

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 20

2019

№ 12

Издаётся с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:

БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.

ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.

ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН

БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН

ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН

ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН

КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН

КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН

КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН

МИКРИН Е. А., акад. РАН

ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН

РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН

СЕБРИКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН

СИГОВ А. С., акад. РАН

СОЙФЕР В. А., акад. РАН

СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН

ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН

ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН

ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН

ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН

ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:

DANIELE Z., PhD, Италия

DORANTES D. J., PhD, Турция

GROUMPOS P. P., PhD, Греция

ISIDORI A., PhD, Италия

KATALINIC B., PhD, Австрия

LIN CH.-Y., PhD, Тайвань

MASON O. J., PhD, Ирландия

ORTEGA R. S., PhD, Франция

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США

STRZELECKI R. M., PhD, Польша

SUBUDHI B. D., PhD, Индия

АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан

ГАРАШЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина

ТРОФИМЕНКО Е. Е., д.т.н., Беларусь

БОБЦОВ А. А., д.т.н.

БУКОВ В. Н., д.т.н.

ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.

ЖУКОВ И. А., д.т.н.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.

ЛОХИН В. М., д.т.н.

ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д.ф.-м.н.

ПУТОВ В. В., д.т.н.

ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.

РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.

ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.

ФУРСОВ В. А., д.т.н.

ЮРЕВИЧ Е. И., д.т.н.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:

АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Kolesnikov A., Kolesnikova S., Tsvetnitskaya S. A Discrete Stochastic Regulator on a Manifold, Minimizing Dispersion of the Output Macrovariable 707

Рустамов Г. А., Намазов М. Б., Гасымов А. Ю., Рустамов Р. Г. Управление динамическими объектами в условиях неопределенности в точечном скользящем режиме .. 714

Якимов В. Н., Батищев В. И., Машков А. В. Цифровой анализ амплитудного спектра вибрационных сигналов на основе Фурье-обработки результата бинарно-знакового аналого-стохастического квантования 723

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Смирнов П. А., Яковлев Р. Н. Решение прямой и обратной задач кинематики в системе позиционирования звеньев манипулятора 732

Насибуллаев И. Ш., Насибуллаева Э. Ш., Даринцев О. В. Моделирование течения жидкости через деформируемый пьезоэлементом эластичный микроканал системы охлаждения микрозахвата 740

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Девятисильный А. С., Шурыгин А. В. Модель гибридной спутниково-инерциальной навигационной системы неполной структуры 751

Гуоянь Ван, Фомичев А. В., Ижань Ду. Исследование модификаций сглаживающего фильтра Гаусса для их применения совместно с методом SLAM 756

Указатель статей, опубликованных в журнале "Мехатроника, автоматизация, управление" в 2019 г. 765

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в БД RSCI на платформе Web of Science.

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 20

2019

No. 12

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

MIKRIN E. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DANIELE Z., PhD, Italy

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

TROFIMENKO Ye. Ye., Belarus

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

PAVLOVSKY V. E.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEEV S. F.

YUREVICH E. I.

ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:

BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

Kolesnikov A., Kolesnikova S., Tsvetnitskaya S. A Discrete Stochastic Regulator on a Manifold, Minimizing Dispersion of the Output Macrovariable 707

Rustamov G. A., Namazov M. B., Gasimov A. Y., Rustamov R. G. Control of Dynamic Objects in the Conditions of Uncertainty in the Point Sliding Mode 714

Yakimov V. N., Batyshev V. I., Mashkov A. V. Digital Analysis of the Vibration Signals Amplitude Spectrum Based on Fourier Processing of the Binary-Sign Analog-Stochastic Quantization Result 723

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

Smirnov P. A., Yakovlev R. N. Approach to Positioning Links of the Manipulator Using Neural Networks 732

Nasibullayev I. Sh., Nasibullaeva E. Sh., Darintsev O. V. Simulation of Fluid Flow through a Elastic Microchannel Deformed by a Piezoelement in Microgrip Cooling Systems 740

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

Devyatisilny A. S., Shurygin A. V. Model of Hybrid Satellite-Inertial Navigation System with Partial Structure 751

Wang Guoyan, Fomichev A. V., Dy Yiran. Research on Improved Gaussian Smoothing Filters for SLAM Application 756

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

A. Kolesnikov, anatoly.kolesnikov@gmail.com,
Institute of Computer Technology and Information Security of SFU University, Taganrog, 347922, Russian Federation,
S. Kolesnikova, skolesnikova@yandex.ru,
SUAI University, St. Petersburg, 190000, Russian Federation,
S. Tsvetnitskaya, svetasa@sibmail.com,
TSU University, Tomsk, 634050, Russian Federation

Corresponding author: **Kolesnikova Svetlana**, D. Sc.,
SUAI University, St. Petersburg, 190000, Russian Federation, e-mail: skolesnikova@yandex.ru

Accepted August 15, 2019

A Discrete Stochastic Regulator on a Manifold, Minimizing Dispersion of the Output Macrovariable

Abstract

A theoretical result is presented in the form of a new algorithm for the synthesis of a control system over a non-linear object, whose mathematical model represents a stochastic matrix difference equation having noise with a zero mean and finite dispersion in the right-hand part. The new algorithm for synthesizing stochastic control for such an object is based on a three-stage procedure. In the first stage, the structure of the control system is formed in accordance with the classical method of analytical design of aggregated regulators (ADAR) in a fixed-noise assumption. In the second stage, the conditional mathematical expectation of the resulting expression for the first-stage control is determined. In the third stage, the control model is refined by excluding the noise variable from the control formula based on decomposing the initial control system affected by the new control. It is shown that the proposed control strategies minimize the target macro variable dispersion and ensure a stable, on average, achievement of the target manifold. A detailed example of an application of the algorithm for synthesizing control over the motion of an immobile center of mass is given, whose analog is represented by the objects such as by robot-manipulators, is given. The results of numerical modeling are presented, which confirm the operability of the constructed controller. Numerical simulations of the designed control system was performed using the authentic working equipment data.

Keywords: multidimensional discrete stochastic object, stochastic model of discrete control over motion of immobile center of mass, minimum the variance of the output macro variable

Acknowledgements. This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 17-08-00920.

For citation:

Kolesnikov A., Kolesnikova S., Tsvetnitskaya S. A Discrete Stochastic Regulator on a Manifold, Minimizing Dispersion of the Output Macrovariable, *Mekhatronika, Avtomatizatsia, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 12, pp. 707–713.

УДК 51-74

DOI: 10.17587/mau.20.707-713

А. А. Колесников, д-р техн. наук, проф., anatoly.kolesnikov@gmail.com,
Институт компьютерных технологий и информационной безопасности ЮФУ, г. Таганрог,
С. И. Колесникова, д-р техн. наук, проф., skolesnikova@yandex.ru,
Университет ГУАП, г. Санкт-Петербург,
С. А. Цветницкая, канд. техн. наук, доцент, svetasa@sibmail.com
Университет ТГУ, г. Томск

Дискретный стохастический регулятор на многообразии, минимизирующий дисперсию выходной макропеременной¹

В работе представлен теоретический результат в виде нового алгоритма синтеза системы управления стохастическим нелинейным объектом, математическая модель которого есть разностное стохастическое матричное уравнение, в правой части которого присутствуют шумы с нулевым средним и конечной дисперсией. Основой нового алгоритма синтеза стохастического управления является трехэтапная процедура. На первом этапе формируется структура системы управления в соответствии с классическим методом аналитического конструирования агрегированных регуляторов в предположении зафиксированного шума. На втором этапе определяется условное математическое ожидание от найденного выражения для управления на первом этапе. На третьем этапе осуществляется декомпозиция исходной

¹Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ № 17-08-00920.

системы уравнений под воздействием найденного управления, определяется зависимость для переменной шума от наблюдений, использование которой дает итоговую формулу для стохастического регулятора. Показано, что найденные стратегии управления минимизируют дисперсию целевой макропеременной и обеспечивают устойчивое в среднем достижение целевого многообразия. Приведен подробный пример применения алгоритма синтеза для объекта управления движением неподвижного центра масс, аналогом которого являются объекты роботов-манипуляторов. Представлены результаты численного моделирования с использованием достоверных данных, которые подтверждают работоспособность и эффективность построенного стохастического регулятора по сравнению с детерминированным при его применении в нерасчетных условиях.

Ключевые слова: многомерный нелинейный дискретный стохастический объект, стохастическая модель дискретного управления движением неподвижного центра масс, управление, минимизирующее дисперсию выходной макропеременной

Introduction

The paper discusses a generalization of the deterministic method of control over non-linear multidimensional objects on manifolds (for detail see a complete review in [1–5]) — the method of analytical design of aggregated regulators (ADAR) [1] — for a stochastic non-linear object prescribed by a system of stochastic difference equation.

The principal success of its application for solving a non-trivial problem of control over nonlinear multivariate objects stems from the formation of the control system invariants or target laws of the control object behavior; using a set description of its "final causes" (according to L. Euler) or the target system's properties, the 'actions are derived' which are necessary for the control target to be reached. An analytical description of the set of target states of a control object and a selection of a special control quality functional meet the requirements of the physical control theory principles [6].

The proposed system of discrete control is characterized by the following initial statements and expected properties:

1) the control object is represented as a system of stochastic difference equations;

2) no knowledge on the probabilistic properties of the control object description is required; a necessary thing is the boundedness of the right-hand parts (noise dispersion boundedness);

3) setting the target manifold (analytical description of the target properties of the synthesized control system by introducing *ad hoc* macrovariables as a function of the initial object variables;

4) control effected in the space of states $X[t] = (X_1[t], \dots, X_n[t])$, $t \in \{0, 1, \dots\}$ of the stochastic object under study;

5) stable, on average, achievement of the target manifold;

6) minimal dispersion of the output macrovariable [7, 8];

7) control system robustness with respect to random uncertainties of an arbitrary probability distribution type.

Formulation of the problem of control over a discrete stochastic object

In the probability space $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_k)_{k \geq 0}, P)$, $\mathcal{F}_k = \sigma\{\xi[t] = (\xi_1[t], \dots, \xi_{m_1}[t]), t \leq k\}$, sequences of independent, equally-distributed non-correlated random quantities $\{\xi_i[t]\}_{t \geq 0}$, $i = \overline{1, m_1}$, $m_1 \leq n$ with the properties $E\{\xi_i[t]\} = 0$, $D\{\xi_i[t]\} = \sigma_i^2$ are prescribed (by $E\{\zeta\}$, $D\{\zeta\}$ denote mathematical expectation and dispersion of random quantity ζ , respectively).

A discrete control object is described by the following:

$$X[t+1] = F[t] + u[t] + \xi[t+1] + c\xi[t], \quad (1)$$

where $X[t] = (X_1[t], \dots, X_n[t])$ is the vector variable of state; $F[t] := F(X[t]) \in R^n$ is the non-linear function; $u \in R^m$, $m \leq n$ is the control; $\xi[t] \in R^l$, $l \leq n$ is the random function with the above properties; $0 < c < 1$ is a certain constant interpreted as the noise damping coefficient; and $t \in \{0, 1, \dots\}$. We assume a pairwise independence of the random values from the system $\{\xi_k[t], \xi_d[t], X_i[t]\}$, $i, k, d = \overline{1, n}$, $k \neq d$.

It is necessary to determine the control law $u(t)$, ensuring that the following properties of the control system are fulfilled:

$$1) E\{\psi_j[t+1] + \omega\psi_j[t]\} = 0, 0 < \lambda = \text{const} < 1, \\ j = \overline{1, m}, t \rightarrow \infty;$$

$$2) D\{\psi_j[t+1] + \omega\psi_j[t]\} \rightarrow \min, j = \overline{1, m}, t \rightarrow \infty;$$

3) minimum average value of the quality functional

$$E\{\Phi\} = E\left\{\sum_{t=0}^{\infty} \sum_{j=1}^m (\alpha^2 \psi_j^2[t] + (\Delta\psi_j[t])^2)\right\} \rightarrow \min. \quad (2)$$

Here $\psi_j[t] := \psi_j(X[t])$ is a known function of states, which is referred to as a target macrovariable [1].

Coefficients α , ω are the parameters of the synthesized control system, they have a denotative meaning and are interrelated by the following expression $\omega = 0,5(2 + \alpha^2 - \sqrt{(2 + \alpha^2)^2 - 4})$.

Solution of the problem of analytical design of control over a discrete stochastic object

For the sake of a convenient reference to the proposed method and its implementation algorithm of analytical design of a stochastic discrete regulator in the ADAR-class, let us term them as the ADAR(S) (Analytical Design of Aggregated Regulator for a Stochastic discrete object).

Restrictions on the choice of control actions are the following:

- 1) control strategies are selected from the ADAR-control class;
- 2) only those strategies are admitted, for which the value of the control variable $u[t]$ is a function of the preceding states and controls

$$u[t] = u \left(X[t], X[t-1], \dots, X[0]; u[t-1], u[t-2], \dots, u[0] \right), \quad t \in \{0, 1, \dots\}.$$

The major statements of constructing a discrete system of control over a non-linear object from among the ADAR-strategies, minimizing the target variable dispersion, shall be formed as the following algorithm.

ADAR(S) algorithm. We list the main stages of the algorithm based on a combination of the classical ADAR technique and the apparatus of conditional mathematical expectations (see e.g., [7]).

1. Searching for the control structure $\tilde{u}^A[t]$, $t \in \{0, 1, \dots\}$ on the basis of the classical ADAR at a fixed noise.

2. Assuming a conventional mathematical expectation $\hat{u}[t] = E\{\tilde{u}^A[t] | \xi^t\}$, where $\xi^t = (\xi[0], \xi[1] \dots \xi[t])$, $\xi[k] = (\xi_1[k], \dots, \xi_n[k])$, $k = \overline{1, n}$.

3. Decomposing description (1), with the equations $\psi_j[t+1] + \omega_j \psi_j[t] = 0$, $j = \overline{1, m}$ (left-hand parts of the Euler-Lagrange equations for the functional of type (2) taken into consideration). Excluding variable $\xi[t]$ from expression $\hat{u}[t] = E\{\tilde{u}^A[t] | \xi^t\}$.

Thus the synthesis of a discrete regulator has been completed.

Sample application of the ADAR(S) algorithm for a discrete object of control over the motion of the immobile center of mass

Let us discuss an example of application of the algorithm for synthesizing control strategies minimizing the dispersion of the output target macrovariable, whose description is a discrete analog of the control object over the immobile center-of-mass motion.

Control problem statement. We deal with the matrix description of a control object

$$\begin{aligned} x_1[k+1] &= F_1[k], \\ x_2[k+1] &= F_2[k] + \tau A u[k] + \xi[k+1] + c \xi[k], \quad (3) \\ k &\in \{0, 1, \dots\}, \end{aligned}$$

and the purpose of control

$$\psi(x_1[k]) = x_1[k] - b^* \rightarrow 0, \quad \psi \in R^3, \quad k \rightarrow \infty \quad (4)$$

where

$$\begin{aligned} F_1[k] &= x_1[k] + \tau x_2[k], \\ F_2[k] &= x_2[k] + \tau A q(x_1[k], x_2[k]), \end{aligned} \quad (5)$$

$A = m^{-1}$, $x_i, q, u \in R^3$, $i = 1, 2$, $m = \|m_{ij}\|_{3 \times 3}$; $\xi[k]\}_{k \geq 0}$ is the random sequence of quantities at a fixed values of k and constant c possesses the same properties as in the description of object (1); τ is the discretization parameter.

Remark 1. Object (3) is a discretized analog of a continuous model given by $m\dot{b}(t) = q(b(t), \dot{b}(t)) + u$, $t \geq 0$ (see e.g., [9, 10]), where $b \in R^3$ is the state vector with the coordinates $b(t) = (b_1(t), b_2(t), b_3(t))^T$, $t \geq 0$; $q = q(b, \dot{b}) \in R^3$ are the generalized forces acting on the control object; $m = \|m_{ij}\|_{3 \times 3}$ is the kinetic energy matrix, and $u \in R^3$, $u = u(b(t), \dot{b}(t))$ is the control vector. Using a consecutive substitution of the variables $x_1(t) = b(t)$, $x_2(t) = \dot{b}(t)$ and transforming the resulting object via the Euler scheme by adding noise into the right-hand part of its description, we obtain (3).

Random functions $\{\xi[k+1] + c\xi[k]\}$, $k \in \{0, 1, \dots\}$ in the right-hand part of system (3) given by the sliding mean have a transparent physical interpretation and traditionally characterize the instrumental (see e.g., [7]), measurement and control errors; the value of coefficient $0 < c < 1$ is associated with the degree of influence of the previous measurement.

Now formulate the problem of stabilizing the vector variable $x_1[k]$ in the neighborhood of the prescribed value of b^*

$$E\{\psi(x_1[k])\} = E\{x_1[k] - b^*\} \rightarrow 0, \quad \psi \in R^3, \quad k \rightarrow \infty \quad (6)$$

with the control quality conditions listed as 1) — 3) in Section 1, specifically

$$\begin{aligned} D\{\psi_j[k+1] + \omega \psi_j[k]\} &\rightarrow \min, \quad D\{\psi_j[k]\} \rightarrow \min, \\ j &= 1, 2, 3, \quad k \rightarrow \infty; \\ E\{\Phi\} &= E\left\{\sum_{t=0}^{\infty} \sum_{j=1}^3 (\alpha^2 \psi_j^2[k] + (\Delta \psi_j[k])^2)\right\} \rightarrow \min, \quad (7) \\ 0 &< \omega < 1. \end{aligned}$$

Remark 2. From the expression

$$\begin{aligned} D\{\psi_j[k+1]\} &= D\{x_{1j}[k+1] - b^*\} = \\ &= D\{x_{1j}[k] + \tau x_{2j}[k]\} = D\{x_{1j}[k] + \\ &+ \tau(F_2[k-1] + \tau Au[k-1] + \xi[k] + c\xi[k-1])\} = \\ &= D\{x_{1j}[k] + \tau(F_2[k-1] + \tau Au[k-1] + \\ &+ c\xi[k-1])\} + D\{\xi[k]\} \geq D\{\xi[k]\} \end{aligned}$$

it follows that the response macrovariable $\psi_j[k]$ variance cannot be smaller than that of the noise presented in any description of an object *under any type of control*. In this case, it is reasonable that there is a control, where the variance $D\{\psi_j[k]\}$ is minimal [7, 12].

Solving the control applied problem with ADAR(S). According to the above ADAR(S) algorithm, we will perform the following steps.

Step 1. Derivation of a control system structure. Let us fix the random functions $\xi[k]$, $k \in \{0, 1, \dots\}$ and perform a deterministic ADAR-synthesis [1] for the control object (4)–(6) including a quality functional of the synthesized control system expressed as follows

$$\Phi = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{i=1}^3 (\alpha^2 \psi_i^2[k] + (\Delta \psi_i[k])^2) \rightarrow \min, \quad (8)$$

$$\psi(x_{1j}[k]) = x_{1j}[k] - b_j^*, \quad j = 1, 2, 3.$$

For the sake of convenience in what follows problem (8) will be denoted by a pair of symbols (Φ, ψ) .

The solution of the first step relies on the ideology of the classical ADAR-method for determining control at fixed $\{\xi[k]\}_{k \geq 0}$. To do so, first we introduce an auxiliary macrovariable given by

$$\psi^{(I)}[k] = x_2[k] - \varphi(x_1[k]), \quad k \in \{0, 1, \dots\}. \quad (9)$$

Here $\psi^{(I)} = (\psi_1^{(I)}, \psi_2^{(I)}, \psi_3^{(I)})$ and an intermediate control target is the manifold $\{x: \psi^{(I)}(x) = 0\}$.

Formulate the problem $(\Phi_1, \psi^{(I)})$, accompanying the control system synthesis, where

$$\Phi_1 = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=1}^3 (\alpha_1^2 (\psi_j^{(I)}[k])^2 + (\Delta \psi_j^{(I)}[k])^2).$$

Controls $\tilde{u}_i$, $i = 1, 2, 3$, according to the deterministic ADAR, are sought for from the matrix equation

$$\begin{aligned} \psi^{(I)}[k+1] + \omega_1 \psi^{(I)}[k] &= 0, \quad \psi^{(I)}[k] \in R^3, \\ 0 < \omega_1 < 1, \quad k &\in \{0, 1, \dots\}, \end{aligned}$$

on whose solutions in turn an unconstrained minimum of functional Φ_1 is achieved.

Thus we obtain the control structure accurate to the further determined function $\varphi(x_1)$

$$\begin{aligned} \tau A \tilde{u}[k] &= -F_2[k] - \xi_2[k+1] - c_2 \xi_2[k] - \\ &- \omega_1 x_2[k] + \tilde{\varphi}[k], \\ \tilde{\varphi}[k] &= \varphi(x_1[k] + \tau x_2[k]) + \omega_1 \varphi(x_1[k]). \end{aligned} \quad (10)$$

Determination of the form of an auxiliary variable at fixed $\{\xi[k]\}_{k \geq 0}$. In order to obtain $\varphi(x_1)$, object (3), (5) is reduced on the manifold $\psi^{(I)} = 0$, which, when fulfilled, gives us $x_2[k] = \varphi(x_1[k])$, $k \rightarrow \infty$ (follows from (9)), and the reduced system of equations acquires the following form

$$\hat{x}_1[k+1] = \hat{x}_1[k] + \tau \varphi(\hat{x}_1[k]), \quad k \rightarrow \infty. \quad (11)$$

Here for the sake of understanding the subsequent actions, variable $\hat{x}_1$ in description (11) has the meaning of behavior (4) on manifold $\psi^{(I)} = 0$. In what follows we would again use the initial notations.

Now in order to determine function $\varphi(x_1)$ we introduce a macrovariable of the following type

$$\psi^{(II)}[k] = \psi^*(\hat{x}_1[k]) = \hat{x}_1[k] - b^*, \quad k \in Z_+. \quad (12)$$

The second problem is formulated $(\Phi_2, \psi^{(II)})$, which accompanies the control system synthesis, where its quality criterion will be given by

$$\Phi_2 = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=1}^3 (\alpha_2^2 (\psi_j^{(II)}[k])^2 + (\Delta \psi_j^{(II)}[k])^2) \rightarrow \min,$$

and the control target — by $\psi^{(II)}[k] = 0$, $\psi^{(II)}[k] = (\psi_1^{(II)}[k], \psi_2^{(II)}[k], \psi_3^{(II)}[k])$, $k \in Z_+$.

Variable $\varphi[k] := \varphi(\hat{x}_1[k])$ is sought for from the solutions of the matrix equation $\psi^{(II)}[k+1] + \omega_2 \psi^{(II)}[k] = 0$, $\psi^{(II)}[k] \in R^3$, $0 < \omega_2 < 1$, upon which an unconstrained minimum of functional Φ_2 is in its turn found. From the said equation, now using descriptions (11) and (12), we obtain

$$\begin{aligned} \varphi(\hat{x}_1[k]) &= -\tau^{-1}(\hat{x}_1[k](1 + \omega_2) - b^* - \omega_2 b^*), \\ k &\in Z_+. \end{aligned} \quad (13)$$

The result of Step 1, according to our ADAR(S) algorithm, is the structure of control (at fixed noise) as a combination of equations (3)–(5), (10), and (13)

$$\begin{aligned} x_1[k+1] &= F_1[k], \quad F_1[k] = x_1[k] + \tau x_2[k], \\ x_2[k+1] &= F_2[k] + \tau A \tilde{u}[k] + \xi[k+1] + c\xi[k], \\ F_2[k] &= x_2[k] + \tau A q(x_1[k], x_2[k]), \\ \psi(x_1[k]) &= x_1[k] - b^*, \quad \psi^{(I)}[k] = x_2[k] - \varphi(x_1[k]), \\ \tau A \tilde{u}[k] &= -F_2[k] - \xi[k+1] - c\xi[k] + \\ &+ (1 + \omega_1)\varphi(x_1[k]) - (1 + \omega_1 + \omega_2)x_2[k], \\ \varphi(x_1[k]) &= -\tau^{-1}(x_1[k] - b^*)(1 + \omega_2) = \\ &= -\tau^{-1}(1 + \omega_2)\psi(x_1[k]), \quad k \in Z_+. \end{aligned} \quad (14)$$

Statement 1. The system of equations (14) under deterministic conditions ($\xi[k] = 0, k \geq 0$) ensures that the control target $\psi(x_1[k]) = x_1[k] - b^* = 0, \psi \in R^3, k \rightarrow \infty$ and the global minimum of the following form $\Phi = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=1}^3 (\alpha^2 \psi_j^2[k] + (\Delta \psi_j[k])^2) \rightarrow \min$ are achieved for the quality functional, where α is the control system parameter proportional to the transition process duration.

Proof of Statement 1 relies directly on the classical ADAR-method [1].

Step 2. Derivation of a stochastic control system for problem (4)–(6). The conditional mathematical expectation $u[k] = E\{\tilde{u}[k] | \xi^k\}, k \in \{0, 1, \dots\}$, taking into account the initial conditions, in particular, the pairwise independence of the random values $\xi_i[t], \xi_j[t], x_j[t], i \neq j$ will acquire the following form

$$\begin{aligned} \tau Au[k] &= E\{\tau A\tilde{u}[k] | \xi^k\} = E\{-F_2[k] - \xi[k+1] - \\ &- c\xi[k] + (1 + \omega_1)\varphi(x_1[k]) - (1 + \omega_1 + \omega_2)x_2[k] | \xi^k\} = \\ &= -F_2[k] - c\xi[k] + (1 + \omega_1)\varphi(x_1[k]) - \\ &- (1 + \omega_1 + \omega_2)x_2[k]. \end{aligned} \quad (15)$$

Step 3. Refinement of the stochastic control system using the properties of the control object random functions. Substitute (15) into (3), (5). After simple transformations (decomposition of the initial system) we obtain

$$\psi^{(1)}[k+1] + \omega_1 \psi^{(1)}[k] = \xi[k+1]. \quad (16)$$

Considering (15), obtain an explicit control after simplification as follows

$$\begin{aligned} \tau Au[k] &= -F_2[k] - c\omega_1 \psi^{(1)}[k-1] - \\ &- (1 + \omega_1 + c)\psi^{(1)}[k] - \omega_2 x_2[k]. \end{aligned} \quad (17)$$

Final description of the stochastic control system represents a family of equations (3)–(5), (17)

$$\begin{aligned} x_1[k+1] &= F_1[k], \quad F_1[k] = x_1[k] + \tau x_2[k], \\ x_2[k+1] &= F_2[k] + \tau A\tilde{u}[k] + \xi[k+1] + c\xi[k], \\ F_2[k] &= x_2[k] + \tau Aq(x_1[k], x_2[k]), \\ \psi(x_1[k]) &= x_1[k] - b^*, \quad \psi^{(1)}[k] = x_2[k] - \varphi(x_1[k]), \\ \tau Au[k] &= -F_2[k] - c\omega_1 \psi^{(1)}[k-1] - \\ &- (1 + \omega_1 + c)\psi^{(1)}[k] - \omega_2 x_2[k], \\ \varphi(x_1[k]) &= -\tau^{-1}(1 + \omega_2)\psi(x_1[k]), k \in Z_+. \end{aligned} \quad (18)$$

Properties of the stochastic control system (18). Let us deal with the behavior of the control object under the resulting control (17).

$$\min D\{\psi_j^{(1)}[k+1] + \omega_1 \psi_j^{(1)}[k]\} = \sigma^2,$$

Statement 2. $D\{\psi_j[k+1] + \omega_2 \psi_j[k]\} \rightarrow \min,$
 $j = 1, 2, 3, k \rightarrow \infty.$

The proof of Statement 2 immediately follows from the representation (16) and the obvious fact

$$\begin{aligned} D\{\psi^{(1)}[k+1] + \omega_1 \psi^{(1)}[k]\} &= \\ &= D\{x_2[k+1] - \varphi[k+1] + \omega_1 \psi^{(1)}[k]\} = \\ &= D\{F_2[k] + \tau Au[k] + \xi[k+1] + \\ &+ c\xi[k] - \varphi[k+1] + \omega_1 \psi^{(1)}[k]\} = \\ &= D\{F_2[k] + \tau Au[k] + c\xi[k] - \varphi[k+1] + \\ &+ \omega_1 \psi^{(1)}[k]\} + D\{\xi[k+1]\} \geq \sigma^2 \end{aligned}$$

due to the properties of random variables $\xi[k] = 0, k \geq 0$.

After substituting (17) into the system of equations (3), (5) we obtain the result

$$\begin{aligned} x_1[k+1] &= x_1[k] + \tau x_2[k], \\ x_2[k+1] &= -c\omega_1 \psi^{(1)}[k-1] - (1 + \omega_1 + c)\psi^{(1)}[k] - \\ &- \omega_2 x_2[k] + \xi[k+1] + c\xi[k]. \end{aligned} \quad (19)$$

Statement 3.

$$\begin{aligned} 1) \lim_{k \rightarrow \infty} E\{x_2[k+1] + \omega_1 x_2[k]\} &= \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} E\{\psi^{(1)}[k+1] - \psi^{(1)}[k]\} = \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} E\{\varphi[k+1] + \omega_1 \varphi[k]\} = 0; \\ \lim_{k \rightarrow \infty} E\{x_2[k]\} &= 0; \\ 2) \lim_{k \rightarrow \infty} E\{\varphi[k+1] - \varphi[k]\} &= \\ &= -(1 + \omega_2) \lim_{k \rightarrow \infty} E\{x_2[k]\} = 0; \\ 3) \lim_{k \rightarrow \infty} E\{\psi[k+1] + \omega_1 \psi[k]\} &= 0. \end{aligned} \quad (20)$$

The proof of Statement 3.

Consider the second equation in (19) and apply the operation of mathematical expectation to both parts of this equation including into consideration the properties of the random components

$$\begin{aligned} E\{x_2[k+1] + \omega_2 x_2[k]\} &= \\ &= E\{-c(\psi^{(1)}[k] + \omega_1 \psi^{(1)}[k-1]) - \\ &- (\psi^{(1)}[k] + \omega_1 \psi^{(1)}[k]) + \xi[k+1] + c\xi[k]\} = \\ &= E\{\psi^{(1)}[k+1] - \psi^{(1)}[k]\}. \end{aligned}$$

It is also easy to show the fairness of expressions

$$\begin{aligned} 0 &= E\{\psi^{(1)}[k+1] + \omega_1 \psi^{(1)}[k]\} = \\ &= E\{x_2[k+1] - \phi[k+1] + \omega_1(x_2[k] - \phi[k])\} = \\ &= E\{x_2[k+1] + \omega_1 x_2[k] - (\phi[k+1] + \omega_1 \phi[k])\}. \end{aligned}$$

The result 1) of Statement 3 immediately follows from last relations.

The result 2) of Statement 3 follows from expression

$$\begin{aligned} \phi[k+1] - \phi[k] &= \\ &= x_2[k+1] - x_2[k] - (\psi^{(1)}[k+1] - \psi^{(1)}[k]) = \\ &= x_2[k+1] - x_2[k] - (x_2[k+1] + \omega_2 x_2[k]) = \\ &= -(1 + \omega_2)x_2[k]. \end{aligned}$$

Finally, result 3) of Statement 3 follows from the expression

$$\begin{aligned} 0 &= E\{\phi[k+1] + \omega_1 \phi[k]\} = \\ &= E\{-\tau^{-1}(1 + \omega_2)\psi[k+1] - \omega_1 \tau^{-1}(1 + \omega_2)\psi[k]\} = \\ &= -\tau^{-1}(1 + \omega_2)E\{\psi[k+1] + \omega_1 \psi[k]\}, \end{aligned}$$

based on the last formula from (18). Statement 3 is proved.

The validity of the properties (7) follows from statements 1–3.

Numerical simulation

For the sake of illustration, let us use the description of control object (3)–(5).

The operation of the designed control algorithm has been performed for a model problem (see e.g., [9–11]): positioning of object (3) into a predetermined point of the working surface.

Comparative numerical simulation of system (14) under computational conditions ($\xi[k] = 0$, $k \geq 0$) and stochastic system (18)

The simulation (Fig. 1) was performed for the following initial data:

initial state—vector $x_1(0) = (0,997; 2,129; 0,14)$ (rad.); target values $b^*(0) = (-0,052; -1,125; 0)$. Values of the matrices m , q correspond to model data from [9–11].

Comparative numerical simulation of system (14) under off-design conditions and stochastic system (18) at the same noise levels. Judging from the results of a preliminary simulation, the following conclusions are permissible:

1) classical deterministic ADAR-models for a low random-noise level (5–10 %) (off-design conditions) exhibit robustness with respect to the target being achieved;

2) qualities of control of a stochastic regulator based on the ADAR(S)-structure and the deterministic regulator ADAR in the off-design conditions for a low random-noise level are commensurable;

3) stochastic regulator based on the ADAR(S)-control structure is robust to the arbitrary distributed noise of a sub-critical level (here noise/signal ratio ~15–18 %).

A conclusion follows from Fig. 2 and Table on the performance of control system (18) and robustness of the ADAR-model (14) in the off-design conditions at a low noise level (the number in the numerator of the fraction is the standard deviation $\sigma(x_{1j})$, $j = 1, 2, 3$ and the number in the denomina-

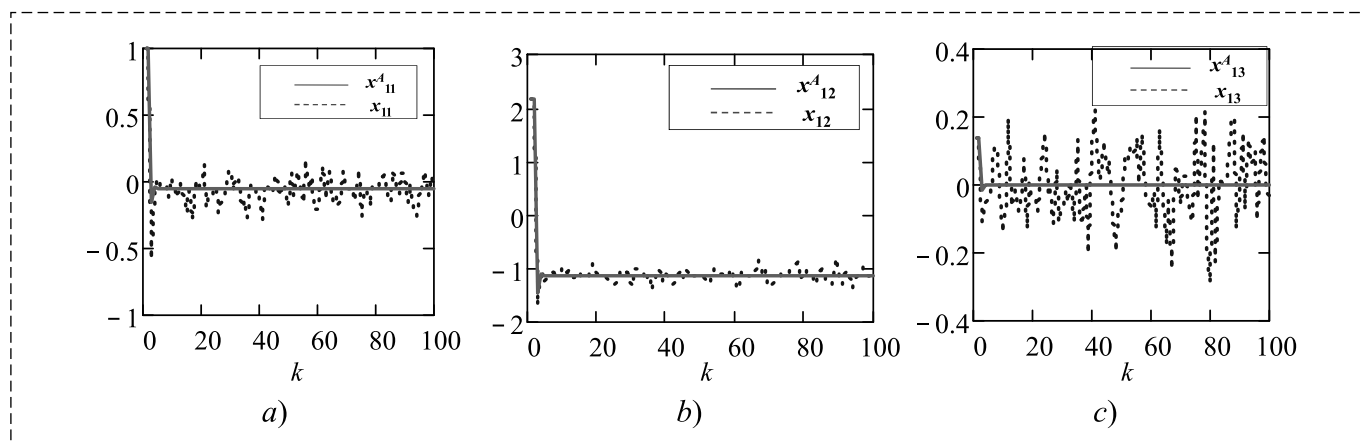


Fig. 1. a)–c) — transition processes for the phase coordinates x_{1j} , $j = 1, 2, 3$ of systems (14) without noise (here $x_{1j}^A := x_{1j}$, $j = 1, 2, 3$ — solid line) and with (18) (x_{1j} , $j = 1, 2, 3$ — dotted line), respectively; the regulator parameters $\omega_1 = 0,1$; $\omega_2 = 0,001$; $\tau = 0,1$

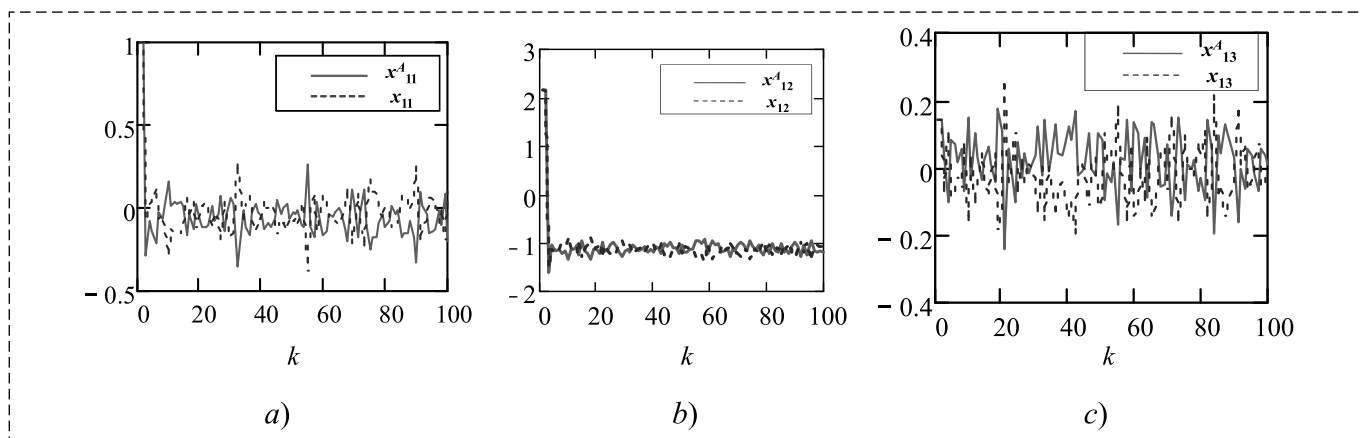


Fig. 2. a)–c) — transition processes for the phase coordinates x_{1j} , $j = 1, 2, 3$ of systems (14) in the off-design conditions (here $x_{1j}^A := x_{1j}$, $j = 1, 2, 3$ — solid line) and (18) (x_{1j} , $j = 1, 2, 3$ — dotted line), respectively; the regulator parameters: $\omega_1 = 0,1$; $\omega_2 = 0,001$; $\tau = 0,1$

Comparison of standard deviations

$\sigma(\cdot)$	$\sigma(x_{11})/\sigma(x_{11}^A)$	$\sigma(x_{12})/\sigma(x_{12}^A)$	$\sigma(x_{13})/\sigma(x_{13}^A)$
1	0,180/0,181	0,470/0,477	0,109/0,128
2,5	0,28/0,291	0,521/0,538	0,277/0,376
5	0,481/0,579	0,672/0,724	0,535/0,687

tor of the fraction is the standard deviation $\sigma(x_{1j}^A)$, $j = 1, 2, 3$ (ADAR in the off-design conditions)).

Summary

The proposed new algorithm for designing a stochastic discrete regulator on manifolds for a non-linear multidimensional object essentially uses the method of analytical design of aggregated regulators earlier developed for deterministic non-linear objects.

Based on the methodology of ADAR-synthesis, a formula has been obtained for the vector-control strategy minimizing dispersion of the target macrovariable [12].

The properties of a stochastic discrete regulator (stable on average achievement of the target manifold, minimal dispersion of the target variable) have been formulated and proved.

Relying on the proposed algorithm, the vector-control law has been constructed for the problem of control over the immobile center-of-mass motion. For this sample case it has been shown that dispersion of the second-order moving average/ (linear combination) of the target variable coincides with that of the noise in the right-hand part of the system of stochastic difference equations.

The results of numerical simulation have been presented, which validate the consistency and performance of the regulator constructed in this study.

An inheritance of the stochastic regulator developed in this study and the earlier developed (e.g., [13]) method of non-linear adaptation has been shown in terms of their application to a discrete object with deterministic noise [14].

References

1. Kolesnikov A. A. Synergetics and problems of control theory: Collected articles, Moscow, Fizmatlit, 2004, 504 p. (In Russian).
2. Khalil H. K. Nonlinear systems, Prentice Hall, 1996, 734 p.
3. Kokotović P., Arcak M. Activation of Nonlinear Feedback Concepts. In: Djafariz T. E., Schick I. C. (eds) System Theory, *The Springer International Series in Engineering and Computer Science*, 2000, vol. 518. Springer, Boston, MA, pp. 379–389, available at: https://doi.org/10.1007/978-1-4615-5223-9_28.
4. Utkin V. I. Sliding modes in control and optimization, Springer, 2012, 286 p, available at: <http://bookre.org/reader?file=1220607>.
5. Tyukin I. Yu., Terekhov V. A. Adaptation in nonlinear dynamical systems, SPb, LKI, 2008, 384 p. (in Russian), available at: <http://bookre.org/reader?file=760301>.
6. Krasovskiy A. A. Problems of Control Physical Theory, *Avtomatika i telemekhanika*, 1990, no. 1, pp. 3–28 (in Russian).
7. Astrom K. J. Introduction to Stochastic Control Theory, New York and London, Academic Press, 1970, 299 p.
8. Astrom K. J., Wittenmark B. Adaptive control, New York, Dover Publications, 2008, 590 p.
9. Matyukhin V. I. Stabilizing manipulator motion along a given surface. *Automation and Remote Control*, 2011, vol. 72, no. 4, pp. 740–753.
10. Matyukhin V. I. Stability of the manifolds of controlled motions of a manipulator, *Automation and Remote Control*, 1998, vol. 59, no. 4, pp. 494–501.
11. Pobegailo P. A. The working equipment of a single-bucket hydraulic excavator: on the accuracy of bucket movement, *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten (nauchno-tekhnicheskiy zhurnal)*, 2017, no. 11, pp. 113–117 (in Russian).
12. Kolesnikova S. I. A multiple-control system for nonlinear discrete object under uncertainty, *Optimization Methods and Software*, 2018, vol. 34, no. 3, pp. 578–585, available at: <https://doi.org/10.1080/10556788.2018.1472258>.
13. Kolesnikov A. A. New nonlinear methods of flight control, Moscow, Fizmatlit, 2013, 193 p. (in Russian).
14. Kolesnikova S. I. Synthesis of a stochastic controller on manifolds for a nonlinear discrete object, *Prikladnaya informatika*, 2018, no. 6, pp. 18–30 (in Russian), available at: <https://www.litres.ru/s-kolesnikova/sintez-stokhasticheskogo-regulyatora-dlya-vyvoda-nel-40275083/>.

Г. А. Рустамов, д-р техн. наук, проф., gazanfar.rustamov@gmail.com,
М. Б. Намазов, канд. техн. наук, доц., mnamazov@beu.edu.az,
Бакинский инженерный университет, г. Баку, Азербайджан,
А. Ю. Гасымов, докторант, asif1964@mail.ru,
Р. Г. Рустамов, докторант, rustamzade.nigar@gmail.com,
Азербайджанский технический университет, г. Баку, Азербайджан

Управление динамическими объектами в условиях неопределенности в точечном скользящем режиме

Обсуждается развитие широко известного скользящего режима, который в классической постановке не нашел должного развития применительно к системам управления. В качестве альтернативы предлагается методика организации одной из разновидностей скользящего режима, называемой здесь "точечным скользящим режимом". Отличительная особенность этого режима заключается в том, что разрывы управления происходят в равностоящих по времени точках линии (гиперплоскости) переключения, что позволяет достичь начала координат за конечное число переключений. Возможность изменения временного интервала между этими точками позволяет получить различные режимы: финитный режим, при котором из любого начального состояния заданная точка достигается за одно переключение, причем в этом режиме линия переключения является "изохроной"; точечный скользящий режим, при котором заданная точка достигается за конечное число переключений; предельный режим, когда длина временных интервалов стремится к нулю, а частота переключений — к бесконечности. С учетом этой особенности вводится понятие "степень скольжения".

Показано, что при вынужденном движении в системах с переменной структурой наблюдается срыв скользящего движения, что не позволяет обеспечивать инвариантность относительно внешних возмущений. Предлагаются два способа устранения вынужденной составляющей движения. Одно из преимуществ использования точечного скользящего режима заключается в том, что в целях улучшения работоспособности не требуется использовать пограничный слой, который реализуется путем ввода в алгоритм управления различных логических условий.

Практическая значимость точечного скользящего режима заключается в том, что при небольшой частоте переключений он позволяет поддерживать показатели качества неопределенного объекта в допустимых пределах. Исследования проводились для одномерных линейных систем (SISO) второго порядка. Результаты могут быть обобщены на многомерные системы более высокого порядка.

Решение модельных задач на MATLAB/Simulink позволяет сделать ряд положительных выводов, имеющих важное прикладное значение в смысле расширения области использования скользящих режимов, особенно применительно к управлению неопределенными объектами.

Ключевые слова: скользящий режим, параметрическая неопределенность, разрывное управление, срыв скользящего режима, астатизм, робастность

Введение

Одним из прикладных направлений управления динамическими объектами в условиях неопределенности является применение особых режимов, в частности режимов скольжения [1—14]. Несмотря на классическое происхождение теории скользящих режимов в некоторых инженерных задачах это направление сохраняет свою актуальность [10—12]. После некоторого доопределения и регуляризации скользящий режим нашел математическую корректность, однако он не всегда является полезным для решения соответствующей практической задачи.

Причина появления теории скользящего режима, по-видимому, связана с желанием двигаться по заданной "искусственной фазовой траектории" при конечных коэффициентах усиления. В простом случае в качестве такой траектории используется прямая линия (или пересечение плоскостей в случае фазового пространства), проходящая через начало

координат. Одним из простых приемов организации движения по искусственным траекториям является "склеивание" отрезков двух фазовых портретов, пересекающих гиперплоскость навстречу друг другу. Отрезки фазовых траекторий лежат по разные стороны от плоскости переключения, причем результирующий вектор фазовой скорости должен быть направлен вдоль линии переключения к началу координат [1, 2]. При стремлении частоты переключений к бесконечности в пределе постулируется, что движение системы происходит по поверхности переключения, и возникает скользящий режим. При этом движение описывается непрерывным дифференциальным уравнением гиперплоскости, порядок которого на единицу меньше порядка системы. Кроме того, движение по "искусственной фазовой траектории" происходит при конечном значении переключаемых коэффициентов. Одновременно известен альтернативный вариант линейного управления с достаточно большим

коэффициентом усиления [2, 6, 15, 17, 18, 22]. В пределе при бесконечно большом коэффициенте усиления из-за выпрямления фазового пространства все траектории стягиваются к "искусственной фазовой траектории", которой соответствует "медленная составляющая" движения [17]. Эта траектория является разомкнутым аттрактором, конец которого находится в точке равновесия [22]. Реализация большого коэффициента усиления требует потребления значительной энергии. Поскольку в реальной системе достаточно обеспечивать ограниченные значения показателей качества и запасов устойчивости, то при реализации коэффициент усиления принимает вполне допустимое большое значение.

В реальной системе скользящий режим соответствует движению не по поверхности разрыва, а в некотором пограничном слое, благодаря которому происходит движение. Для физической реализуемости разрывного движения пограничный слой так или иначе должен существовать. При этом система функционирует в квазискользящем режиме. При стремлении ширины пограничного слоя к нулю происходит "заклинивание" траектории. Эту особенность можно наблюдать при компьютерном моделировании системы на MATLAB/Simulink при релейном управлении $u = K \text{sign}s$, ввиду того, что блок "Sign" благодаря программной реализации имеет ничтожно малую ширину гистерезиса.

Скользящий режим обладает рядом замечательных свойств, не относящихся ни к одной из отдельных структур: расширяются динамические возможности системы; удается получить стабильное качество переходных процессов по гиперплоскости скольжения, поскольку ее параметры не зависят от реквизитов объекта; система наделяется двойной инвариантностью относительно неизмеряемых ограниченных параметрической и сигнальной неопределенностей; не используются средства адаптации, что позволяет избавиться от проблемы сходимости и квазистационарности при реализации; упрощается системотехническая структура; обеспечивается движение в нелинейных системах путем стыковки поверхностей скольжения, относящихся к различным областям притяжения.

Кажущийся на первый взгляд простым, метод разрывного управления в скользящем исполнении при реализации наталкивается на значительные трудности, связанные с тем, что устойчивость и долговечность исполнительных механизмов снижается и, кроме того,

могут возбуждаться источники высокочастотной паразитной динамики. Здесь подтверждается сомнительность решения сложных задач простыми инженерными приемами в соответствии со старой истиной: "чудес не бывает" [15—17]. Использование высокочастотных разрывных сигналов управления существенно ограничивает область применения скользящих режимов, особенно для управления промышленными и техническими объектами, которые имеют большую инерционность.

С практической точки зрения можно выделить два вида разрывного управления, обеспечивающих существование и устойчивость скользящего режима: релейное управление и управление с переключаемыми коэффициентами.

Релейное управление

Для организации скользящего режима релейное управление [9—12] (в простейшем случае двухпозиционное реле без зоны чувствительности и гистерезиса $u = K \text{sign}s$) переключается в зависимости от ошибки регулирования не на оси абсцисс $\dot{x} = 0$, а на линии $s = \dot{e} + c e = 0$. При достаточно большом значении K по этой линии из-за асимметрии возникает скользящий режим. Этим обеспечивается двойная инвариантность относительно неизмеряемых параметрических и внешних возмущений. Тем не менее релейный скользящий режим является неэкономичным с точки зрения энергопотребления. Кроме того, в малой окрестности точки равновесия сохраняются высокочастотные разрывные колебания управления с предельной амплитудой, вызывающие предельный цикл. Для исключения предельного цикла подключение в малой окрестности заданной точки обратной связи является не лучшим решением, поскольку может привести к потере инвариантности.

Управление с переключаемыми коэффициентами

Данный класс систем относится к системам с переменной структурой (СПС) [2—12]. Стабилизирующее управление по двум структурам с П-законом управления имеет следующий вид [2, 3]:

$$u_s = \begin{cases} u_s^+(\varepsilon), & \text{если } \sigma(s, \varepsilon) > 0; \\ u_s^-(\varepsilon), & \text{если } \sigma(s, \varepsilon) < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $\epsilon = (\epsilon \dot{\epsilon} \dots \epsilon^{(n-1)})$ — вектор-строка ошибок рассогласования; $\sigma(s, \epsilon)$ — функция переключения; $s = c_1 \epsilon + c_2 \dot{\epsilon} + \dots + \epsilon^{(n-1)}$ — плоскость переключения.

Устранение нарушения скользящего режима.

Разрывное управление (1) обеспечивает скользящее движение по всей линии $s = 0$ только для систем со свободным движением, другими словами, двигающихся без влияния внешних сил (уставки и внешних возмущений) под воздействием ненулевых начальных условий. При этом оба фазовых портрета являются центральными — точка равновесия находится в начале координат. При вынужденном движении, когда действуют внешние силы, из-за смещения точек равновесия по мере приближения к началу координат наблюдается срыв скользящего режима [9].

Для устранения срыва можно использовать следующие способы:

- использование корректирующего управления u_k , которое при каждом нарушении скользящего режима, подобно многоуровневому релейному сигналу, ступенчато возрастает [9];
- для априори известных входов (уставки и возмущения) с помощью дополнительного астатического регулятора система наделяется астатическим свойством, при котором статическая ошибка равняется нулю. Движение астатической системы из-за компенсации входов равносильно свободному движению.

Первый способ — использование корректирующего управления. На конкретном примере рассмотрим алгоритм устранения срыва скользящего движения при управлении колебательным объектом

$$\ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_2 y(t) = bu + f(t); \quad (2)$$

$$u = u_s + u_k,$$

при вынужденном движении [9].

Здесь $a_1 = 0,5$, $a_2 = 1$, $b = 1$, $f(t) = \sin(2t)$. Пусть уставка $g(t) = 1(t)$. Стабилизирующее управление u_s определяется выражением (1) при $u_s^+ = \alpha = 2$, $u_s^- = \beta = -4$, $c = 0,8$. Корректирующее управление u_k формируется только при выходе фазовой траектории из пограничного слоя заданной ширины [9].

На рис. 1, а, б показаны динамические характеристики системы.

Из рис. 1 ясно видны интервалы нарушения скользящего режима и его восстановления. Сигнал компенсации u_k формируется только в точках нарушения скользящего движения 3, 2 и 1 (рис. 1, а). Переходная характеристика $y(t)$ после $t = 8$ с достигает своего заданного значения $g = 1$ (рис. 1, а). Недостатком этого способа является то, что алгоритм устранения срабатывает после обнаружения факта нарушения.

Второй способ — наделение системы астатизмом. В качестве обобщенной передаточной функции (ПФ) астатического регулятора будем использовать выражение [18]

$$W_A = \frac{M_A(s)}{s^\rho D_A(s)}, \quad (3)$$

где ρ — натуральное число; $\rho \in Z$, $\rho \geq 1$ — порядок астатизма по полиномиальному входу

$$g = a_0 + a_1 t + \dots + a_{\rho-1} t^{\rho-1};$$

$D_A(s)$, $M_A(s)$ — многочлены вида

$$D_A(s) = \sum_{i=0}^n d_i s^i, \quad M_A(s) = \sum_{j=0}^m m_j s^j,$$

причем $d_n = 1$.

Условие физической реализуемости ПФ (3): $m \leq \rho + n$.

Для обеспечения астатизма многочлен $D_A(s)$ должен содержать все чисто мнимые (граница колебательной устойчивости) и неустойчивые полюса (корни знаменателя) изображения входных сигналов как по уставке, так и по внешнему возмущению. Нулевые полюса (граница аperiodической устойчивости) включены в структуру самой ПФ (3). При таком под-

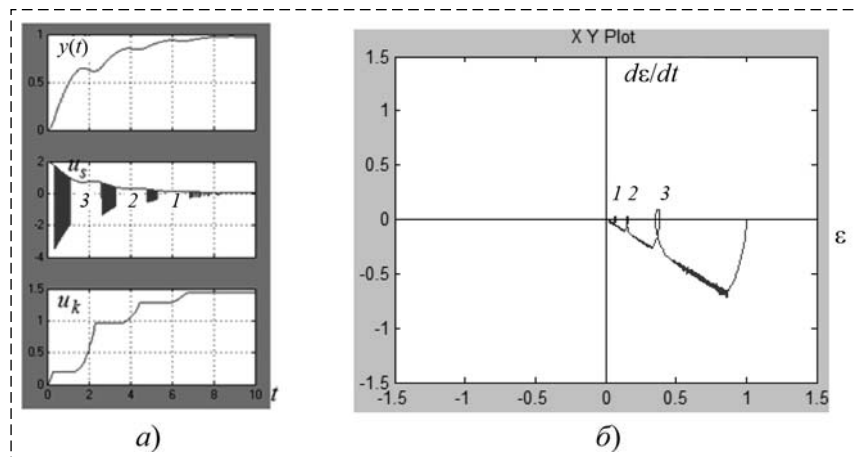


Рис. 1. Динамические характеристики системы с устранением нарушения скользящего режима (1, 2, 3 — точки нарушения скользящего режима)

Fig. 1. Dynamic characteristics of the system with elimination of sliding mode violation

ходе полюса астатического регулятора в качестве нулей входят и в ПФ замкнутой системы. В результате сокращения одинаковых нулей и полюсов вынужденная составляющая движения в одномерной по входу и выходу системе (SISO) компенсируется.

Многочлен $M_A(s)$ в простом случае может быть подобран из условия устойчивости замкнутой системы или определен из условия минимума некоторого интегрального критерия.

Для ясности рассмотрим пример построения астатического регулятора для объекта (2). Здесь входы системы $g(t) = 1(t)$, $f(t) = \sin(2t)$. Соответствующие изображения $G(s) = 1/s$, $F(s) = 2/(s^2 + 4)$. Полюсами являются $p_1 = 0$, $p_{2,3} = \pm 2i$. Разложения по полюсам $s = 0$, $(s + 2i)(s - 2i)$ должны входить в знаменатель $D(s) = sD_A(s) = (s - 0)(s + 2i)(s - 2i)$ ПФ (3). Поскольку не имеются устойчивые полюса, которые можно и не включить в $D(s)$, то можно просто написать $D(s) = s(s^2 + 2)$. Если среди входов имеются одинаковые полюса, то используется один из них. Для числителя принимаем $M_A(s) = m_0 + m_1s$. Если этим невозможно повлиять на все неустойчивые моды характеристической матрицы системы, то порядок числителя можно увеличивать включительно до $m = 3$.

Таким образом, при указанных входах астатический регулятор имеет вид

$$W_A = \frac{m_1s + m_0}{s(s^2 + 4)}.$$

Выход u_s стабилизирующего регулятора с переменной структурой (1) подается на вход астатического регулятора (3). Поскольку модифицированная система совершает свободное движение, то с помощью скользящего режима можно обеспечить инвариантность относительно параметрических неопределенностей в пределах выполнения условия существования и устойчивости скользящего режима $s\dot{s} < 0$, которое при использовании астатического регулятора зависит только от параметров системы.

Соотношение $s\dot{s} < 0$ можно легко получить, если в методе функции Ляпунова принимать $V = 1/2\epsilon^T Q \epsilon$, где $\text{rank} Q = 1$. При этом получается разлагающаяся на линейные множители квадратичная форма $V = (1/2)s^2$, производная по времени которой равна $\dot{V} = s\dot{s}$, а достаточным условием устойчивости является условие $s\dot{s} < 0$ [8].

Недостатки использования астатического регулятора:

- увеличение порядка системы; даже при простом стационарном гармоническом сигнале $f(t) = \sin(2t)$ порядок системы увеличивается на 2 единицы;
- потеря грубости при неточном сокращении нулей с полюсами;
- для решения задачи синтеза уставка и внешнее возмущение должны быть априори известными;
- зависимость ПФ астатического регулятора от типа $g(t)$, $f(t)$ и при их изменении необходимость перестройки регулятора.

Реализация точечного скользящего режима

Из-за наличия инерционности и запаздывания в различных узлах реальная система функционирует в квазискользящем режиме. Построение алгоритмов управления, позволяющее получить квазискользящий режим, связано с вводом пограничного слоя вдоль линии разрыва $s = 0$. В этом направлении существует множество способов и технических решений.

Отметим основные из них:

- организация движения по пограничному слою $s(t) \equiv s(t) \mp \delta$;
- задержка функции переключения $s(t) \equiv s(t - \tau)$;
- использование двухпозиционного реле с зоной нечувствительности $u = 0$, если $s(t) \leq |s_0|$, а также с отстающим гистерезисом;
- использование релейно-линейного управления $u = \text{sat}(\epsilon, \Delta)$, где Δ — интервал линейности;
- включение в цепь обратной связи инерционного звена с малой постоянной времени;
- использование нечеткого скользящего режима [7, 23].

При реализации указанных способов могут возникнуть затруднения системотехнического характера и сложность настройки.

В данной статье предлагается совершенно иной способ организации квазискользящего режима, где переключение управления осуществляется в изолированных точках плоскости переключения $s = 0$, причем фазовая траектория системы между этими точками остается в малой окрестности плоскости переключения без введения каких-либо специальных коридоров.

Близость отрезков траекторий к $s = 0$ зависит от временного интервала между точками разрыва, который является постоянным и за-

дается при настройке регулятора. Максимальное удаление от $s = 0$ наблюдается, когда фазовая траектория достигает начала координат за одно переключение.

Идея используемой нами методики связана с работой Т. Мицумаки, представленной на 1-м конгрессе IFAC в 1960 г. (г. Москва) [19], в которой предложен новый метод регулирования, предусматривающий аппроксимацию оптимальной кривой переключения прямой линией в задаче оптимального быстродействия второго порядка. Угловой коэффициент линии переключения выбирается таким образом, чтобы траектория из любого начального состояния достигала начала координат за одно переключение. В целях предотвращения скользящего режима вторая часть траектории после попадания изображающей точки на линию переключения $s = 0$ формируется постоянным управлением, пропорциональным абсциссе точки попадания. При "неправильной" настройке в малой окрестности линии $s = 0$ наблюдалось движение (от точки к точке), состоящее из отрезков второй структуры, вызванное многократным переключением управления. Однако подобный режим был "отбракован" и его робастное свойство, которое могло бы быть использовано для управления неопределенных объектов, осталось без внимания. В настоящее время возможность компьютерного моделирования системы управления на *MATLAB/Simulink* позволило обнаруживать эффекты, не доступные используемым в то время графоаналитическим исследованиям.

Методика аппроксимации оптимальной линии переключения прямой линией в задаче оптимального быстродействия проанализирована также в работе [20]. В зависимости от начальных условий выделены различные режимы движения: движение по оптимальной линии переключения (парабола) для весьма ограниченного множества начальных условий; движение по аппроксимирующей линии в скользящем режиме; последовательное движение — режим переключений, далее режим скольжения.

Отличительная особенность алгоритма Т. Мицумаки состоит в том, что при определенной настройке из произвольного начального состояния начало координат достигается за одно переключение. Эта особенность указывает на высокую степень оптимальности и системотехническое преимущество данного способа управления.

Учитывая результаты [19], уравнение регулятора с переменной структурой, реализующего точечный скользящий режим, представим в следующем виде:

$$u = \begin{cases} -\alpha\varepsilon, & \text{если } \sigma > 0; \\ \beta\varepsilon_s = \text{const}, & \text{если } \sigma < 0. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь $\sigma = s\varepsilon$ — функция переключения; $s = \dot{\varepsilon} + c\varepsilon = 0$ — линия переключения; $\alpha, \beta, c > 0$ — параметры настройки; $\varepsilon = g - y$ — ошибка регулирования; g — уставка (задание); $\varepsilon_s \in \{\varepsilon : s = 0\}$ — абсцисса точки попадания изображающей точки на линию $s = 0$.

Прототипом (4) является классический полупропорциональный регулятор В. Фернера [21], в котором переключение структур проводится на оси абсцисс $\dot{\varepsilon} = 0$. Это приводит к "режиму переключений", при котором переходная характеристика является чрезмерно колебательной. По-видимому, эта особенность и стала причиной, ограничивающей дальнейшее развитие указанного направления.

Разрывное управление (4) позволяет получить различные режимы:

- финитный режим — из произвольного начального состояния начало координат (заданная точка) достигается за одно переключение. Линия переключения является "изохроной";
- точечный скользящий режим — заданная точка достигается за конечное число переключений управления. Этот режим используется для управления параметрически неопределенными объектами при существенно меньшей частоте переключений управления, чем обычный скользящий режим;
- движение по $s = 0$, когда число переключений стремится к бесконечности.

Кроме того, в малой окрестности начала координат исключается возникновение предельного цикла.

Результаты моделирования

На рис. 2, *a—г* показаны динамические характеристики указанных выше режимов. Моделирование выполнено на *MATLAB/Simulink* при уставке $g = 1(t)$, параметрах настройки $\alpha = 1, \beta = -2, c = [0,5; 1,5; 2]$ и астатическом объекте типа "двойной интегратор" $W_{ob} = 1/s^2$.

Важной задачей является исследование робастных свойств системы относительно параметрических и внешних возмущений. Не

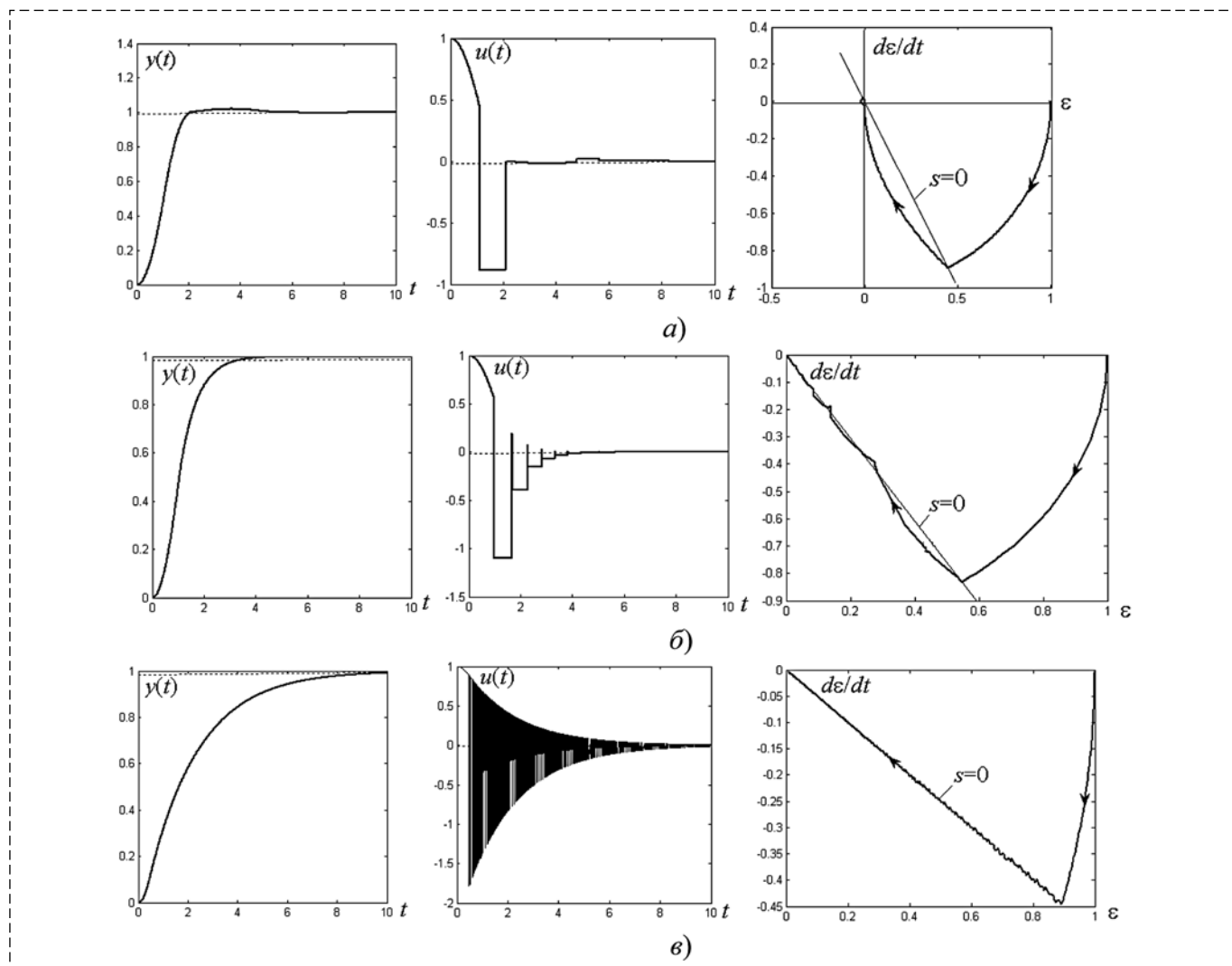


Рис. 2. Динамические характеристики системы при различных режимах:

а — финитный режим; б — точечный скользящий режим; в — точечный скользящий режим с большим числом переключений

Fig. 2. Dynamic characteristics of the system in various modes:

а — finite mode; б — point sliding mode; в — point sliding mode with a large number of switching

нарушая общности, исследование робастных свойств точечного скользящего режима будем выполнять на примере инерционного объекта 1-го порядка:

$$W_{ob} = \frac{k}{Ts + 1},$$

где T — постоянная времени; k — коэффициент усиления объекта.

Чтобы не повысить порядок системы, в качестве входов принимаем простые сигналы типа "единичный скачок" $g(t) = f(t) = 1(t)$. Тогда, согласно общей методике, при номинальных параметрах $T = 2,5$; $k = 2$ астатический регулятор (3) примет вид: $W_A = 1,25/s$. При моделировании использовано дифференциальное уравнение

$$\dot{y}(t) = -ay + bu.$$

Пусть объект имеет параметрическую неопределенность на интервале $0 \leq a \leq 1$, $b = 1$. На указанном интервале изменения параметра должно выполняться условие $s\dot{s} < 0$.

На рис. 3 при $\alpha = 2$, $\beta = -2$, $c = 2$ показана схема моделирования системы.

На схеме основным функциональным узлом является блок с управляемой памятью со сбросом "If Action".

На рис. 4 представлены характеристики системы для трех значений параметра $a = \{0, 0,4, 1\}$. Как видно из рис. 4, а, пучок переходных характеристик $\{y(t)\}$ для большого разброса параметра системы имеет высокую концентрацию, что позволяет убедиться в том, что в точечном скользящем режиме, как и в обычном, система обладает робастным свойством. Однако частота переключений здесь гораздо меньше (рис. 4, б).

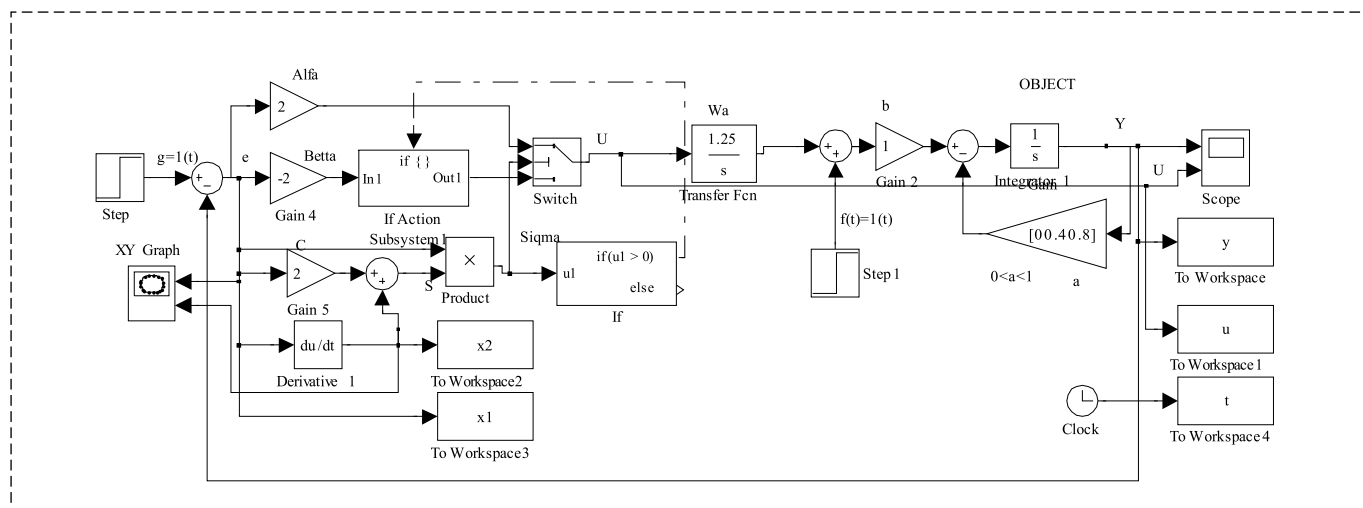


Рис. 3. Схема моделирования системы на Simulink
Fig. 3. Simulink system simulation diagram

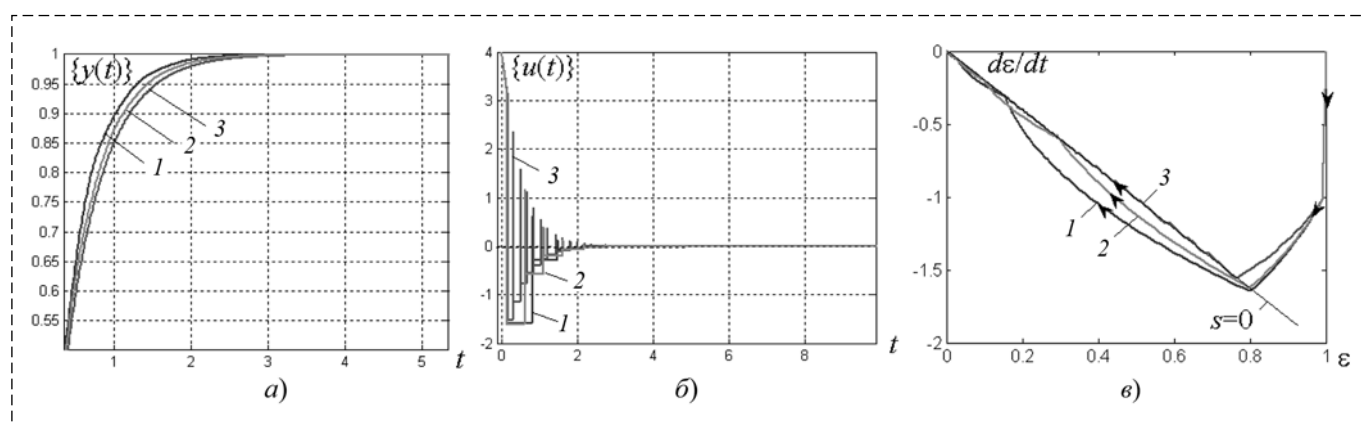


Рис. 4. Характеристики системы при параметрической неопределенности (1 — при $a = 0$; 2 — при $a = 0,4$; 3 — при $a = 0,8$)
Fig. 4. System characteristics with parametric uncertainty (1 — at $a = 0$; 2 — at $a = 0,4$; 3 — at $a = 0,8$)

Кроме того, все фазовые траектории после попадания на линию переключения $s = 0$ двигаются в начало координат по ее малой окрестности (рис. 4, в). Этим еще раз подтверждается небольшой разброс переходных характеристик $\{y(t)\}$.

Для количественной оценки показателя робастности можно использовать методику, предложенную в работе [22].

Заключение

Рассматриваемая в статье задача является классической, современное компьютерное моделирование позволило выявить ряд эффектов, не обнаруженных в результате графоаналитических исследований.

В работе предложена одна из разновидностей скользящего режима, отличительной осо-

бенностью которой является тот факт, что разрывы управления происходят в равностоящих по времени точках линии (гиперплоскости) переключения. Такой подход позволяет, во-первых, достичь начала координат как за одно (финитный режим), так и за конечное число переключений.

Поскольку частоту точечного скользящего режима можно регулировать, то в дальнейших исследованиях можно использовать понятие "степень скользящего режима": $0 \leq \theta \leq 1$. При $\theta = 0$ начало координат достигается за одно переключение. При этом линия переключения используется для аппроксимации оптимальной кривой переключения в задачах оптимального быстрогодействия. Линия переключения является "изохроной", т. е. попавшие на эту линию все траектории после переключения достигают начала координат за одинаковое время. Эту особенность можно использовать в различных

областях физической технологии, также и в военном деле.

$\theta = 1$ соответствует предельной частоте. Этот режим целесообразно использовать для управления в условиях существенной неопределенности.

Управление второй структурой каждый раз корректируется в зависимости от координаты точки попадания (которая уменьшается по мере приближения к началу координат), т. е. имеет дискретную обратную связь. Такая зависимость позволяет автоматически поддерживать участки фазовой траектории между точками разрыва в малой окрестности линии переключения. Также исключается возникновение предельного цикла. Поэтому не приходится дополнять систему различными логическими конструкциями в целях создания пограничного слоя.

Для восстановления срыва скользящего режима при вынужденном движении предложены два способа. Первый из них основан на интегрировании участков траектории, вышедших за пределы пограничного слоя. Второй способ предусматривает наделение системы астатическим свойством для априори известных входов (уставка и возмущение). При этом движение системы состоит только из свободной составляющей.

Практическая значимость точечного скользящего режима заключается в том, что при небольшой частоте переключений он позволяет поддерживать показатели качества неопределенной системы в допустимых пределах. Кроме того, расширяется множество комбинаций переключаемых структур (фазовых портретов).

Исследования проводились для одномерных линейных систем (SISO) второго порядка. Результаты могут быть обобщены на многомерные системы более высокого порядка.

Решение модельных задач на *MATLAB/Simulink* позволяет сделать ряд положительных выводов, имеющих важное прикладное значение в смысле расширения области использования скользящих режимов, особенно применительно к управлению неопределенными объектами.

Список литературы

1. Филиппов А. Ф. Приложение дифференциальных уравнений с разрывной правой частью к нелинейным задачам автоматического регулирования // Труды I Конгресса ИФАК. М.: Изд-во АН СССР, 1961.
2. Utkin V. I. Sliding Modes in Optimization and Control Problems. New York: Springer Verlag, 1992. 387 p.

3. Декарло Р. А., Жак С. Х., Мяттюз Г. П. Управление с переменной структурой нелинейными многомерными системами: Обзор // ТИИЭР. 1988. Т. 76, № 3. С. 4–27.
4. Levant A. Universal SISO sliding-mode controllers with finit-time convergence // IEEE Transactions on Automatic Control. 2001. Vol. 46, N. 9. P. 1447–1451.
5. Levant A. Principles of 2- sliding mode design // Automatica (Journal of IFAC). 2007. V. 43, Iss. 4. P. 576–586.
6. Емельянов С. В., Коровин С. К. Новые типы обратных связей: Управление в условиях неопределенности. М.: Наука, 1997. 352 с.
7. Lagrat I., Ouakka H., Boumhidi I. Fuzzy Sliding mode PI control for Nonlinear Systems // Proceedings of the 6th WSEAS International Conference on Simulation. Modelling and Optimization. Lisbon-Portugal. September 22–24. 2006. P. 534–539.
8. Rustamov G. A., Abdullayeva A. T., Elchuyev I. A. Realization of sliding motion in a nonlinear stabilization system based on the method of the Lyapunov function // Automatic Control and Computer Sciences. 2009. Vol. 43, N. 6. P. 336–341.
9. Mamedov G. A., Rustamov G. A., Gasanov Z. R. Elimination of the sliding mode breakdown in forced motion of controlled objects // Automatic Control and Computer Sciences. 2009. Vol. 43, N. 2. P. 74–79.
10. Бейранович В. А. Инвариантные системы автоматического управления с релейным усилителем // Доклады ТУСУРа. 2010 (июнь). № 1 (21). Ч. 1. С. 70–73.
11. Клиначев Н. В. Теория систем автоматического регулирования. Уч. методический комплекс. 800 файлов. Челябинск. 2010–2013.
12. Мещанов А. С., Султанова А. Ф. К построению многообразий скольжения и управления при невыполнении условий инвариантности // Вестник Казанского технологического университета. 2016. Т. 19, № 10. С. 113–117.
13. Блехман И. И. Что может вибрация? О вибрационной механике и вибрационной технике. М.: URSS, 2017. 216 с.
14. Софиев А. Э., Шауро В. С. Применение вибрационно-го управления для химико-технологических объектов // Программные средства: теория и приложения. 2004. С. 475–490.
15. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Метод больших коэффициентов усиления и эффект локализации движения в задачах синтеза систем автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 2 (95). С. 2–10.
16. Филимонов Н. Б. Методологический кризис "всепобеждающей математизации" современной теории управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 5. С. 291–299.
17. Рустамов Г. А. Анализ методов построения предельных робастных систем управления с большим коэффициентом усиления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 6. С. 363–373.
18. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Робастная коррекция в системах управления с большим коэффициентом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 12 (165). С. 3–10.
19. Мицумаки Т. Модифицированная оптимальная система регулирования / В кн.: Труды I конг. ИФАК, том 2. М.: Из-во АН СССР, 1960. С.608-623.
20. Востриков А. С., Французова Г. А. Теория автоматического управления. Уч. пособ. М.: Высшая школа, 2004. 365 с.
21. Говоров А. А. Методы и средства построения регуляторов с расширенными функциональными возможностями для непрерывных технологических процессов. Тула, 2002. 500 с.
22. Рустамов Г. А., Фархадов В. Г., Рустамов Р. Г. Исследование K_∞ -робастных систем при ограниченном управлении // Мехатроника, автоматизация, управление. № 11. 2018. С. 699–706.
23. Namazov M. Fuzzy Control and Sliding mode Fuzzy Control of DS motor // Journal of Engineerign and Natural Scinces Mühendislik ve Fen Bilikleri Dedgisi. Sigma 32, 2014. P. 97–108.

Control of Dynamic Objects in the Conditions of Uncertainty in the Point Sliding Mode

G. A. Rustamov, D. Sc., Professor, gazanfar.rustamov@gmail.com,

M. B. Namazov, Assoc., Professor, mnamazov@beu.edu.az,

Baku Engineering University, 120 AZ0102, Baku, Azerbaijan,

A. Y. Gasimov, Postgraduate, asif1964@mail.ru,

R. G. Rustamov, Postgraduate, rustamshrutastamov@gmail.com,

Azerbaijan Technical University, Baku, Azerbaijan

Corresponding author: **Rustamov Gazanfar A.**, D. Sc., Professor,

Baku Engineering University, 120 AZ0102, Baku, Azerbaijan, e-mail: gazanfar.rustamov@gmail.com

Accepted on June 11, 2019

Abstract

There is development of the well-known sliding mode, which in the classical formulation didn't find the development to be applied to control systems discussed. Alternatively, there is method of organizing one of the uniformity of the sliding mode called the "point sliding mode" proposed. The distinctive feature of this mode is that here the control gaps occur at time-equal points of the switching line (hyperplane) which allows the origin of coordinates for a finite number of switches. The possibility of changing the time interval between these points makes it possible to obtain various modes: a finite mode, in which a given point is reached from any initial state in one switch, and in this mode the switch line is "isochronous"; point sliding mode in which a given point is reached in a finite number of switchings; limit mode, when the length of time intervals tend to zero, and the switching frequency to infinity. Considering this feature the concept of "degree of slip" is introduced. It is shown that in the case of forced movement in the SPS, a sliding motion is observed, which does not allow for ensuring invariance with respect to external disturbances. There are two ways to eliminate the forced component of the movement offered. One of the advantages of using a point sliding mode is that, in order to improve performance, it is not necessary to use a boundary layer, which is realized by entering various logical conditions into the control algorithm. The practical significance of a point sliding mode lies in the fact that, with a small switching frequency, it is possible to maintain the quality indices of an undefined object within an acceptable interval. The studies were conducted for one-dimensional second-order linear systems (SISO). Results can be generalized for higher order multidimensional systems. Solution of model problems on MATLAB / Simulink allows us to make a number of positive conclusions that are of great practical importance in terms of expanding the area of use of skipping modes, especially in relation to the management of undefined objects.

Keywords: sliding mode, parametric uncertainty, discontinuous control, sliding mode failure, astatism, robustness

For citation:

Rustamov G. A., Namazov M. B., Gasimov A. Y., Rustamov R. G. Control of Dynamic Objects in the Conditions of Uncertainty in the Point Sliding Mode, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 12, pp. 714–722.

DOI: 10.17587/mau.20.714-722

References

1. Filippov A. F. Application of differential equations with a discontinuous right side to nonlinear problems of automatic control, *Trudi I Kongressa IFAC*, Moscow, Izd-vo AN SSSR, 1961 (in Russian).
2. Utkin V. I. Sliding Modes in Optimization and Control Problems, Springer Verlag, New York, 1992, 387 p.
3. Dekarlo R. A., Jak S. H., Matthews G. P. Control with variable structure of nonlinear multidimensional systems: An overview, 1988, *TIIEP*, vol. 76, no. 3, pp. 4–27 (in Russian).
4. Levant A. Universal SISO sliding-mode controllers with finit-time convergence, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001: 46(9), pp. 1447–1451.
5. Levant A. Principles of 2-sliding mode design, *Automatica (Journal of IFAC)*, 2007, vol. 43, iss. 4, pp. 576–586.
6. Yemelyanov S. V., Korovin S. K. New types of feedback: Control in conditions of uncertainty, Moscow, Nauka, 1997, 352 p. (in Russian).
7. Lagrat I., Ouakka H., Boumhidi I. Fuzzy Sliding mode PI control for Nonlinear Systems, *Proceedings of the 6th WSEAS International Conference on Simulation. Modelling and Optimization*, Lisbon-Portugal, September 22–24, 2006, pp. 534–539.
8. Rustamov G. A., Abdullayeva A. T., Elchuyev I. A. Realization of sliding motion in a nonlinear stabilization system based on the method of the Lyapunov function, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2009, vol. 43, no. 6, pp. 336–341.
9. Mamedov G. A., Rustamov G. A., Gasanov Z. R. Elimination of the sliding mode breakdown in forced motion of controlled objects, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2009, vol. 43, no. 2, pp. 74–79.
10. Beyranovich V. A. Invariant automatic control systems with a relay amplifier, *Dokladi TUSURa*, 2010, no. 1(21), Ch. 1, pp. 70–73 (in Russian).
11. Klinachov N. V. Theory of automatic control systems, Uch. Metodicheskiy kompleks, 800 faylov, Chelabinsk, 2010–2013 (in Russian).
12. Meshanov A. S., Sultanova A. F. To the design of varieties of slip and control in case of failure invariance conditions, *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta*, 2016, vol. 19, no. 10, pp. 113–117 (in Russian).
13. Blekhman I. I. What is vibration? About vibration mechanics and vibration technology. Moscow, 2017, 216 p. (in Russian).
14. Sofiyev A. E., Shauro V. S. The use of vibration control for chemical-technological objects. Software: theory and applications, 2004, pp. 475–490 (in Russian).
15. Filimonov A. B., Filimonov N. B. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2009, no. 2 (95), pp. 2–10 (in Russian).
16. Filimonov N. B. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 5, pp. 291–299 (in Russian).
17. Rustamov G. A. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 6, pp. 363–373 (in Russian).
18. Filimonov A. B., Filimonov N. B. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 12 (165), pp. 3–10 (in Russian).
19. Micumaki T. Modified optimal control system, *Trudi I kong. IFAC*, vol. 2. Moscow, Publishing house of AN SSSR, 1960, pp. 608–623 (in Russian).
20. Vostrikov A. S., Francuzova G. A. Theory of automatic control, Novosibirsk, Publishing house of NGTU, 2003, 364 p. (in Russian).
21. Govorov A. A. Methods and means of designing regulators with enhanced functionality for continuous technological processes, Tula, 2002, 500 p. (in Russian).
22. Rustamov G. A., Farkhadov V. G., Rustamov R. G. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, no. 11, vol. 19, 2018, pp. 699–706 (in Russian).
23. Namazov M. Fuzzy Control and Sliding mode Fuzzy Control of DS motor, *Journal of Engineerign and Natural Scinces Mühendislik ve Fen Bilikleri Dedgisi*. Sigma 32, 2014, pp. 97–108.

В. Н. Якимов, д-р техн. наук, проф., yvnr@hotmail.com, **В. И. Батищев**, д-р техн. наук, проф., vib@list.ru,
А. В. Машков, ст. преподаватель, mavstu@list.ru,
Самарский государственный технический университет, г. Самара

Цифровой анализ амплитудного спектра вибрационных сигналов на основе Фурье-обработки результата бинарно-знакового аналого-стохастического квантования¹

Рассматривается задача разработки цифрового алгоритма для оперативного гармонического анализа сложных по составу вибрационных сигналов. Основой решения данной задачи стало обобщенное уравнение статистических измерений, которое определяет измерительную процедуру как последовательное выполнение взаимосвязанных измерительных и вычислительных преобразований. В процессе разработки алгоритма особое внимание уделено аналого-цифровому преобразованию, поскольку оно непосредственно влияет на вычислительную эффективность цифровых процедур получения конечного результата. В качестве такого преобразования обосновано применение бинарно-знакового аналого-стохастического квантования, которое позволяет выполнять двухуровневое квантование без систематической погрешности независимо от статистических свойств анализируемых сигналов. Дискретно-событийная модель результата бинарно-знакового аналого-стохастического квантования позволила осуществить аналитическое вычисление операций интегрирования при переходе к оценке амплитудного спектра в цифровом виде. Как следствие, разработанный алгоритм гармонического анализа не требует выполнения операций цифрового умножения, характерных для классических алгоритмов, которые основаны на вычислении прямого дискретного преобразования Фурье. Выполнение алгоритма сводится к реализации арифметических операций сложения и вычитания значений косинусоидальной функции в моменты времени, определяемые результатом бинарно-знакового аналого-стохастического квантования. Исключение операций цифрового умножения обеспечило повышение вычислительной эффективности оценивания амплитудного спектра. Лабораторные исследования разработанного алгоритма проводились с использованием имитационного моделирования. Результаты моделирования показали, что алгоритм позволяет вычислять оценки амплитудного спектра сложных сигналов с высокой точностью и частотным разрешением при наличии аддитивного шума. В реальных условиях апробация разработанного алгоритма была проведена при стендовых исследованиях эксплуатационного состояния автобуса МАЗ-206067, предназначенного для перевозки пассажиров на городских и пригородных маршрутах средней загруженности. Анализ результатов экспериментальных исследований подтвердил возможность использования алгоритма в составе диагностического обеспечения для оперативного мониторинга вибрационных сигналов в условиях сложной шумовой обстановки.

Ключевые слова: гармонический анализ, амплитудный спектр, бинарно-знаковое аналого-стохастическое квантование, цифровой алгоритм, диагностическое обеспечение

Введение

Работа вращающихся машин и механизмов сопровождается механическими вибрациями. Бесконтрольное развитие процессов вибрации может привести к необратимым дефектам и стать причиной частичного или полного нарушения нормального режима эксплуатации технических объектов. В зависимости от способов механического соединения и динамического взаимодействия деталей и узлов большая часть дефектов проявляет себя в виде распределенной совокупности гармонических составляющих в амплитудном спектре вибрационных сигналов. При этом каждому источнику механической вибрации будут соответствовать определенные спектральные составляющие. Вследствие этого диагностика зарождающихся дефектов и предупреждение их развития на

ранней стадии приводит к необходимости постоянного мониторинга спектрального состава вибрационных сигналов в широком диапазоне частот на рабочих режимах функционирования объектов диагностики [1–6].

Анализ спектрального состава вибрационных сигналов осуществляется с использованием диагностического обеспечения, которое представляет собой комплекс взаимосвязанных правил, методов, алгоритмов и средств, необходимых для диагностирования работы объекта на всех этапах его жизненного цикла [7]. Основу диагностического обеспечения составляют методы и средства спектрального анализа. Реальные механические вибрации представляют собой сложные многокомпонентные колебательные процессы, которые обладают свойством повторяемости через определенные интервалы времени [8]. Одним из наиболее эффективных методов анализа спектрального состава таких сигналов является гармонический анализ Фурье [9]. Данный вид анализа позволяет разложить сигнал вместе с присутствующим в нем шумом по гармоническим функциям и обеспечивает иденти-

¹Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ в рамках выполнения научных проектов № 19-08-00228-А и № 18-08-00253-А.

фикацию спектральных составляющих в широком диапазоне частот [10—12].

Интенсивное развитие вычислительной техники привело к тому, что в настоящее время гармонический анализ преимущественно осуществляется в цифровом виде с использованием программных средств. Переход к цифровым методам гармонического анализа объясняется улучшением разрешения по частоте и повышением способности обнаруживать слабые гармонические составляющие. Однако непрерывное развитие и возрастающая сложность производственных процессов приводят к необходимости постоянного повышения ресурсной и временной эффективности средств цифрового гармонического анализа. Решение данной задачи приобретает особое значение, когда требуется оперативное установление наличия неисправностей в условиях экстремального режима работы объекта диагностики [9].

Постановка задачи

Проблему повышения эффективности цифровой обработки сигналов традиционно решают с использованием двух подходов к организации вычислительных процедур: во-первых, за счет улучшения схемотехнических решений и повышения общей производительности вычислительных средств, во-вторых, путем подготовки исходных данных в виде упорядоченных алгебраических структур и оптимизации программного кода [13—19]. Однако данная проблема не может быть успешно решена только за счет возрастающей мощности вычислительной техники и использования структурно-организационного подхода к реализации вычислительных процедур. Это объясняется тем, что временные характеристики программных средств во многом определяются математической моделью вычислительного процесса и выбором алгоритмических решений и конструкций ее практической реализации [20]. Поэтому разработка математического обеспечения и синтез на его основе алгоритмического обеспечения, приводящего к снижению системных издержек и повышению вычислительной эффективности программных средств гармонического анализа, являются актуальной задачей.

Цифровая обработка сигналов осуществляется в соответствии с заданным вычислительным алгоритмом и предполагает предварительное формирование исходного массива дискретных данных. Обычно в процессе разработки вычислительных алгоритмов преобразование сигналов в цифровую форму рассматривается как предопределенная вынуж-

денная процедура. При этом априори считают, что подлежащие цифровой обработке массивы отсчетов анализируемого сигнала формируются с использованием классического аналого-цифрового преобразования. Суть такого преобразования состоит в том, что цифровой код мгновенных значений непрерывного аналогового сигнала получают в результате выполнения операций равномерной дискретизации во времени и многоуровневого квантования.

Одним из важнейших требований, предъявляемых к аналого-цифровому преобразованию, является обеспечение необходимой точности представления сигналов в цифровом виде в пределах динамического диапазона изменения их значений [9]. В цифровых системах существенное влияние на значение динамического диапазона оказывают эффекты квантования сигнала по уровню. Динамический диапазон может быть уменьшен при наличии любых факторов, искажающих результат квантования сигнала. Обычно в целях обеспечения требуемой точности оцифровки сигнала увеличивают число уровней квантования. Это приводит к тому, что классические цифровые алгоритмы гармонического анализа методом дискретного преобразования Фурье приводят к необходимости выполнения существенного числа многоразрядных операций умножения, что требует значительных временных затрат. При этом с увеличением разрядности цифровых отсчетов сигнала или размерности дискретного преобразования Фурье эти затраты возрастают. Поэтому перспективным подходом к решению задачи разработки эффективных в вычислительном отношении программных средств для гармонического анализа является уменьшение общего числа операций цифрового умножения и алгоритмические способы ускорения их выполнения.

Разработка алгоритма гармонического анализа с использованием бинарно-знакового аналого-стохастического квантования

Основой решения поставленной задачи стала концепция обобщенного уравнения статистических измерений. Это уравнение определяет процедуру измерения вероятностных характеристик в операторной форме, и его можно рассматривать как первый этап построения алгоритмического базиса процедур вычисления цифровых оценок [21, 22].

Согласно обобщенному уравнению статистических измерений алгоритм оценивания любой вероятностной характеристики можно однозначно представить как выполнение в определенной последовательности совокупности взаимосвязанных измерительных и вычислитель-

ных преобразований. Естественно, что в случае цифровых алгоритмов обязательным является преобразование сигналов в цифровую форму. В рамках обобщенного уравнения статистических измерений данный вид преобразования можно рассматривать как предварительную обработку анализируемого сигнала, которая непосредственно влияет на вычислительную сложность последующих цифровых процедур, осуществляемых в процессе получения конечного результата. Следовательно, разработать экономичный в вычислительном отношении цифровой алгоритм гармонического анализа можно за счет выбора такого метода дискретного представления сигналов, который позволил бы упростить цифровую обработку сигналов. Исходя из этого в качестве аналого-цифрового преобразования сигналов предлагается использовать бинарно-знаковое аналого-стохастическое квантование. Такое квантование позволяет осуществлять двухуровневое квантование без систематической погрешности независимо от статистических свойств анализируемых сигналов [22—25]. Математически результат бинарно-знакового аналого-стохастического квантования можно записать в следующем виде:

$$z(t) = \begin{cases} -1, & x(t) + \xi(t) < 0; \\ +1, & x(t) + \xi(t) \geq 0, \end{cases}$$

где $x(t)$ — наблюдаемая реализация анализируемого сигнала $X(t)$; $\xi(t)$ — вспомогательный случайный сигнал.

Вспомогательный случайный сигнал $\xi(t)$ выполняет функцию стохастического порога квантования. Он имеет равномерное распределение и принимает значения в пределах интервала с нижней границей $-\xi_{\max}$ и верхней границей $+\xi_{\max}$, где значение величины $\xi_{\max}$ должно быть больше максимально возможного по модулю значения квантуемой реализации $x(t)$.

Сущность гармонического анализа Фурье состоит в представлении сигналов в виде суммы гармонических составляющих, которые образуют амплитудный спектр. В соответствии с этим математическая модель центрированно-го (т. е. без постоянной составляющей) сигнала может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} \overset{o}{X}(t) &= \sum_{k=1}^K \alpha_k \cos(2\pi f_k t + \varphi_k) + e(t), \\ \alpha_k &= \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \text{ и } f_k = kf_0, \end{aligned}$$

где α_k , φ_k и f_0 — соответственно амплитуды, начальные фазы и основная частота гармонических составляющих; a_k и b_k — коэффициенты

ряда Фурье; $e(t)$ — статистически независимый по отношению к сигналу аддитивный широкополосный шум с нулевым математическим ожиданием.

Пусть гармонический анализ сигнала $\overset{o}{X}(t)$ осуществляется на интервале времени длительностью T . В пределах этого интервала времени с учетом выполнения бинарно-знакового аналого-стохастического квантования оценки коэффициентов ряда Фурье будем искать в следующем виде [26—31]:

$$\begin{aligned} \hat{a}_k &= \lambda \Delta f \int_0^T z(t) \cos 2\pi k \Delta f t dt; \\ \hat{b}_k &= \lambda \Delta f \int_0^T z(t) \sin 2\pi k \Delta f t dt, \end{aligned}$$

где $\lambda = 2\xi_{\max}$; $\Delta f = 1/T$ — предельное разрешение по частоте.

Тогда имеем:

$$\hat{\alpha}_k^2 = \lambda^2 \Delta f^2 \int_0^T z(t_1) \int_0^T z(t_2) \cos 2\pi k \Delta f (t_2 - t_1) dt_1 dt_2. \quad (1)$$

Результат бинарно-знакового аналого-стохастического квантования $z(t)$ принимает значения, равные только -1 и $+1$. Поэтому согласно теории дискретно-событийного моделирования его можно представить во времени как дискретную последовательность событий, где каждому событию соответствует смена его значения [32]. С учетом такой модели результат бинарного знакового аналого-стохастического квантования на интервале времени $t \in [0; T]$ можно однозначно представить в виде его начального значения $z(t_0)$ и множества отсчетов времени $\{t_i^z : 1 \leq i \leq I-1\}$, в которые он последовательно меняет свое значение [23, 26—31]. При этом $t_0 = 0$ и $t_I^z = T$. Исходя из этого оценку (1) представим в виде суммы интегралов:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_k^2 &= \lambda^2 \Delta f^2 \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \sum_{j=0}^{I-1} (-1)^j \times \\ &\times \int_{t_i^z}^{t_{i+1}^z} \int_{t_j^z}^{t_{j+1}^z} \cos 2\pi k \Delta f (t_2 - t_1) dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (2)$$

В соотношении (2) интегралы по переменным t_1 и t_2 вычисляются аналитически. После их вычисления получим:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_k^2 &= A_k^2 \left(C + \sum_{i=h}^{I-2} (-1)^i \sum_{j=i+1}^{I-1} (-1)^j \cos 2\pi k \Delta f \Delta \tau_{j,i} \right); \quad (3) \\ A_k &= \lambda \sqrt{2}/\pi k, \Delta \tau_{j,i} = t_j^z - t_i^z, C = (I-h)/2, \end{aligned}$$

где $h = 0$, если I — четное, и $h = 1$, если I — нечетное.

В выражении (3) изменим порядок суммирования. Тогда оценка $\hat{\alpha}_k^2$ примет вид

$$\hat{\alpha}_k^2 = A_k^2 \left(C + \sum_{j=1}^{I-1-h} (-1)^j D_{k,j} \right); \quad (4)$$

$$D_{k,j} = \sum_{i=h}^{I-j-1} \cos 2\pi k \Delta f \Delta \tau_{j+i,i}. \quad (5)$$

Для того чтобы получить алгоритм вычисления оценки $\hat{\alpha}_k^2$ в цифровой форме в формуле (5) перейдем к числовому представлению множества отсчетов времени $\{t_i^z: 1 \leq i \leq I-1\}$. Это можно сделать, если использовать классический подход к цифровому представлению интервалов времени. Согласно этому подходу $t_i^z = \eta_i^z \Delta t$, где Δt — период следования счетных импульсов. Тогда будем иметь множество целых чисел $\{\eta_i^z, 1 \leq i \leq I-1\}$. Отметим, что $\eta_0^z = 0$. Время анализа будет равно $T = N \Delta t$. Следовательно, $\eta_I^z = N$. В результате для выражения (5) получаем:

$$D_{k,j} = \sum_{i=h}^{I-j-1} \cos 2\pi k N^{-1} \Delta \eta_{j+i,i}, \quad (6)$$

где $\Delta \eta_{j+i,i} = \eta_{j+i}^z - \eta_i^z$.

Соотношения (4) и (6) определяют процедуру вычисления оценок амплитуд $\hat{\alpha}_k$ гармонических составляющих на дискретных частотах $f_k = k \Delta f$ с разрешением по частоте $\Delta f = (N \Delta t)^{-1}$. На основе этих соотношений разработан цифровой алгоритм оценивания амплитудного спектра. Ниже представлена краткая последовательность выполнения основных действий, определяемых этим алгоритмом.

1. На интервале времени $t \in [0; T]$ формируется $z(t)$.

2. Определяются отсчеты времени $\{\eta_i^z, 1 \leq i \leq I-1\}$; $\eta_0^z = 0$; $\eta_I^z = N$.

3. $B = 2\xi_{\max} \text{SQRT}(2)/\pi$; $\Omega = 2\pi/N$.

4. $C = I/2$, если I — четное, иначе $C = (I-1)/2$.

5. Для $k = 1, 2, 3, \dots, K$ выполняются действия:

5.1. $A_k = B/k$; $G_k = C$; $\omega_k = \Omega k$.

5.2. Для $j = 1, 2, 3, \dots, (I-1-h)$ выполняются действия:

5.2.1. $D_{k,j} = 0$.

5.2.1.1. Для $i = h, \dots, (I-j-1)$ выполняются действия:

$$\Delta \eta_{j+i,i} = \eta_{j+i}^z - \eta_i^z; D_{k,j} = D_{k,j} + \cos \omega_k \Delta \eta_{j+i,i}.$$

5.2.2. $G_k = G_k + (-1)^j D_{k,j}$.

5.3. $\hat{\alpha}_k = A_k \text{SQRT}(G_k)$.

6. Вывод результатов $\hat{\alpha}_k$ для $k = 1, 2, 3, \dots, K$.

В отличие от существующих классических алгоритмов гармонического анализа, основан-

ных на вычислении прямого дискретного преобразования Фурье, разработанный алгоритм практически не требует выполнения много-разрядных операций цифрового умножения. Нетрудно видеть, что его выполнение сводится в основном к реализации арифметических операций сложения и вычитания отсчетов косинусоидальной функции $\cos 2\pi k N^{-1} \Delta \eta_{j+i,i}$. Такой результат обеспечивает повышение вычислительной эффективности оценивания амплитудного спектра сложных сигналов. Полученный алгоритм послужил основой для разработки специализированного программного модуля, который может быть использован в составе диагностического обеспечения для комплексного мониторинга вибрационного состояния различных по назначению и составу технических объектов.

Результаты экспериментальных исследований

Экспериментальные исследования алгоритма проводились с использованием имитационного моделирования выполнения процедуры бинарно-знакового аналого-стохастического квантования. Для этого был разработан специализированный программный модуль формирования множества отсчетов времени $\{\eta_i^z, 1 \leq i \leq I-1\}$.

В лабораторных условиях модель центрированной реализации анализируемого сигнала представляла собой аддитивную смесь гармонических составляющих с нормированными частотами $f_k^H \in [0; 0,5]$ и амплитудами $\alpha_k \in [0; 1]$. Начальные фазы φ_k задавались равномерно распределенными в пределах от $-\pi$ до $+\pi$. Шум $e(t)$ представлял собой аддитивный белый шум с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. В частности, такая модель содержала пять гармонических составляющих, параметры которых приведены в таблице, где $\alpha_{\max} = 1$. В этой же таблице представлены результаты вычисления оценок $\hat{\alpha}_k$ и значения относительных погрешностей для этих оценок $\delta_{\alpha} = 100(\hat{\alpha}_k - \alpha_k)/\alpha_k$ в процентах.

На рис. 1 представлены сумма гармонических составляющих (рис. 1, а) и модель цен-

Параметры гармонических составляющих и их оценки

Parameters of harmonic components and their estimations

k	f_k^H	α_k	φ_k	$\hat{\alpha}_k$	$\delta_k, \%$	$\alpha_k/\alpha_{\max}, \text{дБ}$	Сигнал/шум, дБ
1	0,2	0,1	-2,6876	0,1020	2,0	20,0	-23,0
2	0,225	0,3	2,5576	0,3025	0,83	10,46	-13,5
3	0,25	1,0	-0,6582	0,9985	-0,15	0	-3,0
4	0,275	0,3	0,9334	0,2947	1,76	10,46	-13,5
5	0,3	0,1	2,1163	0,0997	-0,3	20,0	-23,0

трированной реализации сигнала с учетом добавления аддитивного белого шума (рис. 1, б). На рис. 2 приведена оценка амплитудного спектра, а также нормированная оценка амплитудного спектра в децибелах. Они вычислены с разрешением 0,001 единиц нормированной частоты.

Результаты моделирования показывают, что разработанный алгоритм обеспечил обнаружение всех гармонических составляющих, положение которых в оценке амплитудного спектра соответствует табличным данным. Они четко различимы и не маскируются шумом. Ложных линий и расщепления линий не наблюдается. Значения оценок $\hat{\alpha}_k$ вычислены с относительными погрешностями δ_{α} , которые не превышают двух процентов по абсолютной величине. Это говорит о высокой точности оценивания амплитудного спектра в статистическом смысле. Следует особо отметить, что спектральная оценка шума остается на достаточно низком уровне по отношению к оценкам амплитуд. Она практически не превышает -40 дБ. Это

свидетельствует о высокой устойчивости алгоритма к внешним аддитивным шумам.

В реальных условиях алгоритм был апробирован при стендовых исследованиях эксплуатационного состояния автобуса марки МАЗ-206067 (категория М3, класс I). Данный автобус предназначен для перевозки пассажиров на городских и пригородных маршрутах средней загруженности. Он оснащен двигателем Mercedes-Benz OM904LA (дизель, 177 л.с.) и шестиступенчатой автоматической коробкой передач ZF6HP504C.

Для регистрации вибрационных сигналов использовались однокомпонентные акселерометры со встроенной электроникой ICP общего назначения 352C04 фирмы изготовителя "PCB Piezotronics, Inc.". Установка акселерометров и обработка вибрационных сигналов осуществлялись с учетом требований по измерению и представлению результатов измерений локальной вибрации, а также согласно требованиям по оценке воздействия локальной вибрации на человека [33—38]. В соответствии с этим были проведены

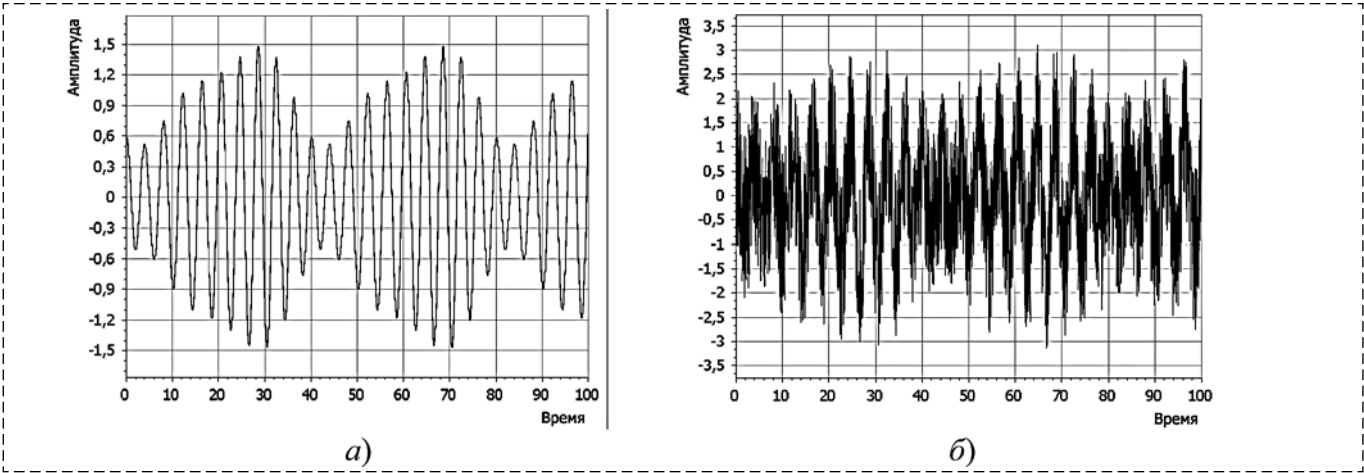


Рис. 1. Сумма гармонических составляющих (а) и модель центрированной реализации сигнала (б)
Fig. 1. Sum of harmonic components (a) and model of centered signal realization (b)

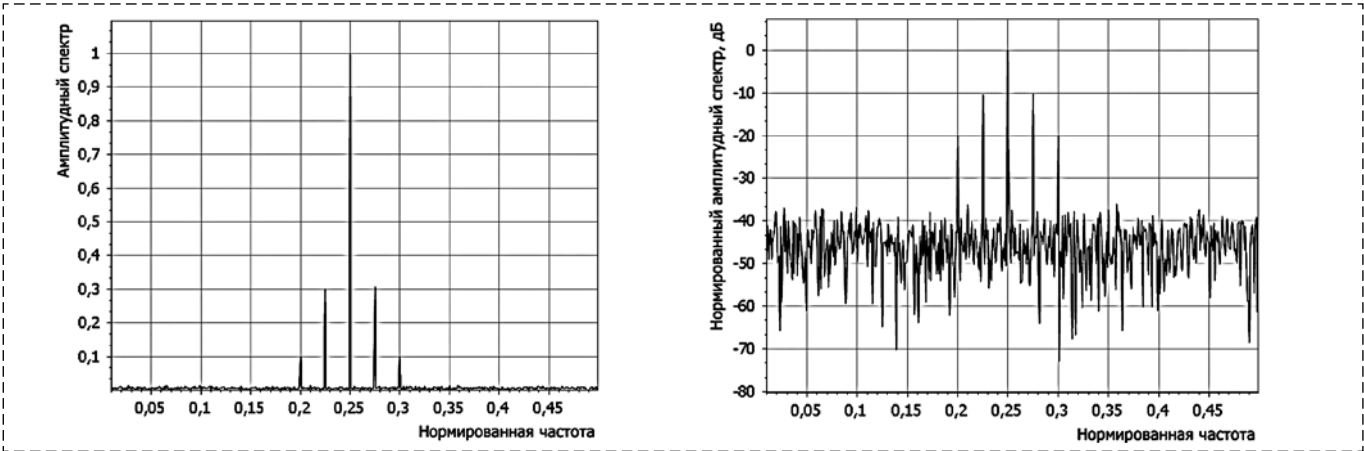


Рис. 2. Оценка амплитудного спектра модели реализации сигнала
Fig. 2. Amplitude spectrum estimation of the signal realization model

исследования влияния режимов работы двигателя на элементы салона. В частности, акселерометры крепились у основания водительского сиденья, на пол перед средней дверью, на боковое оконное стекло над левой задней колесной аркой, на пассажирском сиденье над двигателем.

Длительность измерений составляла 110 с. Наибольшей интенсивности вибрация достигала на режимах холостого хода. На рис. 3–6 приведены результаты оценивания амплитудного спектра соответствующих вибрационных сигналов для частоты вращения двигателя 750 мин^{-1} . Хорошо

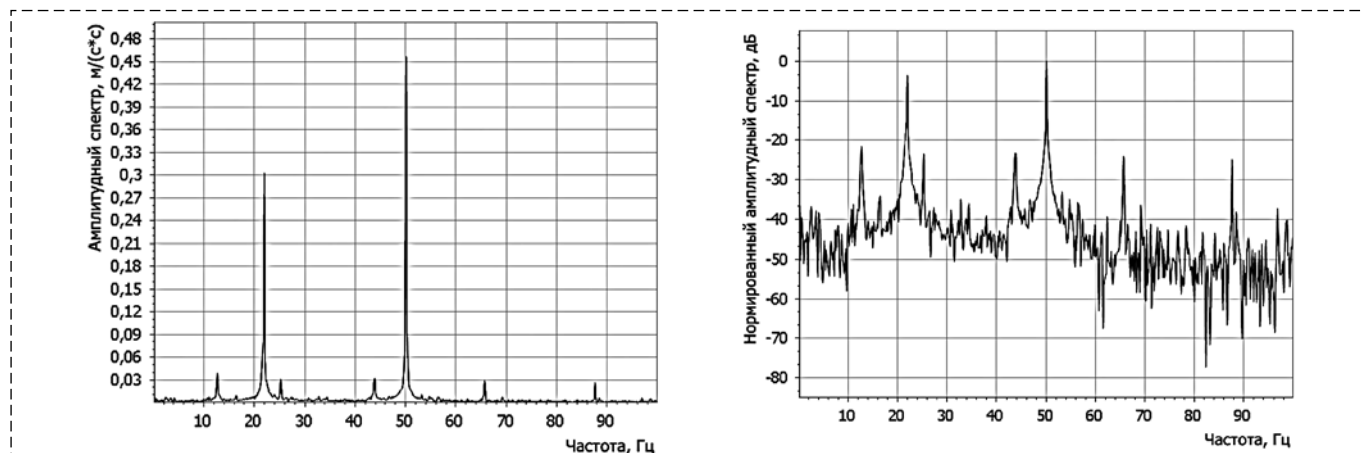


Рис. 3. Оценка амплитудного спектра виброускорения у основания водительского сиденья

Fig. 3. Amplitude spectrum estimation of vibration acceleration at the base of the driver's seat

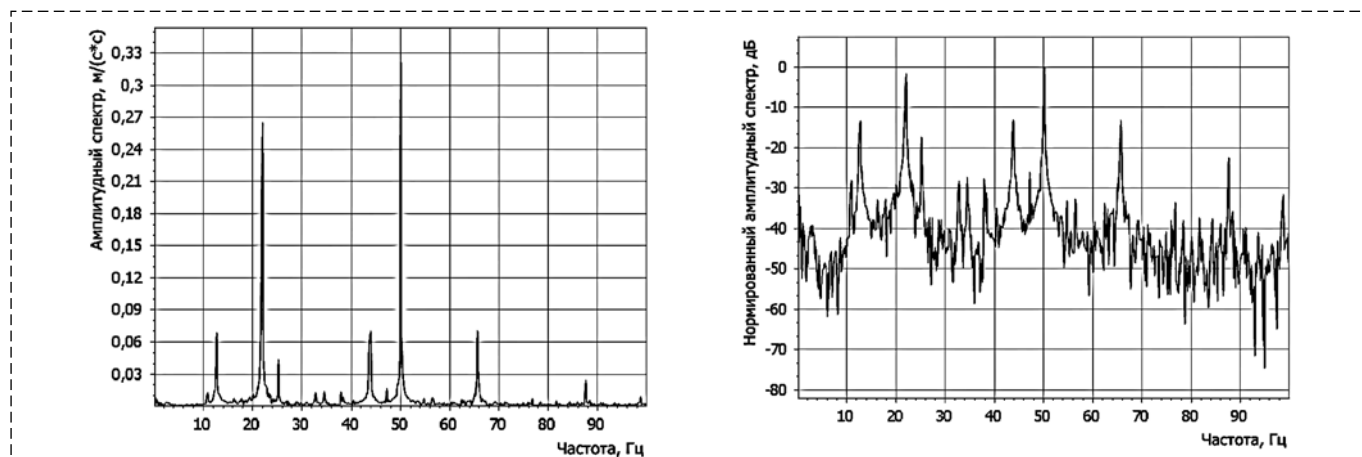


Рис. 4. Оценка амплитудного спектра виброускорения на полу перед средней дверью

Fig. 4. Amplitude spectrum estimation of vibration acceleration on the floor in front of the middle door

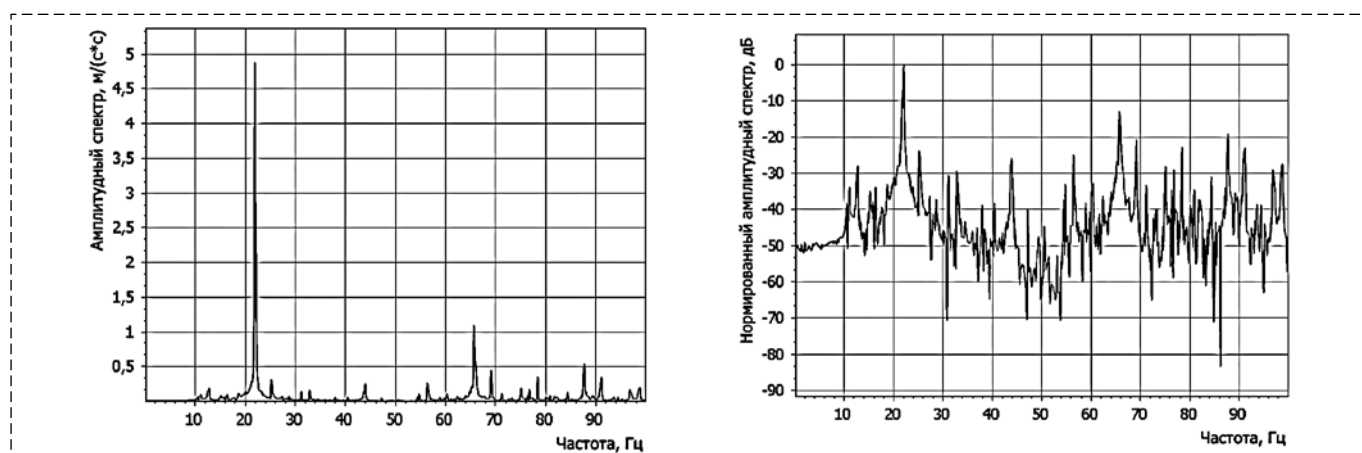


Рис. 5. Оценка амплитудного спектра виброускорения на боковом оконном стекле над левой задней колесной аркой

Fig. 5. Amplitude spectrum estimation of vibration acceleration on the side window glass above the left rear wheel arch

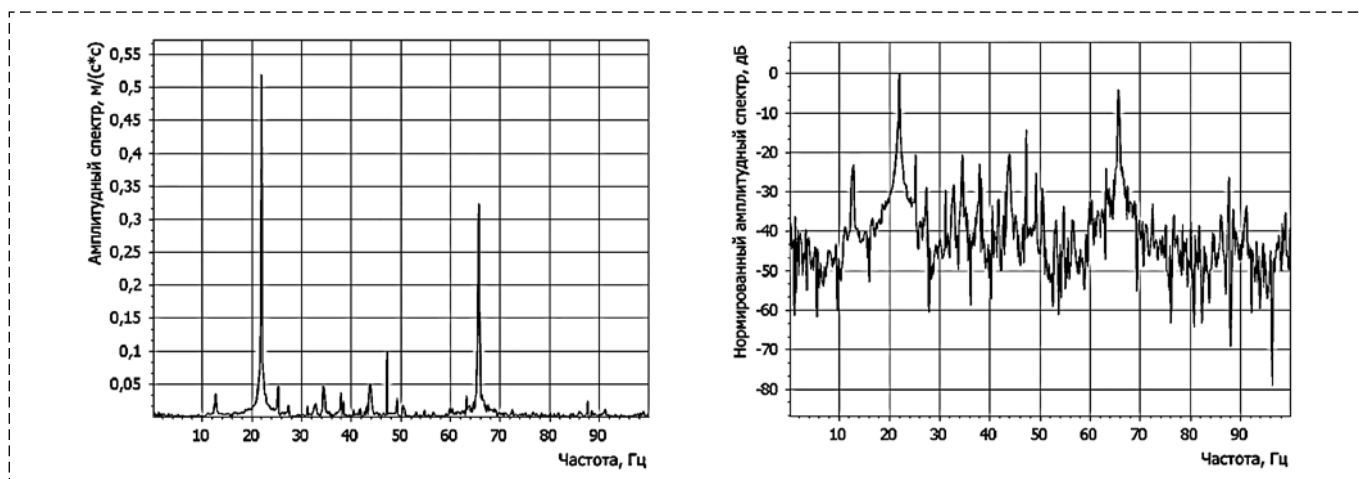


Рис. 6. Оценка амплитудного спектра виброускорения на пассажирском сиденье над двигателем

Fig. 6. Amplitude spectrum estimation of vibration acceleration on the passenger seat over the engine

видно, что разработанный алгоритм обеспечил устойчивое обнаружение гармонических составляющих вибрации.

Заключение

В статье рассмотрен высокопроизводительный цифровой алгоритм оценивания амплитудного спектра, который может быть использован при разработке метрологически значимых программных компонент диагностического обеспечения. Он разработан на основе использования бинарно-знакового аналого-стохастического квантования для преобразования анализируемого сигнала в цифровую форму. Результаты экспериментальных исследований показали, что данный алгоритм позволяет вычислять оценки амплитудного спектра с высокой точностью и частотным разрешением в широком диапазоне частот. При этом алгоритм является простым в вычислительном отношении. Он не требует формировать многоразрядные выборки анализируемого сигнала и осуществлять их последующую обработку с использованием операций цифрового умножения, как этого требуют классические цифровые алгоритмы гармонического анализа. Все это значительно расширяет область возможного применения разработанного алгоритма для решения задач, связанных с оценкой спектрального состава сложных сигналов. Анализ результатов экспериментальных исследований подтвердил практическую применимость предложенного алгоритма для анализа вибрационных сигналов роторных машин и механизмов в условиях сложной шумовой обстановки.

Список литературы

1. **Неразрушающий** контроль и диагностика: Справочник / В. В. Клюев, Ф. Р. Соснин, А. В. Ковалев и др.; Под ред. В. В. Клюева. 2-е изд. М.: Машиностроение, 2003. 656 с.
2. **Колобов А. Б.** Вибродиагностика: теория и практика. М.: ИНФРА-Инженерия, 2019. 252 с.
3. **Benaroya H., Nagurka M., Han S.** Mechanical vibration: Analysis, uncertainties, and control. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2017. 579 p.
4. **Adams M. L.** Rotating machinery vibration: from analysis to troubleshooting. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2010. 476 p.
5. **Brandt A.** Noise and vibration analysis: Signal analysis and experimental procedures. Chichester: Wiley, 2011. 464 p.
6. **Taylor J. I.** The vibration analysis handbook: A practical guide for solving rotating machinery problems. VCI, 2003. 375 p.
7. **ГОСТ 20911—89.** Техническая диагностика. Термины и определения. Введ. 1991-01-01. М.: Стандартинформ, 2009. 11 с.
8. **ГОСТ 24346—80.** Вибрация. Термины и определения. Введ. 1981-01-01. М.: Стандартинформ, 2010. 26 с.
9. **ГОСТ Р ИСО 13373-2—2009.** Контроль состояния и диагностика машин. Вибрационный контроль состояния машин. Часть 2. Обработка, анализ и представление результатов измерений вибрации. Введ. 2001-01-01. М.: Стандартинформ, 2010. 32 с.
10. **Lyons R. G.** Understanding digital signal processing. Third Edition. Prentice Hall PTG, 2011. 944 p.
11. **Proakis J. G., Manolakis D. G.** Digital signal processing. Principles, algorithms and applications. Pearson Prentice Hall, 2007. 1084 p.
12. **Manolakis D. G., Ingle V. K.** Applied digital signal processing: Theory and practice. Cambridge University Press, 2011. 991 p.
13. **Blahut R. E.** Fast algorithms for signal processing. Cambridge University Press, 2010. 453 p.
14. **Bi G., Zeng Y.** Transforms and fast algorithms for signal analysis and representations. Springer-Science + Business Media, LLC, 2004. 422 p.
15. **Britanak V., Yip P. C., Rao K. R.** Discrete cosine and sine transforms: General properties, fast algorithms and integer approximations. Academic Press, Elsevier, 2006. 368 p.
16. **Chu E.** Discrete and continuous Fourier transforms: Analysis, applications and fast algorithms. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2008. 423 p.
17. **Madisetti V. K.** (ed.) The digital signal processing handbook. Digital signal processing fundamentals. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2009. 904 p.

18. Солонина А. И., Уляхович Д. А., Яковлев Л. А. Алгоритмы и процессоры цифровой обработки сигналов. СПб.: БХВ-Петербург, 2002. 464 с.
19. Сюзев В. В. Основы теории цифровой обработки сигналов. М.: РТСофт, 2014. 752 с.
20. Ульянов М. В. Ресурсно-эффективные компьютерные алгоритмы. Разработка и анализ. М.: Физматлит, 2008. 304 с.
21. Цветков Э. И. Основы теории статистических измерений. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отделение, 1986. 256 с.
22. Якимов В. Н. Цифровой комплексный статистический анализ на основе знакового представления случайных процессов // Известия Самарского научного центра РАН. 2016. Т. 18, № 4 (7). С. 1346–1353.
23. Якимов В. Н., Батищев В. И., Машков А. В. Статистическая идентификация линейных динамических систем с использованием знакового аналого-стохастического квантования входного и выходного сигналов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 9. С. 604–611.
24. Мах Ж. Methodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques. Tome 1. Principes generaux et methodes classiques. Paris: Masson, 1996. XXVII. 355 p.
25. Мирский Г. Я. Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. М.: Энергоиздат, 1982. 320 с.
26. Yakimov V. N. Digital harmonic analysis of multicomponent random processes // Measurement techniques. Springer US, New York. 2006. Vol. 49, N. 4. P. 341–347.
27. Якимов В. Н., Машков А. В., Горбачев О. В. Цифровой гармонический анализ на основе метода усреднения Фурье-преобразования псевдоансамбля сегментов знакового сигнала // Цифровая обработка сигналов. 2016. № 2. С. 31–34.
28. Якимов В. Н., Машков А. В. Знаковый алгоритм анализа спектра амплитуд и восстановления гармонических составляющих сигналов в условиях присутствия некоррелированных фоновых шумов // Научное приборостроение. 2017. Т. 27, № 2. С. 83–90.
29. Yakimov V. N., Gorbachev O. V. Firmware of the amplitude spectrum evaluating system for multicomponent processes // Instruments and experimental techniques. Springer US, New York. 2013. Vol. 56, N. 5. P. 540–545.
30. Якимов В. Н., Машков А. В. Цифровой алгоритм экспериментального оценивания спектрального состава непрерывных сигналов для специализированных систем статистического анализа // Датчики и системы. 2018. № 6 (226). С. 25–30.
31. Якимов В. Н., Машков А. В. Цифровой алгоритм оценивания спектрального состава многокомпонентного процесса вибрации // Контроль. Диагностика. 2018. № 8. С. 40–45.
32. Wainer G. A., Mosterman P. J. Discrete-Event Modeling and Simulation: Theory and Applications. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2011. 493 p.
33. Васильчук А. В., Куликовский К. Л., Ланге П. К. Информационно-измерительные системы стендовых испытаний изделий автомобильной промышленности. М.: Машиностроение-1, 2005. 504 с.
34. ГОСТ ИСО 5348—2002. Вибрация и удар. Механическое крепление акселерометров. Введ. 2008-04-01. М.: Стандартинформ, 2007. 16 с.
35. ГОСТ 31191.1—2004 (ИСО 2631-1:1997). Вибрация и удар. Измерение общей вибрации и оценка ее воздействия на человека. Часть I. Общие требования. Введ. 2008-07-01. М.: Стандартинформ, 2010. 25 с.
36. ГОСТ 55855—2013. Автомобильные транспортные средства. Методы измерения и оценки общей вибрации. Введ. 2014-09-01. М.: Стандартинформ, 2014. 21 с.
37. ГОСТ ИСО 10326-1—2002. Вибрация. Оценка вибрации сидений транспортных средств по результатам лабораторных испытаний. Часть 1. Общие требования. Введ. 2007-11-01. М.: Стандартинформ, 2017. 12 с.
38. ГОСТ ИСО 8002—99. Вибрация. Вибрация наземного транспорта. Представление результатов измерений. Введ. 2001-01-01. Минск: Межгос. совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 2000. 16 с.

Digital Analysis of the Vibration Signals Amplitude Spectrum Based on Fourier Processing of the Binary-Sign Analog-Stochastic Quantization Result

V. N. Yakimov, yvnr@hotmail.com, V. I. Batyshev, vib@list.ru, A. V. Mashkov, mavstu@list.ru,
Samara State Technical University, 443100, Samara, Russian Federation

Corresponding author: Yakimov V. N., D. Sc., Professor,
Samara State Technical University, 443100, Samara, Russian Federation,
e-mail: yvnr@hotmail.com

Accepted on April 10, 2019

Abstract

The article is devoted to the problem of developing a digital algorithm for operational harmonic analysis of complex vibration signals. The basis for solving this problem was the generalized equation of statistical measurements, which defines the measurement procedure as the sequential execution of interrelated measurement and computational transformations. During the development of the algorithm, special attention is paid to analog-to-digital conversion because it directly affects the computational efficiency of digital procedures for obtaining the final result. As such a conversion, the use of binary-sign analog-stochastic quantization is justified, which allows performing two-level quantization without systematic error regardless of the statistical properties of the analyzed signals. The discrete-event model of the binary-sign analog-stochastic quantization result allowed for the analytical calculation of integration operations in the transition to estimating the amplitude spectrum in digital form. As a result, the developed algorithm of harmonic analysis does not require performing digital multiplication operations typical for classical algorithms, which are based on the calculation of the direct discrete Fourier transform. The execution of the algorithm is reduced to the implementation of the addition and subtraction arithmetic operations of the cosine-function values in the time moments determined by the result of the binary-sign analogue-stochastic quantization. The exclusion of digital multiplication operations provided an increase in the computational efficiency of

amplitude spectrum estimation. Laboratory studies of the developed algorithm were carried out using simulation modeling. The simulation results showed that the algorithm allows calculating estimates of the amplitude spectrum of complex signals with high accuracy and frequency resolution in the presence of additive noise. In real conditions, the testing of the developed algorithm was carried out during bench studies of the operational status of the MAZ-206067 bus, designed for the transportation of passengers on urban and suburban routes of average workload. Analysis of the results of experimental studies confirmed the possibility of using the algorithm as part of the diagnosability provision for operational monitoring of vibration signals in a complex noise environment.

Keywords: harmonic analysis, amplitude spectrum, binary-sign analog-stochastic quantization, digital algorithm, diagnosability provision

Acknowledgements: This reported study was funded by Russian Foundation for Basic Research (RFBR) according to research projects 19-08-00228-A and 18-08-00253-A.

For citation:

Yakimov V. N., Batyshev V. I., Mashkov A. V. Digital Analysis of the Vibration Signals Amplitude Spectrum Based on Fourier Processing of the Binary-Sign Analog-Stochastic Quantization Result, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 12, pp. 723–731.

DOI: 10.17587/mau.20.723-731

References

1. Klyuev V. V., Sosnin F. R., Kovalev A. V., Filinov V. N. et al. Nondestructive testing and diagnostics: Handbook, Under ed. V. V. Klyuyev, Moscow, Mashinostroenie, 2003, 656 p. (in Russian).
2. Kolobov A. B. Vibration diagnostics: theory and practice, Moscow, INFRA-Engineering, 2019, 252 p. (in Russian).
3. Benaroya H., Nagurka M., Han S. Mechanical vibration: Analysis, uncertainties, and control, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2017, 579 p.
4. Adams M. L. Rotating machinery vibration: from analysis to troubleshooting, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2010, 476 p.
5. Brandt A. Noise and vibration analysis: Signal analysis and experimental procedures, Chichester: Wiley, 2011, 464 p.
6. Taylor J. I. The vibration analysis handbook: A practical guide for solving rotating machinery problems, VCI, 2003, 375 p.
7. State Standard 20911–89. Technical diagnostics. Terms and definitions, Moscow, Standartinform Publ., 2009, 11 p. (In Russian).
8. State Standard 24346–80. Vibration. Terms and definitions, Moscow, Standartinform Publ., 2010, 26 p. (In Russian).
9. State Standard R ISO 13373-2–2009. Condition monitoring and diagnostics of machines. Vibration condition monitoring. Part 2: Processing, analysis and presentation of vibration data, Moscow, Standartinform Publ., 2010, 32 p. (in Russian).
10. Lyons R. G. Understanding digital signal processing, Third Edition, Prentice Hall PTG, 2011, 944 p.
11. Proakis J. G., Manolakis D. G. Digital signal processing. Principles, algorithms and applications, Pearson Prentice Hall, 2007, 1084 p.
12. Manolakis D. G., Ingle V. K. Applied digital signal processing: Theory and practice, Cambridge University Press, 2011, 991 p.
13. Blahut R. E. Fast algorithms for signal processing, Cambridge University Press, 2010, 453 p.
14. Bi G., Zeng Y. Transforms and fast algorithms for signal analysis and representations, Springer-Science + Business Media, LLC, 2004, 422 p.
15. Britanak V., Yip P. C., Rao K. R. Discrete cosine and sine transforms: General properties, fast algorithms and integer approximations, Academic Press, Elsevier, 2006, 368 p.
16. Chu E. Discrete and continuous Fourier transforms: Analysis, applications and fast algorithms, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2008, 423 p.
17. Madisetti V. K. (ed.) The digital signal processing handbook. Digital signal processing fundamentals, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2009, 904 p.
18. Solonina A. I., Ulyakhovich D. A., Yakovlev L. A. Algorithms and processors digital signal processing, St. Petersburg, BHV-Petersburg, 2002, 464 p. (in Russian).
19. Suzev V. V. Theory fundamentals of digital signal processing, Moscow, RTSoft, 2014, 752 p. (in Russian).
20. Ulyanov M. V. Resource-efficient computer algorithms. Development and analysis, Moscow, Fizmatlit, 2008, 304 p. (in Russian).
21. Tsvetkov E. I. Theory fundamentals of the statistical measurements, Leningrad, Energoatomizdat: Leningrad Branch, 1986, 256 p. (in Russian).
22. Yakimov V. N. *Izvestiya samarskogo nauchnogo tsentra RAN*, vol. 18, 2016, no. 4(7), pp. 1346–1353 (in Russian).
23. Yakimov V. N., Batyshev V. I., Mashkov A. V. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, vol.18, 2017, no. 9, pp. 604–611 (in Russian).
24. Max J. Methodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques. Tome I: Principes generaux et methodes classiques, Paris, Masson, 1996, XXVII. 355 p.
25. Mirsky G. Ya. Characteristics of stochastic interrelation and their measurements, Moscow, Energoizdat, 1982, 320 p. 611 (in Russian).
26. Yakimov V. N. *Measurement techniques*, Springer US, New York, vol. 49, 2006, no. 4, pp. 341–347.
27. Yakimov V. N., Mashkov A. V., Gorbachev O. V. *Tsifrovaya Obrabotka Signalov*, 2016, no. 2, pp. 31–34 (in Russian).
28. Yakimov V. N., Mashkov A. V. *Nauchnoe priborostroenie*, vol. 27, 2017, no. 2, pp. 83–90 (in Russian).
29. Yakimov V. N., Gorbachev O. V. *Instruments and experimental techniques*, Springer US, New York, vol. 56, 2013, no. 5, pp. 540–545 (in Russian).
30. Yakimov V. N., Mashkov A. V. *Datchiki i Sistemy (Sensors and Systems)*, 2018, no. 6, pp. 25–30 (in Russian).
31. Yakimov V. N., Mashkov A. V. *Kontrol'. Diagnostika*, 2018, no. 8, pp. 40–45 (in Russian).
32. Wainer G. A., Mosterman P. J. Discrete-Event Modeling and Simulation: Theory and Applications, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2011, 493 p.
33. Vasilchuk A. V., Kulikovskiy K. L., Lange P. K. Information and measuring systems bench testing products of the automotive industry, Moscow, Mashinostroyeniye-1, 2005, 504 p. (in Russian).
34. State Standard ISO 5348–2002. Mechanical vibration and shock. Mechanical mounting of accelerometers, Moscow, Standartinform Publ., 2007, 16 p. (in Russian).
35. State Standard 31191.1–2004 (ISO 2631-1:1997). Vibration and shock. Measurement and evaluation of human exposure to whole-body vibration. Part 1. General requirements, Moscow, Standartinform Publ., 2010, 25 p. (in Russian).
36. State Standard 55855–2013. Motor vehicles. Methods of measurement and evaluation of general vibrations, Moscow, Standartinform Publ., 2014, 21 p. (in Russian).
37. State Standard ISO 10326-1–2002. Vibration. Laboratory method for evaluating vehicle seat vibration. Part 1. Basic requirements, Moscow, Standartinform Publ., 2017, 12 p. (in Russian).
38. State Standard ISO 8002–99. Mechanical vibration. Land vehicles. Method for reporting measured data, Minsk, Interstate council for standardization, metrology and certification Publ., 2000, 16 p. (in Russian).

П. А. Смирнов, аспирант, smirnov_petr@iias.spb.su, Р. Н. Яковлев, мл. науч. сотр., iakovlev.r@mail.ru,
Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук,
г. Санкт-Петербург

Решение прямой и обратной задач кинематики в системе позиционирования звеньев манипулятора

Статья посвящена разработке систем позиционирования звеньев манипулятора для решения прямой (ПЗК) и обратной (ОЗК) задач кинематики. Рассматривается робот-манипулятор с четырьмя степенями свободы. Одна из существующих проблем модульных робототехнических средств заключается в отсутствии универсальных алгоритмов, обеспечивающих перерасчет задач кинематики при изменении конфигурации всей системы. Трудности, с которыми сталкиваются исследователи при ее решении, заключаются в работе с геометрическими и нелинейными уравнениями (тригонометрическими уравнениями), в нахождении обратной матрицы представления Денавита—Хартенберга, а также связаны с другими проблемами, например, с наличием множественных решений при применении аналитического подхода. Традиционные математические решения обратной задачи кинематики, в частности, геометрические, итеративные и алгебраические, могут не всегда приводить к физически осмысленным решениям. Стоит заметить, что при попытке ввода ограничений для манипулятора, приходится учитывать, что увеличится число расчетных формул, что повлечет необходимость затрачивания дополнительных вычислительных ресурсов. В случае, когда число степеней свободы манипулятора возрастает, аналитическое моделирование становится практически невозможным. Одним из актуальных методов решения обратной задачи кинематики представляется применение искусственных нейронных сетей. Для поиска решения данной проблемы приводится анализ различных источников, рассматривающих альтернативные решения нахождения целевой точки. По итогам изучения проанализированных статей в нашей работе предложено использовать персептрон. Прежде чем обучить сеть, был сформирован алгоритм, рассчитывающий прямую матрицу представления Денавита—Хартенберга и осуществляющий проверку правильности достижения точки пространства конечным звеном манипулятора. Проведен расчет для тысячи состояний манипулятора и объекта в пространстве, поданных на вход нейронной сети. В случае решения ПЗК на выходе сети мы получаем координаты объекта, а в случае ОЗК — углы поворота звеньев манипулятора. Приводятся результаты протестированных схем, построена схема управления манипулятором с четырьмя степенями свободы.

Ключевые слова: манипулятор, кинематика, нейронные сети, сети прямого распространения, метод обратного распространения ошибки, прямая задача кинематики, обратная задача кинематики

Введение

В настоящее время методы искусственного интеллекта все чаще используются при организации роботизированного управления, поскольку они имеют ряд преимуществ по сравнению с традиционными вариантами решения задач кинематики. К таким преимуществам относятся точный контроль и меньшая длительность вычислений, а также возможность решения некоторых математических задач, касающихся движения и генерации путей. Одной из основных проблем управления движением роботизированной руки является нахождение точного и надежного решения задач кинематики. Решение задачи движения манипулятора необходимо выполнять в режиме реального времени, что представляет серьезную вычислительную слож-

ность и требует длительного времени обработки. Данная проблема имеет ряд особенностей: для каждой новой конфигурации гетерогенных модулей необходимо решать задачи кинематики; классический метод не всегда приводит к решению, достижение механизмом одной из целевых точек пространства может быть осуществлено посредством различных взаимных расположений его звеньев, из которых необходимо выбрать наилучший вариант. Моделирование решения обратной задачи кинематики (ОЗК) является одной из основных проблем в исследованиях робототехники. Сложность заключается в наличии геометрических и нелинейных уравнений (тригонометрических уравнений), в нахождении обратной матрицы представления Денавита—Хартенберга, а также в других проблемах, например, наличии нескольких реше-

ний. Традиционные математические решения ОЗК, в частности, геометрические, итеративные и алгебраические, не всегда могут приводить к физически осмысленным решениям. Когда число степеней свободы манипулятора возрастает, аналитическое моделирование становится практически невозможным. Перспективным методом решения проблемы ОЗК являются искусственные нейронные сети (ИНС). Далее рассмотрены научные работы, в которых были продемонстрированы современные алгоритмы решения ОЗК манипулятора.

В статьях [1, 2] рассматриваются кинематические модели трехзвенных манипуляторов, используемых в робототехнике в качестве испытательной сборки для тестирования различных алгоритмов и теорий. В работе [1] для этого типа робота решение ОЗК, необходимое для генерации желаемых траекторий в декартовом пространстве (2D), найдено с помощью ИНС с обратной связью. Хотя возможности отслеживания траектории исходя из полученных результатов представляются многообещающими, проблема использования нейронной сети в контексте ОЗК должна быть решена дополнительно. В работе [2] авторами был реализован генетический алгоритм для оптимизации модели, значительно улучшающий ее эффективность. Согласно полученным результатам в данном исследовании доказано, что итеративный процесс в сочетании с принципами искусственного интеллекта оказывается вспомогательным инструментом для аналитического решения.

В работе [3] представлено новое решение ОЗК для роботизированного шестизвенного манипулятора компании DENSO robotics (Япония) на основе архитектуры ИНС. Новизна предлагаемого подхода заключается во включении обратной связи текущей конфигурации углов роботизированного манипулятора, а также желаемого положения и ориентации в схему, подаваемую на вход нейронной сети. Недостатком разработанной ИНС является необходимость в большом числе входных и желаемых значений.

В работах [4, 5] рассматривается обучение манипулятора PUMA 560 с шестью степенями свобод. В статье [5] используется новый алгоритм обучения, называемый машиной экстремального обучения, который случайным образом выбирает весовые коэффициенты и анализирует веса одиночных скрытых слоев с поддержкой сетей прямого распространения. Результаты показывают, что предлагаемый

подход не только значительно сокращает длительность вычислений, но и улучшает точность позиционирования конечного звена. В работе [5] рассматривается нетрадиционный метод решения ОЗК с использованием многослойного персептрона. Решение ОЗК для робота разрабатывается путем обучения нейронной сети с помощью дешифрованных координат робота и его соответствующих совместных конфигураций. Главным недостатком разработанной нейронной сети по сравнению с предыдущими алгоритмами является высокое значение среднеквадратичного отклонения (СКО).

В статьях [6, 7] предлагаются нейросетевые подходы с использованием кинематической схемы промышленного робота FANUC M-710i. В работе [6] используемая модель ИНС представляет собой многослойные персептронные нейронные сети, в которых для обучения применяется метод градиентного спуска. Предлагаемый подход также обладает важным преимуществом: он применим к любому манипулятору с необходимым числом степеней свободы, поскольку обучение основано только на наблюдениях за взаимосвязями ввода/вывода контролируемой системы. Авторами статьи [7] также была предложена адаптивная стратегия обучения с использованием ИНС для управления движением робота-манипулятора с шестью степенями свободы и преодоления проблем решения ОЗК. Предлагаемый метод управления не требует каких-либо предварительных знаний о кинематической модели контролируемой системы. Основная идея этой концепции заключается в использовании ИНС для изучения характеристик роботизированной системы, а не для определения модели робота.

Авторы статей [8, 9] представили два алгоритма с использованием нейронных сетей, решающих проблему управления избыточного планарного манипулятора. В работе [8] описан метод последовательной оптимизации, представляющий собой прямой поиск для минимизации нормы вектора смещения на каждом временном шаге. В исследовании использовался планарный избыточный четырехзвенный манипулятор и последовательная оптимизация, минимизирующая сумму всех векторов совместных перемещений. Для решения проблем, связанных с порядком измерения, прямой поиск оказался наиболее простым вариантом, позволившим избежать проблем сходимости. В работе [9] представлены четыре различные итерационные стратегии предот-

вращения столкновений с препятствиями для манипулятора. Цель стратегий заключается в том, чтобы одновременно минимизировать ошибку местоположения конечного звена и общее смещение звеньев манипулятора при столкновении с препятствием.

В статье [10] предлагается ИНС, состоящая из шести субнейронных сетей. Используемые нейронные сети являются многослойным персептроном, обучаемым с помощью метода обратного распространения ошибки. Они обучаются определению положения конечного звена и узлов соединений.

В работе [11] представлена система управления роботом-манипулятором с использованием нейросетевых алгоритмов ограничения рабочей области схвата. Описаны состав и структура системы управления промышленным робототехническим комплексом, предназначенным для работы в герметичных камерах в условиях сильного ионизирующего излучения радиационных излучений. Предложено использование искусственной нейронной сети на основе персептрона с сигмоидальной функцией активации, формирующего на выходе сигнал в диапазоне $[0; 1]$, используемый как коэффициент передачи сигналов от внешних контуров управления и органов ручного управления манипулятором к внутренним контурам системы управления.

На основе проведенного анализа были выявлены следующие преимущества использования нейронных сетей для построения алгоритмов управления структурами: отсутствие трудоемких вычислений, множественности решений прямой задачи кинематики (ПЗК) и ОЗК и малая погрешность вычислений. Недостатками вышеперечисленных алгоритмов являются ограничения, связанные с конструктивными особенностями манипулятора. В работе представлена система позиционирования конечного звена манипулятора на основе решения ПЗК и ОЗК с помощью нейронных сетей. Для формирования обучаемой выборки нейронной сети было выполнено решение ПЗК для четырехзвенного манипулятора.

Постановка задачи

Манипулятор можно рассматривать как систему тел, последовательно соединенных сочленениями. Эти тела называются звеньями. Сочленения соединяют между собой сосед-

ние звенья. Кинематическое описание любого робота можно построить с помощью четырех величин для каждого звена, две из которых описывают само звено (длина звена и угол скручивания звена), а две другие — соединение этого звена с соседними (смещение звена и угол в сочленении). Однако, прежде чем привести выражения для расчета данных величин, требуется ввести несколько определений:

- ось сочленения — ось сочленения под номером i определяется прямой (или направлением вектора), вокруг которой i -е звено системы поворачивается относительно $(i - 1)$ -го звена;
 - длина звена — длина i -го звена (a_i) может быть определена как расстояние между осями сочленений под номерами i и $i + 1$, которое определяется вдоль прямой, перпендикулярной сразу к обоим осям;
 - угол скручивания звена — угол скручивания i -го звена (α_i) определяется как угол между осями сочленений i и $i + 1$, которые были заведомо спроецированы на плоскость, нормальную к которой является общий для двух осей перпендикуляр. Данный угол измеряется по правилу правой руки от оси под номером i к оси под номером $i + 1$ вокруг общего для двух осей перпендикуляра;
 - смещение звена — смещение i -го звена (d_i) соответствует расстоянию по оси i -го сочленения от точки, в которой эту ось пересекает перпендикуляр a_{i-1} , до точки, в которой эту ось пересекает перпендикуляр a_i ;
 - угол в сочленении — угол в сочленении i -го звена (θ_i) может быть определен как угол между продолжениями перпендикуляров a_{i-1} и a_i , измеренный вокруг оси i -го сочленения.
- В рамках представления Денавита—Хартенберга [13, 14] данные величины могут быть найдены следующим образом:

$$\begin{aligned} a_i &= \text{расстояние от } Z_i \text{ до } Z_{i+1} \text{ по оси } X_i; \\ \alpha_i &= \text{угол поворота от } Z_i \text{ до } Z_{i+1} \text{ по оси } X_i; \\ d_i &= \text{расстояние от } X_{i-1} \text{ до } X_i \text{ по оси } Z_i; \\ \theta_i &= \text{угол поворота от } X_{i-1} \text{ до } X_i \text{ по оси } Z_i, \end{aligned}$$

где Z_i и Z_{i+1} — оси Z систем отчета $\{i\}$ и $\{i + 1\}$, жестко связанных со звеньями i и $i + 1$ кинематической цепи соответственно, а X_i и X_{i-1} — оси X систем отчета $\{i\}$ и $\{i - 1\}$, жестко связанных со звеньями i и $i - 1$.

В дальнейшем потребуется воспользоваться общим видом матрицы преобразования ${}^{i-1}_iT$, с помощью которой можно однозначно определить систему отчета $\{i\}$ относительно системы отчета $\{i - 1\}$:

$${}^{i-1}_iT = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} d_i \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Ставится задача на основе матрицы (1) найти матрицы преобразования для каждого звена и сформировать общую матрицу, перемножив матрицы, полученные для звеньев. Выполняя умножение, мы получаем ряд промежуточных результатов, рассчитывая положение и ориентацию системы отсчета $\{i\}$ относительно систем отсчета робота $\{0\}$. В конечном счете необходимо получить в случае ПЗК координаты конечного звена, а в случае ОЗК — углы поворота звеньев.

Классическое решение прямой задачи кинематики

На рис. 1 представлена кинематическая схема четырехзвенного манипулятора, на основе которой была составлена таблица параметров звеньев манипулятора. Длины кинематических пар манипулятора обозначены символами a и d , угол поворота — q . Модель построена в трехмерном пространстве. В таблице приведены параметры звеньев, соответствующие именно такой привязке систем координат.

По формуле (1) находим необходимые матрицы преобразования для каждого звена:

$$\begin{aligned} {}^0_1T &= \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & a_0 \\ \sin \theta_1 \cos \alpha_0 & \cos \theta_1 \cos \alpha_0 & -\sin \alpha_0 & -\sin \alpha_0 d_1 \\ \sin \theta_1 \sin \alpha_0 & \cos \theta_1 \sin \alpha_0 & \cos \alpha_0 & \cos \alpha_0 d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ {}^1_2T &= \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & a_1 \\ \sin \theta_2 \cos \alpha_1 & \cos \theta_2 \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 & -\sin \alpha_1 d_2 \\ \sin \theta_2 \sin \alpha_1 & \cos \theta_2 \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & \cos \alpha_1 d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ {}^2_3T &= \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & a_2 \\ \sin \theta_3 \cos \alpha_2 & \cos \theta_3 \cos \alpha_2 & -\sin \alpha_2 & -\sin \alpha_2 d_3 \\ \sin \theta_3 \sin \alpha_2 & \cos \theta_3 \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & \cos \alpha_2 d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ {}^3_4T &= \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 & a_3 \\ \sin \theta_4 \cos \alpha_3 & \cos \theta_4 \cos \alpha_3 & -\sin \alpha_3 & -\sin \alpha_3 d_4 \\ \sin \theta_4 \sin \alpha_3 & \cos \theta_4 \sin \alpha_3 & \cos \alpha_3 & \cos \alpha_3 d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ {}^4_{ins}T &= \begin{bmatrix} \cos \theta_{ins} & -\sin \theta_{ins} & 0 & a_4 \\ \sin \theta_{ins} \cos \alpha_4 & \cos \theta_{ins} \cos \alpha_4 & -\sin \alpha_4 & -\sin \alpha_4 d_{ins} \\ \sin \theta_{ins} \sin \alpha_4 & \cos \theta_{ins} \sin \alpha_4 & \cos \alpha_4 & \cos \alpha_4 d_{ins} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2)$$

Параметры звеньев четырехзвенного манипулятора

Parameters of four-part manipulator links

i	α_{i-1} , рад.	a_{i-1} , мм	d_i , мм	θ_i
1	$\pi/2$	0	104,5	θ_0
2	0	107	0	θ_1
3	0	73,8	0	θ_2
4	0	153,35	0	θ_3
ins	0	0	0	θ_4

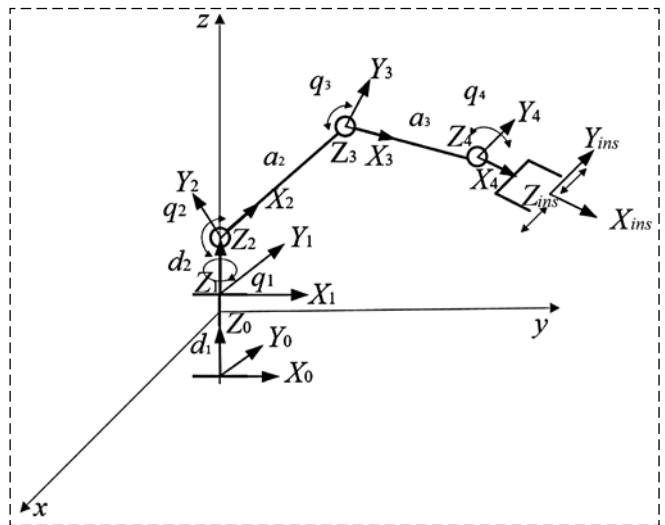


Рис. 1. Кинематическая схема манипулятора

Fig. 1. Kinematic scheme of the manipulator

Перемножим матрицы (2):

$$F = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T {}^4_{ins}T, \quad (3)$$

находим положение точки (x, y, z) [13].

Для тестирования алгоритма решения ПЗК были введены ограничения для звеньев манипулятора, заданные следующими интервалами:

$$\begin{aligned} q_1 &\in [0, 2\pi]; \\ q_2 &\in [0, \pi]; \\ q_3 &\in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]; \\ q_4 &\in [-\pi, 0]. \end{aligned} \quad (4)$$

На рис. 2 (см. вторую сторону обложки) представлена симуляция разработанной модели манипулятора в программе MATLAB Simulink. На основе формул (1)–(3) был создан алгоритм для проверки правильности достижения точки пространства ко-

нечным звеном манипулятора посредством классического метода решения ПЗК. Решение ПЗК было успешно протестировано на модели манипулятора, что позволило сформировать набор данных для обучения нейронной сети.

Нейросетевой подход к решению обратной задачи кинематики

ОЗК, как и ПЗК, является одной из основных задач кинематического анализа и синтеза манипуляторов. Управление манипуляционными роботами, как правило, осуществляется в пространстве обобщенных координат, а координаты объектов для манипулирования задаются в некоторой базовой системе. Как правило, ОЗК оказывается сложнее прямой. Это объясняется следующим:

- при решении ОЗК может возникнуть кинематическая неопределенность: одному и тому же положению схвата могут соответствовать две или более конфигураций манипулятора;
- обратные тригонометрические функции являются неопределенными при некоторых значениях углов, что вносит дополнительную неопределенность в решение ОЗК;
- заданное положение и ориентация схвата системы не могут быть достигнуты при любом возможном сочетании (перемещений) в сочленениях [15, 16].

При решении таких проблем, а также во избежание постоянного перерасчета кинематики удобно использовать искусственные нейронные сети, которые давно продемонстрировали практическую пригодность для представления нелинейных отношений между входными и выходными данными. Способность обучения на примерах, присущая нейронным сетям, подтверждает их пригодность для обеспечения отображения между пространствами, требуемого при решении задач кинематики.

Обучение нейронной сети

Чтобы обучить нейронную сеть, необходимо сформировать входные значения углов поворота узлов манипулятора и желаемые значения целевых точек пространства. Для формирования выборки был создан алгоритм, который случайным образом задает углы манипулятора с ограничениями и вычисляет целевую точку пространства. На вход алгоритма подается чис-

ло узлов манипулятора и размер выборки k , которую необходимо сгенерировать для обучения ИНС. Для каждого узла манипулятора генерируются значения углов поворота с заданными ограничениями. После того как все углы сгенерированы, решается ПЗК и сохраняются данные. Данная последовательность действий повторяется k раз. Результаты записываются в матрицы входных и желаемых значений.

В качестве активационных функций для обучения ИНС используются две: линейная функция, которая позволяет получать характеристические значения любой величины на выходе, и гиперболический тангенс (рациональная сигмоида), который принимает значения в промежутке $(-1, 1)$. Данные функции обладают свойством усиливать слабые сигналы и предотвращают насыщение от сильных. Для достижения высокой точности обучения применяется алгоритм Левенберга—Марквардта, который наилучшим образом подходит для решения поставленной задачи по причине наибольшей устойчивости среди всех рассмотренных методов и высокой скорости сходимости. В качестве критерия оптимизации используется среднеквадратичная ошибка модели на обучающей выборке. Алгоритм заключается в последовательном приближении заданных начальных значений параметров к искомому локальному оптимуму [17].

Двухслойная ИНС прямого распространения с сигмовидными скрытыми нейронами и линейными выходными нейронами (fitnet) способна решать задачи многомерного картирования при условии, что данные ИНС согласованы, а также что в скрытом слое имеется достаточное число нейронов. В случае недостатка памяти используется масштабированное сопряженное градиентное обратное распространение (backpropagation (trainscg)), необходимое при вычислении весов сети. В данном исследовании использовалось множество из 1000 значений, 70 % из которых выбраны случайным образом для фактического обучения сети, 15 % — для проверки, а остальные 15 % — для тестирования.

На рис. 3 (см. вторую сторону обложки) представлено строение нейронной сети с прямым распространением сигнала и обратным распространением ошибки, двумя скрытыми слоями с гиперболическим тангенсом в качестве активационной функции, в каждом из скрытых слоев содержится по 30 нейронов. На выходе остается три нейрона с линейной активационной функцией.

Нейронная сеть, представленная на рис. 3, состоит из блоков:

- Input — входные данные, четыре угла манипулятора;
- Hidden Layer 1,2 — скрытый слой нейронной сети, состоящий из 30 нейронов с активационной функцией в виде гиперболического тангенса;
- Output Layer — выходной слой нейронной сети, состоящий из трех нейронов с линейной активационной функцией;
- Output — выходные данные, координаты точки объекта.

Полученные результаты обучения нейронной сети показали эффективность предсказанной выборки $E_{MSE} = 5,514 \cdot 10^{-9}$. Из рис. 4 (см. вторую сторону обложки) видно, что графики предсказанной и тестируемой выборок имеют точки сходимости и незначительное смещение относительно учебной выборки.

Для проведения экспериментов по тестированию ИНС в целях решения ОЗК в качестве входных данных были использованы координаты объекта, над которым проводятся манипуляции. Обучение нейронной сети, показанной на рис. 5, происходило с использованием 30 нейронов в скрытых слоях и активационной функцией в виде гиперболического тангенса. На выходном слое используются четыре нейрона, отвечающих за углы двигателей манипулятора, с линейной активационной функцией.

Обучение данной нейронной сети показало эффективность для валидационной выборки $E_{MSE} = 0,091117$. Из рис. 6 (см. вторую сторону обложки) видно, что графики предсказанной и тестовой выборок имеют места сходимости и незначительное смещение относительно обучающей выборки.

Особенности реализации системы позиционирования манипулятора

Схемы систем позиционирования манипулятора в решении ПЗК и ОЗК приведены на рис. 7 и 8. На вход системы ПЗК подведены четыре угла манипулятора, а на вход системы ОЗК — координаты объекта, которые объединены в один вектор. Вектор поступает на вход блока ИНС и манипулятора (объекта). Выходные значения ИНС заводятся на блок объекта (манипулятора).

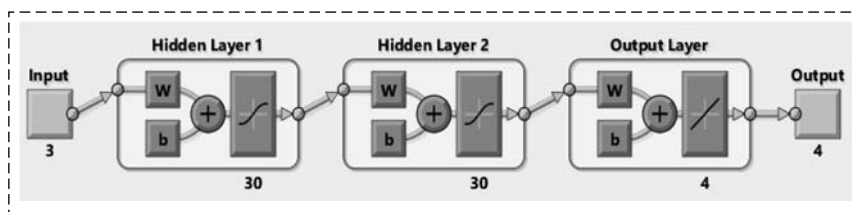


Рис. 5. Строение многослойного перцептрона
Fig. 5. The structure of the multilayer perceptron

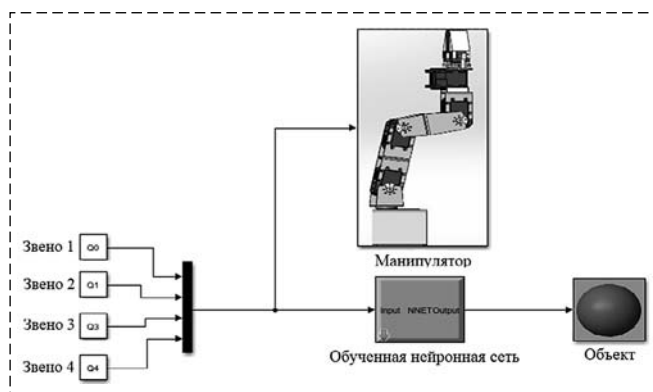


Рис. 7. Схема системы позиционирования манипулятора в решении ПЗК
Fig. 7. Diagram of the positioning system of the manipulator in the DKP solution

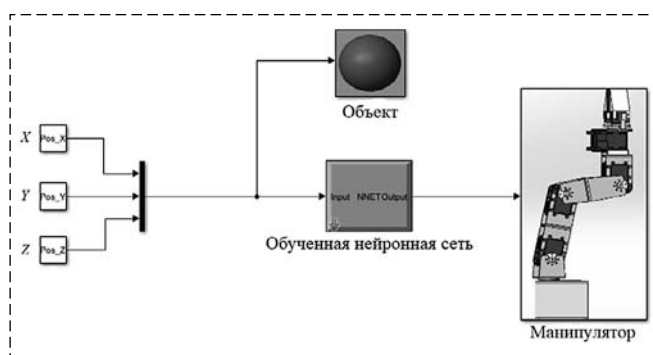


Рис. 8. Схема системы позиционирования манипулятора в решении ОЗК
Fig. 8. Diagram of the positioning system of the manipulator in the IKP solution

При такой компоновке схем СКО на валидационной выборке для ПЗК и ОЗК составило $5,514 \cdot 10^{-9}$ и $0,091117$ соответственно.

Заключение

В работе было рассмотрено решение ПЗК и ОЗК для четырехзвенного манипулятора и проведен эксперимент по использованию нейронных сетей для решения таких задач в качестве альтернативы сложным математическим расчетам. Были разработаны и протестированы ИНС

для построения алгоритмов управления структурами и проведен их сравнительный анализ. Рассмотрена схема манипулятора, выполненного из гетерогенных модулей, которыми могут служить единицы модульных робототехнических средств. Таким образом, можно использовать проанализированные и протестированные нейронные сети, а также разработанный алгоритм для их обучения в целях обеспечения движения в пространстве узлов, состоящих из единичных роботов. Разработанный подход позволит более эффективно распределить вычислительную нагрузку и при этом не утратить потенциал в гибкости и эффективности построения целевой конфигурации.

Список литературы

1. Duka A. Neural network based inverse kinematics solution for trajectory tracking of a robotic arm // *Procedia Technology*. 2014. Vol. 12. P. 20–27.
2. Ramirez J. A., Rubiano A. F. Optimization of Inverse Kinematics of a 3R Robotic Manipulator using Genetic Algorithms // *World Academy of Science, Engineering and Technology*. 2011. Vol. 59. P. 1425–1430.
3. Almusawi A. R. J., Canan Dülger L., Kapucu S. A New Artificial Neural Network Approach in Solving Inverse Kinematics of Robotic Arm (Denso VP6242) // *Hindawi Publishing Corporation Computational Intelligence and Neuroscience Volume*. Article ID 5720163. 2016. 10 p.
4. Feng Y., Yao-nan W., Yi-min Y. Inverse Kinematics Solution for Robot Manipulator based on Neural Network under Joint Subspace // *INT J COMPUT COMMUN*. 2012. Vol. 7, N. 3 (September). P. 459–472.
5. Luv A., Kush A., Ruth J. Use of artificial neural networks for the development of an inverse kinematic solution and visual identification of singularity zone(s) // *Procedia CIRP*. 2014. Vol. 17. P. 812–817.
6. Hasan A. T., Ismail N., Al-Assadi H. M. A. A. Artificial neural network-based kinematics Jacobian solution for serial manipulator passing through singular configurations // *Advances in Engineering Software*. 2010. Vol. 41, N. 2. P. 359–367.
7. Hamouda A. M. S., Ismail N., Al-Assadi H. M. A. A. An adaptive-learning algorithm to solve the inverse kinematics problem of a 6 D. O. F. serial robot manipulator // *Adv Eng Softw*. 37:432438. 2006.
8. Secară C., Dumitriu D. Direct Search Based Strategy for Obstacle Avoidance of a Redundant Manipulator // *Analele Universității "Eftimie Murgu" Reșița, Anul XVII*. 2010. N.1. P. 11–20.
9. Secară C., Vladareanu L. Iterative strategies for obstacle avoidance of a redundant manipulator // *WSEAS TRANSACTIONS on MATHEMATICS*. 2010. P. 211–221.
10. Daya B., Khawandi S., Akoum M. Applying Neural Network Architecture for Inverse Kinematics Problem in Robotics // *J. Software Engineering & Applications*. 2010. N. 3. P. 230–239.
11. Войнов И. В., Казанцев А. М., Морозов Б. А., Носиков М. В. Система управления роботом-манипулятором с использованием нейросетевых алгоритмов ограничения рабочей области схвата // *Вестник ЮУрГУ. Серия "Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника"*. 2017. Т. 17, № 4. С. 29–36.
12. Хапкина И. К., Балясный С. В. Методика синтеза системы управления роботом на базе нейронных сетей // *Известия ТулГУ. Технические науки*. 2013. № 9-1.
13. Craig J. J. Introduction to Robotics. Mechanics and control. Pearson Education International, 2013. 543 p.
14. Петренко В. И., Тебуева Ф. Б., Гурчинский М. М., Антонов В. О., Павлов А. С. Прогнозная оценка траектории руки оператора для решения обратной задачи динамики при копирующем управлении // *Труды СПИИРАН*. 2019. 18(1). С. 123–147.
15. Раин Т. У. Интеллектуальное управление роботом-манипулятором с использованием адаптивного нейро-нечеткого контроллера // *Auditorium. Электронный научный журнал Курского государственного университета*. 2017. № 4 (16).
16. Иванов А. А., Шмаков О. А. Алгоритм определения внутренней геометрии манипулятора змеевидного типа при движении лидирующего звена по наращиваемой траектории // *Труды СПИИРАН*. 2016. 6(49). С. 190–207.
17. Simscape Fluids. URL: <https://ch.mathworks.com/products/simhydraulics.html> [дата обр.: 16.05.18].

Approach to Positioning Links of the Manipulator Using Neural Networks

P. A. Smirnov, smirnov_petr@ias.spb.su, R. N. Yakovlev, iakovlev.r@mail.ru,
St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences,
Saint-Petersburg, 199178, Russian Federation

Corresponding author: Smirnov Petr A., Postgraduate Student,
SPIIRAS, Saint-Petersburg, 199178, Russian Federation, e-mail: smirnov_petr@ias.spb.su

Accepted on July 02, 2019

Abstract

This paper considers development of positioning systems for manipulator links to solve the forward kinematics problem (FKP) and inverse kinematics problem (IKP). Here we study a robotic manipulator with four degrees of freedom. It should be noted, that one of the relevant research problems of modern modular robotic devices consists in the lack of the universal algorithms, that would ensure kinematics problem recalculations in the cases of reconfigurations of the whole system. Challenges, the researchers are facing with when solving this problem, have to do with geometrical and non-linear equations (trigonometric equations), finding of inverse matrix of the Denavit–Hartenberg presentation, as well with other problems, such as multiple solutions when using the analytical approach. Common mathematical solutions of the inverse kinematics problem, such as geometric, iterative and algebraic ones, may not always lead to physically appropriate solutions. It's also noteworthy, that, trying to introduce physical solutions for the manipulator, we need to take into account, that the number of calculation formulas increases, what, in turn, causes further computing power consumption increase. If the manipulator acquires additional degrees of freedom, analytical modeling becomes virtually impossible. One of relevant inverse kinemat-

ics solution methods consists in implementation of neural networks to that end. To solve this problem various sources were analyzed, considering alternative ways of target point discovery. Considering the analyzed papers, we propose to use a perceptron. Before training the network, we compose an algorithm, calculating the Denavit—Hartman presentation matrix and check for correctness of target point reach by the terminal manipulator link. We did calculations for a thousand positions of manipulator and object in the environment, fed to the neural network. When solving FKP we obtain object coordinates as network output, whereas in the case of IKP — manipulator link angles. We present kinematic scheme testing results, as well a control scheme for a manipulator with four degrees of freedom.

Keywords: manipulator, kinematics, neural networks, networks of forward propagation, method of backpropagation of error, forward problem of kinematics, inverse problem of kinematics

For citation:

Smirnov P. A., Yakovlev R. N. Approach to Positioning Links of the Manipulator Using Neural Networks, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 12, pp. 732—739.

DOI: 10.17587/mau.20.732-739

References

1. **Duka A.** Neural network based inverse kinematics solution for trajectory tracking of a robotic arm, *Procedia Technology*, 2014, vol. 12, pp. 20—27.
2. **Ramirez J. A., Rubiano A. F.** Optimization of Inverse Kinematics of a 3R Robotic Manipulator using Genetic Algorithms, *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 2011, vol. 59, pp. 1425—1430.
3. **Almusawi A. R. J., Canan Dülger L., Kapucu S.** A New Artificial Neural Network Approach in Solving Inverse Kinematics of Robotic Arm (Denso VP6242), Hindawi Publishing Corporation Computational Intelligence and Neuroscience Volume. Article ID 5720163. 2016. 10 p.
4. **Feng Y., Yao-nan W., Yi-min Y.** Inverse Kinematics Solution for Robot Manipulator based on Neural Network under Joint Subspace, *INT J COMPUT COMMUN*, 2012, vol. 7, no. 3 (September), pp. 459—472.
5. **Luv A., Kush A., Ruth J.** Use of artificial neural networks for the development of an inverse kinematic solution and visual identification of singularity zone(s), *Procedia CIRP*, 2014, vol. 17, pp. 812—817.
6. **Hasan A. T., Ismail N., Al-Assadi H. M. A. A.** Artificial neural network-based kinematics Jacobian solution for serial manipulator passing through singular configurations, *Advances in Engineering Software*, 2010, vol. 41, no. 2, pp. 359—367.
7. **Hamouda A. M. S., Ismail N., Al-Assadi H. M. A. A.** An adaptive-learning algorithm to solve the inverse kinematics problem of a 6 D. O. F. serial robot manipulator, *Adv Eng Softw*, 2006, 37:432438.
8. **Secară C., Dumitriu D.** Direct Search Based Strategy for Obstacle Avoidance of a Redundant Manipulator, *Analele Universității "Eftimie Murgu" Reșița*, Anul XVII, 2010, no. 1, pp. 11—20.
9. **Secară C., Vladareanu L.** Iterative strategies for obstacle avoidance of a redundant manipulator, *WSEAS TRANSACTIONS on MATHEMATICS*, 2010, pp. 211—221.
10. **Daya B., Khawandi S., Akoum M.** Applying Neural Network Architecture for Inverse Kinematics Problem in Robotics, *J. Software Engineering & Applications*, 2010, no. 3, pp. 230—239.
11. **Voynov I. V., Kazantsev A. M., Morozov B. A., Nosikov M. V.** Control System of the Robot-Manipulator with Use of Neural Network Algorithms of Restriction of Work Area of the Gripper, *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Computer Technologies, Automatic Control, Radio Electronics*, 2017, vol. 17, no. 4, pp. 29—36 (in Russian).
12. **Khapkina I. K., Balyasny S. V.** Method of synthesis of robot based on neural networks, *Izvestiya Tula State University*, 2013, no. 9-1 (in Russian).
13. **Craig J. J.** Introduction to Robotics. Mechanics and control, Pearson Education International, 2013, 543 p.
14. **Petrenko V. I., Tebueva F. B., Gurchinskiy M. M., Antonov V. O., Pavlov A. S.** Predictive Assessment of Operator's Hand Trajectory with the Copying Type of Control for Solution of the Inverse Dynamic Problem, *SPIIRAS Proceedings*, 2019, vol. 18, no. 1, pp. 123—147 (in Russian).
15. **Rain T. U.** Intelligent control of a robotic arm using an adaptive neuro-fuzzy signal, *Auditorium. Elektronnyj nauchnyj zhurnal Kurskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2017, no. 4 (16) (in Russian).
16. **Ivanov A. A., Shmakov O. A.** Algorithm for defining the inner geometry of a snakelike manipulator in case of leading link movements along the incremental trajectory, *SPIIRAS Proceedings*, 2016, iss. 6(49), pp. 190—207 (in Russian).
17. **Simscape Fluids**, available at: <https://ch.mathworks.com/products/simhydraulics.html> [accessed 16.05.18].

И. Ш. Насибуллаев, канд. физ.-мат. наук, науч. сотр., sp.ishn@gmail.com,

Э. Ш. Насибуллаева, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., elvira@anrb.ru,

О. В. Даринцев, д-р техн. наук, гл. науч. сотр., ovd@uimech.org,

Институт механики им. Р. Р. Мавлютова — обособленное структурное подразделение

Федерального государственного бюджетного научного учреждения

Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, г. Уфа

Моделирование течения жидкости через деформируемый пьезоэлементом эластичный микроканал системы охлаждения микрозахвата¹

Проведено численное моделирование течения рабочей жидкости в эластичном цилиндрическом микроканале, центральная часть которого расположена внутри пьезоэлектрического кольца. Течение индуцируется как деформацией канала пьезоэлементом по гармоническому закону, так и перепадом давления на входе и выходе в микроканал. Целью работы является создание трехмерной компьютерной модели управления режимом течения жидкости с помощью перепада давления и сжатия трубки пьезоэлементом. Полное численное моделирование требует больших затрат машинного времени, поэтому целесообразно построить модель элемента вычислительного стенда, которая позволяет по заданным входным параметрам найти расход жидкости с помощью простых аналитических формул на основе аппроксимации результатов расчета по полной модели для отдельных наборов параметров. Моделирование элемента вычислительного стенда дает возможность проводить вычисления в реальном времени с непосредственной интеграцией в систему управления технического устройства. Модель строится на основе полученных аналитических зависимостей с учетом введенных ограничений, что значительно сокращает объемы вычислений и повышает качество полученного результата. Решение полных уравнений упругости для трубки и уравнений гидродинамики в микроканале проводилось численно методом конечных элементов в пакете численного моделирования FreeFem++. Получены численные результаты расхода жидкости в зависимости от времени, физических свойств жидкости (динамической вязкости и плотности) и внешнего воздействия (градиента давления, амплитуды и частоты сжатия пьезоэлемента). Показаны варианты использования полученных результатов в практических приложениях. Например, в системе жидкостного охлаждения полученное соотношение между параметрами системы позволяет определить режим течения, предотвращающий втекание нагретой жидкости через выходное отверстие канала. Результаты планируется использовать при разработке вычислительного стенда капиллярного микрозахвата, содержащего две трубки (на входе и выходе) с пьезоэлементами, разделив устройство на две части — с динамически изменяемой и неизменной геометриями, — что значительно упростит полное численное моделирование.

Ключевые слова: микроробототехника, микронасадка, гидродинамика, эластичный микроканал, пьезоэлемент, линейная упругость, метод конечных элементов

Введение

В последнее время интенсивно развивается новое направление в гидродинамике — микрогидродинамика, которая описывает поведение сверхмалых объемов и потоков жидкостей в каналах с размерами, не превышающими сотни микрометров. В качестве областей применения чаще всего рассматриваются молекулярная биология, *in vitro* системы диагностики, лаборатория-на-чипе (англ. *lab-on-the-chip*), устройства регулирования микропотоков, капельные системы. При этом применяемые методики расчета получены эмпирическим путем и достаточно грубы,

поскольку в микросистемах, в первую очередь, принято учитывать возросшее влияние свойств поверхности канала, требования к которым зависят от способа и области применения микрофлюидной техники. Кроме того, в данных методиках гипотетически предполагаются малая шероховатость и однородность микроканала на всем протяжении, что гарантирует ламинарный характер течения жидкости. Однако, например, для задач интенсивного перемешивания растворов необходимо обеспечить турбулентное течение, т. е. внутренняя поверхность должна быть более "грубой".

В известных системах [1, 2] в основном рассматривается формирование потоков или капель в микроканалах с использованием шприцевых дозаторов с электроприводом, диффузных систем и других механизмов, имеющих нелинейную выходную характеристику. В связи с этим актуальной представляется разработка теоре-

¹Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных научных исследований по приоритетным направлениям, определяемым Президиумом Российской академии наук, № 7 "Новые разработки в перспективных направлениях энергетики, механики и робототехники".

тического обоснования возможности создания приводов, использующих прямые преобразователи рода энергии, например, пьезоп приводы. Пьезоп привод имеет линейную механическую характеристику, что позволяет получить необходимый вид (линейный или изгибной) микроперемещения без дополнительных устройств. Диапазон этих перемещений (от десятка мкм до долей нм) сравним с требуемыми объемами перемещаемой жидкости за цикл, измеряемыми в пл. Усилий, развиваемых пьезоп приводом, достаточно для деформации толстостенных каналов, выполненных из упругих материалов.

К конструкции микрозахватов и микроприводов предъявляются жесткие требования по точности как абсолютной, так и при многократном повторении движений, линейности механической характеристики, минимизации воздействий на микрообъекты для полного исключения деформаций и паразитных эффектов контактной электрификации. Поэтому в ведущих лабораториях проводятся исследования и синтезируются специфические конструкции микророботов и микрооснастки, основанные на оригинальном использовании известных физических эффектов: поверхностного натяжения [3], межмолекулярного взаимодействия, силы Ван-дер-Ваальса [4], ультразвукового воздействия [5] и оптических эффектов [6]. Как видно из отмеченных выше публикаций, большая часть усилий направлена на разработку новых типов микроустройств, исключаящих непосредственный контакт микрооснастки с захватываемыми или удерживаемыми микрообъектами. Авторы считают, что более широкое использование гидромеханики в микроустройствах способно решить значительную часть проблем микромира, но это требует хорошей модельной и экспериментальной проработок ввиду исключительных требований к точности и погрешности перемещений, перемещаемых объемов жидкости и т. д. Использование жидкостей в микроустройствах также требует обязательного учета специфики работы микрооснастки или микророботов, связанной с влиянием масштабного фактора и определяемой значительным влиянием поверхностных, адгезионных, эффектов в "микромире". При этом при разработке сложных технических устройств полное моделирование микросистем является трудоемкой задачей, поскольку даже реализация упрощенных моделей требует значительного количества вычислительных

ресурсов. В связи с этим моделирование всего устройства целесообразно заменить вычислительным стендом системы связанных элементов, так как это позволит выявить особенности работы каждого элемента в параметрической области с учетом работы остальных элементов и построить простые аналитические зависимости, позволяющие с определенной точностью заменить полное численное моделирование.

Компьютерное моделирование течения жидкости в микроканалах, индуцированное внешним воздействием (например, перепадом давления на входе и выходе в микроканал, поступательным движением границы или деформацией канала), в последнее время активно развивается. Например, авторами настоящей работы разработаны компьютерные модели, которые могут быть использованы в качестве элемента вычислительного стенда (ЭВС), для одного элемента технического устройства — гидродинамического сопротивления. В работе [7] описана модель стационарного течения жидкости через цилиндрическое гидросопротивление с учетом перепада давления, радиуса проходного отверстия гидросопротивления и зависимости материала жидкости от температуры (во всей рабочей области температур). В работе [8] изучалось течение жидкости через систему трех элементов. В этих исследованиях геометрия канала была фиксированной.

В работе [9] исследовалось течение жидкости в плоском канале с гидросопротивлением для двух случаев динамического изменения геометрии канала: поперечное сжатие проходного отверстия гидросопротивления, когда течение вызывается приложенным к слою перепадом давления, и продольное движение гидросопротивления вдоль канала, когда течение вызывается этим движением. Полученные результаты показывают, что динамическое изменение геометрии канала позволяет регулировать расход жидкости. В работе [10] проведено трехмерное моделирование течения жидкости через трубку, деформируемую пьезоэлементом по гармоническому закону. Деформации задавались либо граничными условиями Дирихле (когда задано перемещение на поверхности контакта трубки и пьезоэлемента), либо Неймана (когда задано внешнее давление на поверхности контакта). Показано, что подбором давления пьезоэлемента на внешнюю часть трубки можно получить такую же деформацию внутренней части трубки, как и при задании

перемещения поверхности контакта внутрь на определенную величину (зависимость является линейной), что означает взаимозаменяемость рассматриваемых граничных условий. Данная замена может потребоваться при моделировании системы пьезоэлементов, когда согласование граничных условий Дирихле на соседних пьезоэлементах является сложным, в то время как для граничных условий Неймана проблем в согласовании нет. Также в данной работе изучены два режима течения жидкости в деформированной трубке: вход трубки закрыт, течение индуцируется деформацией трубки; оба конца открыты, течение индуцируется как деформацией трубки, так и приложенным к слою перепадом давления. Первый режим позволяет провести тестирование компьютерной модели, а второй — предложить механизм дозирования жидкости, управляемый двумя параметрами: частотой сжатия пьезоэлемента и перепадом давления.

В настоящей работе представлена методика построения ЭВС в виде аналитической формулы на основе трехмерного моделирования течения жидкости через эластичный микроканал, деформируемый пьезоэлементом по гармоническому закону, а также предложены варианты использования полученных результатов в практических приложениях. Целью настоящей работы является создание трехмерной компьютерной модели управления режимом течения жидкости, индуцированным приложенным вдоль канала перепадом давления и частотой сжатия трубки пьезоэлементом. Данная модель значительно сократит объемы вычислений и позволит применять ее в системе управления техническим устройством в реальном времени.

Постановка задачи и основные уравнения

При проведении синтеза новой конструкции капиллярного микрозахвата, отличающегося от первого опытного образца (рис. 1, а) [11] значительно меньшими размерами и, соответственно, более быстродействующего, возник целый ряд проблем технического и научного характера. Наиболее значимой из них является реализация эффективной и малогабаритной системы отвода теплоты от основного

элемента захвата — термоэлектрического модуля (элемента Пельтье), что потребовало постановки и решения новых, как технических, так и теоретических (модельных) задач. Если в изначальной конструкции для отвода теплоты использовался радиатор с установленным на нем вентилятором, то при уменьшении размеров такое решение не представляется, во-первых, эффективным, во-вторых, реализуемым при сохранении габаритных размеров и, в-третьих, не оказывающим влияние на захватываемые микрообъекты. Поэтому было принято решение использовать другой тип — жидкостное охлаждение (рис. 1, б).

В новом варианте конструкции захвата используется модуль на элементах Пельтье ТВ-7-0.6-0.8 размером $4,3 \times 4,3 \times 2,55$ мм и максимальной холодильной мощностью 1,1 Вт, что значительно меньше термоэлемента, используемого в первом варианте конструкции ТВ-127-1,4-2,5 размером $40 \times 40 \times 4,8$ мм и мощностью 37,4 Вт. Так как быстродействие захвата напрямую зависит от скорости охлаждения или нагрева рабочей поверхности, то использование классического воздушного радиатора приводит к снижению эффективности работы, но использование жидкостной схемы также требует проведения дополнительных исследований в силу целого ряда причин. В частности, трубки, соединяющие захват и емкость с охлаждающей жидкостью, имеют малые размеры (внешний диаметр не более 3,5 мм, радиус канала не более 1 мм), что, с учетом незначительных расходов охлаждающей жидкости, требует специфических расчетов. Если в полученном варианте конструкции захвата еще возможно использование классических конструкций мини-насосов, обеспечивающих

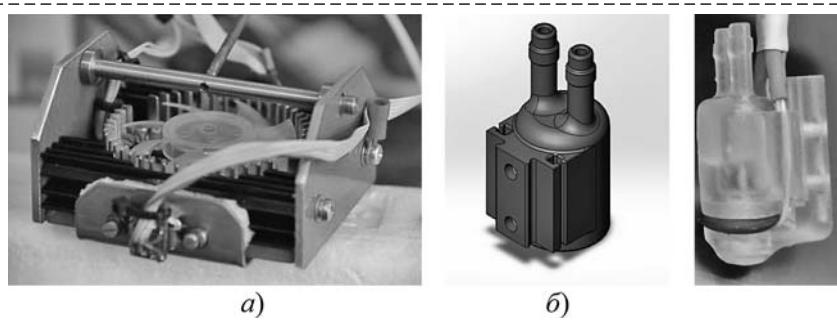


Рис. 1. Капиллярный захват:

а — экспериментальный образец; б — уменьшенный вариант (3D-модель и сборка)

Fig. 1. The capillary gripper:

а — experimental sample; б — smaller gripper (3D model and device)

требуемые скорости течения жидкости через систему охлаждения с многократным запасом, то при дальнейшем уменьшении габаритных размеров и сокращении секундного расхода (менее 1 мл/с) требуется проведение расчетов с новыми моделями, более полно учитывающими специфику гидродинамики микроканалов и позволяющими построить эффективные устройства, обеспечивающие сверхмалые объемы расхода жидкости.

В связи с вышеизложенным в настоящей работе рассматривается трехмерное течение жидкости через упругую трубку с внутренним R_1 и внешним R_2 радиусами и длиной L , центральная часть которой расположена внутри пьезоэлемента длины ℓ . На рис. 2 представлена геометрия задачи и введены следующие обозначения: Γ_1 — внешняя поверхность трубки; Γ_2 — внутренняя поверхность трубки; Γ_3 — входное отверстие; Γ_4 — выходное отверстие. В декартовой системе координат ось Ox является центральной осью трубки, а начало отсчета расположено в геометрическом центре трубки.

Упругие деформации твердого тела описываются уравнением движения (второй закон Ньютона), связывающим динамическое изменение вектора перемещений (деформаций) $\mathbf{s}$, который определяет поперечную деформацию стенки канала благодаря действию пьезоэлемента, и действия внутренних, описываемых тензором напряжений $\bar{\sigma}$, и объемных сил $\mathbf{f}_v$ [12]:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{s}}{\partial t^2} = \nabla \bar{\sigma} + \mathbf{f}_v,$$

где ρ — объемная плотность жидкости; t — время; ∇ — оператор набла.

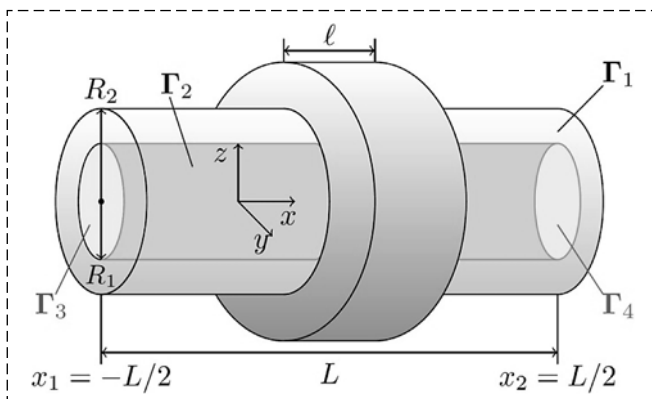


Рис. 2. Геометрия и основные обозначения модели сжатия трубки пьезоэлементом

Fig. 2. Geometry and basic notation of a piezoelectric tube compression model

Предполагается, что после приложения силы прошло достаточно времени для установления поля деформации. Тогда статическое условие равновесия в отсутствии объемных сил примет вид:

$$\nabla \bar{\sigma} = 0. \quad (1)$$

В изотропном теле тензор напряжений $\bar{\sigma}$ зависит от тензора деформаций $\bar{\varepsilon}$ и вектора перемещений $\mathbf{s} = (s_x, s_y, s_z)$ следующим образом:

$$\bar{\sigma} = 2\mu \bar{\varepsilon} + \lambda(\nabla \mathbf{s}) \bar{I}, \quad (2)$$

где $\bar{I}$ — единичный тензор; а коэффициенты Ламе

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

зависят от модуля Юнга E и коэффициента Пуассона ν .

Подставляя формулу (2) в уравнение (1) и исключая тензор деформаций $\bar{\varepsilon}$ согласно определению

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{s} + (\nabla \mathbf{s})^T),$$

получаем уравнение равновесия, содержащее только вектор перемещений:

$$\nabla[\mu(\nabla \mathbf{s} + (\nabla \mathbf{s})^T) + \lambda(\nabla \mathbf{s}) \bar{I}] = 0. \quad (3)$$

Деформации $\mathbf{s}$ определялись решением уравнения (3) численно в вариационной формулировке в пакете численного моделирования *FreeFem++* [13] методом конечных элементов:

$$\int_{\Omega} \frac{\mu}{2} (\nabla \mathbf{s} + (\nabla \mathbf{s})^T)(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T) + \lambda(\nabla \mathbf{s})(\nabla \mathbf{v}) d\Omega = 0, \quad (4)$$

где $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ — пробные функции; интегрирование проводится по всему объему Ω трубки.

Эквивалентность деформаций на внутренней стенке трубки между граничными условиями на внешней стенке, заданными в виде Дирихле и Неймана, показана в работе [10]. В настоящей работе удобно на поверхности контакта пьезоэлемента и канала задать граничные условия в виде Дирихле. Тогда компоненты вектора деформации $\mathbf{s}$ в области контакта S определяются как

$$s_x = 0, s_y = f_p(t) \Delta s_y / R_2, s_z = f_p(t) \Delta s_z / R_2 \quad (5)$$

для $(x, y, z) \in S$, поскольку $|\mathbf{s}| = f_p(t) \Delta s$.

В расчетах функция $f_p(t)$ выбрана в виде

$$f_p(t) = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T} \right), \quad (6)$$

где $T = 1/f$ — период колебаний; f — частота колебаний пьезоэлемента.

Дополнительное условие: концы трубки зафиксированы, т. е. $\mathbf{s} = 0$.

Течение несжимаемой вязкой жидкости в канале описывается уравнениями Навье—Стокса и неразрывности, которые имеют следующий вид [14]:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) + \nabla p - \eta \Delta \mathbf{u} = 0, \quad \nabla \mathbf{u} = 0, \quad (7)$$

где $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$ — вектор скорости жидкости; ∇p — градиент давления; η — динамическая вязкость жидкости; Δ — оператор Лапласа.

Для численного моделирования уравнения (7) записывали в вариационной форме и решали методом конечных элементов.

Уравнение неразрывности в вариационной форме (с пробной функцией q) для повышения устойчивости численной схемы записывали со стабилизационным слагаемым, имеющим смысл малой искусственной сжимаемости ($\nabla \mathbf{u} + \varepsilon_p p = 0$, $\varepsilon_p \sim 10^{-10}$):

$$\int_{\Omega} \nabla \mathbf{u}^{n+1} q d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_p p q d\Omega = 0. \quad (8)$$

Для численного решения уравнений Навье—Стокса (7) после деления на ρ проведения дискретизация по времени по схеме Эйлера следующим образом:

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\tau} + (\mathbf{u}^{n+1} \cdot \nabla) \mathbf{u}^{n+1} + \frac{1}{\rho} \nabla p - \nu_l \Delta \mathbf{u}^{n+1} = 0,$$

где $\nu_l = \eta/\rho$ — кинематическая вязкость жидкости; верхние индексы " $n+1$ " и " n " обозначают текущий и предыдущий моменты времени соответственно, а параметр $\tau = t^{n+1} - t^n$ — шаг по времени. Последние уравнения линеаризованы путем замены нелинейного слагаемого по схеме Пикарда:

$$(\mathbf{u}^{n+1} \cdot \nabla) \mathbf{u}^{n+1} \approx (\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \mathbf{u}^{n+1}.$$

Тогда вариационная форма уравнения Навье—Стокса (7) (с пробными функциями $\mathbf{w}$) примет вид

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\tau} \mathbf{w} d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \mathbf{u}^{n+1} \mathbf{w} d\Omega - \\ - \int_{\Omega} \frac{p}{\rho} \nabla \mathbf{w} d\Omega + \int_{\Omega} \nu_l \nabla \mathbf{u}^{n+1} \nabla \mathbf{w} d\Omega = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Рассмотрим граничные условия. На стенке канала Γ_2 выполняется условие залипания — скорость жидкости равна скорости границы. За шаг по времени τ стенка смещается на величину $\mathbf{s}$ со скоростью $\mathbf{s}/\tau$. На входе Γ_3 и выходе Γ_4 добавляется условие параллельности течения. К слою приложен перепад давления $\Delta p = p_1 - p_2$, где p_1 и p_2 — давления на границах Γ_3 и Γ_4 соответственно, что позволяет регулировать течение жидкости путем изменений частоты сжатия пьезоэлемента и значение перепада давления. Таким образом, граничные условия примут вид

$$\Gamma_2: \mathbf{u} = \mathbf{s}/\tau; \Gamma_3, \Gamma_4: u_y = u_z = 0; \\ p(\Gamma_3) - p(\Gamma_4) = \Delta p. \quad (10)$$

Рассмотрим начальные условия. Компонента скорости вдоль канала соответствует пуазейлевскому течению:

$$u_x = \frac{\Delta p}{4\eta L} (R_1^2 - y^2 - z^2), \quad u_y = u_z = 0,$$

а распределение давления линейно:

$$p = \frac{\Delta p}{L} \left(\frac{L}{2} - x \right).$$

На каждом шаге итерации Пикарда решается система уравнений (8)—(9) с граничными условиями (10), пока норма поправки решений $\|\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n\|$ не станет меньше заданной погрешности ε_u с обновлением решений $\mathbf{u}^{n+1} \rightarrow \mathbf{u}^n$, $p^{n+1} \rightarrow p^n$.

Заметим, что для решения задачи необходимым является выполнение гипотезы сплошной среды, в рамках которой феноменологические уравнения движения жидкости (7) являются корректными. Данную гипотезу можно считать обоснованной, если выполняется следующее неравенство [15]:

$$\frac{r_s}{2R_1} < 10^{-3},$$

где $r_s \approx \sqrt[3]{\bar{V}/N_A}$ — характерный размер в жидкости для неделимого объема $\bar{V}/N_A$; $\bar{V}$ — молярный объем жидкости; N_A — число Авогадро. Из последнего неравенства следует, что, например, для воды с молярным объемом

$\bar{V} \approx 0,18 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{моль}$ значение нижнего предела радиуса микроканала $R_1 \approx 0,155 \text{ мкм}$, а для уайт-спирита с $\bar{V} \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{моль}$ — $R_1 = 0,345 \text{ мкм}$.

Результаты

При расчетах использовались следующие геометрические (рис. 2) и физические параметры системы: длина трубки $L = 10 \text{ мм}$; внутренний радиус $R_1 = 1 \text{ мм}$; внешний радиус $R_2 = 1,75 \text{ мм}$; длина контакта пьезоэлемента вдоль трубки $\ell = 1 \text{ мм}$; материал трубки — силиконовая резина с модулем Юнга $E = 5 \cdot 10^6 \text{ Па}$ и коэффициентом Пуассона $\nu = 0,49$; два вида рабочей жидкости — вода и уайт-спирит с объемными плотностями $\rho = 998,2 \text{ кг/м}^3$ и $\rho = 790 \text{ кг/м}^3$ и динамическими вязкостями $\eta = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ и $\eta = 0,529 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ соответственно. Физические параметры жидкостей взяты при температуре 20°C . Максимальное значение деформаций на поверхности контакта пьезоэлемента и трубки составляло $\Delta s = 0,1 \text{ мм}$. Форму сигнала рассчитывали по формуле (6) с частотами $f = 0,5 \dots 1,2 \text{ кГц}$ (для воды) и $f = 0,5 \dots 2,5 \text{ кГц}$ (для уайт-спирита). Перепад давления $G = \Delta p/L = 0 \dots 4 \text{ кПа/м}$.

Размерность расчетной сетки составляла 56 узлов вдоль трубки и 40 узлов по окружности трубки, 4 элемента по толщине стенки. В этом случае общее число узлов для трубки — 6039, объемных элементов — 22 660 и граничных элементов — 9604, а для канала — 3011 узлов, 9839 объемных элементов и 5064 граничных элементов. Отличие объема расчетной области трубки в недеформированном состоянии от объема, вычисленного аналитически по формуле $V_a = \pi(R_2^2 - R_1^2)L$ (объем полого цилиндра), не превышает 0,4 %. Тестовый расчет расхода жидкости при отсутствии деформаций канала отличается от аналитической формулы для течения Пуазейля в цилиндрической трубе [14] на 0,06 %. Баланс изменения объема при деформации канала (объем втекающей жидкости равен сумме изменения объема канала в результате деформации и вытекающей жидкости) соблюдался с погрешностью 0,37 %.

Отметим, что рассмотренные в п. 1 уравнения упругих деформаций являются линейными, поэтому отклик системы должен быть пропорционален внешнему воздействию.

Решение уравнений упругости для трубки и уравнений гидродинамики в канале проводили

численно методом конечных элементов в пакете численного моделирования *FreeFem++* [13].

Моделирование деформации трубки

Деформация трубки происходит в результате сжатия пьезоэлементом, представляющим собой пьезокерамическое кольцо, надетое на трубку. Зависимость сжатия от времени определяется выражением $f_p(t)\Delta s$, где $f_p(t)$ задает периодическую функцию от времени по формуле (6). Деформации рассчитывали по формуле (4) с граничными условиями Дирихле (5). На рис. 3 показаны профили внутренней и внешней поверхностей трубки в сечении $y = 0$ и $z > 0$ (верхняя половина сечения) при максимальном сжатии трубки пьезоэлементом. Стрелками показаны соответствующие профили R_1 и R_2 в недеформированном состоянии. Видно, что деформации локализованы в области, включающей подобласть контакта пьезоэлемента с трубкой длиной ℓ и примыкающих подобластей также длиной порядка ℓ . Расчетная сетка канала строится по полю деформаций на внутренней поверхности трубки. Отметим, что на внутренней поверхности профиль вдоль оси Ox имеет более гладкую форму, чем на внешней поверхности, что сохраняет ламинарность течения жидкости в микроканале в более широком диапазоне градиента давления.

Отметим, что поскольку расчеты проводили с использованием линейной теории упругости, то существуют ограничения на максимальное значение деформации. В приведенных расчетах максимальная деформация составляла 5,7 %

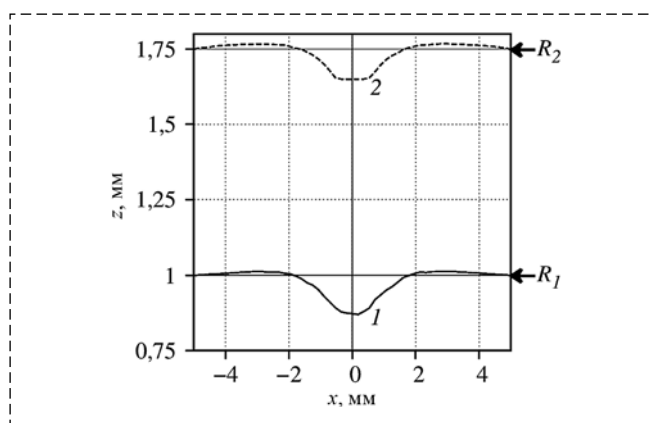


Рис. 3. Профили поверхностей трубки при максимальной деформации в сечении $y = 0$ и $z > 0$ для $\Delta s = 0,1 \text{ мм}$:

1 — внутренняя поверхность; 2 — внешняя поверхность

Fig. 3. The profiles of the tube surfaces at maximum deformation in the cross section $y = 0$ and $z > 0$ for $\Delta s = 0,1 \text{ мм}$:

1 — inner surface; 2 — outer surface

от внешнего радиуса R_2 , что позволяет провести качественный расчет поля деформаций, но количественно может содержать погрешность профиля деформаций порядка нескольких процентов относительно более точных методов (нелинейной модели Нео—Гукка, моделей гиперупругих материалов Муни—Ривлина и Огдена). В настоящей работе использование линейных уравнений упругости оправданно, поскольку расход жидкости в основном зависит от минимального радиуса отверстия в канале (который будет одинаков в любой модели, поскольку определяется граничными условиями) и слабее зависит от погрешности профиля деформации.

Моделирование течения жидкости

Решение уравнений гидродинамики проводили по формулам (8) и (9) с граничными условиями (10) на расчетной сетке канала, построенной с учетом деформации трубки.

В отсутствие перепада давления, когда $\Delta p = 0$ и, следовательно, $G = 0$, при сжатии пьезоэлемента жидкость течет в обоих направлениях симметрично относительно центра канала. Расходы жидкости на входе и выходе равны половине изменения объема, вызванного деформацией стенки канала. Поскольку за период канал восстанавливает свою форму, то суммарный объем жидкости будет равен нулю.

Под действием градиента давления $G > 0$ возникает течение в канале в положительном направлении оси Ox . Суммарное течение складывается из течения, индуцированного перепадом давления, и течения, индуцированного деформацией канала. Подбором значения перепада давления G и частоты колебаний пьезоэлемента f можно контролировать характер течения жидкости. Однако полное численное моделирование требует больших затрат машинного времени, поэтому целесообразно его заменить более простыми приближенными аналитическими формулами, построенными с помощью аппроксимации результатов расчета по полной модели для отдельных наборов параметров. Следовательно, необходимо построить ЭВС, позволяющий по заданным входным параметрам найти расход жидкости с помощью простых аналитических формул. Данный ЭВС даст возможность проводить вычисления в реальном времени с непосредственной интеграцией в систему управления технического устройства.

Построение ЭВС

Во всех расчетах по полной модели течение оставалось ламинарным с параболическим профилем скорости на границе Γ_4 . Следовательно, для построения аналитической формулы ЭВС за основу можно взять пуазейлевское течение, где скорость течения $u_x(r)$ ($r = (y^2 + z^2)^{1/2}$) и расход жидкости Q определяются по формулам [14]

$$u_x(r) = \frac{G}{4\eta}(R_1^2 - r^2);$$

$$Q_p(G, \eta) = \int_0^{2\pi} \int_0^{R_1} u_x(r) r dr d\theta = \pi \frac{GR_1^4}{8\eta}. \quad (11)$$

Представим аппроксимацию расхода жидкости в виде

$$Q = F_1 + F_2, \quad (12)$$

где F_1 и F_2 — функции, построенные по результатам численного моделирования. Функция F_1 определяет модификацию пуазейлевского течения, индуцированного градиентом давления, с учетом деформации канала и может зависеть от внешних факторов G , f и свойств жидкости η , ρ . А функция F_2 определяет течение в отсутствие градиента давления, индуцированное деформацией канала, и зависит только от частоты f .

Определим выражение для функций F_1 и F_2 , рассмотрев отдельно расходы рабочей жидкости в трех случаях:

- при фиксированном градиенте давления G за период изменения сигнала (средний расход);
- при фиксированной частоте f за период изменения сигнала (средний расход);
- при фиксированных градиенте давления G и частоте f в зависимости от времени.

Вывод проиллюстрируем на конкретных примерах.

На рис. 4 показана зависимость минимального $Q_{\min}$, максимального $Q_{\max}$ и среднего $Q_a = (Q_{\min} + Q_{\max})/2$ значений расходов жидкости, протекающей через правую границу Γ_4 за период T , для воды и уайт-спирита от частоты пьезоэлемента f при постоянном градиенте давления $G = 2$ кПа/м. Видно, что:

1) с ростом частоты f происходит линейное снижение $Q_{\min}$, линейный рост $Q_{\max}$ при сохранении среднего значения Q_a . Следовательно, $F_1 \sim Q_a$, $F_2 \sim (Q_{\max} - Q_{\min})/2 = \Delta Q/2$;

2) уменьшение вязкости приводит к росту расхода жидкости, при этом отношение средних расходов Q_a^w/Q_a^s (верхний индекс "w" соот-

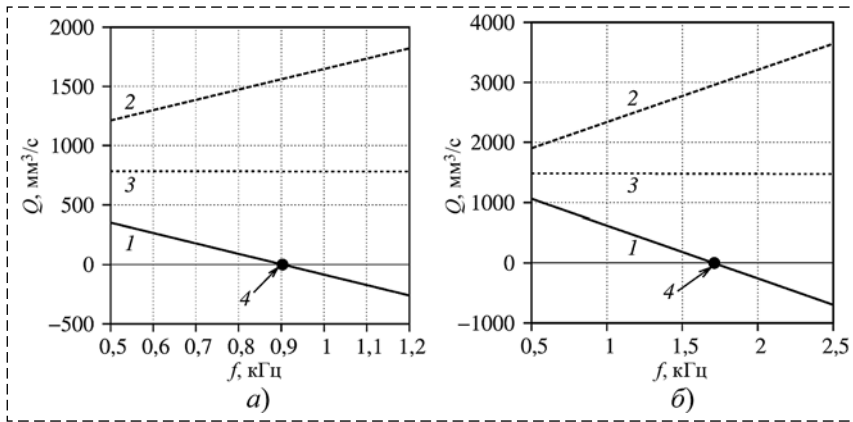


Рис. 4. Зависимости расходов жидкости (*а* — вода; *б* — уайт-спирит), протекающей через правую границу Γ_4 , от частоты пьезоэлемента f при постоянном градиенте давления $G = 2$ кПа/м:

1 — минимальный расход $Q_{\min}$; 2 — максимальный расход $Q_{\max}$; 3 — средний расход Q_a ; 4 — пограничный режим $Q_{\min} = 0$, определенный по формуле (15)

Fig. 4. Dependences of fluid flow (*a* — water; *b* — white spirit) flowing through the right boundary Γ_4 on the frequency f of the piezoelectric element with a constant pressure gradient $G = 2$ kPa/m:

1 — minimum flow rate $Q_{\min}$; 2 — maximum flow rate $Q_{\max}$; 3 — average consumption Q_a ; 4 — boundary mode $Q_{\min} = 0$, determined by the formula (15)

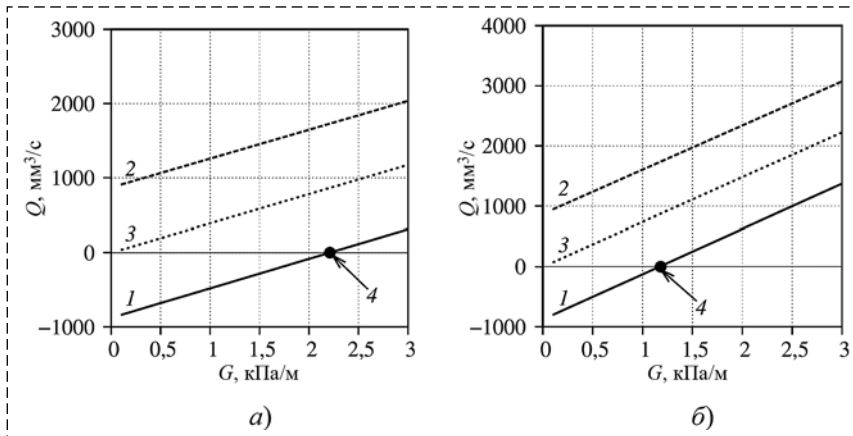


Рис. 5. Зависимости расходов жидкости (*а* — вода; *б* — уайт-спирит), протекающей через правую границу Γ_4 , от градиента давления G при постоянной частоте $f = 1$ кГц:

1 — минимальный расход $Q_{\min}$; 2 — максимальный расход $Q_{\max}$; 3 — средний расход Q_a ; 4 — пограничный режим $Q_{\min} = 0$, определенный по формуле (15)

Fig. 5. Dependences of fluid flow (*a* — water; *b* — white spirit) flowing through the right boundary Γ_4 on the pressure gradient G at a constant frequency $f = 1$ kHz:

1 — minimum flow rate $Q_{\min}$; 2 — maximum flow rate $Q_{\max}$; 3 — average consumption Q_a ; 4 — boundary mode $Q_{\min} = 0$, determined by the formula (15)

ветствует воде, а "s" — уайт-спириту) с точностью 0,023 % совпадает с отношением для динамических вязкостей η^s/η^w .

На рис. 5 показана зависимость минимального $Q_{\min}$, максимального $Q_{\max}$ и среднего Q_a расходов жидкости, протекающей через правую границу Γ_4 за период T , для воды и уайт-спирита от градиента давления G при постоянной частоте $f = 1$ кГц. Видно, что все три величины линейно возрастают, при этом отношение средних расходов

$Q_a^w(G_1)/Q_a^s(G_2)$, взятых для различных градиентов давления G_1 и G_2 , с точностью 0,03 % совпадает с выражением $(G_1/G_2)/(\eta^w/\eta^s)$.

На рис. 6 показаны зависимости расхода Q и суммарного объема жидкости V , протекающей через правую границу Γ_4 , от частоты пьезоэлемента при постоянном градиенте давления $G = 2$ кПа/м. Видно, что изменения расхода жидкости являются гармоническими и совпадают с частотой колебаний пьезоэлемента. Однако расход жидкости пропорционален производной от $f_p(t)$, заданной в виде (6), значит функция F_2 должна быть пропорциональна или, с точностью до постоянной, функции $f_q(t, f) = \sin(2\pi ft)$. Плотность жидкости ρ не оказывает существенного влияния на течение жидкости.

Таким образом, аппроксимация расхода жидкости (12) примет следующий вид:

$$Q(t) = Q_a + \frac{\Delta Q}{2} f_q(t, f). \quad (13)$$

Формула (13) является простой аналитической заменой полного численного моделирования, полученной по единичному численному расчету для заданного набора параметров, и может быть использована, например, в системе управления техническим устройством в реальном времени.

На основе выражения (13) получим универсальную формулу, позволяющую вычислить расход для произвольных рабочих жидкостей

и параметров системы трубка—пьезоэлемент. В пределе, когда амплитуда колебаний пьезоэлемента $\Delta s \rightarrow 0$, функции $F_1 \rightarrow Q_p$ (одновременно $Q_a \rightarrow Q_p$ на рис. 6, *а* и *в*, расход жидкости при пуазейлевском течении (13) показан штрих-пунктирной линией) и $F_2 \rightarrow 0$. Поскольку $Q \sim G$ и $Q \sim 1/\eta$, то при известных результатах моделирования $Q_{\min}$, $Q_{\max}$ и Q_a для значений $(G, f, \eta, \Delta s)$ при другом наборе параметров $(G^*, f^*, \eta^*, \Delta s^*)$ функция F_1 изменяется пропорционально

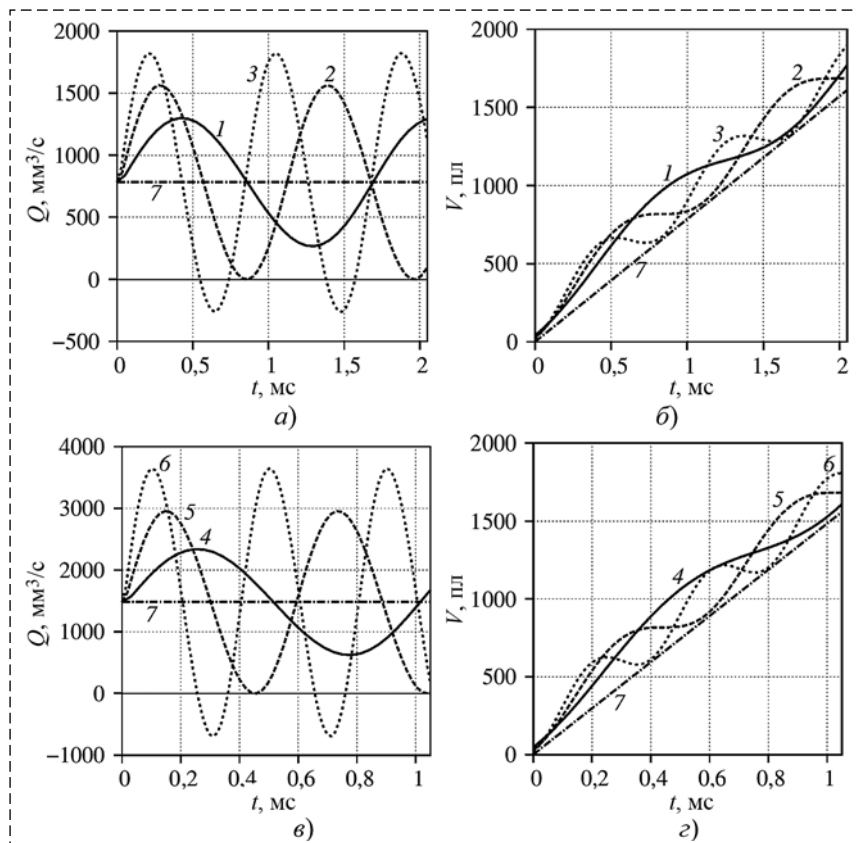


Рис. 6. Расход Q и суммарный объем V жидкости (а, б — вода; в, г — уайт-спирит), протекающей через правую границу Γ_4 для разных частот f при постоянном градиенте давления $G = 2$ кПа/м:

1 — $f = 600$ Гц; 2 — $f = 904$ Гц; 3 — $f = 1200$ Гц; 4 — $f = 1000$ Гц; 5 — $f = 1709$ Гц; 6 — $f = 2500$ Гц; 7 — пуазейлевское течение, определенное по формуле (11)

Fig. 6. The flow rate Q and the total volume V of the fluid (а, б — water; в, г — white spirit) flowing through the right boundary Γ_4 for different frequencies f with a constant pressure gradient $G = 2$ kPa/m:

1 — $f = 600$ Hz; 2 — $f = 904$ Hz; 3 — $f = 1200$ Hz; 4 — $f = 1000$ Hz; 5 — $f = 1709$ Hz; 6 — $f = 2500$ Hz; 7 — poiseuille current defined by the formula (11)

$Q_p(G^*, \eta^*)/Q_p(G, \eta)$, где $Q_p(G, \eta)$ вычисляется по аналитической формуле (11).

Объем жидкости, выдавливаемый за счет деформации трубки за период, от частоты не зависит, но расход жидкости прямо пропорционален частоте f , т. е. $Q \sim ds/dt \approx \Delta s f$, следовательно, для нового набора данных F_2 изменяется пропорционально $(\Delta s^* f^*)/(\Delta s f)$. Окончательно получим выражение для величины $Q(t)$ для нового набора параметров $(G^*, f^*, \eta^*, \Delta s^*)$, без необходимости в полном численном моделировании процесса для этого набора, в виде формулы ЭВС:

$$Q(t) = Q_a \frac{Q_p(G^*, \eta^*)}{Q_p(G, \eta)} + \frac{\Delta Q}{2} \frac{\Delta s^*}{\Delta s} \frac{f^*}{f} f_q(t, f^*). \quad (14)$$

Для определения скорости $u_x(r, t)$ по известному расходу, определяемому выражением (14), в формулах (11) исключим градиент давления G ,

тогда аппроксимация для скорости примет следующий вид:

$$u_x(t) = \frac{2}{\pi R_1^4} (R_1^2 - r^2) Q(t).$$

Полученное выражение для скорости можно использовать в качестве граничного условия для связанного ЭВС при моделировании системы ЭВС. Например, в системе трубка—микрозахват достаточно провести моделирование микрозахвата с граничными условиями на скорость в области крепления трубок к микрозахвату.

Как видно из рис. 4—6, для разных наборов параметров (G, f, η) , а также при изменении Δs реализуются два режима течения:

1) за период расход жидкости через границу Γ_4 может сменить свой знак, т. е. жидкость часть периода вытекает, а часть периода втекает через данную границу. В этом случае $Q_{\min} < 0$;

2) жидкость весь период течет в положительном направлении Ox . В этом случае $Q_{\min} > 0$.

Формула (14) позволяет точно определить параметры, при которых реализуется пороговый режим $Q_{\min} = 0$. Значение $Q(t)$ будет минимальным при $t = 3T/4$. Подставляя

этот момент времени и раскрывая выражения для $Q_p(G, \eta)$ по формуле (11), получим соотношение для определения граничного режима:

$$\frac{G^*}{G} \frac{\eta}{\eta^*} \frac{\Delta s}{\Delta s^*} \frac{f}{f^*} = \frac{\Delta Q}{2Q_a}. \quad (15)$$

Приведем пример применения формулы (15) для определения частоты сжатия пьезоэлемента f^* , соответствующей пороговому режиму течения жидкости (на рис. 4 данная частота обозначена закрашенным кругом). Для этого достаточно провести расчет для одного набора параметров $(G, f, \eta, \Delta s)$, например, $G = 2$ кПа/с, $f = 1$ кГц, η для воды или уайт-спирита и $\Delta s = 0,1$ мм. Тогда, поскольку $G^* = G$, $\eta^* = \eta$ и $\Delta s^* = \Delta s$, получим пороговую частоту $f^* = 0,904$ кГц для воды и $f^* = 1,71$ кГц для уайт-спирита. На рис. 5 пороговый режим, который обозначен закрашенным кругом, определен

по этому же набору параметров, но с учетом $f^* = f$, $\eta^* = \eta$ и $\Delta s^* = \Delta s$ имеем градиенты давления $G^* = 2,21$ кПа/м для воды и $G^* = 1,17$ кПа/м для уайт-спирита. В использованном подборе параметров для определения порогового режима максимальная погрешность для расхода жидкости $Q(t)$ между расчетными данными и данными, полученными с помощью аппроксимационной формулы (15), не превышает 0,06 % при подборе частоты f^* и 0,1 % при подборе градиента давления G^* . При этом заметим, что вычисленная частота f^* отличается от заданной f на 14 %, а вычисленный градиент давления G^* от заданного G — на 11 %. Если параметры исходного расчета находятся дальше от пороговых значений, то погрешность увеличивается. Например, если заданная частота f или градиент давления G отличаются от пороговых в два раза в большую или меньшую сторону, то погрешность $Q(t)$ составит 0,3 % и 0,6 % соответственно (на графике эти изменения будут практически не заметны). Таким образом, аппроксимация работает с высокой степенью точности для широкого интервала параметров.

Полученное соотношение (15) имеет практическое применение, например, при использовании системы трубка—пьезоэлемент для жидкостного охлаждения микрозахвата или другого технического устройства. Возможность определения порогового режима $Q_{\min} = 0$ повышает эффективность охлаждения путем выбора параметров, предотвращающих втекание нагретой жидкости обратно через выходное отверстие канала.

Заключение

Разработанная трехмерная компьютерная модель, описывающая поведение жидкости в микроканалах при использовании пьезоэлектрических приводов, является первым шагом в разработке теоретического базиса для создания микроприводов и исполнительных микромеханизмов. Микроустройства, базирующиеся на микрофлюидике и обладающие хорошими расчетными характеристиками, будут востребованы при проектировании новых перспективных конструкций микророботов и исполнительных микроустройств. Построенную на основе численного моделирования аналитическую модель ЭВС планируется использовать при разработке экспериментального образца капиллярного микрозахвата для расчета параметров системы жидкостного охлаждения

и выбора режимов работы микронасоса на базе пьезоэлементов, обеспечивающих прокачку необходимого объема жидкости для отвода излишков теплоты от элемента Пельтье. Необходимость расчетов новой конструкции насоса обусловлена тем, что классические перистальтические насосы не обладают линейностью производительности, при малых объемах прокачиваемой жидкости велика инерционность, переходной процесс затянут во времени. Точность разработанной модели позволяет проанализировать работу синтезируемых устройств практически на всех режимах работы от включения/выключения до переходных процессов при смене скорости потока.

Список литературы

1. Bruus H. Theoretical microfluidics. Lecture notes third edition. MIC Department of Micro and Nanotechnology Technical University of Denmark, 2006. 247 p.
2. Stroock A., Stephan K. Chaotic Mixer for Microchannels // Science. 2002. Vol. 295, iss. 5555. P. 647—651.
3. Lambert P. Capillary forces in microassembly: modeling, simulation, experiments, and case study. Microtechnology and MEMS. Springer, New York, 2007. 263 p.
4. Van der Merwe A. F., Matope S. Manipulation of Van der Waals forces by geometrical parameters in micro-material handling // Journal for New Generation Sciences. 2010. Vol. 8, N. 3, P. 152—166.
5. Reinhart G., Höppner J. The Use of Acoustic Levitation Technologies for Non-Contact Handling Purposes // Annals of the German Academic Society for Production Engineering VIII. 2001. P. 77—82.
6. Van Brussel H., Peirs J., Reynaerts D., Delchambre A., Reinhart G. Assembly of Microsystems // Annals of the CIRP. 2000. Vol. 49, N. 2. P. 451—472.
7. Насибуллаев И. Ш., Насибуллаева Э. Ш. Влияние температуры на динамику течения жидкости в технических системах с жиклерами // Тр. Института механики им. П. Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. 2016. Т. 11, № 1. С. 1—9.
8. Насибуллаев И. Ш., Насибуллаева Э. Ш. Течение жидкости через систему связанных элементов технического устройства типа труба—гидросопротивление—труба // Тр. Института механики им. П. Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. 2016. Т. 11, № 2. С. 141—149.
9. Насибуллаев И. Ш., Насибуллаева Э. Ш. Течение жидкости через гидросопротивление с динамически изменяемой геометрией // Тр. Института механики им. П. Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. 2017. Т. 12, № 1. С. 59—66.
10. Насибуллаев И. Ш., Насибуллаева Э. Ш., Даринцев О. В. Изучение течения жидкости через деформируемый пьезоэлементом канал // Многофазные системы. 2018. Т. 13, № 3. С. 1—10.
11. Пат. 2261795 Российская Федерация, МПК 7B 25J 7/00, 15/00. Капиллярный микрозахват с обратной связью / О. В. Даринцев, А. Б. Мигранов. № 2004105379; заявл. 24.02.2004 г.; опубл. 10.10.2005. Бюл. № 28. 6 с.
12. Ландау Л., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 7. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 248 с.
13. Hecht F. New development in FreeFem++ // J. Numer. Math. 2012. Vol. 20, N. 3—4. P. 251—266. DOI: 10.1515/jnum-2012-0013
14. Ландау Л., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
15. Белоусов К. И., Евстапов А. А., Кухтевич И. В., По-смитная Я. С. Основы нанотехнологий. Часть 1. Микро- и нанотехнологии для биологических и медицинских исследований. Часть 2. Капельная микрофлюидика: Учеб. пособие. СПб.: Университет ИТМО, 2015. 55 с.

Simulation of Fluid Flow through a Elastic Microchannel Deformed by a Piezoelement in Microgrip Cooling Systems

I. Sh. Nasibullayev, sp.ishn@gmail.com, E. Sh. Nasibullaeva, elvira@anrb.ru, O. V. Darintsev, ovd@uimech.org, Mavlyutov Institute of Mechanics — Subdivision of the Ufa Federal Research Centre of the Russian Academy of Sciences, 450054, Ufa, Russian Federation

Corresponding author: **Darintsev Oleg V.**, Ph.D., Head Scientific Researcher, Mavlyutov Institute of Mechanics — Subdivision of the Ufa Federal Research Centre of the Russian Academy of Sciences, 450054, Ufa, Russian Federation, e-mail: ovd@uimech.org

Accepted on August 09, 2019

Abstract

The flow of the fluid in an elastic cylindrical microchannel, the central part of which is located inside the piezoelectric ring, is simulated numerically. It arises as due to channel deformation by piezoelement according to the harmonic law, and pressure drop at the inlet and outlet to the microchannel. The aim of the work is to create a three-dimensional computer model of controlling the flow of a fluid by means of a pressure drop and a tube compression piezoelectric element. The model of an element of a computational bench that allows you to find fluid flow using specified analytical formulas, built using an approximation of the calculation results for the full model for individual sets of parameters. Modeling an element of a computing bench will allow real-time calculations with direct integration into the control system of a technical device. The model is based on the obtained analytical dependencies taking into account the restrictions introduced, which can significantly reduce the amount of computation and improve the quality of the result. The solution of the full equations of elasticity for the tube and the equations of hydrodynamics in the microchannel was carried out numerically by the finite element method in the package of numerical simulation FreeFem++. Numerical results are obtained for the flow rate of a fluid as a function of time, the physical properties of the fluid (dynamic viscosity and density) and external influences (the magnitude of the pressure gradient, the amplitude and frequency of compression of the piezoelectric element). The variants of using the obtained results in practical applications are shown. For example, in a liquid cooling system, the obtained relationship between the system parameters allows one to determine the flow regime that prevents the flow of heated liquid through the channel outlet. It is planned to use the results in the development of a computing stand for capillary micro-capture, containing two tubes (at the input and output) with piezoelectric elements, dividing the device into two parts (with dynamically changing and unchanged geometries) which will greatly simplify the full simulation.

Keywords: microrobotics, microequipment, hydrodynamics, elastic microchannel, piezoelectric element, linear elasticity, finite element method

Acknowledgements: This research was supported by Basic Research Program 1.7 "New Developments in Perspective Areas of Energetics, Mechanics and Robotics" of the Presidium of Russian Academy of Sciences.

For citation:

Nasibullayev I. Sh., Nasibullaeva E. Sh., Darintsev O. V. Simulation of Fluid Flow through a Elastic Microchannel Deformed by a Piezoelement in Microgrip Cooling Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 12, pp. 740—750.

DOI: 10.17587/mau.20.740-750

References

1. Bruus H. Theoretical microfluidics. Lecture notes third edition. MIC Department of Micro and Nanotechnology Technical University of Denmark, 2006, 247 p.
2. Stroock A., Stephan K. Chaotic Mixer for Microchannels, *Science*, 2002, vol. 295, iss. 5555, pp. 647—651.
3. Lambert P. Capillary forces in microassembly: modeling, simulation, experiments, and case study, *Microtechnology and MEMS*, Springer, New York, 2007, 263 p.
4. Van der Merwe A. F., Matope S. Manipulation of Van der-Waals forces by geometrical parameters in micro-material handling, *Journal for New Generation Sciences*, 2010, vol. 8, no. 3, pp. 152—166.
5. Reinhart G., Höppner J. The Use of Acoustic Levitation Technologies for Non-Contact Handling Purposes, *Annals of the German Academic Society for Production Engineering VIII*, 2001, pp. 77—82.
6. Van Brussel H., Peirs J., Reynaerts D., Delchambre A., Reinhart G. Assembly of Microsystems, *Annals of the CIRP*, 2000, vol. 49, no. 2, pp. 451—472.
7. Nasibullayev I. Sh., Nasibullaeva E. Sh. The effect of temperature on the fluid flow dynamics in technical systems with jets, *Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics*, 2016, vol. 11, no. 1, pp. 1—9 (in Russian).
8. Nasibullayev I. Sh., Nasibullaeva E. Sh. The fluid flow through the related element system of technical device such as pipe—hydraulic resistance—pipe, *Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics*, 2016, vol. 11, no. 2, pp. 141—149 (in Russian).
9. Nasibullayev I. Sh., Nasibullaeva E. Sh. Fluid flow through the hydraulic resistance with a dynamically variable geometry, *Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics*, 2017, vol. 12, no. 1, pp. 59—66 (in Russian).
10. Nasibullayev I. Sh., Nasibullaeva E. Sh., Darintsev O. V. Study of fluid flow through a channel deformed by piezoelement, *Multiphase Systems*, 2018, vol. 13, no. 3, pp. 1—10 (in Russian).
11. Darintsev O. V., Migranov A. B. Capillary micro-grip with feedback, *patent RF no. 2261795 RU*, 2005 (in Russian).
12. Landau L. D., Lifshitz E. M. Course of Theoretical Physics. Vol. 7. The theory of elasticity, Butterworth-Heinemann, 1986, 196 p.
13. Hecht F. New development in FreeFem++, *J. Numer. Math.*, 2012, vol. 20, no. 3—4, pp. 251—266.
14. Landau L. D., Lifshitz E. M. Course of Theoretical Physics. Vol. 6. Fluid Mechanics, Pergamon Press, 1987, 539 p.
15. Belousov K. I., Evstrapov A. A., Kukhtevich I. V., Posmitnaya Ya. S. Basics of nanotechnology. Part 1. Micro- and nanotechnologies for biological and medical research. Part 2. Drip microfluidics, St. Petersburg, University ITMO, 2015, 55 p. (in Russian).

А. С. Девятисильный, д-р техн. наук, проф., devyatis@iacp.dvo.ru,
А. В. Шурыгин, мл. науч. сотр., artem.shurygin@bunjlabs.com,
Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН

Модель гибридной спутниково-инерциальной навигационной системы неполной структуры

Представлена и исследована математическая модель гибридной навигационной системы (ГНС), состоящая из трех-компонентного блока линейных ньютонометров, физически моделирующих векторный измеритель сил негравитационной природы, и бортовых приемников ГЛОНАСС, позиционирующих подвижный объект в эллипсоидальной системе координат. Отсутствие блока гироскопических датчиков угловых скоростей, традиционных для классических схем метода инерциальной навигации, и наличие не более двух бортовых устройств спутникового позиционирования (приемников) позволяет характеризовать рассматриваемую ГНС как систему неполной структуры. В качестве базового элемента математической модели задачи оценки линейных и угловых параметров движения объекта использована разработанная процедура многократного численного дифференцирования темпоральных данных спутникового позиционирования бортовых приемников ГЛОНАСС, устойчиво функционирующая независимо от шага дискретизации задачи по времени. Разработанная ГНС позволяет качественно оценивать траекторные параметры — местоположение, скорости, ускорения, рывки и силы, обуславливающие траекторию, а также (при двухпозиционном приеме) и параметры пространственной ориентации объекта — углы Эйлера—Крылова и их производные. Приведены результаты вычислительного эксперимента. Область применения результатов исследования — численно-аналитическое планирование траекторий, определение параметров движения и управление подвижными объектами различного назначения и базирования.

Ключевые слова: метод инерциальной навигации, ГЛОНАСС, траектория, углы Эйлера—Крылова, ньютонометр, гироскоп, кажущееся ускорение, угловая скорость, эллипсоидальная система координат

Введение

Как известно [1, 2], классические представления об инерциальной (галлилеевой) системе отсчета, в которой выполняются законы динамики Ньютона, наиболее ярко проявляют себя в методе инерциальной навигации (ИНМ) — методе автономного определения кинематических параметров движения (как траекторных, так и пространственной ориентации) объекта по информации о нем, доставляемой инерциальными измерителями — ньютонометрами (акселерометрами) и гироскопами. Вместе с тем свойственная этому методу неустойчивость, обнаруживаемая при аналитических и численных исследованиях и верифицированная практикой создания автономных инерциальных навигационных систем, обуславливает необходимость нарушения его автономности и пополнения информационной базы метода наблюдения (измерениями) неинерциальной природы.

В данной работе рассмотрен вариант генерации гибридной навигационной системы (ГНС)

в случае, когда ее информационная база ограничена и представлена только измерениями вектора удельных сил негравитационной природы, или кажущегося ускорения [1], доставляемых ньютонометрами [2], и темпоральными данными о координатах места подвижного объекта (ПО), доставляемых не более чем двумя приемниками навигационной спутниковой системы (НСС) типа ГЛОНАСС/GPS. Область применения методологии таких ГНС — численно-аналитическое планирование маршрутных заданий, бортовое определение параметров движения и управление ПО различного назначения и базирования (сухопутного, морского, воздушного, космического).

Под "определением движения" здесь понимается решение двух задач — это, во-первых, определение кинематических параметров траектории (траекторная задача) и, во-вторых, определение параметров ориентации ПО в пространстве (задача ориентации).

Предлагаемая ГНС отличается от известных интегрированных инерциально-спутниковых

систем [3–5] отсутствием в ней гироскопических измерителей абсолютной угловой скорости вращения ПО и методологией математического моделирования и решения обеих задач.

Основные модельные представления

Принимая во внимание форму геоида, в качестве его признанной опорной модели примем эллипсоид вращения (эллипсоид Клеро) [2, 3]. В соответствии с этим и с учетом стандартов ПЗ-90 (Россия) и WGS-89 (США) известным образом введем эллипсоидальную (геодезическую) систему отсчета с координатами $\{\varphi, \lambda, h\}$ — геодезические широта, долгота и высота над поверхностью эллипсоида.

В точке O , принадлежащей траектории и отождествляемой с ПО, разместим начало правого прямоугольного координатного трехгранника $Ox = Ox_1x_2x_3$ с осью Ox_3 , направленной по нормали к поверхности эллипсоида, и осями Ox_1 и Ox_2 , ориентированными соответственно на географические Восток и Север.

Траекторная задача. Обратимся теперь к кинематике, или к "геометрии движения" [1], точки O и обозначим $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)^T$ вектор ее линейной скорости движения относительно твердой Земли, а $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ — вектор угловой скорости вращения трехгранника Ox , обусловленной криволинейностью траектории. Оба вектора рассматриваются в проекциях на оси Ox . Между координатами $\{\varphi, \lambda, h\}$ и скоростями достаточно просто установить следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= -\dot{\varphi}, \quad \omega_2 = \dot{\lambda} \cos \varphi, \quad \omega_3 = \dot{\lambda} \sin \varphi, \\ \dot{\varphi} &= \frac{v_2}{r_2}, \quad \dot{\lambda} = \frac{v_1}{r_1 \cos \varphi}, \quad v_3 = \dot{h}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $r_1 = a/(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} + h$, $r_2 = a(1 - e^2)/(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2} + h$ — радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных главных нормалей сечений поверхности $h = \text{const}$, проходящих через оси Ox_1 (сечение, касательное к параллели) и Ox_2 (меридиальное сечение); a и e — значения большой полуоси и эксцентриситета используемой модели земного эллипсоида; $r_\psi = (r_1^{-1} \sin^2 \psi + r_2^{-1} \cos^2 \psi)^{-1}$ — радиус кривизны нормального сечения эллипсоида при $h = \text{const}$ в точке O , проходящего через вектор-проекцию $\mathbf{v}_p$ вектора $\mathbf{v}$ на плоскость Oy_1y_2 [2];

ψ — путевой угол движения, отсчитываемый по ходу часовой стрелки от оси Oy_2 к оси Oy_1 , так что $v_1 = v_p \sin \psi$, $v_2 = v_p \cos \psi$, $v_p = |\mathbf{v}_p|$.

Под решением траекторной задачи далее понимается решение задачи оценки значений параметров $\varphi, \lambda, h, r_1, r_2, r_\psi, v_1, v_2, v_3$ и т. д. и их производных до порядка $n - 1$. При этом математическая модель такой общей задачи рассматривается как совокупность моделей частных обратных задач вида "состояния—измерения" порядка n , где каждая из частных моделей ассоциируется с некоторой функцией времени $\eta(t)$, аппроксимируемой моделью "состояний" вида $\eta(t) = \eta_1, \dot{\eta}_1 = \dot{\eta}_2 = \dots = \dot{\eta}_n = 0$ по ее темпорально измеряемым с инструментальными погрешностями значениями $\eta(t_k)$, $k = 0, 1, 2, \dots; t_{k+1} = t_k + \tau, \tau = \text{const}$. Как видно, каждая частная модель "состояний" — это система линейных дифференциальных уравнений первого порядка с простейшей одноклеточной жордановой (с нулевыми диагональными элементами) матрицей [6] в качестве матрицы связи, имеющей индекс нильпотентности, равный n . Естественное обращение к такой модели существенно упростило дискретизацию задачи по времени и реализацию нейросетевого алгоритма динамического псевдообращения [7, 8] калмановского типа с ядерным механизмом настройки [8] на фоне преодоления проблемы разрешимости задачи при больших значениях n и малых τ в условиях конечной точности вычислений и измерений [9].

Полагая далее, что траекторная задача решена [9], обратимся к динамике теперь уже материализованной точки O , т. е. к уравнениям Ньютона, которые с учетом вращения Земли с угловой скоростью $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)^T$ в осях трехгранника Ox представимы в следующем виде:

$$D_{ij}V_j = g_i + f_j, \quad V_j(0) = V_{0,i}, \quad (2)$$

где $D_{ij} = \delta_{ij}d/dt + e_{ikj}(\omega_k + u_k)$ — оператор абсолютной производной; δ_{ij} — символ Кронекера; e_{ikj} — символ Леви—Чивита ($i, k, j = \overline{1, 3}$; по повторяющимся индексам проводится суммирование); $u = |\mathbf{u}|$, $u_1 = 0$, $u_2 = u \cos \varphi$, $u_3 = u \sin \varphi$; $\mathbf{V} = (V_1, V_2, V_3)^T$ — вектор абсолютной скорости, причем $V_1 = v_1 + u_2 r_1$, $V_2 = v_2$, $V_3 = v_3$; $\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3)^T$ — вектор кажущегося ускорения; $\mathbf{g} = (g_1, g_2, g_3)^T$ — напряженность гравитационного поля Земли (ГПЗ), известного с достаточной точностью.

Разрешая уравнение (2) относительно $\mathbf{f}$ покомпонентно и принимая во внимание (1), получаем:

$$\begin{aligned} f_1 &= \dot{v}_1 + \frac{v_1}{r_1}(v_3 - v_2 \operatorname{tg} \varphi) - v_2 u_3 \left(\frac{r_1}{r_2} + 1 \right) + \\ &+ v_3 u_2 + u_2 \dot{r}_1 - g_1; \\ f_2 &= \dot{v}_2 + \frac{v_1^2}{r_1} \operatorname{tg} \varphi + \frac{v_2 u_3}{r_2} + 2v_1 u_3 + u_2 u_3 r_1 - g_2; \\ f_3 &= \dot{v}_3 - \frac{v_1^2}{r_1} + \frac{v_2^2}{r_2} - 2v_1 u_2 - u_2^2 r_1 - g_3. \end{aligned} \quad (3)$$

С учетом того, что все значения переменных в правой части (3) известны благодаря интерпретации данных спутникового позиционирования ПО, т. е. при решении траекторной задачи [9], вектор $\mathbf{f}$ также может быть вычислен. Таким образом, устанавливается и каузальность траектории, что существенно для дальнейших построений.

Задача ориентации. Введем жестко связанный с ПО правый координатный трехгранник, в осях которого могут проводиться векторные измерения, — приборный трехгранник $Oy = Oy_1 Oy_2 Oy_3$, в идеале совпадающий с трехгранником Ox , но реально связанный с ним матрицей ориентации $\mathbf{A} = (a_{ij})$, $(i, j = \overline{1, 3})$, так что $y_i = a_{ij}x_j$ и $x_j = a_{ji}y_i$. Суть задачи определения ориентации ПО в физическом пространстве состоит в оценке элементов матрицы $\mathbf{A}$ и, как следствие, значений трех углов последовательного вращения трехгранника Oy из состояния $Oy \equiv Ox$ в текущее состояние. Учитывая, что под ПО здесь понимается объект искусственного происхождения, целесообразно считать, что оси трехгранника Oy совпадают со строительными осями ПО, и ввести углы Эйлера—Крылова — углы курса (α), крена (β) и тангажа (θ), соответствующие последовательности парциальных вращений относительно осей Oy_3, Oy_2, Oy_1 .

Для определения значений девяти элементов (направляющих косинусов) матрицы $\mathbf{A}$ (или трех углов Эйлера—Крылова), вообще говоря, достаточно найти систему двух неколлинеарных векторов, известных своими проекциями как в Ox , так и в Oy . В качестве таких двух векторов могут быть взяты орты известных звезд, пульсаров или иных объектов. Корректность решения проблемы в таком случае обуславливается возможностью пополнения системы двух векторов третьим, образуемым вектор-

ным произведением известных двух, и, таким образом, линейной независимостью этих трех векторов; в предельном случае, когда наблюдению в Ox и Oy доступен только один вектор, определить ориентацию Oy относительно Ox можно только с точностью до поворота Oy относительно Ox вокруг этого единственного вектора как оси.

Возможность вычисления $\mathbf{f}$, демонстрируемая системой уравнений (3), обращает внимание на методологически другую возможность — это непосредственное измерение проекций $\mathbf{f}$ в трехграннике Oy с помощью тройки линейных ньютометров; таким образом, решается проблема выбора первого из двух требуемых векторов. Однако важно отметить, что, оставаясь в рамках анонсируемой в настоящей работе задачи комплексирования измерений геодезических координат места объекта с помощью НСС и измерений ньютометров, строго решить проблему и второго вектора также можно, но только в случае двух- (и более) позиционного бортового приема данных НСС. Вместе с тем, как показывают вычислительные эксперименты, и при однопозиционном приеме возможны вполне допустимые приближенные оценки углов, если отождествлять угол α с путевым углом ψ в рамках псевдоизмерения $\alpha = -\psi + \delta\alpha$, когда $\delta\alpha$ выступает в качестве небольшой методологической погрешности, обусловленной взаимодействием ПО с внешней средой. В таком случае методом последовательных приближений достаточно просто и в пределах шага дискретизации τ численно решается система уравнений $\mathbf{f}_y = \mathbf{A}\mathbf{f}$, где $\mathbf{f}_y$ — вектор силы $\mathbf{f}$, измеряемой ньютометрами, т. е. задача точечного оценивания углов β и θ .

Подобным же образом вычисляется и вся тройка углов Эйлера—Крылова, т. е. $\{\alpha, \beta, \theta\}$, и дополнительно угол курсового дрейфа $\delta\alpha = \psi - \alpha$, если на борту ПО осуществляется двухпозиционный прием спутниковой навигационной информации и решается система уравнений $\{\mathbf{f}_y = \mathbf{A}\mathbf{f}, \mathbf{l}_y = \mathbf{A}\mathbf{l}\}$, где $\mathbf{l}_y$ — технологический (известный) вектор места второго приемника НСС в Oy , а $\mathbf{l}$ — этот же вектор в Ox , вычисляемый по данным его позиционирования НСС. Здесь же оценивается необходимое число производных углов α, β, θ и, таким образом, реализуется возможность оценки в трехграннике Oy вектора угловой скорости собственного вращения $\mathbf{q}_y = (q_{y,1}, q_{y,2}, q_{y,3})^T$,

где $q_{y,1} = \dot{\theta} + \dot{\alpha} \sin \beta$, $q_{y,2} = \dot{\beta} \cos \theta + \dot{\alpha} \sin \theta \cos \beta$, $q_{y,3} = \dot{\alpha} \cos \theta \sin \beta - \dot{\beta} \sin \theta$. Очевидно, возможен и отказ от исходной декларируемой бортовой системы измерителей и пополнение ее, например, астровизирами известных звезд или пульсаров.

В общем случае, если вектор $\mathbf{q}_y$ определен, то открывается возможность и для оценки абсолютной угловой скорости ПО $\mathbf{p}_y = (p_{y,1}, p_{y,2}, p_{y,3})^T$ в проекциях на оси Oy , а именно: $\mathbf{p}_y = \mathbf{A}(\boldsymbol{\omega} + \mathbf{u})_x + \mathbf{q}_y$, где индекс "x" указывает на то, что вектор $\boldsymbol{\omega} + \mathbf{u}$ представлен своими проекциями в трехграннике Ox . Таким образом, по сути, реализуется безгироскопный датчик угловых скоростей, что с учетом возможности качественного дифференцирования вектора $\mathbf{p}_y$ открывает путь для оценки главного момента сил — вектора $\mathbf{m}_y$, обуславливающего совместно с вектором $\mathbf{f}$ движение реального ПО. Действительно, $m_{y,i} = J_{ij} \dot{p}_{y,j} + (e_{ikj} p_{y,k}) J_{js} p_{y,s}$, где $\mathbf{J} = (J_{js})$ — известный тензор инерции ПО, $i, j, k, s = \overline{1,3}$. Эта процедура занимает важное место при численно-аналитическом планировании управляемого движения ПО по задан-

ной траектории в условиях его взаимодействия с реальной средой как тела, имеющего конкретные масс-геометрические характеристики.

Вычислительные эксперименты

Численная верификация теоретических представлений, изложенных выше, выполнена для ПО с различными масс-геометрическими характеристиками и параметрами движения. В качестве примера здесь приведены результаты численного моделирования для ПО с массой $m = 1500$ кг и тензором инерции $\mathbf{J} = \text{diag}(J_{11}, J_{22}, J_{33})$, $J_{11} = J_{33} = 3,8 \cdot 10^3$ кг·м², $J_{22} = 52,9$ кг·м², движущегося со скоростью $v = 247,5$ м/с² (0,75М, М = 330 м/с²) по траектории, представленной на рис. 1. Предполагается, что данные позиционирования ГЛОНАСС поступают с шагом $\tau = 0,2$ с, содержат погрешности со среднеквадратическими значениями (СКЗ) $\sigma_\varphi = \sigma_\lambda = \sigma_h = 1,5$ м и временами корреляции $\tau_c = 4$ с; СКЗ погрешностей оценивания — $\sigma_\varphi = 4,9$ м, $\sigma_\lambda = 4,8$ м, $\sigma_h = 0,01$ м. На рис. 2, а пред-

ставлены оценки удельных сил, выполненные по формулам (3); СКЗ погрешностей оценивания — $\sigma_{f_1} = \sigma_{f_2} = 0,0038$ м/с², $\sigma_{f_3} = 9,8556 \cdot 10^{-6}$ м/с². На рис. 2, б представлены оценки углов α , β , θ ; СКЗ погрешностей оценок — $\sigma_\alpha = 0,0015^\circ$, $\sigma_\beta = 0,0212^\circ$, $\sigma_\theta = 0,0231^\circ$. При этом погрешности шумов ньютометров характеризуются СКЗ $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0,01$ м/с² и временем корреляции $\tau_c = 1,5$ с; место второго приемника НСС в Oy — $y = (0,4 \text{ м}, 0)^T$. На рис. 3 пред-

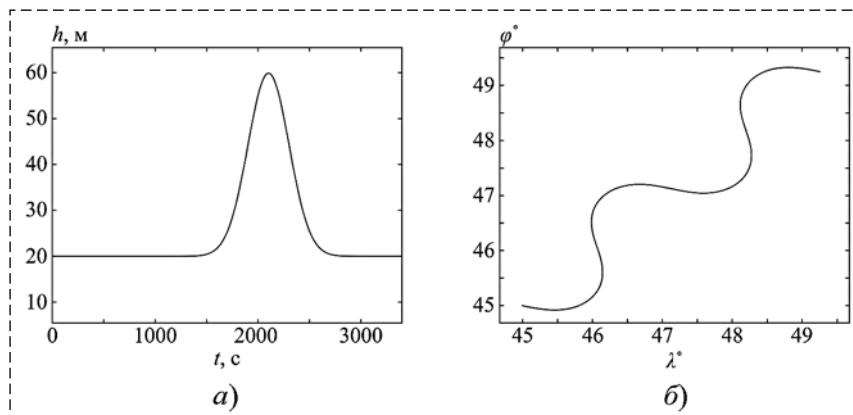


Рис. 1. Элементы траектории движения: высота (а), широта и долгота (б)
Fig. 1. Trajectory elements: height (a), latitude and longitude (b)

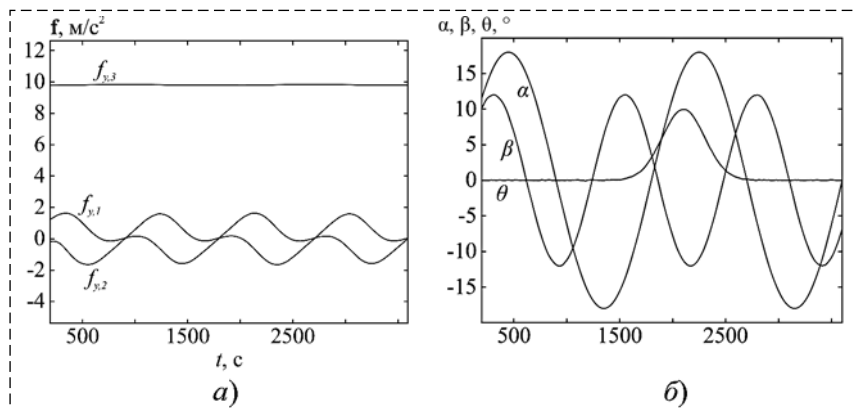


Рис. 2. Оценки удельных сил (а) и углов Эйлера—Крылова (б)
Fig. 2. Estimates of specific forces (a) and Euler—Krylov angles (b)

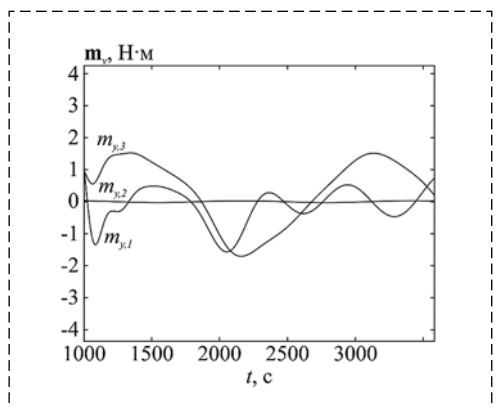


Рис. 3. Оценки моментов сил
Fig. 3. Torque estimations

ставлены моменты сил, обуславливающих вращение ПО; СКЗ погрешностей оценивания — $\sigma_{m_1} = 0,0123 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $\sigma_{m_2} = 1,7012 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}$, $\sigma_{m_3} = 3,2007 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Заключение

Таким образом, в настоящей работе, в значительной степени базирующейся на результатах предшествующей ей работы авторов [9], показано, что при комплексировании бортовой навигационной системы двумя датчиками позиционирования ГЛОНАСС и трехкомпонентным блоком ньютонометров вполне достижима высококачественная оценка всех кинематических параметров движения, а также сил и моментов, его обеспечивающих.

Список литературы

1. Ишлинский А. Ю. Классическая механика и силы инерции. М.: Едиториал УРСС, 2018. 320 с.
2. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. М.: Наука, 1967. 648 с.
3. Перов А. И., Харисов В. Н. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
4. Groves P. Challenges of Integrated Navigation // Proceedings of the 31st International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation. Miami. 2018. P. 3237–3264.5.
5. Mahboub D., Mohammadi A. A Constrained Total Extended Kalman Filter for Integrated Navigation // The Journal of Navigation. 2018, vol. 71 (4). P. 971–988.
6. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. М.: Мир, 1989. 656 с.
7. Осипов Ю. С., Кряжемский А. В. Задачи динамического обращения // Вестник РАН. 2006. Т. 76. С. 615–624.
8. Девятисильный А. С. Нейроморфное расширение бортовых функций ГЛОНАСС для подвижной технологической платформы // Журнал технической физики. 2015. Т. 85. № 10. С. 5–8.
9. Девятисильный А. С., Шурыгин А. В., Стоценко А. К. Аналитическое конструирование и численное исследование моделей определения движения на данных ГЛОНАСС // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18. № 11. С. 782–787.

Model of Hybrid Satellite-Inertial Navigation System with Partial Structure

A. S. Devyatisilny, devyatis@dvo.ru, A. V. Shurygin, artem.shurygin@bunjilabs.com,

Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation

Corresponding author: Devyatisilny Aleksandr S., PhD, Professor

Head of the Navigation and Control Department, Institute of Automation and Control Processes, Far eastern Branch of RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation, e-mail: devyatis@dvo.ru

Accepted on August 07, 2019

Abstract

A mathematical model of a hybrid navigation system (GNS) consisting of a three-component block of linear newtonometers (accelerometers) physically simulating a vector-based measurer of non-gravitational nature forces and on-board GLONASS receivers that positioning a moving object in an ellipsoidal coordinate system is presented and investigated. The absence of a gyroscopic angular velocity sensors unit, traditional for the classical schemes of the inertial navigation method, and the presence of no more than two onboard satellite positioning devices (receivers) make it possible to characterize the considered GNS as a partial structure system. As a basic element of a mathematical model for estimating linear and angular parameters of an object's motion, the developed procedure of multiple numerical differentiation of temporal data acquired from on-board satellite receivers, which functions stably irrespective of the magnitude of the discretization step of the problem in time, was used. The developed GNS makes it possible to qualitatively evaluate both the trajectory parameters (location, velocity, acceleration and forces causing the trajectory) as well as the parameters of the spatial orientation of the object (Euler-Krylov angles and its derivatives) with a two-positioning technique. The results of the computational experiment are given. The field of application of the research results is numerical-analytical planning of trajectories, determination of motion parameters and control of moving objects for various purposes and basing.

Keywords: inertial navigation, GLONASS, trajectory, speed, estimation, Euler-Krylov angles, newtonometer, gyro, apparent acceleration, angular velocity, ellipsoidal coordinate system

For citation:

Devyatisilny A. S., Shurygin A. V. Model of Hybrid Satellite-Inertial Navigation System with Partial Structure, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 12, pp. 751–755.

DOI: 10.17587/mau.20.751-755

References

1. Ishlinskij A. Ju. Classical mechanics and inertial forces, Moscow, Editorial, URSS. 2018. 320 p. (in Russian).
2. Andreev V. D. The theory of inertial navigation. Correctable systems, Moscow, Nauka, 1967, 648 p. (in Russian).
3. Perov A. I., Harisov V. N. GLONASS. Principles of construction and operation, Moscow, Radiotekhnika, 2005, 688 p. (in Russian).

4. Groves P. Challenges of Integrated Navigation. Proceedings of the 31st International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation. Miami, 2018, pp. 3237–3264.5.
5. Mahboub D., Mohammadi A. Constrained Total Extended Kalman Filter for Integrated Navigation, *The Journal of Navigation*, 2018, vol. 71 (4), pp. 971–988.
6. Horn R., Johnson Ch. Matrix analysis, Moscow, Mir, 1989, 656 p. (in Russian).
7. Osipov Ju. S., Krjzhemskij A. V. *Vestnik RAN*, 2006, vol. 76, pp. 615–624 (in Russian).
8. Devyatisil'nyj A. S. *Journal of technical physics*, 2015, vol. 85, no. 10, pp. 5–8 (in Russian).
9. Devyatisilny A. S., Shurygin A. V., Stotsenko A. K. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no.11, pp. 782–787 (in Russian).

Ван Гуоянь, аспирант, guoyan@yandex.ru, А. В. Фомичев, канд. техн. наук, доц., a.v.fomichev@bmstu.ru,
Ду Ижань, магистр,
Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет), г. Москва

Исследование модификаций сглаживающего фильтра Гаусса для их применения совместно с методом SLAM

При проведении научных исследований на поверхности небесных тел Солнечной системы с помощью планетоходов для решения задач их навигации и построения карты местности в неизвестном пространстве можно применить метод одновременной локализации и построения карты — метод SLAM. В случае применения лазерного дальномера в системе навигации в качестве широко используемых методов фильтрации информации используют методы, основанные на фильтре Калмана, а также его модификации, например, алгоритм EKF и алгоритм UKF. В алгоритме EKF присутствует процесс линеаризации. Алгоритм UKF по сравнению с алгоритмом EKF лучше согласован, но обладает большей вычислительной сложностью. Поэтому данные методы отличаются достаточно низкой точностью и большим объемом вычислений. Алгоритм фильтрации GP-RTSS, основанный на фильтре Гаусса, не требует процедуры прогнозирования выборки модели, линеаризации и численного интегрирования и способен адаптироваться для различных динамических систем. Таким образом, алгоритм фильтрации GP-RTSS существенно превосходит алгоритмы EKF и UKF по данным показателям. Самым большим препятствием в процессе работы алгоритма GP-RTSS является то, что функция ядра Гаусса требует множества вычислений. В статье исследуется модификация фильтра DIS RTSS, использующая схему распределенных вычислений, реализованную в гауссовском сглаживающем фильтре GP-RTSS для повышения скорости алгоритма GP-RTSS. Использование схемы распределенных вычислений позволяет провести эффективное преобразование данных, а следовательно, значительно уменьшить общие затраты на вычисления (время вычислений и требуемый объем памяти). Предложены четыре алгоритма распределенных вычислений для фильтра DIS RTSS: DIS RTP, DIS RTGP, DIS RTB, DIS RTrB. Моделирование показало, что среди данных алгоритмов алгоритм DIS RTGP является наиболее эффективным решением для рассматриваемого класса практических задач.

Алгоритм фильтрации DIS RTSS обладает высокой скоростью обработки информации и теоретически может обрабатывать бесконечное число выборок данных.

Ключевые слова: гауссовский процесс, распределенная система вычислений, алгоритм фильтрации, алгоритм DIS RTSS, алгоритм DIS RTP, алгоритм DIS RTGP, алгоритм DIS RTB, алгоритм DIS RTrB

Введение

Для обеспечения функционирования автономной системы управления планетоходом при проведении с его помощью научных исследований на поверхности небесных тел Солнечной системы необходимо разработать эффективные алгоритмы для системы навигации. Для решения данной задачи можно применить метод одновременной локализации и построения карты местности, который получил в литературе название SLAM (simultaneous localization and mapping) [1]. Метод SLAM используется в мобильных автономных средствах для построения карты в неизвестном пространстве или для обновления карты в заранее известном пространстве с одновременным контролем текущего местоположения объекта. Лазерный SLAM (используется информация от лазерных дальнометров, например, LRFs) имеет высокую точность при построении карт и локализации местоположения объекта и не имеет существенного накопления ошибок. При решении навигационных задач наряду с ме-

тодом лазерного SLAM широко используются различные методы фильтрации измерительной информации, например, фильтр Калмана (EKF и UKF) [2] или фильтр частиц, чтобы получить апостериорное распределение позиций и ориентиров для планетохода на карте. Так, в марсоходе Curiosity (Канада) использовался метод SLAM с алгоритмом расширенного фильтра Калмана (EKF-SLAM) [3]. Однако на практике у этих методов имеются существенные проблемы. В алгоритме EKF присутствует процесс линеаризации, поэтому он менее точен. Алгоритм UKF по сравнению с алгоритмом EKF лучше согласован, но обладает большей вычислительной сложностью. Метод фильтра частиц имеет проблему, связанную с деградацией частиц. Поэтому данные алгоритмы не могут использоваться в режиме реального времени.

В последние годы разработчики в области робототехники, управления и машинного обучения [4–7] большое внимание уделяют использованию фильтра Гаусса для обработки информации и вычислений.

Как показано в статье [8], в отличие от вышеупомянутых методов нелинейный алгоритм фильтра Гаусса со сглаживанием GP-RTSS (Rauch Tung Stried smoother) позволяет получить в аналитическом виде формулу для процесса фильтрации, где не требуются процедуры прогнозирования выборки модели, линеаризации и численного интегрирования. Кроме того, в данной модификации фильтра Гаусса отсутствует проблема деградации частиц. В статьях [8, 9] показано, что алгоритм GP-RTSS по сравнению с алгоритмами EKF, UKF, CKF (кубический фильтр Калмана) обладает меньшей неопределенностью и несогласованностью, более устойчив и способен адаптироваться в различных динамических средах. Поэтому алгоритм GP-RTSS является хорошим вариантом для использования в неизвестной среде совместно с системой SLAM.

Однако у алгоритма GP-RTSS имеется существенный недостаток. Поскольку в основу данного алгоритма фильтрации положен полный гауссов процесс, то это предполагает большой объем вычислений ядра Гаусса, в то время как для планетохода при решении задач навигации и управления в реальном режиме времени требуется как можно меньше затрат времени на вычисления.

Для устранения данного недостатка в статье предлагается использовать систему распределенных вычислений для алгоритма фильтрации GP-RTSS, в результате чего был разработан новый алгоритм DIS RTSS. Этот алгоритм может более эффективно использовать ресурсы данных для обеспечения процесса фильтрации, а также позволяет значительно снизить объем вычислений.

Описание алгоритма фильтра

Гауссовский процесс (далее — ГП) определяется математическим ожиданием $\mu(\cdot)$, дисперсией $\sigma(\cdot)$ и положительной полуопределенной ковариационной функцией $K(\cdot, \cdot)$, которая называется ядром.

Если имеется некоторый набор данных $D = (x, y)$, то в начале его необходимо преобразовать одним из известных способов к виду гауссовского процесса:

$$y_* = h(x_*) + \varepsilon, \varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2), \quad (1)$$

где x_* — вектор переменных состояния динамической системы; y_* — вектор выхода; $h(\cdot)$ —

функция, описывающая гауссовский процесс; ε — шум, описываемый нормальным законом распределения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_ε^2 .

Учитывая квадратичную зависимость в показателе экспоненты ядра в ГП, составленного из скалярных произведений пар векторов (x, x') , получим выражение для ковариационной функции в следующем виде:

$$K(x_*, x') = \alpha^2 \exp\left(-\frac{1}{2}(x_* - x')^T \Lambda (x_* - x')\right), \quad (2)$$

где Λ — диагональная матрица характеристических масштабов длины квадратного экспоненциального ядра, а α^2 — дисперсия скрытой функции h . Параметры Λ и α^2 являются гиперпараметрами, которые могут быть получены методом градиентного спуска.

Последующее предсказанное распределение значений функции $h_* = h(x_*)$ для вектора переменных состояния x_* является гауссовским процессом со следующим математическим ожиданием и дисперсией:

$$\mu_h(x_*) = M_h[h_*] = K_*^T (K' + \sigma_\varepsilon^2 I)^{-1} y = K_*^T \beta; \quad (3)$$

$$\sigma_h^2(x_*) = D_h[h_*] = K_{**} - K_*^T (K' + \sigma_\varepsilon^2 I)^{-1} K_*, \quad (4)$$

где $K_* = K(x, x_*)$, $K_{**} = K(x_*, x_*)$, $\beta = (K' + \sigma_\varepsilon^2 I)^{-1} y$, K' — матрица ядра с элементами $K'_{ij} = K(x_i, x_j)$; I — единичная матрица.

Алгоритм фильтра GP-RTSS

Пусть модель динамической системы описывается следующими уравнениями в дискретном виде:

$$x_t = f(x_{t-1}) + w; \quad (5)$$

$$y_t = g(x_t) + v, \quad (6)$$

где f, g — нелинейные функции; x_t — D -мерный вектор непрерывного многозначного состояния; y_t — D -мерный вектор выходных переменных; $w \sim N(0, \sigma_w)$ и $v \sim N(0, \sigma_v)$ — аддитивный белый гауссовский шум; t — дискретный индекс времени, $t = 1, \dots, T$.

В данной статье состояние системы представляется моделью марковского процесса, поскольку переменные скрытого состояния в момент времени t зависят только от момента времени $t - 1$.

Алгоритм GP-RTSS включает в себя три этапа: прогнозирование, обновление фильтра и сглаживание.

Этап 1. Прогнозирование. Априорное распределение вероятностей $p(x_t | y_{1:t-1})$ приближенно определяется следующим образом:

$$p(x_t | y_{1:t-1}) \approx N(\mu_{t|t-1}^x, \sigma_{t|t-1}^x), \quad (7)$$

где $y_{1:t-1}$ — состояние y в промежутке времени от $t = 1$ до $t - 1$; $\mu_{t|t-1}^x$ — математическое ожидание в момент времени t , полученное при известном математическом ожидании в момент времени $t - 1$;

$$\mu_{t|t-1}^x = M_{x_{t-1}} [M_h [h(x_{t-1})] | \mu', \sigma'] = \int \mu_h(x_{t-1}) N(h(x_{t-1}) | \mu', \sigma') dx_{t-1} = \beta^T L; \quad (8)$$

$$(\sigma_{t|t-1}^x)^2 = \beta^T \tilde{L} \beta + \alpha^2 - \text{tr}[(K' + \sigma_\varepsilon^2 I)^{-1} \tilde{L}] - (\mu_{t|t-1}^x)^2. \quad (9)$$

В формулах (8) и (9) обозначено:

$$L = [l_1, \dots, l_n]^T;$$

$$l_i = \alpha^2 |\sigma' \Lambda^{-1} + I|^{-1/2} \times$$

$$\times \exp\left(-\frac{1}{2}(x_i - \mu')^T (\sigma' + \Lambda)^{-1} (x_i - \mu')\right);$$

$$\tilde{L}_{ij} = \frac{K(x_i, \mu') K(x_j, \mu')}{|2\sigma' \Lambda^{-1} + I|^{1/2}} \times$$

$$\times \exp\left((\tilde{z}_{ij} - \mu')^T \left(\sigma' + \frac{1}{2} \Lambda\right)^{-1} \sigma' \Lambda^{-1} (\tilde{z}_{ij} - \mu')\right);$$

$$\tilde{z}_{ij} = \frac{1}{2}(x_i + x_j);$$

$\text{tr}[(K' + \sigma_\varepsilon^2 I)^{-1} \tilde{L}]$ — след матрицы $(K' + \sigma_\varepsilon^2 I)^{-1} \tilde{L}$; $p(h(x_*)) \sim N(\mu', \sigma')$ и μ', σ' определяются по формулам (3) и (4).

Этап 2. Обновление фильтра. Апостериорное распределение вероятностей $p(x_t | y_{1:t})$ определяется следующим образом:

$$p(x_t | y_{1:t}) = N(x_t | \mu_t^e, \sigma_t^e), \quad (10)$$

где

$$\mu_t^e = \mu_{t|t-1}^x + \sigma_{t|t-1}^{xy} (\sigma_{t|t-1}^y)^{-1} (y_t - \mu_{t|t-1}^y); \quad (11)$$

$$\sigma_t^e = \sigma_{t|t-1}^x - \sigma_{t|t-1}^{xy} (\sigma_{t|t-1}^y)^{-1} (\sigma_{t|t-1}^{yx})^T. \quad (12)$$

В формуле (11), (12) обозначено:

$$\sigma_{t|t-1}^{xy} = M_{x,g} [xy^T] - \mu_{t|t-1}^x (\mu_{t|t-1}^y)^T;$$

$$M_{x,g} [xy^T] = \sum_{i=1}^n \beta_i \int x c_1 N(x | x_i, \Lambda_i) N(x | \mu_{t|t-1}^x, \sigma_{t|t-1}^x) dx,$$

c_1 — константа.

Этап 3. Сглаживание. Чтобы получить более точные результаты, необходимо выполнить процедуру сглаживания гауссовой системы.

Цель сглаживания — повышение качества идентификации за счет повторного использования данных наблюдений, причем в обратном порядке от x_t до x_1 . После объединения результатов обновления фильтра $p(x_t | y_{1:T})$ (см. выражение (10)) и окончательных результатов этапа сглаживания (для $t = T, \dots, 1$) получим:

$$p(x_{t-1} | y_{1:T}) = N(x_{t-1} | \mu_{t-1|T}^R, \sigma_{t-1|T}^R), \quad (13)$$

где

$$\mu_{t-1|T}^R = \mu_{t-1|t-1}^e + J_{t-1} (\mu_{t|T} - \mu_{t|t}^e); \quad (14)$$

$$\sigma_{t-1|T}^R = \sigma_{t-1|t-1}^e + J_{t-1} (\sigma_{t|T} - \sigma_{t|t}^e) J_{t-1}^T; \quad (15)$$

$$J_{t-1} = \sigma_{t-1,t|t-1} (\sigma_{t|t-1}^x)^{-1}; \quad (16)$$

$$\sigma_{t-1,t|t-1} =$$

$$= \sum_{i=1}^n \beta_i^x l_i^x \sigma_{t-1|t-1}^x (\sigma_{t-1|t-1}^e + \Lambda)^{-1} (x_i - \mu_{t-1|t-1}^e). \quad (17)$$

Алгоритм фильтра GP-RTSS имеет меньшую неопределенность и несогласованность, а также способен к адаптации для различных динамических систем. Однако при применении фильтра GP-RTSS возникает серьезная проблема, заключающаяся в том, что функция ядра Гаусса требует большого объема вычислений. Чтобы уменьшить объем вычислений гауссовского процесса, можно, например, использовать разреженный гауссовский процесс [10]. Однако даже при разреженных аппроксимациях нецелесообразно применять ГП к данным, имеющим размерность десятков или сотен миллионов точек. Поэтому далее в статье показано, что для устранения описанной проблемы и уменьшения объема вычислений ГП можно использовать метод распределенных вычислений.

Модификация алгоритма GP-RTSS

Использование схемы распределенных вычислений, описанной в работе [11], позволяет

провести эффективное преобразование данных к виду ГП, следовательно, значительно уменьшить общие затраты на вычисления (время вычислений и требуемый объем памяти).

Согласно гипотезе максимума правдоподобия логарифм распределения вероятности $p(h|x, y)$ в гауссовой системе можно представить следующим образом:

$$\log p(y|x, \theta) \approx \prod_{j=1}^S \log p(y^{(j)}|x^{(j)}, \theta), \quad (18)$$

где j — число экспертов ($j = 1, \dots, S$); θ — гиперпараметр ядра, включающий Λ и α^2 . Эти S экспертов пользуются одним и тем же набором гиперпараметров. Здесь и далее $\log$ — любой логарифмический оператор, например $\ln$. Для произвольного j -го эксперта выражение для логарифма под знаком суммы в формуле (18) может быть вычислено аналитически:

$$\log p(y^{(j)}|x^{(j)}, \theta) = -\frac{1}{2} y^{(j)} (K_\phi^{(j)} + \sigma_\epsilon^2 I)^{-1} y^{(j)} - \frac{1}{2} \log(K_\phi^{(j)} + \sigma_\epsilon^2 I) + \text{const}, \quad (19)$$

где $K_\phi^{(j)} = K(x^{(j)}, x^{(j)})$ — ядро ГП.

Предположим, согласно статье [11], что для использования алгоритма GP-RTSS имеется множество данных $D = (x, y)$ размерностью N . Полное множество данных $D = (x, y)$ можно разделить на S множеств $D^{(j)} = \{x^{(j)}, y^{(j)}\}$, ($j = 1, \dots, S$), где $D^{(j)}$ — локальное множество данных размером n , которое будем называть локальным экспертом в схеме распределенных вычислений.

На основе приведенной выше теории для увеличения скорости вычислений алгоритма GP-RTSS (рис. 1, а, см. третью сторону обложки), функционирующего совместно с системой SLAM, разработана новая модификация этого алгоритма DIS RTSS (рис. 1, б, см. третью сторону обложки), в основу которой положена схема распределенных вычислений. Конечный результат фильтрации получается в результате применения одного из методов слияния данных экспертов.

На рис. 1 обозначено: x — переменные состояния; y — переменные наблюдения; t — время; f — нелинейные функции движения; g — нелинейные функции наблюдений. Локальные эксперты используют один и тот же набор гиперпараметров θ в одном нелинейном процессе,

например, θ_f — гиперпараметр для функции движения f ; θ_g — гиперпараметр для функции наблюдений g ; j — число экспертов.

Сложность вычислений гауссовского процесса в основном определяется функцией ядра Гаусса. Для набора данных $D = (x, y)$, если использовать для их обработки алгоритм GP-RTSS, то из формул (8), (9), (11) и (12) следует, что сложность функции ядра равна $O(N^3)$ (рис. 2, а). Аналогично можно получить, что сложность функции ядра для алгоритма DIS RTSS равна $O(Sn^3)$, где S — число экспертов, n — число данных j -го эксперта (причем $S \ll N$, $n \ll N$) (рис. 2, б). Таким образом, как следует из сравнения рис. 2, а и 2, б, сложность при вычислении ядра Гаусса для алгоритма DIS RTSS уменьшается.

В данной работе для слияния результатов экспертов используются следующие четыре метода: метод произведения гауссовских

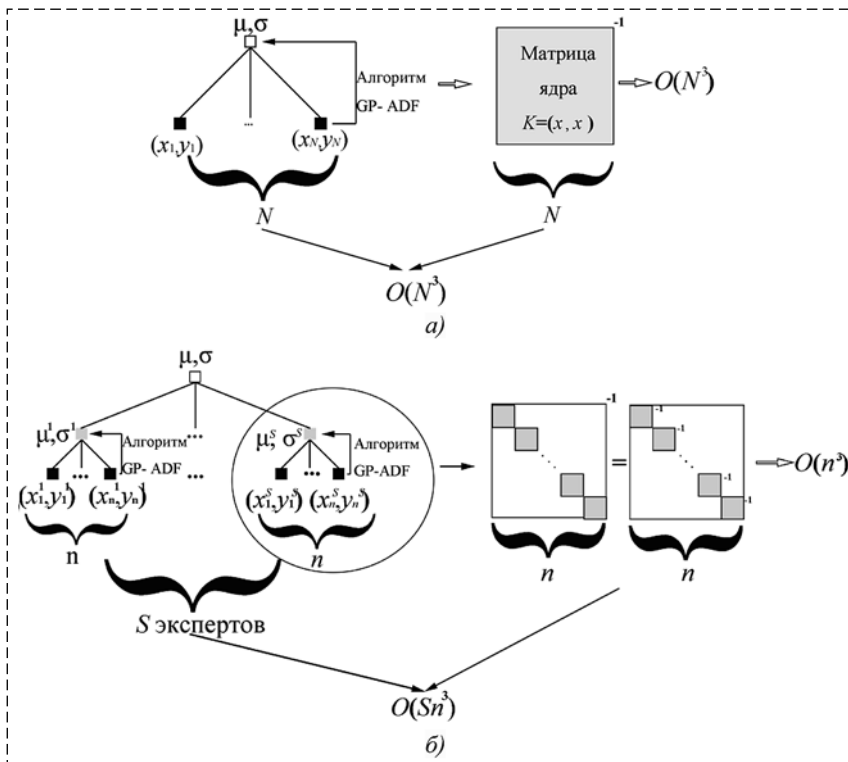


Рис. 2. Схемы вычислений матрицы ядра гауссовского процесса:

а — алгоритм GP-RTSS; б — алгоритм DIS RTSS

Fig. 2. The framework for the matrix of the kernel of the Gaussian process:

а — GP-RTSS algorithm; б — DIS RTSS algorithm

экспертов (PoE — Product of GP Experts) [12], метод обобщенного произведения гауссовских экспертов (gPoE — Generalised Product of GP Experts) [13], метод машины Байесовых комитетов (BCM — Bayesian Committee Machine) [14], метод робастной машины Байесовых комитетов (rBCM — Robust Bayesian Committee Machine) [15], которые в сочетании с алгоритмом DIS RTSS образуют четыре новые модификации исходного алгоритма: алгоритм DIS RTP, алгоритм DIS RTGP, алгоритм DIS RTB и алгоритм DIS RTTrB.

Алгоритм DIS RTP

Метод PoE позволяет вычислить целевое распределение вероятностей из формулы (18) как произведение множества конечных плотностей вероятностей в следующем виде:

$$p(y_* | x_*, (x, y)) = \prod_j p(y_*^{(j)} | x_*^{(j)}, (x^{(j)}, y^{(j)})).$$

Здесь и далее $\prod_{j=1}^S (\cdot) = \prod_{j=1}^S (\cdot)$.

В алгоритме DIS RTP для каждого j -го ($j = 1, \dots, S$) эксперта плотность вероятности вычисляется согласно следующему выражению:

$$p(y_*^{(j)} | x_*^{(j)}, (x^{(j)}, y^{(j)})) = N(y_*^{(j)} | \mu_j^R(x_*), \sigma_j^R(x_*)),$$

где $\mu_j^R(x_*)$, $\sigma_j^R(x_*)$ — математическое ожидание и дисперсия соответственно, полученные как результат экспертного прогноза, выполненного с помощью алгоритма GP-RTSS (см. выражения (14) и (15)).

Полученный при использовании модифицированного алгоритма DIS RTP результат можно представить выражением

$$p(y_* | x_*, (x, y)) = N(y_* | \mu^{RTP}, \sigma^{RTP}),$$

где математическое ожидание и дисперсия определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mu^{RTP} &= (\sigma^{RTP})^2 \sum_j (\sigma_j^R)^{-2}(x_*) \mu_j^R(x_*); \\ (\sigma^{RTP})^{-2} &= \sum_j (\sigma_j^R)^{-2}(x_*). \end{aligned}$$

Здесь и далее $\sum_{j=1}^S (\cdot) = \sum_{j=1}^S (\cdot)$.

При $S = 1$ результаты, полученные с помощью алгоритма DIS RTP, будут идентичны результатам алгоритма GP-RTSS.

Алгоритм DIS RTGP

Метод gPoE согласно работе [13] позволяет рассчитать увеличение или уменьшение весового коэффициента эксперта β , а также вычислить целевое распределение вероятностей по формуле (18). Конечное значение плотности вероятностей определяется в следующем виде:

$$p(y_* | x_*, (x, y)) = \prod_j p^{\beta_j}(y_*^{(j)} | x_*^{(j)}, (x^{(j)}, y^{(j)})).$$

В алгоритме DIS RTGP для каждого j -го эксперта плотность вероятности вычисляется согласно выражению

$$p(y_*^{(j)} | x_*^{(j)}, (x^{(j)}, y^{(j)})) = N(y_*^{(j)} | \mu_j^R(x_*), \sigma_j^R(x_*)),$$

где $\mu_j^R(x_*)$, $\sigma_j^R(x_*)$ имеют смысл, описанный выше. Поскольку в алгоритме gPoE выполняется условие $\sum_j \beta_j = 1$, то значение весового коэффициента j -го эксперта устанавливается следующим образом: $\beta_j = 1/S$.

Полученный при использовании модифицированного алгоритма DIS RTGP результат можно представить выражением

$$p(y_* | x_*, (x, y)) = N(y_* | \mu^{RTGP}, \sigma^{RTGP}),$$

где

$$\begin{aligned} \mu^{RTGP} &= (\sigma^{RTGP})^2 \sum_j \beta_j (\sigma_j^R)^{-2}(x_*) \mu_j^R(x_*); \\ (\sigma^{RTGP})^{-2} &= \sum_j \beta_j (\sigma_j^R)^{-2}(x_*). \end{aligned}$$

Алгоритм DIS RTB

В отличие от метода POE метод BCM, который был предложен Треспом в работе [14], явно включает априорную вероятность $p(y_*)$ при объединении прогнозов. Метод BCM позволяет вычислить целевое распределение вероятностей по формуле (18) как произведение множества конечных плотностей вероятностей в следующем виде:

$$p(y_* | x_*, (x, y)) = \frac{\prod_j p(y_*^{(j)} | x_*^{(j)}, (x^{(j)}, y^{(j)}))}{p^{S-1}(y_* | x_*)}.$$

В модификации алгоритма DIS RTB для каждого j -го эксперта плотность вероятности рассчитывается согласно выражению

$$p(y_*^{(j)} | x_*^{(j)}, (x^{(j)}, y^{(j)})) = N(y_*^{(j)} | \mu_j^R(x_*), \sigma_j^R(x_*)),$$

где $\mu_j^R(*)$, $\sigma_j^R(*)$ имеют смысл, описанный выше.

Полученный при использовании модифицированного алгоритма DIS RTB результат можно представить следующим выражением:

$$p(y_* | x_*, (x, y)) = N(y_* | \mu^{RTB}, \sigma^{RTB}),$$

где

$$\begin{aligned} \mu^{RTB} &= (\sigma^{RTB})^2 \sum_j \beta_j (\sigma_j^R)^{-2}(x_*) \mu_j^R(x_*); \\ (\sigma^{RTB})^{-2} &= \sum_j \beta_j (\sigma_j^R)^{-2}(x_*) + (1 - S) \sigma_{**}^{-2}. \end{aligned}$$

Здесь σ_{**} — дисперсия априорной вероятности $p(y_*)$ алгоритма GP-RTSS.

Алгоритм DIS RTrB

Метод гВСМ является модификацией алгоритма ВСМ с дополнительной функцией, позволяющей увеличить или уменьшить весовой коэффициент эксперта β . По аналогии с методом ВСМ целевое распределение вероятностей для метода гВСМ вычисляется тоже по формуле (18). Тогда соотношение для расчета конечной плотности вероятностей имеет вид

$$p(y_* | x_*, (x, y)) = \frac{\prod_j p^{\beta_j}(y_*^{(j)} | x_*^{(j)}, (x^{(j)}, y^{(j)}))}{p^{-1 + \sum_j \beta_j}(y_* | x_*)}.$$

В модификации алгоритма DIS RTrB для каждого j -го эксперта плотность вероятности вычисляется согласно следующему выражению:

$$p(y_*^{(j)} | x_*^{(j)}, (x^{(j)}, y^{(j)})) = N(y_*^{(j)} | \mu_j^R(x_*), \sigma_j^R(x_*)),$$

где $\mu_j^R(*)$, $\sigma_j^R(*)$ имеют смысл, описанный выше.

Заметим, что в данном алгоритме не требуется соблюдение условия $\sum_j \beta_j = 1$, чтобы обеспечить реализацию вычислительного графа с несколькими слоями. Поэтому весовой коэффициент рассчитывается по формуле

$$\beta_k = \frac{1}{2} (\log \sigma_{**}^2 - \log \sigma_k^2(x_*)),$$

где σ_{**}^2 — дисперсия априорной вероятности $p(y_*)$ алгоритма GP-RTSS.

Полученный при использовании модифицированного алгоритма DIS RTrB результат можно окончательно представить следующим выражением:

$$p(y_* | x_*, (x, y)) = N(y_* | \mu^{RTrB}, \sigma^{RTrB}),$$

где

$$\begin{aligned} \mu^{RTrB} &= (\sigma^{RTrB})^2 \sum_j \beta_j (\sigma_j^R)^{-2}(x_*) \mu_j^R(x_*); \\ (\sigma^{RTrB})^{-2} &= \sum_j \beta_j (\sigma_j^R)^{-2}(x_*) + (1 - \sum_j \beta_j) \sigma_{**}^{-2}. \end{aligned}$$

Результаты моделирования

В данном разделе с помощью моделирования доказываем возможность реализации предлагаемого алгоритма с использованием нескольких наборов тестовых примеров.

Рассмотрим нелинейную стохастическую динамическую систему, которая описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= \frac{4}{1 + x^2} + \sin(x) + w_t, \quad w_t \sim N(0; 0, 01^2); \\ y_t &= 3 \sin(x_t) + v_t, \quad v_t \sim N(0; 0, 01^2). \end{aligned}$$

Для сравнительной оценки результатов работоспособности алгоритмов было проведено вычисление средней квадратической ошибки RMSE (root-mean-square error) и отрицательной логарифмической вероятности NLL (negative log-likelihood). Показатель RMSE является показателем согласованности данных, а показатель NLL представляет собой совокупность неопределенности и согласованности.

При расчетах принималось: число данных $N = 1000$; число экспертов S варьировалось в пределах от 1 до 10. Каждый из трех параметров RMSE, NLL и время выполнения вычислений t по конкретному алгоритму рассчитывается как среднее значение результатов 50 независимых вычислений. В табл. 1—3 приведены результаты расчетов параметров RMSE, NLL и t для разных алгоритмов.

Из табл. 1 видно, что значения показателя RMSE, полученные с помощью алгоритма DIS RTSS (DIS RTSS: DIS RTP, DIS RTGP, DIS RTB, DIS RTrB), по сравнению со значением этого же показателя, но вычисленного по алгоритму GP-RTSS, почти одинаковы, с небольшой разницей. Из табл. 2 следует, что показатель NLL, полученный с помощью алгоритма DIS RTSS (DIS RTSS: DIS RTP, DIS RTGP, DIS RTB, DIS RTrB, размером $S = 2$, $S = 4$,

Таблица 1
Table 1Значение показателя RMSE
Value of the indicator RMSE

Число экспертов (S)	GP RTSS	DIS RTP	DIS RTGP	DIS RTB	DIS RTbB
$S = 1$	$0,0260 \pm 0,0081$	$0,0260 \pm 0,1270$	$0,0260 \pm 0,1270$	$0,0260 \pm 0,1270$	$0,0260 \pm 0,1270$
$S = 2$	$0,0240 \pm 0,0186$	$0,0244 \pm 0,1100$	$0,0244 \pm 0,1100$	$0,0244 \pm 0,1100$	$0,0244 \pm 0,1100$
$S = 4$	$0,0247 \pm 0,0134$	$0,0243 \pm 0,0299$	$0,0243 \pm 0,0299$	$0,0243 \pm 0,0299$	$0,0243 \pm 0,0299$
$S = 5$	$0,0220 \pm 0,0106$	$0,0240 \pm 0,0035$	$0,0240 \pm 0,0035$	$0,0240 \pm 0,0035$	$0,0240 \pm 0,0035$
$S = 8$	$0,0238 \pm 0,0150$	$0,0256 \pm 0,0066$	$0,0256 \pm 0,0066$	$0,0256 \pm 0,0066$	$0,0256 \pm 0,0066$
$S = 10$	$0,0252 \pm 0,0104$	$0,0321 \pm 0,0106$	$0,0321 \pm 0,0106$	$0,0321 \pm 0,0106$	$0,0321 \pm 0,0106$

Таблица 2
Table 2Значение показателя NLL
Value of the indicator NLL

Число экспертов (S)	GP RTSS	DIS RTP	DIS RTGP	DIS RTB	DIS RTbB
$S = 1$	$-2,790 \pm 0,140$	$-2,740 \pm 0,070$	$-2,740 \pm 0,070$	$-2,740 \pm 0,070$	$-2,740 \pm 0,070$
$S = 2$	$-2,860 \pm 0,586$	$-2,976 \pm 0,626$	$-2,872 \pm 0,362$	$-2,976 \pm 0,626$	$-2,872 \pm 0,362$
$S = 4$	$-2,910 \pm 0,502$	$-3,244 \pm 0,484$	$-2,956 \pm 0,304$	$-3,244 \pm 0,484$	$-2,956 \pm 0,304$
$S = 5$	$-2,930 \pm 0,502$	$-3,128 \pm 0,618$	$-2,992 \pm 0,358$	$-3,128 \pm 0,618$	$-2,992 \pm 0,358$
$S = 8$	$-3,160 \pm 0,838$	$-3,020 \pm 0,772$	$-3,080 \pm 0,418$	$-3,020 \pm 0,772$	$-3,080 \pm 0,418$
$S = 10$	$-2,900 \pm 0,346$	$-2,791 \pm 0,614$	$-2,840 \pm 0,360$	$-2,791 \pm 0,614$	$-2,840 \pm 0,360$

Таблица 3
Table 3Значение времени выполнения вычислений t
Time of calculations t

Число экспертов (S)	GP RTSS	DIS RTP	DIS RTGP	DIS RTB	DIS RTbB	EKF	UKF
$S = 1$	$52,1 \pm 2,83$	$54 \pm 5,41$	$54 \pm 5,41$	$54 \pm 5,41$	$54 \pm 5,41$	$25,3 \pm 1,42$	$28,3 \pm 1,42$
$S = 2$	$50,6 \pm 2,93$	$24,8 \pm 1,23$	$24,8 \pm 1,24$	$24,8 \pm 1,24$	$24,8 \pm 1,24$	$24,6 \pm 1,46$	$28 \pm 1,46$
$S = 4$	$53,4 \pm 2,75$	$10,46 \pm 0,364$	$10,46 \pm 0,364$	$10,46 \pm 0,364$	$10,46 \pm 0,364$	$26 \pm 1,35$	$29,5 \pm 1,35$
$S = 5$	$51,8 \pm 1,55$	$9,26 \pm 0,308$	$9,24 \pm 0,312$	$9,24 \pm 0,31$	$9,24 \pm 0,308$	$25,2 \pm 0,768$	$29,2 \pm 0,769$
$S = 8$	$53,6 \pm 2,64$	$9,96 \pm 0,115$	$9,92 \pm 0,152$	$9,92 \pm 0,152$	$9,92 \pm 0,152$	$26,11 \pm 1,34$	$31,6 \pm 2,27$
$S = 10$	$51,7 \pm 1,37$	$10,26 \pm 0,185$	$10,26 \pm 0,184$	$10,26 \pm 0,185$	$10,26 \pm 0,184$	$25,2 \pm 0,597$	$30,71 \pm 0,224$

$S = 5$), по сравнению с вычисленным по алгоритму GP-RTSS имеет меньшее значение, что демонстрирует превосходство распределенного метода Гаусса DIS RTSS.

В случае, когда происходит обработка одних и тех же данных, можно заметить, что чем больше число экспертов (S), тем лучше результат значений показателей RMSE и NLL. Когда данные имеют размерность $S = 8$ и $S = 10$, значение RMSE и NLL несколько хуже. Чтобы получить приемлемое значение RMSE и NLL, требуется задать разумное число экспертов.

Из табл. 3 видно, что в случае обработки одних и тех же данных время их обработки с помощью алгоритма DIS RTSS (DIS RTP, DIS RTGP, DIS RTB, DIS RTbB) значительно меньше, чем при использовании алгоритмов GP-RTSS, EKF и UKF. Однако при числе экспертов $S = 8$ и $S = 10$ время расчета по распределенному алгоритму Гаусса DIS RTSS уже не уменьшается. Полученный результат объясняется тем, что чем больше число независимых экспертов, тем больше времени потребуется для слияния их результатов обра-

ботки. Поэтому число экспертов требуется задавать разумно.

На основе результатов проведенного анализа, полученных выше, можно сделать важный вывод о том, что распределенный алгоритм Гаусса DIS RTSS имеет преимущества в показателях согласованности и неопределенности. Самое главное, что метод DIS RTSS может значительно уменьшить число вычислений и позволяет обрабатывать крупномасштабные массивы данных. Если правильно выбрать подходящее число экспертов, то преимущества вычислений с использованием данного алгоритма будут еще более очевидными.

Из рис. 3 (см. третью сторону обложки) видно, что дисперсии алгоритмов DIS RTP и DIS RTB меньше, чем дисперсия у алгоритма GP-RTSS. Дисперсия алгоритма DIS RTGP почти такая же, как дисперсия у алгоритма GP-RTSS. Дисперсия у алгоритма DIS RTrB существенно больше. Поэтому можно сделать вывод о том, что среди рассмотренных четырех алгоритмов алгоритм DIS RTGP является наилучшим выбором с учетом общей эффективности каждого алгоритма.

Выводы

Проблемы обработки больших объемов данных и их фильтрации в реальном режиме времени являются важными задачами для обеспечения позиционирования и навигации с помощью системы SLAM для мобильных роботов, особенно для планетоходов.

В данной статье исследованы четыре новые модификации алгоритма распределенного фильтра Гаусса DIS RTSS: DIS RTP, DIS RTGP, DIS RTB, DIS RTrB, которые позволяют обрабатывать большие объемы данных.

Результаты исследований и моделирование показало, что алгоритм DIS RTSS имеет свои преимущества по таким показателям, как точность, неопределенность и надежность. При его применении не требуется выполнения процедуры линеаризации в процессе разработки модели системы, кроме того, этот алгоритм свободен от явления деградации частиц. Поэтому алгоритм DIS RTSS значительно снижает зависимость расчетов от модели окружающей среды и может применяться для любой динамической системы.

Особенно важно отметить, что при использовании данного алгоритма значительно со-

кращается время вычислений, причем если рационально выбрать необходимое число экспертов, то преимущества при большем объеме вычислений будут еще более очевидными.

Результаты моделирования показали, что среди четырех модификаций алгоритма DIS RTSS алгоритм DIS RTGP является наиболее рациональным решением.

Список литературы

1. **Durrant W. H., Bailey T.** Simultaneous localization and mapping // *IEEE robotics & automation magazine*. 2006. Vol. 13. P. 99–110.
2. **Barfoot T. D.** State Estimation for Robotics. Cambridge University Press, 2017. University Printing House, Cambridge CB2 8BS, United Kingdom. 2017. P. 1–368.
3. **Ellery A.** Planetary rovers: robotic exploration of the solar system. Springer, 2016. P. 1–702.
4. **Achin J., Truong X. N., Morari M.** Learning and control using Gaussian processes // *ACM/IEEE 9th International Conference on Cyber-Physical Systems (ICCPs)*. IEEE, 2018. P. 140–149.
5. **Deisenroth M. P., Rasmussen C. E., Fox D.** Learning to control a low-cost manipulator using data-efficient reinforcement learning // *Robotics: Science and Systems VII*, 2011. P. 57–64.
6. **Kocijan J.** Modelling and control of dynamic systems using Gaussian process models. Springer International Publishing Switzerland, 2016. P. 1–281.
7. **Cao G., Lai E. M. K., Alam F.** Gaussian process model predictive control of unknown non-linear systems // *IET Control Theory & Applications*, 2017. Vol. 11 (5). P. 703–713.
8. **Deisenroth M. P., Turner R. D., Huber M. F. et al.** Robust filtering and smoothing with Gaussian processes // *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012. 57(7). P. 1865–1871.
9. **Arasaratnam I., Haykin S.** Cubature Kalman Filters // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2009. Vol. 54 (6), P. 1254–1269.
10. **Quinonero-Candela J., Rasmussen C. E.** A unifying view of sparse approximate Gaussian process regression // *Journal of Machine Learning Research*. 2005. Vol. 6 (12), P. 1939–1960.
11. **Фомичев А. В., Ван Гуоянь.** Эффективный алгоритм фильтра Гаусса для метода SLAM // 11-я Российская мультиконференция по проблемам управления: "Управление в аэрокосмических системах" (УАС-2018). СПб.: АО "Концерн "ЦНИИ "Электрон", 2018. С. 260–269.
12. **Nguyen Trung V., Bonilla E. V.** Fast allocation of Gaussian process experts // *Proceedings of the International Conference on Machine Learning*, 2014. P. 145–153.
13. **Cao Y., Fleet D. J.** Generalized product of experts for automatic and principled fusion of Gaussian process predictions. Preprint arXiv:1410.7827, 2014.
14. **Tresp V.** A Bayesian committee machine. Neural Computation, German, 2000.
15. **Deisenroth P. J., Ng W.** Distributed Gaussian processes. Preprint arXiv:1502.02843, 2015.

Research on Improved Gaussian Smoothing Filters for SLAM Application

Guoyan Wang, guoyan@yandex.ru, A. V. Fomichev, a.v.fomichev@bmstu.ru, Yiran Dy, devon.du@mail.ru, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

Corresponding author: **Fomichev Alexey V.**, Ph. D., Associate Professor, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation, e-mail: a.v.fomichev@bmstu.ru

Accepted on June 25, 2019

Abstract

To address the navigation issues of the planetary rover and construct a map for the unknown environment as well as the surface of the planets in our solar system, the simultaneous localization and mapping can be seen as an alternative method. In terms of the navigation with the laser sensor, the Kalman filter and its improving algorithms, such as EKF and UKF are widely used in the process of processing information. Nevertheless, these filter algorithms suffer from low accuracy and significant computation expensive. The EKF algorithm has a linearization process, the UKF algorithm is better matched in a nonlinear system than the EKF algorithm, but it has more computational complexity. The GP-RTSS filtering algorithm, based on a Gaussian filter, is significantly superior to the EKF and UKF algorithms regarding the sensor fusion accuracy. The Gaussian Process can be used in different non-linear system, does not need prediction model and linearization. However, the main barrier in the process of implementing the GP-RTSS algorithm is that the Gaussian core function requires a lot of computation. In this paper, an algorithm, so-called DIS RTSS filter under a distributed computation scheme, derived from the GP-RTSS Gaussian smoothing and filter, is proposed. The distributed system can effectively reduce the cost of computation (computation expense and memory). Moreover, four fusion methods for the DIS RTSS filter, i.e., DIS RTP, DIS RTGP, DIS RTB, DIS RTrB are discussed in this paper. The experiments show that among the four algorithms described above, the DIS RTGP algorithm is the most effective solution for practical implementation.

The DIS RTSS filtering algorithm can realize a high processing rate and can theoretically process an infinite number of data samples.

Keywords: Gaussian process, distributed system, filtering algorithm, algorithm DIS RTSS, algorithm DIS RTP, algorithm RT GP, algorithm DIS RTB, algorithm DIS RTrB.

For citation:

Wang Guoyan, Fomichev A. V., Dy Yiran. Research on Improved Gaussian Smoothing Filters for SLAM Application, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 12, pp. 756–764.

DOI: 10.17587/mau.20.756-764

References

1. Durrant W. H., Bailey T. Simultaneous localization and mapping, *IEEE robotics & automation magazine*, 2006, vol. 13, pp. 99–110.
2. Barfoot T. D. State Estimation for Robotics, Cambridge University Press, 2017, pp. 1–368.
3. Ellery A. Planetary rovers: robotic exploration of the solar system, Springer, 2016, pp. 1–702.
4. Achin J., Truong X. N., Morari M. Learning and control using Gaussian processes, *Submitted to ACM/IEEE 9th International Conference on Cyber-Physical Systems (ICCPs)*. IEEE, 2018, pp. 140–149.
5. Deisenroth M. P., Rasmussen C. E., Fox D. Learning to control a low-cost manipulator using data-efficient reinforcement learning, *Science & Systems*, 2011.
6. Kocijan J. Modelling and control of dynamic systems using Gaussian process models, Springer, 2011, pp. 57–64.
7. Cao G., Lai E. M. K., Alam F. Gaussian process model predictive control of unknown non-linear systems, *IET Control Theory & Applications*, 2017, vol. 11(5), pp. 703–713.
8. Deisenroth M. P., Turner R. D., Huber M. F. et al. Robust filtering and smoothing with Gaussian processes, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(7), pp. 1865–1871.
9. Arasaratnam I., Haykin S. Cubature Kalman Filters, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, vol. 54, no. 6, pp. 1254–1269.
10. Quinonero-Candela J., Rasmussen C. E. A unifying view of sparse approximate Gaussian process regression, *Journal of Machine Learning Research*, 2005, vol. 6(12), pp. 1939–1960.
11. Fomichev A. V., Wang Guoyan. Jeftektivnyj algoritm filhtra Gaussa dlja metoda SLAM, *11 Rossijskaja mulhtikonferencijja po problemam upravljenija "Upravlenie v ajerokosmichskih sistemah" (UAS-2018)*, 2018, pp. 260–269 (in Russian).
12. Nguyen Trung V., Bonilla E. V. Fast allocation of Gaussian process experts, *Proceedings of the International Conference on Machine Learning*, 2014, pp. 145–153.
13. Cao Y., Fleet D. J. Generalized product of experts for automatic and principled fusion of Gaussian process predictions, preprint arXiv:1410.7827, 2014.
14. Tresp V. A Bayesian committee machine, *Neural Computation*, 2000.
15. Deisenroth P. J., Ng W. Distributed Gaussian processes, Preprint arXiv:1502.02843, 2015.

**УКАЗАТЕЛЬ СТАТЕЙ,
опубликованных в журнале
"Мехатроника, автоматизация,
управление" в 2019 г.**

**СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ
И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ**

- Bedioui N., Houimli R., Besbes M.** Adaptive Observer Design for Sensor Fault Detection and Reconstruction. № 9
- Grekov A. N., Grekov N. A., Sychov E. N.** New Equations for Sea Water Density Calculation Based on Measurements of the Sound Speed. № 3
- Kolesnikov A., Kolesnikova S., Tsvetnitskaya S.** A Discrete Stochastic Regulator on a Manifold, Minimizing Dispersion of the Output Macrovariable. № 12
- Буланов С. Г.** Анализ устойчивости систем линейных дифференциальных уравнений на основе преобразования разностных схем. № 9
- Бушуев А. Б., Григорьев В. В., Петров В. А.** Синтез позитивных нелинейных систем на основе методов оптимального управления. № 2
- Воротников В. И.** К задаче устойчивости по части переменных функционально-дифференциальных систем с последействием. № 7
- Гайворонский С. А., Езангина Т. А., Хожаев И. В., Несенчук А. А.** Определение вершинных полиномов для анализа степени робастной устойчивости интервальной системы. № 5
- Гайдук А. Р.** Синтез астатических цифровых систем с применением стандартных нормированных передаточных функций. № 1
- Городецкий В. И., Ларюхин В. Б., Скобелев П. О.** Концептуальная модель цифровой платформы для кибер-физического управления современным предприятием. Часть 1. Цифровая платформа и цифровая экосистема. № 6
- Городецкий В. И., Ларюхин В. Б., Скобелев П. О.** Концептуальная модель цифровой платформы для кибер-физического управления современным предприятием. Часть 2. Цифровые сервисы. № 7
- Данилова С. К., Тарасов Н. Н.** Адаптивный алгоритм фильтрации с интегральными связками. № 2

- Дубовик С. А.** Асимптотическая семантизация данных в системах управления. № 8
- Илюхин А. А., Тимошенко Д. В.** Управление конформациями молекул ДНК с помощью геометрических и физических параметров. № 9
- Каменецкий В. А.** Линейные матричные неравенства в задачах устойчивости: ретроспектива и теоретические аспекты. № 11
- Карабутов Н. Н.** Структурная идентифицируемость нелинейных динамических систем. № 4
- Ким Д. П.** Алгебраический метод синтеза астатических непрерывных систем управления. № 5
- Колесников А. А., Кузьменко А. А.** Синтез законов разрывного управления на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий метода АКАР. № 8
- Колесников А. А., Якименко О. И., Радионов И. А., Калий Д. С.** Сравнение методов классической и синергетической теорий управления движением автономного подводного аппарата. № 11
- Ле В. Т., Коротина М. М., Бобцов А. А., Арановский С. В., Во К. Д.** Идентификация линейно изменяющихся во времени параметров нестационарных систем. № 5
- Ловчаков В. И.** Применение многомерной линеаризации в синтезе квазиоптимальных регуляторов по функционалу обобщенной работы. № 3
- Ловчаков В. И., Шибякин О. А.** Решение задачи быстрогодействия по выходной координате для линейных динамических систем. № 9
- Мышляев Ю. И., Пью Чжо Кхаунг, Долгов Я. А.** Синтез алгоритмов слежения для линейных объектов с генерирующей моделью задающего сигнала. № 2
- Оморов Р. О.** Робастность интервальных динамических систем. № 6
- Онегин Е. Е.** Оптимальная стабилизация квазилинейной стохастической системы с управляемыми параметрами. № 10
- Рубинович Е. Я.** О расширении класса программных управлений уклонения в простейшей двухкритериальной игре преследования двух целей. № 9
- Рустамов Г. А., Намазов М. Б., Гасымов А. Ю., Рустамов Р. Г.** Управление динамическими объектами в условиях неопределенности в точечном скользящем режиме. № 12

- Сухинин Б. В., Сурков В. В.** К вопросу о робастных системах автоматического управления. № 6
- Твердохлебов В. А.** Модели функциональных зависимостей элементов в последовательностях для решения задач контроля и управления. № 10
- Феофилов С. В., Козырь А. В.** Оценка устойчивости периодических движений и особенностей синтеза регуляторов в релейных системах с цифровым управлением. № 11
- Филиппов Б. И.** Архитектура гидроакустической навигационной системы с короткой базой для приведения подводного аппарата к стыковочному модулю. № 3
- Фуртат И. Б., Гушин П. А., Перегудин А. А.** Алгоритм управления по выходу нелинейными системами с компенсацией возмущений и помех измерения. № 1
- Щербатов И. А.** Формализация неопределенности внешней среды при эксплуатации энергетического оборудования. № 7
- Якимов В. Н., Батищев В. И., Машков А. В.** Цифровой анализ амплитудного спектра вибрационных сигналов на основе Фурье-обработки результата бинарно-знакового аналого-стохастического квантования. № 12

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

- Furtat I. B., Nekhoroshikh A. N.** Modified Backstepping Algorithm and its Application to Control of Distillation Column. № 2
- Кочковская С. С.** Разработка алгоритма моделирования характеристик сталей в подсистеме управления производственными ресурсами сталеплавильного производства. № 10

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Ali Ben Fathallah M., Ben Othman A., Besbes M.** Stabilizing a DC Motor Speed of Photovoltaic Pumping System Using a Super Capacitor and Fuzzy Logic Controller. № 11
- Ivoiolv A. Yu., Zhmud V. A., Trubin V. G., Roth H.** Parametric Synthesis of the Control System of the Balancing Robot by the Numerical Optimization Method. № 6

- Kolesnikov A. A., Kuz'menko A. A.** The Use of Integral Adaptation Principle to Synthesize Robust Control of Electric Vehicle Wheel Slip. № 7
- Pyrkin A., Bobtsov A., Vedyakov A., Bazylev D., Sinetova M.** Adaptive Flux Observer for Nonsalient PMSM with Noised Measurements of the Current and Voltage. № 4
- Rachkov M. Yu.** Modelling of a Demining Manipulator Optimal Functioning
- Rezhnikov A. F., Kushnikov V. A., Ivaschenko V. A., Fominykh D. S., Bogomolov A. S., Filimonyuk L. Yu.** Controlling the Welding Process in Robotic Technological Complexes by the Criterion of Product Quality. № 1
- Антипов А. С., Краснова С. А.** Система стабилизации положения тележки крана с использованием сигмоидальной функции. № 10
- Афонин В. Л., Гаврилина Л. В., Смоленцев А. Н.** Позиционно-силовое управление шестикоординатным промышленным роботом при обработке сложных поверхностей. № 1
- Афонин С. М.** Структурные схемы и структурно-параметрические модели электроупругих актюаторов для наномехатронных систем. № 4
- Базылев Д. Н., Пыркин А. А., Бобцов А. А.** Адаптивный наблюдатель положения и магнитного потока для явнополюсного синхронного двигателя. № 2
- Бобырь М. В., Лунева М. Ю., Ноливос К. А.** Нечеткий цифровой фильтр для управления роботом-манипулятором ARMinO. № 4
- Брискин Е. С., Платонов В. Н.** О математическом моделировании управления движением твердого тела с избыточным числом тросовых движителей. № 7
- Варлашин В. В., Ершова М. А., Буняков В. А., Шмаков О. А.** Система кругового обзора реального времени для мобильных робототехнических комплексов. № 3
- Волков С. В., Горячев О. В., Ефромеев А. Г., Степочкин А. О.** Расчет параметров математической модели электрического шагового двигателя гибридного типа на основе анализа картины магнитостатического поля. № 8
- Горячева И. Г., Досаев М. З., Селюцкий Ю. Д., Яковенко А. А., Yeh C.-H., Su F.-C.** Моделирование лапароскопического зажимного устройства с оцувствлением. № 4
- Градецкий В. Г., Князьков М. М., Семенов Е. А., Суханов А. Н.** Динамические процессы в вакуумных контактных устройствах

- роботов вертикального перемещения в водной среде. № 7
- Гулай А. В., Зайцев В. М.** Экспертное формирование состава функциональных параметров цифровых мехатронных систем. № 2
- Гулай А. В., Зайцев В. М.** Интеллектуальная мехатронная система как адаптивная модель «управляемой конструкции». № 10
- Зенкевич С. Л., Назарова А. В., Чжай Мэйсинь.** Планирование движения мобильных роботов при выполнении задач вероятностного поиска. № 8
- Инь Шуай, Ющенко А. С.** Диалоговая система управления роботом на базе теории конечных автоматов. № 11
- Ишханян М. В.** Моделирование динамики колесного буера, использующего для перемещения эффект Магнуса. № 4
- Либерзон М. Р.** Технология ГЕОНОД: состояние и перспективы автоматизации и управления. № 11
- Насибуллаев И. Ш., Насибуллаева Э. Ш., Даринцев О. В.** Моделирование течения жидкости через деформируемый пьезоэлементом эластичный микроканал системы охлаждения микрозахвата. № 12
- Носков В. П., Киселев И. О.** Использование текстуры линейных объектов для построения модели внешней среды и навигации. № 8
- Попов Д. И., Климчик А. С.** Использование датчиков усилия в суставах для определения точки и типа коллизии в индустриальном роботе. № 3
- Попов И. П.** Антирезонанс — резонанс скоростей. № 6
- Семенов М. Е., Матвеев М. Г., Мелешенко П. А., Соловьев А. М.** Динамика демпфирующего устройства на основе материала Ишлинского. № 2
- Смирнов П. А., Яковлев Р. Н.** Решение прямой и обратной задач кинематики в системе позиционирования звеньев манипулятора. № 12
- Толстошеев А. К., Татаринцев В. А.** Проектирование статически определимых механизмов технологических мехатронных машин с параллельной кинематикой. № 7
- Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Вопросы управления движением мобильных роботов методом потенциального наведения. № 11

- Шагниев О. Б., Шаньшин И. К., Бурдаков С. Ф.** Управление регенеративными автоколебаниями в процессе фрезерования. № 5
- Шадрин Г. К., Алонцева Д. Л., Кусайын-Мурат А. Т., Красавин А. Л.** Синтез алгоритма управления движением инструмента робота методом коррекции его динамики и компенсации возмущений. № 8
- Яцун С. Ф., Ворочаева Л. Ю., Савин С. И.** Исследование вопросов управления ориентацией колесного прыгающего робота в полете. № 4

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

- Pankratov I. A., Sapunkov Ya. G., Chelnokov Yu. N.** Quaternion Models and Algorithms of Solving the General Problem of Energetically Optimal Spacecraft Orbit Reorientation. № 8
- Molodenkov A. V., Sapunkov Ya. G., Molodenkova T. V.** The New Analytical Algorithm for Determining the Strapdown INS Orientation. № 10
- Большаков А. А., Кулик А. А.** Исследование комплексной системы управления летательного аппарата вертолетного типа при отказах бортового оборудования. № 9
- Буков В. Н., Шурман В. А., Гамаюнов И. Ф., Агеев А. М.** Управление избыточностью вычислительных ресурсов интегрированной модульной авионики. № 6
- Буряк Ю. И., Скрынников А. А.** Алгоритм рационального планирования распределения ресурсов в задаче подготовки группы летательных аппаратов к применению. № 5
- Воробьев А. В., Сильвестров М. М., Бегищев Ю. И., Котицын Л. О., Левин Д. Н.** Концепция построения эргатического интерфейса многофункционального авиационного комплекса с интегрированной модульной авионикой. № 1
- Гуоянь Ван, Фомичев А. В., Ижань Ду.** Исследование модификаций сглаживающего фильтра Гаусса для их применения совместно с методом SLAM. № 12
- Девятисильный А. С., Шурыгин А. В.** Модель гибридной спутниково-инерциальной навигационной системы неполной структуры. № 12

До Куанг Тхонг. Синтез системы самонаведения ракет с учетом динамики измерительных элементов. № 4

Корсун О. Н., Стуловский А. В. Сравнение прямого метода и принципа максимума в задаче формирования программного управления летательным аппаратом. № 6

Матвеев В. В., Кисловский Е. Ю., Мильченко Д. Н., Распопов В. Я., Телухин С. В., Погорелов М. Г., Лихошерст В. В. Система сопровождения подвижных объектов на МЭМС-гироскопах. № 7

Палкин М. В. Управление конфигурацией космических аппаратов группового полета на основе обработки видеоинформации. № 1

Палкин М. В., Титков И. П. Управление маневрами космических аппаратов группового полета. № 5

Петрищев В. Ф. Энергосберегающий алгоритм автоматического управления тягой двигателя на заключительном участке мягкой посадки на Луну. № 3

Попов И. П. Системы отсчета в навигации движущихся объектов. № 3

Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Гуренко Б. В. Алгоритмы терминального управления под-

вижными объектами мультикоптерного типа. № 1

Сизов В. П., Погорелов В. А., Вахтин Ю. В. Двухосевой твердотельный микрогироскоп на поверхностных акустических волнах. № 4

Солдаткин В. М., Ефремова Е. С. Особенности построения и анализ статической точности вихревой системы воздушных сигналов дозвукового летательного аппарата. № 7

Солдаткин В. М., Солдаткин В. В. Исследование методических погрешностей системы воздушных сигналов самолета с неподвижным невыступающим приемником набегающего воздушного потока. № 8

Федунов Б. Е., Бойцов А. В., Гиндзе И. С., Кондратова Т. Е., Семенова М. А., Шатковская С. А. Моделирование использования бортовых интеллектуальных систем тактического уровня в аварийной посадке пассажирского самолета на реку Нева (август 1963 г.). № 2

Шавин М. Ю., Притыкин Д. А. Синтез системы управления квадрокоптером с поворотными роторами и наблюдение за подвижной целью. № 10

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5510, (499) 269-5397**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Е. В. Комиссарова*.

Сдано в набор 30.09.2019. Подписано в печать 12.11.2019. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН1219. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru