

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 21

2020

№ 3

Издаётся с 2000 года ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online) DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:

БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.

ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.

ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН

БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН

ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН

ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН

КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН

КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН

КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН

МИКРИН Е. А., акад. РАН

ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН

РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН

СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН

СИГОВ А. С., акад. РАН

СОЙФЕР В. А., акад. РАН

СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН

ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН

ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН

ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН

ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН

ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:

DANIELE Z., PhD, Италия

DORANTES D. J., PhD, Турция

GROUMPOS P. P., PhD, Греция

ISIDORI A., PhD, Италия

KATALINIC B., PhD, Австрия

LIN CH.-Y., PhD, Тайвань

MASON O. J., PhD, Ирландия

ORTEGA R. S., PhD, Франция

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США

STRZELECKI R. M., PhD, Польша

SUBUDHI B. D., PhD, Индия

АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан

ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина

ТРОФИМЕНКО Е. Е., д.т.н., Беларусь

БОБЦОВ А. А., д.т.н.

БУКОВ В. Н., д.т.н.

ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.

ЖУКОВ И. А., д.т.н.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.

ЛОХИН В. М., д.т.н.

ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д.ф.-м.н.

ПУТОВ В. В., д.т.н.

ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.

РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.

ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.

ФУРСОВ В. А., д.т.н.

ЮРЕВИЧ Е. И., д.т.н.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:

АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

- Grigoriev V. V., Bystrov S. V., Mansurova O. K., Pershin I. M., Bushuev A. B., Petrov V. A. Exponential Stability Regions Estimation of Nonlinear Dynamical Systems 131

- Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. О детектируемости по части переменных нелинейных дискретных систем 136

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

- Рябчиков М. Ю., Рябчикова Е. С., Кокорин И. Д. Система стабилизации температуры в нагревательной печи с применением скользящего регулирования и нечеткой логики 143

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Быков Н. В., Власова Н. С., Губанов М. Ю., Лапин Д. В. Механизм вертикального перемещения мобильного гусеничного робота с гибридным магнитно-ленточным принципом сцепления 158

- Поливанов А. Ю., Иванов Ю. В., Холин Д. В. Методика преобразования координат системы технического зрения промышленного робота для операции лазерной сварки 166

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА,
УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

- Левский М. В. Аналитическое решение задачи оптимального управления разворотом космического аппарата с минимальной энергией вращения 174

- Абдуллин Р. Р., Тимофеев Д. С., Крылов Н. В., Кравченко А. А., Зайцев И. В., Самсонович С. Л., Рожнин Н. Б., Ларин А. П., Макарин М. А. Разработка и исследование математической модели работы пары активных ручек управления самолетом в среде MATLAB 184

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в БД RSCI на платформе Web of Science.

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

THEORETICAL AND APPLIED SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 21

2020

No. 3

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

MIKRIN E. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DANIELE Z., PhD, Italy

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

TROFIMENKO Ye. Ye., Belarus

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V. M.

PAVLOVSKY V. E.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEEV S. F.

YUREVICH E. I.

ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:

BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

- Grigoriev V. V., Bystrov S. V., Mansurova O. K., Pershin I. M., Bushuev A. B., Petrov V. A. Exponential Stability Regions Estimation of Nonlinear Dynamical Systems 131
- Vorotnikov V. I., Martyshenko Yu. G. On Problem of Partial Detectability for Nonlinear Discrete-Time Systems 136

AUTOMATION AND CONTROL TECHNOLOGICAL PROCESSES

- Ryabchikov M. Yu., Ryabchikova E. S., Kokorin I. D. System of Temperature Stabilization in a Heating Furnace Based on Sliding Mode Control and Fuzzy Logic 143

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

- Bykov N. V., Vlasova N. S., Gubanov M. Yu., Lapin D. V. A Locomotion Mechanism for a Mobile Wall-Climbing Robot with a Hybrid Magnetic-Tape Adhesion Method 158
- Polivanov A. Y., Ivanov Y. V., Kholin D. V. The Method of the Computer Vision System Coordinate Transformation for an Industrial Robot for a Laser Welding Operation 166

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

- Levskii M. V. Analytical Solving the Optimal Control Problem of Spacecraft's Slew Maneuver with Minimal Energy of Rotation 174
- Abdulin R. R., Timofeev D. S., Kravchenko A. A., Zaitsev I. V., Krylov N. V., Samsonovich S. L., Rozhnin N. B., Larin A. P., Makarin M. A. Design and Research of a Model of a Pair Active Aircraft Control Sidesticks Operation in MATLAB 184

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

V. V. Grigoriev¹, D. Sc., Professor, grigvv@yandex.ru, **S. V. Bystrov**¹, PhD, Associate Professor, sbystrov@mail.ru, **O. K. Mansurova**², PhD, Associate Professor, erke7@mail.ru, **I. M. Pershin**³, D. Sc., Professor, ivmp@yandex.ru, **A. B. Bushuev**¹, PhD, Associate Professor, abbushuev@corp.ifmo.ru, **V. A. Petrov**¹, Post-Graduate Student, vapetrov@corp.ifmo.ru,

¹ ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation,

² Saint Petersburg Mining University, Department of Technological Process Automation and Production
Saint Petersburg, 199106, Russian Federation,

³ North-Caucasus Federal University Pyatigorsk Branch, Department of Control systems
and information technologies, Pyatigorsk, 357500, Russian Federation

Corresponding author: **Petrov Vadim A.**, Post-Graduate Student, ITMO University,
Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, e-mail: vapetrov@corp.ifmo.ru

Accepted on November 18, 2019

Exponential Stability Regions Estimation of Nonlinear Dynamical Systems

Abstract

The main purpose of the research is the extending of the concept of qualitative exponential stability and instability for a wider class of dynamical systems and plants with estimating of regions of exponential stability as well as developing of analytic and calculating technologies for analyzing the quality of processes and projecting of control devices for control systems. And if the property of asymptotic stability indicates the convergence or divergence of the processes in time, the exponential stability provides information about the speed of convergence or divergence processes, thereby characterizing the rapidness of the system. Meeting the conditions of quality exponential stability evaluates the average rate of convergence or divergence of processes, as well as ongoing processes of deviations of the time-average behavior, the last gives information about the behavior of transients (oscillation, overshoot). Development of analytical and computational techniques for the analysis of stability and instability of comparison systems and, as a result of multiply-connected systems, as well as the processes quality is almost an essential task for the study multi-agent control algorithms and biologically inspired control algorithms in nonlinear systems, because the same systems should be related to each other and has a predetermined degree of exponential stability for the required control. Proposed results can be using in the developing flying and terrestrial robots based on biological control algorithm of living organism such as insects or bees.

Keywords: qualitative stability, Lyapunov function, sufficient conditions, performance, quality estimations, motion control, robotic complexes

For citation:

Grigoriev V. V., Bystrov S. V., Mansurova O. K., Pershin I. M., Bushuev A. B., Petrov V. A. Exponential Stability Regions Estimation of Nonlinear Dynamical Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 3, pp. 131–135.

DOI: 10.17587/mau.21.131-135

УДК 681.51

DOI: 10.17587/mau.21.131-135

В. В. Григорьев¹, д-р техн. наук, проф., grigvv@yandex.ru, **С. В. Быстров**¹, канд. техн. наук, доц., sbystrov@mail.ru, **О. К. Мансурова**², канд. техн. наук, доц., erke7@mail.ru, **И. М. Першин**³, д-р техн. наук, проф., ivmp@yandex.ru, **А. Б. Бушуев**¹, канд. техн. наук, доц., abbushuev@corp.ifmo.ru, **В. А. Петров**¹, аспирант, vapetrov@corp.ifmo.ru,

¹ Университет ИТМО, Факультет систем управления и робототехники, Санкт-Петербург, 197101, Россия,

² Санкт-Петербургский горный университет, Кафедра автоматизации технологических процессов
и производств, Санкт-Петербург, 199106, Россия,

³ Филиал Северо-Кавказского федерального университета в г. Пятигорске,
Кафедра систем управления и информационных технологий, Пятигорск, 357500, Россия

Оценка областей экспоненциальной устойчивости нелинейных динамических систем

Основной целью исследования является расширение понятия качественной экспоненциальной устойчивости и неустойчивости для широкого класса динамических систем и объектов управления с оценкой областей экспоненциальной устойчивости, а также разработка аналитических и расчетных способов анализа качества процессов и проектирование устройств управления для систем управления. И если свойство асимптотической устойчивости указывает на сходимость или расходимость процессов во времени, то экспоненциальная устойчивость дает информацию о скорости сходимости или расходимости процессов, тем самым характеризуя быстродействие системы. Удовлетворяя условиям качества экспоненциальной устойчивости, оцениваются средняя скорость сходимости или расходимости процессов, а также текущие процессы отклонений среднего по времени поведения, последний дает информацию о поведении переходных процессов (колебания, перерегулирование). Разработка аналитических и вычислительных методов анализа устойчивости и неустойчивости систем сравнения и, как следствие, многосвязных систем, а также качества процессов является практически необходимой задачей для исследования мультиагентных управляющих алгоритмов и алгоритмов управления в нелинейных системах, поскольку одни и те же системы должны быть связаны между собой и иметь заданную степень экспоненциальной устойчивости для требуемого управления. Предложенные результаты могут быть использованы при разработке летающих и наземных роботов на основе алгоритма биологического управления живым организмом, таким как насекомые или пчелы.

Ключевые слова: качественная устойчивость, функция Ляпунова, достаточные условия, производительность, оценки качества, управление движением, робототехнические комплексы

Introduction

Modern hardware of computers and computer technology analysis of the behaviour of multiply dynamic systems provides efficient algorithms for comparison of systems based on the Lyapunov functions, which are the result of the synthesis of multi-connected systems. The modular Lyapunov functions greatly simplify the procedures for the investigation of such system's behaviour. The terms of exponential and qualitative exponential stability and instability, obtained on the basis of modular Lyapunov functions, can judge the behaviour of processes and their quality of multiply-connected systems. Algorithms and software, developed on the basis of the results, obtained in [1, 9], allow to solve the problems of analysis and synthesis of continuous and discrete multi-connected systems with linear objects. The ideology worked out permit to consider qualitative exponential stability [9–13] and instability for systems and objects with continuous and discrete time similarly, and determine the sufficient local conditions to ensure these types of stability.

Problem Statement

Consider a discrete system, the movement of which is specified by the difference equation

$$x(m+1) = F(q(m, x(m)))x(m), \quad (1)$$

where m is the integer number of discrete intervals, x is n -dimensional state vector, $F(q(m, x(m)))$ is a square matrix of size $n \times n$, the elements of which depend on the changing values of the $q(m, x(m))$

vector, the component values which in turn depend on the number of discrete intervals and values state vector, and $q(m, x(m))$ is one-dimensional vector-valued function, continuous in each variable.

It is assumed that for arbitrary values of m and arbitrary values of the state vector $x(m) \in R^n$ values varying parameters are limited in the parameter space R^l by some simply connected closed domain D_q , i. e. $q(m, x(m)) \in D_q$ при $\forall m, \forall x(m) \in R^n$.

We define the quality estimation processes in the system (1) with the inequalities

$$\|x(m)\| \leq \rho \lambda^m \|x(0)\|; \quad (2)$$

$$\|x(m) - \beta^m x(0)\| \leq \rho (\lambda^m - \beta^m) \|x(0)\|, \quad (3)$$

where $\rho \geq 1$, the degree of attenuation $0 < \lambda < 1$, $\beta = \lambda - r$, where $0 < r \leq \lambda$. Note that if the inequality (2) is valid for (1) then the system is exponentially stable, and this inequality allows to measure system performance — evaluation of the transient time over the set of trajectories with initial values of the state vector $x(0)$ for which the value of the norm is constant.

The system is exponentially unstable if parameter $\lambda > 1$ in the inequality (2), while if more, and $1 < \beta + r < 1$ in the inequality (3), then the system is qualitatively exponentially unstable. The inequality (3) for the value $r = \lambda (\beta = 0)$ gives (2). The inequality (3) for (1) gives a local estimate of the behaviour of processes in the system, namely the estimate of the norm deviation from exponential decaying process $\beta^m (x(0) (\|\beta\| < 1))$, which provides a stabilization system's evaluation of the first release and overshoot over the set of trajectories ($\|x(0) = d\|$, where $d > 0$).

For (1) the following task is set: to find within parameter space R_l such a range of permissible changes of the parameters D_q , that for an arbitrary time changing settings, limited by the values of parameters within this range, quality estimations of (2) and (3) types are guaranteed for the system (1).

Sufficient Conditions for Meeting the Required Quality Estimations

Let's state sufficient conditions for meeting the required quality estimations (2) and (3). In order to satisfy the evaluations of quality processes (2) and (3) with values β and λ for the system (1) in the limited domain D_q with the values of the parameters $q(m, x(m))$, it is sufficient that such a positive definite symmetric matrix P size $n \times n$ exists, that for all values of $q \in D_q$ is valid the inequality

$$\bar{F}^T(q)P\bar{F}(q) - r^2P \leq 0 \quad (4)$$

which is understood in the sense of a negative semi-certainty of the resulting matrix in the left-hand part of inequality, where

$$\bar{F}(q) = F(q) - \beta I.$$

And the value $p = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$, where C_2 and C_1 are maximum and minimum proper numbers of the matrix P .

Checking of the condition (4) is associated with the use of beam properties of quadratic forms. Consider the characteristic equation

$$\det[\bar{F}^T(q)P\bar{F}(q) - \mu P] = 0 \quad (5)$$

and assume that at a fixed value of q the maximum root $\mu + (q)$ is found.

Then the inequality

$$\mu^{1/2} + q \leq r \quad (6)$$

gives the validity of (4).

Note that the maximum root of the characteristic equation (5) coincides with the maximum eigenvalue of the matrix $\bar{F}^T(q)P\bar{F}(q)P^{-1}$. Thus, the calculation of the maximal root $\mu + (q)$, depending on the values of the parameter vector q with the following checking of the inequality (6), can form a base for establishing the boundaries of acceptable change settings. However, this method of determining the boundaries of $D_q(\beta, r)$ is effective only

when q is a scalar. If q is a vector quantity, then to simplify the calculations, we find further ellipsoidal estimation of the parameters acceptable change range.

We formulate such a condition for a continuous system, the movement of which is set by

$$\dot{x}(t) = F(q(t, x(t)))x(t) \quad (7)$$

where all variables and matrixes have the same meaning as in equation (1), moreover it is assumed that the matrix $F(q(t), x(t))$ is such that the solution of (7) for any initial conditions exists and is unique.

In a continuous system (7) the quality estimation like (2), (3) are defined like

$$\|x(t)\| \leq \rho e^{-\alpha t} \|x(0)\|; \quad (8)$$

$$\|x(t) - e^{-\beta t} x(0)\| \leq \rho(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \|x(0)\| \quad (9)$$

if $\alpha > 0$, then the system is exponentially stable, if $\alpha < 0$ and $\beta = \alpha + r > 0$, ($r > 0$), then the system is qualitatively exponentially stable.

If $\beta = \alpha + r < 0$, ($r > 0$), then the system qualitatively exponentially unstable.

To make the system (7) with the values of the parameter $q(t, x(t))$ of the limited bounded domain D_q meet the quality estimations (8) and (9) with the values of α and β , it is enough that a symmetric positively defined matrix P size $n \times n$ exists and with all values of $q \in D_q$ satisfies the inequality

$$\tilde{F}^T(q)P\tilde{F}(q) - r^2P \leq 0 \quad (10)$$

where $\tilde{F}(q) = F(q) + \beta I$, $\lambda = \beta + r$. With the setting we have $p = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$, where C_2 and C_1 are maximum and minimum of the matrix P eigenvalue.

Checking of (10) is to find the maximum eigenvalue $\mu + (q)$ of the matrix $\tilde{F}^T(q)P\tilde{F}(q)P^{-1}$ and verification of (6) for all $q \in D_q$. Thus, to verify the conditions of the provisions for discrete and continuous systems we use the same software. Note that the results of works say that the condition (4) guarantees the position of all the eigenvalues $\lambda_i(q)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) of the matrix $F(q)$ for all values of $q \in D_q$ within a circle with radius r centered at (β, j_0) of the complex plane, and condition (10) is within a circle of radius r centered at $(-\beta, j_0)$ of the complex plane. In other words, changing $q \in D_q$ the trajectory of discrete or continuous system roots are limited by above said areas of the complex plane.

Construction of the Ellipsoidal Estimates

We assume that the matrix $F(q)$ of systems (1) and (7) can be represented as

$$F(q) = F_0 - \sum_{i=1}^k B_i q_i^T \quad (11)$$

where F_0 is square matrix of size $n \times n$ with constant elements, B_i is matrix size $n \times 1$, q_i is n -dimensional vectors, which are functions of time and of current value of the state vector ($q_i = q_i(m, x(m))$).

It is thought out that the set B_i , $i = 1, 2, \dots, k$ ($1 \leq k \leq n$) form a linearly independent system of vectors. Introduce Lyapunov function

$$V(x) = x^T P x \quad (12)$$

given by the quadratic form with a positive definite symmetric matrix P of $n \times n$ size. First, consider the case when the matrix of a closed system is presented in the form (11) with $k = 1$. Let the matrix F_0 be such that the solution of the Lyapunov equation

$$\bar{F}_0^T P_0 \bar{F}_0 - r_0^2 P_0 = -Q_0 \quad (13)$$

with a positively defined matrix $Q_0 > 0$ of $n \times n$ size,

$$\bar{F}_0 = F_0 - \beta I,$$

$$\beta > 0,$$

$$0 < \beta + r_0 < 1,$$

is positive defined with $P_0 > 0$.

Then, in order to allow the system (1) meet the quality estimations (2), (3) with the parameters β and $r \geq r_0$, it is enough, that for each m and $x(m)$ values of q belong to the field D_q , limited by the surface of the ellipsoid

$$(q - q_N)^T D^{-1} (q - q_N) = (B^T P B)^{-1} \quad (14)$$

where

$$D = r^2 P - \bar{F}_0^T P \bar{F}_0 + q_N B^T P B q_N^T; \quad (15)$$

$$q_N = (B^T P_0 \bar{F}_0) \quad (16)$$

and the matrix P has the form

$$P = P_0 + \Delta P. \quad (17)$$

And ΔP at least positive semi-defined symmetrical matrix $n \times n$ size, which meet two conditions

$$D > 0; \quad (18)$$

$$B^T P = B^T P_0. \quad (19)$$

Let the matrix $P_0 > 0$ is a solution of the Lyapunov equation (13), and the system B_i , $e_i = 1, 2, \dots, k$ ($1 \leq k \leq n$) forms a system of linearly independent mutually orthogonal vectors in the sense of

$$B_i^T P_0 B_j = 0. \quad (20)$$

Then, in order to allow for the system (1) to meet the quality estimations (2), (3) with the parameters β and $r \geq r_0$, it is enough that for each m and $x(m)$ values of the vectors q_i belong to areas D_{q_i} , limited by the surface of the ellipsoid

$$(q_i - q_{iN})^T D_i^{-1} (q_i - q_{iN}) = (B_i^T P_0 B_i)^{-1} \quad (21)$$

where D_i are positively defined symmetric matrixes, such as

$$D = \sum_{i=1}^k D_i; \quad (22)$$

$$D = r^2 P_0 = \bar{F}_0^T P \bar{F}_0 + \sum_{i=1}^k q_{iN} B_i^T P_0 B_i q_{iN}^T; \quad (23)$$

$$q_{iN} = (B_{i0}^T P_0 \bar{F}_0). \quad (24)$$

For continuous systems with the equation of motion (7) with respect to the quality estimates (8) and (9) we have the same assertion of Theorem 3 and the corollary to it, if in (13)—(16) and (21)—(24) to replace matrix $\bar{F}$ with $\tilde{F} = F + \beta I$ matrix under the same limits on the values of β and r , as in (8) and (9).

Note that the values q_N (16) (q_{Ni} (24)), determine the minimum value of the function

$$V(x(m+1) = \beta x(m)) = x^T \bar{F}^T(q) P \bar{F}(q) x \quad (25)$$

i. e. when

$$\frac{\partial V(x(m+1) - \beta x(m))}{\partial q_{iN}} = 0$$

on the trajectories of the system (1), if the matrix $F(q)$ has the representation (11). In other words, the values $q_{Ni} \in D_{q_i}$ ask such vectors' changing values of parameters for which there is a minimum sensitivity

on the trajectories of the system. Note also that in the received results it is assumed that the functions $q_i(m, x)$ are of such type that for all values of $x \in R_n$ values of the vector of varying parameters belong to $D_{q_i}(q_i(m)) \in D_{q_i}$ area. If these conditions are not valid and q_i are functions only of the state vector ($q_i(m, x) = q_i(x)$), then equation (21) give the surfaces in the state space, limiting the area of D_{ix} , in which for $x \in D_{ix}$ run restrictions for changing parameters $q_i(x)$. Let these areas are simply connected and include the origin of coordinates. Then, for any initial condition $x(0)$ from the state space bounded by a surface

$$x^T P x = d^2$$

where

$$d^2 = \max x^T P x$$

for $x \in D_x$ trajectories of the system (1) or (7) we have the appropriate evaluation of quality (2), (3) or (8), (9).

Conclusion

Developed theoretical concepts come from the need to solve practical problems of analysis and motion control of moving objects [14, 15], especially in the automation of the most complicated modes of aircraft landing on mobile and immobile base, spatial tracking system during capturing and auto-tracking mode, the trajectory movements in robotic complexes, the management of chemical and other types of processes subjected to increased risk of accidents.

References

1. Grigoryev V. V., Drozdov V. N., Lavrentyev V. V., Ushakov A. V. Synthesis of Digital Systems Using Computer Controls, Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1983, 245 p.

2. Grigoryev V. V. Design of control equations for variable parameter systems, *Automation and Remote Control*, 1983, vol. 44, no. 2, pp. 189–194.
3. Grigoryev V. V., Korovyakov A. N. Performans analysis of multivariable discrete-time system by the comparison method, *Automation and Remote Control*, 1988, vol. 49, no. 9, pp. 1154–1160.
4. Boykov V. I., Grigoryev V. V., Mansurova O. K., Mikhaylov S. V. Qualitative exponential stochastic stability of discrete systems, *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie*, 1998, vol. 41, no. 7, pp. 5–9.
5. Grigoryev V. V. Qualitative exponential stability of persistent and discrete dynamical systems, *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie*, 2000, vol. 43, no. 1, pp. 18–23.
6. Grigoryev V. V., Mansurova O. K. Qualitative Exponential Stability and Instability of Dynamical System, Preprints of 5th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS'01), 2001.
7. Grigoriev V. V., Bystrov S. V., Naumova A. K., Rabysh E. Yu., Cherevko N. A. Quality Assessment of Dynamic Process Based on Qualitative Exponential Stability, *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie*, 2011, vol. 54, no. 6, pp. 24–30.
8. Rabysh E. Yu., Grigoryev V. V., Bystrov S. V. Analysis of behavior of instable persistent and discrete dynamical systems, *Compilation of articles of the I International scientific-technical conference "Informational technologies. Radio and electronics. Telecommunications"*, Tolyatti, Publishing house PVGUS, 2011, pp. 263–270.
9. Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Mansurova O. K., Pershin I. M. Synthesis of polynomial control laws for continuous dynamic objects, *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie*, 2017, vol. 60, no. 5, pp. 398–403.
10. Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Pershin I. M., Mansurova O. K. Synthesis of linear-quadratic control laws for continuous dynamic objects, *International Research Journal*, 2017, vol. 56, no. 2, pp. 97–100.
11. Bobtsov A. A., Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Dudrov P. V., Kozis D. V., Kostina O. V., Mansurova O. K. Structure of the Domains of Admissible Variation of Guarantee Quality Parameters of Dynamic Systems Processes, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2006, no. 10, pp. 2–5.
12. Bystrov S. V., Grigoriev V. V. Qualitative exponential stability and instability of dynamical systems and range estimation of parameter acceptable changes, *Universal Journal of Control and Automation*, 2013, vol. 1, no. 1, pp. 15–18.
13. Grigoriev V. V., Boykov V. I., Bystrov S. V., Mansurova O. K., Ryabov A. I. Study of positive systems processes on the base of qualitative exponential stability, *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie*, 2013, vol. 56, no. 4, pp. 15–19.
14. Bushuev A. B., Grigoriev V. V., Petrov V. A. Biological algorithms of control of a flying robot, *IEEE International Conference "Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies" (IT&QM&IS)*, 2017, pp. 364–369.
15. Bushuev A. B., Petrov V. A., Litvinov Yu. V., Mansurova O. K. Biological control algorithm for searching movements of inertial agent, *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie*, 2017, vol. 60, no. 9, pp. 912–917.

В. И. Воротников, д-р физ.-мат. наук, проф., vorotnikov-vi@rambler.ru,
Сочинский институт Российского университета дружбы народов, г. Сочи,
Ю. Г. Мартышенко, канд. физ.-мат. наук, доц., j-mart@mail.ru,
Российский государственный университет нефти и газа, Москва

О детектируемости по части переменных нелинейных дискретных систем

Дискретные (конечно-разностные) системы широко используются в современной нелинейной теории управления. Одной из основных задач качественного исследования таких систем является обладающая большой общностью задача устойчивости нулевого положения равновесия. В большинстве работ такая задача устойчивости анализируется по отношению ко всем переменным, определяющим состояние системы.

Однако для многих важных в приложениях случаев возникает необходимость анализа более общей задачи: об устойчивости нулевого положения равновесия не по всем переменным, а только по некоторой заданной части переменных. Такая задача часто рассматривается также как вспомогательная при исследовании устойчивости по всем переменным. На этом пути возникают соответствующие понятия и задачи детектируемости изучаемой системы, играющие важную роль в процессе анализа нелинейных управляемых систем. Затем были поставлены более общие задачи частичной детектируемости, в рамках которых изучается ситуация, когда из устойчивости по части переменных следует устойчивость не по всем, а по большей части переменных.

В данной статье рассматривается нелинейная дискретная (конечно-разностная) система общего вида, допускающая нулевое положение равновесия. Находятся условия на структурную форму рассматриваемой системы, определяющие ее частичную детектируемость. При выполнении этих условий устойчивость по заданной части переменных нулевого положения равновесия системы означает его фактическую устойчивость по другой — большей части переменных. При этом устойчивость по оставшимся переменным является неопределенной и может исследоваться дополнительно. В процессе анализа указанной проблемы частичной детектируемости вводится понятие частичной нуль-динамики системы. Дается приложение полученных результатов к задаче стабилизации к части переменных нелинейных дискретных управляемых систем.

Ключевые слова: нелинейная дискретная (конечно-разностная) система, устойчивость по части переменных, детектируемость по части переменных, частичная стабилизация

Введение

Дискретные по времени нелинейные системы уравнений (nonlinear discrete-time systems), являющиеся по форме нелинейными конечно-разностными системами (nonlinear difference systems), широко используются в современной нелинейной теории управления, вычислительной математике, а также при моделировании дискретных во времени процессов. Кроме того, такие системы являются составной частью гибридных (с импульсным эффектом) систем, эволюция которых происходит в непрерывно-дискретном времени. Теории и методам качественного анализа нелинейных дискретных систем посвящена обширная литература [1–6]. Отметим, что анализ указанных систем (в сравнении с анализом систем с непрерывной динамикой) имеет ряд особенностей; укажем, например, на "дискретный" вариант принципа максимума Понтрягина [7], а также на особенности теорем о робастной устойчивости линейных дискретных систем [8].

Важной с теоретической и прикладной точек зрения является задача устойчивости нулевого положения равновесия при достаточно общих допущениях на правые части рассматриваемой дискретной (конечно-разностной) системы. При этом в большинстве работ устойчивость рассматривается по отношению ко всем переменным, определяющим состояние системы (по всем координатам фазового вектора системы).

Однако под влиянием развития теории устойчивости систем с непрерывной динамикой начиная с 70-х годов прошлого столетия для нелинейных дискретных систем стали рассматриваться более общие задачи частичной устойчивости [2, 4, 5, 9–15]: по части переменных, по заданным функциям состояния, "частичных" положений равновесия и др. Такие задачи естественным образом возникают в приложениях как исходя из требования нормального функционирования, так и при оценке возможностей проектируемой системы.

В рамках концепций детектируемости и частичной детектируемости [16–19] указанные

задачи устойчивости по части переменных можно также рассматривать как вспомогательные при анализе устойчивости по всем или по большей части переменных.

В контексте этих исследований в данной статье анализируется общая структурная форма дискретной (конечно-разностной) нелинейной системы, для которой устойчивость по части переменных нулевого положения равновесия означает его устойчивость по другой — большей части переменных.

1. Постановка задачи

Рассмотрим линейное действительное конечномерное пространство векторов $\mathbf{x}$ с нормой $|\mathbf{x}| = \max |x_i|$ (x_i — i -я компонента вектора $\mathbf{x}$). Введем разбиение $\mathbf{x} = (\mathbf{y}^T, \mathbf{z}^T)^T$ (T обозначает транспонирование). Обозначим $\mathbb{Z}_+ = \{k = 0, 1, 2, \dots\}$ множество целых неотрицательных чисел.

Пусть дана конечномерная нелинейная нестационарная система дискретных (конечно-разностных) уравнений [1–6]

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{X}(k, \mathbf{x}(k)), \mathbf{X}(k, \mathbf{0}) \equiv \mathbf{0},$$

которую с учетом сделанного разбиения $\mathbf{x} = (\mathbf{y}^T, \mathbf{z}^T)^T$ представим в виде двух групп уравнений

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k+1) &= \mathbf{Y}(k, \mathbf{y}(k), \mathbf{z}(k)), \\ \mathbf{z}(k+1) &= \mathbf{Z}(k, \mathbf{y}(k), \mathbf{z}(k)). \end{aligned} \quad (1)$$

В системе (1) $k \in \mathbb{Z}_+$ — дискретное время, поэтому везде далее $k \in \mathbb{Z}_+$.

Будем считать, что вектор-функция $\mathbf{X} = (\mathbf{Y}^T, \mathbf{Z}^T)^T$, определяющая правые части системы (1), для $k \in \mathbb{Z}_+$ непрерывна по $\mathbf{x}$ в области

$$|\mathbf{y}| < h, |\mathbf{z}| < \infty. \quad (2)$$

Кроме того, считаем, что для векторной функции $\mathbf{X}$ равномерно по $k \in \mathbb{Z}_+$ на каждом компактном множестве K из области (2) выполнены условия Коши—Липшица по $\mathbf{x}$: существует постоянная $l = l(K) > 0$ такая, что для каждого $k \in \mathbb{Z}_+$ при любых $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in K$ имеет место неравенство $|\mathbf{X}(k, \mathbf{x}_2) - \mathbf{X}(k, \mathbf{x}_1)| \leq l|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1|$. Тогда при всех $k_0 \in \mathbb{Z}_+$ для каждой точки $\mathbf{x}_0$ из области (2) существует единственное решение $\mathbf{x}(k; k_0, \mathbf{x}_0)$ системы (1). Дополнительно предположим [13], что решения системы (1) $\mathbf{z}$ -продолжимы. Это значит, что решения системы (1) определены для всех $k \geq k_0$, при которых $|\mathbf{y}(k, k_0, \mathbf{x}_0)| < h$.

Определения. Нулевое положение равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ дискретной системы (1) [7, 13]:

1) **y-устойчиво**, если для каждого $k_0 \in \mathbb{Z}_+$, а также для произвольного числа $\varepsilon > 0$, как бы мало оно ни было, найдется число $\delta(\varepsilon, k_0) > 0$ такое, что неравенство $|\mathbf{y}(k, k_0, \mathbf{x}_0)| < \varepsilon$ имеет место для всех $k \geq k_0$ и $|\mathbf{x}_0| < \delta$;

2) **равномерно y-устойчиво**, если $\delta = \delta(\varepsilon)$;

3) **равномерно асимптотически y-устойчиво**, если оно равномерно y-устойчиво и существует $\Delta > 0$ такое, что для произвольного решения $\mathbf{x}(k; k_0, \mathbf{x}_0)$ системы (1), для которого $|\mathbf{x}_0| < \Delta$, предельное соотношение $|\mathbf{y}(k; k_0, \mathbf{x}_0)| = 0, k \rightarrow \infty$ выполняется равномерно по $k_0, \mathbf{x}_0$ из области $k_0 \geq 0, |\mathbf{x}_0| < \Delta$ (выполнение указанного предельного соотношения означает, что для любых чисел $\eta > 0, k_0 \in \mathbb{Z}_+$ найдется целое число $T(\eta) > 0$ такое, что $|\mathbf{y}(k; k_0, \mathbf{x}_0)| < \eta$ при всех $k \geq k_0 + T(\eta), |\mathbf{x}_0| < \Delta$).

Имея в виду анализ задачи частичной детектируемости системы (1), предположим также, что $\mathbf{y} = (\mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T)^T$. Соответствующие понятия $\mathbf{y}_1$ -устойчивости положения равновесия $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ получаются заменой $\mathbf{y}(k, k_0, \mathbf{x}_0)$ на $\mathbf{y}_1(k, k_0, \mathbf{x}_0)$ в приведенных выше определениях.

Задача. Требуется указать общую структурную форму нелинейной дискретной системы (1), для которой $\mathbf{y}_1$ -устойчивость положения равновесия $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ означает его $\mathbf{y}$ -устойчивость.

2. Условия частичной детектируемости

В соответствии со сделанным для формулировки и решения задачи частичной детектируемости разбиением $\mathbf{x} = (\mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T, \mathbf{z}_2^T)^T$ представим первую группу уравнений системы (1) в виде двух групп уравнений

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1(k+1) &= \mathbf{Y}_1(k, \mathbf{y}_1(k), \mathbf{y}_2(k), \mathbf{z}(k)); \\ \mathbf{y}_2(k+1) &= \mathbf{Y}_2(k, \mathbf{y}_1(k), \mathbf{y}_2(k), \mathbf{z}(k)), \end{aligned}$$

а вектор-функцию $\mathbf{Y}_2(k, \mathbf{x}(k))$ разделим на две части следующим образом:

$$\mathbf{Y}_2(k, \mathbf{x}(k)) = \mathbf{Y}_2^0(k, \mathbf{y}_2(k)) + \mathbf{R}(k, \mathbf{y}_1(k), \mathbf{y}_2(k), \mathbf{z}(k));$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(k, \mathbf{x}(k)) &= \mathbf{Y}_2(k, \mathbf{x}(k)) - \mathbf{Y}_2^0(k, \mathbf{y}_2(k)); \\ \mathbf{R}(k, \mathbf{0}, \mathbf{y}_2(k), \mathbf{0}) &\equiv \mathbf{R}(k, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}) \equiv \mathbf{0}. \end{aligned}$$

Дискретная (конечно-разностная) система уравнений

$$\mathbf{y}_2(k+1) = \mathbf{Y}_2^0(k, \mathbf{y}_2(k)) \quad (3)$$

будет "приведенной" (по переменным $\mathbf{y}_2$) подсистемой системы (1).

Допустим, что вектор-функция $\mathbf{Y}_2^0$ для каждого $k \in \mathbb{Z}_+$ непрерывна по $\mathbf{y}_2$ в области $|\mathbf{y}_2| < h$ и равномерно по $k \in \mathbb{Z}_+$ на каждом компактном подмножестве из этой области удовлетворяет условию Коши—Липшица по $\mathbf{y}_2$.

Теорема 1. Пусть выполняются условия:

1) найдется непрерывная для каждого $k \in \mathbb{Z}_+$ вектор-функция $\mathbf{Y}_2^*(\mathbf{y}_1(k), \mathbf{y}_2(k))$, $\mathbf{Y}_2^*(\mathbf{0}, \mathbf{0}) \equiv \mathbf{0}$ такая, что для каждого $k \in \mathbb{Z}_+$ в области (2) имеет место неравенство

$$|\mathbf{R}(k, \mathbf{y}_1(k), \mathbf{y}_2(k), \mathbf{z}(k))| \leq |\mathbf{Y}_2^*(\mathbf{y}_1(k), \mathbf{y}_2(k))|; \quad (4)$$

2) положение равновесия $\mathbf{y}_2(k) = \mathbf{0}$ "приведенной" подсистемы (3) равномерно асимптотически устойчиво по всем переменным.

Тогда, если положение равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ системы (1) равномерно $\mathbf{y}_1$ -устойчиво, то оно равномерно $\mathbf{y}$ -устойчиво.

Доказательство. При выполнении условий теоремы для системы (1) найдется [1] функция Ляпунова $V(k, \mathbf{y}_2)$, определенная и непрерывная для каждого $k \in \mathbb{Z}_+$ в области $|\mathbf{y}_2| < h$ и удовлетворяющая условиям ($l = \text{const} > 0$)

$$|V(k, \mathbf{y}_2'') - V(k, \mathbf{y}_2')| \leq l \|\mathbf{y}_2'' - \mathbf{y}_2'\|; \quad (5)$$

$$a_1(|\mathbf{y}_2|) \leq V(k, \mathbf{y}_2) \leq a_2(|\mathbf{y}_2|); \quad (6)$$

$$\Delta V_{(3)} \leq -a_3(|\mathbf{y}_2(k)|). \quad (7)$$

Здесь $a_i(r)$, $a_i(0) = 0$ ($i = 1, 2, 3$) — непрерывные монотонно возрастающие по $r > 0$ скалярные функции (функции типа Хана [19, 20]), а $\Delta V_{(3)}$ является приращением (аналогом производной) V -функции в силу системы (3); указанное приращение V -функции вычисляется по формуле

$$\Delta V(k, \mathbf{x}(k)) = V(k+1, \mathbf{Y}_2^0(k, \mathbf{y}_2(k))) - V(k, \mathbf{y}_2(k)).$$

При условиях (5), (7) приращения V -функции в силу дискретных систем (1) и (3) связаны соотношением

$$\begin{aligned} \Delta V_{(1)} &= V(k, \mathbf{Y}_2^0(k, \mathbf{y}_2(k)) + \mathbf{R}(k, \mathbf{x}(k))) - \\ &- V(k, \mathbf{y}_2(k)) = V(k, \mathbf{Y}_2^0(k, \mathbf{y}_2(k))) - V(k, \mathbf{y}_2(k)) + \\ &+ V(k, \mathbf{Y}_2^0(k, \mathbf{y}_2(k)) + \mathbf{R}(k, \mathbf{x}(k))) - \\ &- V(k, \mathbf{Y}_2^0(k, \mathbf{y}_2(k))) = \\ &= \Delta V_{(3)} + V(k, \mathbf{Y}_2^0(k, \mathbf{y}_2(k)) + \mathbf{R}(k, \mathbf{x}(k))) - \\ &- V(k, \mathbf{Y}_2^0(k, \mathbf{y}_2(k))) \leq \Delta V_{(3)} + l|\mathbf{R}(k, \mathbf{x}(k))|. \end{aligned} \quad (8)$$

Учитывая неравенство (4), а также неравенства (6), (7), запишем соотношение (8) в следующем виде:

$$\Delta V_{(1)} \leq -a_3(a_2^{-1}(V(k, \mathbf{y}_2(k)))) + l|\mathbf{Y}_2^*(\mathbf{y}_1(k), \mathbf{y}_2(k))|. \quad (9)$$

Если положение равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ системы (1) равномерно $\mathbf{y}_1$ -устойчиво, то для каждого $k_0 \in \mathbb{Z}_+$, а также для произвольного числа $\varepsilon > 0$, как бы мало оно ни было, найдется число $\delta(\varepsilon) > 0$ такое, что из условия $|\mathbf{x}_0| < \delta$ следует $|\mathbf{y}_1(k; k_0, \mathbf{x}_0)| < \varepsilon$ при всех $k \geq k_0$.

Дальнейшее доказательство по схеме работ [19, 20]. Положим $\delta_1(\varepsilon) = b(\varepsilon)/l$, $b(\varepsilon) = a_3(a_2^{-1}(a_1(\varepsilon)))$. Можно указать $\delta_2(\varepsilon) > 0$ такое, что при каждом $k \in \mathbb{Z}_+$ из $|\mathbf{y}_1(k)| < \delta_2$ следует $|\mathbf{Y}_2^*(\mathbf{y}_1(k), \mathbf{y}_2(k))| < \delta_1$ для $|\mathbf{y}_2(k)| < \varepsilon$. Вместе с тем, в силу равномерной $\mathbf{y}_1$ -устойчивости "частичного" положения равновесия $\mathbf{y}(k) = \mathbf{0}$ системы (1) имеем $|\mathbf{y}_1(k; k_0, \mathbf{x}_0)| < \delta_2(\varepsilon)$ при всех $k \geq k_0$, если $|\mathbf{x}_0| < \delta$ и $\delta = \delta[\delta_2(\varepsilon)]$.

Поскольку при каждом $k \in \mathbb{Z}_+$ в области $|\mathbf{y}_2(k)| < \varepsilon$ при $|\mathbf{x}_0| < \delta$, где $\delta = \delta[\delta_2(\varepsilon)]$, выполнено условие $|\mathbf{Y}_2^*(\mathbf{y}_1(k; k_0, \mathbf{x}_0), \mathbf{y}_2(k))| < \delta_1$, то из неравенства (9) следует, что

$$\Delta V_{(1)} < 0 \text{ при } V(k, \mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)) = a_1(\varepsilon). \quad (10)$$

Пусть $\delta^*(\varepsilon) = \min\{\delta(\varepsilon), \delta[\delta_2(\varepsilon)], \delta_3(\varepsilon)\}$, $\delta_3(\varepsilon) = a_2^{-1}(a_1(\varepsilon))$. Рассмотрим произвольное решение $\mathbf{x}(k; k_0, \mathbf{x}_0)$ системы (1) с $k_0 \geq 0$, $|\mathbf{x}_0| < \delta$, где $\delta = \delta^*(\varepsilon)$. В силу условий (6) в данном случае имеем $V(k_0, \mathbf{y}_{20}) \leq a_2(\delta_3(\varepsilon))$ и, следовательно, $V(k_0, \mathbf{y}_{20}) \leq a_1(\varepsilon)$. Покажем, что

$$V(k, \mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)) < a_1(\varepsilon) \text{ для всех } k \geq k_0. \quad (11)$$

Предположим противное: пусть $V(k, \mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)) < a_1(\varepsilon)$ при $k \in [k_0, k_1)$, но $V(k, \mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)) = a_1(\varepsilon)$ при $k = k_1$. Тогда при $k = k_1$ имеет место неравенство $\Delta V_{(1)} \geq 0$, которое противоречит условию (10). Значит неравенство (11) справедливо для всех $k \geq k_0$ и на основании условия $V(k, \mathbf{y}_2) \geq a_1(|\mathbf{y}_2|)$ заключаем, что $|\mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)| < \varepsilon$ для всех $k \geq k_0$, если $|\mathbf{x}_0| < \delta$ и $\delta = \delta^*(\varepsilon)$. Теорема доказана.

Теорема 2. Пусть выполняются условия 1), 2) теоремы 1. Тогда, если положение равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ системы (1) равномерно асимптотически $\mathbf{y}_1$ -устойчиво, то оно равномерно асимптотически $\mathbf{y}$ -устойчиво.

Доказательство. Равномерная $\mathbf{y}_2$ -устойчивость положения равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ системы (1) следует из теоремы 1: для каждого $k_0 \in \mathbb{Z}_+$,

а также для произвольного числа $\varepsilon > 0$, как бы мало оно ни было, найдется число $\delta^*(\varepsilon) > 0$ такое, что из условия $|\mathbf{x}_0| < \delta$, где $\delta = \delta^*(\varepsilon)$, следует $|\mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)| < \varepsilon$ при всех $k \geq k_0$.

Покажем, что положение равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ системы (1) является также равномерно $\mathbf{y}_2$ -притягивающим. Это значит, что при заданном $\delta^*(\varepsilon) > 0$ для любого $\eta \in (0, \delta^*)$ существует целое число $T(\eta) > 0$ такое, что из условия $k_0 \geq 0$, $|\mathbf{x}_0| < \delta$, где $\delta = \delta^*(\varepsilon)$, следует $|\mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)| < \varepsilon$ при всех $k \geq k_0 + T(\eta)$.

В рассматриваемом случае предельное соотношение

$$|\mathbf{R}(k, \mathbf{y}_1(k; k_0, \mathbf{x}_0), \mathbf{y}_2(k), \mathbf{z}(k))| \rightarrow 0, k \rightarrow \infty \quad (12)$$

будет выполняться равномерно по $k_0 \geq 0$ и $\mathbf{x}_0 \in D_\Delta$ ($\Delta < \delta^*$), если $\Delta > 0$ определяет область равномерного $\mathbf{y}_1$ -притяжения положения равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ системы (1).

Положим $\eta \in (0, \Delta)$; в этом случае $\eta < \delta^*(\varepsilon) < a_2^{-1}(a_1(\varepsilon)) < \varepsilon$. В силу условий (9), (12) при $a_2^{-1}(a_1(\eta)) \leq |\mathbf{y}_2| < \varepsilon$ и $\mathbf{x}_0 \in D_\Delta$ ($\Delta < \delta^*$) найдется такое целое число $T_1(\eta) > 0$, что для всех $k \geq T_1(\eta)$ выполняется неравенство

$$\Delta V_{(1)} \leq -\frac{1}{2} b(\eta). \quad (13)$$

Следовательно, при $k \geq T_1(\eta)$ имеем

$$\Delta V_{(1)} < 0 \text{ при } V(k, \mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)) = a_1(\eta). \quad (14)$$

Положим $k_{0*} = \max[k_0, T_1(\eta)]$ и пусть $T_2(\eta) > 0$ есть первое целое число, такое что

$$T_2(\eta) \geq \frac{2a_2(\eta) - a_1(\eta)}{b(\eta)}.$$

Покажем, что на "целочисленном" отрезке $[k_{0*}, k_{0*} + T_2(\eta)]$ существует число k_* , для которого

$$V(k_*, \mathbf{y}_2(k_*; k_0, \mathbf{x}_0)) < a_1(\eta). \quad (15)$$

Допустим противное: пусть $V(k, \mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)) \geq a_1(\eta)$ для всех $k \in (k_{0*}, k_{0*} + T_2(\eta))$. Тогда на этом интервале $|\mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)| \geq a_2^{-1}(a_1(\eta))$ и справедливо соотношение (13), что приводит к противоречивым неравенствам

$$\begin{aligned} 0 < a_1(\eta) &\leq V(k_{0*} + T_2(\eta), \mathbf{y}_2(k_{0*} + T_2(\eta); k_0, \mathbf{x}_0)) = \\ &= V(k_{0*}, \mathbf{y}_2(k_{0*}; k_0, \mathbf{x}_0)) + \Delta V_{(1)} T_2(\eta) \leq \\ &\leq a_1(\eta) - \frac{1}{2} b(\eta) T_2(\eta) = \frac{1}{2} a_1(\eta). \end{aligned}$$

Из условий (14), (15) заключаем, что неравенство $V(k, \mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)) < a_1(\eta)$ имеет ме-

сто для всех $k \geq k_*$. Действительно, допустим противное: пусть $V(k, \mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)) < a_1(\eta)$ при $k \in [k_*, k^*)$, но $V(k^*, \mathbf{y}_2(k^*; k_0, \mathbf{x}_0)) = a_1(\eta)$. Тогда $\Delta V_{(1)} \geq 0$ при $k = k^*$, что противоречит условию (15). Поэтому неравенство $|\mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)| < \eta$ выполняется для всех $k \geq k_*$ на основании условия $V(k, \mathbf{y}_2) \geq a_1(|\mathbf{y}_2|)$. Следовательно, имеем $|\mathbf{y}_2(k; k_0, \mathbf{x}_0)| < \eta$ для любого $k \geq k_0 + T(\eta)$, где $T = T_1(\eta) + T_2(\eta)$, если $|\mathbf{x}_0| < \delta$ ($\Delta < \delta^*$). Теорема доказана.

Замечание 1. Теоремы 1, 2 являются развитием соответствующих результатов работ [19, 20]. В отличие от работы [20], где указаны условия, при которых из устойчивости по части переменных нулевого положения равновесия системы с непрерывной динамикой следует устойчивость по всем переменным, рассматривается дискретная система (1) и изучаются более общие задачи частичной детектируемости. Такие задачи рассмотрены ранее в работе [19] для нелинейных систем с непрерывной динамикой. Доказательства теорем 1, 2 используют схему доказательства работ [19, 20] с учетом специфики "дискретного" анализа исходной системы (1) и "приведенной" системы (3).

Замечание 2. При выполнении условия (4) динамика системы (1) в случае $\mathbf{y}_1(k; k_0, \mathbf{x}_0) \equiv \mathbf{0}$ (нуль-динамика по отношению к "измеримому выходу" $\mathbf{y}_1$, следуя терминологии работ [16, 17]) определяется подсистемой

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_2(k+1) &= \mathbf{Y}_2^0(k, \mathbf{y}_2(k)), \\ \mathbf{z}(k+1) &= \mathbf{Z}(k, \mathbf{0}, \mathbf{y}_2(k), \mathbf{z}(k)). \end{aligned} \quad (16)$$

Система (16) включает "приведенную" подсистему (3), которая определяет *частичную* нуль-динамику системы (1) по отношению к "измеримым" переменным $\mathbf{y}_1$: динамику $\mathbf{y}$ -компоненты решений $\mathbf{x}(k; k_0, \mathbf{x}_0)$, для которых $\mathbf{y}_1(k; k_0, \mathbf{x}_0) \equiv \mathbf{0}$.

При выполнении условий 1), 2) теоремы 1 система (1) обладает следующим свойством детектируемости: если $\mathbf{y}_1(k; k_0, \mathbf{x}_0) \equiv \mathbf{0}$, то для каждого $k_0 \in \mathbb{Z}_+$ найдется $\delta(\varepsilon) > 0$ такое, что выполняется предельное соотношение $|\mathbf{y}(k; k_0, \mathbf{x}_0)| = 0$, $k \rightarrow \infty$ при $|\mathbf{x}_0| < \delta$ и всех $k \geq k_0$. Это свойство определяет локальную *частичную* детектируемость системы (1).

Замечание 3. Анализ задач частичной (по части переменных) устойчивости и стабилизации, в том числе для дискретных (конечно-разностных) систем, и обзор результатов можно найти в работах [21–30].

Имеются другие подходы [22, 31–35] к задаче частичной (по заданной части переменных) стабилизации, также основанные на предварительном анализе устойчивости по меньшей части заданных переменных.

Пример. Пусть система (1) состоит из уравнений

$$\begin{aligned} y_1(k+1) &= \frac{1}{2} y_1(k) + y_1^2(k) + y_2(k) z_1(k); \\ y_2(k+1) &= \left[\frac{1}{2} - y_1(k) \sin z_2(k) \right] y_2(k); \\ z_1(k+1) &= [1 + 2y_1(k) \sin z_2(k)] z_1(k); \\ z_2(k+1) &= e^k y_1(k) z_2(k). \end{aligned} \quad (17)$$

1. Покажем, что нулевое решение $y_1(k) = y_2(k) = z_1(k) = z_2(k) = 0$ системы (17) равномерно асимптотически y_1 -устойчиво. Для этого рассмотрим две вспомогательные функции

$$V(\mathbf{x}) = y_1^2 + 2y_2^2 z_1^2, \mu_1 = y_2 z_1.$$

При каждом $k \in \mathbb{Z}_+$ в области

$$|y_1| + |\mu_1| < h, |z| < \infty \quad (18)$$

приращение ΔV выбранной V -функции в силу системы (17) определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta V &= \left[\frac{1}{2} y_1(k) + y_2(k) z_1(k) \right]^2 + \\ &+ 2y_2^2(k) z_1^2(k) \left[\frac{1}{2} - y_1(k) \sin z_2(k) \right]^2 \times \\ &\times [1 + 2y_1(k) \sin z_2(k)]^2 - y_1^2(k) - 2y_2^2(k) z_1^2(k) = \\ &= \frac{1}{4} y_1^2(k) + y_1(k) y_2(k) z_1(k) + y_2^2(k) z_1^2(k) + \\ &+ \frac{1}{2} y_2^2(k) z_1^2(k) - 4y_1^2(k) y_2^2(k) z_1^2(k) \sin^2 z_2(k) + \\ &+ 8y_1^4(k) y_2^2(k) z_1^2(k) \sin^4 z_2(k) - y_1^2(k) - \\ &- 2y_2^2(k) z_1^2(k) = -\frac{3}{4} y_1^2(k) + y_1(k) \mu_1(k) - \frac{1}{2} \mu_1^2(k) - \\ &- 4y_1^2(k) \mu_1^2(k) \sin^2 z_2(k) + 8y_1^4(k) \mu_1^2(k) \sin^2 z_2(k). \end{aligned}$$

Поэтому для каждого $k \in \mathbb{Z}_+$ в области (18) (но не в области (2)) имеет место оценка

$$\Delta V \leq \gamma_1 (y_1^2(k) + \mu_1^2(k)), \gamma_1 = \text{const} > 0.$$

На основании результатов работы [13] нулевое положение равновесия системы (17) равномерно асимптотически y_1 -устойчиво.

2. "Приведенная" подсистема (3) в данном случае имеет вид

$$y_2(k+1) = \frac{1}{2} y_2(k)$$

и ее нулевое положение равновесия $y_2(k) = 0$ равномерно асимптотически устойчиво. Кроме того, в данном случае выполнено неравенство (4), в котором $|Y_2^*| = |y_1(k) y_2(k)|$.

Поэтому на основании теоремы 2 заключаем, что нулевое положение равновесия системы (17) равномерно асимптотически (y_1, y_2) -устойчиво.

3. Приложение к задаче частичной стабилизации

Пусть система дискретных уравнений (1), в которой $\mathbf{x} = (\mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T, \mathbf{z}^T)^T$ описывает возмущенное движение объекта управления с учетом позиционных управлений $\mathbf{u}$, дискретно формируемых по принципу обратной связи в каналах управления.

Считаем, что переменные, входящие в векторы $\mathbf{y}_1, \mathbf{z}$, измеряются и используются для формирования управлений $\mathbf{u}$ вида $\mathbf{u} = \mathbf{u}(k, \mathbf{y}_1(k), \mathbf{z}(k))$, $\mathbf{u}(k, \mathbf{0}, \mathbf{0}) \equiv \mathbf{0}$, а переменные, входящие в вектор $\mathbf{y}_2$, не измеряются. Пусть формируемые управления таковы, что замкнутая система (1) удовлетворяет общим требованиям, указанным в разделе 1, и нулевое положение равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ этой системы равномерно асимптотически $\mathbf{y}_1$ -устойчиво.

Поскольку при $\mathbf{y}_1(k) = \mathbf{0}, \mathbf{z}(k) = \mathbf{0}$ управления нулевые, то динамика "приведенной" подсистемы (3) не зависит от формируемых управлений, а определяется только структурой и параметрами объекта. Считаем их выбранными так, что нулевое положение равновесия "приведенной" подсистемы (3) равномерно асимптотически устойчиво по всем переменным.

В результате при выбранной структуре и параметрах объекта достигнутая за счет выбора управлений равномерная асимптотическая $\mathbf{y}_1$ -устойчивость нулевого положения равновесия $\mathbf{x}(k) = \mathbf{0}$ системы (1) означает равномерную асимптотическую устойчивость по всем переменным.

Заключение

Указаны легко интерпретируемые условия частичной детектируемости нелинейной дискретной (конечно-разностной) системы, при выполнении которых устойчивость по части переменных нулевого положения равновесия означает его устойчивость по к другой — большей части переменных. Введено понятие частичной нуль-динамики этой системы.

Дано приложение полученных результатов к задаче частичной стабилизации нелинейных управляемых дискретных систем.

Список литературы

1. Halanay A., Wexler D. Qualitative Theory of Impulsive Systems. Bucharest: Ed. Acad. RPR, 1968. 312 p.
2. Фурасов В. Д. Устойчивость и стабилизация дискретных процессов. М.: Наука, 1982. 192 с.
3. Agarwal R. P. Difference Equations and Inequalities: Theory, Methods and Applications, 2 ed., N. Y.: Marcel Dekker, 2000. 971 p.
4. Александров А. Ю., Жабко А. П. Устойчивость движений дискретных динамических систем. СПб.: изд-во СПбГУ, 2007. 136 с.
5. Haddad W. M., Chellaboina V. Nonlinear Dynamical Systems and Control: A Lyapunov-Based Approach, Princeton: Princeton University Press, 2008. 976 p.
6. Зуев А. Л., Игнатъев А. О., Ковалев А. М. Устойчивость и стабилизация нелинейных систем. Киев: Наукова Думка, 2013. 430 с.
7. Болтянский В. Г. Оптимальное управление дискретными системами. М.: Наука, 1973. 448 с.
8. Джури Э. И. Робастность дискретных систем // Автоматика и телемеханика. 1990. № 5. С. 3—28.
9. Pachpatte B. G. Partial stability of solutions of difference equations // Proc. Nat. Acad. Sci., India, 1973. Vol. A43. P. 235—238.
10. Michel A. N., Molchanov A. P., Sun Y. Partial Stability and Boundedness of General Dynamical Systems on Metric Spaces // Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications. 2003. Vol. 52, N. 4. P. 1295—1316.
11. Абрамов С. А., Бронштейн М. Б. Решение дифференциальных и разностных систем по отношению к части неизвестных // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2006. Т. 46, № 2. С. 229—241.
12. Costa E. F., Astolfi A. Partial Stability for a Class of Nonlinear Systems // SIAM J. Control Optim. 2009. Vol. 47, N. 6. P. 3203—3219.
13. Ramírez-Llanos E., Martínez S. Distributed and Robust Fair Optimization Applied to Virus Diffusion Control // IEEE Trans. Network Sci. Engineering. 2017. V. 4, N. 1. P. 41—54.
14. Ramírez-Llanos E., Martínez S. Distributed Discrete-Time Optimization Algorithms with Applications to Resource Allocation in Epidemics Control // Optimal Control Appl. Meth. 2018. V. 39, N. 1. P. 160—180.
15. Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. К задаче частичной устойчивости нелинейных дискретных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 6. С. 371—375.
16. Byrnes C. I., Isidori A., Willems J. C. Passivity, Feedback Equivalence, and the Global Stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems // IEEE Trans. Autom. Control. 1991. Vol. 36, N. 11. P. 1228—1240.
17. Isidori A. The Zero Dynamics of a Nonlinear System: From the Origin to the Latest Progresses of a Long Successful Story // European J. Control. 2013. Vol. 19, N. 5. P. 369—378.
18. Ingalls B. P., Sontag E. D., Wang Y. Measurement to Error Stability: a Notion of Partial Detectability for Nonlinear Systems // Proc. 41th IEEE Conf. on Decision and Control. Las Vegas, Nevada. 2002. P. 3946—3951.
19. Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. К задаче частичной детектируемости нелинейных динамических систем // Автоматика и телемеханика. 2009. № 1. С. 25—38.
20. Halanay A. Differential Equations: Stability, Oscillations, Time Lags. N. Y.: Acad. Press, 1966. 528 p.
21. Румянцев В. В., Озиранер А. С. Устойчивость и стабилизация движения по отношению к части переменных. М.: Наука, 1987. 256 с.
22. Vorotnikov V. I. Partial Stability and Control. Boston: Birkhauser, 1998. 448 p.
23. Воротников В. И. Частичная устойчивость и управление: состояние проблемы и перспективы развития // Автоматика и телемеханика. 2005. № 4. С. 3—59.
24. Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. К теории частичной устойчивости нелинейных динамических систем // Известия РАН. Теория и системы управления. 2010. Т. 51, Вып. 5. С. 23—31.
25. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
26. Jammazi C. Backstepping and Partial Asymptotic Stabilization // Intern. J. Control, Autom., Syst. 2008. Vol. 6, N. 6. P. 859—872.
27. Efimov D. V., Fradkov A. L. Input-to-Output Stabilization of Nonlinear Systems via Backstepping // Int. J. Robust Nonlinear Control. 2009. Vol. 19, N. 6. P. 613—633.
28. Binazadeh T., Yazdanpanah M. J. Partial Stabilization of Uncertain Nonlinear Systems // ISA Trans. 2012. Vol. 51, N. 2. P. 298—303.
29. L'Aflitto A., Haddad W. M., Bakolas E. Partial-State Stabilization and Optimal Feedback Control // Int. J. Robust Nonlinear Control. 2016. Vol. 26, N. 5. P. 1026—1050.
30. Zuyev A. L. Partial Stabilization and Control of Distributed Parameter Systems with Elastic Elements. Cham: Springer Int. Publ., 2015. 245 p.
31. Воротников В. И. Об управлении угловым движением твердого тела. Игровой подход // Прикладная математика и механика. 1994. Т. 58, Вып. 3. С. 82—103.
32. Воротников В. И. О синтезе ограниченных управлений в игровой задаче переориентации асимметричного твердого тела // Докл. РАН. 1995. Т. 343, № 5. С. 630—634.
33. Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. К нелинейной задаче одноосной переориентации трехроторного гироската при игровой модели помех // Автоматика и телемеханика. 2012. № 9. С. 35—48.
34. Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. К нелинейной задаче трехосной переориентации трехроторного гироската при игровой модели помех // Космические исследования. 2013. Т. 51, Вып. 5. С. 412—418.
35. Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. К задаче переориентации трехроторного гироската при неконтролируемых внешних помехах // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 6. С. 414—419.

On Problem of Partial Detectability for Nonlinear Discrete-Time Systems

V. I. Vorotnikov, vorotnikov-vi@rambler.ru,

Sochi institute of the RUDN, Sochi, 354340, Russian Federation,

Yu. G. Martyshenko, j-mart@mail.ru,

Russian state university of oil and gas, Moscow, 119991, Russian Federation

Corresponding author: Vorotnikov Vladimir I., Doctor Sci. (Phys.&Math.), Professor, Sochi institute of the RUDN, Sochi, 354340, Russian Federation, Phone: (862) 241-12-70 (office); e-mail: vorotnikov-vi@rambler.ru

Accepted on December 02, 2019

Abstract

Discrete (finite-difference) systems are widely used in modern nonlinear control theory. One of the main problems of a qualitative study of such systems is the problem of stability of the zero equilibrium position, which has great generality. In most works, such a stability problem is analyzed with respect to all variables that determine the state of the system. However, for many cases important in applications, it becomes necessary to analyze a more general problem of partial stability: the stabil-

ity of the zero equilibrium position not for all, but only with respect to some given part of the variables. Such a problem is often also considered as auxiliary problem in the study of stability with respect to all variables. In this way, the corresponding concepts and problems of detectability of the studied system arise, which play an important role in the process of analysis of nonlinear controlled systems. Then, more general problems of partial detectability were posed, within the framework of which the situation was studied when stability from a part of variables implies stability not with respect to all, but with respect to more part of the variables. This article studies a nonlinear discrete (finite-difference) system of a general form that admits a zero equilibrium position. Easily interpreted conditions are found on the structural form of the system under consideration that determine its partial detectability, for which stability over a given part of the variables of the zero equilibrium position means its stability with respect to the other, more part of the variables. In this case, the stability with respect to the remaining part of the variables is uncertain and can be investigated additionally. In the process of analyzing this problem of partial detectability, the concept of partial null-dynamics of the system under study is introduced. An application of the obtained results to the stabilization problem with respect to part of the variables of nonlinear discrete controlled systems is given.

Keywords: nonlinear discrete-time (difference) systems, partial stability, partial detectability, partial stabilization

For citation:

Vorotnikov V. I., Martysenko Yu. G. On Problem of Partial Detectability for Nonlinear Discrete-Time Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 3, pp. 136–142.

DOI: 10.17587/mau.21.136-142

References

1. Halanay A., Wexler D. Qualitative Theory of Impulsive Systems. Bucharest, Ed. Acad. RPR, 1968, 312 p.
2. Furasov V. D. Stability and Stabilization of Discrete Processes, Moscow, Nauka, 1982, 192 p. (in Russian).
3. Agarwal R. P. Difference Equations and Inequalities: Theory, Methods and Applications, 2 ed., N. Y., Marcel Dekker, 2000, 971 p.
4. Aleksandrov A. Yu., Zhabko A. P. (Stability of Motion of Discrete Dynamical Systems, Saint-Petersburg, Saint-Petersburg Univ. Press, 2007, 136 p. (in Russian).
5. Haddad W. M., Chellaboina V. Nonlinear Dynamical Systems and Control: A Lyapunov-Based Approach, Princeton, Princeton University Press, 2008, 976 p.
6. Zuyev A. L., Ignatyev A. O., Kovalev A. M. Stability and Stabilization of Nonlinear Systems, Kiev, Naukova dumka, 2013, 430 p. (in Russian).
7. Boltyanskii V. G. Optimal Control of Discrete Processes, Moscow, Nauka, 1973, 448 p. (in Russian).
8. Juri E. I. Robustness of discrete systems, *Automation and Remote Control*, 1990, vol. 51, no. 5, pp. 571–592.
9. Pachpatte B. G. Partial stability of solutions of difference equations, *Proc. Nat. Acad. Sci., India*, 1973, vol. A43, pp. 235–238.
10. Michel A. N., Molchanov A. P., Sun Y. Partial Stability and Boundedness of General Dynamical Systems on Metric Spaces, *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 2003, vol. 52, no. 4, pp. 1295–1316.
11. Abramov S. A., Bronstein M. Solving Linear Systems of Differential and Difference Equations with Respect to a Part of the Unknowns, *Comp. Math. Math. Phys.*, 2006, vol. 46, no. 2, pp. 218–230.
12. Costa E. F., Astolfi A. Partial Stability for a Class of Nonlinear Systems, *SIAM J. Control Optim.*, 2009, vol. 47, no. 6, pp. 3203–3219.
13. Ramírez-Llanos E., Martínez S. Distributed and Robust Fair Optimization Applied to Virus Diffusion Control, *IEEE Trans. Network Sci. Engineering*, 2017, vol. 4, no. 1, pp. 41–54.
14. Ramírez-Llanos E., Martínez S. Distributed Discrete-Time Optimization Algorithms with Applications to Resource Allocation in Epidemics Control, *Optimal Control Appl. Meth.*, 2018, vol. 39, no. 1, pp. 160–180.
15. Vorotnikov V. I., Martysenko Yu. G. K zadache chastichnoy ustoychivosti ne-lineynykh diskretnykh sistem (To Problem of Partial Stability of Nonlinear Discrete-Time Systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 6, pp. 371–375 (in Russian).
16. Byrnes C. I., Isidori A., Willems J. C. Passivity, Feedback Equivalence, and the Global Stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems, *IEEE Trans. Autom. Control*, 1991, vol. 36, no. 11, pp. 1228–1240.
17. Isidori A. The Zero Dynamics of a Nonlinear System: From the Origin to the Latest Progresses of a Long Successful Story, *European J. Control*, 2013, vol. 19, no. 5, pp. 369–378.
18. Ingalls B. P., Sontag E. D., Wang Y. Measurement to Error Stability: a Notion of Partial Detectability for Nonlinear Systems, *Proc. 41th IEEE Conf. on Decision and Control*, Las Vegas, Nevada, 2002, pp. 3946–3951.
19. Vorotnikov V. I., Martysenko Yu. G. On Partial Detectability of the Nonlinear Dynamic Systems, *Automation and Remote Control*, 2009, vol. 70, no. 1, pp. 20–32.
20. Halanay A. Differential Equations: Stability, Oscillations, Time Lags, New York, Acad. Press, 1966, 528 p.
21. Rumyantsev V. V., Oziraner A. S. Stability and Stabilization of Motion with Respect to a Part of the Variables, Moscow, Nauka, 1987, 256 p. (in Russian).
22. Vorotnikov V. I. Partial Stability and Control, Boston, Birkhauser, 1998, 448 p.
23. Vorotnikov V. I. Partial Stability and Control: the State of the Art and Developing Prospects, *Automation and Remote Control*, 2005, vol. 66, no. 4, pp. 511–561.
24. Vorotnikov V. I., Martysenko Yu. G. On the partial stability of nonlinear dynamical systems, *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2010, vol. 49, no. 5, pp. 702–709.
25. Fradkov A. L., Miroshnik I. V., Nikiforov V. O. Nonlinear and Adaptive Control of Complex Systems, Dordrecht, Kluwer Acad. Publ., 1999, 528 p. (in Russian).
26. Jammazi C. Backstepping and Partial Asymptotic Stabilization, *Intern. J. Control, Autom., Syst.*, 2008, vol. 6, no. 6, pp. 859–872.
27. Efimov D. V., Fradkov A. L. Input-to-Output Stabilization of Nonlinear Systems via Backstepping, *Int. J. Robust Nonlinear Control*, 2009, vol. 19, no. 6, pp. 613–633.
28. Binazadeh T., Yazdanpanah M. J. Partial Stabilization of Uncertain Nonlinear Systems, *ISA Trans.*, 2012, vol. 51, no. 2, pp. 298–303.
29. L'Afflitto A., Haddad W. M., Bakolas E. Partial-State Stabilization and Optimal Feedback Control, *Int. J. Robust Nonlinear Control*, 2016, vol. 26, no. 5, pp. 1026–1050.
30. Zuyev A. L. Partial Stabilization and Control of Distributed Parameter Systems with Elastic Elements, Cham, Springer Int. Publ., 2015, 245 p.
31. Vorotnikov V. I. The Control of the Angular Motion of a Solid with Interference. A Game-Theoretic Approach, *J. Appl. Math. Mech.*, 1994, vol. 58, no. 3, pp. 457–476.
32. Vorotnikov V. I. On Bounded Control Synthesis in a Game Theory Problem of Reorientation of an Asymmetric Solid, *Physics-Doklady*, 1995, vol. 40, no. 8, pp. 421–425 (in Russian).
33. Vorotnikov V. I., Martysenko Yu. G. On the Nonlinear Uniaxial Reorientation Problem for a Three-Rotor Gyrostat in the Game Noise Model, *Automation and Remote Control*, 2012, vol. 73, no. 9, pp. 1469–1480.
34. Vorotnikov V. I., Martysenko Yu. G. On the Nonlinear Problem of Three-Axis Reorientation of a Three-Rotor Gyrostat in the Game Noise Model, *Cosmic Research*, 2013, vol. 51, no. 5, pp. 372–378 (in Russian).
35. Vorotnikov V. I., Martysenko Yu. G. To Problem of Three-Rotor Gyrostat Reorientation under Uncontrolled External Disturbances, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 6, pp. 414–419 (in Russian).

М. Ю. Рябчиков, канд. техн. наук, доц., Е. С. Рябчикова, канд. техн. наук, доц., И. Д. Кокорин, студент,
Магнитогорский государственный технический университет им. Г. И. Носова

Система стабилизации температуры в нагревательной печи с применением скользящего регулирования и нечеткой логики

Рассмотрены проблемы регулирования температуры в нагревательных печах на примере протяжной печи для отжига стальной полосы агрегата непрерывного горячего оцинкования. Показано, что одной из основных проблем является непостоянство динамических свойств объекта управления при гибком управлении производством с изменением производительности печи. С использованием модели теплотехнического состояния рабочего пространства и металла, учитывающей влияние температурных режимов печи на тепловые потери, определены пределы вариации параметров упрощенной модели динамики объекта. Рассмотрены проблемы управления температурным объектом с непостоянными динамическими параметрами. Изучены достоинства и недостатки систем управления объектами, основанными на использовании нечеткой логики и скользящего регулирования. Показано, что система скользящего регулирования при управлении объектом температурного типа может приводить к колебательным переходным процессам вследствие отсутствия амплитудной модуляции управляющего воздействия при приближении к заданию. Предложена система автоматической стабилизации регулируемого параметра для объекта температурного типа, комбинирующая скользящее регулирование и нечеткую логику. В предложенной системе стабилизации направление изменения управляющего воздействия определяется с применением скользящего регулирования, а уровень управляющего воздействия — с использованием нечеткой логики. Представлены результаты вычислительных экспериментов по сравнению с эффективностью управления с использованием предложенной системы, а также системы, основанной на одной нечеткой логике. При вычислительных экспериментах оптимальные варианты параметров настройки систем определялись на основе полного перебора и компьютерного моделирования управления для объекта с заданной вариацией динамических свойств. Компьютерное моделирование осуществлялось в среде VisSim. Показано, что при постоянных значениях параметров масштабирования сигналов, используемых в правилах нечеткой логики, требование по обеспечению качественных переходных процессов с различным уровнем изменения задания приводит к существенному снижению быстродействия по сравнению с системой, комбинирующей нечеткую логику и скользящее регулирование. Продемонстрирована возможность простой подстройки качества переходных процессов в системе, комбинирующей нечеткую логику и скользящее регулирование, при изменении динамических свойств объекта.

Ключевые слова: нагревательная печь, гибкое управление, производительность, автоматическое регулирование, температура, скользящее регулирование, нечеткая логика

Введение

В современных условиях для управления объектами температурного типа, как правило, используются регуляторы на основе ПИД закона. Для температурного объекта с неизменными динамическими характеристиками настройка ПИД регулятора для отработки изменения задания или компенсации внешних возмущений не представляет сложности. Однако непостоянство динамических свойств объекта управления или особенностей возмущений может привести к снижению качества регулирования и потере устойчивости.

Так, при управлении температурой рабочего пространства в зонах нагревательной печи агрегата непрерывного горячего оцинкования

(АНГЦ) № 1 ПАО "ММК" регуляторы настроены на эффективную отработку возмущений при нагреве до 710...720 °С полосы типового сортамента толщиной порядка 0,45 мм при скорости движения полосы 180 м/мин. Доля такой продукции достаточно велика и достигает 70...80 %. Однако при обработке полосы менее распространенного сортамента или изменении скорости движения полосы может наблюдаться возникновение колебательных режимов по температурам рабочего пространства t_{rp} в отдельных зонах (рис. 1).

Причинами колебательных режимов являются различие особенностей межзонного теплового взаимодействия в различных режимах и непостоянство динамических свойств объекта управления. Последнее обусловлено рядом причин.

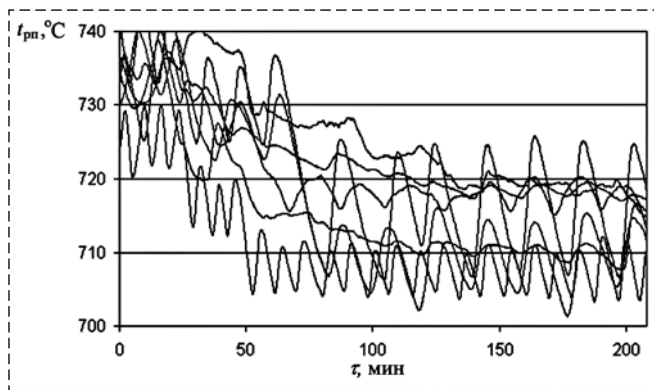


Рис. 1. Пример динамики изменения температуры в семи зонах отделения нагрева АНГЦ № 1 ПАО "ММК" при автоматической стабилизации температуры в каждой зоне

Fig. 1. Dynamics of temperature changes in seven zones of the heating compartment of CHDGU No. 1 at PJSC Magnitogorsk Iron & Steel Works upon automatic temperature stabilization in each zone (an example)

Так, на АНГЦ № 1 ПАО "ММК" горелки включаются группами исходя из уровня управляющего воздействия, сформированного регулятором температуры. При этом датчики контроля температуры расположены вблизи определенных горелок. Поэтому динамические свойства объекта могут изменяться.

Другими особенностями, влияющими на динамику объекта, являются непостоянство уровня внешних тепловых потерь при изменении температуры рабочего пространства и наличие ограничений на максимальную мощность горелок. Кроме того, современные системы управления распределением топливной нагрузки по зонам, решающие задачи энергосбережения, могут ограничивать и минимально допустимый расход топлива на зону. По такому принципу, например, работает система распределения топливной нагрузки в протяженной печи АНГЦ № 3 ПАО "ММК". Регулятор, поддерживающий в зоне заданную температуру, изменяет расход топлива на зону с учетом ограничения.

При изменении сортамента важной задачей является обеспечение своевременного изменения температурного режима печи. Требуется обеспечить высокое быстродействие переходных процессов при минимальном перерегулировании. Однако непостоянство динамики приводит к тому, что выход на новый температурный уровень затягивается и в некоторых ситуациях осуществляется путем серии малых изменений сигнала задания. Это позволяет предотвратить существенное отклонение температуры зон и температуры полосы от регламентированных

уровней при протекании переходных процессов, но снижает их быстродействие.

Заданную температуру металла на выходе из печи можно получить при различной производительности, определяемой скоростью движения полосы. При большей скорости требуется повысить температуру рабочего пространства, чтобы передать металлу требуемое количество теплоты за меньшее время. Однако это сопровождается ростом внешних тепловых потерь и требует дополнительного расхода топлива для их компенсации. Иными словами, рост производительности сопровождается ростом как удельных, так и общих затрат топлива. Изменение общих затрат топлива, в свою очередь, приводит к переключениям горелок и оказывает влияние на динамику объекта управления.

Необходимо отметить, что задача повышения гибкости производства является одной из приоритетных в современных условиях нестабильного рынка [1]. Стремление к варьированию затрат и производительности, определяющих внешнюю гибкость, требует повышения внутренней операционной гибкости. Применительно к нагревательным печам это требует организации управления температурными режимами при различной степени интенсификации процесса. Для этого подсистемы управления температурными режимами должны быть способны функционировать при значимом изменении динамических свойств объекта управления.

1. Влияние производительности на динамику температурных процессов

При управлении температурными режимами нагревательных печей выделенное при сжигании топлива тепло идет на нагрев рабочего пространства, компенсацию тепловых потерь, связанных с нагревом металла, а также на компенсацию внешних тепловых потерь. Заметим, что тепловые потери, связанные с нагревом металла, а также внешние тепловые потери являются определяющими для теплового баланса [2]. Это приводит к тому, что продолжительность переходных процессов по температуре рабочего пространства нагревательных печей может быть значимо различной для разных режимов. Уровень непостоянства продолжительности переходных процессов может возрастать при желании предельно увеличить производительность нагревательных печей. При теоретической предельной

производительности все подводимое тепло тратится на нагрев металла и компенсацию тепловых потерь, что не оставляет резервов по дальнейшему увеличению температуры рабочего пространства зон нагревательной печи. Так, для различного сортамента стальной полосы в протяжных печах для светлого отжига устанавливают предельно допустимые скоростные режимы [3].

В качестве примера рассмотрим режимы обработки стальной полосы в протяжной нагревательной печи башенного типа АГНЦ ПАО "ММК". Изучение существующих режимов показывает наличие определенной связи между скоростью движения полосы v , ее толщиной H и шириной B (рис. 2, а).

Предложенный в работе [2] комплекс моделей, учитывающий влияние температурных режимов на тепловые потери, позволяет оценить влияние скорости движения полосы на требуемый расход топлива Q на печь. При этом для каждой скорости определяется температурный режим зон, обеспечивающий требуемую температуру нагрева полосы на выходе из печи. На рис. 2, б представлена зависимость при среднем уровне тепловых потерь для полосы шириной 1,27 м и толщиной 1,47 мм. Скорость движения полосы 130 м/мин является предельной. При этом расходы топлива и воздуха на зоны достигают допустимого максимума, определяемого конструкцией горелок. Для температурного режима при скорости 130 м/мин нет альтернатив, так как нет возможности варьирования расхода топлива на зоны (в каждой зоне расход максимален). По мере уменьшения скорости движения полосы возможно решение задачи оптимизации температурных режимов в целях экономии топлива. Из рис. 2, а следует, что рабочий скоростной режим существенно отличается от предельного режима, определяемого мощностью горелок. При этом агрегат в целом рассчитан на скорость 180 м/мин. Этот скоростной режим используется для распространного сортамента 0,47 мм.

Можно указать вероятные причины различия между рабочим и предельным скоростными режимами. Непостоянство уровня тепловых потерь в течение календарного года при-

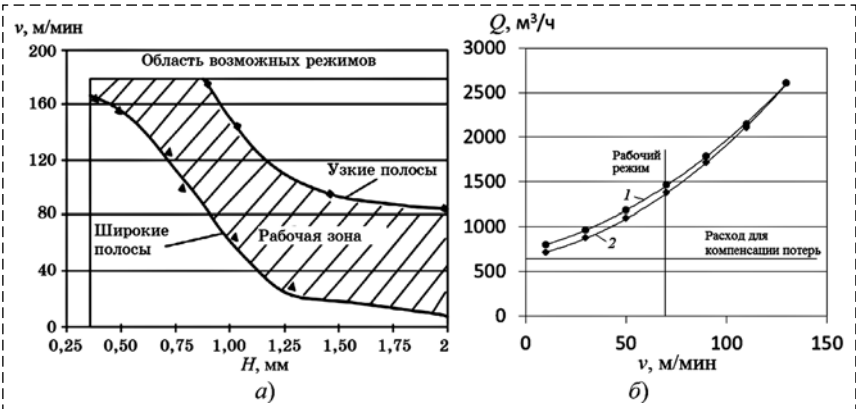


Рис. 2. Используемый скоростной режим (а) для полос с различной толщиной и шириной (узкие полосы — 1 м; широкие полосы — 1,6 м), а также определенная с применением модели связь (б) между скоростью движения полосы и требуемым расходом топлива (ширина — 1,27 м; толщина — 1,47 мм): 1 — типового температурного режима; 2 — энергосберегающего температурного режима

Fig. 2. Speed rate (a) for strips of various thickness and width (narrow strips — 1m; wide strips — 1.6 m), and relationship (b) between the strip speed and the required fuel consumption, determined using the model (width — 1.27 m; thickness — 1.47 mm): 1 — standard temperature conditions; 2 — energy-saving temperature conditions

водит к непостоянству также и предельного скоростного режима. Используемые скорости движения полосы должны быть ниже предельных, определяемых мощностью горелок, для обеспечения возможности регулирования температуры рабочего пространства в печи. В качестве примера рассмотрим результаты компьютерного моделирования переходных процессов в каскадной системе управления температурным режимом зон печи АГНЦ № 1 ПАО "ММК" (рис. 3). При моделировании используется рассмотренный в работе [2] комплекс моделей теплотехнического состояния печи и металла.

Система стабилизации температуры полосы корректирует задание по температурам зон печи относительно уровней, определенных

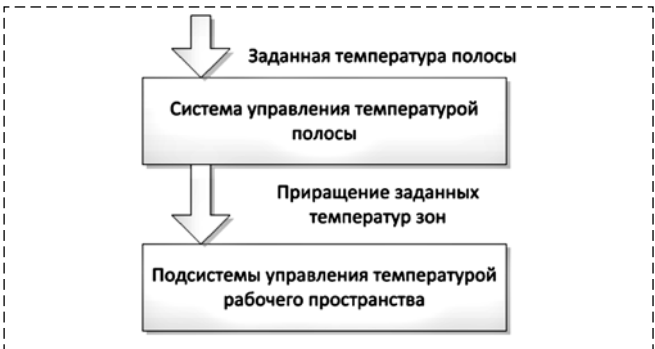


Рис. 3. Каскадная система управления температурным режимом зон

Fig. 3. Cascade system for control of temperature conditions in the zones

с использованием модели по критерию минимизации тепловых потерь. На рис. 4 показаны переходные процессы по температуре полосы $t_{\text{п}}$ на выходе из печи, а также соответствующие температуры в зонах печи при скорости полосы 10 м/мин, а также 130 м/мин. Параметры полосы аналогичны указанным ранее. Видно, что при скорости 130 м/мин протяженность переходных процессов чрезвычайно увеличивается. Причиной является тот факт, что при скорости 130 м/мин расходы топлива близки к предельному уровню для обеспечения заданной температуры полосы.

Рис. 4 демонстрирует значимое влияние скоростного режима на динамику температурных процессов. Однако предложенная в работе [1] модель позволяет прогнозировать такие особенности и дает возможность учесть их при управлении.

В то же время особенности непостоянства динамики, связанные с переключением горелок

и особенностями размещения датчиков, сложно оценить с применением моделей [2]. В ходе эксплуатации АНГЦ № 1 ПАО "ММК" возникали ситуации, когда в некоторых из семи зон протяжной башенной печи из эксплуатации было выведено более трети радиантных труб по причине неисправности (в каждой зоне предусмотрено по двадцать три горелки). Выход труб из строя, переключение горелок, изменение соотношения газ—воздух при сжигании топлива может оказать существенное влияние на динамику температурных процессов.

Для оценки непостоянства динамики температурных процессов использовали данные обычных рабочих режимов печи с управлением расходом топлива в ручном режиме (от оператора). Такие режимы относительно редки для агрегата, но за период длительностью два года в базе было найдено около сорока периодов работы, в течение которых параметры полосы, расходы топлива и воздуха по всем зонам, кроме

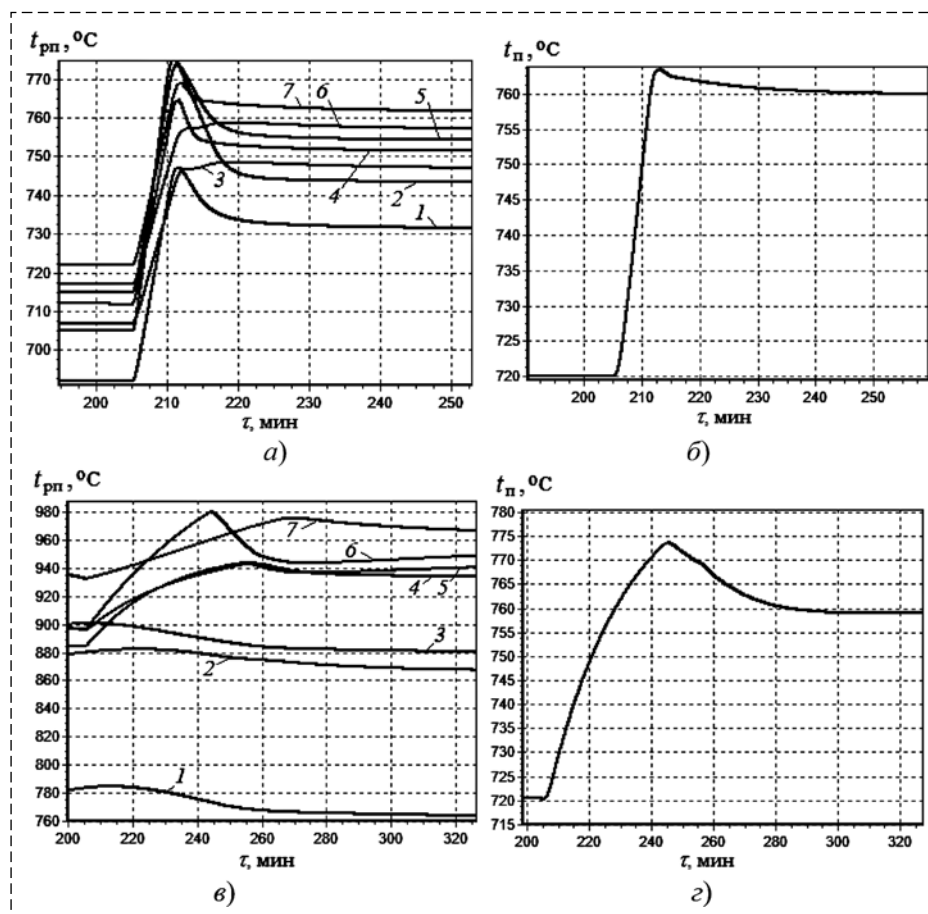


Рис. 4. Переходные процессы при компьютерном моделировании управления температурой полосы и температурами рабочего пространства в зонах (цифрами отмечены номера зон) при скорости движения полосы 10 м/мин (а, б) и 130 м/мин (в, г)

Fig. 4. Transient responses upon computer simulation of control over the strip and cavity temperatures in the zones (digits indicate zone numbers) at the strip speed of 10 m/min (a, б) and 130 m/min (в, г)

одной, были стабильны. При этом в одной из зон оператор однократно скачкообразно изменял расход топлива. Пример подобной динамики изменения расходов топлива на зоны приведен на рис. 5, а. Видно, что в определенный момент времени оператор изменил расход топлива на шестую зону, что повлекло за собой изменение температуры по отношению к прогнозируемой динамике изменения. Разница $\Delta t(\tau)$ между фактической и прогнозируемой динамикой изменения температуры представляет собой кривую разгона как реакцию на изменение расхода топлива на зону.

Изучение множества полученных кривых разгона показало, что динамику объекта управления целесообразно представить последовательным соединением двух инерционных звеньев первого порядка $W(p) = 1/((T_1 p + 1) \times (T_2 p + 1))$. На рис. 6 показаны примеры нормированных кривых разгона $t_n(\tau)$ по температуре рабочего про-

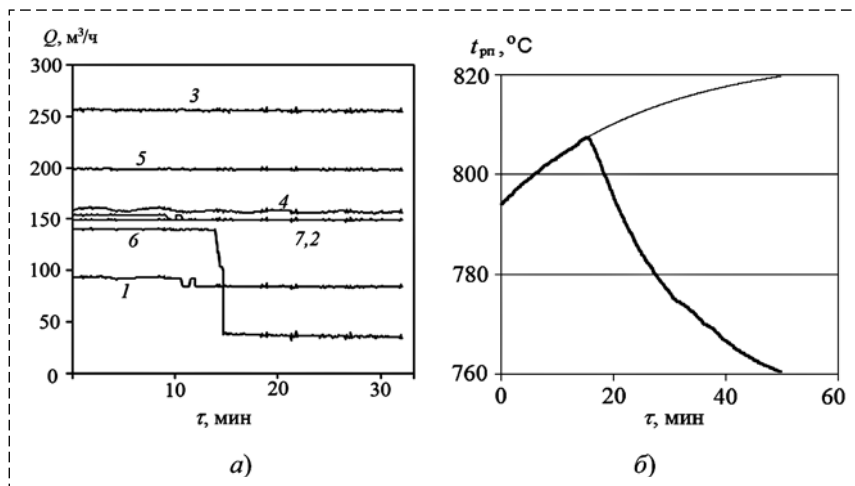


Рис. 5. Пример изменения расходов топлива на зоны (а) и соответствующего изменения температуры в шестой зоне, где тонкой линией показан прогноз (б)
Fig. 5. Changes in fuel consumption for the zones (a) and corresponding temperature changes in zone 6 where prediction is shown with a thin line (b) (an example)

странства и результаты их аппроксимации. При нормировании использовали выражение $t_n(\tau) = \Delta t(\tau)/\Delta t_y$, где Δt_y — установившееся значение $\Delta t(\tau)$.

Свойства температурного объекта часто представляют последовательным соединением инерционного звена и транспортного запаздывания либо соединением двух инерционных звеньев с соотношением $T_1/T_2 \in [0,01 \text{ до } 0,1]$, где T_2 — большая из постоянных времени. При аппроксимации с учетом указанного соотношения большая постоянная времени T_2 изменяется по найденным характеристикам более

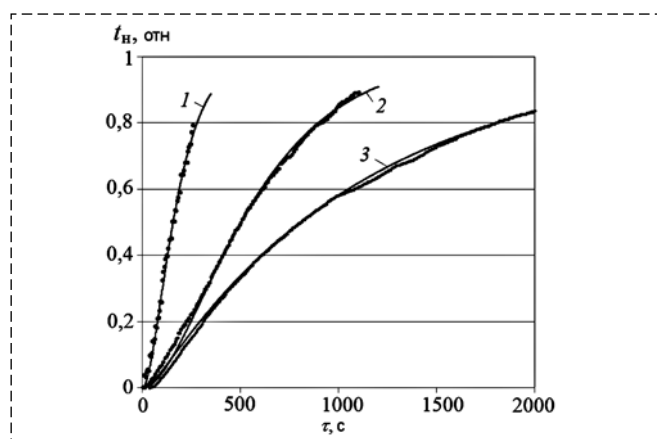


Рис. 6. Примеры полученных нормированных кривых разгона по температуре рабочего пространства и результаты их аппроксимации:

1 — $T_1 = 94 \text{ с}$, $T_2 = 94 \text{ с}$; 2 — $T_1 = 300 \text{ с}$, $T_2 = 300 \text{ с}$; 3 — $T_1 = 52 \text{ с}$, $T_2 = 1090 \text{ с}$

Fig. 6. Examples of derived normalized transient response curves of the cavity temperature and results of their approximation:

1 — $T_1 = 94 \text{ s}$, $T_2 = 94 \text{ s}$; 2 — $T_1 = 300 \text{ s}$, $T_2 = 300 \text{ s}$; 3 — $T_1 = 52 \text{ s}$, $T_2 = 1090 \text{ s}$

чем в пять раз. В дальнейшем при компьютерном моделировании использовали объект с передаточной функцией $W(p) = 1/((T_1 p + 1) \times (T_2 p + 1))$ при $T_1/T_2 = 0,1$.

Для эффективного управления температурой зоны печи целесообразна разработка системы стабилизации, допускающей непостоянство динамики температурных процессов и относительно легко настраиваемой на новые условия работы. Учитывая, что динамика нагрева и охлаждения может существенно различаться при разной производительности агрегата, целесообразно рассмотреть возможность применения систем на основе нечеткой логики, которые позволяют настраивать в форме правил особенности применяемого уровня управляющего воздействия.

2. Системы регулирования для объекта температурного типа с применением нечеткой логики

Применение нечеткой логики для управления объектом температурного типа предлагается в значительном числе работ [4—17]. При принятии решения об использовании нечеткой логики авторы указывают разные причины. В работе [4] на примере системы управления отоплением здания указывается, что при возмущениях, свойства которых изменяются во времени, и при наличии у объекта запаздывания традиционные регуляторы могут не справиться со своей задачей, поскольку принятые при их синтезе исходные предположения о свойствах объекта могут не соответствовать действительности. В работах [5, 6] указывается целесообразность применения нечеткой логики для описания неопределенности, связанной с неточностью, неполнотой и недостоверностью информации о рассматриваемом объекте и среде его функционирования. При этом под объектом понимается нелинейный и нестационарный объект с распределенными параметрами, функционирующий в условиях априорной неопределенности. В работах [7—9] целесообразность применения системы управления на основе нечеткой логики обоснована

достижением дополнительного преимущества, связанного с энергосбережением при выполнении прочих требований. В статье [10] рассматривается задача регулирования температуры горячей воды, и причиной применения нечеткой логики указывается наличие недетерминированного объекта. В работе [11] рассматривается проблема управления процессом гипохлорирования с применением нечеткой логики. Указано, что изменение входных параметров (расход, температура, давление) носит случайный характер с возможностью резких скачкообразных изменений, а гипохлоратор является нелинейным объектом. При этом отсутствуют технические средства для измерения концентрации хлора в реальном времени.

Согласно статье [4] системы автоматического управления с применением нечеткой логики можно классифицировать следующим образом: системы с нечетким контроллером, где используются заранее введенные знания; гибридные нечеткие системы, основанные на сочетании традиционных методов управления, нечеткой логики и искусственных нейронных сетей; самонастраивающиеся нечеткие системы, предусматривающие наличие алгоритма корректировки настроек нечеткой логики.

Гибридные и самонастраивающиеся системы предлагаются в работах [4, 12]. Целью самонастройки является коррекция имеющейся базы знаний нечеткого регулятора для уменьшения воздействия случайных внутренних и внешних возмущений [12]. В то же время, целесообразность дополнения системы на основе нечеткой логики блоком самонастройки в полной мере не обоснована авторами. Так, в статье [4] предложено использовать при самонастройке правил входные переменные, которые и так используются нечетким регулятором. Возможно, требуемое качество управления могло бы быть достигнуто за счет расширения базы правил нечеткого регулятора. Если же самонастраивающаяся подсистема относится к системам поискового типа, то необходимо учитывать, что ее настройки могут оказывать существенное влияние на качество управления. Возможно снижение качества управления за счет поисковых движений. Недостатком такой системы применительно к задаче управления объектом температурного типа является необходимость настройки на реальном объекте, что может привести к аварийной ситуации, связанной с выходом температуры из рабочего

диапазона. Таким образом, при создании самонастраивающихся нечетких систем поискового типа требуется определение взаимосвязи качества управления и параметров настройки самонастраивающейся подсистемы. Такая взаимосвязь, например, определена в работе [13] при управлении объектом температурного типа с применением искусственных нейронных сетей. Однако предлагая самонастраивающиеся нечеткие системы, авторы часто игнорируют отмеченную проблему.

Созданию систем с нечетким контроллером, где используются заранее введенные знания, посвящено множество работ, в том числе рассматривается проблема регулирования для объекта температурного типа [7, 10, 11, 14, 15]. Кратко рассмотрим общую структуру таких систем. Структура регулятора включает три блока, в которых обрабатывается информация, поступающая с объекта управления: фаззификатор; блок формирования логического решения; дефаззификатор.

В фаззификаторе входным переменным присваиваются соответствующие лингвистические переменные, которые имеют несколько лингвистических значений. Степень соответствия между входной переменной и ее лингвистическим значением определяется функцией принадлежности. Часто в качестве входных переменных используют сигнал рассогласования и скорость его изменения, а в качестве выходной переменной — управляющее воздействие. Блок формирования логического решения представляет собой экспертную систему, которая на основании анализа лингвистических значений входных переменных, полученных в фаззификаторе, определяет набор лингвистических значений выходной переменной. Управляющие воздействия в правилах обычно формируются исходя из знаний о поведении объекта. Основой создания правил может являться, например, знание о том, что если имеется рассогласование между текущим и заданным значением регулируемой величины, то необходимо сформировать управляющее воздействие, уменьшающее текущее рассогласование. В дефаззификаторе лингвистические значения выходной переменной принимают реальные значения управляющего воздействия [16].

При управлении температурными параметрами важным является стабильность качества переходных процессов при различных воздействиях. Для этого правила нечеткой логики

должны быть сформулированы индивидуально для различных состояний системы управления (например, при различных уровнях задания), что на практике может быть затруднительно. Причиной является чрезмерный рост числа правил, многие из которых формируют схожую логику управления применительно к разным состояниям системы. Поэтому, как правило, каждое из правил нечеткой системы охватывает множество схожих производственных ситуаций, определяемых функциями принадлежности. При этом в отдельной ситуации за принятие решения может отвечать множество правил. Это приводит к проблеме взаимного согласования правил для обеспечения высокого и стабильного качества регулирования для множества различных режимов. Несмотря на высокую важность, проблема часто игнорируется при разработке нечеткого регулятора.

Одним из способов ее решения является масштабирование значений входных параметров. Однако задаче масштабирования часто не уделяется достаточного внимания. Например, в работах [7, 11, 15] не указано, применяется ли масштабирование входных параметров. В статьях [6, 8] масштабирование не применяется. Предложенные авторами системы стабилизации температуры (Li-ion батареи и температурного режима здания) предполагают строгую определенность рабочего диапазона температур и оперируют абсолютными значениями сигнала рассогласования и скорости его изменения. В работе [17] рассматривается задача обеспечения комфортной температуры в помещении. Проблемой является значительное число входных параметров, характеризующих комфорт, что требует значительного числа правил. Авторами предложен обобщенный параметр, характеризующий свойства среды и изменяющийся в определенном диапазоне. Это позволяет сгруппировать различные состояния системы и ограничить требуемое для управления число правил.

Функции принадлежности, используемые авторами в работах [10, 14], определены для масштабированных значений входных параметров. При этом в работе [10] не отмечено, с какой целью выполняется масштабирование.

В работе [14] предложена система стабилизации для объекта температурного типа, основанная на множестве правил. При этом предполагается, что система регулирования содержит в своем составе исполнительный механизм постоянной скорости, причем скорость

исполнительного механизма $K_{им}$ ограничивает быстроедействие переходных процессов. В предложенной системе сигнал рассогласования ε и скорость его изменения $d\varepsilon/dt$ масштабируются путем умножения на коэффициенты K_1 и K_2 . Масштабированные значения ε и $d\varepsilon/dt$ используются в фазификаторе. Показано, что параметр масштабирования K_1 можно выбрать по выражению $K_1 = AK_{им}$, где параметр A определяет перерегулирование. Также K_1 может корректироваться исходя из типового уровня изменения сигнала задания.

Недостатком системы, предложенной в работе [14], является то, что типовой уровень рассогласования может быть заранее не известен при обработке возмущений, отличных от изменения задания. Кроме того, в системе управления температурным режимом печи быстроедействие переходных процессов определяется динамикой теплообмена. Быстроедействие систем переключения горелок или изменения скорости полосы несопоставимо высоко по отношению к динамике теплообмена. При управлении температурным режимом печи имеется возможность гибко управлять динамикой изменения управляющего воздействия.

Структура нечеткого регулятора, формирующего приращение управляющего воздействия, обсуждается в работах [14, 18, 24]. Можно предложить разные обоснования добавления интегратора в контур управления, не содержащий интегрирующих исполнительных устройств. По мнению авторов этой статьи, основополагающей причиной является уменьшение числа нечетких правил вследствие отсутствия необходимости дублирования логики обработки рассогласования при различных уровнях задания и соответствующих им управляющих воздействий.

Проблема формирования множества нечетких правил и их согласования для обеспечения стабильного качества переходных процессов в разных режимах во многом порождена восприятием нечеткой логики как средства обобщения мнений одного или группы экспертов — людей. Эксперт, предложивший некоторые из правил, может оказаться неспособен оценить общий эффект применения всего множества правил.

Согласование правил может быть обеспечено на основе обработки технологических данных и компьютерного моделирования управления в условиях возмущений. Это позволяет частично или полностью отказаться от услуг эксперта-человека.

Так, в работах [5, 19] предложена настройка системы управления с применением нечеткой логики на основе обработки технологических данных или компьютерного моделирования управления производственными объектами в условиях априорной неопределенности. Настройка предполагает сбор статистических данных в виде вход-выход нечеткого регулятора. Под входами понимаются параметры, характеризующие текущее состояние производственного объекта управления, а под выходами — сформированные управляющие воздействия. Предполагается, что собранная статистика позволит настроить систему нечеткого регулирования.

Развитие идеи [5] предполагает, что по итогам моделирования каждому состоянию системы управления будут поставлены в соответствие некоторые рациональные управляющие воздействия. Для решения задачи может использоваться регулятор, синтезированный методом теории вероятностей [20]. В таком нечетком регуляторе степень соответствия между входными параметрами и их лингвистическими переменными задается не функцией принадлежности, а плотностями распределения. Значение выходного параметра определяется математическим ожиданием полученных лингвистических переменных. Метод теории вероятностей освобождает разработчика от сложных эвристических операций [20]. Принципиально это позволяет автоматизированно сформировать большое множество правил, каждое из которых отвечает за чрезвычайно ограниченный спектр производственных ситуаций, без участия эксперта-человека.

Однако если подобная настройка нечеткого регулятора выполняется по накопленной технологической информации, то созданный регулятор будет только обобщать опыт управления объектом с применением алгоритмов, которые использовались при аккумуляции информации в базу. В то же время управление, реализуемое алгоритмами в прошлом, может не соответствовать задачам оптимизации управления.

Обеспечение такого соответствия возможно путем настройки нечеткого регулятора по результатам компьютерного моделирования управления. Например, в работе [6] настройка регулятора выполняется с применением упрощенной модели процессов в Li-ion батарее.

Однако поисковый характер решения задачи с применением моделей и ограничения на вычислительные ресурсы затрудняют настройку

при большом числе нечетких правил и, соответственно, настраиваемых параметров. Таким образом, устранение влияния неопределенности за счет настройки правил по результатам компьютерного моделирования предполагает наличие ограниченного (вычислительными ресурсами) множества таких правил, что состояния системы, для которых они определяются, существенно пересекаются. Задача компьютерного моделирования в таком случае — настройка согласованности правил, обеспечивающей устранение влияния неопределенности при управлении.

Тогда нечеткий регулятор может интерпретироваться как статистическая модель, настройка параметров которой направлена на достижение двух основных задач — стабильности качества управления и повышения качества управления. Под последним понимаем устойчивость, быстроедействие, перерегулирование и др. Это позволяет рассматривать задачу синтеза нечеткого регулятора с позиции создания статистической модели. Проблема заключается в том, что выбор значений настраиваемых параметров нечеткого регулятора должен быть одновременно направлен как на стабильность качества управления, так и на повышение качества управления, что требует увеличения числа правил и настраиваемых параметров. Последнее затрудняет согласование правил по результатам компьютерного моделирования.

Одним из вариантов решения проблемы является переход на восприятие нечеткой логики как вспомогательного инструмента обеспечения стабильности качества управления в условиях неопределенности в системах управления, основанных на иных методах. Так, в работе [21] выполнен обзор систем, основанных на комбинировании ПИД регулятора и нечеткой логики.

Используемый метод управления должен быть эффективен для выбранного класса объектов управления, а нечеткая логика должна являться инструментом дополнительного повышения эффективности. В качестве такого метода управления может быть принята предложенная в работе [22] система, основанная на скользящем регулировании, примененная автором для объекта температурного типа и предполагающая наличие в контуре управления интегратора. Рассмотрим особенности и проблемы применения такой системы к задаче управления температурным объектом.

3. Управление температурным объектом с использованием системы скользящего регулирования

Системы, основанные на принципе скользящего регулирования, используют фазовую плоскость для формирования управляющего воздействия. Фазовая плоскость отражает возможные состояния динамической системы. В основном состояние системы в фазовой плоскости описывается двумя видами траекторий: разгон A_+ и торможение A_- . Координатами траекторий являются сигнал рассогласования ΔX и скорость его изменения $\dot{X}$ [22]. Возникновение скользящего режима обусловлено наличием переключений регулятора между двумя траекториями. Переключения осуществляются посредством построения линии переключения Γ под некоторым наклоном относительно координат. Угол наклона линии переключения задается разработчиком скользящего регулятора. При регулировании система меняет траекторию движения с разгона на торможение и обратно, и в определенный момент возникает скольжение. В режиме скольжения движение становится вынужденным и получает особую устойчивость. Оно возникает только в том случае, когда угол наклона линии переключения становится меньше или равен углу касательной к траектории.

В работе [22] отмечается, что в ряде случаев при построении линии переключения можно добиться того, что система перейдет в режим скольжения уже после первого переключения. Рассматривая систему управления инерционным объектом, автор отмечает, что для организации управления такими объектами в состав контура нужно ввести интегратор. Сочетание инерции и интегратора искажает фазовые траектории, но это не препятствует применению принципа скользящего регулирования. В то же время в некоторые моменты времени регулируемая величина слишком быстро стремится к заданию, что может стать причиной аварий и колебательных переходных процессов. В качестве примера рассмотрим переходные процессы (рис. 7) в линейной системе при $T_2 = 72$ с и уровнях управляющего воздействия $+U = 0,6$ и $-U = -0,6$. При определении линии переключений Γ оперировали масштабированным значением сигнала рассогласования $\varepsilon_m = \varepsilon K_1$ ($K_1 = 1/300$). Масштабированная скорость изменения рассогласования $\varepsilon'_m = K_2 \varepsilon'$ ($K_2 = 1/10$)

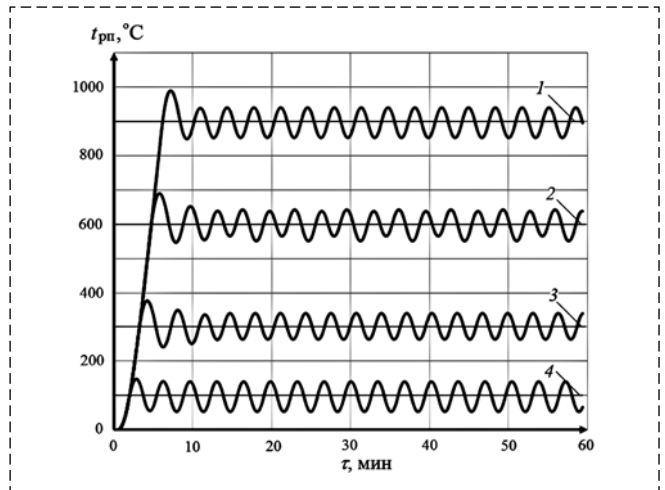


Рис. 7. Пример переходных процессов по заданию (цифрами отмечены процессы при разных заданиях) для объекта температурного типа при скользящем регулировании

Fig. 7. Transient set-point responses (digits indicate responses at different set-points) for a temperature object upon sliding mode control (an example)

в формате мин^{-1} . Далее по тексту под ε и ε' понимаются соответственно ε_m и ε'_m . В уравнении линии переключений $\varepsilon'_m = K_{\text{пр}} \varepsilon_m$ параметр $K_{\text{пр}} = -0,2$.

Видно, что независимо от уровня задания в системе наблюдается колебательный режим. Было получено, что при различных значениях параметра линии переключений $K_{\text{пр}}$ колебания не устраняются, а меняется лишь их амплитуда. Для ограничения скорости приближения к заданию в работе [22] предлагается усовершенствовать линию переключения, сделав ее нелинейной. Однако это приведет к более сложной настройке на действующем объекте.

Устранить проблему можно путем дополнения системы на основе скользящего регулирования нечеткой логикой. При этом направление изменения управляющего воздействия определяется на основе скользящего регулирования, а уровень управляющего воздействия — с использованием нечеткой логики.

4. Система стабилизации на основе нечеткой логики и скользящего регулирования

Структура предлагаемой системы стабилизации представлена на рис. 8. Модель системы состоит из элемента сравнения, регулятора, интегратора и объекта управления, состоящего из двух инерционных звеньев первого порядка с постоянными времени T_2 и T_1 . Регу-

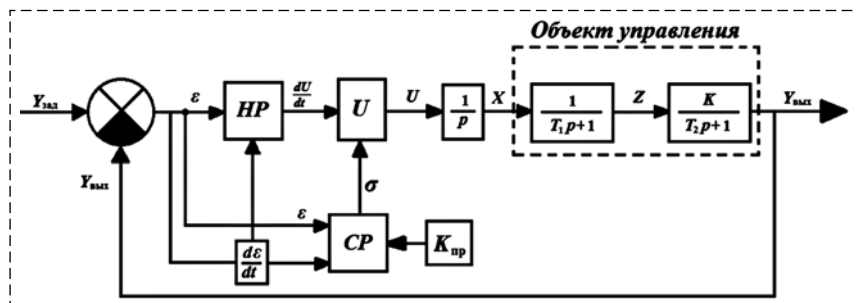


Рис. 8. Структура системы управления основанной на нечетких правилах и скользящем режиме управления

Fig. 8. Structure of a control system based on fuzzy logic and sliding mode control

лятор состоит из двух связанных блоков: блока нечеткого регулятора $НР$ и блока скользящего регулирования $СП$. Нечеткий регулятор формирует скорость приближения регулируемой величины к сигналу задания, а скользящий регулятор определяет направление движения. Коэффициент наклона линии переключения $K_{пр}$ является настроечным параметром и обеспечивает устойчивость движений регулируемой величины с помощью режима скольжения.

На вход системы подается сигнал задания $Y_{зад}$, который сравнивается с текущим значением регулируемой величины $Y_{вых}$. В результате сравнения двух сигналов на вход $НР$ подается сигнал рассогласования ε и скорость его изменения ε' . После масштабирования способом, рассмотренным ранее, в фазификаторе нечеткого регулятора выполняется интерпретация значений входных параметров с применением лингвистических переменных: A_1 — "Большое положительное"; A_2 — "Малое положительное"; A_3 — "Нулевой уровень сигнала"; A_4 — "Малое отрицательное"; A_5 — "Большое отрицательное".

Функция принадлежности μ определяет степень соответствия значений входных парамет-

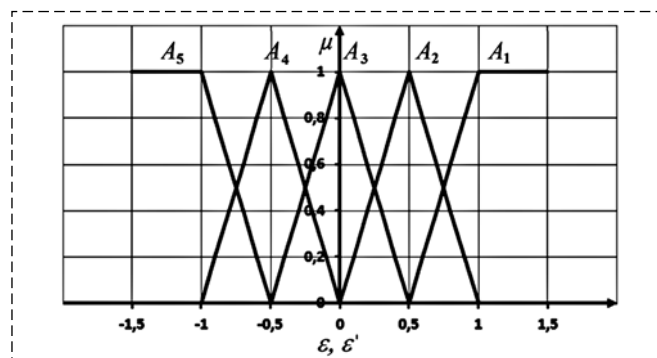


Рис. 9. Принятые функции принадлежности нечетких множеств $\mu(\varepsilon)$ и $\mu(\varepsilon')$

Fig. 9. Adopted fuzzy-set membership functions $\mu(\varepsilon)$ and $\mu(\varepsilon')$

тров лингвистическим переменным (рис. 9). Функция принадлежности максимальна, когда значение входного параметра в наибольшей степени соответствует понятию лингвистической переменной.

Для работы нечеткого регулятора требуются правила. Обычно нечеткие правила отражают логику технолога — эксперта, который спрогнозировал желаемое поведение системы в каждой из ситуаций [12, 14, 20]. Нечеткий вывод пред-

ставляет собой процедуру нахождения функции принадлежности каждого из множества заключений логических правил вида "ЕСЛИ-ТО", которые являются нечеткими лингвистическими высказываниями в форме лингвистических переменных. Часть "ЕСЛИ" означает сопряжение логических операций, а часть "ТО" указание лингвистической величины для управляющего воздействия нечеткого регулятора.

Применительно к задаче стабилизации можно сформулировать ряд правил, отражающих желаемое управление инерционным объектом. Однако в условиях неопределенности, связанной с величиной изменения задания, динамическими свойствами и другими особенностями, сложно заранее выбрать рациональные значения управляющих воздействий для каждой ситуации, оперируя только опытом эксперта. Выбор конкретных уровней управляющих воздействий можно провести по результатам компьютерного моделирования переходных процессов на модели с учетом вариации неопределенных параметров. При таком эксперименте для каждого варианта значений неопределенных параметров требуется полный перебор уровней управляющих воздействий, используемых в правилах. Учитывая, что число правил может быть значительно, такой эксперимент осуществить сложно. Однако если допустить возможность группировки правил по управляющему воздействию, то задача может быть решена методом полного перебора.

Рассмотрим типовой подход к группировке правил. Примем следующие типовые уровни управляющего воздействия: B_1 — "Большое положительное"; B_2 — "Малое положительное"; B_3 — "Нулевой уровень"; B_4 — "Малое отрицательное"; B_5 — "Большое отрицательное". Дополнительно примем, что $|B_1| = |B_5|$ и $|B_2| = |B_4|$. Процесс нечеткого вывода выполним в соответствии с разработанной базой правил:

П1 (группа 1): $(\varepsilon = A_1) \wedge (\varepsilon' = A_3) \rightarrow U_n = U_1 = B_1$;
 П2 (группа 2): $(\varepsilon = A_4) \wedge (\varepsilon' = A_4) \rightarrow U_n = U_2 = B_2$;
 П3 (группа 0): $(\varepsilon = A_3) \wedge (\varepsilon' = A_3) \rightarrow U_n = U_3 = B_3$;
 П4 (группа 1): $(\varepsilon = A_2) \wedge (\varepsilon' = A_5) \rightarrow U_n = U_4 = B_1$;
 П5 (группа 2): $(\varepsilon = A_2) \wedge (\varepsilon' = A_2) \rightarrow U_n = U_5 = B_4$;
 П6 (группа 1): $(\varepsilon = A_4) \wedge (\varepsilon' = A_1) \rightarrow U_n = U_6 = B_5$;
 П7 (группа 1): $(\varepsilon = A_5) \wedge (\varepsilon' = A_3) \rightarrow U_n = U_7 = B_5$;
 П8 (группа 1): $(\varepsilon = A_3) \wedge (\varepsilon' = A_1) \rightarrow U_n = U_8 = B_5$;
 П9 (группа 1): $(\varepsilon = A_3) \wedge (\varepsilon' = A_5) \rightarrow U_n = U_9 = B_1$;
 П10 (группа 1): $(\varepsilon = A_5) \wedge (\varepsilon' = A_5) \rightarrow U_n = U_{10} = B_5$;
 П11 (группа 1): $(\varepsilon = A_1) \wedge (\varepsilon' = A_1) \rightarrow U_n = U_{11} = B_1$;
 П12 (группа 2): $(\varepsilon = A_1) \wedge (\varepsilon' = A_5) \rightarrow U_n = U_{12} = B_2$;
 П13 (группа 2): $(\varepsilon = A_5) \wedge (\varepsilon' = A_1) \rightarrow U_n = U_{13} = B_4$.

Представленные правила можно пояснить в словесной и графической форме. В качестве примера рассмотрим правило П4 (рис. 10). Если регулируемая величина меньше задания ($\varepsilon = A_2$ "Малое положительное") и приближается к нему с большой скоростью ($\varepsilon' = A_5$ "Большое отрицательное"), то, чтобы регулируемая величина гарантированно достигла задания, будем формировать воздействие $U_n = B_1$ "Большое положительное".

Однако эксперт мог бы предложить и иной вариант правила. Если регулируемая величина меньше задания ($\varepsilon = A_2$ "Малое положительное") и приближается к нему с большой скоростью ($\varepsilon' = A_5$ "Большое отрицательное"), то вскоре вследствие наличия инерции следует ожидать достижения задания, и поэтому заранее будем формировать упреждающее воздействие B_4 — "Малое отрицательное", направленное на торможение (снижение $|\varepsilon'|$).

Представленное противоречие является следствием того, что система управления до-

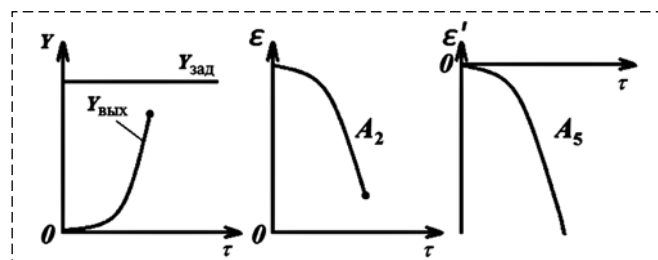


Рис. 10. Состояние объекта (момент показан точкой на рисунке) для применения правила П4

Fig. 10. Object state (the point in the figure indicates the moment) for rule R4

пускает сильно различающиеся по абсолютной величине изменения сигнала задания без соответствующего изменения параметров масштабирования ε и ε' . Для частичного разрешения этой проблемы примем иную группировку правил по уровню управляющего воздействия:

П1 (группа 1): $(\varepsilon = A_1) \wedge (\varepsilon' = A_3) \rightarrow U_n = U_1 = X_1$;
 П2 (группа 2): $(\varepsilon = A_4) \wedge (\varepsilon' = A_4) \rightarrow U_n = U_2 = X_2$;
 П3 (группа 0): $(\varepsilon = A_3) \wedge (\varepsilon' = A_3) \rightarrow U_n = U_3 = 0$;
 П4 (группа 1): $(\varepsilon = A_2) \wedge (\varepsilon' = A_5) \rightarrow U_n = U_4 = X_1$;
 П5 (группа 2): $(\varepsilon = A_2) \wedge (\varepsilon' = A_2) \rightarrow U_n = U_5 = -X_2$;
 П6 (группа 1): $(\varepsilon = A_4) \wedge (\varepsilon' = A_1) \rightarrow U_n = U_6 = -X_1$;
 П7 (группа 1): $(\varepsilon = A_5) \wedge (\varepsilon' = A_3) \rightarrow U_n = U_7 = -X_1$;
 П8 (группа 3): $(\varepsilon = A_3) \wedge (\varepsilon' = A_1) \rightarrow U_n = U_8 = -X_3$;
 П9 (группа 3): $(\varepsilon = A_3) \wedge (\varepsilon' = A_5) \rightarrow U_n = U_9 = X_3$;
 П10 (группа 3): $(\varepsilon = A_5) \wedge (\varepsilon' = A_5) \rightarrow U_n = U_{10} = -X_3$;
 П11 (группа 3): $(\varepsilon = A_1) \wedge (\varepsilon' = A_1) \rightarrow U_n = U_{11} = X_3$;
 П12 (группа 2): $(\varepsilon = A_1) \wedge (\varepsilon' = A_5) \rightarrow U_n = U_{12} = X_2$;
 П13 (группа 2): $(\varepsilon = A_5) \wedge (\varepsilon' = A_1) \rightarrow U_n = U_{13} = -X_2$.

Таким образом, значение параметра X_1 является общим для управляющих воздействий правил П1, П4, П6, П7, значение параметра X_2 — общее для правил П2, П5, П12, П13, а значение параметра X_3 — общее для правил П8 — П11. Добавление новой группы направлено на разрешение рассмотренного противоречия.

Для определения абсолютной величины управляющего воздействия в дефазификаторе рассчитывали взвешенное среднее:

$$|U_n| = \left| \frac{\sum_{i=\text{П1}}^{\text{П13}} \mu_i U_i}{\sum_{i=\text{П1}}^{\text{П13}} \mu_i} \right|. \quad (1)$$

Выходное управляющее воздействие формируется согласно условию

$$U = |U_n| \sigma, \text{ где } \sigma = \begin{cases} 1 & \text{при } \varepsilon' > K_{\text{пр}} \varepsilon; \\ -1 & \text{при } \varepsilon' \leq K_{\text{пр}} \varepsilon. \end{cases} \quad (2)$$

На рис. 11 показан пример фазового портрета переходного процесса с использованием предложенной системы. Вследствие наличия инерции скольжение проявляется в движении системы в окрестностях линии переключения.

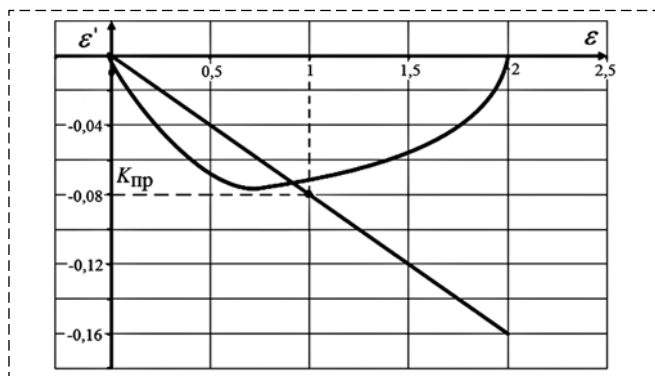


Рис. 11. Пример фазового портрета при работе предложенной системы

Fig. 11. Phase image in operation of the system suggested (an example)

Для работы системы необходим выбор значений множества $X = \{X_1, X_2, X_3\}$ на основе результатов компьютерного моделирования управления.

5. Результаты компьютерного моделирования управления

При вычислительном эксперименте тестировалась работа двух систем управления. Первой является предложенная система с использованием принципов скользящего регулирования и нечеткой логики. Второй является система с использованием только нечеткой логики ($U = U_n$). Параметры множества X варьировались в диапазоне $[-2; 2]$. Параметр $K_{пр}$ варьировался в диапазоне $[-0,02; -0,2]$ совместно с параметрами X . Метод варьирования — полный перебор с заданным шагом. Критерий качества τ_p рассчитывался как сумма времени регулирования при четырех различных уровнях задания. Под временем регулирования понимается время от начала процесса до входа регулируемого параметра в область в окрестностях задания, равную $\pm 5\%$ от изменения задания. По результатам вычислительного эксперимента были отобраны оптимальные по минимуму τ_p параметры настройки (табл. 1).

Из табл. 1 видно, что система на основе принципов скользящего регулирования и нечеткой логики показывает более высокое быстродействие по сравнению с системой на основе одной только нечеткой логики. По-видимому, отсутствие масштабирования входных параметров регулятора под конкретный переходный процесс негативно сказывается на работоспособности нечеткого регулятора и приводит к росту продолжительности переходного процесса для возможности обеспечения работы в разных ситуациях при постоянных

параметрах настройки. На рис. 12 показаны переходные процессы при оптимальных параметрах настройки для обеих систем управления.

Для сравниваемых систем целесообразно оценить степень влияния изменения динамических свойств объекта на качество переходных процессов. При таком сравнении целесообразно сопоставлять системы при параметрах настройки, обеспечивающих равное быстродействие (близкие значения критерия τ_p). Параметры настройки при сравнении систем представлены в табл. 2. Варьировали параметр T_2 модели объекта управления. Полученные результаты представлены на рис. 13, 14.

Таблица 1
Table 1

Оптимальные параметры настройки для системы с нечеткой логикой

Optimal setting parameters for the system with fuzzy logic

Тип системы	τ_p	X_1	X_2	X_3	$K_{пр}$
С нечеткой логикой	32,8	-0,2	0,3	1,9	—
С нечеткой логикой и скользящим регулированием	16,9	-2	-0,5	1,8	-0,08

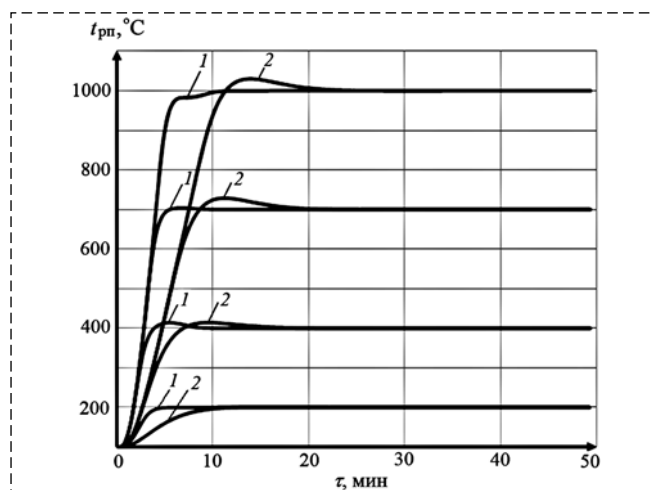


Рис. 12. Переходные процессы при настройке систем на основе нечеткой логики и скользящего регулирования (1) и только нечеткой логики (2) на оптимум по τ_p

Fig. 12. Transient responses upon adjustment of the systems based on fuzzy logic and sliding mode control (1) and on fuzzy logic only (2) for optimum at τ_p

Таблица 2
Table 2

Параметры настройки при сравнении систем
Adjustment parameters upon comparison of the systems

Тип системы	τ_p	X_1	X_2	X_3	$K_{пр}$
С нечеткой логикой	32,8	-0,2	0,3	1,9	—
С нечеткой логикой и скользящим регулированием	37,6	-2	-0,2	2	-0,04

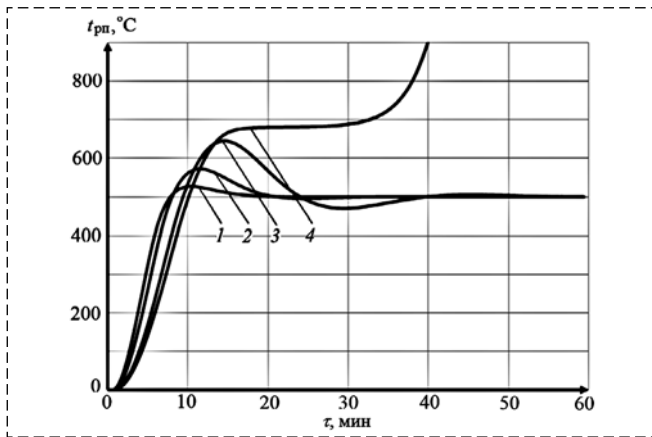


Рис. 13. Переходные процессы в системе на основе нечеткой логики:

1 — $T_2 = 1,2$ мин; 2 — $T_2 = 2$ мин; 3 — $T_2 = 4$ мин; 4 — $T_2 = 5,1$ мин

Fig. 13. Transient responses in the system based on fuzzy logic:

1 — $T_2 = 1.2$ min; 2 — $T_2 = 2$ min; 3 — $T_2 = 4$ min; 4 — $T_2 = 5.1$ min

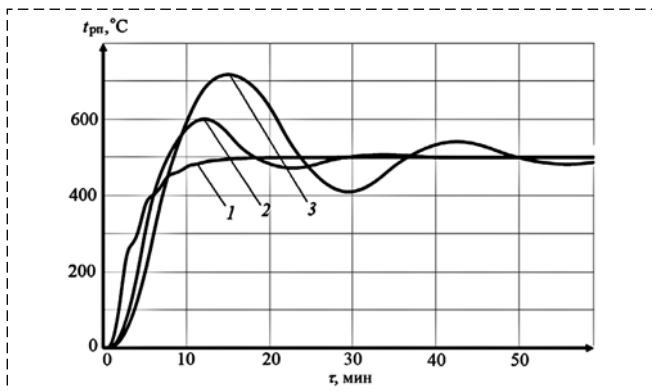


Рис. 14. Переходные процессы в системе на основе принципов нечеткой логики и скользящего регулирования:

1 — $T_2 = 1,2$ мин; 2 — $T_2 = 6$ мин; 3 — $T_2 = 10$ мин

Fig. 14. Transient responses in the system based on fuzzy logic and sliding mode control:

1 — $T_2 = 1.2$ min; 2 — $T_2 = 6$ min; 3 — $T_2 = 10$ min

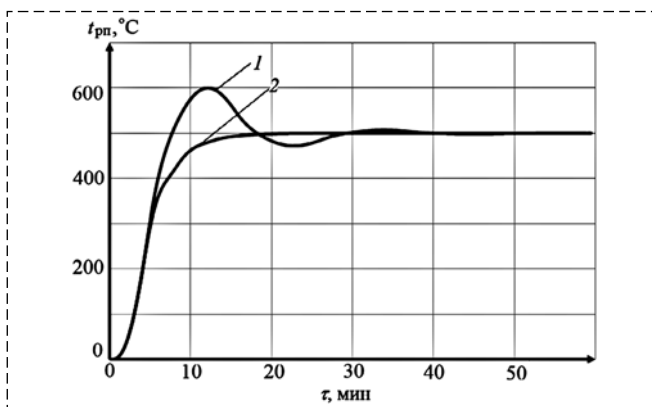


Рис. 15. Переходные процессы в системе на основе принципов нечеткой логики и скользящего регулирования при разных $K_{пр}$:

1 — $K_{пр} = -0,04$; 2 — $K_{пр} = -0,03$

Fig. 15. Transient responses in the system based on fuzzy logic and sliding mode control at different K_{sw} :

1 — $K_{sw} = -0.04$; 2 — $K_{sw} = -0.03$

Из приведенных графиков переходных процессов можно сделать вывод о том, что система на основе скользящего регулирования и нечеткой логики имеет большие запасы устойчивости, чем система с нечетким регулятором, которая теряет техническую устойчивость при $T_2 \geq 5,1$ мин.

Еще одной особенностью предложенной системы на основе скользящего регулирования является удобство настройки качества переходного процесса за счет корректирования параметра $K_{пр}$. Например, при постоянной времени $T_2 = 6$ мин и значении параметра $K_{пр} = -0,03$ качество переходного процесса улучшается (рис. 15).

Заключение

В работе предложена система стабилизации для объекта температурного типа, которая допускает вариативность динамических свойств объекта и при необходимости может быть подстроена на действующем объекте управления путем воздействия на единственный параметр настройки $K_{пр}$, оказывающий влияние на выбор направления изменения управляющего воздействия. Проблема снижения качества в системе скользящего регулирования, связанная с динамикой температурного объекта, устраняется путем применения нечеткой логики с постоянными параметрами настройки для выбора уровня управляющего воздействия. Это позволяет использовать модификации линии переключения или перенастраивать правила нечеткой логики в целях учета таких особенностей объекта, как непостоянство динамических свойств при нагреве или охлаждении.

Рассматривая перспективы нечеткого регулирования в целом, следует отметить, что синтез нечетких правил не обязательно должен проводиться на основе опыта эксперта. К решению задачи может привлекаться база технологической информации или результаты компьютерного моделирования над объектом заданного типа. Потенциально это позволяет получать множества нечетких правил, допускающих достаточно простую подстройку на действующем объекте (проще типовых итерационных алгоритмов ручной настройки ПИД регуляторов). Это компенсирует недостатки, связанные со сложностью аналитического проектирования и затруднениями получения экспертных оценок, указанные в работе [23].

1. **Yong Yin, Kathryn E. Stecke & Dongni Li.** The evolution of production systems from Industry 2.0 through Industry 4.0, *International Journal of Production Research*, no. 56:1-2, pp. 848–861.
2. **Рябчиков М. Ю.** Адаптация теплотехнических моделей протяжной башенной печи и нагрева металла для управления температурными режимами отжига стальной полосы // Проблемы управления. 2017. № 5. С. 61–69.
3. **Рябчиков М. Ю., Самарина И. Г.** Изучение режимов нагрева стальной полосы в протяжной печи башенного типа для светлого отжига // Металлообработка. 2013. № 1 (73). С. 43–49.
4. **Савин Д. В., Дроздов В. Г.** Современный подход к системам автоматического управления отопления здания // Технические науки — от теории к практике. 2014. № 30. С. 51–56.
5. **Финаев В. И., Синявская Е. Д., Пушкина И. В.** Нечеткая модель управления температурой в хлебопекарной камере // Известия ЮФУ. Технические науки. 2015. № 4 (165). С. 149–159.
6. **Xiaojing Gao, Yan Ma, Hong Chen.** Active Thermal Control of a Battery Pack Under Elevated Temperatures, *IFAC PapersOnLine*, 2018, no. 51–31, pp. 262–267.
7. **Пиляев С. Н., Афоничев Д. Н.** Энергосберегающая система автоматического управления процессом активного вентилирования зерна // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 5-4. С. 140–144.
8. **Jin Woo Moon, Jin Chul Park, Sooyoung Kim.** Development of control algorithms for optimal thermal environment of double skin envelope buildings in summer, *Building and Environment*, 2018, no. 144, pp. 657–672.
9. **Ahmad Esmailzadeh, Mohammad Reza Zakerzadeh, Aghil Yousefi Koma.** The comparison of some advanced control methods for energy optimization and comfort management in buildings, *Sustainable Cities and Society*, 2018, no. 43, pp. 601–623.
10. **Хижняков Ю. Н.** Нечеткое регулирование температуры теплоносителя // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. 2016. № 20. С. 5–12.
11. **Штепа В. Н., Прокопья О. Н., Кот Р. Е., Пуха В. М.** Микропроцессорная система дозирования реагентов на основе нечеткой логики // Вестник Брестского государственного технического университета. Машиностроение. 2015. № 4 (94). С. 60–64.
12. **Лубенцова Е. В., Володин А. А., Лубенцов В. Ф.** Нейро-нечеткая система управления температурным режимом ферментационного процесса // Информационные технологии. 2014. № 3. С. 55–62.
13. **Рябчиков М. Ю., Рябчикова Е. С.** Самонастройка нейросетевого регулятора с использованием интегральной оценки противоречий команд обучающего алгоритма и памяти // Автоматика и телемеханика. 2018. № 2. С. 154–166.
14. **Полько П. Г., Логунова О. С., Андреев С. М., Рябчикова Е. С., Рябчиков М. Ю., Парсункин Б. Н.** Алгоритм нечеткого управления для синтеза цифровых контуров автоматической стабилизации технологических параметров // Автоматизация в промышленности. 2010. № 11. С. 32–37.
15. **Новиков С. И., Шахнович В. Р., Сафронов А. В.** Методы нечеткой логики в задачах автоматизации тепловых процессов электростанций // Вестник ИГЭУ. 2010. № 4. С. 1–4.
16. **Чернецкая И. В., Чернецкий В. О.** Нечеткие регуляторы в системах автоматического регулирования // Вестник ЮУрГУ. 2006. № 14. С. 156–159.
17. **Lei Hang, Do-Hyeun Kim.** Enhanced Model-Based Predictive Control System Based on Fuzzy Logic for Maintaining Thermal Comfort in IoT Smart Space, *Appl. Sci.*, 2018, no. 8, p. 1031.
18. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** К вопросу построения нечетких ПИД регуляторов // Мехатроника, автоматика и робототехника. 2018. № 2. С. 112–116.
19. **Suman Debnath, Jagannath Reddy, Jagadish and Biplob Das.** Investigation of thermal performance of SAC variables using fuzzy logic based expert system, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2019, vol. 33, no. 8, pp. 4013–4021.
20. **Кудинов Ю. И., Дорохов И. Н., Пашенко Ф. Ф.** Нечеткие регуляторы и системы управления // Проблемы управления. 2004. № 3. С. 2–14.
21. **Meysam Gheisarnejad, Mohammad Hassan Khooban.** Design an optimal fuzzy fractional proportional integral derivative controller with derivative filter for load frequency control in power systems, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2019, pp. 1–19.
22. **Ивайкин В.** Использование скользящих режимов в регулировании // Современные технологии автоматизации. 2006. № 1. С. 90–94.
23. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Некоторые проблемные аспекты нечеткого ПИД регулирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19. № 12. С. 762–769.
24. **Рябчиков М. Ю., Парсункин Б. Н., Андреев С. М., Полько П. Г., Логунова О. С., Рябчикова Е. С., Головкин Н. А.** Нечеткое экстремальное управление процессом измельчения руды для обеспечения максимальной производительности // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г. И. Носова. 2011. № 4 (36). С. 65–69.

System of Temperature Stabilization in a Heating Furnace Based on Sliding Mode Control and Fuzzy Logic

M. Yu. Ryabchikov, mr_mgn@mail.ru, **E. S. Ryabchikova**, mika.Elena@mail.ru,
I. D. Kokorin, chickslover97@gmail.com,
 Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk city,
 455000, Chelyabinsk Region, Russian Federation

Corresponding author: Ryabchikov Mikhail Yu., Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor,
 Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk city,
 455000, Chelyabinsk Region, Russian Federation, e-mail: mr_mgn@mail.ru

Accepted on July 12, 2019

Abstract

The paper addresses issues of temperature control in heating furnaces using the example of a strand-type furnace for steel strip annealing of a continuous hot-dip galvanizing unit. The authors demonstrate that one of the main problems is variability of dynamic properties in the controlled object upon flexible production management with changes in the furnace capacity.

Using a model of thermal state of the furnace cavity and metal, considering the impact of furnace temperature conditions on heat losses, variation limits of the parameters in a simplified model of object dynamics are determined. Issues of controlling a temperature object with variable dynamic parameters are reviewed. Advantages and disadvantages of systems used to control such objects, based on fuzzy logic and sliding mode control, are studied. It is shown that, in controlling a temperature object, a sliding mode control system can lead to fluctuating transient responses due to the absence of amplitude modulation in the control action when approaching the set-point. The authors suggest a system for automatic stabilization of the controlled parameter of a temperature object where sliding mode control and fuzzy logic are combined. In the stabilization system suggested, the direction of changes in the control action is determined using sliding mode control, while the control action level is determined using fuzzy logic. The paper provides results of simulation experiments comparing the efficiency of control using the system suggested and efficiency of control using the system based only on fuzzy logic. During those experiments, optimal system setting parameters were determined using complete enumeration and computer simulation of control for an object with the set variation of dynamic properties. Computer simulation was performed in the VisSim environment. The paper also shows that, with constant values of signal scaling parameters used in fuzzy logic, the requirement for qualitative transient responses with various set-point change levels results in the significantly reduced response speed in comparison with the system that combines fuzzy logic and sliding mode control. The authors demonstrate that it is possible to adjust quality of transient responses in the system that combines fuzzy logic and sliding mode control, changing dynamic properties of the object.

Keywords: heating furnace; flexible management; capacity; automatic control; temperature; sliding mode control; fuzzy logic

For citation:

Ryabchikov M. Yu., Ryabchikova E. S., Kokorin I. D. System of Temperature Stabilization in a Heating Furnace Based on Sliding Mode Control and Fuzzy Logic, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 3, pp. 143–157.

DOI: 10.17587/mau.21.143-157

References

1. Yong Yin, Kathryn E. Stecke & Dongni Li. The evolution of production systems from Industry 2.0 through Industry 4.0, *International Journal of Production Research*, no. 56:1-2, pp. 848–861.
2. Ryabchikov M. Yu. Adaptation of strand-type tower furnace heating simulation and of metal heating for steel strip annealing heating modes management, *Control Sciences*, 2017, no. 5, pp. 61–69 (in Russian).
3. Ryabchikov M. Yu., Samarina I. G. Studying of strip heating dynamics in the tower type furnace, *Metallobrabotka*, 2013, no. 1 (73), pp. 43–49 (in Russian).
4. Savin D. V., Drozdov V. G. Modern approach to systems automatic control heating building, *Tekhnicheskie nauki — ot teorii k praktike*, 2014, no. 30, pp. 51–56 (in Russian).
5. Finaev V. I., Sinyavskaya E. D., Pushnina I. V. Fuzzy control model of temperature at the bread baking chamber, *IZVESTIYA SFedU. ENGINEERING SCIENCES*, 2015, no. 4 (165), pp. 149–159 (in Russian).
6. Xiaojing Gao, Yan Ma, Hong Chen. Active Thermal Control of a Battery Pack Under Elevated Temperatures, *IFAC PapersOnLine*, 2018, no. 51-31, pp. 262–267.
7. Pilyaev S. N., Afonichev D. N. Energy saving automatic control system for the process of aeration of grain, *Aktual'nye napravleniya nauchnyh issledovaniy XXI veka: teoriya i praktika*, 2015, vol. 3, no. 5-4, pp. 140–144 (in Russian).
8. Jin Woo Moon, Jin Chul Park, Sooyoung Kim. Development of control algorithms for optimal thermal environment of double skin envelope buildings in summer, *Building and Environment*, 2018, no. 144, pp. 657–672.
9. Ahmad Esmaeilzadeh, Mohammad Reza Zakerzadeh, Aghil Yousefi Koma. The comparison of some advanced control methods for energy optimization and comfort management in buildings, *Sustainable Cities and Society*, 2018, no. 43, pp. 601–623.
10. Hizhnyakov Yu. N. Fuzzy control of the heat-carrier temperature, *PNRPU Bulletin. Electrotechnics, Informational Technologies, Control Systems*, 2016, no. 20, pp. 5–12 (in Russian).
11. Shtepa V. N., Prokopenya O. N., Kot R. E., Puha V. M. The microprocessor control system of the dosing reagents based on the fuzzy logic, *Vestnik Brestskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Mashinostroyeniye*, 2015, no. 4 (94), pp. 60–64 (in Russian).
12. Lubencova E. V., Volodin A. A., Lubencov V. F. Neuro-fuzzy control system for temperature control fermentation, *Information Technology*, 2014, no. 3, pp. 55–62 (in Russian).
13. Ryabchikov M. Yu., Ryabchikova E. S. Self-tuning of a neural network controller with an integral estimate of contradictions between the commands of the learning algorithm and memory, *Automation and Remote Control*, 2018, no. 2, pp. 154–166 (in Russian).
14. Pol'ko P. G., Logunova O. S., Andreev S. M., Ryabchikova E. S., Ryabchikov M. Yu., Parsunkin B. N. Fuzzy control algorithm for synthesis of automatic stabilization systems, *Automation in Industry*, 2010, no. 11, pp. 32–37 (in Russian).
15. Novikov S. I., Shahnovich V. R., Safronov A. V. Fuzzy Logic Methods in the Tasks of Thermal Processes Automation of Power Plant, *Vestnik IGEU*, 2010, no. 4, pp. 1–4 (in Russian).
16. Cherneckaya I. V., Cherneckij V. O. Fuzzy regulators in automatic control systems, *Bulletin of the South Ural State University*, 2006, no. 14, pp. 156–159 (in Russian).
17. Lei Hang, Do-Hyeun Kim. Enhanced Model-Based Predictive Control System Based on Fuzzy Logic for Maintaining Thermal Comfort in IoT Smart Space, *Appl. Sci.*, 2018, no. 8, p. 1031.
18. Filimonov A. B., Filimonov N. B. To the question of constructing fuzzy PID regulators, *Mekhatronika, avtomatika i robototekhnika*, 2018, no. 2, pp. 112–116 (in Russian).
19. Suman Debnath, Jagannath Reddy, Jagadish and Biplab Das. Investigation of thermal performance of SAC variables using fuzzy logic based expert system, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2019, vol. 33, no. 8, pp. 4013–4021.
20. Kudinov Yu. I., Dorohov I. N., Pashchenko F. F. Fuzzy controllers and control systems, *Control Sciences*, 2004, no. 3, pp. 2–14 (in Russian).
21. Meysam Gheisarnejad, Mohammad Hassan Khooban. Design an optimal fuzzy fractional proportional integral derivative controller with derivative filter for load frequency control in power systems, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2019, pp. 1–19.
22. Ivajkin V. Application of Sliding Mode in the Automatic Systems, *Contemporary Technologies in Automation*, 2006, no. 1, pp. 90–94 (in Russian).
23. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Certain Problematic Aspects of Fuzzy PID Regulation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 12, pp. 762–769 (in Russian).
24. Ryabchikov M. Yu., Parsunkin B. N., Andreev S. M., Polyko P. G., Logunova O. S., Ryabchikova E. S., Golovko N. A. Maximal efficiency fuzzy logic based extremal control system, *Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University*, 2011, no. 4, pp. 65–69 (in Russian).

Н. В. Быков, канд. техн. наук, доц., зав. отделом, bykov@bmstu.ru,

Н. С. Власова, ст. преподаватель, vlasovans@bmstu.ru,

М. Ю. Губанов, инженер, max.g.bmstu@gmail.com,

Д. В. Лапин, ассистент, lapin.sm6@gmail.com,

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана, г. Москва

Механизм вертикального перемещения мобильного гусеничного робота с гибридным магнитно-ленточным принципом сцепления¹

Предложен новый гибридный пассивный принцип сцепления мобильного робота вертикального перемещения с рабочей поверхностью, основанный на сочетании магнитной и клеевой адгезии. Для реализации указанного принципа используется металлическая лента с клеевым слоем на одной из сторон для закрепления ленты на поверхности. Адгезия робота к ленте осуществляется с помощью пассивных магнитов, размещенных в его гусеничных траках. Проведены экспериментальные исследования принципа магнитного сцепления для определения удерживающей силы робота на рабочей поверхности. Экспериментально показана возможность функционирования предложенного механизма перемещения. Предложенный гибридный способ позволяет роботу перемещаться в закрытых помещениях по вертикальным поверхностям разного типа.

Ключевые слова: роботы вертикального перемещения, мобильные роботы, механизмы перемещения, адгезия, принципы сцепления, адгезионные методы, магнитное сцепление, клеевая адгезия, гибридные принципы сцепления

Введение

Роботы вертикального перемещения (РВП) предназначены для решения сложных или потенциально опасных для человека задач [1]. К ним относятся, например, задачи неразрушающего контроля, очистка окон или покраска стен, аудиовизуальная разведка и наблюдение [2–8]. РВП должен надежно закрепляться, удерживаться, отсоединяться и перемещаться по поверхностям различного наклона. Эти задачи решаются механизмом перемещения, реализующим тот или иной принцип сцепления с поверхностью.

Определяющим функционирование РВП и его конструкцию является используемый принцип сцепления. Среди принципов сцепления, реализованных в РВП на текущий момент, можно выделить принципы на основе сил трения [9–11], постоянных магнитов или электромагнитов [12–16], вакуумного сцепления [16–19], эффекта Бернулли [20], вихревого эффекта [21], аэродинамического прижатия [22], электростатической адгезии [23], адгезии полимеров

с микроструктурами и эластомеров [24–26], клеев, чувствительных к давлению [27, 28], а также реологических свойств жидкости [29]. Имеются примеры комбинации различных принципов сцепления в одном РВП [30–32]. Принципы сцепления можно разделить на активные и пассивные в зависимости от того, затрачивается ли дополнительная электрическая энергия на создание и поддержание удерживающей силы [33]. Активные принципы сцепления, как правило, обеспечивают более высокие значения полезной нагрузки и более надежное сцепление РВП с вертикальной поверхностью, но нередко требуют внешнего источника питания, что делает РВП неавтономным.

Среди механизмов перемещения РВП выделяют колесные, гусеничные, шагающие, сдвиговые (рамочные), а также гибридные механизмы, совмещающие несколько указанных типов [1, 34–37]. В отдельную группу могут быть выделены специфические механизмы, которые нельзя отнести ни к одной из перечисленных групп [33].

Комбинация принципа сцепления и механизма перемещения определяется особенностями решаемой задачи и условиями применения, к которым в первую очередь относятся материал

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-29-09596 офи-м).

и качество рабочей поверхности. Одной из проблем текущего уровня развития РВП является то, что пока не существует примера РВП, который мог бы перемещаться по поверхностям любого или почти любого типа: например, РВП хорошо перемещающиеся по стеклу, не могут двигаться по шероховатым поверхностям, и наоборот.

В настоящей работе предпринята попытка создания механизма перемещения, реализующего два принципа сцепления (т. е. с гибридным принципом сцепления), позволяющего РВП двигаться по поверхностям широкой номенклатуры типов, имеющихся в закрытых помещениях. Такой РВП предназначен для решения задач аудиовизуальной разведки и наблюдения за помещениями. Ранее в работе авторов проведено математическое моделирование такого механизма [38]. Текущая работа описывает результаты экспериментальных исследований принципа сцепления и прототипа механизма перемещения.

Для определения силовых характеристик и работоспособности принципа сцепления были проведены четыре серии экспериментальных исследований. В первой серии рассматривали свойства постоянных магнитов и магнитных лент. Во второй серии исследований экспериментально определяли силы сцепления макета механизма перемещения РВП с рабочей поверхностью. В третьей серии экспериментов исследовали возможность перемещения прототипа механизма перемещения РВП по вертикальной поверхности. В четвертой серии рассматривали вопрос размотки ленты прототипом РВП.

Прототип РВП с гибридным принципом сцепления

Робот, для которого исследуется новый гибридный метод сцепления, предназначен для проведения разведывательных задач внутри помещений. Тактика его применения предполагает: 1) перемещение по горизонтальным поверхностям; 2) возможность совершения перехода с горизонтальной поверхности на вертикальную; 3) перемещение по вертикальной поверхности в нужную точку; 4) зависание на вертикальной поверхности на неопределенное время. При этом предполагается, что набор рабочих (вертикальных) поверхностей может быть достаточно широким (бетон, штукатурка, дерево, стекло, металл и т. д.) без значительных неровностей или препятствий. К роботу также предъявляются требования автономности. Существующие прототипы РВП для выполнения схожих задач

часто не удовлетворяют указанным требованиям даже при возможности перемещения по широкому набору рабочих поверхностей.

Для обеспечения сцепления РВП с поверхностями разного типа удобно использовать клеевые принципы, основной недостаток которых заключается в возможности быстрой потери адгезионных свойств из-за загрязнения контактной поверхности. Эта проблема может быть решена использованием сменной контактной адгезионной поверхности, такой как клейкая лента, которая выступает адгезионным агентом между РВП и рабочей поверхностью. РВП по ленте при этом должен перемещаться относительно свободно, поэтому использование клеевого принципа для адгезии его к ленте не будет эффективным. Одним из возможных решений этой задачи является использование пассивных магнитов в совокупности с металлической лентой, на одну сторону которой нанесен клеевой слой. Таким образом, в основе такого магнитно-ленточного принципа сцепления лежат две составляющие: взаимодействие ленты с рабочей поверхностью посредством клеевого слоя и взаимодействие РВП с лентой посредством магнитной силы. Следует отметить, что такой гибридный принцип сцепления пассивен, поскольку основан на комбинации двух пассивных принципов.

Модель гусеничного РВП с магнитно-ленточным механизмом сцепления с вертикальными поверхностями показана на рис. 1.

В процессе перемещения робот наклеивает на вертикальную поверхность ленту, находящуюся в кассете на передних гусеницах. Одновременно с этим РВП прикрепляется к ленте с помощью постоянных магнитов, расположенных в траках гусениц. Подача ленты осуществляется механизмом, раскручивающим кассету с лентой, которая отделяется от защитной пленки и подается на рабочую поверхность, сцепляясь с ней с помощью клея. Дальнейшее разматывание ленты осуществляется пассивным образом в результате движения по ней гусениц РВП.

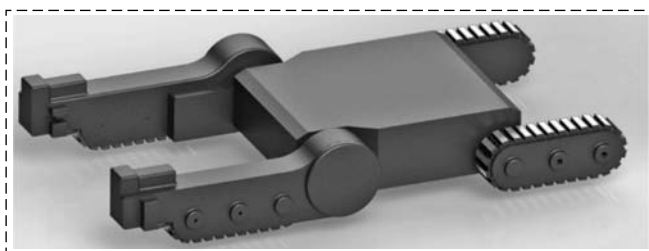


Рис. 1. 3D-модель прототипа РВП

Fig. 1. 3D-model of the WCR prototype

Задние гусеничные модули РВП способны совершать полный оборот вокруг оси в корпусе робота. Это позволяет создавать дополнительное усилие для наклеивания магнитной ленты на начальной стадии перемещения робота по вертикальной поверхности (аналог "хвоста").

Экспериментальные исследования свойств магнитов и магнитных лент

В качестве магнитных элементов использовались неодимовые магниты в форме параллелепипеда с габаритными размерами 20×5×5 мм и массой 3,7 г каждый. Для сравнения сил сцепления между магнитными элементами и лентой были проведены исследования двух типов лент, характеристики которых приведены в табл. 1.

Схемы экспериментальных исследований приведены на рис. 2.

На рабочую поверхность наклеивалась клейкая лента, а к ней на жестком или мягком каркасе за счет действия магнитных сил прикреплялось определенное число магнитов. Далее к каркасу с магнитами в определенных точках прикладывалась нагрузка: крепился гибкий элемент с подвешенным грузом. По максимальной массе груза, при которой сохранялся контакт магнита и магнитной ленты, определялась удерживающая сила.

В экспериментах этой серии варьировался тип ленты, тип каркаса (жесткий и гибкий), число магнитных элементов в каркасе и точка приложения силы. Из результатов, показанных на рис. 3, можно сделать следующие выводы:

- мягкое железо (лента № 2) превосходит магнитный винил (ленту № 1) по значению удерживающей силы;

Таблица 1
Table 1

Характеристики магнитных лент
Parameters of magnetic tapes

Параметр	Лента № 1	Лента № 2
Материал слоя, формирующего магнитное взаимодействие	Магнитный винил	Мягкое железо
Плотность материала, г/см ³	4,375	7,48
Толщина ленты, мм	1,5	0,4
Ширина ленты, мм	25,4	20

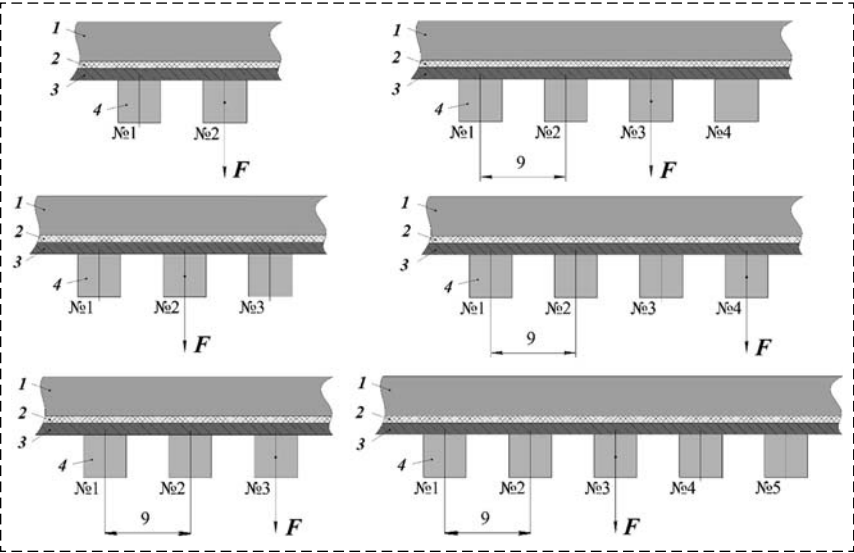


Рис. 2. Схемы экспериментальных исследований:
1 — рабочая поверхность (потолок); 2 — клеевой слой ленты; 3 — магнитная лента; 4 — магниты (№ 1...5); F — прикладываемая сила
Fig. 2. Schemes of experiments:
1 — operating surface (ceiling); 2 — adhesive layer of tape; 3 — magnetic tape; 4 — magnets (No. 1...5); F — applied force

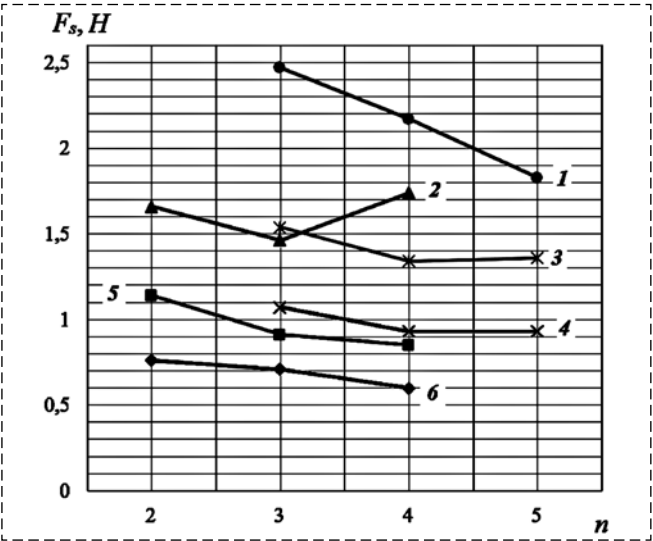


Рис. 3. Зависимость средней удерживающей силы на одном элементе F_s от числа магнитных элементов n на ленте:
1 — лента № 2, жесткий каркас, точка приложения силы на среднем элементе; 2 — лента № 2, жесткий каркас, точка приложения силы крайняя; 3 — лента № 2, гибкий каркас, точка приложения силы на среднем элементе; 4 — лента № 1, гибкий каркас, точка приложения на среднем элементе; 5 — лента № 2, гибкий каркас, точка приложения крайняя; 6 — лента № 1, гибкий каркас, точка приложения крайняя
Fig. 3. The dependence of the average holding force on one magnet F_s on the number of magnets n on the tape:
1 — tape No. 2, a rigid frame, the point of application of force on the middle magnet; 2 — tape No. 2, a rigid frame, the point of application of force on the last magnet; 3 — tape No. 2, a flexible frame, the point of application of force on the middle magnet; 4 — tape No. 1, a flexible frame, the point of application on the middle magnet; 5 — tape No. 2, a flexible frame, the application point of force on the last magnet; 6 — tape No. 1, flexible frame, the point of force on the last magnet

- На основании этих результатов для дальнейших исследований было выбрано размещение магнитов на жестком каркасе в гусеничных траках робота и мягкое железо в качестве образца клейкой ленты.

Результаты экспериментов (табл. 2) показали, что без использования резиновых накладок на магниты робот, имеющий габаритные параметры, схожие с макетом, может обладать массой не более 2,5 кг, чтобы удерживаться на вертикальной поверхности. При использо-

Таблица 2
Table 2

**Результаты измерений адгезии силы
прототипа механизма перемещения РВП**
*Adhesion force measurements
of the WCR prototype locomotion mechanism*

Тип эксперимента	Число магнитных элементов	Средняя удерживающая сила, Н
Без резиновых накладок	32	24,82
Резиновые накладки на передних "гусеницах"	32	46,35
Резиновые накладки на передних и задних "гусеницах"	32	58,95
Контакт только передними "гусеницами" с резиновыми накладками	16	29,95

вании резиновых накладок на магниты в случае контакта с вертикальной поверхностью только двумя передними "гусеницами" робот может иметь суммарную массу около 3 кг.

Исследование движения механизма перемещения

В третьей серии экспериментов проверялась возможность движения прототипа механизма перемещения РВП по магнитной ленте на вертикальной поверхности. Мягкое железо предварительно наклеивали на рабочую поверхность, а перед началом испытаний на ней размещался прототип РВП. Для обеспечения движения

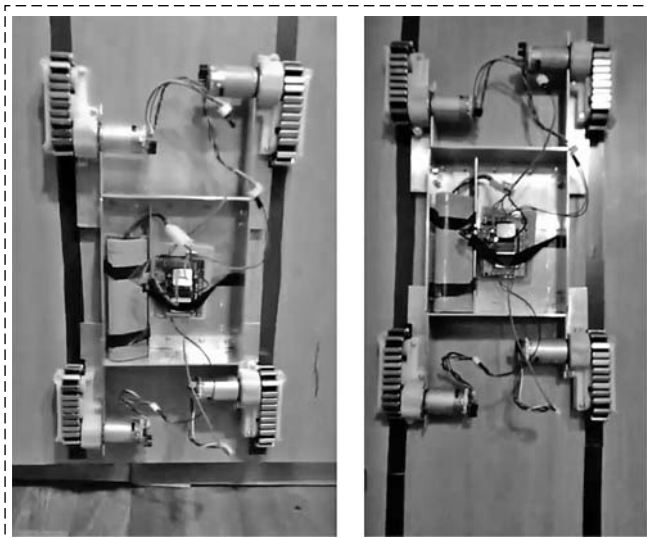


Рис. 5. Фотографии испытаний движения макета
Fig. 5. The WCR prototype motion test process

прототипа робота использовали гусеничные приводы с четырьмя электродвигателями постоянного тока номинальной мощностью 12 Вт.

На рис. 5 приведены кадры исследований макета механизма перемещения РВП в движении.

Результаты показали, что средняя скорость движения робота по вертикальной поверхности, при которой не терялся контакт прототипа РВП с магнитной лентой, составляет 2 см/с.

Исследование процесса разматывания ленты

В четвертой серии экспериментов проводили исследования возможности разматывания ленты. В этой серии экспериментов использовался прототип РВП, показанный на рис. 6 (см. вторую сторону обложки). Для простоты в этом прототипе реализовано два гусеничных трака, а для обеспечения необходимого усилия прижатия используется хвостовая часть. В качестве материала корпуса был выбран листовый вспененный поливинилхлорид (ПВХ) в виде модульной конструкции "Структор". Разъемное крепление элементов осуществляется с помощью пазов и шипов. Для укрепления соединений используется цианакрилатный клей с последующей полимеризацией гидрокарбонатом натрия. В качестве силовых приводов движителей используются сервоприводы постоянного вращения.

Основные конструктивные характеристики прототипа представлены ниже.

Технические характеристики прототипа РВП

Масса, кг	0,815
Длина, мм	215
Высота, мм	150
Ширина, мм	200
Грузоподъемность, кг	~1
Скорость крейсерская, м/с	0,01
Скорость форсажа, м/с	0,03

Для реализации эксперимента на один из гусеничных модулей был предустановлен механизм размотки ленты. Первый этап эксперимента заключался в проверке возможности контроля ленты при ее размотке на горизонтальной поверхности. Фотографии первого этапа эксперимента представлены на рис. 7 (см. вторую сторону обложки).

В ходе первого этапа эксперимента было установлено, что при свободном закреплении магнитной ленты силы неодимовых магнитов на траках достаточно для непрерывной размотки ленты; для реализации контроля ленты управляемым электромагнитом необходимо

учитывать задержку на окончательное формирование магнитного поля.

Второй этап эксперимента направлен на исследование поведения механизма вертикального перемещения на этапе прижатия ленты к вертикальной поверхности. Фотография второго этапа эксперимента представлена на рис. 8 (см. вторую сторону обложки).

В ходе эксперимента было установлено, что оптимальным режимом установки ленты на вертикальной поверхности является режим крейсерской скорости, так как слишком большая скорость вращения движителей приводит к перекосу ленты.

Заключение

В настоящей работе предложен новый гибридный пассивный принцип адгезии РВП с вертикальной поверхностью, основанный на комбинации пассивного магнитного сцепления робота с металлической лентой и ленты с рабочей поверхностью за счет клеевого слоя. Разработана концепция построения механизмов сцепления и перемещения, а также конструкция прототипа платформы вертикального перемещения. Особенностью данной концепции РВП, работающего на магнитно-ленточном принципе сцепления, является возможность его перемещения без задействования магнитной ленты по горизонтальным поверхностям, а также по вертикальным ферромагнитным поверхностям — исключительно с помощью гусеничных приводов с постоянными магнитами.

Проведены экспериментальные исследования магнитных свойств предложенного механизма перемещения, показавшие его работоспособность. Полученные в ходе экспериментов количественные характеристики взаимодействия РВП с лентой были использованы при построении математической модели [38].

Список литературы

1. Chu B., Jung K., Han C.-S., Hong D. A survey of climbing robots: locomotion and adhesion // *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*. 2010. Vol. 11 (4). P. 633–647.
2. Градецкий В. Г., Князьков М. М. Состояние и перспективы развития роботов вертикального перемещения для экстремальных сред // *Робототехника и техническая кибернетика*. 2014. № 1. С. 9–16.
3. Berns K., Hillenbrand C., Luksch T. Climbing robots for commercial applications — a survey // *Proc. of the 6th International Conference on Climbing and Walking Robots (CLAWAR 2003)*. Catania, Italy. P. 771–776.
4. Schmidt D., Berns K. Climbing robots for maintenance and inspections of vertical structures — A survey of design aspects and technologies // *Robotics and Autonomous Systems*. 2013. Vol. 61 (12). P. 1288–1305.

5. Liu S., Gao X., Li K., Li J., Duan X. A small-sized wall-climbing robot for anti-terror scout // *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2007)*. Sanya, China, 2007. P. 1866–1870.
6. Akinfiev T., Armada M., Nabulsi S. Climbing cleaning robot for vertical surfaces // *Industrial Robot: An International Journal*. 2009. Vol. 36, N. 4. P. 352–357.
7. Батанов А. Ф., Грицынин С. Н., Муркин С. В. Робототехнические комплексы для обеспечения специальных операций // *Специальная техника*. 1999. № 6. С. 10–17.
8. Аверьянов Е. В., Коваленко Б. Б., Костин А. В., Пелепас Е. И., Подураев Ю. В., Яковлев С. Ф. Основные аспекты создания отечественных технологических мобильных роботов вертикального перемещения // *Мехатроника, автоматизация и управление*. 2013. № 8. С. 23–27.
9. Xu F., Wang X., Jiang G. Design and analysis of a wall-climbing robot based on a mechanism utilizing hook-like claws // *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2012. Vol. 9 (6). P. 261.
10. Xu F., Wang B., Shen J., Hu J., Jiang G. Design and realization of the claw gripper system of a climbing robot // *Journal of Intelligent and Robotic Systems*. 2018. Vol. 89, N. 3–4. P. 301–317.
11. Голубев Ю. Ф., Корянов В. В. Экстремальные локомоционные возможности инсектоморфных роботов. М.: Изд-во ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2018. 212 с.
12. Khirade N. R., Sanghi R. K., Tidke D. J. Magnetic wall climbing devices — a review // *Proc. of International Conference of Advances in Engineering and Technology (ICAET 2014)*. Nagapattinam, India, 2014. P. 55–59.
13. Lee G., Kim H., Seo K., Kim J., Sitti M., Seo T. W. Series of multilinked caterpillar track-type climbing robots // *Journal of Field Robotics*. 2016. Vol. 33 (6). P. 737–750.
14. Shen W., Gu J., Shen Y. Permanent magnetic system design for the wall-climbing robot // *Applied Bionics and Biomechanics*. 2006. Vol. 3 (3). P. 151–159.
15. Сырых Н. В., Чашухин В. Г. Роботы вертикального перемещения с контактными устройствами на основе постоянных магнитов: конструкции и принципы управления контактными устройствами // *Изв. РАН. ТиСУ*. 2019. № 5. С. 163–174.
16. Chernousko F. L. Simulation and Optimization of Crawling Robots / Bock H. G., Phu H. X., Kostina E., Rannacher R. (eds) // *Modeling, Simulation and Optimization of Complex Processes*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2005. P. 85–104.
17. Brusell A., Andrikopoulos G., Nikolakopoulos G. A survey on pneumatic wall-climbing robots for inspection // *Proc. of the 24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*. Athens, Greece, 2016. P. 220–225.
18. Тачков А. А., Калинин С. В., Малыхин А. Ю. Моделирование и оценка эффективности системы удержания малогабаритного автономного робота вертикального перемещения с вакуумными захватами // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2016. Т. 17, № 3. С. 178–186.
19. Gradetsky V. G., Knyazkov M. M., Semenov E. A., Sukhanov A. N., Chashchukhin V. G. Climbing robot for actions in underwater conditions // *Journal of Advanced Research in Technical Science*. 2018. Vol. 10 (1). P. 65–71.
20. Chen X. Q., Wager M., Nayyerloo M., Wang W., Chase J. G. A novel wall climbing robot based on Bernoulli effect // *Proc. of IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications (MESA 2008)*. Beijing, China, 2008. P. 210–215.
21. Koo I. M., Trong T. D., Lee Y. H., Moon H., Koo J., Park S. K., Choi H. R. Development of wall climbing robot system by using impeller type adhesion mechanism // *Journal of Intelligent and Robotic Systems*. 2013. Vol. 72. P. 57–72.
22. Nishi A., Miyagi H. Propeller type wall-climbing robot for inspection use // *Proc. of the 10th International Symposium on Automation and Robotics in Construction*. Houston, USA, 1993. P. 189–196.
23. Chen R., Liu R., Chen J., Zhang J. A gecko inspired wall-climbing robot based on electrostatic adhesion mechanism // *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2013)*. Shenzhen, China, 2013. P. 396–401.

24. Kim S., Spenk M., Trujillo S., Heyneman B., Santos D., Cutkosky M. R. Smooth vertical surface climbing with directional adhesion // IEEE Transactions on Robotics. 2008. Vol. 24 (1). P. 65–74.
25. Aksak B., Murphy M. P., Sitti M. Adhesion of biologically inspired vertical and angled polymer microfiber arrays // Langmuir. 2007. Vol. 23 (6). P. 3322–3332.
26. Unver O., Sitti M. Flat dry elastomer adhesives as attachment materials for climbing robots // IEEE Transactions on Robotics. 2010. Vol. 26 (1). P. 131–141.
27. Osswald M., Iida F. Design and control of a climbing robot based on hot melt adhesion // Robotics and Autonomous Systems. 2013. Vol. 61 (6). P. 616–625.
28. Wang L., Graber L., Iida F. Large-payload climbing in complex vertical environments using thermoplastic adhesive bonds // IEEE Transactions on Robotics. 2013. Vol. 29 (4). P. 863–874.
29. Wiltse N., Lanzetta M., Iagnemma K. A controllably adhesive climbing robot using magnetorheological fluid // Proc. of the IEEE International Conference on Technologies for Practical Robot Applications (TePRA). Woburn, USA, 2012. P. 91–96.
30. Dong W., Wang H., Li Z., Jiang Y., Xiao J. Development of a wall-climbing robot with biped-wheel hybrid locomotion mechanism // Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2013). Tokyo, Japan, 2013. P. 2333–2338.
31. Koh K. H., Sreekumar M., Ponnambalam S. G. Hybrid electrostatic and elastomer adhesion mechanism for wall climbing robot // Mechatronics. 2016. Vol. 35. P. 122–135.
32. Xu L., Liu J., Xu J., Wu X., Fan S. Design and experimental study of a bioinspired wall-climbing robot with multi-locomotion modes // Proc. of the ASME 2018 Conference on Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems (SMASIS 2018). San Antonio, USA, 2018. P. 1–6.
33. Vlasova N. S., Bykov N. V. The problem of adhesion methods and locomotion mechanism development for wall-climbing robots [Электронный ресурс] // arXiv.org. 2019. arXiv:1905.09214. Дата обновления: 22.05.2019. URL: <https://arxiv.org/abs/1905.09214> (дата обращения: 02.07.2019).
34. Silva M. F., Machado J. A. T., Tar J. K. A survey of technologies for climbing robots adhesion to surfaces // Proc. of the 6th International Conference on Computational Cybernetics (ICCC 2008). Stara Lesná, Slovakia, 2008. P. 127–132.
35. Nansai S., Mohan R. E. A survey of wall climbing robots: recent advances and challenges // Robotics. 2016. Vol. 5 (3). P. 5030014.
36. Fu Y., Li Z., Wang S. A wheel-leg hybrid wall climbing robot with multi-surface locomotion ability // Proc. of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Takamatsu, Japan, 2008. P. 627–632.
37. Tavakoli M., Lourenço J., Viegas C., Neto P., de Almeida A. T. The hybrid OmniClimber robot: wheel based climbing, arm based plane transition, and switchable magnet adhesion // Mechatronics. 2016. Vol. 36. P. 136–146.
38. Товарнов М. С., Быков Н. В. Математическая модель механизма перемещения мобильного гусеничного робота с магнитно-ленточным принципом вертикального перемещения // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2019. № 3. С. 74–84.

A Locomotion Mechanism for a Mobile Wall-Climbing Robot with a Hybrid Magnetic-Tape Adhesion Method

N. V. Bykov, bykov@bmstu.ru, N. S. Vlasova, vlasovans@bmstu.ru, M. Yu. Gubanov, max.g.bmstu@gmail.com, D. V. Lapin, lapin.sm6@gmail.com

Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation

Corresponding author: Bykov Nikita V., Ph. D., Associate Professor, Chief of Department, Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: bykov@bmstu.ru

Accepted on November 12, 2019

Abstract

In the present study, a new hybrid passive adhesion method for a mobile wall-climbing robot (WCR) is proposed. This method is based on a combination of magnetic and glue adhesion. For its implementation, a flexible magnetic tape with glue on one side is used to fasten the tape to the working surface. Holding and climbing of the WCR on the magnetic tape, fixed by the robot in the process of movement, occurs with the help of the tracked locomotion mechanism. Permanent magnets are placed in the tracks of the WCR interacting with the tape as the robot climbs along a vertical surface. The concept of the adhesion and locomotion mechanisms, as well as the design of the WCR prototype is developed. Experimental studies of the magnetic properties of the proposed locomotion mechanism have been carried out. They showed its feasibility and efficiency. Also from experimental studies were obtained quantitative characteristics of the interaction of the WCR with tape, used in the construction of its mathematical model. A feature of this WCR concept, working on the magnetic-tape adhesion, is the possibility of moving it without using magnetic tape on horizontal surfaces, as well as on vertical ferromagnetic surfaces — only with tracks with permanent magnets. The WCR with a hybrid magnetic-tape adhesion mechanism is designed to move on various surfaces indoor spaces.

Keywords: wall-climbing robots, mobile robots, locomotion mechanisms, adhesion, adhesion methods, magnetic force adhesion, glue adhesion, hybrid adhesion principles

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (RFBR), project no. 16-29-09596 ofi-m.

For citation:

Bykov N. V., Vlasova N. S., Gubanov M. Yu., Lapin D. V. A Locomotion Mechanism for a Mobile Wall-Climbing Robot with a Hybrid Magnetic-Tape Adhesion Method, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 3, pp. 158–165.

DOI: 10.17587/mau.21.158-165

References

1. Chu B., Jung K., Han C.-S., Hong D. A survey of climbing robots: locomotion and adhesion, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2010, vol. 11, no. 4, pp. 633–647.
2. Gradetsky V. G., Knyazkov M. M. The state and prospects of climbing robots development for extreme environments) *Robototekhnika i Tekhnicheskaya Kibernetika*, 2014, no. 1, pp. 9–16 (in Russian).

3. Berns K., Hillenbrand C., Luksch T. Climbing robots for commercial applications — a survey, *Proc. of the 6th International Conference on Climbing and Walking Robots (CLAWAR 2003)*, Catania, Italy, 2003, pp. 771–776.
4. Schmidt D., Berns K. Climbing robots for maintenance and inspections of vertical structures — A survey of design aspects and technologies, *Robotics and Autonomous Systems*, 2013, vol. 61 (12), pp. 1288–1305.
5. Liu S., Gao X., Li K., Li J., Duan X. A small-sized wall-climbing robot for anti-terror scout, *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2007)*, Sanya, China, 2007, pp. 1866–1870.
6. Akinfiev T., Armada M., Nabulsi S. Climbing cleaning robot for vertical surfaces, *Industrial Robot: An International Journal*, 2009, vol. 36, no. 4, pp. 352–357.
7. Batanov A. F., Gricynin S. N., Murkin S. V. Robotic systems for special operations) *Spetsial'naya tekhnika*, 1999, no. 6, pp. 10–17 (in Russian).
8. Aver'yanov E. V., Kovalenko B. B., Kostin A. V., Pelepas E. I., Poduraev Y. V., Yakovlev S. F. The main aspects of the creation of domestic technology wall-climbing mobile robots) *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 8, pp. 23–27 (in Russian).
9. Xu F., Wang X., Jiang G. Design and analysis of a wall-climbing robot based on a mechanism utilizing hook-like claws, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2012, vol. 9, no. 6, 261.
10. Xu F., Wang B., Shen J., Hu J., Jiang G. Design and realization of the claw gripper system of a climbing robot, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2018, vol. 89, no. 3–4, pp. 301–317.
11. Golubev Y. F., Koryanov V. V. Extreme locomotion capabilities of insectomorphic robots, Moscow, Publishing house of Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, 2018 (in Russian).
12. Khirade N. R., Sanghi R. K., Tidke D. J. Magnetic wall climbing devices — a review, *Proc. of International Conference on Advances in Engineering and Technology (ICAET 2014)*, Nagapatnam, India, 2014, pp. 55–59.
13. Lee G., Kim H., Seo K., Kim J., Sitti M., Seo T. W. Series of multilinked caterpillar track-type climbing robots, *Journal of Field Robotics*, 2016, vol. 33, no. 6, pp. 737–750.
14. Shen W., Gu J., Shen Y. Permanent magnetic system design for the wall-climbing robot, *Applied Bionics and Biomechanics*, 2006, vol. 3, no. 3, pp. 151–159.
15. Syryh N. V., Chashchuhin V. G. Wall-climbing robots with permanent-magnet contact devices: design and control concept of the contact devices, *Izvestiya Akademii Nauk, Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 2019, no. 5, pp. 163–173 (in Russian).
16. Chernousko F. L. Simulation and Optimization of Crawling Robots, in Bock H. G., Phu H. X., Kostina E., Rannacher R. (eds) *Modeling, Simulation and Optimization of Complex Processes*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2005, pp. 85–104.
17. Brusell A., Andrikopoulos G., Nikolakopoulos G. A survey on pneumatic wall-climbing robots for inspection, *Proc. of the 24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, Athens, Greece, 2016, pp. 220–225.
18. Tachkov A. A., Kalinichenko S. V., Malyhin A. Yu. Modeling and evaluation of the effectiveness of the retention system of a small-sized autonomous vertical movement robot with vacuum grippers, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 3, pp. 178–186 (in Russian).
19. Gradetsky V. G., Knyazkov M. M., Semenov E. A., Sukhanov A. N., Chashchukhin V. G. Climbing robot for actions in underwater conditions, *Journal of Advanced Research in Technical Science*, 2018. Vol. 10 (1). P. 65–71.
20. Chen X. Q., Wager M., Nayerloo M., Wang W., Chase J. G. A novel wall climbing robot based on Bernoulli effect, *Proc. of IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications (MESA 2008)*, Beijing, China, 2008, pp. 210–215.
21. Koo I. M., Trong T. D., Lee Y. H., Moon H., Koo J., Park S. K., Choi H. R. Development of wall climbing robot system by using impeller type adhesion mechanism, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2013, vol. 72, pp. 57–72.
22. Nishi A., Miyagi H. Propeller type wall-climbing robot for inspection use, *Proc. of the 10th International Symposium on Automation and Robotics in Construction*, Houston, USA, 1993, pp. 189–196.
23. Chen R., Liu R., Chen J., Zhang J. A gecko inspired wall-climbing robot based on electrostatic adhesion mechanism, *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2013)*, Shenzhen, China, 2013, pp. 396–401.
24. Kim S., Spenko M., Trujillo S., Heyneman B., Santos D., Cutkosky M. R. Smooth vertical surface climbing with directional adhesion, *IEEE Transactions on Robotics*, 2008, vol. 24, no. 1, pp. 65–74.
25. Aksak B., Murphy M. P., Sitti M. Adhesion of biologically inspired vertical and angled polymer microfiber arrays, *Langmuir*, 2007, vol. 23, no. 6, pp. 3322–3332.
26. Unver O., Sitti M. Flat dry elastomer adhesives as attachment materials for climbing robots, *IEEE Transactions on Robotics*, 2010, vol. 26, no. 1, pp. 131–141.
27. Osswald M., Iida F. Design and control of a climbing robot based on hot melt adhesion, *Robotics and Autonomous Systems*, 2013, vol. 61, no. 6, pp. 616–625.
28. Wang L., Graber L., Iida F. Large-payload climbing in complex vertical environments using thermoplastic adhesive bonds, *IEEE Transactions on Robotics*, 2013, vol. 29, no. 4, pp. 863–874.
29. Wiltsie N., Lanzetta M., Iagnemma K. A controllably adhesive climbing robot using magnetorheological fluid, *Proc. of the IEEE International Conference on Technologies for Practical Robot Applications (TePRA)*, Woburn, USA, 2012, pp. 91–96.
30. Dong W., Wang H., Li Z., Jiang Y., Xiao J. Development of a wall-climbing robot with biped-wheel hybrid locomotion mechanism, *Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2013)*, Tokyo, Japan, 2013, pp. 2333–2338.
31. Koh K. H., Sreekumar M., Ponnambalam S. G. Hybrid electrostatic and elastomer adhesion mechanism for wall climbing robot, *Mechatronics*, 2016, vol. 35, pp. 122–135.
32. Xu L., Liu J., Xu J., Wu X., Fan S. Design and experimental study of a bioinspired wall-climbing robot with multi-locomotion modes, *Proc. of the ASME 2018 Conference on Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems (SMASIS 2018)*, San Antonio, USA, 2018, pp. 1–6.
33. Vlasova N. S., Bykov N. V. The problem of adhesion methods and locomotion mechanism development for wall-climbing robots, *arXiv:1905.09214*, 2019, <https://arxiv.org/abs/1905.09214>.
34. Silva M. F., Machado J. A. T., Tar J. K. A survey of technologies for climbing robots adhesion to surfaces, *Proc. of the 6th International Conference on Computational Cybernetics (ICCC 2008)*, Stara Lesná, Slovakia, 2008, pp. 127–132.
35. Nansai S., Mohan R. E. A survey of wall climbing robots: recent advances and challenges, *Robotics*, 2016, vol. 5, no. 3, 5030014.
36. Fu Y., Li Z., Wang S. A wheel-leg hybrid wall climbing robot with multi-surface locomotion ability, *Proc. of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, Takamatsu, Japan, 2008, pp. 627–632.
37. Tavakoli M., Lourenço J., Viegas C., Neto P., de Almeida A. T. The hybrid OmniClimber robot: wheel based climbing, arm based plane transition, and switchable magnet adhesion, *Mechatronics*, 2016, vol. 36, pp. 136–146.
38. Tovarnov M. S., Bykov N. V. A Mathematical Model of the Locomotion Mechanism of a Mobile Track Robot with the Magnetic-Tape Principle of Wall Climbing, *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*, 2019, vol. 48, no. 3, pp. 250–258 (in Russian).

А. Ю. Поливанов, канд. техн. наук, shpoliv@mail.ru, **Ю. В. Иванов**, аспирант, yuriivanov.ieos@mail.ru,
Д. В. Холин, магистр, dimaxtail@mail.ru,
Московский государственный технологический университет "СТАНКИН", Москва

Методика преобразования координат системы технического зрения промышленного робота для операции лазерной сварки

Рассматривается проблема преобразования координат в системах технического зрения (СТЗ) роботизированных технологических комплексов (РТК) для лазерной сварки. Лазерная сварка является высокоэффективной технологической операцией, во многом превосходящей более распространенные виды сварки за счет высокой концентрации энергии в точке сварки. Однако лазерная сварка предъявляет ряд требований, в числе которых высокое требование по точности позиционирования лазерной головки, относительно сварочного стыка.

Обеспечить требуемую точность позволяют адаптивные системы управления на основе СТЗ. Основной задачей СТЗ является определение трехмерных координат сварочного стыка с помощью видеосенсора, преобразование полученных координат в систему координат, в которой происходит управление РТК, и передача преобразованных координат в систему управления. При этом важными факторами являются точности определения и преобразования координат. Для выполнения поставленной задачи необходимо рассмотреть преобразование координат как комплекс действий, выполняемых с учетом специфики применения СТЗ в составе РТК для лазерной сварки. С этой целью в статье проанализированы типовые схемы размещения СТЗ на промышленных роботах и предложена наиболее подходящая для лазерной сварки конфигурация. Также была разработана методика измерения трехмерных координат сварочного стыка с использованием СТЗ с помощью метода триангуляции.

Авторами проведен сравнительный анализ основных существующих методов калибровки видеосенсоров СТЗ и предложен оригинальный метод калибровки видеосенсоров с учетом специфики функционирования РТК для лазерной сварки. В результате в работе представлено обоснование необходимости рассмотрения преобразования координат в СТЗ в составе РТК для лазерной сварки, а также приведен комплекс методов, позволяющий выполнить преобразования из виртуальной системы координат видеосенсора в систему координат робота, что позволяет осуществлять непосредственное управление на основе данных СТЗ.

В заключение авторами приведен метод калибровки видеосенсора, позволяющий добиться указанных в статье требований по точности определения координат сварочного стыка.

Ключевые слова: система технического зрения, преобразование координат, калибровка камеры, лазерная сварка, роботизированные технологические комплексы, триангуляция, метод Цая, видеосенсоры

Введение

В современных условиях все большее внимание уделяется наукоемким и автоматизированным технологиям. Одной из таких технологий является лазерная сварка, позволяющая за счет высокой плотности мощности лазерного излучения ($10^6...10^7$ Вт/см²) получать узкий и глубокий сварной шов. Скорость сварки может достигать 150 мм/с. Также существенно снижаются сварочные деформации и повышается прочность сварных соединений [1].

Однако лазерная сварка имеет ряд особенностей, одной из которых является высокое требование по точности движения лазерной головки относительно свариваемого стыка. Согласно ГОСТ 28915—91 "Сварка лазерная импульсная. Основные типы, конструктивные элементы и размеры" основными типами сварных соединений являются: стыковое, тавровое, угловое, нахлесточное и торцевое (табл. 1).

Из анализа табл. 1 следует, что тип сварного соединения является важным параметром при

Таблица 1
Table 1

Основные типы сварных соединений
The main types of welded joints

Тип сварного соединения	Форма поперечного сечения	
	стыка	шва
Стыковое		
Тавровое		
Угловое		
Нахлесточное		

лазерной сварке. Для различных видов стыка требуется различная погрешность позиционирования лазерной головки: для нахлесточного соединения — 100...500 мкм, для остальных — не более 100 мкм. В случае лазерной сварки с погрешностью позиционирования 100 мкм и более возможна сварка без дополнительного прецизионного органа перемещения, установленного на концевом звене робота в качестве дополнительной степени подвижности.

Добиться данной точности позволяют адаптивные системы управления на основе системы технического зрения (СТЗ) [1, 2]. Их работа невозможна без решения задачи калибровки видеосенсора, поскольку оптическая система видеосенсора вносит геометрические искажения, в том числе дисторсию. Работа этих адаптивных систем заключается в вычислении трехмерных координат сварочного стыка методом триангуляции и корректировки траектории движения лазерной головки в режиме реального времени.

При роботизации лазерной сварки возникает проблема, которая заключается в том, что изначально координаты сварочного стыка в базовой системе координат робота не известны. Решить эту проблему можно с помощью предварительного измерения координат сварочного стыка в системе координат робота. Однако для выполнения данных измерений необходимо решить задачу преобразования координат, которая будет рассмотрена в этой статье.

Анализ схем размещения видеосенсоров СТЗ в РТК

Для успешного внедрения СТЗ необходимо решить ряд задач, в число которых входит

преобразование координат. Для построения системы управления промышленным роботом (ПР) и обеспечения соответствующего качества работы требуется выяснить взаимное расположение составных частей ПР с СТЗ, т. е. решить задачу преобразования координат из системы координат камеры в базовую систему координат робота. В общем случае задача преобразования координат сводится к нахождению однородной матрицы преобразования координат. При использовании СТЗ в составе ПР задачами преобразования координат являются определение расположения систем координат СТЗ в базовой системе координат и взаимосвязь виртуальной системы координат изображения с системой координат камеры.

Практика применения СТЗ в робототехнике показала эффективность использования трех типовых схем размещения видеосенсоров на роботе.

На рис. 1, а изображено неподвижное закрепление камеры над рабочей сценой. Для преобразований координат с основанием робота связывается его базовая система координат $X_6Y_6Z_6$, со схватом робота связывается подвижная система координат выходного звена робота $X_pY_pZ_p$. Координаты объекта определяются СТЗ в виртуальной системе координат изображения $X_iY_iZ_i$. Затем выполняется преобразование координат из системы $X_iY_iZ_i$ в систему координат камеры $X_kY_kZ_k$. Далее необходимо определить матрицу перехода A_{BK} из системы координат $X_kY_kZ_k$ в систему координат $X_6Y_6Z_6$.

Схема размещения камеры на концевом звене робота представлена на рис. 1, б. Этот способ размещения камеры является наиболее распространенным. Камера со своей системой координат $X_kY_kZ_k$ размещается на концевом

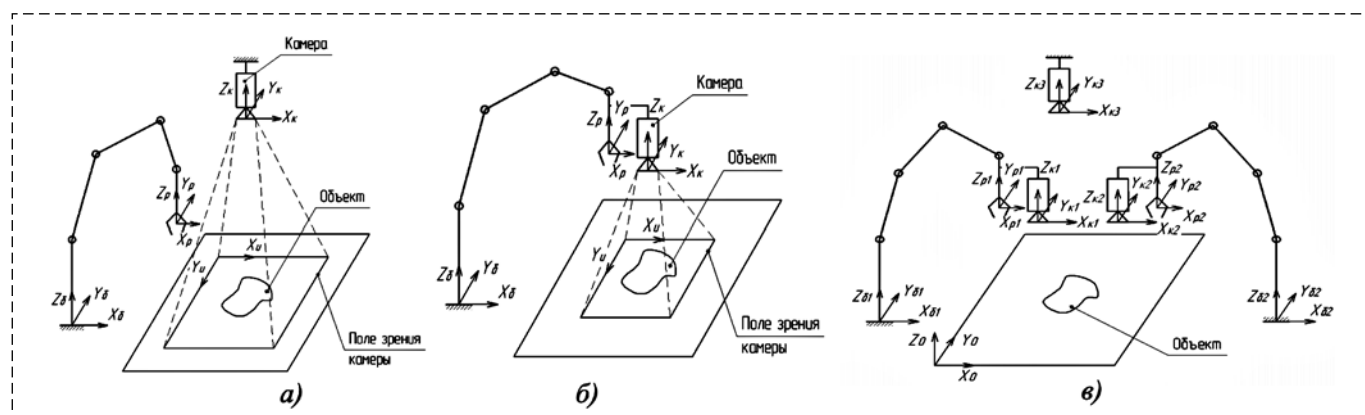


Рис. 1. Типовые схемы размещения видеосенсоров

Fig. 1. Typical videosensor placement schemes

звене робота. Измерения проводятся в виртуальной системе координат $X_{и}Y_{и}Z_{и}$ в пикселях. Затем осуществляется переход в систему координат $X_kY_kZ_k$ с помощью матрицы $A_{ки}$ и далее в базовую систему координат. В отличие от неподвижного закрепления в данном случае камера крепится к концевому звену робота, а это означает, что на точность измерений будет сказываться точность робота.

Третьим способом является комбинированный способ размещения камер (рис. 1, в). Такую схему выгодно применять для робототехнического комплекса с несколькими роботами. Неподвижная камера может приблизительно определить положение объекта в рабочей области. Далее эта информация передается в систему управления того робота, который будет работать с этим объектом. Данная схема обладает повышенной надежностью, поскольку определение координат выполняется двумя камерами.

Проведя анализ схем размещения СТЗ в составе роботизированных технологических комплексов (РТК), можно прийти к выводу, что для РТК лазерной сварки наиболее подходящей схемой размещения является крепление СТЗ на концевом звене ПР (рис. 1, б). Это обусловлено требованием к ширине поля зрения камеры. Исходя из специфики лазерной сварки для обеспечения высокой разрешающей способности СТЗ необходимо размещать видеосенсор достаточно близко к месту сварки — на концевом звене ПР. В то же время ввиду отсутствия других движущихся объектов в зоне сварки, которые могли бы перекрывать обзор, наличие дополнительных видеосенсоров, как в случае с комбинированным размещением, не требуется.

Преобразование координат в СТЗ РТК лазерной сварки

Рассмотрим задачу преобразования координат на примере оригинального устройства, разработанного авторами, для размещения лазерной сварочной головки, камеры СТЗ и лазерных подсветов на фланце робота (рис. 2).

На рис. 2 обозначено: СКИ — система координат изображения; СКК — система координат камеры; СКР — система координат выходного звена робота.

Принцип работы СТЗ следующий: камера 1, расположенная в защитном чехле 2, крепится на установочную пластину 3, которая, в свою

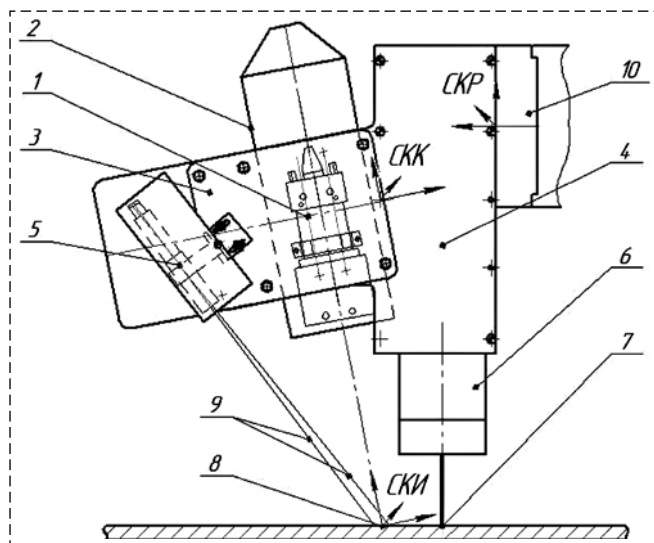


Рис. 2. Схема размещения элементов СТЗ на концевом звене робота

Fig. 2. The placement scheme of the elements of the CVS on the robot end link

очередь, крепится на корпус 4 устройства. Базирование пластины 3 к корпусу выполняется штифтами с высокой точностью. Технологическую операцию лазерной сварки непосредственно выполняет лазерная головка 6. Само устройство крепления располагается на концевом звене робота 10.

Измерение координат сварочного стыка происходит на небольшом расстоянии примерно 30 мм от места сварки 7. Для этого камера 2 располагается под углом к сварочной головке. Данное расстояние получено экспериментально, при нем обеспечивается надежная работа СТЗ.

Генераторы линии подсветки 5 проецируют на поле зрения 8 видеосенсора СТЗ лазерные лучи 9. На основе информации от видеосенсора и с учетом относительного расположения устройств генерации подсвета и камеры происходит вычисление трехмерных координат сварочного стыка методом триангуляции.

Триангуляционный метод измерения основан на расчете расстояния до объекта через соотношения треугольников. Исходя из известных данных — расстояния между генератором линии подсветки и видеосенсором, а также угла наклона генератора линии подсветки и информации с фотоматрицы видеосенсора происходит определение трехмерных координат точки пересечения сварочного стыка с линией подсвета.

Размер поля зрения камеры устанавливается таким образом, чтобы обеспечить требуемую разрешающую способность матрицы. Проведенные расчеты показывают, что для обеспече-

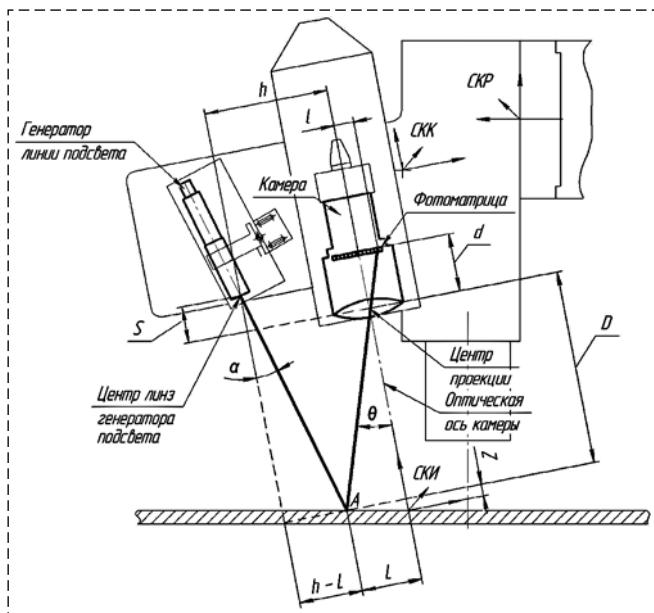


Рис. 3. Схема измерения трехмерных координат методом триангуляции

Fig. 3. The scheme of measuring three-dimensional coordinates by the method of triangulation

ния точности, требуемой для лазерной сварки, на каждый пиксель фотоматрицы должно приходиться около 30 мкм объекта. При разрешении камеры 1024×1024 пикселя добиться данного результата можно при размере поля зрения камеры 25×25 мм. Все измерения ведутся в СКИ. Схема измерения координат представлена на рис. 3.

Известными данными, определяемыми из конструкции устройства крепления, являются расстояния $S = 37,5$ мм и $h = 124$ мм между точкой фокуса камеры и центром линзы устройства генерации линии подсвета, а также угол наклона $\alpha = 27^\circ$ устройства генерации линий подсвета относительно оптической оси камеры.

Из технической документации или эмпирически определяется фокусное расстояние d камеры. Рассчитанное в результате проведения эксперимента расстояние d равно 4,46 мм.

Также в процессе работы СТЗ становятся известны пиксельные координаты (x, y) проекции отражения точки A на фотоматрицу камеры. Для упрощения рассмотрим определение лишь одной координаты точки A по оси X системы координат изображения. Вторая координата ищется аналогичным способом.

Пусть пиксельные координаты (x, y) измеряемой точки A равны $(400, 0)$. Определим длину l по формуле:

$$l = (x - u_0)l_{\pi},$$

где $u_0 = (0, 0)$ — координата главной точки; l_{π} — длина одного пикселя (мкм).

Для используемой в данной системе камеры Optronis CL600x2 $l_{\pi} = 14$ мкм. Тогда

$$l = (x - u_0)l_{\pi} = (400 - 0) \cdot 14 = 5600 \text{ мкм} = 5,6 \text{ мм}.$$

Зная длину l и фокусное расстояние видеосенсора d , определим тангенс угла θ :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{l}{d} = \frac{L}{D} = \frac{0,04}{4,46} = 0,009.$$

Дополнив формулу тангенса угла θ уравнением, выражающим тангенс угла α , получим систему уравнений с двумя неизвестными — D и L :

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = \frac{h - L}{D + S}; \\ \operatorname{tg} \theta = \frac{l}{d} = \frac{L}{D}. \end{cases}$$

Решением системы уравнений станут величины D и L , выраженные как:

$$D = \frac{h - S \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \theta} = \frac{124,05 - 37,48 \cdot 0,51}{0,51 + 0,009} = 209 \text{ мм};$$

$$L = D \operatorname{tg} \theta = 209 \cdot 0,009 = 1,86 \text{ мм}.$$

Теперь для определения координаты точки сварочного стыка в системе координат изображения переведем величины D и L в требуемую систему координат по формулам

$$Z = D - Z_s = 209 - 208,6 = 0,4 \text{ мм};$$

$$X = L - X_s = 1,86 - 0 = 1,86 \text{ мм},$$

где Z и X — координаты искомой точки в системе координат изображения; $Z_s = 208,6$ мм и $X_s = 0$ мм — координаты центра проекций видеосенсора в системе координат изображения.

Отметим, что наличие в СТЗ двух источников подсвета обусловлено необходимостью заранее определять изменение конфигурации стыка при сварки деталей со сложными контурами. В таких случаях линия подсвета, располагающаяся дальше от точки сварки, выполняет функцию детектора — если линия подсвета не попадает на стык, это сигнализирует о резком изменении контура детали в данном месте. Тогда ближняя линия подсвета выполняет определение координат стыка, который все еще находится в рабочей зоне подсвета, а дальняя линия наводится на стык с помощью робота.

Как было оговорено выше, измерение координат стыка происходит с помощью видеосенсора непосредственно в системе координат изображения. При этом очевидно, что для работы системы адаптивного управления необходимо иметь информацию о положении стыка в базовой системе координат робота. Следовательно, необходимо перевести координаты, полученные с помощью СТЗ, в базовую систему координат.

Разработчики оборудования на основе ПРС СТЗ часто выполняют преобразования координат по упрощенной методике, не затрагивая вопросы внешней и внутренней калибровок камеры. При этом значительно увеличивается погрешность позиционирования, которая может достигать ± 1 мм. Это недопустимо при высоких требованиях к точности перемещения концевой звена робота, что характерно для лазерной сварки [4].

Для решения задачи преобразования координат необходимо найти однородную матрицу преобразования $A_{БИ}$ из системы координат изображения в базовую систему координат, которая будет использоваться в системе управления роботом.

$$A_{БИ} = A_{БР} A_{РК} A_{КИ},$$

где $A_{КИ}$ — матрица преобразования из системы координат изображения в систему координат камеры; $A_{РК}$ — матрица преобразования из системы координат камеры в систему координат выходного звена робота; $A_{БР}$ — матрица преобразования из системы координат выходного звена робота в базовую систему координат.

Матрица $A_{БР}$ зависит от положения робота в пространстве и определяется решением прямой кинематической задачи. Для определения матриц $A_{РК}$ и $A_{КИ}$ используются процедуры внешней и внутренней калибровок соответственно. Данные процедуры составляют общую процедуру калибровки СТЗ в составе ПРС.

Существует несколько алгоритмов общей калибровки камеры СТЗ в составе ПРС, которая включает определение $A_{РК}$ и $A_{КИ}$:

- классический метод Цая;
- метод Жанга;
- метод автокалибровки.

Сущность классического алгоритма, предложенного Р. Ю. Цаем [5], заключается в последовательном определении внутренних и внеш-

них параметров камеры. Математическая модель для реализации алгоритма Цая имеет следующие параметры для оценки:

- f — фокусное расстояние камеры;
- k — коэффициент радиальных искажений линз;
- C_x, C_y — координаты центра радиальных искажений линз;
- s — масштабный коэффициент для учета любых неопределенностей, возникших вследствие несовершенства аппаратного обеспечения.

На первом этапе определяются масштабный коэффициент s и элементы матрицы $A_{КИ}$: матрица поворота и две первые компоненты вектора смещения $t = [t_x, t_y, t_z]^T$. Также на данном этапе оценивается фокусное расстояние f и компонента вектора смещения t_z . Это достигается решением системы линейных уравнений, которые включают в себя координаты точек на калибровочном шаблоне как на изображении, так и точек на реальном объекте.

Второй этап включает в себя поиск минимума рассогласований реальных и измеренных координат точек калибровочного шаблона. Он используется для определения коэффициента дисторсии k , координат центра радиальных искажений линз и корректив f и t_z .

Алгоритм калибровки Цая является весьма эффективным и точным. Также его достоинством является отсутствие необходимости в априорных параметрах калибровки при начальном приближении. Данный метод имеет широкое распространение, так как подходит для компланарных и некомпланарных точек.

Решение, как правило, используется для калибровки с одним ракурсом, но также может применяться и для многоракурсной калибровки. Для этого плоскую модель передвигают на разные уровни по оси Z для калибровки множества изображений.

К недостаткам алгоритма калибровки Цая можно отнести невозможность распознавания асимметрии или отсутствия ортогональности проекции, учет только радиальных искажений.

Проблемы в реализации алгоритма Цая в большинстве случаев возникают на ранних этапах. Основной из них является обеспечение высокой точности изготовления и измерения калибровочного шаблона, а также нахождения точек калибровки и центра изображения. Именно данные погрешности являются основным источником неточностей, влияющих на процесс калибровки.

Алгоритм калибровки камеры, предложенный Жангом [6], получил название "гибкого" метода. Он основан на извлечении координат вершин квадратов шахматной доски для вычисления проекции преобразования между точками изображения на разных снимках.

Основные этапы алгоритма калибровки методом Жанга:

- 1) получение изображения калибровочного шаблона в различных положениях объекта относительно камеры СТЗ ПР;
- 2) обнаружение вершин квадратов на изображениях;
- 3) оценка пяти внутренних параметров и всех внешних параметров с использованием решения в аналитическом виде.

Достоинством метода Жанга является простота реализации. В отличие от классического метода здесь не требуется дорогостоящее оборудование с двумя или тремя ортогональными плоскостями, выполненными с высокой точностью. Относительное движение камеры и калибровочного поля может быть заранее не известно.

Однако качество калибровки методом Жанга несколько ниже, чем у классического метода калибровки Цая. Это вызвано влиянием ошибки печати калибровочного поля.

Еще одним методом является автокалибровка, впервые предложенная Мэйнибанком и Фаугерасом [7]. Ее суть заключается в получении калибровочных данных непосредственно по изображениям, причем на сцене не требуется присутствие специальных калибровочных объектов.

Этот метод применяется для камеры, закрепленной на концевом звене робота. Камера движется относительно технологического объекта и снимает три изображения объекта с разных позиций.

При наличии изображений с одной и той же камеры с фиксированными внутренними па-

раметрами соответствий между тремя изображениями достаточно для получения значений параметров камеры, которые позволяют провести ее автокалибровку [7].

Автокалибровка включает следующие шаги:

1. Поиск характерных точек на всех изображениях, которые наиболее точно характеризуют объект (угловые точки, центры тяжести и т. п.).
2. Поиск соответствий между изображениями. В результате на каждом изображении находится набор пикселей, которые соответствуют одним и тем же трехмерным точкам сцены.
3. На основе данных о точечных соответствиях проводится одновременный поиск параметров калибровки и трехмерных координат этих особых точек в сцене.

Автокалибровка показывает хорошие результаты, если объект имеет благоприятные для распознавания характерные точки, расположенные на всей поверхности изображения, а сами изображения получены при постоянных внешних параметрах.

Бесспорным плюсом данного метода является то, что калибровка может быть проведена в полностью автоматическом режиме.

Однако хотя этот метод является достаточно гибким, он имеет существенный недостаток — большую вычислительную сложность и большое время, которое для этого затрачивается.

Также недостатком является необходимость доступа к исходным, необработанным данным камеры, что возможно осуществить не на всех устройствах.

В результате анализа существующих методов калибровки видеокамер были выявлены достоинства и недостатки рассмотренных алгоритмов, представленные в табл. 2.

Исходя из вышесказанного было принято решение для калибровки СТЗ в составе ПР для лазерной сварки взять за основу классиче-

Таблица 2
Table 2

Сравнительный анализ методов калибровки
Comparative analysis of calibration methods

Метод	Точность калибровки	Вычислительная сложность	Особенности
Метод Цая	Высокая	Низкая	Необходим калибровочный шаблон, изготовленный с высокой точностью
Метод Жанга	Низкая	Средняя	Простота реализации, более высокая надежность по отношению к автокалибровке
Автокалибровка	Средняя	Высокая	Возможность проведения калибровки в автоматическом режиме, требуется доступ к "сырым" данным с камеры

ский алгоритм калибровки Цая. Данный выбор обуславливается высокими требованиями по точности измерения трехмерных координат сварочного стыка с помощью видеосенсора. Один из главных недостатков метода Цая — требование наличия калибровочного шаблона, выполненного с высокой точностью, — не является критичным в условиях промышленного производства. Также выбранный метод обладает меньшей вычислительной сложностью, чем метод автокалибровки, и не предъявляет специфических требований к камерам.

Алгоритм калибровки на основе метода Цая будет иметь следующий вид:

- проведение внутренней калибровки для нахождения матрицы $A_{ки}$;
- корректировка линейных отклонений и дисторсии;
- проведение внешней калибровки для нахождения матрицы $A_{рк}$.

Данный алгоритм калибровки позволяет с помощью СТЗ добиться точности определения координат сварочного стыка, необходимой для технологической операции лазерной сварки.

Заключение

Как было показано выше, лазерная сварка является перспективной альтернативой традиционным методам, но требует решения ряда специфических задач. В ходе работы авторами была разработана методика преобразования координат, в том числе была рассмотрена наиболее подходящая схема размещения СТЗ на промышленном роботе для лазерной сварки, была разработана методика определения координат сварочного стыка с помощью метода триангуляции, был проведен сравнительный анализ методов калибровки видеосенсоров СТЗ и предложен авторский метод калибровки на основе метода Цая. Также стоит отметить, что рассмотренные в статье методы имеют практическую ценность не только для СТЗ в составе РТК для лазерной сварки, но и могут быть применены для других технологических операций, выполняемых с помощью ПР и СТЗ.

Список литературы

1. Подураев Ю. В., Илюхин Ю. В., Яковлев С. Ф., Возжинский А. В. Основные аспекты создания отечественных

робототехнических комплексов лазерной сварки с адаптивной системой управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 11. С. 18—22.

2. Зарубин С. Г., Николаев П. М., Илюхин Ю. В., Подураев Ю. В., Поливанов А. Ю. Роботизированный технологический комплекс для прецизионной плазменной резки, плазменного упрочнения поверхности и нанесения защитных покрытий // Технология машиностроения. 2013. № 9. С. 48—53.

3. Подураев Ю. В., Илюхин Ю. В., Яковлев С. Ф., Возжинский А. В. Перспективы развития отечественных робототехнических комплексов лазерной сварки // Технология машиностроения. 2012. № 1. С. 32—35.

4. Поезжаева Е. В., Сергеев А. А., Мисюров М. Н. Разработка концепции адаптивного отслеживания шва в реальном времени для роботизированной сварки // Молодой ученый. 2015. № 16. С. 214—218.

5. Tsai R. Y. A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3d Machine Vision Metrology Using Off-The-Shelf TV Cameras and Lenses / R. Y. Tsai // IEEE Journal on Robotics and Automation. 1987. Vol. 3(4). P. 323—344.

6. Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration. IEEE Trans. on PAMI, Vol. 22(11), 2000, pp. 1330—1334.

7. Maybank S. J., Faugeras O. D. A theory of self-calibration of a moving camera. International Journal of Computer Vision, 1992, 8(2):123—151.

8. Илюхин Ю. В. Реализация мехатронного подхода при построении систем компьютерного управления комплексов лазерной и плазменной резки // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 10. С. 25—50.

9. Заруднев А. С., Илюхин Ю. В. Повышение производительности лазерных комплексов на основе прогноза контурной ошибки // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 9. С. 52—56.

10. Faig W. Calibration of Close-Range Photogrammetry Systems: Mathematical Formulation, Photogrammetric Eng. and Remote Sensing, vol. 41, no. 12, pp. 1479—1486, 1975.

11. Sturm S., Maybank S. J. On Plane-Based Camera Calibration: A General Algorithm Singularities Applications, Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition, pp. 432—437, 1999.

12. Клевалин В. А., Поливанов А. Ю. Цифровые методы распознавания в системах технического зрения промышленных роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 5. С. 56.

13. Клевалин В. А., Поливанов А. Ю. Системы технического зрения в промышленной робототехнике // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 9. С. 26—36.

14. Поливанов А. Ю., Шатунов К. В. Адаптивное управление роботом KUKA KR-16 с использованием системы технического зрения // Электротехнические комплексы и системы управления. 2012. № 3. С. 60—64.

15. Клевалин В. А., Поливанов А. Ю., Шатунов К. В. Повышение точности систем технического зрения промышленных роботов за счет калибровки приемника изображения // Вестник МГТУ СТАНКИН. 2013. № 1(24). С. 34—38.

The Method of the Computer Vision System Coordinate Transformation for an Industrial Robot for a Laser Welding Operation

A. Y. Polivanov, shpoliv@mail.ru, Y. V. Ivanov, yuriivanov.ieos@mail.ru, D. V. Kholin, dimaxtail@mail.ru,
Moscow State Technical University "STANKIN", Moscow, 127055, Russian Federation

Corresponding author: Polivanov Aleksandr Y., Ph.D., Moscow State Technical University "STANKIN",
Moscow, 127055, Russian Federation, e-mail: dp940@mail.ru

Accepted on October 02, 2019

Abstract

In this article, the authors consider the problem of coordinate transformation in computer vision systems (CVS) of robotic system (RS) for laser welding. Laser welding is a highly efficient technological operation in many respects superior to common types of welding due to the high concentration of energy at the welding point. However, laser welding has a number of requirements, including a high requirement for the accuracy of positioning the laser head relative to the welding joint. Adaptive control systems based on CVS allow to provide the required accuracy. The main task of CVS is to determine the three-dimensional coordinates of the welding joint using a video sensor, convert the received coordinates into a coordinate system in which the RS is controlled, and the converted coordinates are transferred to the control system. Note, the accuracy and determination of coordinates are important factors. To accomplish this task, it is necessary to consider the coordinate transformation as a set of actions performed taking into account the specifics of using CVS as part of an RS for laser welding. For this purpose, the article analyzes typical schemes for placing CVS on industrial robots and proposes the most suitable configuration for laser welding. A methodology was also developed for measuring the three-dimensional coordinates of the welding joint using the triangulation method. The authors carried out a comparative analysis of the main existing methods for calibrating CVS video sensors and proposed an original method for calibrating videosensors taking into account the specifics of the functioning of the RS for laser welding. As a result, the article presents the rationale for the need to consider coordinate conversion to CVS as part of an RS for laser welding, as well as a set of methods that allows to perform conversions from a virtual coordinate system of a video sensor to a coordinate system of a robot, which allows direct control based on CVS data. In conclusion, the authors give a method for calibrating a video sensor, which allows achieving the requirements specified in the article for the accuracy of determining the coordinates of the welding joint.

Keywords: robotic vision system, coordinate transformation, camera calibration, laser welding, robotic system, triangulation, Tsai calibration technique, videosensors

For citation:

Polivanov A. Y., Ivanov Y. V., Kholin D. V. The Method of the Computer Vision System Coordinate Transformation for an Industrial Robot for a Laser Welding Operation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 3, pp. 166–173.

DOI: 10.17587/mau.21.166-173

References

1. Poduraev Y. V., Ilukhin Y. V., Yakovlev S. F., Vozhinskiy A. V. The main aspects of the creation of domestic robotic laser welding systems with an adaptive control system, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, vol. 11, pp. 18–22.
2. Zarubin S. G., Nicholaev P. M., Ilukhin Y. V., Poduraev Y. V., Polivanov A. Y. Robotic technological complex for precision plasma cutting, plasma hardening of the surface and applying protective coatings, *Engineering Technology*, 2013, vol. 9, pp. 48–53 (in Russian).
3. Poduraev Y. V., Ilukhin Y. V., Yakovlev S. F., Vozhinskiy A. V. Prospects for the development of domestic robotic laser welding systems, *Engineering Technology*, 2012, vol. 1, pp. 32–35.
4. Poezhaeva E. V., Sergeev A. A., Misurov M. N. Development of the concept of adaptive seam tracking in real time for robotic welding, *Young Scientist*, 2015, vol. 16, pp. 214–218 (in Russian).
5. Tsai R. Y. A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3d Machine Vision Metrology Using Off-The-Shelf TV Cameras and Lenses / R. Y. Tsai, *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1987, vol. 3(4), pp. 323–344.
6. Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration, *IEEE Trans. on PAMI*, 2000, vol. 22(11), pp. 1330–1334.
7. Maybank S. J., Faugeras O. D. A theory of self-calibration of a moving camera, *International Journal of Computer Vision*, 1992, vol. 8(2), pp. 123–151.
8. Ilukhin Y. V. Implementation of the mechatronic approach in the construction of computer control systems for laser and plasma cutting systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2005, vol. 10, pp. 25–50 (in Russian).
9. Zarudnev A. S., Ilukhin Y. V. Improving the performance of laser systems based on the prediction of contour error, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2010, vol. 9, pp. 52–56 (in Russian).
10. Faig W. Calibration of Close-Range Photogrammetry Systems: Mathematical Formulation, *Photogrammetric Eng. and Remote Sensing*, 1975, vol. 41, no. 12, pp. 1479–1486.
11. Sturm S., Maybank S. J. On Plane-Based Camera Calibration: A General Algorithm Singularities Applications, *Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition*, 1999, pp. 432–437.
12. Klevalin V. A., Polivanov A. Y. Digital recognition methods in vision systems of industrial robots, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2008, vol. 5, pp. 56 (in Russian).
13. Klevalin V. A., Polivanov A. Y. Vision systems in industrial robotics, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2010, vol. 9, pp. 26–36 (in Russian).
14. Polivanov A. Y., Shatunov K. V. Adaptive robot control KUKA KR-16 using a vision system, *Electrical Complexes and Control Systems*, 2012, vol. 3, pp. 60–64 (in Russian).
15. Klevalin V. A., Polivanov A. Y., Shatunov K. V. Improving the accuracy of vision systems of industrial robots by calibrating the image receiver, *Vestnik MGTU STANKIN*, 2013, vol. 1(24), pp. 34–38 (in Russian).

М. В. Левский, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., levskii1966@mail.ru,
Научно-исследовательский институт космических систем имени А. А. Максимова —
филиал ГНПЦ им. М. В. Хруничева

Аналитическое решение задачи оптимального управления разворотом космического аппарата с минимальной энергией вращения

Решается динамическая задача оптимального разворота из произвольного начального углового положения в заданное конечное угловое положение с ограниченным управлением, минимизирующим кинетическую энергию вращения космического аппарата (КА). Время окончания маневра известно. Для нахождения оптимальной программы управления применяется квадратичный критерий качества. Использование интегрального показателя оптимальности в специальном виде относительно угловой скорости позволило аналитическим путем решить поставленную задачу. Закон управления записан в явном виде. Построение оптимального управления основано на кватернионных переменных и моделях. Показано, что во время оптимального разворота управляющий момент параллелен прямой, которая неподвижна в инерциальном пространстве, а направление кинетического момента КА в процессе пространственного разворота остается постоянным относительно инерциальной системы координат. Подробно исследован особый режим управления, и сформулированы условия невозможности возникновения такого режима. Доказано, что в особом режиме управления, если он существует, КА вращается по инерции. Представлены формализованные уравнения и расчетные выражения для определения оптимальной программы разворота и длительности разгона и торможения. Также приведена зависимость управляющих переменных от фазовых координат. Предложенный алгоритм управления позволяет осуществить переориентацию КА с минимальной кинетической энергией вращения на фиксированном интервале времени. Даны аналитические выражения для нахождения временных характеристик маневра переориентации и сформулировано условие для определения момента начала торможения, основанное на фактических кинематических параметрах движения, исходя из принципов терминального управления, что обеспечивает высокую точность ориентации. Для динамически симметрического КА приведено полное решение задачи оптимального управления: получены зависимости как явные функции времени для управляющих переменных и соотношения для расчета основных параметров закона управления поворотным маневром. Даны численный пример и результаты математического моделирования пространственного движения КА при оптимальном управлении, которые демонстрируют практическую реализуемость разработанного метода управления ориентацией КА. Наличие готовых формул для синтеза оптимальной программы разворота делает выполненное исследование практически значимым и пригодным для непосредственного применения в практике космических полетов.

Ключевые слова: космический аппарат, ориентация, кватернион, энергия вращения, принцип максимума, управляющая функция, краевая задача

Введение

Исследуется задача оптимального управления переориентацией космического аппарата (КА) из произвольного начального положения покоя в заданное конечное положение покоя. Минимизируется максимальная кинетическая энергия вращения на фиксированном интервале времени. Решение поставленной задачи основано на кватернионном уравнении, связывающем кватернион ориентации КА с угловой скоростью [1]. Управлением считается силовой момент. Для формулирования условий оптимальности в аналитическом виде используется интегральный функционал качества, который позволил применить принцип максимума для

построения оптимальной программы управления.

К проблеме оптимизации управляемых движений твердого тела (и в частности КА) исследователи обращались неоднократно [1–11]. Многие авторы отмечают [2, 3], что аналитическое решение задачи оптимального разворота в замкнутой форме, если бы оно было найдено, имело бы большой практический интерес, так как позволяет применять на борту КА готовые законы программного управления и изменения оптимальной траектории движения КА. Для осесимметричного КА некоторые решения известны [4–6] (причем в работе [6] дано лишь численное решение краевой задачи принципа максимума путем замены перемен-

ных и сведением ее к краевой задаче разворота сферически-симметричного тела). Однако аналитическое решение задачи пространственного разворота для КА с произвольным распределением масс при произвольных граничных условиях по угловому положению КА не найдено; известны лишь некоторые особые случаи решения задачи разворота (см., например, [1, 7]). Управление КА с помощью гиродинов имеет свои особенности [12, 13]. Разработка экономичных алгоритмов управления ориентацией КА остается актуальной и сегодня. Минимизация энергии вращения в процессе разворота снижает энергетические затраты, а также повышает безопасность космических полетов, поскольку делает минимальным время остановки вращения КА в случае необходимости (например, в нештатных ситуациях, когда требуется экстренно прекратить маневр и стабилизировать КА). Оптимизация способа переориентации (в смысле расхода энергии) повышает эффективность использования КА.

Решение поставленной задачи получено за счет минимизации интеграла энергии вращения. Используются необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума, а применение кватернионов значительно упрощает расчетные процедуры и уменьшает вычислительные затраты алгоритма управления, делая его более пригодным для бортовой реализации. Математические построения, описывающие изменение управляющих функций и поведение КА во время оптимального разворота, основаны на универсальных переменных [8].

Уравнения движения и постановка задачи оптимального управления

Полагаем, что управление угловым положением КА осуществляется посредством исполнительных механизмов, создающих вращающие моменты относительно всех трех главных центральных осей инерции КА. Угловое движение КА как твердого тела описывается динамическими уравнениями Эйлера [1]

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 + (J_3 - J_2) \omega_2 \omega_3 &= M_1; \\ J_2 \dot{\omega}_2 + (J_1 - J_3) \omega_1 \omega_3 &= M_2; \\ J_3 \dot{\omega}_3 + (J_2 - J_1) \omega_1 \omega_2 &= M_3 \end{aligned} \quad (1)$$

и кинематическим уравнением, записанным в кватернионной форме [1]

$$2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega, \quad (2)$$

где J_i — главные центральные моменты инерции КА; ω_i — проекции вектора ω абсолютной угловой скорости КА на оси связанного базиса $E_{КА}$, образованного главными центральными осями эллипсоида инерции КА; M_i — проекции главного момента M сил на оси связанного базиса $E_{КА}$ ($i = \overline{1, 3}$); Λ — кватернион [1], задающий движение связанного базиса $E_{КА}$ относительно инерциального базиса I . Считается, что область допустимых управлений M описывается условием [5]

$$\frac{M_1^2}{J_1} + \frac{M_2^2}{J_2} + \frac{M_3^2}{J_3} \leq u_0^2. \quad (3)$$

Практическое значение имеют задачи, когда разворот выполняется из положения покоя в положение покоя относительно опорного базиса I (и угловые скорости в начальный и конечный моменты времени равны нулю, так как базис I не вращается). Поэтому уравнения (1), (2) имеют следующие краевые условия:

$$\Lambda(0) = \Lambda_n, \quad \omega(0) = 0; \quad (4)$$

$$\Lambda(T) = \Lambda_k, \quad \omega(T) = 0, \quad (5)$$

где T — время окончания маневра переориентации. Кватернионы Λ_n и Λ_k имеют произвольные наперед заданные значения, для которых $\Lambda_k \neq \pm \Lambda_n$ и $\|\Lambda_n\| = \|\Lambda_k\| = 1$ (кватернион Λ принят нормированным [1] для удобства). В практике космических полетов актуальной является минимизация величины

$$\max_{0 \leq t \leq T} (J_1 \omega_1^2 + J_2 \omega_2^2 + J_3 \omega_3^2). \quad (6)$$

Для возможности решения задачи разворота с минимальным значением (6) (минимальной кинетической энергией вращения в течение маневра) с помощью принципа максимума [14] введем интеграл

$$G = \int_0^T (J_1 \omega_1^2 + J_2 \omega_2^2 + J_3 \omega_3^2) dt. \quad (7)$$

Задачу оптимального управления сформулируем следующим образом: КА необходимо перевести из состояния (4) в состояние (5) в соответствии с уравнениями (1), (2) и ограничением (3) с минимальным значением функционала (7). Время T окончания маневра переориентации КА фиксировано. Решение $M(t)$ ищется в классе кусочно-непрерывных функций. Нахож-

дение оптимального способа переориентации КА с минимальным расходом энергии весьма актуально. Необходимо отметить, что для некоторых сочетаний значений Λ_n , Λ_k , J_1 , J_2 , J_3 , u_0 и T разворот в рамках задачи (1)–(5), (7) может оказаться не осуществим, поскольку время управления T задано. Однако для оптимального по критерию (7) управления, ограниченно-го условием (3), имеем максимально широкий диапазон допустимых значений времени T .

Задача (1)–(5), (7) относится к динамической задаче оптимального разворота [1], в которой управляющими функциями являются моменты M_i ($i = \overline{1, 3}$), и может быть решена с использованием принципа максимума Л. С. Понтрягина [14]. Наличие фазового ограничения $\|\Lambda\| = 1$ несущественно, так как оно всегда выполняется (при любых движениях КА вокруг центра масс). Одним из свойств уравнения (2) является постоянство нормы $\|\Lambda\|$ кватерниона Λ ($\|\Lambda\| = \text{const}$). Поскольку $\|\Lambda(0)\| = \|\Lambda_n\| = 1$, то $\|\Lambda(t)\| = 1$ в любой момент времени $t \in [0, T]$. В отличие от работы [9], где рассмотрена задача максимального быстродействия, в данной работе время разворота фиксировано, и минимизируемый функционал включает фазовые переменные, а не управляющие функции.

Математическая формулировка условий оптимальности

В соответствии с принципом максимума [14] введем сопряженные переменные φ_i , соответствующие угловым скоростям ω_i . Критерий оптимальности не содержит позиционных координат, поэтому будем использовать универсальные переменные r_i ($i = \overline{1, 3}$) [8], заменяющие сопряженные переменные ψ_j , которые соответствуют компонентам λ_j кватерниона Λ ($j = \overline{0, 3}$). Запишем гамильтониан задачи оптимального управления (1)–(5), (7) [8]:

$$\begin{aligned} H = & -(J_1\omega_1^2 + J_2\omega_2^2 + J_3\omega_3^2) + \\ & + \varphi_1(M_1 + (J_2 - J_3)\omega_2\omega_3)/J_1 + \\ & + \varphi_2(M_2 + (J_3 - J_1)\omega_1\omega_3)/J_2 + \\ & + \varphi_3(M_3 + (J_1 - J_2)\omega_1\omega_2)/J_3 + \omega_1r_1 + \omega_2r_2 + \omega_3r_3. \end{aligned} \quad (8)$$

Оптимальные функции r_i как компоненты вектора $\mathbf{r}$ удовлетворяют уравнениям

$$\dot{r}_1 = \omega_3r_2 - \omega_2r_3, \quad \dot{r}_2 = \omega_1r_3 - \omega_3r_1, \quad \dot{r}_3 = \omega_2r_1 - \omega_1r_2. \quad (9)$$

Уравнения для сопряженных функций φ_i имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= 2J_1\omega_1 - \omega_3n_2\varphi_2 - \omega_2n_3\varphi_3 - r_1; \\ \dot{\varphi}_2 &= 2J_2\omega_2 - \omega_3n_1\varphi_1 - \omega_1n_3\varphi_3 - r_2; \\ \dot{\varphi}_3 &= 2J_3\omega_3 - \omega_2n_1\varphi_1 - \omega_1n_2\varphi_2 - r_3, \end{aligned} \quad (10)$$

где $n_1 = (J_2 - J_3)/J_1$, $n_2 = (J_3 - J_1)/J_2$, $n_3 = (J_1 - J_2)/J_3$.

Гамильтониан H составлен без учета ограничения $\|\Lambda\| = 1$ для фазовых переменных в силу равенства $\|\Lambda(0)\| = 1$, о чем договорились выше. Вектор $\mathbf{r}$ неподвижен относительно инерциального базиса $\mathbf{I}$, из-за чего $|\mathbf{r}| = \text{const} \neq 0$. Решение $\mathbf{r}(t)$ системы (9) определяется начальным Λ_n и конечным Λ_k положениями КА. Оптимальная функция $\mathbf{r}(t)$ вычисляется через кватернион $\Lambda(t)$ [1, 8]:

$$\mathbf{r} = \tilde{\Lambda} \circ \mathbf{c}_E \circ \Lambda, \quad \text{где } \mathbf{c}_E = \Lambda_n \circ \mathbf{r}(0) \circ \tilde{\Lambda}_n = \text{const}$$

(составляющие вектора $\mathbf{c}_E$ — проекции вектора $\mathbf{r}$ на оси инерциального базиса $\mathbf{I}$). Система уравнений (9), (10) совместно с требованием максимальной гамильтониана H задает необходимые условия оптимальности. Условия максимума функции H определяют искомое решение $\mathbf{M}(t)$; граничные условия по положению (для $\Lambda(0)$ и $\Lambda(T)$) определяют решения $\Lambda(t)$, $\omega(t)$ и $\mathbf{r}(t)$.

Для нахождения максимума гамильтониана запишем функцию H в виде

$$H = M_1\varphi_1/J_1 + M_2\varphi_2/J_2 + M_3\varphi_3/J_3 + H_{inv},$$

где H_{inv} не зависит явно от управляющих функций M_i . Пусть $\boldsymbol{\varphi} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ — вектор сопряженных переменных φ_i . Нетрудно видеть, что в случае $\boldsymbol{\varphi} \neq 0$ максимум функции H для управлений $M_i(t)$ при ограничении (3) достигается, если

$$M_i = \frac{u_0\varphi_i}{\sqrt{\varphi_1^2/J_1 + \varphi_2^2/J_2 + \varphi_3^2/J_3}} \quad (11)$$

(случай $\boldsymbol{\varphi} = 0$, при котором гамильтониан не зависит явным образом от управления $\mathbf{M}$, требует отдельного рассмотрения). Ниже будет доказано, что $\mathbf{M} = 0$, если $\boldsymbol{\varphi} = 0$ (и $\boldsymbol{\varphi} = 0$). Оптимальное решение определяется замкнутой системой уравнений (1), (2), (9)–(11) с учетом требований (4), (5). Системе (1), (9)–(11) удовлетворяют функции φ_i , пропорциональные r_i . Оптимальные управляющие моменты M_i не зависят от $|\mathbf{r}|$, поэтому для удобства перейдем

к нормированному вектору $\mathbf{p} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$ и обозначим $r_0 = |\mathbf{r}| = \text{const} = |\mathbf{r}(0)| \neq 0$. Для проекций p_i орта $\mathbf{p}$ на оси связанной системы координат справедливы уравнения

$$\begin{aligned}\dot{p}_1 &= \omega_3 p_2 - \omega_2 p_3; \dot{p}_2 = \omega_1 p_3 - \omega_3 p_1; \\ \dot{p}_3 &= \omega_2 p_1 - \omega_1 p_2.\end{aligned}\quad (12)$$

Краевая задача принципа максимума заключается в определении значения $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$, при котором решение системы дифференциальных уравнений (1), (2), (10), (12) (с учетом равенств $r_i = r_0 p_i$) с одновременной максимизацией в каждый момент времени функции Гамильтона H удовлетворяет равенствам (4), (5). С учетом условий разворота $\omega(0) = \omega(T) = 0$ система уравнений (1), (9)–(11) имеет единственное решение, в котором φ_i и угловые скорости ω_i равны

$$\varphi_i = a(t) p_i, i = \overline{1, 3}; \quad (13)$$

$$\omega_i = b(t) p_i / J_i, i = \overline{1, 3}, \quad (14)$$

где $a(t)$ и $b(t)$ — скалярные функции времени, у которых $\dot{a} \leq 0$, $b(t) \geq 0$. Подставив φ_i и ω_i , вычисленные по выражениям (13), (14), в систему (10) с учетом соотношений $r_i = r_0 p_i$ получим необходимое условие оптимальности функций $a(t)$ и $b(t)$ в виде уравнения $\dot{a} = 2b(t) - r_0$. Для времен t , когда $a(t) \neq 0$, оптимальный момент $\mathbf{M}$ удовлетворяет соотношениям

$$\begin{aligned}M_i &= \frac{u_0 p_i \text{sign} a(t)}{\sqrt{p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3}}; \\ M_i &= \pm \frac{u_0 J_i \omega_i}{\sqrt{J_1 \omega_1^2 + J_2 \omega_2^2 + J_3 \omega_3^2}}\end{aligned}\quad (15)$$

(знак + соответствует раскрутке КА, знак — соответствует остановке вращения).

После дифференцирования вторых равенств (15) с учетом (1) получим

$$\begin{aligned}\dot{M}_1 &= \omega_3 M_2 - \omega_2 M_3; \dot{M}_2 = \omega_1 M_3 - \omega_3 M_1; \\ \dot{M}_3 &= \omega_2 M_1 - \omega_1 M_2; \dot{\mathbf{M}} = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M}\end{aligned}\quad (16)$$

(символ $\times$ означает векторное произведение векторов). Из (16) следует, что $|\mathbf{M}| = \text{const}$, если $a(t) \neq 0$ (т. е. на участках разгона и торможения), а значит

$$\sqrt{p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3} = C = \text{const}.$$

Из уравнений (1), (12), (14) имеем $\dot{b} = m_0 \text{sign} a(t)$, если $a(t) \neq 0$, где $m_0 = \text{const} = u_0/C$.

Если $\dot{a}(t) = 0$, то $a(t) = 0$ (в противном случае $a(t)$ не меняет знак на всем интервале управления $[0, T]$, так как $\dot{a} = 2\dot{b}$, и КА будет раскручиваться бесконечно и требование $\omega(T) = 0$ не будет выполнено). Для функции $a(t)$ имеем: $a(0) > 0$ и $\dot{a}(0) = -r_0$; $a(T/2) = 0$; $\dot{a}(t) \leq 0$; $a(T-t) = -a(t)$ и $\dot{a}(T-t) = \dot{a}(t)$; $a = 0$, если $\dot{a} = 0$. Соответственно, для $b(t)$ будет выполнено $b(0) = b(T) = 0$ и $b(T-t) = b(t)$, $\dot{b}(T-t) = -\dot{b}(t)$.

Если бы $a(0) \leq 0$, то $\dot{a} < 0$ и $a < 0$ для любого $t > 0$, из-за чего КА раскручивался бы бесконечно, нарушив условие $\omega(T) = 0$. Следовательно, всегда $a(0) > 0$ и $a(T) < 0$ (чтобы в окрестности конечного момента времени вектор $\mathbf{M}$ и кинетический момент $\mathbf{L}$ имели противоположные направления). В силу непрерывности функции $a(t)$ существует момент времени (или отрезок времени), когда $a(t) = 0$ и $\varphi = 0$.

Анализ особого режима управления и условия его существования

Пусть t_1, t_2 — моменты времени, для которых $a(t) > 0$, если $t < t_1$, и $a(t) < 0$, если $t > t_2$; $a(t_1) = a(t_2) = 0$. Рассмотрим отрезок времени $[t_1, t_2]$, на котором $a(t) = \text{const} = 0$ и $\varphi = 0$, из-за чего гамильтониан не зависит явным образом от управления $\mathbf{M}$ (такую ситуацию называют особым режимом управления), и формула (11) становится некорректной (t_1, t_2 — начало и окончание особого режима управления, когда $\varphi(t) = \text{const} = 0$). Оптимальный момент $\mathbf{M}$ в особом режиме управления определим из системы (1), (10), в которой $\varphi_i = 0$, $\dot{\varphi}_i = 0$, из-за чего $\omega_i = r_i/(2J_i)$. Подстановка последних равенств в уравнения (1) с учетом (9) дает $M_i = 0$. Таким образом, на всем отрезке времени $[0, T]$ оптимальный момент $\mathbf{M}$ определяется однозначно — по формулам (11), если $\varphi \neq 0$; а если $\varphi = 0$, то $\mathbf{M} = 0$.

На оптимальных движениях кинетический момент $\mathbf{L}$ и вектор $\mathbf{r}$ имеют одинаковое направление, которое неизменно относительно инерциального базиса $\mathbf{I}$. Соотношение кинетической энергии E и кинетического момента $\mathbf{L}$ таково:

$$\begin{aligned}E/|\mathbf{L}|^2 &= (p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3)/2 = \rho, \\ \text{так как } E(t) &= (J_1 \omega_1^2 + J_2 \omega_2^2 + J_3 \omega_3^2)/2.\end{aligned}$$

Гамильтониан H не зависит явным образом от времени, поэтому $H = \text{const}$ на всем интервале

управления [15]. На участке разгона $a(t) > 0$, $\ddot{a} = 2\dot{b} = 2m_0$ и $a(t) = m_0(t - t_1)^2$, $b = m_0t$. Подставим (13), (14) и первые равенства (15) в (8)

$$H = 2a(t)m_0\rho + 2br_0\rho - 2b^2\rho = 2\rho m_0^2 t_1^2 = \text{const}$$

(так как $\dot{a} = 0$ и $b = m_0t_1 = r_0/2$ в момент $t = t_1$), откуда $\rho = \text{const}$. При торможении (когда $a(t) < 0$) $\ddot{a} = 2\dot{b} = -2m_0$ и

$$a(t) = -m_0(t - t_2)^2,$$

$$H = -2a(t)m_0\rho + 2br_0\rho - 2b^2\rho = 2\rho m_0^2 t_1^2 = \text{const}$$

(так как $\dot{a} = 0$ и $b = r_0/2 = m_0t_1$ в момент $t = t_2$), откуда $\rho = \text{const}$.

Если $a(t) = \text{const}$, то $\dot{a}(t) = 0$, $a(t) = 0$, $b(t) = \text{const} = r_0/2$ и $\ddot{a} = 0$. Функция H равна $H = 2br_0\rho - 2b^2\rho = r_0^2\rho/2 = \text{const} = 2\rho m_0^2 t_1^2$ (так как $r_0 = 2m_0t_1$), откуда $\rho = \text{const}$. На всех трех участках (разгон, торможение, неуправляемое движение) $\rho = \text{const}$. Поскольку $E(t)$ и $\mathbf{L}(t)$ — непрерывные функции времени, то $\rho = E/|\mathbf{L}|^2$ — непрерывная функция времени. Значит, $\rho = \text{const}$ в течение всего разворота. Гамильтониан $H = \text{const} = u_0^2 t_1^2 = 2E_{\max}$, где $E_{\max}$ — максимальная энергия вращения; $E_{\max} = E(T/2)$.

На участке с особым режимом управления справедливы уравнения:

$$J_1\omega_1^2 + J_2\omega_2^2 + J_3\omega_3^2 = \text{const};$$

$$J_1^2\omega_1^2 + J_2^2\omega_2^2 + J_3^2\omega_3^2 = \text{const};$$

$$\dot{\omega}_1 = (J_2 - J_3)\omega_2\omega_3/J_1;$$

$$\dot{\omega}_2 = (J_3 - J_1)\omega_1\omega_3/J_2;$$

$$\dot{\omega}_3 = (J_1 - J_2)\omega_1\omega_2/J_3.$$

Для проверки наличия особого режима управления необходимо определить значения t_1 , t_2 в зависимости от заданного времени T . Воспользуемся зависимостью $t_1 + t_2 = T$ и интегралом пути [10]

$$S = \int_0^T \sqrt{J_1\omega_1^2 + J_2\omega_2^2 + J_3\omega_3^2} dt, \quad (17)$$

который не зависит от характера изменения функции $b(t)$, если движение КА удовлетворяет уравнениям (12), (14) [10]. Подынтегральная функция пропорциональна $b(t)$, и если особый режим управления существует, то $S = u_0t_1(T - t_1)$. Исходя из последнего уравнения находим временные характеристики маневра

$$t_p = (T - \sqrt{T^2 - 4S/u_0})/2;$$

$$t_T = (T + \sqrt{T^2 - 4S/u_0})/2;$$

$$t_{\text{св}} = \sqrt{T^2 - 4S/u_0},$$

где t_p — момент окончания разгона; t_T — момент начала торможения; $t_{\text{св}}$ — длительность неуправляемого участка (т. е. свободного движения). Очевидно, для того, чтобы существовала возможность развернуть КА за время T , должно быть выполнено условие $T^2 \geq 4S/u_0$. Если $4S < u_0T^2$, то $t_1 \neq t_2$, оптимальным является движение с особым режимом управления, $r_0 = 2L_{\text{opt}}$, где $L_{\text{opt}} = u_0(T - \sqrt{T^2 - 4S/u_0})/(2C)$ — модуль кинетического момента КА в интервале между разгоном и торможением (когда $\mathbf{M} = 0$). Если $4S = u_0T^2$, то $t_p = t_T$, особый режим управления отсутствует. Если $4S > u_0T^2$, то задача (1)–(7) не имеет решения (разворот неосуществим).

Оптимальное управление $\mathbf{M}$ и угловые скорости ω_i изменяются по законам

$$\mathbf{M} = m_0[\text{sign}(t_p - t) + \text{sign}(t_T - t)] \times \\ \times \tilde{\Lambda} \circ \Lambda_{\text{н}} \circ \mathbf{p}_0 \circ \tilde{\Lambda}_{\text{н}} \circ \Lambda/2; \quad (18)$$

$$J_i\omega_i = m_0(T - |t - t_p| - |t - t_T|)p_i/2. \quad (19)$$

Если оптимальным является управление с одной точкой переключения $t = T/2$, то $|\mathbf{M}| = \text{const} = m_0$ и $r_0 = m_0T = 2L_{\max}$, где $L_{\max} = \sqrt{u_0S/C}$ — максимальный модуль кинетического момента, равный значению $|\mathbf{L}|$ в момент $t = T/2$. Максимальная энергия вращения $E_{\max} = u_0S/2$.

Таким образом, построение оптимального управления свелось к решению системы уравнений углового движения КА (1), (2) и уравнений (12) при условии, что управление $\mathbf{M}$ выбрано из требования (18). Значение параметра C , необходимое для расчета m_0 , зависит от вектора $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$, который в свою очередь определяется граничными значениями $\Lambda_{\text{н}}$, $\Lambda_{\text{к}}$ и моментами инерции J_1 , J_2 , J_3 .

Частные случаи оптимального управления разворотом

Главная задача состоит в нахождении такого значения вектора $\mathbf{p}(0)$, при котором в результате движения КА в соответствии с уравнениями (1), (2), (12), (14) и $\Lambda(0) = \Lambda_{\text{н}}$ выполняется равенство $\Lambda(T) = \Lambda_{\text{к}}$. Общее решение системы

уравнений (1), (2), (12), (14) с учетом равенств (4), (5) получить практически невозможно. Приведенная система имеет аналитическое решение только для динамически-симметричного и сферического тел.

Для сферически-симметричного КА ($J_1 = J_2 = J_3$) решение следующее:

$$\begin{aligned} p_i(t) &= \text{const} = p_{i0} = v_i / \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}; \\ M_i(t) &= 0,5m_0[\text{sign}(t_p - t) + \text{sign}(t - t_T)]p_{i0}; \\ \omega_i(t) &= 0,5m_0(T - |t - t_p| - |t - t_T|)p_{i0}/J_i, \quad i = \overline{1,3}, \end{aligned}$$

где v_1, v_2, v_3 — компоненты векторной части кватерниона разворота $\Lambda_p = \tilde{\Lambda}_H \circ \Lambda_K$; $m_0 = u_0\sqrt{J_1}$; $t_p = (T - \sqrt{T^2 - 4S/u_0})/2$; $t_T = (T + \sqrt{T^2 - 4S/u_0})/2$; $S = 2\sqrt{J_1}\arccos(\text{sqal}\Lambda_p)$, sqal — скалярная часть кватерниона.

Для динамически симметричного КА (например, когда $J_2 = J_3$) задача оптимального управления разворотом решается до конца. Оптимальное движение представляет собой одновременное вращение КА как твердого тела вокруг своей продольной оси OX и вокруг вектора $\mathbf{p}$, неподвижного в инерциальном пространстве и составляющего с продольной осью КА определенный постоянный угол. Угловые скорости относительно осей OX и $\mathbf{p}$ изменяются пропорционально, и поэтому для оптимального решения $\mathbf{p}(t)$ справедливы уравнения

$$\begin{aligned} \Lambda_K &= \Lambda_H \circ e^{\mathbf{p}_0\beta/2} \circ e^{\mathbf{e}_1\alpha/2}, \\ p_1 &= p_{10}, \quad p_2 = p_{20} \cos \kappa + p_{30} \sin \kappa, \\ p_3 &= -p_{20} \sin \kappa + p_{30} \cos \kappa, \quad \kappa = \frac{J_{tr} - J_1}{J_{tr}} \int_0^t \omega_1(t) dt, \end{aligned}$$

где e — кватернионная экспонента; $p_{i0} = p_i(0)$; $\mathbf{e}_1$ — орт продольной оси КА; α, β — углы поворота КА вокруг продольной оси OX и вокруг вектора $\mathbf{p}$ соответственно ($|\alpha| \leq \pi, 0 \leq \beta \leq \pi$); $J_{tr} = J_2 = J_3$; продольная угловая скорость $\omega_1(t)$ определяется из соотношений (19) с учетом $p_1 = p_{10}$. Зависимость p_{i0}, α, β от Λ_H и Λ_K определяется системой

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{J_{tr} - J_1}{J_1} p_{10}\beta; \\ \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - p_{10} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} &= v_0; \\ \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} + p_{10} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} &= v_1; \\ p_{20} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + p_{30} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} &= v_2; \end{aligned}$$

$$-p_{20} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + p_{30} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = v_3,$$

где v_0, v_1, v_2, v_3 — компоненты кватерниона разворота Λ_p ; $-\pi \leq \alpha \leq \pi, 0 \leq \beta \leq \pi$. Угловые скорости ω_i вычисляются по формулам (19), оптимальный момент соответствует (18), в которых

$$\begin{aligned} t_p &= (T - \sqrt{T^2 - 4J_2\beta/m_0})/2; \\ t_T &= (T + \sqrt{T^2 - 4J_2\beta/m_0})/2. \end{aligned}$$

Для несимметричного КА (когда $J_1 \neq J_2 \neq J_3$) решение системы уравнений (2), (12), (14) находится только численными методами, например, методом последовательных приближений (в частности, [9, 16]). Как было показано раньше [10], оптимальное значение $\mathbf{p}_0$ не зависит от характера изменения модуля кинетического момента $|\mathbf{L}|$ в процессе разворота, если КА вращается по траектории с наименьшим значением интеграла (17), описываемой уравнениями (12), (14). Следовательно, краевую задачу принципа максимума можно решить с помощью метода итераций, подробно описанного в предыдущей работе [9].

Полученное оптимальное управление (18), (19) обладает крайне полезными свойствами. При развороте КА с минимальным значением (7) остановить вращение КА в условиях ограничения (3) можно за минимальное время, поскольку одновременно с (7) минимизируется величина (6), которая равна $2E_{\max}$. Действительно, для любого вращения, удовлетворяющего условиям (3)–(5), $E(t) \leq u_0^2 t^2/2$ для $t \leq T/2$ и $E(t) \leq u_0^2 (T - t)^2/2$, если $t \geq T/2$. Поэтому для всех допустимых управлений, которые удовлетворяют условию (3), выполняется неравенство

$$\begin{aligned} \int_0^T (J_1 \omega_1^2 + J_2 \omega_2^2 + J_3 \omega_3^2) dt &\leq \\ &\leq 2E_{\max}(T - 4\sqrt{2E_{\max}}/3u_0), \end{aligned} \quad (20)$$

Видно, что если левая часть неравенства (20) превышает значение функционала (7), соответствующее оптимальному управлению (18), то правая часть (20) должна быть заведомо больше, чем G_{opt} , где G_{opt} — значение (7) при управлении (18). Для любого управления, отличного от оптимального (18), значение (7) больше G_{opt} , а значит, и $E_{\max} > G_{opt}$, так как правая часть (20) — монотонно возрастающая функция аргумента $E_{\max}$ на всем отрезке $[0, u_0^2 T^2/8]$, где E_{opt} — значение максимальной кинетической

энергии вращения во время разворота при оптимальном управлении (18). Таким образом доказано, что минимизация интеграла (7) приводит к вращению КА с минимально возможной кинетической энергией вращения, что важно в практике космических полетов.

Остановка вращения будет максимально быстрой, если $\mathbf{M}$ соответствует равенствам (15), взятым со знаком минус [11]; при этом время торможения до $\omega = 0$ составляет $t_{\text{ост}} = \sqrt{2E}/u_0$. Для того чтобы $t_{\text{ост}}$ было минимальным в любой момент времени $t \in [0, T]$, необходимо минимизировать E_{max} . Управление (18) обеспечивает минимум характеристикам (6), (7), а значит, $t_{\text{ост}}$ минимально.

Поскольку при торможении КА управляющий момент $\mathbf{M}$ направлен строго против кинетического момента $\mathbf{L}$, то момент начала торможения может быть спрогнозирован достаточно точно. Длительность остановки вращения равна $\tau = |\mathbf{L}|/m_0$, так как гашение кинетического момента на участке торможения выполняется по линейному закону: $|\mathbf{L}(t)| = L_{\text{max}} - m_0(t - t_\tau)$. Момент начала участка торможения определяется условием:

$$4 \arcsin \frac{K \sqrt{q_2^2 + q_3^2}}{\sqrt{(J_2 \omega_2)^2 + (J_3 \omega_3)^2}} = \frac{K^2 \sqrt{\omega_2^2 + \omega_3^2}}{m_0 \sqrt{(J_2 \omega_2)^2 + (J_3 \omega_3)^2}},$$

где q_j — компоненты кватерниона рассогласования $\tilde{\Lambda}(t) \circ \Lambda_k$ ($j = 0, 1, 2, 3$); $K = |\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\omega}|$ — модуль кинетического момента КА.

Определение момента времени t_τ по фактическим (измеренным значениям) параметрам движения (угловому рассогласованию и угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$) повышает точность приведения КА в требуемое состояние $\Lambda = \Lambda_k$, $\boldsymbol{\omega} = 0$. Предложенный способ разворота лучше относительно известных решений, так как разработанный алгоритм управления гарантирует движение КА с минимальной энергией вращения.

Оценим относительный рост функционала G из-за ограниченности управляющего момента. Для оптимального движения (18), (19) имеем $(T - \tau)L_{\text{opt}}C = S$, поэтому $L_{\text{opt}} = S/(C(T - \tau))$ и $E_{\text{max}} = S^2/(2(T - \tau)^2)$. Значение интеграла (7) равно

$$G = C^2 \int_0^T |\mathbf{L}|^2 dt = u_0^2 \tau^2 (T - 2\tau) + 2 \int_0^\tau u_0^2 t^2 dt = u_0^2 \tau^2 (T - 4\tau/3),$$

где

$$\tau = (T - \sqrt{T^2 - 4S/u_0})/2;$$

$$C = \sqrt{p_{10}^2/J_1 + p_{20}^2/J_2 + p_{30}^2/J_3}.$$

Если $\tau \rightarrow 0$, то $G \rightarrow G_{\text{min}} = S^2/T$. Если $\tau = T/2$, то $G = G_{\text{max}} = u_0^2 T^3/12 = 2S\sqrt{u_0 S}/3$. Следовательно,

$$G = G_{\text{min}} T(T - 4\tau/3)(T - \tau)^{-2}.$$

Из-за наличия участков разгона и торможения интеграл (7) превысит минимально возможное значение G_{min} (когда управление неограниченно $u_0 \rightarrow \infty$ и $\tau \rightarrow 0$) на величину

$$\Delta G = G - G_{\text{min}} = S^2 (T - 4\tau/3)(T - \tau)^{-2} - S^2/T.$$

Относительное превышение $\Delta G/G_{\text{min}} = T(T - 4\tau/3)(T - \tau)^{-2} - 1$. Чем меньше τ , тем меньше величина "проигрыша" $\Delta G/G_{\text{min}}$. Это хорошо видно, если записать соотношение

$$\Delta G/G_{\text{min}} = \frac{2\tau}{3(T - \tau)} - \frac{1}{3} \left(\frac{\tau}{T - \tau} \right)^2.$$

Время τ изменяется в пределах от нуля до $T/2$. Функция $\Delta G/G_{\text{min}}$ возрастает всюду в диапазоне $0 \leq \tau \leq T/2$. Минимальное значение соответствует режиму $\tau \rightarrow 0$, а критической точкой (максимумом) является предельный случай $\tau = T/2$, в котором превышение ΔG составляет треть от G_{min} .

Исследование завершено. Основные результаты следующие: найдена программа оптимального управления разворотом КА с минимальной энергией вращения на заданном интервале времени; демонстрируется, что двухимпульсное управление, когда между разгоном и торможением КА вращается по инерции, является оптимальным; для оптимального решения даны оценки относительного роста минимизируемого функционала из-за ограниченности управляющего момента. Для динамически симметричного КА представлено законченное решение задачи разворота в замкнутой форме. Полученный способ управления отличается от всех других известных решений. Главное отличие состоит в форме оптимизируемого функционала, который обеспечивает разворот КА с минимальной энергией вращения при заданном времени маневра.

Компьютерная апробация алгоритма оптимального управления

Рассмотрим разворот КА на 180° из начального положения Λ_H , когда оси КА совпадают с осями опорного базиса I , в заданное конечное положение Λ_K ; элементы кватерниона Λ_K

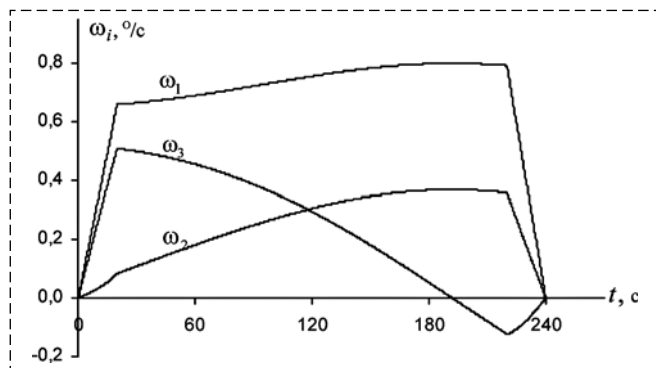


Рис. 1. Изменение угловых скоростей во время оптимального разворота

Fig. 1. Changing the angular velocities during optimal slew maneuver

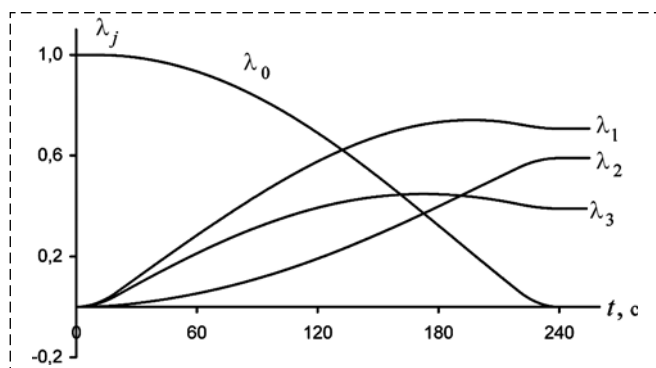


Рис. 2. Изменение компонент кватерниона Λ во время оптимального разворота

Fig. 2. Changing the components of quaternion Λ during optimal slew maneuver

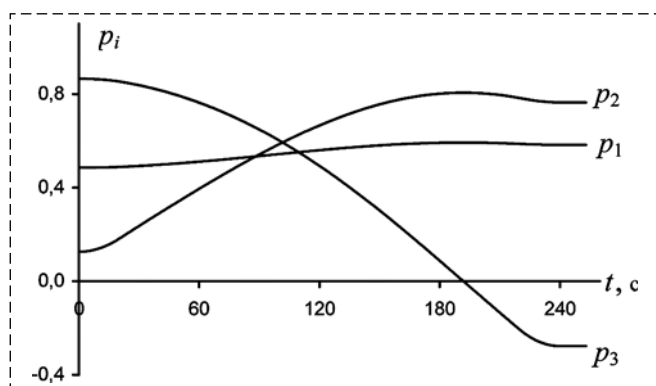


Рис. 3. Изменение компонент единичного вектора p во время оптимального разворота

Fig. 3. Changing the components of the unit vector p during optimal slew maneuver

равны: $\lambda_0 = 0$; $\lambda_1 = 0,707107$; $\lambda_2 = 0,59$; $\lambda_3 = 0,39$. Пусть $J_1 = 77\,544 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $J_2 = 228\,466 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $J_3 = 175\,683 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $u_0 = 0,2 \text{ Н} \cdot \text{кг}^{-1/2}$, а время разворота $T = 240 \text{ с}$. После решения краевой задачи принципа максимума получили следующие значения: $p_0 = \{0,485304; 0,126172; 0,865194\}$, интеграл пути $S = 880 \sqrt{\text{Дж}} \cdot \text{с}$. Расчетное время разгона (торможения) $\tau = 20 \text{ с}$. Модуль кинетического момента во время вращения по инерции (между разгоном и торможением) равен $L_{\max} = 49,7 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$. Максимальная кинетическая энергия вращения составила $E_{\max} = 8 \text{ Дж}$.

Результаты численного моделирования движения КА во время разворота при оптимальном управлении представлены на рис. 1–3. На рис. 1 изображены графики изменения угловых скоростей $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$, $\omega_3(t)$ во времени, на рис. 2 приведено изменение компонент кватерниона $\Lambda(t)$ текущей ориентации КА, а рис. 3 отражает поведение оптимальных функций $p_1(t)$, $p_2(t)$, $p_3(t)$. Из рис. 1 четко видно разделение процесса переориентации на три фазы — разгон до требуемой энергии вращения $E_{\max}$, неуправляемое вращение, торможение. Момент окончания разгона $t_p = 20 \text{ с}$, момент начала торможения $t_r = 220 \text{ с}$. Необходимо отметить, что $\omega_1(t)$, соответствующая продольной оси КА, — знакопостоянная функция времени (это свойство наблюдается при любых сочетаниях граничных значений Λ_H и Λ_K). В отличие от угловых скоростей, переменные λ_0 , λ_1 , λ_2 , λ_3 и p_1 , p_2 , $p_3(t)$ — гладкие функции времени.

Заключение

Исследуется задача оптимального управления разворотом КА за фиксированное время с минимальным значением интеграла кинетической энергии вращения. Представлено аналитическое решение предложенной задачи. Доказано, что двухимпульсное управление, когда между разгоном и торможением КА вращается по инерции, является оптимальным. Показано, что в течение всего интервала управления направление кинетического момента постоянно в инерциальной системе координат, и КА вращается вдоль "траектории свободного движения". Выписаны формализованные уравнения и расчетные выражения для построения оптимальной программы разворота. Приведены выражения для нахождения временных характеристик маневра и условие для определе-

ния момента начала торможения, основанное на фактических кинематических параметрах движения, исходя из принципов терминального управления, что обеспечивает высокую точность ориентации. Для длительности разгона и торможения представлены аналитические формулы. Даны пример и результаты математического моделирования движения КА при оптимальном управлении, которые подтверждают практическую реализуемость описанного метода управления.

Рассмотренная задача достаточно актуальна. Значение и важность проведенных исследований состоят в том, что выбранный критерий оптимальности минимизирует кинетическую энергию вращения во время разворота. Наличие готовых формул для синтеза оптимальной программы движения во время поворотно-го маневра делает выполненное исследование практически значимым и пригодным для непосредственного применения в практике космических полетов. Значимость предложенного способа разворота состоит не только в эффективности управления с энергетической точки зрения, но и в смысле безопасности, так как вращение с минимальной энергией позволяет остановить вращение КА за минимальное время (это очень актуально в различных критических ситуациях), ведь чем меньше энергия вращения, тем меньше длительность торможения.

Список литературы

1. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973. 320 с.
2. Liu S., Singh T. Fuel/time optimal control of spacecraft maneuvers // Guidance. 1996. Vol. 20, N. 2. P. 394–397.

3. Scrivener S., Thompson R. Survey of time-optimal attitude maneuvers // Guidance. Control and dynamics. 1994. V. 17, N. 2. P. 225–233.
4. Shen H., Tsiotras P. Time-optimal control of axis-symmetric rigid spacecraft with two controls // AIAA Guidance, control and dynamics. 1999. Vol. 22, N. 5. P. 682–694.
5. Бранец В. Н., Черток М. Б., Казначеев Ю. В. Оптимальный разворот твердого тела с одной осью симметрии // Космические исследования. 1984. Т. 22, Вып. 3. С. 352–360.
6. Молоденков А. В., Сапунков Я. Г. Решение задачи оптимального разворота осесимметричного космического аппарата с ограниченным и импульсным управлением при произвольных граничных условиях // Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. № 2. С. 152–165.
7. Levskii M. V. About method for solving the optimal control problems of spacecraft spatial orientation // Problems of nonlinear analysis in engineering systems. 2015. Vol. 21, N. 2. P. 61–75.
8. Левский М. В. Использование универсальных переменных в задачах оптимального управления ориентацией космических аппаратов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 1. С. 53–59.
9. Левский М. В. Применение принципа максимума Л. С. Понтрягина к задачам оптимального управления ориентацией космического аппарата // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2008. № 6. С. 144–157.
10. Levskii M. V. Optimal spacecraft terminal attitude control synthesis by the quaternion method // Mechanics of solids. 2009. Vol. 44, N. 2. P. 169–183.
11. Левский М. В. К вопросу оптимального успокоения космического аппарата // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2011. № 1. С. 147–161.
12. Сарычев В. А., Беляев М. Ю., Зыков С. Г., Сазонов В. В., Тесленко В. П. Математические модели процессов поддержания ориентации орбитальной станции "Мир" с помощью гиродин. М.: Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР. 1989. № 10.
13. Ковтун В. С., Митрикас В. В., Платонов В. Н., Ревнивых С. Г., Суханов Н. А. Математическое обеспечение проведения экспериментов при управлении ориентацией космического астрофизического модуля "Гамма" // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1990. № 3. С. 144–157.
14. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 392 с.
15. Young L. G. Lectures on the calculus of variations and optimal control theory. W. B. Saunders Company. Philadelphia, London, Toronto, 1969. 327 p.
16. Левский М. В. Система управления пространственным разворотом космического аппарата. Патент на изобретение РФ № 2006431 // Бюллетень "Изобретения. Заявки и патенты". 1994. № 2. С. 49–50.

Analytical Solving the Optimal Control Problem of Spacecraft's Slew Maneuver with Minimal Energy of Rotation

M. V. Levskii, levskii1966@mail.ru,

Maximov Research Institute of Space Systems as Branch of the Khrunichev State Research and Production Space Center, Korolev, The Moscow region

Corresponding author: Levskii Mikhail V., Ph.D., Leading Researcher, Maximov Research Institute of Space Systems as Branch of the Khrunichev State Research and Production Space Center, Korolev, The Moscow region, e-mail: levskii1966@mail.ru

Accepted on September 26, 2019

Abstract

Dynamic problem of optimal reorientation from an arbitrary initial attitude into the given final angular position with restricted control which minimizes kinetic energy of spacecraft rotation was solved. Termination time of maneuver is known. Quadratic criterion of quality is applied for finding the optimal control program. Use of integral index in special form concerning angular velocity has helped solve the formulated problem by analytical way. Control law was written down in explicit form. Designing the optimal control is based on quaternion variables and models. It is shown that during optimal turn, the controlling moment is parallel to the straight line which is immobile in the inertial space, and direction of spacecraft's angular momentum in the process of rotation is constant relative to the inertial coordinate system. Special control regime was studied in detail, and conditions of the impossibility of occurrence of this regime are formulated. It is proven that spacecraft rotates by inertia in special control regime if it exists. The formalized equations and computational expressions for determining the optimal rotation program and duration of acceleration and braking were written. A dependence of control variables on phase coordinates is presented also. The proposed control algorithm allows the spacecraft's reorientation to be carried out within the fixed time period with minimal angular kinetic energy. Analytical expressions for computing the time characteristics of reorientation maneuver are given, and condition for determination of the moment of the beginning of the braking, based on factual kinematic parameters of motion judging by principles of terminal control is formulated, that provides high accuracy of orientation. A comprehensive solution to the control problem is presented for a dynamically symmetric spacecraft: the dependences as explicit functions of time for the control variables are obtained, and relations for calculating the key parameters of the turn maneuver's control law are given also. A numerical example and the results of mathematical simulation of spacecraft's motion with optimal control are presented, which demonstrate the practical feasibility of the designed method for controlling the spacecraft attitude. Presence of ready formulas for synthesis of optimal motion program during reorientation maneuver does the executed research as practically significant and suitable for direct use in practice of space flights.

Keywords: spacecraft, attitude, quaternion, energy of rotation, maximum principle, control function, boundary-value problem

For citation:

Levskii M. V. Analytical Solving the Optimal Control Problem of Spacecraft's Slew Maneuver with Minimal Energy of Rotation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 3, pp. 174–183.

DOI: 10.17587/mau.21.174-183

References

1. Branets V. N., Shmyglevskii I. P. The use of quaternions in problems of orientation of a rigid body, Moscow, Nauka, 1973, 320 p. (in Russian).
2. Liu S., Singh T. Fuel/time optimal control of spacecraft maneuvers, *Guidance*, 1996, vol. 20, no. 2, pp. 394–397.
3. Scrivener S., Thompson R. Survey of time-optimal attitude maneuvers, *Guidance, Control and Dynamics*, 1994, vol. 17, no. 2, pp. 225–233.
4. Shen H., Tsiotras P. Time-optimal control of axi-symmetric rigid spacecraft with two controls, *AIAA Guidance, Control and Dynamics*, 1999, vol. 22, no. 5, pp. 682–694.
5. Branets V. N., Chertok M. B., Kaznacheev Yu. V. Optimal rotation of a rigid body with one symmetry axis, *Kosmicheskie Issledovaniya*. 1984, vol. 22, iss. 3, pp. 352–360.
6. Molodentkov A. V., Sapunkov Ya. G. A solution of the optimal turn problem of an axially symmetric spacecraft with bounded and pulse control under arbitrary boundary conditions, *Izvestiya RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 2007, no. 2, pp. 152–165 (in Russian).
7. Levskii M. V. About method for solving the optimal control problems of spacecraft spatial orientation, *Problems of nonlinear analysis in engineering systems*, 2015, vol. 21, no. 2, pp. 61–75.
8. Levskii M. V. The use of universal variables in problems of optimal control concerning spacecrafts orientation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 1, pp. 53–59 (in Russian).
9. Levskii M. V. Pontryagin's maximum principle in optimal control problems of orientation of a spacecraft, *Izvestiya RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 2008, no. 6, pp. 144–157 (in Russian).
10. Levskii M. V. Optimal spacecraft terminal attitude control synthesis by the quaternion method, *Mechanics of Solids*, 2009, vol. 44, no. 2, pp. 169–183.
11. Levskii M. V. On optimal spacecraft damping, *Izvestiya RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 2011, no. 1, pp. 147–161 (in Russian).
12. Sarychev V. A., Belyaev M. Yu., Zykov S. G., Sazonov V. V., Teslenko V. P. Mathematical models of processes for supporting orientation of the Mir orbital station with the use of gyrodynes, *Preprint IPM im. M. V. Keldysha AN SSSR*, 1989, no. 10 (in Russian).
13. Kovtun V. S., Mitrikas V. V., Platonov V. N., Revni-vykh S. G., Sukhanov N. A. support for conducting experiments with attitude control of space astrophysical module Gamma, *Izv. AN SSSR. Tekhnicheskaya Kibernetika*, 1990, no. 3, pp. 144–157 (in Russian).
14. Pontryagin L. S., Boltyanskii V. G., Gamkrelidze R. V., Mishchenko E. F. mathematical theory of optimal processes, Moscow, Nauka, 1983 (in Russian); Gordon and Breach, New York, 1986, 361 p. (in Russian).
15. Young L. G. Lectures on the calculus of variations and optimal control theory. W. B. Saunders Company. Philadelphia, London, Toronto, 1969, 327 p.
16. Levskii M. V. A system of controlling a spatial turn of spacecraft. The patent for the invention of the Russian Federation no. 2006431, *Byulleten' "Izobreteniya. Zayavki i Patenty"*, 1994, no. 2, pp. 49–50 (in Russian).

Р. Р. Абдулин, канд. техн. наук, зам. Управляющего директора — главный конструктор, abdulin@mnprk.ru,
Д. С. Тимофеев, канд. техн. наук, нач. сектора, tds@mnprk.ru,
Н. В. Крылов, канд. техн. наук, вед. инженер-конструктор, artsunday@mail.ru,
А. А. Кравченко, нач. сектора, kravchenko@mnprk.ru,
И. В. Зайцев, инженер-конструктор, zaitsev.iv@mnprk.ru,
АО Московский научно-производственный комплекс "АВИОНИКА" имени О. В. Успенского, г. Москва
С. Л. Самсонович, д-р техн. наук, проф., samsonovich40@mail.ru,
Н. Б. Рожнин, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., rozhnin@yandex.ru,
А. П. Ларин, ст. преподаватель, aplarin@rambler.ru,
М. А. Макарин, канд. техн. наук, ст. преподаватель, ikhailmakarin@gmail.com,
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, г. Москва

Разработка и исследование математической модели работы пары активных ручек управления самолетом в среде MATLAB

Разработка боковых активных ручек управления самолетом (АРУС) является актуальным направлением развития современных систем управления полетом, позволяющим повысить безопасность полета, улучшить эргономику работы в кабине и сократить массогабаритные показатели рычагов управления. Статья посвящена имитационному моделированию работы пары АРУС, выполненным на основе электромеханических приводов (ЭМП) по безрамочной конструктивно-кинематической схеме, обеспечивающей идентичные динамические характеристики в каналах тангажа и крена. Моделирование проводилось в среде MATLAB с использованием специализированных библиотек *SimMechanics* и *SimPowerSystems*. С помощью трехмерной твердотельной модели конструкции АРУС были уточнены массы и моменты инерции подвижных частей. Разработанная комплексная модель состоит из моделей двух постов АРУС, трех блоков задания входного воздействия ("Автопилот", блоки 1-го и 2-го пилотов), блока формирования нагрузочной характеристики для режима ручного управления и блока логики перехода из автоматического режима в ручной. Модель позволяет исследовать статические и динамические характеристики электромеханических приводов и алгоритмы управления в автоматическом и ручном режимах полета, в том числе при одновременном управлении двумя пилотами и при вмешательстве пилотов в автоматическое управление. Введение в модель блока удержания положения рукоятки позволило смоделировать ситуацию, когда в режиме ручного управления 1-й пилот пытается удержать рукоятку в положении, которое он считает правильным, несмотря на вмешательство 2-го пилота. Проведенные на модели эксперименты показали, что разработанная конструкция АРУС обеспечивает выполнение заданных требований к активным боковым ручкам управления самолетом.

Ключевые слова: активная боковая ручка управления самолетом, электромеханический привод, математическое моделирование, алгоритмы управления

Введение

Боковые ручки управления (БРУ) представляют собой устройства для ручного управления самолетом. Каждая боковая ручка имеет две степени подвижности и размещается справа или слева от кресла пилота. Такое расположение и обусловило их название.

БРУ нашли применение в самолетах *Airbus A-320*, *General Dynamics F-16*, *Lockheed Martin F-35*, *Dassault Rafale*, *Gulfstream G500*, *Bombardier CS300*, *MC-21* и др. Проведенный анализ схем и конструкций существующих БРУ свидетельствует об их развитии от пассивных, построенных на основе механических пружин и демпферов, к активным, использующим следящие приводы.

Использование активных БРУ позволяет повысить безопасность полета и улучшить информационную осведомленность экипажа за счет обеспечения тактильной взаимосвязи между усилием, прикладываемым пилотом

к БРУ, и реакцией летательного аппарата (ЛА), а также за счет синхронной работы двух ручек при отклонении одной из них (для ЛА, управляемых двумя пилотами).

В работах *R. Hermans* [1], *D. Hanke*, *C. Herbst* [2] рассматриваются активные БРУ, которые построены по кинематическим схемам на основе рамочного кардана, что обуславливает неидентичность моментов инерции каналов и большие габаритные размеры. Активная БРУ, используемая на самолете *MC-21* (разработка фирмы *Ratier-Figeac*, Франция), также построена по аналогичной схеме.

По результатам анализа схем и конструкций активных БРУ была сформулирована задача и выявлена возможность построения кинематической безрамочной схемы, т. е. схемы без использования рамочного карданного шарнира. Авторами была предложена и запатентована безрамочная конструктивно-кинематическая схема активной БРУ [3–5], свободная от недостатков рамочной конструкции, в которой

электромеханические вращательные приводы каналов тангажа и крена располагаются вертикально. Такая компоновка, реализуя все необходимые режимы работы БРУ как при одиночном использовании, так и при парной работе, свободна от взаимовлияния каналов, имеет улучшенные относительно рамочных конструкций массогабаритные показатели и является конкурентоспособной по сравнению с импортными аналогами.

Описание конструкции активной ручки управления самолетом

На этапе конструирования в среде *SolidWorks* была разработана трехмерная модель активной ручки управления самолетом (АРУС), внешний вид и продольный разрез которой показаны на рис. 1 и 2 соответственно (см. третью сторону обложки).

Два электропривода для управления в поперечном и продольном каналах (по крену и тангажу соответственно), каждый из которых имеет одну степень подвижности и содержит бесколлекторный электродвигатель, планетарный редуктор и датчик положения выходного звена, размещены в общем корпусе (на рис. 1 отсутствует) и имеют форму цилиндров, продольные оси которых расположены вертикально. На выходном валу каждого электропривода установлен четырехзвенный шарнирный механизм с тремя степенями подвижности, состоящий из косоугольного кривошипа с конической эксцентриковой втулкой. Центральные оси кривошипов закреплены на выходных валах редукторов электроприводов. Эксцентриковые оси шарнирных механизмов выполнены с возможностью вращения относительно конических эксцентриковых втулок на подшипниках. На наружных поверхностях конических эксцентриковых втулок перпендикулярно центральной оси электроприводов на осях размещены диаметрально два шарнира, которые обеспечивают вращение вилок поперечного и продольного каналов. При этом центральные оси электроприводов с коническими втулками, оси эксцентриков и оси шарниров качающихся шайб пересекаются в одной точке. Вилка электропривода поперечного канала (крен) выполнена как составная часть выходной рукоятки (ВР), а вилка электропривода продольного канала (тангаж) соединена с вилкой поперечного канала тягой [3]. Двухкоординатный датчик усилий встроен в основание рукоятки, а валы датчиков положения каналов соединены с выходными валами электроприводов.

Моделирование АРУС

Моделирование проводили в среде *MATLAB* с использованием пакетов *Simulink*, *Simscape* и специализированных библиотек *SimMechanics* и *SimPowerSystems*.

Так как каналы АРУС идентичны, за исключением использования в кинематической передаче продольного канала дополнительной тяги, то моделирование проводили для одного канала (продольного).

В модели должны быть реализованы следующие алгоритмы совместной работы двух АРУС:

1. Алгоритм ручного управления "Пружина с демпфером", обеспечивающий создание противодействующей силы на ВР в зависимости от величины и скорости ее отклонения.

Зависимость грузозахватного усилия на ВР (F , Н) от угла отклонения ВР (φ , °) в режиме работы "Пружина с демпфером" изображена на рис. 3.

Зависимость дополнительных сил загрузки ВР ($F_{\text{доп}}$, Н) от ее угловой скорости (ω , °/с) приведена на рис. 4.

В модели должна быть предусмотрена возможность оперативной коррекции точек излома и наклона участков грузозахватной харак-

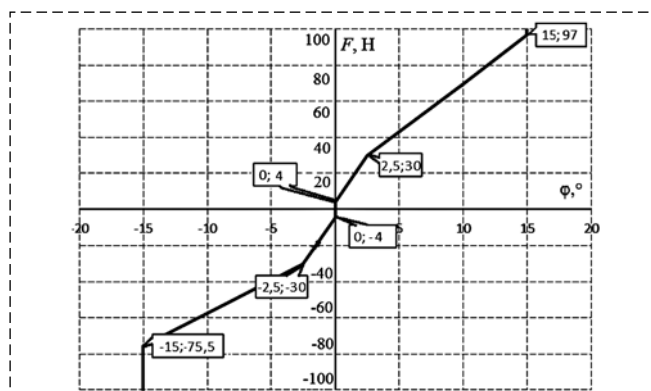


Рис. 3. Зависимость грузозахватного усилия на ВР от угла отклонения ВР

Fig. 3. Effort function on tilt angle

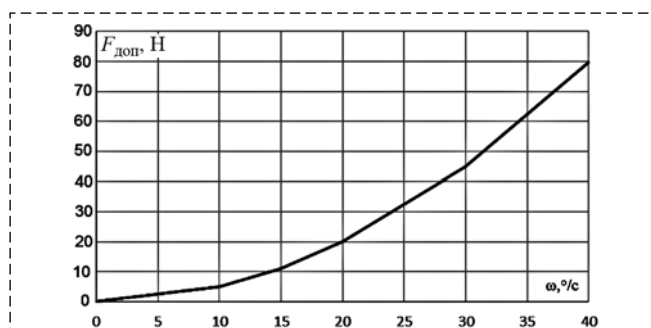


Рис. 4. Зависимость дополнительных сил загрузки ВР от ее угловой скорости

Fig. 4. Additional effort function on angle velocity

теристики, а также коррекции характеристики демпфирования по скорости.

В алгоритме ручного управления необходимо обеспечить синхронное перемещение обеих АРУС, при этом угол отклонения ВР определяется суммарным усилием двух пилотов по загрузочной характеристике (режим "Пересиливание").

2. Алгоритм "Автопилот" — обе АРУС синхронно обрабатывают заданное от бортовой системы дистанционного управления (СДУ) положение. При этом если любой из пилотов прикладывает к ВР усилие, превышающее установленный порог $F_{\text{пор}}$, обе АРУС переходят в режим ручного управления. То же самое происходит при переводе переключателя "Режимы" в положение "Ручной".

Для моделирования использованы следующие исходные данные:

- напряжение питания постоянного тока — 27 В;
- в электромеханическом приводе (ЭМП) АРУС применены бескорпусные бесколлекторные трехфазные моментные электродвигатели 5ДБМ100-1-0,75-3;
- кинематическая схема планетарной передачи со спаренными сателлитами приведена на рис. 5.

Передача имеет два центральных колеса, одно из которых (I) неподвижно, а другое (4) является выходным валом (II), при этом шестерни (2 и 3) объединены общим валом и представляют собой единую деталь — сателлит, а входным валом (I) является водило (B). Число сателлитов — 6. Передаточное число планетарного редуктора:

$$q_{\text{план. ред}} = -14,58;$$

- зависимость угла отклонения ВР φ от угла поворота выходного вала редуктора θ , реализованная шарнирным механизмом, описывается следующим выражением [4]:

$$\varphi = \arctg(\tg\alpha \cos\theta), \quad (1)$$

где α — угол наклона косоугольного кривошипа ($\alpha = 30^\circ$);

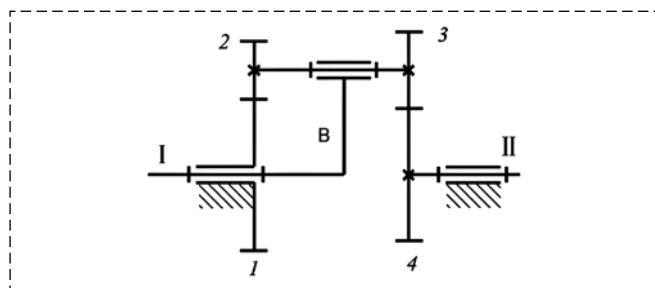


Рис. 5. Кинематическая схема планетарного редуктора
Fig. 5. Planetary gear scheme

- суммарные потери на трение в кинематической передаче ЭМП не превышают 15 % от мощности в нагрузке (на ВР);
- максимальное развиваемое усилие на ВР в точке, отстоящей от центра вращения на $l_{\text{ВР}} = 225$ мм, составляет 100 Н;
- диапазон углов отклонения ВР — $\pm 15^\circ$;
- сдвиг фазы при задании гармонического закона отклонения ВР с амплитудой 5° и частотой 1 Гц — не более 25° ;
- максимальная скорость отклонения ВР при работе от ЭМП — $30^\circ/\text{с}$;
- люфт ВР — не более $0,3^\circ$;
- суммарный момент инерции всех вращающихся деталей кинематической схемы, кроме ротора электродвигателя (момент инерции ротора электродвигателя будет учтен в модели электродвигателя), приведенный к оси вращения ВР, определяется по трехмерной модели АРУС (см. рис. 1, 2);
- для моделирования работы АРУС демпфирующие пружины, используемые в конструкции АРУС, которые выполняют две функции: частично "разгружают" электроприводы на энергозатратных режимах работы и возвращают рукоятку в нейтральное положение при обесточенных обмотках электродвигателей, заменяются торсионом с эквивалентной жесткостью $C_{\text{торс}} = 1,45 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$.

Общий вид модели двух АРУС показан на рис. 6.

Модель состоит из двух постов управления (АРУС1 и АРУС2), трех блоков задания входного воздействия ("Автопилот", блоки формирования задания (усилий) 1-го и 2-го пилотов), датчиков усилий на АРУС1 и АРУС2, блока формирования загрузочной характеристики рукояток для режима ручного управления, переключателя режимов работы и блока логики перехода из автоматического режима в ручной. Измеряемые параметры (углы, скорости, усилия и моменты) поступают на соответствующие осциллографы и формируют массивы данных для построения графиков и характеристик.

Модели АРУС1 и АРУС2, представленные на рис. 7, аналогичны и состоят из трех основных блоков: регулятора, электродвигателя с системой управления и блока механики АРУС.

В блоке регулятора находится ПИД регулятор контура положения и широтно-импульсный модулятор (ШИМ), формирующий задание на блок управления силовыми ключами инвертора системы управления электродвигателем.

Состав блока электродвигателя показан на рис. 8. Блок включает источник питания,

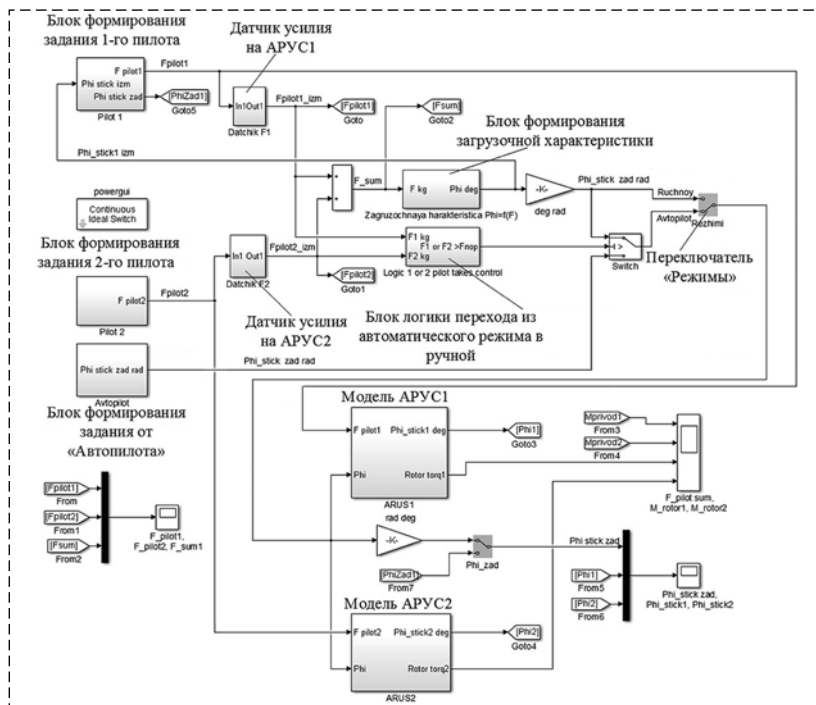


Рис. 6. Общий вид математической модели двух АРУС

Fig. 6. General view of the model with pair sidesticks

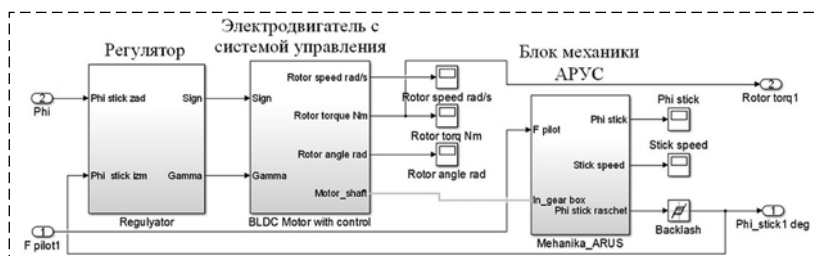


Рис. 7. Модель АРУС

Fig. 7. Active sidestick model

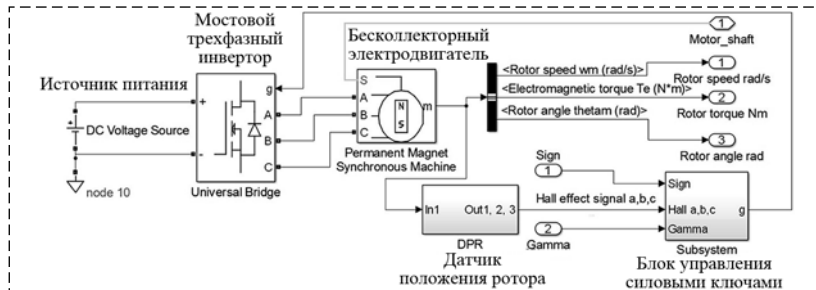


Рис. 8. Состав блока электродвигателя АРУС

Fig. 8. Electromotor block content



Рис. 9. Состав блока механики АРУС

Fig. 9. Mechanics block content

модели бесколлекторного трехфазного электродвигателя с постоянными магнитами на роторе и мостового трехфазного инвертора из библиотеки *SimPowerSystems*, а также блок датчика положения ротора электродвигателя и блок управления силовыми ключами инвертора.

Управляющие сигналы ("Sign" — определяет направление вращения электродвигателя и "Gamma" — задает частоту и скважность коммутации ключей инвертора) поступают на вход блока с блока регулятора. При этом в блоке управления силовыми ключами реализован симметричный способ коммутации. Вал электродвигателя механически соединен с блоком механики АРУС, модель которого реализована в среде физического моделирования *Simscape* с использованием блоков библиотеки *SimMechanics* (рис. 9).

Блок механики содержит модели планетарного редуктора, шарнирно-механизма, механики ВР, а также блок формирования момента от усилия пилота, датчик положения выходного вала планетарного редуктора, блок расчета угла поворота ВР и эквивалентный пружинам растяжения торсион *Rotational Spring*. Датчик положения, так же как и в реальной конструкции АРУС, измеряет угол поворота выходного вала планетарного редуктора, который в блоке расчета угла поворота ВР пересчитывается в соответствии с выражением (1) в угол поворота рукоятки АРУС. В блоке формирования момента от усилия пилота математический сигнал входного усилия, приложенного в точке, отстоящей от центра вращения ВР на расстояние $l_{ВР}$, преобразуется в физический крутящий момент, приложенный к ВР пилотом. Модель шарнирного механизма (рис. 10, см. третью сторону обложки) передает крутящий момент выходного вала планетарного редуктора к ВР с передаточным числом, рассчитываемым в блоке расчета передаточного числа шарнирного механизма из выражения (1) в зависимости от угла поворота выходного вала редуктора.

Механика шарнирного механизма реализована блоком редуктора с изменяемым передаточным числом из библиотеки *Simscape*.

На рис. 11 (см. третью сторону обложки) приведена модель механики ВР. На рукоятку воздействуют: момент пилота M_{pilot} и момент электропривода $M_{привод}$. Приведенный момент инерции всех вращающихся частей (кроме момента инерции ротора электродвигателя, учтенного в модели двигателя), включая саму рукоятку, представлен блоком *Inertia sum*, а дополнительная нагрузка ВР (M , Н·м) по скорости (ω , рад/с) моделируется блоком *Nonlinear Rotational Damper* с характеристикой, представленной на рис. 12.

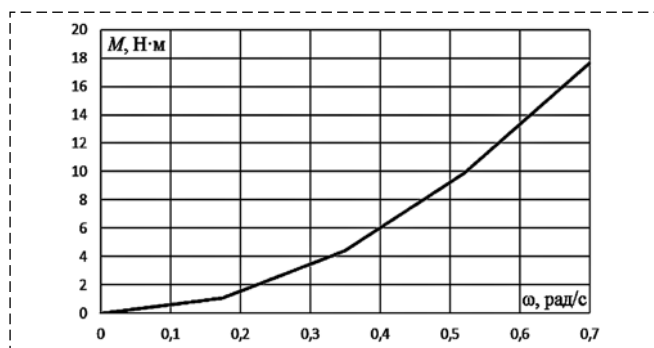


Рис. 12. Характеристика, реализуемая блоком *Nonlinear Rotational Damper*

Fig. 12. *Nonlinear Rotational Damper* function

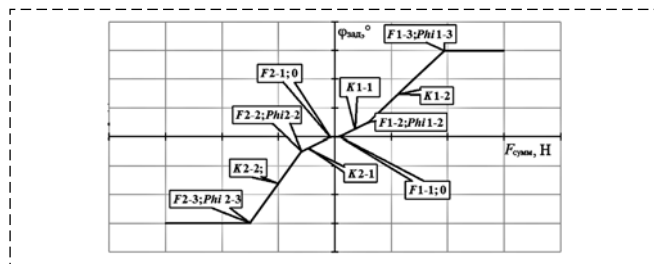


Рис. 13. Зависимость заданного угла отклонения ВР АРУС1 и АРУС2 от суммарного усилия двух пилотов

Fig. 13. Angle function of summary forces

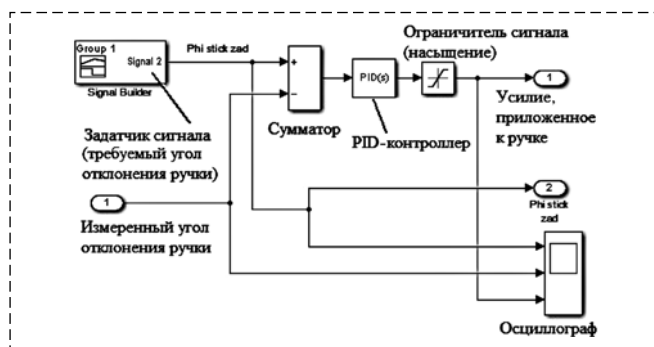


Рис. 14. Блок сохранения положения ВР, заданного 1-м пилотом

Fig. 14. Signal given by Pilot 1, block content

В модели на рис. 6 электроприводы АРУС1 и АРУС2 замкнуты по положению, причем в контур обратной связи добавлен блок *Backlash*, позволяющий учесть суммарный люфт механических передач (см. рис. 7). Сигнал о заданном положении, общий для АРУС1 и АРУС2, поступает либо из блока формирования задания от "Автопилота" для автоматического режима работы, либо из блока формирования загрузочной характеристики (для ручного режима работы). На рис. 13 приведена характеристика данного блока, в котором задается зависимость положения ручек ($\phi_{зад}$, °) от суммарного усилия двух пилотов ($F_{сумм}$, Н), состоящего из усилий, приложенных на соответствующие рукоятки (характеристика, приведенная на рис. 3, перестроена относительно задаваемого усилия).

На рис. 13: $F1-1, F1-2, F1-3, F2-1, F2-2, F2-3, \Phi1-1, \Phi1-2, \Phi1-3, \Phi2-1, \Phi2-2, \Phi2-3$ — координаты характерных точек характеристики,
 $K1-1 = \Phi1-2 / (F1-2 - F1-1)$,
 $K1-2 = (\Phi1-3 - \Phi1-2) / (F1-3 - F1-2)$,
 $K2-1 = \Phi2-2 / (F2-2 - F2-1)$,
 $K2-2 = (\Phi2-3 - \Phi2-2) / (F2-3 - F2-2)$ — коэффициенты.

Координаты характерных точек и коэффициенты можно оперативно менять в блоке формирования загрузочной характеристики (см. рис. 6).

Для моделирования ситуации, когда в режиме ручного управления, несмотря на вмешательство в управление 2-го пилота, 1-й пилот пытается удержать ВР в положении, которое он считает правильным, в модель добавлен блок сохранения положения ВР, заданного 1-м пилотом, показанный на рис. 14.

При подключении этого блока 1-й пилот задает положение ВР, а его усилие формируется автоматически таким образом, чтобы ВР установилась в заданное положение.

Результаты моделирования АРУС

Моделирование работы АРУС в режиме "Автопилот". Задание на положение рукояток поступает от блока "Автопилот". Осциллограмма на рис. 15 иллюстрирует переключку ВР из одного крайнего положения в другое.

Полная переключка происходит за 0,32 с со скоростью 93,75 °/с, что в три раза превышает максимальную требуемую скорость переключки. Рукоятки обеих АРУС перемещаются синхронно (сигналы о положении ВР сливаются)

На рис. 16 показана отработка гармонического сигнала амплитудой 5° с частотой 1 Гц.

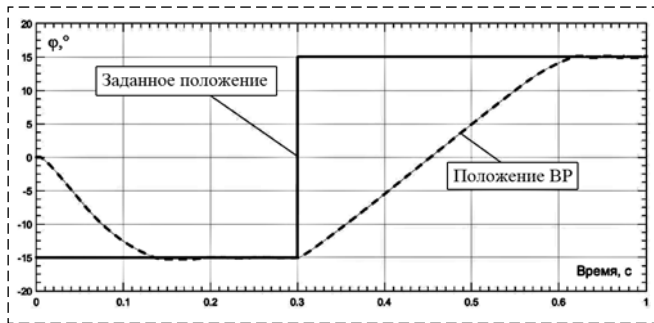


Рис. 15. Автоматический режим. Перекладка ВР из одного крайнего положения в другое

Fig. 15. Automatic mode. Shifting the handle with maximum speed

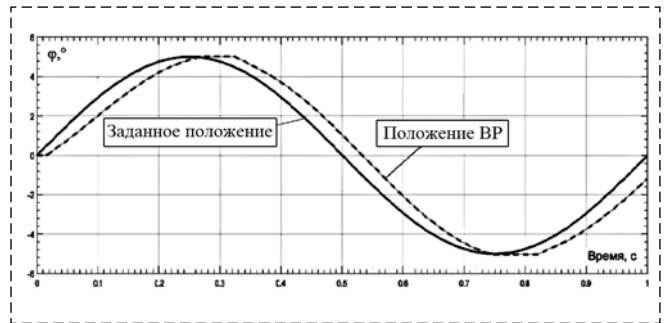


Рис. 16. Автоматический режим. Обработка гармонического сигнала амплитудой 5° частотой 1 Гц

Fig. 16. Automatic mode. Harmonic processing with 5° amplitude and 1 Hz frequency

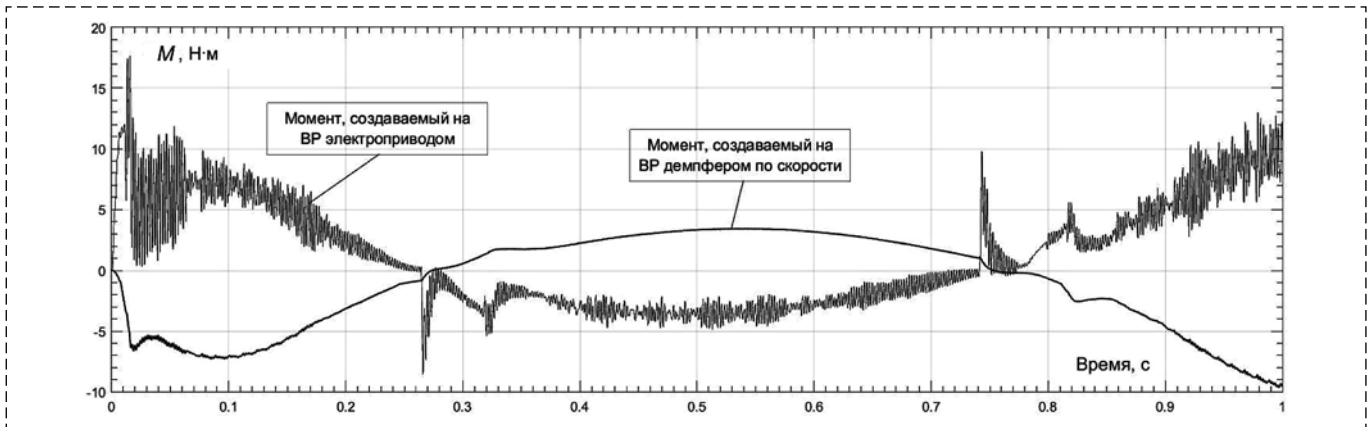


Рис. 17. Автоматический режим. Осциллограммы моментов, создаваемых на ВР демпфером по скорости и ЭМП (гармонический сигнал амплитудой 5° с частотой 1 Гц)

Fig. 17. Automatic mode. Torques on sidestick handle produced by actuator and damper (harmonic processing with 5° amplitude and 1 Hz frequency)

На рис. 17 приведены осциллограммы действующих при этом на ВР обоих АРУС моментов.

Результаты эксперимента свидетельствуют, что фазовое запаздывание составляет 11° при заданном не более 25°. Положение отрабатывается в обоих каналах синхронно.

На рис. 18 представлены результаты моделирования перехода системы из автоматического режима в ручной. Блок "Автопилот" задает гармонический сигнал положения амплитудой 5° с частотой 1 Гц. В момент времени 0,2 с 1-й пилот, пытаясь взять управление на себя, прикладывает к ВР линейно нарастающее усилие от 0 до 50 Н.

Приведенные осциллограммы показывают, что в момент времени 0,4 с усилие 1-го пилота достигает порога срабатывания, установленного в блоке логики перехода из автоматического режима в ручной (20 Н). Далее реализуется режим "Пружина с демпфером".

Отработка задания рукоятками АРУС1 и АРУС2 несколько различается, так как ЭМП АРУС1 работает в режиме противодействия усилию 1-го пилота, а ЭМП АРУС2 лишь преодолевает момент инерции передач и рукоятки.

Моделирование работы АРУС в режиме ручного управления. Пилоты прикладывают усилия каждый к своей ВР, при этом задание на положение ВР является общим для АРУС1 и АРУС2 и рассчитывается

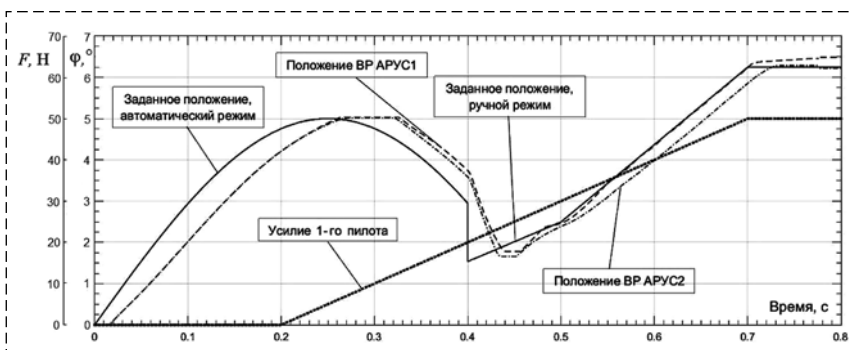


Рис. 18. Переход из автоматического режима в ручной при вмешательстве в управление 1-го пилота

Fig. 18. Changing mode from automatic to manual when pilot 1 takes control

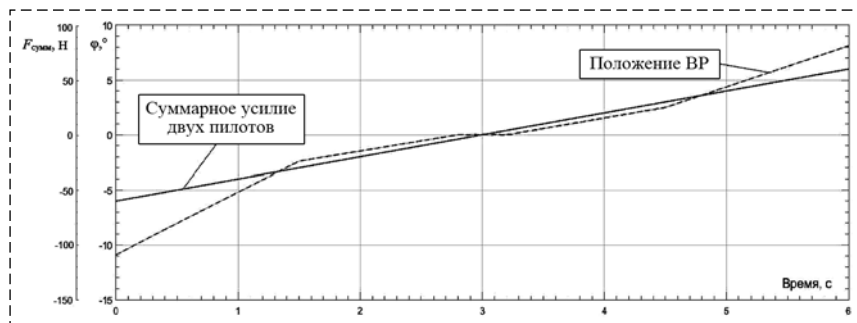


Рис. 19. Ручной режим. Осциллограммы суммарного усилия пилотов и положения ВР

Fig. 19. Manual mode. Processing with summary forces by pilots

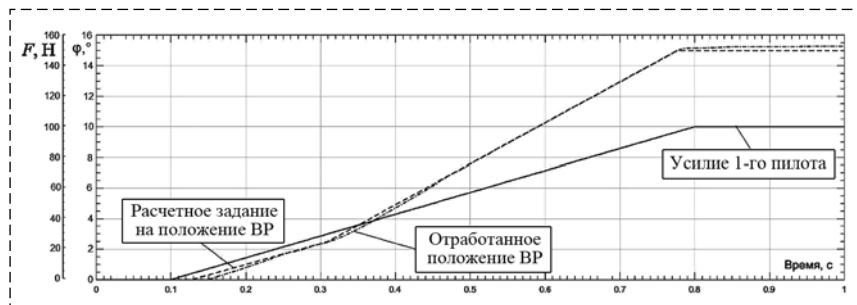


Рис. 20. Перекладка 1-м пилотом ВР из нулевого в крайнее положение. Осциллограммы приложенного усилия, вычисляемого и отработанного положений

Fig. 20. Manual shifting from neutral to edge position. Effort, required and real position are shown

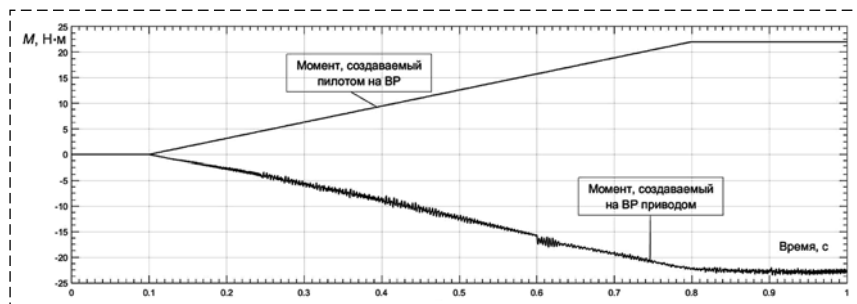


Рис. 21. Перекладка 1-м пилотом ВР из нулевого в крайнее положение. Осциллограммы моментов, создаваемых на ВР пилотом и приводом

Fig. 21. Manual shifting from neutral to edge position. Torques by actuator and pilot are shown

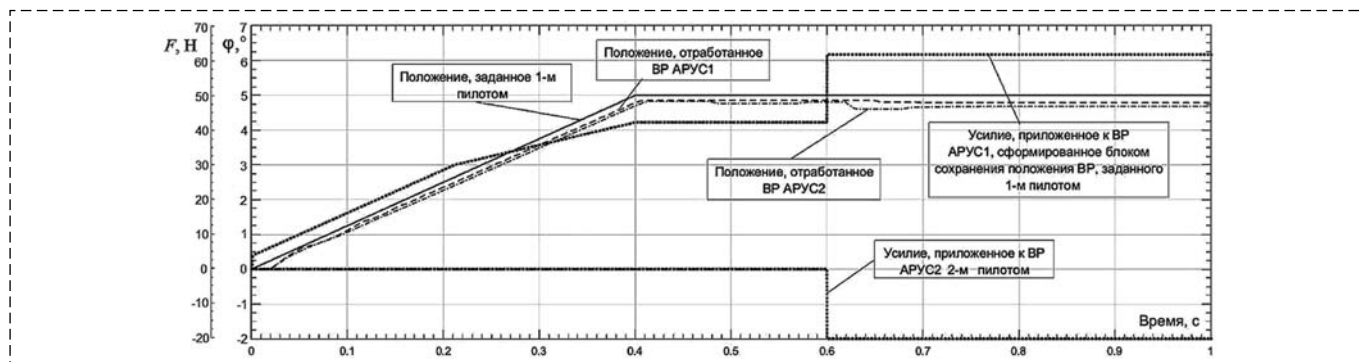


Рис. 22. Ручной режим, пересиливание. Осциллограммы заданного и отработанного положений и приложенных к ВР АРУС1 и АРУС2 усилий

Fig. 22. Manual mode. Both pilots operating with different forces. Efforts, required and real positions of sidesticks 1 and 2 are shown

вается в блоке формирования нагрузочной характеристики в зависимости от суммарного усилия пилотов (см. рис. 6).

Рисунок 19 иллюстрирует результаты эксперимента, при котором пилоты, синхронно друг с другом, прикладывают каждый к своей рукоятке линейно нарастающее усилие от -30 до $+30$ Н.

Пересчет полученных данных в координаты "положение — усилие" дает характеристику, идентичную приведенной на рис. 4 (дополнительная нагрузка при полученных скоростях перемещения ВР составляет менее $2,5$ Н).

На рис. 20 и 21 приведены осциллограммы, иллюстрирующие перекладку 1-м пилотом ВР из нулевого в крайнее положение.

В момент времени $0,78$ с ВР достигает предельного положения (15°) и далее, несмотря на то, что до $0,8$ с пилот увеличивает усилие, осуществляется стабилизация положения. При максимальном усилии пилота, равном 100 Н, ЭМП обеспечивает противодействующий момент 22 Н·м. При этом электродвигатель развивает электромагнитный момент $0,94$ Н·м, что находится в зоне допустимой длительной работы данного двигателя.

На рис. 22 приведены осциллограммы, демонстрирующие

работу системы с добавленным в модель блоком сохранения положения ВР, заданного 1-м пилотом. Моделируется ситуация, при которой 1-й пилот задает положение ВР и удерживает его, несмотря на вмешательство в управление 2-го пилота.

В момент времени 0,6 с в управление вмешивается 2-й пилот, и 1-му пилоту приходится для удержания ВР в том же положении увеличить усилие таким образом, чтобы суммарное усилие осталось на прежнем уровне.

Заключение

Создана математическая модель работающих в паре двух активных ручек управления самолетом, которая позволяет проводить отработку различных режимов работы.

В результате имитационного моделирования проработаны алгоритмы работы АРУС в автоматическом и ручном режимах управления.

Проведенные на модели эксперименты показали, что разработанная конструкция АРУС обеспечивает выполнение заданных требований к активным боковым ручкам управления самолетом.

Список литературы

1. **Hermans R. L.** Design of an actuated side stick controller for the SiMoNa research simulator. Delft: Delft University of Technology, 1999. 154 p.

2. **Hanke D., Herbst C.** Active sidestick technology — a means for improving situational awareness // *Aerospace science technology*. 1999. Vol. 3. P. 1—11.

3. **Абдулин Р. Р., Тимофеев Д. С., Кравченко А. А., Крылов Н. В., Самсонович С. Л., Рожнин Н. Б., Ларин А. П., Макарин М. А., Заец В. Ф.** Боковая ручка управления (варианты). Патент РФ № 2681462, 06.03.2019.

4. **Абдулин Р. Р., Тимофеев Д. С., Кравченко А. А., Крылов Н. В., Самсонович С. Л., Рожнин Н. Б., Ларин А. П., Макарин М. А.** О кинематических и энергетических характеристиках активной безрамочной ручки управления самолетом // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2018. Т. 19, № 19(10). С. 673—679.

5. **Абдулин Р. Р., Кравченко А. А., Крылов Н. В., Тимофеев Д. С., Ларин А. П., Макарин М. А., Рожнин Н. Б., Самсонович С. Л.** Разработка конструктивно-кинематической схемы активной боковой ручки управления самолетом на основе качающейся шайбы и косоугольного рычага // *Материалы V научно-практической конференции памяти О. В. Успенского*. М.: Издательский дом Академии им. Н. Е. Жуковского, 2018. С. 57—64.

6. **Ефремов А. В., Александров В. В., Валеров К. В.** Исследование влияния типа рычага и управляющего сигнала на свойства системы самолет—летчик // *Труды МАИ*. 2017. № 94. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=80903>.

7. **Ли Б. П., Родченко В. В., Зайчик Л. Е.** An approach to feel system characteristics selection // *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*. AIAA Paper № 5362, 2004.

8. **Родченко В. В., Зайчик Л. Е., Яшин Ю. П.** Similarity criteria for manipulator loading and control sensitivity characteristics // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 1998. Vol. 21, N. 2. P. 307—314.

9. **Зайчик Л. Е., Гринев К. Н., Яшин Ю. П., Сорокин С. А.** Effect of Feel System Characteristics on Pilot Model Parameters // *Proceedings of the 1st IFAC Conference on Cyber-Physical & Human-Systems*. Brazil, Florianapolis. P. 165—170, 2016.

10. **Black G. Th., Moorhouse D. J.** Flying Qualities Design Requirements for Sidestick Controllers. 1979. 186 p. URL: <http://contrails.iit.edu/reports/9304>.

11. **Hall G. W., Smith R. E.** Flight Investigation of Fighter Side-Stick Force-Deflection Characteristics. 1975. 96 p. URL: <http://contrails.iit.edu/reports/9208>.

12. **Jann Mayer, Timothy H. Cox.** Evaluation of Two Unique Side Stick Controllers in a Fixed-Base Flight Simulator. Edwards, California: NASA Dryden Flight Research Center, 2003.

Design and Research of a Model of a Pair Active Aircraft Control Sidesticks Operation in MATLAB

R. R. Abdulin, abdulin@mnpk.ru, **D. S. Timofeev**, tds@mnpk.ru, **A. A. Kravchenko**, kravchenko@mnpk.ru,
I. V. Zaitsev, zaitsev.iv@mnpk.ru, **N. V. Krylov**, artsunday@mail.ru,
AVIONICA Joint Stock Company, Moscow, 127055, Russian Federation,
S. L. Samsonovich, samsonovich40@gmail.ru, **N. B. Rozhnin**, rozhnin@yandex.ru,
A. P. Larin, aplarin@rambler.ru, **M. A. Makarin**, mikhailmakarin@gmail.com,
Moscow Aviation Institute (National research university), Moscow, 125993, Russian Federation.

Corresponding author: Makarin Mikhail A., Ph.D., Moscow Aviation Institute (National research university), Moscow, 125993, Russian Federation, e-mail: MikhailMakarin@gmail.com

Accepted on September 6, 2019

Abstract

Development of an aircraft active sidestick control is an actual direction in modern flight control systems which allows to increase safety, to improve cabin ergonomics and to reduce the mass and weight of control levers. The article devoted to simulation modeling of a pair active sidesticks based on electromechanical actuators coupled by a frameless kinematic scheme, providing identical dynamic characteristics for the pitch and roll channels. MATLAB, Simulink, Simscape, with SimMechanics and SimPowerSystems libraries was used to create the mathematical model. Parameters such as moments of inertia was count based on the 3D model of the active sidestick. The complex model includes two active sidesticks units, three blocks as the input source ("Autopilot", blocks of the 1st and 2nd pilots), a block that compute a loading characteristic

for the manual control mode and a block with logic for switching from automatic to manual mode. The model of each active sidestick unit consists of three main blocks: a regulator, an electric motor with a control system, and a block of mechanics. The regulator block includes a PID regulator and a PWM modulator. The electric motor unit includes a power source, a three-phase bridge inverter, a model of a brushless three-phase electric motor from the SimPowerSystems library and a power switch control unit. The mechanics block includes a planetary gearbox, hinge mechanism, handle, moments of inertia, a position sensor, a torsion rod equal to tension springs which are used in device, a nonlinear speed damper and a torque source unit, depending on the force applied by the pilot. Developed model makes it possible to get static and dynamic characteristics of the actuators, to check control algorithms to simulate operating modes in automatic and manual control, including piloting by both pilots at the same time and the interruption in automatic control mode. Including in model a "hold position block" allowed to simulate situation when in manual control mode the 1st pilot tries to hold the handle in a position that he considers correct, despite the intervention of the 2nd pilot.

The simulation results showed that developed device meets specified requirements for the aircraft active sidesticks.

Keywords: active aircraft sidestick control, electromechanical actuator, simulation modelling, control algorithms

For citation:

Abduln R. R., Timofeev D. S., Kravchenko A. A., Zaitsev I. V., Krylov N. V., Samsonovich S. L., Rozhnin N. B., Larin A. P., Makarin M. A. Design and Research of a Model of a Pair Active Aircraft Control Sidesticks Operation in MATLAB, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 3, pp. 184–192.

DOI: 10.17587/mau.21.184-192

References

1. Hermans R. L. Design of an actuated side stick controller for the SiMoNa research simulator, Delft, Delft University of Technology, 1999, 154 p.
2. Hanke D., Herbst C. Active sidestick technology — a means for improving situational awareness, *Aerospace science technology*, 1999, vol. 3, pp. 1–11.
3. Abduln R. R., Krylov N. V., Kravchenko A. A., Larin A. P., Makarin M. A., Rozhnin N. B., Samsonovich S. L., Timofeev D. S., Zaets V. F. Patent RU № 2681462 06.03.2019 (in Russian).
4. Abduln R. R., Timofeev D. S., Kravchenko A. A., Krylov N. V., Samsonovich S. L., Rozhnin N. B., Larin A. P., Makarin M. A. Kinematic and power characteristics of the active frameless aircraft control sidestick, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 10, pp. 673–679 (in Russian).
5. Abduln R. R., Kravchenko A. A., Krylov N. V., Timofeev D. S., Larin A. P., Makarin M. A., Rozhnin N. B., Samsonovich S. L.

Development of the structural-kinematic scheme of the active aircraft sidestick control based on a rocking washer and oblique crank, *Materials of the V scientific-practical conference in memory of O. V. Ouspensky*, Moscow, Publishing House of the Zhukovsky Academy, 2018, pp. 57–64 (in Russian).

6. Efremov A. V., Alexandrov V. V., Valerov K. V. Research of type and signal of a control lever to plane-pilot system, *Trydy MAI*, 2017, no. 94, available at: <http://trudymai.ru/published.php?ID=80903> (in Russian).
7. Lee B. P., Rodchenko V. V., Zaichik L. E. An approach to feel system characteristics selection, *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, AIAA Paper № 5362, 2004.
8. Rodchenko V. V., Zaichik L. E., Yashin Yu. P. Similarity criteria for manipulator loading and control sensitivity characteristics, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, vol. 21, no. 2, pp. 307–314.
9. Zaichik L. E., Grinev K. N., Yashin Yu. P., Sorokin S. A. Effect of Feel System Characteristics on Pilot Model Parameters, *Proceedings of the 1st IFAC Conference on Cyber-Physical & Human-Systems*, Brazil, Florianapolis, 2016, pp. 165–170.
10. Black G. Th., Moorhouse D. J. Flying Qualities Design Requirements for Sidestick Controllers. 1979. 186 p. URL: <http://contrails.iit.edu/reports/9304>.
11. Hall G. W., Smith R. E. Flight Investigation of Fighter Side-Stick Force-Deflection Characteristics. 1975. 96 p. URL: <http://contrails.iit.edu/reports/9208>.
12. Jann Mayer, Timothy H. Cox. Evaluation of Two Unique Side Stick Controllers in a Fixed-Base Flight Simulator, NASA Dryden Flight Research Center, Edwards, California, 2003.

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5510, (499) 269-5397

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор Н. В. Яшина.

Сдано в набор 24.12.2019. Подписано в печать 14.02.2020. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН320. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансд солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru