ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 21
2020
№ 6

Издается с 2000 года ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online) DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:
ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:
БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.
ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.
ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН
ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН
КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН
КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН
МИКРИН Е. А., акад. РАН
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН
СИГОВ А. С., акад. РАН
СОЙФЕР В. А., акад. РАН
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:
DORANTES D. J., PhD, Турция
GROUMPOS P. P., PhD, Греция
ISIDORI A., PhD, Италия
KATALINIC B., PhD, Австрия
LIN CH.-Y., PhD, Тайвань
MASON O. J., PhD, Ирландия
ORTEGA R. S., PhD, Франция
SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США
STRZELECKI R. M., PhD, Польша
SUBUDHI B. D., PhD, Индия
АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан
ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина
ТРОФИМЕНКО Е. Е., д.т.н., Беларусь
БОБЦОВ А. А., д.т.н.
БУКОВ В. Н., д.т.н.
ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.
ЖУКОВ И. А., д.т.н.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.
ЛОХИН В. М., д.т.н.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д.ф.-м.н.
ПУТОВ В. В., д.т.н.
ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.
РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.
ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.
ФУРСОВ В. А., д.т.н.
ЮРЕВИЧ Е. И., д.т.н.

Редакция:
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:
АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Карабутов Н. Н. S-синхронизация, структурная идентифицируемость и идентификация нелинейных динамических систем 323

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Rzayev A. H., Guluyev G. A., Pashayev F. H., Rzayev As. H., Asadova R. Sh. Mathematical Models for Determining the Distribution of Fluid Flow Temperature along the Wellbore and Horizontal Pipeline 337

Андриевская Н. В., Андриевский О. А., Кузнецов М. Д., Леготкина Т. С., Никулин В. С., Сторожев С. А., Хижняков Ю. Н., Южаков А. А. Нейронечеткое управление выбросами вредных веществ авиационного газотурбинного двигателя 348

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А. Разработка метода формирования траекторий движения группы подводных роботов в среде с препятствиями во время их обхода 356

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Шевченко А. М., Начинкина Г. Н., Городнова М. В. Разработка энергетического метода и исследование алгоритмов прогнозирования траектории взлета самолета 366

Буряк Ю. И., Скрынников А. А. Алгоритм рационального планирования и распределения ресурсов при подготовке группы летательных аппаратов к применению в условиях неопределенности 375

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в БД RSCI на платформе Web of Science.

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
http://novtex.ru/mech, e-mail: mech@novtex.ru

© Издательство "Новые технологии", "Мехатроника, автоматизация, управление", 2020

THEORETICAL AND APPLIED SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 21
2020
No. 6

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000 ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online) DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief
FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:
BOLSHAKOV A. A.
PODURAEV Yu. V.
YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:
BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:
ANSHAKOV G. P.
BOLOTNIK N. N.
CHENTSOV A. G.
CHERNOUSKO F. L.
FEDOROV I. B.
KALYAEV I. A.
KURZHANSKI A. B.
KUZNETSOV N. A.
MIKRIN E. A.
PESHEKHONOV V. G.
REZCHIKOV A. F.
SCHERBATYUK A. F.
SEBRYAKOV G. G.
SIGOV A. S.
SOJFER V. A.
SOLOMENTSEV Yu. M.
VASSILYEV S. N.
YUSUPOV R. M.
ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:
ALIEV T. A., Azerbaijan
DORANTES D. J., PhD, Turkey
GARASCHENKO F. G., Ukraine
GROUMPOS P. P., PhD, Greece
ISIDORI A., PhD, Italy
KATALINIC B., PhD, Austria
LIN CH.-Y., PhD, Taiwan
MASON O. J., PhD, Ireland
ORTEGA R. S., PhD, France
SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA
STRZELECKI R. M., PhD, Poland
SUBUDHI B. D., PhD, India
TROFIMENKO Ye. Ye., Belarus
BOBTSOV A. A.
BUKOV V. N.
ERMOLOV I. L.
FILARETOV V. F.
FRADKOV V. L.
FURSOV V. A.
ILYASOV B. G.
KOROSTELEV V. F.
LEBEDEV G. N.
LOKHIN V.M.
PAVLOVSKY V. E.
PUTOV V. V.
PSHIKHOPOV V. Kh.
RAPOPORT E. Ya.
SERGEEV S. F.
YUREVICH E. I.
ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:
BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:
ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

Karabutov N. N. S-synchronization Structural Identifiability and Identification of Nonlinear Dynamic Systems 323

AUTOMATION AND CONTROL TECHNOLOGICAL PROCESSES

Rzayev A. H., Guluyev G. A., Pashayev F. H., Rzayev As. H., Asadova R. Sh. Mathematical Models for Determining the Distribution of Fluid Flow Temperature along the Wellbore and Horizontal Pipeline 337

Andrievskaya N. V., Andrievskiy O. A., Kuznetsov M. D., Legotkina T. S., Nikulin V. S., Storozhev S. A., Khizhnyakov Y. N., Yuzhakov A. A. Neuro-Fuzzy Harmful Substances Control of Aircraft Gas Turbine Engine 348

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

Filaretov V. F.,Yukhimets D. A. The Path Planning Method for AUV Group Moving in Environment with Obstacles 356

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

Shevchenko A. M., Nachinkina G. N., Gorodnova M. V. Development of the Energy Method and Study of Algorithms for Predicting the Takeoff Trajectory of Aircraft 366

Buryak Yu. I., Skrynnikov A. A. The Algorithm of Rational Planning and Resource Allocation in Preparing a Group of Aircraft for Use in Conditions of Uncertainty 375

Information about the journal is available online at:
http://novtex.ru/mech.html, e-mail: mech@novtex.ru

© Издательство "Новые технологии", "Мехатроника, автоматизация, управление", 2020

УДК 681.5.015 DOI: 10.17587/mau.21.323-336

Н. Н. Карабутов, д-р техн. наук, проф., kn22@yandex.ru,
МИРЭА (Российский технологический университет), г. Москва,
Московская государственная акдемия водного транспорта

S-синхронизация, структурная идентифицируемость и идентификация нелинейных динамических систем

Предложен подход к анализу структурной идентифицируемости нелинейных динамических систем в условиях неопределенности. Показано, что структурная идентифицируемость нелинейной системы возможна только в случае выполнения условия S-синхронизации. Рассмотрены условия, при которых можно получить модель для выделения нелинейной части системы. Предложен способ получения множества, содержащего информацию о нелинейной части системы. Введен класс геометрических структур, которые отражают состояние нелинейной части системы. Геометрические структуры определены на указанном множестве. Приведены условия структурной неразличимости геометрических структур на множестве S-синхронизирующих входов. Рассмотрены условия локальной идентифицируемости нелинейной части. Показано, что не S-синхронизирующий вход дает незначимую геометрическую структуру, что ведет к структурной неидентифицируемости нелинейной части системы. Описан способ оценки структурной идентифицируемости нелинейной части. Приведены условия параметрической идентифицируемости линейной части системы. Показано, что структурная идентифицируемость является основой для структурной идентификации системы. Предложен метод иерархического погружения для оценки структурных параметров нелинейной системы. Показан пример его применения.

Ключевые слова: *структура, нелинейная динамическая система, структурная идентифицируемость, S-синхронизируемость, иерархическое погружение, структурная идентификация, гистерезис Бука—Вена*

Введение

Проблема идентификации динамических систем, несмотря на множество полученных результатов, продолжает оставаться одной из актуальных областей исследования. Получены основополагающие результаты по параметрической идентификации систем. Наряду с этим выполнялись исследования по оценке идентифицируемости динамических систем. Подход к оценке идентифицируемости основан на идеях Р. Калмана [1]. Дальнейшее развитие этих идей дано в работах [2, 3]. Р. Ли [2] дает определение идентифицируемости.

Рассматривается система

$$X_{n+1} = AX_n, \qquad y_n = C^{\mathrm{T}} X_n, \tag{1}$$

где $X_n \in R^m$ — состояние системы; $A \in R^{m\times m}$, $y_n \in R$ — выход системы; $n = J_n = [0, N]$ — дискретное время.

Ставится задача: определить условия, при каких можно идентифицировать систему на основе множества

$$I_o = \{y_n, n = \overline{0, N}, N < \infty\}. \tag{2}$$

Условие n-идентифицируемости сводится к тому, чтобы матрица $[X_0 | AX_0 | A^2X_0 | \ldots | A^{m-1}X_0]$ была невырожденной. Приведены условия 1-идентифицируемости. В работе [2] рассмотрен случай идентифицируемости, когда порядок динамической системы меньше m.

Из вышесказанного следует, что оценка идентифицируемости системы (1) выполняется в параметрическом пространстве. Назовем ее IP-идентифицируемостью (IPI). Исследованию IPI посвящено множество публикаций. В них в отличие от подхода, изложенного в работе [2], результаты идентифицируемости пытаются представить в виде, принятом в задачах параметрического оценивания. В работе [4] введено понятие структурной идентифицируемости.

Показано, что локальная идентифицируемость является необходимым условием глобальной идентифицируемости. Параметр, который является структурно локально идентифицируемым, но не является структурно глобально идентифицируемым, называется *структурно глобально неидентифицируемым.* Параметр, который не является структурно локально идентифицируемым, называется *структурно локально неидентифицируемым.* Для проверки структурной идентифицируемости могут применяться различные подходы и методы [5, 6]. В работе [7] введено понятие локальной параметрической идентифицируемости и дано его теоретическое обоснование. Рассматривается система, описываемая системой дифференциальных уравнений

$$\dot{X} = F(t, X, P), \;\; X(t_0) = X_0, \qquad (3)$$

где $X_n \in R^m$ — состояние системы; $P \in R^m$ — вектор параметров; $F(\cdot)$ — нелинейная вектор-функция.

Замечание 1. В большинстве работ, посвященных рассматриваемой проблеме и доступных автору, речь не идет об оценке структуры системы в общепринятом в теории идентификации смысле. Поэтому понятие структурной идентифицируемости не отражает суть рассматриваемой проблемы. Но так как эта терминология активно применяется в задачах оценки идентифицируемости, то в этом разделе будем придерживаться этой терминологии, чтобы продолжить анализ полученных результатов.

Другие подходы к оценке структурной идентифицируемости рассмотрены в работах [8—10].

Много работ посвящены IP-идентифицируемости нелинейных систем (см. например, [9—12]). В работе [10] для исследования идентифицируемости применяется подход, основанный на анализе чувствительности системы по выходу. Показана эффективность данного подхода при исследовании идентифицируемости комбинации параметров системы. В работе [9] получены локальные условия параметрической идентифицируемости при различных вариантах измерения экспериментальных данных. Критический анализ подходов, применяемых для оценки идентифицируемости биологических моделей, дан в статье [11]. Рассмотрены модели оценки идентифицируемости нелинейных систем на основе разложения в ряд Тейлора, таблиц идентифицируемости и алгебры дифференциалов. Вопросам исследования практической идентифицируемости посвящена работа [12]. Дано применение предлагаемого подхода к задачам биологии. Эти же вопросы рассматриваются в статьях [13, 14].

В работе [15] рассмотрены вопросы идентифицируемости модели, описываемой системой одновременных уравнений

$$BY_n + \Gamma X_n = U_n, \qquad (4)$$

где $B \in R^{m\times m}$ — невырожденная матрица; $X_n \in R^k$ — экзогенный вектор (внешних) переменных; $\Gamma \in R^{m\times k}$; $U_n \in R^m$ — вектор внешних случайных возмущений; $Y_n \in R^m$ — вектор эндогенных переменных. Известны априорная информация о внешних и внутренних переменных, случайном характере U_n, ограничения на коэффициенты и правило нормализации переменных. Введены понятия наблюдаемо эквивалентных структур; параметра, идентифицируемого на структуре; идентифицируемой структуры. Рассмотрены различные случаи задания априорной информации о структуре и получены условия идентифицируемости в виде ранга матрицы, зависящей от переменных системы (3).

Замечание 2. Несмотря на то, что система (4) относится к классу статических, ее идентификация представляет определенный интерес в плане постановки задачи. Здесь также фигурирует понятие "структура". В рамках дальнейшего изложения будет полезно сравнить существующие трактовки и постановки задач структурной идентифицируемости.

В работе [16] введено понятие идентифицируемости и гладкой идентифицируемости для нелинейных систем. Показана связь между ними. В работе [17] установлена связь между идентифицируемостью и наблюдаемостью нелинейных биологических систем. Вопросы структурной идентифицируемости систем временных рядов, описываемых нелинейными регресионными и авторегрессионными уравнениями, рассмотрены в работе [18]. В статье [19] для нелинейных процессов в биологии сделана попытка оценки совместной наблюдаемости, управляемости и достижимости системы.

Итак, проведенный анализ показывает, что под идентифицируемостью модели понимают возможность оценки ее параметров. Предлагаемые методы основаны на оценке невырожденности информационной матрицы. Аналогичные

результаты получены в теории параметрического оценивания, и условие невырожденности (полноты ранга) матрицы представлено в легко проверяемом условии предельной невырожденности входа и выхода системы. Как правило, структура модели задается априори, и поэтому не всегда понятно, какой смысл вкладывается в понятие структурной локальной идентифицируемости. Понятие структуры широко эксплуатируется в задачах оценки идентифицируемости. Идентифицируемость нелинейной системы также сводится к задаче параметрической идентифицируемости на основе применения различных методов линеаризации модели по параметрам. Эта обширная область исследований не охватывает задачи структурной идентифицируемости нелинейных динамических систем в следующем смысле: можно ли в условиях неопределенности принять решение об оценке структуры (формы, зависимости) нелинейной части системы. Задача в таком виде не ставилась. В таком разрезе рассматриваются именно структурные аспекты идентифицируемости системы. Кроме того, не рассматривался вопрос: какой вход, даже обладающий свойством предельной невырожденности (постоянства возбуждения), позволяет обеспечить структурную идентифицируемость системы в указанном выше смысле. Данная постановка впервые была предложена в работе [20].

В данной работе рассматривается задача структурной идентифицируемости нелинейной системы. Следует заметить, что сама по себе это очень сложная проблема, так как до настоящего времени не разработаны методы формализации структуры системы. Понятие структурной идентифицируемости (h-идентифицируемости) было введено в работе [20]. В отличие от изложенных выше методов предлагаемый подход направлен на решение задачи оценки структуры нелинейной части динамической системы. Он основан на анализе специального класса структур, отражающих состояние нелинейной части системы. Ниже дается изложение и обобщение результатов, полученных в работах [21, 22].

Постановка задачи

Рассмотрим систему

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + B_\varphi \varphi(y) + B_u u, \\ y &= C^{\mathrm{T}} X, \end{aligned} \tag{5}$$

где $u \in R$, $y \in R$ — вход и выход системы; $A \in R^{q\times q}$, $B_u \in R^q$, $B_\varphi \in R^q$, $C \in R^q$ — матрицы соответствующих размерностей; $\varphi(y)$ — некоторая скалярная нелинейная функция. Матрица A является гурвицевой. Далее полагаем, что $B_\varphi = B_u = I = [0, 0, ..., 0,1]^{\mathrm{T}}$, $C = [1, 0, ..., 0]^{\mathrm{T}}$.

Относительно структуры функции $\chi = \varphi(y)$ могут делаться различные предположения. Они определяются уровнем априорной информации. При наличии априорной информации могут применяться методы, основанные на процедурах линеаризации [23]. При исследовании абсолютной устойчивости нелинейных систем относительно $\chi = \varphi(y)$ полагают, что [24]

$$\chi \in \mathcal{F}_\varphi = \{\varphi(\xi)\xi \geqslant \xi^2,\ \xi \neq 0,\ \varphi(0) = 0\}, \tag{6}$$

где $\xi \in R$ — вход нелинейного элемента. ξ является линейной комбинацией переменных состояния. Дальнейшим обобщением условия (6) является секторное условие, задающее область, которой принадлежит нелинейная функция:

$$\begin{gathered} \chi \in \mathcal{F}_\varphi = \{\gamma_1\xi^2 \leqslant \varphi(\xi)\xi \leqslant \gamma_2\xi^2,\ \xi \neq 0, \\ \varphi(0) = 0,\ \gamma_1 \geqslant 0, \gamma_2 < \infty\}. \end{gathered} \tag{7}$$

Часто нелинейная часть системы (5) может описываться статическими зависимостями. Поэтому далее рассматривается случай системы (5) с $\varphi(y)$, описываемой статическим (алгебраическим) уравнением. Будем считать, что функция $\varphi(y)$ является гладкой.

Пусть для системы (5) известно информационное множество

$$\mathrm{I}_o = \{u(t), y(t),\ t \in J = [t_0, t_k]\}. \tag{8}$$

Задача: на основе анализа и обработки I_o оценить структурную идентифицируемость (СИ) и структуру нелинейной части системы (5).

В силу отмеченных во введении причин применение параметрических методов идентификации в условиях неопределенности не позволяет подойти к решению задачи СИ. Поэтому воспользуемся подходом к структурной идентификации, предложенным в работе [22]. Он основан на переходе в специальное структурное пространство и построении структур S_{ey}, отражающих свойства нелинейной части (5). Анализ S_{ey} напрямую связан с решением задачи структурной идентифицируемости системы. Чтобы отличить излагаемый далее подход от IP-идентифицируемости, ниже будут исполь-

зоваться термин h-идентифицируемости (HI). Изложим метод построения S_{ey}-структуры.

Метод построения S_{ey}-структуры

Построение S_{ey}-структуры требует предварительного формирования множества $I_{N,\,g}$, содержащего информацию о функции $\varphi(y)$. Изложим способ получения $I_{N,\,g}$, следуя работе [25].

Множество для формирования S_{ey}-структуры

Применим к $y(t)$ операцию дифференцирования и обозначим полученную переменную x_1. Учет x_1 приводит к расширению информационного множества I_o:$\mathrm{I}_{ent} = \{\mathrm{I}_o, x_1\}$.

Замечание 3. Если переменные u, y измеряются с ошибкой, то к u, y следует применить процедуру фильтрации или сглаживания.

Выделим подмножество $\mathrm{I}_g \subset \mathrm{I}_{ent}$, соответствующее частному решению системы (5) (установившемуся состоянию). Множество $\mathrm{I}_g = \mathrm{I}_{ent} \backslash \mathrm{I}_{tr}$ не содержит данные I_{tr} о переходном процессе в системе. Применим математическую модель

$$\hat{x}_1^l(t) = H^{\mathrm{T}}[1\ u(t)\ y(t)]^{\mathrm{T}}, \qquad (9)$$

для выделения линейной составляющей в x_1. Переменная x_1 определена на интервале $J_g = J \backslash J_{tr}$. Здесь $H \in R^3$ — вектор параметров модели.

Определим вектор H как решение задачи

$$\min_H Q(e)\big|_{e=\hat{x}_1^l - x_1} \to H_{opt},$$

где $Q(e) = 0{,}5e^2$.

Найдем прогноз для переменной x_1 на основе модели (9) $\forall t \in \mathrm{I}_g$ и сформируем ошибку $e(t) = \hat{x}_1^l(t) - x_1(t)$. $e(t)$ зависит от нелинейности $\varphi(y)$ в системе (5). Итак, получено множество $\mathrm{I}_{N,\,g} = \{y(t),\ e(t)\ t \in J_g\}$. Далее будем применять обозначение $y(t)$, полагая, что $y(t) \in \mathrm{I}_{N,\,g}$.

Замечание 4. Выбор структуры модели (9) является одним из этапов структурной идентификации системы (5). Результаты моделирования показывают, что модель (9) применима в системах идентификации объектов со статическими нелинейностями. Решение задачи выбора структуры модели (9) для более сложного класса нелинейностей дано в работе [21].

Структуры S_{ey}, S_{ek}

Анализ свойств системы (5) на основе фазового портрета S, описываемого функцией Γ:$\{y\} \to \{y'\}$, в условиях неопределенности не всегда позволяет сделать заключение о нелинейных свойствах системы. Поэтому воспользуемся множеством $\mathrm{I}_{N,\,g}$ и перейдем в пространство $\mathcal{P}_{ye} = (y,\ e)$, которое будем называть структурным.

Рассмотрим функцию $\forall t \in J_g$, которая на плоскости $(y,\ e)$ описывает изменение структуры S_{ey}. Так как $\mathrm{I}_{N,\,g}$ содержит информацию о $\varphi(y)$, то S_{ey} будет в обобщенном виде описывать изменение нелинейной функции. Чтобы получить представление о $\varphi(y)$, вход системы (5) должен удовлетворять определенным условиям. Он должен обладать свойством постоянства возбуждения (предельной невырожденности). Такой вход позволяет получить замкнутую структуру S_{ey}. В некоторых случаях может применяться также структура S_{ek}, которая описывается функцией Γ_{ek}:$\{k_s\} \to \{e\}$, где $k_s(t) \in R$ — коэффициент структурности [21]:

$$k_s(t) = \frac{e(t)}{y(t)}.$$

В результате применения модели (9) система (5) может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} &S_y : \begin{cases} \dot{\tilde{X}} = A\tilde{X} + I\zeta, \\ \tilde{y} = C^{\mathrm{T}}\tilde{X}, \end{cases} \\ &S_\varphi : e = f\left(y, x_1\right), \end{aligned} \qquad (10)$$

где $\tilde{X} \in R^q$ — переменная, описывающая общее решение системы (5); $\zeta \in R$ — ограниченное возмущение, возникающее в результате применения процедуры определения переменной e.

Рассмотрим проблему идентифицируемости систем S_y, S_φ.

О необходимости оценки *h*-идентифицируемости нелинейной системы

Из введения следует, что основное внимание при исследовании идентифицируемости систем уделено вопросам IP-идентифицируемости. Как показывают результаты моделирования [20], сведение проблемы СИ нелинейных систем к IP-идентифицируемости не всегда оправдано. Такой подход справедлив только в условиях априорной определенности. Часто для системы априорная информация может отсутствовать или быть неполной. Поэтому применение различных процедур аппроксимации нелинейности может привести к неадекватно-

му учету свойств системы. Это может вызвать сложности, которые отмечены в работе [28]. Поэтому вопрос структурной идентифицируемости требует детального изучения. В дальнейшем данную проблему будем трактовать как h-идентифицируемость.

h-идентифицируемость и $\mathcal{S}$-синхронизирумость

Замечания, сделанные в разделе "Метод построения $\mathcal{S}_{ey}$-структуры", показывают, что подходы, применяемые для оценки IP-идентифицируемости, являются неприменимыми в случае оценки h-идентифицируемости. Ниже излагается подход к оценке HI, предложенный в работе [25].

Система S_φ

Рассмотрим систему S_φ и свойства $\mathrm{I}_{N,g}$, позволяющие решить задачу структурной идентификации, а следовательно, и h-идентифицируемости. Анализ $\mathrm{I}_{N,g}$ позволяет определить важные свойства информационного множества I_o.

Пусть выполняются следующие условия.

B1. Исходное множество I_o дает решение задачи параметрической идентификации модели (5). Это значит, что вход $u(t)$ является предельно невырожденным на интервале J.

B2. Вход $u(t)$ обеспечивает получение информативной структуры $\mathcal{S}_{ey}(\mathrm{I}_{N,g})$. Это означает, что анализ $\mathcal{S}_{ey}$ дает решение задачи оценки нелинейных свойств системы (5).

Определение 1. Вход $u(t)$ будем называть представительным, если он удовлетворяет условиям B1, B2.

Пусть структура $\mathcal{S}_{ey}$ является замкнутой, и ее площадь не равна нулю. Обозначим высоту $\mathcal{S}_{ey}$ через $h(\mathcal{S}_{ey})$, где высота понимается как расстояние между двумя точками противоположных сторон структуры $\mathcal{S}_{ey}$.

Теорема 1 [25]. *Пусть: 1) линейная часть системы (5) является устойчивой, а нелинейность* $\varphi(\cdot)$ *удовлетворяет условию (7); 2) вход* $u(t)$ *является ограниченным, кусочно-непрерывным и предельно невырожденным; 3) существует такое* $\delta_S > 0$, *что* $h(\mathcal{S}_{ey}) \geqslant \delta_S$. *Тогда структура* $\mathcal{S}_{ey}$ *является идентифицируемой на множестве* $\mathrm{I}_{N,g}$.

Определение 2. Структуру $\mathcal{S}_{ey}$, имеющая указанные свойства, называется h-идентифицируемой.

Предположим, что $\mathcal{S}_{ey}$ является h-идентифицируемой.

Особенности понятия h-идентифицируемости отмечены в работе [20].

Следует отметить, что может существовать "плохой" вход, который удовлетворяет условию предельной невырожденности. Такой вход может давать так называемую незначимую $\mathcal{S}_{ey}$-структуру ($\mathcal{NS}_{ey}$-структура). Но при этом $\mathcal{NS}_{ey}$-структура может быть h-идентифицируемой. Идентификация нелинейности в условиях неопределенности на основе анализа $\mathcal{NS}_{ey}$-структуры может давать результаты, нетипичные для исследуемой системы.

Приведем условия существования $\mathcal{NS}_{ey}$-структуры. Рассмотрим класс нелинейных функций, к которым применима операция гомотетии. Гомотетия [26] представляет собой метод получения одной части геометрической фигуры из другой на основе ее поворота и растяжения около определенной точки на плоскости (y, e). Этот подход применим для нелинейностей, симметричных относительно некоторой точки или прямой.

Пусть $\mathcal{S}_{ey} = \mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}} \cup \mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$, где $\mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}}, \mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$ — левый и правый фрагменты $\mathcal{S}_{ey}$. Определим для $\mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}}, \mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$ секущие

$$\gamma^r_S = a^r y, \;\; \gamma^l_S = a^l y, \tag{11}$$

где a^l, a^r — числа, определяемые с помощью метода наименьших квадратов (МНК).

Теорема 2 [21]. *Пусть: 1) структура* $\mathcal{S}_{ey}$ *является h-идентифицируемой и имеет вид* $\mathcal{S}_{ey} = F^l_{\mathcal{S}_{ey}} \cup F^r_{\mathcal{S}_{ey}}$, *где* $\mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}}, \mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$ *— левый и правый фрагменты* $\mathcal{S}_{ey}$; *2) секущие для* $\mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}}, \mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$ *описываются уравнениями (11). Тогда* $\mathcal{S}_{ey}$ *является* $\mathcal{NS}_{ey}$-структурой, если

$$\|a^l| - |a^r\| > \delta_h, \tag{12}$$

где $\delta_h > 0$ *— некоторое заданное число.*

Замечание 5. Теорема 2 может быть доказана на основе гомотетии множеств [26]. Она основана на оценке близости множеств $\mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}}, \mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$. Подход, основанный на методе секущих, является более простым в реализации.

Замечание 6. $\mathcal{NS}_{ey}$-структуры характерны для систем с многозначными нелинейностями. Часто они являются результатом неадекватного применения входных воздействий.

Рассмотрим структуру $\mathcal{S}_{ey}$. Введем обозначения: $\mathcal{D}_y = \mathrm{dom}(\mathcal{S}_{ey})$ — область определения $\mathcal{S}_{ey}$, $D_y = D_y(\mathcal{D}_y) = \max\limits_t y(t) - \min\limits_t y(t)$ — диаметр $\mathcal{D}_y$.

Пусть $u(t) \in \mathrm{U}$, где U — допустимое множество входов для системы (5). Множество U содержит представительные входы.

Определение 3. Вход $u(t) \in \mathrm{U_S} \subseteq \mathrm{U}$ будем называть S-синхронизирующим систему (5), если на множестве $\{y(t), t \in J\}$ область определения $\mathcal{D}_y$ структуры $\mathcal{S}_{ey}$ имеет максимальный диаметр D_y.

Рассмотрим эталонную структуру $\mathcal{S}_{ey}^{ref}$, под которой понимаем структуру $\mathcal{S}_{ey}$, позволяющую отразить все свойства функции $\varphi(y)$. Обозначим диаметр $D_y(\mathcal{S}_{ey}^{ref})$ через D_y^{ref}. D_y^{ref} существует для системы (5), для которой вход является S-синхронизирующим.

Из определений 2, 3 следует, что если $\mathcal{S}_{ey} \cong \mathcal{S}_{ey}^{ref}$, то $\left|D_y - D_y^{ref}\right| \leqslant \varepsilon_y$, где $\varepsilon_y \geqslant 0$, $\cong$ — знак близости. Элементы подмножества $\mathrm{U_S}$ обладают свойством

$$\left|D_y(\mathcal{S}_{ey}(u(t)\big|_{u\in \mathrm{U_S}})) - D_y^{ref}\right| \leqslant \varepsilon_y. \qquad (13)$$

Синхронизацию $u(t) \in \mathrm{U}$ будем понимать как выбор такого входа $u_h(t) \in \mathrm{U}$, который позволяет отразить все особенности $\mathcal{S}_{ey}$, характерные для $\varphi(y)$. Это возможно только в случае, когда $u(t)$ обеспечивает $\max\limits_{u_h} D_y$. В отличие от понятия синхронизации, принятого в теории колебаний, здесь выбор свойств входа направлен на возможность получения структуры $\mathcal{S}_{ey} \neq \mathcal{NS}_{ey}$. Так как такой подбор $u_h(t) \in \mathrm{U}$ можно трактовать как синхронизацию между структурами модели и системы, то выполнение условия $d_{h,y} = \max\limits_{u_h} D_y$ приводит к h-идентифицируемости системы. Условие h-идентифицируемости принимает вид

$$\left|D_y(\mathcal{S}_{ey}(u(t)\big|_{u\in \mathrm{U_S}})) - d_{h,y}\right| \leqslant \varepsilon_y, \qquad (14)$$

а

$$\left|D_y(\mathcal{S}_{ey}(u(t)\big|_{u\in \mathrm{U}\setminus \mathrm{U_S}})) - d_{h,y}\right| > \varepsilon_y \qquad (15)$$

есть условие появления $\mathcal{NS}_{ey}$.

Итак, представлено два критерия (12) и (15) существования незначимой структуры $\mathcal{S}_{ey}$. В этом случае структура системы S_φ, а следовательно, и системы (5) является структурно неидентифицируемой.

Пусть вход $u_h(t)$ синхронизирует множество $\mathcal{D}_y$. Если $u(t)$ является S-синхронизирующим, то будем писать $u_h(t) \in \mathrm{S}$. Заметим, что для системы (5) существует конечное множество $\{u_h(t)\} \in \mathrm{S}$. Выбор оптимального $u_h(t)$ зависит от $d_{h,y}$ и условия (14). Обеспечение условия (14) является одной из предпосылок структурной идентифицируемости системы (5).

Определение 4. Структуру $\mathcal{S}_{ey}$ (систему (5)) будем называть структурно идентифицируемой или h_{δ_h}-идентифицируемой, если $\mathcal{S}_{ey}$ является h-идентифицируемой и выполняются условия $\|a^r| - |a^r\| \leqslant \delta_h$ и (13).

Из этого определения следует, что если система (5) h_{δ_h}-идентифицируема, то структура $\mathcal{S}_{ey}$ имеет максимальный диаметр области $\mathcal{D}_y$.

Пусть структура $\mathcal{S}$ содержит m особенностей. Под особенностями функции $\varphi(y)$ будем понимать как потерю непрерывности на интервале I_y^j (множество, на котором изменяется i-е свойство), так и точки перегиба функции или экстремумы. Эти особенности являются признаками нелинейности исследуемой функции.

Определение 5. Модель (9) будем называть *SM*-идентифицирующей, если структура $\mathcal{S}_{ey}$ является h_{δ_h}-идентифицируемой.

Теорема 3 [22]. *Пусть: 1) вход u(t) является предельно невырожденным и обеспечивает S-синхронизацию системы (5); 2) фазовый портрет $\mathcal{S}$ системы (5) содержит m особенностей; 3) $\mathcal{S}_{ey}$-структура является h_{δ_h}-идентифицируемой и содержит фрагменты, соответствующие особенностям фазового портрета $\mathcal{S}$. Тогда модель (9) является SM-идентифицируемой.*

Теорема 3 показывает, что если модель (9) не является SM-идентифицирующей, то необходимо менять структуру модели (9) или информационное множество для ее построения.

Рассмотрим структуру $\mathcal{S}_{ey}$. Обозначим $c_{\mathcal{S}}$ — центр структуры $\mathcal{S}_{ey}$ на множестве $J_y = \{y(t)\}$, а центр области $\mathcal{D}_y$ — $c_{\mathcal{D}_y}$.

Теорема 4. *Пусть на множестве U_S синхронизирующих входов u(t) системы (5): 1) существует такое $\varepsilon \leqslant 0$, что $\left|c_{\mathcal{S}} - c_{\mathcal{D}_y}\right| \leqslant \varepsilon$; 2) выполняется условие $\|a^l| - |a^r\| \leqslant \delta_h$, где a^l, a^r — коэффициенты секущих (11). Тогда система (5) является h_{δ_h}-идентифицируемой, а вход $u_h(t) \in S$.*

Доказательство теоремы 4. Рассмотрим вход $u_h(t) \in \mathrm{U_S}$. Так как выполняется условие $|a^l| - |a^r\| \leqslant \delta_h$, то структура $\mathcal{S}_{ey}$ является симметричной относительно точки $c_{\mathcal{S}}$ на плоскости (y, e). Следовательно, диаметры областей определения фрагментов $\mathcal{F}_{\mathcal{S}_{ey}}^l$, $\mathcal{F}_{\mathcal{S}_{ey}}^r$ структуры $\mathcal{S}_{ey}$ совпадают с точностью до некоторой величины $e_{\mathcal{F}} \geqslant 0$ на множестве $\{y(t)\}$, т. е.

$$\left|D_{\mathcal{F}_S^l}(\mathcal{D}_{\mathcal{F}_S^l}) - D_{\mathcal{F}_S^r}(\mathcal{D}_{\mathcal{F}_S^r})\right| \leqslant \varepsilon_{\mathcal{F}}, \qquad (16)$$

где $\mathcal{D}_{F_S^l}, \mathcal{D}_{F_S^r}$ — области определения $\mathcal{F}_{S_{ey}}^l, \mathcal{F}_{S_{ey}}^r$. Тогда центр структуры $\mathcal{S}_{ey}$ равен $c_{D_y} = 0,5(\mathcal{D}_{F_S^l}, \mathcal{D}_{F_S^r})$. Так как $D_{\mathcal{F}_S^l} + D_{\mathcal{F}_S^r} = D_y$, то существует такое $\varepsilon \geqslant 0$, что $\left|c_S - c_{D_y}\right| \leqslant \varepsilon$. Выполнение условий 1), 2) гарантирует, что $u(t) = u_h(t)$ и $\mathcal{d}_{h,y} = \max\limits_{u_h} D_y$. Следовательно, при $u_h(t)$ структура $\mathcal{S}_{ey}$ будет содержать все особенности, характерные для функции $\varphi(y)$. Отсюда следует, что $u_h(t) \in \mathrm{S}$, а система (5) является h_{δ_h}-идентифицируемой. ■

Может существовать некоторое подмножество $\{u_{h,\,i}(t)\} \subset \mathrm{U_S} \subseteq \mathrm{U}$ $(i \geqslant 1)$, элементы которого обладают свойством S-синхронизируемости. Каждому $u_{h,\,i}(t)$ соответствует структура $\mathcal{S}_{ey,\,i}(u_{h,\,i})$ с диаметром $D_{y,\,i}$ области определения $\mathcal{D}_{y,\,i}$. Так как $u_{h,\,i}(t) \in \mathrm{S}$, то диаметры $D_{y,\,i}$ будут обладать свойством $\mathcal{d}_{h,\,\Sigma}$-оптимальности. Пусть гипотетическая структура $\mathcal{S}_{ey}$ (структура $\mathcal{S}_{ey}^{ref}$) системы (5) имеет диаметр $\mathcal{d}_{h,\,\Sigma}$.

Определение 6. Структура $\mathcal{S}_{ey,\,i}$ обладает свойством $\mathcal{d}_{h,\,\Sigma}$-оптимальности на множестве U_h, если существует такое $\varepsilon_\Sigma > 0$, что $|\mathcal{d}_{h,\,\Sigma} - D_{y,\,i}| \leqslant \varepsilon_\Sigma$ $\forall i = \overline{1, \#\mathrm{U}_h}$ (здесь и далее # — мощность множества).

Определение 7. Если существует подмножество входов $\{u_{h,\,i}(t)\} = \mathrm{U}_h \subset \mathrm{U}$ $(i \geqslant 1)$, элементы которого $u_{h,\,i}(t) \in \mathrm{S}$ и соответствующие им структуры $\mathcal{S}_{ey,\,i}(u_{h,\,i})$ обладают свойством $\mathcal{d}_{h,\,\Sigma}$-оптимальности, то структуры $\mathcal{S}_{ey,\,i}(u_{h,\,i})$ являются структурно неразличимыми на множествах $\{u_{h,\,i}(t)\}$, $J_y(u(t) = u_{h,\,i}(t))$.

Из определений 6, 7 следует, что в случае существования множества U_h оценку h_{δ_h}-идентифицируемости можно получить по любому входу $u(t) \subset \mathrm{U}_h$.

Определение 8. Структуры $\mathcal{S}_{ey,\,i}(u_{h,\,i})$, обладающие свойством $\mathcal{d}_{h,\,\Sigma}$-оптимальности, будем называть локально структурно идентифицируемыми на множестве U_h.

Структуру $\mathcal{S}_{ey,\,i}(u_{h,\,i})$, обладающую свойством $\mathcal{d}_{h,\,\Sigma}$-оптимальности, будем обозначать $\mathcal{S}_{ey,i}^{\Sigma}$, а локально структурно идентифицируемую структуру $\mathcal{S}_{ey,\,i}(u_{h,\,i})$ — $\mathcal{S}_{ey,i}^{LSI}$.

Итак, из изложенного выше следует, что структура $\mathcal{S}_{ey}$ является локально структурно идентифицируемой на множестве $\mathrm{U}_h \subseteq \mathrm{U_S}$, если

$$(\exists u_h \in \mathrm{S}), \text{ что } (\mathcal{S}_{ey} \cong \mathcal{S}_{ey}^{\Sigma}) \to \mathcal{S}_{ey} \cong \mathcal{S}_{ey}^{LSI}. \quad (17)$$

Замечание 7. Здесь рассматривается случай симметричных нелинейностей. Поэтому остаются справедливыми сделанные выше замечания и условия существования $\mathcal{NS}_{ey}$-структуры. Если нелинейная функция не обладает свойством симметрии, то требуется дальнейшее исследование данной проблемы. Это связано с тем, что любая нелинейность имеет свои особенности и их учет возможен только при имеющейся априорной информации о системе.

Определение 9. Структуры $\mathcal{S}_{ey,\,i}$ $(u_h \notin \mathrm{U_S})$, не обладающие свойством $\mathcal{d}_{h,\,\Sigma}$-оптимальности, будем называть локально структурно неидентифицируемыми на множестве U_h.

Замечание 8. Изложенный подход применим к нелинейной системе с динамическим законом изменения нелинейности, где требуется многоуровневый анализ идентифицируемости структур. Ниже на примере будет рассмотрен метод иерархического погружения [21].

Система S_y

Рассмотрим систему S_y, которая описывает почти общее решение системы (5). Понятие "почти общее" связано с наличием возмущения $\zeta \in R$, которое появляется в результате применения модели (9). Условия идентифицируемости такой системы известны. Единственная особенность связана со свойствами ζ. Предполагаем, что $u \in \mathcal{PE}_\alpha$, где $\mathcal{PE}_\alpha$ — свойство предельной невырожденности

$$\mathcal{PE}_\alpha\colon u^2(t) \geqslant \alpha,$$

справедливо для $\exists\alpha > 0$ и $\forall t \geqslant t_0$ на некотором интервале $T > 0$.

Так как модель (9) является *SM*-идентифицирующей, то $\zeta \in \mathcal{PE}_{\tilde{\alpha}}$, $\tilde{\alpha} > 0$. Матрица A является гурвицевой, поэтому $\mathrm{Re}\lambda_i < 0$.

Для получения условия идентифицируемости рассмотрим передаточную функцию S_y

$$y = C^{\mathrm{T}}(sI_q - A)^{-1} I\zeta, \quad (18)$$

где $I_q \in R^{q\times q}$ — единичная матрица, $s = d/dt$. Пусть $A \in R^{q\times q}$ является матрицей Фробениуса с вектором параметров $A_S \in R^q$, $A_S = [a_{s,1}, a_{s,2}, \ldots, a_{s,q}]^{\mathrm{T}}$. Разделим левую и правую части (18) на полином $v(s) = \prod\limits_{i=1}^{q-1}(s + \mu_i)$, где $\mu_i > 0$. Тогда для y получим следующее идентификационное представление:

$$y(s) = \\ = s^{-1}\left\{b_1\zeta(s) - a_1 y(s) + \sum_{i=2}^{q}(b_i\zeta(s) + a_i y(s))\frac{1}{s+\mu_i}\right\}. \quad (19)$$

Из соотношения (19) имеем следующее уравнение для y:

$$\dot{y} = -a_1 y + \sum_{i=2}^{g} (a_i p_{yi} + b_i p_{\zeta i}) + b_1 \zeta; \qquad (20)$$
$$\dot{p}_{yi} = -\mu_i p_{yi} + y, \quad \dot{p}_{\zeta i} = -\mu_i p_{\zeta i} + \zeta.$$

Введя вектор $P = [y, p_{y2}, ..., p_{yq}; \zeta, p_{\zeta 2}, ..., p_{\zeta q}]^{\mathrm{T}}$, получаем

$$\dot{y} = \bar{A}^{\mathrm{T}} P, \bar{A}^{\mathrm{T}} = [-a_1, a_2, \ldots, a_q; b_1, b_2, \ldots, b_q], \quad (21)$$

где a_i и b_i зависят от параметров системы S_y.

Для (20) нетрудно получить представление в пространстве состояний. В отличие от представления S_y (10) здесь идет анализ в пространстве (ζ, y). Покажем глобальную идентифицируемость (21). Рассмотрим систему

$$\dot{\hat{y}} = \hat{A}^{\mathrm{T}} P, \hat{A}^{\mathrm{T}} = [-\hat{a}_1, \hat{a}_2, \ldots, \hat{a}_q; \hat{b}_1, \hat{b}_2, \ldots, \hat{b}_q]. \quad (22)$$

Введем переменную $e = \hat{y} - y$ и из соотношений (21) и (22) получим

$$\dot{e} = -\hat{a}_1 e + \Delta A^{\mathrm{T}} P,$$

где $\Delta A = \hat{A} - A$.

Рассмотрим критерий $V(e) = 0{,}5e^2$. Для $\dot{V}$ получим

$$\dot{V} = -\hat{a}_1 e^2 + e\Delta A^{\mathrm{T}} P \leqslant -\frac{\hat{a}_1}{2} e^2 + \frac{1}{2\hat{a}_1} \Delta A^{\mathrm{T}} P P^{\mathrm{T}} \Delta A. \quad (23)$$

Из условия (23) следует, что $\Delta A = 0$, если вектор $P(t)$ является предельно невырожденным, т.е. $P(t) \in \mathcal{PE}_\sigma$. $\sigma > 0$.

Теорема 5. *Система S_y является глобально идентифицируемой по выходу, если: 1) система S_φ является S-синхронизируемой; 2) S_y является управляемой; 3) вектор $P(t)$ является предельно невырожденным; 4) возмущение ζ является ограниченным и предельно невырожденным.*

Доказательство теоремы 5 следует из выше изложенного.

Подход к оценке h_{δ_h}-идентифицируемости

Рассмотрим задачу построения интегрального показателя, который позволял бы на основе обработки множества $\mathrm{I}_{N,\,g}$ принимать решение об h_{δ_h}-идентифицируемости системы (5). Он должен быть основан на анализе свойств структуры $\mathcal{S}_{ey}$.

В нелинейной динамике и теории фракталов для оценки показателя размерности структуры применяются подходы, основанные на принципе покрытия [27]. Предложены различные виды размерности. Одним из простейших показателей является топологическая размерность. Она оценивает геометрию структуры и не всегда отражает ее внутренние особенности. Аттракторы и фракталы часто являются неоднородными. Такие неоднородные фрактальные объекты называют мультифракталами [22]. $\mathcal{S}_{ey}$-структуры динамических систем с многозначными нелинейностями являются примером неоднородных структур.

Различные показатели покрытия (корреляционная размерность, информационная размерность и т. п.) оценки размерности являются приближенными и трудоемкими [27]. Они не всегда дают оценку геометрического различия фрагментов структуры. Поэтому далее вводится интегральная характеристика структуры, которая представляет собой функцию распределения переменной e на множестве $\{y(t)\}$ [22]. Такой подход исключает различные априорные предположения относительно покрытия структуры локальными объектами. Суть предлагаемого подхода состоит в следующем.

Пусть для системы (5) получена структура $\mathcal{S}_{ey}$. Выполним фрагментацию $\mathcal{S}_{ey} = \mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}} \cup \mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$, где $\mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}}$, $\mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$ — левая и правая части структуры $\mathcal{S}_{ey}$. Фрагменты $\mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}}$, $\mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$ описываются функциями $e^l(y)$, $e^r(y)$, где $\{e^l\} \subseteq \{e\}$, $\{e^r\} \subseteq \{e\}$. Построим для $\mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}}$, $\mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$ частотные функции распределения (гистограммы) $\mathcal{H}^l$, $\mathcal{H}^r$. На основе $\mathcal{H}^l$, $\mathcal{H}^r$ получим интегральные функции распределения $I\mathcal{H}^l$, $I\mathcal{H}^r$. Пусть $\mathrm{I}_{\mathcal{H}} = \left\{ i\Delta e,\ i = \overline{1,k} \right\}$ — область определения функций $\mathcal{H}^l$, $\mathcal{H}^r$. Область значений функций $I\mathcal{H}^l$, $I\mathcal{H}^r$ представим в виде векторов

$$L(I\mathcal{H}^l) = [I\mathcal{H}^l_1, I\mathcal{H}^l_2, \ldots, I\mathcal{H}^l_k]^{\mathrm{T}};$$
$$R(I\mathcal{H}^r) = [I\mathcal{H}^r_1, I\mathcal{H}^r_2, \ldots, I\mathcal{H}^r_k]^{\mathrm{T}}.$$

Здесь k — исло карманов, заданных на $\mathrm{I}_{\mathcal{H}}$; Δe — величина кармана по e. Применим модель

$$\hat{R} = a_H L(I\mathcal{H}^l) \qquad (24)$$

и с помощью МНК определим параметр a_H.

Модель является адекватной, если параметр $a_H \in O(1)$, где $O(1)$ — окрестность 1. Если условие $a_H \in O(1)$ выполняется, то система (5) является h_{δ_h}-идентифицируемой и $\mathcal{S}_{ey} \neq \mathcal{NS}_{ey}$. В противном случае структура $\mathcal{S}_{ey}$ является

незначимой и, следовательно, структурно неидентифицируемой.

Утверждение 1 [22]. *Пусть для системы (5): 1) получена структура $\mathcal{S}_{ey}$, которая имеет вид $\mathcal{S}_{ey} = \mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}} \cup \mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$, где $\mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}}, \mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$ — фрагменты структуры $\mathcal{S}_{ey}$, определенные на множестве $\{y(t)\}$; 2) для $\mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}}, \mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$ известны частотные $\mathcal{H}^l$, $\mathcal{H}^r$ и интегральные $\mathcal{IH}^l$, $\mathcal{IH}^r$ функции распределения; 4) зависимость между $R(\mathcal{IH}^r)$и $L(\mathcal{IH}^l)$ имеет вид (24). Тогда система (5) является h_{δ_h}-идентифицируемой, если $a_H \in O(1)$.*

Определение 10. Если система (5) является h_{δ_h}-идентифицируемой, то структура $\mathcal{S}_{ey}$ имеет размерность $DH_h = a_H \in O(1)$.

Определение 10 показывает, что если $u(t) \in \mathrm{S}$, то размерность структурно идентифицируемой системы близка к 1. Такое значение DH_h говорит о том, что структура $\mathcal{S}_{ey}$ не имеет сложных участков, и фрагменты $\mathcal{F}^l_{\mathcal{S}_{ey}}, \mathcal{F}^r_{\mathcal{S}_{ey}}$ являются структурно идентичными или гомотетными. Если же $DH_h \notin O(1)$, то это может быть признаком $\mathcal{NS}_{ey}$-структуры или системы с более сложной формой нелинейностью.

Результаты, полученные с помощью утверждения 1, можно дополнить гистограммным анализом структуры $\mathcal{S}_{ey}$ [21, 22].

Структурная идентификация нелинейных систем на основе иерархического погружения

Приведем постановку задачи структурной идентификации. Рассмотрим объект, описываемый уравнением

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= F(X, A, t) + Bu(t); \\ y(t) &= C^{\mathrm{T}} X(t) + \xi(t), \end{aligned} \tag{25}$$

где $X \in R^m$ — вектор состояния; $F: R^m \times R^k \times \times J \to R^m$ — гладкая непрерывно дифференцируемая m-мерная вектор-функция; $t \in J \subset R$, $y \in R$ — выход объекта; $u \in R$ — вход; $A \in R^k$ — вектор параметров; $B \in R^m$, $\xi \in R$ — кусочно-непрерывное ограниченное возмущение, $C \in R^m$.

Для системы (25) известна априорная информация

$$\mathrm{I}_a(X, \mathrm{S}_S, \mathrm{G}_S, u, \xi) \subset \mathrm{S}_S \cup \mathrm{G}_S \cup \mathrm{I}^X_a \cup \mathrm{I}^u_a \cup \mathrm{I}^\xi_\alpha, \tag{26}$$

которая представляет собой множество, содержащее доступную информацию о структуре вектор-функции $F \in \mathrm{S}_S$, параметрах $(\bar{A}, B) \subset \mathrm{G}_S$, а также о характеристиках входа I^u_a, выхода I^y_a и возмущения I^ξ_a.

Множество S_S может содержать информацию о классе операторов, описывающих динамику системы (25), а также некоторые их структурные параметры A_S. Мощность A_S определяется уровнем I_a. Как правило, в задачах идентификации формирование как S_S, так и A_S основано на опыте и интуиции исследователя. Учитывая неформализуемость S_S в (26), мощность подмножеств S_S, A_S может быть задана нечетко, а чаще всего является неопределенной. Это существенно усложняет процесс решения задачи структурной идентификации.

О системе (25) имеется экспериментальная информация

$$\mathrm{I}_o = \{u(t), y(t), t \in J = [t_0, t_k]\}. \tag{27}$$

Относительно возмущения (помехи) ξ могут делаться различные предположения. Существенно то, что ξ является ограниченным.

Рассмотрим оператор $\widehat{F}_i(\cdot) \in R^m$, являющийся претендентом на формирование структуры вектор-функции $F(X, A, t)$ в системе (25). Считаем, что оператор $\widehat{F}_i(\cdot) \in \mathrm{S}_S$ и параметризован с точностью до пары $(\widehat{A}_i, \widehat{B}_i) \in \mathrm{A}_S \subset \mathrm{S}_S$. Для оценки качества выбранных кандидатов применим модель

$$\dot{\widehat{X}}(t) = \widehat{F}(\widehat{X}, \widehat{A}, t) + \widehat{B}u(t).$$

Задача: на основе имеющейся априорной I_a и экспериментальной I_o информации, применяя метод параметрической идентификации, оценить структуру вектор-функции F в системе (25) таким образом, чтобы минимизировать мощность множества S_S

$$\arg\min_{\widehat{F}} \#\mathrm{S}_S = F^*. \tag{28}$$

Выполнение критерия (28) эквивалентно следующему условию:

$$\arg\min_{(\widehat{A}, \widehat{B})} \#\mathrm{A}_S = (A^*, B^*).$$

Здесь не конкретизируется класс методов параметрической идентификации, так как их вид зависит от элементов множества S_S. Выбор критерия идентификации $\#\mathrm{S}_S$ отражает нестандартность и сложность рассматриваемой задачи.

Из приведенной постановки задачи видно, что проблема структурной идентификации является сложной и не поддается формализации на уровне I_a. Немаловажное значение имеет

опыт и интуиция исследователя. Поэтому вместо критерия (28) при решении прикладных задач часто используют интуитивные и эвристические подходы. Ниже излагается методика иерархического погружения (ИП) для решения задачи структурной идентификации. Рассматривается пример конкретной нелинейной системы, так как в общем случае невозможно адекватно априори описать множества S_S и A_S.

Рассматривается система с гистерезисом Бука—Вена [29]

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + F(x,z,t) = f(t),\ y = x,\quad F(x,z,t) = \alpha kx(t) + (1-\alpha)kdz(t); \tag{29}$$

$$\dot{z} = d^{-1}(a\dot{x} - \beta|\dot{x}||z|^n \mathrm{sign} z - \gamma\dot{x}|z|^n), \tag{30}$$

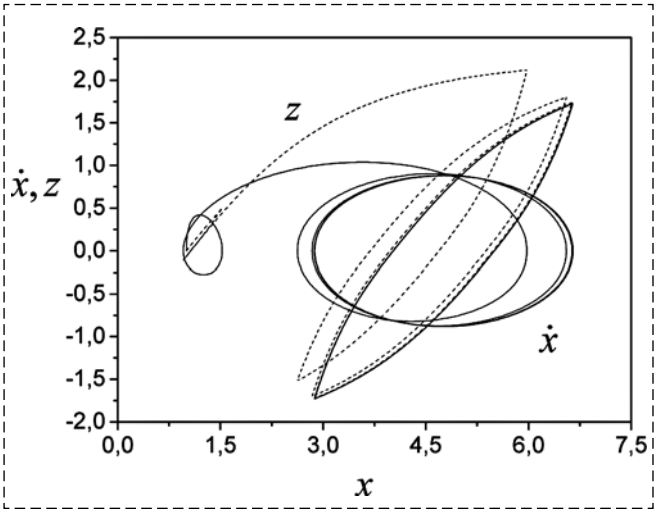


Рис. 1. Фазовый портрет и выход модели (30)
Fig. 1. Phase portrait and output of model (30)

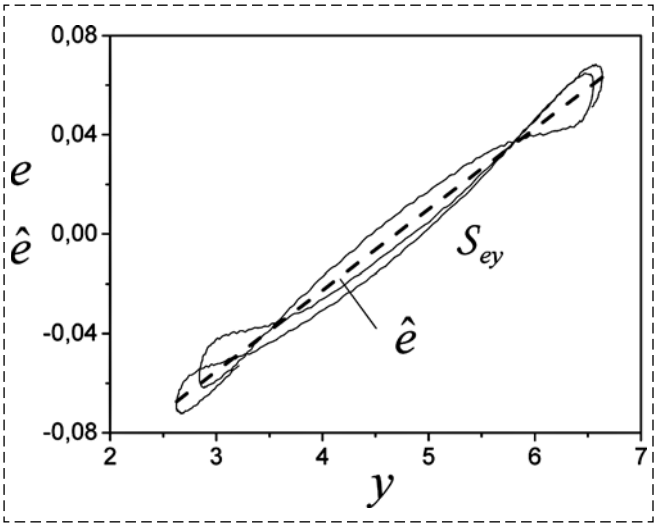


Рис. 2. Структура S_{ey}
Fig. 2. Framework S_{ey}

где $m > 0$ — масса; $c > 0$ — демпфирование; $F(x, z, t)$ — восстанавливающая сила; $d > 0$, $n > 0$, $k > 0$, $\alpha \in (0, 1)$; $f(t)$ — возбуждающая сила; α, β, γ — некоторые числа. Далее систему (29), (30) будем обозначать S_{BW}. Считаем, что известна информация I_o, а данные о структуре системы S_{BW} являются неполными. Необходимо оценить структурные составляющие модели Бука—Вена (30). Далее полагаем, что $n = 1{,}5$, $c = 2$, $m = 1$, $\beta = 0{,}5$, $\alpha = 0{,}7$, $k = 0{,}6$, $d = a = 1$. Возбуждающая сила $f(t) = 2 - 2\sin(0{,}15\pi t)$. Система S_{BW} моделировалась с начальными условиями: $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = 0$, $z(0) = 1$.

Применяя подход, изложенный в разделе "Метод построения S_{ey}-структур", получим структуру S_{ey} и фазовый портрет S (рис. 1, 2).

Модель (9) имеет вид

$$\dot{\hat{x}} = -0{,}199x + 0{,}471f. \tag{31}$$

На рис. 2 представлен выход модели $\hat{e}$, аппроксимирующей $e(t)$. Модель имеет вид

$$\gamma_{ey} = 0{,}033y - 0{,}153,\ r_{ey}^2 = 0{,}983, \tag{32}$$

где $\gamma_{ey} = \hat{e}$ — секущая структуру S_{ey}; r_{ey}^2 — коэффициент детерминации. Если сравнить рис. 1, 2, то можно заметить, что области определения z и e совпадают. Из рис. 2 следует, что S_{BW}-система является нелинейной.

Структурная идентифицируемость следует из теоремы 4 с $\delta_h = 0{,}002$. S_{BW}-система является S-синхронизирумой, а модель (31) — SM-идентифицирующей. Центр структуры S_{ey} $c_S = -0{,}001$. Секущие (11) имеют вид

$$\gamma_e^l = 0{,}0313y - 0{,}146,\ r_{ye,l}^2 = 0{,}912,\quad \gamma_e^r = 0{,}032y - 0{,}15,\ r_{ye,r}^2 = 0{,}926. \tag{33}$$

Модели (33) структурно согласуются с (32). Эти результаты позволяют перейти к этапу оценки структурных составляющих модели Бука—Вена (МБВ) (30).

Найдем производную от $e(t)$, применив операцию численного дифференцирования. Так как эта процедура чувствительна к ошибкам вычисления, то выполним сглаживание $\dot{e}(t)$. Обозначим полученную переменную через $\varepsilon = \dot{e}$. Дальнейший анализ показал, что ε не зависит от x. Следовательно, ε может зависеть от $\dot{x}$ или z. Это был первый этап ИП.

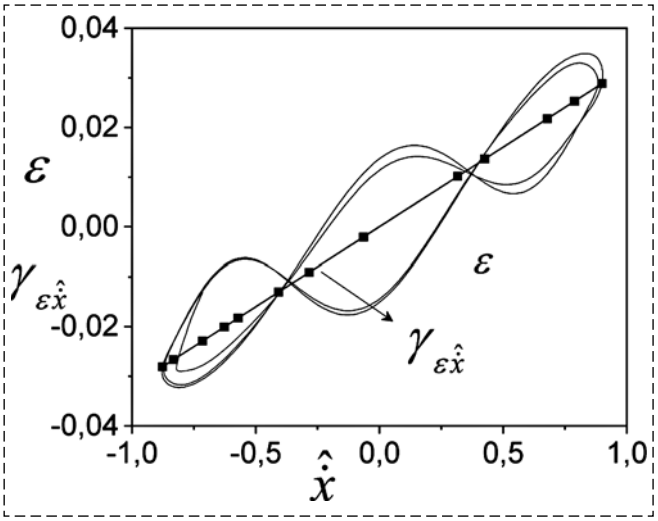


Рис. 3. Структура для оценки влияния производной выхода S_{BW}-системы
Fig. 3. Framework for evaluating impact $\dot{\hat{x}}$ of S_{BW}-system

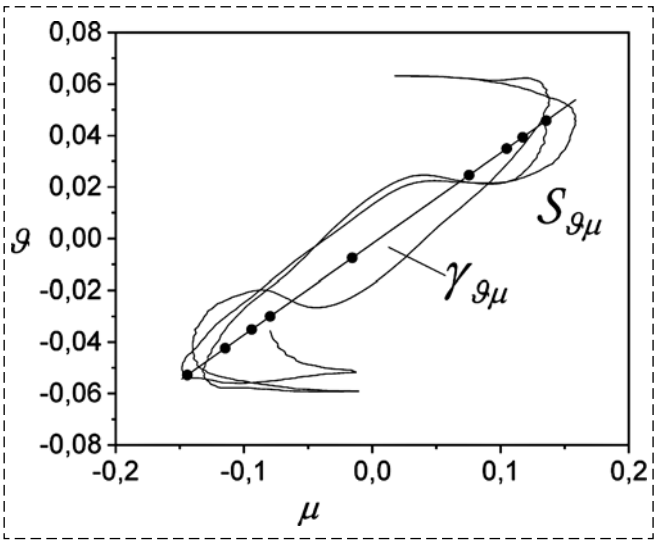


Рис. 4. Структура для оценки влияния переменной μ
Fig. 4. Framework for evaluating impact of variable μ

Рассмотрим структуру $S_{\varepsilon\dot{\hat{x}}}$, описываемую отображением $\Gamma_{\varepsilon\dot{\hat{x}}} : \dot{\hat{x}} \to \varepsilon$, где $\dot{\hat{x}}$ — оценка производной $\dot{x}$ (второй этап ИП). Построим секущую γ_ε для $S_{\varepsilon\dot{\hat{x}}}$:

$$\gamma_{\varepsilon\dot{\hat{x}}} = 0{,}0324\dot{\hat{x}},\ r^2_{\varepsilon\dot{\hat{x}}} = 0{,}86.. \qquad (34)$$

Адекватность модели (34) отражает рис. 3. Рис. 3 и соотношение(34) подтверждают влияние $\dot{x}$ на свойства гистерезиса (30).

Следующий этап ИП сводится к определению связи между переменными z с ε. В качестве оценки z используем переменную e. В дальнейшем для нее будем использовать обозначение $\hat{z} = e$. Анализ показывает, что между $\hat{z}$ и ε отсутствует линейная связь. Следовательно, может существовать корреляция между ε и комбинацией $\hat{z}$ и $\dot{\hat{x}}$ (см. выше). Исключим влияние линейной составляющей по $\dot{\hat{x}}$ на ε. Для этого сформируем переменную $\vartheta = \varepsilon - \gamma_{\varepsilon\dot{\hat{x}}}$. Перейдем в пространство $\mathcal{P}_{\vartheta\mu}$, где $\mu = |\hat{z}|^h \dot{\hat{x}}$, $h > 0$. Введение абсолютной величины связано с обеспечением действительного значения μ при $\hat{z} < 0$. Пример оценки связи на основе анализа структуры $S_{\vartheta\mu}$ показан на рис. 4, где $h = 0{,}5$. Структура $S_{\vartheta\mu}$ является h_{δ_h}-идентифицируемой.

Секущая $\gamma_{\vartheta\mu}$ структуру $S_{\vartheta\mu}$ имеет вид: $\gamma_{\vartheta\mu} = 0{,}354\mu$, $r^2_{\vartheta\mu} = 0{,}82$, $h = 0{,}5$. Следует заметить, что выбор h может не соответствовать параметру n в выражение (30). Причина такого несоответствия следует из предлагаемого подхода. Истинные оценки для параметров модели Бука—Вена могут быть получены только на этапе параметрической идентификации.

Замечание 9. Для установления структурных связей можно в качестве выхода использовать секущую (34).

Справедливость предложенного подхода подтверждает рис. 5, который отражает взаимосвязь эталонной и полученной оценок гистерезиса. Секущая γ_{zz} структуру имеет вид

$$\gamma_{zz} = 0{,}033z - 0{,}0068,\ r^2_{zz} = 0{,}836.$$

Итак, проведенный структурный анализ показал, что динамика гистерезиса зависит

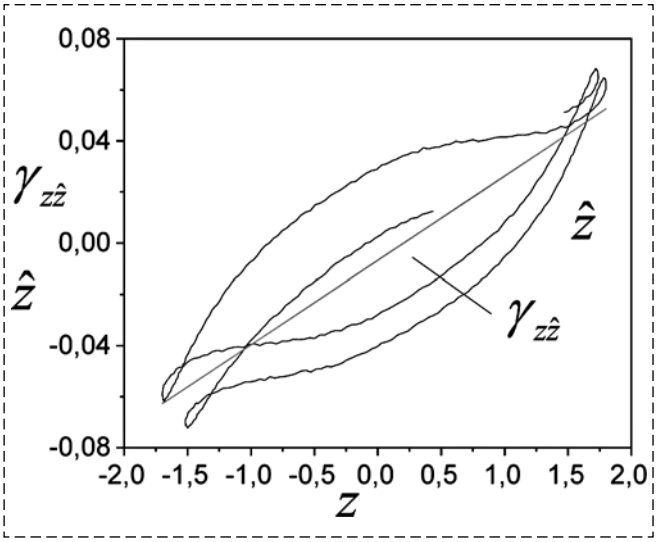


Рис. 5. Оценка близости z и $\dot{\hat{z}}$
Fig. 5. Proximity evaluation z and $\dot{\hat{z}}$

от переменных z и $\dot{x}$. Выход системы (29) непосредственно не влияет на изменение гистерезиса. Структурный анализ требует применения адекватного математического аппарата для принятия решений о структуре системы S_{BW}. Рассмотренный здесь подход представляет собой метод ИП в пространство состояния системы и его расширение.

Возникает вопрос: до какого этапа (уровня) может применяться метод ИП?

Рассмотрим информационное множество $\mathrm{I}_i(\mathrm{I}_o)$, на котором определена структура S_i, где i — уровень иерархического погружения. Примеры множеств $\mathrm{I}_i(\mathrm{I}_o)$ представлены выше. Там же рассмотрены соответствующие им структуры. Пусть $\mathcal{N}S_{i+1}$ является незначимой структурой [22]. Это значит, что на уровне $i + 1$ система является структурно неидентифицируемой.

Теорема 6. *Система S_{BW} является структурно идентифицируемой на заданном информационном множестве $\mathrm{I}_i(\mathrm{I}_o)$ с помощью структуры S_i, если на уровне $i + 1$ $S_{i+1} = \mathcal{N}S_{i+1}$.*

Утверждение теоремы 6 непосредственно следует из представленных выше результатов. Пример остановки метода иерархического погружения демонстрирует рис. 6, где представлена структура $S_{\tilde{\varepsilon}\tilde{\mu}}$, где $\tilde{\mu} = |\hat{z}||\dot{\hat{x}}|$, $\tilde{\varepsilon} = \vartheta - \gamma_{\vartheta\tilde{\mu}}$. Здесь же показана секущая структуру $S_{\tilde{\varepsilon}\tilde{\mu}}$.

Если переменную $\tilde{\varepsilon}$ аппроксимировать на множестве $\{\dot{\hat{x}}(t), \tilde{\mu}(t)\}$, т. е. получить модель $\hat{\tilde{\varepsilon}} = \hat{a}_1\tilde{\mu} + \hat{a}_2\dot{\hat{x}}$, и ввести невязку $\tilde{\kappa} = \tilde{\varepsilon} - \hat{\tilde{\varepsilon}}$, то последующая аппроксимация $\tilde{\kappa}$ с помощью линейной модели, зависящей от переменной $\tilde{\mu}$, дает основание сделать вывод, что эта связь является существенной (четвертый этап ИП). Тем самым этот вывод обосновывает наличие в уравнении (30) третьего слагаемого в правой части.

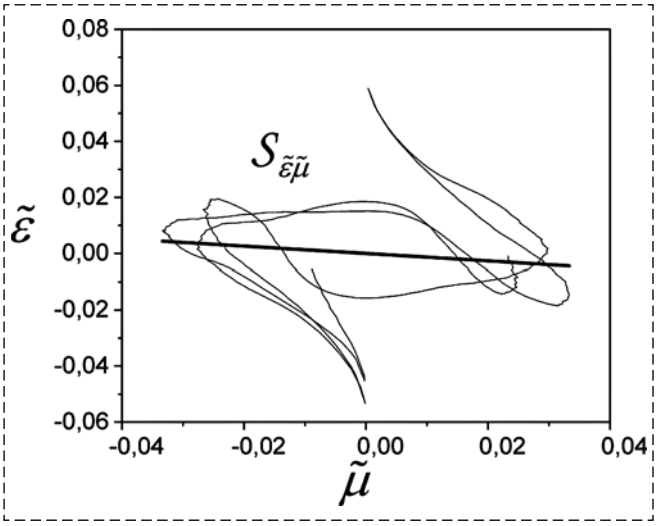


Рис. 6. Незначимая структура $S_{\tilde{\varepsilon}\tilde{\mu}}$
Fig. 6. Insignificant framework $S_{\tilde{\varepsilon}\tilde{\mu}}$

Заключение

Введено условие S-синхронизации нелинейной системы и показано, что его выполнение гарантирует структурную идентифицируемость системы. Получены условия структурной идентифицируемости нелинейной части системы. Эти условия основаны на анализе специального класса геометрических структур, отражающих состояние нелинейной части системы на каждом уровне их применения. Получены условия структурной идентифицируемости линейной части системы. Предложен метод структурной идентификации нелинейной части системы. Он представляет собой процедуру иерархического погружения, которая основана на синтезе геометрической структуры на каждом шаге погружения и последующем ее структурном анализе с целью установить зависимости, присущие нелинейной части системы. На каждом шаге этой процедуры проверяется условие структурной идентифицируемости геометрической структуры, а значит, и адекватность полученных структурных связей. Данная процедура реализована на примере нелинейной системы с гистерезисом Бука—Вена. Дана постановка задачи структурной идентификации.

Список литературы

1. **Kalman R. E.** On the general theory of control systems // Proceeding first IFAC Congress on Automatic Control. Moscow, 1960; Butterworths, London, 1961. Vol. 1. P. 481—492.
2. **Lee R. C. K.** Optimal estimation, identification, and control. Cambridge, Mass: MIT Press, 1964. 176 p.
3. **Elgerd O. I.** Control systems theory. N. Y.: McGraw-Hill, 1967. 562 p.
4. **Walter E.** Identifiability of state space models. Berlin. Germany: Springer-Verlag, 1982. 197 p.
5. **Audoly S., D'Angio L., Saccomany M. P., Cobelli C.** Global identifiability of linear compartmental models — a computer algebra algorithm // IEEE Trans. Automat. Contr. 1998. Vol. 45. P. 36—47.
6. **Авдеенко Т. В.** Идентификация линейных динамических систем с использованием концепции сепараторов параметрического пространства // Автоматика и программная инженерия. 2013. № 1(3). С. 16—23.
7. **Бодунов Н. А.** Введение в теорию локальной параметрической идентифицируемости // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2012. № 2. 137 с.

8. **Балонин Н. А.** Теоремы идентифицируемости. СПб.: Изд-во "Политехника", 2010. 48 с.

9. **Справочник** по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.

10. **Stigter J. D., Peeters R. L. M.** On a geometric approach to the structural identifiability problem and its application in a water quality case study // Proceedings of the european control conference 2007 Kos, Greece, July 2—5. 2007. P. 3450—3456.

11. **Chis O.-T., Banga J. R., Balsa-Canto E.** Structural identifiability of systems biology models: a critical comparison of methods // PLOS ONE. Nov 2011. Vol. 6, Iss. 4. P. 1—16.

12. **Saccomani M. P., Thomaseth K.** Structural vs practical identifiability of nonlinear differential equation models in systems biology. Bringing mathematics to life // Dynamics of mathematical models in biology. Ed. A. Rogato, V. Zazzu, M. Guarracino. Springer. 2010. P. 31—42.

13. **Villaverde A., Barreiro A., Papachristodoulou A.** Structural identifiability of dynamic systems biology models // PLOS Computational Biology. 2016. Vol. 12, N. 10. P. 1—22.

14. **Raue A., Karlsson J., Saccomani M. P., Jirstrand M., Timmer J.** Comparison of approaches for parameter identifiability analysis of biological systems // Bioinformatic. 2014. Vol. 30, N. 10. P. 1440—1448.

15. **Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д.** Прикладная статистика: Исследование зависимостей: Справ. изд. / Под ред. С. А. Айвазяна. М.: Финансы и статистика, 1985. 487 с.

16. **Busvelle E., Gauthier J.-P.** New results on identifiability of nonlinear systems // 2nd IFAC symposium on system, structure and control. 2004. P. 8—10.

17. **Lee R. C. K.** Optimal estimation, identification, and control // MIT Press Observability and structural identifiability of nonlinear biological systems, Complexity. 2019. Vol. 2019. Article ID 8497093. 12 p.

18. **Noh J., Lee S.** On the identifiability conditions in some nonlinear time series model // Revstat — Statistical Journal. 2016. Vol. 14, N. 4. P. 395—413.

19. **Villaverde A. F., Banga J. R.** Structural properties of dynamic systems biology models: identifiability, reachability, and initial conditions // Processes 2017. Vol. 5, N. 29. P. 2—16.

20. **Karabutov N.** About structural identifiability of nonlinear dynamic systems under uncertainty // Global journal of science frontier research: A Physics and space science. 2018. Vol. 18, Iss. 11 (vers. 1.0). P. 51—61.

21. **Karabutov N.** Structural identification of dynamic systems with hysteresis // International journal of intelligent systems and applications. 2016. Vol. 8, N. 7. P. 1—13.

22. **Karabutov N.** Structural methods of design identification systems // In Nonlinearity problems, solutions and applications. Vol. 1. Ed. L. A. Uvarova, A. B. Nadykto, A. V. Latyshev. New York. Nova Science Publishers, Inc. 2017. P. 233—274.

23. **Казаков И. Е., Доступов Б. Г.** Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М.: Физматгиз, 1962. 278 с.

24. **Фурасов В. Д.** Устойчивость движения, оценки и стабилизация. М.: Наука, 1977. 248 с.

25. **Karabutov N.** Structural identification of nonlinear dynamic systems // International journal of intelligent systems and applications. 2015. Vol. 7, N. 9. P. 1—11.

26. **Choquet G.** L'enseignement de la geometrie. Paris: Hermann, 1964. 173 p.

27. **Божокин С. В., Паршин Д. А.** Фракталы и мультифракталы. Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001, 128 с.

28. **Данилин А. Н., Кузнецова Е. Л., Курдюмов Н. Н., Рабинский Л. Н., Тарасов С. С.** О модификации модели Бук—Вена для описания гистерезиса нестационарных процессов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2016. № 4. С. 187—199.

29. **Ismail M., Ikhouane F., Rodellar J.** The hysteresis Bouc-Wen model, a survey // Arch Comput Methods Eng. 2009. Vol. 16. P. 161—188.

S-synchronization Structural Identifiability and Identification of Nonlinear Dynamic Systems

N. N. Karabutov, kn22@yandex.ru,
MIREA — Russian Technological University, Moscow, 119454, Russian Federation

Corresponding author: **Karabutov Nikolay N.,** DTS, Professor,
MIREA — Russian Technological University Moscow, 119454, Russian Federation,
e-mail: kn22@yande.ru

Accepted on March 24, 2020

Abstract

An approach to the structural identifiability analysis of nonlinear dynamic systems under uncertainty is proposed. We have shown that S-synchronization is the necessary condition for the structural identifiability of a nonlinear system. Conditions are obtained for the design of a model which identifies the nonlinear part of the system. The method is proposed for the obtaining of a set which contains the information on the nonlinear part. A class of geometric frameworks which reflect the state of the system nonlinear part is introduced. Geometrical frameworks are defined on the synthesized set. The conditions are given for the structural indistinguishability of geometric frameworks on the set of S-synchronizing inputs. Local identifiability conditions are obtained for the nonlinear part. We are shown that a non-synchronizing input gives an insignificant geometric framework. This leads to a structural non-identifiability of the system nonlinear part. The method is proposed for the estimation of the structural identifiability the nonlinear part of the system. Conditions for parametric identifiability of the system linear part are obtained. We show that the structural identifiability is the basis for the structural identification of the system. The hierarchical immersion method is proposed for the estimation of nonlinear system structural parameters. The method is used for the structural identification of a system with Bouc-Wen hysteresis.

Keywords: *framework, nonlinear dynamic system, structural identifiability, S-synchronizability, hierarchical immersion, structural identification, Bouc-Wen hysteresis*

For citation:

Karabutov N. N. S-synchronization Structural Identifiability and Identification of Nonlinear Dynamic Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2020, vol.21, no.6, pp. 323—336.

DOI: 10.17587/mau.21.323-336

References

1. **Kalman R. E.** On the general theory of control systems. *Proceeding first IFAC Congress on Automatic Control,* Moscow, 1960; Butterworths, London, 1961, vol. 1, pp. 481—492.

2. **Lee R. C. K.** Optimal estimation, identification, and control, Cambridge, Mass., MIT Press, 1964, 340 p.

3. **Elgerd O. I.** Control systems theory, N. Y., McGraw-Hill, 1967. 562 p.

4. **Walter E.** Identifiability of state space models, Berlin, Germany, Springer-Verlag, 1982, 197 p.

5. **Audoly S., D'Angio L., Saccomany M. P., Cobelli C.** Global identifiability of linear compartmental models — a computer algebra algorithm, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1998, vol. 45, pp. 36—47.

6. **Avdeenko T. V.** Identification of linear dynamic systems with use parametrical space separators, *Automatics and program engineering*, 2013, no. 1(3), p. 16—23 (in Russian).

7. **Bodunov N. A.** Introduction to the theory of local parametrical identifiability, *Differential equations and management processes*, 2012, no. 2, 137 p. (in Russian).

8. **Balonin N. A.** Theorems of identifiability, St. Petersburg, Politekhnika publishing house, 2010 (in Russian).

9. **Krasovskiy A. A.** ed. Reference book on automatic control theory, Moscow, Nauka, 1987 (in Russian).

10. **Stigter J. D., Peeters R. L. M.** On a geometric approach to the structural identifiability problem and its application in a water quality case study, *Proceedings of the european control conference,* 2007, Kos, Greece, 2007, pp. 3450—3456.

11. **Chis O.-T., Banga J. R., Balsa-Canto E.** Structural identifiability of systems biology models: a critical comparison of methods, *PLOS ONE*, 2011, vol. 6, iss. 4, pp. 1—16.

12. **Saccomani M. P., Thomaseth K.** Structural vs practical identifiability of nonlinear differential equation models in systems biology. Bringing mathematics to life, *Dynamics of mathematical models in biology.* Ed. A. Rogato, V. Zazzu, M. Guarracino, Springer, 2010, pp. 31—42.

13. **Villaverde A., Barreiro A., Papachristodoulou A.** Structural identifiability of dynamic systems biology models, *PLOS Computational Biology*, 2016, vol. 12, no. 10, pp. 1—22.

14. **Raue A., Karlsson J., Saccomani M. P., Jirstrand M., Timmer J.** Comparison of approaches for parameter identifiability analysis of biological systems, *Bioinformatic*, 2014, vol. 30, no. 10, pp. 1440—1448.

15. **Aivazyan S. A., Yenyukov I. S., Meshalkin L. D.** Applied statistics. Study of relationships, Moscow, Finansy i statistika, 1985 (in Russian).

16. **Busvelle E., Gauthier J.-P.** New results on identifiability of nonlinear systems, *2nd IFAC symposium on system, structure and co*ntrol, 2004, pp. 8—10.

17. **Lee R. C. K.** Optimal estimation, identification, and control, *MIT Press Observability and structural identifiability of nonlinear biological systems, Complexity*, 2019, vol. 2019, Article ID 8497093, 12 p.

18. **Noh J., Lee S.** On the identifiability conditions in some nonlinear time series model, *Revstat-Statistical Journal*, 2016, vol. 14, no. 4, pp. 395—413.

19. **Villaverde A. F., Banga J. R.** Structural properties of dynamic systems biology models: identifiability, reachability, and initial conditions, *Processes*, 2017, vol. 5, no. 29, pp. 2—16.

20. **Karabutov N.** About structural identifiability of nonlinear dynamic systems under uncertainty // *Global journal of science frontier research: A Physics and space scienc*e, 2018, vol. 18, iss. 11 (vers. 1.0), pp. 51—61.

21. **Karabutov N.** Structural identification of dynamic systems with hysteresis, *International journal of intelligent systems and applications,* 2016, vol. 8, no. 7, pp. 1—13.

22. **Karabutov N.** Structural methods of design identification systems, *Nonlinearity problems, solutions and applications. Vol. 1*, Ed. L. A. Uvarova, A. B. Nadykto, A. V. Latyshev, New York, Nova Science Publishers, Inc, 2017, pp. 233—274.

23. **Kazakov Y. E., Dostupov B. G.** Statistical dynamics of nonlinear automatic systems, Moscow, Fizmatgis, 1962, 278 p. (in Russian).

24. **Furasov V. D.** Stability of motion, estimation and stabilization, Moscow, Nauka, 1977, 248 p. (in Russian).

25. **Karabutov N.** Structural identification of nonlinear dynamic systems, *International journal of intelligent systems and applications*, 2015, vol. 7, no. 9, pp. 1—11.

26. **Choquet G.** L'enseignement de la geometrie, Paris, Hermann, 1964. 173 p.

27. **Bozhokin S. V., Parshin D. A.** Fractals and Multifractals, Moscow-Izhevsk, Scientific Publishing Centre Regular and Chaotic Dynamics", 2001, 128 p. (in Russian).

28. **Danilin A. N., Kuznetsova E. L., Kurdumov N. N., Rabinsky L. N., Tarasov S. S.** A modified Bouc-Wen model to describe the hysteresis of non-stationary processes, *PNRPU Mechanics Bulletin,* 2016, no. 4, pp. 187—199 (in Russian).

29. **Ismail M., Ikhouane F., Rodellar J.** The hysteresis Bouc-Wen model, a survey, *Arch Comput Methods Eng*, 2009, vol. 16, pp. 161—188.

DOI: 10.17587/mau.21.337-347

A. H. Rzayev, D. Sc. in Engineering, Professor, abbas_r@mail.ru,
G. A. Guluyev, D. Sc. in Engineering, Associate Professor, scb_06@mail.ru,
F. H. Pashayev, D. Sc. in Engineering, Associate Professor, pasha.farhad@gmail.com,
As. H. Rzayev, D. Sc. in Engineering, Associate Professor, asifrzayev48@gmail.com,
R. Sh. Asadova, Cand. Sc., Associate Professor, Renaasadova2007@rambler.ru
Institute of Control Systems of ANAS, Baku, Azerbaijan

Corresponding author: **Pashayev F. H.,** D. Sc. in Engineering, Associate Professor,
Institute of Control Systems of ANAS, Baku, Azerbaijan, e-mail: pasha.farhad@gmail.com

Accepted on February 18, 2020

Mathematical Models for Determining the Distribution of Fluid Flow Temperature along the Wellbore and Horizontal Pipeline

Abstract

This paper presents a proposed new indirect method determining instantly oil well debit using developed mathematical models. As a result integrated analysis using the models it has been revealed correlation between oil well debit and well throw out flow temperature. Therefore putting purpose was obtained. Mathematical models are developed for the distribution of fluid flow temperature along the length of the tubing from the well bottom to the wellhead and along the length of the oil pipeline from the collector of oil wells to the oil treatment unit. On the basis of experimental data, the authors propose formulas in the form of the relationship between oil emulsion (OE) viscosity, the flow temperature and concentration of water globule in OE and the coefficient of heat transfer from the fluid flow in the wellbore (WB) to the rock, and heat capacity and thermal conductivity of gas, water, rock and steel of the WB walls. This effect is demonstrated in the constructed diagrams. It is shown bottom temperature jump as a result of the Joule Thomson drosseling effect then connective transmitted up at flow rate v. In such case well-head or well outlet oil mixture (OM) flow temperature depend more of volume of stream flow than of bottom hole temperature. Thought in the paper, do not taking into consideration great casing annulus areas influence to the well outlet flow temperature. As shown from supporting paper the relative values og the thermal conductivity of the liquid column and gas column present in the casing annulus order less than well bore (WB) wall thermal conductivity. Consequently well outlet OM flow temperature will depends not only of the volume of stream flow, also of the bottom hole temperature and of the gas column and liquid column.

A new method for determining the oil well flow rate by measuring the downstream temperature is developed. A mathematical model is proposed that allows calculating the thermal profile of the fluid along the wellbore for determining the oil well flow rate with account of the geothermal gradient in the rock surrounding the wellbore. It is shown, that unlike the existing methods the new proposed method allows determining the instantaneous discharge of a well very easily. One of the actual challenges in fluid (oil, water and gas) transportation from wells to oil treatment installation is determination of a law of temperature distribution along the length of a pipeline at low ambient temperature. That temperature leads to increase in viscosity and deposition of wax on inner surface of a pipe. To overcome that challenge it is needed to consider several defining characteristics of formation fluid (FF) flow. Complexity of a solution is caused by two factors. From the one hand, in most cases (especially on a late stage of field development) FF is an oil emulsion (OE) that contains gas bubbles. From the other hand, temperature gradient between fluid flow and the environment has significant value (especially in the winter period of the year). At the same time, the higher content of emulsified water droplets (EWD) in OE and lower flow temperature, the higher FF viscosity, and consequently productivity (efficiency) of oil pumping system is reduced. Performed research and analysis of field experimental data showed that a function of oil viscosity versus temperature has a hyperbolic law; a function of OE viscosity versus concentration of EWD has a parabolic one. A heat balance for a certain section of a pipeline in steady state of fluid motion using a method of separation of variables was established taking into account above mentioned factors, Fourier's empirical laws on heat conductivity and Newton's law on heat transfer. As a result, unlike existing works, an exponential law of distribution of temperature along the length of a pipeline is obtained. A law takes into account nonlinear nature of change in viscosity of OE from change in temperature of flow and concentration of water in an emulsion. As a result, in contrast to the existing works, the proposed exponential law of temperature distribution along the length of the pipeline is obtained, taking into account the nonlinear nature of variation of OE viscosity with the change in the flow temperature and the concentration of water in the emulsion. The results of the calculation are presented in the form of a table and graphs.

Keywords: *thermodynamics, heat friction, heat capacity, heat transfer, energy, entropy, enthalpy*

For citation:

Rzayev A. H., Guluyev G. A., Pashayev F. H., Rzayev As. H., Asadova R. Sh. Mathematical Models for Determining the Distribution of Fluid Flow Temperature along the Wellbore and Horizontal Pipeline, *Mekhatronica, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 6, pp. 337—347.

УДК 62.1/9 DOI: 10.17587/mau.21.337-347

Аб. Г. Рзаев, д-р техн. наук, проф., abbas_r@mail.ru, **Г. А. Гулуев,** д-р техн. наук, доц., scb_06@mail.ru,
Ф. Г. Пашаев, д-р техн. наук, доц., pasha.farhad@gmail.com,
Ас.Г. Рзаев, д-р техн. наук, доц., asifrzayev48@gmail.com,
Р. Ш. Асадова, канд. техн. наук, доц., Renaasadova2007@rambler.ru
Институт систем управления НАНА, Баку, Азербайджан

Математические модели распределения температуры жидкости по вертикальных и горизонтальных трубах скважины

Предлагается новый непрямой метод определения мгновенного дебита нефтяных скважин с использованием разработанных математических моделей. В результате комплексного анализа с использованием моделей выявлена корреляция между дебитом нефтяной скважины и температурой выходящего потока. Разработаны математические модели распределения температуры потока жидкости по длине насосно-компрессорных труб от дна скважины до устья скважины и по длине нефтепровода от коллектора нефтяных скважин до установки подготовки нефти. На основании экспериментальных данных авторы предлагают формулы в виде зависимости между вязкостью нефтяной эмульсии (НЭ), температурой потока и концентрацией водяных капель в НЭ и коэффициентом теплопередачи от потока жидкости в стволе скважины (СС) к породе, а также теплоемкостью и теплопроводностью газа, воды, камня и стали стенок СС. Этот эффект демонстрируется на построенных графиках.

Показано, что температура на дне подскакивает в результате эффекта дросселлирования Джоуля-Томсона и передается со скоростью потока v. В этом случае температура потока нефтяной смеси (НС) в устье скважины или на выходе скважины зависит больше от объема потока, чем от температуры в забое скважине. В статье не учитывается сильное влияние затрубного пространства на температуру потока на выходе скважины. Как видно из изложение, относительные значения теплопроводности столба жидкости и столба газа, присутствующих в затрубном пространстве, на порядок меньше теплопроводности стенки скважины. Следовательно, температура потока НС на выходе скважины будет зависеть не только от объема потока, но также от температуры в забое скважины, а также столба газа и столба жидкости.

Разработан новый метод определения дебита нефтяной скважины путем измерения температуры на выходе трубопровода. Предложена математическая модель, позволяющая рассчитать тепловой профиль жидкости вдоль ствола скважины для определения дебита нефтяной скважины с учетом геотермального градиента в породе, окружающей ствол скважины. Показано, что в отличие от существующих методов, новый предложенный метод позволяет очень легко определить мгновенный дебит скважины.

Одной из актуальных проблем при перекачке пластового флюида (нефти, воды и газа) от скважин до установки подготовки нефти является определение закона распределения температуры по длине нефтепровода при низкой температуре окружающей среды, приводящей к повышению вязкости и парафиновых отложений на внутренней поверхности трубы. Решение данной проблемы требует учета некоторых определяющих характеристик потока пластового флюида (ПФ). Сложность решения обусловлена двумя факторами. С одной стороны, в большинстве случаях (особенно на поздней стадии разработки месторождения) ПФ является нефтяной эмульсией (НЭ), содержащей газовые пузырьки, с другой стороны градиент температуры между потоком жидкости и окружающей средой имеет существенное значение (особенно в зимний период года). При этом с повышением содержания эмульгированных водяных капель (ЭВК) в НЭ и с понижением температуры потока вязкость ПФ повышается и, следовательно, снижается производительность (эффективность) нефтеперекачивающей системы. Проведенные исследования и анализ промысловых экспериментальных данных показали, что изменение вязкости нефти от значения температуры описывается гиперболическим законом, а вязкость НЭ от концентрации ЭВК — параболическим. С учетом этих факторов и эмпирических законов Фурье о теплопроводности и закона Ньютона о теплопередаче составлен баланс тепла для определенного участка нефтепровода при установившемся режиме движения жидкости с использованием метода разделения переменных.

В результате, в отличие от существующих работ, получен экспоненциальный закон распределения температуры по длине нефтепровода, учитывающий нелинейный характер изменения вязкости НЭ от изменения температуры потока и концентрации воды в эмульсии. Результаты расчета приведены в виде таблицы и графиков.

Ключевые слова: *термодинамика, тепловое трение, теплоемкость, теплообмен, энергия, энтропия, энтальпия*

1. Introduction

Various techniques and approximation for predicting flow process in the wellbore have been presented in literature.

Heat transfer issues in offshore wells have become more relevant in recent years with the exploration of high-pressure, high-temperature reservoirs [1, 2].

In this work, we demonstrate that when high-temperature reservoir fluid flows through the tubing string toward the well-head, the temperature of the entire borehole rises. As a result of the radial temperature gradients, the fluid pressure in the sealed annular space between tubes increases, posing a well integrity failure scenario known as annular pressure build up. This paper addresses the two-phase flow problem using different algorithms. It is shown that the thermodynamic and transport properties of the hydrocarbon mixture were calculated using the multiflash package and were solved together with

the momentum and energy equations to determine the local vapor mass fraction and the equilibrium temperature. In [1], a thermal resistance network was used to model the heat transfer in the radial direction in the concentric multi-string well geometry. Boundary conditions were defined based on the geothermal gradient, the hydrocarbon flow rate and pressure at the bottom hole. The results identified several flow pattern transitions along the 3443-m long well production string for different flow rates and gas/oil ratios.

In [3—5], it is shown that enhanced geometrical system which utilizes geometrical energy beneath the ground surface at a depth at several thousand meters has been an object of keen interest recently. Wellbores in the Enhanced Geometrical System extend several kilometers from the ground surface, providing large heat transfer areas between the flowing fluid and the surrounding formation. In this paper, an unsteady flow within vertical injection and production wells was modeled, with wellbore heat transfer between the fluid and the surrounding formation. However, the model obtained in [1, 6, 7] is of local and graphical nature.

In [6] two-phase flow phenomena, variable physical properties and other effects such as the change in kinetic energy, variation and the Joule-Thomson coefficient were incorporated in the models.

The single-phase flow direct transition from bubbly to churn is due to the pipe diameter, which is in agreement with the observation reported by Omebere-Iyari [8], where no slug flow was observed.

Calculation of the temperature profile of the fluid along the wellbore (rising pipe) for determining the well flow rate in the case of non-steady temperature field in the rock surrounding the wellbore (WB) is one of the topical problems in oilfield operation. Many studies have been published on this effect [9—16]. As a result of integrated analysis, it has been revealed that temperature variation in the WB characterize hydro-and thermodynamic processes taking place in the production interval. In this case, the information about the thermal agitation of the oil reservoir (OR) may be obtained by measuring the fluid flow temperature and pressure in the wellbore (WB). WB temperature variation characterizes summary thermal processes taking place both in the OR and WB. The bottom hole temperature is controlled by thermal phenomena in OR. Series of energy transformations take place in vertical (lifting) flow: increase or decrease in potential energy; changes in kinetic and internal energy; heat exchange between fluid and rock; mixture fluids and gases in the production interval entering from the different horizons with different temperature resulting in the calorimetric thermal effect; adiabatic expansion effect in the WB; Joule-Thomson throttling effect etc. It was established [9, 12, 16] that thermogram (temperature curve) measured in the WB may be used as a flow meter curve.

2. Problem statement

It follows from the analysis of literature given in the previous paragraphs that establishing the law of temperature distribution along the length of the pipeline, with consideration for the non-linear nature of the relationship between the variation of OE viscosity and the variation of the temperature of the flow of reservoir fluid (water, oil and gas) and the water concentration in OE, as well as the initial flow temperature and the environment temperature is a priority concern.

One of the priority tasks in oil extracting industry is determining the temperature distribution along the length of the oil pipeline from the oil producing wells (OW) to the oil treatment unit (OTU) at a low temperature of the environment surrounding the oil pipeline, leading to an increase in viscosity, the deposition of asphaltene sediments on the inner surface of the pipe, and, consequently, to the loss of frictional pressure.

3. Problem solution

3.1. Mathematical models for determining the temperature profile of the fluid flow along the wellbore

Heat conducting flow in homogeneous horizontal reservoir rock surrounding the well is very close to radial. Heat conducting flow rate in element of height dz at the temperature drop $\Delta T(z)$ between the rock and the oil mixture flow may be specified by the following formulas:

$$\frac{dQ(z,t)}{dz} = \lambda K(t) \Delta T(z); \quad (1)$$

$$K(t) = \frac{2\pi}{\ln\left[1 + \left(\frac{\pi a t}{r_0^2}\right)^{1/2}\right]}; \quad (2)$$

$$a = \frac{H}{l} a_l + \frac{l - H}{l} a_g$$

where λ is the thermal conductivity coefficient $\left(\frac{Kkal}{MSS^0}\right)$; $K(t)$ is the dimension coefficient of heat exchange between the flow and the surrounding medium; Q is heat quantity; r_0 is the radius of WB (M); a is the sum total temperature conductivity of the annular space (m^2/s); a_l, a_g are the temperature conductivity of fluid and gas, respectively (m^2/s); H is the liquid column in the annular space (M); l is the well depth (M).

In the case of a variable temperature drop, equation (1) takes the following form:

$$\frac{dQ(z,t)}{dz} = \lambda\int_0^t K(t-\tau)\frac{\partial\Delta T(z,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \quad (3)$$

WB vertical flow energy balance is described by the following formulas:

$$G\frac{\partial}{\partial z}\left[I - A\left(z + \frac{v^2}{2g}\right)\right] + F\gamma\left(T\frac{\partial S}{\partial t} + A\frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\right) =$$
$$= \lambda\int_0^t K(t-\tau)\frac{\partial\Delta T(z,\tau)}{\partial\tau}d\tau; \quad (4)$$
$$G = F\gamma v,$$

where G is the stream flow weight (kr/s); F is the cross-sectional area of the flow (m^2); γ is the specific weight (kg/m^3); A is the heat equivalent of work $\left(2{,}344\frac{Kkal}{K\Gamma\cdot M}\right)$; v is the flow rate (M/S); $T_n(z)$ is the rock temperature as function of depth z (S^0); $T(z, t)$ is the flow temperature (S^0); S is thermodynamic function (entropy) of system (Kkal/S^0); I is the thermodynamic function (enthalpy) of system (Kkal).

Since values of coefficient $K(t)$ are time dependent, the vertical flow in WB can never become strictly stationary. But due to the damping character of the function, the coefficient $K(t)$ changes very slow. In this case, one can take that $K(t)$ = const and use the known Newton's heat transfer formula:

$$\frac{dQ(z,t)}{dF(z)} = \alpha\Delta T(z,t), \quad (5)$$

where $F(z)$ is the heat transfer area (m^2); α is the heat transfer coefficient $\left(\frac{Kkal}{MSS^0}\right)$.

When the pressure distribution in WB and the heat exchange between the flow and the surrounding medium is known, then energy equations (2), (4) and (5) allow us to determine temperature distribution in WB. Therefore, convenient thermodynamic functions dS and dI are replaced with

$$dS = \frac{Cp}{T}dT - A\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dP; \quad (6)$$

$$dI = CpdT + AV\left[1 - \frac{T}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\right]dp \quad (7)$$

and we have the following form:

$$GCp\left[\frac{\partial T}{\partial z} + \varepsilon_1\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{A}{Cp}\left(1 + \frac{vdv}{gdz}\right)\right] +$$
$$+ F\gamma Cp\left[\frac{\partial T}{\partial t} - m_s\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{Av}{Cpg}\frac{\partial v}{\partial t}\right] = \quad (8)$$
$$= \lambda\int_0^t K(t-\tau)\frac{\partial\Delta T(z,\tau)}{\partial\tau}d\tau;$$

$$\mu_s = \frac{AV}{c_p} - \mu_s; \quad (9)$$

$$\varepsilon_s = \frac{AV}{c_p} - \mu_s; \quad (10)$$

$$C_p = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_p \quad (11)$$

where V is the volume substance unite mass (m^3/kg); m_s is the differential adiabatic coefficient S^0/MP Cp is the specific heat capacity at constant pressure (Kcal/S^0).

Equation (6) is the basis for analytical investigation of the temperature of the vertical flow in WB.

Version I. If the stream flow weight G_0 and the WB cross sectional area F_0 are constant values, we have $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$; $\frac{\partial P}{\partial t} = 0$ and on the laminar flow:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{P_h - P_b}{l} \quad (12)$$

where P_h and P_b are the pressure at the well head and bottom hole, respectively (MPa), equation (6) is simplified

$$\frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{v}\frac{\partial T}{\partial t} - M = \frac{\lambda}{G_0 Cp}\int_0^t K(t-\tau)d\Delta T(z,t); \quad (13)$$

$$v = \frac{G_0}{F\gamma}; \quad (14)$$

$$M = \frac{A}{Cp}\left[\frac{P_h - P_b}{l} - 1\right]. \quad (15)$$

In the case of $z = 0$, the geothermic temperature distribution may be described using the formulas

$$T_\Gamma(z) = T_0 - \Gamma z = T_0 - \frac{\partial T}{\partial z}z \quad (16)$$

where T_0 is the bottom hole temperature (°C); Γ is the geothermic gradient (°C/M).

As a result of solving the equation under the condition $z > vt$ (when vertical flow temperature expands the flow rate), we have

$$T(z,t) = T_0 - \Gamma z + \\ + (M + \Gamma)\frac{Cp\,G_0}{2\pi r_0 \alpha}\left[1 - \exp\left(-\frac{2\alpha}{r_0 \gamma\, Cp}t\right)\right]; \quad (17)$$

$$\alpha = \frac{H}{l}\alpha_1 + \frac{l-H}{l}\alpha_2 \quad (18)$$

where: $\alpha_1 = f_1(\rho_l)$; $\alpha_2 = f_2(\rho_2)$; $\rho_l = \beta\rho_0 + (1-\beta)\rho_w$; ρ_l is the liquid density (g/m^3); ρ_g, ρ_o and ρ_w are the gas, oil and water density, respectively (g/m^3).

The geometrical interpretation of the results of physical quantities in coordinates [h, T] is plotted in Fig. 1.

After the start of well's operation, the temperature change in the WB from the bottom hole to the well-head in case of an immediate contact of the well with surrounding rocks is characterized by straight lines 1, 2, 3, 4 which are parallel to the geothermic gradient A_0C_0. Consequently, the temperature increase in the WB will be same at all depths from the well-head to the crossing points C_n, in which the upward movement (C_1, C_2, C_3, C_4) takes place at flow rates v. For instance, temperature distribution in the WB at the moment t_2 is interpreted with the curve $C_0C_2A_2$.

Bottom hole temperature jump is a result of the Joule-Thomson throttling effect then connective is transmitted up at the flow rate v. In this case, the OM flow temperature at the well-head or the well-outlet depends more on the volume of stream flow than on the bottom hole temperature [9]. The idea presented in the paper does not take into account the great impact of the annular space areas ion the well outlet flow temperature.

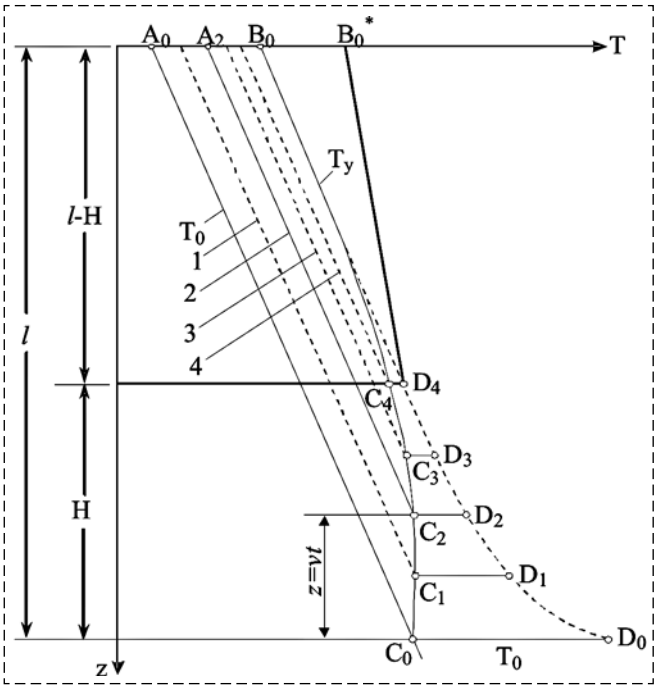


Fig. 1. Temperature curves of the oil in WB constructed using Newton's heat transfer law

As shown in the table, the relative values of the thermal conductivity of the liquid column and the gas column present in the annular space are much lower than the thermal conductivity of the WB wall. Consequently, the OM flow temperature at smaller well outlet will depends not only on the volume of stream flow but also on the bottom hole temperature and on the gas column and the liquid column. As shown in Fig. 1, the line D_4B_0 is not parallel to the geothermic gradient and, consequently, the flow temperature at the well outlet will be higher ($B_0B_0^*$) than noted.

The straight line A_0C_0 represents geothermal energy, i.e. temperature distribution in the WB before the start of well's operation $t \leqslant 0$.

l is the well depth; H, $l - H$ are, respectively, the liquid (oil, water) column and the gas column in the annular space.

The curve B_0C_0 corresponds to the temperature establishing in the WB after the start of well's operation $\Delta T(0, t) = 0$. The maximum increasing flow temperature value along the geothermic line, according to formulas (10), at $t \to \infty$ has the following form:

$$\Delta T_{AB}\max = (M + \Gamma)\frac{Cp\,G_0}{2\pi\Gamma\alpha} \quad (19)$$

where C is an experimental constant, the value of which for different gases varies within a range from 94 to 396.

As shown in formulas (17)-(19), the liquid column H and the column $l - H$ in the annular space have the greatest effect on the OM flow temperature at the well outlet and the heat transfer coefficient.

As shown in Fig. 2, the values of thermal conductivity of liquid and gas are much smaller than the value of thermal conductivity of the WB wall. This is confirmed by data reduction [13] (Table 1).

Table 1

Material Properties

Property	Gas	Water	Sand (rock)	Steel
Heat capacity	3,055	4,214	0,856	0,502
Thermal conductivity	0,08	0,72	2,25	16,27
Molecular weight	16	18		

Version II. In the case of movement of the oil mixture (OM) in WB (rising pipe), there is a loss of energy due to friction. In this case, the loss of energy is a transition to heat and, in turn, a change in the flow temperature. Heat increases due to the loss of energy, some of which goes to heat OM, but another part of it is radiated through the WB wall [18]

If Q is oil well flow rate (m^3/d), γ is the specific weight (Kg/m^3), then all the energy lost due to friction in the section h of the WB in the unit time is $Q\gamma h$ and it is a transition to heat:

$$Э = \frac{Q\gamma h}{E}; \quad (20)$$

$$h = \lambda \frac{l}{D_э} \frac{v^2}{g}, \quad (21)$$

where E is the mechanical equivalent of the work (425 (Kg·m)/Kkal); v is the WB flow velocity; λ is the resistance coefficient of the fluid flow in WB; $D_э$ is the effective diameter of WB (M); l is the oil well length (M); g is gravity acceleration (m/s^2); h is the resistance pressure loss (M).

Consequently, the quantity of heat on the length dz of the section of WB will have the form

$$Э = \frac{Q\gamma i}{E} dz \quad (22)$$

where $i = h/l$ is hydraulically slope (M/KM).

According to Newton's law of cooling, the total heat loss through the WB wall can be calculated from the following formula:

$$\pi DK(T - T_0)dz \quad (23)$$

where T is the OM temperature in the selected section of WB (S^0); D is the inside diameter of the pipe; T_e is the external environmental temperature (S^0); K is the WB heat transfer coefficient (Kkal/(M^2·S·°C)).

The total fluid heat loss in the section dz will be:

$$-Q\gamma C dT \quad (24)$$

where C is the heat capacity (Kkal/(Kq·S^0)).

Thus, considering formulas (1)—(3), we have heat balance:

$$-Q\gamma C dT = \pi DK(T - T_e)dz - \frac{Q\gamma i}{E} dz \quad (25)$$

or

$$-dT = a(T - T_e - b)dz \quad (26)$$

where

$$a = \frac{\pi DK}{Q\gamma C}; \quad (27)$$

$$b = \frac{Q\gamma i}{\pi KDE}. \quad (28)$$

Taking into account the geothermal gradient of rock surrounding WB $\frac{dT}{dz} = -k$ and $T = Tb - kz$, we have:

$$-\frac{1}{a} dT = (T + kz - T_b - b)dz. \quad (29)$$

As a result of integration of equation (29) under condition $z = 0$, $T = T_p$, we get:

$$T = T_b - kz + b + \frac{k}{a} + \left(-b - \frac{k}{a}\right) e^{-az}, \quad (30)$$

where T_b is the bottom hole temperature (S^0).

Thus, as a result, we have a temperature distribution across the depth of the well from the bottom to the well head.

If we do not take into account the friction pressure drop, i.e. $b = 0$, we can get the law for determining the temperature in the following form:

$$T_1 = T_b - kz + \frac{k}{a} - \frac{k}{a} e^{-az}. \quad (31)$$

By comparing formulas (30) with (31), we obtained a temperature change due to friction

$$\Delta T = T - T_1 = b(1 - e^{-az}). \quad (32)$$

Taking into account formulas (26) and (27) and the actual data of the oil well operation: $\bar{v}$ = 0,541 M/s; l = 3000 M; $D_э$ = 0,036 M; i = 0,055 M/KM; $Q\gamma$ = 0,58 Kq/s; C = 0,75 Kkal/(KqS^0); K = = 0,00256 Kkal/(m^2·S·S^0), as a result of the calculation, we have: $a = 6{,}7 \cdot 10^{-4}$ (1/M); $b = 2{,}4S^0$.

In view of the above, we can conclude that formulas (22)—(32) and our estimates allow finding the temperature distribution in the WB due to oil well flow rate.

Now we shall consider the physical meaning of the coefficients a, b of equations (30)—(32). Coefficient a has a length inverse to the value (1/M); the coefficient b has the value of temperature degree (S^0).

If we introduce the flow rate equation

$$Q = \frac{\pi D^2 v}{4}, \quad (33)$$

then with:

$$\gamma = \rho g$$

according to (24)—(29), we have:

$$b = \frac{\rho \lambda_f v^2}{8KE}. \quad (34)$$

As follows from formula (34), the maximum increase in the flow temperature at the outlet is quadratically proportional to the OM flow rate. In addition, in this case, as the OM flow rate increases and the heat transfer decreases, the value of b grows. Therefore, the measurement of the well outlet flow temperature is characterized by the well flow rate. Thus, an increase in the flow rate of OM results not only in the values of the coefficients a, b increasing, but also in the stay time of OM in WB decreasing and, consequently, in the heat loss at that time reducing.

As can be seen from formulas (24) and (25), estimating the values of the coefficients a and b requires determining the values of λf and K.

For a plain-end pipe, the value of λf can be more accurately determined using the following formulas [18]:

$$\lambda_f = 0,3164\,\mathrm{Re}^{-1/4} = 0,3164[(vD\rho)/\mu]^{-1/4} \quad (35)$$

where μ is the dynamic viscosity (Pa·s).

We have developed the following formula for determining the values of K:

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1 D_1} + \frac{1}{2\lambda h_1} \ln \frac{D_2}{D_1} + \frac{1}{\alpha_2 D_2} + \frac{1}{2\lambda h_2} \ln \frac{D_3}{D_2} + \frac{1}{\lambda_3 D_3} \right)^{-1} \quad (36)$$

where α_1, α_2, α_3 are the coefficients of heat transfer from the OM flow to the WB wall, from the WB wall to the annular space, from the annular space to the surrounding rocks, respectively; λ_{h_1} and λ_{h_2} are the thermal conductivity coefficients of the WB wall and of the annular space, respectively (see the proposed diagram in Fig. 2).

1, 2, 3 are WB, casing and rock, respectively; 3, 4 are WB and casing walls, respectively; δ is the high viscosity adsorption layer; $r_1 + \delta$, r_3 are the radiuses of the WB and the casing, respectively; C_l, C_g are the liquid column and the gas column, respectively; $\lambda_{h_1}, \lambda_{h_2}$ and λ_{h_3} are the thermal conductivity coefficients of the WB wall, the annular space and the rock.

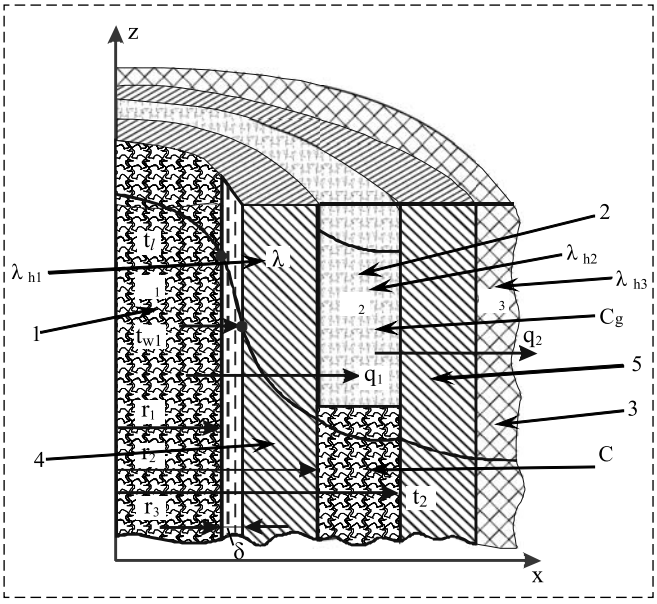


Fig. 2. The diagram of heat transfer through cylindrical walls and annular space

As shown in Fig. 2, heat transfer processes take place in several stages:

1) From the flow core to the adsorption layer (σ);

2) From the border (σ) to the inner surface of the WB wall (r_1);

3) From the inner surface to the outward surface of the WB wall (r_2);

4) From the outward surface of the WB wall through the annular space to the inner casing surface (r_3);

5) From the inner to the outward casing surface (r_4);

6) From the outward casing surface to the rock.

In the first stage, connective heat transfer takes place, where the process of heat transfer from the OM flow core to the WB wall is complicated and depends primarily on the movement mode of the OM flow. Main temperature drop in case of a turbulence flow takes place in the fluid border (σ). It means that the thermic resistance of the adsorption layer plays a crucial role in heat the transfer process. Therefore, increasing the degree of turbulence decreases the thickness of the adsorption layer, contributing to higher intensity of heat transfer. In this case, the value of heat transfer is calculated using the Newton formula (23).

In the laminar flow, the thermal motion is in the direction perpendicular to the direction of the OM flow, where thermal conductivity takes place.

In view of the above, it can be concluded that the main resistance in the heat transmission from the core of the fluid flow in the WB to the rock is

in the annular space, where liquid and gas columns are almost stationary and heat transfer is realized only with thermal conductivity.

The values of the coefficients α_1, α_2 and α_3 are determined from the known formula:

$$\alpha_i = Nu\frac{\lambda_{h_i}}{d} = 0 \quad (37)$$

where Nu is the Nusselt criterion, β is the expansion coefficient ($1/S^0$).

The values of λ_h for water and oil can be determined using N. B. Vargaftik's formula:

$$\lambda_h\lambda = \varepsilon Cp\gamma\sqrt[3]{\frac{\gamma}{M}} \quad (38)$$

where M is the molecular weight of fluid.

Since λ_{h_i} depends on temperature for oil and water the dependence is described by the approximate linear Graetz formula [17]

$$\lambda_{h_i} = \lambda_{h_i}^0(1+\varsigma T) \approx 3{,}11\cdot 10^{-4}(1+0{,}11T) \quad (39)$$

where ς is the temperature coefficient.

The values $\lambda_{h_0} = f(T)$ for gases separation space in the casing can be determined using the approximate formula:

$$\lambda_{h_g} = \lambda_{h_g}^0\left(\frac{273+C}{T+C}\right)\left(\frac{1}{273}\right)^{3/2}. \quad (40)$$

3.2. Mathematical model of the temperature distribution along the length of horizontal oil pipeline

To determine the pressure loss to overcome the friction $h_{тр}$ along the length of a circular pipeline, the Darcy-Weisbach equation is used:

$$h_{тр}\alpha_i = \lambda\frac{l\vartheta^2}{D2p} = il \quad (41)$$

where λ is the hydraulic resistance coefficient that depends on the Reynolds number and relative roughness of the inner surface of the pipe; l and $D$are the length and the diameter of the pipeline, respectively, m; g is the gravitational acceleration, m^2/s; $G_{нэ}$ ϑ is the average flow velocity, m/s.

As a result of friction, the work expressed by the following formula is lost in the elementary section dz of the pipeline

$$G_T = \frac{G_{iz}p_{iz}gidzd\tau}{E} \quad (42)$$

where E is the mechanical equivalent of heat 427 $\frac{kg\cdot g\cdot f\cdot m}{kcal}$; $\rho_{нэ}$ are the volumetric flow rate, m^3/h, and density of oil emulsion OE, kg/m^3, respectively, z is the distance change from OW, m, τ —time.

In formula (2) is used to determine the law of fluid temperature distribution along the length of the pipeline. However, this formula does not reflect the direct effect of oil viscosity on the value of temperature.

Calculating the heat balance for the elementary section dz of the pipe under steady-state fluid motion and solving the composite differential equation by the method of separation of variables, the exponential relationship between the variation of the current value of temperature and the length of the pipeline, between the value of temperature in the beginning of the pipe and the temperature of environment surrounding the pipeline were obtained in [18—22]. However, as shown in [18], when calculating the heat balance, oil viscosity, which is one of the defining factors of the flow of fluids (oil, water, gas) in the pipe, is not taken into account. The significance of this factor is further enhanced by the fact that in real conditions, it is not oil (which was the subject of research by the authors of [18, 23] that flows from OW to OTU but a much more complex oil emulsion (OE) mixed with gas. At the same time, the flow of OE and gas mixture, in contrast to oil flow, leads to an additional increase in the value of λ and therefore $h_{тр}$. In order to take viscosity into account, a simplified version (linear dependence) of the variation of viscosity with the variation of the current temperature is used in [24, 25] when solving the differential equation.

Our studies and analysis of data from field experiments have shown that the relationship between the variation of oil viscosity and the variation of temperature is described by the hyperbolic law:

$$\mu_0 = \frac{a_1}{b+ct}$$

and OE viscosity is calculated from the following formula:

$$\mu_{ie} = \mu_i\beta = \mu_i[1+sw+aw^2] = \frac{a_1\beta}{b+ct} = \frac{a}{b+ct} \quad (43)$$

where t is the temperature of OE, °C; $\mu_н$, $\mu_{нэ}$ are oil viscosity and OE viscosity, respectively, $\frac{g}{sm\cdot s}$ (P_z) or $1{,}019\cdot 10^{-4}$ $\frac{kg\cdot s}{m^2}$ (Pa); w is the concentration of

emulsified water droplets in OE; a, b, c, s, α are the coefficients determined experimentally.

The amount of heat released from the friction of OE along the corresponding section dz of the pipe length in time $d\tau$ is calculated from the following formula:

$$G_T = \frac{128G_{ie}^2\mu_{ie}}{\pi D^4 E}dzd\tau. \quad (44)$$

The amount of heat lost by OE flowing through said section in time $d\tau$ is expressed by the formula

$$G_p = G_{ie}\rho_{ie}C_{ie}\frac{dt}{dz}dzd\tau \quad (45)$$

where $\rho_{нэ} = w\rho_в + (1 - w)\rho_н$, $C_{нэ} = wC_в + (1 - w)C_н$, $\rho_в$, $\rho_н$, $\rho_{нэ}$ are the density of water, oil and OE, respectively, kg/m^3; $C_в$, $C_н$, $C_{нэ}$ are the specific heat of water, oil and OE, respectively, kcal/(kg·S^0).

Then, using Newton's law of cooling, it is possible to determine the amount of heat lost by the pipeline wall to the cooling medium with temperature t_1 over the length dz in time $d\tau$:

$$G_{Tp} = \pi DK_1(t - t_1)dzd\tau; \quad (46)$$

$$K_1 = \lambda_{ср}\frac{t_{CT} - t_1}{(t_f - t_{CT})\delta}; \quad (47)$$

$$\lambda_{ср} = \frac{\lambda_1 h_i + \lambda_2 h_{CT}\lambda_s h_{rp}}{\delta} \quad (48)$$

where K_1 is the heat transfer coefficient, $\frac{kcal}{m^2 \cdot {}^\circ C \cdot h}$; $\lambda_{ср}$ is the average thermal conductivity of the adhesive oil layer (or asphaltene sediments), the oil pipeline wall and the layer of soil covering the pipeline, $\frac{kcal}{m^2 \cdot S^0 \cdot h}$; $t_{ст}$, t_1 and $t_ж$ are the temperature of the pipe wall, environment and the fluid in the pipe, respectively, S^0; δ is the cumulative thickness of the near-wall oil layer, the pipe walls and the soil, $h_н$, $h_{ст}$ and $h_{гр}$ are the thickness of the oil layer, the pipeline wall and the soil, respectively, m; λ_1, λ_2, λ_3 are the respective thermal conductivities of these layers; $\delta = h_н + h_{ст} + h_{гр}$ is the cumulative thickness of the heat transfer layer.

In order to determine the average fluid flow velocity in a circular pipe, the parabolic Stokes' law is used, i.e.

$$\vartheta = \frac{1}{4\mu_{ie}}\left(\frac{D^2}{4} - r^2\right) + \frac{\partial p}{\partial z} \quad (49)$$

where r is the parameter expressing the variation of the thickness of fluid from the center of the flow to the wall.

In this case, the fluid flow rate G is calculated as follows:

$$G = \int_0^{D/2} 2\pi r dr\vartheta = -\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)\frac{\pi D^4}{128\mu_{ie}}. \quad (50)$$

Taking into account (49) and (50), we get

$$G = \int_0^{\mu/2} 2\pi r\frac{\mu_{ie}}{E}\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\right)^2 dzd\tau dr = \frac{128G_{ie}^2\mu_{ie}}{\pi D^4 E}dzd\tau$$

where p, ϑ are the pressure, Pa, and the average flow velocity of OE, m/h, respectively; τ is time, hrs.

Based on the above, we calculate the heat balance for the elementary section dz of the pipe under steady-state flow of OE:

$$\Delta G = G_r - G_p - G_{rn} = \\ = \frac{128G_{ie}^2\mu_{ie}}{\pi D^4 E} - G_{ie}\rho_{ie}C_{ie}\frac{dt}{dz} - \pi DK_1(t - t_1) = 0. \quad (51)$$

In order to find the temperature distribution (variation) of OE flow along the length of the oil pipeline in the direction from OW to OTU, by integrating the formulas of differential equation (22), we get:

$$I_z\int\frac{b + ct}{cJ_1t^2 + J_1(b - ct_1)t - (bJ_1t_1 + J_2a)}dt = -z + c_1. \quad (52)$$

Where $J_1 = \pi DK_1$, $J_2 = \frac{128G_{ie}^2}{\pi D^4 E}$, $J_3 = G_{ie}\rho_{ie}C_{ie}$; t, t_1 are the current temperature and the temperature of the environment surrounding the oil pipeline, respectively, S^0; c_1 is the constant of integration; z is the distance from OW, m.

Assuming the notation $cJ_1 = r$; $J_1(b - ct_1) = d$; $bJ_1t_1 + J_2a = e$, we transform integral (37) into the following form:

$$I_z\int\frac{b + ct}{rt^2 + dt - b}dt = -z + c_1. \quad (53)$$

After some transformations, integral (53) takes the following form:

$$\frac{I_b}{r}\int\frac{b + ct}{(t + n)(t + m)}dt = -z + c_1. \quad (54)$$

Solving integral equation (54), we get:

$$K_1\ln[c_2(t + n)^p(t + n)^q] = -z + c_1. \quad (55)$$

Under the initial conditions $z = 0$, $t = t_0$, we estimate the value of c_1

$$c_1 = K_1\ln[c_2(t_0 + n)^p(t_0 + n)^q]$$

Table 2

Calculated values of temperature distribution along the length of the pipeline

W	Z (m)								
	0	2000	4000	6000	8000	10000	12000	14000	16000
0.1	30	28.439	26.957	25.595	24.342	23.191	22.132	21.169	20.264
0.2	30	18.499	13.628	11.566	10.692	10.322	10.165	10.099	10.071

where n, m, p, q are the variable coefficients, which are determined by technological parameters, i.e.

$$n = \frac{1}{2r}[d - (d^2 + 4re)^{1/2}];$$

$$m = \frac{1}{2r}[d + (d^2 + 4re)^{1/2}];$$

$$p = c_1 n - b;$$

$$q = b - c_1 m;$$

$$K_1 = \frac{1}{r(n-m)}.$$

Where $d = J_1(b - ct_1)$, $e = bJ_1t_1 + J_2a$, $r = cJ_1$.

As a result, we obtain the sought-for equation for the relationship the variation of the OE flow temperature and the value of the initial temperature (t_0) and the distance along the length of the oil pipeline from OW to the current point (z):

$$(t+n)^p(t+m)^q = (t_0+n)^p(t_0+m)^q \exp\left(-\frac{z}{J_3K_1}\right).$$

Based on the above, we calculate the values of the temperature distribution of OE flow along the length of the oil pipeline from OW to OTU in relation to distance. The results are given in Table 2.

Taking into account the calculated values given in the table, a graph of the temperature distribution along the length of the pipeline is constructed (Fig. 3).

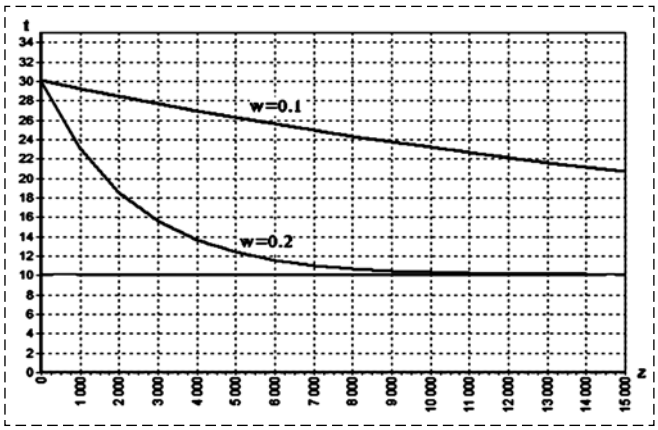


Fig. 3. Variation of temperature distribution along the length of the pipeline

We can see from the figure that for different values of the distance increase, the temperature of OE flow decreases exponentially. Moreover, at $z = \infty$, the temperature of OE flow is equal to the temperature of the environment surrounding the oil pipeline.

Conclusion

The paper proposes a new indirect method for determining the instantaneous discharge of oil wells using the developed mathematical models. As a result of a comprehensive analysis using these models, a correlation was found between the oil well flow rate and the flow temperature at the well outlet, therefore, the flow temperature distribution along the length of the tubing from the bottom to the well head.

A systematic analysis of the state of the art for the problem of determining the temperature distribution of the flow of oil, oil emulsion and three-phase oil-water-gas system along the length of the oil pipeline is carried out. It is demonstrated that the mathematical modeling of variation of the flow temperature along the length of the pipeline in the existing literature does not take into account the effect of oil emulsion viscosity on the temperature distribution. Therefore, in this paper, we propose the hyperbolic law of variation of oil viscosity with temperature and the parabolic law of variation of oil emulsion viscosity with the concentration of emulsified water droplets in oil. Taking these formulas into account, we have developed new mathematical models for the distribution of fluid flow temperature along the length of an oil pipeline from the collector of oil wells to the oil treatment unit.

Using the empirical laws — Fourier's law of heat conduction, Newton's law of heat transfer — and viscous friction of oil emulsion flow, a mathematical model is developed for the distribution of oil flow temperature along the length of the oil pipeline in relation to oil emulsion viscosity. The calculated results of the temperature distribution along the oil pipeline are given.

References

1. **Hafemann T. E., Ferreia M. V. D., Barbosa J. R., Silva A. K.** Modeling of multiphase fluid flow and Heat transfer in a pre-salt well to predict APB, *Conference: IV Journeys of Multiphase Flows (JEM 2015),* At Campinas, São Paulo, Brasil, Paper ID: JEM-2015-0058.
2. **Pourafshary P., Varavei A., Sepehrnoori K., Podio A. L.** A compositional wellbore/ reservoir simulator to model multiphase flow and temperature distribution, *Journal of Petroleum Science and Engineering,* 2009, vol. 69, no. 1—2, pp. 40—52.
3. **Kasatkin A. G.** Main processes and machines of chemical engineering, Moscow Khimicheskaya literature (Chemical Literature), 1960, 829 p. (in Russian).
4. **Kelbaliev G. I., Rasulov S. R., Rzaev Ab.G., Suleymanov G. Z., Tagiyev D. B.** Rheological model for flow of non-Newtonian petroleum, *Reports of National academy of sciences of Azerbaijan,* 2015, no. 1, pp. 56—59.
5. **Xiaoxue Huang, Jialing Zhu, Jun Li.** On wellbore heat transfer and fluid flow in the doublet of enhanced geometrical system, *The 7th international conference on applied. Energy — ICAE* 2015.
6. **Hasan A. R., Kabir C. S.** Fluid flow and heat transfer in wellbores, Society of Petroleum Engineers, Richardson, Texas, 2002.
7. **Stone T. W., Bennett J., Law D. H. S., Holmes J. A.** Thermal simulation with multisegment wells, *SPE Paper 78/31. SPE Res Eval Eng,* June, 2002, vol.5, no. 3, pp. 206—208.
8. **Omebere Iyari N. K.** et al. The characteristics of gas/liquid flow in large risers at high pressures, *International Journal of Multiphase Flow*, 2008, vol. 34, no. 5, pp. 461—476.
9. **Chekalyuk E. B.** Thermodynamics of oil stratum, Moscow, Nedra, 1965, 231 p.
10. **Alves I. N., Alhanati F. J. S., Shoham O. A.** Unified model for predicting flowing temperature distribution in wellbores and pipelines, *SPEPE*, 1992, vol. 7, no. 6, pp. 363—367.
11. **Qematudinov Sh. K.** Physics of oil and gas stratum, Moscow, Nedra, 1971, 350 p.
12. **Areshev E. Q.** et al. The nature of oil wells thermohydrodynamic investigation abnormal data, *Oil economics*, 2000, no. 3, pp. 41—47.
13. **Lee J.** Modeling of hydrodynamics end off intervals of well with developed logic, *Oil and gas technologies*, 2007, no. 9, pp. 25—30.
14. **Klyukin S. S., Jkhsanov M. A., Tsiku Yu. K.** Assessment of the well bottom zone state on the base of comprehensive research by methods of thermo-and hydrodynamics, *Oil economics*, 2010, no. 11, pp. 94—96.
15. **Zaytsev M. V.** Influence of thermal colmatation of near bore zones of well production, *Oil economies*, 2011, no. 2, pp. 83—85.
16. **Pnesku S.** The latest achievement in the sphere well carottage and estimation parameters of stratum, *Oil and gas technologies*, 2011, no. 10, pp. 31—41.
17. **Leibenzon L. S.** Oilfield mechanics. Collection of works, Moscow, Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR, 1955, vol. III, pp. 29—30, 252—273 (in Russian).
18. **Lutoshkin G. S.** Gathering and treatment of oil, gas and water for transportation, Moscow, Nedra, 1972, 324 p. (in Russian).
19. **Bela Illes, Elemer Bobok, Janos Zsuga, Aniko Toth.** Pressure and Temperature drop in gas transporting pipelines, *Advanced Logistic Systems*, 2012, vol. 6, no. 1, pp. 159—166.
20. **Duan J. M., Wang W.** et al. Energy Equation Derivation of the Oil-Gas-Flow in Pipelines, *Oil and Gas Science and Technology — Rev. IEP Energies nouvelles*, 2013, vol. 68, no. 2, pp. 341—353.
21. **Enbin Liu, Liuting Yang** et al. Simulation on the Temperature Drop Rule of Hot Oil Pipeline, *The Open Fuels and Energy Science Journal*, 2013, no. 6, pp. 55—60.
22. **Hongjun Zhu, Guang Feng, Qijun Wang.** Numerical Investigation of Temperature Distribution in an Eroded Bend Pipe and Prediction of Erosion Reduced Thickness, *The Scientific World Journal*, vol. 2014, Article ID 435679, 10 p., available at: http://dx.doi.10.1155/2014/435679.
23. **Rzayev A., Guluyev G.** et al Determining Oil Well Debit Using Outlet Temperature Information Processing, *Proceeding of the sixth International Conference on Management Science and Engineering Management*, Springer-Verlag, London, 2013, vol. 1, chap. 4, pp. 55—64.
24. **Kelbaliyev G. I., Rasulov S. R.** Hydrodynamics and mass transfer in disperse media, SPb., Khimizdat, 2014, 568 p. (in Russian).
25. **Kelbaliyev G. I., Rasulov S. R., Rzayev A. G.** Petroleum hydrodynamics, Moscow, Maska, 2015, 360 p. (in Russian).

IV Международная конференция
"УСТОЙЧИВОСТЬ И ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ"

Международная конференция "Устойчивость и процессы управления", посвященная 90-летию со дня рождения профессора, чл.-корр. РАН В. И. Зубова (1930—2000), будет проходить 5—9 октября 2020 г. в Санкт-Петербурге на базе факультета прикладной математики—процессов управления Санкт-Петербургского государственного университета (СПбГУ).

Организатор конференции Санкт-Петербургский государственный университет
Председатель конференции Петросян Леон Аганесович, профессор СПбГУ

Научные направления конференции

- Устойчивость
- Метод функций Ляпунова
- Теория динамических систем
- Управление механическими системами
- Управление и оптимизация в электрофизических системах
- Управление конфликтными системами. Динамические игры
- Методы анализа и синтеза систем с последействием
- Робастность
- Методы оптимизации
- Нелинейная механика и физика твердого тела
- Управление социально-экономическими системами
- Управление медико-биологическими системами
- Информатика и процессы управления
- Математические проблемы и методы распознавания образов
- Искусственный интеллект

Контактная информация: Егоров Алексей Валерьевич, alexey.egorov@spbu.ru
Головкина Анна Геннадьевна, a.golovkina@spbu.ru

Официальный сайт конференции http://www.apmsth.spbu.ru/scp2020/

УДК 681.5.01; 865 DOI: 10.17587/mau.21.348-355

Н. В. Андриевская[1], канд. техн. наук, доц., anv@msa.pstu.ru,
О. А. Андриевский[2], студент, andrievsky@niuitmo.ru, **М. Д. Кузнецов**[2], студент, kuznetcov.1997@yandex.ru,
Т. С. Леготкина[1], канд. техн. наук, доц., nedonosh@mail.ru, **В. С. Никулин**[1], аспирант, kalif23@yandex.ru,
С. А. Сторожев[1], аспирант, cepra5@mail.ru, **Ю. Н. Хижняков**[1], д-р техн. наук, доц., H1941@yandex.ru,
А. А. Южаков[1], д-р техн. наук, проф., uz@at.pstu.ru
[1]Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
[2]Национальный исследовательский университет ИТМО, г. Санкт-Петербург

Нейронечеткое управление выбросами вредных веществ авиационного газотурбинного двигателя[1]

Одним из направлений развития авиации является решение экологических проблем, исключающее выделение в атмосферу вредных веществ (оксида азота, оксида углерода) при работе авиационного газотурбинного двигателя (ГТД).

Сложность управления камерой сгорания заключается в том, что необходимо одновременно поддерживать основные полетные требования как по тяге двигателя, так и по минимизации выбросов вредных веществ. Одновременное выполнение этих условий приводит к решению задачи в узком диапазоне изменения параметров. Сложность процессов, протекающих в авиационном двигателе, не позволяет использовать традиционные законы управления. Поэтому в статье предложены регуляторы, основанные на аппарате искусственного интеллекта.

В работе представлены синтез и анализ системы автоматического управления (САУ), обеспечивающей устойчивую работу на основных полетных режимах. В качестве регуляторов рассмотрены нейронная сеть и нечеткий регулятор. Предложены различные модели данных регуляторов. Проведен анализ САУ и осуществлен выбор наилучших моделей регулятора.

Для минимизации выбросов вредных веществ представлена динамическая модель эмиссии вредных веществ на уровне 18 кг за полный цикл взлет—полет—посадка. Разработана САУ минимизацией вредных веществ на основе нейронного регулятора. Приведены результаты экспериментов.

Ключевые слова: *авиационный двигатель, выброс вредных веществ, камера сгорания, основные полетные режимы, расход топлива, дозаторы (диффузионный и гомогенный), нечеткий регулятор, нейронное управление, метод обратного распространения ошибки, метод Левенберга—Марквардта, динамическая модель эмиссии вредных веществ, интегральный показатель эмиссии вредных веществ*

Введение

Современные тенденции в авиационном двигателестроении предполагают разработку двигателей, которые являются не только высококачественными, надежными и безопасными, но и обеспечивающими экологическую сохранность окружающей среды [1—4]

Ухудшение экологии окружающей среды и ужесточение норм на вредные выбросы оксидов азота NO_x и углерода CO для современных двигателей требуют разработки качественно новых "чистых" камер сгорания, обеспечивающих заданные ограничения по вредным выбросам оксидов азота NO_x и углекислого газа [1, 5]. В камерах сгорания нового типа уменьшение вредных выбросов осуществляется за счет перераспределения топлива по различным коллекторам. Газодинамическая устойчивость горения в камере сгорания обеспечивается равномерным распределением топливовоздушной смеси за счет поперечных пульсаций концентрации с помощью гомогенных и диффузионных дозаторов [1, 2, 6]. При перераспределении топлива следует удерживать работу двигателя в устойчивом режиме, не допуская режима "бедного" срыва — срыва пламени в камере сгорания (при уменьшении температуры пламени ниже 1100 K), и режима виброгорения (при увеличении температуры выше 1600 K). Кроме того, при увеличении температуры пламени свыше 2000 K происходит резкое увеличение выброса вредных веществ [1, 7—10].

Разработка камер сгорания, обеспечивающих минимальный выброс вредных веществ, является перспективной и необходимой задачей в области авиадвигателестроения. Следует отметить, что на сегодняшний день создание таких камер сгорания находится на стадии проектирования, разработки и создания опыт-

[1] Работа выполнена в рамках договора СЧ НИОКР "Разработка и исследование нечетких и нейросетевых систем автоматического управления перспективного турбореактивного двухконтурного двигателя повышенной тяги" № 0000000020956180193/2018/537 от "29" 01. 2019 г. с АО "ОДК-СТАР"

ных образцов. Экологические требования сужают область устойчивого режима работы как камеры сгорания, так и двигателя в целом. Существующие системы автоматического управления (САУ) двигателями не обеспечивают экологические требования. Поэтому разработка алгоритмов управления процессами в камере сгорания в условиях как технологических, так и экологических ограничений является крайне актуальной задачей [1—4].

Постановка задачи

При разработке алгоритмов управления, обеспечивающих минимальный выброс веществ, следует учитывать следующие особенности функционирования камер сгорания (КС).

Камера сгорания является одной из важнейших частей газотурбинного двигателя, которая обеспечивает процесс горения топливовоздушной смеси (ТВС). Температура газов, выходящих из КС, обеспечивает мощность (тягу) и скорость реактивного двигателя [11].

Однако действия, направленные на минимизацию вредных выбросов NO_x, могут привести к режиму "бедного" срыва. Поэтому проектирование систем управления КС должно обеспечивать устойчивый режим работы камеры в узком диапазоне между режимом "бедного" срыва и виброгорения [1, 2, 9—12]. Моменты возникновения и протекания режимов "бедного" срыва и виброгорения являются недетерминированными процессами, зависящими от многих параметров: температуры ламинарного пламени в камере сгорания, состава ТВС, давления в КС, геометрических размеров камеры сгорания и других. Наиболее важной характеристикой является температура ламинарного пламени в камере сгорания. Зависимость температуры ламинарного пламени в камере сгорания и моментов возникновения режимов "бедного" срыва и эмиссии оксидов азота от коэффициента избытка воздуха α ($\alpha = \frac{G_в}{L_0 G_т}$, где $G_в$ — расход воздуха; L_0 — стехиометрический коэффициент, характеризующий химический состав топлива; $G_т$ — расход топлива.) представлена на рис. 1 [9, 13].

Следует заметить, что данный график может сжиматься по осям абсцисс и ординат и смещаться по оси абсцисс в зависимости от вида топлива, состояния КС, давления топлива в КС, температуры и давления воздуха, температуры внешней среды и других параметров [1, 2, 7].

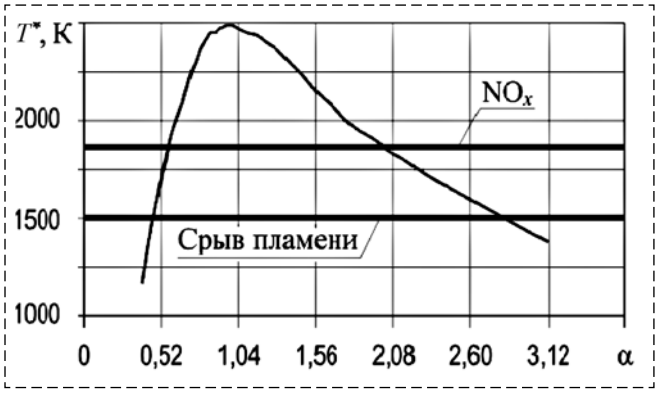


Рис. 1. Зависимость температуры пламени от состава топливовоздушной массы смеси

Fig. 1. Dependence of the flame temperature on the composition of the fuel-air mass of the mixture

Обеспечение минимального выброса вредных веществ в КС нового типа достигается за счет перераспределения топлива через различные контуры: диффузионный контур постоянной подачи топлива и гомогенные контуры. За счет перераспределения топлива и неравномерности температурного поля в КС режимы бедного" срыва и виброгорения могут возникнуть при различных значениях коэффициента избытка воздуха α.

Можно сделать вывод, что КС как объект управления (ОУ) является сложным нелинейным стохастическим объектом при отсутствии его точного математического описания [1, 2, 4, 10, 11].

Таким образом, задачей управления КС является обеспечение ее устойчивой работы в узком диапазоне режимов по коэффициенту избытка воздуха. Если учитывать, что этот диапазон необходимо обеспечивать в условиях достаточно большого диапазона температуры окружающего воздуха, различных режимов работы двигателя, влияния внутренних факторов (например, включения-выключения отборов воздуха на самолетные нужды и т.п.), то задача управления КС становится невероятно сложной.

Данная задача может быть решена с помощью применения технологии искусственного интеллекта. Анализ работ в данном направлении показал, что задача управления, обеспечивающего минимальный выброс веществ, в целом не решена [1, 13—18],

В данной статье рассмотрен алгоритм управления камерой сгорания, который минимизирует выброс вредных веществ на уровне 18 кг за весь цикл "взлет—полет—посадка".

Решение задачи управления камерой сгорания

Исходными данными для задачи управления является распределение топлива на основных полетных режимах (табл. 1)

В табл. 1 представлены следующие параметры: $G_т$ — суммарный объем топлива, поступающий в камеру сгорания; G_1 — объем топлива, поступающий через диффузионный коллектор; G_2 — объем топлива, поступающий через 1-й гомогенный коллектор; G_3 — объем топлива, поступающий через 2-й гомогенный коллектор; $\alpha_{КС}$ — коэффициент избытка воздуха; $T_{КС}$ — температура в камере сгорания; $P_{КС}$ — давление в камере сгорания).

Данное перераспределение топлива по коллекторам обеспечивает работу двигателя на основных полетных режимах.

В табл. 2 приведены Сертификационные режимы работы двигателя по эмиссии.

Сложность объекта управления — КС — и ее основные свойства (многомерность, стохастичность, нелинейность) приводят к необходимости использования для синтеза САУ интеллектуальных регуляторов, построенных на основе алгоритмов нечеткой логики и искусственных нейронных сетей (ИНС) [19-24]. Выбор алгоритмов искусственного интеллекта обусловлен и тем, что "чистые" камеры сгорания не созданы в физическом виде, а заданы математически основными параметрами в процессе всех полетных режимов (см. табл. 1, 2).

Для синтеза САУ предлагается использовать:

- интеллектуальные регуляторы, обеспечивающие работу КС на основных полетных режимах (табл. 1);
- интеллектуальные регуляторы, обеспечивающие минимальный уровень эмиссии NO_x (табл. 2).

На первом этапе в качестве интеллектуальных регуляторов были рассмотрены нечеткие и нейронные регуляторы.

Таблица 1
Table 1

Распределение топлива в камере сгорания

Fuel distribution in the combustion chamber

Параметры	Малый газ					Полетный малый газ					Взлет
$G_т$	0	560	560	726	1440	1874	2320	3500	4774	6150	9110
G_1	0	560	200	200	200	200	230	290	350	410	560
G_2	0	0	360	526	1240	837	1045	1605	2212	2870	4275
G_3	0	0	0	0	0	837	1045	1605	2212	2870	4275
$\alpha_{КС}(1 + 2)$			3,30	3,00	2,31	2,08					
$\alpha_{КС}(1 + 2 + 3)$						4,16	3,80	3,20	2,83	2,54	2,14
$T_{КС}$			548	577	663	698	727	787	836	880	954
$P_{КС}$			6,1	7,3	12,2	14,8	17,2	23,2	29,0	34,8	45,9

Таблица 2
Table 2

Сертификационные режимы работы двигателя по эмиссии NO_x (условия: без отборов воздуха и мощности)

Certification the operating modes of the engine emissions (conditions: without air and power extraction)

Режим	Тяга, %	Время работы, мин	$P_{КС}$, кг/см^2	$T_{КС}$, К	$\alpha_{КС}$	$T_г$, К	$G_Т$, кг/ч
Взлет	100	0,7	45,77	912	2,26	1855	8879
Набор высоты	85	2,2	40	876	2,47	1755	7315
Заход на посадку (ПМГ)	30	4,0	17,72	700	3,92	1302	2373
Руление (МГ)	7	26	7,16	552	6,15	964	711

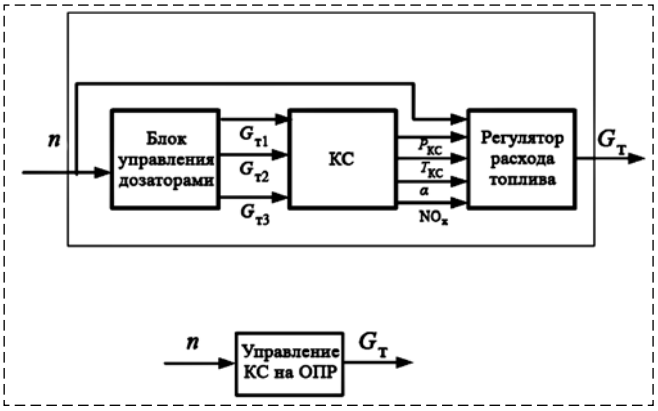


Рис. 2. Структура управления КС, обеспечивающая основные полетные режимы

Fig. 2. Governance structure of the COP serving as the main flight modes

Таблица 3
Table 3

Обучающая выборка

Training sample

NO_x	$\alpha_{КС}$	$T_{КС}$	$P_{КС}$	n	$G_Т$
−1,703682	0,558727	−1,724406	−1,365422	−2,190378	−1,202198
−1,665822	0,505356	−1,700758	−1,355309	−2,118917	−1,195856
−1,627963	0,451986	−1,677109	−1,345197	−2,047456	−1,189514
...	...	...	...	...	...
1,627963	−1,433765	1,526059	1,793974	1,341824	1,951077
1,665822	−1,469345	1,556231	1,839237	1,362241	2,007618
1,703682	−1,504925	1,586403	1,884499	1,382658	2,064158

Структура регулятора, обеспечивающего функционирование камеры сгорания на основных полетных режимах (ОПР), представлена на рис. 2 .

Расчет регуляторов был осуществлен на основе обучающей выборки, представленной в табл. 3.

Входными переменными являются следующие параметры: температура в камере сгорания $T_{КС}$, давление в камере сгорания $P_{КС}$, коэффициент избытка воздуха $\alpha_{КС}$, выброс вредных веществ NO_x, скорость двигателя (обороты двигателя) n. Выходом является расход топлива $G_т$.

В качестве интеллектуальных регуляторов были рассмотрены:

- нейронные регуляторы с обучением обратного распространения ошибки и Левенберга—Марквардта, каждая из моделей содержит один (скрытый) слой, содержащий 10 нейронов, функцией активации является сигмоидальная структура [19, 23, 24];
- нечеткие регуляторы — модели Заде, Мамдани, Сугено [20, 22, 23].

Работоспособность регуляторов камеры сгорания на различных полетных режимах была проверена путем включения в контур САУ оборотами двигателем (рис. 3).

План эксперимента включает в себя анализ переходных процессов САУ КС при изменении числа оборотов n = {0,3; 0,5; 0,7; 1,0}, соответствующим основным полетным режимам (обороты представлены в нормированном виде). Качество управления оценивается следующими основными показателями: $t_{ПП}$ — временем переходного процесса; σ% — перерегулированием; $e(\infty)$% — статическая ошибка.

Для интегральной оценки качества выбрана следующая целевая функция:

$$J = 0,6\sigma + 0,2t_{ПП} + 0,2e(\infty).$$

Повышенный весовой коэффициент 0,6 при перерегулировании ошибки определяется требованием апериодического характера переходного процесса (перерегулирование по оборотам двигателя недопустимо). Цель управления — минимизация J.

В процессе анализа были рассмотрены различные способы включения регуляторов полетных режимов в контур управления по оборотам вентилятора двигателя.

Наилучшие результаты показали САУ с нейронным регулятором ИНС с обучением по методу Левенберга—Марквардта (J = 5,05) (рис. 4, см. вторую сторону обложки) и нечеткий регулятор на основе модели Сугено (J = 4,93) (рис. 5, см. вторую сторону обложки).

На втором этапе решалась задача минимизации вредных выбросов на уровне 18 кг за весь цикл взлет—полет—посадка (рис. 6), где MNO_x — интегральный показатель выбросов вредных веществ за полный цикл.

Концепция регулирования заключается в том, чтобы не допустить выход текущего интеграла

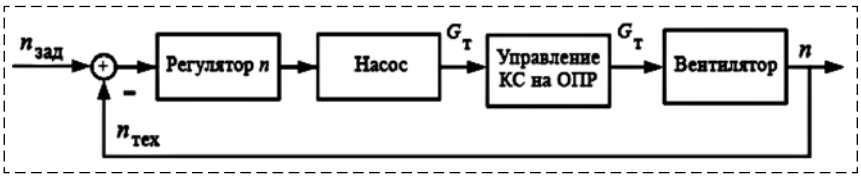


Рис. 3. Схема САУ по оборотам двигателя (вентилятора) с КС в прямой цепи

Fig. 3. Scheme ACS on engine speed (fan) from the COP in a straight chain

$M\mathrm{NO_x}$ из заданных пределов (18 кг), что позволяет контролировать концентрацию оксидов азота и не допускать "частичного бедного срыва", "полного бедного срыва" и "виброгорения". На рис. 7 приведены зоны регулирования на разных режимах работы авиационного ГТД.

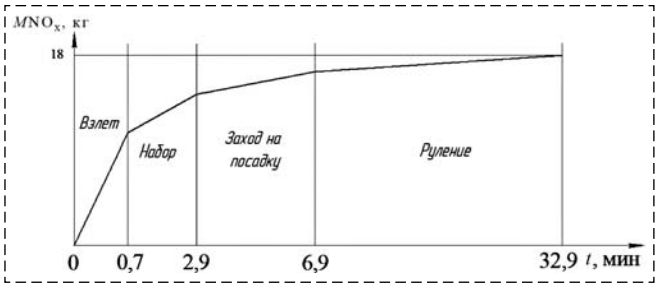


Рис. 6. Изменение линейного закона накопления интеграла $M\mathrm{NO_x}$ за весь цикл полета

Fig. 6. Change of the linear law of $M\mathrm{NO_x}$ integral accumulation for the whole flight cycle

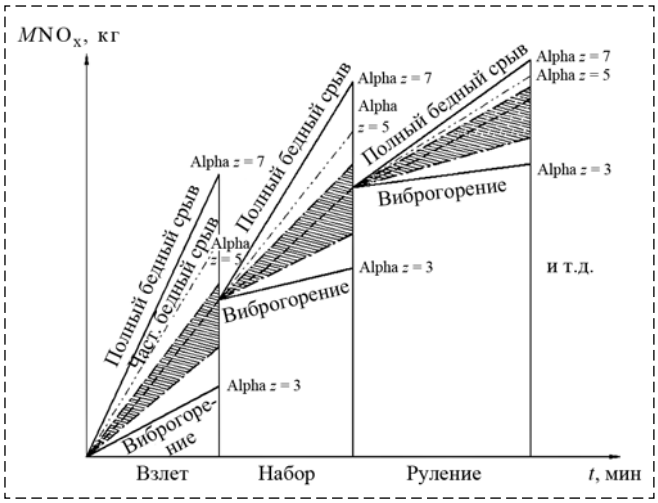


Рис. 7. Зоны регулирования в разных режимах работы авиационного ГТД

Fig. 7. Control zones in different modes of operation of the aircraft turbine engine

Была разработана динамическая модель системы управления КС, представленная на рис. 8.

Выходы ПБС, ЧБС, ВБР означают границы регулирования, представленные штриховкой на рис. 7 и определяющие границы полного "бедного" срыва, частичного "бедного" срыва и виброгорения соответственно. Работу данного блока можно описать следующим образом: при достижении вышеуказанных границ изменяется перераспределение топлива через диффузионный дозатор:

- при "полном бедном срыве" уменьшается $G_{\text{т_диф}}$ до 0,99 от фактического значения;
- при "частичном бедном срыве" увеличивается $G_{\text{т_диф}}$ до 1,01 от фактического значения;
- при "Виброгорении" увеличивается $G_{\text{т_диф}}$ до 1,1 от фактического значения);
- если ни один из перечисленных режимов не активировался, то уменьшается значение $G_{\text{т_диф}}$ на величину 0,9995.

В качестве модели эмиссии была выбрана нейронная сеть. Для каждого режима была составлена обучающая выборка на основании данных табл. 2.

На основе данных обучающих выборок для каждого режима построена нейронная сеть средствами MATLAB (nntool).

Нейронная сеть имеет шесть входных переменных (Time, $T_{\text{КС}}$, $G_{\text{Т}}$, tp, $G_{\text{т_диф}}$, $\alpha_{\text{КС}}$) и один выход $\mathrm{NO_x}$. Исходя из точности модели и минимизации вычислений выбрана нейронная сеть с одним скрытым слоем и 100 нейронами в этом слое. Обучение проводилось методом Левенберга—Марквардта [19, 24].

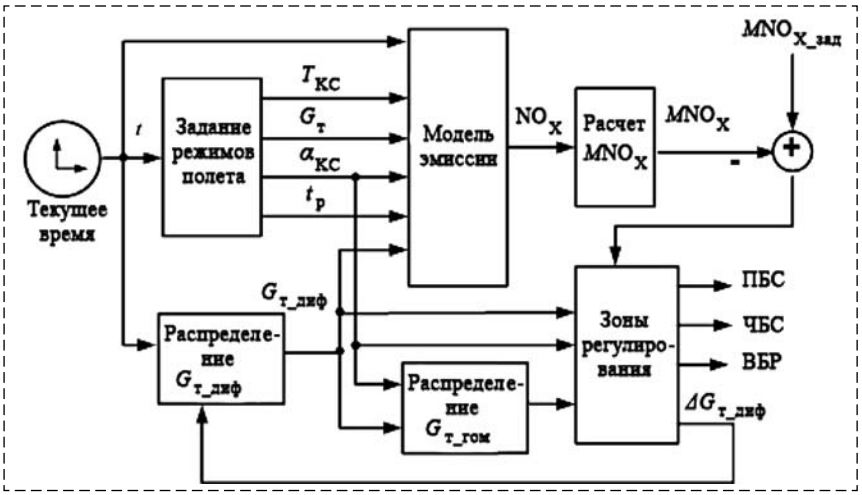


Рис. 8. Динамическая модель нейронной части регулятора на базе персептрона

Fig. 8. Dynamic model of the neural part of the regulator based on the perceptron

Интеграция регулятора эмиссии вредных веществ в систему управления частотой двигателя представлена на рис. 9.

Результаты моделирования представлены на рис. 10 (см. вторую сторону обложки).

Таким образом, проведенный эксперимент показал, что САУ КС с нечетким и нейронным регулятором и регулятором $M\mathrm{NO_x}$ на режиме с минимизацией по текущему значению эмиссии отвечают полетным требованиям, обеспечивают работу в устойчивом диапазоне и допустимый вы-

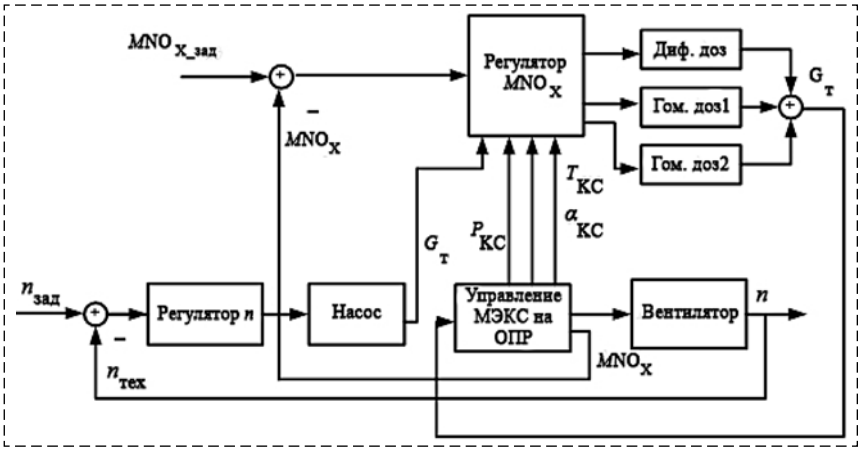


Рис. 9. Схема САУ по оборотам двигателя (вентилятора) с минимизацией выбросов вредных веществ
Fig. 9. Scheme ACS on engine speed (fan) minimizing emissions

брос эмиссии не более 18 кг за цикл взлет—полет—посадка".

Заключение

В работе предложен подход к построению САУ КС авиационного двигателя, обеспечивающий минимизацию выброса вредных веществ.

Показано, что для проектирования таких САУ необходимо использовать технологию искусственного интеллекта. В качестве интеллектуальных регуляторов рассмотрены нейронные регуляторы с обучением обратного распространения ошибки и алгоритмом Левенберга—Маркварда, а также нечеткие регуляторы но основе моделей Заде, Мамдани и Сугено. Для выбранной интегральной целевой функции (ошибка перерегулирования, время переходного процесса и статическая ошибка) получены лучшие показатели САУ для нейронного регулятора (алгоритм Левенберга—Маркварда) — 5,05, для нечеткого регулятора (модель Сугено) — 4,93.

Для минимизации выброса вредных веществ разработана динамическая модель системы управления КС, построенная на основе нейронной сети, обеспечивающая заданные требования (допустимый выброс не превышает 18 кг за полный цикл взлет—полет—посадка").

Список литературы

1. **Августинович В. Г., Кузнецова Т. А., Фатыков А. И., Нугуманов А. Д.** Концепция управления малоэмиссионной камерой сгорания авиационного ГТД и ее эксперт-модель для обучения нейронной сети смарт-регулятора // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2018. № 53. С. 5—19.

2. **Васильев А. Ю.** Некоторые проблемы разработки малоэмиссионных камер сгорания и пути снижения эмиссии оксидов азота // Двигатель. 2016. № 6(108). С. 10—13

3. **Lauer M., Farber J., Reith F., Masalme J. E.** Model Based Prediction of Off-Design Operation Condition NOx Emission from DLE Gas Turbine Combustors // Proc. ASME Conf. Turbo Expo GT2017-63063. Charlotte, NC, USA. 2017. 11p.

4. **Марчуков Е. Ю., Федоров С. А.** Новая концепция низкоэмиссионной камеры сгорания стационарных ГТУ, разрабатываемых на базе авиационных ГТД // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. Процессы горения, теплообмена и экологии тепловых двигателей. 2000. С. 143—152.

5. **Комаров Е. М.** Методы уменьшения эмиссии вредных веществ в камерах сгорания ГТД и ГТУ // Машиностроение и компьютерные технологии. 2018. № 05. С. 9—29.

6. **Avgustinovich V. G., Nazukin V. A.** CFD Analysis of swirling flows in premixers // Proceedings of ASME Turbo Expo 2014 [Electronic resource]: Turbine Technical Conference and Exposition (June 16—20, 2014, Dusseldorf, Germany) / American Society of Mechanical Engineers (ASME), International Gas Turbine Institute. New York: ASME, 2014. Art. No. V04AT04A0511, electronic optical disc (DVD). 10 p.

7. **Маркушин А. Н., Бакланов А. В.** Исследование качества подготовки топливовоздушной смеси и его влияния на выбросы NOx в малоэмиссионной камере сгорания ГТД // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С. П. Королева (национального исследовательского университета). 2013. № 3-1 (143). С. 139—145.

8. **Belokon A., Khirtov K., Klyachko L., Tschepin S., Zakharov V.** Prediction of Combustion Efficiency and NOx Level for Diffusion Flame Combustors in HAT Cycles // Proc. ASME Conf. Turbo Expo GT2002-30609. Amsterdam, 2002. 9 p.

9. **Зубилин И. А.** Методика определения границы бедного срыва в камерах сгорания газотурбинных установок: дис. канд. техн. наук: 05.07.05. Самара: Изд-во Самарского нац. иссл. ун-та, 2016. 169 с.

10. **Куценко Ю. Г.** Методология проектирования малоэмиссионных камер сгорания ГТД на основе математических моделей физико-химических процессов: дис. ... д-ра техн. наук: 05.07.05. Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2010. 193 с.

11. **Иноземцев А. А., Сандрацкий В. Л.** Газотурбинные двигатели. Пермь: ОАО "Авиадвигатель", 2006. 1204 с.

12. **Варнатц Ю., Маас У., Диббл Р.** Горение. Физические и химические аспекты, моделирование, эксперименты, образование загрязняющих веществ. М.: Физматлит, 2006. 352 с.

13. **Avgustinovich V. G., Kutsenko Y. G.** Creation and Application of Combined Calculation Methodology for Low Emission Combustion Chamber // Russian Aeronautics. 2011. Vol. 54, N. 2. P. 170—178.

14. **Vanderhaegen E., Deneve M.** Predictive Emissions Monitoring Using a Continuously Updating Neural Network // Proc. ASME Conf. Turbo Expo GT2010-22899. Glasgow, 2010. 7 p.

15. **Lamont W. G., Roa M., Lucht R.** Application of Artificial Neural Networks for the Prediction of Pollutant Emissions and Outlet Temperature in Fuel Staged Gas Turbine Combustion Rig // Proc. ASME Conf. Turbo Expo GT2014-25030. Dusseldorf, 2014. 10 p.

16. **Warren G.** Lamont. Application of Artificial Neural Networks for the Prediction of Pollutant Emissions and Outlet

Temperature in a Fuel-Staged Gas Turbine Combustion Rig / Warren G. Lamont, Mario Roa, Robert P. Lucht // Proceedings of ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition. 2014. P. 1—10.

17. **Булысова Л. А., Васильев В. Д., Гутник М. М., Гутник М. Н., Берне А. Л., Пугач К. С.** Экспериментальные исследования эмиссий NO_x при сжигании топлива в одной и двух последовательно расположенных ступенях сгорания // Электрические станции. 2018. № 11 (1048). С. 15—23.

18. **Hao Zh., Kefa C., Jianren F.** Modeling and optimization of the NOx emission characteristics of a tangentially firedboiler with artificial neural networks. Clean Energy and Environment Engineering Key Lab of MOE, Institute for Thermal Power Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, 310027, PR China Received7 February 2001.

19. **Осовский С.** Нейронные сети для обработки информации / Пер. с польского И. Д. Рудинского. М.: Финансы и статистика, 2004. 344 с.

20. **Пегат А.** Нечеткое моделирование и управление / Пер. с англ. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2017. 79 с.

21. **Хижняков Ю. Н., Южаков А. А, Титов Ю. К.** Проектирование адаптивного нечеткого регулятора положения дозатора воздушно-реактивного двигателя // Электротехника. 2018. № 11. С. 6—11.

22. **Гостев В. В.** Проектирование нечетких регуляторов для систем автоматического управления. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 416 с.

23. **Хижняков Ю. Н., Южаков А. А., Софин Н. А.** Разработка адаптивного нечеткого регулятора частоты и встроенной модели авиационного двигателя с применением нейронной технологии // 14-я Международная конференция "Авиация и космонавтика — 2015" Тезисы Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). 2015. С. 157—159.

24. **Хижняков Ю. Н.** Нечеткое, нейронное и гибридное управление: Учеб. пособ. Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. 303 с.

Neuro-Fuzzy Harmful Substances Control of Aircraft Gas Turbine Engine

N. V. Andrievskaya[1], anv@msa.pstu.ru, **O. A. Andrievskiy**[2], andrievsky@niuitmo.ru,
M. D. Kuznetsov[2], kuznetcov.1997@yandex.ru, **T. S. Legotkina**[1], nedonosh@mail.ru,
V. S. Nikulin[1], kalif23@yandex.ru, **S. A. Storozhev**[1], cepra5@mail.ru,
Y. N. Khizhnyakov[1], H1941@yandex.ru, **A. A. Yuzhakov**[1], uz@at.pstu.ru
[1]Perm national research Polytechnic University, Perm, 614990, Russian Federation,
[2]ITMO University, Saint-Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: **Khizhnyakov Yury N.,** D. Sc., Associate Professor,
Perm national research Polytechnic University, Perm, 614990, Russian Federation,
e-mail: H1941@yandex.ru

Accepted on Desember 12, 2019

Abstract

One of the directions of aviation development is solving environmental problems, which excludes the emission of harmful substances into the atmosphere (nitric oxide, carbon monoxide) during the operation of an aircraft gas turbine engine (GTE) [1]. At low temperatures, oxygen and nitrogen are inert gases. At temperatures of 1100... 1600 K, oxides are formed, where nitrogen takes a valence of one to five. At temperatures above 1600 K, their atomic decomposition occurs. At temperatures in the range of 1100—1600 K, a reduction in NOx is possible with good mixing and a sufficient length of the combustion chamber, which determines the burning time of gases. If the combustion process is interrupted due to the poor operation of the automation, either vibro-combustion (atomic decomposition of NOx oxide) occurs at a temperature of 1600 K or flame failure occurs at 1100 K. Improving the process of converting the chemical energy of fuel and converting it into mechanical energy under conditions of uncertainty (variable caloric content of kerosene, changes in environmental parameters, wear of control equipment) is possible using neuro-fuzzy control of aviation gas turbine engine emissions into the environment. The control signal will be the fuel consumption in the diffusion manifold. In this case, fuel consumption in homogeneous reservoirs will vary evenly, provided that the total amount of fuel remains constant for the engine under consideration (the thrust should not change in the mode). A dynamic model of a neuro-fuzzy fuel consumption regulator by a diffusion collector has been developed. The method of obtaining training samples "% GT" = f (MNOx) for constructing the neural part of the regulator is presented. The desired "triangular" region of MNOx location (the integral of emission of nitrogen oxide emissions) is determined, on the basis of which control algorithms "with economy" and "without economy" of the MNOx integral are proposed.

Keywords: *aircraft engine, metering device (diffusion and homogeneous), low-emission combustion chamber, fuzzy control (fuzzification, logical inference unit, defuzzification), neural control (perceptron, error back propagation method, Levenberg-Marquardt method)*

Acknowlegements: This work was performed under the SC R&D agreement Development and research of fuzzy and neural network automatic control systems of a promising turbojet dual-circuit engine with increased thrust" No. 0000000020956180193/2018/537 dated 29.01.2019 with OEC-STAR JSC.

For citation:

Andrievskaya N. V., Andrievskiy O. A., Kuznetsov M. D., Legotkina T. S., Nikulin V. S., Storozhev S. A., Khizhnyakov Y. N., Yuzhakov A. A. Neuro-Fuzzy Harmful Substances Control of Aircraft Gas Turbine Engine, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2020, vol. 21, no. 6, pp. 348—355.

DOI: 10.17587/mau.21.348-355

References

1. **Avgustinovich V. G., Kuznetsova T. A., Fatykov A. I., Nugumanov A. D.** The concept of management low emission

combustor GTE and its expert model for training the neural network of smart regulator, *Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Aerospace engineering,* 2018, no. 53, pp. 5—19 (in Russian).

2. **Vasil'ev Y.** Some problems develop low-emission combustors and ways to reduce emissions of nitrogen oxides, *Engine*, 2016, no. 6 (108), pp. 10—13 (in Russian).

3. **Lauer M., Farber J., Reith F., Masalme J. E.** Model Based Prediction of Off-Design Operation Condition NOx Emission from DLE Gas Turbine Combustors, *Proc. ASME Conf. Turbo Expo GT2017-63063*, Charlotte, NC, USA, 2017, 11 p.

4. **Marchukov E. Y., Fedorov S. A.** The new concept of a low-emission combustion chambers of stationary gas turbines, developed on the basis of GTE, *Vestnik of Samara State Aerospace University. Combustion processes, heat transfer and environmental heat engines*, 2000, pp. 143—152 (in Russian).

5. **Mosquitoes E. M.** Methods reduce the emission of pollutants in combustion chambers of gas turbine engines and gas turbines, *Engineering and Computer Technology*, 2018, no. 05, pp. 9—29 (in Russian).

6. **Avgustinovich V. G., Nazukin V. A.** CFD Analysis of swirling flows in premixers, *Proceedings of ASME Turbo Expo 2014* [Electronic resource]: Turbine Technical Conference and Exposition (June 16—20, 2014, Dusseldorf, Germany), American Society of Mechanical Engineers (ASME), International Gas Turbine Institute, New York: ASME, 2014, Art. No. V04AT04A0511, electronic optical disc (DVD), 10 p.

7. **Markushin A. N., Baklanov A. V.** Research quality fuel mixture preparation and its effect on NOx emission in low emission combustion chamber TBG, *Vestnik Samara State Aerospace University.* Academician S. P. Korolev (National Research University), Samara,2013, no. 3-1 (143), pp. 139—145 (in Russian).

8. **Belokon A., Khirtov K., Klyachko L., Tschepin S., Zakharov V.** Prediction of Combustion Efficiency and NOx Level for Diffusion Flame Combustors in HAT Cycles, *Proc. ASME Conf. Turbo Expo GT2002-30609*, Amsterdam, 2002, 9 p.

9. **Zubilin I. A.** Method for determining the boundaries of poor breakdown in the combustion chambers of gas turbines: dis. cand. tehn. Sciences: 05.07.05, Samara, Samara Publishing House nat. Inst. University Press, 2016, 169 p. (in Russian).

10. **Kutsenko Y. G.** Methodology of designing low-emission combustors TBG based on mathematical models of physical and chemical processes: dis.... Dr. tehn. Sciences: 05.07.05, Perm, Publishing house of Perm. state. tehn. University Press, 2010, 193 p. (in Russian).

11. **Inozemtzev A. A., Sandratsky V. L.** Gas turbine engines. Perm, JSC Aircraft Engine", 2006. 1204 p. (in Russian).

12. **Varnatts Yu., Maas W., Dibble R.** Combustion. Physical and chemical aspects, simulation experiments, the formation of pollutants, Moscow, FIZMATLIT, 2006, 352 p. (in Russian).

13. **Avgustinovich V. G., Kutsenko Y. G.** Creation and Application of Combined Calculation Methodology for Low Emission Combustion Chamber, Russian Aeronautics, 2011, vol. 54, no. 2, pp. 170—178.

14. **Vanderhaegen E., Deneve M.** Predictive Emissions Monitoring Using a Continuously Updating Neural Network, *Proc. ASME Conf. Turbo Expo GT2010-22899*, Glasgow, 2010, 7 p.

15. **Lamont W. G., Roa M., Lucht R.** Application of Artificial Neural Networks for the Prediction of Pollutant Emissions and Outlet Temperature in Fuel Staged Gas Turbine Combustion Rig, *Proc. ASME Conf. Turbo Expo GT2014-25030,* Dusseldorf, 2014, 10 p.

16. **LamontW. G., Roa M., Lucht R. P.** Application of Artificial Neural Networks for the Prediction of Pollutant Emissions and Outlet Temperature in a Fuel-Staged Gas Turbine Combustion Rig, *Proceedings of ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition*, 2014, pp. 1—10.

17. **Bulysova L. A., Vasiliev V. D., Gutnick M. M., Gutnick"M. N., Berne A. L., Pugatch K. S.** Experimental studies NOx emissions during combustion of fuel in one or two sequentially arranged combustion stages, *Electric stations*, 2018, no.11 (1048), pp. 15—23 (in Russian).

18. **Hao Zh., Kefa C., Jianren F.** Modeling and optimization of the NOx emission characteristics of a tangentially firedboiler with artificial neural networks, *Clean Energy and Environment Engineering Key Lab of MOE*, Institute for Thermal Power Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, 310027, PR china Received7 February 2001.

19. **Osovsky S.** Neural networks for information processing, Moscvow, Finance and Statistics, 2004, 344 p. (in Russian).

20. **Pegat A.** Fuzzy modeling and control, Moscow, Bean. Knowledge Laboratory, 2017, 79 p. (in Russian).

21. **Khizhnyakov Yu. N., Yuzhakov A. A., Titov Yu. K.** Design of adaptive fuzzy control position of the metering jet engine, *Electrical engineering*, 2018, no. 11, pp. 6—11 (in Russian).

22. **Gostev V. V.** Design of fuzzy controllers for automatic control systems, SPb, BHV-Petersburg, 2011, 416 p. (in Russian).

23. **Khizhnyakov Yu. N., Yuzhakov A. A., Sofin N. A.** Development of an adaptive fuzzy frequency controller and an integrated model of an aircraft engine using neural technology, *14th International Conference "Aviation and Cosmonautics — 2015"*, 2015, pp. 157—159 (in Russian).

24. **Khizhnyakov Yu. N.** Fuzzy, neural and hybrid control, Perm, Publishing house Perm. nat. researched Polytechnic University, 2013, 330 p. (in Russian).

УДК 681.518.3 DOI: 10.17587/mau.21.356-365

В. Ф. Филаретов[1,2], д-р техн. наук, filaret@iacp.dvo.ru, **Д. А. Юхимец**[1,3], д-р техн. наук, undim@iacp.dvo.ru,
[1]Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, г. Владивосток,
[2] Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток,
[3] Университет "Иннополис", г. Иннополис

Разработка метода формирования траекторий движения группы подводных роботов в среде с препятствиями во время их обхода[1]

Предложен новый метод формирования траекторий движения группы подводных роботов (ПР) в режиме "лидер—ведомые" в заданном строю в неизвестной обстановке, содержащей препятствия. В этом режиме в составе группы выделяется ПР-лидер, который имеет информацию о выполняемой миссии и формирует безопасные траектории своего движения в зависимости от ее цели и обнаруженных препятствий. ПР-ведомые должны двигаться за лидером, в соответствии с выделенным им местом в заданном строе, используя информацию о текущем положении лидера, передаваемую по гидроакустическим каналам связи, и об их расстояниях до препятствий, обнаруживаемых с помощью собственных бортовых дальномеров. Из-за низкой пропускной способности гидроакустических каналов связи возникает проблема согласования положения ПР-ведомых при обходе обнаруженных препятствий, что необходимо для исключения столкновений между ПР группы. Указанная проблема решается в работе с помощью предварительного задания для каждого ведомого единственно возможной для него траектории перемещения внутри строя, которая обеспечит ему безопасное движение относительно других ведомых при обходе конкретного обнаруженного препятствия. Этот подход позволяет при использовании высокоточных систем управления не согласовывать текущие положения ПР-ведомых относительно соседей, что не требует дополнительного обмена данными между ПР группы. В работе был предложен подход к выбору траекторий движения ПР-ведомых внутри строя и метод формирования желаемого положения ПР-ведомых в процессе их движения. Эффективность предложенного метода подтверждена результатами математического моделирования.

Ключевые слова: *подводный робот, групповое управление, строевое правление, планирование траекторий, обход препятствий*

Введение

В настоящее время перспективным методом повышения эффективности выполнения поисковых и обзорных миссий в подводной среде является использование групп автономных подводных роботов (ПР), которые в процессе выполнения этих миссий должны перемещаться в заранее неизвестной обстановке, содержащей препятствия. Одним из основных видов эффективного группового управления является движение роботов в заданном строю в режиме лидер—ведомые. В этом режиме информацию о заданной миссии имеет только робот-лидер, который с ее помощью формирует свою траекторию движения. Роботы-ведомые при их движении получают информацию о текущем положении лидера и рассчитывают свое желаемое положение исходя из предписанного им места в строю относительно робота-лидера. Это обеспечивает согласованное движение всех роботов группы.

В процессе движения в обстановке с препятствиями все роботы группы должны обходить эти препятствия на безопасной дистанции без столкновений между собой. В настоящее время для решения этой задачи создано много подходов [1]. В большинстве этих подходов использованы различные методы оптимизации [2—5] для планирования траекторий движения роботов. В частности, проблема безопасного движения группы промышленных роботов при выполнении совместных технологических операций была рассмотрена в работе [2], где для предотвращения их столкновений между собой вводилось специальное расписа-

[1]Работа поддержана РФФИ (гранты 16-29-04195 и 19-08-00347) и Программой фундаментальных научных исследований по приоритетным направлениям, определяемым Президиумом Российской академии наук, № 7 "Новые разработки в перспективных направлениях энергетики, механики и робототехники".

ние их движения. Но эти методы можно применять только для рабочей среды с заранее известными препятствиями.

Проблему управления движением группы роботов в неизвестной обстановке можно решить и с помощью методов, основанных на использовании специальных алгоритмов, имитирующих поведение живых организмов в различных ситуациях [6, 7]. Однако эти алгоритмы в основном предназначены для роя роботов, в котором не поддерживается определенный строй. Эти алгоритмы могут быть неприемлемы для выполнения задач, поскольку роевое движение роботов предполагает частый обмен информацией между ними, что сложно реализуемо при малой пропускной способности акустических каналов связи.

Управление движением роботов строем в заранее неизвестной обстановке с препятствиями рассмотрено в работах [8—10], где избегать столкновений с обнаруженными препятствиями предлагается за счет такого изменения типа заданного строя или скорости движения роботов группы, чтобы при обнаружении движущегося препятствия группа пропустила его на безопасной дистанции.

Проведенный анализ показал, что известные методы формирования траекторий движения групп роботов предполагают, что все они получают информацию о текущем расположении друг друга. Это позволяет им согласованно корректировать свои траектории в процессе обхода препятствий и устранять столкновения между собой. Но для ПР этот подход редко реализуем, поскольку гидроакустические каналы связи имеют низкую пропускную способность (только сотни байтов в секунду). При этом передача информации между ПР происходит с большими задержками. Поэтому для группового управления ПР необходимо разработать метод формирования траекторий их движения, не требующий большого обмена данными между роботами группы.

Для решения этой задачи в качестве базового будет использован метод формирования траекторий движения ПР в неизвестной обстановке, используемый в работах [11—14]. Его преимуществом является возможность формирования гладких пространственных траекторий для обеспечения быстрого и точного движения, что особо важно для ПР. Однако указанный метод целесообразно использовать только для формирования траекторий движения ПР-лидера, поскольку только он имеет информацию о выполняемой миссии и траектории движения всей группы. При этом отсутствие информации у ПР-лидера о текущем положении ПР-ведомых не позволяет ему сразу формировать безопасную траекторию в среде с препятствиями с учетом текущих положений всех ПР-ведомых. Более того, при обходе препятствий сохранение заданного строя ПР нецелесообразно, так как это может ограничивать безопасный проход всей группы в узких местах между препятствиями и увеличивать длину траекторий их обхода в поисках более безопасных участков.

Постановка задачи

В статье рассматривается задача управления группой ПР, движущихся в заданном строю в режиме "лидер—ведомые" в заранее неизвестной обстановке, содержащей препятствия. Группой должен управлять ПР-лидер, который должен иметь полную информацию о выполняемой миссии и формировать безопасные траектории своего движения в зависимости от ее цели и обнаруженных препятствий. ПР-ведомые должны двигаться за лидером в соответствии с выделенным им местом в заданном строе (рис. 1), используя информацию о текущем положении лидера, передаваемую по гидроакустическим каналам связи, и об их расстояниях до препятствий, обнаруживаемых с помощью собственных бортовых дальномеров.

Ставится задача разработки метода формирования траекторий движения ПР-ведомых, который обеспечит их безопасное движение от-

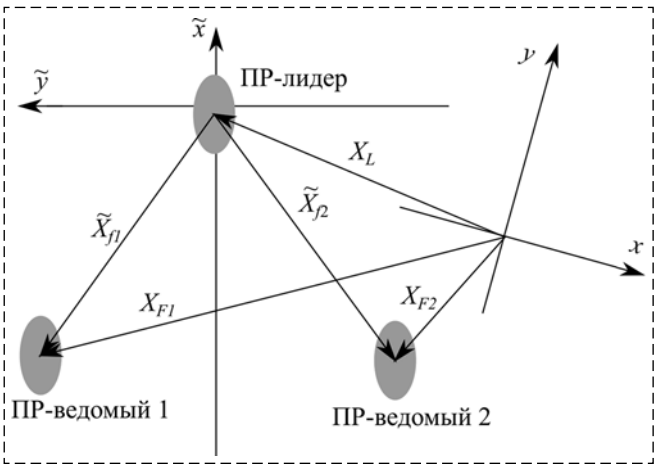


Рис. 1. Формирование строя ПР в режиме лидер-ведомые
Fig. 1. AUV formation in leader-followers mode

носительно препятствий при отсутствии столкновений между разными ПР группы, а также не потребует существенного увеличения обмена данных, передаваемых между всеми ПР в процессе коррекции их траекторий движения.

Описание особенностей движения ПР при решении поставленной задачи

Текущие положения ПР-ведомых в абсолютной системе координат (СК) рассчитываются их информационно-управляющими системами по положению ПР-лидера с помощью следующего выражения (см. рис. 1):

$$X_{Fi} = X_L + R\tilde{X}_{fi}, \;\; i = \overline{1, N},$$

где $X_{Fi} \in R^3$ — вектор текущих желаемых координат i-го ПР-ведомого в абсолютной СК; $X_L \in R^3$ — вектор текущих координат ПР-лидера в абсолютной СК, передаваемый ПР-ведомым по каналам связи; $\tilde{X}_{fi} = (\tilde{x}_{fi}, \tilde{y}_{fi}, 0)$ — желаемый вектор смещения i-го ПР-ведомого относительно ПР-лидера в горизонтальной плоскости, заданный в СК, связанной с лидером; $R \in R^{3\times3}$ — матрица перехода из связанной в абсолютную СК; N — исло ПР-ведомых ПР в группе.

При формировании координат z текущих положений ПР-ведомых они принимаются равной текущей координате z ПР-лидера, так как большинство задач, выполняемых группой, предполагают, что строй всех ПР располагается в горизонтальной плоскости. При необходимости реализации пространственного движении группы ПР с сохранением заданной высоты над дном каждый ПР группы просто будет формировать свою координату z с помощью метода, описанного в работах [13, 14]. В предлагаемом в статье методе при расчете движения всех ПР в одной горизонтальной плоскости векторы координат и матрицы ориентации всех ПР не будут учитывать координаты z.

Все ПР группы имеют бортовые дальномеры, позволяющие определять дистанции до окружающих препятствий и формирующие в процессе движения вектор $D = (d_1, ..., d_n)$, где n — число соответствующих датчиков. Поскольку движение группы ПР происходит в заранее неизвестной обстановке, то при обнаружении препятствий каждый ПР группы должен корректировать свое движение на основе данных, поступающих от его бортовых дальномеров. Эта коррекция должна обеспечивать выполнение следующих требований.

1. Траектория ПР-лидера формируется независимо от остальных ПР группы по методу, описанному в работах [11—14]. Это требование позволяет ПР-лидеру формировать безопасные траектории движения на основе только заданной цели миссии и данных, получаемых от его бортовых дальномеров.

2. Все ПР-ведомые формируют свои траектории движения независимо друг от друга, используя информацию о текущем положении ПР-лидера и данные, поступающие от их бортовых дальномеров. Построение этих траекторий происходит в абсолютной СК с использованием данных, поступающих от бортовых навигационных систем соответствующих ПР-ведомых.

3. Корректируемые траектории движения ПР-ведомых также проходят на безопасном расстоянии от обнаруженных ими препятствий.

4. Корректируемые траектории движения ПР-ведомых исключают столкновения между разными ПР группы, что достигается обеспечением безопасных расстояний между этими ПР в процессе их движения.

5. В процессе обхода препятствий ПР-ведомыми сохранение ими заданного строя не требуется. Это позволяет ПР-лидеру независимо от ведомых формировать траекторию движения в неизвестной обстановке. Кроме того, сохранение строя может существенно увеличить время выполнения миссий или сделать невозможным достижение ее целей, когда проход между препятствиями может оказаться недостаточным для прохода группы ПР заданным стром.

6. Коррекция траекторий движения ПР-ведомых при обходе препятствий не приводит к возрастанию числа передаваемых данных по акустическим каналам связи между ПР группы, так как пропускная способность этих каналов мала и может снизить безопасность перемещения ПР-ведомых внутри строя.

Метод формирования траекторий движения группы ПР

Основной проблемой при формировании траектории движения каждого ПР-ведомого в процессе обхода им препятствий является согласование этой траектории с траекториями остальных ПР для исключения столкновений между всеми ПР-ведомыми. В этом

случае каждый из этих ПР должен иметь информацию о текущем положении остальных ПР группы, так как изменение положения в строю одного ПР-ведомого может потребовать изменения положения других ПР. Однако из-за низкой пропускной способности гидроакустических каналов связи реализовать обмен данными между всеми ПР группы (а их число может быть большим) с достаточной частотой редко бывает невозможным.

Однако поскольку желаемое положение всех ПР-ведомых задается относительно ПР-лидера, то для каждого ведомого заранее можно задать единственно возможную для него траекторию перемещения внутри строя, которая обеспечит ему безопасное движение относительно других ведомых при обходе конкретного обнаруженного препятствия. В этом случае при использовании высокоточных систем управления ПР-ведомых можно не согласовывать их текущие расположения относительно соседей, вводя непрерывную передачу многих дополнительных данных о параметрах движения всех ПР группы, так как все их перемещения относительно друг друга внутри заданного строя будут безопасными в силу предварительного (правильного) выбора их траекторий.

Предлагаемый алгоритм формирования траекторий для ПР-ведомых в процессе их движения в составе группы в среде с препятствиями содержит два основных этапа.

Задание траекторий движения внутри строя каждого ПР-ведомого. В процессе движения вдали от препятствий ПР-ведомые сохраняют заданный строй и свое расположение относительно ПР-лидера, а при обходе препятствий должны менять свое положение внутри строя так, чтобы сохранить безопасную дистанцию между всеми ПР группы.

На рис. 2 показано движение группы ПР в обстановке с препятствиями. На этом рисунке сплошной линией показана траектория ПРЛ, формируемая ПР-лидером для обхода препятствий на безопасном расстоянии. ПР-ведомые — ПР1 и ПР2 — движутся за лидером, поддерживая заданную позицию (нижняя часть рис. 2) в строю относительно него (их желаемые траектории относительно лидера показаны штриховыми линиями).

Когда дальномеры ПР-ведомых обнаруживают близко расположенные к ним препятствия, то они начинают их автономный обход, смещаясь со штриховых на пунктирные траек-

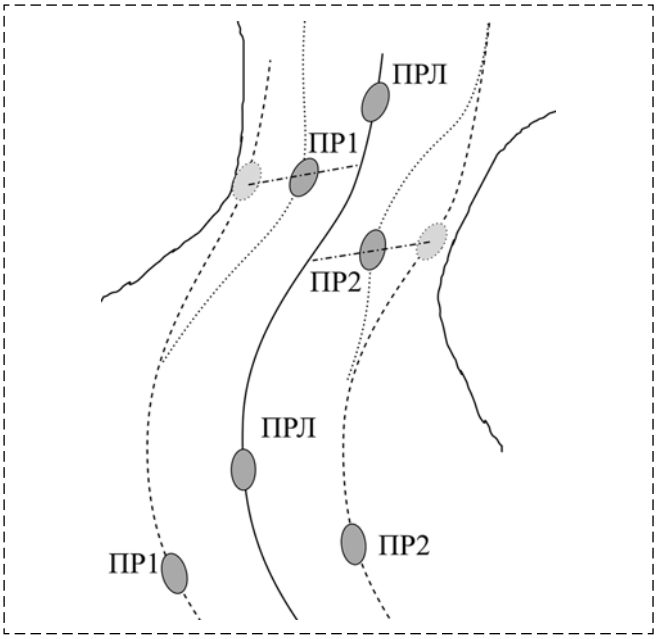


Рис. 2. Движение группы ПР при обходе препятствий
Fig. 2. Movement of AUV group during obstacle avoidance

тории. Это смещение всегда происходит к траектории движения лидера, расположенной на безопасном расстоянии от препятствий. Иными словами, при их обходе ПР-ведомые одновременно совершают два движения: за лидером и (при необходимости) смещение в сторону траектории лидера. Это заранее непредсказуемое смещение в коридоре между двумя препятствиями, осуществляемое сразу несколькими ПР-ведомыми, может привести к их столкновениям, если они не получают информацию о положении других ПР-ведомых, которую сложно передать при низкой пропускной способности гидроакустических каналов связи.

Для устранения указанной ситуации при обходе препятствий ПР-ведомые предлагается смещать к траектории движения лидера по заранее заданному закону (см. штрихпунктирные линии в верхней части рис. 2) так, чтобы между ПР-ведомыми внутри строя и между ними и препятствиями всегда оставалась безопасная дистанция. В результате для каждого ПР-ведомого появляется возможность независимо формировать траектории обхода препятствий без дополнительного обмена данными между ними.

Возможный закон смещения ПР-ведомых в СК $\tilde{x}\tilde{y}$, связанной с лидером, внутри строя из исходного состояния при обходе различных препятствий на рис. 3 показан штриховыми линиями, где точки $\tilde{X}_{fi} = (\tilde{x}_{fi}, \tilde{y}_{fi})$ соответ-

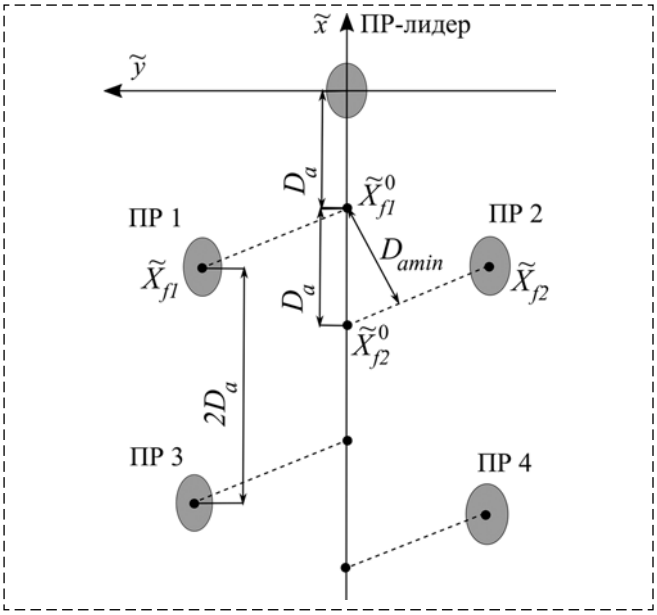


Рис. 3. Задание траекторий движения ПР-ведомых при обходе препятствий
Fig. 3. Path planning of AUV-followers during obstacle avoidance

ствуют исходному программному расположению i-го ПР-ведомого при отсутствии препятствий, ось $\tilde{x}$ всегда направлена вдоль текущего движения ПР-лидера.

Эти смещения происходят по параллельным прямым, проходящим через точки $\tilde{X}_{fi}$ и $\tilde{X}^0_{fi} = (\tilde{x}_{fi} \pm D_a/2, 0)$, расстояние между которыми не должны быть менее $D_{a\,\min}$ для полного исключения столкновения между ПР группы, где D_a — половина расстояния между ведомыми, расположенными с одной стороны строя относительно лидера (имеющими четные или нечетные индексы). Знак "+" в координате точки $\tilde{X}^0_{fi}$ указывает на то, что ПР-ведомый расположен слева от оси $\tilde{x}$, а "–", что соответствующий ведомый — справа от этой оси. Координаты точек $\tilde{X}^0_{fi}$ обеспечивают приближение левых ПР-ведомых к лидеру после их смещения, а правых — от лидера. Величина $D_a > D_{a\,\min}$ зависит от числа колонн ПР-ведомых и от особенностей строя. Точки $\tilde{X}^0_{fi}$ определяют максимально возможное смещение i-го ПР-ведомого от своего исходного расположения в строю. Эти точки находятся вблизи от реальной траекторий движения ПР-лидера, проходящей на безопасном расстоянии от обнаруживаемых препятствий. Расстояние между точкой $\tilde{X}^0_{f1}$ и ПР-лидером также целесообразно выбирать равным D_a (рис. 3).

Несложно показать, что линейная траектория смещения i-го ПР-ведомого внутри строя в СК $\tilde{x}\tilde{y}$, проходящая через две выбранные точки $\tilde{X}^0_{fi}$ и $\tilde{X}_{fi}$, может быть описана уравнением

$$\pm\frac{1}{2}D_a(\tilde{y} - \tilde{y}_{fi}) + \tilde{y}_{fi}(\tilde{x} - \tilde{x}_{fi}) = 0, \qquad (1)$$

которое получено из типового уравнения прямой [15], проходящей через две произвольные точки на плоскости. Это уравнение ниже будет использовано при расчете координат программных точек для каждого ПР-ведомого в процессе обходе им обнаруживаемых препятствий.

Расчет программных положений ПР-ведомых внутри строя при обходе ими обнаруживаемых дальномерами препятствий. В процессе перемещения за ПР-лидером ПР-ведомые определяют наличие и близость препятствий к траекториям их движения с помощью собственных бортовых дальномеров. Если это расстояние меньше некоторого безопасного — $D_{\min}$, то программную точку этого ПР-ведомого необходимо сместить вдоль траектории, описываемой уравнением (1), так, чтобы расстояние между новым положением программной точки и обнаруженной дальномером точкой на препятствии было равно $D_{\min}$. При срабатывании сразу нескольких дальномеров оценивается расстояние от всех обнаруженных ими точек на препятствии до предписанной траектории движения ПР-ведомого и выбирается ближайшая из них к этой траектории для расчета программной точки его нового положения.

Если расстояния между всеми обнаруженными дальномерами точками и предписанной траекторией движения ПР-ведомого больше $D_{\min}$, то ПР-ведомый продолжает двигаться за лидером, сохраняя свое заданное место в строю, пока какой-либо его дальномер не обнаружит новое недопустимо близко расположенное препятствие, особенности обхода которого описаны ниже.

В процессе движения ПР-ведомый всегда следует за своей программной точкой, положение которой формируется его бортовой информационно-управляющей системой с учетом текущего положения ПР-лидера. При этом ведомый не имеет информацию о траектории движения лидера, поэтому заранее не знает и траекторию своего дальнейшего движения. В связи с этим определение близости точек, обнаруженных соответствующими дальномерами ПР-ведомых на очередном препятствии, к прогнозируемым траекториям движения ПР-

ведомых возможно только приближенно, когда указанные траектории представляются в виде прямых линий, параллельных оси $\tilde{x}$ и проходящих через текущие положения программных точек ведомых (см. вертикальную штриховую линию от ПР-ведомого на рис. 4).

Более детальная схема определения величины смещения программной точки для любого ПР-ведомого при обходе им препятствия представлена на рис. 4. Она является идентичной для всех ПР-ведомых, поэтому далее индексы, соответствующие номеру каждого, будут опускаться. На этом рисунке показано обнаружение препятствия сразу несколькими бортовыми дальномерами одного из ПР-ведомых, причем указанные включенные дальномеры располагаются и на левом, и на правом бортах каждого ведомого. Для определения требуемого смещения программной точки конкретного ПР-ведомого необходимо найти крайнюю точку этого препятствия, обнаруженную его дальномерами, которую он должен обойти в процессе движения за ПР-лидером. Так как траектория предстоящего смещения программной точки (см. уравнение (1)) задана в СК, связанной с ПР-лидером, то и координаты обнаруженных дальномерами точек следует получить в этой СК.

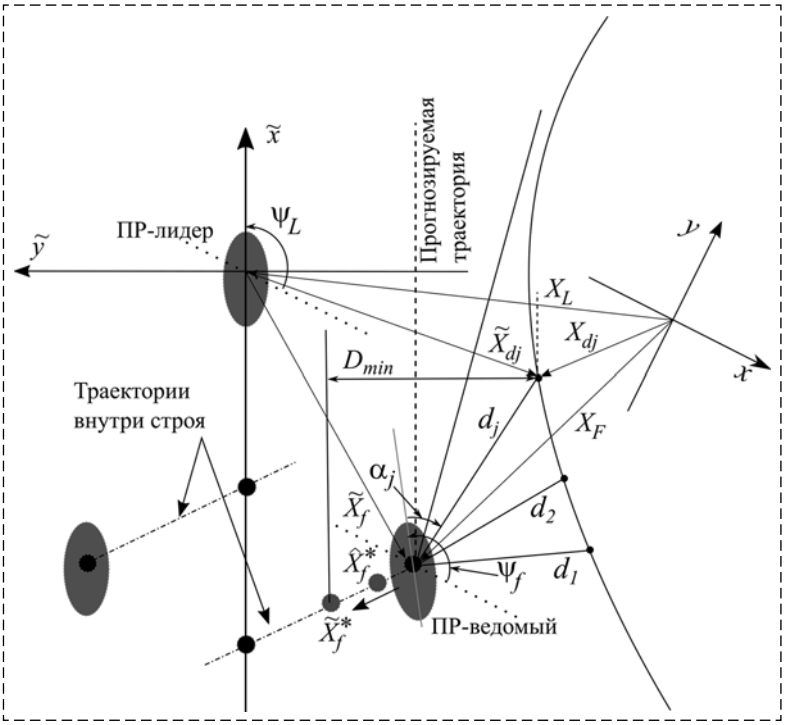


Рис. 4. Схема построения траекторий движения ПР-ведомых при обходе препятствий

Fig.4. Scheme of calculation of program point for AUV-followers during obstacle avoidance

Указанный расчет происходит в два этапа. Сначала на борту соответствующего ПР-ведомого определяются координаты X_{dj} всех зафиксированных дальномерами точек в абсолютной СК:

$$X_{dj} = X_F + \begin{bmatrix} \cos\psi_f & -\sin\psi_f \\ \sin\psi_f & \cos\psi_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_j \cos\alpha_j \\ d_j \sin\alpha_j \end{bmatrix}, \quad (2)$$
$$j = \overline{1,n},$$

где X_{dj} — координаты в абсолютной СК точки, фиксируемой j-м дальномером на препятствии; X_L, X_F — координаты лидера и ведомого в абсолютной СК соответственно; ψ_f — текущий угол курса ведомого (угол между продольной осью ПР-ведомого и осью x); α_j = const — угол ориентации его дальномера относительно продольной оси; d_j — расстояние до препятствия, фиксируемое j-м дальномером.

Затем координаты этих точек X_{dj} пересчитываются в СК, связанную с ПР-лидером:

$$\tilde{X}_{dj} = \begin{bmatrix} \cos\psi_L & \sin\psi_L \\ -\sin\psi_L & \cos\psi_L \end{bmatrix} (X_{dj} - X_L) = \quad (3)$$
$$= (\tilde{x}_{dj}, \tilde{y}_{dj})^{\mathrm{T}},\ j = \overline{1,n},$$

где $\tilde{X}_{dj}$ — координаты точки X_{dj} в СК лидера; ψ_L — текущий угол курса лидера (угол между осями $\tilde{x}$ и x).

Так как прогнозируемая траектория текущего движения каждого ПР-ведомого является прямой, параллельной оси $\tilde{x}$, то отклонение от точек $\tilde{X}_{dj}$ до указанной траектории можно определить в виде

$$\delta_j = S(\tilde{y}_{dj})(\tilde{y}_{dj} - \tilde{y}_f),\ j = \overline{1,n},$$
$$S(\tilde{y}_{dj}) = \begin{cases} 1, \text{ если } \tilde{y}_{dj} \geqslant 0; \\ -1, \text{ если } \tilde{y}_{dj} < 0. \end{cases} \quad (4)$$

Множитель $S(\tilde{y}_{dj})$ позволяет учесть, с какой стороны от конкретного ПР-ведомого находится препятствие, обнаруженное его j-м дальномером. При этом величины δ_j могут быть положительными и отрицательными. Последнее указывает на то, что обнаруженная на препятствии точка лежит между ПР-лидером и ПР-ведомым. Если конкретный ПР-ведомый и препятствие располагаются по разные стороны от траектории движения ПР-лидера, то

наличие таких препятствий не будет приводить к смещению ведомых внутри строя, так как дистанция до этого препятствия будет заведомо больше $D_{\min}$.

Рассчитанные величины δ_j, $j = \overline{1,n}$, используются для поиска точки $\tilde{X}_{dc}$ на препятствии с координатами $\tilde{x}_{dc}, \tilde{y}_{dc}$, которую должен обойти соответствующий ПР-ведомый на безопасном расстоянии:

$$\tilde{X}_{dc} = \tilde{X}_{dj}, \text{ если } \delta_j = \min \delta_j,\ j = \overline{1,n}. \qquad (5)$$

Новое положение программной точки в СК $\tilde{x}$, $\tilde{y}$ для рассматриваемого ПР-ведомого, обеспечивающее его безопасный обход обнаруженного препятствия в составе группы, определяется с использованием координат точки $\tilde{X}_{dc}$ и выражения (1):

$$\tilde{y}_f^* = \begin{cases} \tilde{y}_{dc} - \operatorname{sign}\tilde{y}_{dc} \cdot D_{\min}, \\ \text{если } \min \delta_j < D_{\min},\ j = \overline{1,n}; \\ \tilde{y}_f, \text{ если } \min \delta_j \geqslant D_{\min},\ j = \overline{1,n}; \end{cases} \qquad (6)$$

$$\tilde{x}_f^* = \tilde{x}_f \pm \frac{D_a(\tilde{y} - \tilde{y}_f^*)}{2\tilde{y}_f},$$

где $\tilde{x}_f^*$, $\tilde{y}_f^*$ – координаты нового положения целевой точки $\tilde{X}_f^*$ j-го ПР-ведомого при прохождении им в скорректированном строе за лидером на безопасном расстоянии от препятствия (рис. 4). При этом $\tilde{y}_f^*$ не может быть больше нуля, поскольку, как указывалось выше, при $\tilde{y}_f^* = 0$ любой ПР-ведомый следует строго за своим ПР-лидером, который самостоятельно принимает решение об обходе препятствий на любом расстоянии от них (если этот обход или проход между препятствиями вообще возможен).

Из выражения (6) видно, что при обнаружении препятствия, находящегося на недопустимо близком расстоянии от желаемой траектории движения ПР-ведомого, целевая точка будет смещаться в сторону траектории движения ПР-лидера, а после обхода препятствия эта программная точка вернется в свое исходное положение для задания предписанного положения конкретного ПР-ведомого в строе.

Однако при обнаружении препятствия целевая точка $\tilde{X}_f^*$ ПР-ведомого может резко изменить свое положение. Это может привести к резким колебаниям ПР-ведомого. Схожая ситуация может возникнуть и при наличии шумов в показаниях бортовых дальномеров. Для устранения указанной ситуации желательно сглаживать резкие изменения положений целевых точек с помощью фильтров низких частот вида [16]:

$$\widehat{X}_f(k) = \widehat{X}_f(k-1) + \beta(\tilde{X}_f^*(k) - \widehat{X}_f(k-1)), \qquad (7)$$

где $\widehat{X}_f(k)$ — желаемое положение целевой точки ПР-ведомого с координатами $\hat{x}_f(k)$, $\hat{y}_f(k)$ на текущем шаге работы системы формирования его траектории; $0 \leqslant \beta \leqslant 1$ — коэффициент сглаживания.

Использование фильтра (7) позволяет избежать резкого изменения положения целевой точки $\widehat{X}_f$ ПР-ведомого при обнаружении препятствий, которая начнет перемещаться от него по построенной линейной траектории внутри строя со скоростью, зависящей от коэффициента β. Чем меньше значение β, тем больше будет скорость перемещения точки $\widehat{X}_f$ к своему конечному положению.

Таким образом, использование выражений (1)—(7) позволяет автоматически изменять расположения ПР-ведомых в пространстве, содержащем неизвестные препятствия, обеспечивая их своевременный обход на безопасном расстоянии без обмена информацией с остальными ведомыми и лидером. После обхода препятствий движение всех ПР заданным строем также автоматически восстанавливается.

Исследование эффективности предложенного метода

Для проверки эффективности предложенного метода было проведено математические моделирование движения группы, состоящей из трех ПР, в строю типа треугольник. во время обхода обнаруженных препятствий с использованием известной среды моделирования V-REP [17]. Параметры исходного положения ПР-ведомых в СК $\tilde{x}\tilde{y}$: $\tilde{X}_{f1} = (-1,5; -1)$; $D_a = 0{,}75$ м; смещения ПР-ведомых в сторону оси $\tilde{x}$ при обходе препятствий описывались выражением (1), δ_j = 1м. Полагалось, что все ПР группы имеют высокоточные следящие системы управления [18—20]. Каждый ПР-ведомый имел семь дальномеров, расположенных равномерно в их передней полусфере. Траектории движения ПР-ведомых (рис. 5) при обходе препятствий определяются траекторией ПР-лидера (см. кривую *1*), задаваемой сплайнами Безье [11] и проходящей через базовые точки

*WP*1 и *WP*2. Кривые *2* и *3* соответствуют траекториям движений левого (ПР1) и правого (ПР2) ПР-ведомых соответственно, которые формировались в процессе обхода препятствий по предложенному выше методу.

Из рис. 5 видно, что в процессе движения ПР-лидер находит безопасный проход к точке *WP*1 между двумя препятствиями на безопасном расстоянии. ПР-ведомые не могут пройти между этими препятствиями, сохраняя заданный строй. Поэтому правый ПР-ведомый, обходя препятствие слева на безопасной дистанции, на некотором участке практически выходит на траекторию ПР-лидера. Левый ведомый обходит левое препятствие справа, приближаясь к траектории ПР-лидера. После прохода между двумя препятствиями строй всех ПР возвращается к исходной конфигурации. Второе препятствие обходит только правый ПР-ведомый, смещаясь в сторону траектории ПР-лидера, а левый движется за лидером, сохраняя свое место в строю.

На рис. 6 представлены процессы изменения расстояний *E* между всеми ПР группы. Штриховая кривая — расстояние между ПР-лидером и левым ведомым, сплошная черная кривая — дистанции между ПР-лидером и правым ведомым, а сплошная серая — расстояние между ПР-ведомыми.

Из рис. 6 видно, что в процессе движения все ПР нигде не приближаются друг к другу на недопустимо близкую дистанцию. При обходе препятствий расстояния между ними непрерывно изменяются, при этом ПР-ведомые приближаются к траектории ПР-лидера.

На рис. 7 показано минимальное расстояние d_c между ПР-ведомыми и обнаруженными

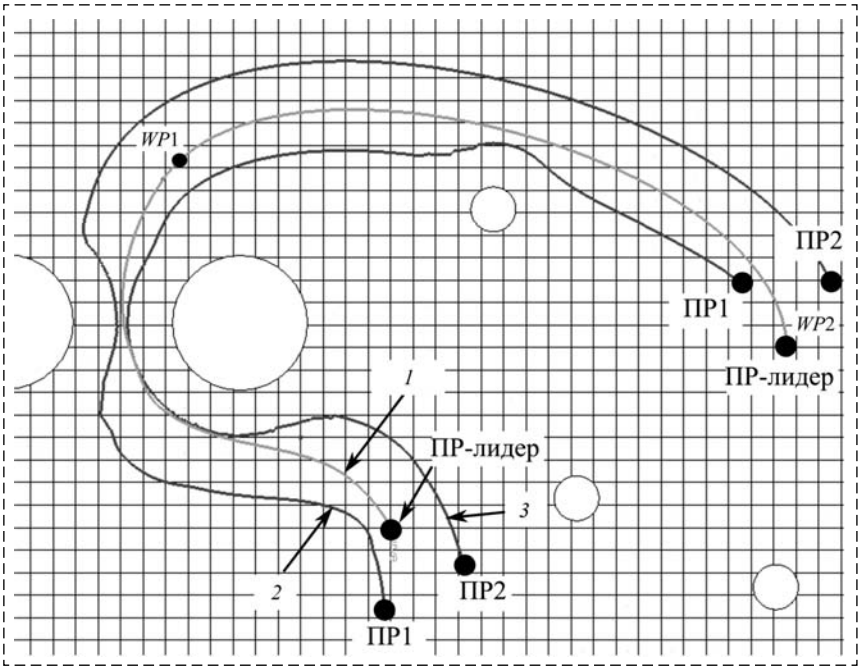


Рис. 5. Траектории движения группы ПР в неизвестной обстановке с препятствиями

Fig. 5. Trajectories of AUV group movement in unknown environment with obstacles

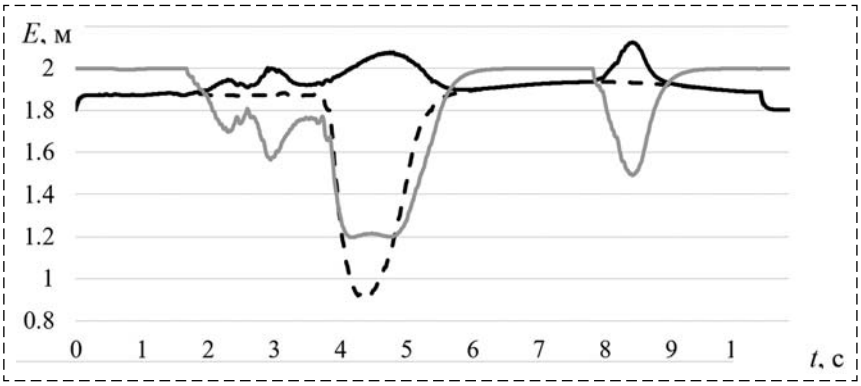


Рис. 6. Процесс изменения дистанций между ПР при движении в заданном строю с обходом препятствий

Fig.6. The change of distances between AUVs in the formation during obstacles avoidance

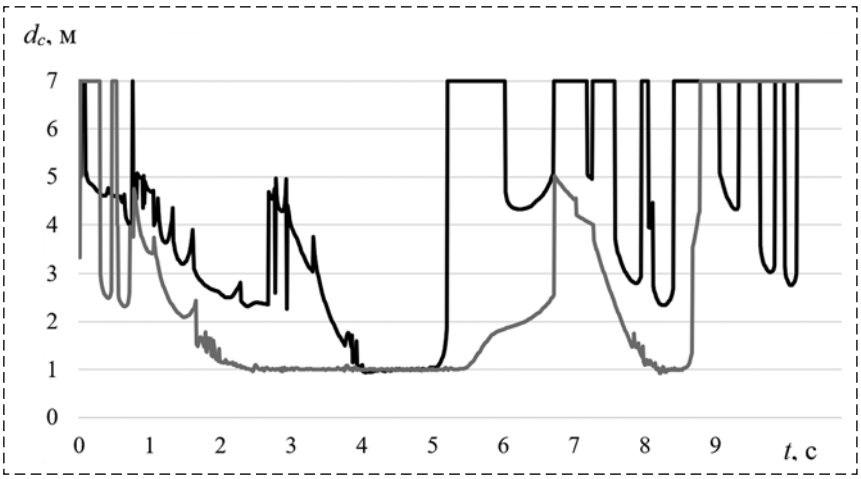


Рис. 7. Расстояния от ПР-ведомых до обнаруживаемых препятствий

Fig. 7. Distances from AUV-followers to obstacles

их бортовыми дальномерами препятствиями. Черная кривая — расстояния от левого ПР-ведомого до обнаруживаемых препятствий, а серая — расстояния от правого ПР-ведомого до препятствий. Из рис. 7 видно, что расстояния между движущимися ПР-ведомыми и препятствиями не превышают 1 м. Резкие перепады расстояний от ПР-ведомых до обнаруживаемых препятствий обусловлены тем, что число датчиков у каждого ведомого ограничено, поэтому на дальних расстояниях от ПР препятствие обнаруживает только один из их датчиков и не всегда. Скачки возможны и при подключении других датчиков.

Результаты исследования предложенного метода формирования траекторий движения группы ПР при обходе препятствий в неизвестной обстановке показали его неизменную работоспособность и эффективность.

Заключение

В статье предложен новый метод формирования траекторий движения группы ПР в режиме "лидер—ведомые" в заданном строю в неизвестной обстановке, содержащей препятствия. В этом режиме ПР-лидер в соответствии с заданной миссией выбирает траекторию перемещения на безопасном расстоянии от обнаруживаемых им препятствий, а ПР-ведомые упорядоченно следуют за ним, обходя эти препятствия, ориентируясь на показания собственных дальномеров. При обходе препятствий они перемещаются по заранее заданным траекториям внутри строя к траектории лидера без столкновений между собой и без дополнительного обмена данными для согласования их положений. Эффективность предложенного метода подтверждена результатами математического моделирования.

Список литературы

1. **Liu Y., Bucknall R.** A survey of formation control and motion planning of multiple unmanned vehicles, *Robotica*, 2018, pp. 1—29.

2. **Spensieri D., Carlson J. S., Ekstedt F., Bohlin R.** An Iterative Approach for Collision Free Routing and Scheduling in Multirobot Stations, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2015, vol. 13, no. 2, pp. 950—962.

3. **Langerwisch M., Wagner B.** Dynamic path planning for coordinated motion of multiple mobile robots, *Proc. of the 14th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), Washington, DC*, 2011, pp. 1989—1994.

4. **Shahriari M., Biglarbegian M.** A New Conflict Resolution Method for Multiple Mobile Robots in Cluttered Environments With Motion-Liveness, *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, vol. 48, no. 1, pp. 300—311.

5. **Lu M., Zou Y., Li S.** Multi-agent formation control with obstacle avoidance based on receding horizon strategy, *Proc. of the 2019 IEEE 15th International Conference on Control and Automation (ICCA), Edinburgh, United Kingdom*, 2019, pp. 1361—1366.

6. **Vo C., Harrison J. F., Lien J.** Behavior-based motion planning for group control, *Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, St. Louis, MO*, 2009, pp. 3768—3773.

7. **Yong L., Yu L., Yipei G., Kejie C.** Cooperative path planning of robot swarm based on ACO, *Proc of the IEEE 2nd Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC), Chengdu*, 2017, pp. 1428—1432.

8. **Liu S., Sun D., Zhu C.** Coordinated Motion Planning for Multiple Mobile Robots Along Designed Paths with Formation Requirement, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2011, vol. 16, no. 6, pp. 1021—1031.

9. **Зенкевич С. Л., Галустян Н. К.** Децентрализованное управление группой квадрокоптеров, *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2016, т. 17, № 11, с. 774—782.

10. **Reyes L. A., Tanner H. G.** Flocking, Formation Control, and Path Following for a Group of Mobile Robots, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, vol. 23, no. 4, pp. 1268—1282.

11. **Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А.** Метод формирования гладких траекторий движения мобильных роботов в неизвестном заранее окружении, *Известия РАН. Теория и системы управления,* 2017, № 4, с. 174—184.

12. **Filaretov V., Yukhimets D.** The method of formation of auv smooth trajectory in unknown environment, *Proc. Of Int. Conf. OCEANS'2016, Shanghai, Chaina*, 2016, pp. 1—8.

13. **Юхимец Д. А., Губанков А. С., Зуев А. В.** Метод формирования пространственных траекторий мобильного робота в неизвестной обстановке, *Робототехника и техническая кибернетика,* 2018, т. 19, № 2, с. 46—51.

14. **Yukhimets D., Zuev A., Gubankov A.** Method of spatial path planning for mobile robot in unknown environment, *Proc. of the 28th DAAAM International Symposium. Zadar, Croatia*, 2017, pp. 258—266.

15. **Корн Т., Корн Г.** Справочник по математике, М.: Наука, 1973.

16. **Рабинер Л., Гоулд Б.** Теория и применение цифровой обработки сигналов, М.: Мир, 1978, 848 с.

17. http://www.coppeliarobotics.com/ — среда трехмерного моделирования робототехнических системV-REP.

18. **Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А.** Особенности синтеза высокоточных систем управления скоростным движением и стабилизацией подводных аппаратов в пространстве / Под. ред. В. Ф. Филаретова, Владивосток: Дальнаука, 2016, 400 с.

19. **Filaretov V. F., Yukhimets D. A.** The new strategy of designing tracking control systems for dynamical objects with variable parameters, *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2018, т. 19, № 7, с. 435—442.

20. **Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А., Щербатюк А. Ф., Мурсалимов Э. Ш., Туфанов И. Е.** Новый метод контурного управления АНПА, *Мехатроника, автоматизация, управление*, 2014, № 8, с. 46—56.

The Path Planning Method for AUV Group Moving in Environment with Obstacles

V. F. Filaretov[1,2], filaret@iacp.dvo.ru, **D. A. Yukhimets[1,3]**, undim@iacp.dvo.ru
[1] Institute of automation and control processes FEB RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation;
[2] Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690922, Russia;
[3] Innopolis University, Innopolis, 420500, Russian Federation

Corresponding author: **Yukhimets Dmitry,** Dr.Sc., Associate Professor, Institute of automation and control processes FEB RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation, e-mail: undim@iacp.dvo.ru

Accepted on January 16, 2020

Abstract

The new path planning method for AUV group moved in the "leader-followers" mode in a desired formation in an unknown environment with obstacles is proposed in paper. In this case one AUV plays role of AUV-leader, which has information about the mission and plans a safe trajectory of its movement, depending on its purpose and detected obstacles. AUV-followers must move behind the leader, in accordance with their assigned place in formation, using information about the current position of the leader, received via acoustic communication channels, and information about their distances to obstacles, detected by their onboard rangefinders. Due to the low bandwidth of acoustic communication channels, there is a problem of matching the position of the AUV-followers during obstacles avoidance. It is necessary to avoid collisions between AUV of group. This problem is solved by means of the preliminary forming for each follower of the only possible trajectory of movement inside formation which will provide it safe movement relatively other followers when this AUV-follower moves around detected obstacle. This approach allows do not coordinate the current position of the AUV-followers relative to other AUV of group if a high-precision control system is used, and as a result it does not require additional data exchange between the AUV group. In this paper, an approach to the forming of AUV-follower trajectories inside AUV formation and the method of forming the desired position of the AUV-followers on these trajectories are proposed. The effectiveness of the proposed method is confirmed by the results of mathematical modeling.

Keywords: *underwater robot, cooperative control, formation control, path planning, obstacle avoidance, unknown environment*

Acknowledgements: This work was supported by Russian Foundation for Basic Researches (grants No 16-29-04195 and 19-08-00347) and Program of Presidium RAS No 1.7 "New Developments in Perspective Areas of Energetics, Mechanics and Robotics".

For citation:

Filaretov V. F.,Yukhimets D. A. The Path Planning Method for AUV Group Moving in Environment with Obstacles, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 6, pp. 356—365.

DOI: 10.17587/mau.21.356-365

References

1. **Liu Y., Bucknall R.** A survey of formation control and motion planning of multiple unmanned vehicles, *Robotica*, 2018, pp. 1—29.
2. **Spensieri D., Carlson J. S., Ekstedt F., Bohlin R.** An Iterative Approach for Collision Free Routing and Scheduling in Multirobot Stations, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2015, vol. 13, no. 2, pp. 950—962.
3. **Langerwisch M., Wagner B.** Dynamic path planning for coordinated motion of multiple mobile robots, *Proc. of the 14th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), Washington, DC*, 2011, pp. 1989—1994.
4. **Shahriari M., Biglarbegian M.** A New Conflict Resolution Method for Multiple Mobile Robots in Cluttered Environments With Motion-Liveness, *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, vol. 48, no. 1, pp. 300—311.
5. **Lu M., Zou Y., Li S.** Multi-agent formation control with obstacle avoidance based on receding horizon strategy, *Proc. of the 2019 IEEE 15th International Conference on Control and Automation (ICCA), Edinburgh, United Kingdom*, 2019, pp. 1361—1366.
6. **Vo C., Harrison J. F., Lien J.** Behavior-based motion planning for group control, *Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, St. Louis, MO*, 2009, pp. 3768—3773.
7. **Yong L., Yu L., Yipei G., Kejie C.** Cooperative path planning of robot swarm based on ACO, *Proc of the IEEE 2nd Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC), Chengdu*, 2017, pp. 1428—1432.
8. **Liu S., Sun D., Zhu C.** Coordinated Motion Planning for Multiple Mobile Robots Along Designed Paths with Formation Requirement, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2011, vol. 16, no. 6, pp. 1021—1031.
9. **Zenkevitch S. L., Galustyan N. K.** Decentralized Control of a Quadrocopter Swarm, *Mekhatronika, Avtomatizatsia, Upravlenie*, 2016, vol, 17, no. 11, pp. 774—782 (in Russian).
10. **Reyes L. A., Tanner H. G.** Flocking, Formation Control, and Path Following for a Group of Mobile Robots, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, vol. 23, no. 4, pp. 1268—1282.
11. **Filaretov V., Yukhimets D.** Planning smooth paths for mobile robots in an unknown environment, *Int. Journal of Computer and Systems Sciences*, 2017, vol. 56, no. 4, pp. 738—748 (in Russian).
12. **Filaretov V., Yukhimets D.** The method of formation of auv smooth trajectory in unknown environment, *Proc. Of Int. Conf. OCEANS'2016, Shanghai, Chaina*, 2016, pp. 1—8.
13. **Yukhimets D. A., Gubankov F. S., Zuev A. V.** The Method of Path Planning of Spatial Trajectories of Mobile Robot in Unknown Environment, *Robototekhnika i Tekhnitcheskaya Kibernetika*, 2018, vol. 19, no. 2, pp. 46—51 (in Russian).
14. **Yukhimets D., Zuev A., Gubankov A.** Method of spatial path planning for mobile robot in unknown environment, *Proc. of the 28th DAAAM International Symposium. Zadar, Croatia*, 2017, pp. 258—266.
15. **Korn T., Korn G.** Mathematic handbook, Moskow: Nauka, 1973 (in Russian).
16. **Rabliner L., Goud B.** Theory and Application of Digital Signal Processing, Moskow, Mir, 1978, 848 p (in Russian).
17. **Available** at: http://www.coppeliarobotics.com/
18. **Filaretov V. F., Yukhimets D. A.** Features of Synthesis of High-Accuracy Control System of Movement and Spatial Stabilization of Underwater Vehicles, Vladivostok, Dalnauka, 2016, 400 p. (in Russian).
19. **Filaretov V. F., Yukhimets D. A.** The new strategy of designing tracking control systems for dynamical objects with variable parameters, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 7, pp. 435—442.
20. **Filaretov V. F., Yukhimets D. A., ScherbatyukA. F., Mursalimov E. Sh., Tuphanov I. E.** The Method of Tracking Control of Autonoous Unmanned Underwater Vehicle Motion, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 8, pp. 46—56 (in Russian).

УДК 629.73.02; 681.5.01 DOI: 10.17587/mau.21.366-374

А. М. Шевченко, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., anshev@ipu.ru, **Г. Н. Начинкина,** науч. сотр.,
М. В. Городнова, математик,
Институт проблем управления им В. А. Трапезникова РАН, г. Москва

Разработка энергетического метода и исследование алгоритмов прогнозирования траектории взлета самолета

Обсуждаются разработка и исследование метода прогнозирования событий на траектории взлета, набора высоты и преодоления высотных препятствий по курсу. Метод прогнозирования базируется на энергетическом подходе к управлению полетом, рассмотренном авторами в предыдущих работах. Математическая формулировка метода основана на уравнении баланса энергий, описывающем взаимное влияние всех действующих сил в системе "самолет—двигатель—внешняя среда". В данной статье уравнение расширено на наземные режимы движения по взлетно-посадочной полосе. Для этого в уравнение добавлен член, учитывающий действие тормозящих сил со стороны колес шасси. Уравнение баланса позволяет непосредственно получить алгоритм расчета длины впередилежащей траектории, необходимой для накопления требуемого значения терминальной энергии. Взлетная траектория включает наземный и воздушный участки. Поэтому возможность преодоления препятствия фиксируется алгоритмом в точке возможного принятия решения на взлет с учетом следующего воздушного участка. Эта точка достигается раньше, чем достигается скорость принятия решения, предписываемая руководством по летной эксплуатации. Такое опережающее оповещение о возможности взлета улучшает ситуационную осведомленность пилота, что снижает стрессовые нагрузки и уменьшает риск ошибочных действий. Для проведения исследований разработан испытательный стенд, на котором возможны одиночные пуски и серии статистических испытаний. В окне оператора стенда формируются сценарии взлета, задаются начальные условия на ВПП, атмосферные возмущения, конфигурация самолета и координаты препятствия. Задаются параметры случайных погрешностей в задании взлетной массы и центровки самолета, а также шумы измерений продольной перегрузки. На стенде выполнен большой объем детерминированных и статистических испытаний алгоритмов прогнозирования событий на траектории взлета. С помощью модуля статистического анализа рассчитаны характеристики ошибок прогнозирования дальности до точки принятия решения на взлет и точки отрыва носового колеса. Приведены примеры построения графиков плотности вероятностей и гистограммы распределения ошибок по пяти характерным зонам отклонений от среднего. Получены доверительные интервалы для расчета математического ожидания. Разработан прототип электронного индикатора траектории взлета с отметками прогнозных характерных координат.

Ключевые слова: *метод прогнозирования, энергетический подход, взлет самолета, достоверность прогноза, статистические испытания*

Введение

В связи с интенсификацией воздушных перевозок и расширением эксплуатационных диапазонов вопросы безопасности авиационной техники становятся все более острыми.

Из анализа отечественных и зарубежных источников следует, что на наземные этапы взлета и посадки приходится более половины всех аварий. Подтверждением высокой аварийности на этих этапах служит сводная диаграмма процентного распределения катастроф пассажирских самолетов на участках взлета и посадки за период с 2008 по 2017 гг., составленная по доступным отчетам фирмы Boeing (рис. 1, см. третью сторону обложки) [1]. Линии тренда показывают увеличение доли аварий на посадке и снижение доли аварий на взлете. Примечательно, что за весь десятилетний период анализа суммарная аварийность на взлетно-посадочных режимах оставалась выше 50 % от общего числа катастроф за весь полет.

Статистика летных происшествий (ЛП) по материалам последних зарубежных [2—4] и отечественных [5, 6] исследований показывает, что доля ЛП, обусловленных участием человека в процессе выполнения полетного задания, колеблется в зависимости от методик оценки от 50 до 70 %.

Хронологический анализ состояния отечественного парка самолетов также не выявил

тенденции к снижению общей аварийности [7]. Более того, анализ показывает, что по мере совершенствования техники доля авиационных происшествий, связанных с недостатками систем самолетов и их характеристик, уменьшилась с 40 до 15 %, а доля происшествий, обусловленных отклонениями в работе персонала, в основном экипажа, выросла с 50 до 80 %. Такая высокая доля негативных происшествий обусловлена повышенной психологической нагрузкой, скоротечностью процессов и дефицитом времени на принятие решений.

При этом отмечается, что совершенствование авиационной техники, методов и средств подготовки летного и наземного персонала, обеспечения и выполнения полетов в России и передовых западных странах шло одинаковыми темпами с учетом накопленного мирового опыта авиастроения и эксплуатации воздушных судов (ВС). Поэтому средние значения показателей безопасности отечественных реактивных и турбовинтовых самолетов в составе авиационно-транспортной системы были и остаются не хуже аналогичных по классу западных самолетов. Они отражают уровень мирового развития авиационной науки и техники на периодах создания этих самолетов и дальнейшего их совершенствования.

В настоящее время вопросам безопасности операций на взлетно-посадочной полосе (ВПП) во всем мире уделяется повышенное внимание. По комплексной проблеме безопасности операций на ВПП в структуре ИКАО созданы международные комиссии с участием отечественных специалистов. Деятельность международных отделений освещается на специальном сайте http://www.icao.int/RunwaySafety.

Движение по наземным участкам траектории движения ВС выполняется под контролем или при непосредственном участии пилота в управлении. Возникновение непредвиденных или нештатных ситуаций при ограничении на время реакции может провоцировать стрессовые состояния пилота. Ввиду высоких психологических нагрузок на пилота повышается вероятность ошибочных или несвоевременных действий.

В связи с этим становится очевидной необходимость улучшения информационной поддержки пилота и создание дружественной среды взаимодействия пилота с приборным оборудованием кабины. С этой целью нами были предложены методы и алгоритмы прогнозирования движения летательных аппаратов (ЛА) на наземных участках траектории [8—13]. Методологической базой разработок является энергетический подход к управлению пространственным движением ЛА [14—16].

В этих работах получил дальнейшее развитие метод прогнозирования движения ВС на этапах разбега по ВПП перед взлетом и последующего набора высоты для пролета над высотным препятствием. Введена коррекция прогноза дальности до точки принятия решения. Метод учитывает накопление энергии на впередилежащей траектории, включая воздушный сегмент, и поэтому прогноз возможности взлета намного опережает момент достижения скорости взлета, требуемой руководством по летной эксплуатации. Управление полетом ЛА на режиме взлета осуществляется энергетической системой.

Внедрение методов прогнозирования на борт в сильной степени зависит от признания эксплуатантами авиационной техники результатов прогноза достоверными и правдоподобными. Для привлечения доверия к методу прогнозирования в работе проведен анализ статистических характеристик погрешностей прогнозирования.

Был выполнен большой объем статистических испытаний алгоритмов прогнозирования в широком диапазоне условий на ВПП. Результаты анализа демонстрируют высокую точность и достоверность алгоритмов прогнозирования событий на траектории взлета.

Для улучшения ситуационной осведомленности пилота и визуальной оценки развития ситуации предложен прототип индикатора взлета в кабине пилота.

1. Энергетический метод прогнозирования траектории взлета и пролета ЛА над высотным препятствием

Принцип управления полной энергией (Total Energy Control — TEC) впервые был исследован и применен к управлению полетом самолета в работе [17].

В условиях пренебрежения влиянием ветра и изменением аэродинамических характеристик для режима установившегося полета в работе [17] получен упрощенный закон управления тягой двигателя в приращениях относительно заданных значений.

В наших ранних работах [9, 10] решалась задача установления связи аэродинамических характеристик полета ЛА, режима работы его силовой установки, а также энергетических характеристик внешней среды и использования этой зависимости для синтеза структуры продольного канала модифицированной автоматической системы и поддержки действий пилота в ручном режиме.

Введя энергетическую оценку состояния атмосферы, мы получили уравнение баланса энергий в системе объектов: "летательный аппарат—силовая установка—внешняя среда". Это уравнение не только показывает прямой путь для построения эффективных автоматических систем управления полетом, но и позволяет оценивать и сообщать пилоту уровень опасности ветровых возмущений, а также формировать директорный индекс для ручного управления силовой установкой.

Таким образом, рассмотрение полета ЛА с энергетических позиций привело нас к формированию энергетического подхода к управлению полетом. Энергетический подход к управлению движением в пространстве основан на описании движения объекта как в пространстве переменных состояния, так и в терминах его полной энергии и ее составляющих.

Математической сновой энергетического подхода является уравнение баланса энергий, которое в обобщенном виде записывается как

$$\Delta H_E = \Delta H_E^{\text{дв}} + \Delta H_E^D + \Delta H_E^w,$$

где ΔH_E — приращение энергетической высоты; $\Delta H_E^{\text{дв}}$ — удельная работа двигателя; ΔH_E^D — затраты энергии на преодоление силы лобового сопротивления; ΔH_E^w — работа ветра.

Это уравнение устанавливает количественные соотношения между источником энергии и всеми ее потребителями. Уравнение записано в форме приращений удельной энергии движения:

$$H_E(*) = E(*)/(mg) = h + V^2/(2g),$$

где m — геометрическая высота; h — инерциальная скорость полета; m — масса самолета.

Единицей измерения удельной энергии служит метр, поэтому она называется также энергетической высотой. Для каждого члена уравнения баланса энергий в работах [14, 15] получены интегральные выражения

$$\Delta H_E = \int_{t_1}^{t_2} V_{\text{в}} \left(\theta + \frac{\dot{V}_{\text{в}}}{g} \right) dt;$$

$$\Delta H_E^{\text{дв}} = \int_{t_1}^{t_2} V_{\text{в}} P_{\text{н}} \cos(\alpha_{\text{в}} + \varphi_{\text{дв}}) dt;$$

$$\Delta H_E^D = \int_{t_1}^{t_2} V_{\text{в}} D_{\text{н}} dt; \quad \Delta H_E^w = \int_{t_1}^{t_2} V_{\text{в}} f_w dt,$$

где θ — угол наклона траектории; $V_{\text{в}}$ — воздушная скорость; $P_{\text{н}}$ — тяга двигателя, нормированная весом самолета; $D_{\text{н}}$ — нормированная равнодействующая всех внешних сил; $\alpha_{\text{в}}$ — угол атаки крыла; $\varphi_{\text{дв}}$ — угол установки двигателя. Множитель f_w называется фактором ветра $f_w \cong \dot{W}_x/g - W_y/V_{\text{в}}$, в котором W_x и W_y — горизонтальная и вертикальная составляющие ветра.

На режимах движения по ВПП возникают силы сопротивления со стороны опор шасси. Поэтому уравнение баланса энергий было обобщено [9—11] на наземные режимы путем добавления члена $\Delta H_E^{\text{торм}}$, отражающего процесс поглощения энергии на преодоление механических сил торможения:

$$\Delta H_E = \Delta H_E^{\text{дв}} + \Delta H_E^D + \Delta H_E^{\text{торм}} + \Delta H_E^w.$$

Новый член представлен нами в форме:

$$\Delta H_E^{\text{торм}} = \int_{t_1}^{t_2} V k_{\text{торм}} dt,$$

где $k_{\text{торм}}$ — обобщенный нормированный коэффициент торможения, равный отношению суммарной силы сопротивления со стороны шасси к весу самолета. В свою очередь сила сопротивления зависит от коэффициента сцепления колес с покрытием ВПП и степени обжатия тормозных колодок колес. При полном обжатии коэффициент торможения равен коэффициенту сцепления.

На этапе разбега при пониженной тяговооруженности по причине отказа двигателей или в условиях высокогорья, или при повышенной температуре воздуха, или при предельных полезных нагрузках необходимо оценить возможность самолета осуществить разбег до взлетной скорости в пределах ВПП и набрать достаточную высоту для пролета над препятствиями в виде искусственных сооружений или естественных возвышений рельефа местности по курсу взлета.

В момент пролета над препятствием самолет должен иметь скорость не ниже минимальной

скорости устойчивого горизонтального полета V_2, известной для каждого типа самолетов. Таким образом, полная энергия движения в момент преодоления препятствия $E_{H_{\text{преп}}}$ должна содержать необходимый минимум кинетической составляющей и запас потенциальной составляющей, которая и определяет достижимую высоту $H_{\text{преп}}$ пролета над препятствием:

$$E_{H_{\text{преп}}} = 0,5m(V_2)^2 + mgH_{\text{преп}}. \quad (1)$$

Полная накопленная энергия в конце какого-либо маневра складывается из текущих кинетической и потенциальной составляющих и работы всех внешних сил F_i на траектории маневра. Траектория подлета к препятствию включает наземный и воздушный участки. Считая малыми углы набора высоты, длину пространственной траектории принимаем равной ее проекции S. Тогда спрогнозированная накопленная энергия на пути равна

$$E(t)_{\text{прог}} = 0,5mV(t)^2 + mgh(t) + S\sum_i F_i(t), \quad (2)$$

где $\sum_i F_i(t)$ — сумма всех внешних сил: тяги двигателя, аэродинамического сопротивления, трения качения и торможения. Это уравнение непосредственно связывает энергетическое состояние объекта управления и длину траектории для достижения этого состояния. Моделирование или прямое измерение всех действующих сил является нетривиальной задачей. В предлагаемой методике результирующая сила естественным образом вычисляется через продольное ускорение $a(t)$:

$$\sum_i F_i = ma(t), \quad (3)$$

которое на борту обычно определяется по измеряемой перегрузке n_x:

$$a(t) = gn_x(t). \quad (4)$$

Приравнивая выражения для необходимой (1) и прогнозной (2) энергий с учетом эквивалентной замены (3) и измерений (4), в процессе разбега можно найти длину впередилежащего участка траектории, необходимого для накопления недостающей полной энергии:

$$D_{\text{ТПР}}(t) = (g(H_{\text{преп}} - h(t)) + \\ + 0,5(V_2^2 - V(t)^2))/gn_x(t) - L_{\text{преп}}.$$

Заметим, что это выражение инвариантно относительно массы. В точке траектории, где прогнозируемая длина этого участка обнуляется, прогнозное значение энергии будет достаточным для пролета над препятствием с требуемой скоростью. Эта точка названа точкой принятия решения (ТПР) о безопасном взлете: $X_{\text{ТПР}} = x(t)|_{D=0}$. Координата этой точки вычисляется просто:

$$X_{\text{ТПР}}(t) = X(t) + D_{\text{ТПР}}(t).$$

Отличительной особенностью энергетического метода прогнозирования является тот факт, что в текущем прогнозе учитывается полная энергия, приобретаемая самолетом на воздушном сегменте за пределами наземного участка. Соотношение энергий на наземном и воздушном сегментах траектории пролета над препятствием высотой 100 м для самолетов массой 70, 90, 105 т представлено на рис. 2 (см. третью сторону обложки).

В отличие от методики взлета, предписываемой руководствами по летной эксплуатации, метод прогнозирования полной энергии с учетом ее прироста на воздушном участке указывает на возможность взлета не в момент достижения скорости принятия решения, а намного раньше и в координатах дальности, привязанных к взлетной полосе.

Для повышения ситуативной осведомленности весьма полезным считается знание запаса, или резерва, дальности до обреза взлетной полосы в точке принятия решения. Резерв также прогнозируется в процессе разбега:

$$L_{\text{рез}}(t) = L_{\text{ВПП}} - X(t) - D_{\text{ТПР}}(t).$$

Энергетический метод прогнозирования позволил получить прогнозную оценку еще одной характерной точки на траектории разбега. Для каждого типа самолета существует минимальная скорость на разбеге V_r, при которой разрешен подъем передней стойки шасси для разворота самолет на взлетный угол тангажа. Эта скорость зависит от его взлетной массы, конфигурации крыла и регламентируется техническими условиями на самолет. В нештатных ситуациях пилот должен оценивать не только возможность продолжения взлета, но и положение самолета на полосе, в котором можно начинать подъем передней стойки. Длина дистанции от текущего положения самолета до

достижения скорости подъема вычисляется по формуле

$$D_{V_r}(t) = (V_2^2 - V^2(t))/2gn(t).$$

Объективная оценка этой дальности, в отличие от интуитивной, улучшает ситуативную осведомленность пилота и снижает предпосылки для ошибочных действий. В процессе разбега пилоту может выдаваться сообщение о дальности до точки подъема передней стойки. Момент обнуления этой дальности служит сигналом готовности для начала разворота самолета на взлетный угол тангажа.

Коррекция прогноза дальности

Прогноз движения ЛА, основанный на текущих значениях его координат, не может совпадать с реальным процессом, так как все силы меняются или под действием возмущений, или в соответствии с регламентирующими требованиями правил выполнения полетов. На этапе взлета основной силой является тяга двигателя, на которую наибольшее влияние оказывает скорость разбега. Нами предложено для компенсации этого влияния ввести мультипликативный корректирующий член в алгоритм прогнозирования:

$$D_{\text{ТПР}}^{\text{кор}}(t) = D_{\text{ТПР}}(t)k_{\text{кор}}.$$

Коэффициент коррекции $k_{\text{кор}}$ выбирался в нескольких вариантах, учитывающих падение тяги с ростом скорости, и окончательно имеет вид

$$k_{\text{кор}} = k_1\sqrt{k_0 VP/V_2}.$$

Здесь VP — скорость разбега; V_2 — скорость устойчивого горизонтального полета; k_0 и k_1 — настроечные коэффициенты, формирующие $k_{\text{кор}}$.

Эффективность коррекции показана на рис. 3 (см. третью сторону обложки), где приведены реальная и скорректированная прогнозная дальности до точки достижения скорости V_1. Их различие на начальном участке разбега находится в пределах 100 м, а на дальности свыше 300 м ошибка прогноза снижается до 5 м.

Моделирование взлета при наличии препятствий

Для испытаний алгоритмов прогнозирования траектории разбега, взлета и последующего пролета над препятствием был разработан компьютерный стенд, в составе которого входит полная модель самолета ТУ-204-120С в варианте с двигателями RB.211-535. Пульт оператора стенда позволяет устанавливать начальные условия испытаний: массу и центровку самолета, имитировать климатические условия, высотность аэродрома и вводить ветровые возмущения. Оператору предоставлена возможность составлять сценарии взлета, как типовые в соответствии с действующим руководством по летной эксплуатации, так и с учетом манеры пилотирования командира экипажа.

В современной конфигурации стенда имеется режим моделирования с отказом двигателя, введена процедура поиска оптимальных коэффициентов энергетической системы управления (K_h и K_v), расширен перечень настраиваемых коэффициентов. Добавлено окно режима статистических испытаний для настройки уровня и вида случайных отклонений массы и центровки самолета.

Целью моделирования было получение области расчетных точек принятия решения, сопоставление их с рекомендациями стандартных методик пилотирования и формирование базы данных для дальнейшего анализа.

Следует отметить, что на режиме взлета управление полетом на воздушном участке осуществлялось не штатной, а энергетической системой управления. Энергетическая система, как было показано ранее [14], экономно и рационально расходует ресурсы органов управления — сектора газа и ручки траекторного канала — при выполнении пространственных маневров.

Моделирование показало высокое качество переходных процессов, что иллюстрирует рис. 4 (см. третью сторону обложки), где показаны графики высоты и скорости на взлете при наличии препятствия высотой 100 м на дальности 1000 м от торца ВПП. Графики приведены для самолета с тремя различными взлетными массами.

Были выполнены серии экспериментов, имитирующих взлеты самолета с разной массой — от минимальной до максимальной и расположением препятствий высотой от 50 до 150 м на удалении от конца ВПП от 500 до 3000 м. Особый интерес представляли полеты с имитацией отказа одного двигателя на начальном участке разбега. В процессе взлета фиксировалось положение самолета на ВПП

(координата $D_{\text{ТПР}}$), в котором текущее энергетическое состояние с учетом прогноза движения было достаточным для разгона до минимальной скорости полета и подъема на высоту препятствия в точке его расположения.

При больших дальностях до препятствий — свыше 2000 м — прогноз показывает возможность взлета практически с самого начала разбега для самолета с любой, в том числе максимальной, взлетной массой. Это вполне объяснимо, так как от точки старта до препятствия длина траектории включает еще и воздушный участок.

В процессе моделирования также вычисляли дальности до достижения скорости подъема носовой опоры D_{V_r}. Для самолета ТУ-204 с закрылками во взлетном положении (18°) в трех исследуемых вариантах загрузки эти скорости равны 210, 228 и 245 км/ч соответственно. Анализ результатов показывает, что на аэродромах с препятствиями, расположенными достаточно далеко от задней кромки ВПП (далее 1500 м), прогноз энергетического состояния для успешного взлета наступает раньше, чем достигается скорость подъема передней стойки, которая и является ограничением для начала отрыва от ВПП. В случае близко расположенных препятствий оказывается, что достижение скорости подъема стойки не гарантирует успешного набора высоты. Для этого необходимо накопить достаточный запас энергии, находясь еще на ВПП, так как на коротком воздушном участке взлета возможно набрать лишь малую долю от требуемой полной энергии. В таких ситуациях разбег должен быть продолжен до точки принятия решения.

Для иллюстрации опережающих свойств прогноза в табл. 1 приведены координаты точек принятия решения, рассчитанные из условия достижения нормативной скорости $V1$ и координаты точек возможности взлета X_ТВВ, в которых прогноз гарантирует накопление энергии для преодоления высотного препятствия. Результаты приведены для самолета с взлетными массами 70, 90 и 105 т при выполнении взлета с использованием двух сценариев управления траекторией. Первый сценарий взлета (комфортный) содержал только задания на требуемые переходы по скорости и высоте. По второму сценарию (энергичному) задавались принудительное манипулирование сектором газа для более интенсивного достижения требуемых значений координат.

Таблица 1
Table 1

Сравнение прогнозных и регламентных координат точки принятия решения на взлет

Comparison of the predicted and regulatory coordinates of the takeoff decision point

Масса, т	Сценарии	X_ТВВ	X_$V1$	Опережение	Ошибка
70	Комфортный	752,36	1037,65	285,29	−0,81
	Энергичный	154,05	602,15	448,10	2,87
90	Комфортный	909,27	1066,63	157,35	−0,78
	Энергичный	133,18	784,36	651,18	0,37
105	Комфортный	1052,98	1096,26	43,28	−0,25
	Энергичный	957,15	1201,15	244,00	−0,23

Сравнение координат показывает, что прогнозная достижимость конечного энергетического состояния, достаточного для пролета над препятствием, фиксируется намного раньше, чем самолет приобретает скорость принятия решения, предписываемую руководствами по летной эксплуатации.

2. Статистический анализ алгоритма прогнозирования

Для получения оценок качества и достоверности алгоритма прогнозирования был разработан специальный программный модуль.

По результатам статистических испытаний строятся графики функций распределения и плотности вероятностей ошибок прогнозирования. Нормативами ИКАО установлены пять уровней тяжести последствий от вероятных ошибок пилотирования. В нашей работе также используются пять допусковых зон для оценки числа ошибок прогнозирования справа и слева от среднего значения анализируемого параметра. Модуль анализа строит гистограммы распределения ошибок прогнозирования по пяти зонам. В качестве примера графического оформления результатов статистического анализа модельных испытаний на рис. 5 и 6 показаны график плотности вероятности и гистограмма распределения ошибок прогнозирования.

Номинальные условия взлета: масса m = = 105 т, центровка XT = 0,35. Вариации: $3\sigma_m$ = = 5 %, $3\sigma_{XT}$ = 10 %. Число испытаний 1000.

Заметна несимметричность закона распределения ошибок, что подтверждается вычисленными в модуле значениями эксцесса (0,241) и асимметрии (−0,698).

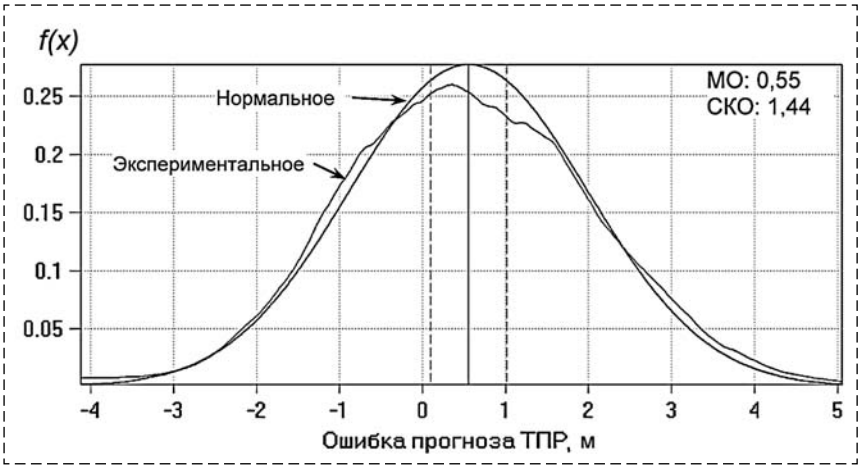


Рис. 5. Плотность вероятности ошибок прогнозирования дальности до ТПР
Fig. 5. The probability density of errors in predicting the distance to the decision-making point

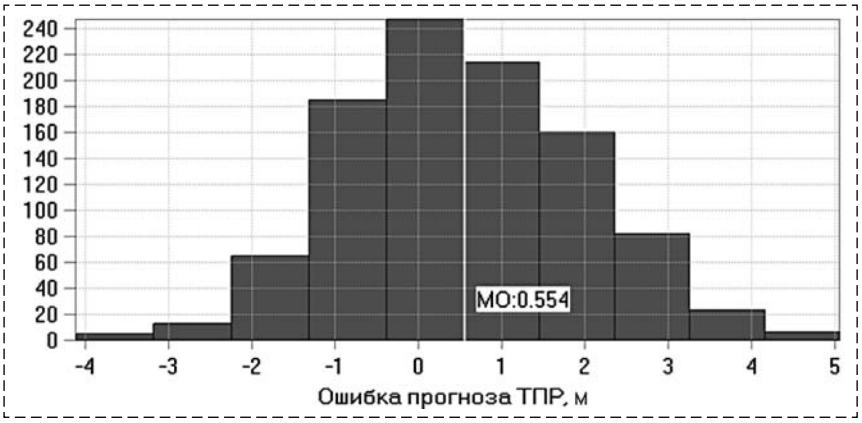


Рис. 6. Гистограмма распределения ошибок прогнозирования по пяти зонам
Fig. 6. The histogram of the distribution of predicting errors over five zones

Таблица 2
Table 2

Характеристики достоверности прогноза

Forecast Reliability Characteristics

Масса, т	Сценарии	МО	Число ошибок в допуске		Доверительные интервалы, м (с уровнем доверия)	
			5 %	10 %	0,95	0,99
70	Комфортный	2,971	234	465	0,135	0,178
	Энергичный	7,533	270	504	0,170	0,224
90	Комфортный	4,081	286	520	0,225	0,295
	Энергичный	0,554	247	461	0,178	0,234
105	Комфортный	−0,245	256	476	0,529	0,696
	Энергичный	−4,389	238	431	0,534	0,702

Одним из показателей надежности расчета статистических характеристик случайного процесса служит степень рассеяния результатов относительно его математического ожидания. В программе статистического анализа имеется возможность находить число прогнозов, попадающих в трубку рассеяния заданной ширины. В табл. 2 приведены данные по числу ошибок в трубках шириной 5 и 10 % от всего диапазона ошибок алгоритма прогнозирования. В программе предусмотрена возможность задавать ширину трубки непосредственно в метрах. В табл. 2 также показана ширина доверительного интервала при уровнях доверия 0,95 и 0,99. Малый доверительный интервал свидетельствует о высокой стабильности расчета математического ожидания при действующих возмущениях.

Для отработки навыков пилотирования при информационной поддержке на стенде был реализован прототип индикатора движения самолета в реальном времени по ВПП и на воздушном участке. Вариант такого индикатора приведен на рис. 7.

В окне индикатора показаны графики заданных и реальных значений основных параметров полета — высоты и скорости. На высотной траектории изображен символ самолета в его текущем положении. Условно изображены ВПП и препятствие. Индицируются прогнозные отметки характерных событий, а именно, дальности до точки возможности принятия решения на взлет (DТПР), точки достижения регламентной скорости принятия решения (DV1) и точки отрыва носового колеса (DVr). Показываются также численное значение этих координат. Для оперативного анализа результатов моделирование взлета может быть выполнено в ускоренном времени.

Заключение

Число аварий на взлетно-посадочных режимах в течение последнего десятилетия остается на уровне выше 50 %. На этих режимах движе-

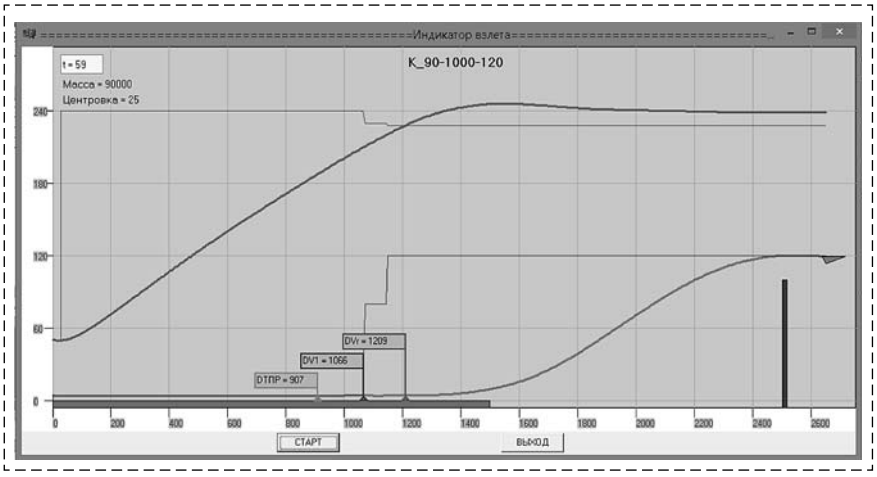


Рис. 7. Прототип индикатора взлета в кабине пилота самолета"
Fig. 7. The prototype of the takeoff indicator in the cockpit

ние ЛА контролируется пилотом. Во избежание ошибочных действий крайне желательно информировать пилота об эволюции ситуации. С этой целью разработан и исследован энергетический метод прогнозирования расстояния до характерных точек на впередилежащей траектории ЛА при взлете.

На основе энергетического подхода к управлению разработан алгоритм расчета расстояния до ТПР о возможности взлета при наличии высотных препятствий по курсу. Повышение точности и достоверности прогноза достигнуто за счет введения коррекции результатов первичного прогноза. Возможность взлета с гарантированным пролетом над препятствием обосновывается намного раньше достижения скорости принятия решения, предписываемой руководством по летной эксплуатации. Также синтезирован алгоритм расчета расстояния до точки достижения скорости отрыва носового колеса от ВПП. Информационное сообщение о резерве разбега, сформированное в поле зрения пилота, позволяет соотнести текущую ситуацию с положением самолета на ВПП, что повысит ситуационную уверенность и снизит напряженность. Было проведено большое число детерминированных и статистических испытаний модифицированного алгоритма прогнозирования. Продемонстрирована высокая точность прогноза и высокая достоверность результатов. Предложен прототип электронного индикатора взлета в реальном и ускоренном времени.

Список литературы

1. **Statistical** Summary of Commercial Jet Airplane Accidents. Worldwide Operations 1959—2017. October 2018. Boeing. URL: http://www.boeing.com/news/techissues/pdf/statsum.pdf.

2. **Shappel S., Boquet A., Wiegmann D.** Human Error and Commercial Aviation Accidents: An Analysis Using the Human Factors Analysis and Classication System // Journal of the Human Factors and Ergonomics Society. May 2007. DOI: 10.1518/001872007X312469.

3. **Orasanu J., Martin L.** Errors in Aviation Decision Making: A Factor in Accidents and Incidents // NASA Ames Research Center. doi = 10.1.1.434.3878&rep=rep1&type =pdf.

4. **Pinder S. D.** Aircraft Takeoff Performance Monitoring in Far-Northern Regions: An Application of the Global Positioning System. Ph.D. thesis, University of Saskatchewan. 2002.

5. **Erusalimskiy M. A.** Analysis of a decision-making about rejection or continuation of takeoff in flight accident and incidents // Aviation Explorer. 07.11.2011. URL: http://www.aex.ru/docs/4/2011/11/7/1447.

6. **Глубокая М. Г.** Бортовая система поддержки принятия решений на этапе взлета пассажирского самолета // Техника воздушного флота. 2008. Т. LXXXII. № 1 (690). С. 21—30.

7. **Кофман В. Д., Полтавец В. А., Теймуразов Р. А.** Сравнительный анализ безопасности полетов отечественных и зарубежных самолетов // Транспортная безопасность и технологии. 2005. № 4(5).

8. **Shevchenko A. M.** Some Means for Informational Support of Airliner Pilot // 5th Int. Scientific Conf. on Physics and Control (Physcon 2011). Leon, Spain. 2011. Sept. 5—8. P. 1—5. URL: http://lib.physcon.ru/doc?id = 78f90e41e746/.

9. **Шевченко А. М., Павлов Б. В., Начинкина Г. Н.** Метод прогнозирования взлета самолета при наличии высотных препятствий // Изв. Южного федерального ун-та. Техн. науки. / Изд-во ТТИ ЮФУ. 2012. № 3. С. 167—172.

10. **Шевченко А. М., Солонников Ю. И., Начинкина Г. Н.** Разработка и исследование метода прогнозирования взлета самолета // Проблемы управления. 2012. № 6. С. 63—68.

11. **Kuznetsov A., Shevchenko A., Solonnikov Ju.** The Methods of Forecasting Some Events During the Aircraft Takeoff and Landing // 19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace (ACA2013). Germany. 2013. Proceedings. P. 183—187.

12. **Шевченко А. М.** Энергетический метод прогнозирования дистанции торможения воздушных судов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 6. С. 424—430. DOI: 10.17587/mau.19.424-430.

13. **Кербер О. Б., Начинкина Г. Н., Солонников Ю. И., Шевченко А. М.** Методы улучшения ситуационной осведомленности экипажа воздушного судна на взлетно-посадочных режимах // Авиакосмическое приборостроение. 2016. № 5. С. 33—47.

14. **Борисов В. Г., Начинкина Г. Н., Шевченко А. М.** Энергетический подход к управлению полетом // Автоматика и телемеханика. 1999. № 6. С. 59—70.

15. **Kurdjukov A. P., Nachinkina G. N., Shevtchenko A. M.** Energy approach to flight control // AIAA Conf. Navigation, Guidance & Control. AAIA Paper 98-4211. Boston, 1998, pp. 543—553.

16. **Шевченко А. М., Павлов Б. В., Начинкина Г. Н.** Применение энергетического подхода для проектирования систем управления полетом // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ 2014). М.: ИПУ РАН. 2014. С. 3417—3430.

17. **Lambregts A. A.** Vertical Flight Path and Speed Control Autopilot Design Using Total Energy Principles // AIAA Paper 83-2239CP. 1983. P. 559—569.

Development of the Energy Method and Study of Algorithms for Predicting the Takeoff Trajectory of Aircraft

A. M. Shevchenko, shev-chik@yandex.ru, **G. N. Nachinkina, M. V. Gorodnova,**
Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, 117997, Moscow, Russian Federation

Corresponding author: **Shevchenko A. M.,** Ph.D., Senior Staff Scientist, Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, 117997, Moscow, Russian Federation, e-mail: shev-chik@yandex.ru

Accepted on February 18, 2020

Abstract

The article is devoted to the development and research of the method of predicting the events on the trajectory of takeoff, climb and overcome highrise obstacles on the course. The prediction method is based on the energy approach to flight control, created by us in previous works. The mathematical formulation of the method is the energy balance equation describing the mutual influence of all acting forces in the aircraft-engine-environment" system. In this article, the equation is extended to ground modes of movement along the runway. For this, a term is added to the equation that takes into account the action of braking forces from the chassis. The balance equation allows us to directly obtain an algorithm for calculating the length of the forward trajectory required for the accumulation of the required amount of terminal energy. Takeoff trajectory includes ground and air segments. Therefore, the possibility of overcoming the obstacle is fixed by the algorithm at the point of a possible decision to takeoff, taking into account the next air segment. This point is reached before the decision-making airspeed prescribed by the flight manual is reached. This advance warning of the possibility of takeoff improves situational awareness of the pilot, which reduces stress and reduces the risk of erroneous actions. A computer stand was developed for the research. Single launches and series of statistical tests are possible. Takeoff scenarios are generated in the stand operator window, as well as initial runway conditions, atmospheric disturbances, aircraft configuration, and obstacle coordinates are specified. The parameters of random errors in the takeoff weight and centering are assigned, as well as the noise of longitudinal overload measurements are set. A large volume of deterministic and statistical tests of algorithms for predicting events on the takeoff trajectory was performed at the stand. Using the statistical analysis module, the characteristics of the range prediction errors to the take-off decision point and the nose wheel separation point were calculated. Probability densities and histograms of error distribution over five characteristic zones of deviations from the mean are constructed. The confidence intervals for calculating the mathematical expectation are obtained. A prototype of an electronic indicator of the takeoff trajectory with marks of predictive characteristic coordinates has been developed.

Keywords: *Energy approach, predicting method, confidence of prediction, aircraft takeoff, statistic tests*

For citation:

Shevchenko A. M., Nachinkina G. N., Gorodnova M. V. Development of the Energy Method and Study of Algorithms for Predicting the Takeoff Trajectory of Aircraft, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2020, vol.21, no. 6, pp. 366—374.

DOI: 10.17587/mau.21.366-374

References

1. **Statistical** Summary of Commercial Jet Airplane Accidents. Worldwide Operations 1959—2017. October 2018. Boeing, available at: http://www.boeing.com/news/techissues/pdf/statsum.pdf.

2. **Shappel S., Boquet A., Wiegmann D.** Human Error and Commercial Aviation Accidents: An Analysis Using the Human Factors Analysis and Classification System, *Journal of the Human Factors and Ergonomics Society*, May 2007, DOI: 10.1518/001872007X312469.

3. **Orasanu J., Martin L.** Errors in Aviation Decision Making: A Factor in Accidents and Incidents, NASA Ames Research Center. doi=10.1.1.434.3878&rep=rep1&type=pdf.

4. **Pinder S. D.** Aircraft Takeoff Performance Monitoring in Far-Northern Regions: An Application of the Global Positioning System, Ph.D. thesis, University of Saskatchewan, 2002.

5. **Yerusalimskiy M. A.** Analysis of a decision-making about rejection or continuation of takeoff in flight accident and incidents, *Aviation Explorer*, 07.11.2011, available at: http://www.aex.ru/docs/4/2011/11/7/1447.

6. **Glubokaya M. G.** Technology of Air Fleet. **82,** 21—30 (2008) (in Russian).

7. **Kofman V. D., Poltavetc V. A., Tei`murazov R. A.** Comparative analysis of flight safety of domestic and foreign aircraft, *Transport safety and technology*, Dec. 2005, no. 4(5) (in Russian).

8. **Shevchenko A. M.** Some Means for Informational Support of Airliner Pilot, *5th Int. Scientific Conf. on Physics and Control (Physcon 2011),* Leon, Spain, Sept. 5—8 2011, pp. 1—5, available at: http://lib.physcon.ru/doc?id = 78f90e41e746/.

9. **Shevchenko A. M., Pavlov B. V., Nachinkina G. N.** A method for predicting aircraft takeoff in the presence of highrise obstacles, *Izv. Southern Federal University. Tech. Sciences*, 2012, no. 3, pp. 167—172 (in Russian).

10. **Shevchenko A., Solonnikov Ju.**, **Nachinkina G. N.** Development and research of aircraft takeoff prediction method, *Control Sciences*, 2012, no. 6, pp. 63—68 (in Russian).

11. **Kuznetsov A., Shevchenko A., Solonnikov Ju.** The Methods of Forecasting Some Events During the Aircraft Takeoff and Landing, *Proc. 19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace (ACA2013),* Germany, 2013, pp. 183—187.

12. **Shevchenko A. M.** The Energy Method for Predicting the Aircraft Brake Way, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no.2, doi: 10.17587/mau.19.424-430 (in Russian).

13. **Kerber O. B., Nachinkina G. N., Solonnikov Iu.I., Shevchenko A. M.** Methods to improve situational awareness of the aircraft crew on take-off and landing modes, *Aerospace Instrument Engineering*, 2016, no. 5, pp. 33—47 (in Russian).

14. **Borisov V. G., Nachinkina G. N., Shevchenko A. M.** Energy Approach to Flight Control, *Automation and Remote Control*, 1999, vol. 60, no. 6, pp. 805—813 (in Russian).

15. **Kurdjukov A. P., Nachinkina G. N., Shevchenko A. M.** Energy approach to flight control, *AIAA Conf. Navigation, Guidance & Control*, Boston, 1998, AAIA Paper 98—4211, pp. 543—553.

16. **Shevchenko A. M., Pavlov B. V., Nachinkina G. N.** Application of the energy approach for the design of flight control systems, *Proceedings of the XII all-Russian meeting on control problems*, 2014, Moscow, ICS RAN, pp. 3417—3430 (in Russian).

17. **Lambregts A. A.** Vertical Flight Path and Speed Control Autopilot Design Using Total Energy Principles, *AIAA Paper* 83-2239CP, 1983, pp. 559—569.

УДК 004.942 DOI: 10.17587/mau.21.375-382

Ю. И. Буряк, д-р техн. наук, buryak@gosniias.ru, **А. А. Скрынников,** канд. техн. наук, a1260@mail.ru,
Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, г. Москва

Алгоритм рационального планирования и распределения ресурсов при подготовке группы летательных аппаратов к применению в условиях неопределенности[1]

Предложено решение задачи распределения инженерно-технического состава при подготовке группы летательных аппаратов (ЛА) к применению, когда длительность выполнения работ — величина случайная. При решении задачи в качестве показателя эффективности для выбора варианта планирования работ рассматривается гарантированное (т.е. с заданной наперед надежностью) время выполнения всех работ на группе ЛА. Сформирована постановка задачи и разработан алгоритм рационального планирования и распределения ресурсов при подготовке группы ЛА к применению в условиях неопределенности. Рассмотрены частные случаи: выполнение последовательных работ на одном ЛА; выполнение последовательных работ на ЛА при ожидании специалиста (заданное и случайное время освобождения специалиста); выполнение последовательности работ на двух ЛА. Полученные частные результаты позволяют построить модель выполнения последовательности работ и получить закон распределения суммарного времени выполнения работ и, как следствие, рассчитать гарантированное время выполнения всех работ на группе ЛА.

***Ключевые слова**: группа летательных аппаратов, техническое обслуживание, алгоритм расчета состава бригады специалистов, реальное время, вероятность*

Введение

Одной из задач планирования технического обслуживания авиационной техники (АТ) является распределение инженерно-технического состава. В случае жестких ограничений по времени подготовки группы ЛА возникает задача обоснования требуемого количественного состава специалистов разного профиля.

В работах [1, 2] приведены алгоритм рационального планирования работ, выполняемых несколькими специалистами разного профиля на группе однотипных ЛА в детерминированной постановке, т.е. при фиксированной длительности выполнения каждой из работ, а также автоматизированная технология контроля их деятельности в реальном времени.

Рациональное планирование основано на том, что последовательность выполняемых на каждом ЛА работ строится по принципу приоритета работ, имеющих максимальную длительность, с учетом того, что соответствующий специалист в этот момент времени свободен (не занят на другом ЛА). При этом получаемый рациональный план не намного хуже потенциально возможного оптимального решения, получение которого связано с необходимостью рассмотрения огромного числа возможных вариантов.

Ограничением при планировании является невозможность одновременного выполнения двух и более работ на одном ЛА и невозможность одновременной работы специалиста на двух и более ЛА.

В реальности время выполнения каждой из работ отличается от нормативного, что обусловлено влиянием большого числа случайных факторов (например, возможные неисправности и отказы, обнаруженные в полете и при проведении работ). В этом случае возникает необходимость оценки разработанного плана работ, т.е. оценки длительности выполнения работ на группе ЛА, а именно: оценки вероятности выполнения всех работ к заданному моменту времени или оценки потребного времени для подготовки группы ЛА к полету с заданной гарантированной вероятностью. При этом время выполнения всех работ на каждом ЛА определяется не только случайной длительностью выполнения каждой из работ, но и случайным (в общем случае) моментом начала каждой из работ, обусловленным моментом времени освобождения соответствующего специалиста.

Данная задача не является новой, имеется ряд методов, позволяющих при определенных условиях получить ее решение. Среди них, прежде

[1]Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № № 18-08-00488а.

всего, следует выделить методы анализа сетевых моделей со случайными параметрами [4—7].

В работе [4] рассмотрены математические модели систем сетевого планирования и управления, характеристики которых содержат случайные параметры, рассмотрены аналитические и стохастические методы расчета параметров сетевой модели. Логическим продолжением работ автора [4] является монография [5], в которой описаны модели стохастического сетевого планирования на различных стадиях осуществления крупномасштабных разработок. Практическое применение методов стохастического моделирования в интересах оценки плана выполнения комплекса работ рассмотрено в статье [6]. В работе [7] представлены календарное планирование и упорядочивание работ с учетом стохастической неопределенности, прежде всего в части значения времени завершения работ. Планирование производственных систем, функционирующих в условиях неопределенности, рассмотрено в работах [8—10].

Аналогичный подход можно использовать для решения задачи планирования работ на группе ЛА.

Специфической особенностью подготовки группы ЛА к применению является наличие следующих неопределенностей: времени завершения работ и времени освобождения соответствующего специалиста для начала очередной работы. Применение метода стохастического моделирования позволяет учесть указанные особенности рассматриваемой задачи и оценить гарантированное (т.е. с заданной надежностью) время завершения всех работ по плану, разработанному на основе алгоритма рационального планирования.

Постановка задачи

Рассмотрим группу, состоящую из n ЛА, на каждом из которых необходимо выполнить m работ, длительность которых — случайные величины с известным законом распределения. Работы выполняются бригадой, численность которой характеризуется вектором $K = \{k_1, k_2, ..., k_m\}$, где k_l — число специалистов, выполняющих l-ю работу на разных ЛА независимо друг от друга, $l = \overline{1, m}$.

Задан календарный план G, полученный с использованием алгоритма рационального планирования [1] при фиксированных (неслучайных) длительностях выполнения работ. Календарный план G задается ориентированным графом $G = (Z, E)$, где Z — множество вершин (узлов); E — множество ребер. Каждое ребро определяет работу и задается исходящей и входящей вершинами; например работа $i - j$ — ребро графа, соединяющее вершины i и j, где вершина i соответствует началу, а вершина j — окончанию работы. Длительность T_{i-j} выполнения работы $i - j$ — величина случайная, задается законом распределения с точностью до параметров. Поэтому время задержки del_i начала работы $i - j$ также случайно, но оно определяется реализуемыми значениями длительности предшествующих работ календарного плана. Множество вершин z_i, соответствующих событиям, происходящим при выполнении работ на r-м ЛА, обозначим Z_r, $Z_r \subset Z$.

Будем считать, что время T выполнения календарного плана подготовки группы ЛА к применению определяется временем подготовки того ЛА, на котором суммарное время выполнения всех работ (с учетом задержек привлекаемых специалистов) будет наибольшим.

Таким образом, $T = \max\limits_r \left(\sum\limits_{i,j \in Z_r} T_{i-j} + \sum\limits_{i \in Z_r} del_i \right)$.

Задача по проверке выполнения календарного плана подготовки группы ЛА к полету ставится следующим образом:

- необходимо найти вероятность выполнения в течение заданного времени $t_{зад}$ всех работ по подготовке группы ЛА к полету, т.е. найти значение вероятности $P(T < t_{зад}) = F(t_{зад})$, где $F(t)$ — функция распределения случайной величины T;
- необходимо оценить время, необходимое для выполнения всех работ по подготовке группы ЛА к полету с заданной гарантированной вероятностью $P_{зад}$, т.е. найти значение времени $T^* = \arg(F(T^*) = P_{зад})$, где $P_{зад}$ — близкое к единице значение вероятности, заданное наперед.

Таким образом, необходимо проведение вероятностного анализа последовательности событий, определяющих ход выполнения работ.

Стохастическое моделирование последовательности выполнения работ на группе ЛА

Календарный план работ при их случайной длительности не полностью отражает взаимосвязь проводимых работ. Так, начало выполне-

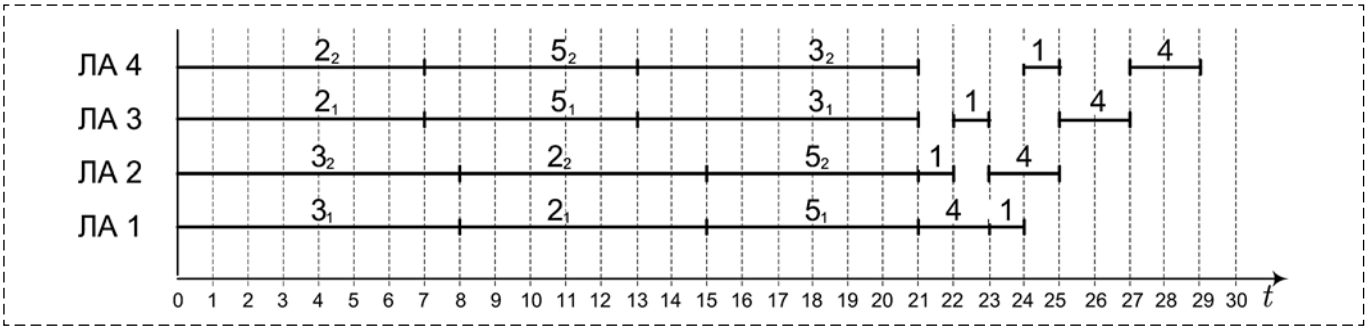


Рис. 1. Календарный план работ
Fig. 1. Job schedule

ния очередной работы на ЛА определяется не только случайной длительностью выполнения предшествующих работ, но и случайным моментом времени освобождения специалиста, выполняющего работу.

Для проведения вероятностного анализа последовательности событий, определяющих ход выполнения работ, целесообразно построить граф выполнения работ.

Рассмотрим в качестве примера подготовку четырех ЛА бригадой $K\{1, 2, 2, 1, 2\}$. На рис. 1 приведен рациональный календарный план, рассчитанный при фиксированных длительностях выполнения работ; длительность каждой работы принималась равной ее математическому ожиданию. Номера на календарном плане обозначают номера работ с индексом, соответствующим номеру специалиста.

На рис. 2 приведен соответствующий граф выполнения работ. Работы обозначены номерами, и для каждой работы определены события начала и окончания работы. Требование того, что работа не может быть начата, пока не освободится соответствующий специалист, реализуется заданием фиктивных работ (фиктивные работы на графе обозначены штриховыми линиями). Событие считается свершившимся, когда предшествующие ему работы завершены; например, событие 3 завершено, когда окончена предшествующая работа 0-3 на ЛА 2 (освободился ЛА 2) и окончена работа 0-1 на ЛА 4 (освободился специалист 2_2), в этот момент может быть начата работа 3-7, выполняемая специалистом 2_2 на ЛА 2.

Построенный для фиксированных длительностей выполнения работ граф теперь может быть использован для вероятностного анализа последовательности событий, определяющих ход выполнения работ. Ввиду случайной длительности работ критический путь при различных реализациях будет различным. В связи с этим необходимо определить последовательно для каждого события закон распределения его наступления.

Обозначим: $T^{\text{н}}_{i-j}, T^{\text{к}}_{i-j}$ — случайные моменты начала и окончания работы $i - j$; T_k — случайный момент наступления события k. Момент наступления события k определяется из условия $\max\{T^k_{i-k}\}$ для всех i, для которых существуют работы $i - k$.

Для двух независимых случайных величин X_1 и X_2 закон распределения их максимума $Y = \max\{X_1, X_2\}$определяется формулами [3]

$$G(y) = F_1(y)F_2(y);$$
$$g(y) = f_1(y)F_2(y) + f_2(y)F_1(y),$$

где $f_1(\cdot)$, $F_1(\cdot)$ — плотность и функция распределения случайной величины X_1; $f_2(\cdot)$, $F_2(\cdot)$ — плотность и функция распределения величины X_2.

Закон распределения максимума случайных величин не совпадает с распределением исходных величин. Поэтому решение задачи по оценке суммарного времени выполнения работ на основе

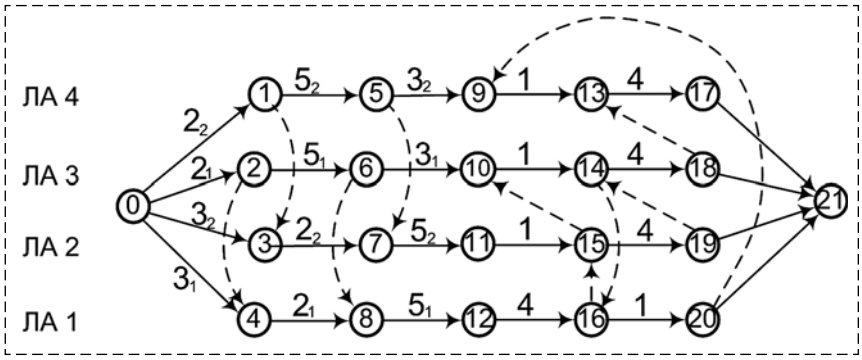


Рис. 2. Граф выполнения работ
Fig. 2. Graph of performance of works

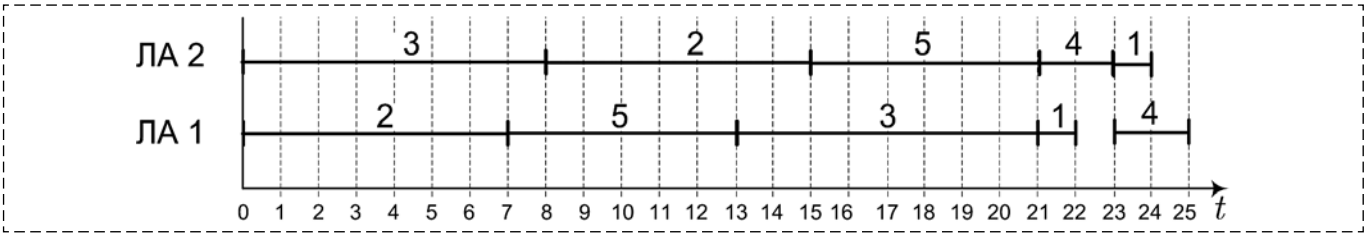


Рис. 3. Календарный план работ
Fig. 3. Job schedule

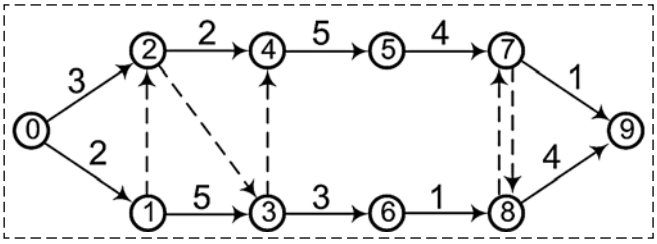


Рис. 4. Граф выполнения работ
Fig. 4. Graph of performance of works

математического аппарата нахождения закона распределения случайных величин $T^{н}_{i-j}$, $T^{к}_{i-j}$, T_k как функций случайных аргументов связано с громоздкими выкладками даже при достаточно простом графе работ.

В таких условиях целесообразным является использование аппарата стохастического моделирования выполнения работ в соответствии с графом.

Стохастическое моделирование работ заключается в реализации с помощью компьютера последовательности выполняемых работ в целях оценивания изучаемых интегральных характеристик. Длительность каждой работы моделируется заданным законом распределения с известными параметрами [11].

В качестве наглядного примера для моделирования рассмотрим календарный график выполнения пяти работ на двух ЛА, когда состав бригады задан вектором $K\{1, 1, 1, 1, 1\}$ (рис. 3, 4, штриховыми линиями на графе обозначены фиктивные работы).

Результаты стохастического моделирования времени завершения работ, выполняемых в соответствии с графом при нормальном законе распределения времени выполнения каждой из работ, приведены на рис. 5, 6. Расчеты проводили при следующих параметрах нормального закона распределения: $m_1 = 1$; $m_2 = 7$; $m_3 = 8$; $m_4 = 2$; $m_5 = 6$ ед., $\sigma_i = 0{,}15m_i$ ед., $i = \overline{1, 5}$, где m_i и σ_i — математическое ожидание и среднее квадратическое

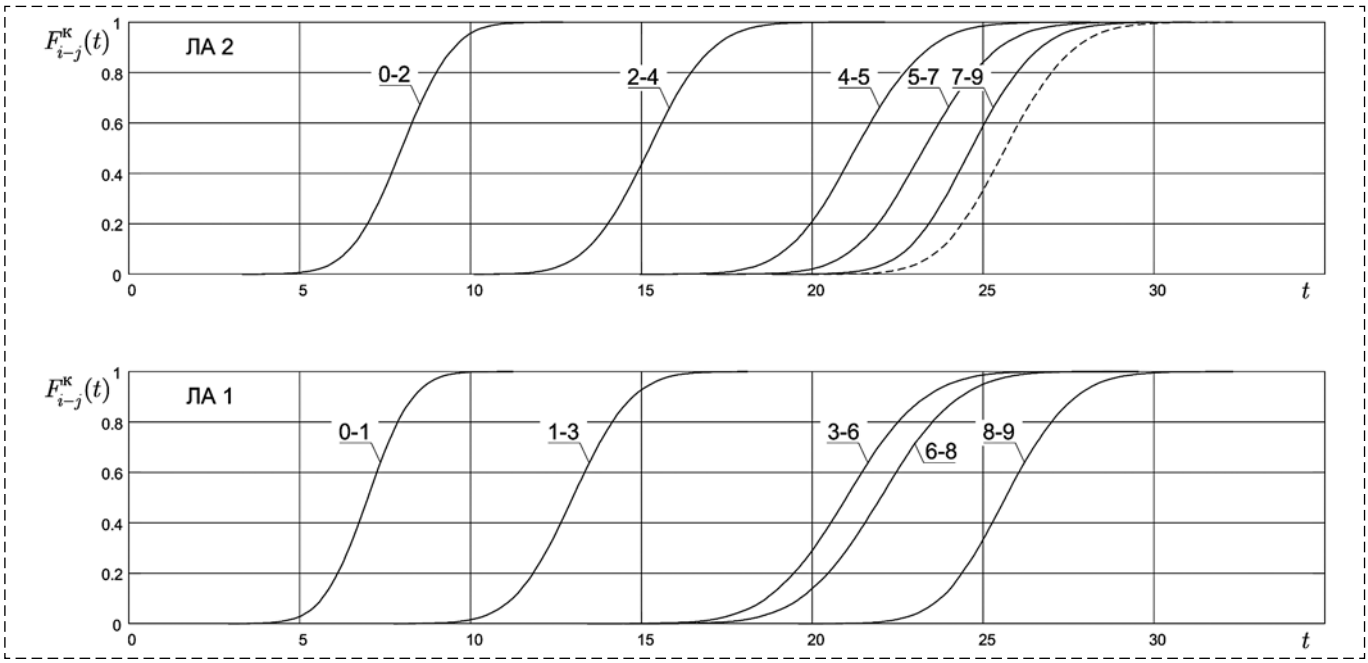


Рис. 5. Функции распределения времени завершения работ
Fig. 5. The distribution function of completion time of work

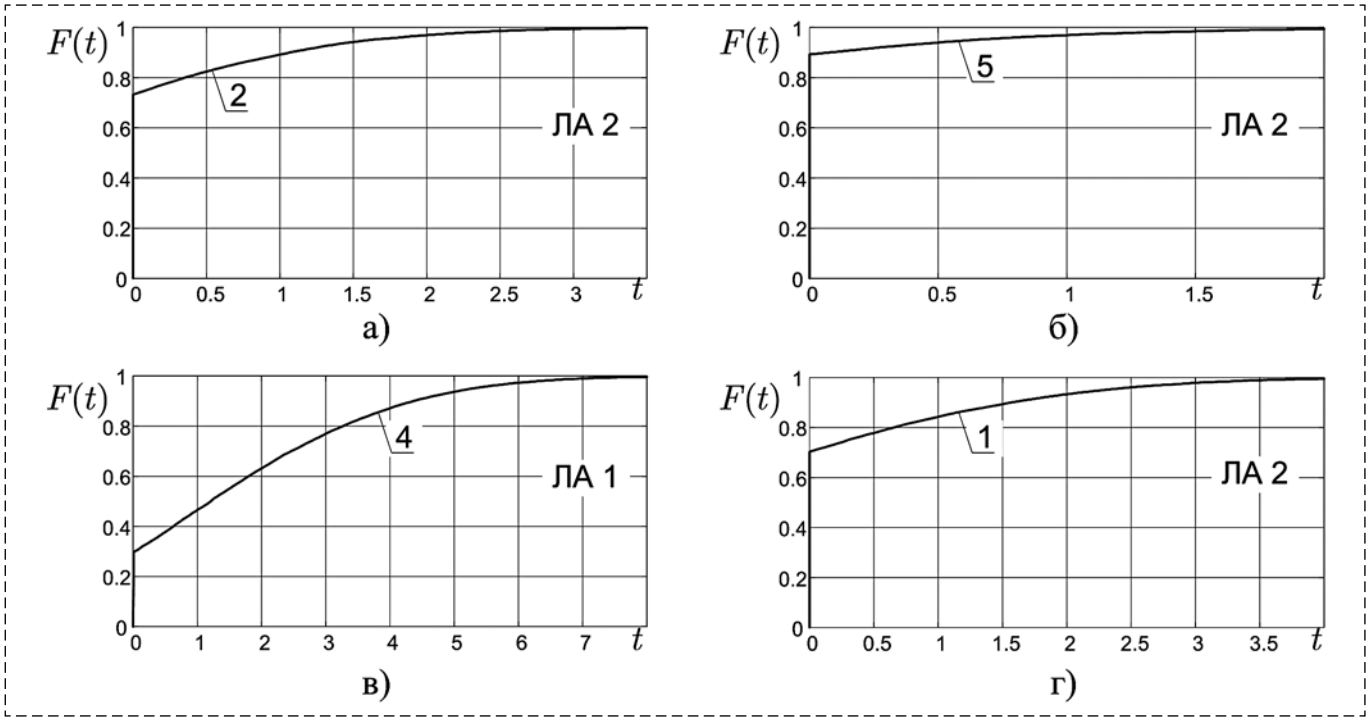


Рис. 6. Функции распределения времени задержки начала работ:
а — работа 2 на ЛА 2; *б* — работа 5 на ЛА 2; *в* — работа 4 на ЛА 1; *г* — работа 1 на ЛА 2
Fig. 6. The distribution function of the time delay starting work:
а — work 2 on the aircraft 2; *б* — work 5 on aircraft 2; в — work 4 on aircraft 1; *г* — work 1 on aircraft 2

отклонение времени выполнения i-й работы соответственно.

На рис. 5 приведены функции распределения $F^{\text{к}}_{i-j}(t)$ времени завершения каждой из работ, выполняемых на ЛА 1 и ЛА 2. Общее время подготовки группы ЛА для рассматриваемого примера определяется моментом окончания работы 8—9 на ЛА 1. Зная функцию распределения $F^{\text{к}}_{8-9}(t)$ можно определить вероятность готовности группы ЛА к заданному моменту времени и наоборот — определить требуемое время, к которому с заданной вероятностью (надежностью) работы на группе ЛА будут завершены. Так, время, в течение которого группа будет готова с вероятностью 0,90, равно 27,7 ед., с вероятностью 0,95—28,3 ед.

На рис. 6 приведены функции распределения времени задержки начала работ, обусловленной ожиданием специалиста. Задержка определяется как разность между моментом времени окончания предыдущей работы на ЛА и началом следующей; например, $T^{\text{н}}_{2-4} - T^{\text{к}}_{0-2}$ — задержка при завершении события 2.

Как видно из результатов моделирования, время задержки — смешанная случайная величина [12, 13]. Так, задержка начала выполнения работы 2 на ЛА 2 (рис. 6, *а*) — смешанная случайная величина: с вероятностью 0,731 она принимает дискретное значение 0, а с вероятностью 0,269 — множество значений больше нуля.

Полученные законы распределения $F^{\text{к}}_{i-j}(t)$ времени завершения каждой из работ, выполняемых на ЛА 1 и ЛА 2, дают возможность определить числовые характеристики числа завершенных работ на ЛА к текущему времени t.

К моменту времени t работа $i - j$ может быть завершена или нет. Вероятность ее завершения к моменту времени t равна значению функции распределения $F^{\text{к}}_{i-j}(t)$. Введем случайную величину $R_{i-j}(t)$ — индикатор окончания работы $i - j$. Эта случайная величина имеет распределение Бернулли [14, 15].

Если (как в рассматриваемом примере) все работы на одном ЛА выполняются последовательно, то вероятность завершения работы $i - j$ равна вероятности завершения всех предшествующих работ и собственно работы $i - j$. Найдем числовые характеристики случайной величины $R_{\Sigma}(t)$ — число завершенных работ на ЛА к моменту времени t.

Пусть работа $i - j$ является k-й в последовательности работ, выполняемых на ЛА. Тогда вероятность того, что на ЛА выполнено ровно k работ, равна

$$W_k(t) = P(R_{\Sigma}(t) = k) = F^{\text{к}}_{i-j}(t),$$

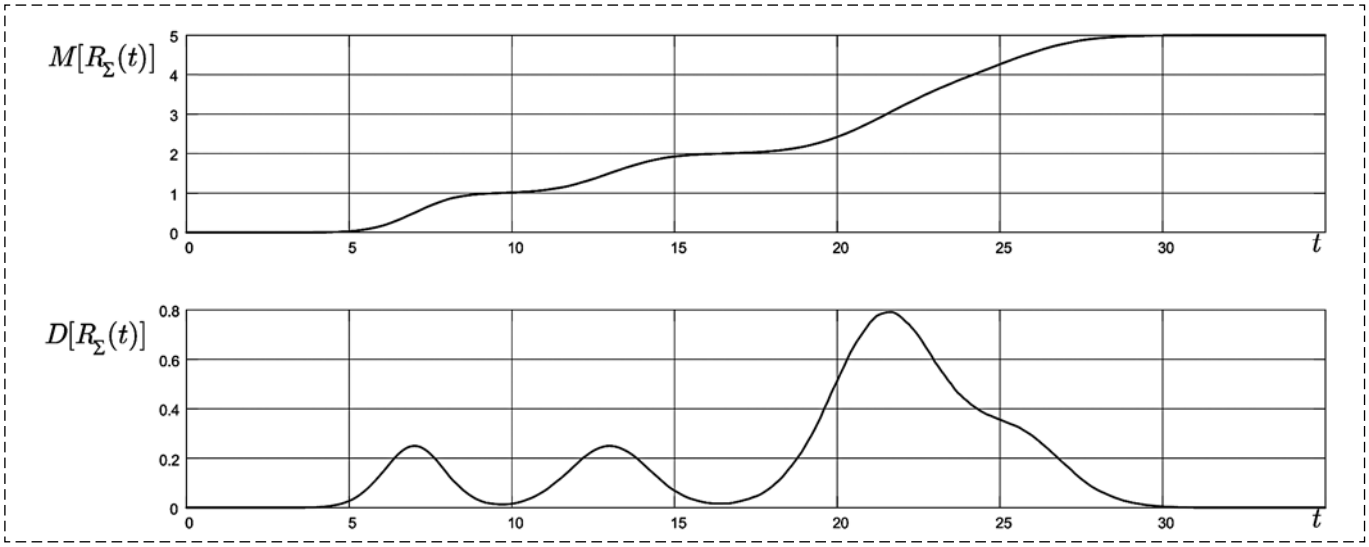


Рис. 7. Зависимость от времени математического ожидания и дисперсии числа завершенных работ
Fig. 7. Dependence of mathematical expectation and variance of the number of completed works on time

а вероятность того, что завершено меньше, чем k работ, равна

$$P(R_\Sigma(t) < k) = 1 - F^{\text{к}}_{i-j}(t).$$

Математическое ожидание и дисперсию можно вычислить по формулам:

$$M[R_\Sigma(t)] = \sum_{k=0}^{n} k[W_k(t) - W_{k+1}(t)];$$

$$D[R_\Sigma(t)] = \sum_{k=0}^{n} (k - M[R_\Sigma(t)])^2 [W_k(t) - W_{k+1}(t)],$$

где $W_{n+1}(t) \equiv 0$, $W_0(t) = P(R_\Sigma(t) < 1)$.

На рис. 7 приведены результаты расчетов числовых характеристик числа завершенных работ на ЛА 1 в зависимости от времени t.

Обоснование рационального состава бригады специалистов

Использование приведенного подхода дает возможность проверить обоснованность рационального состава бригады специалистов, выполняющих работы на группе ЛА, при наличии ограничений на время подготовки с учетом разброса времени выполнения каждой из работ.

На рис. 8 приведена блок-схема алгоритма обоснования состава бригады минимальной численности, которая может обеспечить с заданной надежностью $P_{\text{зад}}$ подготовку группы ЛА в течение заданного времени $t_{\text{зад}}$ при случайной длительности выполнения работ.

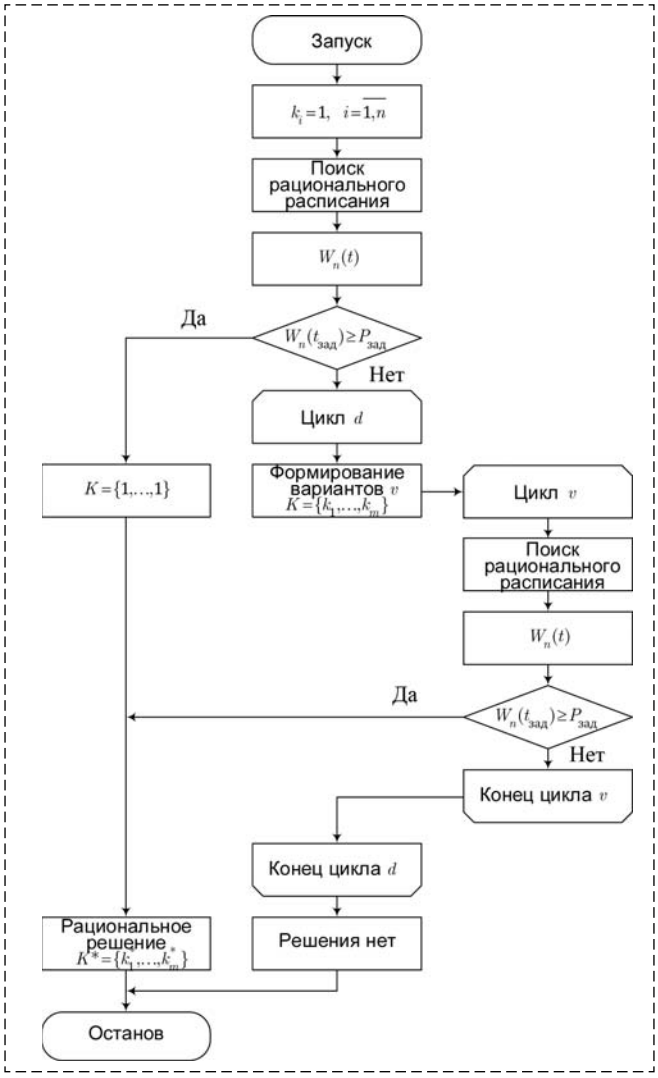


Рис. 8. Блок-схема алгоритма для обоснования состава бригады минимальной численности
Fig. 8. Block diagram of the algorithm of substantiation of the team of specialists of the minimum number

Так, если бригада минимально возможной численности $K\{1, ..., 1\}$сможет обеспечить выполнение работ с заданной надежностью в течение заданного времени, то увеличение числа специалистов не требуется.

В противном случае формируется множество вариантов состава бригады при увеличении ее численности на d специалистов (цикл по $d = \overline{1, n-1}$). Общее число v возможных вариантов равно $v = m^d$. Для каждого из этих вариантов (цикл по v) осуществляется поиск рационального расписания, и если для него выполняется требование $W_n(t_{зад}) \geqslant P_{зад}$, то на этом цикл прекращается и полученное решение является искомым.

Заключение

Разработанный алгоритм предназначен для анализа вариантов планирования последовательности работ на группе ЛА бригадой специалистов разного профиля с учетом случайной длительности выполнения каждой работы. Ограничения на возможность одновременного выполнения двух и более работ на одном ЛА и одновременной работы специалиста на двух и более ЛА учитываются при составлении графа работ. Стохастическое моделирование последовательности выполняемых работ с учетом построенного графа работ дает возможность получить закон распределения суммарного времени выполнения работ и, как следствие, рассчитать гарантированное время выполнения всех работ на группе ЛА. Последовательный анализ вариантов работ различным составом специалистов позволяет обосновать состав бригады минимальной численности, которая может обеспечить с заданной надежностью подготовку группы ЛА в течение заданного времени.

Список литературы

1. **Буряк Ю. И.** Алгоритм рационального планирования и распределения ресурсов в задаче подготовки группы ЛА к применению // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 5. С. 314—320.
2. **Буряк Ю. И.** Оперативная подготовка группы воздушных судов к применению за счет контроля деятельности инженерно-технического состава в реальном времени // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2018. № 12. С. 19—27.
3. **Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.** Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Наука, 1988. 480 с.
4. **Голенко Д. И.** Статистические методы сетевого планирования и управления. М.: Наука, 1968. 400 с.
5. **Голенко-Гинзбург Д. И.** Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками. Воронеж: Научная книга, 2010. 284 с.
6. **Горевич Б. Н.** Применение стохастических сетевых графов для планирования комплекса работ в условиях неопределенности // Вооружение и экономика. 2014. № 4(29). С. 27—35.
7. **Исследование** операций: в 2 т.: Пер. с англ. / Под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби. Т. 2. Модели и применение. М.: Мир, 1981. 677 с.
8. **Cai X., Wu X., Zhou X.** Optimal Stochastic Scheduling. New York: Springer, 2014. 416 p.
9. **Прилуцкий М. Х.** Оптимальное планирование двухстадийных стохастических производственных систем // Автомататика и телемеханика. 2014. № 8. С. 37—47.
10. **Баркалов С. А., Голенко-Гинзбург Д. И., Набиуллин И. Ф., Сидоренко Е. А.** Решение задач перспективного планирования и прогнозирования при случайных оценках продолжительности операций // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2010. № 3. С. 38—42.
11. **Михайлов Г. А., Войтишек А. В.** Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М.: Изд. центр "Академия", 2006. 306 с.
12. **Пугачев В. С.** Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Физматлит, 2002. 496 с.
13. **Вентцель Е. С.** Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576 с.
14. **Вадзинский Р. Н.** Справочник по вероятностным распределениям. СПб: Наука, 2001, 295 с.
15. **Хастингс Н., Пикок Дж.** Справочник по статистическим распределениям. М.: Статистика, 1980. 95 с.

The Algorithm of Rational Planning and Resource Allocation in Preparing a Group of Aircraft for Use in Conditions of Uncertainty

Yu. I. Buryak[1], buryak@gosniias.ru, **A. A. Skrynnikov**[1], a1260@mail.ru
[1]State Research Institute of Aviation Systems, 125319, Moscow, Russian Federation

Corresponding author: **Buryak Yuriy I.**, Ph.D.,
State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, 125319, Russian Federation, e-mail: buryak@gosniias.ru

Accepted on December 13, 2019

Abstract

The article considers the algorithm of rational planning of work on preparing a group of aircraft for departure, provided that the duration of each of the work is random. The work is carried out by specialists of different profiles with

restrictions — it is not allowed to simultaneously perform two or more work on one aircraft and the simultaneous work of a specialist on two or more aircraft. To evaluate the preparation plan for a group of aircraft for departure, the following indicators are taken: the time required to complete all work with a given guaranteed probability and the probability of all work being completed within a given time. To conduct a probabilistic analysis of the sequence of events that determine the progress of work, at the first stage a graph of work is built. When constructing the work graph, the restrictions imposed during the statement of the problem are taken into account by introducing fictitious works. At the second stage, on the basis of the constructed graph of work performance, a stochastic model is developed in which the duration of each work is modeled in accordance with a given distribution law. For many implementations, a distribution function of a random variable is constructed — the total time of preparation of a group of aircraft for departure, by which the values of the required performance indicators are determined. Peculiarities of constructing a graph of work performance are analyzed on the example of preparation for the departure of four aircraft. A detailed probabilistic analysis of a rational plan in conditions of uncertainty — with a random duration of work — was carried out on the example of a rational plan of work on a group of two aircraft. As a result of stochastic modeling, the distribution functions of the time moment of the end of each of the work, the delay time of the start of work and the time of the end of all work on the group of aircraft are constructed. Based on the obtained distribution laws, the dependences of the numerical characteristics of random variables — the number of completed work on the aircraft — on the current time were found. The obtained values of the performance indicators allow us to assess the acceptability of the checked rational plan. If, with rational planning of work by a team of a given composition, the guaranteed time to complete work on a group of aircraft is greater than the required value, then the composition of the team will increase. An algorithm has been developed to justify the composition of the minimum number of crews, which can provide training of a group of aircraft with a given reliability for a given time with a random duration of work.

Keywords: *group of aircraft, maintenance, algorithm for calculating the composition of a team of specialists, real time, probability*

Acknowledgements: The reported study was funded by the Russian Foundation for Basic Research (RFBR) according to the research project № № 18-08-00488a.

For citation:

Buryak Yu.I., Skrynnikov A. A. The Algorithm of Rational Planning and Resource Allocation in Preparing a Group of Aircraft for Use in Conditions of Uncertainty, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2020, vol. 21, no. 6, pp. 375—382.

DOI: 10.17587/mau.21.375-382

References

1. **Buryak Yu. I.** Algoritm ratsionalnogo planirovaniya i raspredeleniya resursov v zadache podgotovki gruppy LA k primeneniyu, *Mekhatronika. avtomatizatsiya. Upravleniye*, 2019, vol. 20, no. 5, pp. 314—320 (in Russian).

2. **Buryak Yu. I.** Operativnaya podgotovka gruppy vozdushnykh sudov k primeneniyu za schet kontrolya deyatelnosti inzhenerno-tekhnicheskogo sostava v realnom vremeni, *Vestnik kompyuternykh i informatsionnykh tekhnologiy*, 2018, no. 12, pp. 19—27 (in Russian).

3. **Venttsel E. S., Ovcharov L. A.** Teoriya veroyatnostey i eye inzhenernyye prilozheniya, Moscow, Nauka, 1988, 480 p. (in Russian).

4. **Golenko D. I.** Statisticheskiye metody setevogo planirovaniya i upravleniya, Moscow, Nauka, 1968, 400 p. (in Russian).

5. **Golenko-Ginzburg D. I.** Stokhasticheskiye setevyye modeli planirovaniya i upravleniya razrabotkami. Voronezh, Nauchnaya kniga, 2010, 284 p. (in Russian).

6. **Gorevich B. N.** Primeneniye stokhasticheskikh setevykh grafov dlya planirovaniya kompleksa rabot v usloviyakh neopredelennosti, *Vooruzheniye i ekonomika*, 2014, no. 4(29), pp. 27—35 (in Russian).

7. **Moudera Dzh.. Elmagrabi S.** Issledovaniye operatsiy. Vol. 2. Modeli i primeneniye, Moscow, Mir, 1981, 677 p. (in Russian)

8. **Cai X., Wu X., Zhou X.** Optimal Stochastic Scheduling, New York, Springer, 2014, 416 p.

9. **Priluckij M. H.** Optimal'noe planirovanie dvuhstadijnyh stohasticheskih proizvodstvennyh system, *Avtomatika i telemekhanika*, 2014, no. 8, pp. 37—47 (in Russian).

10. **Barkalov S. A., Golenko-Ginzburg D. I., Nabiullin I. F., Sidorenko E. A.** Reshenie zadach perspektivnogo planirovaniya i prognozirovaniya pri sluchajnykh otsenkakh prodolzhitel'nosti operatsij, *Vestnik Voronezhskogo gosu-darstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2010, no. 3, pp. 38—42 (in Russian).

11. **Mikhaylov G. A., Voytishek A. V.** Chislennoye statisticheskoye modelirovaniye. Metody Monte-Karlo, Moscow, Publishing centre Akademiya", 2006, 306 p. (in Russian).

12. **Pugachev V. S.** Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika, Moscow, Fizmatlit, 2002, 496 p. (in Russian).

13. **Venttsel' E. S.** Teoriya veroyatnostej, Moscow, Nauka, 1969. 576 p. (in Russian).

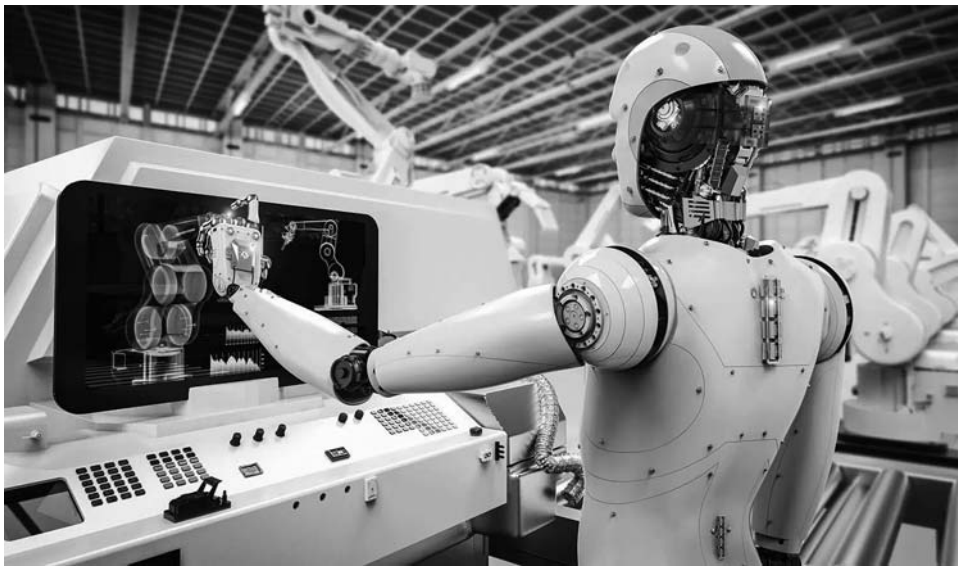
14. **Vadzinskij R. N.** Spravochnik po veroyatnostnym raspredeleniyam. SPb. Nauka, 2001, 295 p. (in Russian).

15. **Khastings N., Pikok Dzh.** Spravochnik po statisticheskim raspredeleniyam, Moscow, Statistika, 1980, 95 p. (in Russian).

11 декабря 2020 г. в г. Новокузнецк
на базе Научно-исследовательского центра
"МашиноСтроение" (НИЦ МС) состоится

IV Международная научно-практическая конференция

"МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИКА И РОБОТОТЕХНИКА"



Секции конференции

- Роботы, мехатроника и робототехнические системы
- Методы и техника создания и исследования интеллектуальных машин
- Механика и управление движением машин
- Механизация, автоматизация и управление технологическими процессами и производствами
- Методы контроля и диагностики в машиностроении
- Информационно-измерительные и управляющие системы
- Математическое и программное обеспечение вычислительных машин и комплексов

По итогам конференции издается сборник трудов с присвоением УДК, ББК, ISSN. Сборник индексируется в базе данных РИНЦ. Всем публикациям постатейно присваивается цифровой идентификатор DOI.

Подробную информацию о конференции см. на сайте:
http://srcms.ru

20—22 октября 2020 года в Москве состоится

Третья Международная научно-техническая конференция

"СОВРЕМЕННЫЕ СЕТЕВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ" (MoNeTec-2020)

Председатель программного комитета:

Р. Л. Смелянский, чл.-корр. РАН, профессор, МГУ им. М. В. Ломоносов

Конференция собирает представителей международного научного сообщества, исследовательских подразделений корпораций, стартапов, промышленности и бизнеса, институтов развития и органов государственной власти для обсуждения перспективных и актуальных технологий в сфере компьютерных сетей, виртуализации сетевых ресурсов и облачных вычислений, использования методов искусственного интеллекта.

Основные темы конференции

- Архитектура и протоколы для автоматизации управления сетями и оркестрации в облачных инфраструктурах
- Инновационные технологии для облаков, интернета, компьютерных сетей
- Новые парадигмы в организации и функционирования сетей, например, Intent Based Network, Information Centric Network, Content Centric Network т.п.
- Подходы, методы и средства для управления качеством сервиса и распределения ресурсов в сетях и облачных средах
- Применение больших данных и машинного обучения для повышения эффективности функционирования сетей, облачных платформ и управления ими
- Проблемы безопасности сетей и облачных платформ
- Применение сетевых облачных технологий к обработке больших данных, Интернета вещей, сетей беспроводной и мобильной связи
- Вопросы архитектуры программно-управляемого телекоммуникационного оборудования

Организаторы конференции: Центр прикладных исследований компьютерных сетей (ЦПИКС), Международный центр по информатике и электронике (ИнтерЭВМ), факультет ВМиК МГУ им. М. В. Ломоносова, Технический Университет связи и информатики (МТУСИ), Консорциум «Сетевые и облачные технологии».

Подробная информация о конференции, размещена на официальном сайте
http://www.monetec.rud

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5510, (499) 269-5397**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 25.03.2020. Подписано в печать 07.05.2020. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ MH620. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Адвансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Адвансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: **www.aov.ru**