p)}{a_\psi(p)}y + \frac{1}{a_\psi(p)}d_Y,$$

в которых  $d_N = -m_{23} \frac{1}{m_{33}} N$  и  $d_Y = -m_{32} \frac{1}{m_{22}} Y$  взаимные воздействия одной подсистемы на другую при приведении их в движение. Эти перекрестные связи рассматриваются как ограниченные возмущения. Относительные степени передаточных функций  $\frac{b_y(p)}{a_y(p)}$  и  $\frac{b_\psi(p)}{a_\psi(p)}$ равны  $\rho_v = 2$  и  $\rho_w = 2$ .

Аналогично (8) выберем законы управления согласно работе [13, выражения (3)—(7)]:

$$Y = -\alpha_{y}(p)(\mu_{y} + \kappa_{y})(y - \varepsilon_{y}); \qquad (16)$$

$$N = -\alpha_{\psi}(p)(\mu_{y} + \kappa_{y})(\psi - \varepsilon_{\psi}), \qquad (17)$$

где  $\alpha_y(p)$  и  $\alpha_\psi(p)$  — произвольные гурвицевы полиномы степеней  $\rho_y - 1 = 1$  и  $\rho_\psi - 1 = 1$ ;  $\mu_y$ ,  $\mu_\psi$  коэффициенты, выбранные из условия гурвицевости полиномов  $a_y(p) + \mu_y b_y(p) \alpha_y(p)$  и  $a_\psi(p) + \mu_\psi b_\psi(p) \alpha_\psi(p)$ ;  $\kappa_y$ ,  $\kappa_\psi$  — коэффициенты, которые будут определены позднее;  $\varepsilon_y = y - \hat{y}$ ,  $\varepsilon_\psi = \psi - \hat{\psi}$  — невязки наблюдателей вида

$$\dot{\hat{y}} = \sigma_y (-k_y \hat{y} + k_y y) = \sigma_y k_y \varepsilon_y;$$
(18)

$$\dot{\widehat{\psi}} = \sigma_{\psi}(-k_{\psi}\widehat{\psi} + k_{\psi}\psi) = \sigma_{\psi}k_{\psi}\varepsilon_{\psi}, \qquad (19)$$

где  $k_y$ ,  $k_{\psi}$  — коэффициенты, выбранные исходя из обеспечения асимптотической устойчивости наблюдателей (18), (19) относительно  $\hat{y}$ и  $\hat{\psi}$ ;  $\sigma_y$ ,  $\sigma_{\psi}$  — коэффициенты, выбранные для достижения экспоненциальной устойчивости из условий  $\sigma_y > \mu_y$ ,  $\sigma_{\psi} > \mu_{\psi}$  и выполнения соотношений [13, выражения (38) и (39)]

$$-2n_{y}\sigma_{y}k_{y} + \frac{1}{\delta}(\mu_{y} + \kappa_{y}) + \frac{1}{\delta}c_{y}^{T}c_{y}n_{y}^{2} + \kappa_{y}c_{y}^{T}b_{y}b_{y}^{T}c_{y}n_{y}^{2} + (\mu_{y} + \kappa_{y})c_{y}^{T}c_{y}n_{y}^{2} + (\mu_{y} + \kappa_{y})b_{y}^{T}b_{y} + \kappa_{y}c_{y}^{T}c_{y}n_{y}^{2} \leq -R_{\hat{y}};$$

$$(20)$$

$$-2n_{\psi}\sigma_{\psi}k_{\psi} + \frac{1}{\delta}(\mu_{\psi} + \kappa_{\psi}) + \frac{1}{\delta}c_{\psi}^{T}c_{\psi}n_{\psi}^{2} + \kappa_{\psi}c_{\psi}^{T}b_{\psi}b_{\psi}^{T}c_{\psi}n_{\psi}^{2} + (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})c_{\psi}^{T}c_{\psi}n_{\psi}^{2} + (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})b_{\psi}^{T}b_{\psi} + \kappa_{\psi}c_{\psi}^{T}c_{\psi}n_{\psi}^{2} \leq -R_{\widehat{\psi}},$$
(21)

где  $n_y$ ,  $n_{\psi}$  — константы, удовлетворяющие скалярным уравнениям Ляпунова

$$2n_{y}(-k_{y}) = -Q_{\hat{y}};$$
 (22)

$$2n_{\psi}(-k_{\psi}) = -Q_{\widehat{\psi}}, \qquad (23)$$

 $Q_{\hat{y}} > 0, Q_{\hat{\psi}} > 0$  и  $R_{\hat{y}} > 0, R_{\hat{\psi}} > 0$  — положительные константы;  $A_y$ ,  $b_y$ ,  $c_y$ ,  $q_y$  и  $A_{\psi}$ ,  $b_{\psi}$ ,  $c_{\psi}$ ,  $q_{\psi}$  матрицы моделей замкнутых систем (14), (16) и (15), (17) в пространстве состояний; константа  $\delta$  ограничена  $0 < \delta < 0,5$  и совместно с коэффициентами  $\kappa_y$  и  $\kappa_{\psi}$  удовлетворяет равенствам [13, выражения (35) и (36)]

$$-Q_{y} + \delta((\mu_{y} + \kappa_{y})c_{y}c_{y}^{\mathsf{T}} + A_{y}^{\mathsf{T}}A_{y}) +$$

$$+ \frac{1}{\kappa_{\psi}}(P_{y}q_{y}q_{y}^{\mathsf{T}}P_{y}^{\mathsf{T}} + c_{y}^{\mathsf{T}}q_{\psi}^{\mathsf{T}}q_{\psi}c_{y}) = -R_{y}; \qquad (24)$$

$$-Q_{y} + \delta((\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})c_{\psi}c_{\psi}^{\mathsf{T}} + A_{\psi}^{\mathsf{T}}A_{\psi}) +$$

$$+ \frac{1}{\kappa_{y}}(P_{\psi}q_{\psi}q_{\psi}^{\mathsf{T}}P_{\psi}^{\mathsf{T}} + c_{\psi}^{\mathsf{T}}q_{y}^{\mathsf{T}}q_{y}c_{\psi}) = -R_{\psi}, \qquad (25)$$

где  $R_y = R_y^{T} > 0, R_{\psi} = R_{\psi}^{T} > 0$  — положительноопределенные матрицы;  $P_y, P_{\psi}$  — матрицы, удовлетворяющие уравнениям Ляпунова

$$A_y^{\mathsf{T}} P_y + P_y A_y = -Q_y; \qquad (26)$$

$$A_{\psi}^{\mathrm{T}}P_{\psi} + P_{\psi}A_{\psi} = -Q_{\psi}, \qquad (27)$$

где  $Q_y = Q_y^T > 0, Q_{\psi} = Q_{\psi}^T > 0$  — положительноопределенные матрицы.

#### Анализ усточивости замкнутой системы

Без потери общности проанализируем устойчивость замкнутой системы по продольному движению в положении равновесия  $(x, \hat{x}) = (0, 0)$  [14, раздел 4.1; 15, раздел 3.1]. Подставляя закон управления (8) в модель (7), получим замкнутую систему

$$x = \frac{\mu_x b_x(p) \alpha_x(p)}{a_x(p) + \mu_x b_x(p) \alpha_x(p)} \varepsilon_x,$$

которая эквивалентна модели в пространстве состояний

$$\dot{z}_x = A_x z_x + b_x \varepsilon_x; \tag{28}$$

$$x = c_x^{\mathrm{T}} z_x, \tag{29}$$

где  $z_x$  — вектор состояния.

Вычислим производную невязки наблюдателя

$$\dot{\varepsilon}_x = \dot{x} - \sigma_x (-k_x \hat{x} + k_x x) = \dot{x} - \sigma_x k_x \varepsilon_x, \quad (30)$$

которая будет использована позднее.

Выберем функцию Ляпунова из класса квадратичных форм в виде

$$V_x = z_x^{\mathrm{T}} P_x z_x + n_x \varepsilon_x^2. \tag{31}$$

Выбор функции удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидат-функциям Ляпунова [14, глава 4; 15, определение 3.7; 16, раздел 5.3.1]:  $V_x = 0$  при  $(x, \hat{x}) = (0, 0)$ , поскольку при  $z_x = 0$  в соответствии с (29) имеем x = 0, а при  $\varepsilon_x^2 = 0$  имеем  $x = \hat{x}$ . Кроме того,  $V_x \ge 0$  при  $(x, \hat{x}) \ne (0, 0)$  в силу квадратичной формы  $V_x$ .

Вычислим производную по времени функции  $V_x$  с учетом соотношений (28)—(30):

$$\dot{V}_{x} = z_{x}^{\mathrm{T}} (A_{x}^{\mathrm{T}} P_{x} + P_{x} A_{x}) z_{x} + 2 \cdot z_{x}^{\mathrm{T}} P_{x} b_{x} \cdot \varepsilon_{x} + 2 \cdot n_{x} \varepsilon_{x} c_{x}^{\mathrm{T}} A_{x} \cdot z_{x} + 2 \cdot n_{x} \varepsilon c_{x}^{\mathrm{T}} b_{x} \cdot \varepsilon_{x} - 2n_{x} k \sigma \varepsilon_{x}^{2},$$
(32)

где для второго, третьего и четвертого слагаемых используется неравенство Юнга [17] вида

$$0 \leq \left(\sqrt{\delta}a - \frac{b}{\sqrt{\delta}}\right)^2 = \delta a^2 + \frac{b^2}{\delta} - 2ab \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2ab \leq \delta a^2 + \frac{b^2}{\delta}$$
(33)

относительно компонентов, разделенных знаком умножения в формуле (32). В результате получим

$$\dot{V}_{x} \leq -z_{x}^{\mathsf{T}}Q_{1x}z_{x} + \delta z_{x}^{\mathsf{T}}P_{x}b_{x}b_{x}^{\mathsf{T}}P_{x}z_{x} + \frac{1}{\delta}\varepsilon^{2} + \frac{1}{\delta}n_{x}^{2}\varepsilon_{x}^{2}c_{x}^{\mathsf{T}}A_{x}A_{x}^{\mathsf{T}}c_{x} + \delta z_{x}^{\mathsf{T}}z_{x} + (34) + n_{x}^{2}\varepsilon_{x}^{2}c_{x}^{\mathsf{T}}b_{x}b_{x}^{\mathsf{T}}c_{x} + \varepsilon_{x}^{2} - 2n_{x}k\sigma_{x}\varepsilon_{x}^{2},$$

где выражение (13) подставлено в первое слагаемое, а  $\delta = 1 - в$  шестое и седьмое слагаемые. Наконец, подставляя (12) в слагаемые при  $z_x^{T} z_x$ и (10) — в слагаемые при  $\varepsilon_x^2$ , получим

$$\dot{V}_x \leq -z_x^{\mathrm{T}} R_x z_x - R_{\hat{x}} \varepsilon_x^2 \leq -\lambda_{\min} V_x, \qquad (35)$$

где  $\lambda_{\min} > 0$  — наименьшее из собственных чисел  $R_x$  и  $R_{\hat{x}}$ . Из неравенства (35) следует, что система экспоненциально устойчива.

Проанализируем устойчивость замкнутых систем по поперечному и вращательному движениям. Начнем с упрощенного случая, пренебрегая в (14) и (15) взаимными воздействиями одной подсистемы на другую при приведении их в движение, т.е. при  $d_N = 0$  и  $d_Y = 0$ . Подставляя законы управления (16), (17) соответственно в модели (14), (15), получим замкнутые системы

$$y = \frac{b_{y}(p)\alpha_{y}(p)}{a_{y}(p) + \mu_{y}b_{y}(p)\alpha_{y}(p)} (-\kappa_{y}y + (\mu_{y} + \kappa_{y})\varepsilon_{y}) + + \frac{c_{y}(p)}{a_{y}(p) + \mu_{y}b_{y}(p)\alpha_{y}(p)} \psi;$$
$$\psi = \frac{b_{\psi}(p)\alpha_{\psi}(p)}{a_{\psi}(p) + \mu_{\psi}b_{\psi}(p)\alpha_{\psi}(p)} (-\kappa_{\psi}\psi + (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})\varepsilon_{\psi}) + + \frac{c_{\psi}(p)}{a_{\psi}(p) + \mu_{\psi}b_{\psi}(p)\alpha_{\psi}(p)} y,$$

которые эквивалентны моделям в пространстве состояний

$$\dot{z}_{y} = A_{y}z_{y} + b_{y}(-\kappa_{y}y + (\mu_{y} + \kappa_{y})\varepsilon_{y}) + q_{y}\psi;$$
(36)

$$y = c_y^{\mathrm{T}} z_y; \tag{37}$$

+

$$\dot{z}_{\psi} = A_{\psi} z_{\psi} + b_{\psi} (-\kappa_{\psi} \psi + (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi}) \varepsilon_{\psi}) + q_{\psi} y; (38)$$

$$\Psi = c_{\Psi}^{\mathrm{T}} z_{\Psi}, \qquad (39)$$

где  $z_v, z_{\psi}$  — векторы состояния.

Вычислим производные невязок наблюдателей:

$$\dot{\varepsilon}_{y} = \dot{y} - \sigma_{y}(-k_{y}\hat{y} + k_{y}y) = \dot{y} - \sigma_{y}k_{y}\varepsilon_{y}; \quad (40)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\psi} = \dot{\psi} - \sigma_{\psi} (-k_{\psi} \widehat{\psi} + k_{\psi} \psi) = \dot{\psi} - \sigma_{\psi} k_{\psi} \varepsilon_{\psi} \quad (41)$$

которые будут использованы позднее.

Выберем функцию Ляпунова из класса квадратичных форм аналогично (31):

$$V = z_y^{\mathrm{T}} P_y z_y + z_{\psi}^{\mathrm{T}} P_{\psi} z_{\psi} + n_y \varepsilon_y^2 + n_{\psi} \varepsilon_{\psi}^2.$$
(42)

Следовательно, (42) удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидат-функциям Ляпунова, аналогично (31). Вычислим производную по времени функции *V* с учетом (36)—(41):

$$\dot{V} = z_{y}^{T} (A_{y}^{T} P_{y} + P_{y} A_{y}) z_{y} - 2 z_{y}^{T} c_{y} \kappa_{y} y +$$

$$+ 2 \cdot z_{y}^{T} c_{y} \cdot (\mu_{y} + \kappa_{y}) \cdot \varepsilon_{y} + 2 \cdot z_{y}^{T} P_{y} q_{y} \cdot \psi +$$

$$+ z_{\psi}^{T} (A_{\psi}^{T} P_{\psi} + P_{\psi} A_{\psi}) z_{\psi} - 2 z_{\psi}^{T} c_{\psi} \kappa_{\psi} \psi +$$

$$+ 2 \cdot z_{\psi}^{T} c_{\psi} \cdot (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi}) \cdot \varepsilon_{\psi} + 2 \cdot z_{\psi}^{T} P_{\psi} q_{\psi} \cdot y -$$

$$- 2 n_{y} \sigma_{y} k_{y} \varepsilon_{y}^{2} + 2 \cdot n_{y} \varepsilon_{y} c_{y}^{T} \cdot A_{y} z_{y} -$$

$$- 2 \cdot n_{y} \varepsilon_{y} c_{y}^{T} b_{y} \cdot \kappa_{y} \cdot y +$$

$$+ 2 \cdot n_{y} \varepsilon_{y} c_{y}^{T} \cdot b_{y} \cdot (\mu_{y} + \kappa_{y}) \cdot \varepsilon_{y} +$$

$$+ 2 \cdot n_{y} \varepsilon_{y} c_{y}^{T} \cdot q_{y} \psi - 2 n_{\psi} \sigma_{\psi} k_{\psi} \varepsilon_{\psi}^{2} +$$

$$+ 2 \cdot n_{\psi} \varepsilon_{\psi} c_{\psi}^{T} \cdot A_{\psi} z_{\psi} - 2 \cdot n_{\psi} \varepsilon_{\psi} c_{\psi}^{T} b_{\psi} \cdot \kappa_{\psi} \cdot \psi +$$

$$2 \cdot n_{\psi} \varepsilon_{\psi} c_{\psi}^{T} b_{\psi} \cdot (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi}) \cdot \varepsilon_{\psi} + 2 \cdot n_{\psi} \varepsilon_{\psi} c_{\psi}^{T} \cdot q_{\psi} y,$$

где использованы соотношения  $P_y b_y = c_y$  и  $P_{\psi} b_{\psi} = c_{\psi}$ , которые выполняются в соответствии с леммой Якубовича—Калмана—Попова [14, лемма 6.2], поскольку передаточные функции (14)—(15) строго положительно вещественны в результате обеспечения гурвицевости полинома знаменателя. Далее, применяя выражения (37), (39) и неравенство (33) с параметрами  $\kappa_y$  и  $\kappa_{\psi}$  вместо  $\delta$ , получим

$$\begin{split} \dot{V} &\leq -z_{y}^{T}Q_{y}z_{y} - 2\kappa_{y}y^{2} + \delta(\mu_{y} + \kappa_{y})z_{y}^{T}c_{y}c_{y}^{T}z_{y} + \\ &+ \frac{1}{\delta}(\mu_{y} + \kappa_{y})\varepsilon_{y}^{2} + \frac{1}{\kappa_{\psi}}z_{y}^{T}P_{y}q_{y}q_{y}^{T}P_{y}^{T}z_{y} + \kappa_{\psi}\psi^{2} - \\ &- z_{\psi}^{T}Q_{\psi}z_{\psi} - 2\kappa_{\psi}\psi^{2} + \delta(\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})z_{\psi}^{T}c_{\psi}c_{\psi}^{T}z_{\psi} + \\ &+ \frac{1}{\delta}(\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})\varepsilon_{\psi}^{2} + \frac{1}{\kappa_{y}}z_{\psi}^{T}P_{\psi}q_{\psi}q_{\psi}^{T}P_{\psi}^{T}z_{\psi} + \kappa_{y}y^{2} - \\ &- 2n_{y}\sigma_{y}k_{y}\varepsilon_{y}^{2} + \frac{1}{\delta}c_{y}^{T}c_{y}n_{y}^{2}\varepsilon_{y}^{2} + \delta z_{y}^{T}A_{y}^{T}A_{y}z_{y} + \\ &+ \kappa_{y}c_{y}^{T}b_{y}b_{y}^{T}c_{y}n_{y}^{2}\varepsilon_{y}^{2} + \kappa_{y}y^{2} + (\mu_{y} + \kappa_{y})c_{y}^{T}c_{y}n_{y}^{2}\varepsilon_{y}^{2} + \\ &+ (\mu_{y} + \kappa_{y})b_{y}^{T}b_{y}\varepsilon_{y}^{2} + \kappa_{y}c_{y}^{T}c_{y}n_{y}^{2}\varepsilon_{y}^{2} + \\ &+ \frac{1}{\kappa_{y}}z_{\psi}^{T}c_{\psi}n_{y}^{2}\varepsilon_{\psi}^{2} + \delta z_{\psi}^{T}A_{\psi}^{T}A_{\psi}z_{\psi} + \\ &+ \frac{1}{\delta}c_{\psi}^{T}c_{\psi}n_{\psi}^{2}\varepsilon_{\psi}^{2} + \delta z_{\psi}^{T}A_{\psi}^{T}A_{\psi}z_{\psi} + \\ &+ \kappa_{\psi}c_{\psi}^{T}b_{\psi}b_{\psi}^{T}c_{\psi}n_{\psi}^{2}\varepsilon_{\psi}^{2} + (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})b_{\psi}^{T}b_{\psi}\varepsilon_{\psi}^{2} + \\ &+ (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})c_{\psi}^{T}c_{\psi}n_{\psi}^{2}\varepsilon_{\psi}^{2} + (\mu_{\psi} + \kappa_{\psi})b_{\psi}^{T}b_{\psi}\varepsilon_{\psi}^{2} + \\ &+ \kappa_{\psi}c_{\psi}^{T}c_{\psi}n_{\psi}^{2}\varepsilon_{\psi}^{2} + \frac{1}{\kappa_{\psi}}z_{y}^{T}c_{y}^{T}q_{\psi}^{T}q_{\psi}c_{y}z_{y}, \end{split}$$

где (26) и (27) подставлены в первое и седьмое слагаемые, а  $\delta = 1 - B$  18-е, 19-е, 27-е и 28-е слагаемые.

Наконец, сокращая слагаемые при  $y^2$  и  $\psi^2$  и подставляя (20), (21), (24), (25) соответственно в слагаемые при  $\varepsilon_y^2$ ,  $\varepsilon_\psi^2$ ,  $z_y^{\rm T} z_y$  и  $z_\psi^{\rm T} z_\psi$ , получим

$$\dot{V} \leq -z_y^{\mathrm{T}} R_y z_y - z_{\psi}^{\mathrm{T}} R_{\psi} z_{\psi} - R_{\hat{y}} \varepsilon_y^2 - R_{\hat{\psi}} \varepsilon_{\psi}^2 \leq -c_3 z^2,$$
(45)

где  $c_3 = \min(\lambda_{\min}(R_y), \lambda_{\min}(R_{\psi}), R_{\hat{y}}, R_{\hat{\psi}})$  и  $z = [z_y^{\mathsf{T}}, z_{\psi}^{\mathsf{T}}, \varepsilon_y, \varepsilon_{\psi}]^{\mathsf{T}}$ . Из (45) следует, что система без учета перекрестных связей экспоненциально устойчива.

Далее заметим, что

$$c_1 ||z||^2 \leq V \leq c_2 ||z||^2$$
,

где  $c_1 = \min(\lambda_{\min}(P_y), \lambda_{\min}(P_{\psi}), n_y, n_{\psi}), c_2 = \max(\lambda_{\max}(P_y), \lambda_{\max}(P_{\psi}), n_y, n_{\psi}),$ и

$$\left\|\frac{\partial V}{\partial z}\right\| \le c_4 \|z\|,\tag{46}$$

где  $c_4 = 2 \cdot \max(\lambda_{\max}(P_y), \lambda_{\max}(P_{\psi}), n_y, n_{\psi}).$ 

Перейдем к полноценному случаю, учитывая в (14) и (15) взаимные воздействия одной подсистемы на другую при приведении их в движение, т.е. при  $d_N \neq 0$  и  $d_Y \neq 0$ . Проанализируем ограничения на  $d_Y$  и  $d_N$  с учетом существования физических пределов насыщения  $Y_{\text{max}}$  и  $N_{\text{max}}$  на исполнительные приводы:

$$||d_Y|| \leq \sqrt{\left(m_{23}\frac{1}{m_{33}}Y_{\max}\right)^2};$$
  
 $||d_N|| \leq \sqrt{\left(m_{32}\frac{1}{m_{22}}N_{\max}\right)^2}.$ 

Тогда производная по времени функции Ляпунова (42) примет вид

$$V \leq -c_3 \|z^2\| + \left\|\frac{\partial V}{\partial z}\right\| d_{\max}$$

где  $d_{\max} \ge ||d_Y|| + ||d_N||$  — верхняя граница суммы возмущений, обусловленных перекрестными связями. Вводя константу  $0 < \theta < 1$  и подставляя (46), получим

$$V \leq -(1-\theta)c_3 ||z||^2 - \theta c_3 ||z||^2 + c_4 ||z|| d_{\max},$$

откуда видно, что сумма последних двух членов отрицательна в том случае если

$$\|z\| > \frac{c_4 d_{\max}}{\theta c_3}.$$
 (47)

При выполнении условия (47) имеем

$$V \leq -(1-\theta)c_3 \|z\|^2,$$

откуда следует локальная экспоненциальная устойчивость системы. Траектории *z* ограничены как

$$\|z(t)\| \leq \frac{c_4}{c_3} \sqrt{\frac{c_2}{c_1}} \frac{d_{\max}}{\theta}$$

в пределах конечного интервала времени [14, лемма 9.2].

#### Экспериментальные исследования

Апробация разработанной системы динамического позиционирования проводилась с использованием физической модели надводного судна "C/S Inocean Cat I Drillship" (рис. 1) в AMOS, NTNU. Модель, выполненная в масштабе 1:90, имеет длину 2,578 м, ширину 0,44 м, массу 124,65 кг [18]. Судно оснащено шестью азимутальными подруливающими устройствами, три из которых расположены в носовой части и три — в кормовой [10, глава 2].

Параметры модели (1)—(6) применительно к рассматриваемому судну приведены в таблице.



Рис. 1. Физическая модель надводного судна "C/S Inocean Cat I Drillship" в AMOS, NTNU

Fig. 1. Physical model of the surface vessel "C/S Inocean Cat I Drillship" at AMOS, NTNU

Параметры физической модели надводного судна "C/S Inocean Cat I Drillship" в AMOS, NTNU

Parameters of the physical models of the surface vessel "C/S Inocean Cat I Drillship" at AMOS, NTNU

Параметр масс	Значение	Параметр демпфирования	Значение
$m_{11} \\ m_{22} \\ m_{23} \\ m_{32} \\ m_{33}$	124,658 99,030 -0,525 -0,157 47,987	$X_{u}$ $Y_{v}$ $Y_{r}$ $N_{v}$ $N_{r}$	$\begin{array}{r} -2,332 \\ -4,673 \\ -7,250 \\ 0,000 \\ -1,657\cdot 10^{-2} \end{array}$

Мехатроника, автоматизация, управление, Том 21, № 10, 2020

Сформируем систему динамического позиционирования на базе регуляторов (8), (9), (16)—(19). Полиномы регуляторов выбраны как  $\alpha_x(p) = \alpha_y(p) = \alpha_\psi(p) = p + 1$ . Параметры регуляторов выбраны как  $k_x = k_y = k_\psi = 1$ ,  $\sigma_x = \sigma_y =$  $= \sigma_\psi = 10$ ,  $\mu_x = 15$ ,  $\mu_y = \mu_\psi = 20$ ,  $\kappa_x = \kappa_\psi = 0$ .

В рамках экспериментальных исследований отработаны два сценария: удержание положения при воздействии внешних возмущений и удержание положения в "тесте четырех углов". Видеозапись экспериментов приведена в [19].

Имитация возмущающего воздействия осуществлялась в виде толчка в корпус судна с помощью отпорного крюка. Результаты эксперимента представлены на рис. 2. Заданное положение выбрано как  $\eta_d = [1,5 - 1,5 \ 0]^T$ . Выполнены три толчка в разные части судна: носовая, средняя и кормовая части. На рис. 2



Рис. 2. Удержание положения при воздействии внешних возмущений Fig. 2. Station-keeping under external disturbances



Рис. 3. Удержание положения в "тесте четырех углов": траектория движения судна в декартовых координатах (*a*) и графики переходных процессов координат судна ( $\delta$ )

Fig. 3. Station-keeping in the "4 corner test": the movement trajectory in Cartesian coordinates (a) and the transient response plots of the vessel coordinates ( $\delta$ )

соответствующие переходные процессы разделены вертикальными штриховыми линиями. Как ожидалось, желаемое положение судна восстанавливается после каждого возмущения. Кроме того, на графиках можно заметить характерную взаимосвязь между поперечным и вращательным движением судна.

"Тест четырех углов" ("4 corner test") предполагает последовательный обход надводным судном заданных положений для проверки чисто продольного, поперечного и вращательного движений, а также их комбинаций [20]. Результаты эксперимента приведены на рис. 3. Как видно из графиков, переходный процесс устойчив по всем регулируемым переменным. Колебания в окрестности положений равновесия могут быть обусловлены такими физическими факторами, как шумы измерений, нерегулярные воз-

> мущения, перекрестные связи, неучтенная динамика и ограничения исполнительных приводов, однако их амплитуда пренебрежимо мала.

#### Заключение

В настоящей работе разработана система динамического позиционирования на базе метода последовательного компенсатора для решения задачи удержания положения надводного судна. Проанализирована устойчивость системы в частном виде применительно к динамической модели надводного судна с учетом перекрестных связей между подсистемами поперечного и вращательного движений. Работоспособность разработанной системы подтверждена результатами экспериментальных исследований B AMOS, NTNU.

В дальнейшем могут быть исследованы такие задачи, как влияние непрекращающегося возмущающего воздействия, взаимосвязь между параметрами регулятора и компенсацией возмущений, а также эффекты неучтенной динамики и ограничений исполнительных приводов.

#### Благодарности

Авторы благодарны ведущему инженеру Торгейр Вал (NTNU), аспирантам Юн Бьерне и Миккел Еске Норгор Соренсен (NTNU), а также студенту Бенедикте Элизе Флегум (NTNU) за содействие в проведении экспериментальный исследований.

Настоящему международному научному сотрудничеству содействовал Норвежский университетский центр в Санкт-Петербурге (Представительство Университета Осло), финансируемый и работающий при поддержке норвежских университетов гг. Осло, Берген, Тромсе и Тронхейм.

#### Список литературы

1. Balchen J. G., Jenssen N. A., Mathisen E., Sælid S. A Dynamic Positioning System Based on Kalman Filtering and Optimal Control // Modeling, Identification and Control. 1980. Vol. 1, N. 3. P. 135–163. URL: https://doi.org/10.4173/mic.1980.3.1

2. Breivik M., Kvaal S., Østby P. From Eureka to K-Pos: Dynamic Positioning as a Highly Successful and Important Marine Control Technology // IFAC 10th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft (MCMC). 2015. Vol. 48, N. 16. URL: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.01.001.

3. Skjetne R., Imsland L., Løset S. The Arctic DP research project: Effective stationkeeping in ice // Modeling, Identification and Control. 2014. Vol. 35, N. 4. P. 191–210. URL: https://doi.org/10.4173/mic.2014.4.1.

4. Романенко Н. Г., Головко С. В., Сундетов Р. И. Система динамического позиционирования для оптимального управления буксиром-толкачем с буксируемым грузом // Вестник Астраханского государственного технического университета. 2016. Т. 62, № 2. С. 24—29.

5. Бобцов А. А. Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами // Автоматика и телемеханика. 2002. № 11. С. 108—117.

6. **Фрадков А. Л.** Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // Автоматика и телемеханика. 1974. № 12. С. 96—103.

7. **Фрадков А. Л.** Квадратичные функции Ляпунова в задаче адаптивной стабилизации линейного динамическо-го объекта // Сиб. мат. журн. 1976. № 2. С. 436—446.

8. Власов С. М., Борисов О. И., Громов В. С., Пыркин А. А., Бобцов А. А. Алгоритмы адаптивного и робастного управления по выходу роботизированным макетом надводного судна // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 1. С. 18—25. URL: https://doi.org/10.17587/ mau.17.18-25.

9. Johansen T. A., Hovd M. The Department of Engineering Cybernetics at NTNU: From 1994 Into the Future // Modeling, Identification and Control. 2009. Vol. 30, N. 3. P. 127–132. URL: https://doi.org/10.4173/mic.2009.3.3.

10. **Frederich P.** Constrained Optimal Thrust Allocation for C/S Inocean Cat I Drillship (Master thesis). Norwegian University of Science and Technology. 2016.

11. Lyngstadaas O. N., Sæterdal T. E., Sørensen M. E. N., Breivik M. Improvement of Ship Motion Control Using a Magnitude-Rate Saturation Model // IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA). 2018. URL: https://doi. org/10.1109/CCTA.2018.8511451.

12. **Fossen T. I.** Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control. John Wiley & Sons, 2011. URL: https://doi. org/10.1002/9781119994138.

13. Bobtsov A. A., Faronov M. V., Furtat I. B., Pyrkin A. A., Arustamov S. A. Adaptive Control of Linear MIMO Systems // Proceedings of the 6th International Congress on Ultra Modern elecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). 2014. P. 584–589. URL: https://doi.org/10.1109/ICUMT. 2014.7002166.

14. Khalil H. K. Nonlinear Systems. 3rd ed. Pearson, 2002.

15. Slotine J.-J. E., Li W. Applied Nonlinear Control. New Jersey: Prentice Hall, 1991.

16. Sastry S. Nonlinear Systems: Analysis, Stability, and Control. New York:. Springer-Verlag, 1999. URL: https://doi.org/ 10.1007/978-1-4757-3108-8.

17. Young W. H. On Classes of Summable Functions and their Fourier Series // Proceedings of the Royal Society, Part A. 1912. Vol. 87. P. 225–229. URL: https://doi.org/10.1098/rspa.1912.0076.

18. Bjørnø J., Heyn H.-M., Skjetne R., Dahl A. R., Frederich P. Modeling, parameter identification and thruster-assisted position mooring of C/S Inocean CAT I Drillship // ASME 2017 36th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. 2017. Vol. 7B: Ocean Engineering. 2017. URL: https://doi.org/10.1115/OMAE2017-61896.

19. **Station-Keeping** by the Consecutive Compensator. (2019) YouTube video, added by itmo4robots [Online]. URL: https:// youtu.be/HIBanvOUEJk [Accessed 2019-04-17].

20. Skjetne R., Sørensen M. E. N., Breivik M., Værnø S. A. T., Brodtkorb A. H., Sørensen A. J., Kjerstad Ø. K., Calabrò V., Vinje B. O. AMOS DP research cruise 2016: Academic full-scale testing of experimental dynamic positioning control algorithms onboard R/V Gunnerus // ASME 2017 36th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. 2017. URL: https://doi.org/10.1115/OMAE2017-62045.

### **Consecutive Compensator in Station-Keeping of a Surface Vessel**

**O. I. Borisov**<sup>1</sup>, borisov@itmo.ru, **A. R. Dahl**<sup>2</sup>, andreas.r.dahl@ntnu.no, **A. A. Pyrkin**<sup>1</sup>, pyrkin@itmo.ru,

F. B. Gromova<sup>1</sup>, fbkarashaeva@itmo.ru, R. Skjetne<sup>2</sup>, skjetne@ntnu.no,

<sup>1</sup> ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation,

<sup>2</sup> Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway

Corresponding author: Borisov O. I., Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation, e-mail: borisov@itmo.ru

Accepted on April 03, 2020

#### Abstract

This paper addresses the problem of station-keeping of a surface vessel by means of the consecutive compensator approach. The horizontal motion of the vessel is described by a dynamic model. The model is set up in vessel parallel coordinates, with three degrees of freedom: longitudinal, transverse and rotational motion. It is assumed that the vessel is fully actuated, i.e. there is a sufficient number and type of actuators and a thrust allocation system to ensure full manoeuvrability. Thus, the control can be designed with the assumption of three independent inputs and three output signals. The longitudinal motion can be considered separately, but a cross-coupling exists between the transverse and rotational kinetics. There is uncertainty both in parameters and signals, due to the vessel mass, inertia, and damping, as well as the unmeasured derivatives. The proposed control ensures station-keeping when the vessel is subjected to external disturbances. The consecutive compensator, which is based on high-gain feedback, provides robustness. Stability analysis is presented considering the cross-terms as limited disturbances. This allows proof of exponential stability. Experimental results are included from the Marine Cybernetics Laboratory (MC lab) at the Centre for Autonomous Marine Operations and Systems (AMOS) at the Norwegian University of Science and Technology (Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, NTNU). Two scenarios are investigated: the scaled vessel is subjected to external disturbance, and the vessel executes the "four corner test". The experiments illustrate the applicability of the method.

Keywords: robust control, consecutive compensator, surface vessel, station-keeping, dynamic positioning.

Acknowledgements: Section "Control Law Design" of this work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 19-19-00403). Sections "Stability Analysis of Closed-Loop System" and "Experimental Study" of this work were supported by the Research Council of Norway (RCN) under the Maritime and Coastal Operations (MAROFF) program, project 210670 (D2V). Experiments were carried out at the Centre for Autonomous Marine Operations and Systems, supported by RCN as part of the funding of the Centers of Excellence, project 223254 (AMOS).

For citation:

Borisov O. I., Dahl A. R., Pyrkin A. A., Gromova F. B., Skjetne R. Consecutive Compensator in Station-Keeping of a Surface Vessel, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 10, pp. 566–574.

DOI: 10.17587/mau.21.566-574

#### References

1. Balchen J. G., Jenssen N. A., Mathisen E., Sælid S. A Dynamic Positioning System Based on Kalman Filtering and Optimal Control, *Modeling, Identification and Control*, 1980, 1(3), pp. 135–163, available at: https://doi.org/10.4173/mic.1980.3.1.

2. Breivik M., Kvaal S., Østby P. From Eureka to K-Pos: Dynamic Positioning as a Highly Successful and Important Marine Control Technology, *IFAC 10th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft (MCMC)*, 2015, vol. 48 (16), available at: https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.01.001.

3. Skjetne R., Imsland L., Løset S. The Arctic DP research project: Effective stationkeeping in ice, *Modeling, Identification and Control*, 2014, 35(4), pp. 191–210, available at: https://doi.org/10.4173/mic.2014.4.1.

4. Romamenko N. G., Golovko S. V., Stuydentov R. I. Dynamic positioning system for optimal control of a pusher with a towed load, *Vestnik Astrakhanskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta*, 2016, vol. 62, no. 2, pp. 24–29 (in Russian).

5. **Bobtsov A. A.** Robust Output-Control for a Linear System with Uncertain Coefficients, *Avtomatika i Telemehanika*, 2002, no. 11, pp. 108–117 (in Russian).

6. **Fradkov A. L.** Synthesis of adaptive system of stabilization of linear dynamic plants, *Avtomatika i Telemehanika*, 1974, no. 12, pp. 96–103 (in Russian).

7. Fradkov A. L. Quadratic Lyapunov functions in the problem of adaptive stabilization of a linear dynamic object, *Sib. mat. zhurn*, 1976, no. 2, pp. 436–446 (in Russian).

8. Vlasov S. M., Borisov O. I., Gromov V. S., Pyrkin A. A., Bobtsov A. A. Algorithms of Adaptive and Robust Output Control for a Robotic Prototype of a Surface Vessel, *Mekhatronika, Avto*- *matizatsiya, Upravlenie,* 2016, 17(1), pp. 18–25 (in Russian), doi: 10.17587/mau.17.18-25.

9. Johansen T. A., Hovd M. The Department of Engineering Cybernetics at NTNU: From 1994 Into the Future, *Modeling, Identification and Control*, 2009, 30(3), pp. 127–132, available at: https://doi.org/10.4173/mic.2009.3.3.

10. **Frederich P.** Constrained Optimal Thrust Allocation for C/S Inocean Cat I Drillship (Master thesis), Norwegian University of Science and Technology, 2016.

11. Lyngstadaas O. N., Sæterdal T. E., Sørensen M. E.N., Breivik M. Improvement of Ship Motion Control Using a Magnitude-Rate Saturation Model, *IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*, 2018, available at: https://doi.org/ 10.1109/CCTA.2018.8511451.

12. **Fossen T. I.** Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control, John Wiley & Sons, 2011, available at: https://doi.org/10.1002/9781119994138.

13. Bobtsov A. A., Faronov M. V., Furtat I. B., Pyrkin A. A., Arustamov S. A. Adaptive Control of Linear MIMO Systems, Proceedings of the 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), 2014, pp. 584–589, available at: https://doi.org/10.1109/ ICUMT.2014.7002166.

14. Khalil H. K. Nonlinear Systems. 3rd ed., Pearson, 2002.

15. Slotine J.-J. E., Li W. Applied Nonlinear Control, Prentice Hall, New Jersey, 1991.

16. **Sastry S.** Nonlinear Systems: Analysis, Stability, and Control, Springer-Verlag, New York, 1999, available at: https://doi. org/10.1007/978-1-4757-3108-8.

18. Young W. H. On Classes of Summable Functions and their Fourier Series, *Proceedings of the Royal Society, Part A*, 1912, vol. 87, pp. 225–229, available at: https://doi.org/10.1098/rspa.1912.0076.

18. Bjørnø J., Heyn H.-M., Skjetne R., Dahl A. R., Frederich P. Modeling, parameter identification and thruster-assisted position mooring of C/S Inocean CAT I Drillship, *ASME 2017 36th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, 2017, vol. 7B: Ocean Engineering, 2017, available at: https://doi.org/10.1115/OMAE2017-61896.

19. **Station-Keeping** by the Consecutive Compensator (2019) YouTube video, added by itmo4robots [Online], available at: https://youtu.be/HIBanvOUEJk [Accessed 2019-04-17].

20. Skjetne R., Sørensen M. E. N., Breivik M., Værnø S. A.T., Brodtkorb A. H., Sørensen A. J., Kjerstad Ø. K., Calabrò V., Vinje B. O. AMOS DP research cruise 2016: Academic full-scale testing of experimental dynamic positioning control algorithms onboard R/V Gunnerus, *ASME 2017 36th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, 2017, available at: https:// doi.org/10.1115/OMAE2017-62045.

## АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

УДК 681.5.015.3

DOI: 10.17587/mau.21.575-583

**С. Р. Шакиров**<sup>1,2</sup>, канд. физ.-мат. наук, ShakirovSR@ict.nsc.ru,

**А. Г. Квашнин**<sup>3</sup>, канд. техн. наук, a.kvashnin@nsu.ru, **А. В. Писарев**<sup>1</sup>, аспирант, pisarev@tecon.ru, <sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий, г. Новосибирск, <sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск,

<sup>3</sup>Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, г. Новосибирск

## Разработка и исследование математических моделей элементов газовоздушного тракта для создания АСУ ТП установки по переработке органических отходов

Утилизация органических отходов является крайне важной и актуальной экологической задачей. Одним из перспективных направлений в данной области является создание многорежимных (сжигание, пиролиз и газификация) установок по переработке органических отходов с получением на выходе полезных продуктов в виде непосредственно тепловой энергии и энергоносителей (биоуголь, бионефть, пиролизные смолы, синтез-газ и т.п.) и удобрений. Основными проблемами при создании подобных установок являются нестабильность свойств исходного сырья, его высокая влажность и зольность. Это в свою очередь заставляет применять нестандартное оборудование и нетиповые алгоритмы управления, процесс создания которых требует проведения большой экспериментальной работы. При этом проведение натурных экспериментов является дорогим, сложным и долгим процессом, что приводит к необходимости широкого применения математического и компьютерного моделирования.

В работе получены математические модели элементов газовоздушного тракта (ГВТ) установки по переработке органических отходов. Определены характеристики ГВТ установки как объекта регулирования по давлению в нижней и разрежению в верхней части камеры сжигания.

ГВТ установки, состоящий из дымохода и воздуховода, выполняет функции удаления из камеры сжигания дымовых газов и подачи воздуха, необходимого для поддержания процесса горения топлива. При разработке новых систем автоматизации моделирование позволяет достаточно точно оценить применяемые решения, упростить и удешевить процесс их создания, решить вопросы устойчивости систем, оптимизации переходных процессов и пр. При моделировании газовоздушный тракт установки условно разбит на ряд участков, для которых получены математические модели. Определены нелинейность полученных математических моделей по каналам "давление среды на входе п-го участка ГВТ — давление среды на выходе п-го участка ГВТ", нестационарность объектов регулирования и зависимость их динамических характеристик от режима работы установки. По разработанным моделям выявлена двухсторонняя взаимосвязь газового и воздушного трактов.

Полученные математические модели участков ГВТ установки необходимы для синтеза всережимных регуляторов разрежения дымовых газов в верхней части и давления воздуха в нижней части камеры сжигания установки и расчета компенсаторов межканальных связей газового и воздушного трактов.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, динамические характеристики объекта регулирования, автоматическое регулирование, АСУ ТП, газовоздушный тракт, установка переработки отходов

#### Введение

В Федеральном исследовательском центре информационных и вычислительных технологий ведутся работы по созданию АСУ ТП опытно-промышленного образца установки по переработке органических отходов [1—4]. Нередко сырье для возобновляемой энергетики, в частности биомасса, обладает существенной нестабильностью свойств [5, 6]. Также в качестве топлива могут использоваться "сложные" виды отходов — высоковлажные и высокозольные [5]. Это требует использования нетиповых оборудования и алгоритмов управления.

Для новых технологий, оборудование которых находится в стадии разработки и освоения и нет достаточного объема экспериментальных данных о протекании технологических процессов, приходится применять теоретические методы для определения характеристик этих процессов [7].

Ранее в работе [7] были представлены результаты разработки математических моделей газовоздушного тракта (ГВТ) установки по переработке отходов. Математические модели были рассмотрены укрупненно для воздушного и газового трактов. В настоящей работе определены математические модели элементов воздушного и газового трактов установки и представлен числовой пример расчета.

## Обзор математических моделей газовоздушных трактов теплогенерирующих установок

В настоящее время известны математические модели ГВТ из области теплоэнергетики. Ниже представлен анализ математических моделей, описанных в работах [8—12]. Математические модели в них построены на основании закона сохранения масс.

В монографиях [8, 9] рассмотрен регулируемый участок, в котором задан расход на притоке, а давление в определенной точке поддерживается путем воздействия на сток. Потоки воздуха и топливного газа попадают через горелки в топку котла, где происходят процессы окисления топлива. Затем из топки через газоходы дымовые газы поступают в дымосос, который выбрасывает их в окружающую среду.

В работе [10] математическая модель используется в целях выявления причин пульсаций разрежения в топке котла. В качестве регулируемых величин рассматриваются расход воздуха, расход газа и разрежение в топке, а в качестве управляющих величин принимаются скорость вращения двигателя дутьевого вентилятора и дымососа. Представлены переходные характеристики по расходу воздуха, дымовых газов и разрежения в топке котла. В статье [11], как и в работах [8-10], разработаны математические модели газохода и воздуховода ГВТ котла. В качестве регулируемых величин принимаются: разрежение дымовых газов в верхней части топочной камеры (разрежение в топке) и избыток воздуха (его определяют по содержанию кислорода в дымовых газах), который характеризует экономичность процесса горения. Полученная в работе [11] многорежимная дифференциальная модель ГВТ котла линеаризована в окрестностях возможных режимов функционирования. В качестве управляющих воздействий принимаются изменения положений направляющих аппаратов дымососа и дутьевого вентилятора в целях изменения массового расхода дымовых газов и воздуха соответственно.

В работе [12] математическая модель ГВТ котла приведена для однофазных и двухфазных участков как совокупность взаимодействия статических, параметрических и динамических моделей, которая состоит из уравнений материального баланса.

Анализ математических моделей [8—12] показал, что при аналитическом описании технологических процессов используются уравнения баланса массы и тепла. Модели описываются в дифференциальной форме.

В работах [8, 9] принимаются допущения, что:
в одном объеме сосредоточена аккумулирующая емкость всех элементов ГВТ;

- в одной точке сосредоточена дросселирующая способность ГВТ;
- газоход после дымососа очень короткий (т.е. объем дымовых газов в топке во много раз больше, чем в дымоходе), и влияние изменения давления в топке котла на расход дымовых газов пренебрежимо мало;
- изменение расхода среды на притоке рассмотрено в качестве внешнего возмущения, и влияние на его величину давления в топке котла не рассматривается.

В работе [10] математическая модель содержит принципиальное допущение, что инерционность электропривода пренебрежимо мала по отношению к инерционностям аэродинамических процессов и линейности зависимостей давления и разрежения от частот вращения тягодутьевых механизмов.

В статье [11] используются допущения, указанные в работах [8, 9], кроме того считается, что воздуховод малой длины (объем дымовых газов в топке во много раз больше объема воздуха в воздуховоде) расположен за дутьевым вентилятором.

В работе [12] при составлении уравнений динамики технологических параметров ГВТ применяется метод линеаризации, позволяющий использовать при исследованиях малые отклонения от стационарного режима. Массовая аккумуляция в газовоздушном тракте не учитывается. Давление дымовых газов принято постоянным.

В настоящей работе при разработке математической модели ГВТ установки допущения, приведенные в работах [8—12], не используются. Поскольку инерционности электроприводов и аэродинамических процессов соизмеримы, то учтены инерционности частотно-регулируемых преобразователей (ЧРП) электроприводов (динамические характеристики для аналогичных ЧРП определены в работе [13]) и квадратичные зависимости [14] давления (разрежения) на напоре (всасе) дутьевого вентилятора (дымососа) установки. Так же, как и в работах [8—10], в качестве управляющих величин принимаются скорость вращения двигателя дутьевого вентилятора и дымососа. Поскольку объемы камеры сжигания. воздуховодов и газоходов установки соизмеримы, то потери давления от скорости воздушного (газового) потока определяются квадратичными зависимостями индивидуально для каждого участка ГВТ установки, и учитывается взаимное влияние газового и воздушного трактов. При разработке математической модели ГВТ установки в качестве регулируемых величин принимаются давление в нижней и разрежение в верхней части камеры сжигания, т.к. они являются контролируемыми технологическими параметрами. Это позволяет более детально учесть факторы, влияющие на работу ГВТ установки на этапах синтеза корректирующих устройств систем автоматического регулирования технологических параметров, проектирования и внедрения АСУ ТП.

#### Математическая модель газовоздушного тракта установки

Газовый тракт установки, изображенный на рис. 1, служит для удаления дымовых газов, образовавшихся в процессе окисления топли-



Структурная схема газовоздушного тракта установки (ШР1, ШР2 – шиберы регулирующие) Flow chart of the gas-air path of the organic waste processing plant

ва в камере сжигания. Воздушный тракт установки необходим для подачи воздуха в камеру сжигания установки. К оборудованию газового и воздушного трактов относятся воздуховоды, газоходы, камера сгорания, сушилка. Движение воздуха и газов происходит вследствие перепада давлений, которое создается тягодутьевыми механизмами (ТДМ): вентилятором и дымососом. Дутьевой вентилятор (ДВ) нагнетает воздух и создает избыточное давление. Дымосос (ДС) удаляет уходящие газы, создавая разрежение.

Для управления тягодутьевым режимом установки необходимо стабилизировать два технологических параметра: давление  $p_{comb}^{air}$  в нижней и разрежение  $p_{comb}^{gas}$  в верхней части камеры сжигания. Содержание кислорода  $O_2$  в дымовых газах характеризует избыток воздуха в процессе горения топлива.

Рассмотрим все участки ГВТ в виде емкостей, способных аккумулировать среду (воздух, дымовые газы). К емкости *n* подводится поток  $Q_{entr.n}$  и отводится поток  $Q_{exit.n}$ , объем емкости равен  $V_n$ ,  $m_n$  — количество аккумулированной среды для *n*-го участка ГВТ.

В процессе работы величины  $Q_{entr.n}$ ,  $Q_{exit.n}$ ,  $m_n$  получают малые приращения относительно своих рабочих значений  $Q_{entr.n}^{work}$ ,  $Q_{exit.n}^{work}$ ,  $m_n^{work}$ , которые соответствуют режиму работы установки с номинальной производительностью:  $\Delta Q_{entr.n} = Q_{entr.n} - Q_{entr.n}^{work}$ ,  $\Delta Q_{exit.n} = Q_{exit.n} - Q_{exit.n}^{work}$ ,  $\Delta m_n = m_n - m_n^{work}$ .

Изменения отводимого потока не являются произвольными и зависят от изменения количества аккумулированной среды:

$$\Delta Q_{exit.n} = k_{m.n} \Delta m_n. \tag{1}$$

где  $k_{m.n}$  — коэффициент пропорциональности *n*-го участка ГВТ;  $m_n$ [кг] — количество аккумулированной среды для *n*-го участка ГВТ.

Чем больше (или меньше) приращение аккумулированной среды, тем больше (или меньше) ответные приращения отводимого потока, т.е. емкость обладает эффектом линейного самовыравнивания [15].

Приращения  $\Delta Q_{entr.n}$ ,  $\Delta Q_{exit.n}$ ,  $\Delta m_n$ , как и абсолютные значения величин, связаны уравнением материального баланса [15] (закон сохранения масс):

$$\frac{d\Delta m_n}{dt} = \rho_{entr.n} \Delta Q_{entr.n} - \rho_{exit.n} \Delta Q_{exit.n}, \qquad (2)$$

где  $\rho_{entr.n}$  [кг/м<sup>3</sup>] — плотность среды на входе *n*-го участка ГВТ;  $\rho_{exit.n}$  [кг/м<sup>3</sup>] — плотность среды на выходе *n*-го участка ГВТ.

Далее в расчетах вместо  $\rho_{entr.n}$ ,  $\rho_{exit.n}$  используется плотность потока среды *n*-го участка ГВТ  $\rho_n$ . Методы определения  $\rho_n$  различны для разных участков ГВТ:

- для камеры сжигания ρ<sub>n</sub> принимается равной плотности дымовых газов [8, 16];
- для воздуховодов, газоходов и сушилки ρ<sub>n</sub> определяется по средней температуре среды на входе и выходе участка ГВТ [16].

Выразим в уравнении (1) величину  $\Delta m_n$  и подставим в уравнение (2):

$$\frac{1}{\rho_n k_{m.n}} \frac{d\Delta Q_{exit.n}}{dt} = \Delta Q_{entr.n} - \Delta Q_{exit.n}, \qquad (3)$$

где  $\frac{1}{\rho_n k_{m,n}} = T_n$  [c] — постоянная времени объекта регулирования (*n*-го участка ГВТ), опи-

сываемого дифференциальным уравнением (3).

Соотношение (3) справедливо не только для приращений, но и для абсолютных значений величин [15]. Выразив из формулы (1) коэффициент  $k_{m.n}$ , получим

$$T_n = \frac{1}{\rho_n k_{m.n}} = \frac{m_n}{\rho_n Q_{exit.n}}.$$
 (4)

Заменим  $m_n$  в формуле (4):

$$m_n = \rho_n V_n. \tag{5}$$

Тогда с учетом выражения (5) постоянная времени n-го участка ГВТ  $T_n$  будет определяться по формуле

$$T_n = \frac{V_n}{Q_{exit.n}}.$$
 (6)

Передаточная функция объекта регулирования по каналу "расход (давление) среды на входе участка ГВТ — расход (давление) среды на выходе участка ГВТ" с учетом уравнения (3) будет иметь вид

$$W_n(s) = \frac{k_n}{T_n s + 1},\tag{7}$$

где *s* — оператор Лапласа; *k<sub>n</sub>* — коэффициент усиления передаточной функции *n*-го участка ГВТ.

Коэффициент усиления  $k_n$  передаточной функции (7) по каналу "расход среды на входе

участка ГВТ — расход среды на выходе участка ГВТ" определяется по формуле

$$k_n^Q = \frac{\Delta Q_{exit.n}}{\Delta Q_{entr.n}},\tag{8}$$

где  $\Delta Q_{entr.n} [M^3/c]$  — изменение расхода среды на входе участка ГВТ;  $\Delta Q_{exit.n} [M^3/c]$  — изменение расхода среды на выходе участка ГВТ.

Поскольку в установившихся режимах работы установки  $\Delta Q_{exit.n} = \Delta Q_{entr.n}$ , то по формуле (8)  $k_n^Q = 1$ .

Коэффициент усиления для передаточной функции (7) по каналу "давление среды на входе участка ГВТ — давление среды на выходе участка ГВТ" будет зависеть от аэродинамического сопротивления [17] *n*-го участка ГВТ и определяться по формуле

$$k_n^p = \frac{\Delta p_{exit.n}}{\Delta p_{entr.n}},\tag{9}$$

где  $\Delta p_{entr.n}$  [Па] — изменение давления среды на входе *n*-го участка ГВТ;  $\Delta p_{exit.n}$  [Па] — изменение давления среды на выходе *n*-го участка ГВТ.

В формуле (9)  $\Delta p_{exit.n} = \Delta p_{entr.n} - \Delta p_{resist.n}$ , следовательно

$$k_n^p = 1 - \frac{\Delta p_{resist.n}}{\Delta p_{entr.n}},\tag{10}$$

где  $\Delta p_{resist.n}$  [Па] — изменение аэродинамического сопротивления *n*-го участка ГВТ.

В статическом режиме работы установки уравнения материального баланса ГВТ имеют вид

$$p_{comb}^{air} = p_{fan} - p_{resist}^{air} + p_{comb}^{gas};$$
(11)

$$p_{exh} = -p_{comb}^{gas} + p_{resist.1}^{gas} + p_{resist.2}^{gas} + \Delta p_{dryer} + p_{comb}^{air}, (12)$$

где  $p_{resist.1}^{gas}$  [Па] — аэродинамическое сопротивление 1-го участка газохода от камеры сжигания до сушилки;  $p_{resist.2}^{gas}$  [Па] — аэродинамическое сопротивление 2-го участка газохода от сушилки до ДС;  $\Delta p_{dryer}$  [Па] — аэродинамическое сопротивление сушилки;  $p_{resist}^{air}$  [Па] — аэродинамическое сопротивление сушилки;  $p_{resist}^{air}$  [Па] — аэродинамическое сопротивление участка воздуховода ДВ—камера сжигания;  $p_{fan(exh)}$  [Па] — давление (разрежение) на напоре (всасе) ДВ (ДС).

Анализ формул (11), (12) позволяет определить двухстороннюю взаимосвязь газового и воздушного трактов [10, 18], так как в формуле (11), описывающей баланс давлений воздушного тракта установки, содержится величина  $p_{comb}^{gas}$ , а в уравнении (12), являющемся балансом давлений газового тракта, — величина  $p_{comb}^{air}$ .

В выражениях (11), (12) величина  $p_m < 0$ . Величина  $p_{resist}^{air}$  в выражениях (10), (11) определяется по формуле [10]

$$p_{resist}^{air} = k_{resist}^{air} Q_{entr}^2, \tag{13}$$

где  $k_{resist}^{air}$  — коэффициент аэродинамического сопротивления воздушного тракта ГВТ.

Величина  $p_{resist.n}$  в выражениях (10), (12) определяется по формуле [10]

$$p_{resist.n}^{gas} = k_{resist.n}^{gas} Q_{entr.n}^2, \tag{14}$$

где  $k_{resist.n}^{gas}$  — коэффициент аэродинамического сопротивления *n*-го участка газового тракта ГВТ.

Величина  $\Delta p_{dryer}$  в выражениях (10), (12) определяется по формуле [10]

$$\Delta p_{dryer} = k_{dryer} Q_{entr.n}^2, \tag{15}$$

где  $k_{dryer}$  — коэффициент аэродинамического сопротивления сушилки.

Коэффициенты  $k_{resist}^{air}$  для воздуховода и  $k_{resist.n}^{gas}$  для газоходов определяется по формуле Дарси—Вейсбаха [14, 19], для сушилки коэффициент  $p_{dryer}$  определяется по соотношениям, приведенным в работе [20].

Величины  $p_{fan}$  и  $p_{exh}$  в выражениях (11) и (12) определяется по формуле [14]:

$$p_{fan(exh)} = k_{fan(exh)}^{p} \omega_{fan(exh)}^{2}, \qquad (16)$$

где  $k_{fan(exh)}^{p}$  — коэффициент взаимосвязи параметров ДВ (ДС) по каналу "частота вращения — давление (разрежение) на стороне нагнетания (всаса)";  $\omega_{fan(exh)}$  [c<sup>-1</sup>] — частота вращения ДВ (ДС).

По формулам (13)—(16) определена нелинейность математической модели по каналу "давление среды на входе участка ГВТ—давление среды на выходе участка ГВТ". Из формул (13)— (16) следует, что величины  $p_{resist}^{air}$ ,  $p_{resist,n}^{gas}$ ,  $\Delta p_{drver}$  связаны квадратичной зависимостью с величиной  $Q_{entr.n}$ , а  $p_{fan(exh)}$  — с величиной  $\omega_{fan(exh)}$ .

В формуле (3) заменим  $\Delta Q_{entr.n}$  на величину  $Q_{fan(exh)}$ , которая определяется по уравнению [14]

$$Q_{fan(exh)} = k_{fan(exh)}^Q \omega_{fan(exh)}, \qquad (17)$$

где  $Q_{fan(exh)}$ , м<sup>3</sup>/с — расход воздуха (дымовых газов) через ДВ (ДС);  $k_{fan(exh)}^Q$  — коэффициент взаимосвязи параметров ДВ (ДС) по каналу "частота вращения—расход воздуха (дымовых газов)".

Перейдя к абсолютным величинам, получим передаточную функцию (7), которая будет описывать объект регулирования по каналу "частота вращения ДВ (ДС)—расход среды на выходе участка воздушного (газового тракта)".

В формуле (10) при использовании вместо  $p_{entr.n}$  уравнения (16) передаточная функция (7) будет описывать объект регулирования по каналу "частота вращения ДВ (ДС)—давление среды на выходе участка воздушного (газового тракта)".

#### Расчет динамических характеристик ГВТ установки

Конструктивные характеристики элементов ГВТ установки, необходимые для расчетов динамических характеристик, приведены в табл. 1 (в табл. 1 и далее в табл. 3, 6 используются следующие обозначения: КС — камера сжигания, суш — сушилка).

В формулах (16), (17) для определения коэффициентов  $k_{fan}^{p}, k_{exh}^{p}, k_{fan}^{Q}, k_{exh}^{Q}$  использовались конструктивные характеристики ДВ и ДС. На основании конструктивных характеристик ДВ [21] и ДС [22] составлена табл. 2.

В табл. 2 используются следующие обозначения:  $Q_{fan(exh)}^{\max}$  [м<sup>3</sup>/c] — максимальная производительность ДВ (ДС);  $p_{fan(exh)}^{\max}$  [Па] — макси-

> Таблица 1 Table 1

Конструктивные и технологические характеристики участков ГВТ в рабочем режиме установки Design and technological characteristics of sections of the gas-air flow path sections in the operating mode of the plant

Участок ГВТ	Длина <i>l<sub>n</sub></i> , м	Диаметр <i>d<sub>n</sub></i> , м	Площадь сечения $S_n$ , м <sup>2</sup>	Объем $V_n$ , $M^3$	Температура среды <i>t<sub>n</sub></i> , °С	Плотность среды $\rho_n$ , кг/м <sup>3</sup>
ДВ—КС	11	0,3	0,0707	0,78	20	1,2
KC	1,3 (высота)	0,15 (низ), 0,78 (верх)	0,465 (эквивал. радиус)	1	850	0,23
КС-суш	10	0,3	0,0707	0,7	850	0,23
Суш	1,5 (высота)	0,8	0,5	0,75	500 (средняя)	0,45
Суш-ДС	2	0,3	0,0707	0,14	150	0,83

#### Таблица 2 Table 2

Конструктивные характеристики ТДМ Structural specifications of mechanisms of the gas-air flow path

ТДМ	$Q_{fan(exh)}^{\max},$ ${ m M}^3/{ m C}$	$p_{fan(exh)}^{\max},$ $\Pi a$	$k_{fan(exh)}^{p}$	$k^Q_{fan(exh)}$	$\omega_{fan(exh)}^{\max},$ $c^{-1}$
ДВ	0,64	2900	0,03	0,002	314
ДС	0,61	2100	0,021	0,0019	314

мальное давление (разрежение) на напоре ДВ (ДС);  $\omega_{fan(exh)}^{max}$  [c<sup>-1</sup>] — максимальная частота вращения ДВ (ДС).

Минимальная производительность ДВ и ДС определяется условиями управления установки в пусковых режимах [1]. В пусковом режиме установки начальная частота вращения электродвигателя ДС  $\omega_{exh}^{start}$  должна составлять 62,8 с<sup>-1</sup> [1]. Следовательно, производительность ДВ  $Q_{fan}^{start}$  должна равняться производительности ДС при пуске  $Q_{exh}^{start}$ . Поскольку в пусковых

Аэродинамические характеристики ГВТ The aerodynamic characteristics of the the gas-air flow path

	Пусков	зой режим ус	тановки	Рабочий режим установки			
Участок ГВТ	Ско- рость среды <i>v<sub>n</sub></i> , м/с	Коэф- фициент сопро- тивления k <sub>resist.n</sub>	Сопро- тив- ление <i>p<sub>resist.n</sub></i> , Па	Ско- рость среды <i>v<sub>n</sub></i> , м/с	Коэф- фициент сопро- тивления k <sub>resist.n</sub>	Сопро- тив- ление <i>p<sub>resist.n</sub></i> , Па	
ДВ—КС	1,85	264,8	3,9	7,9	264,8	71,4	
КС-суш	1,85	240	3,6	34,7	46,3	16,5	
Суш	0,26	13,4	0,2	3,36	5,6	2	
Суш—ДС	1,85	48	0,72	13	33,4	11,9	

Таблица 4 Table 4

Значения основных технологических параметров установки Values of the main technological parameters of the plant

Технологический параметр	$p_{comb}^{air},  \Pi a$	$p_{comb}^{gas},  \Pi a$
Пусковой режим установки Рабочий режим установки	77,5 1837	$-2 \\ -2$

Таблица 5 Table 5

Texнологические параметры ТДМ Technological parameters of mechanisms of the gas-air flow path

	Пусково	й режим ус	тановки	Рабочий режим установки			
ТДМ	$\omega_{fan(exh)}^{start},$ $c^{-1}$	$Q_{fan(exh)}^{start}$ , M $^{3}/c$	<i>p</i> <sup>start</sup> fan(exh), Па	$\omega_{fan(exh)}^{start},$ $c^{-1}$	$Q_{fan(exh)}^{start},$ $M^3/c$	<i>p</i> <sup>start</sup> fan(exh), Па	
ДВ ДС	52,6 62,8	0,107 0,122	81,4 -84	255 296,3	0,519 0,576	1909 1869	

режимах установки средой, протекающей в газоходах, камере сжигания и вихревой сушилке, является воздух, то его плотность одинакова по всему ГВТ и равна 1,2 кг/м<sup>3</sup> при 20 °С.

Аэродинамические характеристики ГВТ, значения основных технологических параметров установки в пусковом и рабочем режимах, технологические параметры ТДМ, необходимые для определения коэффициентов передаточной функции (7), приведены в табл. 3—5.

По формулам (6), (10) и данным, приведенным в табл. 3—5, определены параметры передаточной функции (7) для участков ГВТ (табл. 6).

Из анализа данных, приведенных в табл. 6, и формулы (6) определена зависимость  $T_n$  от  $Q_{exit.n}$ , т.е. режима работы установки. Значение плотности  $\rho_n$  для участков газового тракта установки в процессе работы может неконтролируемо изменяться из-за различных факторов (элементного состава топлива, влажности топлива после сушки и температур дымовых таблица з газов [3]) и определяется по зави-

Таблица 3 Table 3

симостям, приведенным в работах [23, 24]. От  $\rho_n$  зависит  $p_{resist.n}$  [19, 20] и соответственно коэффициент  $k_n^p$  (определяется по формуле (10)). Это и определяет нестационарность коэффициентов усиления и постоянных времени математических моделей объектов регулирования.

По формулам (7), (10) и данным, приведенным в табл. 6, для воздушного тракта установки по каналу "давление на входе—давление на выходе воздушного тракта установки" можно получить следующий вид передаточной функции:

$$W_{air}(s) = \frac{p_{comb}^{air}}{p_{fan}} = \frac{k_{air}}{(T_{air}s + 1)},$$
 (18)

где  $k_{air}$  — коэффициент усиления передаточной функции (18);  $T_{air}$  [c] — постоянная времени передаточной функции (18).

Значение  $T_{air}$  для передаточной функции (18) изменяется в диапазоне от  $T_{air}^{start} = 7,3$  с для пускового режима работы установки до  $T_{air}^{work} = 1,5$  с — для рабочего режима установки. Значение  $k_{air}$ для передаточной функции (18) изменяется в диапазоне 0,95 =  $k_{air}^{start} \le k_{air} \le k_{air}^{work} = 0,96$ .

Параметры передаточных функций участков ГВТ по каналам "расход (давление) среды на входе участка ГВТ—расход (давление) среды на выходе участка ГВТ"

Parameters of transfer functions of sections of the gas-air flow path on the «flow (pressure) of the substance at the inlet of the gas-air flow path section — flow (pressure) of the substance at the outlet of the gas-air flow path section» channels

Участок ГВТ	п	Пусковой ре	жим уст	ановки	Рабочий режим установки			
		Постоян- ная време-	Коэффициент усиления		Посто- янная	Коэффициент усиления		
		ни, <i>T<sub>n</sub></i> , с	$k_n^Q$	$k_n^p$	времени, $T_n$ , с	$k_n^Q$	$k_n^p$	
ДВ—КС	_	7,3	1	0,95	1,5	1	0,96	
КС-суш	1	5,7	1	0,95	1,2	1	0,99	
Суш	2	6,1	1	0,99	1,3	1	0,99	
Суш—ДС	3	1,1	1	0,99	0,24	1	0,99	

В соответствии с формулами (7), (10) и данными, приведенными в табл. 6, для газового тракта установки по каналу "разрежение на входе—разрежение на выходе газового тракта установки" передаточная функция будет иметь вид

$$W_{gas}(s) = \frac{p_{comb}^{gas}}{p_{exh}} = -k_{gas.1}k_{gas.2}k_{gas.3}$$
(19)  
=  $\frac{-k_{gas.1}s + 1(T_{gas.2}s + 1)(T_{gas.3}s + 1)}{(T_{gas.3}s + 1)(T_{gas.3}s + 1)},$ 

где  $k_{gas.1}$ ,  $T_{gas.1}$  [c] — коэффициент усиления, постоянная времени 1-го участка газового тракта установки (камера сжигания—сушилка);  $k_{gas.2}$ ,  $T_{gas.2}$  [c] — коэффициент усиления, постоянная времени 2-го участка газового тракта установки (сушилка);  $k_{gas.3}$ ,  $T_{gas.3}$  [c] коэффициент усиления, постоянная времени 3-го участка газового тракта установки (сушилка—ДС).

Значения  $T_{gas.1}$ ,  $T_{gas.2}$ ,  $T_{gas.3}$  и произведение  $k_{gas.1}k_{gas.2}k_{gas.3}$  для передаточной функции (19) изменяются в диапазонах:

5,7 = 
$$T_{gas.1}^{start} \leq T_{gas.1} \leq T_{gas.1}^{work}$$
 = 1,2 c;  
6,1 =  $T_{gas.2}^{start} \leq T_{gas.2} \leq T_{gas.2}^{work}$  = 1,3 c;  
1,1 =  $T_{gas.3}^{start} \leq T_{gas.3} \leq T_{gas.3}^{work}$  = 0,24 c;  
0,93  $\leq k_{gas.1}k_{gas.2}k_{gas.3} \leq 0,97$ .

Передаточные функции объектов регулирования (18) и (19) определены для случая, когда воздушный и газовый тракты установки рассматриваются отдельно. Полученные передаточные функции (18) и (19) необходимы для синтеза всережимных регуляторов ГВТ установки.

#### Заключение

1. Получены математические модели элементов ГВТ установки по переработке органических отходов, необходимые для синтеза регуляторов разрежения дымовых газов в верхней части и давления воздуха в нижней части камеры сжигания.

2. Полученные в настоящей работе математические модели позволяют определить двухстороннюю взаимосвязь газового и воздушного трактов.

3. Установлена нелинейность математических моделей по каналам "давление среды на входе *n*-го участка ГВТ—давление среды на выходе *n*-го участка газовоздушного тракта".

4. Установлена нестационарность объектов регулирования и зависимость их динамических характеристик от режима работы установки.

5. С помощью разработанных математических моделей показана работоспособность оборудования ГВТ установки при выбранных конструктивных решениях (характеристиках) для заданных режимов работы, что позволит в дальнейшем существенно сократить объем выполняемых экспериментальных работ на опытно-промышленной установке.

#### Список литературы

1. Гаркуша В. В., Квашнин А. Г., Мишнев А. С., Писарев А. В., Сафронов А. В., Шакиров С. Р., Яковлев В. В. Контроль и корректировка работы автоматизированной системы управления технологическими процессами во время высокотемпературных испытаний. Анализ результатов высокотемпературных испытаний. Доработка автоматизированной системы управления технологическими процессами по результатам испытаний // Отчет о выполнении НИОКР. Рег. номер НИОКР: 115120210006. Регистрационный номер ИКБРС: АААА-Б16-216082340009-3. Дата регистрации 23.08.2016. — 60 с. URL: https://rosrid.ru/ikrbs/downloadFullText/OA5QAF74AH-CFDCNPIONYNETE (дата обращения: 30.10.2019).

2. Шакиров С. Р., Квашнин А. Г., Писарев А. В. Моделирование работы адаптивной системы управления процессом сушки в установке утилизации органических отходов // Автометрия. 2018. № 5. С. 122—128.

3. Шакиров С. Р., Квашнин А. Г., Писарев А. В. Синтез нейро-нечеткого регулятора тепловой нагрузки установки переработки органических отходов // Промышленные АСУ и контроллеры. 2019. № 9. С. 54—62.

4. Вильчек С. Ю., Гаркуша В. В., Квашнин А. Г., Мишнев А. С., Сторожев Ф. Н., Яковлев В. В. Компоненты автоматизированной системы управления процессами переработки биомассы в тепло и энергоносители во вращающемся термохимическом ректоре // Вычислительные технологии. 2013. Т. 18. Специальный выпуск: Труды Всероссийской конференции "Индустриальные информационные системы — 2013". С. 139—143.

5. Вильчек С. Ю., Квашнин А. Г., Сафронов А. В., Сторожев Ф. Н. Проблемы создания адаптивной системы управления энергетическим комплексом по переработке углеродосодержащих отходов // "Индустриальные информационные системы" — ИИС-2015. Всеросс. Конф. с междунар. участием: Сборник тезисов докладов. Новосибирск, КТИ ВТ СО РАН, 2015. С. 15—16.

6. **Basu Prabir.** Biomass gasication, pyrolysis and torrefaction: practical design and theory. 2nd Edition. UK: Elsevier Inc., 2013. 530 p.

7. Шакиров С. Р., Квашнин А. Г., Писарев А. В. Разработка математической модели газовоздушного тракта установки утилизации органических отходов // Сб. науч. тр. X всеросс. Конф. "Наука. Технологии. Инновации", Новосибирск, 05—09 декабря 2016 г. Часть 1. С. 46—48.

8. **Профос П.** Регулирование паросиловых установок. М.: Энергия, 1967. 368 с.

9. Демченко В. А. Автоматизация и моделирование технологических процессов АЭС и ТЭС. Одесса: Астропринт, 2001. 302 с.

10. Пономарев А. А. Разработка и исследование модернизированного многоканального ПД-регулятора для стабилизации режимов работы теплоэнергетического котла: Дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. Новосибирск. 2013. 122 с.

11. Ложечников В. Ф., Михайленко В. С., Максименко И. Н. Аналитическая многорежимная математическая модель динамики газовоздушного тракта барабанного котла средней мощности // ААЭКС (Автоматика, автоматизация, электротехнические комплексы и системы). Моделирование объектов и систем управления. 2007. № 2(20). С. 29–33. 12. Беднаржевский В. С. Параметрическое моделирование узлов паровых котлов // Известия вузов. Машиностроение. 2002. № 4. С. 65–69.

13. Шакиров С. Р., Квашнин А. Г., Писарев А. В. Моделирование автоматической системы управления непрерывным дозированием сыпучих материалов // Вестник Восточно-Казахстанского государственного технического университета им. Д. Серикбаева. 2018. Т. 1, № 3-1. С. 77—90.

14. **Ganapathy V.** Steam Generators and Waste Heat Boilers: For Process and Plant Engineers. NY: CRC Press, 2014. 540 p.

15. Тихонов О. Н. Решение задач по автоматизации процессов обогащения и металлургии. Л.: Недра, 1969. 432 с.

16. **Крутов В. И., Петражицкий Г. Б.** Задачник по технической термодинамике и теории тепломасообмена. М.: Высш. шк. 2011. 384 с.

17. **Brian Elmegaard.** Simulation of boiler dynamics — Development, Evaluation and Application of a General Energy System Simulation Tool. Technical University of Denmark, Department of Energy Engineering. Ph.D. Thesis: Report Number ET—PhD 99—02. 1999. 302 p.

18. Головенкин А. Н., Бельтюгов А. Г. Динамическая модель газовоздушного тракта парового котла как объекта регулирования // Всеросс. ежегодная научно-техническая конференция "общество, наука, инновации" (НТК-2012). Киров, ВятГУ, 2012. С. 1143—1146.

19. **Barber A.** Pneumatic Handbook, 8th edition. UK: Elsevier Science & Technology Books, 1997. 659 p.

20. Лебедев В. В. Сушка зернистых материалов в аппарате с модифицированным вихревым слоем: Дис. ... канд. техн. наук: 05.17.08. Тверь. 2007. 121 с.

21. URL: http://ventclima.biz/f/vr\_240-26\_(vr\_12-26).pdf (дата обращения: 30.10.2019).

22. URL: http://tehnorostmash.ru/images/v92-tyagodut-mashiny-VD-i-D.pdf\_(дата обращения: 30.10.2019).

23. Yunus A. Cengel, Michael A. Boles, Mehmet Kanoglu. Thermodynamics An Engineering Approach. 8th Edition. NY: McGraw-Hill Companies, Inc., 2019. 1009 p.

24. Безгрешнов А. Н., Липов Ю. М., Шлейфер Б. М. Расчет паровых котлов в примерах и задачах: Учеб. Пособ. для вузов. М.: АльянС, 2018. 240 с.

## Research and Development of Mathematical Models of Elements of a Gas-Air Flow for Improvement of Automatic Control System of Organic Waste Processing Plant

S. R. Shakirov<sup>1,2</sup>, ShakirovSR@ict.nsc.ru, A. G. Kvashnin<sup>3</sup>, a.kvashnin@nsu.ru,
 A. V. Pisarev<sup>1</sup>, pisarev@tecon.ru,
 <sup>1</sup>Federal Research Center for Information and Computational Technologies,

Novosibirsk, 630090, Russian Federation,

<sup>2</sup>Novosibirsk State Technical University (NSTU), Novosibirsk, 630073, Russian Federation, <sup>3</sup>Novosibirsk State University (Russia, Novosibirsk) (NSU), Novosibirsk, 630090, Russian Federation

Corresponding author: Pisarev A. V., Postgraduate, Federal Research Center for Information and Computational Technologies, Novosibirsk, 630090, Russian Federation, e-mail: pisarev@tecon.ru

Accepted on April 23, 2020

#### Abstract

Recycling of organic wastes is an extremely important and challenging environmental task. One of the promising trends in this field is the creation of multi-mode (combustion, pyrolysis and gasification) plants for processing organic wastes with production of such useful products as thermal energy and energy carriers (biocoal, bio-oil, pyrolysis resins, synthesis gas, etc.) and fertilizers. When creating such plants, the main problems include instability of the properties of a source material, its high water and ash content. This drives the developers to use non-standard equipment and atypical control algorithms, the creating of which requires a lot of experimental work to be done. At the same time, conducting field experiments is an expensive, difficult and long process

that highlights the need for extensive use of mathematical and computer modeling. In this paper, mathematical models of elements of the gas-air path of the organic waste processing plant are obtained. The characteristics of the gas-air path of the plant as of an object of regulation for pressure in the lower and vacuum in the upper part of the combustion chamber are determined. The gas-air flow consists of the flue and the air ducts and serves to remove flue gases from the combustion chamber and supply air needed to maintain fuel combustion. When developing new automation systems, modeling allows assessing the applied solutions accurately, simplifying and reducing the cost of their development, solving the problems of system stability, optimizing transient processes, etc. The nonlinearity of the obtained mathematical models on the "the pressure at the inlet to the n-th section air-gas flow path — the pressure at the outlet of the n-th section of the air-gas flow path" channels, the nonstationarity of objects of control and dependence of their dynamic characteristics on operating mode of the plant are determined. Due to developed models, the two-way relationship of the gas and air paths has been revealed. When modeling, the gas-air flow of the plant is divided into several sections for which the mathematical models are obtained. They are required to synthesize controllers of flue gases vacuum in the upper part and the air pressure in the lower part of the combustion chamber.

**Keywords:** mathematical modeling, dynamic characteristics of the object of regulation, automatic control, process control system, gas-air flow path, organic waste converting plant

#### For citation:

Shakirov S. R., Kvashnin A. G., Pisarev A. V. Research and Development of Mathematical Models of Elements of a Gas-Air Flow for Improvement of Automatic Control System of Organic Waste Processing Plant, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2020, vol. 21, no. 10, pp. 575–583.

DOI: 10.17587/mau.21.575-583

#### References

1. Garkusha V. V., Kvashnin A. G., Mishnev A. S., Pisarev A. V., Safronov A. V., Shakirov S. R., Yakovlev V. V. Control and adjustment of the automated process control system during high-temperature tests. Analysis of the results of high-temperature tests. Completion of the automated process control system based on the test results, *A report on the implementation of scientific research and development*. Registration number of report: 115120210006. Registration number of IKBRS: AAAA-BI6-216082340009-3. Registration date 23/08/2016, — 60 p. URL: https://rosrid.ru/ikrbs/ downloadFullText/OA5QAF74AHCFDCNPIONYNETE (Treatment date: 30.10.2019) (in Russian).

2. Shakirov S. R., Kvashnin A. G., Pisarev A. V. Simulation of the adaptive control system of the drying process in an organic waste recycling plant, *Autometry*, 2018, no. 5, pp. 122–128 (in Russian).

3. Shakirov S. R., Kvashnin A. G., Pisarev A. V. Synthesis of Neuro-Fuzzy Controller of Thermal Load of Organic Waste Processing Plant, *Industrial Automatic Control Systems and Controllers*, 2019, no. 9, pp. 54–62 (in Russian).

4. Vilchek S. Y., Garkusha V. V., Kvashnin A. G., Mishnev A. S., Storozhev F. N., Yakovlev V. V. Components of automatic control system for processes of biomass conversion in rotating thermo-chemical reactor, *Computational technologies*, 2013, vol. 18, Proceedings of Russian conference "Industrial Information Systems – 2013", pp. 145–149 (in Russian).

5. Vilchek S. Yu., Kvashnin A. G., Safronov A. V., Storozhev F. N. Problems of creating an adaptive control system for the energy complex for the processing of carbonaceous waste, "Industrial information systems – 2015". All-Russian conference with international participation: Collection of abstracts, Novosibirsk city, DTICT SB RAS, 2015, pp. 15–16 (in Russian).

6. **Basu Prabir.** Biomass gasication, pyrolysis and torrefaction: practical design and theory, 2nd Edition, UK, Elsevier Inc., 2013, 530 p.

7. Shakirov S. R., Kvashnin A. G., Pisarev A. V. Development of a mathematical model of the gas-air path of the organic waste processing plant, *Collection of scientific papers of the X all-Russian conference "The science. Technologies. Innovations"*, Novosibirsk, 05-09 December 2016, Part 1, pp. 46–48 (in Russian).

8. **Profos P.** Regulation of steam power plants, Moscow, Energiya, 1967, 368 p. (in Russian).

9. **Demchenko V. A.** Automation and modeling of technological processes of nuclear power plants and thermal power plants, Odessa, Astroprint, 2001, 302 p. (in Russian).

10. **Ponomarev A. A.** Development and research of the modernized multichannel PD-regulator for stabilization of operation modes of the thermal-power boiler: Dis.... Cand. tech. sciences 05.13.01. Novosibirsk, 2013, 122 p. (in Russian).

11. Lozhechnikov V. F., Mikhailenko V. S., Maksimenko I. N. Analytical multi-mode mathematical model of gas-air path dynamics of medium-capacity drum boiler, *AAECS (Automation, automation, electrical complexes and systems), Modeling of objects and control systems*, 2007, no. 2, vol. 20, pp. 29–33 (in Russian).

12. Bednarzhevskii V. S. Parametric modeling of steam boiler units, *News of universities. Machinery construction*, 2002, no. 4, pp. 65–69 (in Russian).

13. Shakirov S. R., Kvashnin A. G., Pisarev A. V. Modeling automatic control system for continuous dosing of bulk materials, *Bulletin of the East Kazakhstan State Technical University D. Serikbaeva*, 2018, vol. 1, no. 3-1, pp. 77–90 (in Russian).

14. **Ganapathy V.** Steam Generators and Waste Heat Boilers: For Process and Plant Engineers, NY, CRC Press, 2014, 540 p.

15. **Tikhonov O. N.** Solution of tasks on automation of enrichment and metallurgy processes, Leningrad, Nedra, 1969, 432 p. (in Russian).

16. **Petrazhitsky G. B., Krutov V. I.** Problem book on technical thermodynamics and theory of heat and mass transfer, Moscow, V'ishya shcola, 2011, 384 p. (in Russian).

17. **Brian Elmegaard.** Simulation of boiler dynamics – Development, Evaluation and Application of a General Energy System Simulation Tool. Technical University of Denmark, Department of Energy Engineering. Ph.D. Thesis: Report Number ET–PhD 99–02, 1999, 302 p.

18. Golovenkin A. N., Beltugov A. G. Dynamic model of gasair path of steam boiler as an object of regulation, *All-Russian yearly scientific and technical conference "society, science, innovation" (NTK-2012),* Kirov, VyatGU, 2012, pp. 1143–1146 (in Russian).

19. **Anthony Barber.** Pneumatic Handbook, 8th edition, UK: Elsevier Science & Technology Books, 1997, 659 p.

20. Lebedev V. V. Drying of granular materials in the apparatus with a modified vortex layer: Dis. ... Cand. tech. sciences: 05.17.08, Tver, 2007, 121 p. (in Russian).

21. **Available** at: http://ventclima.biz/f/vr\_240-26\_(vr\_12-26). pdf (Treatment date: 30.10.2019) (in Russian).

24. **Available** at: http://tehnorostmash.ru/images/v92-tya-godut-mashiny-VD-i-D.pdf (Treatment date: 30.10.2019) (in Russian).

23. Yunus A. Cengel, Michael A. Boles, Mehmet Kanoglu. Thermodynamics An Engineering Approach. 8th Edition, NY, McGraw-Hill Companies, Inc., 2019, 1009 p.

24. **Bezgreshnov A. N., Lipov Yu. M., Shleifer B. M.** Calculation of steam boilers in examples and tasks, Moscow, Al'anS, 2018, 240 p. (in Russian).

**И. Б. Фуртат,** д-р техн. наук, проф., вед. науч. сотр., cainenash@mail.ru, **А. Н. Нехороших,** аспирант, becks94@mail.ru, **П. А. Гущин,** канд. техн. наук, ст. науч. сотр., guschin.p@mail.ru,

Ю. В. Чугина, канд. техн. наук, мл. науч. сотр.,

Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург

### Синхронизация электроэнергетической сети в условиях высокочастотных помех измерения<sup>1</sup>

Рассмотрена задача робастной синхронизации электроэнергетической сети с неизвестными параметрами. Измерению доступны углы нагрузки каждого генератора сети с наложенной аддитивной высокочастотной помехой. Синтезирован алгоритм, позволяющий уменьшить влияние помехи на сигналы измерения и обеспечить синхронизацию сети в нормальном режиме работы и аварийных ситуациях, связанных с внезапным изменением проводимости линий электропередач. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность разработанного алгоритма.

Ключевые слова: электроэнергетическая сеть, помехи измерения, запаздывание, аварийная ситуация

#### Введение

В теории автоматического управления не теряет актуальности задача повышения надежности и эффективности управления процессами генерации электроэнергии. Согласно работе [1] общая надежность функционирования энергосети обеспечивается за счет надежности энергоснабжения, для чего необходимо поддерживать бесперебойность поставки электроэнергии конечным потребителям и синхронное взаимодействие всех составляющих электроэнергетической системы. Эффективность работы сети можно повысить путем улучшения качества регулирования компонентов сети, в частности, электрических генераторов. Это позволит снизить требуемые резервы мощностей и уменьшить вероятность возникновения блэкаута (blackout).

На сегодняшний день предложено достаточно больше число подходов, реализующих качественное управление сетью электрических генераторов. Рассмотренный в работе [2] децентрализованный алгоритм управления использует линеаризацию обратной связью и робастный алгоритм управления для стабилизации сети генераторов. Работа [3] посвящена стабилизации электрического генератора путем снижения полной энергии системы. В статье [4] используется синергетический подход для синтеза нелинейного адаптивного управления, которое обеспечивает поддержание уровня вырабатываемого напряжения независимо от расхода электроэнергии, вызванного изменением нагрузки. Авторы в работе [5] проводят аналогию между генераторами, подключенными к общей шине, и связанными маятниками и предлагают алгоритм синхронизации сети за счет ограничения разности поворота углов роторов, основанный на энергетическом подходе. В статьях [6, 7] решена задача синхронизации сети в условиях параметрической неопределенности и измерения только части вектора состояния генераторов.

Однако алгоритмы, рассмотренные в работах [2—7], могут оказаться малоэффективными в условиях дефицита измерительной информации и помех измерения. Проблема заключается в том, что при расчете сигнала управления искомое значение оценки производной регулируемой переменной может существенно отличаться от ее истинного значения. При этом ошибка накапливается при последующей оценке производных. Данная проблема связана как с дифференцированием высокочастотного шума, так и с наличием большого коэффициента усиления в системе управления [8—13].

В качестве частичного решения данной проблемы в работах [8, 10, 11] предлагалось адаптивно настраивать коэффициент усиления наблюдателя. В начальный момент функционирования системы в целях увеличения сходимости процессов коэффициент наблюдателя выставлялся большим, тогда как к установив-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Результаты раздела "Алгоритм фильтрации высокочастотной помехи измерения" получены при поддержке гранта Президента Российской Федерации (№ МД-1054.2020.8, Соглашение № 075-15-2020-184) в ИПМаш РАН. Результаты раздела "Синтез алгоритма управления" получены в ИПМаш РАН при поддержке Российского научного фонда (проект № 18-79-10104).

шемуся режиму он уменьшался. В статьях [12, 13] предложен новый наблюдатель, который является расширением классического наблюдателя с большим коэффициентом усиления [14] на случай наличия высокочастотных помех измерения. При этом размерность нового наблюдателя в два раза больше по сравнению с работой [14]. Увеличение размерности наблюдателя, рассмотренного в работах [12, 13], связано с введением дополнительных дифференциальных уравнений, компенсирующих влияние высокочастотных помех измерения. Однако для расчета параметров наблюдателя в работах [12, 13] необходимо разрешить алгебраическое уравнение степени  $2\gamma - 2$ , где  $\gamma - 2$ относительная степень объекта управления [15], причем от решения данного уравнения одновременно зависит качество оценки производных и качество фильтрующих свойств. Такой подход удобен для доказательства работоспособности системы управления, но не для ее расчета и технической реализации. Особенно данная проблема существенна при управлении большим числом взаимосвязанных объектов.

В работе [16], в отличие от работ [12, 13], было предложено разделить фильтрующие и оценивающие функции на два независимых алгоритма. В результате, по сравнению с работами [8, 10-13], это позволило: 1) улучшить качество фильтрации высокочастотной помехи; 2) сделать независимым расчет параметров фильтра и параметров наблюдателя; 3) для оценки производных использовать любой из существующих наблюдателей. Таким образом, применение алгоритма, представленного в работе [16], упрощает расчет и реализацию системы управления и повышает качество управления по сравнению с алгоритмами, рассмотренными в работах [8, 10—13].

В настоящей статье синтезирован алгоритм робастной синхронизации электроэнергетической сети с неизвестными параметрами и в условиях измерения только углов нагрузки с аддитивно наложенной высокочастотной помехой. Для синтеза системы управления используется подход, рассмотренный в работе [16], позволяющий независимо управлять качеством фильтрации помехи и качеством ошибки стабилизации выходной переменной. Получены условия, гарантирующие устойчивость системы. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность разработанного алгоритма.

#### Постановка задачи

Будем рассматривать модель электроэнергетической сети [2, 5—7, 17], в которой электромеханическая модель сети генераторов описывается следующей системой уравнений:

• уравнения движения роторов:

$$\Delta \dot{\delta}_i(t) = \omega_i(t), \ 2H_i \dot{\omega}_i(t) = -D_i \omega_i(t) - \omega_0 \Delta P_{ei}(t),$$
  
$$i = \overline{1, k};$$
(1)

• уравнения контуров возбуждения:

$$\begin{aligned} \tau'_{d0i}\dot{E}'_{qi}(t) &= E_{fi}(t) - E'_{qi}(t) - (x_{di} - x'_{di})I_{di}(t), \\ \tau'_{q0i}\dot{E}'_{di}(t) &= -E'_{di}(t) + (x_{qi} - x'_{di})I_{qi}(t), \quad i = \overline{1, k}; \end{aligned} (2) \\ \bullet \quad ypabhehua \ cmamophisk \ kohmypob: \\ I_{qi}(t) &= E'_{qi}(t)G_{ii} + E'_{di}(t)B_{ii} + \\ + \sum_{j \in N_i} (E'_{qj}(t)G_{ij} + E'_{dj}(t)B_{ij})\cos(\delta_i(t) - \delta_j(t)) + \\ + \sum_{j \in N_i} (E'_{qj}(t)B_{ij} - E'_{dj}(t)G_{ij})\sin(\delta_i(t) - \delta_j(t)), \\ I_{di}(t) &= -E'_{qi}(t)B_{ii} + E'_{di}(t)G_{ii} + \\ + \sum_{j \in N_i} (-E'_{qj}(t)B_{ij} + E'_{dj}(t)G_{ij})\cos(\delta_i(t) - \delta_j(t)) + \\ + \sum_{j \in N_i} (E'_{qj}(t)G_{ij} + E'_{dj}(t)B_{ij})\sin(\delta_i(t) - \delta_j(t)) + \\ + \sum_{j \in N_i} (E'_{qj}(t)G_{ij} + E'_{dj}(t)B_{ij})\sin(\delta_i(t) - \delta_j(t)) + \\ + \sum_{j \in N_i} (E'_{qj}(t)G_{ij} + E'_{dj}(t)B_{ij})\sin(\delta_i(t) - \delta_j(t)), \\ V_{ti}(t) &= \sqrt{(E'_{qi}(t) - I_{di}(t)x'_{di})^2 + (I_{qi}(t)x_{qi})^2}, \\ E_{fi}(t) &= k_{ci}u_{fi}(t), \ \Delta P_{ei}(t) = P_{ei}(t) - P_{mi}(t), \end{aligned}$$

$$\begin{split} P_{ei}(t) &= E'_{qi}(t)I_{qi}(t) + E'_{di}(t)I_{di}(t), \\ Q_{ei}(t) &= E'_{qi}(t)I_{di}(t) - E'_{di}(t)I_{qi}(t) - \\ &- (I^2_{qi}(t) + I^2_{di}(t))x'_{di}, \ i = \overline{1, k}. \end{split}$$

Здесь k — число генераторов в сети;  $N_i$  множество генераторов, смежных с *i*-м генератором. Следующие обозначения представлены для каждого *i*-го генератора:  $\Delta \delta_i(t) = \delta_i(t) - \delta_i^0$ ;  $\delta_i(t)$  — угол поворота ротора относительно его синхронной оси вращения (угол нагрузки), рад;  $\delta_i^0$  — угол нагрузки генератора в рабочем режиме, рад;  $\omega_i(t)$  — относительная скорость ротора, рад/с;  $\omega_0$  — скорость ротора в синхронном режиме, рад/с;  $H_i$  — коэффициент инерции, с;  $D_i$  — коэффициент демпфирования, отн. ед.;  $P_{ei}(t)$  — активная электрическая мощность, отн. ед.;  $P_{mi}(t)$  — механическая мощность, отн. ед.;  $\tau'_{d0i}$  — переходная постоянная времени вдоль продольной оси при разомкнутом статоре, с;  $\tau'_{q0i}$  — переходная постоянная времени вдоль поперечной оси при разомкнутом статоре, с;  $E'_{qi}(t)$  — переходная ЭДС вдоль поперечной оси, отн. ед.;  $E'_{di}(t)$  — переходная ЭДС вдоль продольной оси, отн. ед.;  $E_{fi}(t)$  эквивалентная ЭДС возбуждения, отн. ед.;  $I_{ai}(t)$  — ток вдоль поперечной оси, отн. ед.;  $I_{di}(t)$  — ток вдоль продольной оси, отн. ед.;  $G_{ii}$ и В<sub>іі</sub> — собственные активная и реактивная проводимости *i*-го генератора, отн. ед.; G<sub>ii</sub> и  $B_{ii}$  — взаимные активная и реактивная проводимости между і-м и ј-м генераторами, отн. ед.;  $x'_{di}$  — переходное реактивное сопротивление вдоль продольной оси, отн. ед.; x<sub>di</sub> — реактивное сопротивление вдоль продольной оси, отн. ед.; *x<sub>ai</sub>* — реактивное сопротивление вдоль поперечной оси, отн. ед.;  $V_{ti}(t)$  — напряжение на зажимах статора, отн. ед.;  $k_{ci}$  — коэффициент усиления напряжения возбуждения, отн. ед.;  $u_{fi}(t)$  — напряжение на обмотке возбуждения ротора, отн. ед.;  $Q_{ei}(t)$  — реактивная мощность, отн. ед.

Отметим, что уравнения (1)—(3) получены с учетом ряда модельных предположений и упрощений [17]. На практике динамика работы генераторного агрегата может оказаться сложнее, нежели описываемая уравнениями (1)—(3). Тем не менее, существует ряд работ (см. например [1—7, 17]), посвященных решению аналогичных задач управления и использующих при тестировании разрабатываемых алгоритмов модель (1)—(3).

В отличие от работ [2—7] рассмотрим случай, когда в электроэнергетической сети доступны измерению зашумленные углы нагрузки генераторов, т. е.

$$e_i(t) = \delta_i(t) + \vartheta_i(t), \quad i = \overline{1, k},$$
 (4)

где  $\vartheta_i(t) \in R$  — ограниченная высокочастотная помеха измерения.

Требуется разработать алгоритм управления, который обеспечит подстройку работы каждого генератора под свой участок сети, чтобы исключить их перегрузку. С этой целью предлагается использовать непрерывный децентрализованный закон управления, который обеспечит выполнение следующего целевого условия:

$$\overline{\lim_{t \to \infty}} |\Delta \delta_i(t)| < \Delta_1$$
для любых  $i = \overline{1, k},$  (5)

где  $\Delta_1 > 0$ ,  $\delta_i(t) \in (-\pi/2, \pi/2)$ . Кроме того, остальные основные характеристики генераторов должны лежать в допустимых пределах.

Сформулированная задача решается с учетом следующих предположений.

Предположение 1. Неизвестные параметры  $D_i$ ,  $H_i$ ,  $\tau'_{d0i}$ ,  $\tau'_{q0i}$ ,  $x_{di}$ ,  $x_{qi}$ ,  $x'_{di}$ ,  $k_{ci}$ ,  $G_{ij}$ ,  $B_{ij}$  модели (1)—(3) принадлежат известному ограниченному множеству  $\Xi$ .

Предположение 2. Аварийные режимы связаны с внезапным изменением проводимости линий передачи.

*Предположение 3.* Орграф, ассоциированный с сетью, имеет ориентированное остовное дерево.

#### Преобразование модели электроэнергетической сети

Выпишем уравнения производных активной  $\Delta P_{ei}(t)$  и реактивной  $Q_{ei}(t)$  мощностей согласно уравнениям (2), (3) [2, 5]:

$$\Delta \dot{P}_{ei}(t) = -\left(\frac{1}{\tau'_{d0i}} + \frac{1}{\tau'_{q0i}}\right) \Delta P_{ei}(t) + \\ + \frac{1}{\tau'_{d0i}} k_{ci} I_{qi}(t) u_{fi}(t) + E'_{qi}(t) \dot{I}_{qi}(t) + \\ + E'_{di}(t) \dot{I}_{di}(t) + \gamma_{1i}(t); \qquad (6) \\ \dot{Q}_{ei}(t) = -\left(\frac{1}{\tau'_{d0i}} + \frac{1}{\tau'_{q0i}}\right) Q_{ei}(t) + \\ \frac{1}{\tau'_{d0i}} k_{ci} I_{di}(t) u_{fi}(t) - (2I_{qi}(t) x'_{di} + E'_{di}(t)) \dot{I}_{qi}(t) -$$

$$-(2I_{di}(t)x'_{di} - E'_{qi}(t))\dot{I}_{di}(t) + \gamma_{2i}(t)$$

где

$$\begin{split} \gamma_{1i}(t) &= \frac{1}{\tau'_{d0i}} E'_{di}(t) I_{di}(t) + \frac{1}{\tau'_{q0i}} E'_{qi}(t) I_{qi}(t) - \\ &- \left( \frac{x_{di} - x'_{di}}{\tau'_{d0i}} - \frac{x_{qi} - x'_{di}}{\tau'_{q0i}} \right) I_{qi}(t) I_{di}(t) - \\ &- \left( \frac{1}{\tau'_{d0i}} + \frac{1}{\tau'_{q0i}} \right) P_{mi}(t); \\ \gamma_{2i}(t) &= -\frac{1}{\tau'_{d0i}} E'_{di}(t) I_{qi}(t) + \frac{1}{\tau'_{q0i}} E'_{qi}(t) I_{di}(t) - \\ &- \left( \frac{x_{di}}{\tau'_{d0i}} + \frac{x'_{di}}{\tau'_{q0i}} \right) I_{di}^{2}(t) - \left( \frac{x_{qi}}{\tau'_{q0i}} + \frac{x'_{di}}{\tau'_{d0i}} \right) I_{qi}^{2}(t). \end{split}$$

Введем обозначения

$$z_i(t) = [\Delta \delta_i(t), \, \omega_i(t), \, \Delta P_{ei}(t), \, Q_{ei}(t)]^{\mathrm{T}};$$

$$\begin{split} U_{i} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{D_{i}}{2H_{i}} & -\frac{\omega_{0}}{2H_{i}} & 0 \\ 0 & 0 & -\left(\frac{1}{\tau'_{d0i}} + \frac{1}{\tau'_{q0i}}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{1}{\tau'_{d0i}} + \frac{1}{\tau'_{q0i}}\right) \end{bmatrix}; \\ V_{1i}(t) &= [0, 0, k_{ci}I_{qi}(t)/(\tau'_{d0i}), 0]^{\mathrm{T}}; \\ V_{2i}(t) &= [0, 0, 0, k_{ci}I_{di}(t)/(\tau'_{d0i})]^{\mathrm{T}}; \\ W &= [1, 0, 0, 0]; \\ \zeta_{1i}(t) &= \frac{\tau'_{d0i}}{k_{ci}I_{qi}(t)} [E'_{qi}(t)\dot{I}_{qi}(t) + E'_{di}(t)\dot{I}_{di}(t) + \gamma_{1i}(t)]; \end{split}$$

$$\begin{split} \zeta_{2i}(t) &= \frac{\tau'_{d0i}}{k_{ci}I_{di}(t)} [-(2I_{qi}(t)x'_{di} + E'_{di}(t))\dot{I}_{qi}(t) - \\ &- (2I_{di}(t)x'_{di} - E'_{qi}(t))\dot{I}_{di}(t) + \gamma_{2i}(t)]. \end{split}$$

Принимая во внимание соотношение (4), перепишем уравнения (1) и (6) в форме

$$\dot{z}_{i}(t) = U_{i}z_{i}(t) + V_{1i}(t)(u_{fi}(t) + \zeta_{1i}(t)) + V_{2i}(t)(u_{fi}(t) + \zeta_{2i}(t));$$
(7)  
$$\Delta \delta_{i}(t) = Wz_{i}(t); e_{i}(t) = \delta_{i}(t) + \vartheta_{i}(t), \quad i = \overline{1, k}.$$

Перепишем уравнение (7) в операторной форме на базе тройки матриц  $(U_i, V_{1i}, W)$ :

$$Q_i(p)\Delta\delta_i(t) = R_{1i}(p,t)(u_{fi}(t) + \zeta_{1i}(t));$$
  

$$e_i(t) = \delta_i(t) + \vartheta_i(t), \quad i = \overline{1, k}$$
(8)

Здесь  $Q_i(p)$ ,  $R_{1i}(p,t)$  — дифференциальные операторы, полученные при переходе от уравнений (7) к уравнениям (8) при фиксированном *t* [6, 7], deg  $Q_i(p) = 4$ , deg  $R_{1i}(p,t) = 1$ , p = d / dt — оператор дифференцирования.

Замечание. Представление уравнения (7) в операторной форме на базе тройки матриц  $(U_i, V_{2i}, W)$  приводит к дифференциальному оператору  $R_{2i}(p,t) \equiv 0$ , поэтому функция  $\zeta_{2i}(t)$  исключена из рассмотрения.

Разложим  $R_{1i}(p,t)$  на следующие составляющие [6, 7]:

$$R_{1i}(p,t) = R_{i0}(p) + \Delta R_i(p,t), \quad i = \overline{1,k}, \qquad (9)$$

где  $R_{i0}(p)$  — линейный дифференциальный оператор первого порядка, такой что  $R_{i0}(\lambda)$  — гурвицевый,  $\lambda$  — комплексная переменная, коэффициент. Подставив соотношение (9) в уравнения (8), получим

$$Q_i(p)\Delta\delta_i(t) = R_{i0}(p)u_{fi}(t) + \beta_i(t),$$
  

$$e_i(t) = \delta_i(t) + \vartheta_i(t), \quad i = \overline{1, k},$$
(10)

где  $\beta_i(t) = \Delta R_i(p,t)u_{fi}(t) + R_{1i}(p,t)\zeta_{1i}(t)$  — функция, содержащая в себе неопределенности модели *i*-го генератора.

#### Алгоритм фильтрации высокочастотной помехи измерения

Ради простоты обоснования работоспособности фильтра высокочастотных помех измерения предположим, что  $\delta_i(t)$  — ограниченный сигнал. Для выделения информации о сигнале  $\delta_i(t)$  из сигнала  $e_i(t)$  рассмотрим алгоритм вида

$$\mu_{i}\dot{\xi}_{i}(t) = G_{i}\xi_{i}(t) + B_{i}e_{i}(t);$$
  

$$\hat{e}_{i}(t) = L_{r,i}\xi_{i}(t); \quad \xi_{i}(0) = 0, \quad i = \overline{1, k},$$
(11)

где 
$$\xi_i = [\xi_{1,i}, \xi_{2,i}, ..., \xi_{r,i}]^{\mathrm{T}};$$
  

$$G_i = \begin{bmatrix} -\sigma_{1,i}^{-1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \sigma_{2,i}^{-1} & -\sigma_{2,i}^{-1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{3,i}^{-1} & -\sigma_{3,i}^{-1} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_{r,i}^{-1} & -\sigma_{r,i}^{-1} \end{bmatrix},$$

 $\sigma_{ji} > 0, j = \overline{1, r}; B_i = [\sigma_{1,i}^{-1}, 0, ..., 0]^{\mathsf{T}}; \mu_i > 0$  — малый параметр. Здесь и далее матрица  $L_{r,i} = [0, ..., 0, 1]$  имеет соответствующую размерность.

**Утверждение 1**. Пусть сигнал  $\delta_i(t)$  — ограниченный, и для  $\vartheta_i(t)$  выполнено следующее соотношение:

$$\left. \mu_i^{-1} \overline{\lim_{t \to \infty}} \right|_0^t \mathbf{e}^{\mu_i^{-1} G_i(t-s)} B_i \vartheta_i(s) ds \right| < \Delta_2, \quad i = \overline{1, k}, \quad (12)$$

где  $\Delta_2 > 0$  — достаточно малое число. Тогда существует  $\mu_0 > 0$  такое, что при  $\mu_i \leqslant \mu_0$  выполнено условие

$$\overline{\lim_{t \to \infty}} |\hat{e}_i(t) - \delta_i(t)| < \Delta_3, \quad i = \overline{1, k}.$$
 (13)

Здесь  $\Delta_3 > 0$  — достаточно малое число.

Доказательство утверждения 1. Рассмотрим систему (11), на вход которой вместо сигнала  $e_i(t)$  подается сигнал  $\delta_i(t)$ :

$$\mu_i \tilde{\xi}_i(t) = G_i \tilde{\xi}_i(t) + B_i \delta_i(t),$$
  

$$\tilde{e}_i(t) = L_{r,i} \tilde{\xi}_i(t), \quad \tilde{\xi}_i(0) = 0, \quad i = \overline{1, k}.$$
(14)

Для анализа системы (14) воспользуемся леммой 1 [19].

Лемма 1. Рассмотрим систему

$$h\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)),$$
 (15)

где  $x(t) \in R^s$ , f(x(t), u(t)) - функция липшицева по <math>x(t) и u(t), u(t) - ограниченный сигнал, h > 0 - достаточно малое число. Пусть система (15) асимптотически устойчива при u(t) = 0. Рассмотрим множество  $\Omega = \{x : f(x, u) = 0\}$ . Тогда для любого  $\varepsilon > 0$  существует  $h_0 > 0$  такое, что при  $h < h_0$  выполнено следующее условие

$$\overline{\lim_{t\to\infty}}\operatorname{dist}(x(t),\,\Omega)<\varepsilon.$$

Здесь dist( $\cdot$ ) — функция расстояния.

Проверим условия леммы 1 для системы (14). При  $\delta_i(t) = 0$  система (14) асимптотически устойчива. Подставив  $\mu_i = 0$  в (14), получим  $G_i \tilde{\xi}_i(t) = -B_i \delta_i(t)$  или  $\tilde{\xi}_{1,i}(t) = \delta_i(t)$  и  $\tilde{\xi}_{j,i}(t) = \tilde{\xi}_{j+1,i}(t), \quad j = \overline{1, r-1}, \text{ т. е. } \tilde{e}_i(t) = \delta_i(t).$ Тогда согласно лемме 1 существует  $\mu_i > 0$  такое, что при  $\mu_i \leq \mu_0$  выполнено условие

$$\overline{\lim_{t \to \infty}} \left| \tilde{e}_i(t) - \delta_i(t) \right| < \Delta_4, \quad i = \overline{1, k}, \tag{16}$$

где  $\Delta_4 > 0$  — достаточно малое число.

Рассмотрим сигнал  $e_i(t)$ , который состоит из сигнала  $\delta_i(t)$  и помехи  $\vartheta_i(t)$ . Найдем условие, при котором будет выполнено условие (13). Принимая во внимание (11) и (14), составим ошибку рассогласования  $\zeta_i(t) = \xi_i(t) - \tilde{\xi}_i(t)$  в виде

$$\dot{\zeta}_{i}(t) = \frac{1}{\mu_{i}}G_{i}\zeta_{i}(t) + \frac{1}{\mu_{i}}B_{i}\vartheta_{i}(t);$$

$$\hat{e}_{i}(t) - \tilde{e}_{i}(t) = L_{r,i}\zeta_{i}(t), \quad i = \overline{1, k}.$$
(17)

Найдем решение первого уравнения (17) в форме

$$\zeta_{i}(t) = \mathbf{e}^{\mu_{i}^{-1}G_{i}t}\zeta_{i}(0) + \mu_{i}^{-1}\int_{0}^{t} \mathbf{e}^{\mu_{i}^{-1}G_{i}(t-s)}B_{i}\vartheta_{i}(s)ds =$$

$$= \mu_{i}^{-1}\int_{0}^{t} \mathbf{e}^{\mu_{i}^{-1}G_{i}(t-s)}B_{i}\vartheta_{i}(s)ds, \quad i = \overline{1, k}.$$
(18)

Если выполнено условие (12), то из (18) следует, что

$$\overline{\lim_{t \to \infty}} |\zeta_i(t)| < \Delta_2, \quad i = \overline{1, k}.$$
 (19)

Рассмотрим следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \left| e_i(t) - \delta_i(t) \right| &\leq \left| \hat{e}_i(t) - \tilde{e}_i(t) \right| + \left| \tilde{e}_i(t) - \delta_i(t) \right| \leq \\ &\leq \left| \zeta_i(t) \right| + \left| \tilde{e}_i(t) - \delta_i(t) \right|, \quad i = \overline{1, k}. \end{aligned}$$
(20)

Очевидно, что для условия (13) будет справедлив следующий предельный переход:

$$\overline{\lim_{t \to \infty}} |\hat{e}_i(t) - \delta_i(t)| \leq \overline{\lim_{t \to \infty}} |\zeta_i(t)| + \overline{\lim_{t \to \infty}} |\tilde{e}_i(t) - \delta_i(t)|,$$

$$i = \overline{1, k}.$$
(21)

Пусть  $\Delta_2 + \Delta_4 \leq \Delta_3$ . Принимая во внимание (16) и (19), получим оценку (13) из неравенства (21). Утверждение 1 доказано.

Пусть помеха  $\vartheta_i(t)$  представлена мультигармоническим сигналом

$$\vartheta_i(t) = \sum_{j=1}^{\nu} A_{j,i} \sin(\omega_{j,i}t + \varphi_{j,i}), \qquad (22)$$

где  $A_{j,i}$ ,  $\omega_{j,i}$  и  $\varphi_{j,i}$  — амплитуда, частота и фаза *j*-й гармоники. Например, формула (22) может быть получена при разложении ограниченной помехи в ряд Фурье с последующим извлечением частичной суммы ряда. Данная техника, например, используется для решения ряда задач в электротехнике [20], информатике [21], теории управления [22] и т.д.

Следствие 1. Пусть выполнены условия предположений, функция  $\delta_i(t)$  — ограниченная, и помеха  $\vartheta_i(t)$  представлена соотношением (22). Тогда существует  $\mu_0 > 0$  такое, что при  $\mu_i \leq \mu_0$  выполнено соотношение

$$\overline{\lim_{t \to \infty}} |\hat{e}_i(t) - \delta_i(t)| \leq$$

$$\leq \sum_{j=1}^{\nu} A_{j,i} \left( \prod_{l=1}^{r} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_{j,i}^2 \mu_i^2 \sigma_{l,i}^2}} \right) + \Delta_4.$$
(23)

Оценка (23) следует из выражения (18), если подставить вместо  $\vartheta_i(t)$  выражение (22) и проинтегрировать его по частям *r* раз. Подробно данная процедура описана в работе [16].

#### Синтез алгоритма управления

Для дальнейшего синтеза системы управления воспользуемся алгоритмом работы [8]. Согласно постановке задачи производные  $e_i(t)$  не доступны измерению. Тогда зададим закон управления в форме

$$u_{fi}(t) = -\alpha_i (d_{0,i} \overline{e}_i(t) + d_{1,i} \overline{e}_i^{(1)}(t) + d_{2,i} \overline{e}_i^{(2)}(t)),$$
  

$$i = \overline{1, k},$$
(24)

где  $\alpha_i > 0$ , коэффициенты  $d_{0,i}, d_{1,i}, d_{2,i}$  выбираются так, чтобы полином  $D_i(\lambda) = d_{2,i}\lambda^2 + d_{1,i}\lambda + d_{0,i}$ был гурвицев ( $\lambda$  — комплексная переменная в преобразовании Лапласа);  $\overline{e}_i^{(k)}(t)$  — оценка *k*-й производной сигнала  $\hat{e}_i(t)$ , k = 0, 1, 2. Подставив соотношение (24) в (10), получим

$$F_{i}(p)\Delta\delta_{i}(t) = \alpha_{i}R_{i0}(p)g_{i}(t) + + \alpha_{i}R_{i0}(p)D_{i}(p)\psi_{i}(t) + f_{i}(t), \quad i = \overline{1, k},$$
(25)

где  $F_i(p) = Q_i(p) + \alpha_i R_{i0}(p) D_i(p), g_i(t) =$ =  $D_i(p) \hat{e}_i(t) - \sum_{j=0}^2 d_{j,i} \overline{e}_i^{(j)}(t), \quad \psi_i(t) = \delta_i(t) - \hat{e}_i(t),$  $f_i(t) = \beta_i(t) - \alpha_i d_{0,i} \delta_i^0.$  Значение сигнала  $g_i(t)$  зависит от качества оценивания производных сигнала  $\hat{e}_i(t)$ , значение сигнала  $\psi_i(t)$  — от качества фильтрации алгоритма (11). Поскольку известно множество  $\Xi$  (предположение 1), то всегда существуют число  $\alpha_i$  и полином  $D_i(\lambda)$ , такие что полином  $F_i(\lambda)$  будет гурвицевым.

Для реализации закона управления (24) воспользуемся следующими выражениями:

$$\overline{e}_{i}(t) = \hat{e}_{i}(t); \ \overline{e}_{i}^{(1)}(t) = \frac{\overline{e}_{i}(t) - \overline{e}_{i}(t-h)}{h};$$

$$\overline{e}_{i}^{(2)}(t) = \frac{\overline{e}_{i}^{(1)}(t) - \overline{e}_{i}^{(1)}(t-h)}{h}, \ i = \overline{1, k}.$$
(26)

Подставив (26) в (24), получим

$$u_{fi}(t) = -\alpha_i \sum_{j=0}^{2} \left[ \frac{d_j}{h^j} \sum_{l=0}^{j} (-1)^l C_j^l \hat{e}(t-lh) \right], i = \overline{1, k}, (27)$$
  
где  $C_j^l = \frac{j!}{l! (i-l)!}.$ 

**Утверждение 2.** Пусть выполнены условия предположений 1—3, сигнал  $\vartheta_i(t)$  ограничен, если  $r \ge 2$ , и ограничен вместе с его 2 — r производными, если r < 2. Тогда существуют числа  $\alpha > 0$  и h > 0 такие, что система управления, представленная алгоритмом фильтрации помехи (11) и законом управления (27), обеспечивает выполнение целевого условия (5) и ограниченность всех сигналов в замкнутой системе.

Доказательство утверждения 2. Следуя работе [6], в доказательстве будем рассматривать интервалы времени штатного режима работы электроэнергетической сети и после аварийных ситуаций. Преобразуем уравнение (25) к следующей форме:

$$\dot{\varepsilon}_{i}(t) = A_{i}\varepsilon_{i}(t) + \alpha_{i}B_{1,i}g_{i}(t) + + \alpha_{i}B_{2,i}\psi_{i}(t) + B_{3,i}f_{i}(t);$$
(28)  
$$\Delta\delta_{i}(t) = J_{3,i}\varepsilon_{i}(t), i = \overline{1, k},$$

где  $\varepsilon_i = [\varepsilon_{1,i}, \varepsilon_{2,i}, \varepsilon_{3,i}]^T$ ,  $e_i^{(j)}(t) = \varepsilon_{j+1,i}(t)$ , i = 0, 1, 2, матрицы  $A_i$ ,  $B_{1,i}$ ,  $B_{2,i}$ ,  $B_{3,i}$  получены при переходе от (25) к (28),  $J_{3,i} = [1, 0, 0]$ . Перепишем систему (11) в виде дифференциальных уравнений:

$$\prod_{j=1}^{r} (\mu_i \sigma_{j,i} p + 1) \hat{e}_i(t) = e_i(t), \quad i = \overline{1, k}.$$
(29)

Преобразуем дифференциальные уравнения (29) к виду

$$\dot{\theta}_i(t) = M_i \theta_i(t) + N_i e_i(t); \hat{e}_i(t) = J_{r,i} \theta_i(t), i = \overline{1, k},$$
(30)

где  $\theta_i = [\theta_{1,i}, ..., \theta_{r,i}]^T$ ,  $\hat{e}_i^{(j)} = \theta_{j+1}, j = \overline{0, r-1}$ , матрица  $M_i$  и вектор  $N_i$  получены при переходе от (29) к (30). Здесь и далее  $J_{r,i} = [1, 0, ..., 0]$  — матрица соответствующей размерности.

Рассмотрим два случая, которые зависят от размерности фильтра (11).

1. Пусть r < 2. Перепишем оператор  $D_i(p)$ в виде

$$D_{i}(p) = \rho_{1,i}^{\mathrm{T}}[p^{2} \dots p^{r}] + \rho_{2,i}^{\mathrm{T}}[p^{r-1} \dots 1], i = \overline{1, k}, (31)$$

где  $\rho_{1,i}$  и  $\rho_{2,i}$  — векторы с соответствующими коэффициентами оператора  $D_i(p)$ . Принимая во внимание (25), перепишем функцию  $g_i(t)$  в виде

$$g_{i}(t) = \sum_{j=1}^{3-r} \rho_{1,(4-r-j),i} L_{r,i} \theta_{i}^{(j)}(t) + \rho_{2,i}^{\mathrm{T}} \theta_{i}(t) - \sum_{j=0}^{2} \frac{d_{j,i}}{h_{i}^{j}} J_{r,i} \theta_{i}(t) -$$
(32)  
$$\sum_{j=1}^{2} \left[ \frac{d_{j,i}}{h_{i}^{j}} \sum_{l=1}^{j} (-1)^{l} C_{j}^{l} J_{r,i} \theta_{i}(t-lh_{i}) \right], i = \overline{1, k},$$

где  $\rho_{1,j,i} - j$ -я компонента вектора  $\rho_{1,i}$ . Принимая во внимание (30), найдем *j*-ю производную ( $1 \le j \le 3$ ) от  $\theta_i(t)$  в виде

$$\begin{aligned} \theta_{i}^{(j)}(t) &= M_{i}^{j}\theta_{i}(t) + \sum_{l=0}^{j-1} M_{i}^{j-l-1}N_{i}e_{i}^{(l)}(t) = \\ &= M^{j}\theta_{i}(t) + \sum_{l=0}^{j-1} M_{i}^{j-l-1}N_{i}\delta_{i}^{(l)}(t) + \\ &+ \sum_{l=0}^{j-1} M_{i}^{j-l-1}N_{i}\theta_{i}^{(l)}(t) = M_{i}^{j}\theta_{i}(t) + \\ &+ \sum_{l=0}^{j-1} M_{i}^{j-l-1}N_{i}K_{l+1,i}\varepsilon_{i}(t) + \sum_{l=0}^{j-1} M_{i}^{j-l-1}N_{i}\theta_{i}^{(l)}(t), \end{aligned}$$
(33)

где  $K_{j,i}$  — матрица размерности 1×3 с нулевыми элементами за исключением *j*-го, который равен 1.

Мехатроника, автоматизация, управление, Том 21, № 10, 2020

Подставив (33) в (32), получим

$$g_{i}(t) = \sum_{j=1}^{3-r} \rho_{1,(4-r-j),i} L_{r,i} \left( M_{i}^{j} \theta_{i}(t) + \sum_{l=0}^{j-1} M_{i}^{j-l-1} N_{i} K_{l+1,i} \varepsilon_{i}(t) + \sum_{l=0}^{j-1} M_{i}^{j-l-1} N_{i} \vartheta_{i}^{(l)}(t) \right) + \rho_{2,i}^{T} \theta_{i}(t) - \sum_{l=0}^{2} \frac{d_{l,i}}{h_{i}^{l}} J_{r,i} \theta_{i}(t) - \sum_{l=0}^{2} \left[ \frac{d_{l,i}}{h_{i}^{l}} \sum_{j=1}^{l} (-1)^{j} C_{l}^{j} J_{r,i} \theta_{i}(t-jh_{i}) \right], \quad i = \overline{1, k}.$$
(34)

Из (34) следует, что при r < 2 требуется ограниченность производных функции  $\vartheta_i(t)$  до 2 — *г* включительно. С учетом (34) преобразуем уравнение (28) к виду

$$\begin{split} \dot{\varepsilon}_{i}(t) &= A_{i}\varepsilon_{i}(t) + \alpha_{i}B_{1,i} \left(\sum_{j=1}^{3-r} \rho_{1,(4-r-j),i}L_{r,i} \times \left(M_{i}^{j}\theta_{i}(t) + \sum_{l=0}^{j-1} M_{i}^{j-l-1}N_{i}K_{l+1,i}\varepsilon_{i}(t) + \right) \right. \\ & \left. + \sum_{l=0}^{j-1} M_{i}^{j-l-1}N_{i}\vartheta_{i}^{(l)}(t)\right) + \\ & \left. + \rho_{2,i}^{T}\theta_{i}(t) - \sum_{l=0}^{2} \frac{d_{l,i}}{h_{i}^{l}}J_{r,i}\theta_{i}(t)\right) - \\ & \left. - \alpha_{i}B_{1,i} \left[\sum_{l=1}^{2} \frac{d_{l,i}}{h_{i}^{l}}\sum_{j=1}^{l} (-1)^{j}C_{l}^{j}J_{r,i}\theta_{i}(t-jh_{i})\right] + \\ & \left. + \alpha_{i}B_{2,i}J_{3,i}\varepsilon_{i}(t) - \alpha_{i}B_{2,i}J_{r,i}\theta_{i}(t) + B_{3,i}f_{i}(t), \\ & i = \overline{1, k}. \end{split}$$

Введем обозначения:

$$\begin{split} \boldsymbol{\varepsilon}_{p,i}(t) &= [\boldsymbol{\varepsilon}_{i}^{\mathrm{T}}(t), \boldsymbol{\theta}_{i}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}; \\ \boldsymbol{A}_{11,i} &= \boldsymbol{A}_{i} + \alpha_{i} \boldsymbol{B}_{1,i} \sum_{j=1}^{3-r} \boldsymbol{\rho}_{1,(4-r-j),i} \boldsymbol{L}_{r,i} \times \\ &\times \sum_{l=0}^{j-1} \boldsymbol{M}_{i}^{j-l-1} \boldsymbol{N}_{i} \boldsymbol{K}_{l+1,i} + \alpha_{i} \boldsymbol{B}_{2,i} \boldsymbol{J}_{3,i}; \\ \boldsymbol{A}_{12,i} &= \alpha_{i} \boldsymbol{B}_{1,i} \left( \sum_{j=r}^{3-r} \boldsymbol{\rho}_{1,(4-r-j),i} \boldsymbol{L}_{r,i} \boldsymbol{M}_{i}^{r} + \\ &+ \boldsymbol{\rho}_{2,i}^{\mathrm{T}} - \sum_{l=0}^{3} \frac{\boldsymbol{d}_{l,i}}{\boldsymbol{h}_{i}^{l}} \boldsymbol{J}_{r,i} \right) - \alpha_{i} \boldsymbol{B}_{2,i} \boldsymbol{J}_{r,i}; \\ \boldsymbol{A}_{p,i} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11,i} & \boldsymbol{A}_{12,i} \\ \boldsymbol{N}_{i} \boldsymbol{J}_{n,i} & \boldsymbol{M}_{i} \end{bmatrix}; \\ \boldsymbol{F}_{lj,i} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & (-1)^{j+1} \alpha_{i} \boldsymbol{B}_{1,i} \frac{\boldsymbol{d}_{l,i}}{\boldsymbol{h}_{i}^{l}} \boldsymbol{C}_{i}^{j} \boldsymbol{J}_{r,i} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{l} = 1, 2, \quad \boldsymbol{j} = \overline{1, i}; \end{split}$$

$$\begin{split} \varphi_i(t) &= \begin{bmatrix} 0\\ N_i \end{bmatrix} \vartheta_i(t) + \\ &+ \sum_{j=1}^{3-r} \sum_{l=0}^{j-1} \begin{bmatrix} \alpha_i B_{1,i} \rho_{1,(4-r-j),i} L_{r,i} M_i^{j-l-1} N_i \\ 0 \end{bmatrix} \vartheta_i^{(l)}(t) + \\ &+ \begin{bmatrix} B_{3,i} \\ 0 \end{bmatrix} f_i(t), \ i = \overline{1, k}. \end{split}$$

Здесь  $\phi_i(t)$  — ограниченная функция в силу ограниченности характеристик сети в нормальном режиме работы и послеаварийных режимах [6]. С учетом обозначений перепишем системы (30) и (35) в виде

$$\dot{\varepsilon}_{p,i}(t) = A_{p,i}\varepsilon_{p,i}(t) +$$
  
+ 
$$\sum_{l=1}^{2}\sum_{j=1}^{l}F_{lj,i}\varepsilon_{p,i}(t-jh_i) + \varphi_i(t), i = \overline{1, k}.$$
 (36)

Рассмотрим функционал Ляпунова-Красовского вида

$$V = \sum_{i=l}^{k} \left[ \varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t) P \varepsilon_{p,i}(t) + \sum_{i=l=1}^{2} \sum_{j=1}^{l} \int_{-jh_{i}}^{0} \varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t+s) N_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t+s) ds \right],$$
(37)

где  $P_i = P_i^{T} > 0$  — решение уравнения  $A_{p,i}^{T}P_i + P_iA_{p,i} = -Q_i, Q_i = Q_i^{T} > 0, N_{lj,i} = N_{lj,i}^{T} > 0.$ Взяв от функционала (37) производную по времени вдоль траекторий системы (36), получим

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{\kappa} \left[ -\varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t) Q_{i} \varepsilon_{p,i}(t) + 2\varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t) P_{i} + \sum_{l=1}^{2} \sum_{j=1}^{l} F_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t-jh_{i}) + 2\varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t) P_{i} \varphi_{i}(t) + \sum_{l=1}^{2} \sum_{j=1}^{l} (\varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t) N_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t) - \varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t-jh_{i}) N_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t-jh_{i})) \right].$$
(38)

Оценим сверху слагаемые в (38):

$$2\varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t)P_{i}\sum_{l=1}^{2}\sum_{j=1}^{l}F_{lj,i}\varepsilon_{p,i}(t-jh_{i}) \leq \leq 3\chi_{i}\varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t)P_{i}^{2}\varepsilon_{p,i}(t) + + \chi_{i}^{-1}\sum_{l=1}^{2}\sum_{j=1}^{l}\varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t-jh_{i})F_{lj,i}^{\mathsf{T}}F_{lj,i}\varepsilon_{p,i}(t-jh_{i}); 2\varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t)P_{i}\varphi_{i}(t) \leq \chi_{i}\varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t)P_{i}^{2}\varepsilon_{p,i}(t) + \chi_{i}^{-1}|\varphi_{i}(t)|^{2}, i = \overline{1, k},$$

i

где  $\chi_i > 0$  — малое число. С учетом оценок перепишем (38) в виде

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^{k} \left[ -\varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t) W_i \varepsilon_{p,i}(t) - \sum_{l=1}^{2} \sum_{j=1}^{l} \varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t-jh_i) R_{lj,i}^{\mathsf{T}} R_{lj,i} \varepsilon_{p,i}(t-jh_i) \right] + \tau,$$
(39)

где

$$W_{i} = Q_{i} - 4\chi_{i}P_{i}^{2} - \sum_{l=1}^{2}\sum_{j=1}^{l}N_{lj,i};$$
$$R_{lj,i} = N_{lj,l} - \chi_{i}^{-1}F_{lj,i}^{T}F_{lj,i}; \quad \tau = \sup_{t}\sum_{i=1}^{k}\chi_{i}^{-1}|\varphi_{i}(t)|^{2}.$$

Очевидно, что существуют  $\alpha_i$  и  $\chi_i$  такие, что  $W_i > 0$  и  $R_{l_{i,i}} > 0$ . Оценим (39) в виде

$$\dot{V} \leq -\sum_{i=1}^{k} \lambda_{\min}(W_i) \varepsilon_{p,i}^{\mathsf{T}}(t) \varepsilon_{p,i}(t) + \tau.$$
 (40)

Здесь  $\lambda_{\min}(W_i)$  — наименьшее собственное число матрицы  $W_i$ . Следовательно, выбором  $\alpha_i$ ,  $\chi_i$ ,  $Q_i$  и  $N_{ij,i}$ , такими что  $W_i > 0$ ,  $R_{ij,i} > 0$ , можно обеспечить выполнение целевого условия (5).

2. Пусть  $r \ge 2$ . Перепишем оператор  $D_i(p)$ в виде  $D_i(p) = \rho_i^{T}[p^2 p 1]$ . Принимая во внимание (27), перепишем функцию  $g_i(t)$  в виде

$$g_{i}(t) = \rho_{i}^{\mathrm{T}} \theta_{i}(t) - \sum_{l=0}^{2} \frac{d_{l,i}}{h_{i}^{l}} J_{r,i} \theta_{i}(t) - \sum_{l=1}^{2} \left[ \frac{d_{l,i}}{h_{i}^{l}} \sum_{j=1}^{l} (-1)^{j} C_{l}^{j} J_{r,i} \theta_{i}(t-jh_{i}) \right], \quad i = \overline{1, k}.$$
(41)

С учетом (41) преобразуем уравнение (28) к виду

$$\dot{\varepsilon}_{i}(t) = A_{i}\varepsilon_{i}(t) + \alpha_{i}B_{1,i}\left(\rho_{i}^{T}\theta_{i}(t) - \sum_{l=0}^{2}\frac{d_{l,i}}{h_{i}^{l}}J_{r,i}\theta_{i}(t)\right) - \alpha_{i}B_{1,i}\left[\sum_{l=1}^{2}\frac{d_{l,i}}{h_{i}^{l}}\sum_{j=1}^{l}(-1)^{j}C_{l}^{j}J_{r,i}\theta_{i}(t-jh_{i})\right] + \alpha_{i}B_{2,i}J_{3,i}\varepsilon_{i}(t) - \alpha_{i}B_{2,i}J_{r,i}\theta_{i}(t) + B_{3,i}f_{i}(t),$$

$$i = \overline{1,k}.$$
(42)

Перепишем системы (30) и (42) в виде

$$\dot{\varepsilon}_{p,i}(t) = A_{p,i}\varepsilon_{p,i}(t) +$$

$$+ \sum_{l=1}^{2} \sum_{j=1}^{l} F_{lj,i}\varepsilon_{p,i}(t-jh_i) + \varphi_i(t), \ i = \overline{1, k},$$
(43)

где

$$A_{p,i} = \\ = \begin{bmatrix} A_i + \alpha_i B_{2,i} J_{3,i} & \alpha_i B_{1,i} \left( \rho_i^{T} - \sum_{l=0}^{2} \frac{d_{l,i}}{h_i^{l}} J_{r,i} \right) - \alpha_i B_{2,i} J_{r,i} \\ N_i J_{n,i} & M_i \end{bmatrix};$$

 $\phi_i(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ N_i \end{bmatrix} \theta_i(t) + \begin{bmatrix} B_{3,i} \\ 0 \end{bmatrix} f_i(t) - ограниченная$  $функция; структура матрицы <math>F_{ij,i}$  соответствует структуре матрицы  $F_{ij,i}$  в (36). Поскольку структура системы (43) подобна структуре системы (36), то дальнейшее доказательство второго случая аналогично доказательству первого случая. Утверждение 2 доказано.

#### Пример

Рассмотрим электроэнергетическую сеть *S*, состоящую из трех электрических генераторов (рис. 1, см. вторую сторону обложки). На рис. 1  $\Gamma_i$  — генератор,  $T_i$  — трансформатор,  $K_i$  — выключатель фидера генератора,  $K_{ij}$  — выключатель линии передачи;  $i, j = \{1, 2, 3, h\}, h$  — нагрузка.

При моделировании рассмотрим аварийную ситуацию, связанную с изменением сопротивления линии электропередач, развивающуюся по следующему сценарию:

1) до момента времени  $t_1 = 5$  с матрицы активной и реактивной проводимости сети равны

$$G^{0} = \begin{bmatrix} 0,846 & 0,287 & 0,210 \\ 0,287 & 0,420 & 0,213 \\ 0,210 & 0,213 & 0,277 \end{bmatrix},$$
$$B^{0} = \begin{bmatrix} -2,988 & 1,513 & 1,226 \\ 1,513 & -2,724 & 1,088 \\ 1,226 & 1,088 & -2,368 \end{bmatrix};$$

2) в момент времени  $t_1 = 5$  с происходит обрыв линий электропередач, приводящий к короткому замыканию; сеть разбивается на две подсети —  $S_1$ , состоящую из генераторов  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_3$ , и  $S_2$ , которую составляет генератор  $\Gamma_2$ :

$$G^{1} = \begin{bmatrix} 0,657 & 0,000 & 0,070 \\ 0,000 & 0,000 & 0,000 \\ 0,070 & 0,000 & 0,174 \end{bmatrix},$$
$$B^{1} = \begin{bmatrix} -3,816 & 0,000 & 0,631 \\ 0,000 & -5,486 & 0,000 \\ 0,631 & 0,000 & -2,796 \end{bmatrix};$$

3) спустя девять периодов обращения роторов генераторов в аварийном режиме в момент времени  $t_2 = 5,18$  с происходит восстановление исходной топологии сети путем включения резервной линии ключами  $K_{23}$  и  $K_{32}$ :

$$G^{2} = \begin{bmatrix} 0,181 & 0,138 & 0,191 \\ 0,138 & 0,389 & 0,199 \\ 0,191 & 0,199 & 0,273 \end{bmatrix},$$
$$B^{2} = \begin{bmatrix} -2,229 & 0,726 & 1,079 \\ 0,726 & -1,953 & 1,229 \\ 1,079 & 1,229 & -2,342 \end{bmatrix}.$$

Математические модели генераторов  $\Gamma_i$ , i = 1, 2, 3, сети *S* определены уравнениями (1)—(3), для которых класс неопределенностей  $\Xi$  задан неравенствами:  $1 \le D_i \le 5$  отн. ед.;  $1 \le H_i \le 25$  с;  $5 \le \tau'_{d0i} \le 9$  с;  $0,001 \le \tau'_{q0i} \le 0,7$ с;  $0,1 \le x_{di} \le 1,5$  отн. ед.;  $0,05 \le x_{qi} \le 1,5$  отн. ед.;  $0,05 \le x'_{di} \le 0,2$  отн. ед.;  $1 \le k_{ci} \le 3$  отн. ед.;  $0 \le G_{ij}^k \le 1$  отн. ед.;  $-6 \le B_{ij}^k \le 2$  отн. ед.; i, j = 1, 2, 3; k = 0, 1, 2.

Для фильтрации высокочастотной помехи используем алгоритм (11)

$$\hat{e}_i(e) = \frac{1}{(0,01p+1)^4} e_i(t), \ i = \overline{1,3}.$$

Пусть  $\alpha_i = 0,4$ ;  $d_{0,i} = 2$ ;  $d_{1,i} = 3,5$ ;  $d_{2,i} = 1$ ; i = 1, 2, 3. Тогда закон управления (24) можно записать в виде

$$u_{fi}(t)=-0,4(2\overline{e}_i(t)+3,5\overline{e}_i^{(1)}(t)+\overline{e}_i^{(2)}(t)),\,i=\overline{1,3}.$$

Для реализации наблюдателя (26) выберем параметр h = 1/50:

$$\begin{split} \overline{e}_{i}(t) &= e_{i}(t); \\ \overline{e}_{i}^{(1)}(t) &= 0,02[\overline{e}_{i}(t) - \overline{e}_{i}(t - 1/50)]; \\ \overline{e}_{i}^{(2)}(t) &= 0,02[\overline{e}_{i}^{(1)}(t) - \overline{e}_{i}^{(1)}(t - 1/50)], \\ i &= \overline{1,3}. \end{split}$$

Зададим параметры генераторов  $\Gamma_i$ , *i* = 1, 2, 3, сети *S*: общий —  $\omega_0$  = 314,159 рад/с и отдельные:

1) генератор  $\Gamma_1$ :  $D_1 = 2$  отн. ед.;  $H_1 = 23,64$  с;  $\tau'_{d01} = 8,96$  с;  $\tau'_{q01} = 0,001$  с;  $x_{d1} = 0,1460$  отн. ед.;  $x_{q1} = 0,0969$  отн. ед.;  $x'_{d1} = 0,0608$  отн. ед.;  $k_{c1} = 1$  отн. ед.;  $P_{m1} = 0,7169$  отн. ед.;  $P_{e1}(0) =$  = 0,7169 отн. ед.;  $E'_{q1}(0) = 1,0563$  отн. ед.;  $E'_{d1}(0) =$  = 0,0242 отн. ед.;  $\delta_1(0) = 3,5859^\circ$ ;  $\omega_1(0) = 0$  рад/с; 2) генератор  $\Gamma_2$ :  $D_2 = 2$  отн. ед.;  $H_2 = 6,4$  с;  $\tau'_{d02} = 6,00$  с;  $\tau'_{q02} = 0,535$  с;  $x_{d2} = 0,8958$  отн. ед.;  $x_{d2} = 0,8645$  отн. ед.;  $x'_{d2} = 0,1198$  отн. ед.;  $k_{c2} = 1$  отн. ед.;  $P_{m2} = 1,6294$  отн. ед.;  $P_{e2}(0) = 1,6294$  отн. ед.;  $E'_{q2}(0) = 0,7887$  отн. ед.;  $E'_{d2}(0) = 0,6934$  отн. ед.;  $\delta_2(0) = 61,0532^\circ$ ;  $\omega_2(0) = 0$  рад/с; 3) генератор  $\Gamma: D = 2$  отн. ед.; H = 3.01 с:

3) генератор  $\Gamma_3$ :  $D_3 = 2$  отн. ед.;  $H_3 = 3,01$  с;  $\tau'_{d03} = 5,89$  с;  $\tau'_{q03} = 0,600$  с;  $x_{d3} = 1,3125$  отн. ед.;  $x_{q3} = 1,2578$  отн. ед.;  $x'_{d3} = 0,1813$  отн. ед.;  $k_{c3} =$  = 1 отн. ед.;  $P_{m3} = 0,8506$  отн. ед.;  $P_{e3}(0) =$  =0,8506 отн. ед.;  $E'_{q3}(0) = 0,7688$  отн. ед.;  $E'_{d3}(0) =$ = 0,6657 отн. ед.;  $\delta_3(0) = 54,0626^\circ$ ;  $\omega_3(0) = 0$  рад/с.

Помеха измерения представляет собой сигнал следующего вида:

$$\vartheta_i(t) = 0,5\sin(10^5 t) + 0,5\cos(10^5 t) + 0,05\eta_i(t), i = \overline{1,3},$$

где  $\eta_i(t)$  — сигнал, моделируемый в MATLAB Simulink с помощью блока "Band-limited white noise" со спектральной плотностью  $S_{\eta i} = 10^{-5} \text{ рад}^2/\Gamma \mu$ .

На рис. 2 и 3 (см. вторую сторону обложки) приведены переходные процессы по углам роторов  $\delta_i(t)$  (рис. 2, *a*), относительным угловым скоростям  $\omega_i(t)$  (рис. 2, *б*) и напряжениям на зажимах статоров  $V_{ti}(t)$  (рис. 3), i = 1, 2, 3.

В течение интервала времени с  $t_3 = 20$  с по  $t_4 = 25$  с моделирование проводилось при отсутствии помехи измерения  $\vartheta_i(t)$ . В момент времени  $t_4 = 25$  с снова появляются помехи, содержащие только гармоническую составляющую, т.е.  $\vartheta_i(t) - \eta_i(t)$ . Из рис. 3 видно, что при  $\eta_i(t) = 0$ улучшается качество напряжения на зажимах статора  $V_{ti}(t)$ . Также видно, что эффект наличия гармонической помехи успешно устранен.

Результаты моделирования показали, что синтезированная система управления сетью электрических генераторов, когда измерению доступны только зашумленные показания углов нагрузки, обеспечивает лучшие показатели качества переходных процессов по сравнению со схемами работ [2, 5], где измерению доступен весь вектор состояния и частично известны параметры модели генераторов. Моделирование также показало, что алгоритм (11), (27) обеспечивает устойчивость замкнутой системы при наличии в системе (1)—(3) немоделируемой динамики, такой что  $\deg Q_i(p) - \deg R_{1i}(p,t) \le 3$  в (8). Также отметим, что в условиях случайных помех измерения нельзя гарантировать цель управления (3) в силу неограниченности помехи, однако результаты моделирования иллюстрируют удовлетворительные качества переходных процессов при ненулевых случайных сигналах  $\eta_i(t)$ .

#### Заключение

В статье синтезирован робастный алгоритм синхронизации электроэнергетической сети в условиях параметрической неопределенности и высокочастотных помех в измерениях выходной переменной. На базе работы [16] предложенный подход позволяет независимо управлять качеством фильтрации помехи и качеством ошибки синхронизации электроэнергетической сети. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие эффективность разработанного алгоритма.

#### Список литературы

1. Дорофеев В. В., Макаров А. А. Активно-адаптивная сеть — новое качество ЕЭС России // Энергоэксперт. 2009. № 4. С. 28–35.

2. Gordon M., Hill D. J. Global transient stability and voltage regulation for multimachine power systems // IEEE Power and Energy Society General Meeting — Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century. 2008. P. 1-8.

3. **Barabanov A., Dib W., Lamnabhi-Lagarrigue F., Ortega R.** On transient stabilization of multi-machine power systems: a "globally" convergent controller for structure-preserving models // 17th World Congress, IFAC. Seoul. 2008. P. 9398–9403.

4. **Кузьменко А. А.** Нелинейное адаптивное управление турбогенератором // Известия РАН. Теория и системы управления. 2008. № 1. С. 112—119.

5. Dib W., Ortega R., Hill D. Transient stability enhancement of multi-machine power systems: synchronization via immersion of pendular system // Asian Journal of Control. 2014. V. 16, N. 1. P. 50–58.

6. **Фрадков А. Л., Фуртат И. Б.** Робастное управление сетью электрических генераторов // Автоматика и телемеханика. 2013. № 11. С. 100–113.

7. **Фуртат И. Б., Чугина Ю. В.** Компенсация возмущений в задаче управления сетью электрических генераторов // Известия РАН. Теория и системы управления. 2016. № 1. С. 124—133.

8. Sanfelice R., Praly L. On the preformance of highgain observers with gain adaptation under measurement noise // Automatica. 2011. Vol. 47. P. 2165–2176.

9. Boizot N., Busvelle E., Gauthier J. An adaptive high-gain observer for nonlinear systems // Automatica. 2010. Vol. 46. P. 1483–1488.

10. Ahrens J., Khalil K. High-gain observers in the presence of measurement noise: A switched-gain approach // Automaica. 2009. Vol. 45. P. 936–943.

11. **Prasov A. Khalil H.** A nonlinear high-gain observer for systems with measurement noise in a feedback control framework // IEEE Trans. Automat. Contr. 2013. Vol. 58, N. 3. P. 569–580.

12. Astolfi D., Marconi L. A high-gain nonlinear observer with limited gain power // IEEE Trans. Automatic Control. 2015. Vol. 60, N. 11. P. 3059–3064.

13. Wang L., Astolfi D., Hongye S., Marconi L., Isidori A. Output stabilization for a class of nonlinear systems via high-gain observer with limited gain power // Proc. 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems, MICNON 2015, Saint Petersburg, Russia. IFAC-PapersOnLine. Vol. 48, N. 11. P. 730–735.

14. **Esfandiari F., Khalil H. K.** Output feedback stabilization of fully linearizable systems // International Journal of Control. 1992. Vol. 56, N. 5. P. 1007–1037.

15. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000.

16. Nekhoroshikh A., Furtat I. Robust Stabilization of Linear Plants under Uncertainties and High-Frequency Measurement Noises // Proc. of the 25th Mediterranean Conference on Control and Automation, Malta, 2017.

17. Anderson P. M., Fouad A. A. Power system control and stability. Iowa: Iowa State University Press, 1977.

18. **Агаев Р. П., Чеботарев П. Ю.** Матрица максимальных исходящих лесов орграфа и ее применения // АиТ. 2000. № 9. С. 15—43.

19. Furtat I. B., Fradkov A. L., Liberzon D. Compensation of disturbances for MIMO systems with quantized output // Automatica. 2015. Vol. 60. P. 239–244.

20. Жежеленко И. В. Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий. М.: Энергоатомиздат, 1984.

21. **Финк Л. М.** Теория передачи дискретных сообщений. М.: Советское радио, 1970.

22. Воронов А. А. Теория автоматического управления. Часть 2. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления. М.: Высшая школа, 1986.

## Synchronization of the Electric Power Network in the Conditions of High-Frequency Measurement Noises

 I. B. Furtat, cainenash@mail.ru, A. N. Nekhoroshikh, becks94@mail.ru,
 P. A. Gushchin, guschin.p@mail.ru, Y. V. Chugina, yofrid@mail.ru,
 Institute of Problems of Mechanical Engineering Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 199178, Russian Federation

Corresponding author: Furtat Igor B., Professor, Dr. of Tech. Sc., Institute of Problems of Mechanical Engineering Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 199178, Russian Federation, e-mail: cainenash@mail.ru

Accepted on May 15, 2020

The problem of robust synchronization of the electrical power network with unknown parameters is considered in the present paper. The load angles of each generator with superimposed additive high frequency noises are available for measurement. An algorithm has been synthesized to reduce the influence of noises on measurement signals and to ensure synchronization of the network in normal mode and in emergency situations associated with a sudden change in the conductivity of power lines. To synthesize the control algorithm, the new approach is used which makes it possible to independently control the quality of noise filtering and the quality of the stabilization error of the output variable. The conditions guaranteeing the stability of the system are obtained. The simulation results have shown that the designed control system of a network of electric generators, when only noisy indications of load angles are available for measurement, provides better transient quality indicators compared to schemes of R. Ortega (France) and D. Hill (Australia), where the entire state vector is available to measurements and the parameters of the generator model are partially known. Modeling also showed that the proposed algorithm ensures the stability of a closed-loop system if there are unmodeled dynamics in network model. We also note that under conditions of random measurement noises, the control goal cannot be guaranteed due to the unlimited nature of the noises, however, the simulation results illustrate the satisfactory quality of transients with nonzero random signals in noises.

Keywords: electric power network, measurement interference, delay, emergency

Acknowledgements: The results of the section "Algorithm for filtering high-frequency measurement noises" were obtained with the support of a grant of President of Russian Federation (No. MD-1054.2020.8, Agreement No. 075-15-2020-184) at IPME RAS. The results of the section "Synthesis of the control algorithm" were obtained at IPME RAS with the support of the Russian Science Foundation (project No. 18-79-10104).

#### For citation:

Furtat I. B., Nekhoroshikh A. N., Gushchin P. A., Chugina Y. V. Synchronization of the Electric Power Network in the Conditions of High-Frequency Measurement Noises, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 10, pp. 584–594.

DOI: 10.17587/mau.21.584-594

#### References

1. Dorofeev V. V., Makarov A. A. Active-adaptive network — a new quality of the Unified Energy System of Russia, *Energoekspert*, 2009, no. 4, pp. 28–35.

2. Gordon M., Hill D. J. Global transient stability and voltage regulation for multimachine power systems, *IEEE Power* and Energy Society General Meeting — Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, 2008, pp. 1–8.

3. Barabanov A., Dib W., Lamnabhi-Lagarrigue F., Ortega R. On transient stabilization of multi-machine power systems: a "globally" convergent controller for structure-preserving models, *17th World Congress, IFAC*, Seoul 2008, pp. 9398–9403.

4. Kuzmenko A. A. Non-linear adaptive control of a turbogenerator, *News of the Russian Academy of Sciences. Theory and control systems*, 2008, no. 1, pp. 112–119.

5. Dib W., Ortega R., Hill D. Transient stability enhancement of multi-machine power systems: synchronization via immersion of pendular system, *Asian Journal of Control*, 2014, vol. 16, no. 1, pp. 50–58.

6. Fradkov A. L., Furtat I. B. Robust control of a network of electric generators, *Automation and Remote Control*, 2013, no. 11, pp. 100–113.

7. Furtat I. B., Chugina Yu. V. Disturbance compensation in the problem of controlling a network of electric generators, *Iz*vestiya RAS. Theory and control systems, 2016, no. 1, pp. 124–133.

8. **Sanfelice R., Praly L.** On the preformance of highgain observers with gain adaptation under measurement noise, *Automatica*, 2011, vol. 47, pp. 2165–2176.

9. Boizot N., Busvelle E., Gauthier J. An adaptive high-gain observer for nonlinear systems, *Automatica*, 2010, vol. 46, pp. 1483–1488.

10. Ahrens J., Khalil K. High-gain observers in the presence of measurement noise: A switched-gain approach, *Automaica*, 2009, vol. 45, pp. 936–943.

11. **Prasov A. Khalil H.** A nonlinear high-gain observer for systems with measurement noise in a feedback control framework, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2013, vol. 58, no. 3, pp. 569–580.

12. Astolfi D., Marconi L. A high-gain nonlinear observer with limited gain power, *IEEE Trans. Automatic Control*, 2015, vol. 60, no. 11, pp. 3059–3064.

13. Wang L., Astolfi D., Hongye S., Marconi L., Isidori A. Output stabilization for a class of nonlinear systems via high-gain observer with limited gain power, *Proc. 1st IFAC Conference on Modeling, Identification and Control of Nonlinear Systems*, MICNON 2015, Saint Petersburg, Russia, IFAC-PapersOnLine, vol. 48, no. 11, pp. 730–735.

14. **Esfandiari F., Khalil H. K.** Output feedback stabilization of fully linearizable systems, *International Journal of Control*, 1992, vol. 56, no. 5, pp. 1007–1037.

15. Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L. Nonlinear and adaptive control of complex dynamic systems, St. Petersburg, Science, 2000.

16. Nekhoroshikh A., Furtat I. Robust Stabilization of Linear Plants under Uncertainties and High-Frequency Measurement Noises, *Proc. of the 25th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Malta, 2017.

17. Anderson P. M., Fouad A. A. Power system control and stability, Iowa, Iowa State University Press, 1977.

18. Agaev R. P., Chebotarev P. Yu. Matrix of maximum outgoing forests of a digraph and its application, *Automatica*, 2000, no. 9, pp. 15–43.

19. Furtat I. B., Fradkov A. L., Liberzon D. Compensation of disturbances for MIMO systems with quantized output, *Automatica*, 2015, vol. 60, pp. 239–244.

20. **Zhezhelenko I. V.** Higher harmonics in power supply systems of industrial enterprises, Moscow, Energoatomizdat, 1984.

21. Fink L. M. Theory of discrete message transmission, Moscow, Soviet radio, 1970.

22. **Voronov A. A.** Theory of automatic control. Part 2. The theory of nonlinear and special automatic control systems, Moscow, High School, 1986.

## РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.865.8

DOI: 10.17587/mau.21.595-598

С. Ф. Сергеев, д-р психол. наук, проф., s.f.sergeev@spbu.ru, Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Н. Б. Филимонов, д-р техн. наук, проф., nbfilimonov@mail.ru, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва

### У истоков отечественной робототехники и мехатроники: Евгений Иванович Юревич в жизни и науке

Рассматривается жизненный путь основателя научно-исследовательского института робототехники и технической кибернетики (ЦНИИ РТК) Евгения Ивановича Юревича в контексте развития советской и частично российской мехатроники и робототехники. Показан его личный вклад в формирование научно-практической и производственной базы робототехники в Советском Союзе и России.

**Ключевые слова:** мехатроника, робототехника, экстремальная робототехника, космическая робототехника, фотоника

Теория — это когда все известно, но ничего не работает. Практика — это когда все работает, но никто не знает почему. Мы же объединяем теорию и практику: ничего не работает... и никто не знает почему!

Альберт Эйнштейн

3 июня 2020 г. в возрасте 93 лет ушел из жизни видный советский и российский ученый, крупный организатор науки в области робототехники и технической кибернетики, основатель и первый директор-главный конструктор Государственного научного центра РФ Центрального научно-исследовательского института робототехники и технической кибернетики (ЦНИИ РТК), один из основателей и бессменный член редколлегии журнала "Мехатроника, автоматизация, управление", профессор, доктор технических наук Евгений Иванович Юревич.

Вся жизнь этого замечательного человека была связана с научной и инженерной средой советской эпохи второй половины XX века и первыми десятилетиями постперестроечной России. Это было сложное и одновременно трагичное время социальных реформ, разрушения научной ткани советской науки и появления ее новых рыночных форм. Реформировать можно все за исключением науки — она погибает вместе с обществом, породившим ее действительную форму. В этом отношении советская наука была неординарным явлением, ее достижения были признаны во всем мире. Централизация управления наукой требовала появления личностей соответствующего ранга, способных взять ответственность на себя, и они появились, породив феномен советских ученых-организаторов большой науки. Среди них роль Евгения Ивановича Юревича безус-



Евгений Иванович Юревич

ловно высока и неоспорима. Его научная карьера может быть разделена на две части — до и после перестройки. И в каждом периоде проявились его личные и человеческие качества ученого-практика, организатора и руководителя с большой буквы.

Е. И. Юревич родился 25 ноября 1926 г. в Ленинграде в семье выпускников Ленинградского педагогического института им. А. И. Герцена Евгении Тихоновны Федоровой и Ивана Ильича Юревича, всю жизнь проработавших в системе народного образования. До начала Великой Отечественной войны Е. И. Юревич успел окончить 7 классов, а в 1941 г. был эвакуирован из Ленинграда сначала в Ярославскую область, а затем в г. Ялуторовск (Омская область), где одновременно учился и работал в колхозе. Увлекался фотографией и рисованием, очень много читал, считался хорошим рассказчиком, обладал отличной памятью, что создало базу для дальнейших успехов в учебе.

После возвращения в блокадный Ленинград в 1943 г. поступил в Ленинградский политехнический институт (в настоящее время — Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого), был секретарем ВЛКСМ института, организатором первого в стране студенческого строительного отряда. После окончания в 1949 г. с отличием электромеханического факультета (кафедра "Автоматика и телемеханика", которой руководил А. И. Лурье, а затем Б. И. Доманский) поработал в ОКБ-283 и поступил в аспирантуру Политехнического института.

В 1952 г. Е. И. Юревич защитил кандидатскую диссертацию по теории автоматического управления сверхмощными объединенными электроэнергетическими системами и приступил к работе в качестве младшего научного сотрудника на кафедре "Математические и счетно-решающие устройства" радиотехнического факультета института, где на его становление как ученого повлиял Т. Н. Соколов, впоследствии создатель НПО "Импульс".

Однако уже в следующем году по просьбе руководителя кафедры "Автоматика и телемеханика" профессора Б. И. Доманского Евгений Иванович был переведен на кафедру обратно, где он читал курсы по устройствам автоматики и теории автоматического управления, участвуя в научно-исследовательской работе. Проработал три года ассистентом, затем шесть лет доцентом кафедры. В 1964 г. защитил докторскую диссертацию, в которой были развиты идеи и положения, выдвинутые в кандидатской диссертации. В 1966 г. Е. И. Юревич получил должность и ученое звание профессора, а в 1971 г. возглавил кафедру "Автоматика и телемеханика".

В середине 1960-х гг. Е. И. Юревич и группа из трех его аспирантов, двух механиков и десяти студентов включились в работы по космической тематике. Именно тогда остро встал вопрос обеспечения точного измерения высоты спускаемого аппарата по отношению к земной поверхности для обеспечения работы автоматики мягкой посадки экипажей космических кораблей при их возвращении на Землю. Требовался соответствующий измерительный прибор, который и был разработан группой Е. И. Юревича. Гамма-лучевой высотомер, получивший наименование "изделие 101", шифр "Кактус", оказался столь удачным, что модернизированные варианты этого устройства до сих пор используются на пилотируемых космических кораблях серии "Союз".

Работавшая под руководством Е. И. Юревича группа была преобразована вначале в спецлабораторию по технической кибернетике, а в августе 1966 г. — в научно-исследовательское отделение технической кибернетики (НИОТК). 21 января 1968 г. приказом министра высшего и среднего специального образования РСФСР № 15 было создано Особое конструкторское бюро технической кибернетики (ОКБ ТК) при Ленинградском политехническом институте численностью 127 человек. Сейчас это ШНИИ робототехники и технической кибернетики (ЦНИИ РТК). Директором-главным конструктором предприятия был назначен Е. И. Юревич. До 1973 г. он совмещал работу в ОКБ ТК с работой в Политехническом институте, являясь заведующим кафедрой "Автоматика и телемеханика". Но затем в связи с ростом объема работ в ОКБ ТК и численности предприятия, достигшей к 1976 г. 1000 человек, полностью переключился на работу на новом предприятии. Окончательное название ШНИИ РТК было получено в 1981 г. Тогда же было построено новое основное здание института.

Создание гамма-лучевого высотомера стало первой, но далеко не последней работой Е. И. Юревича в данном направлении. Следующим направлением стало создание науки о свете — фотоники. Уникальные качества фотонных систем привели к быстрому расширению сферы их применения, прежде всего в оборонных отраслях промышленности, в Вооруженных Силах СССР, в МВД и других силовых структурах. Были созданы, освоены промышленностью и введены в эксплуатацию в составе важнейших объектов оборонной техники десятки фотонных систем, большая часть которых до настоящего времени не имеет аналогов в мире.

Еще одним направлением деятельности коллектива, который возглавлял Е. И. Юревич, стали работы по робототехнике. Само слово "робототехника" придумано Евгением Ивановичем: «В мире используется более короткий термин "роботика", а мне было нужно стандарт выпустить, я предложил слово "робототехника" по аналогии с "радиотехника", "теплотехника"».

По заказу Института океанологии АН СССР в ОКБ ТК в инициативном порядке была создана система супервизорного управления манипулятором глубоководного робота-геолога "Краб-02". В 1972 г. вышло постановление Государственного комитета СССР по науке и технике "О создании промышленных роботов в стране", которым Е. И. Юревич был назначен научным руководителем-главным конструктором по данному направлению, ответственным за разработку и реализацию соответствующих государственных пятилетних научно-технических программ. В дальнейшем (1977 г.) эти функции были распространены на специальную робототехнику. В 1982 г. Е. И. Юревич был назначен генеральным конструктором по робототехнике в странах-участниках СЭВ, председателем совета главных конструкторов этих стран. Одним из наиболее важных научных результатов Е. И. Юревича в области робототехники стала разработка модульного принципа построения роботов, включенного в программу СЭВ по робототехнике в качестве унифицированной основы для организации совместного производства роботов. В 1985 г. в ЦНИИ РТК завершились работы по созданию системы бортовых манипуляторов для многоразового космического корабля "Буран". Были созданы уникальные стенды с имитацией невесомости. Для размещения одного из них потребовалось строительство полой башни высотой 70 м и диаметром около 30 м. В дальнейшем это здание стало символом ЦНИИ РТК и одним из символов северных окраин Санкт-Петербурга. В 1986 г. Е. И. Юревич лично вместе со своими сотрудниками принимал участие в ликвидации последствий аварии на Чернобыльской АЭС. Всего было создано и направлено на станцию 15 роботов, с помощью которых было обследовано 15 000 м<sup>2</sup>, очищено от мусора 5000 м<sup>2</sup> зданий и территории станции. Разработанные и изготовленные при этом робототехнические устройства заложили основу для нового научного направления робототехники экстремальной робототехники [2].

В декабре 1986 г. по достижении 60-летнего возраста Е. И. Юревич оставил по собственному желанию пост директора-главного конструктора ЦНИИ РТК и целиком переключился на проблему подготовки кадров. Началась вторая стадия его жизни — осмысление пережитого, передача опыта.

Здесь он сформулировал принципы своего руководства и творчества, которых он придерживался всю жизнь:  после получения положительного результата по решению какой-то задачи полезно задать себе вопрос: а частным случаем чего может оказаться это решение? Это позволяет обобщить и расширить полученное решение;

 после каждой неудачи полезно поставить перед собой задачу непременно превратить эту неудачу в успех;

 при решении сложной задачи необходимо довести себя до истощения, и тогда появляется спасительное "озарение";

 главный признак творческой организации — когда ведущими фигурами в ней оказываются не начальники подразделений, а разработчики, создатели новой техники. Начальники лишь обслуживают своих работников;

— молодые руководители, что бы вы ни делали, задавайте себе вопрос: а за кого я это делаю? И тогда вы не превратитесь в загнанного диспетчера, а будете выполнять функции руководителя;

— в организации важен оптимистический настрой. Благодарностей и поощрений должно быть всегда больше, чем выговоров;

— руководить — это значит не мешать хорошим людям работать [1].

Е. И. Юревич много сил отдал развитию вузовской науки, подготовке научных кадров. Он возглавлял Межвузовский учебно-научный центр, являлся заведующим кафедрой "Робототехника и техническая кибернетика", на общественных началах работал ректором Высшей школы инженерного творчества в системе Академии технического творчества. С 1992 г. и до последних дней своей жизни он являлся Почетным главным конструктором института.

Последние годы жизни Евгения Ивановича интересовало будущее робототехники. Он написал множество статей философско-методологического плана с анализом направлений развития разумных систем [3, 4]. В их основе он видел процессы эволюционной самоорганизации систем. "Предлагается процесс эволюционного развития искусственного разума реализовать на множестве возможно даже достаточно простых роботов. По-видимому, по крайней мере на первом этапе, это будут минироботы, на базе которых уже ведутся интенсивные исследования процессов групповой самоорганизации, которые теперь надо дополнить самоусовершенствованием путем обучения" [5]. Робот будущего — разумный робот. Направление дальнейшего развития робототехники — это совершенствование уровня "разумности" роботов путем технического освоения наряду с интеллектом интуитивных творческих способностей человека.

Свои идеи Е. И. Юревич излагал на конференциях по проблемам управления и экстре-



Проф. Н. Б. Филимонов, проф. Е. И. Юревич, проф. С. Ф. Сергеев на мультиконференции "МКПУ-2011" (Геленджик, с. Дивноморское)

мальной робототехники, непременным участником которых он являлся.

Вклад Е. И. Юревича в создание новой техники был высоко оценен обществом. Он награжден двумя орденами Трудового Красного Знамени, орденом Октябрьской Революции, многими другими государственными наградами, удостоен почетного звания "Заслуженный деятель науки Российской Федерации", являлся Почетным работником высшего образования России и Почетным профессором Политехнического университета. Евгений Иванович Юревич прожил долгую и достойную жизнь.

В жизни Евгений Иванович был человеком скромным, исключительно доброжелательным и пользовался большим уважением сотрудников и коллег.

Вся многогранная деятельность Е. И. Юревича является ярким примером служения Родине, отечественной науке, высшей школе, образцом высокого долга ученого и гражданина. Светлая память о нем навсегда сохранится в наших сердцах.

#### Список литературы

1. Юревич Е. И. Воспоминания политехника. На рубеже XXI века. СПб.: Изд-во Политехн. университета, 2015.

2. Юревич Е. И. Роботы ЦНИИ РТК на Чернобыльской АЭС и развитие экстремальной робототехники. СПб: Изд-во СПбГПУ, 2004.

3. Юревич Е. И. Робот будущего — робот разумный Мехатроника, автоматизация, управление. 2004. № 12. C. 38-41.

4. Станкевич Л. А., Юревич Е. И. Искусственный интеллект и искусственный разум в робототехнике. СПб.: Издво Политехн. университета, 2012.

5. Юревич Е. И. Групповая робототехника — основа развития искусственного разума // Робототехника и техническая кибернетика. 2014. № 1. С. 16-17.

## At the Origins of Domestic Robotics and Mechatronics: Evgeny Yurevich in Life and Science

S. F. Sergeev, s.f.sergeev@spbu.ru,

St. Petersburg State University, St. Petersburg, 199034, Russian Federation, N. B. Filimonov, nbfilimonov@mail.ru, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation

Corresponding author: Filimonov Nikolay B., Professor, Dr. Sci. Tech., Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation

Accepted on July 02, 2020

#### Abstract

The article considers the life path of the founder of the research Institute of robotics and technical Cybernetics (RTC) Eugene Yurevich in the context of the development of Soviet and partially Russian mechatronics and robotics. It shows his personal contribution to the formation of the scientific, practical and production base of robotics in the Soviet Union and Russia.

Keywords: mechatronics, robotics, extreme robotics, space robotics, Photonics

#### For citation:

Sergeev S. F., Filimonov N. B. At the Origins of Domestic Robotics and Mechatronics: Evgeny Yurevich in Life and Science, Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2020, vol. 21, no. 10, pp. 595-598.

DOI: 10.17587/mau.21.595-598

#### References

1. Yurevich E. I. Memories of the Polytechnic. At the turn of the XXI century, SPb., Publishing house of Polytechnical University, 2015 (in Russian).

2. Yurevich E. I. Robots of the Central research Institute of the RTC at the Chernobyl nuclear power plant and the development of extreme robotics, Saint Petersburg, SPBU publishing house, 2004 (in Russian).

3. Yurevich E. I. Robot of the future is reasonable robot. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2004, no. 12, pp. 38-41 (in Russian).

4. Stankevich L. A., Yurevich E. I. Artificial intellect and artificial intelligence in robotics, Saint Petersburg, Polytechnic University Publishing house, 2012 (in Russian).

5. Yurevich E. I. Group robotics is the basis for the development of artificial intelligence, Robotics and Technical Cybernetics, 2014, no. 1, pp. 16-17 (in Russian).

- V. A. Kostyukov, Candidate of Engineering Sciences, wkost-einheit@yandex.ru,
- M. Yu. Medvedev, Doctor of Engineering Sciences, medvmihal@sfedu.ru,
- D. D. Pavlenko, Candidate for a Master's Degree, dmitrij.pawlencko@yandex.ru,
   A. M. Mayevsky, Postgraduate Student, maevskiy\_andrey@mail.ru,
  - N. K. Poluyanovich, Candidate of Engineering Sciences, nik1-58@mail.ru, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Corresponding author: Medvedev Mikhail Yu., D. Sc.,

 $Southern \ Federal \ University, \ Taganrog, \ Russian \ Federation, \ e-mail: \ medvmihal@sfedu.ru$ 

Accepted on April 15, 2020

## Investigation of a Rotor Speed Controlling of a Promising Wind-Driven Power Plant Using Several Variable Elements of its Geometry

#### Abstract

Variants of the rotation frequency stabilization of a promising vertically axial wind-driven power plant consisting of a doubly connected stator and a rotor with blades are considered. The stator as a whole is part of the construction, axisymmetric with the rotor, and the rotor is slightly buried in the upper part of the stator — the bell. This plant can be included as an element in a complex power plant for additional and emergency power supply of both stationary and mobile objects, for example, surface robotic systems. The paper proposes to use an aerodynamic method of the rotor angular speed stabilization by controlling the positions of two variable design elements of the plant with respect to its stator. As such elements, a lower guide structure (one of the stator elements) and an aerodynamic brake flap can be used. The rearrangement of both elements positions relative to the stator changes the effective cross section for the interaction of the wind flow entering the installation with the rotor. The method of controller synthesis by the angular speed of the rotor rotation is considered in detail. A feature of this controller is the presence of two control channels with one state variable. First, it is necessary to determine the dynamic ranges of torque control channels depending on the degree of deviation of the desired flow rate from the current speed. Based on the second-order control error equation, the desired control law of the angular rotor speed is obtained. Using the example of the problem solving of angular speed stabilization with given quality criteria, we simulated a synthesized control system for various initial data. It is shown that the constructed controller is capable of effectively countering the influence of wind disturbances in a wide range of deviations of the current speed from the frequency desired for a given target value.

**Keywords:** vortex type wind-driven power plant, aerodynamic torque, variable geometry elements, regulation error equation, reduced disturbance observers, rotation frequency stabilization

Acknowledgments. This work was supported by the RFBR grant No. 18-08-00473 on the theme: "Development and research of methods for optimizing and controlling the processes of energy conversion in power plants of a complex type, including those converting a continuous flow of medium".

#### For citation:

Kostyukov V. A., Medvedev M. Yu., Pavlenko D. D., Mayevsky A. M., Poluyanovich N. K. Investigation of a Rotor Speed Controlling of a Promising Wind-Driven Power Plant Using Several Variable Elements of its Geometry, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2020, vol. 21, no. 10, pp. 599–608.

DOI: 10.17587/mau.21.599-608

#### УДК 621.311.24 (06)

DOI: 10.17587/mau.21.599-608

В. А. Костюков, канд. техн. наук, wkost-einheit@yandex.ru,
М. Ю. Медведев, д-р техн. наук, medvmihal@sfedu.ru,
Д. Д. Павленко, канд. в магистратуру ЮФУ, dmitrij.pawlencko@yandex.ru,

А. М. Маевский, аспирант ЮФУ, maevskiy\_andrey@mail.ru, Н. К. Полуянович, канд. техн. наук, nik1-58@mail.ru

Южный Федеральный Университет, г. Ростов-на-Дону

### Исследование регулирования частоты вращения ротора перспективной ветроэнергетической установки с использованием нескольких переменных элементов ее геометрии

Рассматриваются варианты стабилизации частоты врашения ротора перспективной вертикально-осевой ветроэнергетической установки, состоящей из двусвязного статора и ротора с лопастями. Статор в целом является осесимметричной с ротором частью конструкции, а ротор немного заглублен в верхнюю часть статора — раструб. Эта установка может входить в качестве элемента в комплексную силовую энергетическую установку для дополнительного и аварийного электропитания как стационарных, так мобильных объектов, например, надводных робототехнических комплексов. В работе предлагается использовать аэродинамический метод стабилизации угловой скорости вращения ротора путем управления положениями двух изменяемых элементов конструкции рассматриваемой установки относительно ее статора. В качестве таких элементов могут быть использованы нижняя направляющая структура — один из элементов статора, и аэродинамическая тормозная заслонка. Перестроение положений обоих элементов относительно статора изменяет эффективное сечение взаимодействия входящего в установку ветрового потока с ротором. Подробно рассмотрена методика синтеза регулятора угловой скорости вращения ротора. Особенностью этого регулятора является наличие двух каналов управления при одной переменной состояния. Вначале необходимо определить динамические диапазоны регулирования крутящего момента на валу ротора для каждого из изменяемых элементов геометрии. Это позволяет корректно выбрать условие переключения между двумя каналами управления в зависимости от степени отклонения желаемой скорости потока от текущей скорости. На основании уравнения ошибки регулирования второго порядка и процедуры синтеза редуцированных наблюдателей возмущений вращающего момента получен искомый закон управления угловой скоростью вращения ротора. На примере решения задачи стабилизации угловой скорости с заданными критериями качества проведено моделирование синтезированной системы управления при различных исходных данных. Показано, что построенный регулятор способен эффективно парировать влияние ветровых возмущений в широком диапазоне отклонений текущей скорости от желаемой для данного целевого значения частоты.

**Ключевые слова:** вихревая ветроэнергетическая установка, аэродинамический крутящий момент, изменяемые элементы геометрии, уравнение ошибки регулирования, редуцированные наблюдатели возмущений, стабилизация частоты вращения

#### Introduction

Currently, there is a large group of facilities, stationary-based and mobile, including robotic systems, in need of auxiliary autonomous energy sources.

For example, many international companies are developing and implementing alternative energy sources on marine surface platforms to reduce their total fuel consumption is carried out by [1, 2].

One of the approaches that allows economically tangible (more than 10 %) to reduce the consumption of conventional fuel is the use of a complex power plant (CPP), consisting of a wind-driven power plant (WP) and a solar power plant.

The key problems in this case are: 1) to choose a WP type, suitable for installation on a stationary/ mobile platform as an element of the CPP; 2) the development of CPP electromechanical control system, allowing to optimize its operation according to the criterion of maximum power generated under severe restrictions imposed by the safety requirements and reliability of operation of all carrier systems [3].

Complex power plants can be used as a source elements that are part of a distributed electric network, providing a controlled transfer of energy from such sources to consumers — load elements. This transmission occurs under conditions of perturbations of these elements, various external influences on the network, and, as a result, various modes of its operation, including emergency ones. For stability and robustness of the control system of such distributed power system, strict restrictions must be imposed not only on the upper level of this control, which is responsible for the correct assessment of the characteristic electrical quantities of the system and control of the key state variables of the sources, receivers and transmission lines themselves [4]. Big demands must be made on the local control systems of source elements. The last requirements are reduced, firstly, to coordinated work with the upper level of control and, secondly, to sufficiently accurate stabilization of the characteristic output values of these sources in accordance with the specified current operating mode of the entire system.

This article discusses problem of WP rotor angular speed stabilization due to the regulation of the aerodynamic properties of this plant.

Such regulation in the general case can be carried out using variable geometry elements (VGE) of WP construction [5-7].

A variable geometry element of the horizontally axial WP construction, as a rule, is the total angle of their blades installation. A striking example here is a 600 kW guided modernized research turbine (CART2) operated by the National Renewable Energy Laboratory (NREL), pc. Colorado. The rotor speed controller of this WP takes into account both turbulent wind disturbances and significant parametric uncertainties of the rotor motion model with a maximum value of 20 % [5]. These uncertainties are caused, first of all, by the blades considerable flexibility of modern WP, as well as by the mass variability and inertia characteristics of the rotor, generator and the corresponding error in their estimation, which increase with increasing diameter of the rotor. The paper [6] analyzes a much simpler controller that controls the specified CART2 plant for a number of modes with almost the same quality of work.

However, VGE using for vertically axial WP is currently very limited. Since, for example, the use of a wind wheel for this WP type with an adjustable angle of rotation relative to a certain axis will lead to more complex and much less predictable changes than in the case of a change in the overall pitch of the propeller of a horizontally axial WP. The reason for this is that the theory of the screw is much more studied than the aerodynamics of the corresponding rotors used for vertically axial plants. Nevertheless, publications are known where a controlled change in the aerodynamic properties of a vertically axial vortex type WP is considered by using a VGE located on the stator part of the installation [7].

For the vertically axial WP aerodynamic control of rotor speed at the present stage of drive mechanisms development as well as theoretical and computational dynamics of continuous media is additional to the existing electrical control. At the same time, controlling the aerodynamic properties of such WP can significantly reduce the requirements for a number of system elements for electric control of the generator frequency and amplitude, such as a rectifier, battery, inverter [8]. This becomes possible due to a significant reduction in the changes range in the speed and amplitude of the output signal of WP generator through such aerodynamic regulation.

The development of precision mechanics, including actuator drives of WP elements and the technology for manufacturing precision parts, together with an increase in the efficiency and depth of aerodynamic analysis of processes occurring during WP operation, can eventually make the method of angular speed aerodynamic control the main for some WP types, or, according to at least by backing up the existing stabilization method. The consequence of this development is the appearance in the future of two WP classes.

Installations can be attributed to the first, the design of which will allow more efficient control of the angular speed using the VGE. For example, for WP with high rated power, appropriate expensive equipment for electrical control is required. However, if there are sufficiently fast-acting VGE for some of them, it will become possible to completely eliminate a number of elements of the specified equipment.

The second class will include WP, the design of which will not allow the introduction of effective control using VGE. This may be due to the complexity of aerodynamic regulation by such VGE, which can lead, especially for low power plants, to the inefficiency of aerodynamic regulation according to the price / quality criterion. For a number of WP with an increased demand for output characteristics and reliability of operation, both stabilization methods can be applied.

In the present work, the vertically axial vortex type WP with one VGE is taken as a basis [3, 7, 8]. The necessity of introducing an additional variable geometry element for the possibility of the rotor angular speed controlling in a wider dynamic range of wind loads is substantiated, and the corresponding modernized plants design is proposed. Next, the regulator of this control system is considered.

## The design and operation principle of the original WP

The wind-driven power plant, which is taken as the basis [3, 7], contains a moving part — a rotor with blades, as well as a doubly connected part of the structure — a stator. The latter includes a bell, which is a vertical channel with the possibility of air passing inside it — a bell, and a lower guide structure made in the form of a cone-shaped rotation figure. The stator as a whole is axisymmetric with the rotor part of the structure, and the rotor is slightly buried in the socket (see Fig. 1, *a*, see the third side of covered).

The operation of a vortex type wind-driven power plant is based on the principle of useful aerodynamic interference between the static and rotor parts of the plant [7, 9-13], as well as the use of special-shaped rotor blades that effectively perceive both horizontal and vertical ascending flows [7, 13]. The vortex resulting from the rotor rotation is concentrated inside the diffuser and over its upper part. The formed areas of reduced pressure cause the additional traction effect — the average pressure in the lower part of the rotor  $(p_1)$  is much higher than the average pressure in its upper part, as well as above the edge of the upper part of the stator  $(p_2)$ ; this effect increases the rotor rotation moment. The vortex structure arising above the rotor additionally energizes the rotor, being in dynamic equilibrium with it (Fig. 1, b, see the third side of covered).

A possible application of considered WP [7] as a part of the complex power plant small displacement boats are shown in Fig. 1, c (see the third side of covered), and as a part of a wind power station of several combined WP, in Fig. 1, d (see the third side of covered).

In works [3, 7], the aerodynamic advantages of such plant are shown, both in terms of the generated power and in terms of minimizing the noise level, in comparison with analogues [13–19]. The design of this plant was obtained as a result of aerodynamic optimization according to the criterion of maximum torque on WP rotor shaft.

## A need for modernization of the aerodynamic control system of the angular speed of WP rotor

Consider the problem of the rotor rotational speed controlling of a vertically axial vortex type WP, described above (Fig. 1, *a*, see the third side of covered).

The position of the stator, lower movable part, characterized by the *h* magnitude, can vary vertically relative to the rotor (Fig. 1, *b*, see the third side of covered). Therefore, this part of the stator is a variable element of WP geometry [3, 7]. Deviation of the position of this element leads to a change in the aerodynamic properties of the plant. By adjusting the value *h* depending on the wind load, which is within certain limits, it is possible to stabilize the rotor angular speed  $\omega$ , if the dependence of the rotor aerodynamic moment on the wind speed, angular speed and on [7] is known.

However, stabilization  $\omega$  in the entire range of wind loads using the value *h* considered in [7] is not possible, since the dynamic range of the change in the rotor aerodynamic moment due to the change in value *h* is not sufficient to achieve this goal.

In this paper, we consider a system for controlling the rotor angular speed  $\omega$  using two variable geometry elements of the plant design: the lower guide structure and the aerodynamic brake flap. The combined use of these two VGEs makes it possible to increase the dynamic range in terms of the rotor aerodynamic moment so that it becomes possible to adjust  $\omega$  for any average value of the wind load and arbitrary amplitude of the wind disturbance in a certain range of rates of change of this disturbance over time.

Fig. 2 (see the third side of covered) shows the principle of vortex type WP operation with an additional element on the construction — an aerodynamic brake flap (ABF). Such flap regulates the effective cross section of the incident wind flow interaction with the rotor in the range of values from the maximum — when the flap does not overlap the incident flow at all, to almost zero — when the flow is almost completely blocked, as a result of which the rotor rotation is slowed down. At the same time, it also generates significant turbulence, which complicates the aerodynamic analysis and its accuracy. To compensate for the inaccuracy of determining the moment on the rotor shaft at various ABF positions relative to the stator bell, a torque perturbation observer on the rotor shaft can be introduced into the developed control system. Thus, the proposed plant contains two VGEs, which are characterized by values  $h_1$  and  $h_2$ .

## Synthesis of a controller of a modernized vortex type WP with two VGEs

Lets perform synthesis of the regulator of the proposed WP. For such synthesis, it is necessary, first of all, to have a dependence  $\omega_0 = f_0(V_0)$  of the steady-state value of the angular speed  $\omega_0$  on the unperturbed uniform wind flow speed  $V_0$ .

In the general case, the target value of the rotor rotation speed  $\omega_g$  differs from  $\omega_0$  that corresponding to the current average wind speed  $V_0$ without taking into account possible wind disturbances therefore, Automatic Control Sistem (ACS) with a VGE must not only fend off these disturbances, but also fend off the difference  $V_{0g} - V_0$ , where  $V_{0g} = f_0^{-1}(\omega_g)$ ,  $f_0^{-1}$  — function inverse to  $f_0$ . Thus, it is necessary to fend off the difference  $\Delta V(t) = V(t) - V_{0g}$  between the full free wind speed V(t) and the desired value  $V_{0g}$ ; we will proceed from the following law of change in the speed of the incoming air flow during gusts of wind:

$$V(t) = V^*(t) =$$

$$= V_0 + A_V \exp(\alpha_V t) \sin(\Omega_V t + \varphi_V),$$
(1)

where  $A_V$ — wind amplitude,  $\alpha_V$ ,  $\Omega_V$  — constant parameters, one of which can be equal to zero;  $\varphi_V$  — initial phase of the process of increasing disturbance.

Now it is necessary to determine to what extent the difference  $\Delta V(t)$  can vary in order to control the angular speed with a given quality.

We establish the required quality of the regulation process with the given parameters of the transient process  $\Delta T'_p$  and degree of overshoot  $\eta_{\omega} = \Delta \omega_{\max} / \omega_g$  relative to the permissible  $\Delta \omega_g$  deviation from the nominal target value  $\omega_g$ . For example, let  $\Delta \omega_g = 0,05\omega_g$ ,  $\Delta T'_p = 5$  s,  $\eta_{\omega} = 50$  %. Next, find out in which range the difference  $V(t) - V_{0g}$  the control system considered in [7] is capable of stabilizing the angular speed  $\omega$  with specified quality parameters. The analysis shows that such stabilization by means of VGE of the lower guide structure of the considered vortex type WP is possible at  $|V(t) - V_{0g}|_{\max} / V_{0g} \leq \delta_{1V \max} = 0,3$ . Here the case is admissible when  $V(t) < V_{0g}$ , if the nominal dependence  $V_{0g} = f_0^{-1}(\omega_g)$  obtained for the normal intermediate position of the lower guide structure. Its deviation up from the indicated normal position, i.e. a decrease in the parameter  $h_1$  (Fig. 1, *b*, Fig. 2, see the third side of covered) leads to an increase in the rotor torque, and a downward deviation leads to its decrease [3, 7].

The introduction of an additional VGE - ABF leads, as mentioned above, to the expansion of the upper limit of the allowable range in speed, therefore,

in the end, the dynamic range of regulation of the flow rate for the developed ACS is:

$$-\delta_{V1\max}V_{0g} \le V(t) - V_{0g} \le V_{kr} - V_{0g}, \qquad (2)$$

where  $V_{kr}$  the maximum allowable wind speed for the integrity of WP construction and its functioning in normal mode; this speed, as a rule, is obviously greater than the upper limit of installation operating speed range.

Let the equation of WP controlled object is given, which is an equation of the rotational motion of its rotor with an angular speed  $\omega$ :

$$J\frac{d\omega}{dt} = M(V, \omega, h_1, h_2) + M_c(\omega), \qquad (3)$$

*V*— wind speed, the changes of which in this problem represent external disturbance;  $h_1$ ,  $h_2$  — control value of two VGEs determining their current position relative to the bell stator; *J* — reduced moment of the rotor inertia;  $M(V, \omega, h_1, h_2)$  and  $M_c(\omega)$  — useful aerodynamic moment on the rotor and moment of resistance, determined by the following empirical dependencies [7]:

$$M(V, \omega, h_1, h_2) = V[a_1 + a_2(V - \tilde{V})\omega]f_u(h), \quad (4)$$

$$M_c(\omega) = -b\omega, \tag{5}$$

$$f_u(h_1, h_2) = f_{u1}(h_1) f_{u2}(h_2), \tag{6}$$

$$f_{u1}(h_1) = \begin{cases} a_3 h^{-1} + a_4, \text{ for } h \in [h_{1 \text{ inf}}, h_{1 \text{ sup}}]; \\ h_{1 \text{ inf}}, \text{ for } h < h_{1 \text{ inf}}; \\ h_{1 \text{ sup}}, \text{ for } h > h_{1 \text{ sup}}. \end{cases}$$
(7)

Additional aerodynamic analysis showed that the function of the influence of the second VGE on the rotor torque can be approximately approximated exponentially:

$$f_{u2}(h_2) = [\exp(1 - h_2/h_{2kr}) - 1]/(\exp(1) - 1),$$
  
for  $h_2 \le h_{2kr}$ . (8)

Here  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ , b,  $\tilde{V}$  — constant coefficients  $h_{1inf}$ ,  $h_{1sup}$  — lower and upper boundary limit values of the control quantity  $h_1$ , determined by WP design features,  $h_{2kr}$  — upper limit value of  $h_2$ . The cases of the control variables values exit  $h_1$ ,  $h_2$  from the admissible ranges and the corresponding cutoffs considered in (6) and (7) are necessary only for the correct programming of the corresponding computational problem in finite differences.

For numerical aerodynamic calculations, the Ansys Fluent software package was used; in this case, methods for analyzing unsteady flows in rotating domains based on the approximation of moving grids implemented in this software product were used. For the correctness of the results obtained, two turbulence models were used:  $k-\varepsilon$ - and RNG  $k-\varepsilon$ , the use of which in each particular calculation depended on the Reynolds number.

The indicated methods are widely used in studies devoted to the aerodynamics of modern vertically axial WP [15, 16, 19–22]. In particular, in [19], the authors analyzed the twist effect of Dorier type WP turbine blades, and in [21], the possibilities of increasing the aerodynamic quality of the same type blade by using hollows of a special shape on its profile were considered. Article [22] is devoted to the study and modeling of the process of starting a vertically axial WP.

Note that, based on equation of state (3), the above static dependence  $\omega_0 = f_0(V_0)$  can be found, if equation (3) is solved sequentially for a number of values of the speed of the unperturbed flow  $V_0$ and, in the limit, the corresponding steady-state values  $\omega_0$  are obtained. Fig. 3, *a* shows the time dependences of the rotor angular speedes for wind



Fig. 3. To the definition of static dependence  $\omega_0 = f_0(V_0)$ 

speedes  $V_0 = 2$ , 5, 10 m/s, tending to the indicated steady-state values; figure 3 b shows the corresponding dependence  $\omega_0 = f_0(V_0)$ .

The actuators of two VGEs will be approximated by first-order aperiodic links [23], i.e. using equations:

$$q_{1,2}\frac{dh_{1,2}(t)}{dt} + r_{1,2}h(t) = f_{1,2}^{*}(t), \qquad (9)$$

where  $q_{1,2}$  and  $r_{1,2}$  — constant coefficients,  $f_{1,2}^{*}(t) = q_{1,2}h_{1,2}(t) + r_{1,2}h_{1,2}(t)$  and here the first lower indices correspond to the actuator of the first VGE, and the second to the second VGE. The solution of equations (9) in the general case has the form [24]:

$$h_{1,2}(t) = (1/q_{1,2})e^{-(r_{1,2}/q_{1,2})t} \times \left[ \int_{0}^{t} e^{(r_{1,2}/q_{1,2})t} f_{1,2}^{*}(t)dt + q_{1,2}h_{1,2;0} \right] = (10)$$
$$= h_{1,2}^{*}(t) + [h_{1,2;0} - h_{1,2}^{*}(0)] \exp[-(r_{1,2}/q_{1,2})t],$$

where  $h_{1,2}^*(t)$  are corresponding dependencies for two VGE without taking into account the response time of the specified actuators;  $h_{1,2;0} = h_{1,2}(0)$  — set initial values of control actions  $h_{1,2}$ .

In the synthesis of the desired controller, we will proceed from the following error equation [23]:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + A\frac{d\varepsilon}{dt} + B\varepsilon = 0, \qquad (11)$$

where  $\varepsilon = \omega_g - \omega$  — regulation error;  $\omega_g$  — angular speed target value  $\omega$ ; A, B — some constant coefficients that determine the nature of the transition process in terms of angular frequency, in particular, the decay time of this process and the degree of its overshoot.

A feature of the synthesized control system is the presence of two control channels with one state variable to be regulated. In addition, these channels are distinguished as follows. The use of the lower guiding structure for regulation, as shown by aerodynamic analysis [3, 7], does not introduce significant turbulent fluctuations in the flow in the rotor vicinity, however, the use of the aerodynamic brake introduces significant turbulence, which can reduce the quality of control due to the impossibility of accurately accounting for them. Therefore, the ABF use is justified only in high deviation modes  $V(t) - V_{0g}$ , when the dynamic range of torque changes on the rotor shaft due to the displacement from the normal position of the first VGE, the lower guide structure, is not enough to solve the problem. Therefore, the simultaneous use of two VGEs at once on the same regulation cycle is impractical. Based on (2), we introduce the following rule of switching between modes of using two VGEs:

if 
$$|V(t) - V_{0g}| \leq \delta_{V1\max}V_{0g}$$
,

then only VGE 1 is used;

if 
$$V(t) - V_{0g} > \delta V_{1\max} V_{0g}$$
,

then only VGE 2 is used;

if 
$$V(t) - V_{0g} < -\delta V_{1\max} V_{0g}$$
,

then aerodynamic regulation is not possible with the help of VGE data and  $\omega$  stabilization is carried out only by electric means.

In this case, based on the equation of state (3) and the error equation (11), the following expressions can be obtained:

$$\frac{1}{J}(M'_{V}\dot{V} + (M'_{\omega} + M'_{c,\omega})\dot{\omega} + M'_{h_{l,2}}\dot{h}_{l,2}) + \frac{A}{J}(M + M_{c}) + B\omega = f(t),$$
(12)

where  $f(t) = \ddot{\omega}_g + A\dot{\omega}_g + B\omega_g$ ,  $M'_V$ ,  $M'_{\omega}$  — corresponding partial derivatives of the moment  $M(V, \omega, h_1, h_2)$  by  $V, \omega$ ;  $M'_{c,\omega} = dM_c/d\omega$ ;  $M'_{h_{1,2}}$  — partial derivatives with respect to the first and second control variables:

$$M'_{h_1} = -Va_3[a_1 + a_2(V - \tilde{V})\omega]h_1^{-2}f_{u2}(h_2), \quad (13)$$

$$M'_{h_2} = -(V/h_{2kr})[a_1 + a_2(V - \tilde{V})\omega] \times f_{\mu_1}(h_1) \exp(-h_2/h_{2kr}).$$
(14)

If we express the  $\dot{h}_{1,2}$  derivatives from (12) and add equation (3), then the desired system of equations with respect to the state variable  $\omega$  and two control variables  $h_1$ ,  $h_2$  takes the form:

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = [M(V, \omega, h_{1}, h_{2}) + M_{c}(\omega)]/J; \\ \frac{dh_{1}^{*}}{dt} = \begin{cases} \frac{1}{M'_{h_{1}}} \{BJ\varepsilon - F(V, \dot{V}, \omega, h_{1}^{*}, h_{2}^{*})\}, \\ \text{if } G \equiv |V(t) - V_{0g}| \leq \delta_{V1\max}V_{0g}, \\ 0, \text{ othewise;} \end{cases}$$
(15)  
$$\frac{dh_{2}^{*}}{dt} = \begin{cases} 0, & if \ G, \\ \frac{1}{M'_{h_{2}}} \{BJ\varepsilon - F(V, \dot{V}, \omega, h_{1}^{*}, h_{2}^{*})\}, \\ \text{othewise.} \end{cases}$$

Here  $h_1^*, h_2^*$  characterize the values of control quantities without taking into account the inertia of their actuators; and function  $F(V, \dot{V}, \omega, h^*)$  defined by the expression:

$$F(V, \dot{V}, \omega, h_1^*, h_1^*) =$$

$$= [a_1 + a_2 \omega (2V - \tilde{V})] f_u(h_1^*, h_1^*) \dot{V} + (16)$$

$$+ \frac{1}{J} [a_2 V(V - \tilde{V}) f_u(h_1^*, h_1^*) + AJ - b] (M + M_c).$$

If we take into account the inertia of VGE triggering according to (10), then we obtain the following estimates for the desired control quantities:

$$h_{1,2}(t) = \begin{cases} \tilde{h}_{1,2}(t), \text{ if } \tilde{h}_{1,2}(t) \in [h_{1,2;\inf}; h_{1,2;\sup}], \\ h_{1,2;\inf}, \text{ if } \tilde{h}_{1,2}(t) < h_{1,2;\inf}; \\ h_{1,2;\sup}, \text{ othewise.} \end{cases}$$
(17)

where  $h_{2;inf} = 0$ ;  $h_{2;sup} = h_{2;kr}$ , values  $\tilde{h}_{1,2}(t)$  defined by the expressions:

$$\tilde{h}_{1,2}(t) = h_{1,2}^{*}(t) + [h_{1,2;0} - h_{1,2}^{*}(0)] \exp[-r_{1,2}t/q_{1,2}].$$
(18)

To compensate the inaccuracy of moment determining on the rotor shaft at various ABF positions relative to the stator bell, we introduce the corresponding observer of the rotor torque perturbation into the developed control system. Let us describe the synthesis process of a reduced observer according to a well-known technique [23, 25, 26].

The adjusted equation of WP rotor state taking into account the unaccounted disturbances on the moment is

.

+

$$J \frac{d\omega}{dt} = M(V, \omega, h_1, h_2) +$$

$$M_c(\omega) + \Delta M(\delta M, \Delta \omega, \Delta V, \Delta A),$$
(19)

where  $\delta M$  — the structural representation error of the moment dependence on the right-hand side of (3) on all variables and parameters (the error of the form of the function M);  $\Delta \omega$ ,  $\Delta V$  — scalar errors in estimating the angular speed and the module of the flow speed vector at the entrance to WP sensors;  $\Delta A$  — vector value of the error of estimation of all parameters included in the above dependencies (3)—(9).

Let's introduce the error of perturbation estimation  $\Delta M$ :

$$\varepsilon_M = \Delta M - \Delta \tilde{M},\tag{20}$$

where the disturbance assessment  $\Delta M$  of  $\Delta M$  imagine in the form:

$$\Delta \tilde{M} = S(\omega) + z. \tag{21}$$

Here  $S(\omega)$  — not yet defined smooth function of a variable  $\omega$ , and z — the desired function of time, which will go into the general system of equations and will determine the properties and work of the synthesized observer.

Require that the estimation error  $\varepsilon_M$  satisfy a first-order differential equation:

$$\dot{\varepsilon}_M + a_M \varepsilon_M = 0, \qquad (22)$$

where  $a_M$  — positive constant characterizing the speed of the observer.

We will first consider a constant perturbation  $\Delta M$ . It is easy to see that if you impose a restriction on a function  $S(\omega)$ :

$$dS(\omega)/d\omega = a_M J, \qquad (23)$$

then from equations (20)—(23) immediately follows the equation of the observer in the approximation of constant perturbation  $\Delta M$ :

$$\dot{z} = -a_M [M(V, \omega, h_1, h_2) + M_c(\omega) + a_M J \omega + z].$$
(24)

According to the equations (21)  $\mu$  (23), disturbance assessment  $\Delta \tilde{M}$  can be represented as:

$$\Delta \tilde{M}(\omega, z) = a_M J \omega + z. \tag{25}$$

Then the regulator, including the torque perturbation observer constructed here, is characterized by the following system of equations:

$$\begin{cases} \dot{\omega} = [M(V, \omega, h_{1}, h_{2}) + M_{c}(\omega) + \Delta M]/J; \\ \dot{h}_{1}^{*} = \begin{cases} \frac{1}{M'_{h_{1}}} \{BJ\varepsilon - \tilde{F}(V, \dot{V}, \omega, h_{1}^{*}, h_{2}^{*})\}, \\ \text{if } G = |V(t) - V_{0g}| \leq \delta_{V1\max}V_{0g}, \\ 0, \text{ othewise}; \end{cases} \\ \dot{h}_{2}^{*} = \begin{cases} 0, \text{ if } G, \\ \frac{1}{M'_{h_{2}}} \{BJ\varepsilon - \tilde{F}(V, \dot{V}, \omega, h_{1}^{*}, h_{2}^{*})\}, \\ othewise, \\ \dot{z} = -a_{M}[M(V, \omega, h_{1}, h_{2}) + \\ + M_{c}(\omega) + a_{M}J\omega + z], \end{cases} \end{cases}$$
(26)

where

$$\tilde{F}(V, \dot{V}, \omega, h_1^*, h_2^*) = F(V, \dot{V}, \omega, h_1^*, h_2^*) + \frac{1}{J} [a_2 V(V - \tilde{V}) f_u(h_1^*, h_1^*) + AJ - b] \Delta \tilde{M}.$$
(27)



Fig. 4. The functional diagram of the stabilization system of the rotor angular speed

The last three equations of the system (26) indicate that the law of the control variables change  $h_{1,2}^*$  includes an estimate of the moment from (25).

Then the resulting control system using two VGEs will include equation (19), the observer equation (24) and the last two equations in (15).

The functional diagram of the stabilization system of the rotor angular speed is shown in Fig. 4.

The master device generates the target law of the rotation angular speed  $\omega_{g}(t)$  changing taking into account the current and voltage at the load and the target setting values of the operator about the required nature of the power supply of this load. Further, on the basis of  $\omega_g$  and output  $\omega'$  of the rotor angular speed  $\omega$  meter (encoder), an error signal is generated  $\varepsilon = \omega_g - \omega' \approx \omega_g - \omega$ , which arrives at the controller. The latter also receives a signal z from the rotor moment perturbations observer; this observer works according to the last equation in (26). The controller generates control signals  $h_1^{*}(t), h_2^{*}(t)$  for two WP variable geometry elements under consideration in accordance with the second and third equations of the system (26). These signals are fed to the corresponding actuators, which change the position of two VGEs, thereby fending off changes in wind speed in order to stabilize the angular speed  $\omega$ .

#### Modeling the operation of the synthesized controller

Consider the results of modeling the synthesized controller of the rotor rotation angular speed.

Fig. 5, *a* (see the fourth side of covered) shows the time dependence of the angular speed at a constant component of the wind speed  $V_0 = 5$  m/s, target rated rotor frequency  $\omega_g = 3\pi$  rad/s and various amplitudes Av of this disturbance: Av = 1 m/s, 2 m/s, 2,5 m/s, 3,35 m/s, for a controller with system of equations (15) without taking into account the observer of perturbations of the torque. Other parameter values:

$$a_1 = 0,0716, a_2 = 1,704 \cdot 10^{-4},$$
  
 $a_3 = 0,202, a_4 = 0,692,$   
 $b = 0,0019, \alpha_V = -0,1 \text{ s}^{-1},$   
 $\Omega_V = 2\pi \text{ rad/s}, h_{2kr} = 0,3 \text{ m};$ 

actuator transient convergence parameters  $M\Gamma$ -1,2:  $p_{1,2}/q_{1,2} = 5 \text{ c}^{-1}$ .

Fig. 6, *a* and 7, *a* (see the fourth side of covered) show the time dependences of control variables  $h_1(t)$  for VGE-1 (b) and  $h_2(t)$  for VGE -2 (c) corresponding to the above values of the amplitudes Av perturbations.

From the dependences shown in Fig. 5, a, 6, a, 7, a (see the fourth side of covered) it follows that, starting from some characteristic time instants, the first VGE ceases to be involved by the control system, since condition G introduced in (15) ceases to be fulfilled starting from these instants. Obviously, the larger the amplitude of disturbances Av, the later such a moment occurs, since the longer the current

wind speed will fall into a given corridor relative to the desired wind speed, which is equal in this case  $V_{0g} = f_0^{-1}(\omega_g) = 3,4$  m/s. It can also be seen from this figure that the angular speed enters the permissible corridor for a time of less than 3 with overshoot of less than 50 % for all considered Av values, which corresponds to the initial data on the quality of regulation  $\Delta \omega_g = 0,05\omega_g$ ,  $\Delta T'_p = 5$  s,  $\eta_{\omega} = 50$  %.

of regulation  $\Delta \omega_g = 0.05 \omega_g$ ,  $\Delta T'_p = 5$  s,  $\eta_{\omega} = 50$  %. Fig. 5, b, 6, b, 7, b (see the fourth side of covered) shows similar relationships to Fig. 5, a, 6, a, 7, a, only for a controller with system of equations (26), which includes an observer in the constant perturbation approximation, in this simulation with the value  $\Delta M = \text{const} = 1$  Nm; observer speed set equal  $a_{\mu} = 3$  s.

A comparison of the graphs shown in Fig. 5, *a*, 6, *a*, 7, *a* with the corresponding graphs presented in Fig. 5, *b*, 6, *b*, 7, *b* (see the fourth side of covered) shows that the introduction of an additional constant unmeasured disturbance to the right side of the equation of the state  $\Delta M = 1$  Nm can be effectively counterbalanced using a reduced observer with preservation of the transition time process and a slight increase in the degree of overshoot — by 4 %.

Thus, the constructed controller is capable of effectively counteracting the influence of wind disturbances in a wide range of the current speed deviations from desired for a given frequency target value, and arbitrary excesses of the current wind speed over the desired speed  $V_{0g}$  are permissible, since the aerodynamic brake flap is able to vary the torque on the shaft up to a complete stop rotor. On the other hand, the lower limit of the wind speed acceptable for the considered control system is given by the first condition in (2), which is determined by the dynamic range of regulation according to the first VGE:  $-\delta_{V1\max}V_{0g} \leq V(t) - V_{0g}$ , in this case  $\delta V_{1\max} = 0.3$ .

Therefore, the proposed speed controller of WP rotor, changing the position of WP construction control elements depending on the measured speed of the wind disturbance, can increase efficiency and reliability of the plant work as well as quality of electric power generated by it.

Such aerodynamic speed control at the current stage of development of precision mechanics, actuators of WP components actuators and manufacturing technology of precision parts can work in conjunction with conventional methods of electrical stabilization of the generator frequency. Such joint work significantly reduces the quality requirements of the corresponding electrical equipment by reducing the dynamic range of the generator frequency control by preliminary aerodynamic speed control of the wind-driven power plant rotor speed.

#### Conclusion

In the paper, a regulator that stabilizes the rotor rotational speed of a vortex type wind-driven power plant using two variable elements of its geometry was synthesized. Based on the reduced observers, an additional loop for estimating rotor torque disturbances in the approximation of the constancy of these disturbances was introduced.

This regulator is able to maintain the value of the rotor angular speed in a sufficiently small permissible corridor (not more than 5 %) with wind disturbances limited from above only by structural strength requirements imposed on the installation elements. This is achieved by introducing an additional control element — the aerodynamic brake flap.

The application of the proposed method for WP rotor speed controlling will significantly increase the control system adaptability of its output characteristics; significantly expand the dynamic range of torque control on the wind-driven power plant rotor, as well as increase the robustness of these characteristics to external wind and internal structural parametric disturbances.

The use of vertically axial vortex type WP with the rotor speed aerodynamic control discussed in this article as part of complex power plants can significantly increase the efficiency of the latter.

#### References

1. **Innovative** Technologies & Solutions for Sustainable Shipping, *Eco Marine Power*, available at: ecomarinepower.com/en/ about-us (date of access: 26.10.2018).

2. **Ocius** Technology Limited (Australia), available at: ocius. com.au (date of access: 26.10.2018).

3. Kostyukov V. A., Medvedev M. Yu., Poluyanovich N. K., Dubygo M. N. Features of electromechanical control of a complex power plant with a vortex type wind-conversion device, Springer Nature Switzerland AG 2020 ("Cyber-Physical Systems: Advances in Design & Modelling"), 2019, pp. 221–219.

4. Omorov T. T., Takyrbashev B. K. Identification of the state of the distribution electric network in automation systems for metering and energy management, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 10, pp. 651–656.

5. Wright A. D., Balas M. J. Design of State-Space-Based Control Algorithms for Wind Turbine Speed Regulation, Journal of Solar Energy Engineering, 2003, 125(4): 386–395.

6. **Ravikumar N. V.A., Saraswathi G.** Robust controller design for speed regulation of a flexible wind turbine. Endorsed Transactions on Energy Web, 2019, vol. 6, pp. 1–10.

7. Kostjukov V. A., Medvedev M. Y., Poluyanovich N. K., Dubyago M. N., Bulanovich D. I., Pavlenko D. D. Control law synthesis of the wind-driven power-plant with variable geometry, 2019, *EAI Endorsed Transactions on Energy Web*, pp. 125–130. 8. Kostjukov V. A., Shevchenko V. A. Features of the complex power unit for mobile robotic, *ICCM-2018*, 2018, pp. 86–92.

9. **Baniotopoulos C. C., Borri C., Stathopoulos T.** (eds.) Environmental Wind Engineering and Design of Wind Energy Structures (CISM International Centre for Mechanical Sciences), Springer, 2011, 358 p.

10.**Tiago Pinto**. Electricity markets with growing levels of renewable generation: structure, operation, agent-based modeling and new projects, Springer, 2018, 640 p.

11. Gasch R. Wind Power PlantsFundamentals, Design, Construction and Operation, Springer, 2012, 567 p.

12. **Hau E.** Wind Turbines – 2013 Fundamentals, Technologies, Application, Economics, Third, translated edition, Springer, 2013, 879 p.

13. Haskin L. Ya. Aerodynamics of a wind wheel with a fairing and an output device, *Scientific notes TsAGI*, 1993, vol. 24, no. 4.

14. **Rafał Wróżyński, Mariusz Sojka, Krzysztof Pyszny, Krzysztof Pyszny.** The application of GIS and 3D graphic software to visual impact assessment of wind turbines, *Renewable Energy*, vol. 96, part A, October 2016, pp. 625–635.

15. Qing'an Li, Junsuke Murata, Masayuki Endo, Takao Maeda, Yasunari Kamada. Experimental and numerical investigation of the effect of turbulent inflow on a Horizontal Axis Wind Turbine (part II: Wake characteristics), *Energy*, vol. 113, 15 October 2016, pp. 1304–1315.

16. Young Gun Heoa, b, Nak Joon Choic, Kyoung Ho Choib, Ho Seong Jia, Kyung Chun Kima. CFD study on aerodynamic power output of a 110 kW building augmented wind turbine, *Energy and Buildings*, vol. 129, 1 October 2016, pp. 162–173.

17. Mikhnenkov L. V. Planetary type wind-driven power plant planetary type, *Scientific Bulletin of MSTU*, 2008, no. 125.

18. **Wenyi Liu.** Design and kinetic analysis of wind turbine blade-hub-tower coupled system, *Renewable Energy*, vol. 94, August 2016, pp. 547–557.

19. **Gorelov D. N.** Energy characteristics of the Darier rotor (review), Publishing House of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, 2010, pp. 325–333.

20. **Biswas A., Gupta R.** Unsteady aerodynamics of a twist bladed H-Darrieus rotor in low Reynolds number flow, *J. Renew Sustain Energy*, 2014, vol. 6.

21. Sobhani E., Ghaffari M., Maghrebi M. J. Numerical investigation of dimple effects on darrieus vertically axial wind turbine, *Energy*, 2017, 133:231–41.

22. Beri H, Yao Y. Numerical simulation of unsteady flow to show self-starting of vertical axis wind turbine using fluent, *J. Appl. Sci.* 2011;11:962–70.

23. Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Yu. Evaluation and management in complex dynamic systems, Moscow, Fizmatlit, 2009, 295 p.

24. **Matveev N. M.** Integration methods of ordinary differential equations, Moscow, Publishing house "Higher School", 1967, 555 p.

25. Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Yu., Gaiduk A. R., Neudorf R. A., Belyaev V. E., Fedorenko R. V., Kostyukov V. A., Krukhmalev V. A. Positional-trajectory control system for a robotic aeronautical platform: control algorithms, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleni,* 2013, no. 7, pp. 13–20.

26. Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Yu. Assessment algorithms in the control system of an autonomous robotic airship, *Bulletin of the Southern Federal University. Technical science*, 2013, no. 2 (139), pp. 200–207.

#### Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромынский пер., 4

#### Телефон редакции журнала: (499) 269-5510, (499) 269-5397

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор М. Ю. Безменова.

Сдано в набор 20.07.2020. Подписано в печать 11.09.2020. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН1020. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,

телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Адвансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Адвансед солюшнз".

119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru