

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 21

2020

№ 9

Издаётся с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:

БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.

ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.

ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН

БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН

ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН

ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН

КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН

КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН

КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН

МИКРИН Е. А., акад. РАН

ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН

РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН

СЕБЯРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН

СИГОВ А. С., акад. РАН

СОЙФЕР В. А., акад. РАН

СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН

ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН

ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН

ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН

ШЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН

ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:

DORANTES D. J., PhD, Турция

GROUMPOS P. P., PhD, Греция

ISIDORI A., PhD, Италия

KATALINIC B., PhD, Австрия

LIN CH.-Y., PhD, Тайвань

MASON O. J., PhD, Ирландия

ORTEGA R. S., PhD, Франция

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США

STRZELECKI R. M., PhD, Польша

SUBUDHI B. D., PhD, Индия

АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан

ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина

ТРОФИМЕНКО Е. Е., д.т.н., Беларусь

БОБЦОВ А. А., д.т.н.

БУКОВ В. Н., д.т.н.

ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.

ЖУКОВ И. А., д.т.н.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.

ЛОХИН В. М., д.т.н.

ПУТОВ В. В., д.т.н.

ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.

РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д.п.с.н.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.

ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.

ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:

АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Ловчаков В. И. Синтез линейных систем управления с максимальным быстродействием и заданным перерегулированием499

Иванников А. Д., Стемпковский А. Л. Итерационные методы решения систем многозначных логических уравнений при моделировании цифровых систем управления объектами511

Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф., Сулейманова М. Т. Алгоритмы построения доверительного интервала для математического ожидания помехи и их применение для контроля динамики развития аварий521

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Kulikov V. V., Kutsyi A. P., Kutsyi N. N. The Gradient-Based Algorithm for Parametric Optimization of a Variable Structure PI Controller with Dead Band530

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА,
УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Солдаткин В. М., Солдаткин В. В., Никитин А. В., Соколова Г. П. Обеспечение динамической точности системы воздушных сигналов самолета с неподвижным невыступающим приемником потока535

Карсаев О. В. Методика оценки влияния пропускной способности каналов связи на эффективность функционирования группировки спутников544

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна в сети Internet по адресу:
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 21

2020

No. 9

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

MIKRIN E. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

TROFIMENKO Ye. Ye., Belarus

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEEV S. F.

ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:

BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

- Lovchakov V. I.** Synthesis of Linear Control Systems with Maximum Speed and Given Over-shoot 499
- Ivannikov A. D., Stempkovskiy A. L.** Iterative Methods for Solving Systems of Multi-Valued Logical Equations in the Simulation of Object Control Digital Systems 511
- Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T.** Algorithms for Constructing the Confidence Interval for the Mathematical Expectation of the Noise and their Application in the Control of the Dynamics of Accident Development 521

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

- Kulikov V. V., Kutsyi A. P., Kutsyi N. N.** The Gradient-Based Algorithm for Parametric Optimization of a Variable Structure PI Controller with Dead Band 530

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

- Soldatkin V. M., Soldatkin V. V., Nikitin A. V., Sokolova G. P.** Ensuring Dynamic Accuracy of Aircraft's Air Data System with Motionless Flush-Mounted Receiver of Flow 535
- Karsaev O. V.** Methodology for Evaluating the Impact of Communication Channel Throughput on the Efficiency of Satellite Constellation 544

Information about the journal is available online at:
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

В. И. Ловчаков, д-р техн. наук, проф., lovvi50@mail.ru,
Тульский государственный университет

Синтез линейных систем управления с максимальным быстродействием и заданным перерегулированием

Исследуется решение так называемой задачи максимального быстродействия линейной системы управления, в которой, в отличие от классической задачи оптимального быстродействия с управлением релейного характера, для линейного объекта определяется линейный алгоритм управления, обеспечивающий предельное быстродействие системы. Эта задача имеет важное прикладное значение вследствие широкого применения на практике линейных законов управления. Задача сформулирована применительно к непрерывным объектам управления высокого порядка, описываемым соответствующей передаточной функцией или эквивалентной системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Время переходного процесса (время регулирования) синтезируемой системы понимается в смысле классической теории автоматического управления и определяется с использованием "трубки", значение которой принимается, в отличие от известных работ, равной требуемому (желаемому) небольшому значению перерегулирования системы в несколько процентов (2...5 %). Равенство величин, характеризующих "трубку" и желаемое перерегулирование синтезируемой системы, обеспечивает в дальнейшем однозначность решения задачи максимального быстродействия, которая ставится в следующей формулировке: требуется найти линейный алгоритм обратной связи, обеспечивающий замкнутой системе регулирования заданный порядок астатизма и переводящий объект управления из начального состояния в конечное, определяемое постоянным сигналом задания регулятора, с минимальным значением времени переходных процессов системы и заданным значением перерегулирования при выполнении ограничения на сигнал управления.

В настоящее время данная задача решена приближенно алгебраическим методом синтеза систем управления при определении желаемой передаточной функции конструируемой системы на основе типовых (эталонных) нормированных передаточных функций. Приближенный характер решения определяется тем, что эталонные передаточные функции, применяемые при синтезе быстродействующих систем, установлены эмпирически. В данной работе предлагается математически обоснованное решение задачи максимального быстродействия с использованием теории аналитического конструирования оптимальных регуляторов. Максимальное быстродействие и заданные ограничения на перерегулирование и сигнал управления в синтезируемой системе обеспечиваются предложенным способом выбора весовых коэффициентов квадратичного функционала качества. Подчеркнем, что предложенный метод синтеза быстродействующих систем в отличие от алгебраического метода применим к более широкому классу объектов управления: как минимально-фазовым, так и не минимально-фазовым, как содержащим нули, так и не содержащим. Метод иллюстрируется примером синтеза быстродействующей системы управления четвертого порядка, содержащим результаты ее моделирования.

Ключевые слова: линейный одномерный объект, быстродействие, перерегулирование, астатизм системы, аналитическое конструирование оптимального регулятора, фильтры Баттерворса

Введение

Для повышения эффективности функционирования многих технологических процессов, производственных агрегатов, электромеханических систем желательно, чтобы системы управления, входящие в их состав, отвечали критерию оптимальности по быстродействию, который непосредственно определяет их производительность. Однако строгое решение задач оптимального управления по критерию быстродействия в форме обратной связи представляет серьезную теоретическую проблему даже для линейных объектов относительно невысокого порядка ($n = 4, 5$) [1–7]. Действи-

тельно, задача быстродействия полностью решена для объектов второго порядка методом фазовой плоскости [2–4]. Для объектов третьего порядка быстродействующее управление точно (аналитически) найдено только в отдельных случаях, в частности, для трех последовательно соединенных интеграторов [2, 3], соединения двух интеграторов и апериодического звена [2], соединения интегратора и двух апериодических звеньев [2]. При этом существенным образом использовались геометрические методы, например, построение проекций вынужденных траекторий объекта в трехмерном фазовом пространстве на соответствующие плоскости. Для объектов высокого порядка

($n \geq 4$) применение геометрических методов существенно затруднено и, как следствие, для них практически неизвестны аналитические решения задач оптимального быстрогодействия [6, 7].

С другой, прикладной, точки зрения реализация строго оптимальных по быстрдействию релейных алгоритмов управления, отличающихся математической сложностью, серьезно затруднена и требует многократно больших технико-экономических затрат в сравнении с линейными алгоритмами управления. При этом отметим, что применение оптимальных релейных алгоритмов в условиях действия интенсивных случайных возмущений является и нецелесообразным по причине увеличения ими среднеквадратичной ошибки регулирования системы по сравнению с теми же линейными законами управления [8]. Необходимо также подчеркнуть, что более 90 % прикладных задач управления техническими объектами решаются с использованием линейных законов обратной связи, например, стандартных П, ПИ и ПИД регуляторов [9].

В связи с указанными причинами в настоящей работе рассматривается задача синтеза линейной системы управления с минимальным временем переходных процессов, понимаемым в смысле классической теории систем автоматического управления. В отличие от классической задачи оптимального быстрогодействия, решением которой является релейный алгоритм управления [1], указанная задача в дальнейшем называется задачей максимального быстрогодействия линейных систем управления. В настоящее время она приближенно решена алгебраическим методом синтеза [10–17] при определении желаемой передаточной функции (ЖПФ) проектируемой замкнутой системы на основе типовых (эталонных) нормированных передаточных функций (НПФ). В работах Д. П. Кима [12, 13] проведен анализ четырех видов НПФ, обладающих повышенным быстрымдействием и используемых в решении рассматриваемой задачи управления. Приближенный характер ее решения определяется тем, что применяемые НПФ установлены эмпирически. В настоящей работе предлагается математически обоснованное решение задачи максимального быстрогодействия с использованием теории аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) [16, 19, 20], причем в постановке, требующей, чтобы синтезируемая система управления имела строго заданное перерегулирование $\sigma_z = 4,321\%$.

Постановка задач управления и исследования

Рассмотрим одномерные объекты, динамика которых адекватно описывается передаточной функцией (ПФ)

$$W(s) = \frac{B_m(s)}{A_n(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + b_2 s^{m-2} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \dots + a_n}, \quad (1)$$

$$m \leq n - 1$$

с постоянными параметрами b_i , a_j , а их управление подчиняется ограничению $|u(t)| \leq u_{\max}$.

Для данных объектов сформулируем задачу максимального быстрогодействия по аналогии с основной задачей управления работы [10]: требуется найти алгоритм управления в форме линейной обратной связи

$$u[X(t)] = KX(t) = \sum_{i=0}^N k_i x_i(t) \quad (2)$$

по вектору состояния системы управления $X(t)$ размерности N с искомыми параметрами k_i , обеспечивающими замкнутой системе регулирования заданный порядок n_a астатизма, заданное перерегулирование $\sigma_z = 4,321\%$ при выполнении ограничения на сигнал управления $|u(t)| \leq u_{\max}$, и переводящий объект (1) из произвольного начального состояния в конечное, определяемое сигналом задания x_z регулятора, с минимальным значением времени переходных процессов системы t_p , понимаемым в смысле классической теории систем автоматического управления. Напомним, что временем t_p называют наименьшее время отработки системой ступенчатого воздействия $x_z \cdot 1(t)$, по истечении которого отклонение выходной переменной объекта от установившегося значения не превышает принятого значения Δ "трубки" [15, 16]. Завершая постановку задачи управления, особо подчеркнем, что в данной работе для обеспечения единственности решения сформулированной задачи принимается $\Delta = \sigma_z = 4,321\%$, где заданное значение перерегулирования системы соответствует колебательному звену с коэффициентом демпфирования $\zeta = \sqrt{2}/2 \approx 0,7071$ — фильтру Баттерворса второго порядка [16].

Сформулированная задача максимального быстрогодействия является своеобразным вариантом задачи управления, исследуемой в работе [10], в которой быстродействующий регулятор отыскивается в форме передаточной функции определенной структуры. Данный регулятор находится алгебраическим методом

синтеза с использованием ЖПФ синтезируемой замкнутой системы, определяемой на первом этапе синтеза в форме НПФ. Как известно [13, 17], НПФ, или передаточной функцией в форме Вышнеградского, называется передаточная функция, у которой в знаменателе свободный член и коэффициент при старшей степени равны единице. Произвольная ПФ (1) может быть преобразована в нормированную заменой переменной s новой переменной $q = \alpha s$, $\alpha = \sqrt[n]{a_0/a_n}$:

$$\overline{W}(q) = \frac{\overline{b_0}q^m + \overline{b_1}q^{m-1} + \overline{b_2}q^{m-2} + \dots + \overline{b_m}}{q^n + \overline{a_1}q^{n-1} + \overline{a_2}q^{n-2} + \dots + \overline{a_{n-1}}q + 1}, \quad (3)$$

где $\overline{b_i} = \frac{b_i}{a_n \alpha^{m-i}}$, $\overline{a_k} = \frac{a_k}{a_n \alpha^{n-k}}$, $i = 0, 1, \dots, m$; $k = 1, 2, \dots, n-1$.

Соответственно, коэффициенты ненормированной ПФ (1) связаны с коэффициентами НПФ соотношениями

$$b_i = \alpha^{m-i} \overline{b_i}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, m; \quad (4 \text{ а})$$

$$a_0 = \alpha^n; \quad a_n = 1; \quad a_k = \alpha^{n-k} \overline{a_k}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (4 \text{ б})$$

Между свойствами систем с передаточными функциями (1) и (3) существует тесная связь [13–16]: характер их переходных процессов (монотонность, апериодичность, перерегулирование, показатели точности в установившемся режиме) совпадает. Исключение составляет только длительность переходных процессов систем — время регулирования t_p системы (1) и время регулирования τ_p системы (3) отличаются и связаны соотношением

$$\alpha = t_p / \tau_p. \quad (5)$$

Поэтому на первом этапе алгебраического метода синтеза определяется НПФ, обладающая всеми заданными требованиями к системе управления (кроме требования к времени регулирования), которая называется желаемой НПФ.

В работе [10], базирующейся на результатах [17], в качестве желаемой НПФ используется функция вида $W(q) = 1/M(q)$, причем нормированный полином $M(q)$ имеет комплексные корни с одинаковыми вещественными частями η и мнимыми частями, образующими арифметическую прогрессию с разностью и первым членом, равным γ . В работе [17] показано, что существует значение $\mu = \gamma/\eta$, при котором время регулирования системы минимально. Ниже, в соответствии с этой работой, приводятся характеристические полиномы для

пяти значений степеней, начиная с $n = 2$, при оптимальных значениях μ :

$$\begin{aligned} n = 2: M_2(q) &= q^2 + 1,38q + 1; \\ n = 3: M_3(q) &= q^3 + 2,05q^2 + 2,39q + 1; \\ n = 4: M_4(q) &= q^4 + 2,6q^3 + 3,8q^2 + 2,8q + 1; \\ n = 5: M_5(q) &= q^5 + 2,5q^4 + 5,3q^3 + \\ &+ 5,46q^2 + 3,64q + 1; \\ n = 6: M_6(q) &= q^6 + 3,73q^5 + 8,0q^4 + \\ &+ 10,3q^3 + 8,56q^2 + 4,18q + 1. \end{aligned} \quad (6)$$

На следующем этапе синтеза осуществляется обратное преобразование (4) функции $W(q) = 1/M(q)$ с коэффициентом преобразования (5) и находится желаемая передаточная функция синтезируемой системы. Далее автор работы [10], зная ЖПФ замкнутой системы и описание объекта (1), по формальной процедуре алгебраического метода синтеза определяет ПФ быстродействующего регулятора. Рассмотренное решение задачи быстродействия имеет следующие недостатки: 1) как будет показано далее, полиномы $M_i(q)$ для объектов выше второго порядка не обеспечивают максимальное быстродействие системам автоматического управления (САУ); 2) используемый метод синтеза в силу его особенностей применим не ко всем рассматриваемым объектам (в последующих работах [12–14] предлагаются способы обобщения алгебраического метода синтеза).

В работе [18] автором предложен метод синтеза линейных быстродействующих систем управления, практически свободный от указанных недостатков, основанный на использовании результатов теории аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) [16, 19, 20]. Этот метод опишем подробнее в связи с тем, что он в дальнейшем будет уточнен и модифицирован для решения сформулированной задачи управления. Метод предполагает выполнение следующих процедур.

1. Обеспечение астатизма проектируемой системы. Для получения требуемого порядка n_a астатизма в качестве нового управления $U(t)$ выбирается сигнал, подаваемый на вход дополнительного n_a -кратного интегратора, включенного последовательно с исходным объектом. В этом случае "расширенный" объект управления будет описываться передаточной функцией

$$W(s) = \frac{L[x(t)]}{L[U(t)]} = \frac{B_m(s)}{p^{n_a} A_n(s)} \equiv \frac{B_m(s)}{A_N(s)}, \quad N = n + n_a. \quad (7)$$

Описанию объекта в форме ПФ (7) с использованием сведений о его физической природе или теории решения задач о построении динамической реализации системы [16, 19] ставится в соответствие математическое описание в некотором фазовом пространстве с вектором состояния $Z(t)$:

$$\dot{Z}(t) = A_z Z(t) + B_z U(t), \quad (8)$$

где A_z, B_z — матрицы параметров объекта, имеющие соответственно размерности $N \times N, N \times 1$.

2. *Определение описания объекта в канонической форме.* С целью упростить решение сформулированной задачи управления осуществляется преобразование фазовых координат объекта $Z(t) = DX(t)$ с использованием такой невырожденной матрицы D , при которой описание объекта принимает каноническую форму Фробениуса

$$\dot{X}(t) = A_x X(t) + B_x U(t) \quad (9)$$

с матрицами следующей структуры:

$$A_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & \dots & a_N \end{pmatrix}, B_x = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ b \end{pmatrix}.$$

Как известно, матрица перехода D , обладающая указанным свойством, может быть найдена разными способами. Один из способов основан на использовании матриц управляемости объекта в новом и старом базисах [16, 19]:

$$D^{-1} = \left\| B_x, A_x B_x, A_x^2 B_x, \dots, A_x^{N-1} B_x \right\| \times \left\| B_z, A_z B_z, A_z^2 B_z, \dots, A_z^{N-1} B_z \right\|^{-1}. \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что для полностью управляемого объекта (8) эта матрица является неособенной: $\det D \neq 0$.

Необходимо отметить, что, во-первых, компоненты вектора состояния X объекта в канонической форме Фробениуса

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_{\text{зад}} - x(t), \quad x_2(t) = \dot{x}_1(t), \\ x_3(t) &= \dot{x}_2(t), \dots, \quad x_N(t) = \dot{x}_{N-1}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

имеют ясный математический и физический смысл — это отклонения выходной переменной объекта от заданного режима и производных данного отклонения. Во-вторых, данное каноническое описание объекта можно пред-

ставить в форме дифференциального уравнения N -го порядка

$$A(p)x(t) = bU(t), \quad (12)$$

где $A(p) = p^N + a_N p^{N-1} + a_{N-1} p^{N-2} + \dots + a_2 p + a_1$ — полином от оператора дифференцирования $p = d/dt$.

3. *Решение задачи АКОР.* Следующий шаг в решении целевой задачи быстрогодействия (1), (2) состоит в решении для объекта (9) своеобразной задачи АКОР Летова—Калмана, формулируемой следующим образом. Требуется определить закон обратной связи $U(X) \equiv U(x_1, x_2, \dots, x_N)$, который в совокупности с объектом (9) образует асимптотически устойчивую систему, переводящий ее из начального состояния $X(t=0) = X_0$ в конечное нулевое состояние $X(t \rightarrow \infty) = 0$ с минимальным значением квадратичного функционала

$$\begin{aligned} I &= \int_0^\infty \left(\sum_{i=1}^{N-1} q_i x_i^2(t) + r U^2(t) \right) dt \equiv \\ &\equiv \int_0^\infty (X^T(t) Q X(t) + r U^2(t)) dt, \quad q_i, r > 0 \end{aligned} \quad (13)$$

(Q — диагональная матрица, составленная из коэффициентов q_i), причем для получения повышенного быстрогодействия проектируемой системы значения весовых коэффициентов критерия качества принимаются равными

$$q_1 = 1, q_2 = q_3 = \dots = q_{N-1} = 0, \quad (14)$$

а значение коэффициента r выбирается при последующем моделировании системы из условия выполнения ограничения $|U(t)| \leq U_{\max}$.

Как известно [16, 19, 20], решение задачи (9), (13) определяет линейный алгоритм управления

$$U(t) = -KX(t), \quad K = r^{-1} B_x^T P, \quad (15)$$

в котором матрица P находится как положительно определенное решение матричного уравнения Риккати

$$PA + A_x^T P - r^{-1} P B_x B_x^T P + Q = 0, \quad (16)$$

4. *Определение закона обратной связи.* С использованием обратного преобразования фазовых координат $X(t) = D^{-1}Z(t)$ находим искомым алгоритм управления

$$U(t) = \bar{K}Z(t), \quad \bar{K} = KD^{-1} \quad (17)$$

для исходного объекта управления (8).

Заметим, что при моделировании синтезированной системы для увеличения ее быстродействия весовой коэффициент r функционала (13) необходимо уменьшать до некоторого небольшого значения: уменьшение r снижает уровень ограничения, накладываемого на сигнал управления при минимизации функционала качества, тем самым увеличивая значения $U(t)$ и, соответственно, быстродействие САУ. Однако при уменьшении r необходимо не допустить превышения значений управления установленного уровня $U_{\max}$.

Необходимо подчеркнуть, что с уменьшением значений r и увеличением быстродействия системы перерегулирование в ней может превысить заданный уровень σ_z . Соответственно основная задача (задача исследования) работы состоит в модификации описанного метода синтеза в целях обеспечения в проектируемой системе управления заданного значения перерегулирования $\sigma_z = \Delta = 4,321\%$ и достижения при этом перерегулирования максимального быстродействия системы.

Предельные передаточные функции оптимальных систем

Первоначально покажем, что система, синтезированная описанным методом, может иметь перерегулирование большее, чем σ_z , при достаточно малых значениях r функционала качества. С этой целью воспользуемся известным результатом [8, 19], утверждающим, что характеристический полином $G(s)$ оптимальной системы управления объектом (12) по критерию (13) удовлетворяет уравнению

$$G(s)G(-s) = A(s)A(-s) + q_1 b^2 / r. \quad (18)$$

В этом случае говорят, что функция $G(s)$ определяется операцией факторизации полинома правой части выражения (18). Напомним, что передаточная функция оптимальной системы описывается дробью $W(s) = 1/G(s)$.

Проведем нормирование по Вышнеградскому полинома (18), который предварительно представим в форме

$$\begin{aligned} A(s)A(-s) + q_1 b^2 / r = \\ = A_{2N} s^{2N} + A_{2N-1} s^{2N-1} + \dots + A_1 s + A_0, \end{aligned} \quad (19)$$

с соответствующими коэффициентами A_k , причем

$$A_0 = a_1^2 + q_1 b^2 / r, \quad A_{2N} = (-1)^N.$$

Воспользовавшись заменой переменной s преобразования Лапласа новой переменной

$$q = \alpha s \text{ при } \alpha = \sqrt[2N]{r/q_1 b^2}, \quad (20)$$

найдем значения коэффициентов $\bar{A}_k$, $k = 0, 1, \dots, 2N$, преобразованного полинома после их умножения на константу $r/q_1 b^2 = \alpha^{2N}$ (данное умножение не изменяет характеристического уравнения системы и соответственно ее свойства):

$$\bar{A}_k = A_k \alpha^{2N-k} = A_k (r/q_1 b^2)^{\frac{2N-k}{2N}}, \quad k = 0, 1, \dots, 2N. \quad (21)$$

Значения коэффициентов (21) при предельном уменьшении $r \rightarrow 0$ (соответственно предельном увеличении быстродействия системы) приближаются к нулю, за исключением $A_{2N} = (-1)^N$ при $k = 2N$ и

$$\begin{aligned} \bar{A}_0 = A_0 \left(\frac{r}{q_1 b^2} \right) &= \left(a_1^2 + \frac{q_1 b^2}{r} \right) \left(\frac{r}{q_1 b^2} \right) = \\ &= a_1^2 \frac{r}{q_1 b^2} + 1 \rightarrow 1 \end{aligned}$$

при $k = 0$. Подчеркнем, что при четном N предельные значения крайних коэффициентов полинома $\bar{A}_0 = \bar{A}_{2N} = 1$, т.е. предельный, преобразованный указанным образом полином (19), является нормированным по Вышнеградскому. Таким образом, при малых значениях параметра $r \rightarrow 0$ корни характеристического полинома $G(q)$ оптимальной замкнутой системы управления стремятся к устойчивым корням двучлена

$$G(q)G(-q) = (-1)^N q^{2N} + 1, \quad (22)$$

которые на комплексной плоскости q совпадают с вершинами правильного $2N$ -угольника, вписанного в окружность единичного радиуса. В литературе такое распределение корней известно как распределение (размещение) Баттерворса порядка N [7, 16, 19, 21].

Устойчивые корни этого распределения (корни с отрицательными вещественными частями) определяют полюса динамических систем, называемых фильтрами Баттерворса. Они описываются передаточными функциями

$W_B(q) = 1/D_N(q)$, где полиномы Баттерворса имеют следующий вид [16]:

$$\begin{aligned} D_1(q) &= q + 1, \quad D_2(q) = q^2 + 1,4142q + 1, \\ D_3(q) &= (q + 1)(q^2 + q + 1), \\ D_4(q) &= (q^2 + 0,7654q + 1)(q^2 + 1,8478q + 1), \\ D_5(q) &= (q + 1)(q^2 + 0,6180q + 1) \times \\ &\quad \times (q^2 + 1,6180q + 1), \\ D_6(q) &= (q^2 + 0,5176q + 1)(q^2 + 1,4142q + 1) \times \\ &\quad \times (q^2 + 1,9319q + 1). \end{aligned} \quad (23)$$

Данные фильтры Баттерворса порядка $N = 2, 3, 4, 5, 6$ имеют значения перерегулирования $\sigma_2 = 4,321$, $\sigma_3 = 8,147$, $\sigma_4 = 10,828$, $\sigma_5 = 12,777$, $\sigma_6 = 14,251$ % и при дальнейшем увеличении N перерегулирование также увеличивается, но с уменьшающейся скоростью [16]. Следовательно, все фильтры Баттерворса, за исключением случая $N = 2$, имеют перерегулирование большее, чем принятый уровень $\sigma_z = 4,321$ %. Соответственно, указанное решение исходной задачи (1), (2) требует уточнения.

Для нахождения решения задачи максимального быстродействия необходимо соответствующим образом определить весовые коэффициенты квадратичного критерия (13). Напомним, что выбор значений (14) коэффициентов осуществляется в целях предельного увеличения быстродействия синтезируемой системы управления в соответствии с рекомендациями работы [22]. В данной работе показано, что для объектов, описываемых в фазовом пространстве с каноническим вектором состояния $X = (x, \dot{x}, \dots, x^{(N-1)})^T$, введение в квадратичный функционал качества составляющих $q_i \dot{x}_i^2(t)$, $i = 2, 3, \dots, N - 1$, только увеличивает время переходных процессов синтезируемой оптимальной системы, так как это в процессе минимизации функционала (13) приводит к ограничению значений скорости, ускорения и других более высоких производных выходной переменной объекта. В соответствии с данным утверждением для получения значений перерегулирования в проектируемой системе, меньших, чем в рассмотренных фильтрах Баттерворса, необходимо наложить на весовой коэффициент функционала качества ограничение $q_2 > 0$. Действительно, так как большее значение перерегулирования системы определяется большим значением скорости системы в момент времени нарастания [17], то

перерегулирование системы можно уменьшить ограничением указанной скорости и, соответственно, введением в функционал качества (13) слагаемого $q_2 \dot{x}^2(t) = q_2 \dot{x}_2^2(t)$ с определенным значением весового коэффициента $q_2 > 0$. При этом, в соответствии с логикой работы [22], значения остальных коэффициентов функционала целесообразно, как и раньше, оставить равными $q_3 = q_4 = \dots = q_{N-1} = 0$ для получения максимального быстродействия проектируемой системы при желаемом значении перерегулирования. Здесь укажем, что значение одного весового коэффициента функционала качества без изменения решения задачи АКОР можно задавать произвольно; на этом основании далее полагается $q_1 = 1$.

Проведем более детальный математический анализ предложенного способа выбора значений коэффициентов квадратичного критерия качества. По аналогии с фильтрами Баттерворса найдем предельное при $r \rightarrow 0$ решение задачи АКОР для объекта (12) по критерию (13) с весовыми коэффициентами

$$q_1 = 1, q_2 > 0, q_3 = \dots = q_{N-1} = 0. \quad (24)$$

Для функционала качества (13) с коэффициентами (24) согласно работе [8] характеристический полином $G(s)$ оптимальной системы управления объектом (12) будет удовлетворять уравнению

$$G(s)G(-s) = A(s)A(-s) - s^2(q_2 b^2/r) + q_1 b^2/r. \quad (25)$$

Как и ранее, с использованием замены переменной (20), проведем нормирование полинома (25), представив предварительно его в форме (19). Значения коэффициентов преобразованного полинома после их умножения на величину $q_1 b^2/r = \alpha^{2N}$ определяются также выражением (21) и, соответственно, они при предельном уменьшении времени переходных процессов системы (уменьшении $r \rightarrow 0$) приближаются к нулю, за исключением коэффициентов $\bar{A}_0 = 1$, $\bar{A}_{2N} = (-1)^N$ и

$$\begin{aligned} \bar{A}_2 &= A_2 \alpha^{2N-2} = A_2 \left(\frac{r}{q_1 b^2} \right)^{\frac{N-1}{N}} = \\ &= \left(2a_1 a_3 - a_2^2 - \frac{q_2 b^2}{r} \right) \left(\frac{r}{q_1 b^2} \right)^{\frac{N-1}{N}}. \end{aligned} \quad (26)$$

Заметим, что соответствующим выбором весового коэффициента q_2 критерия можно

при $r \rightarrow 0$ обеспечить значение $\bar{A}_2 = a = \text{const}$, если положить

$$\left(\frac{q_2 b^2}{r} \right) \left(\frac{r}{q_1 b^2} \right)^{\frac{N-1}{N}} = a.$$

Это равенство выполняется при

$$q_2 = c \sqrt[N]{r}, \quad c = \frac{a}{b^2} (q_1 b^2)^{\frac{N-1}{N}} \quad (27)$$

с коэффициентом пропорциональности c . В данном случае при условии (27) и при $r \rightarrow 0$ корни полинома $G(q)$ оптимальной системы управления будут приближаться к устойчивым корням полинома

$$G(q)G(-q) = (-1)^N q^{2N} - a q^2 + 1, \quad (28)$$

$$a = c b^2 / (q_1 b^2)^{\frac{N-1}{N}} > 0.$$

Таким образом, здесь возникает следующая задача: факторизацией полинома (28) определить функцию $G(q)$ и соответствующую ей нормированную передаточную функцию оптимальной системы

$$W_0(q) = 1/G(q) = 1/(q^N + g_{N-1}q^{N-1} + g_{N-2}q^{N-2} + \dots + g_1q + 1) \quad (29)$$

при таком значении параметра a , при котором динамическая система (29) имела бы перерегулирование, равное $\sigma_z = 4,321\%$.

Данную задачу можно решить с использованием системы компьютерной математики MathCAD 15, в которой имеется процедура, позволяющая в режиме аналитических вычислений находить все $2N$ решений алгебраического уравнения

$$(-1)^N q^{2N} - a q^2 + 1 = 0 \quad (30)$$

при произвольном численном значении параметра $a > 0$. С этой целью была разработана программа, выполняющая следующие операции:

1) расчет всех решений p_i , $i = 1, 2, \dots, 2N$, алгебраического уравнения (30) при выбранном положительном значении параметра a ;

2) выбор решений p_i , $i = 1, 2, \dots, N$, имеющих отрицательные вещественные части, и расчет с их использованием коэффициентов нормированного полинома

$$G(q) = \prod_{i=1}^N (q + p_i) = q^N + g_{N-1}q^{N-1} + g_{N-2}q^{N-2} + \dots + g_1q + 1;$$

3) нахождение переходной функции динамической системы (29) и определение для нее перерегулирования σ и длительности переходных процессов;

4) если значение σ системы управления отличается от $\sigma_z = 4,321\%$ более, чем на $0,001\%$, то уточняется значение параметра a и осуществляется переход к операции 1.

Результаты вычислений по данной программе при значениях $N = 2, \dots, 6$ представлены в табл. 1.

В данной таблице параметры T_i , ζ_i соответствуют постоянным времени и коэффициентам демпфирования элементарных, последовательно соединенных звеньев апериодического и колебательного характера, которые можно выделить в системе с передаточной функцией $W_0(q)$.

Подчеркнем, что передаточная функция $W_0(q)$, полученная как предельное решение указанной выше задачи АКОР, описывает динамическую систему, которая имеет минимальное относительное время переходных процессов при заданном значении перерегулирования $\sigma_z = 4,321\%$. Этот вывод подтверждает также сравнительный анализ показателей данной динамической системы и известных систем порядка $N = 2, \dots, 6$, описываемых нормированными передаточными функциями с повышенным быстродействием [12, 13]. Эти показатели представлены в табл. 2.

Первая строка табл. 2 отвечает фильтрам Баттерворса с передаточными функциями $W_B(q) = 1/D_N(q)$, в которых полиномы $D_N(q)$ описываются выражениями (23).

Данные строк 2–4 заимствованы из табл. 3 работы [12]. Вторая строка соответствует динамическим системам с НПФ вида

$$W(q) = 1/(q^2 + 2\zeta q + 1)^{N/2}$$

при четном значении N

и

$$W(q) = 1/(q + 1)(q^2 + 2\zeta q + 1)^{(N-1)/2}$$

при нечетном значении N ,

причем коэффициент демпфирования $\zeta = 0,7$.

Третья строка табл. 2 соответствует аналогичным динамическим системам со значением $\zeta = 0,75$.

Параметры и показатели систем с ПФ $W_0(q)$
Parameters and indicators of systems with the ntf $W_0(q)$

N	a	Коэффициенты $G(q)$	Корни $G(q)$	T_i	ζ_i	$\sigma, \%$	τ_p
2	0	$g_1 = \sqrt{2}$	$p_{1,2} = -\sqrt{2}/2 \pm \sqrt{2}/2i$	1	$\zeta_1 = \sqrt{2}/2 = 0,707107$	4,3213	2,9744
3	0,4760	$g_1 = 2,150236$ $g_2 = 2,073758$	$p_1 = -0,918078$ $p_{2,3} = -0,577840 \pm 0,869099i$	$T_1 = 1,089232$ $T_2 = 0,958164$	$\zeta_1 = 1$ $\zeta_2 = 0,553665$	4,32090	3,8124
4	0,79572	$g_1 = 2,850881$ $g_2 = 3,665902$ $g_3 = 2,707730$	$p_{1,2} = -0,461477 \pm 0,966015i$ $p_{3,4} = -0,892388 \pm 0,275923i$	$T_1 = 0,9340713$ $T_2 = 1,070582$	$\zeta_1 = 0,431054$ $\zeta_2 = 0,955374$	4,32102	4,5736
5	1,06233	$g_1 = 3,541902$ $g_2 = 5,741368$ $g_3 = 5,598041$ $g_4 = 3,346055$	$p_1 = -0,858401$ $p_{2,3} = -0,372580 \pm 1,010266i$ $p_{4,5} = -0,871247 \pm 0,495656i$	$T_1 = 1,164957$ $T_2 = 0,928695$ $T_3 = 0,997635$	$\zeta_1 = 1$ $\zeta_2 = 0,346013$ $\zeta_3 = 0,869187$	4,32095	5,3220
6	1,29958	$g_1 = 4,227217$ $g_2 = 8,284891$ $g_3 = 9,99870$ $g_4 = 7,946964$ $g_5 = 3,986719$	$p_{1,2} = -0,887857 \pm 0,114812i$ $p_{3,4} = -0,796768 \pm 0,665763i$ $p_{5,6} = -0,308735 \pm 1,030546i$	$T_1 = 1,117007$ $T_2 = 0,963107$ $T_3 = 0,929542$	$\zeta_1 = 0,991742$ $\zeta_2 = 0,767373$ $\zeta_3 = 0,286982$	4,32100	6,0633

Четвертая строка отвечает системам управления с передаточной функцией $W(q) = 1/M(q)$, в которой полиномы $M(q)$ описываются выражениями (6).

Данные пятой строки сформированы на основе результатов табл. 1.

Таблица 2
Table 2

Параметры и показатели быстродействующих НПФ
Parameters and indicators of high-speed ntf

Вид НПФ, ее параметры	Показатели	N				
		2	3	4	5	6
1. Фильтры Баттерворса	τ_p	2,974	6,111	6,953	9,716	11,03
	σ	4,321	8,147	10,828	12,777	14,251
2. Колебательный с $\zeta = 0,7$	τ_p	2,90	4,41	7,26	5,99	9,43
	σ	4,60	1,52	6,69	3,45	8,08
3. Колебательный с $\zeta = 0,75$	τ_p	3,13	4,69	5,02	6,43	6,80
	σ	2,84	0,77	3,88	1,79	8,08
4. Оптимальный по Поспелову Г. С., Красовскому А. А.	τ_p	4,38	4,07	4,57	5,71	6,22
	σ	5,00	0,49	4,73	0,00	5,00
5. Оптимальный по Летову А. М. (АКОР)	τ_p	2,974	3,812	4,573	5,322	6,063
	σ	4,321	4,321	4,321	4,321	4,321

Согласно данным табл. 2 система управления с передаточной функцией $W_0(q) = 1/G(q)$ в сравнении с другими системами действительно имеет лучшее быстродействие за счет обеспечения заданного перерегулирования $\sigma_z = \Delta = 4,321 \%$. Поэтому передаточную функцию $W_0(q)$ аналогично перечисленным стандартным НПФ можно рекомендовать к выбору в качестве эталонной передаточной функции при синтезе систем управления алгебраическим методом [13, 15]. Подчеркнем, что динамические системы с функциями $W_0(q)$, определяемыми как предельные решения указанной задачи АКОР, можно рассматривать как модифицированные фильтры Баттерворса, имеющие фиксированное значение перерегулирования $\sigma_z = 4,321 \%$. Известные фильтры Баттерворса получаются как их частный случай при значении параметра $a = 0$.

Метод синтеза быстродействующих линейных САУ

Используя результаты предыдущего раздела, уточним метод синтеза быстродействующих систем управления, изложенный в разделе 1.

Процедуры 1, 2 и 4 данного метода остаются прежними.

В процедуре 3 выбор весовых коэффициентов квадратичного функционала (13) изме-

няется на соотношения (24), причем значение коэффициента q_2 вычисляется с использованием соотношения (27), в котором значение параметра a выбирается из табл. 1 на основе известного порядка N проектируемой системы. Такое значение коэффициента q_2 обеспечивает системе требуемое значение $\sigma_z = 4,321 \%$.

Добавляется процедура 5 — моделирование системы с управлением (17) в целях определения значения весового коэффициента r критерия (или, что то же самое, параметра $\alpha = \sqrt[2N]{r/q_1 b^2}$), обеспечивающего выполнение заданного ограничения $|u(t)| \leq u_{\max}$. Начальное значение α рекомендуется задавать с использованием соотношения $\alpha = t_p^*/\tau_p$, где t_p^* — желаемое время типового переходного процесса синтезируемой системы, которое считается известным проектировщику САУ; τ_p — относительное время переходного процесса выбранной НПФ, определяемое по табл. 1 или табл. 2.

Пример 1. Пусть передаточная функция объекта управления имеет вид

$$W_0(p) = 1/(0,1p^3 + 0,8p^2 + 1,7p + 1),$$

а управляющий сигнал подчиняется ограничению $|u(t)| \leq u_{\max} = 10$ (такой объект рассматривался в работах [10, 23]). Требуется определить линейный регулятор с максимальным быстродействием, обеспечивающий системе переходный процесс с перерегулированием $\sigma_z = \Delta = 4,321 \%$ и нулевой статической ошибкой регулирования.

Выполняем процедуры предложенного метода синтеза.

1. Обеспечение астатизма системы.

Так как ПФ объекта третьего порядка (17) не содержит нулевой полюс, то для того чтобы статическая ошибка проектируемой системы управления была равна нулю, полагаем порядок астатизма $n_a = 1$, и тогда "расширенный" объект управления порядка $N = n + n_a = 3 + 1 = 4$ описывается передаточной функцией

$$W(p) = 1/[p(0,1p^3 + 0,8p^2 + 1,7p + 1)]. \quad (31)$$

С учетом того, что интегратор, обеспечивающий астатизм системы, стоит перед исходным объектом и описывается уравнением $\dot{u}(t) = U(t)$, для объекта (31) введем следующие фазовые координаты $z_i(t)$:

$$\begin{aligned} z_1(t) &= x_z - x(t), \quad z_2(t) = \dot{z}_1(t), \\ z_3(t) &= \dot{z}_2(t), \quad z_4(t) = u(t), \end{aligned}$$

где $u(t)$ — сигнал управления исходного объекта; $U(t)$ — управление "расширенного" объекта.

В данном фазовом пространстве матрицы A_z , B_z описания (8) принимают вид

$$A_z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -10 & -17 & -8 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2. *Определение описания объекта в канонической форме.* Непосредственно по передаточной функции (31) в каноническом фазовом пространстве

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_z - x(t), \quad x_2(t) = \dot{x}_1(t), \\ x_3(t) &= \dot{x}_2(t), \quad x_4(t) = \dot{x}_3(t) \end{aligned}$$

определяем матрицы описания в форме Фробениуса

$$A_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -10 & -17 & -8 \end{pmatrix},$$

$$B_x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Матрицу преобразования фазовых координат $Z(t) = DX(t)$ вычисляем с использованием матриц управляемости объекта в новом и старом базисах (10):

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ -1 & -1,7 & -0,8 & 1 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 10 & 17 & 8 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Решение задачи АКОР.

Предварительно в соответствии с указанными рекомендациями задаемся значениями весовых коэффициентов $q_1 = 1$, $q_3 = q_4 = 0$ функционала качества (13). Для нахождения в первом приближении коэффициента r функционала воспользуемся результатом моделирования работы [10], в которой синтезированная для объекта (32) быстродействующая систе-

ма управления имеет время регулирования $t_p^* = 0,878$ с и найдем

$$\alpha = t_p^*/\tau_p = 0,878/4,4736 = 0,192$$

и далее на основе соотношения (20) вычислим

$$r = q_1 b^2 \alpha^8 = 1 \cdot 1 \cdot (0,192)^8 = 1,847 \cdot 10^{-6}.$$

С использованием формулы (27) рассчитываем последний весовой коэффициент функционала

$$c = \frac{a}{b^2} (q_1 b^2)^{\frac{N-1}{N}} = \frac{0,7957}{1} (1)^{3/4} = 0,7957;$$

$$q_2 = c^{\sqrt[N]{r}} = 0,7957^{\sqrt[4]{1,847 \cdot 10^{-6}}} = 0,0293.$$

Решение задачи АКОР $U(t) = \bar{K}Z(t)$ при данных коэффициентах функционала качества в соответствии с формулами (15)–(17) дало следующие значения коэффициентов регулятора $\bar{K} = (65,835 \ 27,831 \ 3,004 \ 7,751)$, причем, как показало моделирование, замкнутая система управления имеет $t_p \approx 0,94$ с, $\sigma \approx 4,1\%$, а значения сигнала управления при отработке задания $x_z = 1$ не превышают уровня 6 единиц. Эти результаты моделирования относительно близки к исходным данным синтеза.

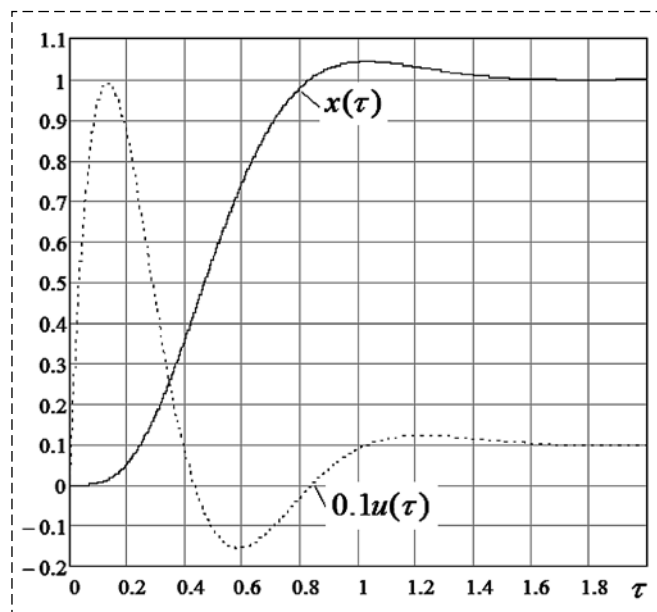
Последующие несколько итераций решения задачи АКОР при изменении коэффициента r по-

зволили уточнить значение этого коэффициента $r = 3,5 \cdot 10^{-7}$, обеспечивающее уровень сигнала управления не более требуемых 10 единиц. В этом случае оптимальный регулятор, имеющий параметры $\bar{K} = (158,308 \ 58,05 \ 5,749 \ 10,723)$, обеспечивает переходные процессы системы, показанные на рисунке, где приведен график исходного сигнала управления $u(\tau) = z_4(\tau)$.

Из данного рисунка также следует, что исследуемая система управления четвертого порядка имеет нулевую статическую ошибку, перерегулирование $\sigma = 4,163\%$ и время переходных процессов $t_p = 0,745$. Эти результаты практически совпадают с результатами системы регулирования [23], имеющей параметры $\bar{K} = (158,093 \ 57,788 \ 5,523 \ 10,757)$, $\sigma = 4,321\%$ и $t_p = 0,738$. Приведенные результаты моделирования отвечают исходным данным синтеза быстродействующего регулятора и свидетельствуют о работоспособности предложенного метода синтеза систем управления.

Заключение

В работе предложен математически обоснованный метод синтеза линейных систем, имеющих минимальное время регулирования, которое понимается в смысле классической теории автоматического управления и определяется с использованием значения $\Delta = \sigma_z = 4,321\%$ "трубки", равной заданному (желаемому) значению перерегулирования синтезируемой системы. Решение данной так называемой задачи максимального быстродействия линейной системы получено с использованием теории аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР). Максимальное быстродействие и заданные ограничения на перерегулирование и сигнал управления в синтезируемой системе обеспечиваются предложенным способом выбора весовых коэффициентов квадратичного функционала качества. Данный способ предусматривает преобразование задачи АКОР к канонической форме, в которой объект управления описывается матричным дифференциальным уравнением в форме Фробениуса, а функционал качества определяется как интеграл от суммы квадратов канонических фазовых координат объекта с весовыми коэффициентами q_i , $i = 1, 2, \dots, N$, а также квадрата сигнала управления с коэффициентом r . Показано, что решение задачи максимального бы-



Переходные процессы быстродействующей системы четвертого порядка

Transients responses of a high-speed system of the fourth order

стродействия линейной системы находится как решение указанной задачи АКОР при $q_1 = 1$, $q_3 = q_4 = \dots = q_N = 0$ и некоторых положительных значениях коэффициентов q_2 , r . Значения этих коэффициентов предлагается выбирать в процессе моделирования синтезированной системы управления соответственно из условий обеспечения заданного перерегулирования и заданного ограничения на сигнал управления.

Предельным решением указанной задачи АКОР при $r \rightarrow \infty$ и $q_2 = c\sqrt{N/r}$, $c = \text{const}$ определены передаточные функции динамических систем с предельным (максимальным) быстродействием, которые при определенных значениях константы c имеют перерегулирование $\sigma_z = 4,321\%$. Данные динамические системы названы модифицированными фильтрами Баттерворса в связи с тем, что известные фильтры Баттерворса получаются аналогичным образом при константе $c = 0$. Параметры и показатели динамики этих фильтров порядка $N = 2, 3, \dots, 6$ представлены в табл. 1. Найденные передаточные функции модифицированных фильтров Баттерворса рекомендуется использовать в качестве эталонных передаточных функций быстродействующих систем, синтезируемых алгебраическим методом.

Список литературы

1. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматлит, 1961. 302 с.
2. Athans M., Falb P. L. Optimal Control, An Introduction to the Theory and Its Applications. New York: McGraw-Hill, 1966.
3. Иванов В. А., Фалдин Н. В. Теория оптимальных систем автоматического управления. М.: Наука, 1981. 336 с.
4. Ключев А. С., Колесников А. А. Оптимизация автоматических систем управления по быстродействию. М.: Энергоиздат, 1982. 240 с.
5. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Гибридная схема решения задачи линейного быстродействия на основе формализма полиэдральной оптимизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 7. С. 3–9.
6. Каюмов О. Р. Глобально управляемые механические системы. М.: Физматлит, 2007. 168 с.

7. Weinberg L. Network Analysis and Synthesis. New York: McGraw-Hill, 1962.

8. Абдулаев Н. Д., Петров Ю. П. Теория и методы проектирования оптимальных регуляторов. Л.: Энергоатомиздат, 1985. 240 с.

9. Александров А. Г., Паленов М. В. Состояние и перспективы развития адаптивных ПИД-регуляторов // АиТ. 2014. № 2. С. 16–30.

10. Ким Д. П. Синтез оптимальных по быстродействию непрерывных линейных регуляторов // АиТ. 2009. № 3. С. 5–16.

11. Ким Д. П. Алгебраический метод синтеза линейных непрерывных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 1. С. 9–15.

12. Ким Д. П. Определение желаемой передаточной функции при синтезе систем управления алгебраическим методом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 5. С. 15–21.

13. Ким Д. П. Алгебраические методы синтеза САУ. М.: Физматлит, 2014. 164 с.

14. Ким Д. П. Аналитический метод синтеза астатических непрерывных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. № 5. С. 274–279.

15. Гайдук А. Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). М.: Физматлит, 2012. 360 с.

16. Пупков К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления: в 3 т. / К. А. Пупков. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. Т. 2: Синтез регуляторов и теория оптимизации систем автоматического управления. 736 с.

17. Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. М.: Гостехиздат, 1962.

18. Ловчаков В. И., Мозжечков В. А. Синтез линейных систем управления с максимальным быстродействием // Известия ТулГУ. Технические науки. Вып. 4. Тула: Изд-во ТулГУ, 2016. С. 149–159.

19. Kwakernaak H., Sivan R. Linear optimal control systems. Wiley Interscience, A Division Of John Wiley Sons, Inc. New York-London-Sydney-Toronto, 1972.

20. Kawasaki N., Kobayashi H., Shimemura E. Relation between pole assignment and LQ-regulator // Int. J. Contr. 1998. V. 47. № 4. P. 947–951.

21. Miroslav D. Lutovac. Filter Design for Signal Processing using MATLAB and Mathematica. New Jersey, USA: Prentice Hall, 2001.

22. Садовой А. В., Сухинин Б. В., Сохина Ю. В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами. Киев: ИСИМО, 1996. 298 с.

23. Ловчаков В. И., Шибякин О. А. Решение задачи быстродействия по выходной координате для линейных динамических систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 9. С. 532–541.

Synthesis of Linear Control Systems with Maximum Speed and Given Overshoot

V. I. Lovchakov, lovvi50@mail.ru,
Tula State University, 300600, Tula, Russian Federation

Corresponding author: Lovchakov Vladimir I., Full Professor, Tula State University,
department of electrical engineering and electrical equipment, Tula, 300600, Russian Federation,
e-mail: lovvi50@mail.ru

Accepted on March 22, 2020

Abstract

We study the solution of the so-called maximum speed problem of a linear control system, in which, unlike the classical optimal speed problem with a relay-type control, a linear control algorithm is determined for a linear object that provides the maximum speed of the system. It is of practical importance due to the widespread practical application of linear control laws. The problem is formulated in relation to continuous, one-dimensional high-order control objects described by the corresponding transfer function or an equivalent system of ordinary differential equations in a certain phase space. The time of the transition process t_{tp} of the designed system is understood in the sense of the classical theory of automatic control and is determined using the zone $\Delta = \sigma_{pr} = 4,321\%$, equal to the given (desired) value of the overshoot of the synthesized system. This overshoot corresponds to an oscillatory link with a damping coefficient $\sqrt{2}/2$ — the Butterworth filter of the second order. Accordingly, the maximum performance problem is put in the following formulation: it is required to find a linear feedback algorithm that provides the closed control system with a given astatism order n_a and transferring the control object from the initial state to the final one, determined by the constant signal of the regulator's task, with the minimum value of transient time t_{tp} and set value overshoot $\sigma = \sigma_{pr}$ when performing a constraint on the control signal $|u(t)| \leq u_{max}$. At present, this problem has been solved by an approximately algebraic method of synthesizing linear control systems in determining the desired transfer function of a projected closed system based on typical (reference) normalized transfer functions (NTF). The approximate nature of the decision is determined by the fact that the NTF used in the synthesis of high-speed systems are established empirically. This paper proposes a mathematically sound solution to the problem of maximum speed using the theory of analytical design of optimal controllers (ADOC). The maximum speed and set limits on the overshoot and the value of the control signal in the synthesized system are provided by the proposed method for selecting the weights of the quadratic quality functional. We emphasize that the proposed method for the synthesis of high-speed systems, in contrast to the algebraic method, is applicable to a wider class of control objects: both minimal-phase and non-minimal-phase, as containing zeroes, and not. The method is illustrated by an example of the synthesis of a high-speed fourth-order control system containing the results of its simulation.

Keywords: linear one-dimensional object, speed, overshoot, system astatism, analytical design of optimal controller, Butterworth filters

For citation:

Lovchakov V. I. Synthesis of Linear Control Systems with Maximum Speed and Given Overshoot, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 9, pp. 499–510.

DOI: 10.17587/mau.21.499-510

References

1. Pontriagin L. S., Boltianskii V. G., Gamkrelidze R. V., Mishchenko E. F. Mathematical theory of optimal processes, Moscow, Fizmatlit Publ., 1961, 302 p (in Russian).
2. Atans M., Falb P. L. Optimal Control, An Introduction to the Theory and Its Applications, McGraw-Hill, New York, 1966.
3. Ivanov V. A., Faldin N. V. theory of optimal control systems, Moscow, Nauka Publ., 1981, 336 p (in Russian).
4. Kliuev A. S., Kolesnikov A. A. The optimization of control systems by time-optimality, Moscow, Energoizdat Publ., 1982. 240 p. (in Russian).
5. Filimonov A. B., Filimonov N. B. The hybrid scheme of the task solution of linear time-optimality based on the formalism of the polyhedral optimization, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no.7, pp. 3–9 (in Russian).
6. Kayumov O. R. Globally controlled mechanical systems, Moscow, Fizmatlit Publ., 2007, 168 p (in Russian).
7. Weinberg L. Network Analysis and Synthesis, McGraw-Hill, New York, 1962.
8. Abdulaev N. D., Petrov Yu. P. Theory and design methods of optimal regulators, Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1985. 240 p (in Russian).
9. Aleksandrov A. G., Palenov M. V. Status and development prospects of adaptive PID controllers, *AiT Publ.*, 2014, no. 2, pp. 16–30 (in Russian).
10. Kim D. P. The synthesis of optimal time-optimality continuous linear controller, *AiT Publ.*, 2009, no. 3, pp. 5–16 (in Russian).
11. Kim D. P. The algebraic method of the synthesis of linear continuous control systems. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2011, no. 1, pp. 9–15 (in Russian).
12. Kim D. P. Finding the desirable transfer function in the synthesis of control systems by the algebraic method. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, no. 5, pp. 15–21 (in Russian).
13. Kim D. P. Algebraic methods for the synthesis of ACS, Moscow, Fizmatlit Publ., 2014. 164 p. (in Russian).
14. Kim D. P. Analytical method for the synthesizing linear control static control systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, no. 5, pp. 274–279 (in Russian).
15. Gajduk A. R. Theory and methods of analytical synthesis of automatic control systems (polynomial approach), Moscow, Fizmatlit Publ., 2012. 360 p. (in Russian).
16. Pupkov K. A. Methods of classical and modern control theory: 3 volumes, Moscow, MG TU im. N. E. Bauman Publ., 2000. 736 p. (in Russian).
17. Krasovskii A. A., Pospelov G. S. Automatics and technical cybernetics fundamentals, Moscow, Gostekhizdat Publ., 1962 (in Russian).
18. Lovchakov V. I., Mozzhechkov V. A. Synthesis of linear control systems with maximum speed, *Izvestiya Tula. Technical science*, iss. 4. Tula, TulSU Publ., 2016, pp. 149–159 (in Russian).
19. Kwakernaak H., Sivan R. Linear optimal control systems. Wiley Interscience, A Division of John Wiley Sons, Inc. New York-London-Sydney-Toronto 1972.
20. Kawasaki N., Kobayashi H., Shimemura E. Relation between pole assignment and LQ-regulator, *Int. J. Contr.*, 1998, vol. 47, no. 4, pp. 947–951.
21. Miroslav D. Lutovac. Filter Design for Signal Processing using MATLAB and Mathematica, New Jersey, USA, Prentice Hall, 2001.
22. Sadovoy A. V., Sukhinin B. V., Sokhina Yu. V. Optimal control systems for precision electric drives, Kiev, ISIMO Publ., 1996, 298 p (in Ukraine).
23. Lovchakov V. I., Shibyakin O. A. The solution of a problem of speed of response on output coordinate for linear dynamic systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, no. 9, pp. 532–541 (in Russian).

А. Д. Иванников, д-р техн. наук, проф., adi@ippm.ru,
А. Л. Стемповский, д-р техн. наук, проф., академик РАН, ippm@ippm.ru,
Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, г. Москва

Итерационные методы решения систем многозначных логических уравнений при моделировании цифровых систем управления объектами

Статья посвящена анализу методов решения систем многозначных логических уравнений методами итерации. С помощью итерационных методов решения реализуется математическое описание основного процесса функционально-логического моделирования, которое выполняется на этапе проектирования цифровых систем управления объектами для проверки правильности проекта. Рассмотрение многозначных (конечнозначных) значений логических сигналов на выводах блоков и элементов цифровых систем объясняется тем фактом, что в ряде случаев для анализа правильности временных соотношений при моделировании технических средств цифровых систем используется несколько значное представление двоичных логических сигналов, а также тем, что в последнее время ведется разработка логических элементов, реализующих четырех и более значную логику. На основе анализа структуры системы логических уравнений, используемой при моделировании цифровой аппаратуры, с применением графовых и логических моделей проводится анализ существования решений и их числа. Анализируются итерационные методы простой и обобщенной итерации, показывается связь между числом решений системы уравнений и ее графовым представлением, отражающим заданную схему соединения элементов технических средств цифровой системы управления. Для метода обобщенной итерации рассматриваются варианты с различным строением следа итерации, в частности, показывается, что при определенном строении следа итерации обобщенная итерация превращается в простую итерацию или итерацию Зейделя. Показано, что обобщенная итерация наиболее адекватно описывает процесс моделирования переключения логических сигналов в моделируемой схеме технических средств цифровых систем управления. Показано соответствие между различными вариантами функционально-логического моделирования цифровых систем и используемыми методами итерационного решения систем логических уравнений.

Ключевые слова: функционально-логическое моделирование проектов, цифровые системы управления объектами, многозначные логические уравнения, методы простой и обобщенной итерации

Введение

При проектировании цифровых систем управления объектами функционально-логическое моделирование на уровне соединения блоков и элементов схемы технических средств является необходимым для проверки правильности проекта. Для проверки правильности функционирования разрабатываемой системы управления осуществляется моделирование изменений логических сигналов как на выходе всей системы управления, так и в узлах соединения блоков и элементов технических средств цифровой системы. При этом для каждого изменения входных сигналов необходимо определять новые логические значения сигналов в узлах схемы [1–3], т. е. осуществлять решение системы многозначных (конечно значных) логических уравнений. Многозначность логических переменных обусловлена наличием кроме состояний 0 и 1 высокоимпедансного (отключенного) состояния на линиях и шинах цифровых блоков, представлением сигналов на шинах одним многозначным сигналом [4, 5], а также представлением процесса переключения значений сигналов в виде несколько

значных логических сигналов, что используется при моделировании в целях верификации временных диаграмм [6, 7]. Кроме того, в настоящее время ведется разработка цифровых блоков, использующих четырехзначное представление логических сигналов, а также логических сигналов другой значности [8–11].

Специфический вид системы уравнений, а также тот факт, что модели блоков цифровых систем задаются не аналитически, а в виде подпрограмм, обуславливают использование итерационных методов решения уравнений. Целью данной работы является исследование системы многозначных (конечнозначных) логических уравнений с точки зрения существования корней и их определения итерационными методами применительно к используемым методам функционально-логического моделирования цифровых систем на этапе проектирования.

Условия существования решений и их число

Рассмотрим систему

$$x_i = f_i(x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+l}), \quad (1)$$

где $x_i, i = 1, \dots, n + l$, — логические переменные значности $|Z_i|$; $x_i, i = n + 1, \dots, n + l$, — входные переменные; $f_i, i = 1, \dots, n$, — логические функции значности $|Z_i|$; Z_i — конечное множество значений i -х переменной и функции, причем для каждого $x_i, i = 1, \dots, n$, в системе (1) имеется только одно уравнение.

Одновременно с системой (1) будем рассматривать ее представления в виде ориентированного графа $G(V, E)$, $V = V' \cup V_{\text{вх}}$, где каждой вершине $v, v \in V$, изоморфна переменная $x_i, i = 1, \dots, n$, (множество V') или входная переменная $x_i, i = n + 1, \dots, n + l$, (множество $V_{\text{вх}}$). Ориентированное ребро e_{ij} направлено от v_i к v_j , если x_i является аргументом f_j . На рис. 1 в качестве иллюстрации приведена схема соединений логических элементов двоичной логики и соответствующий граф.

При фиксированных значениях входных переменных сети $x_{n+1}, \dots, x_{n+l}$ система (1) имеет следующий вид:

$$x_i = h_i(x_1, \dots, x_n), i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

Если мы рассматриваем частный случай двузначной логики, то решение $(x'_1, \dots, x'_n)$ системы (2) существует, если для всех функций, входящих в систему (2), значения $h_i(x'_1, \dots, x'_n)$ определены, т. е. равны либо нулю, либо единице. Сформулируем условия существования решения для системы (2) в более общем случае конечнзначности переменных.

Для конечнзначной логической функции $h_i(x_1, \dots, x_n)$ с областью значений $Z_i = \{z_1, \dots, z_{k_i}\}$ введем в рассмотрение булеву функцию

$$eq(h; x_1, \dots, x_n, z) = \begin{cases} 1 & \text{при } h(x_1, \dots, x_n) = z, \\ 0 & \text{при } h(x_1, \dots, x_n) \neq z. \end{cases}$$

Теорема 1. Для существования решения $x_1 = x'_1, \dots, x_n = x'_n$ системы конечнзначных логических уравнений (2) необходимо и достаточно, чтобы

$$\bigcap_{i=1}^n \left(\bigcup_{j=1}^{k_i} eq(h_i; x'_1, \dots, x'_n, z_j^i) \right) = 1, \quad (3)$$

где $\{z_1^i, \dots, z_{k_i}^i\}$ — множество Z_i значений функции h_i .

Число решений системы (2) равно числу различных наборов $(x'_1, \dots, x'_n)$, для которых выполняется условие (3).

Доказательство

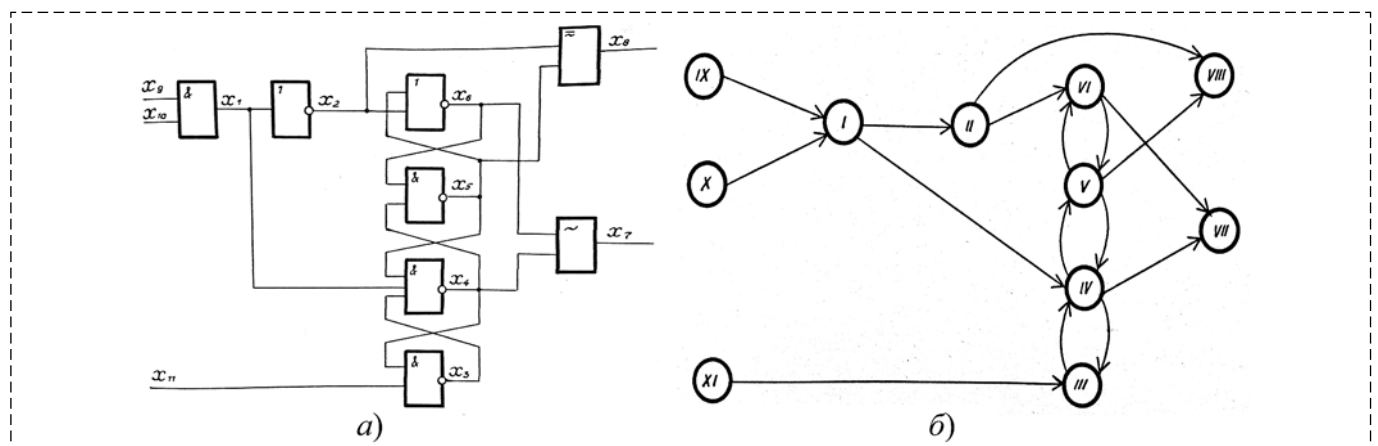
Для истинности i -го члена конъюнкции (3) для $x'_1, \dots, x'_n$ необходимо, чтобы $eq(h_i; x'_1, \dots, x'_n, z_j^i) = 1$. При этом x'_i может принимать одно из значений множества $\{z_1^i, \dots, z_{k_i}^i\}$. Если x'_i равно одному из значений из множества $\{z_1^i, \dots, z_{k_i}^i\}$, то дизъюнкция из (3) истинна.

Для истинности конъюнкции необходимо, чтобы все члены конъюнкции были истинны, т.е. необходимо, чтобы

$$\bigcap_{i=1}^n \left(\bigcup_{j=1}^{k_i} eq(h_i; x'_1, \dots, x'_n, z_j^i) \right) = 1. \quad (4)$$

Следовательно, условие (3) является необходимым для существования решения (2).

Пусть на некотором наборе $x'_1, \dots, x'_n$ справедливо условие (3). Поскольку конъюнкция логических выражений истинна при равенстве единице каждой из них, то для каждого уравнения (2) справедливо условие (4). Следовательно, существует такое z_j^i , что $x'_i = z_j^i$, т. е. одним из термов левой части равенства (4)



является $eq(h_i; x'_1, \dots, x'_n, x'_i)$, причем последнее выражение равно единице. Тогда при $x_1 = x'_1, \dots, x_n = x'_n$ i -е уравнение (2) превращается в тождество. Достаточность условия (3) доказана.

В силу достаточности условия (3) число решений системы (2) равно числу различных наборов $x'_1, \dots, x'_n$, для которых выполняется условие (3).

Теорема доказана.

Следствие. Если функции $h_1, h_2, \dots, h_n$ в системе уравнений (2) можно упорядочить так, чтобы каждая последующая функция зависела только от значений предыдущих, т. е. в виде

$$h_{i_1}, h_{i_2}(x_{i_1}), h_{i_3}(x_{i_1}, x_{i_2}), \dots, h_{i_n}(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_{n-1}}), \quad (5)$$

то система (2) имеет единственное решение.

Действительно, в силу Теоремы 1 для этого необходимо иметь единственный набор $x'_{i_1}, \dots, x'_{i_n}$, такой что

$$\left(\bigcup_{j=1}^{k_1} eq(h_{i_1}; z_j^1) \right) \cdot \dots \cdot \left(\bigcup_{j=1}^{k_l} eq(h_{i_l}; x'_1, \dots, x'_{i_{l-1}}, z_j^l) \right) \cdot \dots \cdot \left(\bigcup_{j=1}^{k_n} eq(h_{i_n}; x'_1, \dots, x'_{i_{n-1}}, z_j^n) \right) = 1.$$

В силу того, что конъюнкция выражения равна единице при равенстве единице всех выражений, справедливость следствия эквивалентна тому, что существует единственный набор $x'_{i_1}, \dots, x'_{i_n}$, такой что

$$\bigcup_{j=1}^{k_1} eq(h_{i_1}; z_j^1) = 1; \dots; \bigcup_{j=1}^{k_l} eq(h_{i_l}; x'_1, \dots, x'_{i_{l-1}}, z_j^l) = 1; \dots; \bigcup_{j=1}^{k_n} eq(h_{i_n}; x'_1, \dots, x'_{i_{n-1}}, z_j^n) = 1. \quad (6)$$

При фиксированных значениях входных переменных функция h_{i_1} есть константа. Следовательно, существует, и притом единственное, значение z_j^1 , при котором $h_{i_1} = z_j^1$, т. е. $eq(h_{i_1}; z_j^1) = 1$.

Примем $x'_{i_1} = z_j^1$.

Рассмотрим l -е равенство из соотношения (6). Пусть из предыдущих равенств (с первого по $(l-1)$ -е) определен единственный набор $x'_{i_1}, \dots, x'_{i_{l-1}}$. Функция h_{i_l} на этом наборе имеет какое-то определенное значение, т. е. определено единственное значение z_j^l , такое что $eq(h_{i_l}; x'_1, \dots, x'_{i_{l-1}}, z_j^l) = 1$. Примем $x'_l = z_j^l$.

Продолжив подобные рассуждения для оставшихся $x'_{i_{l+1}}, \dots, x'_{i_n}$, получим единственный набор $x'_{i_1}, \dots, x'_{i_n}$.

Следствие доказано.

Системе логических уравнений, которые могут быть упорядочены в виде (5), соответствует структурный ориентированный граф без циклов. В этом случае элементы логической сети являются ранжируемыми, и путем последовательной подстановки выражений для f_j вместо всех x_j в $f_i(x_1, \dots, x_j, \dots, x_{i-1})$ можно выразить все логические переменные (1) через входные переменные:

$$x_i = p_i(x_{n+1}, \dots, x_{n+l}), \quad i = 1, \dots, n,$$

где p_i — всюду определенные многозначные логические функции.

Рассмотрим вопрос о числе решений системы (2) в зависимости от структуры графа $G(\mathbf{V}, \mathbf{E})$. Граф $G'(\mathbf{V}', \mathbf{E}')$ получается из графа $G(\mathbf{V}, \mathbf{E})$ удалением вершин множества $\mathbf{V}_{\text{вх}}$ и выходящих из них ребер (вершины IX, X, XI , ребра $IX, I; X, I; XI, III$, рис. 1, б). Система (2) может иметь число решений, отличное от единицы, только в том случае, если граф $G'(\mathbf{V}', \mathbf{E}')$ имеет циклы. Ациклическая часть графа $G'(\mathbf{V}', \mathbf{E}')$, представляющая связь циклической части со входными переменными (вершины I, II , ребра $I, II; II, VI; II, VIII; I, IV$, рис. 1, б), соответствует переменным, значения которых однозначно определяются состоянием входных переменных. Выходная ациклическая часть графа $G'(\mathbf{V}', \mathbf{E}')$ (вершины $VII, VIII$, ребра $V, VIII; IV, VII$, рис. 1, б) представляет переменные, состояния которых однозначно определяются состояниями входов сети (возможно через состояния переменных входной ациклической части) и состояниями переменных циклической части. Состояния переменных выходной ациклической части всегда определены и не влияют на решение системы (2). Удалим из графа $G'(\mathbf{V}', \mathbf{E}')$ входную и выходную ациклические части и получим граф $G''(\mathbf{V}'', \mathbf{E}'')$ (рис. 2, а).

Найдем в $G''(\mathbf{V}'', \mathbf{E}'')$ такое множество вершин $\mathbf{V}_{\text{ц}}$, что после удаления ребер, выходящих из этих вершин, граф циклов не содержит, и $\prod_{v \in \mathbf{V}_{\text{ц}}} |\mathbf{Z}_v|$ минимально. Каждую вершину $v, v \in \mathbf{V}_{\text{ц}}$ преобразуем в две не связанные между собой вершины v^1 и v^2 таким образом, что в вершину v^1 входят все ребра, входившие в v , а из верши-

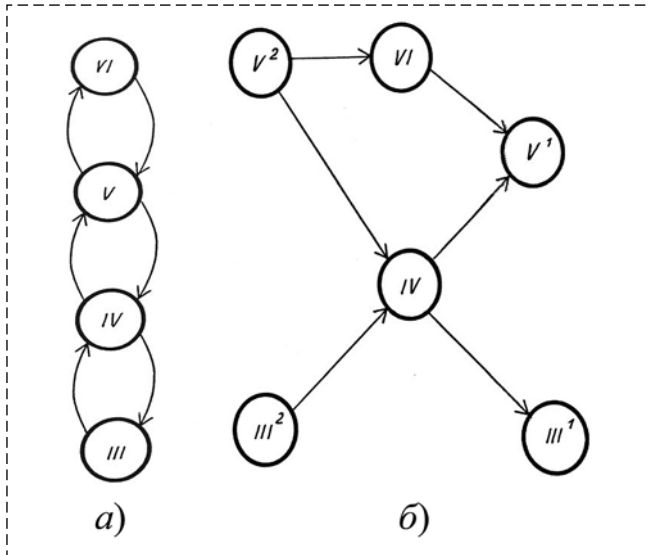


Рис. 2. Циклическая часть $G''(V'', E'')$ графа $G'(V', E')$ (а) и разделение вершин множества $V_{II} = \{III, V\}$ на входные и выходные (б)

Fig. 2. Cycle part $G''(V'', E'')$ of graph $G'(V', E')$ (a) and vertex set $V_{II} = \{III, V\}$ dividing onto input and output vertex ones (b)

ны v^2 выходят все ребра, выходящие из вершины v . Тогда при заданных значениях входных переменных можно выразить переменные $x_{II1}^1, \dots, x_{IIk}^1$, соответствующие вершинам v^1 множества V_{II} , в виде $x_{IIi}^1 = q_i(x_{II1}^2, \dots, x_{IIk}^2)$, $i = 1, \dots, k$. Так как переменные x_{IIj}^1 и x_{IIj}^2 тождественны, то решение системы (2) может быть заменено решением системы

$$x_i = q_i(x_1, \dots, x_k); \quad i = 1, \dots, k; \quad \{v_1, \dots, v_k\} = V_{II}. \quad (7)$$

Число решений системы (7), а следовательно, и системы (2), не может превосходить $\prod_{v \in V_{II}} |Z_v|$. Таким образом, доказана следующая теорема.

Теорема 2. Решение системы (2) эквивалентно решению системы (7), причем число решений системы (2) не превышает $\prod_{v \in V_{II}} |Z_v|$.

Пусть в примере (см. рис. 1) система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} x_1 = x_9 \cdot x_{10}; \\ x_2 = x_1; \\ x_3 = \overline{x_4 \cdot x_{11}}; \\ x_4 = \overline{x_4 \cdot x_3 \cdot x_5}; \\ x_5 = \overline{x_4 \cdot x_6}; \\ x_6 = x_2 + x_5; \\ x_7 = x_4 \cdot x_6 + \overline{x_4 \cdot x_6}; \\ x_8 = \overline{x_2 \cdot x_5} + x_2 \cdot \overline{x_5}, \end{cases}$$

причем $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_4 = Z_5 = Z_6 = Z_7 = Z_8 = Z_9 = Z_{10} = Z_{11} = \{0, 1\}$.

При $x_9 = 1$, $x_{10} = 1$, $x_{11} = 1$ система запишется в виде

$$\begin{cases} x_1 = 1; \\ x_2 = \overline{x_1}; \\ x_3 = \overline{x_4}; \\ x_4 = \overline{x_1 \cdot x_3 \cdot x_5}; \\ x_5 = \overline{x_4 \cdot x_6}; \\ x_6 = x_2 + x_5; \\ x_7 = x_4 \cdot x_6 + \overline{x_4 \cdot x_6}; \\ x_8 = \overline{x_2 \cdot x_5} + x_2 \cdot \overline{x_5}. \end{cases} \quad (8)$$

После определения однозначно заданных $x_1 = 1$, $x_2 = 0$ и учета их значений в уравнениях для x_4 , x_6 , x_8 (удаление входной ациклической части графа $G'(V', E')$) получим:

$$\begin{cases} x_3 = \overline{x_4}; \\ x_4 = \overline{x_3 \cdot x_5}; \\ x_5 = \overline{x_4 \cdot x_6}; \\ x_6 = x_5; \\ x_7 = x_4 \cdot x_6 + \overline{x_4 \cdot x_6}; \\ x_8 = x_5. \end{cases}$$

Значения переменных x_7 , x_8 однозначно определяются значениями x_4 , x_5 , x_6 , т. е. значениями переменных циклической части, и не влияют на решение полученной системы уравнений. В связи с этим будем рассматривать решение системы

$$\begin{cases} x_3 = \overline{x_4}; \\ x_4 = \overline{x_3 \cdot x_5}; \\ x_5 = \overline{x_4 \cdot x_6}; \\ x_6 = x_5, \end{cases}$$

которая соответствует графу $G''(V'', E'')$ (рис. 2, а). Приняв $V_{II} = \{III, IV\}$, получим

$$\begin{cases} x_3 = x_3 \cdot x_5; \\ x_5 = x_5. \end{cases}$$

Эта система уравнений имеет три решения:

$$\begin{cases} x_3 = 0; \\ x_5 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = 0; \\ x_5 = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = 1; \\ x_5 = 1. \end{cases}$$

В соответствии с этим система (8) имеет также три решения:

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 1 \\ x_5 = 0 \\ x_6 = 1 \\ x_7 = 1 \\ x_8 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \\ x_4 = 1 \\ x_5 = 1 \\ x_6 = 0 \\ x_7 = 0 \\ x_8 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 1 \\ x_4 = 0 \\ x_5 = 1 \\ x_6 = 0 \\ x_7 = 1 \\ x_8 = 1 \end{cases},$$

в чем можно убедиться путем подстановки приведенных значений в систему (8).

Решение систем логических уравнений может быть осуществлено различными способами [12]. Однако специфический вид уравнений, а также тот факт, что при моделировании цифровых систем модели блоков задаются не аналитически, а в виде программных модулей, вычисляющих значения функции $f_1, \dots, f_n$ по заданным значениям аргументов $x_1, \dots, x_n$, обуславливают использование итерационных методов решения [3, 13].

Решение системы уравнений методом простой итерации

При решении системы (2) методом простой итерации используются формулы

$$\begin{cases} x_1^{(j)} = h_1(x_1^{(j-1)}, \dots, x_n^{(j-1)}); \\ \vdots \\ x_n^{(j)} = h_n(x_1^{(j-1)}, \dots, x_n^{(j-1)}), \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots; \quad (9)$$

где $x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$ — начальное приближение.

Система (9) есть унарная операция π [14], заданная на множестве состояний $\mathbf{W} = \{(z_{j_1}^1, \dots, z_{j_n}^n) | z_{j_1}^1 \in \mathbf{Z}_1, \dots, z_{j_n}^n \in \mathbf{Z}_n\}$. Моделью итерации может служить граф $H(\mathbf{W}, \mathbf{Q})$. Операция π задает множество ориентированных ребер $\mathbf{Q}$ таким образом, что в графе имеется ребро $q(w_k, w_l)$, если $\pi(w_k) = w_l$, где w_k и w_l — метки вершин. У рассматриваемого графа из каждой вершины выходит ровно одно ребро. Если r — решение системы (2), то $\pi(r) = r$, и вершина с меткой r имеет петлю. Верно и обратное: если вершина с меткой r имеет петлю, то r — решение системы (2).

Множество наборов функций $h_1, \dots, h_n$ в системе (2) изоморфно множеству графов

$H(\mathbf{W}, \mathbf{Q})$, имеющих $\prod_{i=1}^n |\mathbf{Z}_i|$ вершин, каждая из которых инцидентна ровно одному выходящему ребру. В связи с этим исследование решения системы (2) можно заменить исследованием свойств графов указанного вида.

Граф $H(\mathbf{W}, \mathbf{Q})$ состоит из одной или более компонент связности. На рис. 3 показан пример такого графа для случая двузначной логики.

Каждая компонента связности имеет цикл, достижимый из всех вершин компоненты. Если цикл является петлей, то компонента содержит решение; если цикл петлей не является, то компонента решения не содержит. Итерация сходится в том случае, если начальное приближение принадлежит компоненте связности, имеющей петлю. Так, при выборе начального приближения 101 или 110 (рис. 3) итерация сходится к корню 111, а при выборе начального приближения 011 — к корню 100. В случае же начальных приближений 000 или 001 итерация не сходится. Для того чтобы итерация сходилась при любом начальном приближении, необходимо, чтобы каждая компонента связности графа $H(\mathbf{W}, \mathbf{Q})$ имела вершину с петлей.

Рассмотрим множество операций $\bar{\pi} = \{\pi, \pi^2, \pi^3, \dots\}$, выполняемых над элементами множества $\mathbf{W}$ при одной, двух и т.д. итерациях. Операция π^2 есть преобразование $x_i = h_i(h_1(x_1, \dots, x_n), \dots, h_n(x_1, \dots, x_n))$; $i = 1, \dots, n$. Операция π^3 есть преобразование

$$\begin{aligned} x_i = & h_i(h_1(h_1(x_1, \dots, x_n), \dots, h_n(x_1, \dots, x_n)), \dots, \\ & \dots, h_n(h_1(h_1(x_1, \dots, x_n), \dots, h_n(x_1, \dots, x_n)), \dots, \\ & \dots, h_n(x_1, \dots, x_n))); \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

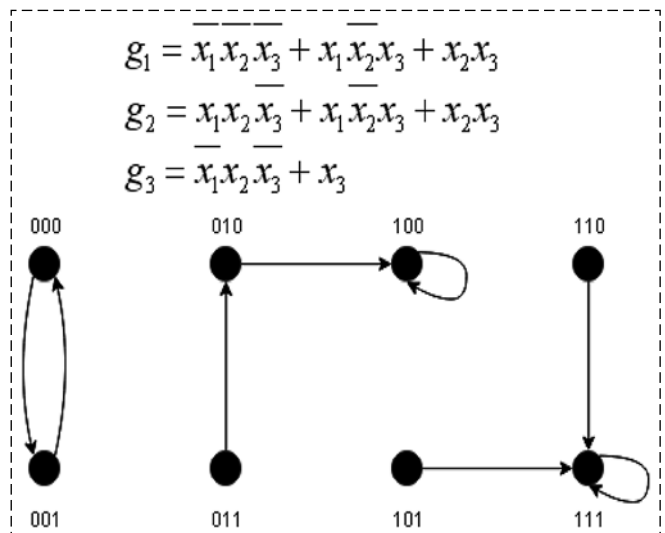


Рис. 3. Граф $H(\mathbf{W}, \mathbf{Q})$ простой итерации
Fig. 3. Graph $H(\mathbf{W}, \mathbf{Q})$ for simple iteration

Таким образом, определена циклическая полугруппа $\mathfrak{B} = \langle \pi, \cdot \rangle$, порождающим элементом которой является π . Так как число логических функций от n конечнозначных переменных конечно, то пара показателей $\langle l_1, l_2 \rangle$ полугруппы $\mathfrak{B}$ [14] такова, что $l_2 > 1$, т. е. $\pi^{l_2} = \pi^{l_1}$, где $l_1 > l_2$.

Если каждая компонента связности $H_j(\mathbf{W}_j, \mathbf{Q}_j)$ графа $H(\mathbf{W}, \mathbf{Q})$ имеет вершину с петлей, т. е. итерация сходится при любом начальном приближении, то $\pi^l = \pi^{l+1} = \pi^{l+2} = \dots$. Иными словами, начиная с π^l , все элементы полугруппы $\mathfrak{B}$ совпадают, где l — длина максимальной цепи в графе $H(\mathbf{W}, \mathbf{Q})$, причем $\pi^l(w) = r_j$, где w — любая вершина, принадлежащая $H_j(\mathbf{W}_j, \mathbf{Q}_j)$, а r_j — корень компоненты H_j . Если граф $H(\mathbf{W}, \mathbf{Q})$ имеет одну компоненту связности, то $\pi^l(w) = r$ для $w \in \mathbf{W}$, а r — единственное решение системы (2). Таким образом доказана следующая теорема.

Теорема 3. Если в циклической полугруппе $\mathfrak{B}$, задаваемой соотношениями (9), $\pi^{l+1} = \pi^l$, то итерация всегда сходится, и отображение π^l дает решение в зависимости от начального приближения. Если решение одно, то $\pi^l = r$, где r — константа, являющаяся решением (2). Значение l есть длина максимальной цепи без петель в графе $H(\mathbf{W}, \mathbf{Q})$.

Пример. Пусть дано отображение π , задаваемое системой булевых уравнений

$$\begin{cases} x_1 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} + x_1 \cdot x_2; \\ x_2 = \overline{x_2} + \overline{x_1} \cdot x_2. \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{Тогда } \pi^2 = \begin{pmatrix} x_1 \cdot x_2 \\ x_2 + x_1 \cdot x_2 \end{pmatrix}; \quad \pi^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, решением системы (10) является $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, итерация сходится при любом начальном приближении, длина максимальной цепи без петель в графе $H(\mathbf{W}, \mathbf{Q})$ (рис. 4) равна трем.

При решении системы уравнений (2) методом простой итерации эффективно использование

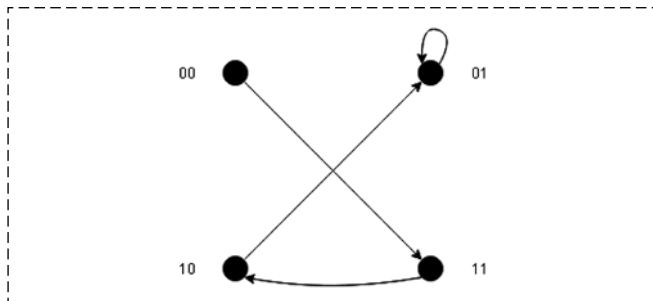


Рис. 4. Граф $H(\mathbf{W}, \mathbf{Q})$ для системы (10)
Fig. 4. Graph $H(\mathbf{W}, \mathbf{Q})$ for (10)

алгоритма событийного моделирования [15, 16]. При этом на каждой итерации пересчитываются только те переменные, среди аргументов которых есть изменившие свое значение.

Решение системы уравнений методом обобщенной итерации

Итерационное решение системы (2) в общем случае может осуществляться по следующему алгоритму:

- принять начальные приближения значений переменных за текущие значения;
- при текущих значениях переменных вычислить новые значения переменных с номерами из $\mathbf{J}, \mathbf{J} \subseteq \{1, \dots, n\}$; обновить их текущее значение;
- если решение не получено, повторить предыдущий пункт для нового подмножества переменных.

Последовательность подмножеств номеров пересчитываемых переменных $\mathbf{J}^1 \mathbf{J}^2 \dots = \{j_1^1, \dots, j_{m_1}^1\} \{j_1^2, \dots, j_{m_2}^2\} \dots$ назовем следом итерации. Если часть следа $\dots \mathbf{J}^k \dots \mathbf{J}^{k+l}$ содержит все элементы множества $\{1, \dots, n\}$, и на последних l шагах итерации ни одна переменная не изменила своего значения, то получено решение системы (2).

Обобщенная итерация со следом $\mathbf{J}\mathbf{J}\dots$, где $\mathbf{J} = \{1, \dots, n\}$, представляет собой простую итерацию, а со следом $\mathbf{J}^1 \mathbf{J}^2 \dots \mathbf{J}^n \mathbf{J}^1 \mathbf{J}^2 \dots \mathbf{J}^n \dots$, где $\mathbf{J}^i = \{i\}$, — итерацию Зейделя. На множестве Δ операций, реализуемых при обобщенной операции, определена мультипликативная полугруппа. Элементы основного множества Δ полугруппы будем обозначать $\delta^{\mathbf{J}^1 \mathbf{J}^2 \dots}$, где $\mathbf{J}^1 \mathbf{J}^2 \dots = l$ — след итерации. Операция умножения определяется равенством $\delta^{l_1} \delta^{l_2} = \delta^{l_1 l_2}$. Полугруппа над Δ имеет $2^n - 1$ порождающих элементов:

$$\delta^{\mathbf{J}} = \begin{cases} x_i, i \notin \mathbf{J}; \\ g_i(x_1, \dots, x_n), i \in \mathbf{J}, \end{cases}$$

где $\mathbf{J}$ — есть множество непустых подмножеств $\{1, \dots, n\}$.

На множестве операций $\delta^{\mathbf{J}}$, в свою очередь, определена аддитивная полугруппа с операцией $\delta^{\mathbf{J}^1} + \delta^{\mathbf{J}^2} = \delta^{\mathbf{J}^3}$, где $\mathbf{J}^3 = \mathbf{J}^1 \cup \mathbf{J}^2$, и порождающими элементами

$$\delta^i = \begin{cases} g_i(x_1, \dots, x_n), j = i; \\ x_j, j \neq i, \end{cases} \\ i = 1, \dots, n.$$

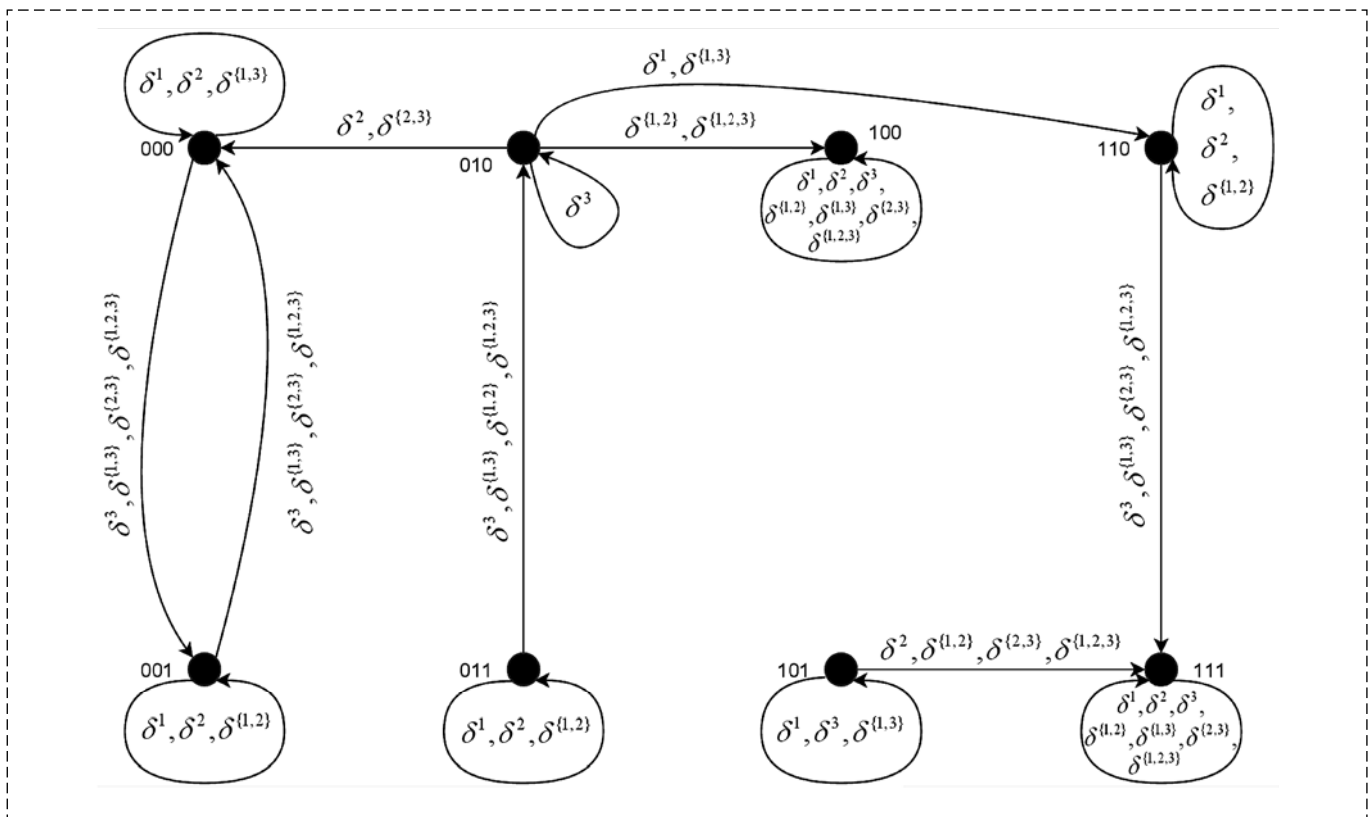


Рис. 5. Граф $Q(W, K)$ для системы уравнений на рис. 3

Fig. 5. Graph $Q(W, K)$ for equations on Fig. 3

Каждой системе уравнений (2) при решении ее методом обобщенной итерации изоморфен ориентированный граф $Q(W, K)$ (рис. 5), в котором каждой вершине w с меткой $(z_{j_1}^1, \dots, z_{j_i}^i, \dots, z_{j_n}^n)$ инцидентны $2^n - 1$ выходящих ребер, помеченных порождающими элементами δ^J . Ребра с метками δ^i могут быть либо петлями, либо входящими ребрами одной из $|Z_i| - 1$ вершин с меткой $(z_{j_1}^1, \dots, z_{j_i}^i, \dots, z_{j_n}^n)$, $z_{j_i}^i \neq z_{j_i}^i$, если $\delta(z_{j_1}^1, \dots, z_{j_i}^i, \dots, z_{j_n}^n) = (z_{j_1}^1, \dots, z_{j_i}^i, \dots, z_{j_n}^n)$. Остальные ребра δ^J являются входящими ребрами вершин с метками $(z_{j_1}^1, \dots, z_{j_n}^n)$, где $z_{j_i}^i = z_{j_i}^i$ при $i \in J$ и $z_{j_i}^i = g_i(z_{j_1}^1, \dots, z_{j_n}^n)$ при $i \in J$. Если вершина $(z_{j_1}^1, \dots, z_{j_n}^n)$ есть решение системы (2), то все выходящие из этой вершины ребра с метками δ^i , а следовательно и с метками δ^J являются петлями. Верно и обратное, если все выходящие из вершины $(z_{j_1}^1, \dots, z_{j_n}^n)$ ребра с метками δ^i являются петлями, то $(z_{j_1}^1, \dots, z_{j_n}^n)$ являются решением (2). Таким образом, справедлива следующая теорема.

Теорема 4. Обобщенная итерация со следом $J^1 J^2 \dots J^k$ сходится при начальном приближении $x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$, если существует решение системы (2) $x_1 = z_{j_1}^1, \dots, x_n = z_{j_n}^n$, и вершина $(z_{j_1}^1, \dots, z_{j_n}^n)$

в графе $Q(W, K)$ достижима из вершины с меткой $(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ по пути $\delta^{J^1} \delta^{J^2} \dots \delta^{J^k}$. Необходимым условием достижимости решения из вершины с меткой $(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ является принадлежность решения той же компоненте связности.

Особый интерес представляет итерация, соответствующая синхронному моделированию ранжированной схемы. Пусть выбрано множество X_{Π} переменных обратной связи, и структурный граф путем разделения каждой вершины v , $v \in V_{\Pi}$, на v^1 и v^2 преобразован в ациклический. Проранжируем вершины $v \in V$, а следовательно, и уравнения системы (1), присвоив вершине v ранг, равный длине максимального пути от любой из входных вершин до вершины v . Пусть R_l — множество номеров уравнения (вершин v), имеющих ранг l . Рассмотрим итерацию со следом $R_1 R_2 \dots R_L R_1 R_2 \dots R_L \dots$. Очевидно, что $\bigcup_{l=1} R_l = \{1, \dots, n\}$; $R_{l_1} \cap R_{l_2} = \emptyset$ при $l_1 \neq l_2$. Таким образом, при выполнении операции $\delta^{\bar{R}} = \delta^{R_1 R_2 \dots R_L}$ каждое уравнение вычисляется ровно один раз. Величина $\delta^{\bar{R}}$ является порождающим элементом циклической полугруппы на множестве операций $(\delta^{\bar{R}})^k$, $k = 1, 2, \dots$. Так как множество значений переменных из X_{Π}

есть $\prod_{x_i \in X_{\Pi}} |Z_i|$, то $\delta^{R^l}(X_{\Pi}^{(0)}) = \delta^{R^k}(X_{\Pi}^{(0)})$, где $l > k$, причем $k \leq \prod_{x_i \in X_{\Pi}} |Z_i| - 1$. Таким образом справедлива следующая теорема.

Теорема 5. Если итерация с ранжированием при заданном начальном приближении дает решение (2), то для получения решения каждого уравнения необходимо пересчитывать не более, чем $\prod_{x_i \in X_{\Pi}} |Z_i| - 1$ раз.

Выбор метода решения логических уравнений при моделировании цифровых систем

При выборе метода решения систем многозначных логических уравнений в целях получения квазивременных логических диаграмм необходимо учесть следующие факторы.

1. Целью моделирования является проверка функций, выполняемых схемой технических средств, интерпретация микропрограмм или фрагментов программного обеспечения. В связи с этим важным является нахождение установившихся значений сигналов с минимальными затратами машинного времени.

2. Система моделирования должна использовать такой метод решения уравнений, алгоритм которого является универсальным относительно моделируемых схем. Такой алгоритм не должен требовать участия человека, например, для выбора множества цепей обратной связи.

3. Отличительными особенностями цифровых систем является двунаправленность шин и линий, что приводит к изменению структурного графа $G(V, E)$ в зависимости от внутреннего состояния системы и, как следствие, к изменению рангов компонентов в процессе моделирования.

4. При проектировании технических средств цифровых систем разработчики широко используют тот факт, что времена срабатывания блоков не равны нулю и имеют конечные значения. Так, использование конвейерного регистра в цифровых системах на основе микропрограммирования позволяет совместить во времени выполнение текущей микрокоманды и выборку следующей микрокоманды из ПЗУ. При этом выполнение микрокоманды осуществляется во время интервала задержки выдачи следующей микрокоманды из ПЗУ относительно момента подачи ее адреса.

При моделировании аппаратуры на блоках малой степени интеграции эффективно используется решение уравнений методом итераций Зейделя с квазиразрывом цепей обратной связи и ранжированием уравнений [15]. Физически это соответствует синхронному моделированию с нулевыми задержками. При этом минимизируются временные затраты на вычисление обратной связи. Действительно, при известных сигналах обратной связи для вычисления значений сигналов схемы итерация с ранжированием наиболее эффективна, так как каждый сигнал в этом случае вычисляется только один раз. Однако автоматический выбор цепей обратной связи и ранжирование компонентов требуют дополнительных затрат машинного времени. В случае использования блоков с двунаправленными выводами при изменении внутренних состояний таких блоков необходимо проводить перевычисление рангов компонентов.

Событийный алгоритм простой итерации требует несколько больших затрат, так как даже при известных сигналах обратной связи значение ряда переменных приходится пересчитывать более одного раза. Однако в этом случае не требуется осуществлять ранжирование компонентов; двунаправленный характер выводов блоков также не приводит к дополнительным сложностям. Событийный алгоритм простой итерации является универсальным относительно схемы моделируемых технических средств.

Кроме того, простая итерация предполагает равные задержки блоков технических средств, что соответствует интуитивному представлению разработчиков при составлении принципиальной схемы.

На основе вышеизложенного, а также учитывая опыт создания и эксплуатации систем моделирования на функционально-логическом уровне, задаваемых схемой соединения блоков, обеспечивающей получение квазивременных логических диаграмм, можно сделать вывод об эффективности использования в этом случае событийного алгоритма простой итерации.

Алгоритм решения систем логических уравнений в системе моделирования имеет следующий вид:

1. Принять за начальное приближение значения логических переменных и состояния внутренних регистров, полученные на предыдущем такте.

2. Определить входные сигналы на данном такте.

3. Обратиться к моделям m_i , входы которых подключены к изменившимся сигналам в узлах, вычислить новые значения внутренних переменных R_i и выходных сигналов моделей m_i . Если поданная на какую-либо модель комбинация входных сигналов в сочетании с внутренним состоянием запрещена, то модель установить в состояние ошибки; моделирование остановить.

4. Если число изменений входного сигнала какой-либо модели превысит заданное, то остановить моделирование по заикливанию, выдав сообщение об отсутствии решения системы (2).

5. Для всех узлов схемы, к которым подключены выходы моделей с изменившимися сигналами, вычислить новые логические значения в узле. Если для какого-нибудь узла логическое значение сигнала не определено, выдать сообщение об ошибке в объединении блоков.

6. Если для каких-либо узлов схемы значения логических значений сигналов изменились, то перейти к пункту 3. Если все значения остались без изменений, то решение (2) найдено.

Таким образом, подача запрещенных комбинаций сигналов на модели блоков обнаруживается на шаге 3 алгоритма; отсутствие установившихся сигналов на выводах блоков, т. е. отсутствие решения системы (2), — на шаге 4 алгоритма; ошибки в объединении блоков — на шаге 5 алгоритма. Ошибки в выполнении функций технических средств, а также в программно-микропрограммном обеспечении обнаруживаются разработчиком путем анализа значений логических сигналов и состояний внутренних регистров блоков на каждом шаге моделирования.

Заключение

Проведен теоретический анализ итерационных методов решения конечнозначных, в частном случае двоичных, систем логических уравнений. Рассмотрены условия существования и определения числа решений. Различные итерационные методы соответствуют различным инженерным подходам при функционально-логическом моделировании проектов цифровых систем. Проведенное исследование позволяет определить соответствие между математическими результатами и ситуациями,

возникающими при моделировании проектов цифровых систем управления объектами.

Список литературы

1. Keresztes P., Tukacs A., Török M. A Multi Valued Logic VHDL Package for Switch Level Simulation of Novel Digital CMOS Circuits // *2018 International Conference on Recent Innovations in Electrical, Electronics & Communication Engineering (ICRIEECE)*. Bhubaneswar, India. 2018. P. 25–28.
2. Bara A., Bazargan-Sabet P., Chevallier R., Encrenaz E., Ledu D., Renault P. Formal verification of timed VHDL programs // *2010 Forum on Specification & Design Languages (FDL 2010)*. Southampton. 2010. P. 1–6.
3. Иванников А. Д., Стемпковский А. Л. Основные положения системы моделирования проектов цифровых систем для совместной отладки технических средств и программно-микропрограммного обеспечения // *Информационные системы и технологии*. 2018. № 6 (110). С. 13–19.
4. Kunapareddy S., Turaga S. D., and Sajjan S. S. T. M. Comparison between LPSAT and SMT for RTL verification // *2015 International Conference on Circuits, Power and Computing Technologies [ICCPCT-2015]*. Nagercoil. 2015. P. 1–5.
5. Иванников А. Д., Стемпковский А. Л. Формализация задачи отладки проектов цифровых систем // *Информационные технологии*. 2014. № 9. С. 3–10.
6. Куцак Н. Ю., Подымов В. В. Формальная верификация диаграмм троичных цифровых сигналов // *Моделирование и анализ информационных систем*. 2019. Т. 26, № 3. С. 332–350.
7. Tai Y, Hu W., Guo Lantian, Mao B., Mu D. Gate Level Information Flow analysis for multi-valued logic system // *2017 2nd International Conference on Image, Vision and Computing (ICIVC)*. Chengdu. 2017. P. 1102–1106.
8. Mane S. C., Hajare S. P., Dakhole P. Current mode quaternary logic circuit // *2017 International Conference on Communication and Signal Processing (ICCCSP)*. Chennai. 2017. P. 0825–0829.
9. Sooriamala A. P., Poovannan E. Synthesis of multiple valued logic digital circuits using CMOS gates // *2017 International Conference on Innovations in Electrical, Electronics, Instrumentation and Media Technology (ICEEIMT)*. Coimbatore. 2017. P. 383–388.
10. Prokopenko N. N., Chernov N. I., Yugai V., Butyrugin N. V. The element base of the multivalued threshold logic for the automation and control digital devices // *2017 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON)*. Astana. 2017. P. 1–5.
11. Shimabukuro K., Kameyama M. Fine-Grain Pipelined Reconfigurable VLSI Architecture Based on Multiple-Valued Multiplexer Logic // *2017 IEEE 47th International Symposium on Multiple-Valued Logic (ISMVL)*. Novi Sad. 2017. P. 19–24.
12. Закревский А. Д. Логические уравнения. М.: Едиториал УРСС, 2003. 96 с.
13. Ландау И. Я. Применение ЦВМ для проектирования ЦВМ. М.: Энергия, 1974. 152 с.
14. Мальцев А. И. Алгебраические системы. М.: Наука, 1970. 392 с.
15. Норенков И. П., Маничев В. Б. Системы автоматизированного проектирования электронной и вычислительной аппаратуры. М.: Высшая школа, 1983. 272 с.
16. Теория и методы автоматизации проектирования вычислительных систем. Под ред. М. Брейера. М.: Мир, 1977. 283 с.

Iterative Methods for Solving Systems of Multi-Valued Logical Equations in the Simulation of Object Control Digital Systems

A. D. Ivannikov, adi@ippm.ru, A. L. Stempkovskiy, ippm@ippm.ru,,

Institute for Design Problems in Microelectronics of Russian Academy of Sciences,
Moscow, 124365, Russian Federation

Corresponding author: **Ivannikov Alexander D.**, Dr.Sc., Professor,
Institute for Design Problems in Microelectronics of RAS, Moscow, 124365, Russian Federation,
e-mail: adi@ipp.ru

Accepted on May 19, 2020

Abstract

The article is devoted to the analysis of methods for solving systems of multivalued logical equations by iteration methods. Iterative methods for solving such systems of equations are a mathematical description of the main process of functional-logical simulation, which is used at the stage of designing digital systems for objects control to verify the correctness of the design. Consideration of multi-valued values of logical signals at the outputs of blocks and elements of digital systems is explained by the fact that in some cases, to analyze the correctness of time relationships when simulating the hardware of digital systems, a several valued representation of logical signals is used, as well as that recently, logical elements are being developed that implement four or more valued logic. Based on the analysis of the structure of the system of logical equations used in digital hardware simulation, using graph and logical models, an analysis is made of the existence of solutions and their number. Iterative methods of a simple and generalized iteration are analyzed, a relationship is shown between the number of solutions of the system of equations and its graph representation, which reflects a given circuit of connecting elements of the hardware of a digital control system. For the generalized iteration method, options with a different structure of the iteration trace are considered, in particular, it is shown that, with a certain structure of the iteration trace, the generalized iteration turns into a simple iteration or Seidel iteration. It is shown that the generalized iteration most adequately describes the process of simulating the switching of logical signals in a simulated circuit of digital control systems hardware. The correspondence between various options of functional-logical simulation of digital systems and the used methods of iterative solution of systems of logical equations is shown.

Keywords: functional-logical simulation of design, digital systems for object control, multivalued logical equations, methods of simple and generalized iteration

For citation:

Ivannikov A. D., Stempkovskiy A. L. Iterative Methods for Solving Systems of Multi-Valued Logical Equations in the Simulation of Object Control Digital Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 9, pp. 511–520.

DOI: 10.17587/mau.21.511-520

References

1. Keresztes P., Tukacs A., Török M. A Multi Valued Logic VHDL Package for Switch Level Simulation of Novel Digital CMOS Circuits, *2018 International Conference on Recent Innovations in Electrical, Electronics & Communication Engineering (ICRIEECE)*, Bhubaneswar, India, 2018, pp. 25–28.
2. Bara A., Bazargan-Sabet P., Chevallier R., Encrenaz E., Ledu D., Renault P. Formal verification of timed VHDL programs, *2010 Forum on Specification & Design Languages (FDL 2010)*, Southampton, 2010, pp. 1–6.
3. Ivannikov A. D., Stempkovskiy A. L. Fundamentals of digital system design simulation system for joined hardware/software debugging, *Informacionnie Systemi i Tehnologii*, 2018, no. 6(110), pp. 13–19 (in Russian).
4. Kunapareddy S., Turaga S. D., Sajjan S. S. T. M. Comparison between LPSAT and SMT for RTL verification, *2015 International Conference on Circuits, Power and Computing Technologies [ICCPCT-2015]*, Nagercoil, 2015, pp. 1–5.
5. Ivannikov A. D., Stempkovskiy A. L. Formal description of digital system design debugging, *Informacionnie Tehnologii*, 2014, no. 9, pp. 3–10 (in Russian).
6. Kucak N. Yu., Podimov V. V. Formal verification for three valued digital signal diagrams, *Midelirovanie i Analiz Informacionnih System*, 2019, vol. 26, no. 3, pp. 332–350 (in Russian).
7. Tai Y., Hu W., Guo Lantian, Mao B., Mu D. Gate Level Information Flow analysis for multi-valued logic system, *2017 2nd International Conference on Image, Vision and Computing (ICIVC)*, Chengdu, 2017, pp. 1102–1106.
8. Mane S. C., Hajare S. P., Dakhole P. Current mode quaternary logic circuit, *2017 International Conference on Communication and Signal Processing (ICCSPP)*, Chennai, 2017, pp. 0825–0829.
9. Sooriamala A. P., Poovannan E. Synthesis of multiple valued logic digital circuits using CMOS gates, *2017 International Conference on Innovations in Electrical, Electronics, Instrumentation and Media Technology (ICEEIMT)*, Coimbatore, 2017, pp. 383–388.
10. Prokopenko N. N., Chernov N. I., Yugai V., Butyrugin N. V. The element base of the multivalued threshold logic for the automation and control digital devices, *2017 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON)*, Astana, 2017, pp. 1–5.
11. Shimabukuro K., Kameyama M. Fine-Grain Pipelined Reconfigurable VLSI Architecture Based on Multiple-Valued Multiplexer Logic, *2017 IEEE 47th International Symposium on Multiple-Valued Logic (ISMVL)*, Novi Sad, 2017, pp. 19–24.
12. Zakrevskiy A. D. Logical equations, Moscow, Editorial URSS, 2003, 96 p. (in Russian)
13. Landau I Ya. Computer use for computer design, Moscow, Energiya, 1974, 152 p. (in Russian).
14. Maltcev A. I. Algebraic systems, Moscow, Nauka, 1970, 392 p. (in Russian).
15. Norenkov I. P., Manichev V. B. Computer-aided design systems for electronic and digital hardware, Moscow, Vishaya shkola, Moscow, 1983, 272 p. (in Russian).
16. Braer M. ed. Theory and methods of automated design for computer systems, Moscow, Mir, 1977, 283 p. (in Russian).

Т. А. Алиев^{1,2}, д-р техн. наук, академик, telmancyber@gmail.com,

Н. Ф. Мусаева², д-р техн. наук, musanaila@gmail.com,

М. Т. Сулейманова¹, диссертант, metanet_suli@yahoo.com,

¹Институт систем управления НАН Азербайджана, г. Баку,

²Азербайджанский архитектурно-строительный университет, г.Баку

Алгоритмы построения доверительного интервала для математического ожидания помехи и их применение для контроля динамики развития аварий¹

Обсуждается разработка алгоритмов построения доверительного интервала для математического ожидания помехи зашумленного сигнала. Показано, что характеристики помехи можно использовать как информативные признаки начала зарождения дефекта технического объекта. Отмечено, что задача определения динамики изменения технического состояния объекта оказывается более важной, чем контроль начала возникновения неисправности, поскольку при незначительном развитии неисправности или отсутствии ее развития не возникает необходимость в остановке объекта на ремонт. Сильная же динамика развития дефекта требует принятия безотлагательных мер. Отмечено, что своевременное решение этой задачи особенно актуально для объектов нефте- и газодобычи и других подобных объектов.

Показано, что доверительные интервалы для характеристик помехи зашумленного сигнала могут быть использованы как информативные признаки определения динамики развития неисправности. Разработаны алгоритмы определения доверительного интервала для математического ожидания помехи.

Предложена технология определения скрытого периода зарождения неисправности технических объектов и динамики ее развития с использованием доверительного интервала для математического ожидания помехи. Для этого в момент времени, когда объект находится в нормальном состоянии, строится доверительный интервал для математического ожидания помехи, и составляется множество возможных значений, попавших в этот интервал. Через определенный промежуток времени эта процедура повторяется. Отмечено, что при возникновении неисправности ширина доверительного интервала увеличивается. Поэтому находится разность множеств возможных значений математического ожидания помехи в предыдущий и настоящий моменты времени. Устанавливается соответствие между значением этой разности и степенью развития повреждения. По разности множеств возможных значений математического ожидания помехи выявляется динамика развития неисправности во времени. Затем делаются соответствующие выводы типа "неисправность развивается с равномерной интенсивностью", "неисправность развивается интенсивно", "неисправность развивается очень интенсивно" и т.д. В зависимости от степени развития неисправности проводятся соответствующие профилактические или ремонтные работы с остановкой или без остановки работы объекта контроля.

Для проверки достоверности разработанного алгоритма построения доверительного интервала для математического ожидания помехи зашумленного сигнала и технологии определения скрытого периода зарождения неисправности технических объектов и динамики ее развития проведены вычислительные эксперименты с использованием средства компьютерной математики MATLAB.

Ключевые слова: полезный сигнал, помеха, зашумленный сигнал, характеристики помехи, математическое ожидание помехи, доверительный интервал, степень неисправности объекта, динамика развития неисправности

Введение

Известно, что техническое состояние объектов контроля отражают оценки статистических характеристик исследуемых процессов. Однако в работах [1–15] было показано, что для выявления раннего скрытого периода зарождения неисправностей объектов контроля целесообразнее вычислять характеристики не самого случайного сигнала, а его помехи, которая возникает в момент появления дефекта. Поэтому были разработаны алгоритмы вычис-

ления дисперсии, среднего квадратического отклонения, функции плотности распределения, моментов высокого порядка помехи. Эти характеристики помехи были использованы как информативные признаки начала зарождения дефекта на раннем этапе.

Однако с помощью только этих оценок невозможно контролировать динамику развития неисправности с течением времени. В то же время во многих случаях динамика изменения технического состояния оказывается важнее, чем контроль начала возникновения неисправности. Это связано с тем, что в некоторых случаях, несмотря на то, что в техническом состоянии исследуемого объекта произошло изменение, динамика его развития может быть незначительной или полностью отсутствовать. В этих случаях не требуется останавливать объект на ремонт.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Научно-го Фонда Государственной Нефтяной Компании Азербайджанской Республики "SOCAR" в рамках научного проекта: "Разработка системы, обеспечивающей адекватность идентификации и раннюю диагностику нефтяных установок на основе позиционно-бинарной технологии".

В некоторых же случаях динамика развития неисправности может быть настолько интенсивной, что несвоевременное устранение возникшего дефекта может привести к аварии с катастрофическими последствиями. Это особенно важно для таких объектов, как установки бурения нефтяных скважин, установки добычи нефти с использованием штанговых глубинных насосных установок, компрессорные станции, морские платформы и т.д.

Вместе с тем исследования показали, что ширина доверительного интервала, в пределах которого с заданной вероятностью лежат вычисленные оценки статистических характеристик помехи, является важным информативным признаком изменения технического состояния объекта контроля.

В частности, традиционно предполагается, что помеха, которая появилась в результате возникновения дефекта, имеет нулевое математическое ожидание. Но при этом вопрос о вероятности, с которой математическое ожидание попадает в некоторый интервал, и о том, как меняется ширина этого интервала в зависимости от изменения технического состояния объекта контроля, не рассматривался.

Данная работа посвящена вопросам построения доверительного интервала для математического ожидания помехи зашумленного сигнала, которая возникает в результате появления дефекта, и использования этого интервала как информативного признака определения динамики развития неисправности.

Постановка задачи

Известно, что на сегодняшний день имеется множество методов, с помощью которых определяется доверительный интервал, в который попадают оценки статистических характеристик случайных сигналов с некоторой вероятностью [16, 17]. Эта задача особенно актуальна при обработке случайных зашумленных сигналов $g(t)$, поступающих от соответствующих датчиков в системах контроля, когда сигнал $g(t)$ состоит из полезной составляющей $x(t)$ и помехи $\varepsilon(t)$: $g(t) = x(t) + \varepsilon(t)$, и можно вычислить только такие характеристики $g(t)$, как математическое ожидание m_g , дисперсию D_g , среднее квадратическое отклонение σ_g , корреляционную функцию $R_{gg}(\tau)$ по формулам [16, 17]:

$$m_g = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(i\Delta t); \quad (1)$$

$$D_g = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [g(i\Delta t) - m_g]^2; \quad (2)$$

$$\sigma_g = \sqrt{D_g}; \quad (3)$$

$$R_{gg}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{g}(i\Delta t) \dot{g}((i+\mu)\Delta t), \quad (4)$$

где $\dot{g}(t) = g(t) - m_g$; Δt — шаг дискретизации; $\mu = 0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots$ — временной сдвиг.

В работах [1–19] было показано, что помеха $\varepsilon(t)$, как правило, состоит из помехи $\varepsilon_1(t)$ от внешних факторов, а также от помехи $\varepsilon_2(t)$, которая возникла в момент зарождения повреждения: $\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t)$.

В работах [1–15] также отмечено, что характеристики помехи $\varepsilon_2(t)$ даже на ранней стадии появления неисправности меняются во времени в зависимости от степени и динамики развития повреждения и отражаются на значениях характеристик суммарной помехи $\varepsilon(t)$. Поэтому характеристики помехи $\varepsilon(t)$ являются информативным признаком начала зарождения дефекта и степени его изменения. В связи с этим были разработаны алгоритмы вычисления таких характеристик помехи $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала $g(t)$, как дисперсия, среднее квадратическое отклонение, функция плотности распределения.

При этом традиционно предполагается, что помеха $\varepsilon(t)$ является стационарной, эргодической, имеет нулевое математическое ожидание $m_\varepsilon = 0$ и подчиняется нормальному закону распределения [1–17]:

$$N(\varepsilon; m_\varepsilon, \sigma_\varepsilon) = N(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\varepsilon - m_\varepsilon)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}}. \quad (5)$$

Однако в реальности в указанных случаях строгое равенство $m_\varepsilon = 0$ нарушается и выполняется приближенное равенство $m_\varepsilon \approx 0$, и значение математического ожидания меняется в пределах некоторого доверительного интервала.

В данной работе показано, что ширина доверительного интервала для оценки математического ожидания помехи также является информативным признаком изменения состояния технических объектов.

Поэтому требуется разработать алгоритмы вычисления доверительного интервала для оценки математического ожидания помехи. Показана возможность применения нижних и верхних границ для определения ранней стадии возникновения неисправности технических объектов и динамики ее развития.

1. Разработка алгоритмов определения доверительного интервала математического ожидания помехи

Ниже предлагается технология определения доверительного интервала для математического ожидания помехи $\varepsilon(t)$. Известно, что довери-

тельный интервал для оценки математического ожидания помехи при известном среднем квадратическом отклонении σ_ε составляет [16, 17]

$$\left(m_\varepsilon - z_p \frac{\sigma_\varepsilon}{\sqrt{N}}; m_\varepsilon + z_p \frac{\sigma_\varepsilon}{\sqrt{N}} \right) \quad (6)$$

где N — объем выборки; z_p — критическое значение распределения, которое можно найти, задавая определенную доверительную вероятность $p = 1 - \alpha = \Phi(z)$; $\Phi(z)$ — функция Лапласа. Например, чтобы построить интервал, имеющий 95%-ный доверительный уровень, необходимо выбрать $\alpha = 0,05$; тогда для вероятности $p = 0,95$ имеем $z_{0,95} = 1,96$.

Из формулы (6) очевидно, что для определения доверительного интервала для математического ожидания помехи необходимо вычислить среднее квадратическое отклонение $\sigma_\varepsilon = \sqrt{D_\varepsilon}$ помехи. Для этого воспользуемся выражением (4) для вычисления корреляционной функции $R_{gg}(\mu)$ зашумленного сигнала $g(t)$.

Известно, что для стационарного случайного сигнала $g(t)$, обладающего свойством эргодичности, корреляционная функция вычисляется по выражению [16, 17]

$$\begin{aligned} R_{gg}(\mu) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{g}(i\Delta t) \dot{g}((i+\mu)\Delta t) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{x}(i\Delta t) \dot{x}((i+\mu)\Delta t) + \\ &+ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{x}(i\Delta t) \varepsilon((i+\mu)\Delta t) + \\ &+ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon(i\Delta t) \dot{x}((i+\mu)\Delta t) + \\ &+ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon(i\Delta t) \varepsilon((i+\mu)\Delta t) = \\ &= R_{xx}(\mu) + R_{x\varepsilon}(\mu) + R_{\varepsilon x}(\mu) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\dot{x}(t) = x(t) - m_x$, m_x — математическое ожидание $x(t)$.

Учитывая, что полезный сигнал $x(t)$ и помеха $\varepsilon(t)$ некоррелированы:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{x}(i\Delta t) \varepsilon((i+\mu)\Delta t) &= 0; \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon(i\Delta t) \dot{x}((i+\mu)\Delta t) &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

получаем

$$R_{gg}(\mu) = R_{xx}(\mu) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu). \quad (9)$$

Таким образом, корреляционная функция $R_{gg}(\mu)$ зашумленного сигнала $g(t)$ состоит из суммы корреляционных функций $R_{xx}(\mu)$ и

$R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu)$ соответственно полезного сигнала $x(t)$ и помехи $\varepsilon(t)$.

При этом на практике для инфранизкочастотных медленно протекающих технологических процессов, когда $\mu = \Delta t$ многократно мало по сравнению с временем наблюдения T , помеха $\varepsilon(t)$ формируется из высокочастотных спектров вследствие возникновения таких повреждений, как трещины, поломки, пробоины, деформации и т.д. в результате износа, коррозии, нагарообразования, накипи и т.д. и имеет более высокий спектр, чем сама полезная составляющая $x(t)$. Значение же полезной составляющей за промежуток времени Δt не успевает измениться, и $x(t + \Delta t)$ совпадает со значением $x(t)$, т. е.

$$x(t + \Delta t) = x(t). \quad (10)$$

Это равенство выполняется для случаев, когда T составляет, например, 10...20 ч, а Δt в зависимости от специфики исследуемого процесса — секунды или минуты. В этом случае шаг дискретизации Δt выбирается исходя из конечного времени корреляции τ_{end} помехи $\varepsilon(t)$ с полезным сигналом.

Тогда для указанных производственных объектов при выполнении условия (10) получаем:

$$R_{xx}(\Delta t) = R_{xx}(0).$$

Так как шаг дискретизации Δt выбран исходя из конечного времени корреляции τ_{end} помехи, то корреляционную функцию $R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu)$ можно представить в виде [3—15]

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu) = \begin{cases} R_{\varepsilon\varepsilon}(0) & \text{при } \mu = 0; \\ 0 & \text{при } \mu \geq \Delta t. \end{cases} \quad (11)$$

Поэтому получаем:

$$R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t) = R_{\varepsilon\varepsilon}(0). \quad (12)$$

Тогда оценку дисперсии D_ε^* помехи $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала $g(t)$ можно вычислить как

$$D_\varepsilon^* = R_{\varepsilon\varepsilon}(0) = R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t) \quad (13)$$

или

$$\begin{aligned} D_\varepsilon^* &= R_{\varepsilon\varepsilon}^*(0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{g}(i\Delta t) \dot{g}(i\Delta t) - \\ &- \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{g}(i\Delta t) \dot{g}((i+1)\Delta t). \end{aligned} \quad (14)$$

Однако в работах [1—15] была выведена более общая формула вычисления дисперсии помехи для реальных объектов:

$$D_{\varepsilon}^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{g}(i\Delta t) \dot{g}(i\Delta t) - 2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{g}(i\Delta t) \dot{g}((i+1)\Delta t) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \dot{g}(i\Delta t) \dot{g}((i+2)\Delta t). \quad (15)$$

Естественно, что среднее квадратическое отклонение σ_{ε}^* помехи $\varepsilon(t)$ будет определяться по выражению [16, 17]:

$$\sigma_{\varepsilon}^* = \sqrt{D_{\varepsilon}^*}. \quad (16)$$

Тогда с учетом выражения (6) и условия $m_{\varepsilon} = 0$ можно вычислить доверительный интервал для математического ожидания m_{ε}^* помехи:

$$\left(m_{\varepsilon} - z_p \frac{\sigma_{\varepsilon}^*}{\sqrt{N}}; m_{\varepsilon} + z_p \frac{\sigma_{\varepsilon}^*}{\sqrt{N}} \right) \quad (17)$$

или

$$m_{\varepsilon} - z_p \frac{\sigma_{\varepsilon}^*}{\sqrt{N}} \leq m_{\varepsilon}^* \leq m_{\varepsilon} + z_p \frac{\sigma_{\varepsilon}^*}{\sqrt{N}}.$$

Так как $m_{\varepsilon} = 0$, то получаем

$$-z_p \frac{\sigma_{\varepsilon}^*}{\sqrt{N}} \leq m_{\varepsilon}^* \leq z_p \frac{\sigma_{\varepsilon}^*}{\sqrt{N}}. \quad (18)$$

Так как математическое ожидание не может быть отрицательным числом, то нижний предел доверительного интервала ограничивается нулем, а верхний предел — числом $z_p \frac{\sigma_{\varepsilon}^*}{\sqrt{N}}$. Следовательно,

$$0 \leq m_{\varepsilon}^* \leq z_p \frac{\sigma_{\varepsilon}^*}{\sqrt{N}}. \quad (19)$$

Таким образом, нижняя граница доверительного интервала для математического ожидания помехи равна

$$m_{\varepsilon n}^* = 0, \quad (20)$$

а верхняя граница

$$m_{\varepsilon v}^* = z_p \frac{\sigma_{\varepsilon}^*}{\sqrt{N}}. \quad (21)$$

Построив доверительный интервал для математического ожидания через определенные моменты времени, можно не только выявить скрытый период момента зарождения дефекта, но и определить динамику его развития.

2. Технология определения скрытого периода зарождения неисправности технических объектов и динамики ее развития с использованием доверительного интервала для математического ожидания помехи

Известно, что обычно доверительный интервал используют для того, чтобы с заданной вероятностью утверждать, в каком диапазоне находится истинное значение статистической характеристики [16–18]. Согласно известной формуле (6) доверительный интервал для математического ожидания можно сузить или расширить за счет снижения уровня значимости или увеличения объема выборки или наоборот. Это делается для того, чтобы определить, насколько значение оценки точно, так как чем уже доверительный интервал, тем точнее значение оценки математического ожидания.

Однако в предлагаемом алгоритме ширина доверительного интервала для математического ожидания помехи при постоянном уровне значимости и объеме выборки используется как информативный признак для контроля динамики развития неисправности технического объекта. Остановимся на этом вопросе подробнее.

1. В момент времени t_0 , когда объект находится в нормальном состоянии, вычисляются оценки дисперсии $D_{\varepsilon-t_0}^*$ и среднего квадратического отклонения $\sigma_{\varepsilon-t_0}^*$ помехи по выражениям (13)–(16).

Вычисляется верхний предел $m_{\varepsilon v-t_0}^*$ доверительного интервала для математического ожидания помехи $m_{\varepsilon-t_0}^*$ в момент t_0 :

$m_{\varepsilon v-t_0}^* = z_p \frac{\sigma_{\varepsilon-t_0}^*}{\sqrt{N}}$. Нижний предел всегда остается равным нулю $m_{\varepsilon n-t_0}^* = 0$.

Строится доверительный интервал

$$0 \leq m_{\varepsilon-t_0}^* \leq z_p \frac{\sigma_{\varepsilon-t_0}^*}{\sqrt{N}}. \quad (22)$$

Составляется множество возможных значений математического ожидания помехи в момент времени t_0 , попавших в построенный доверительный интервал:

$$M_{\varepsilon-t_0}^* = \left\{ m_{\varepsilon-t_0}^* \mid m_{\varepsilon n-t_0}^* \leq m_{\varepsilon-t_0}^* \leq m_{\varepsilon v-t_0}^* \right\} \text{ или} \quad (23)$$

$$M_{\varepsilon-t_0}^* = \left\{ m_{\varepsilon-t_0}^* \mid 0 \leq m_{\varepsilon-t_0}^* \leq m_{\varepsilon v-t_0}^* \right\}$$

2. Через определенный промежуток времени в момент t_1 заново вычисляются оценки дисперсии $D_{\varepsilon-t_1}^*$ и среднего квадратического отклонения $\sigma_{\varepsilon-t_1}^*$ помехи.

Вычисляется оценка верхнего $m_{\varepsilon v-t_1}^*$ предела доверительного интервала для математи-

ческого ожидания помехи $m_{\varepsilon v-t_1}^* = z_p \frac{\sigma_{\varepsilon-t_1}^*}{\sqrt{N}}$, и строится доверительный интервал

$$0 \leq m_{\varepsilon-t_1}^* \leq z_p \frac{\sigma_{\varepsilon-t_1}^*}{\sqrt{N}}. \quad (24)$$

Составляется множество возможных значений математического ожидания помехи в момент времени t_1 :

$$M_{\varepsilon-t_1}^* = \left\{ m_{\varepsilon-t_1}^* \mid m_{\varepsilon n-t_1}^* \leq m_{\varepsilon-t_1}^* \leq m_{\varepsilon v-t_1}^* \right\} \text{ или} \quad (25)$$

$$M_{\varepsilon-t_1}^* = \left\{ m_{\varepsilon-t_1}^* \mid 0 \leq m_{\varepsilon-t_1}^* \leq m_{\varepsilon v-t_1}^* \right\}.$$

3. Следует отметить, что при возникновении неисправности значение среднего квадратического отклонения помехи возрастает. Тогда при постоянном уровне значимости и объеме выборки значение оценки верхнего предела $m_{\varepsilon v-t_1}^*$ доверительного интервала для математического ожидания помехи в момент времени t_1 будет больше верхнего предела доверительного интервала для математического ожидания $m_{\varepsilon-t_0}^*$ в момент t_1 . Очевидно, что в этом случае доверительный интервал (24) в момент времени t_1 будет шире, чем доверительный интервал (22) в момент времени t_0 .

Поэтому находится разность множеств возможных значений математического ожидания помехи $M_{\varepsilon-t_1}^*$ в момент времени t_1 и возможных значений математического ожидания помехи $M_{\varepsilon-t_0}^*$ в момент времени t_0 :

при $m_{\varepsilon v-t_1}^* > m_{\varepsilon v-t_0}^*$

$$M_{\varepsilon-t_0-t_1}^* = M_{\varepsilon-t_1}^* \setminus M_{\varepsilon-t_0}^* := M_{\varepsilon-t_1}^* \cap \overline{M_{\varepsilon-t_0}^*} = \quad (26)$$

$$= \left\{ m_{\varepsilon-t_1}^* \mid m_{\varepsilon-t_1}^* \in M_{\varepsilon-t_1}^* \text{ и } m_{\varepsilon-t_1}^* \notin M_{\varepsilon-t_0}^* \right\},$$

т. е. тех значений математического ожидания, которые входят в множество $M_{\varepsilon-t_1}^*$, но не входят в множество $M_{\varepsilon-t_0}^*$.

Устанавливается соответствие между значением разности $M_{\varepsilon-t_0-t_1}^*$ и степенью повреждения.

4. Через некоторое время в момент t_2 заново вычисляются оценки дисперсии $D_{\varepsilon-t_2}^*$ и среднего квадратического отклонения $\sigma_{\varepsilon-t_2}^*$ помехи.

Если $\sigma_{\varepsilon-t_2}^* = \sigma_{\varepsilon-t_1}^*$, то динамика развития неисправности не наблюдается, т. е. объект находится в стабильном неисправном состоянии.

Если $\sigma_{\varepsilon-t_2}^* > \sigma_{\varepsilon-t_1}^*$, то вычисляется оценка верхнего $m_{\varepsilon v-t_2}^*$ предела доверительного интервала для математического ожидания помехи в момент t_2 : $m_{\varepsilon v-t_2}^* = z_p \frac{\sigma_{\varepsilon-t_2}^*}{\sqrt{N}}$, и строится доверительный интервал

$$0 \leq m_{\varepsilon-t_2}^* \leq z_p \frac{\sigma_{\varepsilon-t_2}^*}{\sqrt{N}}. \quad (27)$$

Составляется множество возможных значений математического ожидания помехи в момент времени t_2 :

$$M_{\varepsilon-t_2}^* = \left\{ m_{\varepsilon-t_2}^* \mid m_{\varepsilon n-t_2}^* \leq m_{\varepsilon-t_2}^* \leq m_{\varepsilon v-t_2}^* \right\} \text{ или} \quad (28)$$

$$M_{\varepsilon-t_2}^* = \left\{ m_{\varepsilon-t_2}^* \mid 0 \leq m_{\varepsilon-t_2}^* \leq m_{\varepsilon v-t_2}^* \right\}.$$

Находится разность множеств возможных значений математического ожидания помехи $M_{\varepsilon-t_2}^*$ в момент времени t_2 и возможных значений математического ожидания помехи $M_{\varepsilon-t_1}^*$ в момент времени t_1 :

при $m_{\varepsilon v-t_2}^* > m_{\varepsilon v-t_1}^*$

$$M_{\varepsilon-t_1-t_2}^* = M_{\varepsilon-t_2}^* \setminus M_{\varepsilon-t_1}^* := M_{\varepsilon-t_2}^* \cap \overline{M_{\varepsilon-t_1}^*} = \quad (29)$$

$$= \left\{ m_{\varepsilon-t_2}^* \mid m_{\varepsilon-t_2}^* \in M_{\varepsilon-t_2}^* \text{ и } m_{\varepsilon-t_2}^* \notin M_{\varepsilon-t_1}^* \right\},$$

т. е. тех значений математического ожидания помехи, которые входят в множество $M_{\varepsilon-t_2}^*$, но не входят в множество $M_{\varepsilon-t_1}^*$.

5. Затем сравниваются разности $M_{\varepsilon-t_1-t_2}^*$ и $M_{\varepsilon-t_0-t_1}^*$. Если разность $M_{\varepsilon-t_1-t_2}^* = M_{\varepsilon-t_0-t_1}^*$, то неисправность развивается с равномерной интенсивностью. Если $M_{\varepsilon-t_1-t_2}^* > M_{\varepsilon-t_0-t_1}^*$, то неисправность развивается интенсивно, а если $M_{\varepsilon-t_1-t_2}^* \gg M_{\varepsilon-t_0-t_1}^*$, то неисправность развивается очень интенсивно. Тогда в зависимости от степени динамики развития неисправности следует провести соответствующие профилактические или ремонтные работы с остановкой или без остановки работы исследуемого объекта контроля.

6. После проведения ремонтных работ в момент времени t_3 заново вычисляется верхний предел $m_{\varepsilon v-t_3}^*$ доверительного интервала для математического ожидания помехи:

$$m_{\varepsilon v-t_3}^* = z_p \frac{\sigma_{\varepsilon-t_3}^*}{\sqrt{N}}.$$

Строится доверительный интервал

$$0 \leq m_{\varepsilon-t_3}^* \leq z_p \frac{\sigma_{\varepsilon-t_3}^*}{\sqrt{N}}. \quad (30)$$

Составляется множество возможных значений математического ожидания помехи в момент времени t_3 , попавших в построенный доверительный интервал:

$$M_{\varepsilon-t_3}^* = \left\{ m_{\varepsilon-t_3}^* \mid m_{\varepsilon n-t_3}^* \leq m_{\varepsilon-t_3}^* \leq m_{\varepsilon v-t_3}^* \right\} \text{ или} \quad (31)$$

$$M_{\varepsilon-t_3}^* = \left\{ m_{\varepsilon-t_3}^* \mid 0 \leq m_{\varepsilon-t_3}^* \leq m_{\varepsilon v-t_3}^* \right\}.$$

Так как при отсутствии неисправности значение среднего квадратического отклонения помехи уменьшается, то при постоянном уровне

не значимости и объеме выборки значение оценки верхнего предела $m_{\varepsilon v-t_3}^*$ доверительно-го интервала для математического ожидания помехи в момент времени t_3 оказывается меньше верхнего предела доверительного интервала для математического ожидания помехи в моменты t_1 и t_2 и будет приближаться к значению $m_{\varepsilon v-t_0}^*$ в момент t_0 . Очевидно, что в этом случае доверительный интервал (31) в момент времени t_3 будет уже, чем доверительные интервалы (24), (27) в моменты времени t_1 и t_2 .

Таким образом, сравнивая значения разностей множеств возможных значений математического ожидания помехи $M_{\varepsilon-t_i}^*$ в момент времени t_i и возможных значений математического ожидания помехи $M_{\varepsilon-t_{i+1}}^*$ в момент времени t_{i+1} , можно делать вывод о динамике развития неисправности.

3. Результаты вычислительного эксперимента и сравнительного анализа

Для проверки достоверности алгоритма вычисления доверительного интервала для математического ожидания помехи $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала $g(t)$ были выполнены вычислительные эксперименты с использованием средства компьютерной математики MATLAB, которые проводились следующим образом.

Сначала был сформирован полезный сигнал $x(t)$. Известно, что любой стационарный случайный процесс $x(t)$ на бесконечном интервале T можно сколь угодно точно аппроксимировать линейной комбинацией гармонических колебаний со случайной амплитудой и фазой [10]. В общем виде совокупность функций

$$x_k(t) = \sum_{v=1}^n \left(a_{vk} \cos\left(\frac{2\pi v}{T}t + \phi_{1vk}\right) + b_{vk} \sin\left(\frac{2\pi v}{T}t + \phi_{2vk}\right) \right)$$

характеризует собой случайный процесс, если известны функции распределения вероятности коэффициентов a_{vk} , b_{vk} и фаз ϕ_{1vk} , ϕ_{2vk} [10]. Поэтому при проведении вычислительных экспериментов был смоделирован полезный случайный сигнал

$$x(t) = 40 \sin\left(2\pi \frac{(k \cdot 0,2)^n}{T} + \phi\right) + 100$$

в виде возмущенной гармонической дискретной функции с начальной фазой ϕ , которая имеет равномерное распределение вероятностей, где $k \in [0, K]$, $K = 300$, показатель степени $n = 1,5$; период сигнала $T = 100$; начальная

фаза ϕ задавалась в виде $\text{rand}(\text{size}(k)) \cdot \pi / 3$, где функция $\text{rand}(\text{size}(k))$ формирует вектор, соразмерный с вектором k , элементами которого являются случайные величины, распределенные по равномерному закону в интервале $(0, 1)$ [10].

Допускалось, что полезный сигнал — стационарный эргодический процесс, и $x(t)$ — одна из его реализаций.

С помощью генератора случайных чисел были сформированы нормально распределенные помехи $\varepsilon_i(t)$ с заданными значениями средних квадратических отклонений $\sigma_{\varepsilon i} = \sqrt{D_{\varepsilon i}}$ и нулевым математическим ожиданием $m_{\varepsilon i} = 0$. Предполагается, что это есть истинные помехи в моменты времени t_i . Для простоты эксперимента для трех моментов времени t_1 , t_2 и t_3 были сформированы три помехи $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$, $\varepsilon_3(t)$ с заданными значениями средних квадратических отклонений $\sigma_{\varepsilon_1}^* = 18,45$, $\sigma_{\varepsilon_2}^* = 23,06$, $\sigma_{\varepsilon_3}^* = 27,67$ и нулевым математическим ожиданием $m_{\varepsilon} = 0$. Затем формировались зашумленные сигналы $g_1(t) = x(t) + \varepsilon_1(t)$, $g_2(t) = x(t) + \varepsilon_2(t)$, $g_3(t) = x(t) + \varepsilon_3(t)$.

После этого были вычислены оценки средних квадратических отклонений помехи по предложенным алгоритмам (13)–(16), которые составили $\sigma_{\varepsilon_1}^* = 19,193$, $\sigma_{\varepsilon_2}^* = 23,267$, $\sigma_{\varepsilon_3}^* = 27,441$. Из приведенных результатов очевидно, что эти значения практически совпадают с заданными значениями $\sigma_{\varepsilon_1}^* = 18,45$, $\sigma_{\varepsilon_2}^* = 23,06$, $\sigma_{\varepsilon_3}^* = 27,67$. Поэтому вычисленные оценки $\sigma_{\varepsilon_1}^*$, $\sigma_{\varepsilon_2}^*$, $\sigma_{\varepsilon_3}^*$ можно использовать для определения доверительного интервала для математического ожидания помехи.

Затем были вычислены верхние границы доверительного интервала для математического ожидания для всех трех помех $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$, $\varepsilon_3(t)$ по выражениям

$$m_{\varepsilon v_1}^* = z_p \frac{\sigma_{\varepsilon_1}^*}{\sqrt{N}}, m_{\varepsilon v_2}^* = z_p \frac{\sigma_{\varepsilon_2}^*}{\sqrt{N}}, m_{\varepsilon v_3}^* = z_p \frac{\sigma_{\varepsilon_3}^*}{\sqrt{N}}, \quad (32)$$

и определены доверительные интервалы в моменты времени t_1 , t_2 и t_3 :

$$0 \leq m_{\varepsilon_1}^* \leq m_{\varepsilon v_1}^*, 0 \leq m_{\varepsilon_2}^* \leq m_{\varepsilon v_2}^*, 0 \leq m_{\varepsilon_3}^* \leq m_{\varepsilon v_3}^*. \quad (33)$$

Таким образом, были получены следующие значения верхних границ доверительного интервала: $m_{\varepsilon v_1}^* = 3,07$, $m_{\varepsilon v_2}^* = 3,6907$, $m_{\varepsilon v_3}^* = 4,4289$, и построены доверительные интервалы для математического ожидания помехи:

$$0 \leq m_{\varepsilon_1}^* \leq 3,07, 0 \leq m_{\varepsilon_2}^* \leq 3,69, 0 \leq m_{\varepsilon_3}^* \leq 4,42.$$

Из приведенных результатов следует, что ширина доверительного интервала для мате-

Параметры								
σ_{ε_1}	$\sigma_{\varepsilon_1}^*$	$\Delta\sigma_{\varepsilon_1}, \%$	σ_{ε_2}	$\sigma_{\varepsilon_2}^*$	$\Delta\sigma_{\varepsilon_2}, \%$	σ_{ε_3}	$\sigma_{\varepsilon_3}^*$	$\Delta\sigma_{\varepsilon_3}, \%$
22,677	23,215	2,32	27,21	27,46	0,89	31,75	31,75	0,01
Параметры								
$m_{\varepsilon_{v_1}}$	$m_{\varepsilon_{v_1}}^*$	$\Delta m_{\varepsilon_{v_1}}, \%$	$m_{\varepsilon_{v_2}}$	$m_{\varepsilon_{v_2}}^*$	$\Delta m_{\varepsilon_{v_2}}, \%$	$m_{\varepsilon_{v_3}}$	$m_{\varepsilon_{v_3}}^*$	$\Delta m_{\varepsilon_{v_3}}, \%$
4,44	4,55	2,37	5,33	5,38	0,8967	6,22	6,22	0,01

математического ожидания помехи с течением времени t_2-t_1 и t_3-t_2 увеличилась. По разностям

$$M_{\varepsilon_2-\varepsilon_1}^* = M_{\varepsilon_2}^* \setminus M_{\varepsilon_1}^* := M_{\varepsilon_2}^* \cap \overline{M_{\varepsilon_1}^*} = \{m_{\varepsilon_2}^* | m_{\varepsilon_2}^* \in M_{\varepsilon_2}^* \text{ и } m_{\varepsilon_2}^* \notin M_{\varepsilon_1}^*\}; \quad (34)$$

$$M_{\varepsilon_3-\varepsilon_2}^* = M_{\varepsilon_3}^* \setminus M_{\varepsilon_2}^* := M_{\varepsilon_3}^* \cap \overline{M_{\varepsilon_2}^*} = \{m_{\varepsilon_3}^* | m_{\varepsilon_3}^* \in M_{\varepsilon_3}^* \text{ и } m_{\varepsilon_3}^* \notin M_{\varepsilon_2}^*\}, \quad (35)$$

т. е. по разностям 3,69 – 3,07 и 4,42 – 3,69 после соответствующего обучения судят о динамике развития неисправности в системе контроля. При этом математическое ожидание помехи равно нулю и не меняется со временем, а меняется доверительный интервал. Поэтому доверительный интервал является более информативным признаком изменения технического состояния объекта контроля.

Аналогичные результаты получены и при проведении других вычислительных экспериментов. Например, смоделирован полезный случайный сигнал

$$x(t) = 20 \cos\left(2\pi \frac{(k \cdot 0,5)^{n_1}}{T} + \phi_1\right) + 25 \sin\left(2\pi \frac{(k \cdot 1,5)^{n_2}}{T} + \phi_2\right) + 100$$

в виде возмущенной гармонической дискретной функции с амплитудами и начальными фазами ϕ_1, ϕ_2 , которые имеют равномерное распределение вероятностей (или с равномерной плотностью вероятности), где $k \in [0, K]$, $K = 200$, показатели степеней $n_1 = 1,5$, $n_2 = 0,5$; период сигнала $T = 100$; амплитуды задаются в виде $\text{rand}(\text{size}(k))$, $\text{rand}(\text{size}(k))$; начальные фазы ϕ_1, ϕ_2 — в виде $\text{rand}(\text{size}(k))\pi/3$, $\text{rand}(\text{size}(k))\pi/3$ [10]. Помехи сформированы аналогично помехам первого эксперимента со средними квадратическими отклонениями $\sigma_{\varepsilon_1} = 22,677$, $\sigma_{\varepsilon_2} = 27,21$, $\sigma_{\varepsilon_3} = 31,75$. Результаты вычислительных экспериментов приведены в таблице.

Таким образом, из результатов множества вычислительных экспериментов очевидно, что увеличение ширины доверительного интервала для математического ожидания помехи является достаточно эффективным информативным признаком контроля динамики развития неисправности.

Заключение

Разработанные в работе алгоритмы построения доверительного интервала для математического ожидания помехи позволяют не только определить начало скрытого периода появления неисправности, но также определить динамику ее развития. При этом в качестве информативного признака принимается ширина доверительного интервала для математического ожидания помехи, которая меняется во времени в соответствии с развитием дефекта. Применение разработанных алгоритмов в системах контроля позволит повысить эффективность функционирования этих систем [18–22].

Список литературы

1. Aliev T. Noise Control of the Beginning and Development Dynamics of Accidents. Springer, 2019, 201 p. DOI 10.1007/978-3-030-12512-7.
2. Aliev T. A. Digital Noise Monitoring of Defect Origin, Springer, New York, 2007. 223 p. DOI 10.1007/978-0-387-71754-8.
3. Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T. Density Function of Noise Distribution as an Indicator for Identifying the Degree of Fault Growth in Sucker Rod Pumping Unit (SRPU) // Journal of Automation and Information Sciences. 2017. Vol. 49. N. 4. P. 1–11. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v49.i4.10.
4. Aliev T. A., Musaeva N. F. Technologies for Early Monitoring of Technical Objects Using the Estimates of Noise Distribution Density // Journal of Automation and Information Sciences. 2019. Vol. 51, N. 9. P. 12–23. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v51.i9.20.
5. Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф., Сулейманова М. Т., Газызаде Б. И. Чувствительные алгоритмы выявления степени развития неисправности штанговой глубинной насосной установки // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 2. С. 94–102. DOI: 10.17587/mau.18.91-102.

6. Aliev T. A., Musaeva N. F. An algorithm for eliminating microerrors of noise in the solution of statistical dynamics problems // Automation and remote control. 1998. Vol. 59 (2), N. 5. P. 679–688.
7. Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I. Analytic representation of the density function of normal distribution of noise // Journal of Automation and Information Sciences. 2015. Vol. 47(8), N. 4. P. 24–40. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v47.i8.30.
8. Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I. Technology for calculating the parameters of the density function of normal distribution of the useful component in a noisy process // Journal of Automation and Information Sciences. 2016. Vol. 48, No. 4. P. 35–55. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v48.i4.50.
9. Aliev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I. Algorithms of building a model of the noisy process by correction of the law of its distribution // Journal of Automation and Information Sciences. 2017. Vol. 49, N. 9. P. 61–75. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v49.i9.50.
10. Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T. Algorithms for Indicating the Beginning of Accidents Based on the Estimate of the Density Distribution Function of the Noise of Technological Parameters // Automatic Control and Computer Science. 2018. Vol. 52, N. 3. P. 231–242. DOI: 10.3103/S0146411618030021.
11. Musaeva N. F. Robust method of estimation with "contaminated" coarse errors // Automatic Control and Computer Sciences. 2003. Vol. 37, N. 6. P. 50–63. URL: <https://elibrary.ru/contents.asp?id=33405883>.
12. Aliev T. A., Musaeva N. F. Statistical identification with error balancing // Journal of computer and systems sciences international. 1996. Vol. 34, N. 5. P. 119–124.
13. Aliev T. A., Musaeva N. F. Algorithms for improving adequacy of statistical identification // Journal of computer and systems sciences International. 1997. Vol. 36, N. 3. P. 363–369. URL: <https://www.tib.eu/en/search/id/ole%3A1518633188/Algorithms-for-Improving-Adequacy-of-Statistical>.
14. Aliev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I. Algorithm of application of high-order moments of the useful component as a diagnostic indicator of changes in the technical state // Journal of Automation and Information Sciences. 2018. Vol. 50, N. 11. P. 29–43. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v50.i11.30.
15. Aliev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I. Algorithms for calculating high-order moments of the noise of noisy signals // Journal of Automation and Information Sciences. 2018. Vol. 50, N. 6. P. 1–13. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v50.i6.10.
16. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: КНОРУС, 2013. 448 с.
17. Иванова В. М., Калинина В. Н., Нешумова Л. А., Решетникова И. О. Математическая статистика. М.: Высшая Школа, 1975. 398 с.
18. Миловзоров Г. В., Ильин А. П., Редькина Т. А. Методы диагностирования состояния глубинного насосного оборудования на основе результатов динамометрирования // Вестник Ижевского государственного технического университета им. Калашникова М. Т. 2019. Т. 22, № 4. С. 64–72. DOI: 10.22213/2413-1172-2019-4-64-72.
19. Пыркин А. А., Бобцов А. А., Ведяков А. А., Базылев Д. Н., Синетова М. М. Адаптивный наблюдатель магнитного потока для неявнополюсного синхронного двигателя с постоянными магнитами в условиях шумов в измерениях силы тока и напряжения // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 4. С. 215–218. DOI: 10.17587/mau.20.215-218.
20. Жирабок А. Н., Овчинников Д. Ю., Филатов А. Л., Шумский А. Е., Яценко Н. А. Диагностирование нелинейных динамических систем непараметрическим методом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 8. С. 508–515. DOI: 10.17587/mau.19.508-515.
21. Peihua Qiu, Wendong Li & Jun Li. A New Process Control Chart for Monitoring Short-Range Serially Correlated Data // Technometrics, 2020. Vol. 62, N. 1. P. 71–83. DOI: 10.1080/00401706.2018.1562988.
22. Mammadova M. H., Jabrayilova Z. G. Decision-making support in human resource management based on multi-objective optimization // TWMS Journal of pure and applied mathematics. 2018. Vol. 9, N. 1. P. 52–72. WOS:000432938900005.

Algorithms for Constructing the Confidence Interval for the Mathematical Expectation of the Noise and their Application in the Control of the Dynamics of Accident Development

T. A. Aliev^{1,2}, telmancyber@gmail.com, N. F. Musaeva², musanaila@gmail.com,
M. T. Suleymanova¹, metanet_suli@yahoo.com

¹Institute of Control Systems (Azerbaijan National Academy of Sciences), AZ1141, Baku, Republic of Azerbaijan

²Azerbaijan University of Architecture and Construction, AZ1073, Baku, Republic of Azerbaijan

Corresponding author: **Musaeva Naila F.**, Doctor of Engineering,
Azerbaijan University of Architecture and Construction, AZ1073, Baku, Republic of Azerbaijan,
e-mail: musanaila@gmail.com

Accepted on April 02, 2020

Abstract

The paper deals with the development of algorithms for constructing the confidence interval for the mathematical expectation of the noise of a noisy signal. It is noted that the noise characteristics can be used as informative attributes of the beginning of the initiation of a defect in a technical object. It is also indicated that the problem of determining the dynamics of changes in the technical condition of an object is more important than the control of the onset of a malfunction. This is based on the fact that with a slight development of a malfunction or lack of development, there is no need to stop the object's operation for repair. In contrast, strong dynamics of development of a defect requires urgent action. It is noted that a timely solution to this problem is especially relevant for oil and gas production facilities and other similar facilities. It is shown that confidence intervals for the noise characteristics of a noisy signal can be used as informative attributes of determining the dynamics of a malfunction. Algorithms for determining the confidence interval for the mathematical expectation of the noise are developed. Technologies are proposed for determining the latent period of the initiation of the malfunction of technical objects and the dynamics of its development using the confidence interval for the mathematical expectation of the noise. To this end, at the instant of time when the object is in a normal state, a confidence interval is constructed for the mathematical expectation of the noise, and a set of possible values that fall into this interval is compiled. After a certain period of time, this procedure is repeated. It is noted that when a malfunction occurs, the width of the confidence

interval increases. Therefore, the difference between the sets of possible values of the mathematical expectation of the noise at the previous and current instants is found. A correspondence is established between the value of this difference and the degree of damage development. By determining each time the differences of the sets of possible values of the mathematical expectation of the noise, the dynamics of the development of the malfunction in time is revealed. Then the corresponding conclusions are made, such as "the malfunction develops with uniform intensity", "the malfunction develops intensively", "the malfunction develops very intensively", etc. Depending on the degree of malfunction development, appropriate preventive or repair work is carried out with or without stopping the operation of the control object. To verify the reliability of the developed algorithm for constructing the confidence interval for the mathematical expectation of the noise of a noisy signal and the technology for determining the latent period of initiation of malfunction of technical objects and the dynamics of its development, computational experiments are carried out using the MATLAB computing environment.

Keywords: useful signal, noise, noisy signal, noise characteristics, mathematical derivation of noise, confidence interval, degree of object's malfunction, dynamics of malfunction development.

Acknowledgements: The study has been carried out with the financial support of the Science Fund of the State Oil Company of the Azerbaijan Republic within the framework of the research project "Development of a system for adequate identification and early diagnostics on the basis of the position-binary technology".

For citation:

Aliiev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T. Algorithms for Constructing the Confidence Interval for the Mathematical Expectation of the Noise and their Application in the Control of the Dynamics of Accident Development, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 9, pp. 521–529.

DOI: 10.17587/mau.21.521-529

References

1. Aliiev T. Noise Control of the Beginning and Development Dynamics of Accidents. Springer, 2019, 201 p. DOI: 10.1007/978-3-030-12512-7.
2. Aliiev T. A. Digital Noise Monitoring of Defect Origin, Springer, New York, 2007, 223 p. DOI: 10.1007/978-0-387-71754-8.
3. Aliiev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T. Density Function of Noise Distribution as an Indicator for Identifying the Degree of Fault Growth in Sucker Rod Pumping Unit (SRPU), *Journal of Automation and Information Sciences*, 2017, vol. 49, no. 4, pp. 1–11. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v49.i4.10.
4. Aliiev T. A., Musaeva N. F. Technologies for Early Monitoring of Technical Objects Using the Estimates of Noise Distribution Density, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2019, vol. 51, no. 9, pp. 12–23. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v51.i9.20.
5. Aliiev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I. Sensitive Algorithms for Identifying the Degree of Fault Growth in Sucker Rod Pumping Units, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, Moscow, 2017, vol. 18, no. 2, pp. 94–102 (in Russian).
6. Aliiev T. A., Musaeva N. F. An algorithm for eliminating microerrors of noise in the solution of statistical dynamics problems, *Automation and remote control*, 1998, vol. 59 (2), no. 5, pp. 679–688.
7. Aliiev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I. Analytic representation of the density function of normal distribution of noise, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2015, vol. 47(8), no. 4, pp. 24–40. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v47.i8.30.
8. Aliiev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I. Technology for calculating the parameters of the density function of normal distribution of the useful component in a noisy process, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2016, vol. 48, no. 4, pp. 35–55. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v48.i4.50.
9. Aliiev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I. Algorithms of building a model of the noisy process by correction of the law of its distribution, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2017, vol. 49, no. 9, pp. 61–75. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v49.i9.50.
10. Aliiev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T. Algorithms for Indicating the Beginning of Accidents Based on the Estimate of the Density Distribution Function of the Noise of Technological Parameters, *Automatic Control and Computer Science*, 2018, vol. 52, no. 3, pp. 231–242. DOI: 10.3103/S0146411618030021.
11. Musaeva N. F. Robust method of estimation with "contaminated" coarse errors. *Automatic Control and Computer Sciences International*, 1997, vol. 37, no. 6, pp. 50–63, available at: <https://elibrary.ru/contents.asp?id=33405883>.
12. Aliiev T. A., Musaeva N. F. Statistical identification with error balancing, *Journal of computer and systems sciences international*, 1996, vol. 34, no. 5, pp. 119–124.
13. Aliiev T. A., Musaeva N. F. Algorithms for improving adequacy of statistical identification, *Journal of computer and systems sciences International*, 1997, vol. 36, no. 3, pp. 363–369, available at: <https://www.tib.eu/en/search/id/olc%3A1518633188/>.
14. Aliiev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I. Algorithm of application of high-order moments of the useful component as a diagnostic indicator of changes in the technical state, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2018, vol. 50, no. 11, pp. 29–43, available at: <https://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v50.i11.30>.
15. Aliiev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I. Algorithms for calculating high-order moments of the noise of noisy signals, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2018, vol. 50, no. 6, pp. 1–13, available at: <https://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v50.i6.10>.
16. Ventsel Y. S., Ovcharov L. A. The Theory of Random Processes and Its Engineering Applications, 5th ed., Moscow, KNORUS, 2013, 448 p. (in Russian).
17. Ivanova V. M., Kalinina V. N., Neshumova L. A., Reshetnikova I. O. Mathematical Statistics, Moscow, Vysshaya Shkola, 1975, 398 p. (in Russian).
18. Milovzorov G. V., Ilyin A. P., Red'kina T. A. Methods for Diagnosis of Downhole Pumping Equipment Condition Based on Dynamometry, *Vestnik Izhevskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta named by Kalashnikov M. T.* 2019, vol. 22, no. 4, pp. 64–72. DOI: 10.22213/2413-1172-2019-4-64-72 (in Russian).
19. Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Vedyakov A. A., Bazylev D. N., Sinetova M. M. Adaptive Flux Observer for Non-salient PMSM with Noised Measurements of the Current and Voltage, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2019, vol. 20, no. 4, pp. 215–218. DOI: 10.17587/mau.20.215-218 (in Russian).
20. Zhirabok A. N., Ovchinnikov D. Y., Filatov A. L., Shumsky A. Y., Yatsenko N. A. Fault Diagnosis in Nonlinear Dynamic Systems by Non-Parametric Method. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie* 2018, vol. 19, no. 8, pp. 508–515 (in Russian). DOI: 10.17587/mau.19.508-515 (in Russian).
21. Peihua Qiu, Wendong Li & Jun Li. A New Process Control Chart for Monitoring Short-Range Serially Correlated Data, *Technometrics*, 2020, vol. 62, no. 1, pp. 71–83. DOI: 10.1080/00401706.2018.1562988
22. Mammadova M. H., Jabrayilova Z. G. Decision-making support in human resource management based on multi-objective optimization, *TWMS Journal of pure and applied mathematics*, 2018, vol. 9, no. 1, pp. 52–72, WOS:000432938900005.

V. V. Kulikov¹, Godefire@mail.ru, A. P. Kutsyi^{1,2}, tosha1993irk@yandex.ru, N. N. Kutsyi¹, kucyinn@mail.ru,

¹Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, 664074, Russian Federation,

²Irkutsk State Transport University, Irkutsk, 664074, Russian Federation

Corresponding author: Kutsyi Nikolay N., D. Sc., Irkutsk National Research Technical University,
Irkutsk, 664074, Russian Federation, e-mail: kucyinn@mail.ru

Accepted on June 08, 2020

The Gradient-Based Algorithm for Parametric Optimization of a Variable Structure PI Controller with Dead Band

Abstract

In the automatic system, the presence of an object with a delay that exceeds the value of the maximum time parameter of the controlled object reduces the operating quality of generic controllers (integral, proportionally-integral, proportionally-integral-differential). The occurrence of this kind of delay in the system requires addressing a particular class of regulators that compensate for the negative effects of the delay. This paper examines the PI controller known for its advantages with variable or switchable parameters, which belongs to the class of controllers with variable structure (henceforward — VSC) that do not use sliding mode. Due to the fact that the controller used contains switchable parameters and the object with delay is considered, it is extremely difficult to use analytical approaches to parametric optimization of the system. This lays one under a necessity to use algorithmic methods. This work employs a gradient-based algorithm in which the components of the gradient are calculated using sensitivity functions with their known advantages. The generated Automatic Parametric Optimization (APO) Algorithm calculated the optimal VSC parameters for a given object, based on the minimum of the integrated quadratic criterion. The reliability of the found vector of the controller setting, formed by the APO algorithm, is confirmed by the computational methodology. With accuracy sufficient for practice, the APO algorithm solved the problem of parametric optimization. The positive experience of optimizing the PI controllers with variable parameters allows one to apply it to other VSC, which do not use a sliding mode, and thus further expand the practice of using a gradient-based algorithm based on sensitivity functions for such a class of VSC under various laws of switching structures of the controller.

Keywords: PI controller, systems with variable structure, sensitivity functions, gradient-based algorithm, automatic systems with delay, variable parameters of the controller

For citation:

Kulikov V. V., Kutsyi A. P., Kutsyi N. N. The Gradient-Based Algorithm for Parametric Optimization of a Variable Structure PI Controller with Dead Band, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 9, pp. 530–534.

DOI: 10.17587/mau.21.530-534

УДК 681.51 + 004

DOI: 10.17587/mau.21.530-534

В. В. Куликов¹, Godefire@mail.ru, А. П. Куцый^{1,2}, tosha1993irk@yandex.ru,

Н. Н. Куцый¹, д-р техн. наук, kucyinn@mail.ru,

¹Иркутский национальный исследовательский технический университет,

²Иркутский государственный университет путей сообщения

Градиентный алгоритм параметрической оптимизации ПИ-регулятора с переменной структурой с зоной нечувствительности

Наличие в автоматической системе объекта с запаздыванием, превышающего по значению максимального временного параметра объекта регулирования, снижает качество работы типовых регуляторов (интегральный, пропорционально-интегральный, пропорционально-интегрально-дифференциальный). Присутствие в системе такого запаздывания требует обращения к тому или иному классу регуляторов, компенсирующих отрицательные влияния запаздывания. В настоящей работе рассматривается известный своими преимуществами ПИ регулятор с пере-

менными или переключаемыми параметрами, относящийся к классу регуляторов с переменной структурой (РПС), не использующих скользящий режим. Ввиду того, что используемый регулятор содержит переключаемые параметры и рассматривается объект с запаздыванием, то использование аналитических подходов к параметрической оптимизации системы крайне сложно. Это приводит к необходимости обращаться к алгоритмическим методам.

В настоящей работе используется градиентный алгоритм, в котором составляющие градиента вычисляются с помощью функций чувствительности с их известными преимуществами. Сформированный алгоритм автоматической параметрической оптимизации (АПО) вычислил оптимальные параметры РПС для заданного объекта исходя из минимума интегрального квадратичного критерия. Достоверность найденного вектора настройки регулятора, сформированного алгоритмом АПО, подтверждается вычислительной методикой. Алгоритм АПО с достаточной для практики точностью решил поставленную задачу параметрической оптимизации. Полученный положительный опыт оптимизации ПИ регулятора с переменными параметрами позволяет применить его к другим РПС, не использующим скользящий режим и, таким образом, в дальнейшем расширить практику применения градиентного алгоритма на основе функций чувствительности для такого класса РПС при различных законах переключения структур регулятора.

Ключевые слова: ПИ регулятор, системы с переменной структурой, функции чувствительности, градиентный алгоритм, автоматические системы с запаздыванием, переменные параметры регулятора

Introduction

The important class is represented by the objects with delay that have it in the output signals [1–5]. With the relation $\tau_{ob}/T_{obm} > 1$, τ_{ob} is the value of delay, $T_{obm} = \max(T_{ob1}, T_{ob2}, \dots, T_{obn})$ the time constant of the controlled object, classical continuous controllers (integral, proportionally-integral, proportionally-integral-differential) do not provide an acceptable value for the criteria for evaluating transients [1, 3, 5]. A common way of controlling such objects is to use controllers that have a delay link in their structure [6–18]. Another way to compensate for the delay of the object is to apply a PI controller with variable parameters belonging to the class of controllers with variable structure (henceforward — VSC) [4, 5]. To avoid switching the VSC structures in the steady-state mode (for example, due to interference), it is necessary to introduce a dead band [4].

Positive operating experience [19] on the application of the parametric optimization algorithm, which uses a gradient procedure based on elements of sensitivity theory to calculate adjustable parameters of the controller with variable structure, determines the intention to apply it to the controller considered and thus solve the problem of parametric optimization for the automatic system in question.

Problem formulation

The structural diagram of the automatic system under examination is presented in Fig. 1.

Let us represent a further description of the processes in the automatic system for Fig. 1 when using

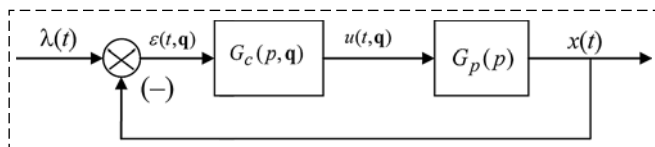


Fig. 1. The structural diagram of the automatic system

the switching function without parameters [5] and the selected PI controller with dead band [4]:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t, \mathbf{q}) &= \lambda(t) - x(t); \\ u(t, \mathbf{q}) &= G_c(p, \mathbf{q}^i) \varepsilon(t, \mathbf{q}), \quad (i = 1, 2, 3); \\ u(t, \mathbf{q}) &= \begin{cases} u_1(t, \mathbf{q}) = \varepsilon(t, \mathbf{q}) G_c(p, \mathbf{q}^1), & ((\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) > 0) \vee \\ & \vee (0 < t < t_{ob})) \wedge (|\varepsilon(t, \mathbf{q})| > \alpha \lambda(t)); \\ u_2(t, \mathbf{q}) = \varepsilon(t, \mathbf{q}) G_c(p, \mathbf{q}^2), & (\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) < 0) \wedge \\ & \wedge (|\varepsilon(t, \mathbf{q})| > \alpha \lambda(t)); \\ u_3(t, \mathbf{q}) = \varepsilon(t, \mathbf{q}) G_c(p, \mathbf{q}^3), & |\varepsilon(t, \mathbf{q})| < \alpha \lambda(t); \end{cases} \\ x(t) &= G_p(p) u(t, \mathbf{q}), \end{aligned} \quad (1)$$

where $\varepsilon(t, \mathbf{q})$ is the control system error; $\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) = \varepsilon(t, \mathbf{q}) \dot{\varepsilon}(t, \mathbf{q})$ is the switching function; $\mathbf{q} = (\mathbf{q}^1(q_1, q_2), \mathbf{q}^2(q_3, q_4), \mathbf{q}^3(q_5, q_6))$ is the VSC vector with a given switching function $\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q}))$ $q_5 = 0, q_6 = 0$ are non-optimizable parameters; α is the controller's dead band is in this work $\alpha = 5\%$, which is the maximum accuracy allowed for $x(t)$ in automation practice; $\lambda(t)$ is the setting action; $x(t)$ is the controlling action; $x(t)$ is the output coordinate of the automatic control system (ACS) $G_c(p, \mathbf{q}^1) = q_1 + \frac{q_2}{p}$, $G_c(p, \mathbf{q}^2) = q_3 + \frac{q_4}{p}$,

$G_c(p, \mathbf{q}^3) = 0 + \frac{0}{p}$ is the operator of the classic PI controller with variable parameters; $G_p(p)$ is the operator of the controlled object; $p = d/dt$ is the differentiation operator; $\wedge, \vee$ are the logical operations.

The operator of the controlled object $G_p(p)$ is selected as a way to describe the processes of most industrial units:

$$G_c(p) = \frac{k_{ob}}{(T_{ob1}p + 1)(T_{ob2}p + 1)} e^{-\tau_{ob}p}, \quad (2)$$

where k_{ob} is the static gain factor; T_{ob1}, T_{ob2} are time constants; τ_{ob} is the time of delay.

Data from the works on the APO algorithms [19, 20] are taken as the basic values of the object (2) operator parameters:

$$T_{ob1} = 20, T_{ob2} = 40, k_{ob} = 1, \tau_{ob} = 50. \quad (3)$$

Based on the parameters (3), the object (2) has large delay, as $\tau_{ob}/T_{ob2} > 1$.

As the criterion of optimization of the generated APO algorithm, an integral quadratic criterion is chosen that is common in the practice of parametric optimization of controllers by gradient-based algorithms:

$$I = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t, \mathbf{q}) dt. \quad (4)$$

Optimization algorithm

The basis of the generated APO algorithm is a gradient procedure and, therefore, it is necessary to calculate the gradient components of the selected optimization criterion. In this paper they are obtained using sensitivity functions. We present the sensitivity equations for system (1) with controller (4) [21]:

$$\xi_j(t) = G_p(p) \frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_j} - \sum_k \Delta u_{t_k} \frac{\partial t_k}{\partial q_j} G_p(p) \delta(t - t_k) \quad (5)$$

$$(j = 1, 2, \dots, 4; k = 0, 1, \dots),$$

where Δu_{t_k} is the magnitude of the controlling action jump at the moment of its rupture t_k ; $\delta(t - t_k)$ is the delta function, shifted to the time of t_k .

Adjustable parameters $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_4)$ do not depend on the VSC dead band, since it is determined by the specified parameter α . We show further that $\mathbf{q}$ is also independent of the selected switching function $\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q}))$. For the accepted condition for switching the structures of the controller (1), the first moment of rupture t_0 depends on τ_{ob} , which allows us to write the following expression:

$$\frac{\partial t_0}{\partial q_j} = 0. \quad (6)$$

The expression for the derivative $\frac{\partial t_k}{\partial q_j}$ ($k = 1, 2, \dots$) is determined from the switching condition in the VSC:

$$\Psi(t_k(\mathbf{q}), \varepsilon(t_k, \mathbf{q}), \mathbf{q}) = 0. \quad (7)$$

We differentiate condition (9) with respect to the implicit variable q_j and obtain:

$$\Psi'_\varepsilon \left[\dot{\varepsilon}(t_k) \frac{\partial t_k}{\partial q_j} + \frac{\partial \varepsilon(t_k)}{\partial q_j} \right] + \Psi'_{t_k} \frac{\partial t_k}{\partial q_j} + \Psi'_{q_j} = 0 \quad (8)$$

$$(j = 1, 2, \dots, 4).$$

We express $\frac{\partial t_k}{\partial q_j}$ from equation (10) with the replacement of $\frac{\partial \varepsilon(t_k)}{\partial q_j}$ by $\xi_j(t_k)$:

$$\frac{\partial t_k}{\partial q_j} = - \frac{\Psi'_\varepsilon \xi_j(t_k) + \Psi'_{q_j}}{\Psi'_\varepsilon \dot{\varepsilon}(t_k) + \Psi'_{t_k}}. \quad (9)$$

Let us represent expressions for calculating $\Psi'_\varepsilon, \Psi'_{t_k}, \Psi'_{q_j}$ at moments t_k ($k = 1, 2, \dots$):

$$\Psi'_\varepsilon = (\varepsilon(t_k, \mathbf{q}) \dot{\varepsilon}(t_k, \mathbf{q}))'_\varepsilon = \dot{\varepsilon}(t_k, \mathbf{q}) + \frac{\partial \dot{\varepsilon}(t_k, \mathbf{q})}{\partial \varepsilon}; \quad (10)$$

$$\Psi'_{t_k} = (\varepsilon(t_k, \mathbf{q}) \dot{\varepsilon}(t_k, \mathbf{q}))'_{t_k} = \dot{\varepsilon}(t_k, \mathbf{q}) \dot{\varepsilon}(t_k, \mathbf{q}) + \dot{\varepsilon}(t_k, \mathbf{q}) \ddot{\varepsilon}(t_k, \mathbf{q}); \quad (11)$$

$$\Psi'_{q_j} = (\varepsilon(t_k, \mathbf{q}) \dot{\varepsilon}(t_k, \mathbf{q}))'_{q_j} = -\xi_j(t_k) \dot{\varepsilon}(t_k, \mathbf{q}) + \varepsilon(t_k, \mathbf{q}) \frac{\partial \dot{\varepsilon}(t_k, \mathbf{q})}{\partial q_j}. \quad (12)$$

According to (1) for the adopted switching condition $\Psi(t_k, \varepsilon(t_k, \mathbf{q}))$ at the moments t_k ($k = 1, 2, \dots$), the derivative $\dot{\varepsilon}(t_k, \mathbf{q}) = 0$, which allows us to rewrite (10)–(12) as follows:

$$\Psi'_\varepsilon = 0; \quad \Psi'_{t_k} = 0; \quad \Psi'_{q_j} = 0; \quad \frac{\partial t_k}{\partial q_j} = 0 \quad (k = 1, 2, \dots). \quad (13)$$

Based on the above expressions, we rewrite equations (5):

$$\xi_j(t) = G_p(p) \frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_j} \quad (j = 1, 2, \dots, 4). \quad (14)$$

We use the following notation in this paper to compactly represent the expressions defining $\frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_j}$:

$$\begin{aligned} \Psi^+ &= ((\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) > 0) \vee (0 < t < t_{ob})) \wedge \\ &\wedge (|\varepsilon(t, \mathbf{q})| > \alpha \lambda(t)); \\ \Psi^- &= ((\Psi(t, \varepsilon(t, \mathbf{q})) < 0) \wedge \\ &\wedge (|\varepsilon(t, \mathbf{q})| > \alpha \lambda(t)); \\ \Psi^0 &= |\varepsilon(t, \mathbf{q})| < \alpha \lambda(t). \end{aligned} \quad (15)$$

Due to the limited volume of the article, we present only the expression for calculating $\frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_1}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_1} &= \\ &= \begin{cases} \frac{\partial u_1(t, \mathbf{q})}{\partial q_1} = -\xi_1(t) \left(q_1 + \frac{q_2}{p} \right) + \varepsilon(t, \mathbf{q}), \Psi^+; \\ \frac{\partial u_2(t, \mathbf{q})}{\partial q_1} = -\xi_1(t) \left(q_3 + \frac{q_4}{p} \right), \Psi^-; \\ \frac{\partial u_3(t, \mathbf{q})}{\partial q_1} = -\xi_1(t) \left(0 + \frac{0}{p} \right), \Psi^0. \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

According to the gradient-based algorithm, during the optimization process, the vector $\mathbf{q}$ of adjustable parameters changes in accordance with the expression [22]:

$$\mathbf{q}[l] = \mathbf{q}[l-1] - \Gamma \nabla_{\mathbf{q}} I(\varepsilon(t, \mathbf{q}[l-1])) \quad (l = 1, 2, \dots), \quad (17)$$

where $\Gamma = \{\gamma_j\}$ is the weight vector obtained in the process of preliminary research $\Gamma = \{0,1; 0,001; 0,1; 0,0001\}$; $\nabla_{\mathbf{q}} I(\varepsilon(t, \mathbf{q}))$ is the gradient vector (4). Let us present an expression to determine the vector gradient $\nabla_{\mathbf{q}} I(\varepsilon(t, \mathbf{q}))$ associated with the calculation of the vector of sensitivity functions (14):

$$\frac{\partial I(\varepsilon(t, \mathbf{q}))}{\partial q_i} = -2 \int_0^{\infty} \varepsilon(t, \mathbf{q}) \xi_i(t) dt \quad (i = 1, \dots, 4). \quad (18)$$

The problem to be solved belongs to the field of nonlinear programming and implies an infinite number of steps to achieve the result, which requires the termination of the optimization process to be implemented on a computer, the following condition was applied in [19, 20], which was tested for algorithms based on sensitivity theory:

$$S_I[l] = S_I[l-1] + \begin{cases} 1 & \text{at } \Delta I[l] \times \Delta I[l-1] < 0 \\ 0 & \text{at } \Delta I[l] \times \Delta I[l-1] > 0, \end{cases} \quad (19)$$

$$S_{\partial I_j}[l] = S_{\partial I_j}[l-1] + \begin{cases} 1 & \text{at } \frac{\partial I(\mathbf{q}[l])}{\partial q_j} \times \frac{\partial I(\mathbf{q}[l-1])}{\partial q_j} < 0 \\ 0 & \text{at } \frac{\partial I(\mathbf{q}[l])}{\partial q_j} \times \frac{\partial I(\mathbf{q}[l-1])}{\partial q_j} > 0, \end{cases} \quad (j = \overline{1,4}). \quad (20)$$

Here $\Delta I[l] = I(\mathbf{q}[l]) - I(\mathbf{q}[l-1])$ is the difference in the value of the optimality criterion (4) in two iterations.

The generated APO algorithm for calculating custom parameters is considered complete when the following condition is fulfilled:

$$(S_I[l] \geq n_{SI}) \vee ((S_{\partial I_1}[l] \geq n_{\partial I_1}) \wedge (S_{\partial I_2}[l] \geq n_{\partial I_2}) \wedge (S_{\partial I_3}[l] \geq n_{\partial I_3}) \wedge (S_{\partial I_4}[l] \geq n_{\partial I_4})), \quad (21)$$

where $n_{SI}, n_{\partial I_1}, n_{\partial I_2}, n_{\partial I_3}, n_{\partial I_4}$ are given positive values that characterize the number of corresponding changes of the sign of the optimality criterion increments and the sign of each of the gradient components. In this work, the values of the parameters $n_{SI}, n_{\partial I_1}, n_{\partial I_2}, n_{\partial I_3}, n_{\partial I_4}$ are pro-

posed to be selected within the range 10÷15, based on the practice of starting the APO algorithm.

Optimization algorithm sanity check

For the generated APO algorithm, it is necessary to conduct its sanity check, which consists in verifying the reliability of the calculated values of the adjustable parameters $\mathbf{q}^*$ from the point of view of finding the local minimum of criterion (4).

According to the methodology from [19], the APO algorithm is launched from various initial values of the vector of adjustable parameters $\mathbf{q}_k^0 = (q_{1k}^0, q_{2k}^0, q_{3k}^0, q_{4k}^0)$ ($k = 1, 2, \dots$). The obtained corresponding totals at the optimal point $\mathbf{q}_k^* = (q_{1k}^*, q_{2k}^*, q_{3k}^*, q_{4k}^*)$ should ensure that the necessary conditions for the extremum are satisfied:

$$\frac{\partial I(\varepsilon(t, \mathbf{q}^*))}{\partial \mathbf{q}} = (0 \pm \Delta), \quad (22)$$

where Δ is the calculation error.

Additionally, to verify the reliability of the results of the generated APO algorithm, the following condition is involved:

$$I(\mathbf{q}^*) \leq I(\mathbf{q}). \quad (23)$$

for the entire possible range of change of the adjustable parameters.

Based on what was said above in this paper, the sanity indicator of the generated APO algorithm is the fulfillment of conditions (22), (23) for $\mathbf{q}^*$.

The results of the study

Let us represent the above described methodology for verifying the sanity of the APO algorithm by practical examples with the setting action $\lambda(t) = 1 \cdot 0,5(t)$. Fig. 2 demonstrates that the generated APO algorithm of the system with controller (1) provides the calculation of $\mathbf{q}_k^*$ for different types of starting transients in the automatic system with various $\mathbf{q}_k^0$.

For the presented launches of the APO algorithm, conditions (23) are satisfied, which is confirmed by the contents of Fig. 2a.

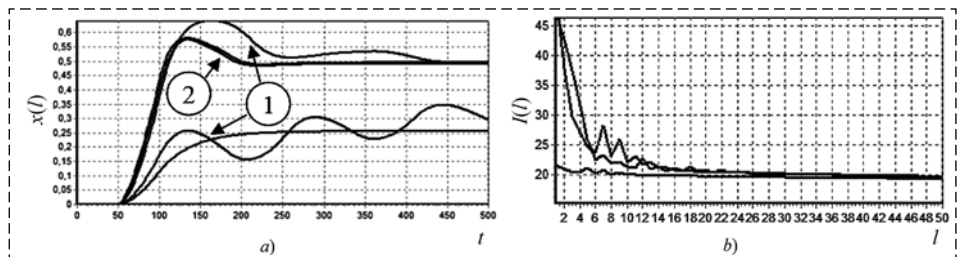


Fig. 2. Graphs of transients $x(t)$: at the initial $\mathbf{q}^0$ (1) and final $\mathbf{q}^*$ (2) points of operation of the APO algorithm (a); values of the optimization criterion I (4) during the operation of the APO algorithm (b)

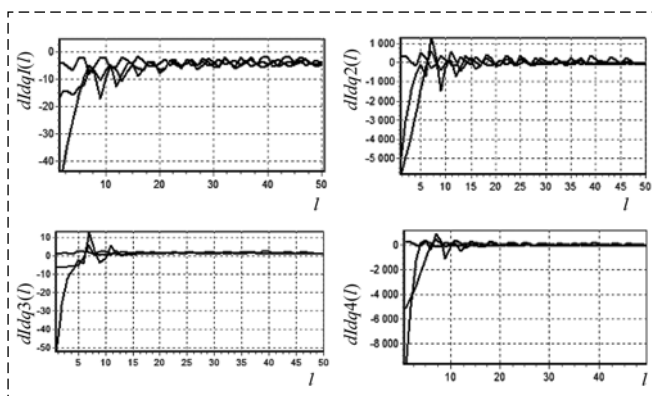


Fig. 3. The values of the gradient components $dI/dq_1(l)$, $dI/dq_2(l)$, $dI/dq_3(l)$, $dI/dq_4(l)$ of optimization criteria (4) during the operation of the APO algorithm

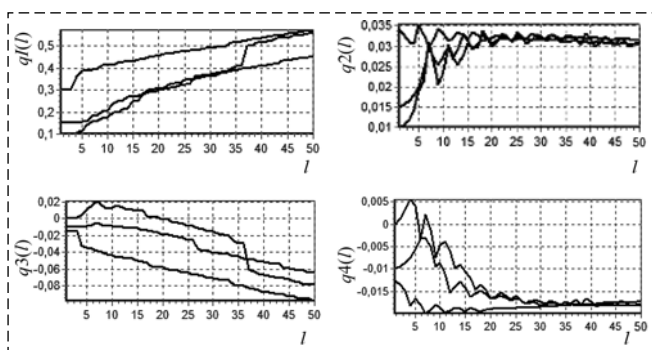


Fig. 4. The values of adjustable parameters of the controller $q_1(l)$, $q_2(l)$, $q_3(l)$, $q_4(l)$ during the operation of the APO algorithm

Fig. 3 shows that when launching the APO algorithm from various initial values of the vector of adjustable parameters $\mathbf{q}_k^0$, the corresponding total values at the optimal point $\mathbf{q}_k^*$, calculated by the APO algorithm, ensure that the necessary extremum condition (22) of criterion (4) is satisfied at these points.

According to Fig. 4 shown below, the values of the vector of adjustable parameters $\mathbf{q}[l]_k$ during the operation of the APO algorithm tend to one area, which indicates the convergence of the APO algorithm.

The above data show the fulfillment of criteria (22), (23), which indicates that the optimal controller parameters (1) are determined by the generated APO algorithm based on the minimum of criterion (4) with object parameters (3).

Conclusion

With the help of the generated gradient-based algorithm, the present work solves the problem of parametric optimization of a PI controller with variable parameters for an object with large delay in case of an integral quadratic criterion. The sanity of the generated APO algorithm is confirmed by the computational technique from [19].

References

1. Guretsky H. Analysis and synthesis of control systems with delay. Transl. from Polish, Moscow, Mashinostroenie Publ., 1974, 328 p. (in Russian).
2. Yanushevsky R. T. Controlling objects with delay. Series "Theoretical Foundations of Technical Cybernetics", Moscow, Nauka Publ., 1978, 416 p. (in Russian).
3. Denisenko V. V. Computer control of the technology process, experiment, equipment, Moscow, Goryachaya liniya — Telecom Publ., 2009, 608 p. (in Russian).
4. Govorov A. A. Methods and construction tools for controllers with advanced functionality for continuous technology processes: Dr. Sc. (Engineering) diss.: 05.13.06: defended on 15.11.02. Moscow, 2002, 499 p. (in Russian).
5. Shigin E. K. Automatic control of an object with pure delay by a controller with switchable parameters II, *Automation and Telemekhanics*, 1966, no. 6, pp. 72–81.
6. Åström K. J., Hägglund T. The future of PID control, *Control Engineering Practice*, 2001, vol. 9, iss. 11, pp. 1163–1175.
7. Ramírez A., Mondié S., Garrido R. Proportional integral retarded control of second order linear systems, *2013 IEEE 52nd Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 2239–2244.
8. Ramírez A., Garrido R., Mondié S. Integral Retarded Control Velocity Control of DC Servomotors, *In IFAC TDS Workshop*, Grenoble, France, 2013, pp. 558–563.
9. Suh I. H., Bien Z. Proportional Minus Delay Controller, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1979, vol. 24, pp. 370–372.
10. Villafuerte R., Mondié S., Garrido R. Tuning of Proportional Retarded Controllers: Theory and experiments, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, May, 2013.
11. Ramírez A., Mondié S., Garrido R. Integral retarded velocity control of dc servomotors, *11th IFAC Workshop on Time-Delay Systems*, 46 (3), pp. 558–563.
12. Ramírez A., Mondié S., Garrido R. Velocity control of servo systems using an integral retarded algorithm, *ISA Transactions* 58, pp. 357–366.
13. Arousi F., Schmitz U., Bars R., Haber R. PI controller based on first-order dead time model, *Proceedings of the 17th World Congress*, Seoul, Korea, July 6–11, 2008, pp. 5808–5813.
14. Airikka P. Extended predictive proportional-integral controller for typical industrial processes, *18th IFAC World Congress*, Milano, Italy, August 28 — July 2, 2011, pp. 7571–7576.
15. Larsson P., Hägglund T. Comparison between robust PID and predictive PI controllers with constrained control signal noise sensitivity. 2nd IFAC Control Conference on Advances on PID Control, Brescia, Italy, pp. 175–180, March 28, 2012.
16. Kutsyi A. P., Kutsyi N. N., Malanova T. V. Determination of the Area of Robust Stability of the System on the Basis of V. L. Kharitonov's Theorem, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 4, pp. 208–212 (in Russian).
17. Kutsyy N. N., Malanova T. V., Kutsyy A. P. Synthesis of low-sensitivity systems, *Transport infrastructure of the Siberian region*, 2019, vol. 1, pp. 350–355 (in Russian).
18. Airikka P. Robust predictive PI controller tuning, *19th World Congress, IFAC*, Cape Town, South Africa, August 24–29, 2014, pp. 9301–9306.
19. Kutsyi N. N. Automatic parametric optimization of discrete control systems: Dr. Sc. (Engineering) diss.: 05.13.06: defended on 11/26/97, Irkutsk, 1997, 382 p. (in Russian).
20. Kutsyi N. N., Malanova T. V. Optimization of automatic systems with pulse-width modulation with parametric mismatch, *Mathematical modeling and information technology: the materials of the IX seminar school*, Irkutsk, coll. of research papers. ISDCT SB RAS, 2007, pp. 97–101 (in Russian).
21. Gorodetsky V. I., Zakharin F. M., Rosenwasser E. N., Yusupov R. M. Methods of the theory of sensitivity in automatic control, Moscow, Energoizdat Publ., 1971, 343 p. (in Russian).
22. Kostyuk V. I., Shirokov L. A. Automatic parametric optimization of control systems, Moscow, Energoizdat Publ., 1981, 96 p. (in Russian).

В. М. Солдаткин, д-р техн. наук, проф., w-soldatkin@mail.ru,

В. В. Солдаткин, д-р техн. наук, зав. кафедрой, vv-soldatkin@mail.ru,

А. В. Никитин, канд. техн. наук, доц., nikitin.rf@mail.ru,

Г. П. Соколова, канд. пед. наук, доц., glnsokolova@mail.ru,

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева — КАИ, Казань

Обеспечение динамической точности системы воздушных сигналов самолета с неподвижным невыступающим приемником потока¹

Рассматривается функциональная схема системы воздушных сигналов самолета с неподвижным невыступающим приемником потока, построенным на основе оригинального ионно-меточного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости, на приемной плате которого установлено отверстие-приемник для восприятия статического давления набегающего воздушного потока. Отмечается, что недостатки традиционных систем воздушных сигналов (СВС) самолета, построенных на основе вынесенных за обшивку фюзеляжа и установленных в набегающем воздушном потоке приемников воздушных давлений, приемников температуры торможения, флюгерных датчиков аэродинамических углов атаки и скольжения, устраняются в оригинальной СВС с неподвижным невыступающим приемником потока.

Приводятся модели операторной чувствительности и динамических погрешностей измерительных каналов, обусловленных случайной стационарной атмосферной турбулентностью и случайными пульсациями потока в месте расположения ионно-меточного датчика на фюзеляже самолета.

Для снижения стационарных динамических погрешностей измерительных каналов СВС с неподвижным невыступающим приемником потока, обусловленных атмосферной турбулентностью, рекомендуется использовать оптимальный линейный фильтр Винера, методика синтеза которого раскрывается на примере канала измерения истинной воздушной скорости.

Для снижения стационарных случайных динамических погрешностей измерительных каналов СВС с неподвижным невыступающим приемником из-за пульсаций потока вблизи фюзеляжа в месте расположения ионно-меточного датчика рекомендовано использовать принцип комплексирования. В качестве дополнительного компонента комплексной системы воздушных сигналов предлагается использовать аэромеханическую измерительно-вычислительную систему, построенную на основе метода ВИМІ с наблюдателем Люэнбергера, которая моделирует движение самолета на данном режиме полета и по параметрам полета, измеряемым с высокой точностью с помощью невыступающих приемников, "восстанавливает" воздушные сигналы, входящие в уравнения движения самолета.

Приводится структура, методика и алгоритмы определения воздушных сигналов в каналах аэромеханической измерительно-вычислительной системы с наблюдателем Люэнбергера. На примере измерения истинной воздушной скорости проводится анализ и количественная оценка остаточной динамической погрешности комплексированного канала комплексной СВС самолета с неподвижным невыступающим приемником потока.

Ключевые слова: воздушные сигналы, измерение, невыступающий приемник, динамические погрешности, фильтрация, комплексирование

Введение

При пилотировании для обеспечения безопасности полета самолета в неспокойной атмосфере необходима информация о воздушных сигналах, определяющих аэродинамику и динамику движения относительно окружающей воздушной среды [1, 2].

Применяемые на самолетах системы воздушных сигналов (СВС) [3] построены на ос-

нове аэрометрического, аэродинамического и флюгерного методов измерения параметров набегающего воздушного потока и содержат установленные на фюзеляже и вынесенные в набегающий поток приемники воздушных давлений, приемники температуры торможения и флюгерные датчики аэродинамических углов атаки и скольжения. Это приводит к усложнению системы, нарушению аэродинамических характеристик самолета, особенно при маневрировании, а также является причиной дополнительных погрешностей СВС [4].

¹Работа выполнена по гранту РФФИ №18-08-00264.

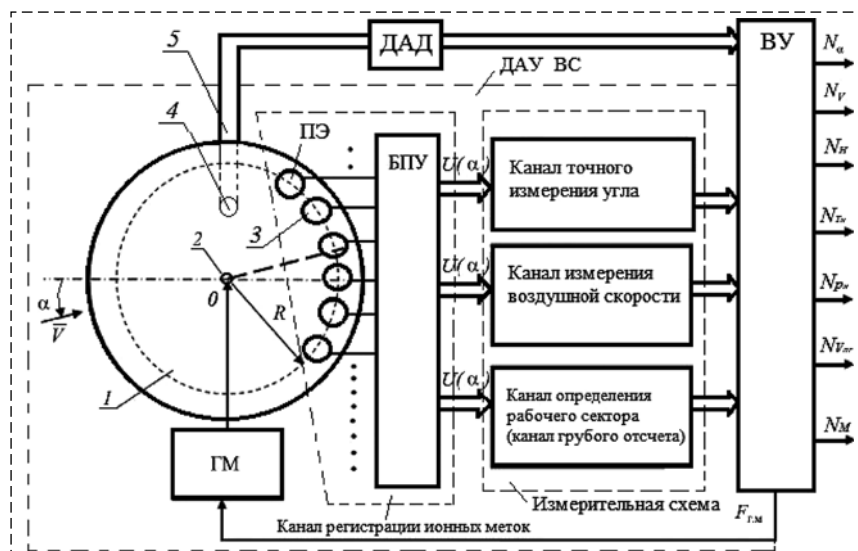


Рис. 1. Функциональная схема системы воздушных сигналов самолета с неподвижным невыступающим приемником потока

Fig. 1. Functional scheme of the aircraft's air data system with the motionless flush-mounted receiver of flow

Измерение воздушных сигналов самолета с помощью одного интегрированного неподвижного невыступающего приемника потока обеспечивается в оригинальной СВС, построенной на основе оригинального ионно-меточного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости (ДАУ ВС) [5, 6], функциональная схема которой приведена на рис. 1.

На приемной плате 1 ДАУ ВС, расположенной на обшивке фюзеляжа, установлены искровой разрядник 2, подключенный к генератору меток (ГМ), приемные электроды (ПЭ) 3, подключенные к блоку предварительных усилителей (БПУ), и отверстие-приемник 4 для восприятия статического давления набегающего воздушного потока, подключенный с помощью пневмопровода 5 к датчику абсолютного давления (ДАД).

С помощью приемных электродов и блока БПУ регистрируются время и угол траектории движения созданной искровым разрядником ионной метки с явно выраженным электрическим зарядом. Выходные сигналы $U(\alpha)$ БПУ подаются на вход измерительной схемы. Измерительная схема включает канал измерения истинной воздушной скорости, каналы грубого и точного отсчета измеряемого аэродинамического угла.

Выходы ДАД и измерительной схемы подключены ко входам вычислительного устройства (ВУ), в котором по разработанным алгоритмам вычисляются воздушные сигналы самолета, в виде цифровых кодов выдаваемые потребителям.

Восприятие информации о набегающем воздушном потоке вблизи фюзеляжа помимо того, что влечет возникновение методических погрешностей, обусловленных искажениями, вносимыми движением самолета [7], из-за влияния атмосферной турбулентности и аэродинамических возмущений, связанных с обтеканием фюзеляжа, также является причиной значительных случайных динамических погрешностей измерительных каналов СВС с неподвижным невыступающим приемником потока. Этот факт определяет актуальность исследования эффективных направлений обеспечения помехоустойчивости и повышения динамической точности СВС с неподвижным невыступающим приемником потока.

Модели динамических характеристик и погрешностей СВС с неподвижным невыступающим приемником потока

В соответствии с особенностями работы СВС с неподвижным невыступающим приемником потока (рис. 1) операторную чувствительность (передаточную функцию), определяющую динамические характеристики линейных измерительных каналов, можно представить в виде

$$W(p) = \frac{e^{-\tau_3 p}}{(\tau_1 \tau_2 p^2 + \tau_2 p + 1)(\tau_n p + 1)}, \quad (1)$$

где $\tau_3 = R/V$ — чистое время запаздывания, обусловленное временем пролета ионной метки от точки 0 расположения искрового разрядника до окружности радиуса R , на которой расположены приемные электроды ПЭ; τ_1 и τ_2 — постоянные времени схем регистрации и обработки информативных сигналов ионно-меточного датчика; τ_n — постоянная времени датчика абсолютного давления.

Для оценки собственной динамической погрешности измерительных каналов СВС используются входные воздействия, характеризующие наиболее неблагоприятные условия их работы, например, скачкообразное изменение входного сигнала, изменение входного сигнала с постоянной скоростью или по гармоническому закону с определенной частотой.

При характерном законе изменения входного сигнала СВС, например истинной воздушной скорости $V_B(t)$, собственная динамическая погрешность измерительного канала определяется как

$$\Delta V_{BC}(t) = L^{-1}\{[W(p) - 1]V_B(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{e^{-\tau_3 p}}{\tau_1 \tau_2 \tau_3 p^3 + \tau_3(\tau_1 + \tau_2)p^2 + \tau_3 p + 1}V_B(p)\right\}. \quad (2)$$

В условиях реальной эксплуатации входные сигналы СВС с неподвижным невыступающим приемником потока являются случайной функцией времени (процессами).

При стационарном характере случайного процесса изменения входного сигнала СВС, например истинной воздушной скорости, определяемого автокорреляционной функцией или спектральной плотностью мощности, дисперсия собственной динамической погрешности канала истинной воздушной скорости будет определяться выражением вида [8]

$$\sigma_{\Delta V_{BC}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W(p) - 1|_{p=j\omega}^2 S_{V_B}(\omega) d\omega, \quad (3)$$

где $S_{V_B}(\omega)$ — спектральная плотность мощности процесса изменения истинной воздушной скорости.

Согласно работе [9] стационарные процессы изменения воздушных сигналов самолета, например истинной воздушной скорости на отдельных этапах и режимах полета, можно описать экспоненциально коррелированным процессом с корреляционной функцией и спектральной плотностью мощности вида

$$K_{V_B}(\tau) = \sigma_{V_B}^2 e^{-a_V |\tau|}, \quad S_{V_B}(\omega) = \frac{\sigma_{V_B}^2}{\pi} \frac{a_V}{a_V^2 + \omega^2}, \quad (4)$$

где $\sigma_{V_B}^2$ и a_V — дисперсия и параметр, определяющий спектр частот случайного процесса изменения истинной воздушной скорости.

Основной случайной помехой измерительных каналов СВС является атмосферная турбулентность, математические модели которой приведены в работе [1], например, по каналу истинной воздушной скорости спектральная плотность продольного турбулентного движения имеет вид

$$S_{\xi_T}(\omega) = \frac{\sigma_{\xi_T}^2}{\pi} \frac{L_T/V_B}{(L_T/V_B)^2 + \omega^2} = \frac{\sigma_{\xi_T}^2}{\pi} \frac{b_{\xi_T}}{b_{\xi_T}^2 + \omega^2}, \quad (5)$$

где σ_{ξ_T} — среднеквадратическое значение скорости турбулентного возмущения, значение ко-

торого находятся в диапазоне от 0,4 м/с (полет в спокойной атмосфере) до 2,7 м/с (сильная "болтанка"); L_T — масштаб турбулентности, который зависит от состояния атмосферы и изменяется в диапазоне от 200 до 1000 м; $b_{\xi_T} = L_T/V_B$.

Тогда дисперсия вынужденной динамической погрешности канала истинной воздушной скорости будет определяться выражением

$$\sigma_{V_{BB}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W(p)|_{p=j\omega}^2 S_{\xi_X}(\omega) d\omega. \quad (6)$$

Аналогичный подход можно использовать и для анализа случайных стационарных погрешностей других измерительных каналов СВС с неподвижным невыступающим приемником потока, обусловленных атмосферной турбулентностью.

Дополнительные случайные погрешности СВС с неподвижным невыступающим приемником потока обусловлены аэродинамическими возмущениями в месте расположения ионно-меточного датчика на фюзеляже самолета.

Опыт разработки и исследования ионно-меточных датчиков аэродинамического угла и истинной воздушной скорости, установленных на обшивке фюзеляжа самолета, показывает, что автокорреляционную функцию стационарной помехи можно представить в виде

$$K_{\xi_\Phi}(\tau) = \sigma_{\xi_\Phi}^2 e^{-a_\Phi |\tau|} \left(\cos b_\Phi \tau + \frac{a_\Phi}{b_\Phi} \sin b_\Phi \tau \right), \quad (7)$$

где σ_Φ , a_Φ и b_Φ — параметры, определяющие преобладающий уровень и спектр частот случайных пульсаций в месте установки на фюзеляже ионно-меточного датчика. При этом значения коэффициента a_Φ , обратного интервалу корреляции τ , значительно меньше отношения L_T/V_B турбулентного возмущения, а частоты пульсаций, определяемые параметром b_Φ , существенно выше частот пульсаций атмосферной турбулентности.

Методы повышения динамической точности измерительных каналов СВС с неподвижным невыступающим приемником потока

Как показано в работах [9, 10], для эффективной фильтрации стационарных экспоненциально-коррелированных случайных погрешностей измерительных каналов широкое применение получил оптимальный линейный фильтр Винера, устанавливаемый на выходе канала.

Используя методику синтеза оптимального фильтра Винера в частотной области, определим структуру и параметры фильтра применительно к каналу истинной воздушной скорости СВС с неподвижным невыступающим приемником потока, в следующей последовательности:

1. В соответствии со спектральными плотностями мощности полезного сигнала $S_{V_B}(\omega)$ и турбулентной помехи $\xi_T S_{\xi_T}(\omega)$, определяемыми соотношениями (4) и (5), найдем спектральную плотность мощности $S_z(\omega)$ суммарного входного сигнала $z(t) = x(t) + \xi_T(t)$ канала истинной воздушной скорости:

$$S_z(\omega) = S_{V_B}(\omega) + S_{\xi_T}(\omega) = \frac{\sigma_x^2 a_x}{a_x^2 + \omega^2} + \frac{\sigma_\xi^2 b_\xi}{b_\xi^2 + \omega^2} = \frac{\sigma_x^2 a_x (b_\xi^2 + \omega^2) + \sigma_\xi^2 b_\xi (a_x^2 + \omega^2)}{(a_x^2 + \omega^2)(b_\xi^2 + \omega^2)} = \frac{\beta^2 + \gamma^2 \omega^2}{(a_x^2 + \omega^2)(b_\xi^2 + \omega^2)}, \quad (8)$$

где $\sigma_x^2 = \frac{\sigma_{V_B}^2}{\pi}$; $\sigma_\xi^2 = \frac{\sigma_{\xi_T}^2}{\pi}$; $\sigma_\xi = L_T / V_B$;

$$\beta^2 = \sigma_x^2 a_x b_\xi^2 + \sigma_\xi^2 b_\xi a_x^2; \quad \gamma^2 = \sigma_x^2 a_x + \sigma_\xi^2 b_\xi.$$

2. Спектральная плотность мощности суммарного входного сигнала $S_z(\omega)$ раскладывается на комплексно-сопряженные множители $S_z(\omega) = \psi^+(j\omega)\psi^-(j\omega)$ вида

$$\psi^+(j\omega) = \frac{\gamma\omega - j\beta}{(\omega - ja_x)(\omega - jb_\xi)};$$

$$\psi^-(j\omega) = \frac{\gamma\omega + j\beta}{(\omega + ja_x)(\omega + jb_\xi)},$$

где $\psi^+(j\omega)$ имеет все нули и полюса в верхней полуплоскости ω , $\psi^-(j\omega)$ — в нижней полуплоскости ω .

3. Принимая допущение, что измеряемый сигнал $x(t)$ и помеха $\xi_T(t)$ некоррелированы, определяем взаимную спектральную плотность мощности $S_{zy_i}(\omega)$ реального входного сигнала $z(t)$ и выходного сигнала $y_i(t)$ идеального измерительного канала как

$$S_{zy_i}(\omega) = |W_i(j\omega)|^2 S_x(\omega) = |1|^2 \frac{\sigma_x^2 a_x}{a_x^2 + \omega^2}.$$

4. Вычисляем соотношение вида

$$B(j\omega) = \frac{S_{zy_i}(\omega)}{\psi^-(j\omega)} = \frac{\sigma_x^2 a_x (\omega + ja_x)(\omega + jb_\xi)}{a_x^2 + \omega^2} = \frac{\sigma_x^2 a_x (\omega + jb_\xi)}{(\omega - ja_x)(\gamma\omega + j\beta)}.$$

5. Соотношение $B(j\omega)$ раскладывается на составляющие $B^+(j\omega)$ и $B^-(j\omega)$, имеющие все корни и полюса верхней и нижней полуплоскости ω :

$$B(j\omega) = \frac{\sigma_x^2 a_x (\omega + jb_\xi)}{(\omega - ja_x)(\gamma\omega + j\beta)} = \frac{A_1}{\omega - ja_x} + \frac{A_2}{\gamma\omega + j\beta} = \frac{A_1(\gamma\omega + j\beta) + A_2(\omega - ja_x)}{(\omega - ja_x)(\gamma\omega + j\beta)}. \quad (9)$$

6. Методом неопределенных коэффициентов определяем значения A_1 и составляющей $B^+(j\omega)$, приравнявая вещественные и мнимые члены числителя соотношения (9):

$$A_1\gamma\omega + jA_1\beta + A_2\omega - jA_2a_x = \sigma_x^2 a_x \omega + j\sigma_x^2 a_x b_\xi;$$

$$A_1\gamma\omega + A_2\omega = \sigma_x^2 a_x \omega; \quad A_1\gamma + A_2 = \sigma_x^2 a_x;$$

$$jA_1\beta - jA_2a_x = j\sigma_x^2 a_x b_\xi; \quad A_1\beta - A_2a_x = \sigma_x^2 a_x b_\xi;$$

$$A_1 = \frac{\sigma_x^2 a_x (a_x + b_\xi)}{\gamma a_x + \beta}; \quad B^+(j\omega) = \frac{\sigma_x^2 a_x (a_x + b_\xi)}{\gamma a_x + \beta} \frac{1}{\omega - ja_x}.$$

7. Определяем комплексную частотную характеристику оптимального измерительного канала с фильтром Винера:

$$W^{\text{опт}}(j\omega) = \frac{B^+(j\omega)}{\psi^+(j\omega)} = \frac{\sigma_x^2 a_x (a_x + b_\xi)}{\gamma a_x + \beta} \frac{1}{\omega - ja_x} \times \frac{(\omega - ja_x)(\omega - jb_\xi)}{\gamma\omega - j\beta} = \frac{\sigma_x^2 a_x (a_x + b_\xi)}{\gamma a_x + \beta} \frac{j\omega + b_\xi}{j\gamma\omega + \beta}.$$

8. Используя связь $j\omega = p$ операторов Фурье и Лапласа, находим операторную чувствительность оптимального измерительного канала с фильтром Винера:

$$W^{\text{опт}}(p) = \frac{\sigma_x^2 a_x (a_x + b_\xi)}{\gamma a_x + \beta} \frac{p + b_\xi}{\gamma p + \beta} = \frac{\sigma_x^2 a_x (a_x + b_\xi) b_\xi}{(\gamma a_x + \beta) \beta} \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1} = S^{\text{опт}} \frac{T_1^{\text{опт}} p + 1}{T_2^{\text{опт}} p + 1}, \quad (10)$$

$$\text{где } S^{\text{опт}} = \frac{\sigma_x^2 a_x b_\xi (a_x + b_\xi)}{\beta(\gamma a_x + \beta)}; \quad T_1^{\text{опт}} = \frac{1}{b_\xi}; \quad T_2^{\text{опт}} = \frac{\gamma}{\beta}.$$

9. Зная операторную чувствительность $W(p)$ реального измерительного канала, находим передаточную функцию оптимального линейного фильтра Винера, устанавливаемого на выходе канала истинной воздушной скорости, в виде

$$W_{\text{ФВ}}(p) = \frac{W^{\text{опт}}(p)}{W(p)} = S_1^{\text{опт}} \frac{T_1^{\text{опт}} p + 1}{(T_2^{\text{опт}} p + 1)W(p)}. \quad (11)$$

10. Дисперсию остаточной динамической погрешности оптимального измерительного канала с фильтром Винера определяем как

$$\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(S^{\text{опт}} \frac{T_1^{\text{опт}} p + 1}{T_2^{\text{опт}} p + 1} - 1 \right) \left(\frac{\sigma_x \sqrt{a_x}}{a_x + p} \right) \Big|_{p=j\omega}^2 + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(S^{\text{опт}} \frac{T_1^{\text{опт}} p + 1}{T_2^{\text{опт}} p + 1} \right) \left(\frac{\sigma_{\xi} \sqrt{b_{\xi}}}{b_{\xi} + p} \right) \Big|_{p=j\omega}^2 d\omega = I_1 + I_2. \quad (12)$$

11. Используя результаты работы [11, 12], определяем интегралы I_1 и I_2 и выражение для дисперсии остаточной динамической погрешности оптимального измерительного канала истинной воздушной скорости с фильтром Винера СВС дозвукового самолета с неподвижным невыступающим приемником потока на основе ионно-меточного датчика аэродинамического угла и истинной воздушной скорости.

Рассмотренная методика позволяет проводить анализ и обеспечивать динамическую точность и других измерительных каналов СВС в условиях турбулентных возмущений атмосферы.

Как показали расчеты, применение оптимального линейного фильтра Винера позволяет уменьшить дисперсию динамической погрешности измерительных каналов СВС самолета с неподвижным невыступающим приемником потока в 12...16 раз и более.

Для уменьшения случайных динамических погрешностей измерительных каналов СВС самолета с неподвижным невыступающим приемником потока, обусловленных искажениями и пульсациями потока обтекания фюзеляжа в месте расположения ионно-меточного датчика, целесообразно использовать принцип комплексирования, реализация которого обеспечивается без выступающих в набегающий воздушный поток приемников и датчиков дополнительной информации.

Построение и динамические погрешности комплексной СВС самолета с неподвижным невыступающим приемником потока

Анализ вариантов построения комплексированных каналов без выступающих за контур фюзеляжа приемников и датчиков первичной информации позволяет рекомендовать для построения комплексной СВС с неподвижным невыступающим приемником аэромеханическую измерительно-вычислительную систему, реализующую

метод VIMI [13, 14]. Данный метод используется для целей измерения воздушных сигналов, определяющих аэродинамику и динамику движения самолета, уравнения равновесия (баланса) действующих аэродинамических, инерциальных сил и силы тяги, а также моменты этих сил в данный момент времени на каждом установившемся этапе и режиме полета.

Указанный баланс сил и моментов, действующих на самолет, математически представляется в виде системы дифференциальных уравнений, описывающих продольное и боковое движение на характерных режимах полета. Моделируя движение самолета по известной для каждого типа самолета системе дифференциальных уравнений, по параметрам системы, которые измеряются бортовыми средствами с высокой точностью, с помощью наблюдателя Люэнбергера восстанавливаются текущие значения "плохоизмеряемых параметров" — воздушных сигналов самолета на данном этапе и режиме полета [13].

При построении наблюдателя Люэнбергера система дифференциальных уравнений, моделирующая движение самолета, с использованием метода пространства состояний [15] представляется в виде векторно-матричных уравнений вида

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}; \quad \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X}, \quad (13)$$

где $\mathbf{X} = [V_B, \alpha, \beta, H, V_{\text{п}}, \varphi_c, \omega_x, \omega_y, \omega_z, \gamma, \vartheta, \psi]^T$ — вектор текущего состояния самолета с фазовыми координатами, определяющими истинную воздушную скорость V_B , углы атаки α и скольжения β , абсолютную высоту полета H , путевую скорость $V_{\text{п}}$ и угол сноса φ_c , угловые скорости $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ вращения самолета относительно осей связанной системы координат, углы крена γ , тангажа ϑ и рыскания ψ ; $\mathbf{A}$ — матрица системной характеристики самолета; $\mathbf{U} = [\delta_{\vartheta}, \delta_{\text{н}}, \delta_{\text{з}}, \delta_{\text{в}}, \delta_{\text{т}}]$ — вектор управления с фазовыми координатами, определяющими углы отклонения элеронов δ_{ϑ} , руля направления $\delta_{\text{н}}$, закрылков $\delta_{\text{з}}$, руля высоты $\delta_{\text{в}}$, рукоятки управления тягой $\delta_{\text{т}}$; $\mathbf{B}$ — матрица управления; $\mathbf{C}$ — матрица измерения фазовых координат самолета $V_B, \alpha, \beta, H, V_{\text{п}}, \varphi_c, \omega_x, \omega_y, \omega_z, \gamma, \vartheta, \psi$.

В соответствии с уравнениями (13) строится математическая модель наблюдателя Люэнбергера с теми же значениями входного вектора $\mathbf{U}$, схема и работа которого раскрывается на рис. 2.

Структура аэромеханической измерительно-вычислительной системы, моделирующей ре-

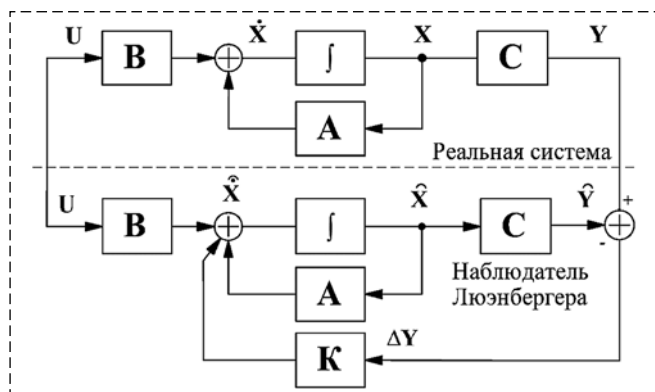


Рис. 2. Схема, поясняющая структуру и работу аэромеханической измерительно-вычислительной системы с наблюдателем Люэнберга

Fig. 2. Scheme explaining the structure and operation of the aeromechanical measurement and calculation system with the Luenberger observer

альное движение самолета (реальная система) в соответствии с уравнениями (13), показана на верхней части рис. 2. Структура наблюдателя Люэнберга, формирующего оценку матрицы фазовых координат вектора состояния $\mathbf{X}$ самолета, представлена в нижней части рис. 2.

С использованием цепи обратной связи с матрицей коэффициентов усиления $\mathbf{K}$, которая определяется по методу фильтра Калмана—Бьюси [15], переходная характеристика наблюдателя Люэнберга подбирается таким образом, чтобы минимизировать разность $\Delta \mathbf{Y} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}$.

Тогда наблюдатель Люэнберга будет описываться системой векторно-матричных уравнений вида

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{K}\mathbf{C}(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}), \quad (14)$$

где $\Delta \mathbf{X} = \mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}$ — погрешность оценки вектора состояния самолета по измеренным (с высокой точностью) и восстановленным наблюдателем Люэнберга воздушным сигналам самолета.

Как показано в работе [13], разность $\Delta \mathbf{X}$ вектора состояния $\mathbf{X}$ и вектора оценки $\hat{\mathbf{X}}$ определяется уравнением вида

$$\Delta \dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C})\Delta \mathbf{X}, \quad (15)$$

которое представляет собой гомогенную систему, решением которой является нулевой вектор, т.е. даже при значениях измеренного $\mathbf{X}$ и оцененного $\hat{\mathbf{X}}$ векторов состояния наблюдатель Люэнберга выдает после затухания начальной погрешности $\Delta \mathbf{X}$ вектор оценки $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}$.

Таким образом, подавая в вычислительный блок наблюдателя Люэнберга параметры вектора состояния самолета $\mathbf{X}$, измеренные

бортовыми средствами с высокой точностью, наблюдатель вычисляет воздушные сигналы на выходе аэромеханической измерительной системы, которые предлагается использовать в качестве комплексируемых каналов комплексной СВС самолета с неподвижным невыступающим приемником потока.

Динамические погрешности комплексной СВС с неподвижным невыступающим приемником потока

Методику анализа динамических погрешностей каналов комплексной СВС самолета с аэромеханическими измерительно-вычислительными каналами (ИВС) с наблюдателем Люэнберга рассмотрим на примере комплексного канала измерения параметров вектора истинной воздушной скорости, включающего ионно-меточный канал СВС и соответствующий канал аэромеханической ИВС (рис. 3).

Выходной сигнал $V_{\text{ВМ}}$ ионно-меточного канала СВС с неподвижным невыступающим приемником потока кроме полезного сигнала $V_{\text{В}}$, определяющего параметры вектора истинной воздушной скорости самолета, включает случайную динамическую погрешность $\Delta V_{\text{ВМ}}$ из-за искажения и пульсаций потока в месте установки на фюзеляже ионно-меточного датчика. Выходной сигнал $V_{\text{ВМ}}$ аэромеханического измерительно-вычислительного канала кроме полезной составляющей $V_{\text{В}}$ включает наложенную на нее динамическую погрешность $\Delta V_{\text{ВМ}}$. Выходы ионно-меточного канала СВС и аэромеханического измерительно-вычислительного канала подаются на вход устройства обработки информации (УОИ), реализующего

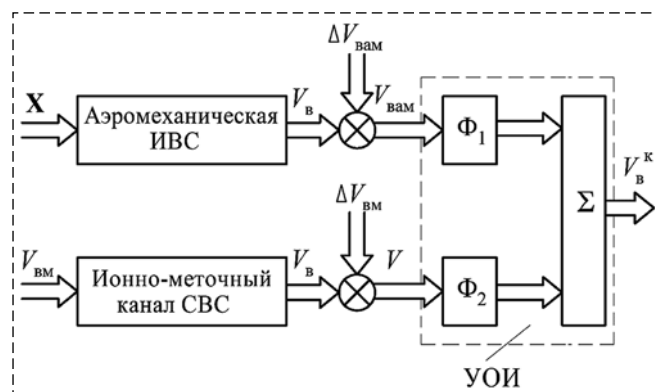


Рис. 3. Схема комплексного канала измерения параметров вектора истинной воздушной скорости самолета

Fig. 3. Scheme of the complex instrumentation channel of the parameters of the aircraft's true airspeed vector

алгоритмы обработки (фильтрации Φ_1 , Φ_2), обеспечивающие эффективное уменьшение динамических погрешностей $\Delta V_{\text{вм}}$ и $\Delta V_{\text{вм}}^*$.

Как показано в работе [14], корреляционная функция $K_{\xi_1}(\tau)$ стационарной случайной погрешности канала измерения истинной воздушной скорости аэромеханической измерительно-вычислительной системы с наблюдателем Люэнбергера можно представить в виде

$$K_{\xi_1}(\tau) = \sigma_1^2 e^{-a_1|\tau|}(1 + a_1|\tau|), \quad (16)$$

где σ_1 , a_1 — параметры, определяющие уровень аддитивной и мультипликативной составляющей случайной погрешности канала измерения истинной воздушной скорости, построенного с использованием метода VIMI и наблюдателя Люэнбергера.

Корреляционная функция $K_{\xi_2}(\tau)$ динамической погрешности ионно-меточного канала СВС с неподвижным невыступающим приемником потока, обусловленная случайными пульсациями потока в месте расположения ионно-меточного датчика, определяется выражением (7). При этом динамическая погрешность ионно-меточного канала СВС в сравнении с динамической погрешностью аэромеханического измерительно-вычислительного канала имеет большую дисперсию и является низкочастотной.

Как показано в работе [14], передаточную функцию канала измерения истинной воздушной скорости аэромеханической измерительно-вычислительной системы можно представить в виде колебательной модели вида

$$W_2(p) = \frac{1}{1 + 2\alpha Tp + T^2 p^2}, \quad (17)$$

где α и T — параметры передаточной функции.

Известно [8], что динамическая погрешность двухкомпонентной комплексной системы определяется параметрами одного из фильтров Φ_1 и Φ_2 , так как структура и параметры другого фильтра определяются из условия инвариантности, поэтому рассматриваемый комплексный канал измерения истинной воздушной скорости можно построить по схеме с одним фильтром, например, по схеме со следящей системой [9] с передаточной функцией фильтра вида

$$W_{\Phi}(p) = \frac{1}{T^2} \frac{1 + 2\alpha Tp}{p^2}. \quad (18)$$

Спектральные плотности мощности динамических погрешностей комплексированных каналов, используя их корреляционные функции вида (7) и (16), можно записать в виде

$$S_{\xi_1}(\omega) = \frac{2\sigma_1^2 a_1}{\pi} \frac{a_1^2 + b_1^2}{(\omega^2 + a_1^2 - b_1^2)^2 + 4a_1^2 \omega^2}; \quad (19)$$

$$S_{\xi_2}(\omega) = \frac{2\sigma_2^2 a_2}{\pi} \frac{1}{\omega^2 + a_2^2}.$$

Дисперсии остаточных динамических погрешностей на выходах каналов фильтрации будут определяться как

$$D_1 = \frac{2\sigma_1^2 a_1}{\pi} (a_1^2 + b_1^2) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|1 + 2\alpha Tj\omega|^2}{(\omega^2 + a_1^2 - b_1^2)^2 + 4a_1^2 \omega^2} \times$$

$$\times \frac{1}{[1 + 2\alpha Tj\omega + T^2(j\omega)^2]^2} d\omega; \quad (20)$$

$$D_2 = \frac{2\sigma_2^2 a_2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|T^2(j\omega)^2|^2}{(\omega^2 + a_2^2)[1 + 2\alpha Tj\omega + T^2(j\omega)^2]^2} d\omega.$$

Обозначив для верхнего канала фильтрации $d_0 = T^2$, $d_1 = 2T(\alpha + a_1 T)$, $d_2 = 1 + (a_1^2 + b_1^2)T^2 + 4\alpha a_1 T$, $d_3 = 2[a_1 + \alpha T(a_1^2 + b_1^2)]$, $d_4 = (a_1^2 + b_1^2)$, $g_0 = g_1 = 0$, $g_2 = -4\alpha^2 T^2$, $g_3 = 1$ и используя аналогичные обозначения и для нижнего канала фильтрации $d_0 = T^2$, $d_1 = 2T(\alpha + a_2 T)$, $d_2 = 1 + a_2^2 T + 4\alpha T$, $d_3 = 2[a_2 + \alpha a_2^2 T]$, $d_4 = a_2^4$, $g_0 = g_2 = g_3 = 0$, $g_1 = T^4$, дисперсии D_1 и D_2 остаточных динамических погрешностей каналов фильтрации можно определить как

$$D_i = \frac{d_4 d_1 g_3 + g_3 (d_0 d_3 - d_1 d_2)}{2d_4 (d_0 d_3^2 + d_1^2 d_4 - d_1 d_2 d_3)}, \quad (21)$$

где i — номер дисперсий остаточных погрешностей комплексированных каналов.

Оценим эффективность реализации комплексного канала измерения истинной воздушной скорости СВС с неподвижным невыступающим приемником на следующем числовом примере.

Если случайная динамическая погрешность определения истинной воздушной скорости в каналах аэромеханической измерительно-вычислительной системы, построенной с использованием метода VIMI и наблюдателя Люэнбергера, оценивается значениями $\sigma_1 = 1,5$ м/с (5,4 км/ч), $a_1 = 0,01$ с⁻¹, случайная динамическая погрешность измерения истинной воз-

душной скорости ионно-меточного датчика определяется значениями $\sigma_2 = 3 \text{ м/с}$ ($10,8 \text{ км/ч}$), $a_2 = 0,1 \text{ с}^{-1}$, а параметры корректирующего фильтра зададим равными $\alpha = 1 \text{ с}^{-1}$, $T = 40 \text{ с}$, тогда при независимости случайных динамических погрешностей комплексируемых каналов дисперсия суммарной остаточной динамической погрешности комплексного канала истинной воздушной скорости будет равна $D_\Sigma = D_1 + D_2 = 53,4 \cdot 10^{-2} (\text{м/с})^2$; $\sigma_V = \sqrt{D} = 0,73 \text{ м/с} = 2,63 \text{ км/ч}$, что свидетельствует об эффективности использования варианта комплексирования.

Рассмотренная методика может быть использована и при комплексировании других измерительных каналов комплексной СВС с неподвижным невыступающим приемником потока.

Заключение

1. Полученные модели случайных возмущений турбулентной атмосферы и обусловленных ими динамических погрешностей измерительных каналов системы воздушных сигналов на основе неподвижного невыступающего приемника потока позволяют обоснованно решать задачу их оценки и уменьшения.

2. Показано, что использование оптимальных линейных фильтров Винера, методика синтеза которых раскрывается на примере канала истинной воздушной скорости, позволяет существенно уменьшить динамические погрешности измерительных каналов СВС с неподвижным невыступающим приемником потока.

3. Для уменьшения динамических погрешностей измерительных каналов СВС, обусловленных искажением и пульсациями потока в месте установки ионно-меточного датчика с приемниками первичной информации, целесообразно использовать принцип комплексирования с реализацией комплексируемых каналов в виде аэромеханической измерительно-вычислительной системы, реализующей метод VIMI с наблюдателем Люэнбергера. Рассмотренная методика построения аэромеханической измерительно-вычислительной СВС и построенный на ее основе комплексный канал истинной воздушной скорости убедительно свидетельствует об эффективности комплексирования каналов СВС с неподвижным невыступающим приемником потока и каналов аэ-

ромеханической измерительно-вычислительной системы.

Список литературы

1. Макаров Н. Н. Системы обеспечения безопасности функционирования бортового эргатического комплекса: теория, проектирование, применение / Под ред. доктора техн. наук В. М. Солдаткина. М.: Машиностроение / Машиностроение — Полет, 2009. 760 с.
2. Филатов Г. А., Пуминова Г. С., Сильвестров П. В. Безопасность полетов в возмущенной атмосфере. М.: Транспорт, 1992. 272 с.
3. Алексеев Н. В., Вожаев Е. С., Кравцов В. Г. и др. Системы измерения воздушных сигналов нового поколения // Авиакосмическое приборостроение. 2003. № 8. С. 31—36.
4. Ключев Г. И., Макаров Н. Н., Солдаткин В. М., Ефимов И. П. Измерители аэродинамических параметров летательных аппаратов / Под ред. В. А. Мишина. Ульяновск: УлГТУ, 2005. 509 с.
5. Солдаткин В. М., Солдаткин В. В., Крылов Д. Л. Теоретические основы построения системы воздушных сигналов самолета с неподвижным невыступающим приемником потока // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 7. С. 495—502.
6. Ганев Ф. А., Солдаткин В. М. Ионно-меточный датчик аэродинамического угла и воздушной скорости с логометрическими информативными сигналами и интерполяционной схемой обработки // Известия вузов. Авиационная техника. 2010. № 3. С. 46—50.
7. Солдаткин В. М., Солдаткин В. В. Исследование методических погрешностей системы воздушных сигналов самолета с неподвижным невыступающим приемником набегающего воздушного потока // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20. № 8. С. 504—517.
8. Браславский Д. А. Точность измерительных устройств. М.: Машиностроение, 1976. 312 с.
9. Иванов Ю. П., Синяков А. Н. Комплексирование информационно-измерительных устройств летательных аппаратов. Л.: Машиностроение, 1984. 208 с.
10. Солдаткин В. М. Методы и средства измерения аэродинамических углов летательных аппаратов. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2001. 448 с.
11. Цыпкин Я. З. Основы теории автоматических систем. М.: Наука, 1977. 560 с.
12. Санковский Е. А. Вопросы теории автоматического управления. Статистический анализ и синтез САУ. М.: Высшая школа, 1971. 231 с.
13. Матросов В. М., Анапольский А. Ю., Васильев С. Н. Принцип сравнения в математической теории систем. Новосибирск: Наука, 1979. 481 с.
14. Солдаткин В. В. Система воздушных сигналов вертолета на основе неподвижного аэрометрического приемника информации аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2012. 284 с.
15. Солодов А. В. Методы теории систем в задачах непрерывной фильтрации. М.: Наука, 1976. 264 с.

Ensuring Dynamic Accuracy of Aircraft's Air Data System with Motionless Flush-Mounted Receiver of Flow

V. M. Soldatkin, w-soldatkin@mail.ru, V. V. Soldatkin, vv-soldatkin@mail.ru,

A. V. Nikitin, nikitin.rf@mail.ru, G. P. Sokolova, glnsokolova@mail.ru,

Kazan National Research Technical University Named after A. N. Tupolev-KAI,
Kazan, 420111, Russian Federation,

Corresponding author: **Soldatkin V. M.**, Dr. Sci., Professor, Kazan National Research Technical University Named after A. N. Tupolev-KAI", 420111, Kazan, Russian Federation, e-mail: w-soldatkin@mail.ru

Accepted on March 16, 2020

Abstract

The article views, that draw-backs of aircraft's traditional air data systems (ADS), built based installed in incoming air flow and installed outside the fuselage the pitot tube booms, temperature braking receivers, vane sensors of incidence angle and gliding angle are eliminated in original ADS with motionless flush-mounted receiver of flow. The functional scheme of aircraft's air data system with motionless flush-mounted receiver of flow, built based on the original ion-mark sensor of aerodynamic angle and true airspeed, on receiving board of which the hole-receiver is installed to perceive the static pressure of incoming air flow. Models of operator sensitivity and dynamic errors of instrumentation channels due to random stationary atmospheric turbulence and random flow pulsations at location of the ion-mark sensor on fuselage of the aircraft are presented. Recommended to use the optimal linear Wiener filter, the synthesis method of which is revealed on example of the true airspeed instrumentation channel to reduce the stationary dynamic errors of instrumentation channels of air data system with motionless flush-mounted receiver due to atmospheric turbulence. Recommended to use the principle of integration to reduce the stationary random dynamic errors of instrumentation channels of air data system with motionless flush-mounted receiver due to flow pulsations near fuselage at location of ion-mark sensor. Proposed to use aeromechanical measuring and computing system built based VIMI method with Luenberger observer as an additional component of integrated air data system. Integrated system simulates the movement of aircraft in this flight mode and by flight parameters measured with high accuracy using flush-mounted receivers "restores" air signals included in equations of movement of aircraft. The structure, method and algorithms for determining air signals in channels of aeromechanical measuring and computing system with a Luenberger observer are presented. Using the example of true airspeed measurement, the analysis and quantitative assessment of residual dynamic error of integrating channel of integrated aircraft's air data system with motionless flush-mounted receiver of flow is carried out.

Keywords: air signals, measurement, flush-mounted receiver, dynamic errors, reduction, filtering, integration

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 18-08-00264.

For citation:

Soldatkin V. M., Soldatkin V. V., Nikitin A. V., Sokolova G. P. Ensuring Dynamic Accuracy of Aircraft's Air Data System with Motionless Flush-Mounted Receiver of Flow, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 9, pp. 535—543.

DOI: 10.17587/mau.21.535-543

References

1. **Makarov N. N.** Ensuring systems of safety of onboard ergatic complex: theory, design and application / edition by Dr. tech. science V. M. Soldatkin, Moscow, Mashinostroenie / Mashinostroenie — Polet, 2009, 760 p. (in Russian).
2. **Filatov G. A., Puminova G. S., Silvestrov P. V.** Flight safety in a disturbed atmosphere, Moscow, Transport, 1992, 272 p. (in Russian).
3. **Alekseev N. V., Vozhdaev E. S., Kravtsov V. G., Nazarov O. I.** The measuring system new generation of air signals, *Aviakosmicheskoe Priborostroenie*, 2003, no. 8, pp. 31—36 (in Russian).
4. **Kluev G. I., Makarov N. N., Soldatkin V. M., Efimov I. P.** Meters of aerodynamic parameters of aircraft plane / edition by V. A. Mishin. Ulyanovsk: UIGTU, 2005, 509 p. (in Russian).
5. **Soldatkin V. M., Soldatkin V. V., Krylov D. L.** Theoretical foundations for building of aircraft's air data system with motion lessflush-mounted receiver of flow, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 7, pp. 495—502 (in Russian).

6. **Ganeev F. A., Soldatkin V. M.** Ion-mark sensor of aerodynamic angle and airspeed with logometric informative signals and interpolation processing scheme, *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Aviatsionnaya Tekhnika*, 2010, no. 3. pp. 46—50 (in Russian).
7. **Soldatkin V. M., Soldatkin V. V.** Research of methodological errors of the air data system of aircraft with stationary included receiver of incoming air flow // *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, vol. 20, 2019, no. 8, pp. 504—517 (in Russian).
8. **Braslavskiy D. A.** The accuracy of measuring devices, Moscow, Mashinostroenie, 1976, 312 p. (in Russian).
9. **Ivanov Yu. P., Sinyakov A. N.** Integration of information-measuring devices of aircraft plane, Leningrad, Mashinostroenie, 1984, 208 p. (in Russian).
10. **Soldatkin V. M.** Methods and means for measuring of aerodynamic angles of aircraft plane, Kazan, Publishing house Kazan. gov. tech. un-ty, 2001, 448 p. (in Russian).
11. **Tsyppkin Ya. Z.** Fundamentals of theory of automatic systems, Moscow, Nauka, 1977, 560 p. (in Russian).
12. **Sankovskiy E. A.** Questions of theory of automatic control. Statistical analysis and synthesis of ACS, Moscow, Vysshaya shkola, 1971, 231 p. (in Russian).
13. **Matrosov V. M., Anapolskiy A. Yu., Vasilev S. N.** The comparison principle in mathematical systems theory, Novosibirsk, Nauka, 1979, 481 p.
14. **Soldatkin V. V.** Air data system of helicopter based on fixed aerometric receiver and information about aerodynamic field of vortex column of roto, Kazan, Publishing house Kazan. gov. tech. university, 2012, 264 p. (in Russian).
15. **Solodov A. V.** Methods of system theory in continuous filtration problems, Moscow, Nauka, 1976, 264 p. (in Russian).

О. В. Карсаев, канд. техн. наук, karsaev@ips-logistic.com,

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук, Санкт-Петербург

Методика оценки влияния пропускной способности каналов связи на эффективность функционирования группировки спутников¹

Использование низкоорбитальных группировок малых или сверхмалых спутников для решения задач дистанционного зондирования Земли представляется перспективным направлением развития космической деятельности. Реализация такой перспективы требует изучения широкого круга новых задач, одной из которых является разработка систем управления такими группировками. Принципиально новым аспектом в содержании этой задачи являются возможности использования связи между спутниками и сети связи космической системы в целом. При этом выбор подхода к разработке системы управления зависит от того, в каком режиме может происходить информационный обмен — в режиме реального времени или с временными задержками. В статье рассматриваются различные варианты орбитального построения группировок спутников, предопределяющие режимы информационного обмена. Объектом исследований является космическая система, в которой информационный обмен может происходить с временными задержками. Задачей исследований является разработка методики для оценки влияния пропускной способности сети связи на эффективность функционирования космической системы. Показателями эффективности являются оперативность выполнения заявок и производительность космической системы — объем данных, доставляемый группировкой спутников на Землю в течение определенного периода времени. Основой методики является имитационная модель, в которой моделируется функционирование спутников и объектов наземной инфраструктуры, использование разработанного прототипа системы управления и соответствующий информационный обмен в сети связи.

Ключевые слова: группировка спутников, DTN сеть, CGR маршрутизация, автономное планирование, имитационное моделирование

Введение

Целесообразность использования группировок малых спутников в настоящее время является одним из наиболее актуальных направлений исследований, если не самым актуальным вопросом перспективы развития космической деятельности. Термин "малые спутники" в данном случае используется для краткости и предполагает также рассмотрение группировок из сверхмалых (мини-, макро-, нано-) спутников [1].

Актуальность изучения данного вопроса обусловлена предположениями о том, что группировки малых спутников способны обеспечить эффективное и экономически выгодное выполнение космической деятельности. Сложность изучения вопроса обусловлена тем, что обоснование этих предположений требует проведения большого комплекса междисциплинарных системных исследований.

В данной статье рассматриваются группировки спутников, предназначенные для выполнения задач дистанционного зондирования Земли. При этом в отличие от функционирующих в настоящее время группировок [2–5] будет рассматриваться модель группировки с использованием межспутниковой связи, что предполагает организацию сети связи космической системы, узлами которой являются спутники и наземные станции

управления и приема информации. Наличие такой сети связи открывает новые возможности для построения системы управления группировками спутников, а именно, новые возможности информационного взаимодействия наземных станций с группировками спутников и информационного взаимодействия между спутниками.

Таким образом, объектом исследований в статье является система управления группировкой спутников, в которой используется связь между спутниками. Целью исследований является оценка влияния пропускной способности сети связи на эффективность функционирования космической системы в целом.

Статья организована следующим образом. В первой части рассматриваются возможные подходы к разработке системы управления в зависимости от орбитального построения группировки. Подход к разработке системы управления группировкой принципиальным образом зависит от возможностей сети связи. В связи с этим во второй части рассматривается вопрос организации сети связи при выбранном варианте орбитального построения. Метод планирования съемок в рамках выбранного подхода рассматривается в третьей части. Для проведения экспериментальных исследований использовалась имитационная модель системы управления и функционирования группировки спутников. Описания этой модели и полученных результатов исследований приводятся соответственно в четвертой и пятой частях статьи.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-01-00840).

1. Орбитальное построение группировки спутников

Одной из основных характеристик сети связи, которая должна учитываться при проектировании системы управления, является оперативность информационного обмена. В зависимости от типа орбитального построения группировки информационный обмен может происходить в режиме реального времени или с временными задержками. Режим реального времени возможен только в том случае, если сеть связи космической системы всегда является связанной, т.е. в любой момент времени в текущей топологии существует маршрут передачи данных между любой парой узлов сети. В противном случае информационный обмен происходит с временными задержками. С точки зрения проектирования системы управления можно выделять два фрагмента сети, которые образуются каналами связи "спутник—Земля" и "спутник—спутник". В зависимости от орбитального построения группировки возможны следующие три варианта комбинации оперативности связи в этих фрагментах:

1. В обоих фрагментах сети, т.е. во всей сети в целом, информационное взаимодействие происходит в режиме реального времени. Предполагается, что малые спутники используются на низких орбитах, что требует применения значительного числа спутников. Например, в таких футуристических проектах, как OneWeb и Сфера, предполагается использование 700 и 640 спутников соответственно. Для обеспечения связи в режиме реального времени также могут использоваться геостационарные спутники-ретрансляторы или группировки спутников связи. Информацию о проблемах и перспективах реализации таких проектов можно найти в работе [6].

2. Режим реального времени связи обеспечивается только во фрагменте сети "спутник—спутник", а во фрагменте "спутник—Земля" связь происходит с временными задержками. Такая ситуация, как правило, рассматривается в случае, когда орбитальное построение группировки имеет форму роя. В частности, в одном из первых проектов по отработке информационного взаимодействия, Edison Demonstration of Small Sat Network (EDSN) [7], рассматривалась группировка из восьми спутников, находящихся на расстоянии друг от друга менее 100 км.

3. Информационный обмен в рамках всей сети в целом происходит с временными задержками. Такая ситуация рассматривается в случаях, когда группировка состоит из значительно меньшего числа спутников по сравнению с первым вариантом, а ее построение рассчитывается

исходя из наилучшего покрытия целевых районов наблюдения на основе подходов J. G. Walker [8] и Г. В. Можаяева [9]. Историю развития этих подходов и обзор существующих методов можно найти в работе [10].

В зависимости от оперативности информационного обмена в выделенных фрагментах сети можно говорить о следующих двух обстоятельствах, предопределяющих специфические особенности проектирования систем управления группировки спутников в целом.

Обстоятельство 1. Если во фрагменте сети "спутник—Земля" информационный обмен будет происходить с временными задержками, тогда использование возможностей автономного планирования может обеспечить более высокую эффективность использования ресурсов спутников. Если информационный обмен будет проходить в режиме реального времени, тогда потребность в автономном планировании представляется менее актуальной.

В существующих системах связь со спутником возможна периодически, когда он находится в зоне видимости наземных пунктов управления. При расчете целеуказаний спутнику используются данные о состоянии его ресурсов и выполнении целевых операций, актуальные на момент времени предшествующего сеанса связи. Вследствие этого используются методы планирования, которые не могут обеспечивать использование ресурсов спутника с высокой эффективностью [11–14]. Поэтому в течение двух десятилетий ведутся активные исследования и внедрение в реальную практику возможностей автономного планирования [15–18]. Если же информационный обмен в этом сегменте сети будет происходить в режиме реального времени, то при наземном планировании могут использоваться те же данные, что и на борту спутников при автономном планировании. В этом случае представляется вполне обоснованным дальнейшее развитие и использование традиционных систем наземного планирования [19].

Обстоятельство 2. Если связь между спутниками будет происходить с временными задержками, тогда существуют определенные ограничения на выбор и/или разработку протоколов информационного взаимодействия между спутниками.

Данное обстоятельство можно пояснить на примере протокола CNP (от англ. Contract Net Protocol), который в распределенных системах в большинстве случаев рассматривается в качестве основы организации информационного взаимодействия. Целью взаимодействия в этом протоколе в рассматриваемой предметной области может быть выбор спутника для выпол-

нения съемки целевого района наблюдения [13]. В обобщенном виде схема этого протокола состоит из двух этапов. На первом этапе спутник, инициатор протокола, посылает другим спутникам группировки, респондентам протокола, запросы о возможности выполнения заявки. В ответах на запросы спутники респонденты, в частности, указывают возможный интервал времени проведения съемки. На основе полученной информации спутник-инициатор принимает решение и на втором этапе посылает выбранному спутнику назначение на проведение съемки. Однако, если связь происходит с временными задержками, тогда не исключается ситуация, когда выбранный спутник получит сообщение о назначении выполнения заявки, когда указанный им интервал времени съемки уже прошел. Этот пример показывает, что использование CNP-протокола является возможным только в случае связи в режиме реального времени.

Таким образом, в зависимости от выбора варианта орбитального построения группировки спутников при проектировании системы управления могут рассматриваться различные по содержанию задачи. Далее в статье рассматриваются задачи в случае третьего варианта орбитального построения группировки, так как он представляется наиболее реалистичным.

2. Организация сети связи и маршрутизация сообщений

В рассматриваемом варианте объекты космической системы, спутники и наземные станции, образуют DTN-сеть (от англ. Delay-and-Disruption Tolerant Network), в которой передача данных между узлами происходит с временными задержками, в режиме "сохранить—передать".

Интервалы времени, когда пары узлов сети находятся в зоне радиовидимости, могут рассчитываться на основе моделирования полета спутников группировки. Это обстоятельство используется в основе CGR-метода (от англ. Contact Graph Routing) маршрутизации [20], который активно развивается в течение последнего десятилетия [21—30]. Суть данного метода кратко можно представить следующим образом. Временной график интервалов радиовидимости называется планом контактов, рассчитывается в наземном пункте управления и передается во все узлы сети. В узлах сети по мере возникновения потребности в передаче данных на основе плана контактов рассчитываются графы контактов, которые описывают динамику изменения топологии сети, начиная с текущего момента времени. Вершинами

графа являются контакты, а направленные ребра графа описывают последовательные во времени пары контактов, которые можно использовать для формирования маршрутов. Построение такого "контринтуитивного" графа обеспечивает возможность использования традиционного метода маршрутизации с помощью алгоритма Дейкстры.

Время поиска маршрутов зависит от размерности графа контактов, и с ее ростом использование такого подхода может становиться неприемлемым по времени. Экспериментальный анализ CGR-алгоритма показал, что основное время тратится не столько на поиск маршрутов, сколько на построение графа контактов. В связи с этим в работе [31] была предложена модификация этого алгоритма, CPR-алгоритм (от англ. Contact Plan Routing), реализующий возможность поиска маршрутов на основе плана контактов без построения графа контактов и, тем самым, обеспечивающий сокращение времени маршрутизации на один или два порядка в зависимости от размерности сети.

Интенсивность трафика передачи данных в сети предопределяется интенсивностью потока заявок на выполнение наблюдений и объемом получаемых данных. При этом поток заявок должен формироваться с учетом ограничения пропускной способности каналов связи "группировка спутников—Земля", которое формально можно описать следующим образом. Пусть $V^A(t^*)$ — объем данных, который может быть доставлен на Землю группировкой спутников до момента времени t^* , начиная с текущего момента времени t^0 :

$$V^A(t^*) = \sum_{i=1}^n s(i) d(i),$$

где $s(i)$ — скорость передачи данных и $d(i)$ — длительность каналов связи спутников группировки с наземными пунктами, запланированных на горизонте времени $[t^0, t^*]$. Пусть $V^B(t^*)$ — суммарный объем данных, который ожидается получить при выполнении заявок, посланных группировке спутников на этом же горизонте времени. Тогда при формировании потока заявок должно соблюдаться вполне очевидное ограничение:

$$V^B(t^*) \leq V^A(t^*).$$

Наряду с этим каналы связи между спутниками также имеют ограничение пропускной способности, и в узлах DTN-сети могут возникать заторы, которые можно описать следующим образом. В связи с режимом передачи данных "сохранил—передал" в узлах сети могут возникать очереди сообщений, подлежащих передаче. Оптимальным решением является

передача каждого из этих сообщений по кратчайшему пути. Однако это может становиться невозможным из-за ограничений пропускной способности каналов связи. В этом случае для части сообщений выбираются более длинные маршруты, и, как следствие, увеличивается время нахождения этих сообщений в узле сети и время выполнения заявок в целом.

Таким образом, формирование потока заявок должно происходить с учетом двух рассмотренных ограничений. Однако в отличие от первого ограничения, влияние которого рассчитывается аналитически, оценки влияния второго ограничения могут быть получены только экспериментально на основе имитационного моделирования функционирования группировки спутников и DTN-сети. Результаты этих экспериментов рассматриваются в следующей части статьи после краткого описания схемы функционирования космической системы и используемой в экспериментах имитационной модели.

3. Схема функционирования космической системы

В начальной части статьи было показано, что для рассматриваемого типа орбитального построения группировки повышение эффективности ее функционирования требует использования возможностей автономного планирования работы спутников. При этом также были показаны специфические особенности, которые необходимо учитывать при разработке протоколов информационного взаимодействия. Далее в этом подразделе приводится краткое описание схемы функционирования космической системы, разработанной с учетом этих двух обстоятельств.

В основу предлагаемой схемы положено предположение о том, что основой автономного планирования и информационного взаимодействия являются результаты предварительного наземного планирования, которые сводятся к следующему. По каждой заявке рассчитывается упорядоченная по времени последовательность возможностей выполнения требуемой съемки. Под возможностями понимаются интервалы времени, когда район наблюдения будет находиться в зоне видимости какого-либо спутника группировки.

Использование этих результатов позволяет рассматривать следующую схему информационного взаимодействия и автономного планирования. Каждая заявка первоначально передается по сети спутнику с наиболее ранней возможностью выполнения съемки. При получении заявки на спутнике выполняется автономное планирование, целью которого является оцен-

ка возможности выполнения съемки в рамках соответствующего интервала времени с учетом анализа текущего состояния ресурсов спутника.

В результате автономного планирования может быть получено одно из трех возможных решений: выполнение съемки является возможным, не возможным или возможным за счет переназначения заявки с меньшим приоритетом другому спутнику. В двух последних случаях соответствующая заявка передается спутнику с последующей наиболее ранней возможностью ее выполнения. Детальное описание этой схемы информационного взаимодействия и автономного планирования дано в работе [32].

В предлагаемой схеме потенциально возможные минимальные сроки выполнения каждой заявки обеспечиваются при выполнении двух условий: заявку выполняет первоначально выбранный спутник, и доставка полученных данных на Землю выполняется по кратчайшему маршруту в сети. Нарушение этих условий влечет увеличение сроков выполнения заявок. Возможными причинами нарушения первого условия могут быть: не своевременная доставка заявки первоначально выбранному спутнику, либо случай, когда она оказалась не запланированной или перепланированной вследствие появления заявки с большим приоритетом. Возможной причиной нарушения второго условия может быть невозможность передачи данных по кратчайшему маршруту вследствие возникновения заторов, либо вследствие недостаточности уровня заряда аккумуляторной батареи у какого-то спутника, через который проходит маршрут передачи.

Возникновение заторов является событиями системного уровня. В отличие от них все остальные события являются случайными. Поэтому определение возникновения заторов и оценивание их влияния на эффективность функционирования группировки спутников являлось целью экспериментальных исследований.

4. Имитационное моделирование

Элементами имитационной модели являются модели спутников и объектов наземной инфраструктуры, которые описываются с помощью агентов, имитирующих функционирование физических устройств и/или систем. В частности, модель спутника состоит из агентов системы связи, системы планирования операций, принимающих и передающих устройств, устройства наблюдения и аккумуляторной батареи.

Агенты системы связи на основе плана контактов моделируют установление каналов связи, управляют очередью отправки и маршрутизацией сообщений и данных, в соответствии

с методами и алгоритмами, рассмотренными во второй части статьи.

Агент системы планирования реализует автономное планирование операций наблюдения и перераспределение заявок в соответствии со схемой планирования и информационного взаимодействия, рассмотренной в третьей части статьи. Автономное планирование выполняется с учетом прогноза изменения уровня заряда аккумуляторной батареи.

Агенты принимающих и передающих устройств имитируют, соответственно, прием и передачу сообщений и данных. Агент устройства наблюдения имитирует выполнение запланированных съемок целевых районов. Агент аккумуляторной батареи имитирует изменение текущего уровня заряда по мере выполнения запланированных операций.

План контактов и интервалы времени, когда спутники будут находиться на солнечной стороне орбиты, и будет происходить заряд их аккумуляторных батарей, рассчитываются на основе моделирования полета спутников до начала эксперимента.

Агентно-ориентированное построение модели спутника включает описание схемы обмена данными между агентами. Например, агенты физических устройств, имитирующих выполнение соответствующих типов операций, до начала операции запрашивают агента аккумуляторной батареи о достаточности уровня заряда для выполнения операции и информируют его после выполнения операции для пересчета значения текущего уровня заряда.

5. Результаты экспериментов

Как уже отмечалось во второй части статьи, целью экспериментов было получение оценок влияния пропускной способности каналов связи между спутниками на эффективность функционирования группировки спутников в целом. С этой целью в ходе экспериментов наряду с введенными во второй части статьи показателями $V^A(t^*)$ и $V^B(t^*)$ рассматривались следующие параметры: X — интенсивность потока заявок; $V^C(t)$ — суммарный объем данных, который находится у спутников группировки на момент времени t .

Интенсивность потока заявок X определяется в виде соотношения

$$X = (V^B(t^*) - V^B(t)) / (V^A(t^*) - V^A(t)).$$

Для наглядного пояснения на рис. 1 (см. вторую сторону обложки) приведены примеры графиков рассматриваемых показателей на двенадцатичасовом интервале времени моде-

лирования с 19.12 до 7.12 утра следующего дня. По оси ординат дан объем данных нарастающим итогом в мегабитах:

- потенциал — максимальный объем данных, который может быть передан;
- заявки — объем данных, ожидаемых после выполнения заявок;
- в сети — объем данных, находящихся на спутниках группировки;
- передано — объем переданных данных;
- съемки — объем данных, полученных в результате выполнения заявок.

На рис. 1 введенным показателям соответствуют следующие наименования: V^A — "Потенциал", V^B — "Заявки", V^C — "В сети". В данном случае рассматривается пример, в котором интенсивность потока заявок оценивается как 100 %. На рис. 1 также отображены графики двух дополнительных параметров:

- V^D — "Съемки";
- V^E — "Передано".

Эти дополнительные параметры являются исходными для расчета графика изменений значений показателя V^C :

$$V^C(t) = V^D(t) - V^E(t).$$

Параметр $V^C(t)$ используется с двоякой целью. С одной стороны, динамика изменения его значений во времени является относительной интегральной оценкой возникновения заторов в узлах сети. Чем больше заторов будет возникать в узлах сети, тем больше времени данные будут находиться в узлах сети, и тем больше будет значение этого параметра. С другой стороны, он позволяет выявлять порог интенсивности потока заявок, после которого сеть перестает справляться с передачей текущего трафика. Показателем этого является тренд роста значений этого параметра. Следует также отметить, что существует предельный порог значений этого параметра V^C : суммарный объем памяти спутников. Состояние DTN-сети, при котором значение данного параметра приближается к предельному порогу, называется "остановом сети".

При проведении экспериментов были рассмотрены одна наземная станция и группировка из 16 спутников, имеющая орбитальное построение Walker-delta, заимствованное из работы [30]. Полагалось, что спутники обладают одним приемопередающим устройством, обеспечивающим передачу сигналов на расстояние до 10 000 км. Описание рассчитанного в этом случае плана контактов можно найти в работе [33].

В экспериментах рассматривали скорости передачи данных 300 и 600 Мбит/с и 25 районов наблюдения. Объем получаемых данных при выполнении каждой съемки полагался равным 2 Гбайт. Потоки заявок с интенсивностью

100 % моделировались следующим образом. В случае скорости 300 Мбит/с заявки на съемку каждого из 25 районов наблюдения генерировались через каждый час, в случае 600 Мбит/с — через каждые 30 мин. Для моделирования потоков заявок с интенсивностью менее 100 % генерировались заявки на съемку меньшего числа районов наблюдения.

На рис. 2 и 3 приведены соответственно тренды изменения значений параметра V^C и число заторов, возникающих в сети, при различных интенсивностях потока заявок.

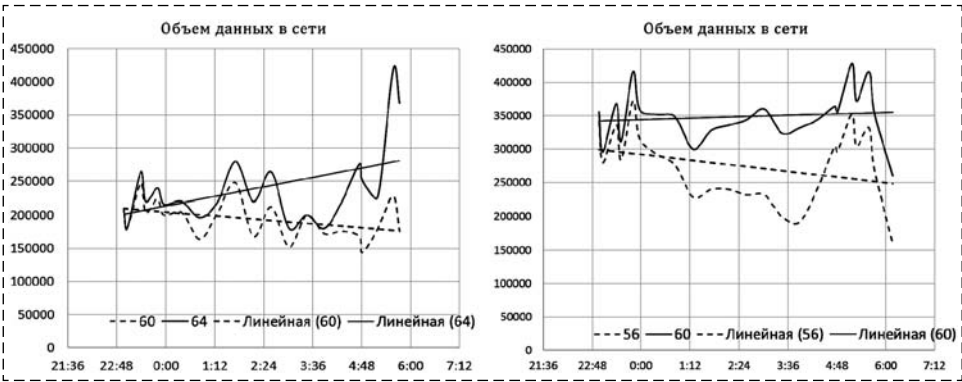


Рис. 2. Скорость нарастания объемов данных в сети (у спутников):

a — 300 Мбит/с; b — 600 Мбит/с

Fig. 2. Rate of data volume growth in the network (for satellites):

a — 300 Mbit/s; b — 600 Mbit/s

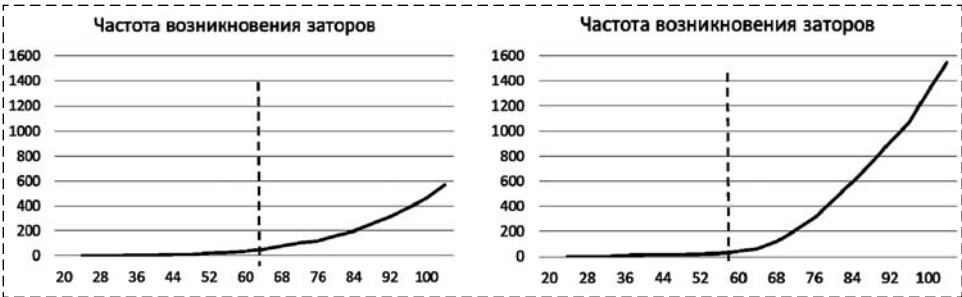


Рис. 3. Оценка числа заторов в сети:

a — 300 Мбит/с; b — 600 Мбит/с

Fig. 3. Estimation of congestion number in the network:

a — 300 Mbit/s; b — 600 Mbit/s

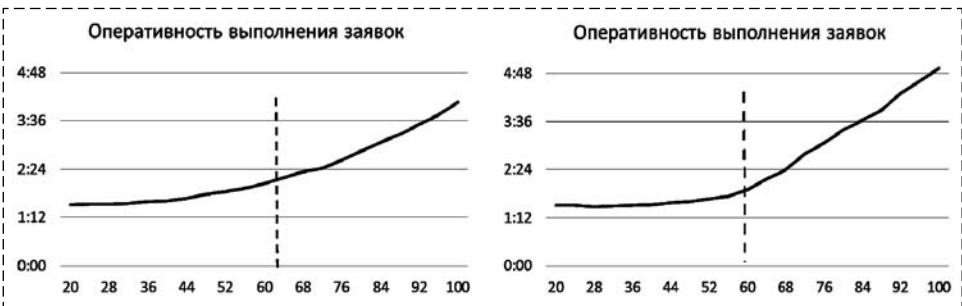


Рис. 4. Оценка оперативности выполнения заявок:

a — 300 Мбит/с; b — 600 Мбит/с

Fig. 4. Assessment of requests execution efficiency:

a — 300 Mbit/s; b — 600 Mbit/s

В ходе экспериментов была выявлена ожидаемая пропорциональная зависимость. Чем выше интенсивность потока заявок, тем выше скорость роста (тренда) показателя V^C . Поэтому на рис. 2 приведены тренды роста показателя V^C при двух значениях интенсивности потока, достаточных для выявления порога, после которого сеть перестает справляться с передачей текущего трафика. При скорости 300 Мбит/с порог возникает на уровне 60...64 % интенсивности потока, при скорости 600 Мбит/с — на уровне 56...60 %.

С учетом выявленных допустимых порогов интенсивности потоков заявок производитель-

ность космической системы — объем данных, доставляемых на Землю в течении часа, — можно оценить с помощью формулы

$$V = v^0 n a,$$

где v^0 — средний объем данных, получаемых при съемке; n — число заявок, генерируемых в течении часа; a — допустимый порог интенсивности потока заявок. В соответствии с этим в рамках условий экспериментов производительность в случаях скорости передачи данных 300 и 600 Мбит/с оценивается соответственно как 30 и 60 Гбайт в час, или 720 и 1440 Гбайт в сутки.

Оценки оперативности выполнения заявок приведены на рис. 4. В качестве оценки оперативности рассматривается среднее время выполнения всех заявок.

Из рис. 4 видно, что в случае потока с интенсивностью ниже выявленного порога сеть обеспечивает квазиоптимальное выполнение заявок. При возрастании интенсивности потока свыше этого порога оперативность выполнения заявок начинает заметно деградировать.

Возможности имитационной модели также позволяют исследовать прочие факторы, представля-

ющие интерес для анализа сети. В частности, на рис. 5 (см. вторую сторону обложки) приведены оценки использования пропускной способности каналов связи "группировка спутников—Земля".

В данном случае оценки получены при 100%-ной интенсивности потока заявок и скорости передачи данных 300 Мбит/с. Однако данный пример является типовым. В общем случае пропускная способность этих каналов связи используется, как правило, не более, чем на 75...80 %, что частично является следствием возникновения заторов при передаче данных в межспутниковых каналах связи.

Заключение

Как было отмечено во введении, обоснование целесообразности использования группировок малых спутников в перспективе развития космической деятельности в настоящее время является крайне актуальным направлением исследований. Предложенную в данной статье методику и ее дальнейшее развитие можно рассматривать в качестве возможного подхода для конструктивного изучения частных вопросов в рамках данной проблемы.

В случае группировок в отличие от одиночных спутников возникает новый объект управления, который требует разработки новых принципов и подходов к разработке системы управления. Принципиально новым в объекте управления является межспутниковая связь, которая может использоваться для реализации информационного взаимодействия как между спутниками, так и между группировкой спутников и объектами наземной инфраструктуры. Предлагаемая методика позволяет оценивать эффективность функционирования группировки спутников и космической системы в целом в зависимости от пропускной возможности сети в случае, когда орбитальное построение группировки влечет формирование сети связи класса DTN.

Основой предлагаемой методики является имитационная модель функционирования космической системы, в которой можно задавать такие входные параметры, как количественный состав и варианты орбитального построения группировки, количественный состав и географическое расположение объектов наземной инфраструктуры, скорость передачи данных в каналах связи, дальность распространения радиосигналов, число каналов связи, которое может устанавливать приемопередающее устройство. Развитие методики, главным образом, предполагает дальнейшее развитие этой имитацион-

ной модели и описание в ней технических параметров и логики функционирования существующих и/или разрабатываемых перспективных устройств и систем, которые могут рассматриваться в качестве конструктивных элементов спутников. Получаемые в результате имитационного моделирования оценки эффективности функционирования группировки спутников можно будет рассматривать в качестве показателей для решения вопроса о том, использование каких спутников — малых или сверхмалых — представляется более целесообразным и обоснованным.

Список литературы

1. Петрукович А. А., Никифоров О. В. Малые спутники для космических исследований // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2016. Т. 3, № 4. С. 21—31.
2. Дворкин Б. А. Импортозамещение в сфере геоинформационных технологий и ДЗЗ // Геоматика. 2015. № 1. С. 17—28.
3. Дворкин Б. А., Дудкин С. А. Новейшие и перспективные спутники дистанционного зондирования Земли // Геоматика. 2013. № 2. С. 16—36.
4. Лисицын А. Космические системы дистанционного зондирования земли зарубежных стран // Зарубежное военное обозрение. 2019. № 7. С. 63—67.
5. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Satellite_constellation
6. Mitry M. Routers in space // IEEE Spectrum. 2020. № 2. P. 39—43.
7. Hanson J., Sanchez H., Oyadomari K. The EDSN Inter Satellite Communications Architecture // Proceedings of the AIAA/USU Conference on Small Satellites. 2014. SSC14-WS1.
8. Walker J. G. Satellite constellations // Journal of the British Interplanetary Society. 1984. Vol. 37. P. 559—572.
9. Можжев Г. В. Синтез орбитальных структур спутниковых систем: Теоретико-групповой подход. М.: Машиностроение. 1989. 304 с.
10. Ulybyshev Y. Satellite constellation design for continuous coverage: short historical survey, current status and new solutions // 5th International Workshop on Constellations and Formation Flying. 2008. URL: https://www.researchgate.net/publication/304715607_Satellite_constellation_design_for_continuous_coverage_short_historical_survey_current_status_and_new_solutions.
11. Wörle M. T., Lenzen C., Göttfert T., Spörl A., Grischek B., Mrowka F., Wickler M. The Incremental Planning System — GSOC's Next Generation Mission Planning Framework // Proceedings of the 14-th International Conference on Space Operations. 2014.
12. Göttfert T., Lenzen C., Wörle M. T., Mrowka F., Wickler M. Robust Commanding // Proceedings of the 14-th International Conference on Space Operations. 2014.
13. Van der Horst J., Noble J. Task allocation in networks of satellites with Keplerian dynamics // Acta Futura 5. 2012. P. 143—151.
14. Iacopino C., Harrison S., Brewer A. Mission Planning Systems for Commercial Small-Sat Earth Observation Constellations // Proceedings of the 9th International Workshop on Planning and Scheduling for Space. 2015. P. 45—52.
15. Maillard A., Pralet C., Jaubert J., Sebbag I., Fontanari F., Hermitte J. Ground and board decision-making on data downloads // Proceedings of 25th International Conference on Automated Planning and Scheduling. 2015.
16. Lenzen C., Wörle M. T., Göttfert T., Mrowka F., Wickler M. Onboard Planning and Scheduling Autonomy within the Scope of the Fire Bird Mission // Proceedings of the 14-th International Conference on Space Operations. 2014.

17. Kennedy A., Marinar A., Cahoy K., Byrne J., Cordeiro T., Decker Z., Marlow W., Shea S., Blackwell W., DiLiberto M., Leslie R. V., Osaretin I., Thompson E., Dishop R. Automated Resource-Constrained Science Planning for the MiRaTA Mission // Proceedings of the AIAA/USU Conference on Small Satellites. 2015. SSC15-6-37.
18. Herz E., George D., Esposito T., Center K. Onboard Autonomous Planning System // Proceedings of the 14-th International Conference on Space Operations. 2014.
19. Chien S., Johnston M., Frank J., Giuliano M., Kave-laars A., Lenzen C., Policella N. A generalized timeline representation, services, and interface for automating space mission operations // Proceedings of the 12th International Conference on Space Operations. 2012.
20. URL: <https://tools.ietf.org/pdf/draft-burleigh-dtnrg-cgr-01.pdf>
21. Segui J., Jennings E., Burleigh S. Enhancing contact graph routing for delay tolerant space networking // Proceedings of the IEEE Global Telecommunications Conference. 2011. P. 1–6.
22. Bezirgiannidis N., Caini C., Montenero D., Ruggieri M., Thaoussidis V. Contact graph routing enhancements for delay tolerant space communications // Proceedings of the 7th Advanced Satellite Multimedia Systems Conference and the 13th Signal Processing for Space Communications Workshop. 2014. P. 17–23.
23. Birrane E., Burleigh S., Kasch N. Analysis of the contact graph routing algorithm: bounding interplanetary paths // Acta Astronautica. 2012. Vol. 75. P. 108–119.
24. Madoery P., Fraire J., Finochietto J. Congestion management techniques for disruption-tolerant satellite networks // International Journal of Satellite Communications and Networking. 2018. Vol. 36. № 2. P. 165–178.
25. Marchese M., Patrone F. A source routing algorithm based on CGR for DTN-nanosatellite networks // Global Communications Conference, IEEE. 2017.
26. Silva A., Burleigh S., Hirata C., Obraczka K. A survey on congestion control for delay and disruption tolerant networks // Ad Hoc Networks. 2015. Vol. 25. Part B. P. 480–494.
27. Fraire J., Finochietto J. Design Challenges in Contact Plans for Disruption-Tolerant Satellite Networks // IEEE Communications Magazine. 2015. Vol. 53. P. 163–169.
28. Fraire J. Introducing Contact Plan Designer: A Planning Tool for DTN-Based Space-Terrestrial Networks // 6-th International Conference on Space Mission Challenge for Information Technology. 2017. P. 124–127.
29. Madoery P., Fraire J., Raverta F., Burleigh S. Managing Routing Scalability in Space DTNs // 6th IEEE International Conference on Wireless for Space and Extreme Environments. 2018.
30. Fraire J., Madoery P., Burleigh S., Feldmann S., Finochietto S., Charif A., Zergainoh N., Velazco R. Assessing Contact Graph Routing Performance and Reliability in Distributed Satellite Constellations // Journal of Computer Networks and Communications. 2017. Article ID 2830542. 18 p.
31. Карсаев О. В. Модификация CGR-алгоритма маршрутизации данных в коммуникационной сети группировки спутников // Мехатроника, управление, автоматизация. 2020. Т. 21, № 2. С. 75–85.
32. Карсаев О. В. Автономное планирование задач наблюдения в группировке малых спутников // Известия ЮФУ. Технические науки. 2019. № 1. С. 118–132.
33. Карсаев О. В. Анализ оперативности информационных взаимодействий в низкоорбитальных многоспутниковых группировках // Труды СПИИРАН. 2019. Т. 18. № 4. С. 858–886.

Methodology for Evaluating the Impact of Communication Channel Throughput on the Efficiency of Satellite Constellation

O. V. Karsaev, karsaev@ips-logistic.com, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 199178, Russian Federation

Corresponding author: Karsaev Oleg V., Senior Researcher, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 199178, Russian Federation, e-mail: karsaev@ips-logistic.com

Accepted on March 18, 2020

Abstract

The use of low-orbit constellation of small or super-small satellites for solving problems of remote sensing of the Earth is a promising direction for the development of space activities. The implementation of this perspective requires the study of a wide range of fundamentally new tasks, one of which is the development of control systems for such constellations. A fundamentally new aspect in the content of this task is the possibility of using communication between satellites and the communication network of the space system as a whole. At the same time, the choice of approach to the development of the control system depends on the mode in which information exchange can take place, in real time or with time delays. The article discusses various options for the orbital construction of satellite groupings that determine the modes of information exchange. The object of research is a space system in which information exchange can occur with time delays. The aim of the research is to develop a methodology for assessing the impact of the communication network bandwidth on the efficiency of the space system. Efficiency indicators are the time of request execution and the performance of the space system — the data volume delivered by a satellite constellation to the Earth over a certain period. The basis of the methodology is a simulation model that simulates the operation of satellites and ground infrastructure objects, the use of the developed prototype of the control system and the corresponding information exchange in the communication network.

Keywords: Satellite constellation, Delay-and-Disruption Tolerant Networks, Contact Graph Routing, Autonomous scheduling, Simulation

Acknowledgement. The work is supported by RFBR (grant no. 18-01-00840)

For citation:

Karsaev O. V. Methodology for Evaluating the Impact of Communication Channel Throughput on the Efficiency of Satellite Constellation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 9, pp. 544–552.

DOI: 10.17587/mau.21.544-552

References

1. Petrucovich A. A., Nikiforov O. V. Small satellites for space research, *Raketno-kosmicheskoe priborostroeniye i informatsionnye sistemy*, 2016, vol. 3, no. 4, pp. 21–31 (in Russian).
2. Dvorkin B. A. Import substitution in the field of geoinformation technologies and remote sensing of the Earth, *Geomatika*, 2015, no. 1, pp. 17–28 (in Russian).
3. Dvorkin B. A., Dudkin S. A. The newest and perspective satellites of remote sensing of the Earth. *Geomatika*, 2013, no. 2, pp. 16–36 (in Russian).
4. Lisitsyn A. Space systems for remote sensing of the Earth in foreign countries, *Zarubejnoe voennoe obosrenie*, 2019, no. 7, pp. 63–67 (in Russian).
5. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Satellite_constellation
6. Mitry M. Routers in space, *IEEE Spectrum*, 2020, no. 2, pp. 39–43.
7. Hanson J., Sanchez H., Oyadomari K. The EDSN Inter Satellite Communications Architecture, *Proceedings of the AIAA/USU Conference on Small Satellites*, 2014, SSC14-WS1.
8. Walker J. G. Satellite constellations, *Journal of the British Interplanetary Society*, 1984, vol. 37, pp. 559–572.
9. Mojaev G. V. Synthesis of orbital structures of satellite systems: Group-theoretic approach, Moscow, Mashinostroenie, 1989, 304 p. (in Russian).
10. Ulybyshev Y. Satellite constellation design for continuous coverage: short historical survey, current status and new solutions, *5th International Workshop on Constellations and Formation Flying*, 2008, available at: https://www.researchgate.net/publication/304715607_Satellite_constellation_design_for_continuous_coverage_short_historical_survey_current_status_and_new_solutions
11. Wörle M. T., Lenzen C., Göttfert T., Spörl A., Grischkin B., Mrowka F., Wickler M. The Incremental Planning System – GSOC's Next Generation Mission Planning Framework, *Proceedings of the 14-th International Conference on Space Operations*, 2014.
12. Göttfert T., Lenzen C., Wörle M. T., Mrowka F., Wickler M. Robust Commanding, *Proceedings of the 14-th International Conference on Space Operations*, 2014.
13. Van der Horst J., Noble J. Task allocation in networks of satellites with Keplerian dynamics, *Acta Futura*, 2012, no. 5, pp. 143–151.
14. Iacopino C., Harrison S., Brewer A. Mission Planning Systems for Commercial Small-Sat Earth Observation Constellations, *Proceedings of the 9th International Workshop on Planning and Scheduling for Space*, 2015, pp. 45–52.
15. Maillard A., Pralet C., Jaubert J., Sebbag I., Fontanari F., Hermitte J. Ground and board decision-making on data downloads, *Proceedings of 25th International Conference on Automated Planning and Scheduling*, 2015.
16. Lenzen C., Woerle M. T., Göttfert T., Mrowka F., Wickler M. Onboard Planning and Scheduling Autonomy within the Scope of the Fire Bird Mission, *Proceedings of the 14-th International Conference on Space Operations*, 2014.
17. Kennedy A., Marinaro A., Cahoy K., Byrne J., Cordeiro T., Decker Z., Marlow W., Shea S., Blackwell W., DiLiberto M., Leslie R. V., Osaretin I., Thompson E., Dishop R. Automated Resource-Constrained Science Planning for the MiRaTA Mission, *Proceedings of the AIAA/USU Conference on Small Satellites*, 2015, SSC15-6-37.
18. Herz E., George D., Esposito T., Center K. Onboard Autonomous Planning System, *Proceedings of the 14-th International Conference on Space Operations*, 2014.
19. Chien S., Johnston M., Frank J., Giuliano M., Kavelaars A., Lenzen C., Policella N. A generalized timeline representation, services, and interface for automating space mission operations, *Proceedings of the 12th International Conference on Space Operations*, 2012.
20. Available at: <https://tools.ietf.org/pdf/draft-burleigh-dtnrg-cgr-01.pdf>
21. Segui J., Jennings E., Burleigh S. Enhancing contact graph routing for delay tolerant space networking, *Proceedings of the IEEE Global Telecommunications Conference*, 2011, pp. 1–6.
22. Bezirgiannidis N., Caini C., Montenero D., Ruggieri M., Thaoussidis V. Contact graph routing enhancements for delay tolerant space communications, *Proceedings of the 7th Advanced Satellite Multimedia Systems Conference and the 13th Signal Processing for Space Communications Workshop*, 2014, pp. 17–23.
23. Birrane E., Burleigh S., Kasch N. Analysis of the contact graph routing algorithm: bounding interplanetary paths, *Acta Astronautica*, 2012, vol. 75, pp. 108–119.
24. Madoery P., Fraire J., Finochietto J. Congestion management techniques for disruption-tolerant satellite networks, *International Journal of Satellite Communications and Networking*, 2018, vol. 36, no. 2, pp. 165–178.
25. Marchese M., Patrone F. A source routing algorithm based on CGR for DTN-nanosatellite networks, *Global Communications Conference IEEE*, 2017.
26. Silva A., Burleigh S., Hirata C., Obraczka K. A survey on congestion control for delay and disruption tolerant networks, *Ad Hoc Networks*, 2015, vol. 25, Part B, pp. 480–494.
27. Fraire J., Finochietto J. Design Challenges in Contact Plans for Disruption-Tolerant Satellite Networks, *IEEE Communications Magazine*, 2015, vol. 53, pp. 163–169.
28. Fraire J. Introducing Contact Plan Designer: A Planning Tool for DTN-Based Space-Terrestrial Networks, *6-th International Conference on Space Mission Challenge for Information Technology*, 2017, pp. 124–127.
29. Madoery P., Fraire J., Raverta F., Burleigh S. Managing Routing Scalability in Space DTNs, *6th IEEE International Conference on Wireless for Space and Extreme Environments*, 2018.
30. Fraire J., Madoery P., Burleigh S., Feldmann S., Finochietto S., Charif A., Zergainoh N., Velazco R. Assessing Contact Graph Routing Performance and Reliability in Distributed Satellite Constellations, *Journal of Computer Networks and Communications*, 2017, Article ID 2830542, 18 p.
31. Karsaev O. V. Modification of the CGR-algorithm on data routing in a communication network of satellite constellation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, no. 2, pp. 75–85 (in Russian).
32. Karsaev O. V. Autonomous planning of surveillance tasks in a small satellite constellation, *Izvestiya YFU. Tehnicheskie nauki*, 2019, no. 1, pp. 118–132 (in Russian).
33. Karsaev O. V. Analysis of information interaction efficiency in low-orbit satellite constellation, *Trudy SPIIRAN*, 2019, vol. 18, no. 4, pp. 858–886 (in Russian).

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5510, (499) 269-5397

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор М. Ю. Безменова.

Сдано в набор 23.06.2020. Подписано в печать 11.08.2020. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН920. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд салюшнз". Отпечатано в ООО "Авансд салюшнз". 119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru