

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 20

2019

№ 6

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:

БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.

ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.

ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН

БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН

ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН

ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН

КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН

КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН

КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН

МИКРИН Е. А., акад. РАН

ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН

РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН

СЕБЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН

СИГОВ А. С., акад. РАН

СОЙФЕР В. А., акад. РАН

СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН

ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН

ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН

ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН

ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН

ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:

DANIELE Z., PhD, Италия

DORANTES D. J., PhD, Турция

GROUMPOS P. P., PhD, Греция

ISIDORI A., PhD, Италия

KATALINIC B., PhD, Австрия

LIN CH.-Y., PhD, Тайвань

MASON O. J., PhD, Ирландия

ORTEGA R. S., PhD, Франция

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США

STRZELECKI R. M., PhD, Польша

SUBUDHI B. D., PhD, Индия

АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан

ГАРАШЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина

ТРОФИМЕНКО Е. Е., д.т.н., Беларусь

БОБЦОВ А. А., д.т.н.

БУКОВ В. Н., д.т.н.

ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.

ЛОХИН В. М., д.т.н.

ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д.ф.-м.н.

ПУТОВ В. В., д.т.н.

ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.

РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.

ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.

ФУРСОВ В. А., д.т.н.

ЮРЕВИЧ Е. И., д.т.н.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:

АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Городецкий В. И., Ларюхин В. Б., Скобелев П. О. Концептуальная модель цифровой платформы для кибер-физического управления современным предприятием. Часть 1. Цифровая платформа и цифровая экосистема 323

Оморов Р. О. Робастность интервальных динамических систем 333

Сухинин Б. В., Сурков В. В. К вопросу о робастных системах автоматического управления 341

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Ivailov A. Yu., Zhmud V. A., Trubin V. G., Roth H. Parametric Synthesis of the Control System of the Balancing Robot by the Numerical Optimization Method 352

Попов И. П. Антрезонанс—резонанс скоростей 362

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА
И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Корсун О. Н., Стуловский А. В. Сравнение прямого метода и принципа максимума в задаче формирования программного управления летательным аппаратом 367

Буков В. Н., Шурман В. А., Гамаюнов И. Ф., Агеев А. М. Управление избыточностью вычислительных ресурсов интегрированной модульной авионики 376

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в БД RSCI на платформе Web of Science.

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 20

2019

No. 6

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

MIKRIN E. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DANIELE Z., PhD, Italy

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

TROFIMENKO Ye. Ye., Belarus

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

PAVLOVSKY V. E.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEEV S. F.

YUREVICH E. I.

Editorial Staff:

BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

- Gorodetsky V. I., Laryukhin V. B., Skobelev P. O. Conceptual Model of a Digital Platform for Cyber-Physical Management of a Modern Enterprises. Part 1. Digital Platform and Digital Ecosystem 323
- Omorov R. O. Robust of Interval Dynamic Systems 333
- Sukhinin B. V., Surkov V. V. On the Issue of Robust Automatic Control Systems 341

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

- Ivailov A. Yu., Zhmud V. A., Trubin V. G., Roth H. Parametric Synthesis of the Control System of the Balancing Robot by the Numerical Optimization Method 352
- Popov I. P. Anti-Resonance — Velocity Resonance 362

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

- Korsun O. N., Stulovskii A. V. Comparison of the Direct Method and the Maximum Principle in the Problem of the Aircraft Program Control Design 367
- Bukov V. N., Shurman V. A., Gamayunov I. F., Ageev A. M. Redundant Computing Resources Management of Integrated Modular Avionics 376

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

В. И. Городецкий, д-р техн. наук, проф., vladim.gorodetsky@gmail.com,

Институт проблем управления РАН, г. Москва,

В. Б. Ларюхин, аспирант, vl@kg.ru,

Самарский государственный технический университет, г. Самара,

П. О. Скобелев, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., petr.skobelev@gmail.com,

Институт проблем управления сложными системами РАН, г. Самара,

Научно-производственная компания "Разумные решения", г. Самара

Концептуальная модель цифровой платформы для кибер-физического управления современным предприятием*

Часть 1. Цифровая платформа и цифровая экосистема

Предлагается концептуальная модель цифровой платформы для кибер-физического управления производственными предприятиями в приближающуюся эпоху Industry 5.0. В отличие от Industry 4.0, ориентированной на автоматизацию физических процессов, Industry 5.0 ориентируется на цифровизацию знаний и автоматизацию процессов мышления для создания искусственного интеллекта, управляющего предприятиями. Для этой еще только зарождающейся эпохи будет характерно видение любого бизнеса, включая промышленное производство или логистику, как сложной адаптивной системы, построенной на фундаментальных принципах самоорганизации и эволюции. Показывается, что реализация таких систем управления производством и логистикой потребует разработки новых моделей и методов принятия решений на основе знаний и семантической обработки информации, интеграции вычислительных и коммуникационных компонентов, накопления больших данных и их обработки для предсказательной аналитики, блокчейн-технологий фиксации взаимных обязательств компонентов системы в форме умных контрактов, а также человеко-машинных и программных интерфейсов. Анализируются существующие подходы к созданию цифровых платформ в концепции цифровой экономики этапа Industry 4.0 и их ограничения. Развивается концепция цифровой экосистемы как открытой, распределенной, самоорганизующейся "системы систем" умных сервисов, способных вырабатывать решения и автоматически разрешать конфликты на основе переговоров с уступками. Описывается концепция цифровой платформы этапа Industry 5.0, которая будет способна обеспечить поддержку функционирования цифровой экосистемы "умных сервисов" кибер-физического управления как отдельными объектами, так и целыми предприятиями людей и роботов, а в будущем — и отраслями таких предприятий, реализуемых с помощью самоорганизующихся автономных агентов на всех уровнях.

Ключевые слова: кибер-физическое управление, самоорганизация, цифровая платформа, цифровая экосистема, мультиагентные технологии, сети агентов

Введение

Практически уже около десятилетия основные глобальные тренды развития производственно-логистических систем определяются концепцией Industry 4.0, суть которой состоит в использовании цифровых методов и средств для интегрированного управления всеми ком-

понентами производства, включая АСУ технологическими процессами, ERP- и BI-системы и т. д. [1].

Однако на горизонте уже возникают основные черты совершенно нового уклада Industry 5.0, целиком ориентированного на внедрение систем искусственного интеллекта (ИИ) в управление производством и на сотрудничество и взаимодействие роботов и людей [2].

По оценке ведущей ИТ-консалтинговой компании (ИТ — от "информационные технологии") Gartner, в числе десяти самых перспективных трендов на 2019 г. (Top 10 Strategic Technology Trends for 2019 [3]) главный тренд — это

*Статья подготовлена на основе материалов научных исследований в рамках Госбюджетной темы ИПУСС РАН "Разработка и исследование методов и средств аналитического конструирования, компьютерного представления знаний, вычислительных алгоритмов и мультиагентных технологий в задачах оптимизации процессов управления сложными системами".

"Автономные вещи" (англ. *"Autonomous things"*): "вне зависимости от того, идет ли речь о беспилотных машинах или роботах в сельском хозяйстве, автономные вещи будут использовать ИИ для выполнения задач, традиционно выполнявшихся людьми. Уровень "интеллекта" вещей будет различаться, но все эти "вещи" будут использовать интеллект для более органичного взаимодействия со средой" (перевод авторов). При этом Gartner рассматривает пять типов автономных вещей: роботы, беспилотные машины, дроны, бытовая техника и программные агенты. Автономность каждой вещи означает, что она способна ставить цели и решать задачи, реагировать на события и анализировать ситуацию во внешней среде, планировать свою работу и контролировать достижение целей. Автономные вещи постепенно завоюют четыре сферы: море, сушу, воздух и, что отмечается отдельно, цифровой мир, оперируя с разной степенью своими физическими и интеллектуальными возможностями, а также осуществляя все более разнообразную координацию поведения с себе подобными. Например, дрон для сельского хозяйства может кооперировать свои решения и действия как с человеком-ассистентом на земле, так и с полностью автономным роботом в поле. И, как следствие, главный вывод этой концепции состоит в том, что "кооперация автономных вещей, как, например, в рою дронов, становится главным драйвером будущего ИИ-систем" (перевод авторов).

Этот вывод показывает стремительный прогресс в эволюции видения будущего ИТ-систем в сообществе специалистов от "цифровой вещи" к "умной вещи" и далее — к "автономной вещи".

Можно ли говорить о тех же тенденциях, но в управлении современными предприятиями, и о направлениях развития пост-классических ERP-систем для поддержки этих тенденций? Что ждет нас дальше, за уже свершающимся переходом от отдельных приложений (англ. *Stand-Alone Application*) и решений масштаба предприятий (англ. *Enterprise-Ready Solutions*) — к цифровым платформам будущего (англ. *Digital Platforms*)? На каких принципах будут строиться такие платформы и каковы будут новые свойства создаваемых систем в рамках этих платформ?

Целью цифровых платформ нового поколения (ЦП НП) становятся, прежде всего, эволюционное формирование и поддержка функционирования открытых цифровых экосистем умных сервисов, построенных как автономные интел-

лектуальные системы (АИС) кибер-физического управления объектами реального мира, которые интегрируют различные датчики и исполнительные механизмы, вычислительные и сетевые компоненты [4, 5]. В принципах построения такого рода систем разного масштаба (от отдельного предприятия до системы отраслевого или национального масштаба) не должно быть принципиальных различий, идет ли речь об управлении структурой подразделений аэрокосмического предприятия или об управлении его отдельными сотрудниками, об управлении поездом или станцией в целом, локомотивом или вагоном в процессе грузоперевозок, об управлении агрономами и механизаторами или беспилотными роботами-дронами в сельском хозяйстве и т. п. Главным отличием ЦП НП становится ориентация на групповое взаимодействие, включая как кооперацию, так и конкуренцию указанных автономных вещей и предлагаемых ими сервисов, снабженных интеллектом для анализа ситуаций в реальном мире, принятия решений и выработки планов, а также их согласования путем переговоров для разрешения конфликтов с себе подобными и людьми в реальном времени.

Целью данной работы является описание разрабатываемой в настоящее время концептуальной модели, базовых функций и сервисов ЦП НП предприятий этапа Industry 5.0. Далее в разделе 1 обсуждаются цели и задачи ЦП НП, в разделе 2 рассматривается современное состояние исследований и разработок в области моделей и программных разработок ЦП НП предприятия с анализом вопроса о том, в какой степени на сегодня уже разработаны нужные архитектуры и механизмы функционирования такого рода платформ и имеются ли их коммерческие приложения. В разделе 3 поясняется понятие цифровой производственной экосистемы и рассматриваются ее свойства, из которых вытекают требования к ЦП НП, поддерживающей ее работу. Дальнейшая детализация состава сервисов ЦП НП и их классификация даются во второй части работы. В заключении резюмируются основные результаты первой части работы.

1. Цели и задачи цифровой платформы

Интеграция компонентов производственной системы — один из ключевых трендов Industry 4.0 для обеспечения взаимодействия ее подсистем, различных по своему устройству

и принципам работы, по их информационной совместимости в процессах обмена данными, по методам обеспечения безопасности и надежности передачи данных и т. д.

Однако разработанные модели и методы интеграции, в особенности в части использования моделей "ведущий—ведомый" (от англ. *master-slave*), как правило, далеко не всегда отражают реальные взаимосвязи между различными компонентами производственной системы, которые на практике оказываются много сложнее и динамичней.

В связи с этим в последнее время все большее развитие и применение находит концепция сложных адаптивных систем [6], в которой вместо тотальной централизации используется распределенное управление, предполагающее наличие множества локальных центров принятия решений, замену указаний "сверху-вниз" на переговоры равных сторон и т. д.

Действительно, что важнее для предприятия: производственный или финансовый план? Иногда производственный план диктует финансовый и заставляет брать кредиты для обеспечения производства, но иногда, наоборот, производство подстраивается под доступные финансовые ресурсы, т. е. решение всякий раз зависит от ситуации, которая при этом непрерывно меняется за счет различных непредвиденных событий, появляющихся в реальном времени. Примерами таких событий являются предложение нового крупного заказа, выход из строя какого-то оборудования или недоступность ранее имевшихся ресурсов, изменение стратегии развития предприятия, получение новых инвестиций и др. В этих условиях жесткое централизованное планирование становится неприемлемым ввиду его неэффективности.

В качестве одного из перспективных путей повышения эффективности современных предприятий в этих условиях рассматривается переход от централизованных, иерархических и монолитных схем управления предприятиями к сетям бизнес-центров и центров знаний [7, 8]. В этом варианте процессы управления неизбежно должны быть распределенными. В них каждое из подразделений производства должно координированным образом взаимодействовать с другими его подразделениями по принципам "каждый с каждым" и "равный с равным". Этот подход на деле означает переход к принципам сетецентрического управления, давно развиваемым и применяемым в военном деле, где

отсутствие координации и любые задержки и промедления могут иметь критические последствия для исхода боевой операции [9]. Переход к сетевым структурам, основанным на взаимодействиях и переговорах узлов сети для выработки, согласования, принятия и исполнения локальных и глобальных решений, а также прогнозирования и контроля последствий принятых решений, имеет целью обеспечить сквозную бесшовную работу всего предприятия как единого производственного организма (и, в будущем, целой отрасли).

В связи с этими изменениями во взглядах на модели управления предприятиями, что является закономерной реакцией на возрастание сложности, на неопределенность и динамику бизнеса, постепенно начинают меняться и модели цифрового производства, в которых все шире используются сетевые организационные структуры. В этих структурах производство рассматривается как сеть взаимодействующих относительно автономных компонентов, ответственных за выполнение своих частей общего распределенного бизнес-процесса, которые выполняются ими не только на основе своих знаний, с использованием своих технологий и ресурсов, в первую очередь, финансовых и материальных (станков, роботов, вспомогательного оборудования и своего персонала), но также и за счет обмена сервисами, ресурсами, знаниями и данными с другими автономными компонентами производственного процесса.

Характерно, что подобное сетевое представление рассматривается для производственных предприятий произвольного масштаба и уровня вложенности. Например, для крупного предприятия в качестве компонентов такой сети (ее узлов) могут выступать отдельные цеха и логистические подразделения разного назначения, подразделения, ответственные за снабжение предприятия теплом и электроэнергией, ремонтные бригады, службы охраны, финансовые службы, подразделения, ответственные за работу с персоналом, и другие вспомогательные и управляющие подразделения предприятия. Аналогичные сетевые модели рассматриваются также и применительно к предприятиям малого и среднего бизнеса и к их объединениям в виртуальные сетевые производства, например, в сетевые B2B-производства, в сетевые предприятия многомодальной транспортной логистики и т. д. Естественно, что компоненты таких сетей, в свою очередь, тоже могут иметь

сетевую структуру. Заметим, что это представление органично согласуется с концепцией жизнеспособной системы С. Бира [10], которая, по его мнению, должна иметь именно сетевую структуру с самоподобием ее компонентов на разных уровнях иерархии (производственное объединение — как сеть КБ и заводов, завод — как сеть цехов, цех — как сеть участков, участок — как сеть станков и людей).

Однако на практике реализация цифрового производства такой организационной структуры и согласованное функционирование его подразделений может быть достигнуто, если все его разнородные компоненты функционируют в единой информационно-коммуникационной среде исполнения, которая способна поддерживать их программную совместимость, совместимость по данным и взаимодействие хотя бы на уровне передачи данных или вызовов через программные интерфейсы (пока здесь не идет речь о действительно согласованном взаимодействии через переговоры и уступки или встречные предложения систем). В настоящее время такую среду принято называть цифровой платформой (ЦП).

Но описанный взгляд на ЦП и ее функции, который отражает потребности *современного* цифрового производства, представляется достаточно ограниченным. Такая ЦП будет, например, не в состоянии обслуживать потребности сетевого производства с адаптацией к событиям реального времени, о которых шла речь выше. В соответствии с современными представлениями ЦП нового поколения должна быть интеллектуальным и организующим ядром производственного предприятия. Она должна трансформировать предприятие в сеть автономных интеллектуальных компонентов, функционирующих как единая система за счет упомянутой выше согласованности действий. Она также должна быть способна реагировать на события, обеспечивать адекватное событиям планирование ресурсов и координацию поведения подразделений предприятия (узлов его сетевой организации), доводить построенные планы до сотрудников предприятия и контролировать их исполнение, т. е. работать в соответствии с известным в менеджменте циклом Деминга "Планируй—Исполняй—Анализируй—Корректируй" [11]¹.

¹Другими словами, обеспечить управление производством с использованием обратной связи по событиям.

Создание ЦП НП (далее для краткости просто ЦП) с такими возможностями становится одной из ключевых целей цифровой экономики в концепции Industry 5.0, в которой ЦП предприятия — это открытая программно-аппаратная среда согласованного взаимодействия систем ("система систем"), которая интегрирует множество автономных компонентов предприятия, их знания и данные, их сервисы и ресурсы в единую сетевую модель кибер-физической системы, узлы которой обладают встроенными управляющими, вычислительными и коммуникационными возможностями.

Такая ЦП предприятия должна быть способна:

- "погрузить" все компоненты производственной системы в единое информационное, а далее — и в семантическое пространство знаний и данных с обеспечением необходимых пользовательских и программных интерфейсов;
- обеспечить совместимость компонентов производственной системы по информации и управлению, что необходимо для поддержки их взаимодействия в процессах кооперации, координации и принятия согласованных решений;
- обеспечить узлы сети набором стандартных сервисов для решения не только задач учета, как это преимущественно реализуется сейчас, но и задач распределения, планирования, оптимизации и контроля использования ресурсов в реальном времени при выполнении разнородных распределенных бизнес-процессов производства;
- предоставлять узлам сети дополнительные ресурсы, например, вычислительные ресурсы, когда это необходимо;
- обеспечивать узлы сети доступом к облачным ресурсам и сервисам, а также к внешним источникам информации, например, к данным, собираемым сенсорными сетями общего назначения в режиме реального времени;
- предоставлять компонентам сети единую среду исполнения программ и протоколов их взаимодействия.

Обратим внимание на то, что приведенное описание общего назначения и функций ЦП никак не затрагивает внутреннюю структуру, функции, а также конфиденциальные данные и знания отдельных узлов сети. И это важно для того, чтобы, во-первых, обеспечить необходимый уровень абстракции архитектуры и функций ЦП по отношению к предметным особен-

ностям приложений, которые обслуживаются платформой, во-вторых, принять во внимание и поддержать автономность конфиденциальных данных, знаний, ресурсов и функций, которые не должны быть "видны" на уровне сетевой организации предприятия, и, в-третьих, обеспечить возможность повторного использования компонентов ее программной реализации.

2. Состояние исследований и разработок в области цифровых платформ

В литературе можно найти довольно обширную информацию о моделях, архитектурах и программно-аппаратных реализациях ЦП предприятий, но большая их часть, по существу, отвечает концепции Industry 4.0 или, что еще проще, не выходит за рамки классических ERP- и BI-систем.

Так, в текущей программе ЕС Horizon 2020 около 10 крупных проектов посвящены непосредственно исследованиям и разработкам различных аспектов ЦП для предприятий в рамках концепции Industry 4.0. Обзор этих проектов и полученных в них результатов имеется, например, в работах [12, 13]. В этих проектах основное внимание уделяется роли ЦП как *интегратора* знаний и данных различных предприятий в B2B-производственной сети для обеспечения их информационной и программной совместимости. Другие задачи, возлагаемые на ЦП, детально в рамках указанной программы пока не ставятся.

Один из вариантов архитектуры и функций новой платформы в концепции Industry 4.0 для B2B-производственных предприятий предложен в работе [14]. В ней сформулированы основные функции (сервисы) ЦП для B2B-производственной сети, архитектура ЦП и возможные решения в части ее программной реализации. В качестве стандартных инфраструктурных сервисов этой платформы указаны:

- коммуникационный сервис, обеспечивающий каналы связи, отправку и маршрутизацию сообщений, которыми обмениваются узлы производственной сети, и поиск узлов сети (агентов) и сервисов, которыми они обладают;
- средства поддержки ее открытости для подключения новых компонентов сети;
- сервис, обеспечивающий информационную совместимость компонентов производственной сети, а также

- сервис поддержки стандартных протоколов взаимодействия узлов сети в различных задачах и случаях использования сетевой модели B2B-производства.

Все эти сервисы, безусловно, необходимы для реализации базовых функций ЦП нового поколения, однако их оказывается недостаточно. В последние годы предложено несколько более общих концепций управления объектами сетевой структуры, частным случаем которых является сетевая производственная система, исследуемая в данной работе.

Одна из таких концепций — это концепция Интернета вещей (англ. *Internet of Things, IoT*), другая — это концепция кибер-физической системы (КФС). Парадигма IoT рассматривает приложение как сеть относительно автономных узлов, обладающих встроенными измерительно-управляющими, вычислительными и коммуникационными возможностями. Она имеет целью расширение доступных ресурсов и сервисов приложения, в частности, сервисов, доступных производственной системе, за счет облачных технологий и внешних источников информации типа сенсорных сетей в реальном времени. Парадигма КФС [4, 5], если говорить упрощенно, имеет целью обеспечить более эффективное, более адаптивное и более устойчивое управление сложной системой, в частности, производством, за счет использования ее так называемых "цифровых двойников" (компьютерных моделей объекта и системы управления), которые эксплуатируются параллельно с реальными программно-аппаратными компонентами системы и используются для анализа текущих ситуаций в реальном времени, построения планов действий и предсказания последствий и рисков принимаемых управленческих решений².

Для примера можно представить себе летящую в космосе Международную космическую станцию, а на Земле — "летящую" в моделирующей среде ее компьютерную модель, зеркально отражающую актуальное состояние станции по основным измеряемым параметрам. Такую модель "цифрового двойника" можно использовать как для выработки оперативных управляющих воздействий, так и моделирования и прогнозирования ситуаций по прин-

²Кибер-физические системы можно считать обобщением и развитием систем концепции IoT.

ципу "Что будет, если?". Заметим, что следует отличать "цифрового двойника" от "цифровой тени", представленной данными об объекте, не позволяющими моделировать различные ситуации и оценивать последствия. Можно уже говорить и об умном "цифровом двойнике", если компьютерная модель объекта еще и изменяется и эволюционирует во времени, реализуя принцип "томагочки" (например, в сельском хозяйстве интеллектуальная система управления должна иметь встроенную модель развития растения как объекта управления).

К сожалению, в настоящее время в научной и технической литературе проблема построения ЦП для сетевых объектов управления типа IoT и КФС развивается в достаточно узком понимании, в котором основное внимание уделяется интерфейсным средствам сопряжения аппаратных компонентов объекта (сенсоров, например) и его программной части. Эти разработки носят сугубо прикладной характер на уровне стандартных программных или веб-интерфейсов и потому не решают проблему построения ЦП предприятия в концепции Industry 5.0.

Среди существующих программно-коммуникационных сред сходного назначения ближайшим аналогом ЦП предприятия является платформа программных агентов, для которой имеются стандарты абстрактной архитектуры (англ. *Reference Model*) в централизованном и распределенном (p2p) вариантах, разработанные FIPA, и несколько их программных реализаций [14–17]. Упомянутое выше сходство не случайно, поскольку мультиагентная система (МАС), например, реализующая задачи управления B2B-производственной сетью или групповой работой мобильных роботов, в ограниченном варианте играет практически ту же роль и выполняет те же функции, что и ЦП производственной системы. По этой причине имеющийся многолетний опыт создания и практического использования платформ МАС является очень полезным, и его, несомненно, следует использовать при разработке ЦП предприятия. Отметим в связи с этим работу [18], в которой МАС рассматриваются уже для реализации механизмов межоблачных взаимодействий.

Среди агентских платформ следует, прежде всего, упомянуть платформу JADE (от англ. *Java-Agent DEvelopment Framework*), для которой благодаря использованию концепции открытого кода (англ. open source) разработано много полезных программных инструментов [19].

Более того, имеются разработки, в которых платформа JADE рассматривается в качестве варианта для реализации ЦП в концепции самоорганизующихся сетей агентов [14–16].

Однако платформа JADE, хотя и имеет индустриальный уровень разработки и реализации, обладает рядом существенных недостатков, которые делают невозможным ее непосредственное использование в качестве ЦП для цифрового предприятия. Во-первых, она медленно работает в условиях интенсивного обмена сообщениями, поскольку каждое сообщение на этой платформе проходит многоэтапную обработку: сначала работает интерпретатор языка обмена сообщениями ACL, генерирующий Java-код, затем генерируется bite-код и далее — исполняемый код. В то же время обмен сообщениями — это базовая и интенсивно используемая функция сетевого объекта вообще и ЦП производственной системы — в частности. Во-вторых, JADE поддерживает только диалоги между распределенными сущностями, и она не рассчитана на реализацию сложных многосторонних протоколов, использование которых — это обычная функция технологии взаимодействия, поддерживаемой ЦП. Имеются также и другие проблемы использования платформы JADE в качестве прототипа ЦП предприятия нового поколения.

3. Концепция цифровой экосистемы

В работе рассматривается возможность создания нового поколения распределенных интеллектуальных систем управления предприятиями в концепции Industry 5.0, построенных как многоуровневые сети автономных интеллектуальных сервисов поддержки принятия решений, способных к взаимодействию и согласованию решений для повышения эффективности бизнеса³.

Принципиально новый подход к созданию таких систем оказался возможным благодаря появлению концепции *цифровых экосистем*.

³Напомним, что, в то время как Industry 4.0 фокусируется на автоматизации технологических процессов, интеграции систем и агрегации данных, а также их визуализации для лиц, принимающих решения (https://en.wikipedia.org/wiki/Industry_4.0#cite_note-9), Industry 5.0 ориентируется на широкое внедрение методов искусственного интеллекта для принятия решений, в частности, для кооперации роботов и людей (<https://www.machinedesign.com/industrial-automation/yes-industry-50-already-horizon>).

В силу важности этой концепции процитируем целиком ее определение, совсем недавно появившееся в Википедии [20]: *"A digital ecosystem is a distributed, adaptive, open socio-technical system with properties of self-organization, scalability and sustainability inspired from natural ecosystems. Digital ecosystem models are informed by knowledge of natural ecosystems, especially for aspects related to competition and collaboration among diverse entities"*. В буквальном переводе цифровая экосистема — это распределенная, адаптивная, открытая социотехническая система, способная к самоорганизации, масштабированию и устойчивому развитию, устроенная подобно биологическим системам, что предполагает, в особенности, конкуренцию и кооперацию между отдельными ее подсистемами. Заметим, что точно такие же свойства декларируются в данной работе и для производственной системы в концепции Industry 5.0, поэтому производственная система в этом контексте может рассматриваться как частный случай цифровой экосистемы, а ЦП такого предприятия — как ЦП цифровой экосистемы. Если говорить более точно, то ЦП должна стать именно тем компонентом, который преобразует цифровое предприятие в цифровую экосистему умных сервисов кибер-физического управления.

Важнейшей особенностью проектируемой платформы для создания экосистем интеллектуальных сервисов является ее открытость, позволяющая новым системам входить в уже функционирующую цифровую "систему систем" или покидать ее без останова и перезапуска всей "системы систем", а также возможность для новых систем как конкурировать, так и кооперироваться с уже существующими системами, предлагая лучшие сервисы или их цепочки-комбинации (композиции сервисов) для потребителей.

Обратим внимание на то, какой значительный шаг был сделан в этом плане с 2016 г., когда уже упомянутая выше компания Gartner [21] делала акцент на сервисы и их интеграцию через обычные вызовы (англ. API Enabled), игнорирующие выработку и принятие согласованных решений за счет взаимодействия систем. По-видимому, в существующих ИТ-решениях для промышленности сегодня еще слишком трудно найти системы, реализующие самоорганизацию, адаптацию, конкуренцию и кооперацию сервисов. Однако при этом Gartner уже тогда отмечал принципиальную важность подхода к управлению "от событий" (англ. Event-

driven) для построения ЦП НП, что невозможно без гибкой адаптации систем "на лету", а это, в свою очередь, требует от системы автономности ее компонентов как важнейшего ее свойства.

В практическом (инженерном) плане следует выделить следующие новые и наиболее важные свойства интеллектуальных экосистем умных сервисов:

- *открытость* — это возможность вводить новые сервисы в работающую экосистему "на лету", без остановки и перезапуска, что касается и возможностей динамического установления связи и появления взаимодействия между сервисами, а также вывода сервиса из эксплуатации. Отметим, что при этом новый сервис должен объявить о себе в соответствии с некоторым протоколом, чтобы как-то "вписаться" в систему, т. е. объяснить уже работающим сервисам, что ему требуется и что он может предложить для других систем и для пользователей;
- *распределенность* — это свойство предполагает, что все сервисы могут работать непрерывно, параллельно и асинхронно. Они могут вызываться пользователями или другими сервисами как напрямую, так и проактивно, т. е. инициироваться событиями, которые генерируются самой системой в зависимости от внутреннего ее состояния и с учетом имеющихся критериев, предпочтений и ограничений в принятии решений;
- *адаптивность* — в широком понимании — это способность системы изменять структуру или функции под действием внешних факторов для повышения своей эффективности, что в более узком понимании можно трактовать как способность адаптивно реагировать на события, частично изменяя, например, сделанные ранее выводы по результатам анализа или ранее построенные планы в связи с изменением ситуации;
- *самоорганизация* — способность сервисов системы самостоятельно устанавливать локальные связи и в ходе работы пересматривать их при изменении ситуации. Ключевым отношением между сервисами любой рассматриваемой экосистемы являются отношения "потребность — возможность", что должно позволять сервисам формировать связанные цепочки сервисов;
- *конкуренция и кооперация сервисов* — эта способность предполагает, что один и тот же

сервис в экосистеме может быть предоставлен разными поставщиками. Он может быть также клонирован для разных потребителей. Например, один и тот же сервис планирования загрузки рабочих цеха может быть специализирован, настроен и может работать для каждого цеха завода. При этом несколько цехов могут конкурировать за один заказ или кооперироваться для совместной более эффективной реализации большого заказа. Например, задержка в исполнении части заказа в одном цеху может компенсироваться в других цехах на последующих этапах исполнения заказа, предотвращая тем самым распространение и увеличение задержки исполнения бизнес-процесса в целом.

В отличие от традиционных закрытых, централизованных, монолитных и последовательных систем управления предприятиями, реализующих преимущественно учетные функции, эко-системы предлагается строить из автономных интеллектуальных систем киберфизического управления ресурсами реального мира, обеспечивающими возможность анализа ситуаций во внешней среде, способных строить планы и их оптимизировать, взаимодействовать с другими системами и пользователями и договариваться о совместных действиях, а также реагировать на события, возникающие в реальном времени, для гибкой перестройки планов и достижения поставленных перед ними целей, вести мониторинг и контролировать достижение целей.

Для создания цифровых экосистем требуется переход от централизованных иерархических, монолитных и последовательных систем к распределенному сообществу автономных систем, имеющих сетевую архитектуру и способных к p2p-взаимодействию (от англ. "peer-to-peer" — "каждый с каждым" как "равный с равным") как по вертикали, так и по горизонтали.

В связи с этим требуется разработка принципиально новой ЦП, поддерживающей сервисы распределенного ИИ, которые поставляются расширяемой сетью взаимодействующих автономных интеллектуальных компонентов управления предприятием, способной поддерживать конструирование (генерацию) требуемых классов агентов, модели и методы принятия решений, протоколы переговоров между агентами для согласования решений, хранение динамически модифицируемых наборов дан-

ных, реакцию на события, передачу данных между сервисами, защиту информации и безопасность пользователей и т. д.

Во второй части работы предлагается типизация и состав таких сервисов, поддерживаемых компонентами сети взаимодействующих автономных интеллектуальных компонентов управления предприятием.

Заключение

В работе обоснована необходимость создания и сформулирована постановка задачи разработки ЦП нового поколения, представлена общая концепция и состав базовых сервисов цифровой платформы как основы цифровой экосистемы для управления предприятиями в приближающуюся эпоху Industry 5.0, которая фокусируется на использовании формализованных знаний как информационной основы процессов управления и применении методов искусственного интеллекта для принятия решений при управлении предприятиями.

Проанализированы существующие подходы к созданию цифровых платформ, получающих все большее распространение в Industry 4.0, обсуждены их ограничения, обусловленные использованием в них устаревших моделей управления и недостатками в семантической интероперабельности, отсутствием средств поддержки принятия и согласования решений, отсутствием абстрактных моделей платформ и т. д.

Основное содержание работы относится к развитию новой концепции цифровой экосистемы — открытой, распределенной, самоорганизующейся "системы систем" умных сервисов, способных автономно принимать решения, выявлять и разрешать конфликты и координировать индивидуальное поведение компонентов производственной системы при совместном решении ими сложных задач планирования и распределения ресурсов и других задач управления. В данной работе предлагается для реализации экосистемы использовать архитектуру и технологию мультиагентных систем и модели кооперативного принятия решений в самоорганизующихся сетях автономных агентов, которые уже на практике зарекомендовали себя в решении подобных классов задач.

ЦП НП предприятия рассматривается как основа для создания экосистем АИС киберфизического управления, способных самостоя-

тельно принимать управленческие решения, доводить задачи до исполнителей и контролировать их исполнение. Очевидно, что создание такого рода систем — это пока еще дело будущего, но уже сегодня АИС надо начинать строить как системы "дополненного интеллекта", которые работают в контуре с лицами, принимающими решения.

Структура таких систем включает в себя разнообразные, относительно автономные компоненты предприятия, объединенные в единую производственную систему сетевой структуры с горизонтальными и вертикальными взаимодействиями компонентов. Эти системы должны функционировать в едином информационном пространстве знаний и данных, обладать способностью обмениваться информацией, сервисами и ресурсами.

Материалы данной работы в целом рассматриваются ее авторами как основа для создания базовой концептуальной модели первой отечественной мультиагентной платформы для создания цифровых экосистем умных сервисов производственных предприятий машиностроения, сельского хозяйства, проектных, сервисных и других типов предприятий, заинтересованных в скорейшем развитии и внедрении продуктов и технологий Industry 5.0.

Список литературы

1. **Industry 4.0** / Wikipedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Industry_4.0#cite_note-9 (дата обращения 18.01.2019).
2. **Yes, Industry 5.0 is Already on the Horizon** / Machine-Design. URL: <https://www.machinedesign.com/industrial-automation/yes-industry-50-already-horizon> (дата обращения 20.01.2019).
3. **Gartner Top 10 Strategic Technology Trends for 2019** / Gartner. URL: <https://www.gartner.com/smarterwithgartner/gartner-top-10-strategic-technology-trends-for-2019/> (дата обращения 20.01.2019).
4. **Leitão P., Colombo A., Karnouskos S.** Industrial automation based on cyber-physical systems technologies: Prototype implementations and challenges // *Computers in Industry*. 2016. Vol. 81. P. 11–25.
5. **Leitão P., Karnouskos S., Ribeiro L., Lee J., Strasser T., Colombo A.** Smart Agents in Industrial Cyber-Physical Systems // *Proceedings of the IEEE*. 2016. Vol. 104, N. 5. P. 1086–1101.
6. **Rzevski G., Skobelev P.** Managing complexity. London-Boston: WIT Press, 2014. 202 p.
7. **Виттих В. А.** Введение в теорию интерсубъективного управления. Самара: Самарский научный центр РАН, 2013. 64 с.
8. **Кудрявцев Г. И., Скобелев П. О.** Цифровая экономика: концепция управления крупным высокотехнологичным предприятием // *Горизонты экономики*. 2017. Т. 5, № 38. С. 54–60; Т. 6, № 39. С. 37–46.
9. **Сетцентрическая война: материалы** Научно-исследовательского центра Военной ордена Ленина Краснознаменной ордена Суворова академии Генерального Штаба Вооруженных Сил Российской Федерации. М., 2010, 331 с.
10. **Бир С.** Мозг фирмы. Пер. с англ. М.: Книжный дом "Либроком", 2009. 414 с.
11. **Деминг Э.** Выход из кризиса: Новая парадигма управления людьми, системами и процессами. Пер. с англ. М.: Альпина Бизнес Букс, 2007. 370 с.
12. **Городецкий В. И.** Многоагентная самоорганизация в B2B-сетях // Матер. XII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2014, М.: ИПУ, 2014. С. 8954–8965.
13. **Городецкий В. И., Бухвалов О. Л.** Самоорганизующиеся производственные B2B-сети. Часть 1. Концепция и базовые задачи // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2017. Т. 18, № 11. С. 776–781.
14. **Городецкий В. И., Бухвалов О. Л.** Самоорганизующиеся производственные B2B-сети. Часть 2. Архитектура и алгоритмическая поддержка // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2017. Т. 18, № 12. С. 829–839.
15. **FIPA Abstract Architecture Specification** / FIPA. URL: <http://www.fipa.org/specs/fipa00001/SC00001L.html> (дата обращения 21.01.2019).
16. **FIPA P2P NA WG6. Functional Architecture Specification Draft 0.12** / FIPA. URL: <http://www.fipa.org/subgroups/P2PNA-WG-docs/P2PNA-Spec-Draft0.12.doc> (дата обращения 21.01.2019).
17. **Gorodetsky V., Karsaev O., Samoylov V., Serebryakov S.** P2P Agent Platform: Implementation and Testing / Eds Joseph S. R. H., Despotovic Z., Moro G., Bergamaschi S. *Agents and Peer-to-Peer Computing*. AP2PC 2007. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5319. Springer, 2010. P. 41–54.
18. **Fingar P.** Competing For The Future With Intelligent Agents... And A Confession / *Forbes*. URL: <https://www.forbes.com/sites/cognitiveworld/2018/11/11/competing-for-the-future-with-intelligent-agents-and-a-confession/#20d33b83613d> (дата обращения 11.11.2018).
19. **JADE** / Tilab. URL: http://jade.tilab.comhttps://en.wikipedia.org/wiki/Digital_ecosystem (дата обращения 25.01.2019).
20. **Top Strategic Predictions for 2016 and Beyond: The Future Is a Digital Thing** / Gartner. URL: <https://www.gartner.com/doc/3142020?refval=&pcp=mpe> (дата обращения 20.01.2019).

Conceptual Model of a Digital Platform for Cyber-Physical Management of a Modern Enterprises

Part 1. Digital Platform and Digital Ecosystem

V. I. Gorodetsky, D. Sc. in engineering, Professor, vladim.gorodetsky@gmail.com,

Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

V. B. Laryukhin, Graduate Student, vl@kg.ru, Samara State Technical University, Samara, Russian Federation

P. O. Skobelev^{3, 4}, D. Sc. in engineering, Professor, petr.skobelev@gmail.com,

Institute for the Control of Complex Systems RAS, Samara, Russian Federation

SEC "Smart Solutions", Samara, Russian Federation

Abstract

The paper proposes conceptual model of a digital platform for cyber-physical management of modern enterprises in the upcoming era of Industry 5.0. Unlike Industry 4.0, which focuses on automation of physical processes, Industry 5.0 is oriented on digitization of knowledge and automation of reasoning processes for creating artificial intelligence that is able to manage enterprises. This still emerging era will be characterized by the vision of any business, including industrial production or logistics, as a complex adaptive system built on fundamental principles of self-organization and evolution, as well as interaction of artificial intelligence systems and humans. The paper shows that implementation of such production and logistics management systems will require development of new models and decision-making methods based on knowledge and semantic information processing, integration of computational and communication components, accumulation of big data and its processing for predictive analytics, blockchain technologies for fixing mutual obligations of systems components in the form of smart contracts, as well as human-machine and software interfaces. Existing approaches to creation of digital platforms within the digital economy of Industry 4.0 and their limitations are analyzed. The concept of digital ecosystem is developed as an open, distributed, self-organized "system of systems" of smart services capable of coming up with solutions and automatically resolving conflicts through negotiations and concessions. The concept of the digital platform within Industry 5.0 is described, which will be able to support functioning of the digital ecosystem of "smart services" of cyber-physical management of both individual objects and enterprises of humans and robots, and in the future, industries of such enterprises — implemented using self-organizing autonomous agents at all levels.

Keywords: cyber-physical management, self-organization, digital platform, digital eco-system, multi-agent technologies, network of agents

Acknowledgements: The paper has been prepared based on the materials of scientific research within the subsidized state theme of the Institute for Control of Complex Systems of the Russian Academy of Sciences for research and development on the topic: "Research and development of methods and tools of analytical design, computer-based knowledge representation, computational algorithms and multi-agent technology in problems of optimizing management processes in complex systems".

For citation:

Gorodetsky V. I., Laryukhin V. B., Skobelev P. O. Conceptual Model of a Digital Platform for Cyber-Physical Management of a Modern Enterprises. Part 1. Digital Platform and Digital Eco-system, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 6, pp. 323—332.

DOI: 10.17587/mau.20.323-332

References

1. **Industry 4.0** / Wikipedia, available at: https://en.wikipedia.org/wiki/Industry_4.0#cite_note-9 (18.01.2019).
2. **Yes, Industry 5.0 is Already on the Horizon** / MachineDesign, available at: <https://www.machinedesign.com/industrial-automation/yes-industry-50-already-horizon> (20.01.2019).
3. **Gartner Top 10 Strategic Technology Trends for 2019** / Gartner, available at: <https://www.gartner.com/smarterwithgartner/gartner-top-10-strategic-technology-trends-for-2019/> (20.01.2019).
4. **Leitão P., Colombo A., Karnouskos S.** Industrial automation based on cyber-physical systems technologies: Prototype implementations and challenges, *Computers in Industry*, 2016, vol. 81, pp. 11—25.
5. **Leitão P., Karnouskos S., Ribeiro L., Lee J., Strasser T., Colombo A.** Smart Agents in Industrial Cyber-Physical Systems, *Proceedings of the IEEE*, 2016, vol. 104, no. 5, pp. 1086—1101.
6. **Rzevski G., Skobelev P.** Managing complexity, London-Boston, WIT Press, 2014, 202 p.
7. **Vittikh V. A.** Introduction to the theory of intersubjective management, Samara: Samara Scientific Center of RAS, 2013, 64 p. (in Russian).
8. **Kudryavtsev G. I., Skobelev P. O.** *Gorizonty ekonomiki*, 2017, vol. 5, no. 38, pp. 54—60; vol. 6, no. 39, pp. 37—46 (in Russian).
9. **Network-centric war: materials of Research Center of Lenin Military Order of the Red-Banner Order of Suvorov of the Academy of the General Staff of the Armed Forces of the Russian Federation**, Moscow, 2010, 331 p. (in Russian).
10. **Beer S.** Brain of the Firm: The Managerial Cybernetics of Organization, John Wiley & Sons, 1981, 417 pp.
11. **Deming E.** Emerging from the crisis: A new paradigm of managing people, systems and processes, Moscow, Al'pina Biznes Buks, 2007, 370 p. (In Russian).
12. **Gorodetskiy V. I.** *Proc. XII All-Russian Conference on Management Problems*, Moscow, IPU, 2014, pp. 8954—8965 (in Russian).
13. **Gorodetskiy V. I., Bukhvalov O. L.** *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 11, pp. 776—781 (in Russian).
14. **Gorodetskiy V. I., Bukhvalov O. L.** *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 12, pp. 829—839 (in Russian).
15. **FIPA Abstract Architecture Specification** / FIPA, available at: <http://www.fipa.org/specs/fipa00001/SC00001L.html> (21.01.2019).
16. **FIPA P2P NA WG6. Functional Architecture Specification Draft 0.12** / FIPA, available at: <http://www.fipa.org/subgroups/P2PNA-WG-docs/P2PNA-Spec-Draft0.12.doc> (21.01.2019).
17. **Gorodetskiy V., Karsaev O., Samoylov V., Serebryakov S.** P2P Agent Platform: Implementation and Testing / Eds Joseph S. R. H., Despotovic Z., Moro G., Bergamaschi S. Agents and Peer-to-Peer Computing. AP2PC 2007. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5319, Springer, 2010, pp. 41—54.
18. **Fingar P.** Competing For The Future With Intelligent Agents... And A Confession / Forbes, available at: <https://www.forbes.com/sites/cognitiveworld/2018/11/11/competing-for-the-future-with-intelligent-agents-and-a-confession/#20d33b83613d> (11.11.2018).
19. **JADE** / Tilab, available at: http://jade.tilab.comhttps://en.wikipedia.org/wiki/Digital_ecosystem (25.01.2019).
20. **Top Strategic Predictions for 2016 and Beyond: The Future Is a Digital Thing** / Gartner, available at: <https://www.gartner.com/doc/3142020?refval=&pcp=mpe> (20.01.2019).

Р. О. Оморов, д-р техн. наук, проф., гл. науч. сотр., romano_ip@list.ru,
Институт физико-технических проблем и материаловедения
Национальной академии наук Кыргызской Республики, г. Бишкек

Робастность интервальных динамических систем

Рассматриваются частотные и алгебраические направления исследований робастной устойчивости. Частотное направление, или направление Цыпкина — Поляка, рассмотрено кратко в обзорном порядке. Алгебраическое, или харитоновское, направление рассматривается шире. Представлены основные положения и результаты алгебраического метода робастной устойчивости интервальных динамических систем, разработанного в рамках развития алгебраического, харитоновского, направления робастной устойчивости. Основополагающие работы В. Л. Харитонова со времени выхода в свет вызвали огромный поток публикаций, связанных с чрезвычайной актуальностью решения проблем робастности систем. К настоящему времени из круга проблем робастности решены многие вопросы робастной устойчивости. Получены дискретные аналоги и варианты теорем Харитонова. Частотные условия робастной устойчивости рассмотрены и решены в работах Я. З. Цыпкина, Б. Т. Поляка, Ю. И. Неймарка. Однако в проблеме робастной устойчивости к настоящему времени решены не все вопросы, особенно большие противоречия возникли в непрерывном случае. Не были решены и задачи, рассматриваемые здесь для интервальных матриц и многогранников матриц. В работе сформулирована и доказана теорема типа третьей теоремы Харитонова, которая аннулирует контрпримеры к прежним известным результатам в этом направлении, а также на ее основе доказана реберная теорема для многогранников матриц. Новая реберная теорема также аннулирует контрпримеры для этого случая. К основной теореме рассматриваемого алгебраического метода сформулировано уточняющее замечание, что при отсутствии полного множества (набора) из четырех угловых полиномов Харитонова условия этой теоремы необходимы, но могут быть недостаточны для устойчивости системы. Определение угловых сепаратных коэффициентов характеристического полинома системы в общем случае осуществляется посредством использования методов нелинейного программирования. Для дискретного случая представлен дискретный аналог теоремы Харитонова, который получен на основе теоремы Шура. Введены понятия точек и интервалов перемежаемости, используемые для теоремы аналога непрерывного случая. Сформулирован алгоритм определения робастности дискретных систем. Основные результаты разработанного автором алгебраического метода робастной устойчивости проиллюстрированы аннулированием контрпримеров, широко известных из научной литературы.

Ключевые слова: робастная устойчивость, интервальные динамические системы, частотное и алгебраическое направления робастной устойчивости, алгебраический метод робастной устойчивости, непрерывные и дискретные линейные интервальные системы, интервальная матрица, многогранник матриц, угловые полиномы Харитонова, теорема Харитонова

Введение

В развитии современной теории управления наблюдается повышенный интерес к проблемам робастности и грубости систем [1–10]. Особое место в обсуждении проблемы робастности систем управления занял 11-й Международный Конгресс ИФАК, который состоялся в 1990 г. в г. Таллине [10]. На этом Конгрессе в связи с важностью вопросов робастности для современной теории и практики систем управления была проведена представительная дискуссия о проблемах робастности. Достаточно отметить, что в дискуссии Конгресса по проблеме робастности в системах управления участвовали и выступали многие известные ученые в области автоматического управления, такие как Я. З. Цыпкин, Э. И. Джюри, Б. Т. Поляк, Р. Темпо, В. Л. Харитонов, Ю. Аккерманн, Б. Бармиш, В. М. Кунцевич, М. Мансур и др. Вопросам робастности, с которыми тесно связана проблема

грубости, посвящены работы ученых и исследователей многих стран мира [3–29].

Традиционное понимание грубости и робастности в современной литературе определяет робастность как способность систем сохранять те или иные свойства не единственной системы, а множества систем, определенных тем или иным способом, а грубость — как свойство систем сохранять качественную картину разбиения фазового пространства на траектории при малом возмущении топологии при рассмотрении близких по виду уравнений систем [1, 2, 9, 10].

Тот интерес, который привлекают проблемы робастности и грубости в различных областях науки и техники, да и не только в теории управления, но и в экологии, синергетике и т. д., связан с тем, что эти понятия относятся к важнейшим свойствам систем, рассматриваемых при их реальном функционировании.

Что касается непосредственно систем управления, то в настоящее время наиболее рассмо-

трены и решены вопросы робастной устойчивости. Решение этих вопросов прежде всего связано с основополагающими работами В. Л. Харитонова, в которых решены вопросы робастной устойчивости для интервальных полиномов [30, 31].

Вначале работы по анализу и синтезу грубых (малочувствительных) систем были связаны с развитием теории чувствительности [32], а первые задачи по проблеме робастности были поставлены и решались при обработке статистических информационных [33].

К настоящему времени недостаточно рассмотрены вопросы построения робастных и грубых нелинейных систем управления.

Отметим, что для инженерных применений необходимо рассмотреть и большие (конечные) возмущения, т. е. вопросы робастности и грубости в большом, а также следует отметить, что на практике модели и параметры возмущений могут быть не только известны, но и неопределенны [6, 11, 13, 23].

Появление тенденции "робастизации" в развитии теории управления не случайно, она продиктована необходимостью рассмотрения современных сложных систем управления (не только традиционных систем автоматического управления, а более широкого класса систем управления различной природы) в динамике, со всеми возможными изменениями и возмущениями в реальных условиях функционирования и развития (эволюции) [10, 28].

Как известно, работы В. Л. Харитонова [30, 31] явились основой современной теории робастной устойчивости.

В этих работах В. Л. Харитоновым решены вопросы об устойчивости интервальных полиномов (или семейства полиномов) вида

$$f(\lambda) = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_n, \quad (1)$$

где $a_i \in [\underline{a}_i, \bar{a}_i]$, $i = \overline{0, n}$, — коэффициенты заданные в интервалах $\underline{a}_i \leq a_i \leq \bar{a}_i$ (далее придерживаемся записи $a_i \in [\underline{a}_i, \bar{a}_i]$); $\underline{a}_i, \bar{a}_i$ — соответственно нижние и верхние границы коэффициентов a_i , $i = \overline{0, n}$.

В работе [30] решена задача для полиномов (1) с действительными коэффициентами, а в работе [31] — с комплексными коэффициентами. Показано, что необходимыми и достаточными условиями робастной устойчивости всего семейства действительных и комплексных полиномов (1) является соответственно

устойчивость четырех и восьми (парных) угловых полиномов, которые названы *полиномами Харитонова*.

В настоящее время получено много новых результатов в теории робастной устойчивости, это прежде всего реберная теорема и дискретные аналоги и варианты теорем Харитонова. Советскими и российскими учеными — Я. З. Цыпкиным, Б. Т. Поляком, Ю. И. Неймарком — разработаны частотные критерии робастной устойчивости типа Михайлова, Найквиста, D -разбиения [12, 24–29].

Данная работа посвящена вопросам алгебраического направления робастной устойчивости интервальных динамических систем. Рассмотрены основные положения и результаты метода исследований робастной устойчивости линейных интервальных динамических систем как в непрерывном, так и в дискретном времени, названного *алгебраическим методом робастной устойчивости* [16–22].

В заключении обзора к данной работе приведем сравнительные характеристики известных результатов, полученных в работах широко известных авторов алгебраического направления проблемы робастной устойчивости [7–11, 29].

В работах [7–10] представлены обзоры и постановки задач робастной устойчивости, которые были вызваны известной работой В. Л. Харитонова [30].

В работе Б. Т. Поляка, П. С. Щербакова [29] предложено понятие сверхустойчивости линейных систем управления. При этом сверхустойчивые системы обладают свойствами выпуклости, допускающими простые решения многих классических задач теории управления, в частности, задачи робастной стабилизации при матричной неопределенности. Но существенным ограничением таких систем является практическая узость их класса, определяемого условиями наличия доминирующих диагональных элементов матрицы системы с отрицательными величинами [34]. В данной работе рассматриваются матрицы общего вида.

В работе В. М. Кунцевича [11] получены интересные результаты по робастной устойчивости для линейных дискретных систем. При этом матрица системы задается в классе сопровождающих характеристический полином системы, т. е. во Фробениусовой форме [34], что также сужает класс рассматриваемых реальных систем.

В работах В. Р. Barmish и др. [35, 36] предложены контрпримеры к теореме Биаласа [37], которые аннулированы в работе [16].

В работах М. Mansour и др. [38, 39] получены дискретные аналоги слабой и сильной теорем Харитонова [30], которые имеют ограничения, накладываемые на интервальные области коэффициентов, или применяется [9, 17, 20] непростая процедура проектирования корней полиномов на отрезок $[-1, 1]$.

Постановка задачи

Рассматриваются линейные динамические системы порядка n , непрерывная

$$\dot{x} = Ax, x(t_0) = x_0, \quad (2)$$

и дискретная

$$x(m+1) = Ax(m), m = 1, 2, 3, \dots, \quad (3)$$

где $x = x(t) \in R^n$; $x(m)$ — векторы состояния; $A \in R^{n \times n}$ — интервальная матрица с элементами a_{ij} , $i, j = 1, \dots, n$, представляющими интервальные величины $a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \bar{a}_{ij}]$ с угловыми значениями $\underline{a}_{ij}, \bar{a}_{ij}, \underline{a}_{ij} \leq \bar{a}_{ij}$.

Требуется определить условия робастной устойчивости систем (2) и (3).

Непрерывные системы

Основные результаты. В основополагающей для рассматриваемого метода работе [16] получены результаты в виде строго доказанных теоремы 1 и леммы к ней о робастной устойчивости систем (2) по условиям гурвицевести четырех угловых полиномов Харитонова, составленным по последовательным сепаратным угловым коэффициентам $b_i, (\underline{b}_i, \bar{b}_i, i = \overline{1, n})$ характеристических полиномов системы (2):

$$f(\lambda) = \lambda^n + b_1 \lambda^{n-1} + \dots + b_n = 0. \quad (4)$$

Приведем эти теорему 1 и лемму.

Теорема 1. Для того чтобы положение равновесия $x = 0$ системы (2) было асимптотически устойчиво при всех $A \in D$, или чтобы интервальная матрица A была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы были гурвицевыми все четыре угловых полинома Харитонова, со-

ставленные по последовательным сепаратным угловым коэффициентам $b_i, (\underline{b}_i, \bar{b}_i, i = \overline{1, n})$ характеристических полиномов (4) системы (2).

Данная теорема доказана на основе следующей леммы.

Лемма. Сепаратные угловые коэффициенты $b_i, (\underline{b}_i, \bar{b}_i, i = \overline{1, n})$ образуются как соответствующие коэффициенты полиномов (4), либо при угловых значениях элементов $a_{ij}, i, j = \overline{1, n}$, матрицы A , либо при нулевых значениях некоторых элементов (если интервал принадлежности включает нуль).

Как нетрудно видеть из леммы, для нахождения коэффициентов $b_i, (\underline{b}_i, \bar{b}_i, i = \overline{1, n})$ в общем случае необходимо применение оптимизационных методов нелинейного программирования [40].

К теореме 1, доказательство которой приведено в приложении работы [16], необходимо сделать следующее уточняющее замечание.

Замечание. Из основного аргумента доказательства теоремы 1, связанного с наличием четырех угловых полиномов Харитонова, следует, что при отсутствии полного множества (набора) из четырех угловых полиномов условия теоремы 1 необходимы, но могут быть недостаточны для устойчивости системы (2).

Случай, соответствующий приведенному замечанию, может возникнуть тогда, когда сепаратные угловые коэффициенты полиномов (4) взаимосвязаны и в итоге сужают набор угловых коэффициентов до числа менее четырех.

Следует отметить, что замечание снимает выводы работы [41] относительно робастной устойчивости интервальных динамических систем. При этом данное утверждение проиллюстрировано на примерах, приведенных ниже в конце раздела.

Справедливость доказанной теоремы 1 подтверждается аннулированием известных контрпримеров к теореме Биаласа [37].

Так, теорема 1 апробирована на различных контрпримерах теоремы Биаласа, в частности из работы [35], где рассматривается матрица

$$A = \Omega_r = \begin{bmatrix} -0,5 - r & -12,06 & -0,06 \\ -0,25 & 0 & 1 \\ 0,25 & -4 & -1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где $r \in [0, 1]$, для которого подтверждена справедливость теоремы 1.

Но в случае матрицы $A = \Omega_r$ из работы [35] можно наглядно рассмотреть справедливость

приведенного выше замечания к теореме 1, что показано ниже в *Примере 1*.

Теорема 1 и лемма позволяют решить задачу о реберной гипотезе для многогранников матриц [9].

Известно [9], что многогранником матриц называется множество

$$P = \left\{ P_s = \sum_{i=1}^m s_i P_i : s_i \geq 0, i = \overline{1, m}, \sum_{i=1}^m s_i = 1 \right\}, \quad (6)$$

где $P_i, i = \overline{1, m}$, — постоянные матрицы.

В работе [9] сформулирована гипотеза об условиях устойчивости многогранника P (6) в следующем виде:

Гипотеза. Многогранник P устойчив тогда и только тогда, когда его ребра устойчивы, т. е. матрица

$$sP_i + (1-s)P_j$$

устойчива при любых $i, j = \overline{1, m}, s \in [0, 1]$.

Но в работе [36] на контрпримерах показано, что данная гипотеза неверна для строго гурвицева случая.

Противоречия в реберной гипотезе разрешены на основе следующей реберной теоремы 2, доказанной в работе [16].

Теорема 2. Для устойчивости многогранника матриц P необходимо и достаточно, чтобы его выпуклые ребра были устойчивы, т.е. матрица

$$s_1 P_i + s_2 P_j$$

устойчива при любых $i, j = \overline{1, m}, s_1 \in [-1, 0], s_2 \in [0, 1]$.

В данном случае многогранник матриц P представлен в виде

$$P = \left\{ P_s = P_{s1} + P_{s2} : P_{s1} = \sum_{i=1}^m s_{1i} P_i, \right. \\ \left. P_{s2} = \sum_{i=1}^m s_{2i} P_i : s_{1i} + s_{2i} = s_i \geq 0, i = \overline{1, m}, \sum_{i=1}^m s_i = 1 \right\}.$$

Справедливость теоремы 2 также подтверждается аннулированием всех известных контрпримеров из работ [36, 42].

Примеры. Рассмотрим примеры, которые наглядно поясняют смысл *Замечания к Теореме 1*.

Пример 1. Покажем, что система (2) с интервальной матрицей вида $A = \Omega_r$ (5), которая не

обладает полным набором из четырех характеристических полиномов Харитонова, является системой неопределенной робастности.

Действительно, если положим $r_1 = 0,5 - \sqrt{0,06}$, $r_2 = 0,5 + \sqrt{0,06}$, то как известно [35] система (2) является неустойчивой при $r_1 < r < r_2$, а в интервалах $r \in [0, r_1]$ и $r \in (r_2, 1]$ эта система устойчива. Если теперь предположить, что коэффициенты характеристического полинома (4) не зависят друг от друга и мы имеем четыре угловых полинома системы (2), то нетрудно вычислить, что только в малых частях указанных выше интервалов робастной устойчивости $r \in [0, r_1]$ и $r \in (r_2, 1]$ имеет место устойчивость всех четырех характеристических полиномов, а именно при $r \in [0, 0,475]$ и $r \in (0,9617, 1]$.

Так, например, для интервала $r \in [0, r_1]$ имеем следующие четыре угловых полинома:

$$\begin{aligned} f_1(\lambda) &= \lambda^3 + 1,5\lambda^2 + 1,5\lambda + (2,06 + 4r_1); \\ f_2(\lambda) &= \lambda^3 + 1,5\lambda^2 + (1,5 + r_1)\lambda + (2,06 + 4r_1); \\ f_3(\lambda) &= \lambda^3 + (1,5 + r_1)\lambda^2 + 1,5\lambda + 2,06; \\ f_4(\lambda) &= \lambda^3 + (1,5 + r_1)\lambda^2 + (1,5 + r_1)\lambda + 2,06, \end{aligned}$$

из которых два первых неустойчивы, а следующие два устойчивы.

Данный пример показывает, что из-за зависимости между коэффициентами характеристического полинома (4) здесь действительно имеет место неполный набор из двух угловых полиномов, и мы не можем однозначно установить интервалы робастной устойчивости системы (2), как и следовало согласно *Замечанию к Теореме 1*.

Пример 2. Пусть задан характеристический полином интервальной системы (2) в виде

$$f(\lambda) = \lambda^3 + 1,5\lambda^2 + 2,5\lambda + b_3, \quad (7)$$

где коэффициент $b_3 \in [2, 3]$. Такой случай системы (2) возможен, например, при Фробениусовой или сопровождающей форме матрицы A .

Тогда четыре угловых характеристических полинома системы (2) будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} f_1(\lambda) &= \lambda^3 + 1,5\lambda^2 + 2,5\lambda + 3; \\ f_2(\lambda) &= \lambda^3 + 1,5\lambda^2 + 2,5\lambda + 3; \\ f_3(\lambda) &= \lambda^3 + 1,5\lambda^2 + 2,5\lambda + 2; \\ f_4(\lambda) &= \lambda^3 + 1,5\lambda^2 + 2,5\lambda + 2. \end{aligned}$$

Как нетрудно видеть, в данном случае все четыре характеристических полинома систе-

мы (2) устойчивы ($b_1 b_2 > b_3$), и система (2) робастно устойчива. Если же, положим $b_3 \in [2,06, 4,06]$, то в этом случае первые два полинома $f_1(\lambda)$ и $f_2(\lambda)$ неустойчивы, а два следующих $f_3(\lambda)$ и $f_4(\lambda)$ устойчивы, а следовательно, система (2) робастно неустойчива.

В этом примере мы рассмотрели два случая интервальной системы (2), когда имеются две пары совпадающих или кратных характеристических полиномов, но при этом имеются полные наборы четырех полиномов Харитонова, в отличие от случая системы (2) с матрицей $A = \Omega_r$ (5), где нет полного набора из четырех угловых характеристических полиномов, а есть только два угловых полинома вследствие жесткой зависимости коэффициентов b_i , $i = 1, 2, 3$ от параметра r . Поэтому в обоих случаях рассматриваемого *Примера 2* в соответствии с *Замечанием к Теореме 1* можно сделать вполне определенный вывод о робастной устойчивости или неустойчивости интервальной системы (2) с характеристическим полиномом (7), в то время как в случае с матрицей вида $A = \Omega_r$ мы определенный вывод о робастной устойчивости не можем сделать (здесь следует отметить, что в работе [16] вывод по данному случаю сделан неверный).

Дискретные системы

Как известно, публикация работы [30] дала импульс для поиска многими исследователями дискретных аналогов теорем Харитонова [7–10, 17, 26]. Так, в работе [9] указано, что "дискретный вариант харитоновского условия четырех многочленов отсутствует". Но здесь же отмечается, что в настоящее время получены [38, 39] дискретные аналоги слабой и сильной теорем Харитонова. Но эти аналоги теорем Харитонова имеют определенные ограничения, накладываемые на интервальные области коэффициентов [9]. Эти ограничения были сняты в работах [17, 20], где получены аналоги теорем Харитонова с использованием теоремы Шура [43]. Также в работах [17, 20] сформулированы теоремы, являющиеся дискретными аналогами результатов работы [16] по интервальным матрицам и многогранникам матриц.

Далее рассматривается обобщение результатов, полученных в работе [17, 20] с учетом выводов, приведенных выше для непрерывных систем.

Основные результаты. Для дискретных систем, используя z -преобразование, получаем интервальный характеристический полином

$$f(z) = \det(zI - A) = \sum b_i z^{n-i}, \quad b_i \in [\underline{b}_i, \bar{b}_i], \quad \underline{b}_i \leq \bar{b}_i. \quad (8)$$

Для определения условий устойчивости воспользуемся теоремой Шура [43], т. е. условиями вида

$$|b_0| > |b_n|$$

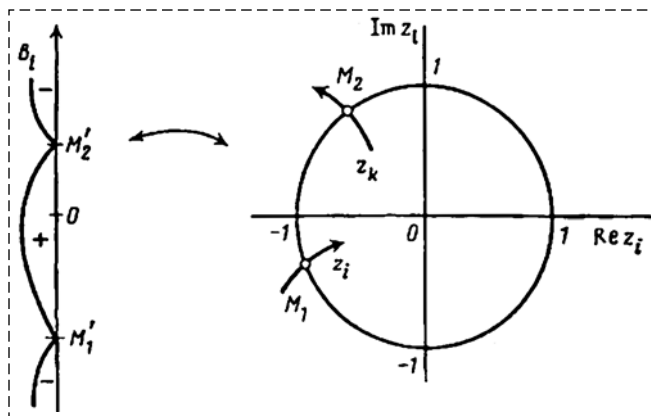
для последовательности полиномов, определяемых рекуррентными соотношениями

$$\begin{aligned} f_i(z) &= [b_0 f(z) - b_n f(1/z)z^n]/z, \dots, \\ \dots, f_{i+1}(z) &= [b_{0,i} f_i(z) - b_{n,i} f_i(1/z)z^{n-1}]/z, \end{aligned}$$

где $b_{0,i}$, $b_{n,i}$ — соответственно старший и младший коэффициенты i -го ($i = 1, n-2$) полинома $f_i(z)$.

Определение. Точками перемежаемости для коэффициентов b_i , $i = 0, n$, будем называть точки на действительной оси, в которых происходят переходы корней полинома (8) через единичную окружность на плоскости корней, а интервалами перемежаемости — интервалы, в которых корни находятся либо внутри, либо вне единичного круга (см. рисунок).

В работе [17] сформулированы основные результаты по определению условий робастной устойчивости дискретных интервальных систем в виде соответствующих теорем 1–6. При этом следует отметить, что, как указано выше, для случая непрерывных систем [16]



Точки (M'_1, M'_2) и интервалы перемежаемости $(-\infty, M'_1)^-$, $(M'_1, M'_2)^+$, $(M'_2, +\infty)^-$ — для коэффициента b_i
Points (M'_1, M'_2) and intermittency intervals $(-\infty, M'_1)^-$, $(M'_1, M'_2)^+$, $(M'_2, +\infty)^-$ — for the coefficient b_i

справедливость *теоремы 5* имеет ограничение, обусловленное *Замечанием* к теореме 1 работы [16], т. е. *теорема 5* верна при полном наборе из четырех различных полиномов Харитонов.

Справедливость результатов [17, 20] относительно аналога сильной теоремы Харитонova продемонстрирована на известных контрпримерах из работ [9, 44, 45].

Таким образом, алгоритм определения робастной устойчивости дискретных интервальных динамических систем будет следующим.

1. С использованием формул леммы к теореме 1 [16] и путем оптимизации по элементам $a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \bar{a}_{ij}]$, $i, j = \overline{1, n}$, интервальной матрицы A находятся сепаратные угловые коэффициенты $b_i \in [\underline{b}_i, \bar{b}_i]$, $i = \overline{0, n}$, интервального характеристического полинома (8).

2. Определяются четыре полинома Харитонova, соответствующие интервальному полиному (8):

$$f_1(z) : \{\underline{b}_0, \underline{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3, \underline{b}_4, \dots\};$$

$$f_2(z) : \{\underline{b}_0, \bar{b}_1, \bar{b}_2, \underline{b}_3, \underline{b}_4, \dots\};$$

$$f_3(z) : \{\bar{b}_0, \underline{b}_1, \underline{b}_2, \bar{b}_3, \underline{b}_4, \dots\};$$

$$f_4(z) : \{\bar{b}_0, \bar{b}_1, \underline{b}_2, \underline{b}_3, \bar{b}_4, \dots\}.$$

3. Составляются n неравенств вида (П.2), указанных в Приложении работы [17].

4. Относительно каждого коэффициента b_i , $i = \overline{0, n}$, считая остальные коэффициенты фиксированными, последовательно находятся точки переменяемости для всех четырех полиномов Харитонova и по всем n неравенствам (см. п. 3), начиная с меньших порядков.

5. Если все точки переменяемости по всем коэффициентам b_i , $i = \overline{0, n}$, не принадлежат заданным интервалам, то исходный полином (система) устойчив, в противном случае — неустойчив.

Заключение

Алгебраический метод харитоновского направления исследований робастной устойчивости интервальных динамических систем, рассмотренный в данной работе, является дальнейшим развитием основных результатов работ [16, 17], который позволяет решать проблему робастной устойчивости при общем виде интервальной матрицы системы. При этом метод направлен на решение задач ро-

бастной устойчивости как для линейных непрерывных, так и для линейных дискретных интервальных динамических систем.

Следует отметить, что *Замечание* к теореме 1 существенным образом уточняет результаты работы [16], а именно подчеркивает необходимость полного набора из четырех угловых полиномов Харитонova (с учетом кратности полиномов) для определения робастной устойчивости интервальных динамических систем. Также условия необходимости и достаточности по теореме 1 соответствуют угловым сепаратным коэффициентам, определяемым последовательно от 1-го до n -го коэффициента характеристического полинома системы, которые могут быть найдены с использованием методов нелинейного программирования [40].

Список литературы

1. Андронов А. А., Понтрягин Л. С. Грубые системы // Докл. АН СССР. 1937. Т. 14. № 5. С. 247—250.
2. Аносов Д. В. Грубые системы // Топология, обыкновенные дифференциальные уравнения, динамические системы: Сб. обзорных статей. К 50-летию института (Труды МИАН СССР. Т. 169). М.: Наука. 1985. С. 59—93.
3. Faedo S. Un nuova problema di stabilita per le equazioni algebriche a coefficienti reali // Ann. Sc. Norm. Sup. Pisa, Sci. Fiz. Mat. 1953. V. 7, N. 1—2. P. 53—63.
4. Ackermann J. D. Sampled-data control systems. Analysis and Synthesis, robust system design (Lecture notes in control and information sciences). Berlin, Heidelberg: Springer-verlag, 1985.
5. Dorato P. A. Historical review of robust control // IEEE Contr. Syst. Magazine. 1987. V. 7. N. 2. P. 44—47.
6. Воронов К. В., Королева О. И., Никифоров В. О. Робастное управление нелинейными объектами с функциональными неопределенностями // Автоматика и телемеханика. 2001. № 2. С. 112—121.
7. Гусев Ю. М., Ефанов В. Н., Крымский В. Г. и др. Анализ и синтез линейных интервальных динамических систем (состояние проблемы). I. Анализ с использованием интервальных характеристических полиномов // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1991. № 1. С. 3—23.
8. Гусев Ю. М., Ефанов В. Н., Крымский В. Г. и др. Анализ и синтез линейных интервальных динамических систем (состояние проблемы). II. Анализ с использованием интервальных характеристических полиномов // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1991. № 2. С. 3—30.
9. Джури Э. И. Робастность дискретных систем // Автоматика и телемеханика. 1990. № 5. С. 4—28.
10. Дискуссия по проблеме робастности в системах управления // Автоматика и телемеханика. 1992. № 1. С. 165—176.
11. Кунцевич В. М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации. Киев: Наук. думка, 2006. 264 с.
12. Неймарк Ю. И. Робастная устойчивость и D-разбиение // Автоматика и телемеханика. 1992. № 7. С. 10—18.
13. Никифоров В. О. Робастное управление линейным объектом по выходу // Автоматика и телемеханика. 1998. № 9. С. 87—99.
14. Оморев Р. О. Максимальная грубость динамических систем // Автоматика и телемеханика. 1991. № 8. С. 36—45.

15. **Оморов Р. О.** Количественные меры грубости динамических систем и их приложения к системам управления // Автореферат диссертации доктора технических наук. Л.: ЛИТМО, 1993. 38 с.
16. **Оморов Р. О.** Робастность интервальных динамических систем. I. Робастность непрерывных линейных интервальных динамических систем // Теория и системы управления. 1995. № 1. С. 22–27.
17. **Оморов Р. О.** Робастность интервальных динамических систем. II. Робастность дискретных линейных интервальных динамических систем // Теория и системы управления. 1995. № 3. С. 3–7.
18. **Omorov R. O.** Robustness of Interval Dynamic Systems. I. Robustness I Continuous Linear Interval Dynamic Systems // Journal of Computer and Systems Sciences International. 1996. Vol. 34, N. 3. P. 69–74.
19. **Omorov R. O.** Robustness of Interval Dynamic Systems. II. Robustness of Discrete Linear Interval Dynamical Systems // Journal of Computer and Systems Sciences International. 1996. Vol. 34, N. 4. P. 1–5.
20. **Оморов Р. О.** О дискретном аналоге теоремы Харитоновой // Наука и новые технологии. 2002. № 3. С. 5–10.
21. **Omorov R.** Algebraic Method of the Robust Stability of Interval Dynamic Systems // Journal of Mathematics and Statistical Science / SSPub. May 2017. Vol. 3, Iss. 5. P. 139–148.
22. **Omorov R.** Robust Stability of Interval Dynamic Systems. Beau Bassin: LAP LAMBERT, 2017. 74 p.
23. **Пелевин А. Е.** Синтез робастного закона управления при неопределенностях параметров модели объекта // Гирометрия и навигация. 1999. № 2(25). С. 63–74.
24. **Поляк Б. Т., Цыпкин Я. З.** Частотные критерии робастной устойчивости и апериодичности линейных систем // Автоматика и телемеханика. 1990. № 9. С. 45–54.
25. **Поляк Б. Т., Цыпкин Я. З.** Робастная устойчивость при комплексных возмущениях параметров // Автоматика и телемеханика. 1991. № 8. С. 45–55.
26. **Поляк Б. Т., Цыпкин Я. З.** Робастная устойчивость линейных систем // Итоги науки и техники. Сер. Техническая кибернетика. Т. 32. М.: ВИНТИ, 1991. Т. 32. С. 3–31.
27. **Поляк Б. Т., Цыпкин Я. З.** Робастный критерий Найквиста // Автоматика и телемеханика. 1992. № 7. С. 25–31.
28. **Поляк Б. Т., Щербаков П. С.** Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 384 с.
29. **Поляк Б. Т., Щербаков П. С.** Сверхустойчивые линейные системы управления. I. Анализ // Автоматика и телемеханика. 2002. № 8. С. 37–53.
30. **Харитонов В. Л.** Об асимптотической устойчивости положения равновесия семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. 1978. Т. 14, № 11. С. 2086–2088.
31. **Харитонов В. Л.** Об одном обобщении критерия устойчивости // Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат. 1978. № 1. С. 53–55.
32. **Розенвассер Е. Н., Юсупов Р. М.** Чувствительность систем управления. М.: Наука, 1981. 464 с.
33. **Хьюбер П.** Робастность в статистике / Пер. с англ. Под ред. Н. Г. Журбенко. М.: Мир, 1984. 304 с.
34. **Гантмахер Ф. Р.** Теория матриц. М.: Наука, 1966. 576 с.
35. **Barmish B. R., Hollot C. V.** Counter-example to a recent result on the stability by S. Bialas // Int. J. Control. 1984. Vol. 39, N. 5. P. 1103–1104.
36. **Barmish B. R., Fu M., Saleh S.** Stability of a polytope of matrices: Counterexamples // IEEE Trans. Automatic Control. 1988. V. AC-33, N. 6. P. 569–572.
37. **Bialas S.** A necessary and sufficient condition for stability of internal matrices // Int. J. Control. 1983. V. 37, N. 4. P. 717–722.
38. **Kraus F. J., Anderson B. D. O., Jury E. I., Mansour M.** On the robustness of low order Shur polynomials // IEEE Trans. Circ. Systems. 1988. V. CAS-35, N. 5. P. 570–577.
39. **Mansour M., Kraus F. J.** On robust stability of Shur polynomials // Report N 87-05, Inst. Autom. Cont. Ind. Electronics, Swiss, Fed. Inst. Tech. (ETH). Zurich, 1987.
40. **Химмельблау Д.** Прикладное нелинейное программирование / Пер. с англ. М.: Мир. 1975. 534 с.
41. **Rohn J.** Regularity of Interval Matrices and Theorems of Alternatives // Reliable Computing. 2006. V. 12. P. 99–105.
42. **Bartlett A. C., Hollot C. V., Lin H.** Root location of an entire polytope of polynomials: it suffices to check the edges // Math. Contr., Signals, Syst. 1987. V. 1, N. 1. P. 61–71.
43. **Цыпкин Я. З.** Теория импульсных систем. М.: Физматгиз, 1958. 724 с.
44. **Bose N. K., Zeheb E.** Kharitonov's theorem and stability test of multidimensional digital filters // IEEE Proc. Pt. G. 1986. V. 133, N. 4. P. 187–190.
45. **Cieslik J.** On possibilities of the extension for Kharitonov's stability test for interval polynomials to the discrete case // IEEE Trans. Automat. Control. 1987. V. AC-32, N. 3. P. 237–238.

Robust of Interval Dynamic Systems

R. O. Omorov, romano_ip@list.ru,

Institute of physics and technology problems and materials science
of National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic, 720071, Bishkek

*Corresponding author: Omorov Roman O., Chief Researcher,
Institute of physics and technology problems and materials science of National Academy of Sciences
of the Kyrgyz Republic, 720071, Bishkek, e-mail: romano_ip@list.ru*

Accepted on February 01, 2019

Abstract

The frequency and algebraic directions of researches of robust stability are considered. Frequency or Tsytkin-Polyaka's direction is considered briefly in a survey order. The algebraic or Kharitonov's direction is considered more more widely, namely basic provisions and results of the Algebraic method of robust stability of interval dynamic systems developed within development algebraic or Kharitonov's direction of robust stability are presented. Fundamental works of V. L. Kharitonov since issue have caused a huge flow of the publications connected with extreme relevance of the solution of problems of a robustness of systems. So far from a circle of problems of a robustness many issues of robust stability are resolved. Discrete analogs and versions of theorems of Kharitonov are received. Frequency conditions of robust stability are considered and solved in Ya. Z. Tsytkin, B. T. Polyak, Yu. I. Neymark works. However in a problem of robust stability not all issues are

so far resolved, especially big contradictions have arisen in a continuous case. Also the tasks considered here for interval matrixes and polyhedrons of matrixes haven't been solved. In work the theorem like the third theorem of Kharitonov which cancels counterexamples to former known results in this direction is formulated and proved and also on its basis the costal theorem for polyhedrons of matrixes is proved. The new costal theorem also cancels counterexamples for this case. To the main theorem of the considered algebraic method the specifying remark is formulated that in the absence of a full set of four angular polynoms of Kharitonov of a condition of this theorem are necessary, but can be insufficient for stability of system. Determination of angular separate coefficients of a characteristic polynom of system is generally carried out by means of use of methods of nonlinear programming. For a discrete case the discrete analog of the theorem of Kharitonov which is received on the basis of Schur's theorem is presented. At the same time, the concepts of points and intervals of a variableless used for the theorem of an analog of a continuous case are entered. The algorithm of definition of a robustness of discrete systems is formulated. The main results, the Algebraic method of robust stability developed by the author are illustrated with cancellation of the counterexamples widely known from scientific literature.

Keywords: robust stability, interval dynamic systems, frequency and algebraic directions of robust stability, algebraic method of robust stability, continuous and discrete linear interval systems, interval matrix, polyhedron of matrixes, angular polynoms of Kharitonov, Kharitonov's theorem, points and intervals of variableless

For citation:

Omorov R. O. Robust of Interval Dynamic Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 6, pp. 333–340.

DOI: 10.17587/mau.20.333-340

References

1. **Andronov A. A., Pontryagin L. S.** *Dokl. AN SSSR*, 1937, vol. 14, no. 5, pp. 247–250 (in Russian).
2. **Anosov D. V.** *Topologiya, obyknovennye differentsial'nye uravneniya, dinamicheskie sistemy: Sb. obzornykh statei. 2. K 50-letiyu instituta (Trudy MIAN SSSR)*, Vol. 169, Moscow, Nauka, 1985, pp. 59–93 (in Russian).
3. **Faedo S.** *Ann. Sc. Norm. Sup. Piza, Sci. Fiz. Mat.*, 1953, vol. 7, no. 1–2, pp. 53–63.
4. **Ackermann J. D.** *Sampled-data control systems. Analysis and Synthesis, robust system design (Lecture notes in control and information sciences)*, Springer-verlag, Berlin, Heidelberg, 1985.
5. **Dorato P. A.** *IEEE Contr. Syst. Magazine*, 1987, vol. 7, no. 2, pp. 44–47.
6. **Voronov K. V., Koroleva O. I., Nikiforov V. O.** *Avtomatika i Telemekhanika*, 2001, no. 2, pp. 112–121 (in Russian).
7. **Gusev Yu. M., Efanov V. N., Krymskii V. G.** et al. *Izv. AN SSSR. Tekhn. Kibernetika*, 1991, no. 1, pp. 3–23 (in Russian).
8. **Gusev Yu. M., Efanov V. N., Krymskii V. G.** et al. *Izv. AN SSSR. Tekhn. Kibernetika*, 1991, no. 2, pp. 3–30 (in Russian).
9. **Dzhuri E. I.** *Avtomatika i Telemekhanika*, 1990, no. 5, pp. 4–28 (in Russian).
10. **Avtomatika i Telemekhanika, 1992, no. 1, pp. 165–176 (in Russian).**
11. **Kuntsevich V. M.** *Control in the conditions of uncertainty: the guaranteed results in tasks of controlling and identification*, Kiev, Nauk. dumka, 2006, 264 p. (in Russian).
12. **Neimark Yu. I.** *Avtomatika i Telemekhanika*, 1992, no. 7, pp. 10–18 (in Russian).
13. **Nikiforov V. O.** *Avtomatika i Telemekhanika*, 1998, no. 9, pp. 87–99 (in Russian).
14. **Omorov R. O.** *Avtomatika i Telemekhanika*, 1991, no. 8, pp. 36–45 (in Russian).
15. **Omorov R. O.** *Quantitative measures of roughness of dynamic systems and their annexes to control systems*, Avtoreferat dissertatsii doktora tekhnicheskikh nauk, Leningrad, LITMO, 1993, 38 p. (in Russian).
16. **Omorov R. O.** *Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 1995, no. 1, pp. 22–27 (in Russian).
17. **Omorov R. O.** *Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 1995, no. 3, pp. 3–7 (in Russian).
18. **Omorov R. O.** *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 1996, vol. 34, no. 3, pp. 69–74.
19. **Omorov R. O.** *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 1996, vol. 34, no. 4, pp. 1–5.
20. **Omorov R. O.** *Nauka i Noveye Tekhnologii*, 2002, no. 3, pp. 5–10 (in Russian).
21. **Omorov R.** *Journal of Mathematics and Statistical Science / SSPub.*, may 2017, vol. 3, iss. 5, pp. 139–148.
22. **Omorov R.** *Robust Stability of Interval Dynamic Systems*, Beau Bassin, LAP LAMBERT, 2017, 74 p.
23. **Pelevin A. E.** *Girokopiya i Navigatsiya*, 1999, no. 2(25), pp. 63–74 (in Russian).
24. **Polyak B. T., Tsyppkin Ya. Z.** *Avtomatika i Telemekhanika*, 1990, no. 9, pp. 45–54 (in Russian).
25. **Polyak B. T., Tsyppkin Ya. Z.** *Avtomatika i Telemekhanika*, 1991, no. 8, pp. 45–55 (in Russian).
26. **Polyak B. T., Tsyppkin Ya. Z.** *Itogi nauki i tekhniki. Ser. Tekhnicheskaya kibernetika*, vol. 32, Moscow, VINITI, 1991, vol. 32, pp. 3–31 (in Russian).
27. **Polyak B. T., Tsyppkin Ya. Z.** *Avtomatika i Telemekhanika*, 1992, no. 7, pp. 25–31 (in Russian).
28. **Polyak B. T., Shcherbakov P. S.** *Robust stability and control*, Moscow, Nauka, 2002, 384 p. (in Russian).
29. **Polyak B. T., Shcherbakov P. S.** *Avtomatika i Telemekhanika*, 2002, no. 8, pp. 37–53 (in Russian).
30. **Kharitonov V. L.** *Differents. Uravneniya*, 1978, vol. 14, no. 11, pp. 2086–2088 (in Russian).
31. **Kharitonov V. L.** *Izv. AN KazSSR. Ser. fiz.-mat.*, 1978, no. 1, pp. 53–55 (in Russian).
32. **Rozenvasser E. N., Yusupov R. M.** *Sensitivity of control systems*, Moscow, Nauka, 1981, 464 p. (in Russian).
33. **Kh'yuber P.** *Robustness in statistics*, Moscow, Mir, 1984, 304 p. (in Russian).
34. **Gantmakher F. R.** *Theory of matrixes*, Moscow, Nauka, 1966, 576 p. (in Russian).
35. **Barmish B. R., Hollot C. V.** *Int. J. Control*, 1984, vol. 39, no. 5, pp. 1103–1104.
36. **Barmish B. R., Fu M., Saleh S.** *IEEE Trans. Automatic Control*, 1988, vol. AC-33, no. 6, pp. 569–572.
37. **Bialas S.** *Int. J. Control*, 1983, vol. 37, no. 4, pp. 717–722.
38. **Kraus F. J., Anderson B. D. O., Jury E. I., Mansour M.** *IEEE Trans. Circ. Systems*, 1988, vol. CAS-35, no. 5, pp. 570–577.
39. **Mansour M., Kraus F. J.** *On robust stability of Shur polynomials*, Report N 87-05, Inst. Autom. Cont. Ind. Electronics, Swiss, Fed. Inst. Tech. (ETH). Zurich, 1987.
40. **Khimel'blau D.** *Applied nonlinear programming*, Moscow, Mir, 1975, 534 p. (in Russian).
41. **Rohn J.** *Reliable Computing*, 2006, no. 12, pp. 99–105.
42. **Bartlett A. C., Hollot C. V., Lin H.** *Math. Contr., Signals, Syst.*, 1987, vol. 1, no. 1, pp. 61–71.
43. **Tsyppkin Ya. Z.** *Theory of impulse systems*, Moscow, Fizmatgiz, 1958, 724 p. (in Russian).
44. **Bose N. K., Zeheb E.** *IEEE Proc. Pt. G.*, 1986, vol. 133, no. 4, pp. 187–190.
45. **Cieslik J.** *IEEE Trans. Automat. Control*, 1987, vol. AC-32, no. 3, pp. 237–238.

Б. В. Сухинин, д-р техн. наук, проф., eeo@uic.tula.ru, В. В. Сурков, д-р техн. наук, проф., vvs150747@mail.ru, Тульский государственный университет, г. Тула

К вопросу о робастных системах автоматического управления

Предлагается продолжить обсуждение проблем, теоретических основ и практических особенностей построения и синтеза робастных систем управления с большим коэффициентом усиления, позволяющих управлять многомерными нелинейными динамическими объектами высокой размерности с функциональными неопределенностями.

Если проблемы не решаются на том уровне, где они появились, необходимо подняться на уровень выше, на более высокую ступень понимания законов природы или словами мастера Люй-Ши Чунь Цю (Китай III век до н.э.): "Мальчик ростом пять чи ведет быка за уздечку и бык подчиняется ему во всем. Это происходит оттого, что человек в данном случае следует естественности" (законам природы). В основу философии дзюдо ("мягкий путь") заложены принципы использования силы и энергии противника для достижения победы.

Целью настоящей работы является демонстрация теоретических аспектов и практических особенностей методов синтеза оптимальных систем управления по критерию максимальной точности воспроизведения на примере робастных систем, позволяющих управлять динамическими объектами с функциональными неопределенностями, в том числе неустойчивыми; неминимально-фазовыми; нейтральными; обладающими свойствами дифференцирования. Простота (на уровне инженера) и универсальность, математическая строгость и физическая обоснованность данного подхода заключается в использовании философии дзюдо: подавлении динамики функционально неопределенного объекта и внешних возмущений за счет бесконечно большого коэффициента усиления при конечном сигнале управления с сохранением устойчивости.

Теоретически исчерпывающее решение задачи робастного управления дает идея построения систем, устойчивых при неограниченном увеличении коэффициента усиления. Свойствами устойчивости при этом обладают оптимальные системы, синтезированные с применением квадратичных функционалов качества, не зависящих явно от управляющего сигнала, и при ограничении на управляющий сигнал. Существенно, что в отличие от непрерывных систем с не измеряемыми возмущениями и малоизвестным объектом, в которых условия инвариантности предполагают использование бесконечно больших коэффициентов усиления, в релейных (разрывных) системах эквивалентный эффект достигается с помощью конечных управляющих воздействий. Приятным бонусом является повышение точности до оптимального значения и снижение установившейся ошибки до теоретически строго нулевой ошибки регулирования, причем все коэффициенты ошибок (по положению, скорости, ускорению, рывку и т. д.) также равны нулю при наличии внешних и внутренних помех. Фактически, оптимальная по точности система управления эквивалентна системе с астатизмом n -го порядка: регулятор содержит n последовательно включенных интеграторов.

Ключевые слова: неопределенный объект, большой коэффициент усиления, оптимальная точность, синтез управления, устойчивость, функциональное уравнение, условие управляемости

Чем меньше известен объект управления,
тем больше расход энергии управления и
тем выше должно быть качество управления

Оптимальное управление — то управление, в котором
достигается наивысший уровень качества управления

Введение

Мировоззренческая значимость науки о процессах управления и самоуправления, как справедливо заметил А. А. Колесников [1], определяется тем важным обстоятельством, что, как утверждают ученые Санкт-Петербургского госуниверситета (СПбУ) в своей работе "Достаточно общая теория управления" (ДОТУ), "... всякий процесс в Мироздании может быть интерпретирован в качестве процесса управления или самоуправления. По этой причине понятийный и терминологический аппарат именно теории управления как таковой является обобщающим, что позволяет с его помощью единообразно описывать разные про-

цессы: общеприродные, биологические, технические ...". Добавим: и качественно управлять. Управлять можно чем угодно или кем угодно, например, даже в таких областях, как организация и управление целыми государствами; производство товаров, экономика, менеджмент, биология, военное дело, политика или здоровье отдельного человека, его успехи.

Для успешного решения вопросов управления с наивысшим уровнем качества должны быть выполнены три условия: известен объект управления, причем чем меньше известен объект управления, тем больше расход энергии управления; известна конечная цель управления и известен критерий оценки качества управления. Если нет хотя бы одного из этих

условий — нет смысла приступать к решению задачи управления. Подразумевается, что в задачах управления присутствуют, как минимум, два взаимодействующих блока (подсистемы): объект управления (ОУ) и субъект управления, которым может быть человек (ручное управление) или система управления (СУ) (автоматическое управление (самоуправление)). Часто СУ называют регулятором (Р).

Например, в основу философии дзюдо ("мягкий путь") заложены принципы использования силы и энергии противника для достижения победы. Здесь: противник — ОУ, победа — конечная цель управления и одновременно критерий, дзюдо — метод или идеология, или концепция управления.

Для надежной и продолжительной работы системы (особенно мобильной) в автоматическом режиме эти условия необходимо дополнить условием достаточности энергии, автоматически возобновляемой непосредственно в самой системе.

В данной статье мы сузим круг задач и ограничимся рассмотрением вопросов теории оптимального управления применительно к технике и, в частности, к робастному управлению, оставив на ближайшее будущее вопросы снабжения альтернативной электрической энергией.

В настоящее время в теории управления используется множество методов, что является следствием нерешенных до сих пор проблем управления нелинейными, многомерными и многосвязными системами: "Проблемы системного синтеза по-прежнему являются весьма актуальными, трудными и во многом практически малодоступными для современной теории управления" [1]. Именно поэтому в последнее время появились многочисленные работы по различным популярным направлениям нелинейной теории управления: методы АКАР и бэкстеппинг [1], на основе прогнозирующих моделей или на основе полиэдральной методологии, методы адаптивного и интеллектуального управления, методы на основе использования нейронных сетей и нечетких алгоритмов, методы управления объектами с малоизвестной (или малоизученной?) математической моделью [2—4].

Основные методы управления объектами с неизвестной или неполной математической моделью в условиях неопределенности (робастное управление или грубое управление) возникли в 80-е годы XX столетия. В насто-

ящее время большинство авторов используют H_∞ - или K_∞ -теории управления для "решения различных робастных задач, приводящих не известно откуда к появлению больших коэффициентов усиления" [2].

Подробно исследовав основные методы синтеза робастных систем управления с большим коэффициентом усиления (МБКУ), их достоинства и недостатки, автор статьи [3] показал, что

- "основным недостатком МБКУ является преобладание эвристических рассуждений и, как следствие, слабая математическая и методологическая основа".
 - "Кажущийся на первый взгляд простым, метод МБКУ при синтезе наталкивается на принципиальную трудность — увеличение коэффициента усиления (K) приводит к потере устойчивости системы. Здесь подтверждается сомнительность решения сложных задач простыми эвристическими приемами в соответствии со старой истиной — "чудес не бывает" [4]".
 - "Уникальность проблемы робастности привело к привлечению специальных разделов математики и разработке почти нового математического аппарата. Однако усилие решить плохо формализуемые практические задачи математическими средствами часто приводит к "методологическому кризису" [5]".
- Одним из направлений синтеза робастных систем управления, оставшихся в стороне от "виртуального математического нашествия" [3], может являться метод синтеза оптимальных (с наилучшим качеством, в отличие от всех перечисленных выше) систем управления на основе динамического программирования Р. Беллмана (Richard Ernest Bellman), предложенный еще в 40-х годах прошлого века и до сих пор не нашедший должного развития у исследователей. По-видимому, основными причинами этого являются:

- математическая сложность решения уравнения Беллмана в частных производных, особенно для нелинейных ОУ. В настоящее время не существует универсального способа решения, позволяющего в аналитической форме найти функцию Беллмана;
- в заданном классе допустимых управлений не всегда существует такое, при котором достигается минимум уравнения Беллмана;
- функция Беллмана не всегда обладает той гладкостью, которая предполагается при записи уравнения Беллмана. Иными слова-

ми, решение уравнения Беллмана не обязательно совпадает с соответствующей функцией Беллмана. Требование непрерывной дифференцируемости (гладкости) функции Беллмана является существенно ограничительным; оно не выполняется во многих, даже простых задачах, например, в задаче о быстродействии при управлении двумя последовательно соединенными интеграторами. Это приводит к тому, что функция Беллмана оказывается разрывной функцией при определенных значениях своих аргументов даже для линейных ОУ;

- решение уравнения Беллмана может оказаться не единственным. В этом случае требуется дополнительное исследование, позволяющее установить, какое из этих решений является функцией Беллмана исходной задачи оптимального управления;
- наиболее серьезная проблема связана с тем, что при увеличении порядка математической модели ОУ объем вычислений, необходимых для решения задачи синтеза оптимальной системы управления, стремительно нарастает. "Чтобы убедиться в этом, — отмечает А. А. Колесников, — достаточно упомянуть о знаменитой задаче поиска решения основного функционального уравнения Беллмана, которое определяет законы оптимального управления в нелинейной теории АКОР. Хотя это уравнение известно более 30 лет, с тех пор в поисках его численных решений фактически никакого продвижения вперед нет". Американский ученый Р. Беллман назвал это явление "проклятием размерности".

Целью настоящей работы является демонстрация теоретических аспектов и практических особенностей методов синтеза оптимальных систем управления по критерию максимальной точности воспроизведения, позволяющих управлять динамическими объектами с функциональными неопределенностями, в том числе неустойчивыми; неминимально-фазовыми; нейтральными; обладающими свойствами дифференцирования. Простота (на уровне инженера) и универсальность, математическая строгость и физическая обоснованность данного подхода заключается в подавлении динамики функционально неопределенного объекта и внешних возмущений за счет бесконечно большого коэффициента усиления при конечном сигнале управления с сохранением устойчивости (по определению: оп-

тимальная система обязана быть устойчивой, иначе она не оптимальная).

Это не значит, что ОУ не надо предварительно изучать. Известно, что хорошо изученный ОУ — это половина решения задачи успешного управления. Изучать ОУ необходимо для того, чтобы установить основные физические принципы управления функционально неопределенным объектом в условиях внешних неконтролируемых возмущений с помощью обоснованного уровня математики. Как известно: математика без физики глупа, физика без математики слепа.

Предлагаемый путь решения проблем робастных систем управления

Главным содержанием теории автоматического управления является принцип обратной связи (замкнутая автоматическая система). На рис. 1 приведена общая структурная схема замкнутой системы автоматического управления с одним входом и одним выходом (для упрощения изложения, не влияющего на сущность решаемых проблем), состоящая из двух основных блоков (звеньев): объекта управления ОУ и субъекта управления СУ или регулятора Р. В технических системах часто СУ или Р называют схемой (системой) управления.

Тривиальная, на первый взгляд структурная схема, показанная на рис. 1, не так проста. Доказательством является то, что уже несколько десятков лет она служит неисчерпаемым источником новых идей в области автоматического управления. К настоящему моменту времени к автоматизации предъявляются принципиально новые требования, например, обеспечение робастности.

В системе (рис. 1) путем сравнения сигнала задания $x_{1\text{зад}}$ с сигналом обратной связи (сигналом выхода ОУ) x_1 регулятор Р (управляющее устройство) на основе сигнала ошибки Δx

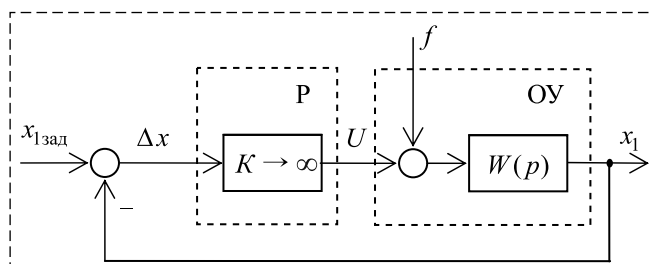


Рис. 1. Структурная схема системы автоматического управления
Fig. 1. The block diagram of the automatic control system

формирует управляющее воздействие u на объект. Сигнал задания $x_{\text{зад}}$ не должен содержать помех, так же, как и на регулятор не должны действовать помехи. На ОУ могут действовать внешние возмущающие воздействия (помехи) f , которые, как правило, легко приводятся к входу ОУ и искажают управляющее воздействие (мешают управлению). Все возмущающие воздействия фактически можно рассматривать как нежелательные управления, действующие непосредственно на объект, минуя регулятор. Некоторые из возмущающих воздействий могут быть полезными, т. е. такими, для преодоления которых и предназначен объект, например, полезный момент (момент нагрузки) двигателя. В большинстве случаев возмущающие воздействия заранее неизвестны и могут изменяться случайным или произвольным образом. В общем случае случайным образом может изменяться также и объект управления, например, его параметры или структура, которые можно назвать внутренними нежелательными возмущениями-управлениями и которые также легко приводятся к входу ОУ (рис. 2).

В соответствии с принципом обратной связи регулятор должен гасить влияние любого, даже заранее неизвестного, возмущающего воздействия (в определенных пределах), стремясь все время ликвидировать отклонение Δx , по какой бы причине оно не возникло. Регулятор тем лучше справляется со своей задачей, чем меньше это отклонение и чем быстрее его гашение. Здесь можно отметить две главные задачи, которые должен решать регулятор: как можно точнее ликвидировать отклонение (задача точности воспроизведения задания) и как можно быстрее создать условия для решения задачи точности (задача быстродействия).

Очевидно, что вначале надо решить задачу максимальной точности воспроизведения (что толку от того, что деталь изготовлена быстро, с минимумом ресурсов, но не точно). Поэтому оставим на ближайшее будущее вопросы быстродействия. Отметим только, что быстродействия ОУ можно достигнуть тремя способами или их комбинацией: либо существенным увеличением мощности управляющего сигнала (силовое управление, пример: мгновенное перемещение качелей на любой желаемый угол задания, здесь не идет речь о возникающих перегрузках ОУ), либо уменьшением влияния инерции и (или) гравитации на ОУ (не силовое управление, использующее новые знания об

управлении, пример: при давлении на ось гироскопа он безынерционно перемещается перпендикулярно вбок), либо применением традиционных способов при ограниченной мощности (незначительное силовое управление, использующее известные законы естественности поведения ОУ, пример: дзюдо или мальчик ростом пять чи ведет быка за уздечку и бык подчиняется ему во всем ...).

Для решения задачи точности необходимо выполнить два очевидных условия: 1) мощность регулятора совместно с объектом управления должна быть больше мощности возмущений (например, момента нагрузки); 2) чем больше K (рис. 1), тем меньше Δx , и при $K \rightarrow \infty$ $\Delta x = U/(K \rightarrow \infty) = 0$. Однако с увеличением K сигнал управления U также неограниченно увеличивается (что равносильно неограниченному увеличению мощности управления), и на сигнал управления приходится накладывать ограничение $|U| \leq U_m$, причем линейный регулятор превращается в релейный. Здесь U_m — напряжение питания ОУ, например, двигателя. Часто сигнал управления для удобства масштабируют: $U = U_m u$; $|u| \leq 1$. Кроме того, с увеличением K устойчивость обычной замкнутой системы уменьшается, вплоть до потери устойчивости.

Особенностью замкнутых релейных систем является возможность возникновения скользящих режимов. Скользящий режим работы релейной системы — это специфический режим, заключающийся в том, что при среднем значении сигнала на входе релейного элемента, равном нулю, под действием обратных связей, охватывающих этот элемент, он переключается с высокой частотой (теоретически с бесконечно высокой), и среднее значение выходного сигнала в это время по абсолютной величине меньше максимального, соответствующего одному из устойчивых положений релейного элемента.

Временно предположим, что каким-то образом решен вопрос устойчивости системы при $K \rightarrow \infty$. Тогда, как известно, передаточные функции по управляющему и возмущающему воздействиям (см. рис. 1):

$$\Phi_y(p) = \frac{x_1(p)}{x_{\text{зад}}(p)} = \frac{KW(p)}{1 + KW(p)} = 1;$$

$$\Phi_B(p) = \frac{x_1(p)}{f(p)} = \frac{W(p)}{1 + KW(p)} = 0,$$

при этом выходной сигнал спустя время регулирования t_p (t_p — время отсутствия обратной

связи или разомкнутого состояния системы при максимальном сигнале управления до возникновения скользящего режима) становится инвариантен к параметрам и структуре ОУ, т. е. в точности повторяет входной сигнал ($x_1 = x_{\text{зад}}$, $\Delta x = 0$ при любой передаточной функции ОУ) и инвариантен к любым возмущениям (помехам), в том числе случайным. На время t_p , естественно, влияет ОУ за счет своих динамических и прежде всего инерционных свойств (это вторая задача регулятора). Можно показать [6], что для точного отслеживания входного сигнала частота его изменения должна удовлетворять условию

$$\omega_0 \ll 2\pi/t_p. \quad (1)$$

Чем меньше t_p (чем больше быстродействие), тем выше может быть частота изменения входного сигнала. Наименьшим временем t_p (но не оптимальным быстродействием) обладают системы с оптимальным (минимальным) "расходом сигнала управления" (термин введен А. А. Красовским). Однако, чем выше частота помех, действующих на объект, тем меньше они оказывают влияние на скользящий режим работы (из-за инерционности ОУ). Наиболее "вредны" постоянные воздействия-помехи.

Итак, теоретически исчерпывающее решение задачи робастного управления дает идея построения систем, устойчивых при неограниченном увеличении коэффициента усиления. Свойствами устойчивости при $K \rightarrow \infty$ обладают оптимальные системы, синтезированные с применением квадратичных функционалов качества, не зависящих явно от управляющего сигнала, и ограничении на управляющий сигнал. Такой интегральный квадратичный функционал обеспечивает наиболее быстрые переходные процессы отработки рассогласования между действительным значением регулируемой переменной и ее предписанным значением, так как экстремалью такого функционала является единичная ступенчатая функция. Существенно, что в отличие от непрерывных систем с не измеряемыми возмущениями и малоизвестным объектом, в которых условия инвариантности предполагают использование бесконечно больших коэффициентов усиления, в релейных (разрывных) системах эквивалентный эффект достигается с помощью конечных управляющих воздействий. Приятным бонусом является повышение точности до оптимального значения и снижение установив-

шейся ошибки до теоретически строго нулевой ошибки регулирования, причем все коэффициенты ошибок (по положению, скорости, ускорению, рывку и т. д.) также равны нулю при наличии внешних и внутренних помех. Фактически, оптимальная по точности система управления эквивалентна системе с астатизмом n -го порядка: регулятор содержит n последовательно включенных интеграторов, n — порядок ОУ (здесь не затрагиваются вопросы устойчивости такой системы).

Описание метода решения

Один из возможных подходов к разработке математически строгой физической теории робастного управления может базироваться на теории аналитического конструирования оптимальных регуляторов [7] по критерию максимальной точности воспроизведения (АКОРТ).

Общим признаком интегральных критериев точности регулирования является их независимость в явной форме от управления:

$$J = \int_0^T F_0(\mathbf{X}) dt, \quad F_0(\mathbf{X}) > 0,$$

время T — не определено, (2)

где $\mathbf{X}$ — вектор состояния ОУ, причем критерий быстродействия является частным случаем критерия точности при $F_0(\mathbf{X}) = 1$ или критерий быстродействия является одновременно и критерием точности. Можно показать [6], что в рамках общего критерия точности (2) находится также и энергосберегающий критерий расхода "сигнала управления", присутствующий в критерии обобщенной работы А. А. Красовского.

Известно (например, из принципа максимума Л. С. Понтрягина или динамического программирования Р. Э. Беллмана), что минимизация критерия (2) обеспечивается идеальными релейными управлениями:

$$u_{ij}(t) = -\text{sign}(\psi_{ij}(\mathbf{X})), \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m, \quad (3)$$

где $|u_{ij}(t)| \leq 1$, $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ — вектор состояния (вектор фазовых координат) ОУ; n — порядок ОУ (максимальное число интервалов управления); m — число управляющих воздействий; $\psi_{ij}(\mathbf{X})$ — искомые функции переключения, причем $\psi_{ij}(\mathbf{X}) = 0$ — поверхности переключения, проходящие через начало координат $\psi_{ij}(0) = 0$.

Пусть ОУ с функциональной неопределенностью описывается векторно-матричным нелинейным дифференциальным уравнением возмущенного движения в соответствии с теорией возмущенно-невозмущенного движения А. М. Ляпунова:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{X}) + \mathbf{B}(\mathbf{X})\mathbf{U} + \mathbf{V}(t), \quad (4)$$

где $\mathbf{U} = (u_1, \dots, u_m)^T$ — вектор управления; $\mathbf{A}(\mathbf{X}) = (a_1(\mathbf{X}), \dots, a_n(\mathbf{X}))^T$ — нелинейная нестационарная ограниченная вектор-функция; $\mathbf{B}(\mathbf{X}) = (b_{ij}(\mathbf{X}))_{n \times m}$ — нелинейная нестационарная ограниченная функциональная матрица; $\mathbf{V}(t) = (\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n)^T$ — вектор-функция неконтролируемых ограниченных внешних возмущений. Предполагается, как минимум, что известен (из ничего сделать чего-либо невозможно) и может быть измерен вектор состояния ОУ с необходимой точностью и известны входы подачи управляющих воздействий. В будущем решим задачу, предполагая, что известна и может быть измерена только выходная координата объекта управления, однако закон управления будет сложнее.

Для упрощения дальнейшего изложения, не влияющего на сущность решаемой задачи, рассмотрим одномерный объект $(b_n(\mathbf{X}))$ и представим матричное уравнение (4) в виде системы обычных дифференциальных уравнений в форме Коши с учетом масштабирования сигнала управления:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1(\cdot) + \vartheta_1(\cdot); \\ \dot{x}_2 = a_2(\cdot) + \vartheta_2(\cdot); \\ \dots\dots\dots \\ \dot{x}_n = a_n(\cdot) + b(\cdot)U_mu + \vartheta_n(\cdot). \end{cases} \quad (5)$$

В будущем распространим решение задачи синтеза в аналитическом виде закона оптимального управления, стабилизирующего движение объекта по выходной координате x_1 с нулевой ошибкой регулирования, и на многомерные объекты с m входами управления.

Поскольку $\mathbf{A}(\cdot)$, $\mathbf{B}(\cdot)$ и $\mathbf{V}(\cdot)$ являются неизвестными, то представим объект (4), (5) в виде линейной известной части и нелинейной неизвестной части:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + f_i(\cdot); & f_i(\cdot) = -x_{i+1} + a_i(\cdot) + \vartheta_i(\cdot); \\ \dot{x}_n = f_n(\cdot) + b(\cdot)U_mu; & f_n(\cdot) = a_n(\cdot) + \vartheta_n(\cdot), \end{cases} \quad (6) \\ i = 1, 2, \dots, n-1.$$

Здесь линейная часть объекта представлена наиболее простым последовательным соединением n интегрирующих звеньев (рис. 2). Все $f_i(\cdot)$, $b(\cdot)$ можно рассматривать как нежелательные помехи, действующие на объект.

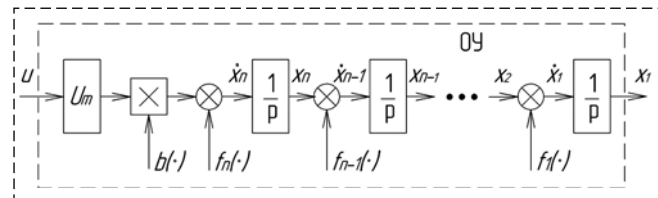


Рис. 2. Структурная схема объекта управления
Fig. 2. The block diagram of the control object

Рассмотрим решение задачи синтеза закона оптимального управления объектом (6) с использованием идеологии теории АКОРТ [6, 7].

Решение. Составим функциональное уравнение для объекта (6), предполагая $g_i = \text{const} \neq 0$, $g_1 = 1$ (т. е. будем искать решение в классе линейных обратных связей), аналогично работе [7]:

$$\dot{\psi}(\mathbf{X}) = \dot{x}_1 + g_2\dot{x}_2 + \dots + g_n\dot{x}_n. \quad (7)$$

В этом случае функция переключения ψ определяется простым интегрированием уравнения (7):

$$\psi = x_1 + g_2x_2 + \dots + g_nx_n + C, \quad (8)$$

где C — постоянная интегрирования. потребовав, чтобы поверхность переключения $\psi(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ проходила через начало координат ($x_1 = 0, x_2 = 0, \dots, x_n = 0$), получим: $C = 0$ в случае аналитического интегрирования уравнения (7).

Подставим в уравнение (7) уравнения объекта:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}(\mathbf{X}) &= \dot{x}_1 + g_2(\dot{x}_2 + f_2) + \dots \\ &\dots + g_{n-1}(x_n + f_{n-1}) + g_n(bU_mu + f_n) = \\ &= x_2 + g_2x_3 + \dots + g_{n-1}x_n + g_nbU_mu + f, \end{aligned} \quad (9)$$

где $f = f_1 + g_2f_2 + \dots + g_nf_n$.

По уравнению (9) запишем условие управляемости (оно же: реализуемости, устойчивости, возникновения скользящего режима):

$$|x_2 + g_2x_3 + \dots + g_{n-1}x_n + f| \leq g_nbU_m. \quad (10)$$

Ограничение (10) затруднительно реализовать при неизвестных функциях f и b . Един-

ственный способ обеспечить выполнение условия (10) — увеличение U_m (например, для самого "плохого" варианта, а также возможно динамическое изменение U_m в зависимости от текущих условий) или надо менять ОУ на более мощный. За малоизученный объект управления приходится платить повышенным расходом энергии управления (например, в Америке до сих пор работают целые институты по изучению ОУ — России). Однако в любом случае управление $u = -\text{sign}\psi$ неизбежно переведет объект в какую угодно малую окрестность поверхности переключения $\psi = 0$:

$$\psi = x_1 + g_2 x_2 + \dots + g_n x_n = 0. \quad (11)$$

Движение объекта вдоль поверхности переключения к началу координат будет происходить в скользящем режиме при выполнении условий (10), (11). Дифференцируя уравнение (11), подставляя уравнения линеаризованного объекта (6), получим характеристическое уравнение $(n - 1)$ -го порядка (по А. А. Колесникову, произошло сжатие фазового пространства):

$$1 + g_2 p + \dots + g_n p^{n-1} = 0. \quad (12)$$

Применяя многочисленные хорошо известные методы определения устойчивости (например, критерий Гурвица), определяем соотношения для g_i .

Если в результате изучения ОУ функция $b(\cdot)$ известна, то можно поручить регулятору измерить вектор производных $\dot{\mathbf{X}} = (\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n)^T$ от вектора состояния с помощью наблюдающего устройства за вектором фазовых координат $\mathbf{X} = (x_1, \dots, x_n)^T$, используя тот же метод АКОРТ, затем вычислить по уравнениям объекта (6) все $f_i(\cdot)$, $i = 1, 2, \dots, n$, и реализовать ограничение (10). В этом случае не потребуется увеличивать U_m , чтобы не допускать перерасход энергии управления. Однако время t_p должно возрасти из-за ограничения (10).

Если вектор $\mathbf{X}$ неизвестен, то его можно восстановить по выходной координате x_1 и известному порядку n ОУ.

При неизвестном порядке ОУ его можно попытаться определить путем постепенного увеличения n до необходимого значения и периодической проверкой системы управления на качество работы ОУ.

Иллюстрация полученных результатов исследования

Рассмотрим пример 2, взятый из работы [1], где приведены сравнительные характеристики и выявлены достоинства и недостатки различных методов АКАР и бэкстеппинга:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 + x_1^3 x_2^2; \\ \dot{x}_2 &= x_2(x_3 + x_4); \\ \dot{x}_3 &= x_4; \quad \dot{x}_4 = U_m u. \end{aligned} \quad (13)$$

Будем предполагать, что уравнения реально-го объекта (13) записаны в отклонениях с учетом масштабирования сигнала управления.

Решение. Представим объект (13) в виде линейной известной части и нелинейной неизвестной для нас части:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + f_1(\cdot); & f_1(\cdot) &= -x_2 - x_1 + x_1^3 x_2^2; \\ \dot{x}_2 &= x_3 + f_2(\cdot); & f_2(\cdot) &= -x_3 + x_2(x_3 + x_4); \\ \dot{x}_3 &= x_4; & \dot{x}_4 &= U_m u. \end{aligned} \quad (14)$$

Функциональное уравнение:

$$\psi(\mathbf{X}) = \dot{x}_1 + g_2 \dot{x}_2 + g_3 \dot{x}_3 + g_4 \dot{x}_4. \quad (15)$$

Функция переключения:

$$\psi = x_1 + g_2 x_2 + g_3 x_3 + g_4 x_4. \quad (16)$$

Дифференцируя уравнение $\psi = 0$, подставляя уравнения линеаризованного объекта (14), получим характеристическое уравнение:

$$1 + g_2 p + g_3 p^2 + g_4 p^3 = 0. \quad (17)$$

Применяя критерий Гурвица, определяем соотношения для g_i :

$$g_i > 0, \quad i = \overline{1, 4}; \quad g_2 g_3 > g_4. \quad (18)$$

Любые ограничения, например, ограничение $|x_4| \leq 1$, учитываются методом подчиненного управления.

Как дополнительный бонус: поскольку выбор g_i с учетом (18) произволен, то подбором коэффициентов или соответствующими расчетами (см., например [4]) можно обеспечить наибольшее быстродействие системе с линейными обратными связями для данных начальных условий. Так, для монотонной переходной характеристики [4] должны быть кратные корни уравнения (17). При этом $g_2 = g_3 = 3$, $g_4 = 1$,

и закон управления в отклонениях при ограничении координаты x_4 имеет вид

$$u = -\text{sign}(\text{sign}(x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4) - x_4). \quad (19)$$

Здесь важно отметить, что линейные обратные связи могут и не дать наименьшее время переходного процесса в общем случае (при изменении начальных условий, параметров ОУ или возмущений).

На рис. 3 приведены результаты моделирования объекта (13) с управлением (19) при $x_1(0) = 1, x_2(0) = 0,5, x_3(0) = 1, x_4(0) = 0,5, U_m = 10, |x_4| \leq 1$.

По сравнению с рисунками (рис. 1–4) примера 2, приведенными в работе [1], здесь при том же характере переходных процессов их время меньше, а закон управления проще по структуре и математическому выводу, и для его получения не надо ничего выдумывать в отличие от других методов. Если координату x_4 не ограничивать, то ее отрицательное значение доходит до 3,625 единиц при несущественном уменьшении времени переходных процессов. Из рис. 3 следует, что при $t_p \approx 5$ в системе начинается устойчивый скользящий режим.

Рассмотрим следующий интересный пример из работы [4]. Решим задачу управления

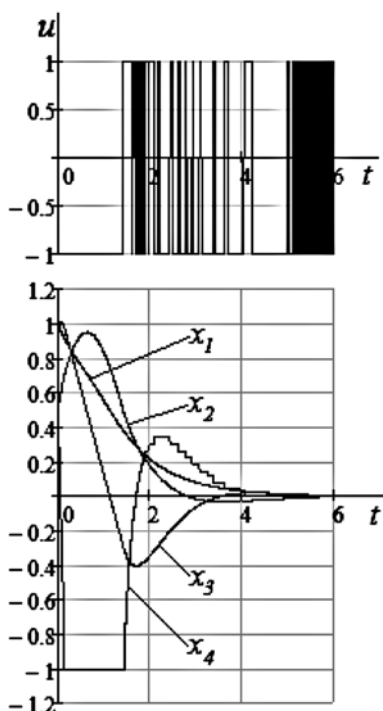


Рис. 3. Переходные процессы в системе (13), (19)
Fig. 3. Transients in the system (13), (19)

параметрическим маятником с периодически изменяющимися коэффициентами:

$$\ddot{y} = -a \frac{\dot{R}}{R} \dot{y} - g \frac{1}{R} \sin y + \frac{1}{mR^2} U + n(t),$$

где $m = 1$ кг, $g = 9,81$ м/с², $a = 2$; $0 < R_m \leq R \leq R_M$, $y(0) = (0 \ 0)^T, |U| \leq 60$.

Уравнение движения груза:

$$R = 0,8 + 0,1 \sin(8t) + 0,3 \cos(4t).$$

На объект в точке приложения управления действует гауссовская помеха $n(t)$, представленная в работе [4, рис. 1], из которого следует, что $|n(t)| \leq 1,5$. В свое время Фурье Жан Батист Жозеф показал, что любой случайный сигнал (в том числе и гауссовскую помеху) можно представить неограниченной суммой не случайных (детерминированных) синусоидальных воздействий определенной амплитуды, частоты и фазы. При моделировании заменим гауссовскую помеху на синусоидальный сигнал с той же амплитудой и набором разных частот.

Обозначим: $x_1 = y, x_2 = \dot{y}, U = 60u, |u| \leq 1$. Запишем уравнение объекта в форме Коши:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= -a \frac{\dot{R}}{R} x_2 - g \frac{1}{R} \sin(x_1) + \frac{60}{mR^2} u + n(t). \end{aligned} \quad (20)$$

Из работы [4, рис. 2, а] следует, что $45 \leq \frac{60}{mR^2} \leq 294$ — положительно определенная ограниченная функция с минимальным значением, равным 45.

Эталонная траектория (сигнал задания) в работе [4] задана в виде

$$y_d = 0,5 \sin(0,5t) + 0,5 \cos t.$$

Решение. Функциональное уравнение имеет вид

$$\dot{\psi}(\mathbf{X}) = \dot{x}_1 + g_2 \dot{x}_2 \quad (21)$$

и функция переключения

$$\psi = x_1 + g_2 x_2. \quad (22)$$

Подставим в уравнение (21) уравнения объекта:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}(\mathbf{X}) &= x_2 - ag_2 \frac{\dot{R}}{R} x_2 - \\ &- g_2 g \frac{1}{R} \sin x_1 + g_2 n(t) + g_2 \frac{60}{mR^2} u. \end{aligned} \quad (23)$$

Условие управляемости:

$$\left| x_2 - ag_2 \frac{\dot{R}}{R} x_2 - g_2 g \frac{1}{R} \sin x_1 + g_2 n(t) \right| \leq g_2 \frac{60}{mR^2}. \quad (24)$$

Из второго уравнения объекта (20), по крайней мере, для позиционных и следящих систем при максимальном сигнале управления в установившемся режиме следует:

$$-a \frac{\dot{R}}{R} x_2 - g \frac{1}{R} \sin x_1 + n(t) = \left| \frac{60}{mR^2} \right|. \quad (25)$$

Подставляя соотношение (25) в (24), получим

$$\left| x_2 + g_2 \left| \frac{60}{mR^2} \right| \right| \leq g_2 \frac{60}{mR^2}$$

или

$$|x_2| \leq 2g_2 \frac{60}{mR^2}. \quad (26)$$

Условие (26) либо надо принудительно реализовать в системе управления, либо показать, что оно выполняется автоматически: подставляя в условие (26) минимальное значение $60/mR^2 = \min$, имеем: $|x_2| \leq 90g_2$. Запишем характеристическое уравнение при движении вдоль поверхности переключения: $1 + g_2 p = 0$, из которого для наиболее быстрого не колебательного переходного процесса выбираем: $g_2 = 0,14$. При этом должно быть выполнено ограничение (26): $|x_2| \leq 12,6$.

Запишем закон управления в отклонениях:

$$u = \text{sign} \psi = \text{sign}(x_1 + 0,14x_2). \quad (27)$$

На рис. 4 приведены результаты моделирования объекта (20) с управлением (27) при $x_1(0) = -1,5$, $x_2(0) = 0$. Частота синусоидального сигнала амплитудой 1,5 изменялась от нуля, 10, 100, ..., до 10^{10} Гц.

В отличие от рисунка примера, приведенного в работе [4, рис. 3, а], здесь переходные процессы практически оптимальны по быстродействию. При этом ограничение (26) автоматически выполняется, и нет надобности его реализовывать. Ошибка после окончания переходных процессов обусловлена недостаточной точностью компьютерного моделирования и зависит от выбранной программы моделирования, точности вычислений, дискретизации по времени и уровню. Для окончательного вывода лучше провести лабораторные испытания на реальном объекте. (Но "денег нет, но вы держитесь" — Д. А. Медведев).

Для реальных координат закон управления объектом (20) имеет вид

$$u = \text{sign}(y_d - \psi) = \text{sign}(y_d - x_1 - 0,14x_2). \quad (28)$$

Рассмотрим, как и в работе [4], случай параметрической неопределенности.

Пусть коэффициент a и масса груза m меняются на 50 %: $a = [1; 1,5; 2; 2,5]$; $m = [0,5; 1; 1,5; 2]$.

На рис. 5 показаны пучки переходных характеристик выходной координаты x_1 , сигнала задания (эталонная траектория) y_d и ошибки задания $y_d - x_1$ при начальном условии $x(0) = (2; 0)^T$.

Из рис. 5 следует, что ошибка слежения недопустимо большая.

Для более информативного представления процесса слежения за эталонной траекторией y_d и выяснения причин появления ошибки рассмотрим графики (рис. 6) одного наиболее "вредного" случая: $a = 1$; $m = 0,5$ для системы (20) с управлением (27) и с управлением, взятым из работы [4] для сравнения:

$$U = 120(3,23e + \dot{e}); |U| \leq 60; \quad (29)$$

$$e = y_d - x_1; \dot{e} = \dot{y}_d - \dot{x}_2.$$

Графики на рис. 6 получены в одной и той же среде моделирования.

При управлении (28) ошибка несущественно меньше, чем при управлении (29) и несколько более медленном переходном процессе, что свидетельствует об общем (системном) недостатке процесса слежения за входным сигналом y_d , поскольку законы управления (28) и (29) практически одинаковы за некоторым несущественным исключением.

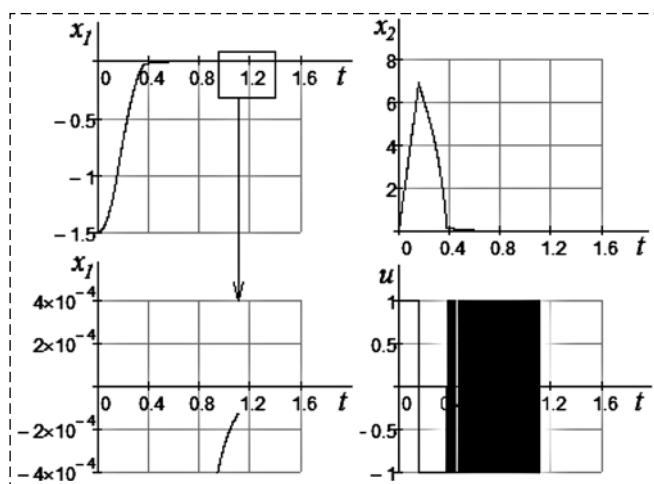


Рис. 4. Графики сигнала управления, переходных процессов и изменения ошибки в системе (20), (27)

Fig. 4. Graphs control signal, transients and changes in the error in the system (20), (27)

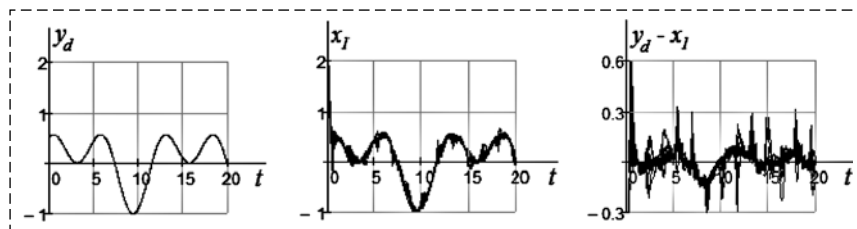


Рис. 5. Сигнал управления (задание) и переходные характеристики при одновременном изменении параметров в системе (20), (28)

Fig. 5. Control signal (task) and transient characteristics while changing the parameters in the system (20), (28)

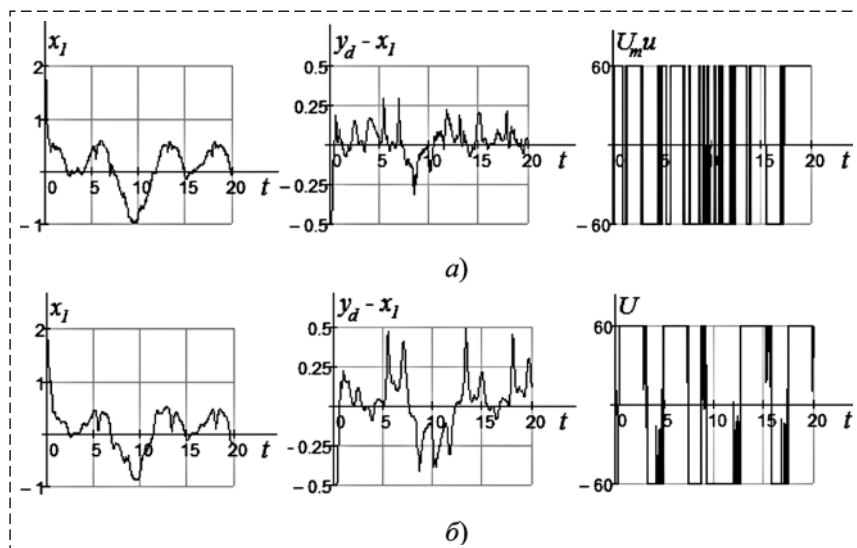


Рис. 6. Реакция системы (20) на задание y_d (рис. 5):

a — управление (28); b — управление (29)

Fig. 6. Reaction of the system (20) to the task y_d (Fig. 5):

a — control (28); b — control (29)

Из рис. 4—6 следует, что за время даже почти быстродействующего переходного процесса входной сигнал y_d успевает значительно измениться, что явно указывает на нарушение условия (1). Действительно, на графиках управлений (рис. 6) отсутствуют устойчивые скользящие режимы работы в отличие от графиков управлений (см. рис. 3, 4).

Для выполнения условия (1) в данном случае необходимо решать вторую задачу оптимального быстродействия. Если это не поможет, нужно заменить ОУ на более быстродействующий или снизить требования по частоте входного сигнала.

Заключение

В работе продолжено обсуждение проблемы робастности и связанной с ней "весьма привлекательной" задачи синтеза робастного управления в условиях неопределенности характеристик объекта и внешней среды. Во многих постановках задачи синтеза робастных систем управле-

ния преобладают эвристические рассуждения, интуитивные предположения "highly likely" о появлении "больших коэффициентов усиления". Этим как бы подтверждается сомнительность решения сложных задач простыми эвристическими приемами в соответствии со старой истиной — "чудес не бывает". Чудес действительно не бывает, чудеса возникают из-за недостатка знаний законов Мироздания, по которым эти "чудеса" имеют место быть. Чудес не бывает для тех, кто не поднялся на более высокую ступень понимания законов природы (нравственности). Чудеса (новые открытия) даются нам по достижении необходимого уровня нравственности большого числа людей.

Поскольку все процессы в Мироздании носят управляемый или самоуправляемый характер, в том числе и в технических системах, то очевидно, что в пределе можно поручить самой системе управления добывать знания об ОУ на основе законов Мироздания, которых мы возможно еще не знаем, примером чего может быть создание интел-

лектуальных систем управления с искусственным разумом. Однако знание даже одного закона самоуправления — принципа обратной связи вкупе с оптимальным управлением — позволяет худо-бедно решить задачу робастного управления при некоторых ограничениях, накладываемых на систему управления. Чем лучше изучен ОУ с помощью разнообразных датчиков и выявленных закономерностей его функционирования, тем меньшее число ограничений необходимо учитывать и тем выше будет качество управления и тем меньше расход энергии на управление. Однако если в Мироздании нет соответствующего закона (или неизвестно о нем), то все наши усилия будут бесполезны: например, как получить энергию из эфира (вакуума, воздуха), если все убеждены, что его нет; как устранить гравитацию, как преодолеть инерцию объекта и повысить его быстродействие или как использовать инерцию в своих целях для получения свойств робастности, если об этом не только никто не знает, но даже и не слышали.

Список литературы

1. Колесников А. А., Колесников Ал. А., Кузьменко А. А. Методы АКАР и бэкстеппинг в задачах синтеза нелинейных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 7. С. 435—444.
2. Рустамов Г. А., Рустамов Р. Г. Особенности K_∞ -робастных систем управления // XVIII Международная Научно-практическая конф. "Научное обозрение физико-математических и технических наук в XXI веке". Prospero. 2015. № 6 (18). С. 30—33.
3. Рустамов Г. А. Анализ методов построения предельных робастных систем управления с большим коэффициентом усиления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 6. С. 363—372.

4. Рустамов Г. А. Робастная система управления с повышенным потенциалом // Известия Томского политехнического университета. 2014. Т. 324, № 5. С. 13—19.
5. Филимонов Н. Б. Методологический кризис "всепобеждающей математизации" современной теории управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 5. С. 291—299.
6. Сурков В. В., Сухинин Б. В., Ловчаков В. И., Соловьев А. Э. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов по критериям точности, быстродействию, энергосбережению. Тула: Изд-во ТулГУ, 2005. 300 с.
7. Сухинин Б. В., Сурков В. В. К вопросу о методологическом кризисе современной теории оптимального управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 1. С. 26—30.

To the Issue of Robust Automatic Control Systems

B. V. Sukhinin, eeo@uic.tula.ru, V. V. Surkov, vvs150747@mail.ru,
The Tula State University, Tula, 300034, Russian Federation

Corresponding author: Surkov Victor V., D. Sc. Tech., Professor,
The Tula State University, Tula, 300034, Russian Federation, e-mail: vvs150747@mail.ru

Accepted on February 28, 2019

Abstract

This work is proposed to continue the discussion of the problems, theoretical foundations and practical features of the construction and synthesis of robust control systems with high gain, allowing us to control multidimensional nonlinear dynamic objects of high dimensional with functional uncertainties. If problems could not be solved at the level where they appeared, it is necessary to rise the level of understanding of the laws of nature, or in the words of master Lui-Shi Chun Qiu (China, 3rd century BC): "The boy of five chi growth leads the bull by the bridle and the bull obeys him in everything. This is because the person in this case follows naturalness" (the laws of nature). The judo philosophy ("soft way") is based on the principles of using the power and energy of the opponent to achieve victory. The purpose of this work is to demonstrate the theoretical aspects and practical features of the methods of synthesis of optimal control systems by the criterion of maximum reproduction accuracy using the example of robust systems, which allow to control dynamic objects with functional uncertainties, including unstable objects, no minimal-phase objects, neutral objects and objects with differentiation properties. The simplicity (at the level of the engineer) and universality, mathematical rigor and physical validity of this approach is based on the judo philosophy: suppressing the dynamics of a functionally uncertain object and external disturbances by the infinitely large gain with the finite control signal and at the same time maintaining sustainability. Theoretically exhaustive solution of the problem of robust control is given by the idea of constructing systems that are stable with an unlimited increase of the gain coefficient. The sustainability properties are valid for optimal systems that were synthesized using quadratic quality functionals that do not explicitly depend on the control signal, and using a restriction on the control signal. It is significant that in contrast to continuous systems with un-measurable disturbances and not well known control object (in which the conditions of invariance imply the use of infinitely large gain), in relay (discontinuous) systems the equivalent effect is achieved with the help of finite control signal. A nice bonus is the highest accuracy which leads to mathematically zero error of regulation, thus all error coefficients (of position, speed, acceleration, acceleration derivative, etc.) is also equal to zero in the presence of external and internal interferences. In fact, the optimal accuracy control system is equivalent to a system with astatism of the n -th order: the regulator contains n serial connected integrators.

Keywords: indefinite object, large gain, optimal accuracy, control synthesis, stability, functional equation, controllability condition

For citation:

Sukhinin B. V., Surkov V. V. On the Issue of Robust Automatic Control Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 6, pp. 341—351.

DOI: 10.17587/mau.20.341-351

References

1. Kolesnikov A. A., Kolesnikov Al. A., Kuz'menko A. A. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 435—444 (in Russian).
2. Rustamov G. A., Rustamov R. G. XVIII Mezhdunarodnaya Nauchno-prakticheskaya konf. "Nauchnoe obozrenie fiziko-

matemicheskikh i tekhnicheskikh nauk v XXI veke", Prospero, 2015, no. 6 (18), pp. 30—33 (in Russian).

3. Rustamov G. A. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 6, pp. 363—372 (in Russian).

4. Rustamov G. A. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta*, 2014, vol. 324, no. 5, pp. 13—19 (in Russian).

5. Filimonov N. B. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, vol. 17, 2016, no. 5, pp. 291—299 (in Russian).

6. Surkov V. V., Sukhinin B. V., Lovchakov V. I., Solov'ev A. Je. Analytical's constraction of optimum regulators by criteria of accuracy, speed, power savings, Tula, Publishing house of TulGU, 2005, 300 p. (in Russian).

7. Sukhinin B. V., Surkov V. V. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 1, pp. 26—30 (in Russian).

Parametric Synthesis of the Control System of the Balancing Robot by the Numerical Optimization Method

A. Yu. Ivoilov¹, Ph. D. Student, iau13hv@mail.ru, **V. A. Zhmud**¹, D. Sc., Professor, oao_nips@bk.ru,
V. G. Trubin¹, Senior lecturer, trubin@ngs.ru, **H. Roth**², D. Sc., Professor, hubert.roth@uni-siegen.de,
¹Novosibirsk State Technical University, Department of Automation, Novosibirsk, 630032, Russian Federation,
²University of Siegen, Department of Automatic Control Engineering, Siegen, Germany

Corresponding author: **Ivoilov Andrey Yu.**, Ph. D. Student,
Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, 630032, Russian Federation,
e-mail: iau13hv@mail.ru

Accepted on February 15, 2019

Abstract

This article is devoted to parametric synthesis of a control system of a two-wheeled balancing robot. From the mathematical point of view, the robot is an inverted pendulum type object with a pivot point placed on the wheel axis. This device is unstable while de-energized. Devices of this type are excellent laboratory stands for testing and debugging control algorithms of unstable nonlinear systems. The inverted pendulum math model is well studied theoretically but, when designing a particular device many additional tasks arise such as taking into account the error in measuring the tilt angle and the influence of actuator nonlinearities. In this paper, one of these tasks is solved, namely, the problem of reducing the amplitude of the robot's oscillation around the equilibrium position. In practice, this oscillation almost always occurs in such systems and leads to various negative effects, such as increased energy consumption, increased wear of an actuator and heating of its windings, etc. Therefore, reducing the amplitude of the oscillation is an important task. To solve this task, the authors of the article propose to use the method of numerical optimization of the regulator, which is well recommended for solving many problems. The article analyzes the behavior of the device near the equilibrium position and identifies the causes of the self-oscillation. Further the method of its simulation is proposed. On the basis of numerical experiments, the main reason for the increase in the amplitude of the oscillation is revealed. The reason is an overlay of the reverse peak of the device transient process on the peak caused by a torque throw. The throw is generated by a combination of actuator backlash and static friction effects which cause the robot self-oscillation. The authors propose a technique of adjusting the regulator, aimed at reducing the magnitude of the reverse peak of the transition process and, as a consequence, reducing the amplitude of the oscillation. The effectiveness of the technique is confirmed experimentally by the results of numerical simulation of the robot's behavior and the results of testing the coefficients obtained in a real device. The use of the technique allowed reducing the oscillation amplitude in a real device by almost three times.

Keywords: two-wheeled balancing robot, numerical optimization, design, control system, PID controller, inverted pendulum

For citation:

Ivoilov A. Yu., Zhmud V. A., Trubin V. G., Roth H. Parametric Synthesis of the Control System of the Balancing Robot by the Numerical Optimization Method, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 6, pp...

УДК 681.513.11 + 681.5.013

DOI: 10.17587/mau.20...

А. Ю. Ивойлов¹, аспирант, iau13hv@mail.ru, **В. А. Жмуд**¹, д-р техн. наук, проф., oao_nips@bk.ru,
В. Г. Трубин¹, старший преподаватель, trubin@ngs.ru, **H. Roth**², D. Sc., Professor, hubert.roth@uni-siegen.de,
¹Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск,
²University of Siegen, Department of Automatic Control Engineering Siegen, Germany

**Параметрический синтез системы управления балансирующего робота
методом численной оптимизации**

Изучается вопрос параметрического синтеза системы управления двухколесного балансирующего робота. С математической точки зрения это устройство представляет собой объект вида "Перевернутый маятник" с точкой подвеса на оси колеса и в обесточенном состоянии неустойчиво. Устройства такого типа являются хорошими лабораторными стендами для испытания и отладки алгоритмов управления для неустойчивых нелинейных систем. Математическая модель перевернутого маятника хорошо изучена теоретически, но при проектировании конкретного устройства возникает множество дополнительных задач, таких как учет ошибки измерения угла наклона и влияние нелинейностей исполнительного механизма. В данной работе решается одна из таких задач, а именно — задача уменьшения амплитуды автоколебаний робота около положения равновесия. Эти колебания на практике практически всегда возникают в подобных системах и приводят к различным отрицательным эффектам, таким как повышенный расход энергии, повышенный износ исполнительного механизма, нагрев его обмоток и пр. Поэтому снижение амплитуды этих колебаний — важная задача. Для решения этой задачи авторами статьи предлагается использовать метод численной оптимизации регулятора, хорошо зарекомендовавший себя для решения многих задач. В статье проводится анализ поведения устройства около положения равновесия и выявляются причины возникновения автоколебаний. Далее предлагается способ моделирования автоколебаний. На основе численных экспериментов выявляется основная причина увеличения амплитуды этих колебаний — наложение обратного пика переходного процесса устройства на пик, вызванный броском момента, порожденного процессами, вызывающими автоколебания — сочетанием эффектов механического зазора двигателя (люфта) и трения покоя. Далее авторами предлагается методика настройки регулятора, направленная на уменьшение величины обратного пика переходного процесса и, как следствие, уменьшения амплитуды автоколебаний. Эффективность методики подтверждается экспериментальными результатами численного моделирования поведения робота и результатами проверки полученных коэффициентов в реальном устройстве. Применение методики позволило уменьшить амплитуду колебаний в реальном устройстве почти в три раза.

Ключевые слова: двухколесный балансирующий робот, численная оптимизация, конструкция, система управления, ПИД контроллер, перевернутый маятник

Introduction

The article is devoted to parametric synthesis of a control system of the two-wheeled balancing robot (TWBR). The task of controlling a TWBR is highly relevant in modern technology. This type of devices has high mobility and maneuverability and is able to operate autonomously. This allows them to be used for solving a number of tasks, such as load delivery and sampling from hard-to-reach places, conducting observations, photo and video filming. Two-wheeled robots can be used in various fields of human activity, such as eliminating the consequences of natural and man-made disasters, working in hazardous conditions, using them as human helpers in everyday life, etc. From a mathematical point of view, a TWBR belongs to the control objects of the inverted pendulum type. The task of stabilizing an inverted pendulum is one of classical problems in the control theory. The behavior of many technical systems, in one way or another, is described by a model of this class of control objects. In some cases, this model describes the behavior of a part of the system or the system behavior at some stage of work. The mathematical model of the inverted pendulum is applied in medicine; in particular, it is used in the study of the human musculoskeletal system. In addition, laboratory benches, which are based on the inverted pendulum model, are excellent platforms for testing and debugging various control algorithms and synthesis methods.

Today, to solve the problem of stabilizing two-wheeled robots, various control methods are used that can be divided into three groups: linear, non-linear, and non-classical. Linear methods include the pole placement method, control using the PID regulator or its modifications, as well as various versions of these methods using adaptive control. The pole place technique is applied by authors in [1–3]. Non-linear control of a TWBR based on sliding mode application is presented in paper [4]. In paper [5] a special non-linear block, non-linear disturbance observer, is proposed to apply for stabilizing of a two-wheeled robot. An example of non-classical methods is fuzzy logic control. Various versions of this method are presented in [6–8]. In addition, when designing a specific device, a number of tasks arise that require separate consideration. These tasks include: estimating the tilt angle of the robot relative to the vertical, estimating the rotation angle and angular speed of the wheels, analyzing the influence of nonlinearities and unaccounted features of the motors, suppressing undesirable oscillations and others. Often the solving some of these tasks may lead to the need to adjust the control method of the system. In particular, the analysis of the features of the based on MEMS sensors subsystem of estimating the robot tilt angle, showed that it is necessary to adjust the overall control system of the robot [9]. In more detail the control system of the robot will be considered further. In this article, the problem of reducing the amplitude of the

self-oscillations of the robot is solved. At present, this issue has been studied worse compared to the above. From the existing solutions, for example, the energy relations proposed in [10] to reduce the amplitude of self-oscillations can be noted, as well as a hybrid regulator that takes into account the presence of backlash motors, presented in [11]. However, often this question is not considered separately by researchers. In practice, this oscillation almost always occurs in such systems and lead to various negative effects, such as increased energy consumption, increased wear of an actuator and heating of its windings, etc. Therefore, reducing the amplitude of the oscillation is an important task.

The features of the TWBR

The appearance of the two-wheeled balancing robot is shown in Fig. 1. This device is a laboratory model of the vehicle "Segway". Structurally, the robot is designed as a platform to which the stators of DC motors are attached. A wheel with a tire is attached to the shaft of each motor. Boards with control and power electronics, as well as a battery that ensures autonomous operation of the device, are placed on the platform. The balancing robot is unstable in the de-energized state; an automatic stabilization system is implemented in the device to maintain balance by rotating the wheels. Fig. 2 shows the block diagram of the robot. The core of the device is the STM32F205 microcontroller of the 32-bit ARM architecture microcontroller family with the Cortex-M3 core. The microcontroller's control program performs a survey of the feedback sensors, calculates the control action applied to the DC motors, and sends the current values of the tilt angle of the robot, the rotation angle of the wheels and other data to the communication line. Two types of sensors are used to provide feedback in the robot: the MPU6050 measuring system, which is used to estimate the robot tilt angle and its derivative, and the quadrature optical encoders built into the DC motors, which are used to measure the rotation angle of the wheels relative to the robot body. The Lego NXT servomotors are used as actuators of the robot. The servomotors are permanent magnet DC motors. The rotation of the motors is controlled by the pulse-width modulation of the voltage applied to the motors windings. A bridge circuit is used to modulate the voltage of each motor. The circuit includes four field-effect transistors and their gates driver circuits. The device uses two lithium-

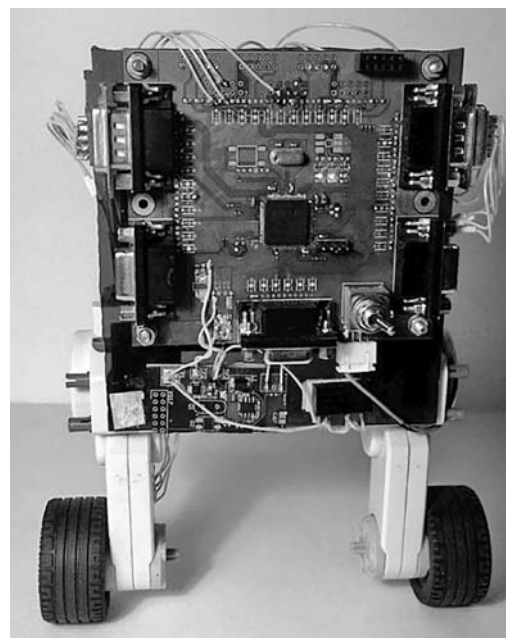


Fig. 1. The two-wheeled balancing robot

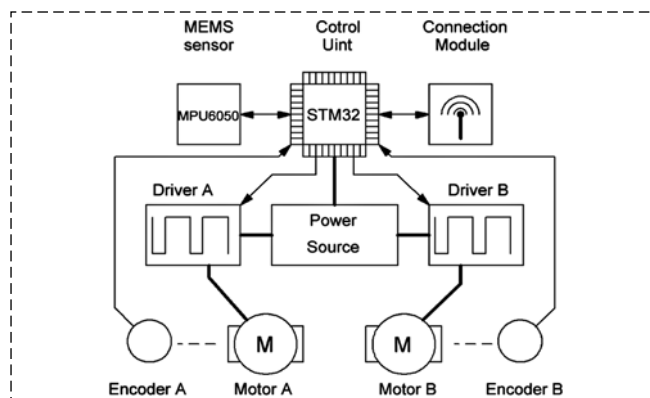


Fig. 2. The block diagram of the robot

ion batteries, connected in series, with a total voltage of 7.4–8.4 V, depending on the state of charge. To transfer data to an external computer, the device has an UART connector to which an USB-UART adapter for data transmission can be connected, or a Bluetooth module for wireless transmission.

The control system of the TWBR

Let us to consider the automatic control system of the robot. The purpose of this system is to stabilize the robot in an upright position. In addition, this system eliminates uncontrolled movements of the robot in the horizontal plane. Mathematically, the two-wheel balancing robot is an object of the inverted pendulum type with a pivot point placed on the wheel rotation axle. The equations of motion of this object can be obtained on the basis of

the Lagrange equation of the second kind [12]. We present a mathematical model of the robot in the form of transfer functions, obtained in [9]:

$$W_{\varphi}(s)=\frac{\varphi}{u}=\frac{k_0s}{s^3+a_2s^2+a_1s+a_0};\tag{1}$$

$$W_{\alpha}(s)=\frac{\alpha}{\varphi}=k_{\alpha}\frac{s^2+b_0}{s^2}.\tag{2}$$

The numerical values of the parameters of this model are shown in Table 1. The device control system is implemented in accordance with the structure shown in Fig. 3. Since the control system stabilizes both the tilt angle of the robot and its horizontal movements, the feedback system includes the robot's wheel rotation angle in addition to the tilt angle relative to the vertical. Each of these parameters has its own regulator; their transfer functions have the following form:

$$W_K(s)=\frac{u}{\varphi}=K_d s+K_p+\frac{K_i}{s};\tag{3}$$

$$W_H(s)=\frac{u}{\alpha}=H_p+\frac{H_i}{s}+\frac{H_{ii}}{s^2}.\tag{4}$$

Here φ is the robot tilt angle, α is the wheel rotation angle, u is a voltage, applied to the motors windings. The regulator (3) is a PID regulator. The choice of the structure of the regulator (4) is due to the fact that a MEMS-gyroscope is used to measure the robot tilt angle and has the disadvantage of zero drift. The output value of the gyroscope is the angular velocity, i.e. the tilt angle derivative. On the one hand, this simplifies the implementation of the controller (3), since the derivative is available for direct measurement. On the other hand, to obtain the value of the robot tilt angle, it is required to integrate the gyroscope data, which leads to an accumulation of error. This is manifested in the fact that the value of the angle gradually "floats away", which over time leads to a loss of stability of the system. This effect can be considered as a linearly increasing tilt angle error. This error is represented in the block diagram as some Err_g value, which goes to the input of the integrator.

In [9], it was shown that the structure described allows eliminating the negative effect of zero drift. The advantages of such a structure are higher performance, since the system does not apply filters for estimating values, and ease of implementation. However, the calculation of such a system is difficult, since it is necessary to calculate

Table 1
The numerical values of the robots model parameters

Parameter	k_o	a_0	a_1	a_2	k_{α}	b_0
Value	-2.8	-490	-52.3	9.9	-7.07	-49.5

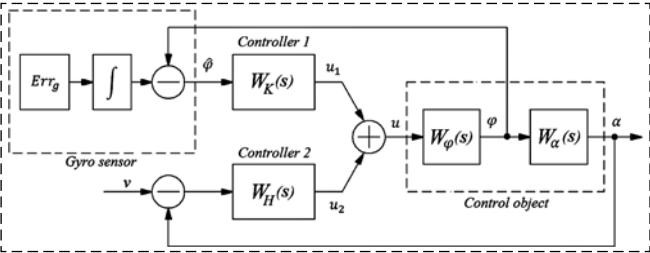


Fig. 3. The structure of the robot's control system

Table 2
The regulators coefficients of the original system obtained in [13]

Coefficient	K_i	K_p	K_d	H_p	H_i	H_{ii}
Value	-4240	-758	-11.9	-35.4	-55.7	-32.3

six coefficients. This means that when calculating the system, it is necessary to specify the closed loop system desired characteristic polynomial, which has the sixth order. This is difficult due to the presence of nonlinearities in the real device, such as dry friction and backlash of the motors, and limited control resource. Because of these effects, the choice of the desired polynomial is a non-trivial task, since in practice the system can become unstable even with the desired polynomial, giving a theoretically stable system [13]. In [13], the authors proposed a technique based on the numerical optimization method, which allows adjusting the coefficients of the control system regulators to obtain one or another form of transient processes, for example, with higher speed or with a lower level of oscillation. The values of the regulators coefficients obtained in [13] are presented in table 2. Fig. 4 shows graphs of the change in time of the robot tilt angle and wheel rotation angle.

As can be seen from the graphs, the control system solves the robot stabilization task. But in the real device there is self-oscillation around the

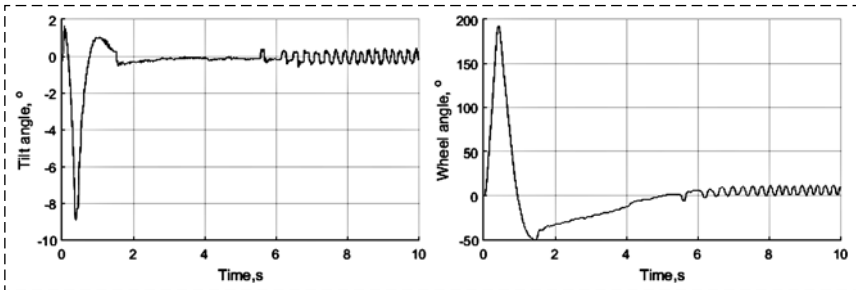


Fig. 4. The original system: the tilt angle and the wheel angle

equilibrium position. The peak-to-peak amplitude of the oscillation is about one degree, and the frequency is about 4 Hz. The presence of such oscillation is undesirable in view of the unnecessary battery power consumption, motors heating, etc. Therefore, it is necessary to eliminate these oscillations or, at least, significantly reduce their amplitude. It is also proposed to use the method of numerical optimization to solve this problem. Thus, the task of parametric synthesis of the robot control system is posed. To do this, it is necessary to solve two related tasks:

1) To propose a method of self-oscillation simulation;

2) To propose a technique of reducing the amplitude of self-oscillation based on the numerical optimization method.

The Self-oscillation simulation

The most probable causes of self-oscillation in the real device are the presence of nonlinearities, which the current mathematical model of the robot does not take into account. First of all, this is a backlash of DC motors and dry friction, and the effect of static friction is most pronounced. Indeed, as can be seen from Fig. 4, oscillation begins only after the device's motors have completely stopped, and exactly at this point the change of direction of motor shaft rotation at which the backlash effect appears occurs. In the literature, one can find various recommendations on the simulation of backlash and friction of motors [17–21]. Five different variants of backlash simulation are described in [17]. Methods of compensation for the influence of backlash on motor control are proposed in [18] and [19]. However, in practice, simulation of these effects involves a number of difficulties. First, the simulation of the backlash in the composition of a particular system is complicated, since the model of the system is not continuous (for more details see below). Secondly, in order for the simulation results to be in accordance with the behavior of a real device, an experimental measurement of all necessary parameters is required, which can also be difficult. In addition, the values of these parameters may change during operation of the device. All this seriously complicates the application of modeling to the real device.

Let us to consider an alternative way to simulate the effect of the motor nonlinearities on the device behavior. The idea of the method lies in the fact that the self-oscillation itself is simulated (the consequence of backlash and friction phenomena) rather than the reasons for its occurrence. To do this it is necessary to select the correct model of

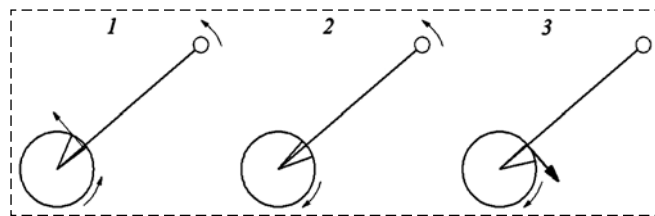


Fig. 5. The movement of the system with backlash:

1 — the motor rotor and the load move together; 2 — independent movement of the rotor and the load after the changing the direction of rotation; 3 — the exit from the backlash zone

such oscillation. Let us to consider in more detail what happens with the system when changing the direction of wheel rotation. The motor rotor and the load move together before changing the rotation direction. When changing the direction of rotation, the load continues to move in the same direction, while the motor rotor moves in the opposite direction. Such movement is maintained for the time required for the rotor to overcome the mechanical gap. At this time, the system is uncontrollable, because the body of the robot is not connected to the motors shafts and hence to wheels. At the moment when the gap is passed, a short-term transient process occurs (in fact, a small blow), after which the load and the rotor move together. The above illustrates Fig. 5. From this we can conclude that the model of the robot is a piecewise function, its behavior is described by different models, depending on the current state. In addition, the system is also affected by the effect of static friction: when changing the direction of rotation, a slightly larger torque is required for the system to exit from the state of rest, compared with the torque of sliding friction. This excess torque is added to the hit torque arising from overcoming the mechanical gap, increasing the amplitude of oscillation.

Based on the above it is possible to propose to simulate self-oscillation as a series of periodic pulse disturbing influences:

$$M(t) = \begin{cases} (-1)^n, t \in \left[n \frac{T_M}{2}; n \frac{T_M}{2} + 0.01 \right] c \\ 0, t \in \left(n \frac{T_M}{2} + 0.01; (n+1) \frac{T_M}{2} \right) c \end{cases}, \quad (5)$$

$$n = 0, 1, \dots, \infty.$$

Here T_m is a period of the pulse disturbance. It should be noted that such modeling is still estimated, since in a real system the parameters of self-oscillation, such as amplitude and frequency, depend on the parameters of the device, which means that resonance phenomena are possible. However,

such modeling can be applied to study the causes of the increase in the amplitude of this oscillation. Let us to perform the oscillation simulation in system (1)–(4) with regulator parameters from table 2. We will simulate the oscillation in accordance with the expression (5) and set different values of the period of the pulse disturbance. The simulation result is presented in Fig. 6. It can be seen from the figure that the amplitude of oscillation varies depending on the period of the pulse disturbance. From the simulation results, it follows that the amplitude of the oscillation increases if the next pulse disturbance acts on the system at the moment when the system passes the reverse peak of the transient process from the previous disturbance. This leads to overlap of two effects and the amplitude of the peak increases. In a real system, this is likely to cause the system to reach a certain resonant oscillation frequency. Therefore, in order to reduce the amplitude of the oscillation, it is necessary to reduce the magnitude of the reverse peak of the system response to a pulse disturbance. This is a key point in carrying the numerical optimization.

The regulator coefficients adjusting technique

Let us briefly consider the features of the numerical optimization method. The system model is complemented by some parameter called the system quality criterion. The value of this parameter indicates how close the system transient processes to the desired ones and is calculated by an expression called the cost function of the system. The smaller the value of the quality criterion, the better the processes in the system corresponds to the desired. A numerical simulation of the processes with certain initial values of the regulator coefficients is performed. Next, the values of the coefficients change in accordance with the optimization algorithm, and the system is re-simulated. The simulation result, i.e. the value of the quality criterion is compared with the value in the previous step or several steps. Based on the results of this comparison, the values of the regulator coefficients change again, and the simulation is repeated, and so on. Thus, systems in which the quality of processes is worse are rejected, and those in which

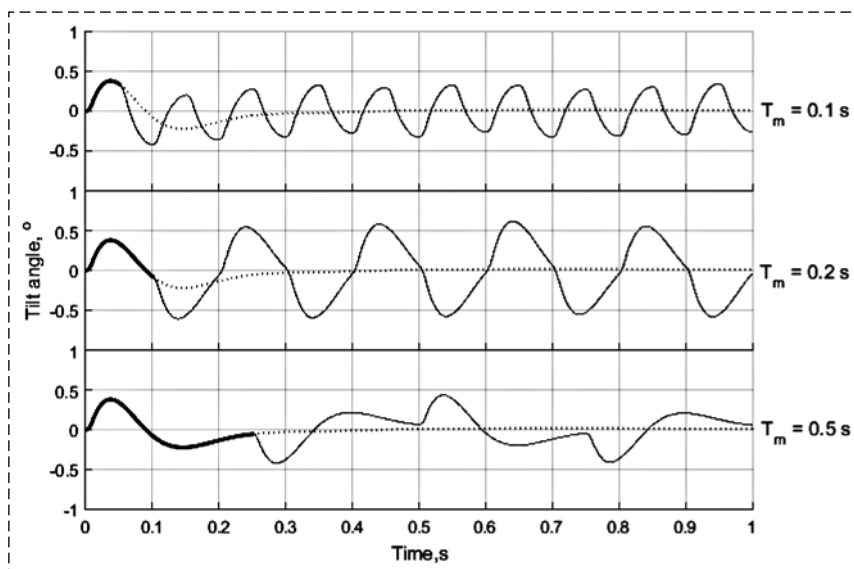


Fig. 6. The robot self-oscillation simulation. Bold line depicts a part of the process before the second pulse of the disturbance influence. Dot line shows the system reaction on the non-periodical pulse disturbance

the quality is better are preserved. As a result, after a certain number of steps, the optimal values of the regulator coefficients are determined. The obtained coefficient values are used in a real device. Currently, these algorithms are implemented and successfully used in various software packages, such as *VisSim* or *Matlab*. The application of the numerical optimization method for solving a number of tasks is described in [14–16]. The cost function of the system can have a different form; its specific form is determined by the problem to be solved. An example of cost function is the following expression:

$$F_c(T) = \int_0^T |e(t)|^N t^R dt.$$

Here $e(t)$ is a control error, t is time elapsed in the system, T is total simulating time. As the time elapsed since the beginning of the transient process increases, the t^R factor will make an increasing contribution to the cost function, which means that processes with lower speed will have a higher value of the quality criterion, and, therefore, will be discarded during optimization. In turn, the factor $|e(t)|^N$ is responsible for the overall value of the system error. As a result, by changing the values of the R and N coefficients, it is possible to obtain faster or less oscillatory processes, depending on the specific requirements. In [13], the following cost function was used to adjust the robot control system:

$$F_c(T) = \int_0^T |\dot{\alpha}(t)| t^4 dt. \quad (6)$$

Here, the wheel angular speed is selected as the control error, since to achieve equilibrium, not only maintaining the vertical position (i.e. zero value of the tilt angle) is required, but also the absence of uncontrolled horizontal movement (zero value of the wheel angular speed).

In order to reduce the reverse peak of the system response to the pulse disturbance, we introduce into the cost function (6) the additional term and take the values of the parameters N and R equal to 1:

$$F_c(T) = \int_0^T (|\dot{\alpha}(t)|t + 10^6 Q)dt, Q = \begin{cases} 1, \varphi < -\varphi_{\text{lim}} \\ 0, \varphi \geq -\varphi_{\text{lim}} \end{cases}$$

The purpose of this term is to dramatically increase the value of the cost function if the value of the tile angle exceeds a certain threshold determined by the value of φ_{lim} . In this case, such a process will be dropped during the automatic optimization procedure and, therefore, the reverse peak will be limited to φ_{lim} . In the course of optimization, we will model the response to a single (non-periodic) disturbing influence:

$$M(t) = \begin{cases} 1, t \in [0; 0.01]c \\ 0, t > 0.01c \end{cases}$$

The adjustment process, as in [13], is proposed to be divided into several stages. In this case, we will carry out the adjustment in three stages. The initial values of the coefficients K_i , K_p , K_d are calculated on the basis of the block diagram of the simplified system presented in Fig. 7. The transfer function of the simplified system and the expressions for calculating the coefficients are as follows:

$$W_{\text{simp}}(s) = \frac{k_o(K_d s^2 + K_p s + K_i)}{s^3 + (a_2 + k_o K_d)s^2 + (a_1 + k_o K_p)s + (a_0 + k_o K_i)}; \quad (7)$$

$$a_2 + k_o K_d = a_2^*; \quad (8)$$

$$a_1 + k_o K_p = a_1^*; \quad (9)$$

$$a_0 + k_o K_i = a_0^*. \quad (10)$$

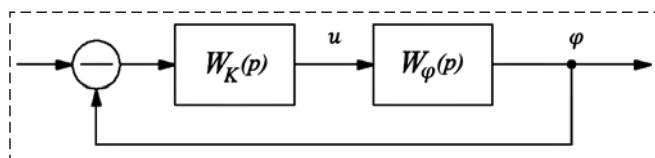


Fig. 7. The block diagram of the simplified system

Here a_i^* is coefficients at the powers of s operator of the desired characteristic polynomial of the closed-loop system, which is required to calculate the regulator coefficients. Note that the simplified system is only needed to calculate the initial values of the coefficients.

At this stage, the regulator is optimized for an ideal device in ideal conditions. In practice, firstly, the device starts operation at a certain non-zero initial value of the tilt angle, and, secondly, the gyro error Err_g is present in the system. At the first stage, both of these parameters are set equal to zero. At the second stage, the H_p and H_i coefficients are adjusted, and their initial values are set to zero. The purpose of this stage is to adjust the system response to non-zero initial conditions. Therefore, in the system a certain small initial value of the tilt angle is set; the error value of the gyroscope Err_g , as before, is set to zero. Note that it is also necessary to slightly reduce the requirement for the value of the reverse peak, since now the system also fulfills the initial condition in addition to pulse disturbance. Therefore, the value of the threshold φ_{lim} must be reduced. In the third stage, the same coefficients are adjusted as in stage 2, but the coefficient H_{ii} is also added to them. The purpose of this stage is to adjust the system when there is a gyroscope error. The initial value the tilt angle is set equal to zero, and the value of the gyroscope error is taken to be equal to a certain value determining the maximum rate of increase of the tilt angle error. Measurements in a real device show that this value is in the range of 0.18–0.23 °/s, therefore, we take a value with a margin of 0.25 °/s.

The results of the optimization, as well as the simulation conditions for each stage, are presented in Table 3. When calculating the initial values of

Table 3

The results of the regulator coefficients adjustment

The stage number				1	2	3
The simulation time, s				2	5	5
The initial tilt angle, $^{\circ}$				0	0.1	0
The gyro sensor error, $\%/s$				0	0	0.25
The tilt angle threshold (φ_{lim}), $^{\circ}$				−0.5	−0.7	−0.7
The coefficient values:	Before	After	Before	After	Before	After
K_i	−9820	−5030	−5030	−5030	−5030	−5030
K_p	−983	−914	−914	−914	−914	−914
K_d	−28.6	−28.2	−28.2	−28.2	−28.2	−28.2
H_p	—	—	0	−18.4	−18.4	−23.2
H_i	—	—	0	−47.3	−47.3	−40.0
H_{ii}	—	—	—	—	0	−18.1

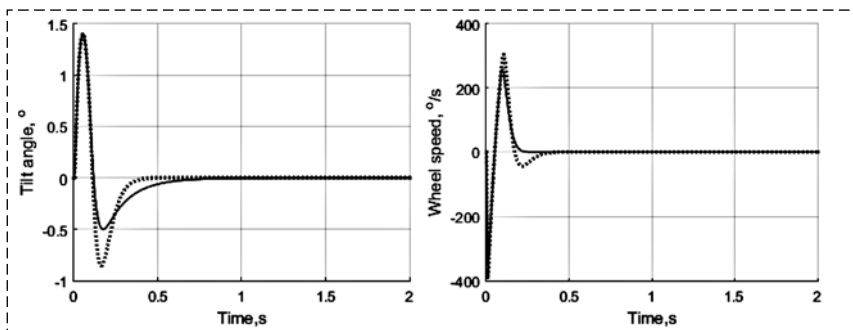


Fig. 8. The result of the optimization at stage 1. Dot line depicts the system before adjustment; solid line shows the adjusted one

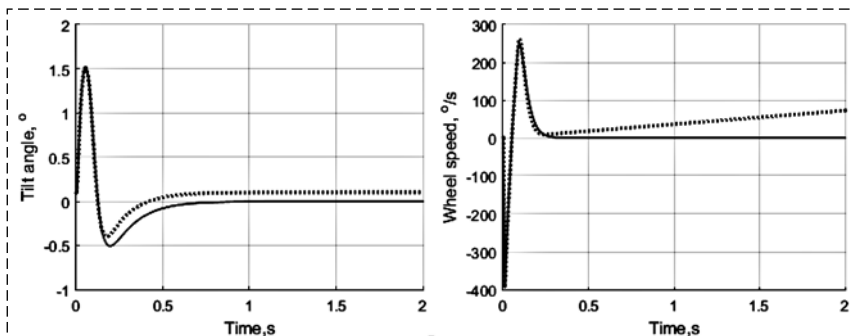


Fig. 9. The result of the optimization at stage 2. Dot line depicts the system before adjustment; solid line shows the adjusted one

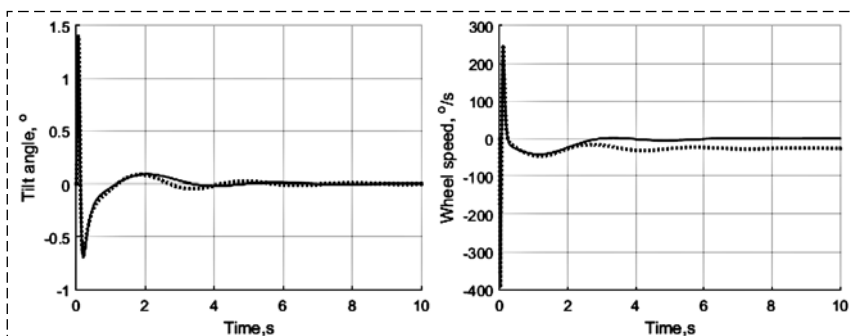


Fig. 10. The result of the optimization at stage 3. Dot line depicts the system before adjustment; solid line shows the adjusted one

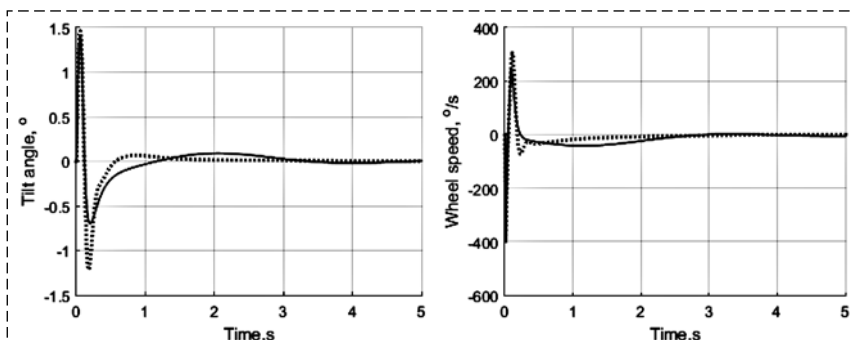


Fig. 11. The simulation of the robot transient processes. Dot line depicts the original system with regulator coefficients form Table 2; solid line shows the adjusted one

the coefficients, the following desired characteristic polynomial of the closed-loop system was used:

$$A(s) = (s + 30)^3 = s^3 + 90s^2 + 2700s + 27\,000.$$

Figures 8—10 show the transient processes of the system at each stage of adjustment. Fig. 11 shows the result of operation of the original (with the regulator coefficients from Table 2) and the adjusted systems. As it can be seen from the figure, the reverse peak was reduced by almost 2 times using the technique proposed, while slightly increasing the transient process time.

Perform a simulation of oscillations in the original and adjusted system. The simulation result is shown in Fig. 12. It can be seen from the figure that the amplitude of oscillation of the adjusted system was reduced by 1.5—2 times in comparison with the original system.

Testing the technique in the real device

The regulator coefficients obtained during adjustment (see Table 3) were applied in the real device. The results of the operation of the balancing robot with the initial and adjusted coefficients of the regulators are presented in Fig. 13 and Fig. 14. Fig. 13 shows graph of the robot tilt angle upon completion of the transient process. From the figure it can be seen that the amplitude of self-oscillation has decreased by almost 3 times, compared with the original system; and the value of the mean square error in the adjusted system is almost 8 times lower: $7.58 \cdot 10^{-2}$ degrees for the original system and $1.03 \cdot 10^{-2}$ for the adjusted one. The transient process time of the tilt angle slightly increased, as can be seen from Fig. 14, while the same parameter for the wheel rotation angle process remained almost unchanged.

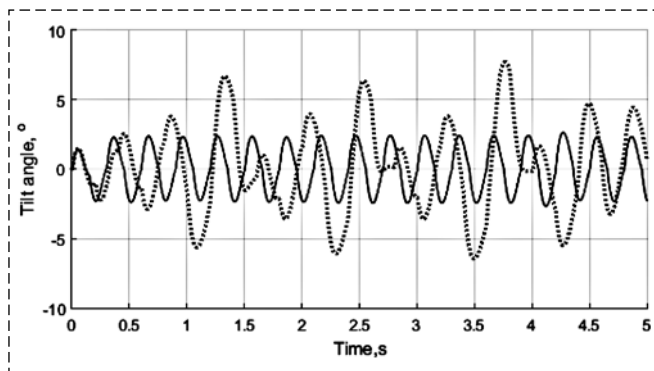


Fig. 12. The simulation of the self-oscillation. Dot line depicts the original system; solid line shows the adjusted one

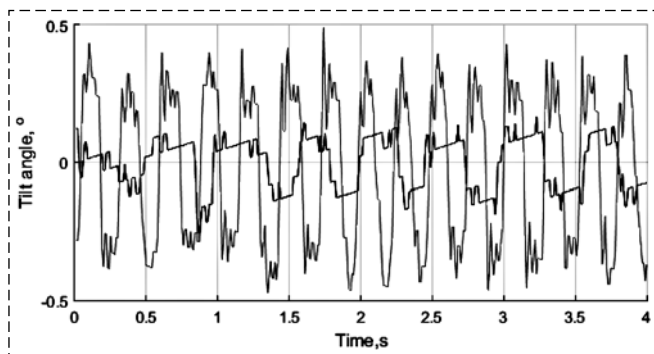


Fig. 13. The robot self-oscillation. Gray line depicts the original system; black line shows the adjusted one

Conclusion

The objectives of the research are completed. The analysis of the causes of robot self-oscillation around the equilibrium position has been carried out. A method of the robot oscillation simulation is proposed, which consists in simulating the response of the system to a periodic pulse disturbance influence. Numerical experiments with the proposed model allowed us to reveal the main reason for the increase in the amplitude of self-oscillation, which consist of overlap of the peak caused by the system reaction on

the pulse disturbance and the reverse peak caused by the reaction on the previous disturbance. Based on this, a three-step technique for adjusting the device regulator coefficients based on the method of numerical optimization is proposed. In the course of this technique, the system is optimized to reduce the magnitude of the reverse peak, which leads to a decrease in the amplitude of self-oscillations. The effectiveness of the technique is confirmed experimentally by the results of numerical simulation of the robot's behavior and the results of testing the coefficients obtained in the real device. The use of the technique allowed reducing the oscillation amplitude in the real device by almost three times. Thus, the proposed technique has shown its efficiency even when working with the real device.

References

1. Yamakawa S. Tracking Control of Wheeled Inverted Pendulum Based on the Time-State Control Form, *Proceedings of the 18th World Congress of The International Federation of Automatic Control*, Milano, Italy. August 28 — September 2, 2011, pp. 10691—10696.
2. Nawawi W. S. Chapter 16 Real-Time Control System for a Two-Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot, *Advanced Knowledge Application in Practice*, Rijeka, IntechOpen, 2010, available at: <https://doi.org/10.5772/10362>.
3. Mahmoud M. S., Nasir M. T. Robust Control Design of Wheeled Inverted Pendulum Assistant Robot, *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, October 2017, vol. 4, no. 4, pp. 628—638.
4. Xia D., Yao Y., Cheng L. Indoor Autonomous Control of a Two-Wheeled Inverted Pendulum Vehicle Using Ultra Wide Band Technology, *Sensors (Basel)*, June 2017, vol. 17, no. 6.
5. Ri S. H., Huang J., Wang Y., Tao C., Kim J. Y., Pak K. C. Dynamic Surface Control of Mobile Wheeled Inverted Pendulum Systems with Nonlinear Disturbance Observer, *Proceedings of the 19th World Congress of The International Federation of Automatic Control*, Cape Town, South Africa. August 24—29, 2014, pp. 4505—4510.
6. Kim H. W., Jung S. Fuzzy Logic Application to a Two-wheel Mobile Robot for Balancing Control Performance, *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, June 2012, vol. 12, no. 2, pp. 154—161.
7. Wu J., Zhang W., Wang S. A Two-Wheeled Self-Balancing Robot with the Fuzzy PD Control Method, *Mathematical Problems in Engineering*, 2012, vol. 2012, 13 pages, available at: <https://doi.org/10.1155/2012/469491>.
8. Sangfeel K., Eunji S., Sik K. K., Seop S. B. Design of Fuzzy Logic Controller for Inverted Pendulum-type Mobile Robot Using Smart In-Wheel Motor, *Indian Journal of Science and Technology*, March 2015, vol. 8, no. 5, pp. 187—196.
9. Ivoilov A. Yu., Zhmud V. A., Trubin V. G. The tilt angle estimation in the inverted pendulum stabilization task, *Proceedings of Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies (MWENT 2018)*, Moscow, Russia. March 14—16, 2018.
10. Vasudevan H., Dollar A. M., Morrell J. B. Design for Control of Wheeled Inverted Pendulum Platforms, *Journal of Mechanisms and Robotics*, November 2015, vol. 7, no. 4.

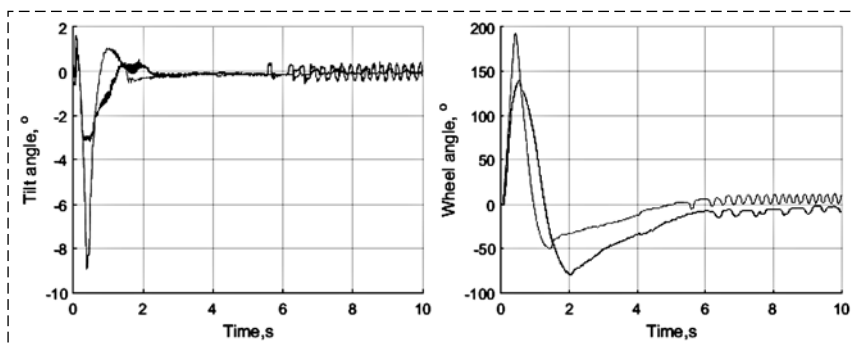


Fig. 14. The robot transient processes. Gray line depicts the original system; black line shows the adjusted one

11. Durdevic P., Yang Z. Hybrid Control of a Two-Wheeled Automatic-Balancing Robot with Backlash Feature, *Proceedings of 2013 IEEE International Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics (SSRR)*, October 2013.
12. Formal'skij A. M. Upravlenije dvizhenijem neustojchivyykh objectov (Control of unstable objects movement), Moscow, Phizmatlit, 2012 (in Russian).
13. Ivoilov A. Yu., Zhmud V. A., Trubin V. G., Roth H. Using the Numerical Optimization Method for Tuning the Regulator Coefficients of the Two-Wheeled Balancing Robot, *Proceedings of 14th International Conference on Actual Problems on Electronic Instrument Engineering (APEIE 2018)*, Novosibirsk, Russia, October 2—4, 2018, pp. 228—236.
14. Ivoilov A. Yu., Zhmud V. A., Roth H. The Dynamic Accuracy Increasing for a Controlling System by Means of the Modified Algorithm of Numerical Optimization of the Regulator, *Proceedings of Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies (MWENT 2018)*, Moscow, Russia, March 14—16, 2018.
15. Zhmud V. A., Dimitrov L. V., Yadrishnikov O. D. Calculation of regulators for the problem of mechatronics by means of numerical optimization method, *Proceedings of 12th International Conference on Actual Problems on Electronic Instrument Engineering (APEIE 2014)*, Novosibirsk, Russia, October 2-4, 2014, pp. 739—744.
16. Zhmud V. A., Zavorin A. N. The design of the control system for object with delay and interval-given parameters, *Proceedings of International Siberian conference on control and communications (SIBCON 2015)*, Omsk, Russia, May 21—23, 2015, 6 p.
17. Akoto C. L., Spangenberg H. Modeling of backlash in drive-trains, *Proceedings of CEAS 2013 The International Conference of the European Aerospace Societies*, Linkoping, Sweden, September 2013, 11 p.
18. Wu Yi., Wang Zh., Li Yu., Chen W., Du R., Chen Q. Characteristic Modeling and Control of Servo Systems with Backlash and Friction, *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, vol. 2014, 21 p. Available at: <https://doi.org/10.1155/2014/328450>.
19. Prasanga K., Sariyildiz E., Ohnishi K. Compensation of Backlash for Geared Drive Systems and Thrust Wires Used in Teleoperation, *IEEE Journal of Industry Applications*, 2015, vol. 4, no. 5, pp. 514—525.
20. Papageorgiou D., Blanke M., Niemann H. H., Richter J. H. Backlash estimation for industrial drive-train systems, *Preprints of the 20th World Congress, The International Federation of Automatic Control*, Toulouse, France, July 9—14, 2017, pp. 3336—3341.
21. Hovland G., Hanssen S., Moberg S., Brogardh T., Gunnarsson S., Isaksson M. Nonlinear Identification of Backlash in Robot Transmissions, *Proceedings of the 33rd ISR (International Symposium on Robotics)*, October 7—11, 2002.

ВНИМАНИЮ АВТОРОВ

Журнал "Мехатроника, автоматизация, управление" входит в **ПЕРЕЧЕНЬ** рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, утвержденный ВАК, по следующим научным специальностям:

- 05.02.05 — Роботы, мехатроника и робототехнические системы (технические науки).
- 05.07.09 — Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов (технические науки).
- 05.13.01 — Системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям) (физико-математические науки).
- 05.13.01 — Системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям) (технические науки).
- 05.13.06 — Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (по отраслям) (технические науки).

И. П. Попов, ст. преподаватель, ip.porow@yandex.ru,
Курганский государственный университет

Антирезонанс — резонанс скоростей

Задачей исследования является установление характера механического резонанса, а именно, того факта, является он резонансом сил или скоростей. Вводятся определения резонанса сил и резонанса скоростей. Уравнению вынужденных механических колебаний соответствует схема параллельного соединения, при котором инертное тело и изменения размеров упругого элемента и демпфера имеют единую скорость, а их реактивные силы складываются. При этом сумма реактивных сил потребителей механической мощности равна силе, развиваемой источником механической мощности, который подобно источнику напряжения в электротехнике можно назвать источником силы. Инертное тело, упругий элемент и демпфер можно соединять не только параллельно, но и последовательно. При последовательном соединении к элементам системы приложена единая сила, а скорости инертного тела и изменения размеров упругого элемента и демпфера складываются. При этом сумма скоростей потребителей механической мощности равна скорости, развиваемой источником механической мощности, который подобно источнику тока в электротехнике можно назвать источником скорости. Описываемый в курсах теоретической механики механический резонанс является резонансом сил. Ему соответствует параллельное соединение инертного тела, упругого элемента и демпфера. При последовательном соединении этих элементов возникает резонанс скоростей.

Ключевые слова: резонанс сил, скоростей, параллельное соединение, последовательное, источник силы, скорости

Введение

Учет резонансных явлений в мехатронных системах является актуальной задачей [1–6]. В основе их описаний лежит широко известное дифференциальное уравнение

$$a_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = a_\omega \sin \omega t, \quad (1)$$

которое имеет решение $x = x_1 + x_2$, где

$$x_1 = a e^{-bt} \sin(\omega_1 t + \alpha) \quad (2)$$

— собственные затухающие колебания,

$$x_2 = A \sin(\omega t - \varphi) \quad (3)$$

— вынужденные колебания; a , α — постоянные интегрирования;

$$b = \frac{a_1}{2a_2}, \omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}, \omega_0 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}, \quad (4)$$

$$A = \frac{\delta_0}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + 4h^2\lambda^2}},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2h\lambda}{1 - \lambda^2}, \lambda = \frac{\omega}{\omega_0}, h = \frac{b}{\omega_0}, \delta_0 = \frac{a_\omega}{a_0}. \quad (5)$$

При подстановках

$$a_2 = m, a_1 = r, a_0 = k, a_\omega = F \quad (6)$$

уравнение (1) превращается в классическое дифференциальное уравнение вынужденных механических колебаний

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = F \sin \omega t$$

$$\text{или } m \frac{dv}{dt} + rv + k \int v dt = F \sin \omega t. \quad (7)$$

При

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (8)$$

имеет место резонанс.

Теоретическая электротехника, объекты и процессы которой математически изоморфны механическим, различает два резонанса — резонанс напряжений и резонанс токов.

В 1873 г. Максвелл ввел первую (из двух) систему электро-механических аналогий, в соответствии с которой напряжение дуально силе, а ток — скорости. В связи с этим возникает закономерный вопрос: резонанс применительно к уравнению (7) — это резонанс сил или скоростей? Ответ на этот и связанные с ним вопросы составляет предмет настоящего исследования.

Определение 1. Резонанс сил — это резонанс, возникающий на частоте (8) в механической системе, включающей инертное тело и упругий элемент, при котором развиваемые ими реактивные силы максимальны и противоположны.

Определение 2. Резонанс скоростей — это резонанс, возникающий на частоте (8) в механической системе, включающей инертное тело и упругий элемент, при котором развиваемые ими скорости максимальны и противоположны.

Резонанс сил

Уравнению (7) соответствует схема параллельного соединения (рис. 1), при котором инертное тело и изменения размеров упругого элемента и демпфера имеют единую скорость, а их реактивные силы складываются. При этом сумма реактивных сил потребителей механической мощности равна силе, развиваемой источником механической мощности, который подобно источнику напряжения в электротехнике можно назвать источником силы.

Справедлива

Теорема 1. При выполнении условия (8) в механической системе, состоящей из параллельно соединенных инертного тела, упругого элемента и демпфера, что соответствует уравнению (7), возникает резонанс сил.

Доказательство. В соответствии с выражением (4)—(6)

$$A = \frac{F}{k} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{m\omega^2}{k}\right)^2 + 4 \frac{r^2 m}{4m^2 k} \frac{m\omega^2}{k}}} =$$

$$= \frac{F}{k} \frac{1}{\omega/k \sqrt{(k/\omega - m\omega)^2 + r^2}} = \frac{F}{\omega \sqrt{(k/\omega - m\omega)^2 + r^2}}.$$

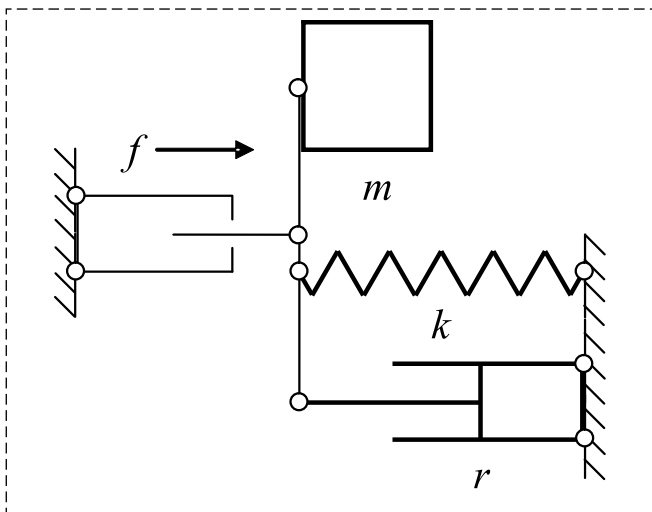


Рис. 1. Параллельное соединение
Fig. 1. Parallel connection

В установившемся режиме

$$x = A \sin(\omega t - \varphi) = \frac{F}{\omega \sqrt{(k/\omega - m\omega)^2 + r^2}} \sin(\omega t - \varphi);$$

$$f_k = kx = \frac{kF}{\omega \sqrt{(k/\omega - m\omega)^2 + r^2}} \sin(\omega t - \varphi); \quad (9)$$

$$f_m = m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{m\omega^2 F}{\omega \sqrt{(k/\omega - m\omega)^2 + r^2}} \sin(\omega t - \varphi). \quad (10)$$

При выполнении условия (8)

$$f_k^* = \frac{kF}{\sqrt{k/m} \sqrt{(k/\sqrt{k/m} - m\sqrt{k/m})^2 + r^2}} \times$$

$$\times \sin(\omega t - \varphi) = \frac{\sqrt{mk} F}{r} \sin(\omega t - \varphi) = \quad (11)$$

$$= \frac{\sqrt{k/m} \sqrt{mk} F}{\omega r} \sin(\omega t - \varphi) = \frac{kF}{\omega r} \sin(\omega t - \varphi);$$

$$f_m^* = -\frac{m\sqrt{k/m} F}{\sqrt{(k/\sqrt{k/m} - m\sqrt{k/m})^2 + r^2}} \times$$

$$\times \sin(\omega t - \varphi) = -\frac{\sqrt{mk} F}{r} \sin(\omega t - \varphi) = \quad (12)$$

$$= -\frac{\omega \sqrt{mk} F}{\sqrt{k/mr}} \sin(\omega t - \varphi) = -\frac{\omega m F}{r} \sin(\omega t - \varphi).$$

Выражения (11) и (12) показывают, что f_k^* и f_m^* равны и противоположны. Соотношения (9) и (11), (10) и (12) показывают, что f_k^* и f_m^* максимальны.

Теорема доказана.

Следствие 1.1. В первую (максвелловскую) систему электро-механических аналогий необходимо добавляется следующее дуально-инверсное соответствие — последовательное соединение потребителей электрической мощности при резонансе напряжений дуально параллельному соединению потребителей механической мощности при резонансе сил.

Следствие 1.2. При резонансе сил реактивная сила системы упругий элемент—инертное тело равна нулю, поскольку $f_k^* = -f_m^*$.

Величину $\sqrt{mk}$ по аналогии с электротехникой можно назвать *волновым сопротивлением* (системы).

Следствие 1.3. Если $\sqrt{mk} > r$, то реактивные силы, развиваемые инертным телом и упругим элементом, превышают приложенную силу.

Пример 1. $F = 100$ Н, $\omega = 2$ рад/с, $m = 10$ кг, $k = 40$ кг·с⁻², $r = 5$ кг·с⁻¹. Найти f_k^* и f_m^* .

В соответствии с выражением (11) и (12)

$$f_k^* = \frac{40 \cdot 100}{2 \cdot 5} \sin(\omega t - \varphi) = 400 \sin(\omega t - \varphi) \text{ (Н)};$$

$$f_m^* = -\frac{2 \cdot 10 \cdot 100}{5} \sin(\omega t - \varphi) = -400 \sin(\omega t - \varphi) \text{ (Н)}.$$

Реактивные силы, развиваемые инертным телом и упругим элементом, превышают приложенную силу.

Последовательное соединение

Инертное тело, упругий элемент и демпфер можно соединять не только параллельно, но и последовательно (рис. 2).

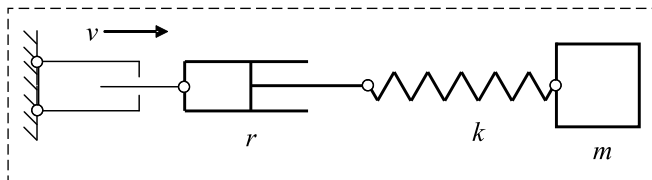


Рис. 2. Последовательное соединение
Fig. 2. Serial connection

При последовательном соединении к элементам системы приложена единая сила, а скорости инертного тела и изменения размеров упругого элемента и демпфера складываются. При этом сумма скоростей потребителей механической мощности равна скорости, развиваемой источником механической мощности, который подобно источнику тока в электротехнике можно назвать источником скорости.

Скорости компонент системы равны

$$v_m = \frac{1}{m} \int f dt, v_k = -\frac{1}{k} k \frac{dx}{dt} = \frac{1}{k} \frac{df}{dt},$$

$$v_r = \frac{f}{r}, v = -V \cos \omega t;$$

$$v_m + v_k + v_r = v,$$

$$\frac{1}{k} \frac{df}{dt} + \frac{f}{r} + \frac{1}{m} \int f dt = -V \cos \omega t$$

$$\text{или } \frac{1}{k} \frac{d^2 f}{dt^2} + \frac{1}{r} \frac{df}{dt} + \frac{1}{m} f = V \omega \sin \omega t. \quad (13)$$

Последнее уравнение изоморфно уравнению (1). Собственные затухающие колебания силы на штоке источника скорости для после-

довательного соединения в соответствии с соотношением (2) определяются выражением

$$f_1 = a e^{-b t} \sin(\omega_1 t + \alpha) = a e^{-\frac{k}{2r} t} \sin \left(\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{k^2}{4r^2}} t + \alpha \right).$$

Вынужденные колебания силы на штоке источника скорости для последовательного соединения в соответствии с соотношением (3) определяются выражениями

$$\begin{aligned} A &= \frac{\delta_0}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + 4h^2 \lambda^2}} = \\ &= \frac{V \omega m}{\sqrt{\left(1 - \omega^2 \frac{m}{k}\right)^2 + 4 \frac{k^2}{4r^2} \frac{m}{k} \omega^2 \frac{m}{k}}} = \\ &= \frac{V \omega m}{\omega m \sqrt{\left(\frac{1}{\omega m} - \frac{\omega}{k}\right)^2 + \frac{1}{r^2}}}; \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{2h\lambda}{1 - \lambda^2} = 2 \frac{k}{2r} \frac{\omega m}{k} \frac{1}{1 - \omega^2 m/k} = \\ &= \frac{\omega m}{r \omega m (1/\omega m - \omega/k)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2 &= A \sin(\omega t - \varphi) = \frac{V}{\sqrt{[1/(\omega m) - \omega/k]^2 + 1/r^2}} \times \\ &\times \sin \left[\omega t - \operatorname{arctg} \frac{1}{r(1/\omega m - \omega/k)} \right]. \end{aligned}$$

Резонанс скоростей

Справедлива

Теорема 2. При выполнении условия (8) в механической системе, состоящей из последовательно соединенных инертного тела, упругого элемента и демпфера, что соответствует уравнению (15), возникает резонанс скоростей.

Доказательство. В установившемся режиме

$$f = \frac{V}{\sqrt{[1/(\omega m) - \omega/k]^2 + 1/r^2}} \sin(\omega t - \varphi);$$

$$\begin{aligned} v_m &= \frac{1}{m} \int f dt = \\ &= -\frac{1}{\omega m} \frac{V}{\sqrt{[1/(\omega m) - \omega/k]^2 + 1/r^2}} \cos(\omega t - \varphi); \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} v_k &= \frac{1}{k} \frac{df}{dt} = \\ &= \frac{\omega}{k} \frac{V}{\sqrt{[1/(\omega m) - \omega/k]^2 + 1/r^2}} \cos(\omega t - \varphi). \end{aligned} \quad (15)$$

При выполнении условия (8)

$$v_m^* = -\frac{1}{\sqrt{k/mm}} \times \frac{V}{\sqrt{[1/(\sqrt{k/mm}) - \sqrt{k/m/k}]^2 + 1/r^2}} \times \cos(\omega t - \varphi) = -\frac{Vr}{\sqrt{mk}} \cos(\omega t - \varphi) = -\frac{\sqrt{k/m}Vr}{\omega\sqrt{mk}} \cos(\omega t - \varphi) = -\frac{Vr}{\omega m} \cos(\omega t - \varphi); \quad (16)$$

$$v_k^* = -\frac{\sqrt{k/m}}{k} \times \frac{V}{\sqrt{[1/(\sqrt{k/mm}) - \sqrt{k/m/k}]^2 + 1/r^2}} \times \cos(\omega t - \varphi) = \frac{Vr}{\sqrt{mk}} \cos(\omega t - \varphi) = \frac{\omega Vr}{\sqrt{k/m}\sqrt{mk}} \cos(\omega t - \varphi) = \frac{\omega Vr}{\omega m} \cos(\omega t - \varphi). \quad (17)$$

Выражения (16) и (17) показывают, что v_k^* и v_m^* равны и противоположны. Выражение (14) и (16), (15) и (17) показывают, что v_k^* и v_m^* максимальны.

Теорема доказана.

Следствие 2.1. В первую (максвелловскую) систему электро-механических аналогий необходимо добавляется следующее дуально-инверсное соответствие — параллельное соединение потребителей электрической мощности при резонансе токов дуально последовательному соединению потребителей механической мощности при резонансе скоростей.

Следствие 2.2. При резонансе скоростей точка приложения силы к системе упругий элемент—инертное тело неподвижна, поскольку $v_k^* = -v_m^*$.

Следствие 2.3. Если $\sqrt{mk} < r$, то скорости, развиваемые инертным телом и упругим элементом, превышают скорость штока источника воздействия.

Пример 2. $V = 10 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$, $r = 80 \text{ кг} \cdot \text{с}^{-1}$, остальные данные из примера 1. Найти v_k^* и v_m^* .

В соответствии с выражением (16) и (17)

$$v_m^* = -\frac{10 \cdot 80}{2 \cdot 10} \cos(\omega t - \varphi) = -40 \cos(\omega t - \varphi) \text{ (м} \cdot \text{с}^{-1}\text{)};$$

$$v_k^* = \frac{2 \cdot 10 \cdot 80}{40} \cos(\omega t - \varphi) = 40 \cos(\omega t - \varphi) \text{ (м} \cdot \text{с}^{-1}\text{)}.$$

Скорости, развиваемые инертным телом и упругим элементом, превышают скорость штока источника воздействия.

Артефакты

Существуют устройства, в удовлетворительном приближении способные выполнять функции источников силы и источников скорости. Источником гармонической скорости может выступать привод с кривошипно-кулисным механизмом и маховиком с большим моментом инерции. Источником гармонической силы может выступать шток пневмоцилиндра, полость которого сообщается с полостью другого пневмоцилиндра, диаметр которого неизмеримо выше, чем у первого, а поршень совершает гармонические колебания.

В работе [7] описана механическая система из *двух* инертных тел и *двух* упругих элементов, для которой обнаружено "удивительное явление", при котором точка приложения гармонической силы остается неподвижной. Это явление, казалось бы, очевидным образом названо антирезонансом. Степень неудачности этого термина можно оценить, применив его к резонансу токов в электротехнике.

В действительности упомянутая система представляет собой суперпозицию "элементарных" систем, рассмотренных выше. По этой причине процессы, происходящие в ней, являются суперпозицией соответствующих процессов, одним из которых и был резонанс скоростей, ошибочно принятый за "антирезонанс". При этом неподвижность точки приложения гармонической силы ("удивительное явление") соответствует следствию 2.2.

Заключение

Описываемый в курсах теоретической механики механический резонанс является резонансом сил. Ему соответствует параллельное соединение инертного тела, упругого элемента и демпфера. При последовательном соединении этих элементов возникает резонанс скоростей.

Список литературы

1. Бурьян Ю. А., Шалай В. В., Зубарев А. В., Поляков С. Н. Динамическая компенсация виброактивных сил в колебательной системе // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 3. С. 192—195. DOI: 10.17587/mau.18.192-195

2. Голуб А. П., Селюцкий Ю. Д. Двухзвенный маятник в упругом подвесе // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 6. С. 380—386. DOI: 10.17587/mau.19.380-386.

3. Градецкий В. Г., Чашухин В. Г. Исследование динамики миниатюрных внутритрубных роботов вибрационного типа // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 6. С. 396—401. DOI: 10.17587/mau.19.396-401.

4. Семенов М. Е., Матвеев М. Г., Мелешенко П. А., Соловьев А. М. Динамика демпфирующего устройства на основе материала Ишлинского // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 2. С. 106—113. DOI: 10.17587/mau.20.106-113.

5. Голицына М. В. Оптимальный выбор ускорения маятника в задачах управления вибрационным роботом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 1. С. 31—39. DOI: 10.17587/mau.19.31-39.

6. Семенов М. Е., Матвеев М. Г., Лебедев Г. Н., Соловьев А. М. Стабилизация обратного гибкого маятника с гистерезисными свойствами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 1. С. 516—526. DOI: 10.17587/mau.18.516-525.

7. Пановко Я. Г., Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем: Современные концепции, парадоксы и ошибки. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 352 с.

Anti-Resonance — Velocity Resonance

I. P. Popov, ip.popow@yandex.ru,

Kurgan State University, Kurgan, 640020, Russian Federation

Corresponding author: **Popov Igor P.**, Senior Lecturer of the Department "Technology of mechanical engineering, machine tools and instruments" of the Kurgan State University, Kurgan, 640020, Russian Federation, e-mail: ip.popow@yandex.ru

Accepted on April 04, 2019

The task of the study is to establish the nature of mechanical resonance, namely, it is a resonance of forces or speeds. Two definitions are introduced. Definition 1. Resonance of forces is a resonance arising at a frequency $\omega = (k/m)^{0.5}$ in a mechanical system including an inert body and an elastic element, at which the reactive forces developed by them are maximal and opposite. Definition 2. The velocity resonance is a resonance arising at a frequency $\omega = (k/m)^{0.5}$ in a mechanical system, including an inert body and an elastic element, at which the speeds developed by them are maximum and opposite. The equation of forced mechanical oscillations corresponds to a parallel connection scheme, in which the inert body and changes in the dimensions of the elastic element and damper have a uniform speed, and their reactive forces are added. The sum of the reactive forces of the consumers of mechanical power is equal to the force developed by the source of mechanical power, which, like a voltage source in electrical engineering, can be called a source of power. Theorem 1 holds. If the condition $\omega = (k/m)^{0.5}$ is satisfied in a mechanical system consisting of parallel-connected inert bodies, an elastic element and a damper, a resonance of forces occurs. The inert body, the elastic element and the damper can be connected not only in parallel but also in series. With a series connection, a single force is applied to the elements of the system, and the velocities of the inert body and the changes in the dimensions of the elastic element and damper are added. The sum of the speeds of consumers of mechanical power is equal to the speed developed by the source of mechanical power, which, like a current source in electrical engineering, can be called a source of speed. Theorem 2 is valid. Under the condition $\omega = (k/m)^{0.5}$ in a mechanical system consisting of a series-connected inert body, an elastic element and a damper, a velocity resonance occurs. The mechanical resonance described in the courses of theoretical mechanics is the resonance of forces. It corresponds to a parallel connection of an inert body, an elastic element and a damper. When these elements are connected in series, a velocity resonance occurs.

Keywords: resonance of forces, velocities, parallel connection, series, source of force, speed

For citation:

Popov I. P. Anti-Resonance — Velocity Resonance, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2019, vol. 20, no. 6, pp. 362—366. DOI: 10.17587/mau.20.362-366

References

1. Bur'yan Yu. A., Shalay V. V., Zubarev A. V., Polyakov S. N. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniye*, 2017, vol. 18, no. 3, pp. 192—195, DOI: 10.17587/mau.18.192-195 (in Russian).

2. Golub A. P., Selyutskiy Yu. D. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniye*, 2018, vol. 19, no. 6, pp. 380—386, DOI: 10.17587/mau.19.380-386 (in Russian).

3. Gradetskiy V. G., Chashchukhin V. G. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniye*, 2018, vol. 19, no. 6, pp. 396—401, DOI: 10.17587/mau.19.396-401 (in Russian).

4. Semonov M. Ye., Matveyev M. G., Meleshenko P. A., Solov'yev A. M. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniye*, 2019, vol. 20, no. 2, pp. 106—113, DOI: 10.17587/mau.20.106-113 (in Russian).

5. Golitsyna M. V. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniye*, 2018, vol. 19, no. 1, pp. 31—39. DOI: 10.17587/mau.19.31-39 (in Russian).

6. Semonov M. Ye., Matveyev M. G., Lebedev G. N., Solov'yev A. M. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniye*, 2017. Vol. 18, no. 1, pp. 516—525, DOI: 10.17587/mau.18.516-525 (in Russian).

7. Panovko Ya. G., Gubanova I. I. Stability and oscillations of elastic systems: Modern concepts, paradoxes and errors, Moscow, Nauka, 1987, 352 p. (in Russian).

О. Н. Корсун, д-р техн. наук, проф., marmotto@rambler.ru, А. В. Стуловский, инженер, avstlv2@gmail.com, Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, г. Москва

Сравнение прямого метода и принципа максимума в задаче формирования программного управления летательным аппаратом*

Обсуждается решение задачи формирования программного управления для объекта, задаваемого нелинейной системой дифференциальных уравнений. Известные методы оптимального управления требуют решения двухточечной краевой задачи, что в общем случае связано с принципиальными сложностями. Поэтому предлагается методика, использующая прямой метод решения, в котором оптимизация осуществляется посредством популяционного алгоритма. На примере движения летательного аппарата проводится сравнение решений, полученных прямым методом и на основе классической теории оптимального управления, в первую очередь, принципа максимума Понтрягина. Приводятся результаты, показывающие высокую степень совпадения полученных управлений при различных способах выбора целевого функционала.

Ключевые слова: оптимальное программное управление, двухточечная краевая задача, принцип максимума, прямые методы, популяционный алгоритм численной оптимизации

Введение

Существует ряд способов решения задачи формирования управления, начиная с классических результатов вариационного исчисления и принципа максимума Понтрягина [1, 2] и заканчивая относительно новыми методами обратных задач динамики [3], метода декомпозиции [4, 5] и вложенных систем [6, 7].

В связи с ростом доступных исследователям вычислительных мощностей значительное внимание привлекли к себе прямые методы решения задач [8, 9]. Напомним, что в основе прямых методов лежит допущение, что траектории возможных управлений можно параметризовать и, таким образом, свести поиск управления к однокритериальной безусловной многопараметрической оптимизации. Такая постановка существенно проще, чем решение традиционной двухточечной задачи. Поскольку применение многих хорошо зарекомендовавших себя градиентных методов (в том числе и метода Ньютона с его модификациями) затруднено при большом числе параметров, разумно обратиться к оптимизационным алгорит-

мам другого типа, а именно, генетическим и популяционным, дающим хорошие результаты при решении многомерных оптимизационных задач. В данной работе используется метод роя частиц [10, 11], являющийся разновидностью популяционных алгоритмов.

В статье предлагается прямой метод формирования программного управления летательным аппаратом и проводится его сравнение с классическими результатами теории оптимального управления — решением задачи Лагранжа на основе вариационного исчисления и принципа максимума Понтрягина.

Общая постановка задачи

Пусть нелинейная нестационарная модель объекта управления задана в виде

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \quad (1.1)$$

где $t \in [t_0, T]$ — время функционирования системы; $\mathbf{x}$ и $\dot{\mathbf{x}}$ — векторы фазовых координат (выходных сигналов) и их производных по времени; $\mathbf{u}$ — искомый вектор управления (входной сигнал); $\mathbf{f}(\cdot)$ — известная векторозначная функция векторных аргументов. Начальные условия $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ принимаются заданными.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 18-08-00921-а.

Минимизируемый скалярный функционал имеет вид

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \int_{t_0}^T F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt, \quad (1.2)$$

где t_0 , T — начальный и конечный моменты времени функционирования системы.

Пусть требуется найти управление, обеспечивающее на рассматриваемом интервале времени минимальные отклонения выходных сигналов от заданных. Тогда в выражении (1.2) подынтегральное выражение можно записать следующим образом:

$$F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = F(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, t),$$

где $\tilde{\mathbf{x}}$ — вектор заданных значений фазовых координат.

Выражения (1.1)—(1.2) описывают хорошо известную задачу Лагранжа со свободным концом [12, 13], так как начальные условия на левом конце заданы, а границы рассматриваемого интервала времени t_0 , T фиксированы. Традиционной рекомендацией, позволяющей найти оптимальное управление $\tilde{\mathbf{u}}$, является переход к двухточечной краевой задаче. Для этого записывается функция Гамильтона

$$H = (\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{f}) - F, \quad (1.3)$$

где $(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{f})$ — скалярное произведение векторов $\boldsymbol{\lambda}$ и $\mathbf{f}$, а сама сопряженная вектор-функция $\boldsymbol{\lambda}$ удовлетворяет уравнению

$$\boldsymbol{\lambda}' = -\mathbf{f}_x^T \boldsymbol{\lambda} + F_x = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} \quad (1.4)$$

с начальными условиями $\boldsymbol{\lambda}(T) = 0$.

Оптимальное управление $\tilde{\mathbf{u}}$ находится из необходимого условия минимума функции Гамильтона

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = \boldsymbol{\lambda} \mathbf{f}_u - F_u = 0. \quad (1.5)$$

Здесь необходимо возникает двухточечная краевая задача, поскольку начальные условия для модели объекта (1.1) заданы в начале интервала, а для сопряженной функции (1.4) — на его конце. Решение этой задачи часто сопряжено со значительными трудностями [12–14]. Вид условия (1.5) соответствует случаю, когда ограничения на управление не накладываются.

При наличии ограничений необходимое условие минимума определяется принципом максимума Понтрягина

$$H(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{u}}, \psi, \tau) = \max_{\mathbf{u} \in G_u} H(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \psi, \tau), \quad (1.6)$$

где $\tilde{\mathbf{u}}$ — оптимальное управление, выбираемое среди управлений с ограничением $\mathbf{u} \in G_u$.

Остановимся теперь на предлагаемом прямом методе. Он заключается в непосредственной минимизации целевого функционала вида (1.2). Для этого управления, являющиеся функциями времени, представляются на рассматриваемом интервале в виде Эрмита сплайна 3-го порядка. Параметры сплайна априорно неизвестны. Для их нахождения решается задача многомерной параметрической оптимизации, т. е. находятся параметры, доставляющие минимум функционалу (1.2). Численное решение находим, применяя одни из популяционных алгоритмов оптимизации — метод роя частиц.

Функционал (1.2) по физическому смыслу достигает минимума, когда выходные сигналы модели $\mathbf{x}$, соответствующие оптимальному управлению $\tilde{\mathbf{u}}$, наиболее близки заданным выходным сигналам $\tilde{\mathbf{x}}$. Поэтому теоретической основой данного подхода служит известная теорема о существовании и единственности решения конечномерной системы нелинейных дифференциальных уравнений [15]. С практической точки зрения преимущество прямого метода в том, что он не требует решения двухточечной краевой задачи.

Подробнее модель объекта и вид функционала описаны в следующем разделе.

Объект управления

В качестве модели объекта рассматриваются следующие уравнения пространственного движения летательного аппарата [16, 17].

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \omega_z - \frac{qS}{mV(t)} c_{ye}(\alpha) - \frac{P_x}{mV(t)} \sin[\alpha(t)] + \\ &+ \frac{g}{V(t)} (\sin[\alpha(t)] \sin[\nu(t)] + \\ &+ \cos[\alpha(t)] \cos[\nu(t)] \cos[\gamma(t)]); \\ \dot{\nu} &= -\frac{qS}{m} c_{xe}(\alpha) + \frac{P_x}{m} \cos[\alpha(t)] + \\ &+ g(-\cos[\alpha(t)] \sin[\nu(t)] + \\ &+ \sin[\alpha(t)] \cos[\nu(t)] \cos[\gamma(t)]); \\ \dot{h} &= V(t) (\cos[\alpha(t)] \sin[\nu(t)] - \\ &- \sin[\alpha(t)] \cos[\nu(t)] \cos[\gamma(t)]); \\ \dot{\psi} &= \frac{1}{\cos[\nu(t)]} \omega_z \sin[\gamma(t)], \end{aligned} \quad (1.7)$$

где α — угол атаки, рад; ω_z — угловая скорость относительно оси Oz связанной системы координат [18], рад/с; υ, γ, ψ — углы тангажа, крена, рыскания, рад; V — истинная воздушная скорость, м/с; h — высота полета, м; $c_{ye}(\alpha)$ — коэффициент подъемной силы в полусвязанной системе координат [18]; $c_{xe}(\alpha)$ — коэффициент силы сопротивления в полусвязанной системе координат; m — масса самолета, кг; S — эквивалентная площадь крыла, м²; $q = \rho_h V^2 / 2$ — скоростной напор, Па; ρ_h — плотность воздуха на высоте полета, кг/м³; P_x — проекция тяги двигателей на ось Ox связанной системы координат, Н.

Система дифференциальных уравнений (1.7) дополняется алгебраическим уравнением для ω_z :

$$\omega_z = \dot{\upsilon}(t) \cos[\gamma(t)] - \dot{\psi} \cos[\upsilon(t)] \sin[\gamma(t)], \quad (1.8)$$

где $\tilde{\psi}$ — заданное значение угла рыскания.

Для приведенной модели выберем в качестве управляющих сигналов углы тангажа и крена. Они имеют то преимущество, что, во-первых, являются достаточно гладкими и поэтому могут хорошо аппроксимироваться сплайнами с небольшим числом узлов, во-вторых, имеют по определению ограничения на область значений ($\pm 90^\circ$ по углу тангажа, $\pm 180^\circ$ по углу крена). Практическая реализация этих программных углов также не вызывает принципиальных сложностей, поскольку методы проектирования контуров слежения за заданными углами тангажа и крена в настоящее время развиты достаточно хорошо.

Прямые методы решения задачи требуют разложения управляющих сигналов по базису линейно независимых функций. При этом необходимо стремиться к компромиссу между точностью аппроксимации управлений, что ведет к увеличению числа параметров, и вычислительной сложностью решения задачи параметрической оптимизации. В данной работе были применены Эрмитовы сплайны третьего порядка [19, 20] с расстоянием между узлами около 8 с.

Для проверки работоспособности предложенного метода решали специально сформулированную тестовую задачу. В качестве входных сигналов задавали известные функции времени. С их помощью моделировали движение объекта согласно системе (1.7)—(1.8). Полученные выходные сигналы принимали в качестве заданных значений $\tilde{x}$. Далее предполагали, что модель объекта известна, и ставили

задачу поиска управлений, минимизирующих функционал

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \sum_{i=0}^N (k_1(\alpha(t_i) - \tilde{\alpha}(t_i))^2 + k_2(V(t_i) - \tilde{V}(t_i))^2) + \sum_{i=0}^N (k_3(h(t_i) - \tilde{h}(t_i))^2 + k_4(\psi(t_i) - \tilde{\psi}(t_i))^2), \quad (1.9)$$

где k_1, k_2, k_3, k_4 — весовые коэффициенты; $\tilde{\alpha}, \tilde{V}, \tilde{h}, \tilde{\psi}$ — заданные значения угла атаки, скорости, высоты и угла рыскания; $t_0, t_N = T$ — время начала и конца участка соответственно.

Поскольку в тестовой задаче истинные управления известны, они использовались в качестве эталонных для оценки точности предложенного прямого метода.

Эту же тестовую задачу можно решить на основе классической теории оптимального управления, используя необходимое условие (1.5) равенства нулю производной функции Гамильтона по управлению. Принимая систему уравнений (1.7)—(1.8) в качестве модели объекта управления, а углы тангажа и крена — в качестве управляющих сигналов, условие (1.5) можно упростить, учитывая, что функционал не зависит явно от управления. Тогда (1.5) принимает вид

$$\lambda \mathbf{f}_u = 0. \quad (1.10)$$

Определяя для системы (1.7)—(1.8) частные производные по вектору управляющих сигналов аналитически, получим

$$\begin{aligned} \lambda_1 f_v^1 + \lambda_2 f_v^2 + \lambda_3 f_v^3 + \lambda_4 f_v^4 &= 0; \\ \lambda_1 f_\gamma^1 + \lambda_2 f_\gamma^2 + \lambda_3 f_\gamma^3 + \lambda_4 f_\gamma^4 &= 0, \end{aligned} \quad (1.11)$$

где частные производные по управлению

$$\begin{aligned} f_v^1 &= \dot{\psi}(t) \sin[\upsilon(t)] \sin[\gamma(t)] + \\ &+ \frac{g}{V(t)} (\sin[\alpha(t)] \cos[\upsilon(t)] - \cos[\alpha(t)] \sin[\upsilon(t)] \cos[\gamma(t)]); \\ f_v^2 &= -g (\cos[\alpha(t)] \cos[\upsilon(t)] + \sin[\alpha(t)] \sin[\upsilon(t)] \cos[\gamma(t)]); \\ f_v^3 &= V(t) (\cos[\alpha(t)] \cos[\upsilon(t)] + \sin[\alpha(t)] \sin[\upsilon(t)] \cos[\gamma(t)]); \\ f_v^4 &= -\dot{\psi}(t) \sin[\upsilon(t)] \sin^2[\gamma(t)] \frac{1}{\cos[\upsilon(t)]} - \\ &- \omega_z(t) \frac{\sin[\gamma(t)] \sin[\upsilon(t)]}{\cos^2[\upsilon(t)]}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_\gamma^1 &= -\dot{v}(t) \sin[\gamma(t)] - \dot{\psi}(t) \cos[v(t)] \cos[\gamma(t)] - \\
&- \frac{g}{V(t)} \cos[\alpha(t)] \cos[v(t)] \sin[\gamma(t)]; \\
f_\gamma^2 &= -g \sin[\alpha(t)] \cos[v(t)] \sin[\gamma(t)]; \\
f_\gamma^3 &= V(t) \sin[\alpha(t)] \cos[v(t)] \sin[\gamma(t)]; \\
f_\gamma^4 &= \frac{\sin[\gamma(t)]}{\cos[v(t)]} \{ \dot{v}(t) \sin[\gamma(t)] + \\
&+ \dot{\psi}(t) \cos[v(t)] \cos[\gamma(t)] \} - \omega_z(t) \frac{\cos[\gamma(t)]}{\cos[v(t)]}.
\end{aligned}$$

Напомним, что сопряженная вектор-функция в общем случае находится из уравнения (1.4):

$$\dot{\lambda} = -\mathbf{f}_x^T \lambda + F_x, \lambda(T) = 0.$$

Применительно к модели (1.7)–(1.8) с функционалом (1.9) вектор-функцию можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}
\dot{\lambda}_1 &= 2k_1(\alpha(t) - \tilde{\alpha}(t)) - \lambda_1 f_\alpha^1 - \lambda_2 f_\alpha^2 - \lambda_3 f_\alpha^3; \\
\dot{\lambda}_2 &= 2k_2(V(t) - \tilde{V}(t)) - \lambda_1 f_V^1 - \lambda_2 f_V^2 - \lambda_3 f_V^3; \\
\dot{\lambda}_3 &= 2k_3(h(t) - \tilde{h}(t)) - \lambda_1 f_h^1 - \lambda_2 f_h^2; \\
\dot{\lambda}_4 &= 2k_4(\psi(t) - \tilde{\psi}(t)),
\end{aligned} \quad (1.12)$$

где приняты обозначения

$$\begin{aligned}
f_\alpha^1 &= -\frac{qS}{mV(t)} \frac{\partial c_{ye}}{\partial \alpha} - \frac{Px}{mV(t)} \cos[\alpha(t)] + \frac{g}{V(t)} \times \\
&\times (\cos[\alpha(t)] \sin[v(t)] - \sin[\alpha(t)] \cos[v(t)] \cos[\gamma(t)]); \\
f_\alpha^2 &= -\frac{qS}{m} \frac{\partial c_{xe}}{\partial \alpha} - \frac{Px}{m} \sin[\alpha(t)] + \\
&+ g(\sin[\alpha(t)] \sin[v(t)] + \\
&+ \cos[\alpha(t)] \cos[v(t)] \cos[\gamma(t)]); \\
f_\alpha^3 &= V(t)(-\sin[\alpha(t)] \sin[v(t)] - \\
&- \cos[\alpha(t)] \cos[v(t)] \cos[\gamma(t)]); \\
f_V^1 &= -\frac{\rho S}{2m} c_{ye} + \frac{Px}{mV^2(t)} \sin[\alpha(t)] - \\
&- \frac{\sin[\alpha(t)]}{mV(t)} \frac{\partial Px}{\partial V} - \frac{g}{V^2(t)} (\sin[\alpha(t)] \sin[v(t)] + \\
&+ \cos[\alpha(t)] \cos[v(t)] \cos[\gamma(t)]); \\
f_V^2 &= \frac{1}{m} \left(-\rho V(t) S c_{xe} + \cos[\alpha(t)] \frac{\partial Px}{\partial V} \right); \\
f_V^3 &= \cos[\alpha(t)] \sin[v(t)] - \\
&- \sin[\alpha(t)] \cos[v(t)] \cos[\gamma(t)];
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_h^1 &= -\frac{1}{mV(t)} \left(\frac{1}{2} S c_{ye} V^2 \frac{\partial p}{\partial h} + \sin[\alpha(t)] \frac{\partial Px}{\partial h} \right); \\
f_h^2 &= \frac{1}{m} \left(-\frac{1}{2} S c_{xe} V^2 \frac{\partial p}{\partial h} + \cos[\alpha(t)] \frac{\partial Px}{\partial h} \right).
\end{aligned}$$

Полученные выражения позволяют решить задачу Лагранжа на основе условия равенства нулю производных функции Гамильтона по управлению.

Сравнение прямого метода с решением задачи Лагранжа (ограничения на управление отсутствуют)

Проведем по полученным выше тестовым данным сравнение решений, полученных прямым методом и путем решения задачи Лагранжа на основе условия равенства нулю производной функции Гамильтона по управлению. Очевидно, что на тестовых данных точность решений должна быть высокой, поскольку модель объекта известна, шумы отсутствуют, а однозначность обеспечивается теоремой о единственности решения системы нелинейных дифференциальных уравнений [15]. Для численной параметрической оптимизации использовался метод роя частиц. Границы областей поиска задавали во всем возможном диапазоне значений, т. е. $\pm 90^\circ$ для угла тангажа, $\pm 180^\circ$ для угла крена. На временном интервале 36..40 с задавали равномерную сетку с шестью узлами. Другими словами, для получения сплайнов, аппроксимирующих два управляющих сигнала, требовалось найти 24 параметра (значения управлений и их производных в узлах сплайнов).

Результаты для прямого метода представлены на рис. 1 и 2. Согласно рис. 1 степень совпадения по выходным сигналам является очень высокой, вплоть до визуальной неразличимости.

Точность соответствия оценок входных сигналов, заданных при моделировании, также весьма высокая (рис. 2). Особенно это заметно в канале угла тангажа и, в меньшей степени, в канале крена. Этим подтверждается способность алгоритма находить качественную оценку входных сигналов фактически при отсутствии начальных приближений.

Рассмотрим теперь решение задачи Лагранжа для этих же тестовых данных. Очевидно, что условие точного равенства нулю производных функции Гамильтона по управлению в случае численного решения невыполнимо. Поэтому на

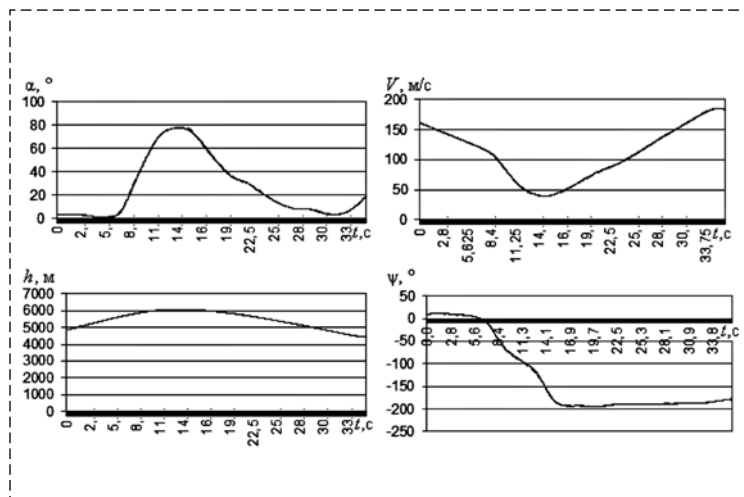


Рис. 1. Сравнение исходных выходных сигналов (сплошная линия) и выходных сигналов, полученных с помощью прямого метода (штриховая линия)

Fig. 1. Fitting of the targeted output signals (solid line) and output signals obtained using the direct method (dash line)

рассматриваемом участке следует ввести некоторую меру близости производных к нулю, например, взвешенную сумму квадратов производных во все дискретные моменты времени. Тогда можно составить следующий функционал:

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \sum_{i=0}^N \left(k_1 \left(\frac{\partial H}{\partial u_1} \right)_{t_i}^2 + k_2 \left(\frac{\partial H}{\partial u_2} \right)_{t_i}^2 \right), \quad (4.1)$$

где k_1, k_2 — весовые коэффициенты; $u_1 = \psi$, $u_2 = \gamma$ — углы тангажа и крена, выбранные в качестве сигналов управления; $t_0, t_N = T$ — время начала и конца участка соответственно.

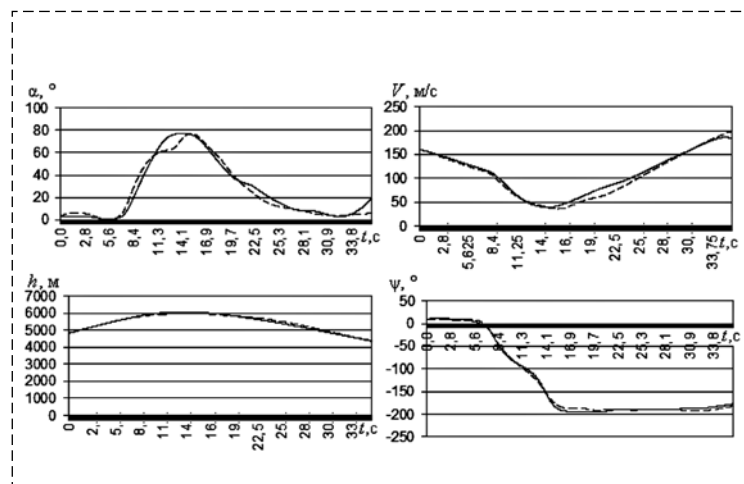


Рис. 3. Сравнение исходных выходных сигналов (сплошная линия) и выходных сигналов, полученных на основе равенства нулю производных функции Гамильтона (штриховая линия), функционал (4.1)

Fig. 3. Fitting of the targeted output signals (solid line) and output signals obtained using the partial control derivatives of the Hamilton function (dash line), functional (4.1)

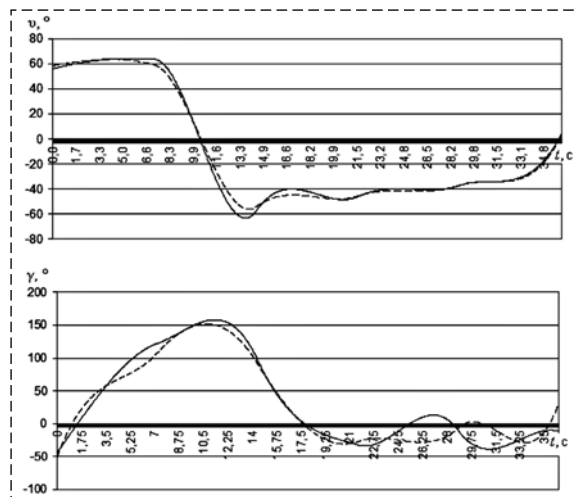


Рис. 2. Сравнение заданных входных сигналов (сплошная линия) с сигналами, полученными прямым методом (штриховая линия)

Fig. 2. Fitting of known test input signals (solid line) and signals obtained using the direct method (dash line)

Оценки оптимальных управлений, как и в предыдущем случае, ищем в форме Эрмитова сплайна третьего порядка, для численной оптимизации также используем метод роя частиц при тех же границах области возможных значений. Отличие от предыдущего случая в том, что вместо функционала (1.9) прямого метода минимизируем функционал (4.1), соответствующий необходимому условию (1.5) в задаче Лагранжа.

Результаты представлены на рис. 3 и 4. Степень соответствия достаточно хорошая, особенно по выходным сигналам, но несколько ниже, чем в предыдущем случае.

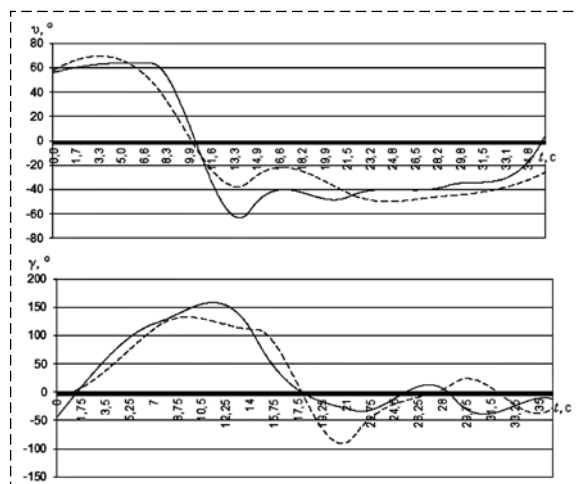


Рис. 4. Сравнение заданных входных сигналов (сплошная линия) с сигналами, полученными на основе равенства нулю производных функции Гамильтона (штриховая линия), функционал (4.1)

Fig. 4. Fitting of known test input signals (solid line) and signals obtained using the partial control derivatives of the Hamilton function (dash line), functional (4.1)

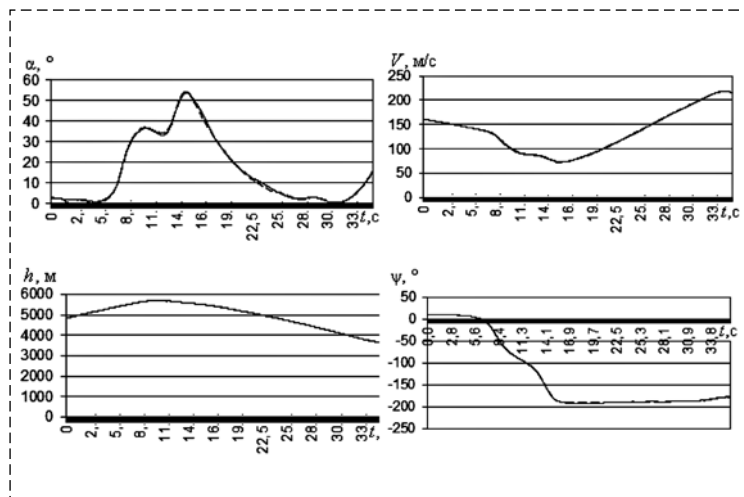


Рис. 5. Сравнение исходных выходных сигналов (сплошная линия) и выходных сигналов, полученных прямым методом (штриховая линия)
Fig. 5. Fitting of the targeted output signals (solid line) and output signals obtained using the direct method (dash line)

Выполненный численный эксперимент также показал, что алгоритм, использующий условие равенства нулю производных функции Гамильтона, имеет более высокую чувствительность к ширине области поиска. Это можно заметить, если сузить область поиска, например, до $\pm 20\%$ от значений истинных значений параметров. Тогда удастся значительно улучшить решение, хотя оно все равно уступает прямому методу с функционалом (1.9) с более широкой начальной областью поиска.

Сравнение прямого метода с решением задачи Лагранжа при наличии ограничений на управление

В рассмотренном выше примере управляющие сигналы не приближаются к своим предельным значениям, поэтому с полным основанием этот пример относится к случаю управления без ограничений. Этому соответствует задача Лагранжа в постановке (1.1)–(1.2). При наличии ограничений на управление классическая теория [15] рекомендует применять принцип максимума, где функционал определяется выражением (1.6). В нашем исследовании задача решается численно, поэтому ничто не препятствует применить два рассмотренных выше метода для поиска управления с ограничениями.

Итак, на примере задачи с ограничениями выполним сравнение трех методов: прямого метода, решения на основе равенства нулю

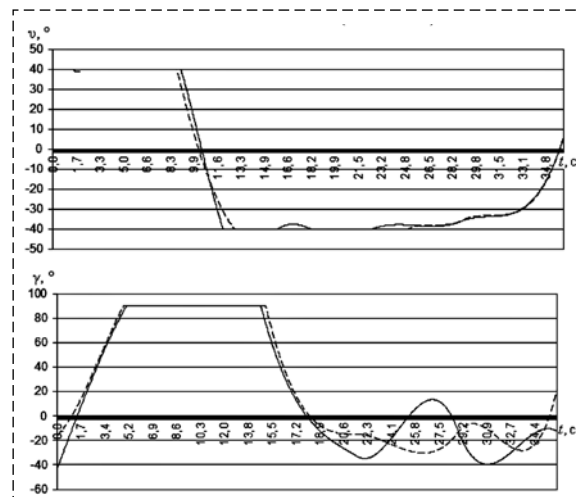


Рис. 6. Сравнение заданных входных сигналов (сплошная линия) с сигналами, полученными прямым методом (штриховая линия)
Fig. 6. Fitting of known test input signals (solid line) and signals obtained using the direct method (dash line)

производных функции Гамильтона и решение по принципу максимума, т. е. по условию максимума функции Гамильтона (1.6). Переформулируем исходный пример так, чтобы искомые управляющие сигналы достигали ограничений. Для этого введем ограничение $\pm 40^\circ$ по углу тангажа и $\pm 90^\circ$ по углу крена.

Повторим численные эксперименты, проведенные в разделе 3, с учетом того, что управляющие сигналы не могут выходить за указанные выше пределы. Как можно видеть на рис. 5 и 6, применение прямого метода с функционалом (1.9) позволяет добиться такой же высокой степени соответствия по входным и выходным сигналам, как и в первоначальном эксперименте (см. рис. 1 и 2).

Использование функционала от производных функции Гамильтона по управлению (4.1) (рис. 7 и 8) приводит к результатам, близким к полученным ранее (см. рис. 3 и 4). Точность оценок, как и в случае без ограничений, является достаточно высокой, хотя несколько уступает прямому методу.

Применение принципа максимума

Для численного нахождения максимума функции Гамильтона условие (1.6) необходимо конкретизировать. Предложим следующий подход. Пусть на каком-либо этапе работы алгоритма численной оптимизации получено M вариантов управления, каждому из них соответству-

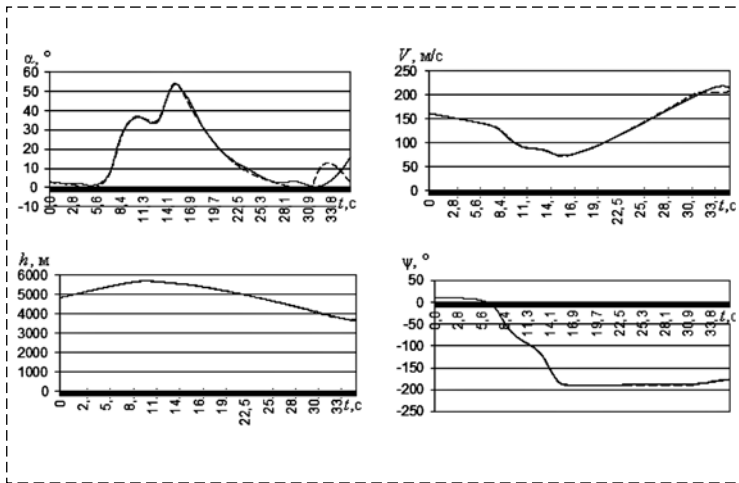


Рис. 7. Сравнение исходных выходных сигналов (сплошная линия) с сигналами, полученными на основе равенства нулю производных функции Гамильтона (штриховая линия), функционал (4.1)
Fig. 7. Fitting of the targeted output signals (solid line) and output signals obtained using the partial control derivatives of the Hamilton function (dash line), functional (4.1)

ет своя функция Гамильтона $H_i(t_j), i = \overline{1, M}$, вычисленная для N дискретных моментов времени $t_j, j = \overline{1, N}$. Среди этих функций максимальной будем считать такую, которая в каждый момент времени t_j или в большинстве таких моментов превосходит все остальные. Рассмотрим момент дискретного времени t_j , для которого определено M значений функции Гамильтона. Каждому из этих значений присвоим ранг r_j^i по следующему правилу: максимальному значению соответствует ранг, равный 1, следующему

за ним — ранг 2 и т. д. Тогда каждой функции $H_i(t_j)$ и каждому управлению $\mathbf{u}_i$ можно поставить в соответствие обобщенный ранг, вычисляемый по формуле

$$J(\mathbf{u}_i) = \left(\sum_{j=1}^N r_j^i - N \right)^2. \quad (6.1)$$

Поясним смысл обобщенного ранга (6.1). Пусть для некоторого управления $\mathbf{u}_i$ функция Гамильтона является наибольшей во всех точках,

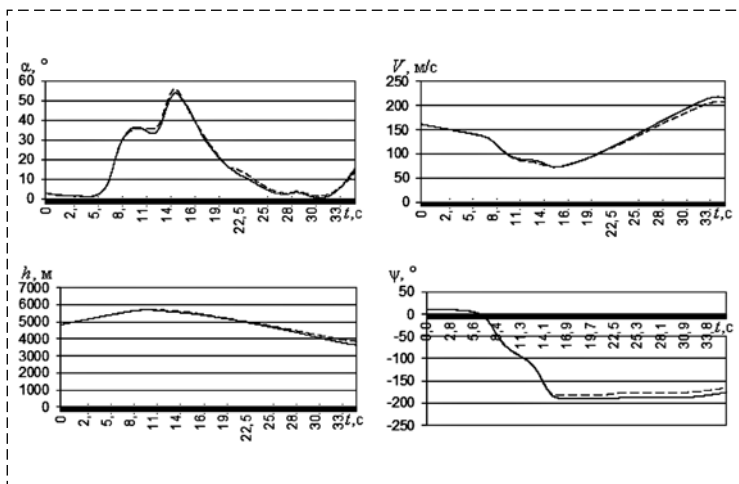


Рис. 9. Сравнение исходных выходных сигналов (сплошная линия) с сигналами, полученными с помощью алгоритма, основанного на максимуме функции Гамильтона (штриховая линия), функционал (6.1)
Fig. 9. Fitting of the targeted output signals (solid line) and output signals obtained using an algorithm based on Hamilton function maximum (dash line), functional (6.1)

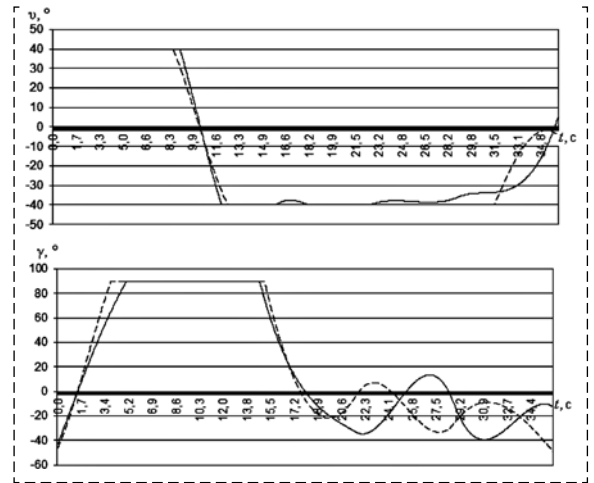


Рис. 8. Сравнение заданных входных сигналов (сплошная линия) с сигналами, полученными на основе равенства нулю производных функции Гамильтона (штриховая линия), функционал (4.1)
Fig. 8. Fitting of known test input signals (solid line) and signals obtained using the partial control derivatives of the Hamilton function (dash line), functional (4.1)

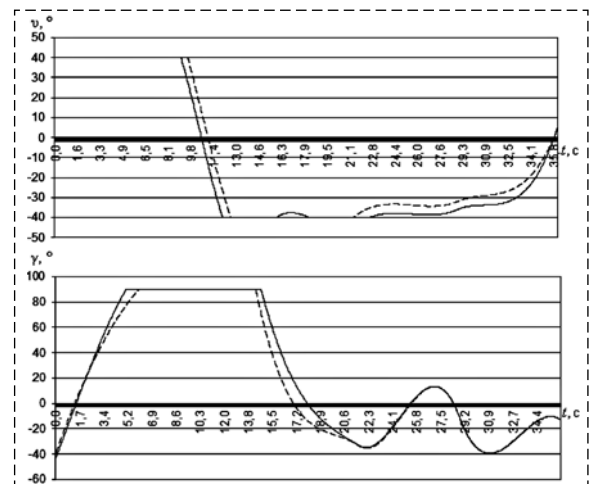


Рис. 10. Сравнение заданных входных сигналов (сплошная линия) с сигналами, полученными с помощью алгоритма, основанного на максимуме функции Гамильтона (штриховая линия), функционал (6.1)
Fig. 10. Fitting of known test input signals (solid line) and output signals obtained using an algorithm based on Hamilton function maximum (dash line), functional (6.1)

т. е. в каждой точке имеет ранг 1. Тогда обобщенный ранг (6.1) равен нулю и имеет минимальное возможное значение. Это позволяет свести задачу поиска максимальной функции Гамильтона к задаче минимизации функционала (6.1).

Результаты обработки тестового примера, полученные при ограничениях на значения параметров $\pm 20\%$, представлены на рис. 9 и 10. Отметим, что при широкой области поиска ($\pm 90^\circ$ по тангажу, $\pm 180^\circ$ по крену) сходимость алгоритма к истинным значениям не обеспечивается. Из рис. 9 и 10 видно, что полученная точность по выходным и входным сигналам примерно соответствует рассмотренным выше результатам прямого метода (см. рис. 5 и 6) и метода, основанного на производных функции Гамильтона (см. рис. 7 и 8), хотя и несколько им уступает.

Заключение

В работе предложен прямой метод нахождения оптимального программного управления, основанный на параметризации управляющего сигнала и непосредственной минимизации функционала с помощью популяционного алгоритма. Работоспособность метода подтверждена по данным математического моделирования.

В работе также на примере тестовой задачи, описывающей пространственное движение маневренного самолета, проводится сравнение прямого метода с двумя классическими решениями, основанными на условии равенства нулю производных функции Гамильтона по управлению и на условии максимума функции Гамильтона по управлению (принцип максимума). В рамках рассмотренного примера все методы продемонстрировали сопоставимые результаты. При этом точность классических алгоритмов оказалась незначительно хуже, и они показали более высокую чувствительность к качеству начального приближения.

Таким образом, практическое значение полученных результатов состоит в том, что по сравнению с классическими алгоритмами применение прямого метода существенно проще, по крайней мере, для рассмотренного класса задач управления маневренным летательным аппаратом, когда управления являются достаточно гладкими функциями, а правые части дифференциальных уравнений объекта непрерывны и имеют непрерывные первые производные. Правомерность этого утверждения

подтверждается, например, представленными выше громоздкими математическими выкладками, необходимыми для вычисления сопряженной вектор-функции, ее производных и функции Гамильтона. В прямом методе выполнять эти вычисления не требуется.

Список литературы

1. **Справочник** по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
2. **Методы** классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд. МГТУ им. Баумана, 2004. 656 с.
3. **Крутько П. Д.** Обратные задачи динамики управляющих систем. Нелинейные модели. М.: Наука, 1988. 237 с.
4. **Черноусько Ф. Л.** Декомпозиция и синтез управления в нелинейных динамических системах // Труды математического института им. В. А. Стеклова РАН. 1995. Т. 211. С. 457–472.
5. **Решмин С. А., Черноусько Ф. Л.** Синтез управления в нелинейной динамической системе на основе декомпозиции // Прикладная математика и механика. 1998. № 1. С. 121–128.
6. **Буков В. Н., Рябченко В. Н., Zubov Н. Е.** Вложение и оптимизация линейных систем // Автоматизация и телемеханика. 2002. № 5. С. 12–23.
7. **Буков В. Н.** Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: издательство научной литературы Н. Ф. Бочкаревой, 2006. 800 с.
8. **Hargraves C. R., Paris S. W.** Direct trajectory optimization using nonlinear programming techniques // Journal of guidance, control, and dynamics. 1987. V. 10. P. 338–342.
9. **Von Stryk O., Bulirsch R.** Direct and indirect methods for trajectory optimization // Annals of operation research. 1992. № 37. P. 357–373.
10. **Olsson A. E.** Particle swarm optimization: theory, technique and applications. Hauppauge, USA: Nova Science Publishers, 2011. 305 p.
11. **Буковский Г. А., Корсун О. Н., Стуловский А. В.** Формирование оптимального управления самолетом на закритических углах атаки на основе популяционного алгоритма оптимизации // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2018. № 6. С. 27–37.
12. **Моисеев Н. Н.** Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971. 424 с.
13. **Малышев В. В.** Методы оптимизации в задачах системного анализа и управления. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. 440 с.
14. **Черноусько Ф. Л., Афанасьевский И. М., Решмин С. А.** Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006. 328 с.
15. **Понтрягин Л. С.** Обыкновенные дифференциальные уравнения. Изд. 4-е. М.: Наука, 1974. 331 с.
16. **Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов** / Под ред. Г. С. Бюшгенса. М.: Наука. Физматлит, 1998. 816 с.
17. **Корсун О. Н., Стуловский А. В.** Прямой метод формирования оптимального программного управления летательным аппаратом // Известия РАН. Теория и системы управления. 2019. № 2. (Принято в печать)
18. **ГОСТ 20058–80.** Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. М.: Изд-во стандартов, 1981. 54 с.
19. **Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошников В. Л.** Методы сплайн-функций. М.: Наука. 1980. 352 с.
20. **Канышев А. В., Корсун О. Н., Стуловский А. В.** Идентификация моделей гистерезиса аэродинамических коэффициентов на закритических углах атаки // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. № 3. С. 201–208.

Comparison of the Direct Method and the Maximum Principle in the Problem of the Aircraft Program Control Design

O. N. Korsun, marmotto@rambler.ru, A. V. Stulovskii, avstlv2@gmail.com,
State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, 125167, Russian Federation

Corresponding author: **Korsun Oleg N.**, D. Sc., Professor, State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, 125167, Russian Federation: e-mail: marmotto@rambler.ru

Accepted on January 07, 2019

Abstract

The article deals with the problem of program control design for a dynamic object defined by a nonlinear system of differential equations. Known methods of optimal control require the two-point boundary value problem solution, which in general is coupled with fundamental difficulties. Therefore, this paper proposes a technique that uses the direct method, in which the functional is minimized directly using a population-based algorithm. The use of direct methods is based on the assumption that control signals may be defined by a finite set of parameters. Then a scalar functional is formed, the numerical value of which measures the quality of the obtained solutions. In this case, the search for optimal control is reduced to the problem of single-criterion multi-parameter optimization. The practical importance of this approach is that it eliminates the need to solve a two-point boundary value problem. However, this results in another difficulty, since the approximation of control, in general, requires a large number of parameters. It is known that in this case, the effectiveness of conventional gradient numerical optimization methods decreases markedly. Therefore, it is proposed to take the next step and apply genetic or population-based optimization algorithms that have confirmed their performance in solving this class of problems. For this purpose the paper uses one of the modifications of the particle swarm algorithm. The technique is applied to a test problem describing the spatial movement of a maneuverable aircraft. The direct method is compared with two classical solutions based on the condition that the partial control derivatives of the Hamilton function are equal to zero and with the condition of Hamilton function maximum over controls (Pontryagin's maximum principle). The presented results show the high degree of similarity between obtained controls for all considered methods of selecting the target functional. At the same time, the accuracy of classical algorithms turns out to be slightly worse, and they show a higher sensitivity to the quality of the initial approximation. Thus, the obtained results confirm the approximate equivalence of the direct method and the classical methods of program control design, at least for the class of problems under consideration. The practical significance of this research is that the use of the direct method is much simpler than solving a two-point boundary value problem necessary for classical algorithms.

Keywords: optimal program control, two-point boundary value problem, Pontryagin's maximum principle, population-based numerical optimization algorithm.

Acknowledgements: This article was prepared with the financial support of Russian Foundation for Basic Research, project 18-08-00921-a.

For citation:

Korsun O. N., Stulovskii A. V. Comparison of the Direct Method and the Maximum Principle in the Problem of the Aircraft Program Control Design, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 6, pp. 367–375.

DOI: 10.17587/mau.20.367-375

References

1. Krasovskij A. A. ed. Handbook of automation control theory, Moscow, Nauka, 1987, 712 p. (in Russian).
2. Pupkov K. A., Egupov N. D. ed. Methods of classical and modern theory of automatic control, Moscow, Izd. MG TU im. Bauman, 2004, 656 p. (in Russian).
3. Krut'ko P. D. Inverse problems of the control systems dynamics. Nonlinear models, Moscow, Nauka, 1988, 237 p. (in Russian).
4. Chernous'ko F. L. *Trudy Matematicheskogo Instituta im. V. A. Steklova RAN*, 1995, no. 211, pp. 457–472 (in Russian).
5. Reshmin S. A., Chernous'ko F. L. *Prikladnaya Matematika i Mekhanika*, 1998, no. 1, pp. 121–128 (in Russian).
6. Bukov V. N., Ryabchenko V. N., Zubov N. E. *Avtomatizatsiya i Telemekhanika*, 2002, no. 5, pp. 12–23. (in Russian)
7. Bukov V. N. Systems embedding. Analytical approach to the analysis and synthesis of matrix systems, Kaluga, izdatel'stvo nauchnoj literatury N. F. Bochkarevoj, 2006, 800 p. (in Russian).
8. Hargraves C. R., Paris S. W. Direct trajectory optimization using nonlinear programming techniques, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1987, vol. 10, pp. 338–342.
9. Von Stryk O., Bulirsch R. *Annals of Operation Research*, 1992, no. 37, pp. 357–373.
10. Olsson A. E. Particle swarm optimization: theory, technique and applications, Hauppauge, USA, Nova Science Publishers, 2011, 305 p.
11. Bukovskij G. A., Korsun O. N., Stulovskii A. V. *Vestnik komp'yuternyh i informacionnyh Tekhnologij*, 2018, no. 6, pp. 27–37 (in Russian).
12. Moiseev N. N. Numerical methods in the theory of optimal systems, Moscow, Nauka, 1971, 424 p. (in Russian).
13. Malyshev V. V. Optimization methods in problems of system analysis and control, Moscow, izdatel'stvo MAI-PRINT, 2010, 440 p. (in Russian).
14. Chernous'ko F. L., Anan'evskij I. M., Reshmin S. A. Control methods for nonlinear mechanical systems, Moscow, Fizmatlit, 2006, 328 p. (in Russian).
15. Pontryagin L. S. Ordinary differential equations, Moscow, Nauka, 1974, 331 p. (in Russian).
16. Byushgens G. S. ed. Aerodynamics, stability and controllability of supersonic aircrafts, Moscow, Nauka, 1998, 816 p. (in Russian).
17. Korsun O. N., Stulovskii A. V. *Izvestiya RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 2019, no. 2 (in print) (in Russian).
18. GOST 20058–80. Dynamics of aircraft in the atmosphere. Terms, definitions and symbols, Moscow, Izdatel'stvo standartov, 1981, 54 p. (in Russian).
19. Zav'yalov Ju. S., Kvasov B. I., Miroshnichenko V. L. Methods of spline functions, Moscow, Nauka, 1980, 352 p. (in Russian).
20. Kanyshev A. V., Korsun O. N., Stulovskii A. V. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, no. 3, pp. 201–208. (in Russian).

В. Н. Буков, д-р техн. наук, проф., v_bukov@mail.ru,

Открытое акционерное общество "Бортовые аэронавигационные системы", г. Москва,

В. А. Шурман, зам. Главного конструктора, vshurman@rpkb.ru,

Филиал акционерного общества "Раменское приборостроительное конструкторское бюро", г. Жуковский,

И. Ф. Гамаюнов, канд. техн. наук, доц., ilyagama@gmail.com,

А. М. Агеев, канд. техн. наук, доц., ageev_bbc@mail.ru,

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных Сил "Военно-воздушная академия
им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина", г. Воронеж

Управление избыточностью вычислительных ресурсов интегрированной модульной авионики

Рассматриваются структура и алгоритм управления разнородной избыточностью вычислительной системы перспективной интегрированной модульной авионики. Вычислительные ресурсы системы интегрированной модульной авионики в общем случае представляются неоднородными вычислительными системами, используемыми для обработки информации в составе бортовой интегрированной вычислительной среды. Основу неоднородных вычислительных систем составляют процессорные узлы, избыточность вычислительных систем заключается в том, что число процессорных узлов больше единицы. Ставится задача синтеза такой вычислительной системы, в которой осуществлялось бы автоматическое управление избыточными вычислительными ресурсами за счет использования собственных возможностей процессорных узлов и без использования дополнительных аппаратных ресурсов. Считается, что избыточная вычислительная система выполняет содержательные вычисления решаемой задачи несколькими процессорными узлами параллельно. Все содержательные вычисления по каким-либо признакам изначально разбиты на относительно непродолжительные этапы, предоставляющие возможность оценивания эффективности завершения каждого из них. В основе управления избыточностью вычислительной системы лежат периодическое вычисление и сравнение показателей успешности этапа. Парный арбитраж процессорных узлов осуществляется по иерархической схеме путем сопоставления значений показателей успешности одноименных этапов. Последующая реконфигурация вычислительной системы выделяет пассивные и ведущие процессорные узлы в парах всех уровней иерархической схемы. Отказ пассивного процессорного узла никак не сказывается на выполнении основного цикла. Отказ ведущего процессорного узла не вызывает перебоев в выдаче результатов вычислений, но разрушает структуру резервов, которая восстанавливается после проведения арбитража в следующем цикле. Отказ ведущего процессорного узла верхнего уровня приводит к сбою выдачи выходных данных в текущем цикле, вычислительный процесс восстанавливается вместе с новой иерархией вычислительной системы в следующем цикле. Предлагаемое решение направлено на парирование как отказов аппаратной части, так и неправильного функционирования программного обеспечения. Приводится методический пример на основе вычислительной системы современного комплекса бортового оборудования самолета транспортной категории.

Ключевые слова: комплекс бортового оборудования, интегрированная модульная авионика, управление избыточными ресурсами

Введение

Интегрированной модульной авионике в задачах построения комплексов бортового оборудования авиационных систем [1, 2] нет альтернативы. В настоящее время усилия отечественных и зарубежных специалистов в области авиационного оборудования сосредоточены на развитии различных ее сторон путем реализации потенциальных возможностей соответствующей концепции.

Одно из актуальных направлений связано с повышением устойчивости авионики к отказам и повреждениям отдельных ее компонентов [3–5]. К нему непосредственно примыкает достижение так называемой необслуживаемости бортового оборудования, при котором как

мониторинг технического состояния компонентов и системы в целом, так и восстановление работоспособности при необходимости [6, 7], а возможно, и оптимизация технических характеристик в сложившейся обстановке [8] выполняются автоматически, без участия экипажа и технического персонала.

Известный подход [9] потенциально предоставляет возможность парирования неблагоприятных последствий сбоев и частичных отказов процессоров, однако его практическое применение ограничено жесткими структурными требованиями как к содержанию обрабатываемой информации, так и к характеру неблагоприятных воздействий.

Другой подход к повышению надежности и достоверности обработки критических

функций отказоустойчивой вычислительной системы [10] заключается в многократном их резервировании, при котором процесс управления избыточностью и вычислительный процесс разделены в цикле реального времени и частично аппаратными средствами. В качестве резервируемых единиц вычислителя выделяются так называемые вычислительные тракты, состоящие из неразрывно связанных цепочек входного интерфейса, процессора и выходного интерфейса. В каждом из вычислительных трактов проводится мажоритарное сравнение сигналов, прошедших через каждый тракт. Неоднозначность мажоритарного сравнения сигналов в различных трактах устраняют мажоритарным сопоставлением результатов сравнения сигналов. Достоверность мажоритарного контроля сигналов достигается путем статистической обработки случайного процесса изменения критического параметра, вычисления остаточной дисперсии и ее мажоритарного сравнения.

К недостаткам такого подхода относятся:

- низкая эффективность мажоритарного сравнения сигналов при неоднородной избыточности вычислительных средств;
- заведомое завышение объемов потребного резервирования из-за объединения нескольких аппаратных компонентов в одну неразрывную единицу;
- слишком высокий объем вычислений, связанных с многоуровневым мажоритарным контролем в сочетании со статистической обработкой сигналов трактов;
- сложность самого устройства, что вместе с отсутствием у него встроенного самоконтроля снижает надежность достижения ответствующего технического эффекта.

Постановка задачи

Представим вычислительные ресурсы системы интегрированной модульной авионики (ИМА) в общем случае неоднородными вычислительными системами (ВычС), используемыми для обработки информации (сбор, получение, анализ, передача информации, выработка управляющих воздействий, команд индикации) в составе бортовой интегрированной вычислительной среды (БИВС). Основу ВычС составляют процессорные узлы (ПУ), каждый из которых состоит из одного процес-

сора, устройств памяти и обеспечивающей их работу совокупности других элементов.

Избыточность ВычС заключается в том, что число ПУ больше единицы. При этом различные ПУ или их части, а также соответствующие программные компоненты могут быть созданы различными разработчиками и/или с использованием различных технологий. Сами ВычС могут быть либо сконцентрированы в крейтах по аналогии с "классической" структурой ИМА, либо распределены по функциональным системам и пространственно обособлены.

Ставится задача синтеза такой ВычС, в которой осуществлялось бы автоматическое управление избыточными вычислительными ресурсами (работой ПУ) за счет использования собственных возможностей ПУ и без использования дополнительных аппаратных ресурсов.

Структура избыточных вычислительных ресурсов

Будем исходить из того, что избыточная ВычС выполняет содержательные вычисления решаемой задачи несколькими ПУ параллельно.

Принципиальным является то, что все содержательные вычисления по каким-либо признакам (логическая завершенность, модульность вычислительной программы, возможность контроля целостности и пр.) изначально разбиты на относительно непродолжительные этапы, предоставляющие возможность оценивания эффективности завершения каждого из них. Таким образом, помимо общих требований по питанию и средствам коммуникации с окружением все ПУ должны формировать показатель успешности этапа (ПУЭ). При этом показатели могут иметь простую (число) или сложную (таблица чисел или функция) структуру, но показатели одноименных этапов всех ПУ должны быть сопоставимыми (позволять определять предпочтения).

Помимо этого один из ПУ, признаваемый ведущим ПУ верхнего уровня, формирует для остальных ПУ сигналы синхронизации (СС). Все ПУ после отработки каждого действия формируют сигналы аутентификации (СА), подтверждающие факт завершения действия. Рис. 1 (см. вторую сторону обложки) поясняет функциональную схему предлагаемой ВычС [11].

ВычС с устройством автоматического управления избыточностью содержит основной и

резервный каналы входных данных (КВхД), соединенные с соответствующими входными буферами (ВхБ), реализующие основную и резервную раздачу данных.

С этой целью ВхБ соединены с пулами входных данных всех ПУ от 1 до W . Каждый ПУ содержит три пула: пул входных данных — ВхД (Осн — основной, Рез — резервный), пул внутренних данных — ВнД и пул выходных данных — ВыД.

Пулы выходных данных соединены с де-мультипликаторами выходных данных (ДВыД), предназначенными для выборочной, по результату арбитража, передачи основных и резервных выходных данных из ПУ. Для этого блоки ДВыД соединены с основным и резервным каналами выходных данных КВыД вычислительной системы. В вычислительном процессе помимо входных данных для восстановления утраченных данных в других ПУ используются внутренние данные, расположенные в соответствующих пулах.

Кроме того, между ПУ имеются межпроцессорные связи (показанные на рис. 1, см. вторую сторону обложки, условно пунктирными стрелками с полукруглыми окончаниями), позволяющие каждому ПУ обращаться к одноименным пулам других ПУ для получения их входных и внутренних данных в целях восстановления своих данных. Каждый ПУ это осуществляет самостоятельно при отсутствии флага у какого-либо своего пула в определенный промежуток времени. Может оказаться так, что вообще не будет необходимых (ВхД, ВнД) данных. Тогда вычислительный цикл прерывается, и выдается сообщение о неисправности в служебный канал индикации.

Детали операции обмена данными (протоколы, ретрейны) не имеют принципиального значения в рассматриваемой задаче и здесь не обсуждаются.

Указанные шаги могут быть детализированы и дополнены под влиянием различных обстоятельств и требований прикладного характера.

Принцип управления избыточностью вычислительных ресурсов

В основе управления избыточностью ВычС лежат периодическое вычисление и сравнение ПУЭ. В зависимости от содержания этапа вы-

числительной задачи такими показателями могут быть: различные невязки или нормы полученных данных, доверительные или гарантированные оценки погрешностей данных, флаги прохождения запросов или завершения определенных операций, различные индикаторные числа типа контрольных сумм и пр.

Путем сопоставления значений ПУЭ одноименных этапов осуществляется попарный арбитраж ПУ по иерархической схеме с последующей реконфигурацией ВычС с выделением пассивных ПУ (ППУ) и ведущих ПУ (ВПУ) в парах всех уровней иерархической схемы. ВПУ верхнего уровня (ВВПУ) формирует и выдает во все остальные ПУ сигналы синхронизации (СС), по которым выполняются все фазы циклического процесса, а именно: ввод данных и обмен ими, вычисления и арбитраж ПУ, а также осуществляет вычисления текущего этапа решаемой задачи, выдает результаты вычислений в основной и резервный выходные каналы вычислительной системы. Каждый ВПУ, кроме ВВПУ, принимает от узлов более высокого уровня своей ветви иерархии сигналы синхронизации и аутентификации, осуществляет вычисления текущего этапа решаемой задачи, формирует ПУЭ и выдает в нижние уровни своей ветви иерархии сигнал аутентификации (СА), подтверждающий исполнение им отведенной роли, а также со своим ПУЭ участвует в арбитраже за право получить роль ВПУ более высокого уровня иерархии ПУ.

ППУ принимают СС и СА от узлов своей ветви иерархии, осуществляют вычисления текущего этапа решаемой задачи, формируют ПУЭ, а также со своими ПУЭ участвуют в арбитраже за право получения статуса ведущего ПУ первого уровня иерархии. Кроме того, каждый ПУ может восстанавливать свои входные и внутренние данные путем обращения к другим ПУ.

Диаграмма работы системы управления избыточностью

Система управления избыточностью вычислительных ресурсов работает циклически следующим образом.

По входным каналам (основному и резервному) поступают входные данные очередного этапа вычислительного процесса. Эти данные поступают в пулы (основной и резервный соответственно) каждого из $2N$ ПУ, участвующих

в работе ВычС. В начале каждого рабочего цикла все флаги, отражающие актуальность данных, обнуляются и устанавливаются после успешного завершения операции по заполнению соответствующего пула. Основные данные очередного этапа вычислительного процесса выбираются непосредственно из каналов, подключенных к ВычС. При необходимости дополнительные данные выбираются из каналов межмашинного обмена.

Основной рабочий цикл вычислительной системы, как показано на рис. 2 (см. вторую сторону обложки), содержит $N + 4$ фаз, где N — число уровней иерархии ВычС (и соответственно уровней арбитража).

Фазы размечаются СС, которые представляют собой пакеты, выдаваемые ВВПУ во все доступные адреса. СС выдаются как датаграммы без подтверждения. Если какой-либо пакет оказался утерянным, то проблема вхождения в синхронизм решается в следующем цикле. Синхропакеты, кроме признаков типа пакета и адреса источника, имеют в своем составе счетчик циклов, который (в дополнение к таймингу) может использоваться для определения целостности общей обстановки и служить начальными данными для тестовой задачи.

Фазы основного рабочего цикла представляют собой следующие последовательно выполняемые действия:

Фаза 1. Получение СС1 из текущего ВВПУ—, определенного в предыдущем цикле (на это указывает наличие знака "минус"). Ввод через ВхБ данных из основного и резервного каналов КВхД. Обмен входными данными в случае отсутствия соответствующих флагов актуальности у каких-либо пулов ВхД.

Фаза 2. Получение СС2 из текущего ВВПУ—. Выполнение прикладных процессов, включая проверку актуальности данных, содержательные вычисления решаемой задачи, вычисления ПУЭ на текущем этапе.

Фаза 3. Получение СС3 из текущего ВВПУ—. Обмен внутренними данными при необходимости восстановления вычислительного процесса в процессорах, не достигших успешного завершения этапа.

Фаза 4. Получение СС4 из текущего ВВПУ—. Проведение арбитража ПУ на первом (нижнем) уровне иерархии ВычС. Присвоение статусов ППУ и В1ПУ на основе сопоставления ПУЭ в парах с учетом правил арбитража, приведенных в таблице. В случае отсутствия преимуще-

ства какого-либо из ПУ решение принимается на основе дискриминационного правила (например, по порядковому номеру ПУ).

Фаза 5. Получение СС5 из текущего ВВПУ—. Выдача СА из В1ПУ (подтверждение выполнения роли в соответствии со статусом) для ППУ своей пары. Проведение арбитража процессоров В1ПУ на втором уровне иерархии ВычС на роль В2ПУ по правилам, аналогичным пункту 4.

... Выполнение фаз с 6 по $N + 2$.

Фаза $N + 3$. Получение СС($N + 3$) из текущего ВВПУ—. Выдача СА из В($N + 3$)ПУ для более низких уровней иерархии ВычС. Проведение арбитража на роль ВВПУ по правилам, аналогичным пункту 4.

Фаза $N + 4$. Получение СС($N + 4$) из вновь определенного ВВПУ (на это указывает отсутствие знака "минус"). Выдача данных ВыД из ВВПУ через ДВыД в основной КВыД. Выдача данных ВыД из В($N - 1$)ПУ через ДВыД в резервный КВыД. После завершения выдачи данных переход к началу цикла.

Каждый ПУ контролирует по таймеру время приема СС и СА, поступающих из ПУ более высокого уровня иерархии. Отсутствие СС или СА в ожидаемое время интерпретируется ПУ как основание для восстановления вычислений и повторного арбитража. Если на этот момент в системе был хотя бы один резервный ПУ, то сохранившиеся в его пуле внутренние данные позволяют восстановить вычисления с минимальной задержкой.

Арбитраж и реконфигурирование

Процедура реконфигурирования ВычС происходит в фазах, инициируемых сигналами синхронизации, начиная с СС4 и заканчивая СС($N + 3$) включительно в зависимости от статуса каждого из ПУ. Первоначально каждому ПУ присваивается статус ППУ. Далее процедура предусматривает два процесса: вхождение ПУ в цикл и выход ПУ из цикла. Действия, выполняемые при вхождении в цикл, и основания для их выполнения показаны в таблице.

При этом каждым ПУ учитываются как успешность решения им задачи на текущем этапе, так и блокировки его работы, вызванные СА, поступающими от ВПУ более высокого уровня.

Рис. 3 иллюстрирует организацию иерархии на примере ВычС с пятью процессорными узлами: серая окраска — ведущий проме-

Результат арбитража в соответствии со статусом		Оценка состояния процесса	Выполняемые действия
Соотношение ПУЭ в паре, свой/другой	Наличие СА		
Меньше или равны	—	Идет штатная работа, в своей паре предпочтение у конкурента	Не изменять свой статус, ожидать СС и СА
Больше	Все СА в наличии	Идет штатная работа, в своей паре конкурент уступает	Присвоить себе статус ведущего в паре, ожидать СС и СА, выдать СА для нижних уровней
Больше	СА верхнего уровня в наличии, отсут- ствуют СА других уровней	Идет штатная работа, но раз- рушена структура резерва	Присвоить себе статус ведущего в паре, выдать СА для нижних уровней, всту- пить в арбитраж за более высокий статус
Больше	Отсутствует СА верхнего уровня	Прекращена штатная работа	Присвоить себе статус ведущего, выдать СА для всех уровней, вступить в арбитраж за более высокий статус
Больше	Нет более высокого уровня, выдающего СА	Прекращена штатная работа	Присвоить себе статус ВВПУ, вывести свои выходные данные (ВыД), регулярно выдавать СС

жуточного и верхнего уровня, полужирный шрифт — текущий статус в иерархии. При нечетном числе ПУ, участвующих в арбитраже, один из них проходит этот уровень по умолчанию (контурная стрелка).

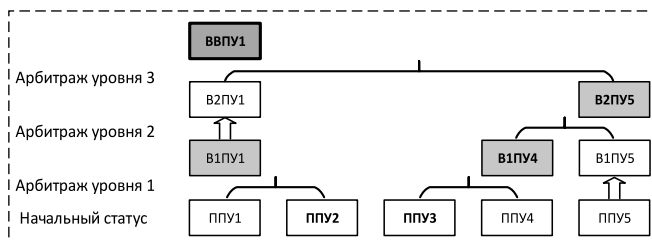


Рис. 3. Организация попарного арбитража процессорных узлов
Fig. 3. Organization pair-wise arbitration of the processor nodes

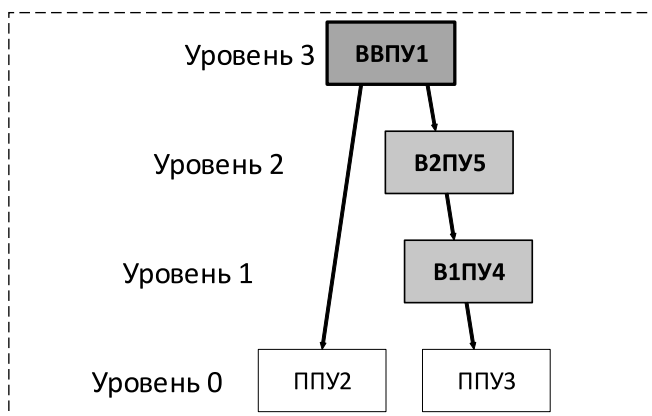


Рис. 4. Иерархия процессорных узлов по результатам арби-
тража
Fig. 4. Hierarchy of processor nodes based on the arbitration

В результате арбитража складывается иерар-
хия процессорных узлов, показанная на рис. 4.

Общая оценка влияния отказов следующая. Выход (выключение) ППУ никак не сказыва-
ется на выполнении основного цикла. Выход (отказ, сбой или неправильное функциони-
рование) любого ВПУ не вызывает перебоев в выдаче результатов вычислений, но разруша-
ет структуру (цепочку) резервов, которая вос-
станавливается после проведения арбитража в следующем цикле.

Выход ВВПУ приводит к сбою выдачи вы-
ходных данных в текущем цикле, вычисли-
тельный процесс восстанавливается вместе с новой иерархией ВычС в следующем цикле.

Методический пример

Рассмотрим фрагмент ВычС самолета транс-
портной категории, показанный на рис. 5. От-
дельные ПУ объединены общей информаци-
онной шиной в сеть для решения задач обмена,
восстановления и контроля данных.

Для обоснованного предпочтения одного
компонента (набора компонентов) другому,
альтернативному при решении задачи управ-
ления избыточностью вычислительных ресур-
сов в работе [8] введен показатель функци-
ональной эффективности (ПФЭ), под которым
понимается один или несколько скалярных

показателей, интегрально характеризующих уровень возможных эксплуатационно-технических характеристик компонентов ВыЧС (оптимальность, рациональность, точность, экономичность, результативность и пр.).

Исключительно в целях упрощения дальнейших рассуждений для определения ПФЭ самого нижнего уровня однотипных (и имеющих одинаковые ПФЭ более высокого уровня) компонентов принимаются определенные дискриминационные правила, такие как "меньший порядковый номер компонента является предпочтительным при прочих равных условиях". Усложнение правил (законов, формул) определения ПФЭ не приводит к изменению получаемых результатов.

Каждый ПУ может быть представлен в виде вычислительного модуля (ВМ) и ряда коммуникационных компонентов (интерфейсных адаптеров, коммутаторов), для наглядности представленных в виде отдельных модулей на входе и выходе ВМ, как показано на рис. 6.

Интерфейсный адаптер предназначен для связи ВМ с датчиками, пультами управления, актюаторами и индикаторами, а также преобразования сигналов из формата ARINC 429¹ в ARINC 664 p.7 (AFDX)² и обратно.

Коммутатор каналов предназначен для объединения компонентов комплекса в единую сеть AFDX с помощью медных линий связи и волоконно-оптической линии связи.

Содержательные вычисления разбиты на относительно непродолжительные этапы. Избыточная ВыЧС выполняет содержательные вычисления решаемой задачи несколькими ПУ параллельно. Считается, что все ПУ равнозначны³.

¹ARINC 429 — международный стандарт на последовательный интерфейс передачи данных между авиационными системами для гражданской авиации. Отечественный аналог — ГОСТ 18977—79.

²ARINC 664 p.7 — стандарт, определяющий спецификации протокола и электрических соединений для детерминистских информационных сетей, используемых в авионике. Основан на технологии AFDX (Avionics Full Duplex Switched Ethernet).

³С позиции функционирования системы управления избыточностью вычислительных ресурсов.

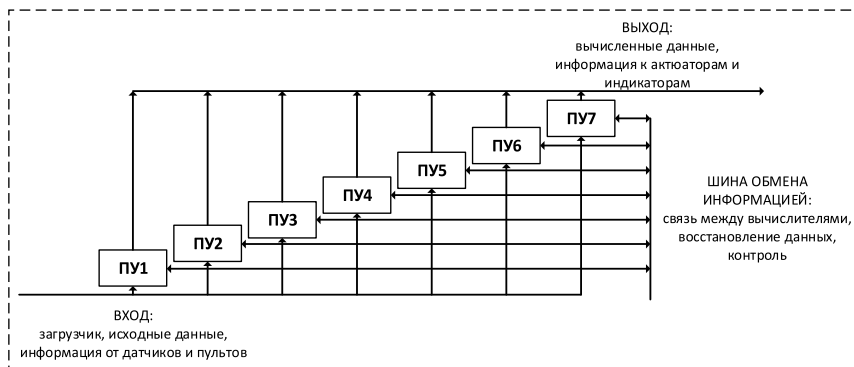


Рис. 5. Структура вычислительной системы с управляемой избыточностью

Fig. 5. Computing system structure with managed redundancy

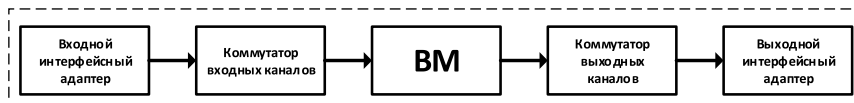


Рис. 6. Структура отдельного ПУ в развернутом виде

Fig. 6. Structure of a separate processor node in the expanded form

Пусть текущим ВВПУ, определенным на предыдущем цикле, является ПУ5. В начальный момент времени все компоненты исправны.

В соответствии с основным рабочим циклом вычислительной системы (рис. 2, см. вторую сторону обложки) запишем последовательность действий:

1. Получение СС1 из ПУ5. Ввод исходных данных. Обмен входными данными в случае необходимости.

2. Получение СС2 из ПУ5. Проверка актуальности данных, решение текущей вычислительной задачи, определение ПУЭ.

3. Получение СС3 из ПУ5. Обмен внутренними данными при необходимости восстановления вычислительного процесса в ПУ, не достигших успешного завершения этапа.

4. Получение СС4 из ПУ5. Проведение арбитража ПУ на первом уровне иерархии ВыЧС. Присвоение статусов ППУ и В1ПУ на основе сопоставления ПУЭ в парах с учетом оговоренных правил (рис. 7).

5. Получение СС5 из ПУ5. Выдача СА из В1ПУ (подтверждение выполнения роли в соответствии со статусом) для ППУ своей пары. Проведение арбитража процессоров В1ПУ на втором уровне иерархии ВыЧС на роль В2ПУ по правилам, аналогичным пункту 4. Рис. 8 поясняет схему арбитража.

6. Получение СС6 из ПУ5. Выдача СА из В2ПУ (подтверждение выполнения роли в соответствии со статусом) для ППУ своей пары.

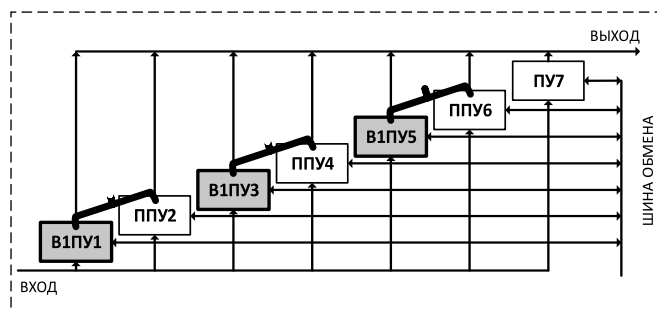


Рис. 7. Арбитраж ПУ на первом уровне иерархии ВычС
Fig. 7. Arbitration of processor nodes at the first level of the computing system hierarchy

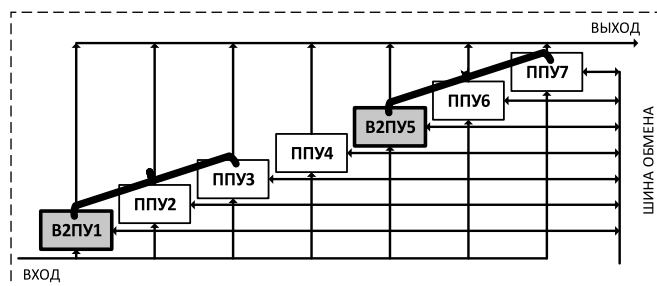


Рис. 8. Арбитраж ПУ на втором уровне иерархии ВычС
Fig. 8. Arbitration of processor nodes at the second level of the computing system hierarchy

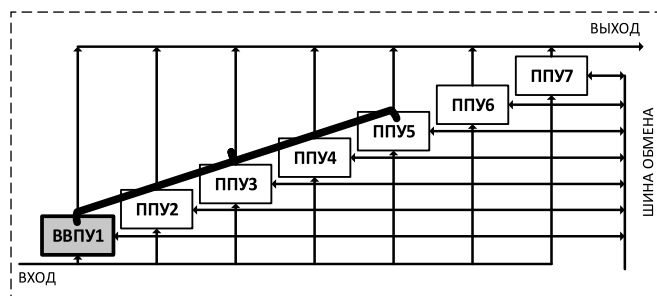


Рис. 9. Арбитраж ПУ на третьем уровне иерархии ВычС
Fig. 9. Arbitration of processor nodes at the third level of the computing system hierarchy

Проведение арбитража процессоров В2ПУ на втором уровне иерархии ВычС на роль ВВПУ по правилам, аналогичным пункту 4. Рис. 9 поясняет схему арбитража.

7. Получение СС7 из вновь определенно-го ВВПУ (на это указывает отсутствие знака "минус"). Выдача данных ВыД из ВВПУ через ДВыД в основной КВыД. Выдача данных ВыД из В2ПУ через ДВыД в резервный КВыД. После завершения выдачи данных переход к началу цикла.

В расписанном цикле работы системы управления избыточностью ВычС сформирована иерархическая последовательность компонентов ПУ1, ПУ5, ПУ3, ПУ7, ПУ2, ПУ4 и ПУ6 с нисходящими значениями показателей эффективности, которыми в зависимости

от содержания, вкладываемого в ПУЭ, могут быть работоспособность, точность, надежность, остаток ресурса или др.

Следует обратить внимание на то, что процедура попарного арбитража, а также факт перехода нечетного ПУ на следующий уровень арбитража вне конкурса внесли некоторые изменения в исходный оговоренный ранее иерархический порядок ПУ1, ..., ПУ7.

В некоторый момент времени вводится в систему отказ ПУ1, а поскольку он на текущем этапе является ВВПУ, это событие приводит к невозможности выдачи им управляющих синхросигналов в остальные ПУ.

Следующий по иерархии за отказавшим ПУ — В2ПУ5 (ПУ5), не получивший в оговоренное время управляющий синхросигнал, инициирует новый рабочий цикл системы управления избыточностью:

1. Получение СС1 из ПУ5. Ввод исходных данных.
2. Получение СС2 из ПУ5. Проверка актуальности данных, решение текущей вычислительной задачи, определение ПУЭ.
3. Получение СС3 из ПУ5. Обмен внутренними данными при необходимости восстановления вычислительного процесса в ПУ, не достигших успешного завершения этапа.
4. Получение СС4 из ПУ5. Проведение арбитража ПУ на первом уровне иерархии ВычС. Присвоение статусов ППУ и В1ПУ на основе сопоставления ПУЭ в парах с учетом оговоренных правил (рис. 10).

5. Получение СС5 из ПУ5. Выдача СА из В1ПУ (подтверждение выполнения роли в соответствии со статусом) для ППУ своей пары. Проведение арбитража процессоров В1ПУ на втором уровне иерархии ВычС на роль В2ПУ по правилам, аналогичным пункту 4. Рис. 11 поясняет схему арбитража.

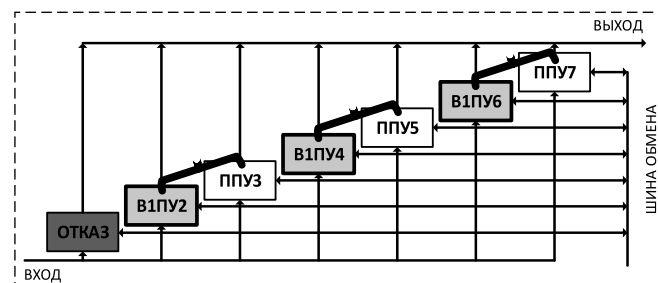


Рис. 10. Арбитраж ПУ на первом уровне иерархии ВычС с учетом отказа ПУ1
Fig. 10. Arbitration of processor nodes at the first level of the computing system hierarchy considering the failure of the processor node 1

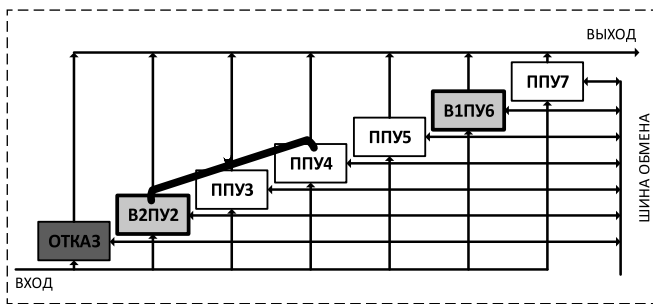


Рис. 11. Арбитраж ПУ на втором уровне иерархии ВычС с учетом отказа ПУ1

Fig. 11. Arbitration of processor nodes at the second level of the computing system hierarchy considering the failure of the processor node 1

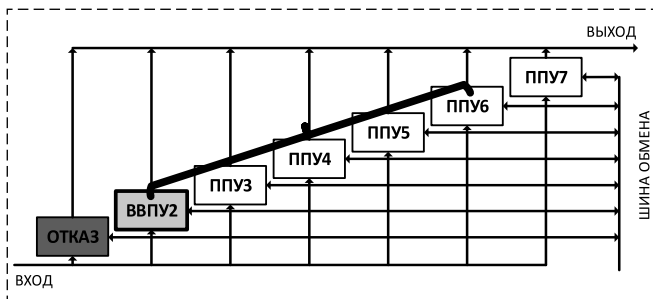


Рис. 12. Арбитраж ПУ на третьем уровне иерархии ВычС с учетом отказа ПУ1

Fig. 12. Arbitration of processor nodes at the third level of the computing system hierarchy considering the failure of the processor node 1

6. Получение СС6 из ПУ5. Выдача СА из В2ПУ (подтверждение выполнения роли в соответствии со статусом) для ППУ своей пары. Проведение арбитража процессоров В2ПУ на втором уровне иерархии ВычС на роль ВВПУ по правилам, аналогичным пункту 4. Рис. 12 поясняет схему арбитража.

7. Получение СС7 из вновь определенно-го ВВПУ (на это указывает отсутствие знака "минус"). Выдача данных ВыД из ВВПУ через ДВыД в основной КВыД. Выдача данных ВыД из В2ПУ через ДВыД в резервный КВыД. После завершения выдачи данных переход к началу цикла.

Функционирование системы управления разнородной избыточностью вычислительной системы в части учета и парирования отказов ПУ различных уровней сводится к следующему:

- в случае отказа ВВПУ (отсутствие или несвоевременная выдача СС) его функции перехватываются $V(N - 1)$ ПУ для инициирования нового рабочего цикла;
- при нештатной работе $V(M)$ ПУ (где $M = 1, \dots, N - 1$) (отсутствие или несвоевременная

выдача СА) он не участвует в арбитраже на текущем этапе работы, и остальными ПУ считается отказавшим (несмотря на потенциальную возможность функционировать в режиме ППУ);

- отказавший ППУ изолируется остальными ПУ, его выходные данные не принимаются во внимание.

Заключение

Предлагаемый подход к осуществлению автоматического управления избыточностью вычислительной системы может использоваться для создания отказоустойчивой интегрированной вычислительной среды в перспективных комплексах бортового оборудования в целях обеспечения их безотказности и безопасности функционирования.

Список литературы

1. Bernard S., Garcia J. Braking Systems with New IMA Generation // SAE Technical Paper, 2011-01-2662.
2. Федосов Е. А., Косьянчук В. В., Сельвесюк Н. И. Интегрированная модульная авионика // Радиоэлектронные технологии. 2015. № 1. С. 66—71.
3. Тарасов А. А. Функциональная реконфигурация отказоустойчивых систем. М.: Логос, 2012.
4. Клепиков В. И. Отказоустойчивость распределенных систем управления. М.: Золотое сечение, 2014.
5. Сарапулов А. В., Уманский А. Б. Реконфигурирование бортовой вычислительной машины для повышения отказоустойчивости // Вестник Томского государственного университета. 2017. № 38. С. 59—62. DOI: 10.17223/19988605/38/9.
6. Bukov V., Kutahov V., Bekkiev A. Avionics of Zero Maintenance Equipment // 27th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, 19—24 September 2010, Nice, France, ICAS 2010, CD-ROM Proc. ISBN 978-0-9565333-0-2, Paper Number 7-1-1.
7. Буков В. Н., Евгенов А. В., Шурман В. А. Интегрированные комплексы бортового оборудования с управляемой функциональной избыточностью // Актуальные проблемы и перспективные направления развития комплексов авиационного оборудования: Сб. науч. статей по материалам V Междунар. науч.-практ. конф. Академические Жуковские чтения, 22—23 ноября 2017. Воронеж: КВАЛИС, 2018. С. 23—28.
8. Агеев А. М., Бронников А. М., Буков В. Н., Гамаюнов И. Ф. Супервизорный метод управления технических систем с избыточностью // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2017. № 3. С. 72—82.
9. Шульга Т. Э. Метод построения восстанавливающих последовательностей для систем без потери информации // Системы управления и информационные технологии. 2009. № 3(35). С. 407—411.
10. Авакян А. А., Сучков В. Н., Искандеров Р. Д., Шурман В. А., Копненко М. В., Вовчук Н. Г. Способ и вычислительная система отказоустойчивой обработки информации критических функций летательных аппаратов. Патент RU 2413975 C2. Бюл. № 7 от 10.03.2011.
11. Воробьев А. В., Буков В. Н., Шурман В. А., Дьяченко А. М., Яковлев Ю. А., Гнусин М. Ю. Способ автоматического управления избыточностью неоднородной вычислительной системы и устройство для его реализации. Патент RU 2612569 C2. Бюл. № 7 от 09.03.2017.

Redundant Computing Resources Management of Integrated Modular Avionics

V. N. Bukov¹, v_bukov@mail.ru, V. A. Shurman², vshurman@rpkb.ru,

I. F. Gamayunov³, ilyagama@gmail.com, A. M. Ageev³, ageev_bbc@mail.ru

¹Joint Stock Company "International Aeronavigation Systems Concern", 127015, Moscow, Russian Federation,

²Ramenskoye Instrument Design Bureau, 140103, Ramenskoye, Russian Federation,

³Air Force Academy, 394064, Voronezh, Russian Federation

Corresponding author: **Gamayunov Ilya F.**, Ph. D., Associate Professor,
Air Force Academy, 394064, Voronezh, Russian Federation, e-mail: ilyagama@gmail.com

Accepted on February 28, 2019

Abstract

In article the structure and the control algorithm are considered by diverse redundancy of the computing system of the perspective integrated modular avionics. Computing resources of the integrated modular avionics system are generally represented by heterogeneous computing systems used for information processing as part of the onboard integrated computing environment. The basis of heterogeneous computing systems are processor nodes, redundancy of computing systems is that the number of processor nodes is greater than one. The task is to synthesize such a computer system in which the automatic control of redundant computational resources would be carried out by using the own capabilities of the processor nodes and without the use of additional hardware resources. It is considered that the redundant computer system performs meaningful calculations of the problem solved by several processor nodes in parallel. All meaningful calculations for any signs initially divided into relatively short stages, providing an opportunity to assess the effectiveness of the completion of each of them. The computational system redundancy management is based on the periodic calculation and comparison of the success indicators of the stage. Pairwise arbitration of processor nodes is carried out according to a hierarchical scheme by comparing the values of the success indicators of the stages of the same name. Subsequent reconfiguration of the computer system allocates passive and leading processor nodes in pairs at all levels of the hierarchical scheme. The failure of the passive processor node does not affect the execution of the main cycle. The failure of the host processor node does not cause interruptions in the output of the results of calculations, but destroys the structure of reserves, which is restored after arbitration in the next cycle. Failure of the lead CPU top node leads to the failure output in the current cycle, the computational process is restored along with the new hierarchy of the computing system in the next cycle. The proposed solution is aimed at parrying both hardware failures and software malfunction. The methodical example based on the computer system of the modern onboard equipment complex of the transports category aircraft is resulted.

Keywords: onboard equipment complex, integrated modular avionics, redundant resources management

For citation:

Bukov V. N., Shurman V. A., Gamayunov I. F., Ageev A. M. Redundant Computing Resources Management of Integrated Modular Avionics, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 6, pp. 376–384.

DOI: 10.17587/mau.20.376-384

References

1. Bernard S., Garcia J. Braking Systems with New IMA Generation, *SAE Technical Paper*, 2011-01-2662.
2. Fedosov E. A., Kos'yanchuk V. V., Sel'vesyuk N. I. *Radioelektronnyye tehnologii*, 2015, no. 1, pp. 66–71 (in Russian).
3. Tarasov A. A. *Funktsional'naya rekonfiguratsiya otkazoustooychivyykh system* (Functional reconfiguration of fault-tolerant systems), Moscow, Logos, 2012 (in Russian).
4. Klepikov V. I. Fault tolerance of distributed control systems, Moscow, *Zolotoye secheniye*, 2014 (in Russian).
5. Sarapulov A. V., Umanskii A. B. *Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2017, no. 38, pp. 59–62, DOI: 10.17223/19988605/38/9 (in Russian).

6. Bukov V., Kutahov V., Bekkiev A. 27th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, 19–24 September 2010, Nice, France, ICAS 2010, CD-ROM Proc. ISBN 978-0-9565333-0-2, Paper Number 7-1-1.
7. Bukov V. N., Evgenov A. V., Shurman V. A. *Akademicheskoye zhukovskoye chteniye*, Voronezh, *KVALIS*, 2018, pp. 23–28 (in Russian).
8. Ageev A. M., Bronnikov A. M., Bukov V. N., Gamayunov I. F. *J. Comput. Syst. Sci. Int.*, 2017, vol. 56, no. 3, pp. 410–419, DOI:10.1134/S1064230717030029.
9. Shul'ga T. E. *Sistemy upravleniya i informatsionnyye tehnologii*, 2009, no. 3(35), pp. 407–411 (in Russian).
10. Avakyan A. A., Suchkov V. N., Iskanderov R. D., Shurman V. A., Kopnyonkova M. V., Vovchuk N. G. Method and computing system for fault-tolerant information processing of critical functions of an aircraft, Patent RU 2413975 C2, Bul. no. 7, 10.03.2011 (in Russian).
11. Vorob'yov A. V., Bukov V. N., Shurman V. A., D'yachenko A. M., Yakovlev Yu. A., Gnusin M. Yu. Method for automatic control of redundancy of a heterogeneous computing system and the device for its implementation, Patent RU 2612569 C2, Bul. no. 7, 09.03.2017 (in Russian).

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Строминский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5510, (499) 269-5397

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор Е. В. Комиссарова.

Сдано в набор 29.03.2019. Подписано в печать 24.05.2019. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН619. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солишнз". Отпечатано в ООО "Авансд солишнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru