ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 20
2019
№ 4

Издается с 2000 года ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online) DOI 10.17587/issn.1684-6427

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Карабутов Н. Н. Структурная идентифицируемость нелинейных динамических систем . . 195

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Горячева И. Г., Досаев М. З., Селюцкий Ю. Д., Яковенко А. А., Yeh C.-H., Su F.-C. Моделирование лапароскопического зажимного устройства с очувствлением 206

Pyrkin A., Bobtsov A., Vedyakov A., Bazylev D., Sinetova M. Adaptive Flux Observer for Nonsalient PMSM with Noised Measurements of the Current and Voltage 215

Афонин С. М. Структурные схемы и структурно-параметрические модели электроупругих актюаторов для наномехатронных систем 219

Ишханян М. В. Моделирование динамики колесного буера, использующего для перемещения эффект Магнуса 230

Яцун С. Ф., Ворочаева Л. Ю., Савин С. И. Исследование вопросов управления ориентацией колесного прыгающего робота в полете 236

Бобырь М. В., Лунева М. Ю., Ноливос К. А. Нечеткий цифровой фильтр для управления роботом-манипулятором ARMino 244

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

До Куанг Тхонг. Синтез системы самонаведения ракет с учетом динамики измерительных элементов 251

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в БД RSCI на платформе Web of Science.

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу: http://novtex.ru/mech, e-mail: mech@novtex.ru

THEORETICAL AND APPLIED SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 20
2019
No. 4

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000 ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online) DOI 10.17587/issn.1684-6427

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

Karabutov N. N. Structural Identifiability of Nonlinear Dynamic Systems 195

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

Goryacheva I. G., Dosaev M. Z., Selyutskiy Yu. D., Yakovenko A. A., Yeh C.-H., Su F.-C. Modeling of Laparoscopic Forceps with Sensing 206

Pyrkin A., Bobtsov A., Vedyakov A., Bazylev D., Sinetova M. Adaptive Flux Observer for Nonsalient PMSM with Noised Measurements of the Current and Voltage 215

Afonin S. M. Structural Schemes and Structural-Parametric Models of Electroelastic Actuators for Nanomechanics Systems 219

Ishkhanyan M. V. Modeling of Dynamics of Land Boat Based on the Magnus Effect 230

Jatsun S. F., Vorochaeva L. Yu., Savin S. I. Study of Orientation Control for a Wheeled Jumping Robot in the Flight Phase of Motion 236

Bobyr M. V., Luneva M. Yu., Nolivos C. A. Fuzziy Digital Filter for Robotic Manipulator Operation 244

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

Do Quang Thong. Synthesis of the Missile Homing System Taking into Account the Dynamic Characteristic of the Measurement Elements 251

Information about the journal is available online at:
http://novtex.ru/mech.html, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 681.5.015 DOI: 10.17587/mau.20.195-205

Н. Н. Карабутов, д-р техн. наук, проф., kn22@yandex.ru,
МИРЭА (Российский технологический университет), МГАВТ, г. Москва

Структурная идентифицируемость нелинейных динамических систем

Предложен подход к анализу структурной идентифицируемости (СИ) нелинейных динамических систем в условиях неопределенности. Данный подход имеет отличие от методов, применяемых для оценки СИ динамических систем в параметрическом пространстве. СИ трактуется как возможность структурной идентификации нелинейной части системы. Введено понятие S-синхронизируемости системы. Показано, что вход системы должен обеспечивать синхронизацию (S-синхронизируемость) системы для решения задачи СИ. Несинхронизируемый вход приводит к получению незначимой структуры, которая не дает решение задачи структурной идентификации. Это приводит к структурной неидентифицируемости системы. Выделено подмножество входов, обладающих свойством S-синхронизируемости, на которых системы являются неразличимыми. Метод оценки СИ основан на анализе специального класса структур. Для класса симметричных нелинейностей предложен метод оценки СИ.

Изучено влияние параметров входа на возможность оценки СИ системы. Показано, что требования постоянства возбуждения входа в адаптивных системах и системах СИ различаются.

Ключевые слова: *структура, нелинейная динамическая система, фазовый портрет, структурная идентифицируемость, нелинейность, синхронизация*

Введение

Проблема идентификации динамических систем, несмотря на множество полученных результатов, является одним из актуальных направлений исследования. Основополагающие результаты получены по параметрической идентификации систем. Наряду с этим выполнялись исследования по оценке идентифицируемости динамических систем. Подход к оценке идентифицируемости основан на идеях Р. Калмана [1]. Дальнейшее развитие этих идей дано в работах [2, 3]. Для линейных динамических систем условие идентифицируемости сводится к невырожденности информационной матрицы и наблюдаемости системы. Анализ результатов показывает, что оценка идентифицируемости линейной динамической системы заключается в возможности оценки ее параметров. Будем называть параметрическую идентифицируемость IP-идентифицируемостью (IPI). Исследованию IPI посвящено множество публикаций. Отличие от подхода, изложенного в работе [2], состоит в том, что результаты идентифицируемости представляют в виде, принятом в задачах параметрического оценивания. В работе [4] введено понятие структурной (СИ) и локальной (ЛИ) идентифицируемости. Показано, что ЛИ является необходимым условием глобальной идентифицируемости. Различные подходы и методы применяются для проверки СИ [5, 6]. В статье [7] введено понятие локальной параметрической идентифицируемости и дано его теоретическое обоснование. Следует заметить, что большинство работ, посвященных рассматриваемой предметной области и доступных автору, не содержат методов оценки структуры системы в общепринятом в теории идентификации смысле. Поэтому понятие СИ не отражает суть рассматриваемой проблемы. Так как эта терминология активно применяется в задачах оценки идентифицируемости, то в данном разделе будем придерживаться этой терминологии, чтобы продолжить анализ полученных результатов. В дальнейшем будет введено понятие, которое напрямую связано с СИ нелинейных систем в структурном пространстве. В работе [7] предложены критерии оценки ЛИ линеаризированной системы, ранг матрицы состояния которой должен быть равен m. Метод оценки ЛИ разработан для неоднородной линейной системы. Он основан на анализе характеристического показателя Ляпунова. В работе [8] вводится ряд критериев параметрической идентифицируемости, а также дается обобщение и развитие результатов, полученных в статье [7]. Условия полной идентифицируемости линейной стационарной системы по дискретным измерениям выхода и переменных состояния предложены в работах [9, 10].

Проблема IPI нелинейных систем исследовалась многими авторами (см. например, [9—12]). В работе [10] для исследования идентифицируемости применен анализ чувствительности системы по выходу. Эффективность данного подхода показана на примере исследования идентифицируемости комбинации параметров системы. Локальные условия параметрической идентифицируемости получены в работе [9] для различных вариантов измерения экспериментальных данных. Определены условия совместной наблюдаемости и идентифицируемости для линейной стационарной системы. Критический анализ подходов, применяемых для оценки идентифицируемости биологических моделей, дан в статье [11]. Модели для оценки идентифицируемости нелинейных систем основаны на применении ряда Тейлора, таблиц идентифицируемости, дифференциальной алгебры. Вопросам исследования практической идентифицируемости посвящена работа [12]. Оценка практической идентифицируемости основана на анализе экспериментальной информации и применении дифференциальной алгебры.

Вопросы СИ статической модели рассмотрены в работе [13]. Несмотря на то что изучается статическая система, ее СИ представляет определенный интерес в плане постановки задачи. Поэтому существующие трактовки и постановки задач СИ будет полезно сравнить. Здесь применяются методы для оценки ранга матрицы.

Анализ публикаций показывает, что идентифицируемость модели направлена на возможность оценки ее параметров. Предлагаемые методы основаны на оценке невырожденности информационной матрицы. Аналогичные результаты получены в теории параметрического оценивания, а условие невырожденности (полноты ранга) матрицы представлено в легко проверяемом условии предельной невырожденности входа и выхода системы. Как правило, структура модели задается априори, и поэтому не всегда понятно, какой смысл вкладывается в понятие структурной локальной идентифицируемости. Понятие "структура" широко применяется в задачах оценки идентифицируемости. Идентифицируемость нелинейной системы также сводится к задаче IPI на основе применения различных методов линеаризации модели по параметрам. Эта обширная область исследований не включает задачи СИ нелинейных динамических систем в следующем смысле: можно ли принять решение о структуре (форме, зависимости) нелинейной части системы в условиях неопределенности. Задача в таком виде не ставилась. Следует заметить, что сама по себе это очень сложная проблема, так как методы формализации структуры системы не разработаны до настоящего времени.

Понятие СИ (*h*-идентифицируемости) нелинейных систем было введено в работе [14]. Предлагаемый подход направлен на решение задачи оценки структуры нелинейной части динамической системы. Он основан на анализе специального класса структур, отражающих состояние нелинейной части системы. Ниже дается изложение и обобщение результатов, полученных в работах [14, 15]. Задача IP-идентифицируемости не рассматривается. Ее решения можно получить, применив рассмотренные выше подходы.

Постановка задачи

Рассмотрим систему

$$\begin{aligned} &\dot{X} = AX + B_{\varphi}\varphi(y) + B_u u; \\ &y = C^{\mathrm{T}} X, \end{aligned} \tag{1}$$

где $u \in R$, $y \in R$ — вход и выход системы; $A \in R^{q \times q}$, $B_u \in R^q$, $B_\varphi \in R^q$, $C \in R^q$ — матрицы соответствующих размерностей; $\varphi(y)$ — скалярная нелинейная функция. Матрица A является гурвицевой.

Относительно структуры функции $\chi = \varphi(y)$ могут делаться различные предположения [16, 17]. Они определяются уровнем априорной информации. Далее предполагается, что $\varphi(y)$ в системе (1) удовлетворяет секторному условию

$$\begin{aligned} &\chi \in \mathcal{F}_{\varphi} = \{\gamma_1\xi^2 \leqslant \varphi(\xi)\xi \leqslant \gamma_2\xi^2, \\ &\xi \neq 0,\ \varphi(0) = 0,\ \gamma_1 \geqslant 0, \gamma_2 < \infty\}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\xi \in R$ — комбинация элементов вектора X.

Пусть известно информационное множество для системы (1):

$$\mathrm{I}_o = \{u(t), y(t),\ t \in J = [t_0, t_k]\}. \tag{3}$$

Задача: оценить СИ нелинейной части системы (1) на основе анализа и обработки I_o.

Применение параметрических методов идентификации в условиях неопределенности не позволяет подойти к решению задачи СИ. Поэтому далее применяется подход, предложенный в работах [15, 16]. Он основан на переходе в специальное структурное пространство и построении структуры S_{ey}, отражающей свойства нелинейной части (1). Анализ S_{ey} связан с решением задачи СИ системы. Далее используется термин *h*-идентифицируемости (HI), чтобы излагаемый далее подход отличить от IP-идентифицируемости. Рассмотрим метод построения S_{ey}-структуры.

Метод построения S_{ey}-структуры

Построение S_{ey}-структуры требует предварительного формирования множества $I_{N,\,g}$, содержащего информацию о функции $\varphi(y)$. Изложим способ получения $I_{N,\,g}$, следуя работе [18].

Применим к $y(t)$ операцию дифференцирования и обозначим новую переменную x_1. Тогда получим расширение информационного множества системы: $I_{ent} = \{I_o, x_1\}$. Если переменные u, y измеряются с ошибкой, то к u, y следует применить процедуру фильтрации или сглаживания.

Выделим подмножество $I_g \subset I_{ent}$, соответствующее частному решению системы (1) (установившемуся состоянию). Множество $I_g = I_{ent} \backslash I_{tr}$ не содержит данные I_{tr} о переходном процессе в системе. Применим математическую модель

$$\hat{x}_1^l(t) = H^{\mathrm{T}}[1\ u(t)\ y(t)]^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

для выделения линейной составляющей в x_1. Переменная x_1 определена на интервале $J_g = J \backslash J_{tr}$. Здесь $H \in R^3$ — вектор параметров модели.

Найдем вектор H из решения задачи

$$\min_H Q(e)\Big|_{e=\hat{x}_1^l - x_1} \to H_{opt},$$

где $Q(e) = 0{,}5e^2$.

Определим прогноз для переменной x_1 на основе модели (4) и сформируем ошибку $e(t) = \hat{x}_1^l(t) - x_1(t)$. Ошибка $e(t)$ зависит от нелинейности $\varphi(y)$ в системе (1). Итак, получено множество $I_{N,\,g} = \{y(t), e(t), t \in J_g\}$. Далее применяется обозначение $y(t)$ и полагается, что $y(t) \in I_{N,\,g}$.

Замечание 1. Выбор структуры модели (4) является одним из этапов структурной идентификации системы (1). Результаты моделирования показывают, что модель (4) применима в системах идентификации объектов со статическими нелинейностями. Решение задачи выбора структуры модели (4) для более сложного класса нелинейностей дано в работе [14].

Применение фазового портрета S, описываемого функцией $\Gamma{:}\{y\} \to \{y'\}$, не всегда позволяет сделать заключение о нелинейных свойствах системы в условиях неопределенности. Поэтому рассмотрим множество $I_{N,\,g}$ и перейдем в пространство $\mathcal{P}_{ye} = (y, e)$, которое будем называть структурным.

Рассмотрим функцию $\Gamma_{ey}: \{y\} \to \{e\}$, которая на плоскости (y, e) описывает изменение структуры S_{ey}. Так как $I_{N,\,g}$ содержит информацию о $\varphi(y)$, то S_{ey} будет в обобщенном виде описывать изменение нелинейной функции. Вход системы (1) должен удовлетворять определенным условиям для получения представления о $\varphi(y)$, а именно иметь свойство постоянства возбуждения (предельной невырожденности). Такой вход обеспечивает замкнутость структуры S_{ey}.

О необходимости оценки *h*-идентифицируемости нелинейной системы

Обзор работ по СИ показывает, что основное внимание уделяется проблеме IP-идентифицируемости. Чтобы понять актуальность задачи *h*-идентифицируемости, рассмотрим возникающие проблемы на примере системы (1) второго порядка со следующими параметрами:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix};\ B_u = B_\varphi = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};\ y(0) = 3;\ y'(0) = 2;$$

$$\varphi(y) = \begin{cases} 2{,}2, & \text{если } (y - d > 2.2)\,\&\,(y' > 0); \\ y - d, & \text{если } (y - d \leqslant 2{,}2)\,\&\,(y' > 0); \\ 1{,}5, & \text{если } (y - d \leqslant 1{,}5)\,\&\,(y' > 0); \\ 2{,}2, & \text{если } (y > 2{,}2)\,\&\,(y' < 0); \\ y, & \text{если } (y \leqslant 2{,}2)\,\&\,(y' < 0); \\ 1{,}5, & \text{если } (y \leqslant 1{,}5)\,\&\,(y' < 0), \\ d = 1. & \end{cases}$$

Представленные ниже результаты основаны на применении подхода из раздела "Метод построения S_{ey}-структуры". Они показывают влияние входа $u(t)$ на нелинейные свойства системы (1). Свойства системы оцениваются на основе анализа структуры S_{ey} и восстановленной функции $\varphi(y)$, соответствующей входу $u(t)$.

На рис. 1 показаны фазовый портрет S и структура S_{ey} для случая $u_{6,\,-4}(t) = 6 - 4\sin(0{,}1\pi t)$, а также функция $\varphi(y)$, восстановленная по данным $\{y(t),\ y'(t)\}$. Рассматривается случай установившегося движения. Рис. 1 показывает, что $u_{6,\,-4}(t)$ дает эталонную функцию $\varphi(y)$.

Из рис. 1 видно, что структура S_{ey} является практически симметричной и имеет особенности, которые также присущи и структуре S.

Дальнейшее уменьшение амплитуды синусоиды приводит к потере свойства симметрии структурой S_{ey}. Следствием этого является невозможность восстановления вида функций $\varphi(y)$. На рис. 2 показан случай, когда $u_{6,\,-2}(t) = 6 - 2\sin(0{,}1\pi t)$. Из рис. 2 видно, что уменьшение амплитуды синусоиды приводит к сужению области определения структуры, причем левая часть подвергается более активным изменениям. Это приводит к тому, что область насыщения функции $\varphi_{6,\,-2}(t)$ снизу существенно сокращается. Эту область невозможно восстановить путем идентификации.

Еще более кардинальные изменения в $\varphi(y)$ появляются при $u_{6,\,-0,5}(t) = 6 - 0{,}5\sin(0{,}1\pi t)$. Вид функции $\varphi(y)$ и структур S, S_{ey} показан на рис. 3.

Анализ результатов моделирования показывает, что существует некоторая совокупность параметров входа $u(t)$, при которой возможна структурная идентификация нелинейной системы (структурная идентифицируемость). Для рассматриваемой системы с $\omega = 0{,}1\pi$ эти результаты представлены на рис. 4, где использованы следующие обозначения: D_y, D_e — диаметр области изменения y, e; a_u — амплитуда изменения синуса.

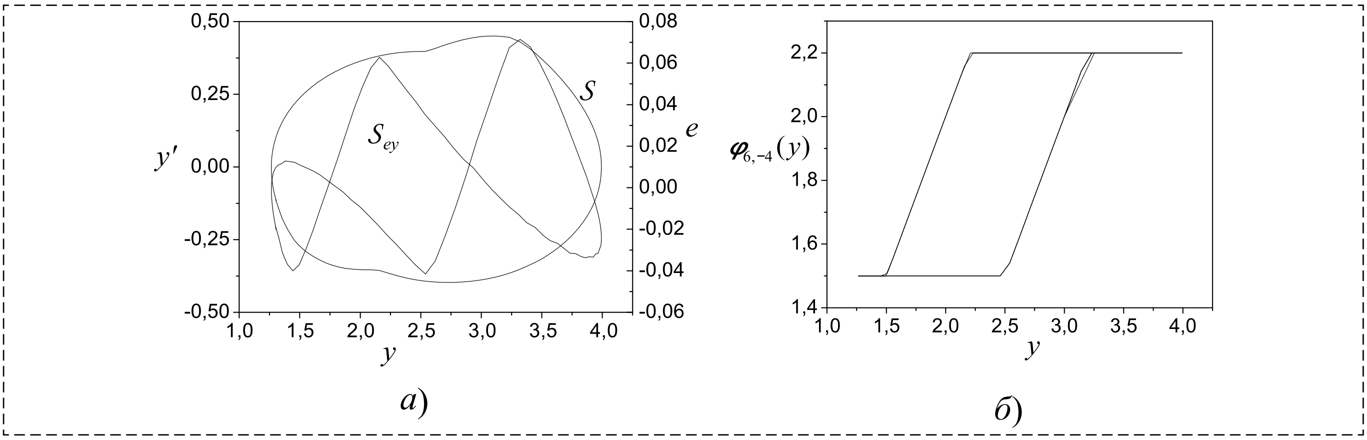


Рис. 1. Результаты оценки структуры для $u_{6,\,-4}(t)$:
а — структуры; *б* — нелинейность

Fig. 1. Framework estimation results for $u_{6,\,-4}(t)$:
а — structures; *б* — nonlinearity

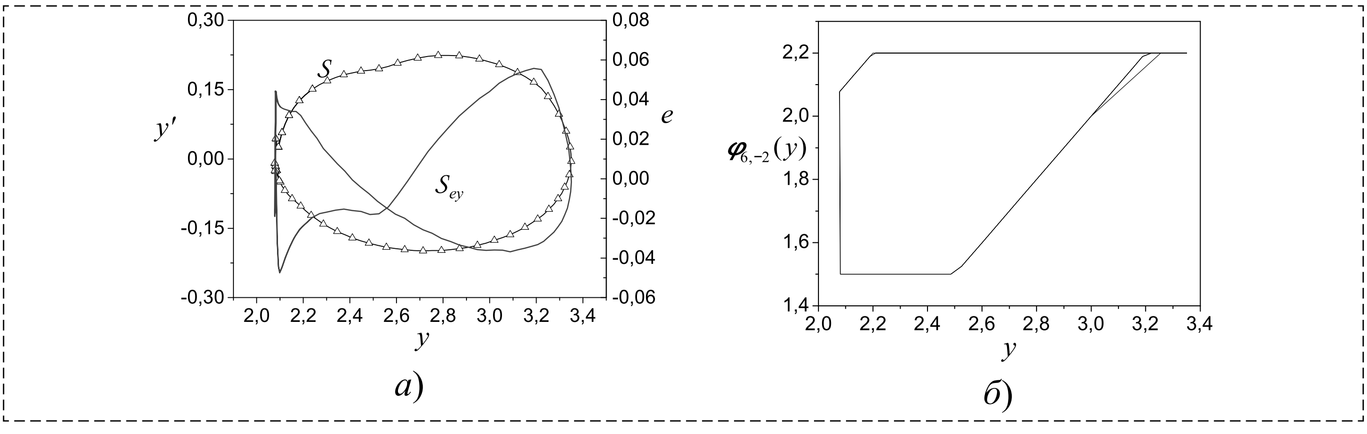


Рис. 2. Результаты оценки структуры для $u_{6,\,-2}(t)$:
а — структуры; *б* — нелинейность

Fig. 2. Framework estimation results for $u_{6,\,-2}(t)$:
а — structures; *б* — nonlinearity

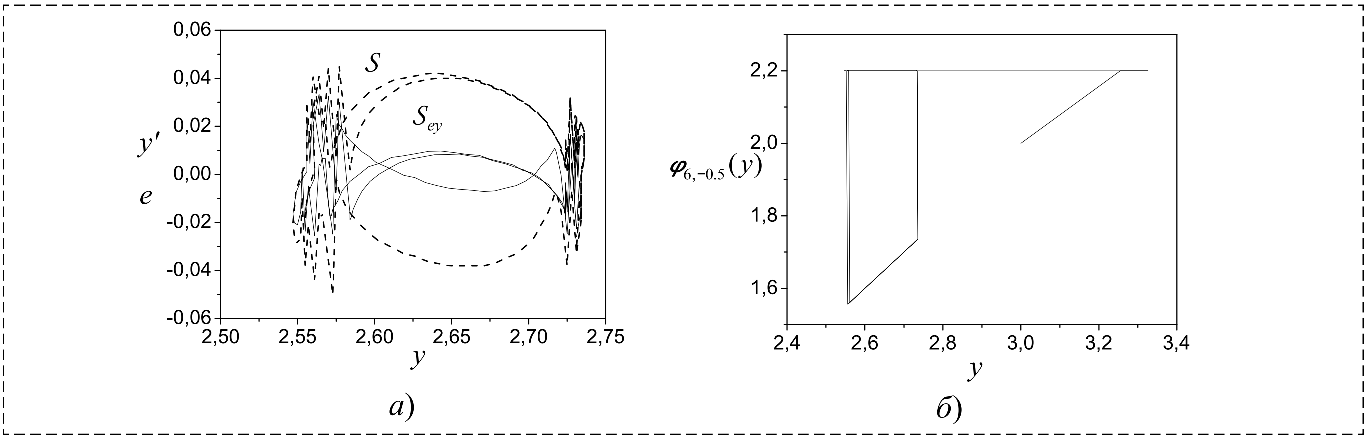


Рис. 3. Результаты оценки структуры для $u_{6,\,-0,5}(t)$:
а — структуры; *б* — нелинейность
Fig. 3. Framework estimation results for $u_{6,\,-0,5}(t)$:
a — structures; *б* — nonlinearity

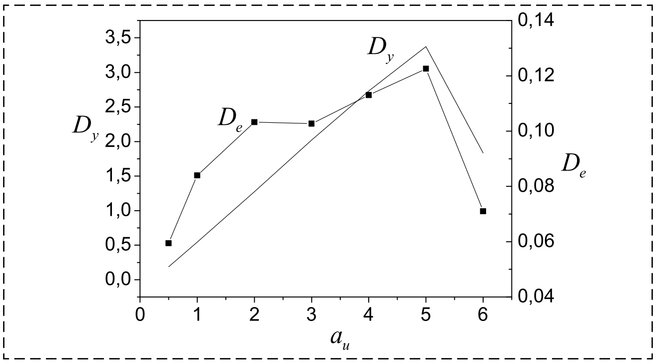


Рис. 4. Влияние входа на идентифицируемость системы (1)
Fig. 4. Effect of input on system (1) identifiability

Из рис. 4 видно, что для рассматриваемого случая существует вход ($a_u = 5$), который обеспечивает возможность СИ системы. Как следует из рис. 1, система (1) может быть идентифицируема и при $a_u = 4$. Заметим, что здесь рассматривался случай влияния только амплитуды входа. Аналогичным эффектом обладает и влияние частоты (рис. 5).

Замечание 2. Результаты моделирования показывают (рис. 5), что обеспечение требования постоянства возбуждения для $u(t)$ может привести к невозможности решения задачи СИ (*h*-идентифицируемости). Как следует из представленных рисунков, так называемое требование постоянства возбуждения (частотного богатства) входа существенно различается в задачах структурной и параметрической идентификации. Это следует учитывать в задачах активной идентификации.

Результаты моделирования позволяют подойти к постановке проблемы *h*-идентифицируемости в следующем виде: найти такой вход

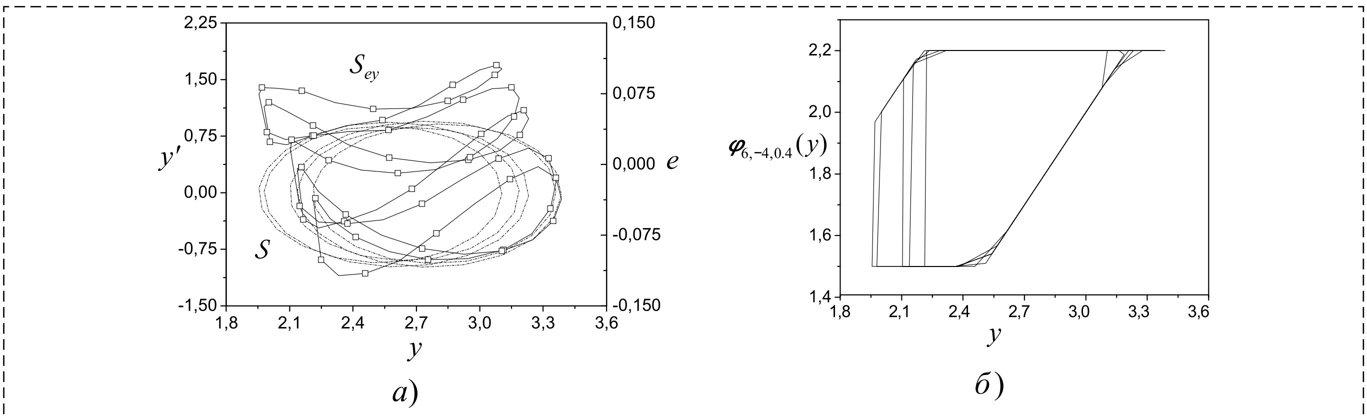


Рис. 5. Результаты оценки структуры для $u_{6,\,-4,\,0,4}(t)$:
а — структуры; *б* — нелинейность
Fig. 5. Framework estimation results for $u_{6,\,-4,\,0,4}(t)$:
a — structures; *б* — nonlinearity

$u(t)$ для системы (1), который обеспечивает максимум области определения выхода $y(t)$.

h-идентифицируемость

Результаты, полученные в разделе "О необходимости оценки *h*-идентифицируемости нелинейной системы", показывают, что подходы, применяемые для оценки IP-идентифицируемости, являются неприменимыми в случае оценки *h*-идентифицируемости. Ниже излагается метод оценки HI, предложенный в работе [18].

Прежде всего рассмотрим свойства множества $\mathrm{I}_{N,\, g}$, позволяющие решить задачу СИ, а следовательно, и *h*-идентифицируемости. Анализ $\mathrm{I}_{N,\, g}$ позволяет определить важные свойства информационного множества I_o, определяющие возможность дальнейшего рассмотрения изучаемой проблемы.

Пусть выполняются следующие условия.

B1. Исходное множество I_o дает решение задачи параметрической идентификации системы (1). Это значит, что вход $u(t)$ является постоянно возбуждаемым на интервале J.

B2. Вход $u(t)$ обеспечивает получение информативной структуры $S_{ey}(\mathrm{I}_{N,\, g})$. Это означает, что анализ S_{ey} дает решение задачи оценки нелинейных свойств системы (1).

Определение 1. Вход $u(t)$ будем называть представительным, если он удовлетворяет условиям B1, B2.

Пусть структура S_{ey} является замкнутой и ее площадь не равна нулю. Обозначим высоту S_{ey} через $h(S_{ey})$, где высота понимается как расстояние между двумя точками противоположных сторон структуры S_{ey}.

Утверждение 1 [18]. *Пусть: 1) линейная часть системы (1) является устойчивой, а нелинейность* $\varphi(y)$ *удовлетворяет условию (2); 2) вход* $u(t)$ *является ограниченным, кусочно-непрерывным и постоянно возбуждаемым; 3) существует такое* $\delta_S > 0$, *что* $h(S_{ey}) \geqslant \delta_S$. *Тогда структура* S_{ey} *является идентифицируемой на множестве* $\mathrm{I}_{N,\, g}$.

Определение 2. Структура S_{ey}, имеющая указанные свойства, является *h*-идентифицируемой.

Предположим, что S_{ey} является *h*-идентифицируемой.

Особенности понятия *h*-идентифицируемости:

1) *h*-идентифицируемость является понятием не параметрической, а структурной идентификации;

2) требование параметрической идентифицируемости является основой *h*-идентифицируемости;

3) *h*-идентифицируемость предъявляет более жесткие требования ко входу системы.

Особенность 3 означает, что "плохой" вход (см. раздел "О необходимости оценки *h*-идентифицируемости нелинейной системы") может удовлетворять условию постоянства возбуждения. Но такой вход может привести к получению так называемой незначимой S_{ey}-структуры ($\mathcal{N}S_{ey}$-структуры). Но при этом $\mathcal{N}S_{ey}$-структура может быть *h*-идентифицируемой. Идентификация нелинейности в условиях неопределенности на основе анализа $\mathcal{N}S_{ey}$-структуры может дать результаты, нетипичные для исследуемой системы.

Приведем условия существования $\mathcal{N}S_{ey}$-структуры. Рассмотрим класс нелинейных функций, к которым применима операция гомотетии. Гомотетия [19] представляет собой метод получения одной части геометрической фигуры из другой на основе ее поворота и растяжения около определенной точки на плоскости (y, e). Этот подход применим для нелинейностей, симметричных относительно некоторой точки или прямой.

Рассмотрим структуру S_{ey}. Пусть $S_{ey} = \mathcal{F}^l_{S_{ey}} \cup \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$, где $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$ — левый и правый фрагменты S_{ey}. Определим для $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$ секущие

$$\gamma^r_S = a^r y;\ \gamma^l_S = a^l y, \qquad (5)$$

где a^l, a^r — числа, определяемые с помощью метода наименьших квадратов (МНК).

Теорема 1 [14]. *Пусть: 1) структура* S_{ey} *является h-идентифицируемой и имеет вид* $S_{ey} = \mathcal{F}^l_{S_{ey}} \cup \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$, *где* $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$ *— левый и правый фрагменты* S_{ey}; *2) секущие для* $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$ *описываются уравнениями (5). Тогда* S_{ey} *является* $\mathcal{N}S_{ey}$*-структурой, если*

$$\|a^l| - |a^r\| > \delta_h, \qquad (6)$$

где $\delta_h > 0$ *— некоторое заданное число.*

Замечание 3. $\mathcal{N}S_{ey}$-структуры характерны для систем с многозначными нелинейностями. Они являются результатом неадекватного применения входных воздействий.

Рассмотрим структуру S_{ey}. Введем обозначения: $\mathcal{D}_y = \mathrm{dom}(S_{ey})$ — область определения S_{ey},

$D_y = D_y(\mathcal{D}_y) = \max_t y(t) - \min_t y(t)$ — диаметр $\mathcal{D}_y$. Пусть $u(t) \in$ U, где U — допустимое множество входов для системы (1).

Определение 3. Вход $u(t) \in$ U будем называть S-синхронизирующим систему (1), если на множестве $\{y(t),\ t \in J\}$ область определения $\mathcal{D}_y$ структуры S_{ey} имеет максимальный диаметр D_y.

Синхронизацию $u(t) \in$ U будем понимать как выбор такого входа $u_h(t) \in$ U, который позволяет отразить все особенности S_{ey}, характерные для $\varphi(y)$. Это возможно только в случае, когда $u(t)$ обеспечивает $\max_{u_h} D_y$. В отличие от понятия синхронизации, принятого в теории колебаний, здесь выбор свойств входа направлен на возможность получения структуры $S_{ey} \neq \mathcal{NS}_{ey}$. Так как такой подбор $u_h(t) \in$ U можно трактовать как синхронизацию между структурами модели и системы, то выполнение условия $\max_{u_h} D_y$ приводит к h-идентифицируемости системы. Требование обеспечения условия $\max_{u_h} D_y$ связано с рассматриваемым классом нелинейностей. Оно следует из анализа результатов, полученных в разделе "О необходимости оценки h-идентифицируемости нелинейной системы". В рассматриваемых условиях это один из доступных критериев принятия решения о СИ системы (1), который можно оценить на основе анализа структуры S_{ey}. Он вычисляется на основе анализа фрагментов $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$.

Пусть вход $u_h(t)$ синхронизирует множество $\mathcal{D}_y$. Если $u(t)$ является S-синхронизирующим, то будем писать $u_h(t) \in$ S. Заметим, что для системы (1) существует конечное множество $\{u_h(t)\} \in$ S. Выбор оптимального $u_h(t)$ зависит от $d_{h,\ y}$. Обеспечение этого условия является одной из предпосылок СИ системы (1).

Определение 4. Структуру S_{ey} (систему (1)) будем называть структурно идентифицируемой или h_{δ_h}-идентифицируемой, если S_{ey} является h-идентифицируемой и выполняется условие $\| |a^l| - |a^r| \| \leqslant \delta_h$.

Из этого определения следует, что если система (1) h_{δ_h}-идентифицируема, то структура S_{ey} имеет максимальный диаметр области $\mathcal{D}_y$.

Пусть структура S содержит m особенностей. Под особенностями функции $\varphi(y)$ будем понимать как потерю непрерывности на интервале I_y^j, так и точки перегиба функции или экстремумы. Эти особенности являются признаками нелинейности исследуемой функции.

Определение 5. Модель (4) будем называть *SM*-идентифицирующей, если структура S_{ey} является h_{δ_h}-идентифицируемой.

Теорема 2 [15]. *Пусть: 1) вход u(t) является постоянно возбуждаемый и обеспечивает S-синхронизацию системы (1); 2) фазовый портрет S системы (1) содержит m особенностей; 3) S_{ey}-структура является h_{δ_h}-идентифицируемой и содержит фрагменты, соответствующие особенностям фазового портрета S. Тогда модель (4) является SM-идентифицируемой.*

Теорема 2 показывает, что если модель (4) не является *SM*-идентифицирующей, то необходимо менять структуру модели (4) или информационное множество для ее построения.

Рассмотрим структуру S_{ey}. Обозначим c_s — центр структуры S_{ey} на множестве $\mathrm{J}_y = \{y(t)\}$, а c_{D_y} — центр области $\mathcal{D}_y$.

Теорема 3. *Пусть на множестве* U *представительных входов u(t) системы (1): 1) существует такое* $\varepsilon \geqslant 0$, *что* $\left| c_S - c_{D_y} \right| \leqslant \varepsilon$; *2) выполняется условие* $\| |a^l| - |a^r| \| \leqslant \delta_h$. *Тогда система (1) является* h_{δ_h}*-идентифицируемой, а вход* $u_h(t) \in$ S.

Заметим, что может существовать некоторое подмножество $\{u_{h,\ i}(t)\} \subset U_h \subseteq$ U ($i \geqslant 1$), элементы которого обладают свойством S-синхронизируемости. Каждому $u_{h,\ i}(t)$ соответствует структура $S_{ey,\ i}(u_{h,\ i})$ с диаметром $D_{y,\ i}$ области определения $\mathcal{D}_{y,\ i}$. Так как $u_{h,\ i}(t) \in$ S, то диаметры $D_{y,\ i}$ будут обладать свойством $d_{h,\ \Sigma}$-оптимальности. Пусть гипотетическая структура S_{ey} системы (1) имеет диаметр $d_{h,\ \Sigma}$.

Определение 6. Структура $S_{ey,\ i}$ обладает свойством $d_{h,\ \Sigma}$-оптимальности на множестве U_h, если существует такое $\varepsilon_\Sigma > 0$, что $|d_{h,\ \Sigma} - D_{y,\ i}| \leqslant \varepsilon_\Sigma$, $\forall i = \overline{1, \# \mathrm{U}_h}$, где # — мощность множества U_h.

Определение 7. Если существует подмножество входов $\{u_{h,\ i}(t)\} = \mathrm{U}_h \subset$ U ($i \geqslant 1$), элементы которого $u_{h,\ i}(t) \in$ S, и соответствующие им структуры $S_{ey,\ i}(u_{h,\ i})$, обладающие свойством $d_{h,\ \Sigma}$-оптимальности, то структуры $S_{ey,\ i}(u_{h,\ i})$ являются неразличимыми на множествах $\{u_{h,\ i}(t)\}$, $J_y(u(t) = u_{h,\ i}(t))$.

Из определений 6, 7 следует, что в случае существования множества U_h оценку h_{δ_h}-идентифицируемости можно проводить по любому входу $u(t) \subset \mathrm{U}_h$.

Замечание 4. Здесь рассматривается случай симметричных нелинейностей. Поэтому остаются справедливыми сделанные выше замечания относительно $\mathcal{NS}_{ey}$-структуры. Если нелинейная функция не обладает свойством симметрии, то требуется дальнейшее исследование данной проблемы. Это связано с тем, что любая нелинейность имеет свои особенности, и их учет возможен только при имеющейся априорной информации о системе.

Перейдем теперь к методам оценки h_{δ_h}-идентифицируемости системы (1).

Подход к оценке h_{δ_h}-идентифицируемости

Рассмотрим задачу построения интегрального показателя, который позволял бы на основе обработки множества $\mathrm{I}_{N,\,g}$ принимать решение об h_{δ_h}-идентифицируемости системы (1). Он должен быть основан на анализе свойств структуры S_{ey}.

В нелинейной динамике и теории фракталов для оценки показателя размерности структуры применяются подходы, основанные на принципе покрытия [20]. Предложены различные виды размерности. Одним из простейших показателей является топологическая размерность. Она оценивает геометрию структуры и не всегда отражает ее внутренние особенности. Аттракторы и фракталы часто являются неоднородными. Неоднородность отражает неравномерность распределения точек по структуре (фракталу). Оценки неоднородности этих структур получают с помощью параметров, отражающих свойства системы. Причина неоднородности связана с разными вероятностями заполнения определенными объектами (телами) геометрически одинаковых элементов фрактала. Неоднородность в общем случае характеризует несоответствие между вероятностями заполнения фрактала заданными телами и геометрическими размерами соответствующих областей. Такие неоднородные фрактальные объекты называют мультифракталами [20]. S_{ey}-структуры динамических систем с многозначными нелинейностями являются примером неоднородных структур. Некоторые из неоднородных структур представлены в разделе "О необходимости оценки h-идентифицируемости нелинейной системы".

Различные показатели покрытия (корреляционная размерность, информационная размерность и т. п.) являются приближенными и трудоемкими [20]. Они не всегда дают оценку геометрического различия фрагментов структуры. Поэтому далее вводится интегральная характеристика структуры, которая представляет собой функцию распределения переменной e на множестве $\{y(t)\}$ [15]. Такой подход исключает различные априорные предположения относительно покрытия структуры локальными объектами. Суть предлагаемого подхода состоит в следующем.

Пусть для системы (1) получена структура S_{ey}. Выполним фрагментацию $S_{ey} = \mathcal{F}^l_{S_{ey}} \cup \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$, где $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$ — левая и правая части структуры S_{ey}. Фрагменты $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$ описываются функциями $e^l(y)$, $e^r(y)$, где $\{e^l\} \subseteq \{e\}$, $\{e^r\} \subseteq \{e\}$. Построим частотные функции распределения (гистограммы) $\mathcal{H}^l$, $\mathcal{H}^r$ для $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$. Получим интегральные функции распределения $I\mathcal{H}^l$, $I\mathcal{H}^r$ на основе $\mathcal{H}^l$, $\mathcal{H}^r$. Пусть $\mathrm{I}_{\mathcal{H}} = \left\{ i\Delta e,\ i = \overline{1,k} \right\}$ — область определения функций $\mathcal{H}^l$, $\mathcal{H}^r$. Представим область значений функций $I\mathcal{H}^l$, $I\mathcal{H}^r$ в виде векторов

$$L(I\mathcal{H}^l) = [I\mathcal{H}^l_1, I\mathcal{H}^l_2, \ldots, I\mathcal{H}^l_k]^{\mathrm{T}},$$
$$R(I\mathcal{H}^r) = [I\mathcal{H}^r_1, I\mathcal{H}^r_2, \ldots, I\mathcal{H}^r_k]^{\mathrm{T}}.$$

Здесь k — число карманов, заданных на $\mathrm{I}_{\mathcal{H}}$; Δe — величина кармана по e.

Применим модель

$$\widehat{R} = a_H L(I\mathcal{H}^l) \tag{7}$$

и определим параметр a_H с помощью МНК.

Модель является адекватной, если параметр $a_H \in O(1)$, где $O(1)$ — окрестность 1. Если условие $a_H \in O(1)$ справедливо, то система (1) является h_{δ_h}-идентифицируемой и $s_{ey} \neq \mathcal{N}S_{ey}$. Иначе структура S_{ey} является незначимой.

Итак, справедливо утверждение.

Утверждение 2. *Пусть для системы (1): 1) структура $S_{ey} = \mathcal{F}^l_{S_{ey}} \cup \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$, где $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$ — фрагменты структуры S_{ey}, определенные на множестве $\{y(t)\}$; 2) известны частотные $\mathcal{H}^l$, $\mathcal{H}^r$ и интегральные $I\mathcal{H}^l$, $I\mathcal{H}^r$ функции распределения для $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$; 3) зависимость между $R(I\mathcal{H}^l)$ и $L(I\mathcal{H}^l)$ имеет вид (7). Тогда система (1) является h_{δ_h}-идентифицируемой, если $a_H \in O(1)$.*

Определение 8. Если система (1) является h_{δ_h}-идентифицируемой, то структура S_{ey} имеет размерность $DH_h = a_H$.

Определение 8 показывает: если $u(t) \in S$, то размерность структурно идентифицируемой системы близка к 1. Такое значение DH_h означает, что структура S_{ey} не имеет сложных участков и фрагменты $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$ являются структурно идентичными или гомотетными. Если $DH_h \notin O(1)$, то это признак наличия $\mathcal{H}S_{ey}$-структуры или системы с более сложной формой нелинейности.

Результаты, полученные на основе утверждения 2, можно дополнить гистограммным анализом структуры S_{ey}. Для этого следует получить характеристики функций $\mathcal{H}^l$, $\mathcal{H}^r$ и $I\mathcal{H}^l$, $I\mathcal{H}^r$ и проанализировать их связи на основе учета особенностей S_{ey}. Некоторые подходы предложены в работах [14, 15].

Примеры

Рассмотрим систему из раздела "О необходимости оценки h-идентифицируемости нелинейной системы" с входом $u_N(t) = 6 - 4\sin(0{,}5\pi t) + 0{,}4\sin(0{,}1\pi t)$. Структуры S, S_{ey} для установившегося состояния системы показаны на рис. 5. Из рис. 5 видно, что условия теоремы 3 не выполняются. Сектор, которому принадлежит функция $f_e = e(y)$, не существует для S_{ey}. Поэтому система является не S-синхронизируемой и $S_{ey} = \mathcal{N}S_{ey}$. Следовательно, система не h-идентифицируема.

Пусть $u(t) = 6 - 2\sin(0{,}1\pi t)$. Система имеет структуры, показанные на рис. 2. Построим сегменты $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$ структуры S_{ey}. Это можно сделать на основе рис. 2. Секущие для $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$ имеют вид

$$\begin{aligned} \gamma^l_S &= -0{,}0359y + 0{,}0792; \\ \gamma^r_S &= 0{,}0211y - 0{,}0649. \end{aligned} \tag{8}$$

Применение теоремы 1 показывает, что $S_{ey} = \mathcal{N}S_{ey}$, т. е. система не h-неидентифицируема. Этот вывод подтверждают значения диаметров: $D_{\mathcal{F}^l_S} = 0{,}478$, $D_{\mathcal{F}^r_S} = 0{,}792$. Результаты оценки h-идентифицируемости системы на основе утверждения 2 показаны на рис. 6. Модель (7) имеет вид

$$\widehat{R} = 26 + 0{,}656L(I\mathcal{H}^l). \tag{9}$$

Адекватность модели (9) равна 97 %, а размерность структуры S_{ey} — 0,65. Результаты анализа показывают, что система (1) с входом $u(t) = u_{6,\,-4}(t)$ является структурно неидентифицируемой.

Рассмотрим систему из раздела "О необходимости оценки h-идентифицируемости нелинейной системы" с $u(t) = u_{6,\,-4}(t) = 6 - 4\sin(0{,}1\pi t)$. Соответствующие структуры показаны на

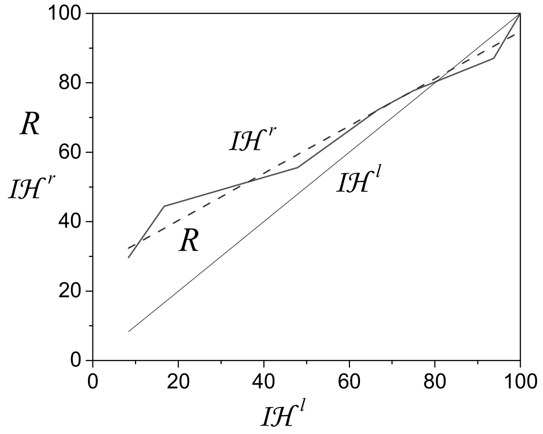


Рис. 6. Оценка *h*-идентифицируемости системы на основе интегральной функции распределения фрагментов

Fig. 6. Estimation *h*-identifiability of system on basis cumulative frequency function of fragments

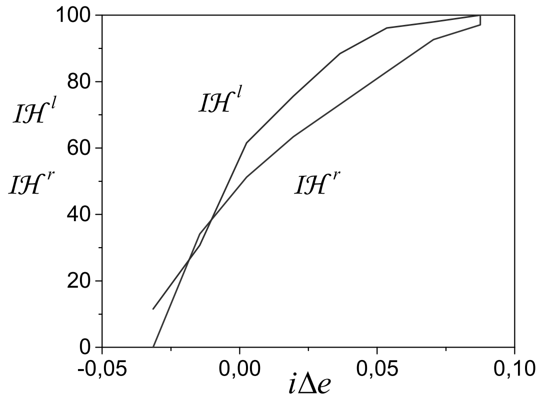


Рис. 7. Функции $I\mathcal{H}^l$, $I\mathcal{H}^r$

Fig. 7. Functions $I\mathcal{H}^l$, $I\mathcal{H}^r$

рис. 1. Из рис. 1 следует, что структура S_{ey} имеет некоторую несимметричность, что объясняется характеристиками нелинейной функции (рис. 1, *б*). Получены параметры секущих (5) для фрагментов $\mathcal{F}^l_{S_{ey}}, \mathcal{F}^r_{S_{ey}}$: $a^l = -0{,}025$, $a^r = -0{,}027$. Пусть $\delta_h = 0{,}003$. Условие (6) не выполнятся и, следовательно, $S_{ey} \neq \mathcal{N}S_{ey}$.

Чтобы подтвердить этот вывод, определим функции $I\mathcal{H}^l$, $I\mathcal{H}^r$. Они показаны на рис. 7, а результаты оценки размерности S_{ey}-структуры представлены на рис. 8.

Модель (7) имеет вид $\widehat{R} = -5{,}845 + 0{,}96L(I\mathcal{H}^l)$, а коэффициент детерминации равен 96 %. Условия утверждения 2 выполняются, и система является h_{δ_h}-идентифицируемой. Размерность DH_h структуры S_{ey} равна 0,96. Диаметры левого и правого фрагментов структуры S_{ey} равны: $D_{\mathcal{F}^l_S} = 1{,}16$, $D_{\mathcal{F}^r_S} = 1{,}43$. Диаметр S_{ey} равен 2,59. Это значение совпадает с $D_{\mathcal{F}^l_S} + D_{\mathcal{F}^r_S}$. Если вы-

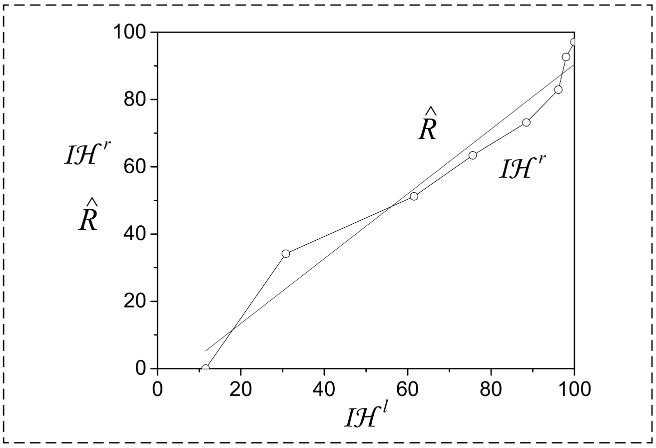


Рис. 8. Оценка *h*-идентифицируемости системы с $u_{6,\,-4}(t)$
Fig. 8. Estimation of system *h*-identifiability with $u_{6,\,-4}(t)$

брать $\varepsilon_{\mathcal{F}} = 0{,}4$, то условие $\left|D_{\mathcal{F}_S^l}(\mathcal{D}_{\mathcal{F}_S^l}) - D_{\mathcal{F}_S^r}(\mathcal{D}_{\mathcal{F}_S^r})\right| \leqslant \leqslant \varepsilon_{\mathcal{F}}$ будет выполняться. Различие между областями определения фрагментов $\mathcal{F}_{S_{ey}}^l, \mathcal{F}_{S_{ey}}^r$ зависит на свойств S_{ey}. Условие 2 теоремы 3 выполняется с $\varepsilon = 0$. Поэтому система является СИ или h_{δ_h}-идентифицируемой с $u_{6,\,-4}(t)$, а $u_{6,\,-4}(t) \in$ S.

Заключение

Предложен подход к анализу СИ нелинейных динамических систем в условиях неопределенности. Данный подход имеет отличие от методов, применяемых для оценки СИ динамических систем в параметрическом пространстве. СИ трактуется как возможность структурной идентификации нелинейной части системы. Вход должен удовлетворять условию постоянства возбуждения в задачах СИ. Это условие отличается от требований к входам в адаптивных системах. Показано, что вход должен иметь свойство синхронизации (S-синхронизируемости) для решения задачи СИ. Оценка СИ основана на анализе специального класса структур S_{ey}, поэтому синхронизация должна давать максимальное значение области определения структуры. Показано, что несинхронизируемый вход приводит к получению незначимой структуры, которая не дает решение задачи структурной идентификации, следовательно, система не является структурно идентифицируемой. Получены условия, при которых возможно оценить структурную идентифицируемость системы. Выделено подмножество входов, обладающих свойством S-синхронизируемости, на которых структуры S_{ey} являются неразличимыми.

Список литературы

1. **Калман Р. Е.** Об общей теории систем управления // Теория дискретных оптимальных и самонастраивающихся систем. Труды I Межд. конгресса ИФАК. Т. 2. М.: Изд-во АН СССР. 1961. С. 521—647.
2. **Ли Р.** Оптимальные оценки, определение характеристик и управление. М.: Наука, 1966. 177 с.
3. **Elgerd O. I.** Control systems theory. New York: McGraw-Hill, 1967. 562 p.
4. **Walter E.** Identifiability of state space models. Berlin. Germany: Springer-Verlag, 1982. 197 p.
5. **Audoly S., D'Angio L., Saccomany M. P., Cobelli C.** Global identifiability of linear compartmental models — a computer algebra algorithm // IEEE Trans. Automat. Contr. 1998. Vol. 45. P. 36—47.
6. **Авдеенко Т. В.** Идентификация линейных динамических систем с использованием концепции сепараторов параметрического пространства // Автоматика и программная инженерия. 2013. № 1(3). С. 16—23.
7. **Бодунов Н. А.** Введение в теорию локальной параметрической идентифицируемости // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2012. № 2. 137 с.
8. **Балонин Н. А.** Теоремы идентифицируемости. СПб.: Изд-во "Политехника", 2010. 48 с.
9. **Справочник** по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
10. **Stigter J. D., Peeters R. L.M.** On a geometric approach to the structural identifiability problem and its application in a water quality case study // Proceedings of the European Control Conference 2007 Kos, Greece, July 2-5, 2007. P. 3450—3456.
11. **Chis O.-T., Banga J. R., Balsa-Canto E.** Structural identifiability of systems biology models: a critical comparison of methods // PLOS ONE. 2011. Vol. 6. Is. 4. P. 1—16.
12. **Saccomani M. P., Thomaseth K.** Structural vs practical identifiability of nonlinear differential equation models in systems biology. Bringing mathematics to life // Dynamics of mathematical models in biology. Ed. A. Rogato, V. Zazzu, M. Guarracino. Springer. 2010. P. 31—42.
13. **Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д.** Прикладная статистика: Исследование зависимостей: Справ. изд. / Под ред. С. А. Айвазяна. М.: Финансы и статистика, 1985. 487 с.
14. **Karabutov N.** Structural identification of dynamic systems with hysteresis // International journal of intelligent systems and applications. 2016. Vol. 8. No. 7. P. 1—13.
15. **Karabutov N.** Structural methods of design identification systems // Nonlinearity problems, solutions and applications. Vol. 1. Ed. L. A. Uvarova, A. B. Nadykto, A. V. Latyshev. New York: Nova Science Publishers, Inc. 2017. P. 233—274.
16. **Казаков И. Е., Доступов Б. Г.** Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. М.: Физматгиз, 1962. 278 с.
17. **Фурасов В. Д.** Устойчивость движения, оценки и стабилизация. М.: Наука, 1977. 248 с.
18. **Karabutov N.** Structural identification of nonlinear dynamic systems // International journal of intelligent systems and applications. 2015. Vol. 7. No. 9. P. 1—11.
19. **Choquet G.** L'enseignement de la geometrie. Paris: Hermann, 1964, 173 c.
20. **Божокин С. В., Паршин Д. А.** Фракталы и мультифракталы. Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001. 128 с.

Structural Identifiability of Nonlinear Dynamic Systems

N. N. Karabutov, kn22@yandex.ru
MIREA — Russian Technological University, Moscow, 119454, Russian Federation

Corresponding author: **Karabutov Nikolay N.,** DTS, Professor,
MIREA — Russian Technological University 119454Moscow, Russian Federation,
e-mail: kn22@yande.ru

Accepted on October 24, 2018

Abstract

Approach to the analysis of nonlinear dynamic systems structural identifiability (SI) under uncertainty is proposed. This approach has difference from methods applied to SI estimation of dynamic systems in the parametrical space. Structural identifiability is interpreted as of the structural identification possibility a system nonlinear part. We show that the input should synchronize the system for the SI problem solution. The S-synchronizability concept of a system is introduced. An unsynchronized input gives an insignificant framework which does not guarantee the structural identification problem solution. It results in structural not identifiability of a system. The subset of the synchronizing inputs on which systems are indiscernible is selected. The structural identifiability estimation method is based on the analysis of framework special class. The structural identifiability estimation method is proposed for systems with symmetric nonlinearities. The input parameter effect is studied on the possibility of the system SI estimation. It is showed that requirements of an excitation constancy to an input in adaptive systems and SI systems differ.

Keywords: *framework, nonlinear dynamic system, phase portrait, structural identification, nonlinearity, synchronizability*

For citation:

Karabutov N. N. Structural Identifiability of Nonlinear Dynamic Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2019, vol. 20, no. 4, pp. 195—205.

DOI: 10.17587/mau.20.195-205

References

1. **Kalman R. E.** On the general theory of control systems. *Proceeding first IFAC Congress on Automatic Control.* Moscow, 1960; Butterworths, London. 1961. Vol. 1. P. 481—492 (in Russian).

2. **Lee R. C. K.** *Optimal estimation, identification, and control.* Cambridge, Mass: MIT Press, 1964. 340 p.

3. **Elgerd O. I.** *Control Systems Theory.* N. Y.: McGraw-Hill, 1967. 660 p.

4. **Walter E.** *Identifiability of state space models.* Berlin Germany: Springer-Verlag, 1982. 216 p.

5. **Audoly S., D'Angio L., Saccomany M. P., Cobelli C.** Global identifiability of linear compartmental models a computer algebra algorithm. *IEEE Trans. Automat. Contr.,* 1998, vol. 45, pp. 36—47.

6. **Avdeenko T. V.** Identificatsiya lineynih dinamicheskih system s ispolsovaniem contsepcii separatorov parametpichskogo prostranstva (Identification of linear dynamic systems with use parametrical space separators). *Automatics and program* engineering, 2013, no. 1(3), p. 16—23 (in Russian).

7. **Bodunov N. A.** Vvedenie v teoriu lokalnoi parametpichskoi identificiruemosti (Introduction to the theory of local parametrical identifiability). *Differential equations and management processes*, 2012, no. 2, 137 p. (in Russian).

8. **Balonin N. A.** *Teoriya identificiruemosti (Theorems of identifiability).* St. Petersburg: Politekhnika publishing house, 2010, 48 p. (in Russian).

9. *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya* (Reference book on automatic control theory). Ed. A. A. Krasovsky. Moscow: Nauka, 1987, 712 p. (in Russian).

10. **Stigter J. D., Peeters R. L. M.** On a geometric approach to the structural identifiability problem and its application in a water quality case study. *Proceedings of the European Control Conference 2007 Kos, Greece, July 2-5, 2007*, pp. 3450—3456.

11. **Chis O.-T., Banga J. R., Balsa-Canto E.** Structural identifiability of systems biology models: a critical comparison of methods, *PLOS ONE*, 2011, vol. 6, is. 4, pp. 1—16.

12. **Saccomani M. P., Thomaseth K.** Structural vs practical identifiability of nonlinear differential equation models in systems biology. *Bringing mathematics to life, in Dynamics of mathematical models in biology*, Ed. A. Rogato, V. Zazzu, M. Guarracino. Springer. 2010, pp. 31—42.

13. **Aivazyan S. A., Yenyukov I. S., Meshalkin L. D.** *Prikladnaya statistika* (Applied statistics. Study of relationships). Moscow: Finansy i statistika, 1985 (in Russian).

14. **Karabutov N.** Structural identification of dynamic systems with hysteresis. *International journal of intelligent systems and applications*, 2016, vol. 8, no. 7, pp. 1—13.

15. **Karabutov N. N.** Structural methods of design identification systems. *Nonlinearity problems, solutions and applications. Volume 1. Ed. L. A. Uvarova, A. B. Nadykto, A. V. Latyshev.* New York: Nova Science Publishers, Inc, 2017. pp. 233—274.

16. **Kazakov Y. E., Dostupov B. G.** *Statisticheskaya dinamika nelineinich avtomaticheskich system* (Statistical dynamics of nonlinear automatic systems). Moscow: Fizmatgis, 1962, 278 p. (in Russian).

17. **Furasov V. D.** *Ustoichovost dvizeniya ozenki i stabilizaciya* (Stability of motion, estimation and stabilization). Moscow: Nauka, 1977, 248 p. (in Russian).

18. **Karabutov N.** Structural identification of nonlinear dynamic systems. *International journal of intelligent systems and applications*, 2015, vol. 7, no. 9, pp. 1—11.

19. **Choquet G.** L'enseignement de la geometrie. Paris: Hermann, 173 p., 1964.

20. **Bozhokin S. V., Parshin D. A.** *Fraktali i multifraktali* (Fractals and Multifractals). Moscow-Izhevsk: Scientific Publishing Centre \"Regular and Chaotic Dynamics\", 2001, 128 p. (in Russian).

УДК 531.36 DOI: 10.17587/mau.20.206-214

И. Г. Горячева[1,2], акад. РАН, goryache@ipmnet.ru,
М. З. Досаев[2,5], канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., dosayev@imec.msu.ru,
Ю. Д. Селюцкий[2], канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., seliutski@imec.msu.ru,
А. А. Яковенко[3], аспирант, **C.-H. Yeh**[4], PhD, longerplus@gmail.com,
F.-C. Su[4], проф., fcsu@mail.ncku.edu.tw,
[1] Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, г. Москва,
[2] НИИ механики МГУ, г. Москва,
[3] МФТИ, г. Москва,
[4] National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan
[5] National Taiwan University og Science and Technology, Taipai, Taiwan

Моделирование лапароскопического зажимного устройства с очувствлением[1]

Развитие минимально инвазивной хирургии требует разработки методов очувствления. Данное исследование связано с созданием мехатронного зажимного лапароскопического устройства, позволяющего передать тактильные ощущения с губок зажима на рукоятки мастер-манипулятора, управляемого хирургом. Хирург сжимает рукоятки манипулятора. Изменение угла между рукоятками синхронизируется с изменением угла между губками зажима (исполнительного звена), который сдавливает мягкую ткань. Контактная нагрузка идентифицируется по напряжению в электрической цепи привода зажима и затем передается в блок управления. Блок управления задает рабочую частоту пьезоэлектрического привода, формирующую силу, соответствующую измеренной нагрузке. Эта сила прикладывается к рукоятке манипулятора. Создается момент в рукоятке, который ощущается пользователем. Таким образом, система обеспечивает тактильную обратную связь. Для описания динамики пьезоэлектрического привода, контактирующего с ползуном, используется конечномерная эмпирическая модель. Разработана математическая модель зависимости момента, действующего со стороны мягкой ткани на зажим, от угла раствора зажима. Предложен алгоритм идентификации момента, действующего со стороны ткани на зажим. Проведено численное моделирование динамики системы. Результаты расчетов подтверждают работоспособность алгоритма идентификации момента, создаваемого тканью.

Ключевые слова: *тактильное очувствление, пьезоэлектрический привод, математическая модель, контактные характеристики, лапароскопический зажим*

Введение

Развитие минимально инвазивной хирургии (MIS) привело к новым вызовам в биомеханике. Одним из наиболее важных развивающихся направлений исследований является разработка методов очувствления — передачи тактильной информации от исполнительного инструмента хирургу. При лапароскопической (MIS) операции врачу доступно визуальное изображение области, в которой проводится операция. Однако одного только изображения внутренних полостей в режиме реального времени часто бывает недостаточно для принятия хирургом оперативных решений. Подобные вопросы возникают и при проведении операций вручную, и при использовании современных хирургических роботизированных систем.

Вопрос реализации тактильного ощущения исследовался в разных направлениях. С одной стороны, нужно оценить силу, с которой ткань сопротивляется зажиму, с другой стороны, информацию об этих усилиях требуется передать на пальцы хирурга.

Для решения первой из этих задач кажется целесообразным внедрить датчики усилия непосредственно в губки зажима. Для определе-

[1]Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-58-52033) и министерства науки и технологии Тайваня (MOST-2923-B-006-001-MY3).

ния навыков хирурга в работе [1] предложены захватывающие щипцы с возможностью распознавания силы, действующей на их губки. Для оценки этой силы используется информация об электрическом напряжении, получаемом с тензодатчиков, закрепленных на щипцах.

В недавно опубликованной статье [2] представлена головка лапароскопического зажима с интегрированной в нее системой пьезоэлектрических датчиков, дающей информацию о контактных усилиях.

Однако практическая реализация подобного подхода может оказаться слишком дорогостоящей с учетом требований, предъявляемых к приборам и инструментам, применяемым в медицине. Поэтому разработка методов оценки контактных усилий без установки дополнительных датчиков в исполнительные элементы лапароскопических приборов является актуальной задачей.

Для описания взаимодействия инструмента с мягкой тканью следует разрабатывать адекватные математические модели такого контакта. На основании решения задач механики контактных взаимодействий [3—5] могут быть определены как интегральные характеристики контакта, так и напряженное состояние, возникающее в мягкой ткани при ее взаимодействии с зажимом. В частности, для передачи тактильных ощущений необходимо получить количественную оценку зависимости силы, действующей на зажим, от его перемещения. Некоторые задачи контактного взаимодействия индентора разной формы с мягкой тканью, моделируемой линейной и нелинейной упругой средой, в том числе неоднородной, рассмотрены в работе [6].

Чтобы реализовать ощущение сопротивления (податливости) мягкой ткани при ее сжатии, необходимо использовать привод, обладающий такой податливостью. В статье [7] предложено использовать в качестве такого привода пьезоэлектрический привод. В этой работе пьезоэлектрический привод (ПЭП) моделируется с помощью осциллятора с двумя степенями свободы. Подобный подход был предложен Вурптсом и Твифелом в работе [8]. Динамическое моделирование ультразвукового двигателя с использованием точечной контактной модели между статором и ротором также рассматривалось в статьях [9, 10]. Было показано, что такой подход может достаточно точно оценить динамические характеристики движения ротора.

В работе [7] предложена система тактильной обратной связи, передающая ощущение локальной жесткости мягкой ткани, в которой для генерирования ответного усилия в мастер-манипуляторе используется линейный ПЭП. При возникновении усилия в области контакта на ведомом элементе системы ПЭП создает ответное усилие, препятствующее перемещению кнопки манипулятора. Созданным прототипом устройства с помощью шагового двигателя сжимались пружины, моделирующие мягкую ткань. Было показано, что подобная система позволяет различать объекты с различными характеристиками жесткости.

В данной статье предложена конструкция мастер-манипулятора и ведомого исполнительного механизма зажимного типа. Проведено аналитическое исследование контакта зажима с мягкой тканью. В зависимости от геометрических характеристик рельефа контактирующей поверхности зажима дана оценка усилий, возникающих при его взаимодействии с мягкой упругой тканью. Построена конечномерная математическая модель, позволяющая проводить параметрический анализ поведения системы. Разработан алгоритм идентификации момента, возникающего при контакте зажима исполнительного элемента с мягкой тканью.

Описание и математическая модель системы

Структура системы

На рис. 1 показана схема прототипа системы тактильной обратной связи. Система состоит из трех основных частей: мастер-манипулятора, блока управления и исполнительного устрой-

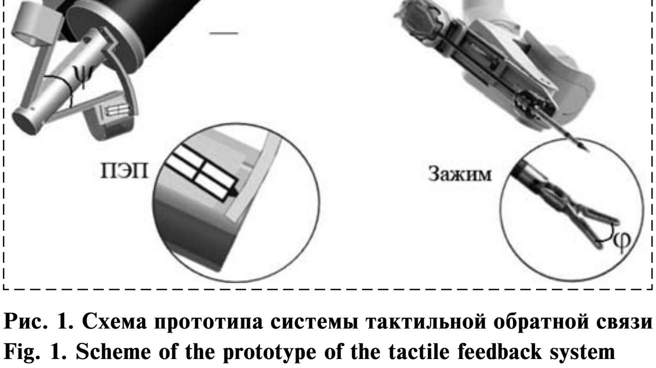


Рис. 1. Схема прототипа системы тактильной обратной связи
Fig. 1. Scheme of the prototype of the tactile feedback system

ства. Когда пользователь сжимает рукоятки манипулятора, происходит изменение угла ψ раствора зажима. Это изменение фиксируется датчиком угла, и блок управления подает на электропривод, приводящий в движение ведомое исполнительное звено, электрическое напряжение таким образом, чтобы это звено воспроизводило движение манипулятора (алгоритм формирования напряжения описан ниже). Исполнительное звено — это зажим с двумя губками, каждая из которых представляет собой металлическую пластину с рельефной поверхностью. Рельеф поверхности губок образован выступами определенной геометрической формы. В данной работе мы примем, что форма выступов, их размер и расстояние между ними одинаковы для каждого типа зажима.

По информации об электрическом напряжении в цепи электропривода идентифицируется текущий момент сопротивления M_t, действующий со стороны мягкой ткани на зажим и обусловленный нагрузкой, возникающей в зоне контакта губок с тканью. В зависимости от этого момента блок управления формирует частоту возбуждения ПЭП так, чтобы момент силы, с которой ПЭП действует на рукоятку манипулятора, препятствуя ее перемещению, соответствовал текущему значению M_t (возможно, с учетом усиления). Этот момент ощущается пользователем. Таким образом, система обеспечивает тактильную обратную связь.

Манипулятор и ПЭП

Составим уравнения движения рукоятки манипулятора:

$$J_m\ddot{\psi} = M_u + M_s. \tag{1}$$

Здесь J_m — момент инерции рукоятки; M_u — момент, прикладываемый пользователем к рукоятке; M_s — момент, генерируемый системой очувствления. Для последнего имеет место следующая формула:

$$M_s = F_s r, \tag{2}$$

где F_s — сила, формируемая ПЭП и обеспечивающая очувствление, а r — расстояние от места соприкосновения головки ПЭП с рукояткой до оси вращения рукоятки.

Для описания силы, генерируемой ПЭП, воспользуемся феноменологическим подходом, описанным, в частности, в работах [7—10]. В рамках этого подхода внутренняя динамика

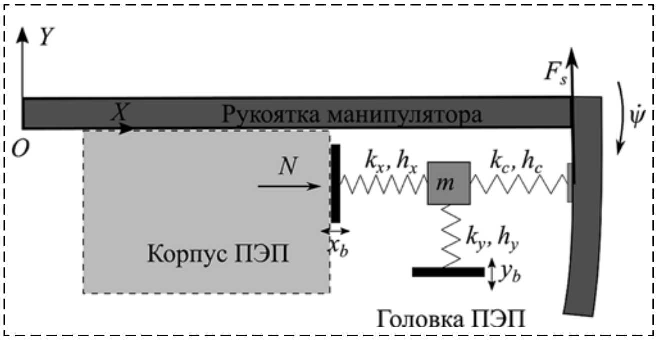


Рис. 2. Феноменологическая модель области контакта ПЭП
Fig. 2. Phenomenological model of PZT contact area

зоны контакта головки с ползуном описывается с помощью осциллятора с двумя степенями свободы (рис. 2), который, с одной стороны, связан с основанием головки привода, а с другой стороны, взаимодействует с рукояткой.

Предполагается, что головка ПЭП с помощью специального устройства прижимается к рукоятке, и сила этого предварительного нагружения равна N. К приводу прикладывается переменное электрическое напряжение частоты ν. При этом основание головки привода совершает гармонические колебания по закону $x_b = A_{x0} + A_x\sin 2\pi\nu t$, $y_b = A_y\sin(2\pi\nu t + \Phi)$ (здесь x_b, y_b — координаты середины основания головки в системе координат OXY, связанной с рукояткой манипулятора).

Уравнения движения осциллятора, моделирующего внутреннюю динамику зоны контакта, можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} &m_a(\ddot{x}_a - y_a\ddot{\psi} - r\dot{\psi}^2 - x_a\dot{\psi}^2 - 2\dot{y}_a\dot{\psi}) = \\ &= -k_x(x_a - x_b) - h_x(\dot{x}_a - \dot{x}_b) - k_c x_a - h_c\dot{x}_a; \\ &m_a(\ddot{y}_a + x_a\ddot{\psi} + r\ddot{\psi} - y_a\dot{\psi}^2 + 2\dot{x}_a\dot{\psi}) = \\ &= -k_y(y_a - y_b) - h_y(\dot{y}_a - \dot{y}_b) - F_s. \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь x_a, y_a — координаты осциллятора в системе отсчета OXY, связанной с рукояткой манипулятора; m_a — масса осциллятора; k_x, k_y, k_c — эффективные коэффициенты жесткости; h_x, h_y, h_c — эффективные коэффициенты демпфирования. Сила F_s, действующая на рукоятку со стороны головки привода, определяется следующим соотношением:

$$F_s = \mu\,\mathrm{sgn}\,\dot{y}_a(k_c x_a + h_c\dot{x}_a). \tag{4}$$

Здесь μ — коэффициент сухого трения между головкой и рукояткой.

Впрочем, ввиду того, что рабочие частоты возбуждения весьма велики (порядка нескольких десятков тысяч Гц), гораздо более важной величиной с практической точки зрения является среднее значение F_s на периоде возбуждающей силы $T_s = 1/\nu$:

$$\bar{F}_s = \nu\mu \int_0^{1/\nu} \operatorname{sgn} \dot{y}_a (k_c x_a + h_c \dot{x}_a) dt.$$

Среднее смещение A_{x0} определяется из уравнений равновесия:

$$0 = -k_x(x_{a0} - A_{x0}) - k_c x_{a0};$$
$$k_x(x_{a0} - A_{x0}) = N,$$

где x_{a0} — положение осциллятора в состоянии равновесия. Отсюда получаем:

$$x_{a0} = -N/k_c, \;\; A_{x0} = -N(1/k_x + 1/k_c).$$

При изменении N изменяется среднее значение нормальной силы, действующей на рукоятку, и, следовательно, сила F_s, обеспечивающая очувствление.

Исполнительное звено

Обратимся теперь к дистанционно управляемой части системы — к зажиму. Уравнения его движения можно представить в следующей форме (одна из губок считается неподвижной):

$$J_f \ddot{\varphi} = M_t + M_c. \tag{5}$$

Здесь φ — угол между губками зажима; J_f — момент инерции зажима; M_t — момент, действующий на зажим со стороны сжимаемой ткани (он будет подробнее рассмотрен в следующем разделе); M_c — управляющий момент, создаваемый электроприводом зажима. Следуя работе [10], будем считать, что имеет место следующая формула:

$$M_c = c_u u - c_v \dot{\varphi}. \tag{6}$$

Здесь u — управляющее напряжение, подаваемое на привод; c_u, c_v — постоянные коэффициенты.

Управляющее напряжение необходимо генерировать таким образом, чтобы обеспечить отслеживание зажимом угла схождения губок манипулятора, т.е. обеспечить равенство $\varphi = \psi$.

Поскольку мгновенное значение момента M_t априори неизвестно, а его измерение сопряжено со значительными техническими трудностями, для идентификации этой величины будем использовать информацию о текущем значении управляющего напряжения. Кроме того, будем считать, что система измерений предоставляет информацию об углах φ и ψ, о скоростях их изменения, а также об угловом ускорении $\ddot{\varphi}$ губки зажима.

Тогда из соотношений (5) и (6) получаем следующую формулу для идентификации момента M_t:

$$M_t = J_f \ddot{\varphi} - c_u u + c_v \dot{\varphi}. \tag{7}$$

Сформируем закон управления следующим образом:

$$u = \bar{u} + K_1(\varphi - \psi) + K_2(\dot{\varphi} - \dot{\psi}). \tag{8}$$

Здесь $\bar{u}$ — некоторое "целевое" напряжение; $K_{1,2}$ — коэффициенты обратной связи.

"Целевое" напряжение необходимо формировать и корректировать с учетом изменения M_t в процессе перемещения губок зажима (причем, вообще говоря, зависимость этого момента от угла φ заранее неизвестна). Примем, что в начальный момент $\bar{u} = \bar{u}_0 = 0$. Выберем некоторый достаточно малый интервал времени Δt. Будем осуществлять коррекцию $\bar{u}$ в моменты времени $t_n = n\Delta t$ (где $n \in \mathbb{N}$) следующим образом:

$$\bar{u}_n = -(J_f \ddot{\varphi} - c_u u(t_n) + c_v \dot{\varphi})/c_u. \tag{9}$$

Учитывая соотношения (7) и (9), будем передавать в блок очувствления в качестве идентифицированного текущего значения M_t величину $M_t^{id} = -c_u \bar{u}_n$.

Блок очувствления на основе решения уравнений (3)—(4) определит значение возбуждающего напряжения, требующееся для формирования средней силы очувствления, равной

$$\bar{F}_s = K \frac{M_t^{id}}{r}.$$

Здесь K — коэффициент усиления.

Модель контактного взаимодействия

Биологическая ткань представляет собой сложную структуру, механическое поведение которой можно описать различными способами. В зависимости от скорости внедрения инструмента в ткань делается выбор в пользу той

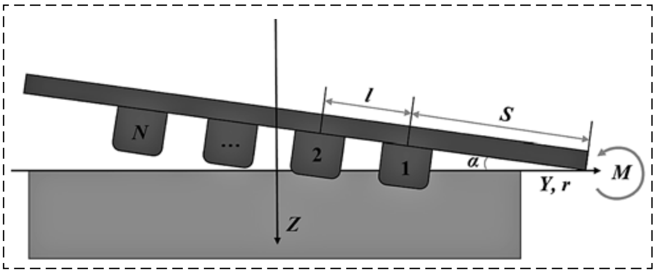


Рис. 3. Схема контактного взаимодействия
Fig. 3. Scheme of the contact interaction

или иной механической модели. В данной работе в качестве модели, описывающей мягкую ткань, выбрано упругое полупространство.

Рассматривается внедрение инструмента, имеющего на своей поверхности систему N выступов заданной формы, в мягкую биологическую ткань (рис. 3).

К инструменту приложен момент M, вследствие чего внедрение осуществляется под некоторым углом α ($\alpha = \varphi/2$) к основанию, который уменьшается в зависимости от сжатия инструмента. Наклон инструмента приводит к тому, что мы получаем систему разноуровневых выступов. Высота i-го выступа относительно поверхности основания в данной задаче определяется как

$$h_i(\alpha) = (S + (i-1)l)\sin\alpha - S\sin\alpha_0, \qquad (10)$$

где S — расстояние от точки раствора инструмента до первого выступа; l — расстояние между соседними выступами; α_0 — угол раствора, при котором первый выступ вступает в контакт с основанием. Внедрение каждого выступа в ткань определяется следующей формулой:

$$\delta_i(\alpha) = S\sin\alpha_0 - (S + (i-1)l)\sin\alpha. \qquad (11)$$

Так как рассматриваются малые углы раствора инструмента, то можно воспользоваться приближением $\sin\alpha \approx \alpha$. С учетом этого формулы (10) и (11) запишутся как

$$h_i(\alpha) = (S + (i-1)l)\alpha - S\alpha_0$$
$$\text{и } \delta_i(\alpha) = S(\alpha_0 - \alpha) - (i-1)l\alpha.$$

С помощью формулы (10) можно записать выражение для значения угла α_i, при котором в контакт с основанием вступит i выступ. С учетом того, что $h_i(\alpha_i) = 0$, получаем

$$\alpha_i = \frac{S}{S + (i-1)l}\alpha_0. \qquad (12)$$

Взаимодействие отдельного выступа с мягкой тканью рассматривается без учета влияния других выступов (учет взаимного влияния рассмотрен в работе [11]). Поэтому выражение для момента M можно записать следующим образом:

$$M = \sum_{i=1}^{N}\theta(\alpha - \alpha_i)(S + (i-1)l)P(\delta_i), \qquad (13)$$

где $\theta(\alpha)$ — функция Хевисайда, а $P(\delta_i)$ — нагрузка на выступ, которая зависит от формы контактирующей поверхности.

Для определенности рассматривается взаимодействие с мягкой тканью инструмента с системой выступов, имеющих форму вытянутых вдоль оси Ox параллелепипедов. В этом случае будем использовать решение Галина для узкой балки [3], согласно которому упругие смещения границы полупространства связаны с контактным давлением следующим соотношением:

$$p(x) = \frac{\pi E}{2(1-\nu^2)\lg\left(\frac{a}{b}\right)}u(x),$$

где $p(x)$ — линейное распределение давления; $2a$ — длина выступа; $2b$ — его ширина. Проинтегрировав это выражение по длине выступа и используя тот факт, что $u_i(x) = \delta_i$, получим зависимость нагрузки на выступ от величины внедрения:

$$P(\delta_i) = \frac{\pi E a}{(1-\nu^2)\lg\left(\frac{a}{b}\right)}\delta_i.$$

Выражение для момента имеет вид

$$M(\alpha) = \frac{\pi E a}{(1-\nu^2)\lg\left(\frac{a}{b}\right)}\sum_{i=1}^{N}\theta(\alpha - \alpha_i)\times$$
$$\times(S + (i-1)l)(S(\alpha_0 - \alpha) - (i-1)l\alpha). \qquad (14)$$

В безразмерном виде с использованием обозначений $\tilde{S} = S/a$, $\tilde{l} = l/a$, $\tilde{M} = M(1-\nu^2)/(Ea^3\alpha_0)$ и $\tilde{\alpha} = \alpha/\alpha_0$ выражение (14) запишется как

$$\tilde{M}(\tilde{\alpha}) = \frac{\pi}{\lg\left(\frac{a}{b}\right)}\sum_{i=1}^{N}\theta(\tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_i)\times$$
$$\times(\tilde{S} + (i-1)\tilde{l})(\tilde{S}(1-\tilde{\alpha}) - (i-1)\tilde{l}\tilde{\alpha}). \qquad (15)$$

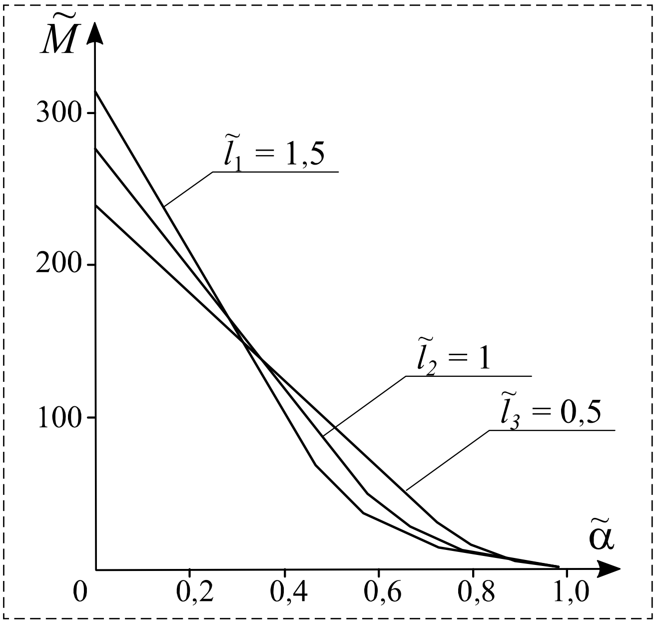


Рис. 4 Зависимость $\tilde{M}(\tilde{\alpha})$ момента от угла для различных значений расстояния между выступами

Fig. 4. Dependence of $\tilde{M}(\tilde{\alpha})$ on the angle for different values of the distance between teeth

Построим график зависимости безразмерного момента (15) от угла наклона поверхности инструмента для $N = 4$ и для трех значений расстояния $\tilde{l}$ между выступами (рис. 4).

Возьмем следующие значения безразмерных величин: $\tilde{S} = 4$, $\tilde{l}_1 = 1,5$, $\tilde{l}_2 = 1$ и $\tilde{l}_3 = 0,5$, а геометрические соотношения параллелепипеда $a = 10b$. Анализ влияния расстояния между выступами на значение момента при заданном угле раствора инструмента показывает, что на начальном этапе, т.е. при значениях угла, близких к α_0, уменьшение расстояния между выступами ведет к увеличению значения момента, а при дальнейшем уменьшении угла наклона, т.е. при сжатии зажима, уменьшение расстояния ведет к уменьшению значения момента. Зависимость момента от угла для выступов в форме вытянутых параллелепипедов линейная (14), поэтому вступлению в контакт с основанием нового выступа на графике соответствует точка изменения угла наклона прямой.

Будем использовать полученную зависимость (14) момента от угла при численном моделировании поведения системы.

Численное моделирование

Чтобы проверить работоспособность алгоритма, проведем численное моделирование.

Следуя работе [10], примем следующие значения параметров феноменологической модели ПЭП:

$$m_a = 0{,}4\cdot10^{-3}\ \text{кг},\ k_x = k_y = 10^7\ \text{Н/м},$$
$$h_x = h_y = 0{,}6\ \text{Н}\cdot\text{с/м},\ k_c = 10^6\ \text{Н/м},$$
$$h_c = 2\ \text{Н}\cdot\text{с/м},\ \mu = 0{,}28,\ N = 4\ \text{Н},$$
$$A_x = 4{,}1\ \text{мкм},\ A_y = 7{,}6\ \text{мкм},\ \Phi = 0.$$

Будем предполагать, что перемещение рукоятки манипулятора осуществляется достаточно медленно, так что ее угловая скорость и угловое ускорение малы. Тогда можно пренебречь в уравнениях (3) членами, связанными с переносным и кориолисовым ускорением, и, соответственно, зависимостью силы, развиваемой ПЭП, от движения рукоятки.

Зависимость $\bar{F}_s$ от частоты ν при заданных значениях параметров представлена на рис. 5.

Примем следующие значения параметров зажима и электропривода:

$$S = 5\cdot10^{-3}\ \text{м},\ b = 1{,}9\cdot10^{-4}\ \text{м},\ a = l = 2b,$$
$$c_u = 0{,}01\ \text{Н}\cdot\text{м/В},\ c_v = 10^{-4}\ \text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с},\ J_s = 0{,}001\ \text{кг}\cdot\text{м}^2.$$

Будем считать также, что модуль Юнга ткани равен 1 кПа, а коэффициент Пуассона — 0,5.

Пусть размеры мягкой ткани, находящейся между губками зажима, таковы, что губки входят в контакт с тканью при $\varphi = \varphi_0 = 0{,}1$ рад.

Для коэффициентов обратной связи выберем следующие значения: $K_1 = 1000$ В, $K_2 = 200$ В$\cdot$с.

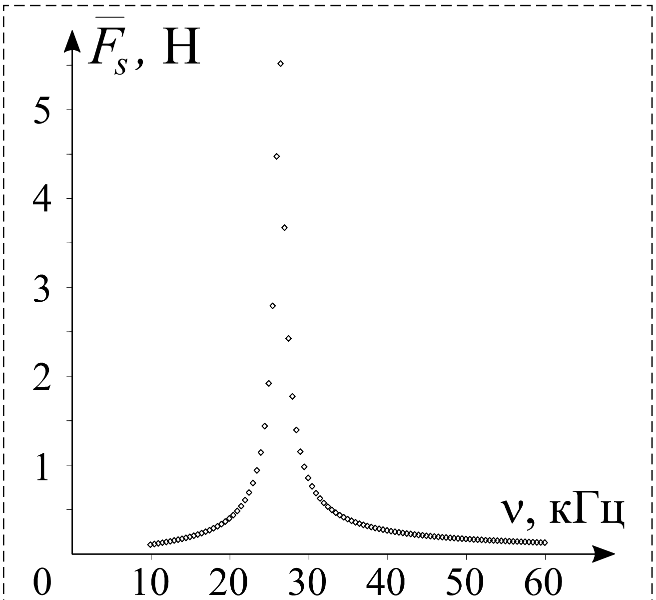


Рис. 5. Зависимость $\bar{F}_s$ от частоты ν возбуждения ПЭП

Fig. 5. Dependence of frequency $\bar{F}_s$ on PZT excitation frequency ν

Рассмотрим случай, когда пользователь переводит рукоятку манипулятора из одного положения в другое по следующему закону:

$$\psi = \begin{cases} \psi_1, & t < 0; \\ \psi_1 + \dfrac{\psi_2 - \psi_1}{T} t, & 0 \leqslant t \leqslant T; \\ \psi_2, & t > T. \end{cases} \qquad (16)$$

Здесь параметр T определяет время перехода из начального положения в конечное.

Предположим, что $\varphi(0) = \varphi_0 = 0{,}1$ рад, т.е. в начальный момент имеет место рассогласование между положениями манипулятора и зажима (начальный угол раствора зажима соответствует ситуации, когда зажим соприкоснулся с тканью, но еще не начал ее деформировать).

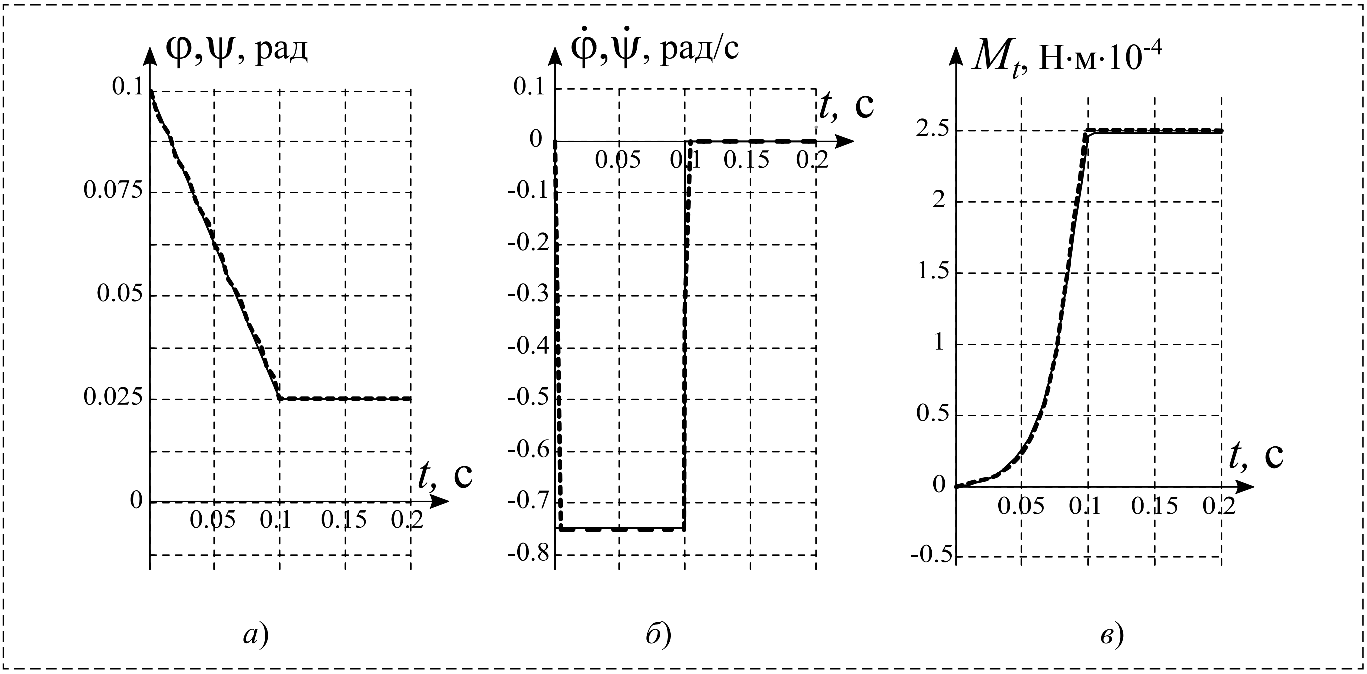


Рис. 6. Случай совпадающих начальных углов раствора зажима и манипулятора
Fig. 6. Case of coinciding initial span angles of the forceps and manipulator

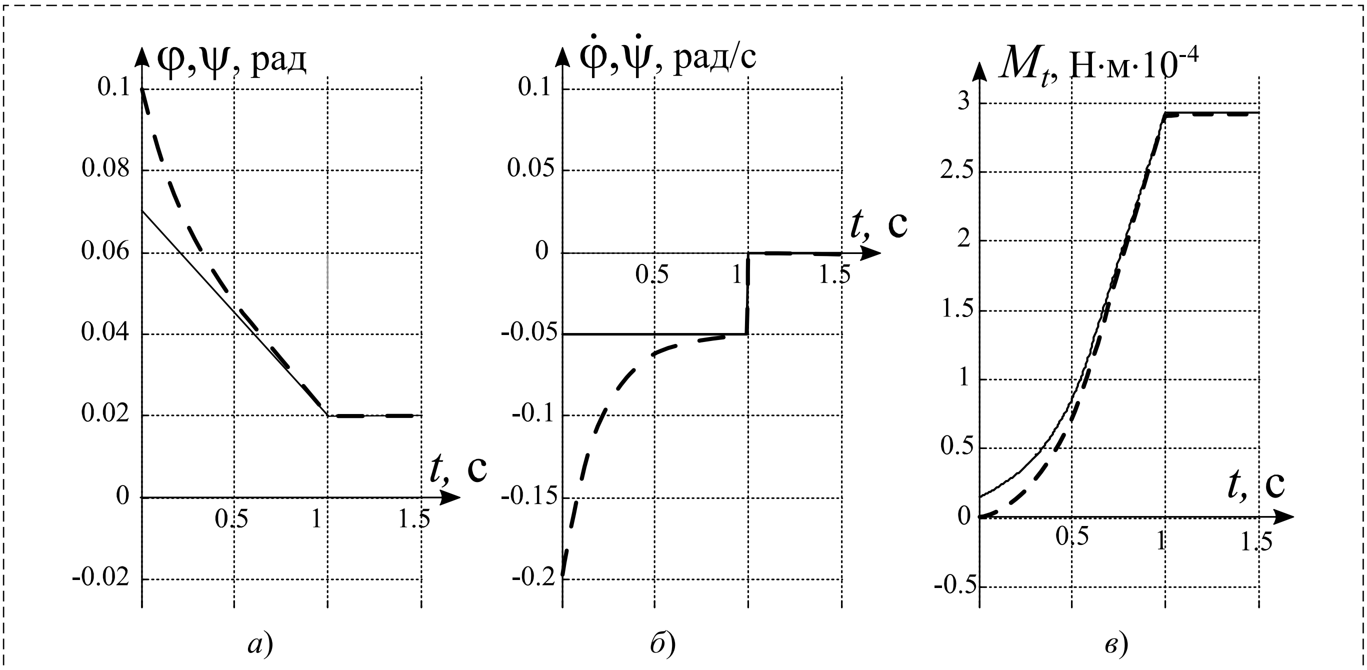


Рис. 7. Случай неравных начальных углов раствора зажима и манипулятора
Fig. 7. Case of non-equal initial span angles of the forceps and the manipulator

Результаты численного моделирования приведены на рис. 6, 7.

Рис. 6 соответствует случаю, когда в начальный момент углы раствора зажима и манипулятора совпадают: $\varphi(0) = \psi_1 = 0{,}1$ рад. Время T составляет 0,1 с. Рис. 7 соответствует случаю, когда в начальный момент углы раствора зажима и манипулятора не совпадают ($\psi_1 = 0{,}07$ рад). Время T перехода из начального положения в конечное равно 1 с.

На рис. 6, *а* и 7, *а* изображены зависимости $\varphi(t)$ (штриховая линия) и $\psi(t)$ (сплошная линия). На рис. 6, *б* и 7, *б* приведены зависимости $\dot{\varphi}(t)$ (штриховая линия) и $\dot{\psi}(t)$ (сплошная линия). На рис. 6, *в* и 7, *в* показан момент M_t, создаваемый тканью: идентифицированный в рамках предложенного алгоритма (штриховая линия) и рассчитанный по формуле (14) (сплошная линия).

Видно, что предложенный алгоритм обеспечивает как достаточно высокую точность отслеживания движения манипулятора, так и хорошее согласие между идентифицированными значениями момента, создаваемого тканью, и значениями этого момента, рассчитанными в рамках модели контактного взаимодействия.

В дальнейшем представляется целесообразным уточнить алгоритм в целях учета возможной зависимости момента, создаваемого тканью, от угловой скорости губок зажима (т.е. учета вязкоупругих свойств ткани). Кроме того, так как значения M_t достаточно малы даже при заметных деформациях ткани, важным фактором является предварительное определение потерь (трение и т.п.), возникающих в системе, и их учет в алгоритме очувствления.

Заключение

Рассмотрена мехатронная система, реализующая тактильную обратную связь. Система состоит из мастер-манипулятора, блока управления и исполнительного устройства (зажима). Для реализации тактильного сопротивления используется пьезоэлектрический привод. Для описания динамики системы построена конечномерная феноменологическая модель, которая включает как составной элемент решение контактной задачи о взаимодействии зажима, имеющего на своей контактирующей поверхности заданный рельеф, с мягкой тканью. Проведено численное моделирование динамики системы. Показано, что предложенный алгоритм идентификации момента, действующего со стороны мягкой ткани на зажим, обеспечивает достаточно высокую точность.

Список литературы

1. **Kurita Yu., Tsuji T., Kawahara T., Okajima M., Egi H., Ohdan H., Ogasawara T.** Force-based Automatic Classification of Basic Manipulations with Grasping ForcepsA da // International Journal of Life Science and Medical Research. 2013. 4(2). P. 76—82.
2. **Radó J., Dücso″ C., Földesy P., Szebényi G., Nawrat Z., Rohr K., Fürjes P.** 3D force sensors for laparoscopic surgery tool // Microsyst. Technol. 2018. Vol. 24. P. 519—525. https://doi.org/10.1007/s00542-017-3443-4
3. **Галин Л. А.** Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М.: Наука, 1980. 304 с.
4. **Джонсон К.** Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
5. **Горячева И. Г.** Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001. 478 с.
6. **Садовничий В. А., Горячева И. Г., Акаев А. А., Мартыненко Ю. Г., Окунев Ю. М., Влахова А. В., Богданович И. Ю.** Применение методов механики контактных взаимодействий при диагностике патологических состояний мягких биологических тканей. М.: Изд. МГУ, 2009. 306 с.
7. **Досаев М. З., Селюцкий Ю. Д., Е Ч. С., Су Ф. Ч.** Моделирование тактильной обратной связи, реализуемой с помощью пьезоэлектрического привода // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 7. С. 480—485.
8. **Wurpts W., Twiefel J.** An ultrasonic motor with intermittent contact modeled as a two degree of freedom oscillator in time domain // PAMM. 2009. Vol. 9. P. 287-288; doi: 10.1002/pamm.200910117.
9. **Mashimo T., Terashima K.** Dynamic analysis of an ultrasonic motor using point contact model // Sensors and Actuators A: Physical. 2015. Vol. 233. P. 15-21; doi: 10.1016/j.sna.2015.05.009.
10. **Liu Z., Yao Z., Li X., Fu Q.** Design and experiments of a linear piezoelectric motor driven by a single mode // Review of Scientific Instruments. 2016. Vol. 87. 115001; doi: 10.1063/1.4966251.
11. **Яковенко А. А.** Моделирование контактного взаимодействия захватывающего инструмента с биологической тканью // Российский журнал биомеханики. 2017. № 21 (4). С. 418—428.

Modeling of Laparoscopic Forceps with Sensing

I. G. Goryacheva[1,2], goryache@ipmnet.ru, **M. Z. Dosaev**[2,5], dosayev@imec.msu.ru,
Yu.D. Selyutskiy[2], seliutski@imec.msu.ru, **A. A. Yakovenko**[3], **C.-H. Yeh**[4], longerplus@gmail.com,
F.-C. Su[4], fcsu@mail.ncku.edu.tw,
[1]Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, 119526, Russia,
[2]Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russia,
[3]Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Moscow, 117303, Russia,
[4]National Cheng Kung University, Tainan, 701, Taiwan,
[5]National Taiwan University of Science and Technology, Taipei, Taiwan

Corresponding author: **Dosaev Marat Z.,** PhD, Leading Researcher, Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russian Federation, e-mail: dosayev@imec.msu.ru

Accepted on January 18, 2019

Abstract

Progress of minimally invasive surgery stimulates the development of sensory techniques. The present study is related with creation of a mechatronic clamping laparoscopic device (forceps) that allows transferring tactile sensations from the jaws of the clamp to the handles of the master manipulator operated by surgeon. The user presses the handles of the manipulator. The change in the angle between the handles is synchronized with the change in the angle between the jaws of the forceps (slave link) that grasps the soft tissue. The contact load is identified based on the voltage applied to the electric motor connected to the forceps and then transferred to the control unit. This control unit adjusts the operating frequency of the piezoelectric actuator in such a way as to generate a force corresponding to the measured load. This force is applied to handles of the manipulator. It creates a moment in the handle, which is felt by the user. Thus, the system provides the tactile feedback. In order to describe the dynamics of the piezoelectric actuator, a finite-dimensional empirical model is used. In order to describe the dependence of the moment, with which the soft tissue acts upon the jaws of forceps, on the span angle between the forceps, a mathematical model is proposed. This model takes into account the properties of the soft tissue (which is assumed elastic) and geometry of the surface of forceps jaws. An algorithm for identification of the moment acting from the tissue on the forceps is proposed. Numerical simulation of dynamics of the system is performed. The results of calculations confirm the efficiency of the algorithm for identifying the moment created by tissue.

Keywords: *tactile sensing, piezoelectric actuator, mathematical model, contact characteristics, laparoscopic forceps*

Acknowledgements: This article was supported by Russian Foundation for Basic Research (project #16-58-52033) and Taiwan Ministry of Science and Technology (project # MOST-2923-B-006-001-MY3).

For citation:

Goryacheva I. G., Dosaev M. Z., Selyutskiy Yu. D., Yakovenko A. A., Yeh C.-H., Su F.-C. Modeling of Laparoscopic Forceps with Sensing, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2019, vol. 20, no. 4, pp. 206—214.

DOI: 10.17587/mau.20.206-214

References

1. **Kurita Yu., Tsuji T., Kawahara T., Okajima M., Egi H., Ohdan H., Ogasawara T.** Force-based Automatic Classification of Basic Manipulations with Grasping Forceps, *International Journal of Life Science and Medical Research,* 2013, vol. 4, iss. 2, pp. 76—82.
2. **Radó J., Dücso˝ C., Földesy P., Szebényi G., Nawrat Z., Rohr K., Fürjes P.** 3D force sensors for laparoscopic surgery tool, *Microsyst. Technol*, 2018, vol. 24, pp. 519—525, available at: https://doi.org/10.1007/s00542-017-3443-4.
3. **Galin L. A.** *Kontaktnyye zadachi teorii uprugosti i vyazkouprugosti* (Contact problems of the theory of elasticity and viscoelasticity), Moscow, Nauka, 1980, 304 p. (in Russian).
4. **Johnson K. L.** Contact Mechanics, Cambridge University Press, 1985.
5. **Goryacheva I. G.** *Mekhanika friktsionnogo vzaimodeystviya.* (Mechanics of friction interaction), Moscow, Nauka, 2001, 478 p. (in Russian).
6. **Sadovnichiy V., Goryacheva I., Akaev A., Martynenko Yu., Okunev Yu., Vlakhova A., Bogdanovich I.** *Primeneniye metodov mekhaniki kontaktnykh vzaimodeystviy pri diagnostike patologicheskikh sostoyaniy myagkikh biologicheskikh tkaney* (The use of contact mechanics methods in the diagnosis of pathological states of soft biological tissues), Moscow, MSU Publishing, 2009, 306 p. (in Russian).
7. **Dosaev M. Z., Selyutskiy Yu.D., Yeh C.-H., Su F.-C.** *Modelirovaniye taktil'noy obratnoy svyazi, realizuyemoy s pomoshch'yu p'yezoelektricheskogo privoda* (Simulation of tactile feedback, implemented using a piezoelectric actuator), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no.7, pp. 480—485 (in Russian).
8. **Wurpts W., Twiefel J.** An ultrasonic motor with intermittent contact modeled as a two degree of freedom oscillator in time domain, *PAMM*, 2009, vol. 9, pp. 287—288, doi: 10.1002/pamm.200910117.
9. **Mashimo T., Terashima K.** Dynamic analysis of an ultrasonic motor using point contact model, *Sensors and Actuators A: Physical*, 2015, vol. 233, pp. 15—21, doi: 10.1016/j.sna.2015.05.009.
10. **Liu Z., Yao Z., Li X., Fu Q.** Design and experiments of a linear piezoelectric motor driven by a single mode, *Review of Scientific Instruments,* 2016, vol. 87v 115001; doi: 10.1063/1.4966251.
11. **Yakovenko A. A.** Simulation of contact interaction of a gripping tool with a biological tissue, *Russian Journal of Biomechanics,* Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation, 2017, vol. 21, no. 4, pp. 355—364.

DOI: 10.17587/mau.20.215-218

Adaptive Flux Observer for Nonsalient PMSM with Noised Measurements of the Current and Voltage

A. Pyrkin, D. Sc., a.pyrkin@gmail.com, **A. Bobtsov,** D. Sc., bobtsov@mail.ru,
A. Vedyakov, PhD., vedyakov@gmail.com, **D. Bazylev,** PhD., bazylevd@mail.ru,
M. Sinetova, sinetovamadina@gmail.com,
ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: **Pyrkin Anton**, D. Sc., ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation, e-mail: a.pyrkin@gmail.com

Accepted Desember 28, 2018

Abstract

An algorithm of adaptive estimation of the magnetic flux for the non-salient permanent magnet synchronous motor (PMSM) for the case when measurable electrical signals are corrupted by a constant offset is presented. A new nonlinear parameterization of the electric drive model based on dynamical regressor extension and mixing (DREM) procedure is proposed. Due to this parameterization the problem of flux estimation is translated to the auxiliary task of identification of unknown constant parameters related to measurement errors. It is proved that the flux observer provides global exponential convergence of estimation errors to zero if the corresponding regression function satisfies the persistent excitation condition. Also, the observer provides global asymptotic convergence if the regression function is square integrable. In comparison with known analogues this paper gives a constructive way of the flux reconstruction for a nonsalient PMSM with guaranteed performance (monotonicity, convergence rate regulation) and, from other hand, a straightforwardly easy implementation of the proposed observer to embedded systems.

Keywords: *nonlinear control systems, robust observers, synchro motors, flux estimator, speed estimator, sensorless approach, voltage offset*

Acknowledgements. The work was written with the support the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, ПНИЭР unique identifier RFMEFI57818X0271 "Adaptive Sensorless Control for Synchronous Electric Drives in Intelligent Robotics and Transport Systems".

For citation:

Pyrkin A., Bobtsov A., Vedyakov A., Bazylev D., Sinetova M. Adaptive Flux Observer for Nonsalient PMSM with Noised Measurements of the Current and Voltage, *Mekhatronika, Avtomatizatsia, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 4, pp. 215—218.

УДК 681.51

DOI: 10.17587/mau.20.215-218

А. А. Пыркин, д-р техн. наук, проф., профессор, вед. науч. сотр., a.pyrkin@gmail.com,
А. А. Бобцов, д-р техн. наук, проф., профессор, гл. науч. сотр., bobtsov@mail.ru,
А. А. Ведяков, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., ассистент, vedyakov@gmail.com,
Д. Н. Базылев, канд. техн. наук, инженер, bazylevd@mail.ru,
М. М. Синетова, инженер, sinetovamadina@gmail.com,
Университет ИТМО, г. Санкт-Петербург

Адаптивный наблюдатель магнитного потока для неявнополюсного синхронного двигателя с постоянными магнитами в условиях шумов в измерениях силы тока и напряжения[1]

Представлен алгоритм адаптивного оценивания магнитного потока для неявнополюсного синхронного двигателя с постоянными магнитами (PMSM) для случая, когда измеряемые электрические сигналы искажены постоянным смещением. Предложена новая нелинейная параметризация модели электрического двигателя, основанная на процедуре

[1]Работа была поддержана Министерством науки и высшего образования, ПНИЭР уникальный идентификатор RFMEFI57818X0271 "Адаптивное бессенсорное управление синхронным электроприводом для интеллектуальных робототехнических и транспортных систем".

динамического расширения и смешивания регрессора (DREM). Благодаря этой параметризации проблема оценивания магнитного потока транслируется во вспомогательную задачу идентификации неизвестных постоянных параметров, зависящих от ошибок измерения. Доказано, что наблюдатель магнитного потока гарантирует глобальную экспоненциальную сходимость ошибок оценивания к нулю, если соответствующий регрессор удовлетворяет условию неисчезающего возбуждения. Также наблюдатель обеспечивает асимптотическую сходимость, если функция регрессора является квадратично интегрируемой. В сравнении с известными аналогами в этой статье дан конструктивный способ восстановления магнитного потока синхронного двигателя с гарантированными показателями качества (монотонность, скорость сходимости), а также простая с инженерной точки зрения реализация на вычислительных платформах.

Ключевые слова: *нелинейные системы управления, робастные наблюдатели, синхронные двигатели, магнитный поток, наблюдатель скорости, бессенсорный подход, смещение в измерениях напряжения*

Introduction

The problem of so-called "sensorless" control is very resonating and challenging today. The main difficulty is a nonlinear model of the PMSM in which the magnetic flux is unmeasurable variable. Very popular strategy in literature is to reconstruct mechanical variables of the drive using knowledge of the total flux. And usually the magnetic flux observation is a key problem, which attracts a lot of scientists from adaptive control and electric drive societies, including L. Praly, R. Ortega, R. Marino, P. Tomei, K. Nam, A. Stankovic, and many other famous researchers.

Although a lot of different approaches are existed and even already implemented as preset feature in distributed actuators, however, the performance of such control strategy is still an open "hot" problem. Existed, known for authors, methods do not guarantee the convergence of regulation error to 0 in scenarios with measurement errors. Some approaches give robust estimates that acceptable in practical applications. Estimators which ensure the asymptotic convergence of estimates to observable states of electrical drives usually are not robust with respect to measurement noise because were designed with strong assumptions regarding this issue.

In this brief paper we focus on the problem of observer design of the flux in PMSM which is, form one hand, is robust with respect to biases in measurements and does not contain any open-loop integration schemes, and, from other hand, provides convergence of all estimation errors to zero with such performance properties as monotonicity of estimates and possibility of convergence rate regulation.

Problem formulation

Consider the classical, two phase $\alpha\beta$ model of the unsaturated, non-salient, PMSM described by [1, 2]

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= v - Ri; \\ j\dot{\omega} &= -f\omega + \tau_e - \tau_L; \\ \dot{\theta} &= \omega, \end{aligned} \tag{1}$$

where $\lambda \in \mathbb{R}^2$ is the total flux, $i \in \mathbb{R}^2$ are the currents, $v \in \mathbb{R}^2$ are the voltages, $R > 0$ is the stator windings resistance, $j > 0$ is the rotor inertia. $\theta \in \mathbb{S} := [0, 2\pi]$ is the rotor phase, ω is the mechanical angular velocity, $f > 0$ is the viscous friction coefficient, $\tau_L \in \mathbb{R}$ is the — possibly time-varying — load torque, τ_e is the torque of electrical origin, given by

$$\tau_e = n_p i^\top J \lambda$$

with $n_p \in \mathbb{N}$ the number of pole pairs and $J \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ is the rotation matrix

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

For surface-mounted PMSM's the total flux verifies

$$\lambda = Li + \lambda_m \mathcal{C}(\theta), \tag{2}$$

where $L > 0$ is the stator inductance and $\mathcal{C}(\theta) := \mathrm{col}(\cos(n_p\theta), \sin(n_p\theta))$.

Assume the only signals available for measurements are the current i and the voltage v, which are corrupted by constant unknown bias terms $\delta_i \in \mathbb{R}^2$ and $\delta_v \in \mathbb{R}^2$, respectively, that is

$$i_m = i + \delta_i; \; v_m = v + \delta_v, \tag{3}$$

where i_m and v_m are actually measured signals. The resistance R and the inductance L are assumed to be known.

The goal is to reconstruct asymptotically the total flux λ with asymptotic convergence of estimation errors to 0.

Main result

The adaptive flux observer for PMSM was proposed in [3] and was based on the equation

$$|\lambda - Li|^2 - \lambda_m^2 = 0, \tag{4}$$

which follows from (2).

The approach [3] requires only measurements of the voltage v and the current i, however it was assumed that there is no bias or noise exist in electrical signals. Nevertheless, even if noise is absent the offset about zero is always possible, and that should be taken into consideration to guarantee the robustness of the adaptive observer even in nominal mode.

The paper [4] was devoted to the case when the measured signals v and i contain an uncertain bias as formulated in (3) and which are assumed to be constant. Expression (4) may be rewritten as

$$\lambda^\top\lambda - 2L\lambda^\top i_m + L^2 i_m^\top i_m + \lambda^\top\eta_1 + i_m^\top\eta_2 + \eta_3 = 0, \quad (5)$$

where $\eta_1 = 2L\delta_i$, $\eta_2 = -2L^2\delta_i$, $\eta_3 = L^2\delta_i^\top\delta_i - \lambda_m^2$ are constants that are unknown.

In [4] the approach, firstly appeared in [5], was extended that allows to find a linear regressor equation depending on uncertain flux λ, set of unknown parameters, and measurable signals. The following proposition establishes this fact.

Proposition 1. Consider the model of PMSM (1) with measurable signals (3) corrupted by uncertain offsets. The following regression model holds

$$\begin{aligned} \dot\lambda &= -Ri_m + v_m + \eta_m; \\ y &= \Phi^\top\lambda + \Psi^\top\eta + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (6)$$

where the known functions y, Φ, Ψ may be computed from available signals, and unknown constant vectors

$$\eta_m = R\delta_i - \delta_v;\ \eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_m \\ \eta_m^\top\eta_m \end{bmatrix}.$$

Proof. The proof is based on [4, Lemma 3.3] and may be easily repeated with the following steps.

Step 1. Differentiate (5).

Step 2. Apply the filter $\dfrac{\nu}{p+\nu}$, where $p := \dfrac{d}{dt}$ is a differential operator.

Step 3. Using the Swapping Lemma [6, Lemma 3.6.5]

$$\frac{\nu}{p+\nu}(x^\top z) = z^\top\left(\frac{\nu}{p+\nu}x\right) - \frac{1}{p+\nu}\left(\dot z^\top\left(\frac{\nu}{p+\nu}x\right)\right)g$$

get the regressor equation where the flux λ and vector η enter linearly only.

Step 4. Apply the filter $\dfrac{p}{p+\nu}$.

Step 5. Rewrite obtained operator expression as ordinary differential equations.

After 4 steps we introduce the following filters

$$\begin{aligned} \dot\xi_1 &= -\nu\xi_1 + \nu y_m; \\ \dot\xi_2 &= -\nu\xi_2 + 2\nu y_m + 2\nu^2 L i_m; \\ \dot\xi_3 &= -\nu\xi_3 + \nu i_m; \\ \dot\xi_4 &= -\nu\xi_4 + \xi_2 + 2y_m; \\ \dot\xi_5 &= -\nu\xi_5 + y_m^\top\xi_2 + \nu^2 L^2 i_m^\top i_m; \\ \dot\xi_6 &= -\nu\xi_6 + \nu\xi_4 - \xi_2; \\ \dot\xi_7 &= -\nu\xi_7 + \nu\xi_1; \\ \dot\xi_8 &= -\nu\xi_8 + \nu(i_m - \xi_3); \\ \dot\xi_9 &= -\nu\xi_9 + \nu\xi_5 - \nu^2 L^2 i_m^\top i_m + y_m^\top(\nu\xi_4 - \xi_2), \end{aligned} \quad (7)$$

that operates the known signal

$$y_m = -Ri_m + v_m.$$

The proof is completed by picking

$$\begin{aligned} y &= \xi_5 - \nu L^2 i_m^\top i_m - \xi_9; \\ \Phi &= 2\xi_2 - 2\nu L i_m - \nu\xi_4; \\ \Psi &= \begin{bmatrix} \xi_1 - \xi_7 \\ \nu(i_m - \xi_3 - \xi_8) \\ 2\xi_6 \\ 2\nu^{-1} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad \blacksquare$$

Then we will use the basic result of the Proposition 1 in design the adaptive observer of the magnetic flux. In [4] two observers were presented, robust version with reduced dimension and adaptive one designed with a classical gradient approach. In this paper we propose to apply the DREM procedure [7] to get performance enhancement of the observer in comparison with [4].

Directly, the DREM procedure is not applicable to the model (6), since λ is a function of time. Neglecting the exponential term ε_t, let us apply one more filter with some coefficient $\alpha > 0$ to the second equation of (6):

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{p+\alpha}y &= \frac{\alpha}{p+\alpha}\Phi^\top\lambda + \frac{\alpha}{p+\alpha}\Psi^\top\eta = \\ &= \lambda^\top\frac{\alpha}{p+\alpha}\Phi - \frac{1}{p+\alpha}\left(\dot\lambda^\top\frac{\alpha}{p+\alpha}\Phi\right) + \eta^\top\frac{\alpha}{p+\alpha}\Psi = \\ &= \lambda^\top\frac{\alpha}{p+\alpha}\Phi - \frac{1}{p+\alpha}\times \\ &\times\left((-Ri_m + v_m + \eta_m)^\top\frac{\alpha}{p+\alpha}\Phi\right) + \eta^\top\frac{\alpha}{p+\alpha}\Psi, \end{aligned} \quad (8)$$

and rewrite as

$$z_\alpha = \lambda^\top\overline{\Phi}_\alpha + \eta^\top\overline{\Psi}_\alpha, \quad (9)$$

where

$$z_\alpha = \frac{\alpha}{p+\alpha} y + \frac{1}{p+\alpha}\left((-Ri_m + v_m)^\top \frac{\alpha}{p+\alpha} \Phi \right),$$

$$\overline{\Phi} = \frac{\alpha}{p+\alpha}\Phi; \ \overline{\Psi} = \frac{\alpha}{p+\alpha}\Psi - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{\alpha^2}{(p+\alpha)^2}\Phi.$$

Following the concept of dynamic regressor extension we consider the set of linear filters $\frac{\alpha_i}{p+\alpha_i}$ with different gains $\alpha_i > 0$, $i = \overline{1, N}$, where $N := \dim\lambda + \dim\eta = 9$ and get a system of N linear equations

$$z_i(t) = \lambda^\top(t)\overline{\Phi}_i(t) + \eta^\top \overline{\Psi}_i(t), \tag{10}$$

where index i denotes the coefficient α_i of the corresponding filter. In matrix form (10) looks like

$$Z(t) = M(t)\begin{bmatrix} \lambda(t) \\ \eta \end{bmatrix},$$

where

$$Z(t) := \begin{bmatrix} z_1(t) \\ \vdots \\ z_N(t) \end{bmatrix}; \ M(t) := \begin{bmatrix} \overline{\Phi}_1^\top & \overline{\Psi}_1^\top \\ \vdots & \vdots \\ \overline{\Phi}_N^\top & \overline{\Psi}_N^\top \end{bmatrix}.$$

At this point the key step of regressor "mixing" of the DREM procedure is made to obtain a set of scalar N equations as follows.

$$\mathrm{adj}(M(t))\,Z(t) = \mathrm{adj}(M(t))\,M(t)\begin{bmatrix} \lambda(t) \\ \eta \end{bmatrix} =$$

$$= \det(M(t))\begin{bmatrix} \lambda(t) \\ \eta \end{bmatrix}$$

or

$$Y_\lambda(t) = \Delta(t)\lambda(t); \tag{11}$$

$$Y_\eta(t) = \Delta(t)\eta, \tag{12}$$

where $Y(t) := \begin{bmatrix} Y_\lambda(t) \\ Y_\eta(t) \end{bmatrix} = \mathrm{adj}(M(t))\,Z(t)$ and $\Delta(t) = \det(M(t))$.

As soon as we get scalar equations (11), (12) then the observer of the flux becomes straightforward which is shown in the following Proposition.

Proposition 2. Consider the parameterized model of PMSM (6). The update law

$$\dot{\hat{\eta}} = \gamma_\eta \Delta(Y_\eta - \Delta\hat{\eta}); \tag{13}$$

$$\dot{\hat{\lambda}} = -Ri_m + v_m + \hat{\eta}_m + \gamma_\lambda \Delta(Y_\lambda - \Delta\hat{\lambda}), \tag{14}$$

provides asymptotic convergence of $\tilde{\lambda} = \lambda - \hat{\lambda}$ and $\tilde{\eta} = \eta - \hat{\eta}$ to 0 for γ_η, $\gamma_\lambda > 0$.

Proof. Compute the derivatives of errors $\tilde{\eta}$ and $\tilde{\lambda}$

$$\dot{\tilde{\eta}}(t) = -\gamma_\eta \Delta^2(t)\tilde{\eta}; \ \dot{\tilde{\lambda}}(t) = -\gamma_\lambda \Delta^2(t)\tilde{\lambda} + \tilde{\eta}_m$$

which yields $\tilde{\eta}(t) = e^{-\gamma_\eta \int_0^t \Delta^2(s)ds}\tilde{\eta}(0)$. Convergence of $\tilde{\eta}$ depends on properties of $\Delta(t)$ and the gain γ_η. If $\Delta(t)$ is persistently excited, then $\tilde{\eta}$ converges to 0 exponentially, which guarantees convergence of $\tilde{\lambda}$ to 0 as proved in [8, Lemma 1]. If there is a lack of excitation but $\Delta(t) \notin \mathcal{L}_2$ then $\tilde{\lambda}$ tends to 0 asymptotically. Otherwise $\tilde{\lambda}$ converges to a bounded set about 0.

Conclusion

In this paper we propose the new adaptive observer design algorithm which allows to parametrize the model of disturbed PMSM as a linear regressor equation with respect to observable flux and some constants depending on measurement errors (biases or offset). Using DREM procedure the vector regressor equation may be splitted to a set of scalar regressor equations with a common measurable regressor and unknown variables or parameters. Such decomposition allows to guarantee monotonical convergence of estimation errors to zero and to regulate the convergence rate via adaptation gains. Based on this flux observer it becomes possible to design the speed ant position observer which would be also robust with respect to measurement noise. And this challenging problem — a full state observer design — will be pursued in future works of authors.

References

1. **Krause P. C.** Analysis of electric machinery, New York, McGraw Hill, 1986. 564 p.
2. **Nam K.** AC motor control and electric vehicle applications, CRC Press, 2010. 435 p.
3. **Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Ortega R., Vukosavic S. N., Stankovic A. M., Panteley E. V.** A robust globally convergent position observer for the permanent magnet synchronous motor, *Automatica*, 2015, vol. 61, pp. 47—54.
4. **Pyrkin A. A., Vedyakov A. A., Ortega R., Bobtsov A. A.** A robust adaptive flux observer for a class of electromechanical systems, *International Journal of Control*, 2018. DOI: 10.1080/00207179.2018.1521995.
5. **Bernard P., Praly L.** Robustness of rotor position observer for permanent magnet synchronous motors with unknown magnet flux, *Automatica*, 2018, vol. 94, pp. 88—93.
6. **Sastry S., Bodson M.** Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ., 1989.
7. **Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A.** Parameters estimation via dynamic regressor extension and mixing, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, vol. 62, iss. 7, pp. 3546—3550.
8. **Aranovskiy S., Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Ortega R., Chaillet A.** Flux and position observer of permanent magnet synchronous motors with relaxed persistency of excitation conditions, *IFAC-PapersOnLine*, 2015, vol. 48, no. 11, pp. 301—306.

УДК 534.2:621.3 DOI: 10.17587/mau.20.219-229

С. М. Афонин, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., доц., eduems@mail.ru,
Национальный исследовательский университет "Московский институт электронной техники"

Структурные схемы и структурно-параметрические модели электроупругих актюаторов для наномехатронных систем

Получены параметрические структурные схемы, структурно-параметрические модели и передаточные функции электроупругих актюаторов для наномехатронных систем. Передаточные функции пьезоактюатора определены при обобщенном пьезоэлектрическом эффекте. Изменения упругой податливости и жесткости пьезоактюатора найдены с учетом типа управления. Получены решение волнового уравнения и структурно-параметрические модели электроупругих актюаторов. Определено влияние геометрических и физических параметров электроупругого актюатора и внешней нагрузки на его статические и динамические характеристики. Получены в общем виде параметрические структурные схемы электроупругих актюаторов для наномехатронных систем. Выведены передаточные функции пьезоактюатора при обобщенном пьезоэффекте. Для расчета систем автоматического управления нанометрическим движением с электроупругим актюатором получены параметрические структурные схемы и передаточные функции электроупругих актюаторов. Определены статические и динамические характеристики электроупругих актюаторов. Применение электроупругих актюаторов решает задачи точного совмещения в микроэлектронике и нанотехнологии, компенсации температурных и гравитационных деформаций, атмосферной турбулентности путем коррекции волнового фронта. На основе решения волнового уравнения с учетом соответствующих уравнений пьезоэффекта, граничных условий на нагруженных рабочих поверхностях электроупругого актюатора, деформаций вдоль координатных осей построена структурно-параметрическую модель электроупругого актюатора. Передаточные функции и параметрические структурные схемы электроупругого актюатора выведены из уравнений, описывающих соответствующие структурно-параметрические модели и учитывающих противоэлектродвижущую силу электроупругого актюатора для наномехатронных систем.

Ключевые слова: *параметрическая структурная схема, электроупругий актюатор, пьезоактюатор, структурно-параметрическая модель, передаточная функция*

Введение

Электроупругие актюаторы на основе пьезоэлектрических и электрострикционных эффектов используются для наномехатронных систем в нанотехнологии, микроэлектронике, нанобиологии, энергетике и астрономии. Пьезоактюатор является пьезомеханическим устройством, предназначенным для приведения в действие механизмов, систем или управления ими с использованием пьезоэффекта. Нанометрическая точность наномехатронных систем обеспечивается электроупругими актюаторами. Для совмещения в наномехатронных системах применяются клеточные структуры с использованием пьезоактюаторов [1—8].

Наномехатронные системы с пьезоактюаторами используются в нанотехнологии, фотонике, адаптивной оптике при юстировке зеркал лазерных кольцевых гироскопов, совмещении и сканировании в электронных, зондовых, атомно-силовых микроскопах, при передаче информации и энергии в лазерных системах [1—12].

Структурно-параметрическая модель электроупругого актюатора представляет систему уравнений преобразований Лапласа для перемещений торцов актюатора, которая с учетом электромеханических параметров актюатора и соответствующих сил на торцах актюатора описывает его структуру и преобразование электрической энергии в механическую энергию.

В работе задача получения структурной схемы и соответствующей структурно-параметрической модели электроупругого актюатора для наномехатронных систем решается методами математической физики, находится решение волнового уравнения с учетом граничных условий. С помощью преобразования Лапласа задача нахождения решения для волнового уравнения с частными производными гиперболического типа сводится к задаче для линейного обыкновенного дифференциального уравнения. Полученная в данной работе параметрическая структурная схема электроупругого актюатора отображает переобразование электрической энергии в механическую энергию в отличие от электрической эквивалентной схемы пьезопреобразователя, пьезоизлучателя или пьезовибратора [2, 8].

В работе учитывается влияние прямого пьезоэффекта на действующее напряжение на обкладках электроупругого актюатора, находится изменение упругой податливости из-за прямого пьезоэффекта, определяется структурно-параметрическая модель электроупругого актюатора с обратными связями для наномехатронных систем, рассматриваются следующие варианты построения структурных схем и структурно-параметрических моделей электроупругого актюатора: с учетом обратного пьезоэффекта и постоянных упругой податливости и жесткости актюатора; с учетом обратного, прямого пьезоэффектов и переменных упругой податливости и жесткости актюатора; с учетом обратного, прямого пьезоэффектов и переменных упругой податливости и жесткости актюатора, влияния противоэлектродвижущей силы, зависящей от скорости перемещения торца актюатора.

При расчете параметров наномехатронной системы с электроупругим актюатором решаем совместно уравнение электроупругости и волновое уравнение при соответствующих граничных условиях и строим структурно-параметрическую модель актюатора, находим его передаточные функции в различных частотных диапазонах работы. Из-за реакции пьезоактюатора с учетом прямого пьезоэффекта в зависимости от вида управления по напряжению или току изменяются упругая податливость и жесткость пьезоактюатора, которые наряду с пьезомодулем являются основными параметрами пьезоактюатора. При высокой скорости перемещения торца пьезоактюатора учитываем влияние скорости пьезоактюатора на ток через пьезоактюатор и на действующее напряжение на его обкладках из-за прямого пьезоэффекта.

Параметрические структурные схемы с обратными связями и структурно-параметрическая модель пьезоактюаторов для наномехатронных систем, полученные в настоящей работе, отображают взаимную зависимость электромеханических параметров пьезоактюатора и преобразование пьезоактюатором электрической энергии в механическую энергию при перемещении его нагрузки.

Структурная схема, структурно-параметрическая модель и передаточные функции электроупругого актюатора

Рассмотрим деформацию электроупругого актюатора, которая соответствует его напряженному состоянию. Если в пьезоактюаторе создать напряженность электрического поля E, то в нем возникнет деформация S и механическое напряжение T. Соответственно, если в пьезоактюаторе создать механическое напряжение T, то возникнет электрическая индукция D и электрический заряд на обкладках пьезоактюатора.

Уравнения электроупругости актюатора для наномехатронных систем в общем виде для обратного и прямого пьезоэффекта [6—8] имеют вид

$$S_i = d_{mi}E_m + s_{ij}^E T_j; \tag{1}$$

$$D_m = d_{mi}T_i + \varepsilon_{mk}^E E_k, \tag{2}$$

где $i, j = 1, 2, ..., 6$, $m, k = 1, 2, 3$ — индексы; $l = (\delta, h, b)$ — обобщенная рабочая длина электроупругого актюатора по оси i, которая равна для продольного, поперечного или сдвигового пьезоэффекта соответственно толщине δ, высоте h или ширине b электроупругого актюатора; S_i — относительное смещение сечения актюатора по оси i; d_{mi} — пьезомодуль при обобщенном пьезоэффекте; $E_m(t) = u(t)/\delta$ — напряженность электрического поля по оси m; $u(t)$ — напряжение на обкладках актюатора; s_{ij}^E — упругая податливость при E = const; T_j — механическое напряжение по оси j; δ — толщина актюатора; $D_m(t)$ — электрическая индукция по оси m; ε_{mk}^T — диэлектрическая проницаемость при T = const.

Из уравнения (1) в статике получаем установившееся перемещение ξ_0 электроупругого актюатора для наномехатронной системы в виде

$$\xi_0 = d_{mi}(l/\delta)u_0, \tag{3}$$

где u_0 — амплитуда напряжения на обкладках актюатора.

Уравнение сил, действующих на электроупругий актюатор, имеет вид

$$TS_0 = F + M\frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2}, \tag{4}$$

где F — внешняя сила, приложенная к актюатору; M — перемещаемая масса.

Для составления структурно-параметрической модели пьезоактюатора для наномехатронных систем с управлением по напряжению решим совместно волновое уравнение, уравнение обратного пьезоэффекта и уравнения сил на его торцах.

При расчете электроупругого актюатора для наномехатронных систем применяется волновое уравнение, описывающее распространение волны в длинной линии с затуханием без искажений [6—8, 11, 12]:

$$\frac{1}{(c^E)^2}\frac{\partial^2\xi(x,t)}{\partial t^2}+\frac{2\alpha}{c^E}\frac{\partial\xi(x,t)}{\partial t}+ \\ +\alpha^2\xi(x,t)=\frac{\partial^2\xi(x,t)}{\partial x^2}, \tag{5}$$

где c^E — скорость звука в актюаторе при $E =$ $=$ const; α — коэффициент затухания, учитывающий затухание колебаний вследствие рассеивания энергии при распространении волны на тепловые потери. С использованием преобразования Лапласа исходная задача для волнового уравнения с частными производными гиперболического типа (5) сводится к более простой задаче для линейного обыкновенного дифференциального уравнения с параметром p, где p — оператор Лапласа [9—12]. Применив к волновому уравнению (5) преобразование Лапласа [9]

$$\Xi(x,p)=L\{\xi(x,t)\}=\int_0^\infty \xi(x,t)\mathbf{e}^{-pt}dt \tag{6}$$

и полагая начальные условия нулевыми $\xi(x,t)\big|_{t=0}=0,\quad \frac{\partial\xi(x,t)}{\partial t}\Big|_{t=0}=0,$ получим линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка в виде

$$\frac{d^2\Xi(x,p)}{dx^2}-\gamma^2\Xi(x,p)=0, \tag{7}$$

решением которого будет функция

$$\Xi(x,p)=C\mathbf{e}^{-x\gamma}+B\mathbf{e}^{x\gamma}, \tag{8}$$

где $\Xi(x,\ p)$ — преобразование Лапласа смещения сечения электроупругого актюатора; $\gamma = p/c^E + \alpha$ — коэффициент распространения.

Коэффициенты C и B для решения линейного обыкновенного дифференциального уравнения определим в виде

$$\Xi(0,\ p) = \Xi_1(p) \text{ при } x = 0;$$

$$\Xi(l,\ p) = \Xi_2(p) \text{ при } x = l.$$

Следовательно, получаем

$$C=(\Xi_1\mathbf{e}^{l\gamma}-\Xi_2)/[2\mathrm{sh}(l\gamma)];$$

$$B=(\Xi_2-\Xi_1\mathbf{e}^{-l\gamma})/[2\mathrm{sh}(l\gamma)].$$

Решение линейного обыкновенного дифференциального уравнения имеет вид

$$\Xi(x,p)=\{\Xi_1(p)\mathrm{sh}[(l-x)\gamma]+ \\ +\Xi_2(p)\mathrm{sh}(x\gamma)\}/\mathrm{sh}(l\gamma). \tag{9}$$

Уравнения для сил, действующих на торцах электроупругого актюатора, будут иметь вид

$$T_j(0,p)S_0=F_1(p)+M_1p^2\Xi_1(p) \text{ при } x=0; \\ T_j(l,p)S_0=-F_2(p)-M_2p^2\Xi_2(p) \text{ при } x=l. \tag{10}$$

Запишем систему уравнений для механических напряжений на торцах электроупругого актюатора при $x = 0$ и $x = l$ в виде

$$T_j(0,p)=\frac{1}{s_{ij}^E}\frac{d\Xi(x,p)}{dx}\bigg|_{x=0}-\frac{d_{mi}}{s_{ij}^E}E_m(p); \\ T_j(l,p)=\frac{1}{s_{ij}^E}\frac{d\Xi(x,p)}{dx}\bigg|_{x=l}-\frac{d_{mi}}{s_{ij}^E}E_m(p). \tag{11}$$

Из системы (11) получаем следующую систему уравнений для структурно-параметрической модели электроупругого актюатора для наномехатронных систем при обобщенном пьезоэффекте с управлением по напряжению и для параметрической структурной схемы (рис. 1):

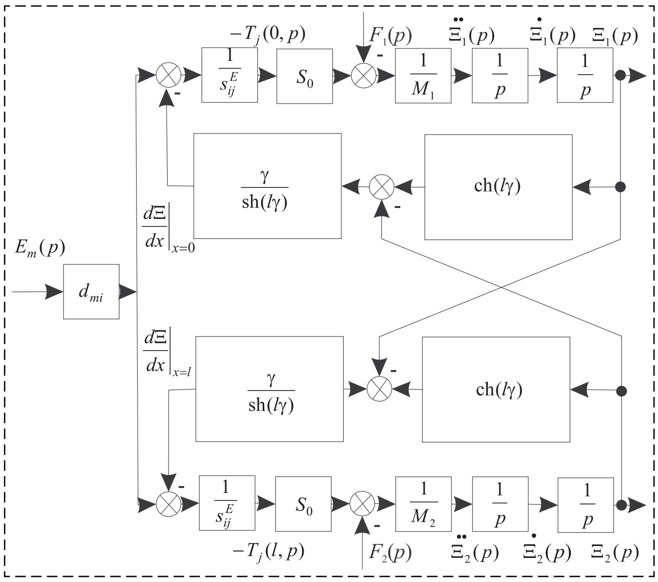


Рис. 1. Параметрическая структурная схема электроупругого актюатора с управлением по напряжению при нулевом сопротивлении источника

Fig. 1. Parametric structural scheme of electroelastic actuator with voltage control at zero source resistance

$$\begin{aligned}&\Xi_1(p) = [1/(M_1 p^2)]\{-F_1(p) + (1/\chi_{ij}^E)[d_{mi} E_m(p) -\\ &- [\gamma/\text{sh}(l\gamma)][\text{ch}(l\gamma)\Xi_1(p) - \Xi_2(p)]]\};\\ &\Xi_2(p) = [1/(M_2 p^2)]\{-F_2(p) + (1/\chi_{ij}^E)[d_{mi} E_m(p) -\\ &- [\gamma/\text{sh}(l\gamma)][\text{ch}(l\gamma)\Xi_2(p) - \Xi_1(p)]]\},\end{aligned} \tag{12}$$

причем $\chi_{ij}^E = s_{ij}^E / S_0$.

В результате преобразований получаем следующую систему уравнений структурно-параметрической модели электроупругого актюатора для наномехатронных систем при обобщенном пьезоэффекте с управлением по напряжению:

$$\begin{aligned}&\Xi_1(p) = [1/M_1 p^2]\{-F_1(p) + (1/\chi_{ij}^E)[d_{mi} E_m(p) -\\ &- \gamma\Xi_1(p)/\text{th}(l\gamma) + \gamma\Xi_2(p)/\text{sh}(l\gamma)]\};\\ &\Xi_2(p) = [1/M_2 p^2]\{-F_2(p) + (1/\chi_{ij}^E)[d_{mi} E_m(p) -\\ &- \gamma\Xi_2(p)/\text{th}(l\gamma) + \gamma\Xi_1(p)/\text{sh}(l\gamma)]\}.\end{aligned} \tag{13}$$

Уравнения (12) для структурно-параметрической модели электроупругого актюатора для наномехатронных систем при обобщенном пьезоэффекте с управлением по напряжению преобразуются к виду

$$\begin{aligned}&\Xi_1(p) = [1/(M_1 p^2)]\{-F_1(p) + C_{ij}^E l[d_{mi} E_m(p) -\\ &- [\gamma/\text{sh}(l\gamma)][\text{ch}(l\gamma)\Xi_1(p) - \Xi_2(p)]]\};\\ &\Xi_2(p) = [1/(M_2 p^2)]\{-F_2(p) + C_{ij}^E l[d_{mi} E_m(p) -\\ &- [\gamma/\text{sh}(l\gamma)][\text{ch}(l\gamma)\Xi_2(p) - \Xi_1(p)]]\},\end{aligned} \tag{14}$$

где $C_{ij}^E = S_0/(s_{ij}^E l) = 1/(\chi_{ij}^E l)$ — жесткость актюатора при обобщенном пьезоэффекте с управлением по напряжению.

Структурно-параметрическая модель электроупругого актюатора при обобщенном пьезоэффекте для наномехатронных систем позволяет получить его передаточные функции. Совместное решение уравнений (12) для перемещений двух граней электроупругого актюатора при обобщенном пьезоэффекте с управлением по напряжению дает систему

$$\begin{aligned}&\Xi_1(p) = W_{11}(p)E_m(p) +\\ &+ W_{12}(p)F_1(p) + W_{13}(p)F_2(p);\\ &\Xi_2(p) = W_{21}(p)E_m(p) +\\ &+ W_{22}(p)F_1(p) + W_{23}(p)F_2(p)\end{aligned} \tag{15}$$

и матричное уравнение вида

$$\begin{pmatrix}\Xi_1(p)\\ \Xi_2(p)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}W_{11}(p) & W_{12}(p) & W_{13}(p)\\ W_{21}(p) & W_{22}(p) & W_{23}(p)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}E_m(p)\\ F_1(p)\\ F_2(p)\end{pmatrix}, \tag{16}$$

где обобщенные передаточные функции имеют вид

$$W_{11}(p) = \Xi_1(p)/E_m(p) =$$
$$= d_{mi}[M_2\chi_{ij}^E p^2 + \gamma\text{th}(l\gamma/2)]/A_{ij}, \chi_{ij}^E = s_{ij}^E/S_0;$$
$$A_{ij} = M_1 M_2 (\chi_{ij}^E)^2 p^4 +$$
$$+ \{(M_1 + M_2)\chi_{ij}^E/[c^E \text{th}(l\gamma)]\}p^3 +$$
$$+ [(M_1 + M_2)\chi_{ij}^E \alpha/\text{th}(l\gamma) + 1/(c^E)^2]p^2 +$$
$$+ 2\alpha p/c^E + \alpha^2;$$
$$W_{21}(p) = \Xi_2(p)/E_m(p) =$$
$$= d_{mi}[M_1\chi_{ij}^E p^2 + \gamma\text{th}(l\gamma/2)]/A_{ij};$$
$$W_{12}(p) = \Xi_1(p)/F_1(p) =$$
$$= -\chi_{ij}^E[M_2\chi_{ij}^E p^2 + \gamma/\text{th}(l\gamma)]/A_{ij};$$
$$W_{13}(p) = \Xi_1(p)/F_2(p) =$$
$$= W_{22}(p) = \Xi_2(p)/F_1(p) = [\chi_{ij}^E\gamma/\text{sh}(l\gamma)]/A_{ij};$$
$$W_{23}(p) = \Xi_2(p)/F_2(p) =$$
$$= -\chi_{ij}^E[M_1\chi_{ij}^E p^2 + \gamma/\text{th}(l\gamma)]/A_{ij}.$$

Рассмотрим влияние реакции электроупругого актюатора из-за создания актюатором противоэлектродвижущей силы за счет прямого обобщенного пьезоэффекта при статической деформации актюатора. Максимальные усилие $F_{\max}$ и механическое напряжение $T_{j\max}$, которые развивает пьезоактюатор при обобщенном пьезоэффекте при питании от источника напряжения, равны

$$F_{\max} = U\frac{1}{\delta}d_{mi}\frac{S_0}{s_{ij}^E};\ \frac{F_{\max}}{S_0}s_{ij}^E = E_m d_{mi};$$
$$T_{j\max}s_{ij}^E = E_m d_{mi}.$$

Следовательно,

$$T_{j\max} = E_m d_{mi}/s_{ij}^E;\ F_{\max} = E_m d_{mi} S_0/s_{ij}^E. \tag{17}$$

Оценим максимальное усилие $F_{\max}$ и максимальное механическое напряжение $T_{j\max}$, которые развивает пьезоактюатор при питании от источника тока и обобщенном пьезоэффекте, с учетом положительной обратной связи по усилию из-за прямого пьезоэффекта:

$$\begin{aligned}&F_{\max} = U\frac{1}{\delta}d_{mi}\frac{S_0}{s_{ij}^E} +\\ &+ F_{\max}\frac{1}{S_0}d_{mi}S_p\frac{1}{\varepsilon_{mk}^T S_p/\delta}\frac{1}{\delta}d_{mi}\frac{S_0}{s_{ij}^E};\end{aligned} \tag{18}$$

$$\frac{F_{\max}}{S_0} s_{ij}^E \left(1 - \frac{d_{mi}^2}{\varepsilon_{mk}^T s_{ij}^E}\right) = E_m d_{mi};$$
$$T_{j\max}(1 - k_{mi}^2) s_{ij}^E = E_m d_{mi}; \quad (19)$$
$$k_{mi} = d_{mi} \Big/ \sqrt{s_{ij}^E \varepsilon_{mk}^T},$$

где k_{mi} — обобщенный коэффициент электромеханической связи; для поперечного, продольного и сдвигового пьезоэффектов для пьезокерамики марок ЦТС или PZT $i = j$, $m = k$, поэтому $k_{mi} = d_{mi} \Big/ \sqrt{s_{ii}^E \varepsilon_{mm}^T}$ — коэффициент электромеханической связи.

Следовательно,

$$T_{j\max} s_{ij}^D = E_m d_{mi}; \; s_{ij}^D = (1 - k_{mi}^2) s_{ij}^E = k_s s_{ij}^E;$$
$$k_s = 1 - k_{mi}^2 = s_{ij}^D / s_{ij}^E, \; k_s > 0, \quad (20)$$

где k_s — коэффициент изменения упругой податливости.

Таким образом,

$$F_{\max} = E_m d_{mi} S_0 / (s_{ij}^E k_s) = E_m d_{mi} S_0 / s_{ij}^D;$$
$$T_{j\max} = E_m d_{mi} / s_{ij}^D. \quad (21)$$

Для упругих податливостей s_{ij} пьезоактюаторов справедливо $s_{ij}^E > s_{ij} > s_{ij}^D$, причем $s_{ij}^E / s_{ij}^D \leqslant 1,2$. Соответственно, имеем $C_{ij}^E = S_0 / (s_{ij}^E l)$ — жесткость пьезоактюатора с управлением по напряжению, $C_{ij}^D = S_0 / (s_{ij}^D l)$ — жесткость пьезоактюатора с управлением по току, причем $C_{ij}^E < C_{ij} < C_{ij}^D$, где $C_{ij} = S_0 / (s_{ij} l)$ — жесткость пьезоактюатора [10, 11]. При разомкнутых электродах жесткость пьезоактюатора возрастает по сравнению с его жесткостью при замкнутых электродах. Увеличение сопротивления источника питания и согласующих цепей приводит к уменьшению упругой податливости и увеличению жесткости пьезоактюатора для наномехатронных систем.

При управлении пьезоактюатора при обобщенном пьезоэффекте от источника питания с конечным сопротивлением источника с учетом положительной обратной связи по усилию из-за прямого пьезоэффекта получаем максимальное усилие пьезоактюатора

$$F_{\max} = U \frac{1}{\delta} d_{mi} \frac{S_0}{s_{ij}^E} +$$
$$+ F_{\max} \frac{1}{S_0} d_{mi} S_p \frac{1}{\varepsilon_{mk}^T S_p / \delta} k_u \frac{1}{\delta} d_{mi} \frac{S_0}{s_{ij}^E}, \quad (22)$$

откуда

$$\frac{F_{\max}}{S_0} s_{ij}^E \left(1 - \frac{d_{mi}^2 k_u}{\varepsilon_{mk}^T s_{ij}^E}\right) = E_m d_{mi}; k_{mi} = d_{mi} \Big/ \sqrt{s_{ij}^E \varepsilon_{mk}^T},$$

причем для пьезокерамики марок ЦТС или PZT $i = j$, $m = k$, поэтому $k_{mi} = d_{mi} \Big/ \sqrt{s_{ii}^E \varepsilon_{mm}^T}$ — коэффициент электромеханической связи,

$$T_{j\max}(1 - k_{mi}^2 k_u) s_{ij}^E = E_m d_{mi}, \; 0 \leqslant k_u \leqslant 1, \quad (23)$$

где k_u — коэффициент управления от электрического источника питания.

При управлении пьезоактюатора от источника тока имеем $k_u\big|_{R \to \infty} = 1$, при управлении пьезоактюатора от источника напряжения получаем $k_u\big|_{R \to 0} = 0$, причем

$$s_{ij} = (1 - k_{mi}^2 k_u) s_{ij}^E = k_s s_{ij}^E, k_s = 1 - k_{mi}^2 k_u, \; k_s > 0,$$
$$(1 - k_{mi}^2)\big|_{R \to \infty} \leqslant k_s \leqslant 1\big|_{R \to 0}; \quad (24)$$
$$k_s\big|_{R \to \infty} = 1 - k_{mi}^2; \; k_s\big|_{R \to 0} = 1,$$

где k_s — коэффициент изменения упругой податливости.

При управлении пьезоактюатора с обобщенным пьезоэффектом от источника питания с конечным сопротивлением источника получаем выражения для положительных обратных связей по усилию в структурно-параметрической модели пьезоактюатора (рис. 2) в виде

$$U_{F\alpha}(p) = \frac{k_u (l/\delta) d_{mi}}{C_0} F_\alpha(p), \; \alpha = 1, 2, \quad (25)$$

причем при управлении по току от источника с бесконечно большим сопротивлением имеем $k_u\big|_{R \to \infty} = 1$.

После преобразований получаем структурно-параметрическую модель электроупругого актюатора при управлении по току и передаточные функции актюатора. При управлении по току получаем систему уравнений для механических напряжений в электроупругом актюаторе при $x = 0$ и $x = l$:

$$T_j(0, p) = \frac{1}{s_{ij}^D} \frac{d\Xi(x, p)}{dx}\bigg|_{x=0} - \frac{g_{mi}}{s_{ij}^D} D_m(p);$$
$$T_j(h, p) = \frac{1}{s_{ij}^D} \frac{d\Xi(x, p)}{dx}\bigg|_{x=l} - \frac{g_{mi}}{s_{ij}^D} D_m(p) \quad (26)$$

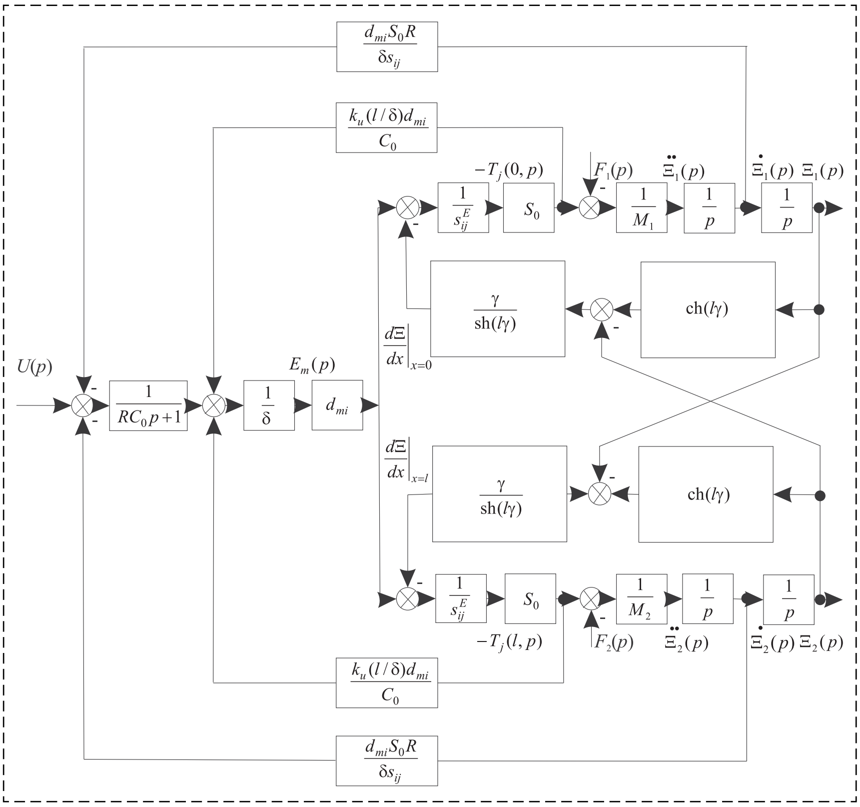


Рис. 2. Параметрическая структурная схема электроупругого актюатора с управлением по напряжению при конечном сопротивлении источника

Fig. 2. Parametric structural scheme of electroelastic actuator with voltage control at finite source resistance

где передаточные функции имеют вид

$$W_{11}(p) = \Xi_1(p)/D_m(p) =$$
$$= g_{mi}[M_2\chi_{ij}^D p^2 + \gamma\,\mathrm{th}(l\gamma/2)]/A_{ij},$$
$$\chi_{ij}^D = s_{ij}^D/S_0;$$
$$A_{ij} = M_1M_2(\chi_{ij}^D)^2p^4 +$$
$$+\{(M_1+M_2)\chi_{ij}^D/[c^D\mathrm{th}(l\gamma)]\}p^3 +$$
$$+[(M_1+M_2)\chi_{ij}^D\alpha/\mathrm{th}(l\gamma) +$$
$$+1/(c^D)^2]p^2 + 2\alpha p/c^D + \alpha^2;$$
$$W_{21}(p) = \Xi_2(p)/D_m(p) =$$
$$= g_{mi}[M_1\chi_{ij}^D p^2 + \gamma\,\mathrm{th}(l\gamma/2)]/A_{ij};$$
$$W_{12}(p) = \Xi_1(p)/F_1(p) =$$
$$= -\chi_{ij}^D[M_2\chi_{ij}^D p^2 + \gamma/\mathrm{th}(l\gamma)]/A_{ij};$$
$$W_{13}(p) = \Xi_1(p)/F_2(p) =$$
$$= W_{22}(p) = \Xi_2(p)/F_1(p) =$$
$$= [\chi_{ij}^D\gamma/\mathrm{sh}(l\gamma)]/A_{ij};$$
$$W_{23}(p) = \Xi_2(p)/F_2(p) =$$
$$= -\chi_{ij}^D[M_1\chi_{ij}^D p^2 + \gamma/\mathrm{th}(l\gamma)]/A_{ij}.$$

и систему уравнений для структурно-параметрической модели актюатора для наномехатронных систем при обобщенном пьезоэффекте с управлением по току:

$$\begin{aligned}\Xi_1(p) &= [1/(M_1p^2)]\{-F_1(p) + (1/\chi_{ij}^D)[g_{mi}D_m(p) -\\ &- [\gamma/\mathrm{sh}(l\gamma)][\mathrm{ch}(l\gamma)\Xi_1(p) - \Xi_2(p)]]\};\\ \Xi_2(p) &= [1/(M_2p^2)]\{-F_2(p) + (1/\chi_{ij}^D)[g_{mi}D_m(p) -\\ &- [\gamma/\mathrm{sh}(l\gamma)][\mathrm{ch}(l\gamma)\Xi_2(p) - \Xi_1(p)]]\},\end{aligned} \tag{27}$$

причем $\chi_{ij}^D = s_{ij}^D/S_0$.

Отсюда при обобщенном пьезоэффекте с управлением по току получаем систему

$$\begin{aligned}\Xi_1(p) &= W_{11}(p)D_m(p) +\\ &+ W_{12}(p)F_1(p) + W_{13}(p)F_2(p);\\ \Xi_2(p) &= W_{21}(p)D_m(p) +\\ &+ W_{22}(p)F_1(p) + W_{23}(p)F_2(p)\end{aligned} \tag{28}$$

и матричное уравнение вида

$$\begin{pmatrix}\Xi_1(p)\\ \Xi_2(p)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}W_{11}(p) & W_{12}(p) & W_{13}(p)\\ W_{21}(p) & W_{22}(p) & W_{23}(p)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}D_m(p)\\ F_1(p)\\ F_2(p)\end{pmatrix}, \tag{29}$$

С учетом параметра $\Psi = E, D$ управления и обобщенной рабочей длины $l = (\delta, h, b)$ электроупругого актюатора для наномехатронных систем записываем матричное уравнение в общем виде:

$$\begin{pmatrix}\Xi_1(p)\\ \Xi_2(p)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}W_{11}(p) & W_{12}(p) & W_{13}(p)\\ W_{21}(p) & W_{22}(p) & W_{23}(p)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Psi_m(p)\\ F_1(p)\\ F_2(p)\end{pmatrix} \tag{30}$$

и передаточные функции в общем виде:

$$W_{11}(p) = \Xi_1(p)/E_1(p) =$$
$$= d_{mi}[M_2\chi_{ij}^\Psi p^2 + \gamma\,\mathrm{th}(l\gamma/2)]/A_{ij};$$
$$A_{ij} = M_1M_2(\chi_{ij}^\Psi)^2p^4 +$$
$$+\{(M_1+M_2)\chi_{ij}^\Psi/[c^\Psi\mathrm{th}(l\gamma)]\}p^3 +$$
$$+[(M_1+M_2)\chi_{ij}^\Psi\alpha/\mathrm{th}(l\gamma) +$$
$$+1/(c^\Psi)^2]p^2 + 2\alpha p/c^\Psi + \alpha^2;$$
$$W_{21}(p) = \Xi_2(p)/E_m(p) =$$
$$= d_{mi}[M_1\chi_{ij}^\Psi p^2 + \gamma\,\mathrm{th}(l\gamma/2)]/A_{ij};$$

$$W_{12}(p)=\Xi_1(p)/F_1(p)=$$
$$=-\chi_{ij}^{\Psi}[M_2\chi_{ij}^{\Psi}p^2+\gamma/\mathrm{th}(l\gamma)]/A_{ij};$$
$$W_{13}(p)=\Xi_1(p)/F_2(p)=$$
$$=W_{22}(p)=\Xi_2(p)/F_1(p)=[\chi_{ij}^{\Psi}\gamma/\mathrm{sh}(l\gamma)]/A_{ij};$$
$$W_{23}(p)=\Xi_2(p)/F_2(p)=$$
$$=-\chi_{ij}^{\Psi}[M_1\chi_{ij}^{\Psi}p^2+\gamma/\mathrm{th}(l\gamma)]/A_{ij};$$
$$\chi_{ij}^{\Psi}=s_{ij}^{\Psi}/S_0,\ v_{mi}=\begin{cases}d_{33},d_{31},d_{15}\\ g_{33},g_{31},g_{15}\end{cases},\Psi_m=\begin{cases}E_3,E_1\\ D_3,D\end{cases},$$
$$s_{ij}^{\Psi}=\begin{cases}s_{33}^E,s_{11}^E,s_{55}^E\\ s_{33}^D,s_{11}^D,s_{55}^D\end{cases},c^{\Psi}=\begin{cases}c^E\\ c^D\end{cases},\gamma=\begin{cases}\gamma^E\\ \gamma^D\end{cases}.$$

Следовательно, система уравнений для структурно-параметрической модели и структурной схемы (рис. 2) электроупругого актюатора при обобщенном пьезоэффекте имеет вид

$$\begin{aligned}&\Xi_1(p)=[1/(M_1p^2)]\{-F_1(p)+(1/\chi_{ij}^{\Psi})[d_{mi}\Psi_m(p)-\\&-[\gamma/\mathrm{sh}(l\gamma)][\mathrm{ch}(l\gamma)\Xi_1(p)-\Xi_2(p)]]\};\\&\Xi_2(p)=[1/(M_2p^2)]\{-F_2(p)+(1/\chi_{ij}^{\Psi})[d_{mi}\Psi_m(p)-\\&-[\gamma/\mathrm{sh}(l\gamma)][\mathrm{ch}(l\gamma)\Xi_2(p)-\Xi_1(p)]]\},\end{aligned}\tag{31}$$

причем $\chi_{ij}^{\Psi}=s_{ij}^{\Psi}/S_0$.

Для учета влияния скорости электроупругого актюатора для наномехатронных систем при обобщенном пьезоэфекте за счет возникновения противоэлектродвижущей силы из-за прямого пьезоэффекта структурно-параметрическую модель и параметрическую структурную схему (рис. 2) актюатора дополняем отрицательными обратными связями

$$U_{\dot{\Xi}\alpha}(p)=\frac{d_{mi}S_0R}{\delta s_{ij}}\dot{\Xi}_{\alpha}(p),\ \alpha=1,2.\tag{32}$$

Из выражений (31) получаем для наномехатронных систем передаточные функции электроупругого актюатора, закрепленного одним торцом, в диапазоне частот $0<\omega<0{,}01c^{\Psi}/l$ при $M_2/m\gg 1$, инерционной нагрузке и управлению по напряжению или току в виде

$$W_{21}(p)=\frac{\Xi_2(p)}{E_m(p)}=\frac{d_{mi}l}{(T_{ij}^{\Psi})^2p^2+2T_{ij}^{\Psi}\xi_{ij}^{\Psi}p+1};\tag{33}$$

$$W_{23}(p)=\frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)}=-\frac{1/C_{ij}^{\Psi}}{(T_{ij}^{\Psi})^2p^2+2T_{ij}^{\Psi}\xi i_{ij}^{\Psi}p+1};\tag{34}$$

$$W(p)=\frac{\Xi_2(p)}{U(p)}=\frac{d_{mi}(l/\delta)}{(T_{ij}^{\Psi})^2p^2+2T_{ij}^{\Psi}\xi_{ij}^{\Psi}p+1};\tag{35}$$

$$T_{ij}^{\Psi}=\sqrt{M_2s_{ij}^{\Psi}l/S_0}=\sqrt{M_2/C_{ij}^{\Psi}};$$
$$C_{ij}^{\Psi}=S_0/(s_{ij}^{\Psi}l),\xi_{ij}^{\Psi}=\alpha\delta\sqrt{m/M_2}/3,$$

где $T_{ij}^{\Psi}=T_{ij}^E,T_{ij}^D$, $\xi_{ij}^{\Psi}=\xi_{ij}^E,\xi_{ij}^D$, $C_{ij}^{\Psi}=C_{ij}^E,C_{ij}^D$, $s_{ij}^{\Psi}=s_{ij}^E,s_{ij}^D$ — постоянная времени, коэффициент затухания, жесткость и упругая податливость актюатора в соответствии с $\Psi=E$, D — параметром управления, где E — напряженность электрического поля; D — электрическая индукция.

Соответственно, при управлении электроупругого актюатора, закрепленного одним торцом, при обобщенном пьезоэфекте и питании от источника напряжения с конечным сопротивлением источника записываем для учета изменения упругой податливости и жесткости актюатора выражение для положительной обратной связи по усилию в виде

$$U_F(p)=\frac{k_u(l/\delta)d_{mi}}{C_0}F_2(p),\tag{36}$$

причем при управлении актюатором по току от источника тока с бесконечно большим сопротивлением имеем $k_u|_{R\to\infty}=1$, при управлении актюатором по напряжению от источника напряжения при нулевом сопротивлении источника получаем $k_u|_{R\to 0}=0$.

Для учета противоэлектродвижущей силы из-за прямого пьезоэффекта структурно-параметрическую модель и параметрическую структурную схему электроупругого актюатора, закрепленного одним торцом, для наномехатронных систем при обобщенном пьезоэфекте и питании от источника напряжения с конечным сопротивлением источника дополняем отрицательной обратной связью

$$U_{\dot{\Xi}}(p)=\frac{d_{mi}S_0R}{\delta s_{ij}}\dot{\Xi}_2(p).\tag{37}$$

Рассмотрим для наномехатронных систем параметрические структурные схемы с распределенными и с сосредоточенными параметрами электроупругого актюатора, закрепленного одним торцом при упругоинерционной нагрузке, с управлением по напряжению при конечном сопротивлении источника. Из выражений (13) и (15) для электроупругого актюатора с одним жестко закрепленным торцом при упруго-инерционной нагрузке при $M_1\to\infty$ получаем его параметрическую структурную схему с распределенными параметрами, по-

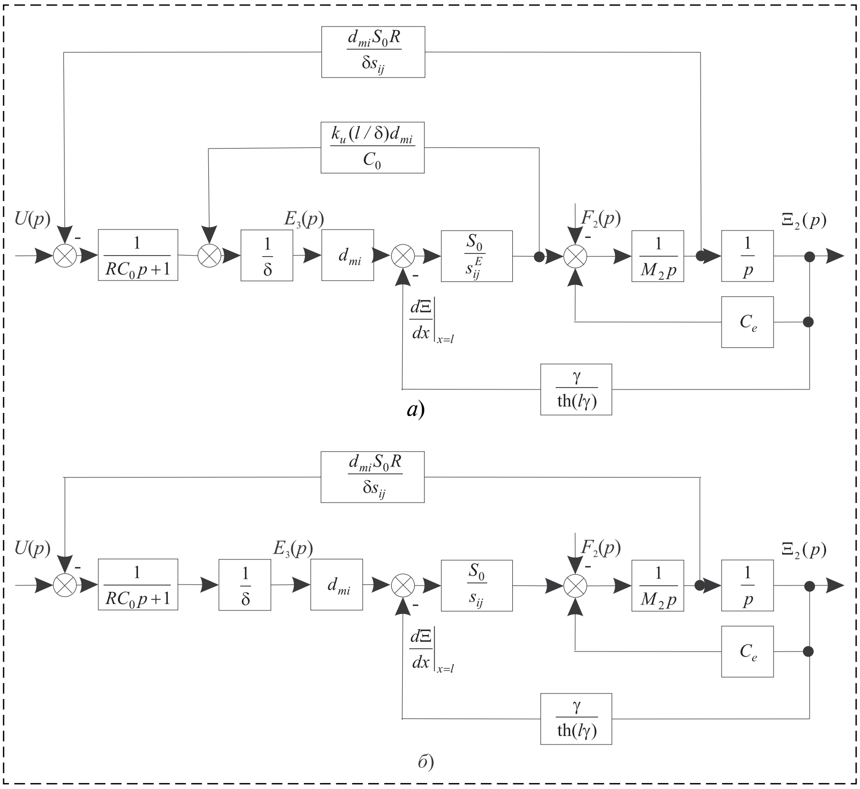


Рис. 3. Параметрическая структурная схема с распределенными параметрами электроупругого актюатора с закрепленным одним торцом при упруго-инерционной нагрузке, с управлением по напряжению при конечном сопротивлении источника:

а — исходная структурная схема; *б* — преобразованная структурная схема

Fig. 3. Parametric structural scheme with distributed parameters of electroelastic actuator, fixed at one end, with elastic-inertial load, with voltage control at finite source resistance:

a — initial structural scheme; *б* — transformed structural diagram

казанную на рис. 3, *а*. После структурных преобразований исходной схемы на рис. 3, *а* с положительной обратной связью по усилию получаем преобразованную структурную схему актюатора на рис. 3, *б* с упругой податливостью $s_{ij} = (1 - k_{mi}^2 k_u) s_{ij}^E$.

После замены гиперболического котангенса двумя членами степенного ряда и использования в схеме (рис. 3, *б*) коэффициента k_d прямого электроупругого эффекта и коэффициента k_r обратного электроупругого эффекта

$$k_d = k_r = \frac{d_{mi}S_0}{\delta s_{ij}} \tag{38}$$

получаем параметрическую структурную схему с сосредоточенными параметрами электроупругого актюатора с одним жестко закрепленным торцом при упруго-инерционной нагрузке при $M_1 \to \infty$ (рис. 4).

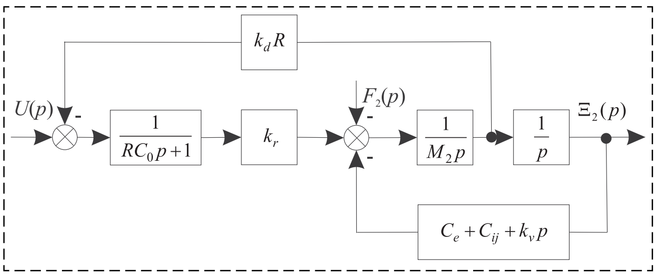


Рис. 4. Параметрическая структурная схема с сосредоточенными параметрами электроупругого актюатора с закрепленным одним торцом при упруго-инерционной нагрузке, с управлением по напряжению при конечном сопротивлении источника

Fig. 4. Parametric structural scheme with lumped parameters of electroelastic actuator, fixed at one end, with an elastic-inertial load, with voltage control at finite source resistanc

Следовательно, для наномехатронных систем получаем параметрическую структурную схему с сосредоточенными параметрами электроупругого актюатора с закрепленным одним торцом при упруго-инерционной нагрузке, показанную на рис. 5, *а*. Из данной структурной схемы с сосредоточенными параметрами для электроупругого актюатора с учетом противоэлектродвижущей силы при упруго-инерционной нагрузке находим передаточную функцию актюатора в виде

$$W(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} =$$

$$= \frac{k_r}{RC_0M_2p^3 + (M_2 + RC_0k_v)p^2 + (k_v + RC_0C_{ij} + RC_0C_e + Rk_rk_d)p + C_{ij} + C_e}, \tag{39}$$

где $C_{ij} = S_0/(s_{ij}l)$ — жесткость актюатора, причем $C_{ij}^E < C_{ij} < C_{ij}^D$, k_v — коэффициент демпфирования электроупругого актюатора.

Из соотношения (39) в статическом режиме работы электроупругого актюатора при упругоинерционной нагрузке (рис. 5, *а*) получаем выражение установившегося перемещения торца актюатора в виде

$$\xi_0 = \frac{d_{mi}(l/\delta)u_0}{1 + C_e/C_{ij}}. \tag{40}$$

После преобразования выражения (38) при $Rk_rk_d \ll k_v$ или $Rk_r^2 \ll k_v$ получаем переда-

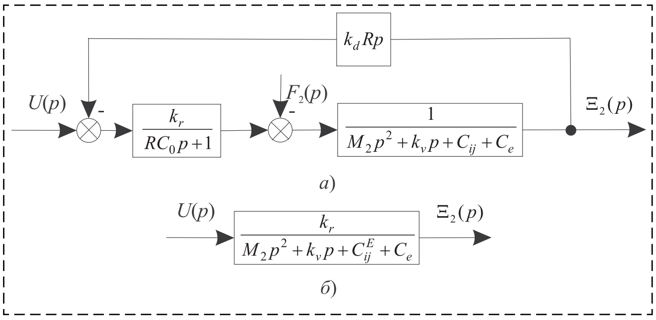


Рис. 5. Структурная схема с сосредоточенными параметрами электроупругого актюатора с закрепленным одним торцом при упруго-инерционной нагрузке, с управлением по напряжению:

а — при конечном сопротивлении источника; *б* — при нулевом сопротивлении источника

Fig. 5. Parametric structural scheme with lumped parameters of electroelastic actuator fixed at one end, with elastic-inertial load, with voltage control:

a — at finite source resistance; *б* — at zero source resistance

точную функцию электроупругого актюатора в виде

$$W(p)=\frac{\Xi_2(p)}{U(p)}=\frac{k_r}{(RC_0p+1)(M_2p^2+k_vp+C_{ij}+C_e)}. \tag{41}$$

Для структурной схемы электроупругого актюатора (рис. 5, *б*) для наномехатронных систем при $R = 0$ определяем следующее выражение для передаточной функции актюатора:

$$W(p)=\frac{\Xi_2(p)}{U(p)}=\frac{k_r}{M_2p^2+k_vp+C_{ij}^E+C_e}=\frac{k_r/(C_{ij}^E+C_e)}{((M_2/(C_{ij}^E+C_e))p^2+(k_v/(C_{ij}^E+C_e))p+1)}, \tag{42}$$

откуда после преобразований получаем передаточную функцию актюатора в виде

$$W(p)=\frac{\Xi_2(p)}{U(p)}=\frac{d_{mi}(l/\delta)}{(1+C_e/C_{ij}^E)(T_t^2p^2+2T_t\xi_tp+1)}; \tag{43}$$

$$T_t=\sqrt{M_2/(C_{ij}^E+C_e)};$$

$$\xi_t=k_v/(2(C_{ij}^E+C_e)\sqrt{M_2(C_{ij}^E+C_e)});$$

$$C_{ij}^E=S_0/(s_{ij}^El)=1/(\chi_{ij}^El).$$

Следовательно, передаточная функция пьезоактюатора при поперечном пьезоэффекте и управлении по напряжению при $R = 0$ имеет вид

$$W(p)=\frac{\Xi_2(p)}{U(p)}=\frac{d_{31}h/\delta}{(1+C_e/C_{11}^E)(T_t^2p^2+2T_t\xi_tp+1)}; \tag{44}$$

$$T_t=\sqrt{M_2/(C_e+C_{11}^E)};$$

$$\xi_t=\alpha h^2C_{11}^E/(3c^E\sqrt{M(C_e+C_{11}^E)});$$

$$C_{11}^E=S_0/(s_{11}^Eh)=1/(\chi_{11}^Eh),$$

где $\Xi_2(p)$, $U(p)$ — преобразования Лапласа перемещения торца и напряжения на обкладках пьезоактюатора; δ — толщина; h — высота пьезоактюатора; T_t, ξ_t — постоянная времени и коэффициент затухания пьезоактюатора.

Из соотношения (43), используя обратное преобразование Лапласа, получаем выражение переходной характеристики пьезоактюатора при поперечном пьезоэффекте и управлении по напряжению

$$\xi(t)=\xi_0\left[1-\frac{\mathbf{e}^{-\frac{\xi_t t}{T_t}}}{\sqrt{1-\xi_t^2}}\sin(\omega_t t+\varphi_t)\right]; \tag{45}$$

$$\xi_0=\frac{d_{31}(h/\delta)u_0}{1+C_e/C_{11}^E};\quad \omega_t=\sqrt{1-\xi_t^2}\Big/T_t;$$

$$\varphi_t=\mathrm{arctg}(\sqrt{1-\xi_t^2}/\xi_t),$$

где ξ_0 — установившееся перемещение; u_0 — амплитуда напряжения.

Для пьезоактюатора из пьезокерамики марки ЦТС при поперечном пьезоэффекте и управлении по напряжению с одним жестко закрепленным торцом при упругоинерционной нагрузке для $M_1 \to \infty$, $m \ll M_2$ и ступенчатом входном напряжении амплитудой $u_0 = 25$ В при $d_{31} = 2\cdot10^{-10}$ м/В, $h/\delta = 20$, $M_2 = 1$ кг, $C_{11}^E = 2\cdot10^7$ Н/м, $C_e = 0{,}5\cdot10^7$ Н/м получаем $\xi_0 = 80$ нм, $T_t = 0{,}2\cdot10^{-3}$ с.

Заключение

В работе определены структурно-параметрические модель и параметрическая структурная схема электроупругого актюатора для наномехатронных систем при обобщенном пьезоэффекте с учетом противоэлектродвижущей силы из-за прямого пьезоэффекта. Получены структурно-параметрические модели электроупругих актюаторов для наномехатронных систем при поперечном, продольном, сдвиговом и обобщенном пьезоэффектах, управлении по напряжению или току.

Структурно-параметрические модели и параметрические структурные схемы с обратными связями для электроупругих актюаторов для наномехатронных систем наглядно отображают преобразование электрической энергии в механическую энергию актюатора. В зависимости от вида управления актюатора по напряжению или току показано изменение его структурно-параметрической модели и параметрической структурной схемы.

Определены максимальные усилия и механические напряжения, которые развивает пьезоактюатор для наномехатронных систем при поперечном, продольном, сдвиговом, обобщенном пьезоэффектах. Найдены упругие податливости и жесткости пьезоактюатора при поперечном, продольном, сдвиговом и обобщенном пьезоэффектах в зависимости от вида управления в наномехатронной системе по напряжению или току. Получены передаточные функции пьезоактюаторов при поперечном, продольном, сдвиговом и обобщенном пьезоэффектах, управлении по напряжению или току.

Список литературы

1. **Schultz J., Ueda J., Asada H.** Cellular Actuators. Oxford: Butterworth-Heinemann Publisher, 2017. 382 p.
2. **Cady W. G.** Piezoelectricity: An introduction to the theory and applications of electromechancial phenomena in crystals. New York, London: McGraw-Hill Book Company, 1946. 806 p.
3. **Afonin S. M.** Structural-parametric model and transfer functions of electroelastic actuator for nano- and microdisplacement. Chapter 9. Editor: Parinov I. A. Piezoelectrics and Nanomaterials: Fundamentals, Developments and Applications. New York: Nova Science Publisher, 2015. P. 225—242.
4. **Никольский А. А.** Точные двухканальные следящие электроприводы с пьезокомпенсаторами. М.: Энергоатомиздат, 1988. 160 с.
5. **Панич А. Е.** Пьезокерамические актюаторы. Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2008. 159 с.
6. **Афонин С. М.** Структурно-параметрическая модель пьезопреобразователя наноперемещений // Доклады академии наук. 2008. Т. 419. № 1. С. 47—53.
7. **Афонин С. М.** Решение матричных уравнений в задачах электроуругости для многослойных актюаторов наноперемещений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 8. С. 39—45.
8. **Mason W.** ed. Physical acoustics: Principles and methods. Vol. 1. Part A. Methods and devices. New York: Academic Press, 1964. 515 p.
9. **Полянин А. Д.** Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 576 с.
10. **Afonin S. M.** A structural-parametric model of electroelastic actuator for nano- and microdisplacement of mechatronic system. Chapter 8. Editors: Bartul Z., Trenor J. Advances in Nanotechnology. Vol. 19. New York: Nova Science Publisher, 2017. P. 259—284.
11. **Афонин С. М.** Параметрические структурные схемы пьезоактюаторов нано- и микроперемещений при продольном пьезоэффекте // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. № 2. С. 112—121.
12. **Афонин С. М.** Многомерные структурно-параметрическая модель и схема многослойного электромагнитоупругого актюатора нано- и микроперемещений // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2014. № 2. С. 95—110.

Structural Schemes and Structural-Parametric Models of Electroelastic Actuators for Nanomechatronics Systems

S. M. Afonin, eduems@mail.ru,

National Research University of Electronic Technology MIET, Moscow, Zelenograd, 124498, Russian Federation

Corresponding author: **Afonin Sergei M.,** Ph. D. Senior Researcher, Associate Professor, National Research University of Electronic Technology MIET, Moscow, Zelenograd, 124498, Russian Federation, e-mail: eduems@mail.ru

Accepted on December 25, 2018

Abstract

The parametric structural schemes, structural-the parametric models and the transfer functions of the electroelastic actuators for the nanomechatronics systems are obtained. The transfer functions of the piezoactuator are determined under the generalized piezoelectric effect. The changes in the elastic compliance and the stiffness of the piezoactuator are found, taking into account the type of control. The decision wave equation and the structural-parametric models of the electroelastic actuators are obtained. Effects of the geometric and physical parameters of the electroelastic actuators and the external load on its static and dynamic characteristics are determined. The parameteric structural schemes for the electroelastic actuators for the nanomechatronics systems are obtained. The transfer functions are determined. For calculation of the automatic control systems for the nanometric movements with the electroelastic actuators are obtained the parametric structural schemes and the transfer functions of actuators. Static and dynamic characteristics of the electroelastic actuators are determined. The application of electroelastic actuators solves problems of the precise matching in microelectronics and nanotechnology, compensation of temperature and gravitational deformations, atmospheric turbulence by wave front correction. By solving the wave equation with allowance for the corresponding equations of the piezoelectric effect, the boundary conditions on loaded working surfaces of the electroelastic actuator, the strains along the coordinate axes, it is possible to construct the structural parametric model of the actuator. The transfer functions and the parametric structural schemes of the electroelastic actuator are obtained from the equations describing the corresponding structural parametric models and taking into account the opposed electromotive force of the electroelastic actuator for the nanomechatronics systems.

Keywords: *parametric structural scheme, electroelastic actuator, piezoactuator, structural-parametric model, transfer function*

For citation:

Afonin S. M. Structural Schemes and Structural-Parametric Models of Electroelastic Actuators for Nanomechanics Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsia, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 4, pp. 219—229.

DOI: 10.17587/mau.20.219-229

References

1. **Schultz J., Ueda J., Asada H.** Cellular Actuators, Oxford, Butterworth-Heinemann Publisher, 2017, 382 p.
2. **Cady W. G.** Piezoelectricity: An introduction to the theory and applications of electromechancial phenomena in crystals, New York, London, McGraw-Hill Book Company, 1946, 806 p.
3. **Afonin S. M.** Structural-parametric model and transfer functions of electroelastic actuator for nano- and microdisplacement, Chapter 9, Parinov I. A. ed., *Piezoelectrics and Nanomaterials: Fundamentals, Developments and Applications*, New York, Nova Science Publisher, 2015, pp. 225—242.
4. **Nikolsky A. A.** *Tochnye dvuhkanal'nye sledjashhie jelektroprivody s p'ezokompensatorami* (Precise two-channel servo drives with piezocompensators), Moscow, Energoatomizdat, 1988, 160 p. (in Russian).
5. **Panich A. E.** *P'ezokeramicheskie aktjuatory* (Piezoceramic actuators.), Rostov-on-Don, Southern Federal University, 2008, 159 p. (in Russian).
6. **Afonin S. M.** Structural parametric model of a piezoelectric nanodisplacement transduser, *Doklady physics,* New York, Pleiades publishing, Inc., Springer, 2008. vol. 53, no. 3, pp. 137—143.
7. **Afonin S. M.** *Reshenie matrichnyh uravnenij v zadachah jelektrourugosti dlja mnogoslojnyh aktjuatorov nanoperemeshhenij* (The solution of matrix equations in problems of electroelasticity for a multilayer actuators nanodisplacement), Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie, 2010, no. 8, pp. 39—45 (in Russian).
8. **Mason W.** ed. Physical acoustics: Principles and methods, vol. 1, part A. Methods and devices, New York, Academic Press, 1964, 515 p.
9. **Polyanin A. D.** *Spravochnik po lineynym uravneniyam matematicheskoy fiziki* (Handbook of linear partial differential equations), Moscow, Fizmatlit, 2001, 576 p. (in Russian).
10. **Afonin S. M.** A structural-parametric model of electroelastic actuator for nano- and microdisplacement of mechatronic system, Chapter 8, Bartul Z., Trenor J. ed., *Advances in Nanotechnology*, vol. 19, New York, Nova Science Publisher, 2017, pp. 259—284.
11. **Afonin S. M.** *Parametricheskie strukturnye shemy p'ezoaktjuatorov nano- i mikroperemeshhenij pri prodol'nom p'ezojeffekte* (Parametric structural schemes of piezoactuators of nano- and micrometric movements at a longitudinal piezoeffect), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 2. pp. 112—121 (in Russian).
12. **Afonin S. M.** Multidimensional structural parametric model and block diagram of multilayer electro- magneto- elastic actuator of nano and micro displacements, *Journal of computer and systems sciences international*, 2014, vol. 53, no. 2, pp. 239—255.

17—19 июня 2019 года в Москве состоится

XIII Всероссийское совещание по проблемам управления,

посвященное 80-летию Института проблем управления имени В. А. Трапезникова РАН

Сопредседатели программного комитета:
академик РАН Е. А. Микрин и член-корреспондент РАН Д. А. Новиков

Цели Совещания

- ознакомить участников с последними достижениями науки и практики управления по разным направлениям исследований и практических разработок;
- выявить основные тенденции и связи между различными направлениями науки об управлении, обсудить сценарные прогнозы их развития;
- выявить в процессе дискуссий проблемы и наиболее перспективные направления теории управления;
- содействовать упрочению связей между представителями различных академических и отраслевых научных центров, вузовской науки и реального сектора экономики;
- обсудить проблемы образования в области управления и задачи, которые ставит перед теорией управления современная практика.

Направления работы Совещания:

❖ Теория систем управления
❖ Управление подвижными объектами и навигация
❖ Интеллектуальные системы в управлении
❖ Управление в промышленности и логистике
❖ Управление системами междисциплинарной природы
❖ Средства измерения, вычислений и контроля в управлении
❖ Системный анализ и принятие решений в задачах управления
❖ Информационные технологии в управлении
❖ Проблемы образования в области управления: современное содержание и технологии обучения

Подробная информация о Совещании находится на сайте
http://vspu2019.ipu.ru

УДК 531.36 DOI: 10.17587/mau.20.230-235

М. В. Ишханян, канд. физ.-мат. наук, доц., m.ishkhanyan@miit-ief.ru,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
"Российский университет транспорта (МИИТ)", г. Москва

Моделирование динамики колесного буера, использующего для перемещения эффект Магнуса

Рассматривается движение ветрового транспортного средства (буера), движущегося под углом к ветру. Подобные аппараты могут представлять интерес для организации перевозок на больших открытых пространствах, где имеется доступ к свободному ветру. В работе построена математическая модель буера с закрепленным на нем ротором Савониуса. Ротор Савониуса представляет собой ветротурбину, ось вращения которой перпендикулярна направлению ветра. При вращении ротора Савониуса формируется сила Магнуса, которая приводит в движение буер. Для описания аэродинамических сил и моментов, действующих на систему, используется квазистационарный подход, при этом коэффициенты сил и моментов аппроксимируются на основе экспериментальных данных. Движение корпуса буера предполагается прямолинейным. Уравнения модели представлены в виде динамической системы второго порядка. Получены условия существования стационарных режимов движения динамической системы, доказана их устойчивость. Описана зависимость скорости стационарного движения от угла, образуемого вектором скорости корпуса и направлением ветра.

Ключевые слова: *буер, ротор Савониуса, эффект Магнуса, замкнутая динамическая модель, установившиеся режимы, устойчивость*

Введение

В последнее время большую актуальность приобретают виды транспорта, использующие экологически чистую энергию. Одним из таких видов транспорта является ветромобиль. Сама идея использования ветра в качестве движущей силы на суше не нова. Первыми прототипами ветромобиля были буеры. В России они появились еще в XVIII веке и применялись в промысловых целях, затем, в период Второй мировой войны, буеры использовались как средства транспорта, разведки и связи [1]. В последнее время возникло новое востребованное направление применения буера — в задачах робототехники [2—4]. На современном этапе ветромобили рассматриваются как концептуальное средство доставки груза в районах с регулярными ветрами.

При конструировании ветромобиля сейчас особое внимание уделяют турбопарусам, главной конструктивной особенностью которых является тот факт, что всегда можно получить движущую силу в нужном направлении, независимо от направления скорости ветра. Впервые идея замены паруса на ротор появилась в начале XX века, когда ученые предложили использовать эффект Магнуса для приведения в движение кораблей [5]. Суть данного эффекта состоит в том, что при движении воздуха через вращающееся тело создается боковое усилие.

Так, в 1922 г. Антон Флеттнер, доказав на практике возможность использования боковой силы, возникающей в результате эффекта Магнуса, получил немецкий патент на "роторное судно" и переоборудовал трехмачтовик "Букау" в роторный корабль [6]. Несмотря на успешное начало, роторные корабли не получили развития и надолго были забыты.

Продолжением идеи роторного судна Флеттнера стал модифицированный Жак-Ивом Кусто турбопарус. Известный исследователь и борец за экологически чистые средства передвижения в апреле 1985 г. спустил на воду судно "Алкиона", оборудованное запатентованными турбопарусами, в работе которых также использовался эффект Магнуса.

В последнее время наблюдается новая волна интереса к использованию силы Магнуса для движения транспортных средств и для выработки электроэнергии [7—9]. Ветрогенераторы оснащаются специальными вращающимися элементами (обычно их несколько), создающими силу Магнуса, и таким образом формируется крутящий момент, вращающий главный вал турбины. Такие механизмы можно разделить на два класса: 1) каждый из вращающихся элементов приводится в движение двигателем (в этом случае двигатель расходует часть энергии, вырабатываемой вращением главного вала); 2) самовращение элементов индуцируется действием ветрового потока. Лучшим примером второго типа вращающихся элементов является ротор Савониуса [10].

Ротор Савониуса представляет собой ветротурбину, ось вращения которой перпендикулярна направлению ветра. В классическом варианте, предложенном Сигурдом Савониусом, турбина состоит из двух одинаковых полуцилиндрических лопастей, прикрепленных к общей оси, параллельной образующим цилиндра. Характерной особенностью ротора Савониуса является то, что несмотря на сравнительную невысокую вырабатываемую мощность, создаваемый ротором крутящий момент достаточно велик, что позволяет эффективно использовать его в качестве силового привода. Этим объясняется интерес к разработке и исследованию систем, использующих ротор Савониуса и его модификации [11—15].

В настоящем исследовании модель буера [16] расширена до системы, в которой парус заменяется на ротор Савониуса, и рассматривается движение ветрового транспортного средства, движущегося под углом к ветру. Получены условия существования стационарных режимов движения и исследована их устойчивость.

1. Описание механической системы

Рассмотрим буер с закрепленным на нем ротором Савониуса (рис. 1). Буер находится в стационарном потоке воздуха, имеющем скорость **V**. Устройство состоит из тележки массой m, которая может совершать прямолинейное поступательное движение с переменной скоростью, и ротора Савониуса (S-ротора), прикрепленного к тележке (массой колес тележки пренебрегаем). Пусть тележка движется вдоль оси Oz, причем вектор скорости воздушного потока **V** составляет угол φ с данной осью. Ротор Савониуса, установленный на тележке, может совершать вращательные движения вокруг вертикальной оси Ox. Обозначим J — момент инерции S-ротора относительно оси Ox. Рассматриваемая система имеет две степени свободы. Пусть U — мгновенная скорость движения центра масс тележки, Ω_x — угловая скорость вращения S-ротора вокруг оси Ox. Тогда текущее кинематическое состояние буера полностью описывается значениями переменных U и Ω_x.

Рис. 1. Схема буера и аэродинамические силы
Fig. 1. The scheme of the land boat and aerodynamic forces

Будем считать, что аэродинамическое воздействие на S-ротор описывается аэродинамическим моментом T_x относительно оси Ox и силами **D** и **L**, приложенными в некоторой точке C (центре давления), лежащей на оси Ox. Здесь **D** — сила лобового сопротивления, направленная противоположно вектору воздушной скорости $\mathbf{V}_C$ точки C; **L** — боковая сила, включающая в себя силу Магнуса; вектор **L** направлен ортогонально вектору воздушной скорости точки C. Аэродинамическое воздействие на ротор описывается на базе квазистационарного подхода, предполагающего зависимость аэродинамических сил и моментов от мгновенной воздушной скорости центра давления [17—19]. Аэродинамическим воздействием на корпус тележки пренебрегаем.

Уравнения движения системы в форме уравнений Лагранжа второго рода имеют следующий вид:

$$\begin{cases} m\dfrac{dU}{dt} = \dfrac{1}{\sqrt{(U - V\cos\varphi)^2 + (V\sin\varphi)^2}} \times \\ \times(-D(U - V\cos\varphi) + LV\sin\varphi); \\ J\dfrac{d\Omega_x}{dt} = T_x. \end{cases}$$

Здесь $T_x = \frac{1}{2}\rho S V_C^2 b C_T(\lambda)$; $L = \frac{1}{2}\rho S V_C^2 C_L(\lambda)$; $D = \frac{1}{2}\rho S V_C^2 C_D(\lambda)$; $\lambda = \frac{b\Omega_x}{V_C}$; ρ — плотность воздуха; S — характерная площадь S-ротора; b — радиус S-ротора.

Функции $C_T(\lambda)$, $C_L(\lambda)$, $C_D(\lambda)$ — безразмерные коэффициенты момента T_x, силы **D** лобового сопротивления и боковой силы **L** соответственно. Данные функции строятся по результатам экспериментов. В настоящей работе эти функции интерполированы по экспериментальным данным для ротора Савониуса [20], получены следующие зависимости:

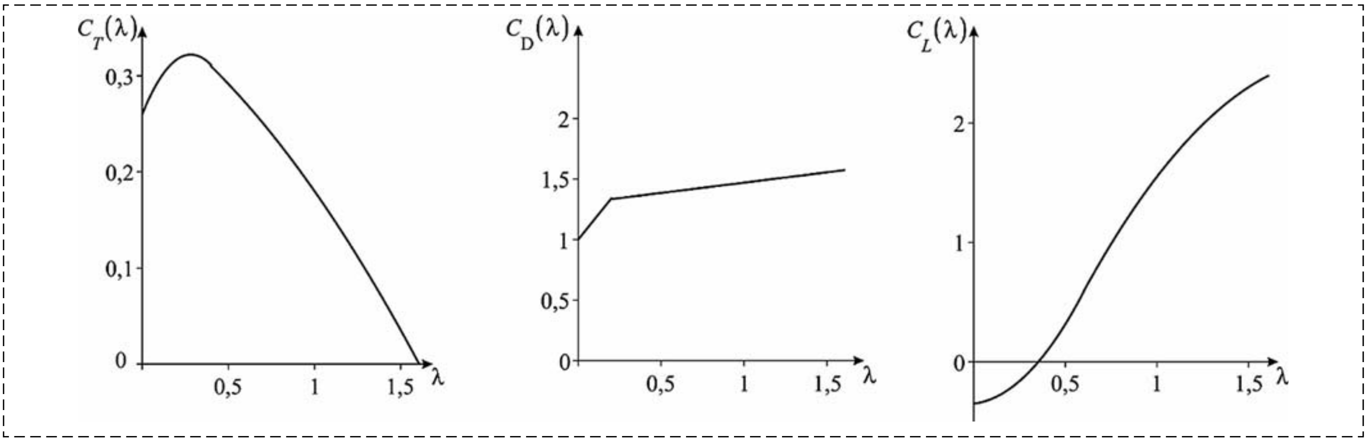


Рис. 2. Графики аэродинамических коэффициентов $C_T(\lambda)$, $C_L(\lambda)$, $C_D(\lambda)$ для ротора Савониуса
Fig. 2. Aerodynamic coefficients $C_T(\lambda)$, $C_L(\lambda)$, $C_D(\lambda)$ for the Savonius rotor

$$C_T(\lambda) = \begin{cases} 0,78\lambda^2 + 0,44\lambda + 0,26 \text{ при } \lambda \in [0;0,4]; \\ -0,066\lambda^2 - 0,124\lambda + 0,37 \text{ при } \lambda(0,4;1,61]; \end{cases}$$

$$C_D(\lambda) = \begin{cases} 1,7\lambda + 1 \text{ при } \lambda \in [0;0,2]; \\ 0,17\lambda + 1,3 \text{ при } \lambda \in (0,2;1,61]; \end{cases}$$

$$C_L(\lambda) = \begin{cases} 2,3\lambda^2 + 0,18\lambda - 0,35 \text{ при } \lambda \in [0;0,6]; \\ -\lambda^2 + 4\lambda - 1,45 \text{ при } \lambda \in (0,6;1,61]. \end{cases}$$

Графики данных функций приведены на рис. 2.

Далее, проводя процедуру обезразмеривания, получаем уравнения движения в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{u} = a\sqrt{\sin^2\varphi + (u - \cos\varphi)^2} \times \\ \times(-(u - \cos\varphi)C_D(\lambda) + C_L(\lambda)\sin\varphi); \\ \dot{\omega}_x = (\sin^2\varphi + (u - \cos\varphi)^2)C_T(\lambda); \end{cases} \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{\omega_x}{\sqrt{\sin^2\varphi + (u - \cos\varphi)^2}}, \; a = \frac{J}{mb^2} > 0.$$

Здесь точка обозначает производную по безразмерному времени $\tau = 0,5\rho Sb^2 Vt/J$; переменные $\omega_x = b\Omega_x/V$, $u = U/V$ — безразмерные угловая скорость S-ротора и мгновенная скорость тележки соответственно.

Установившемуся режиму движения буера соответствует устойчивая неподвижная точка уравнений (1).

Неподвижная точка $(\omega_x^*; u^*)$ системы (1) удовлетворяет следующей системе алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \omega_x^* = \lambda_0\sqrt{\sin^2\varphi + (u^* - \cos\varphi)^2}, \; C_T(\lambda_0) = 0; \\ (u^* - \cos\varphi)C_D(\lambda_0) - C_L(\lambda_0)\sin\varphi = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь значение $\lambda = \lambda_0$, соответствующее стационарному движению системы, определяется корнем функции $C_T(\lambda)$.

Из второго уравнения системы (2) получаем единственное значение скорости u, обеспечивающее существование неподвижной точки с заданным λ_0:

$$u^* = \frac{C_D(\lambda_0)\cos\varphi + C_L(\lambda_0)\sin\varphi}{C_D(\lambda_0)}.$$

На рис. 3 представлены значения скорости u^* в зависимости от различных значений угла φ.

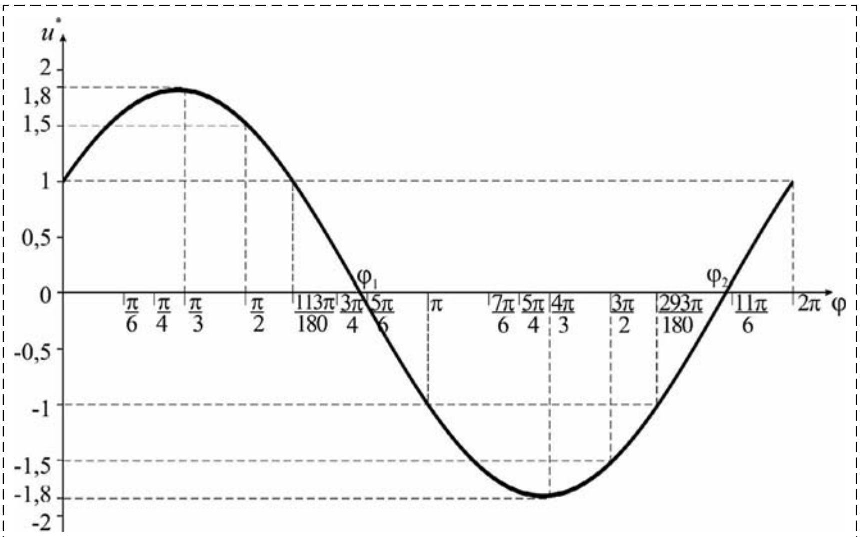


Рис. 3. График стационарной безразмерной скорости буера u в зависимости от значений угла φ
Fig. 3. Dimensionless steady speed u of the land boat depending on the angle φ

Устойчивость стационарных режимов движения системы

В случае, когда система (2) имеет решение, достаточные условия асимптотической устойчивости неподвижной точки выглядят следующим образом (получены с использованием критерия Гурвица):

$$\begin{cases}\Delta_1 > 0;\\ \Delta_2 > 0,\end{cases}$$

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= -a(-C_D(\lambda_0) + C'_D(\lambda_0)\lambda_0)\cos^2\varphi +\\ &+ (-4aC_D(\lambda_0)u^* - a(-C_L(\lambda_0) + C'_L(\lambda_0)\lambda_0)\sin\varphi +\\ &+ 2u^*(-C'_T(\lambda_0) + aC'_D(\lambda_0)\lambda_0)\cos\varphi +\\ &+ a(2(u^*)^2+1)C_D(\lambda_0) + au^*(-C_L(\lambda_0) +\\ &+ C'_L(\lambda_0)\lambda_0)\sin\varphi - aC'_D(\lambda_0)\lambda_0(u^*)^2 -\\ &- C'_T(\lambda_0)((u^*)^2+1);\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta_2 &= -2aC'_T(\lambda_0)\left(\frac{1}{2}C_D(\lambda_0)\sin^2\varphi +\right.\\ &\left. + C_D(\lambda_0)(u^* - \cos\varphi)^2 - \frac{1}{2}C_L(\lambda_0)(u^* - \cos\varphi)\sin\varphi\right).\end{aligned}$$

Здесь $C'_T(\lambda_0) = \left.\frac{dC_T}{d\lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}$, $C'_D(\lambda_0) = \left.\frac{dC_D}{d\lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}$, $C'_L(\lambda_0) = \left.\frac{dC_L}{d\lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0}$.

Если или $\Delta_1 < 0$, или $\Delta_2 < 0$, то соответствующая неподвижная точка неустойчива.

Из качественных свойств аэродинамических коэффициентов следует, что $C'_T(\lambda_0) < 0$, $C'_L(\lambda_0) > 0$, $C'_D(\lambda_0) > 0$, $C_D(\lambda_0) > 0$. Принимая во внимание, что на стационарном режиме $(u^* - \cos\varphi)C_D(\lambda_0) = C_L(\lambda_0)\sin\varphi$, выражение Δ_2 можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}\Delta_2 &= -2aC'_T(\lambda_0)\left(\frac{1}{2}C_D(\lambda_0)\sin^2\varphi +\right.\\ &\left. + C_D(\lambda_0)(u^* - \cos\varphi)^2 - \frac{1}{2}C_D(\lambda_0)(u^* - \cos\varphi)^2\right) =\\ &= -aC'_T(\lambda_0)C_D(\lambda_0)((u^* - \cos\varphi)^2 + \sin^2\varphi).\end{aligned}$$

Таким образом, $\Delta_2 > 0$ при $\varphi \neq 0$ и $\varphi \neq \pi$; $\Delta_2 = 0$ при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$.

Рассмотрим выражение Δ_1. Аналогично, принимая во внимание, что $(u^* - \cos\varphi)C_D(\lambda_0) = C_L(\lambda_0)\sin\varphi$, получаем

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= aC_D(\lambda_0)\sin^2\varphi +\\ &+ a(C_D(\lambda_0) - C'_D(\lambda_0)\lambda_0)(u^* - \cos\varphi)^2 +\\ &+ aC'_L(\lambda_0)\lambda_0(u^* - \cos\varphi)\sin\varphi -\\ &- C'_T(\lambda_0)(\sin^2\varphi + (u^* - \cos\varphi)^2).\end{aligned}$$

В случае если $C_D(\lambda_0) > C'_D(\lambda_0)\lambda_0$, получаем, что $\Delta_1 > 0$. В силу качественных свойств функции $C_D(\lambda)$ выполнены следующие неравенства: $C_D(0) > 0$, и величина $C'_D(\lambda_0)$ меньше, чем среднее (по λ) значение производной $dC_D(\lambda)/d\lambda$ на интервале $\lambda \in (0, \lambda_0)$. Из этого, в частности, следует, что выполнено неравенство: $C_D(\lambda_0) > C_D(0) + \lambda_0 C'_D(\lambda_0) > \lambda_0 C'_D(\lambda_0)$. Следовательно, $\Delta_1 > 0$ при $\varphi \neq 0$ и $\varphi \neq \pi$; $\Delta_1 = 0$ при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$.

Таким образом, неподвижная точка системы (1) асимптотически устойчива при $\varphi \neq 0$ и $\varphi \neq \pi$.

Рассмотрев систему (1) при $\varphi = \pi$, легко показать, что стационарное движение также является асимптотически устойчивым.

3. Обсуждение результатов

Остановимся более подробно на графике зависимости $u(\varphi)$ (рис. 3). Видно, что когда скорость буера u образует с направлением ветра угол $\varphi = \varphi_1 \approx \frac{49\pi}{60}$ или $\varphi = \varphi_2 \approx \frac{109\pi}{60}$ (курс бакштаг полный), буер не может начать движение, при этом ротор будет вращаться с угловой скоростью $\omega_x^* = \lambda_0$. При любом значении угла $0 < \varphi < \varphi_1$ и $\varphi_2 < \varphi < 2\pi$ тележка на стационарном режиме движется вправо вдоль оси z, при $\varphi_1 < \varphi < \varphi_2$ — влево. Максимальная скорость буера достигается при $\varphi = \frac{\pi}{3}$ и $\varphi = \frac{4\pi}{3}$ (курс бейдевинд крутой) и превышает скорость ветра в 1,8 раза. При $\varphi = \frac{\pi}{2}$ и $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ (курс галфвинд) буер на стационарном режиме движется со скоростью в 1,5 раза больше, чем скорость ветра.

Особым является случай $\varphi = 0$ (курс левентик), при котором скорость ветра направлена вдоль линии движения тележки. В данном случае скорость тележки $u = 1$ и выбранная модель аэродинамических сил и моментов не применима. Однако из более общих соображений понятно, что ротор (даже если он вращался) остановится: присутствует тормозящий аэродинамический момент. Невращающийся ротор будет играть роль паруса. Таким образом, следует ожидать, что в том случае, если скорость ветра параллельна прямой, вдоль которой может двигаться буер, то система выйдет на режим, в котором буер едет по ветру со скоростью, примерно равной скорости ветра (потери на трение мы не учитываем), а ротор не вращается.

Следует отметить, что полученная максимальная скорость стационарного движения тележки, оснащенной S-ротором, оказалась ниже, чем для классического парусного буера [2, 16]. Однако при использовании ротора Савониуса можно ожидать более широкий диапазон рабочих скоростей ветра, поскольку известным преимуществом таких роторов является возможность эффективного функционирования при скорости ветра от 2 м/с.

Заключение

В работе проведено исследование математической модели буера с ротором Савониуса. Получены стационарные режимы движения динамической системы, доказана их устойчивость. Описана зависимость скорости стационарного движения от угла, образуемого вектором скорости корпуса и направлением ветра. В частности, показано, что при движении по прямой максимальная скорость буера будет достигаться на курсе бейдевинд крутой, что соответствует рекомендациям выставления паруса, известным в морской навигации [1].

Список литературы

1. **Коровельский Д. Н.** Буерный спорт. М.: Физкультура и спорт, 1968. 86 с.
2. **Глазкова Л. В., Павловский В. Е., Панченко А. В.** Динамика, моделирование и управление колесным робобуером // Нелинейная динамика. 2012. Т. 8, № 4. С. 679—687.
3. **Павловский В. Е., Шамин А. Ю.** Динамическая модель и оптимальное управление движением робота-буера // Известия ВолгГТУ. 2013. Т.19, № 24. С. 61—70.
4. **Павловский В. Е., Шамин А. Ю.** Динамически оптимальное управление роботом-буером с различной формой паруса // Экстремальная робототехника. 2017. № 1. С. 250—256.
5. **Прандтль Л.** Эффект Магнуса и ветряной корабль // Успехи физических наук. 1925. T.V, Вып. 1—2. С. 1—27.
6. **Flettner A.** Aerodynamical investigations of ship propulsion // Journal of the American Society for Naval Engineers. 1925. Vol. 37, N. 1. P. 149—153.
7. **Luo D., Huang D., Wu G.** Analytical solution on Magnus wind turbine power performance based on the blade element momentum theory // Journal of Renewable and Sustainable Energy. 2011. N. 3. P. 033104.
8. **Nuttall P., & Kaitu'u J.** The Magnus Effect and the Flettner Rotor: potential application for future Oceanic Shipping // The Journal of Pacific Studies. 2016. Vol. 36, N. 2. P. 161—182.
9. **Jamieson P.** Innovation in wind turbine design. John Wiley & Sons, 2018.
10. **Savonius S. J.** Rotor adapted to be driven by wind or flowing water. U. S. Patent No. 1697574 A, 1929.
11. **Tartuferi M., D'Alessandro V., Montelpare S., Ricci R.** Enhancement of Savonius wind rotor aerodynamic performance: a computational study of new blade shapes and curtain systems // Energy. 2015. Vol. 79, P. 371—384.
12. **Roy S., Saha U. K.** Wind tunnel experiments of a newly developed two-bladed Savonius-style wind turbine. Applied Energy. 2015. Vol. 137. P. 117—125.
13. **Klimina L., Masterova A., Selyutskiy Yu., Hwang Sh.-Sh., Lin Ch.-H.** On dynamics of a Savonius rotor-based wind power generator // Proceedings of 14th Conference on Dynamical Systems. Theory and Applications (DSTA 2017). The Technical University of Lodz (Poland). 2017. Vol. 3. P. 275—284.
14. **Ishkhanyan M. V., Klimina L. A., Privalova O. G.** Autorotation motions of a turbine coursed by the Magnus effect. AIP Conference Proceedings. 2018. Vol. 1959. P. 030010.
15. **Mao Z., Bai J.** Numerical investigation of a small water turbine used for the power supply of underwater vehicles // Advances in Mechanical Engineering. 2018. Vol. 10, N. 6. P. 1687814018783654.
16. **Досаев М. З., Кобрин А. И., Локшин Б. Я., Самсонов В. А., Селюцкий Ю. Д.** Конструктивная теория МВЭУ. Учеб. пособие в двух частях. Часть I (Главы I-II). М.: Изд-во Московского университета, 2007. 76 с.
17. **Dosaev M. Z., Samsonov V. A., Seliutski Y. D.** On the dynamics of a small-scale wind power generator // Doklady Physics. 2007. Vol. 52, N. 9. P. 493—495.
18. **Досаев М. З., Линь Ч.-Х., Лю В.-Л., Самсонов В. А., Селюцкий Ю. Д.** Качественный анализ стационарных режимов малых ветровых электростанций // Прикладная математика и механика. 2009. Т. 73, № 3. С. 368—374.
19. **Samsonov V. A., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D.** Methods of qualitative analysis in the problem of rigid body motion in medium // International journal of bifurcation and chaos. 2011. Vol. 21, Iss. 10. P. 2955-2961.
20. **Bach V. G.** Untersuchungen über Savonius-Rotoren und verwandte Strömungsmaschinen // Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A. 1931. Vol. 2, Iss. 6. P. 218—231.

Modeling of Dynamics of Land Boat Based on the Magnus Effect

M. V. Ishkhanyan, m.ishkhanyan@miit-ief.ru,
Federal State Institution of Higher Education "Russian University of Transport",
Moscow, 127994, Russian Federation

Corresponding author: **Ishkhanyan Margarita V.**, Ph. D., Assistant Professor,
Federal State Institution of Higher Education "Russian University of Transport",
Moscow, 127994, Russian Federation, e-mail: m.ishkhanyan@miit-ief.ru

Accepted on December 03, 2018

Abstract

The motion of a wind powered land boat is studied. It is supposed that the land boat moves along a straight line in a steady horizontal wind flow. The axis of rotation of the Savonius rotor is vertical. The rotation of the Savonius rotors induces the Magnus force that maintains the motion of the load boat. Such vehicles can be used to perform transportation in large open areas, where there is an access to free wind. In this paper, the mathematical model of the land boat driven by the Savonius rotor is constructed. The quasi-steady approach is used to describe the aerodynamic action upon the system. Corresponding aerodynamic coefficients are approximated basing on experimental data. The angle between the wind velocity and the velocity of the boat is a varied parameter of the model. The equations of the model are presented as a dynamic system of the second order. The conditions of existence and stability of stationary modes of the dynamic system motion are obtained. It is described how the boat speed at steady motion depends upon the angle formed by the velocity of the boat and direction of the wind. In particular, it is shown that the maximum of the boat speed is achieved on the close-hauled course, that corresponds to the recommendations of the sail settings known in sea navigation.

Keywords: *land boat, Savonius rotor, Magnus effect, closed dynamic model, steady-state regimes, stability*

For citation:

Ishkhanyan M. V. Modeling of Dynamics of Land Boat Based on the Magnus Effect, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 4, pp. 230—235.

DOI: 10.17587/mau.20.230-235

References

1. **Korovelsky D. N.** *Buernyj sport* (Boating sport), Moscow, Fizkul'tura i sport, 1968, 86 p. (in Russian).
2. **Glazkova L. V., Pavlovsky V. E., Panchenko A. V.** *Dinamika, modelirovanie i upravlenie kolesnym robobuerom* (Dynamics, simulation and control of a wheeled robotic glider), *Nelinejnaya Dinamika*, 2012, vol. 8, no. 4, pp. 679—687 (in Russian).
3. **Pavlovsky V. E., Shamin A. Yu.** *Dinamicheskaya model' i optimal'noe upravlenie dvizheniem robota-buera* (The dynamic model and optimal control of the motion of the robot-yacht), *Izvestia VSTU*, 2013, vol.19, no. 24, pp. 61—70 (in Russian).
4. **Pavlovsky V. E., Shamin A. Yu.** *Dinamicheski optimal'noe upravlenie robotom-buerom s razlichnoj formoj parusa* (The dynamic model and optimal control of the motion of the robot-yacht with different forms of the sail). *Extreme Robotics*, 2017, vol. 1, pp. 250—256 (in Russian).
5. **Prandtl L.** *Effekt Magnusa i vetryanoj korabl'* (Magnus effect and wind ship), *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, 1925, vol. V. Iss. 1—2, pp. 1—27 (in Russian).
6. **Flettner A.** Aerodynamical investigations of ship propulsion, *Journal of the American Society for Naval Engineers*, 1925, vol. 37, no. 1, pp. 149—153.
7. **Lu, D., Huang D., Wu G.** Analytical solution on Magnus wind turbine power performance based on the blade element momentum theory, *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, 2011, no. 3, pp. 033104.
8. **Nuttall P., Kaitu'u J.** The Magnus Effect and the Flettner Rotor: potential application for future Oceanic Shipping, *The Journal of Pacific Studies*, 2016, vol. 36, no. 2, pp. 161—182.
9. **Jamieson P.** Innovation in wind turbine design, *John Wiley & Sons*, 2018.
10. **Savonius S. J.** Rotor adapted to be driven by wind or flowing water, U. S. Patent No. 1697574 A, 1929.
11. **Tartuferi M., D'Alessandro V., Montelpare S., Ricci R.** Enhancement of Savonius wind rotor aerodynamic performance: a computational study of new blade shapes and curtain systems, *Energy*, 2015, vol. 79, pp. 371—384.
12. **Roy S., Saha U. K.** Wind tunnel experiments of a newly developed two-bladed Savonius-style wind turbine, *Applied Energy*, 2015, vol. 137, pp. 117—125.
13. **Klimina L., Masterova A., Selyutskiy Yu., Hwang Sh.-Sh., Lin Ch.-H.** On dynamics of a Savonius rotor-based wind power generator, *Proceedings of 14th Conference on Dynamical Systems, Theory and Applications (DSTA 2017)*, The Technical University of Lodz (Poland), 2017, vol. 3, pp. 275—284.
14. **Ishkhanyan M. V., Klimina L. A., Privalova O. G.** Autorotation motions of a turbine coursed by the Magnus effect, *AIP Conference Proceedings*, 2018, vol. 1959, pp. 030010.
15. **Mao Z., Bai J.** Numerical investigation of a small water turbine used for the power supply of underwater vehicles, *Advances in Mechanical Engineering*, 2018, vol. 10, no. 6, pp. 1687814018783654.
16. **Dosaev M. Z., Kobrin A. I., Lokshin B. Ya., Samsonov V. A., Selyutsky Yu. D.** *Konstruktivnaya Teoriya MVEHU. Chast' 1. Glavy I-II.* (Constructive Theory of Small-Scale Wind Power Generators. Part I. Chapters I-II), Moscow, Izdatel'stvo *Moskovskogo Universiteta,* 2007, 76 p. (in Russian).
17. **Dosaev M. Z., Samsonov V. A., Seliutski Y. D.** On the dynamics of a small-scale wind power generator, *Doklady Physics*, 2007, vol. 52, no. 9, pp. 493—495.
18. **Dosaev M. Z., Lin Ch.-H., Lu W.-L., Samsonov V. A., Selyutskii Yu. D.** *Kachestvennyj analiz stacionarnyh rezhimov malyh vetrovyh ehlektrostancij* (A qualitative analysis of the steady modes of operation of small wind power generators), *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2009, vol. 73, no. 3, pp. 259—263 (in Russian).
19. **Samsonov V. A., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D.** Methods of qualitative analysis in the problem of rigid body motion in medium, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2011, vol. 21, iss. 10, pp. 2955—2961.
20. **Bach V. G.** Untersuchungen über Savonius-Rotoren und verwandte Strömungsmaschinen, *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A*, 1931, vol. 2, iss. 6, pp. 218—231.

УДК 621.865 DOI: 10.17587/mau.20.236-243

С. Ф. Яцун, зав. кафедрой, newteormeh@inbox.ru, **Л. Ю. Ворочаева,** доц., mila180888@yandex.ru,
Юго-Западный государственный университет, г. Курск,
С. И. Савин, ст. науч. сотр., s.savin@innopolis.ru,
Университет Иннополис, г. Иннополис

Исследование вопросов управления ориентацией колесного прыгающего робота в полете[1]

Работа посвящена исследованию поведения в полете прыгающего робота, состоящего из корпуса, оснащенного колесной платформой, и разгонного модуля, установленного внутри корпуса и позволяющего устройству разгоняться под заданным углом к горизонту до необходимой скорости отрыва от поверхности. Целью проводимого в рамках работы исследования является разработка системы управления колесами устройства, обеспечивающей их вращение в полете для достижения роботом к моменту приземления заданной ориентации, позволяющей ему приземлиться одновременно на передние и задние колеса без опрокидывания. Рассматривается отрыв и приземление на опорную поверхность, описываемую кусочно-линейной функцией, определенной на двух интервалах. На каждом из интервалов эта функция может быть горизонтальной или наклонной. В работе выделены четыре типа поверхностей в зависимости от диапазонов углов их наклона к горизонту; еще одним варьируемым критерием выступает расположение упомянутых выше интервалов — расстояние, на котором линейные поверхности приземления и посадки "сшиваются" (соединяются) между собой. Для проведения исследований разработана кинематическая модель прыгающего робота и динамическая модель его полета, а также предложена система управления, обеспечивающая построение траекторий полета робота в конфигурационном пространстве для осуществления приземления в заданное конечное положение с некоторой точностью и требуемой точностью и заданной ориентацией. Данная проблема решается средствами численной оптимизации и сформулирована как задача квадратичного программирования. В результате численного моделирования установлено влияние трех параметров поверхностей (двух углов наклона и расстояния "сшивки") на время полета робота, угловые скорости вращения колес и обеспечивающие их управляющие моменты приводов при использовании предложенного подхода к управлению устройством. Также выявлено влияние ранее указанных параметров на максимальные и минимальные значения угловых скоростей колес и моментов приводов, достигаемые в процессе движения робота, что может быть использовано при проектировании опытного образца прыгающего робота для задания требований к приводам колесной платформы.

Ключевые слова: *колесный прыгающий робот, управляемый полет, управление ориентацией, типы поверхностей*

Введение

Прыгающие роботы представляют собой особый класс механизмов, предназначенных для движения по неровной и пересеченной местности с препятствиями, где роботы других типов (колесные, гусеничные, шагающие, ползающие) перемещаться не могут или же могут двигаться с очень малыми скоростями в обход препятствий, что нерационально. Однако к недостаткам данных устройств можно отнести тот факт, что полет большинства из них является неуправляемым, его характеристики (высота и дальность прыжка, а также ориентация робота в полете) зависят от направления вектора скорости отрыва устройства от поверхности и значения скорости, а также от наличия угловой скорости при отрыве, что приводит к нежелательному вращению робота в полете и его опрокидыванию при приземлении [1—3].

В ряде роботов для решения задачи управления полетом используются относительные движения звеньев в полете для изменения положения центра масс объекта и создания моментов, препятствующих повороту робота [4, 5]. Другой вариант предотвращения закручивания устройства — раскрытие в полете крыльев и переход в режим планирования [6, 7].

В данной работе рассматривается управление ориентацией прыгающего робота во время полета в целях обеспечения его приземления на требуемую поверхность без опрокидывания. Для этого конструкция робота оснащена колесной платформой, вращение колес которой не будет приводить к изменению положения центра масс устройства, а будет обеспечивать поворот устройства в полете на требуемый угол для одновременного приземления на передние и задние колеса.

Математическая модель прыгающего робота

Расчетная схема робота

Будем рассматривать прыгающего робота, расчетная схема которого приведена на рис. 1.

[1]Работа выполнена в рамках проекта РФФИ № 18-31-00075.

Устройство состоит из корпуса (звено *4*), оснащенного колесной платформой (звенья *5* и *6*) и разгонным модулем (звенья *1—3*) [8, 9].

Колесная платформа позволяет роботу позиционироваться перед препятствиями для осуществления прыжков. Она включает в себя четыре колеса (на рис. 1 показаны только два из них), которые установлены в шарнирах *10* и *11* с возможностью вращения с угловыми скоростями $\dot{\varphi}_5$ и $\dot{\varphi}_6$ относительно корпуса за счет моментов M_{45} и M_{46}, генерируемых приводами. Разгонный модуль обеспечивает разгон устройства и его отрыв от поверхности с начальной скоростью υ_C^0, направленной под углом θ_C^0 к горизонту. Данный модуль образован тремя звеньями, два из них (звенья *2* и *3*) образуют поступательную пару *8*, за счет силы F_{23} которой осуществляется непосредственно разгон робота, а два других (звенья *1* и *2*) образуют вращательную пару *7*, посредством момента M_{21} которой звено *1* поворачивается для увеличения площади контакта с поверхностью при разгоне и повышения устойчивости робота до отрыва от поверхности. Разгонный модуль установлен в корпусе с возможностью поворота с помощью момента M_{43} привода, расположенного в шарнире *9*. Отметим, что на рис. 1 показаны только те моменты и силы, которые действуют на звенья устройства во время полета.

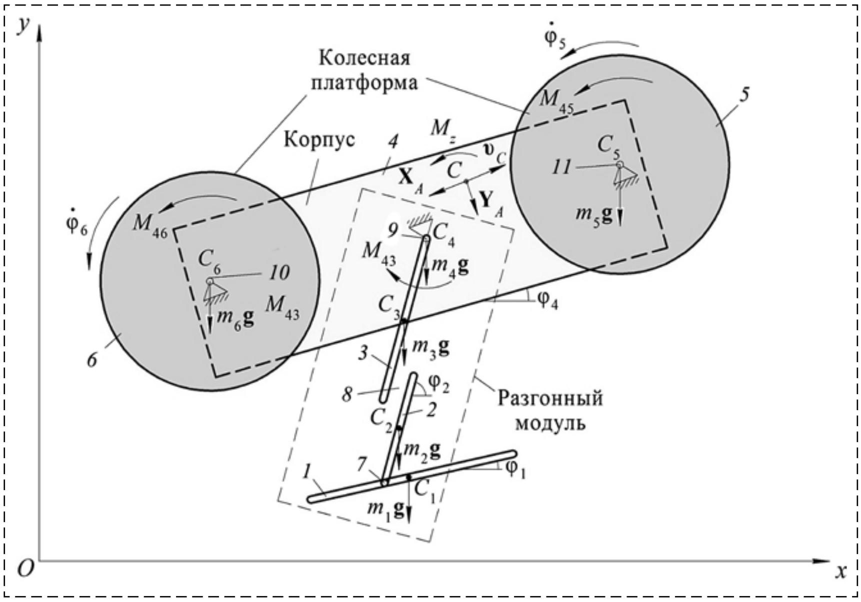


Рис. 1. Расчетная схема прыгающего робота в полете
Fig. 1. Diagram of the jumping robot in the flight phase

Прыжок робота происходит в вертикальной плоскости *Oxy*, ось *Oy* которой направлена противоположно действию гравитационного поля. Для разработки математической модели робота введем следующие допущения. Будем считать, что все звенья являются абсолютно твердыми телами, звенья разгонного модуля — стержни с длинами l_i, корпус — прямоугольник с размерами $l_4 \times h_4$, а колеса — диски с радиусом *R*. Все звенья имеют массу m_i, центры масс — точки C_i — являются одновременно центрами симметрии звеньев, причем массы звеньев разгонного модуля существенно меньше, чем массы корпуса и колес, так как эти звенья не испытывают ударных нагрузок во время разгона и приземления. Углы поворота φ_i всех звеньев отсчитываются против часовой стрелки относительно оси *Ox*, длина поступательной пары *8* — k_{23} — возрастает по мере ее удлинения. Обобщенными координатами являются координаты центра масс корпуса робота, углы поворота корпуса, звеньев разгонного модуля и колес, а также длина поступательной пары:

$$\mathbf{q} = \left(x_{C4} \quad y_{C4} \quad \varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_4 \quad \varphi_5 \quad \varphi_6 \quad k_{23}\right)^{\mathrm{T}}.$$

Модель полета робота во время прыжка

Прыжок робота состоит из четырех фаз: позиционирование, разгон, полет и приземление, что детально описано в работе [10]. Здесь ограничимся рассмотрением поведения робота только во время полета, который начинается в момент отрыва устройства от поверхности, а завершается в момент начала взаимодействия колес с поверхностью. Во время полета разгонный модуль поворачивается относительно корпуса за счет момента M_{43} и размещается внутри него таким образом, что его звенья не контактируют с поверхностью при приземлении (рис. 1). Звенья *1* и *2*, *2* и *3* этого модуля зафиксированы друг относительно друга. Для управления ориентацией робота в полете в целях его одновременного приземления на передние и задние колеса используется вращение колес с помощью моментов M_{45} и M_{46}. Помимо этого, в центрах масс звеньев робота приложены силы тяжести $m_i g$, i = 1...6, а в центре масс робота — точке *C* — аэродинамические силы: сила лобового сопротивления X_A и аэродинамическая подъемная сила Y_A, также действует аэродинамический момент M_z [11].

С учетом накладываемых на устройство связей вектор обобщенных координат в полете записывается следующим образом:

$$\mathbf{q} = \left(x_{C4},\ \ y_{C4},\ \ \varphi_2,\ \ \varphi_4,\ \ \varphi_5,\ \ \varphi_6\right)^{\mathrm{T}}.$$

Систему дифференциальных уравнений движения колесного прыгающего робота можно представить в матричной форме следующим образом:

$$\mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{v} = \boldsymbol{\tau},$$

где $\mathbf{H}$ — матрица коэффициентов при обобщенных ускорениях (обобщенная матрица инерции); $\mathbf{v}$ — вектор обобщенных сил, включающий инерционные, гравитационные и диссипативные силы; $\boldsymbol{\tau}$ — матрица обобщенных сил приводов. Матрица $\mathbf{H}$ имеет размерность 6×6, а векторы $\mathbf{v}$ и $\boldsymbol{\tau}$ — размерность 6×1.

В дальнейшем будет использоваться линеаризованная форма уравнений динамики робота, имеющая вид

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{c},$$

где $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и $\mathbf{c}$ — матрицы и вектор линеаризованной модели динамики системы; $\mathbf{u}$ — вектор управляющих воздействий; $\mathbf{x} = [\mathbf{q}^{\mathrm{T}}\ \ \dot{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ — вектор состояний системы. Примеры построения линеаризованных моделей многозвенных систем можно найти в работе [12].

Описание опорных поверхностей

Будем рассматривать прыжок робота с наклонной поверхности, расположенной под углом θ_1 к оси Ox, на наклонную поверхность, угол наклона которой к горизонтали равен θ_2 (рис. 2). Параметр X определяет расстояние вдоль оси Ox, на котором две поверхности соединяются. Угол $\Delta\theta$ представляет собой угол между двумя поверхностями и равен

$$\Delta\theta = \pi - (\theta_2 - \theta_1).$$

Варьируемыми параметрами поверхностей являются: 1) угол θ_1 наклона поверхности, с которой осуществляется прыжок; 2) угол θ_2 наклона поверхности, на которую осуществляется прыжок; 3) расстояние X "сшивки" поверхностей. В данной работе ограничимся рассмотрением таких поверхностей, когда одна из них является горизонтальной, а вторая наклонной. В этом случае можно выделить четыре типа поверхностей, определяемых комбинациями углов их наклона к горизонтали, что указано в табл. 1.

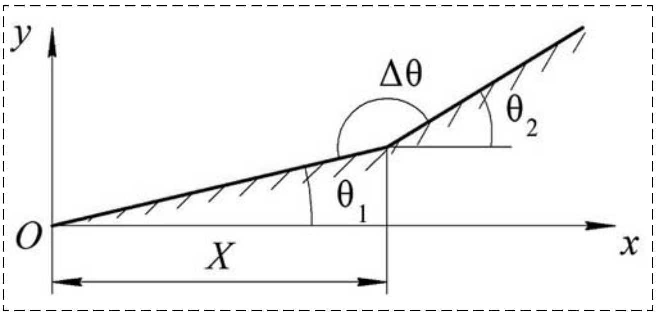
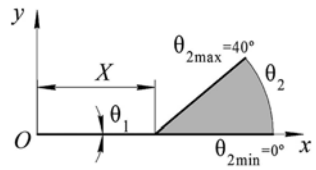
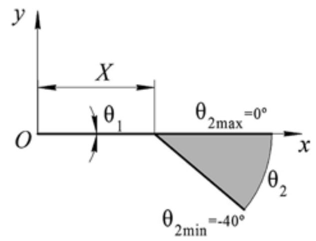
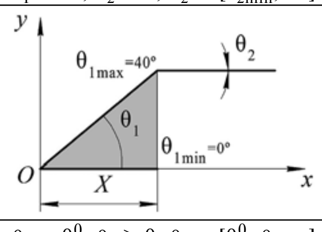
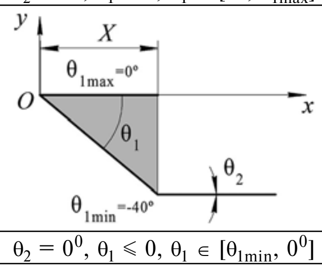


Рис. 2. Поверхности, на которых реализуется прыжок
Fig. 2. Supporting surface, over which the jump takes place

Таблица 1
Table 1

Типы поверхностей
Types of the supporting surface

Тип поверхности	Комбинация углов
1	
	$\theta_1 = 0^0,\ \theta_2 \geqslant 0,\ \theta_2 \in [0^0,\ \theta_{2\max}]$
2	
	$\theta_1 = 0^0,\ \theta_2 \leqslant 0,\ \theta_2 \in [\theta_{2\min},\ 0^0]$
3	
	$\theta_2 = 0^0,\ \theta_1 \geqslant 0,\ \theta_1 \in [0^0,\ \theta_{1\max}]$
4	
	$\theta_2 = 0^0,\ \theta_1 \leqslant 0,\ \theta_1 \in [\theta_{1\min},\ 0^0]$

В данном исследовании положим $\theta_{1\max} = \theta_{2\max} = 40°$; $\theta_{1\min} = \theta_{2\min} = -40°$.

На первых двух типах поверхностей (1 и 2) робот совершает прыжок с горизонтальной поверхности и приземляется на наклонную, на двух других типах поверхностей (3 и 4) робот осуществляет прыжок с наклонной поверхности на горизонтальную, причем для типов поверхностей 1 и 4 $\Delta\theta \leqslant 180°$, а для типов 2 и 3 — $\Delta\theta \geqslant 180°$.

Оптимизация траектории прыгающего робота

Рассмотрим задачу о построении траекторий полета робота, удовлетворяющих заданным краевым условиям. Траектория должна обеспечить перемещение робота в заданное конечное положение с некоторой точностью. При этом траектория должна удовлетворять динамике робота. Построение траектории робота удобно представить как оптимизационную задачу [13]. Для того чтобы иметь возможность описать траекторию конечным числом параметров, удобно представить ее в дискретной форме.

Среди множества траекторий, удовлетворяющих динамике устройства и краевым условиям, предпочтительными являются те, которые требуют меньшей работы со стороны приводов. Для этого в целевую функцию оптимизационной задачи можно ввести положительно определенную квадратичную форму управляющих воздействий $\mathbf{u}$:

$$J_u = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{u}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{R} \mathbf{u}_i, \qquad (1)$$

где $\mathbf{u}_i$ — управляющее воздействия $\mathbf{u}(t)$ в момент времени t_i; n — число участков, на которые разбита дискретная траектория робота; $\mathbf{R}$ — положительно определенная матрица весовых коэффициентов.

Использование целевой функции (1) служит для регуляризации оптимизационной задачи. Для этой же цели можно использовать целевую функцию, содержащую квадратичную форму разности между соседними по времени положениями робота на дискретной траектории:

$$J_n = \sum_{i=1}^{n-1} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i+1})^{\mathrm{T}} \mathbf{Q} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i+1}),$$

где $\mathbf{Q}$ — положительно определенная матрица весовых коэффициентов.

Таким образом, можем ввести целевую функцию для оптимизационной задачи:

$$J = J_b + J_u + J_n,$$

где J_b — квадратичная форма ошибки по конечному положению робота. Функцию J_b можно записать следующим образом:

$$J_b = (\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n^*)^{\mathrm{T}} \mathbf{S}_b^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}_b \mathbf{S}_b (\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n^*),$$

где $\mathbf{S}_b$ — матрица выбора, задающая, какие именно компоненты конечного значения вектора состояний $\mathbf{x}$ должны быть отработаны траекторией; $\mathbf{Q}_b$ — положительно определенная матрица весовых коэффициентов; $\mathbf{x}_n^*$ — желаемое значение вектора состояний в конечный момент времени. Таким образом, матрицы $\mathbf{R}$, $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{Q}_b$ определяют целевую функцию и служат гиперпараметрами оптимизационной задачи. Величины $\mathbf{x}_i$ и $\mathbf{u}_i$ являются оптимизируемыми параметрами.

Тогда вопрос построения траектории может быть сведен к следующей задаче квадратичного программирования:

$$\begin{aligned} &\text{minimize:} \quad J \\ &\text{subject to:} \quad \begin{cases} \mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \Delta t \mathbf{A} \mathbf{x}_{i+1} + \Delta t \mathbf{B} \mathbf{u}_i + \Delta t \mathbf{c}; \\ \mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_1^*. \end{cases} \end{aligned} \qquad (2)$$

Условия в виде линейных равенств, наложенные на рассматриваемую квадратичную программу, связаны с необходимостью удовлетворения траектории динамике устройства и его начальному положению. Условие, обусловленное динамикой устройства, записано с использованием неявной формулы интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка (неявной формулы Эйлера), удобной для интегрирования жестких систем дифференциальных уравнений. Это сделано для достижения устойчивости численной процедуры решения задачи (2).

Результаты численного моделирования полета робота

Целью данной работы является разработка таких законов $\dot{\varphi}_5 = \dot{\varphi}_6 = f(t)$, угловых скоростей колес и управляющих моментов $M_{45} = M_{46} = g(t)$, чтобы в результате поворота устройства в полете его приземление происходило одновременно на передние и задние колеса.

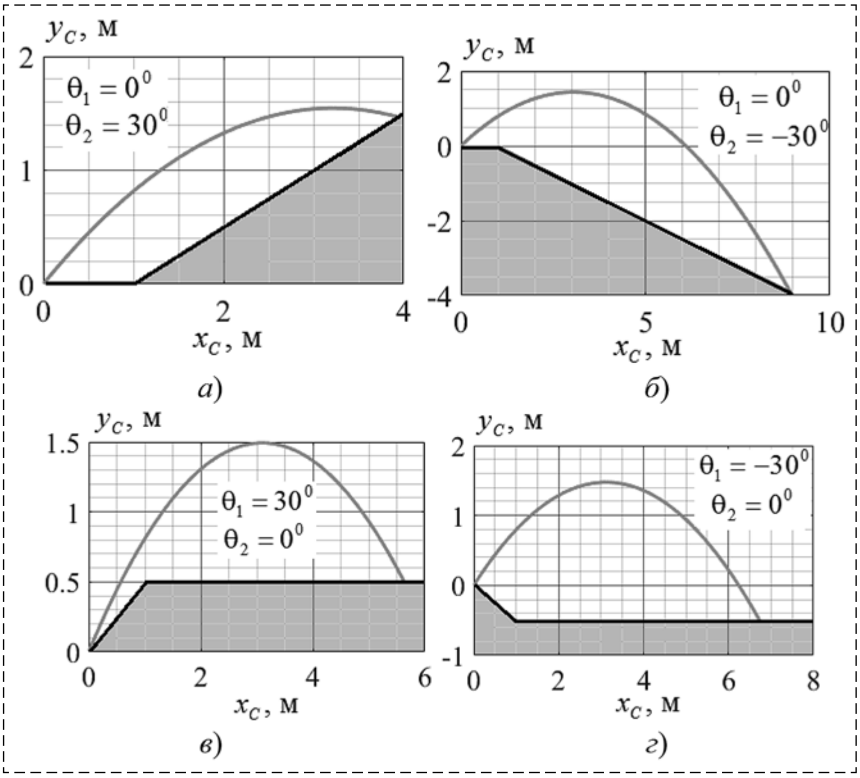


Рис. 3. Графики траекторий $y_C(x_C)$:
а — тип 1; *б* — тип 2; *в* — тип 3; *г* — тип 4
Fig. 3. Graphs of trajectories $y_C(x_C)$:
a — type 1; *б* — type 2; *в* — type 3; *d* — type 4

На графиках рис. 4 показаны временные зависимости углов поворота колес в полете, а также их угловых скоростей и управляющих моментов, из которых следует, что для достижения заданной ориентации робота к моменту завершения полета колеса вначале вращаются в сторону, противоположную направлению поворота устройства (против часовой стрелки для типов поверхности 2 и 3 и по часовой стрелке для типов 1 и 4), а затем их направление вращения меняется. Это обусловлено необходимостью предотвращения поворота робота к моменту приземления при угле $\theta_C = \theta_2$.

Время полета влияет на угловые скорости вращения колес и управляющие напряжения приводов следующим образом: чем меньше время полета, тем больше должны быть угловые скорости вращения колес для достижения требуемой ориентации робота при условии, что $|\Delta\theta|$ = const, значит, тем большие для этого требуются управляющие моменты. Правильность этого заключения подтверждается соответствующими графиками рис. 4.

На рис. 3 показаны графики траекторий центра масс устройства при прыжке на каждом из ранее введенных типов поверхностей при начальной скорости полета $\upsilon_C^0 = 8$ м/с и угле наклона ее вектора к горизонту $\theta_C^0 = 45^\circ$. Параметр X "сшивки" поверхностей равен $X = 1$ м.

По графикам видно, что при типе 1 поверхностей робот приземляется на наклонную поверхность практически в наивысшей точке прыжка, при типе 3 поверхность приземления расположена выше, чем поверхность отрыва, но при этом значительно ниже, чем в первом случае. Прыжок на поверхности типа 2 имеет наибольшую длину, так как поверхность приземления находится существенно ниже поверхности отрыва, а тип поверхности 4 позволяет совершить прыжок с дальностью меньшей, чем при типе 2, но большей, чем при типе 3.

Дальность полета робота влияет на время полета, которое по мере увеличения в зависимости от типа поверхности прыжка можно выстроить в такую цепочку: тип 1 → тип 3 → → тип 4 → тип 2 (рис. 4, см. вторую сторону обложки). Под временем полета понимается время с момента отрыва робота от поверхности до момента приземления.

Ниже представлены результаты исследований при варьировании углов наклона поверхностей, а также расстояния их "сшивки". В качестве оцениваемых параметров используются наибольшие и наименьшие значения угловых скоростей вращения колес (ω_{max} и ω_{min}), моментов, генерируемых приводами (M_{max} и M_{min}), а также время полета T_{fl}.

Варьирование углов наклона поверхностей

Графики изменения времени полета от $\Delta\theta$ приведены на рис. 5, по ним видно, что описанная ранее для заданных значений углов поверхностей закономерность сохраняется для всего рассматриваемого диапазона углов. На этих и далее приведенных графиках вертикальная штрихпунктирная линия является разделителем разных типов поверхностей, номера которых 1—4 указаны в кружках. Из данных графиков следует, что по мере увеличения угла θ_1 для поверхностей 3 и 4, а также угла θ_2 для поверхностей 1 и 2 время полета уменьшается. Наибольшее время полета наблюдается для поверхности типа 2 при наибольшем значении $\Delta\theta$, а наименьшее — для поверхности типа 1 при наименьшем значении $\Delta\theta$.

На рис. 6 (см. вторую сторону обложки) и рис. 7 показаны зависимости наибольших ω_{max} и наименьших ω_{min} значений угловых скоростей вращения колес и моментов M_{max} и M_{min} приводов, обеспечивающих эти скорости, для четырех типов поверхностей.

По приведенным графикам видно, что наибольшие значения угловых скоростей и моментов всегда положительные, а наименьшие — отрицательные, причем по мере приближения к $\Delta\theta = 180°$ значения ω_{max} и M_{max} уменьшаются, а значения ω_{min} и M_{min} возрастают, при $\Delta\theta = 180°$ $\omega_{max} = \omega_{min} = 0$ рад/с, $M_{max} = M_{min} = 0$ Н·м. Это обусловлено тем, что по мере удаления значения угла $\Delta\theta$ от $\Delta\theta = 180°$ и уменьшения времени полета угловые скорости вращения колес и формирующие их моменты приводов возрастают.

Также следует отметить, что для типов поверхностей 3 и 4 наблюдается следующая закономерность: характер зависимостей ω_{max} и M_{max} для поверхности типа 3 качественно близок к зеркальным отображениям ω_{min} и M_{min} для поверхности типа 4, и наоборот. Для поверхностей типов 1 и 2 зависимости ω_{max} качественно близки друг к другу относительно $\Delta\theta = 180°$, аналогичная закономерность справедлива и для ω_{min}. Зависимости M_{max} и M_{min} для поверхности типа 1, а также типа 2 качественно близки между собой относительно $M = 0$ Н·м.

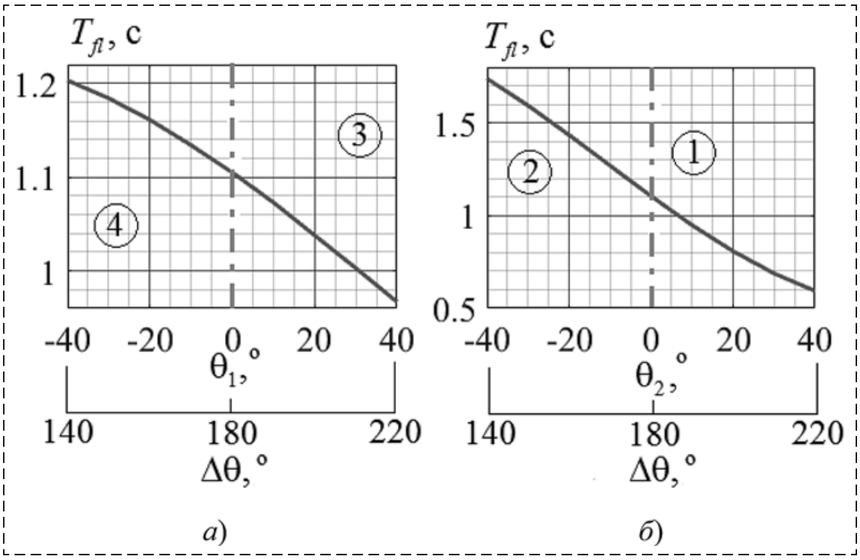


Рис. 5. Графики зависимостей $T_{fl}(\theta_j)$ при $X = 1$ м:
а — $j = 1$; $\theta_2 = 0^0$; *б* — $j = 2$, $\theta_1 = 0^0$
Fig. 5. Graphs of time functions $T_{fl}(\theta_j)$ where $X = 1$ m:
а — $j = 1$; $\theta_2 = 0^0$; *б* — $j = 2$, $\theta_1 = 0^0$

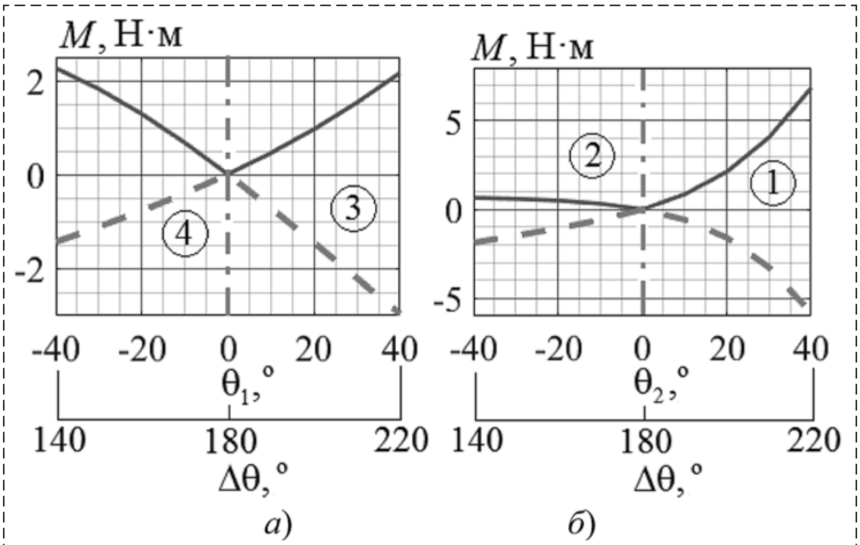


Рис. 7. Графики зависимостей: ▬▬ — $M_{max}(\theta_j)$, ‒ ‒ ‒ — $M_{min}(\theta_j)$ **при $X = 1$ м:**
а — $j = 1$; $\theta_2 = 0^0$; *б* — $j = 2$, $\theta_1 = 0^0$
Fig. 7. Graphs of time functions: ▬▬ — $M_{max}(\theta_j)$, ‒ ‒ ‒ — $M_{min}(\theta_j)$ **where $X = 1$ m:**
а — $j = 1$; $\theta_2 = 0^0$; *б* — $j = 2$, $\theta_1 = 0^0$

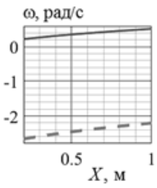
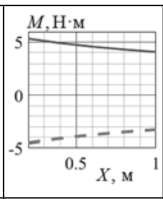
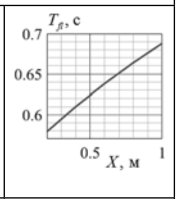
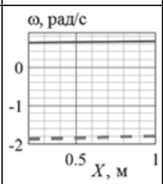
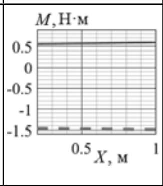
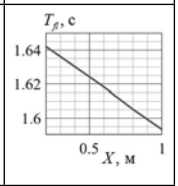
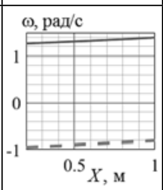
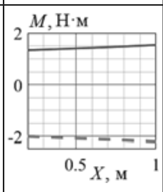
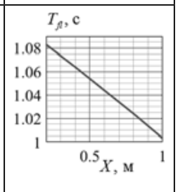
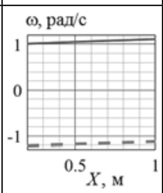
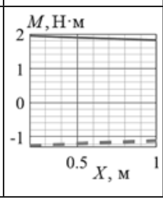
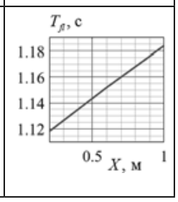
Варьирование расстояния "сшивки" поверхностей

В табл. 2 приведены графики зависимостей времени полета, наибольших и наименьших значений угловых скоростей колес и управляющих моментов от расстояния X. По графикам видно, что время полета по мере увеличения X возрастает для поверхностей типов 1 и 4 и убывает для типов 2 и 3. Для поверхности типов 1 и 4 это обусловлено тем, что ордината точки приземления робота уменьшается с увеличением параметра X за счет удаления второй опорной поверхности от точки начала прыжка, а для поверхностей типов 2 и 3, наоборот, ордината точки приземления возрастает, что приводит к уменьшению времени полета.

Таблица 2
Table 2

Влияние параметра *X* на характеристики полета

Influence of the parameter *X* on the flight characteristics

Тип поверхности	Характеристики		
Тип 1: $\theta_1 = 0^0$, $\theta_2 = 30^0$			
Тип 2: $\theta_1 = 0^0$, $\theta_2 = -30^0$			
Тип 3: $\theta_1 = 30^0$, $\theta_2 = 0^0$			
Тип 4: $\theta_1 = -30^0$, $\theta_2 = 0^0$			

Наибольшие и модули наименьших значений управляющих моментов убывают с ростом величины *X* для поверхностей типов 1 и 4, т.е. для тех типов, при которых время полета с увеличением *X* возрастает, и, наоборот, увеличиваются для типов 2 и 3, для которых характерно убывание времени полета при росте *X*, причем для типов 1 и 4 справедливо неравенство $|M_{max}| > |M_{min}|$ для одних и тех же значений *X*, а для типов 2 и 3 — $|M_{max}| < |M_{min}|$.

Наибольшие и модули наименьших значений угловых скоростей вращения колес для всех типов поверхностей при этом возрастают при увеличении параметра *X*.

Заключение

В работе рассматривается управляемое движение колесного прыгающего робота во время полета, заключающееся в изменении ориентации устройства таким образом, чтобы его приземление происходило одновременно на передние и задние колеса. Для управления ориентацией робота используется вращение колес специальной колесной платформы. Предложены четыре типа опорных поверхностей, описываемые кусочно-линейными функциями, при условии, что одна из двух поверхностей (с которой или на которую происходит прыжок) является наклонной, а вторая — горизонтальной. Для построения траектории движения прыгающего робота и управления его ориентацией разработана система управления, построенная на квадратичном программировании. В результате численного моделирования, проведенного по описанной в работе математической модели полета робота, установлено влияние на угловые скорости вращения колес, на моменты, посредством которых эти вращения происходят, а также на время полета трех варьируемых параметров опорных поверхностей: двух углов наклона к горизонту и расстояния "сшивки".

Список литературы

1. **Dubowsky S., Kesner S., Plante J., Boston P.** Hopping mobility concept for search and rescue robots // J. of Industrial Robot. 2008. Vol. 35, N. 3. P. 238—245.
2. **Sayyad A., Seth B., Seshu P.** Single-legged hopping robotics research // Robotica. 2007. Vol. 25, N. 5. P. 587—613.
3. **Kovac M., Schlegel M., Zufferey J.-C., Floreano D.** Steerable miniature jumping robot // Autonomous Robots. 2010. Vol. 28. P. 295—306.
4. **Stoeter S., Papanikolopoulos N.** Kinematic Motion Model for Jumping Scout // Transactions on Robotics and Automation: Proc. of the IEEE. Orlando, 2006. Vol. 22, N. 2. P. 398—403.
5. **Akinfiev T., Armada M., Montes H.** Vertical Movement of Resonance Hopping Robot with Electric Drive and Simple Control System // Proc. of the MED. Rhodes, Greece, 2003. P. 1—6.
6. **Яцун С. Ф., Волкова Л. Ю., Ворочаев А. В.** Исследование движения многозвенного робота, перемещающегося прыжками и планированием // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2014. № S4. С. 12—17.
7. **Kovac M.** Bioinspired jumping locomotion for miniature robotics: Ph.D. dissertation. Ecole Polytechnique F´ed´erale de Lausanne, 2010. 194 p.
8. **Ворочаева Л. Ю., Мальчиков А. В., Савин С. И.** Обоснование и выбор схемы колесной прыгающей мониторинговой платформы // Вестник Брянского государственного технического университета. 2018. № 5 (66). С. 40—50.
9. **Ворочаева Л. Ю., Мальчиков А. В., Савин С. И.** Определение диапазонов допустимых значений геометрических параметров колесного прыгающего робота // Известия ЮЗГУ. 2018. Т. 22, № 1(76). С. 76—84.
10. **Ворочаева Л. Ю., Мальчиков А. В., Савин С. И.** Конструктивные особенности и классификация прыгающих роботов // Cloud of science. 2018. Т. 5, № 3. С. 473—497.
11. **Никитин Г. А., Баканов Е. А.** Основы авиации: учебник для вузов гражданской авиации. М.: Транспорт, 1984. 261 с.
12. **Jatsun S., Savin S., Yatsun A.** Comparative analysis of iterative LQR and adaptive PD controllers for a lower limb exoskeleton // In Cyber Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems (CYBER): IEEE Intern. Conf. Chengdu, China, 2016. P. 239—244.
13. **Posa M., Cantu C., Tedrake R.** A direct method for trajectory optimization of rigid bodies through contact // Intern. J. of Robotics Research. 2014. Vol. 33, N. 1. P. 69—81.

Study of Orientation Control for a Wheeled Jumping Robot in the Flight Phase of Motion

S. F. Jatsun, Head of the Department, newteormeh@inbox.ru, **L.Yu. Vorochaeva,** mila180888@yandex.ru,
[1]Southwest State University, Kursk, 305040, Russian Federation
S. I. Savin, s.savin@innopolis.ru
Innopolis University, Innopolis, 420500, Russian Federation

Corresponding author: **Vorochaeva Lyudmila Yu.,** Docent, Southwest State University, Kursk, 305040, Russian Federation, e-mail: mila180888@yandex.ru

Accepted on December 05, 2018

Abstract

The work studies the flight phase (a part of jumping motion) of a jumping robot. The robot consists of the body with wheeled base and a jump booster module installed in the body. The jump booster module allows the robot to accelerate in a given direction up to a predetermined speed, allowing to control the velocity of the robot at the moment when it breaks contact with the supporting surface. The goal of this study is to develop a control system for the robot's wheels, allowing to use their inertial properties to control the robot orientation at the moment of landing. This is achieved by controlling the wheels' orientation throughout the duration of the motion. The goal of controlling the orientation of the robot at the moment of landing is to be able to land on all four wheels and avoid tipping over. The paper studies the supporting surfaces (from which the robot jumps and to which the robot lands) described by piecewise linear functions, including a horizontal and slopped linear sub-functions. In this work, four types of supporting surfaces were distinguished, which the distinction based on the slope of the mentioned about sub-function. Another varying parameter is the point where two sub-functions connect. For the purpose of this study a kinematic and dynamic model of the robot were developed, and a control system design was proposed. The proposed control system includes a trajectory planner that allows to plan the robot's motion resulting in the desired orientation of the robot's body at the moment of landing. This problem was formulated as an optimization problem. Simulation results showed the dependencies between the three supporting surface parameters (two angles describing linear sub-functions and the point where the sub-functions intersect) and the duration of the robot flight, the achieved velocities of the robot's wheels and required motor torques. The influence of those parameters on the maximal and minimal values of the wheels' angular velocities achieved during the flight were demonstrated. This could be used in designing this type of robots, in particular it could help to set specifications for the robot's wheel motors.

Keywords: *wheeled jumping robot, controlled flight phase, orientation control, supporting surface types*

Acknowladgements: The work was performed as part of the RFBR project No. 18-31-00075.

For citation:

Jatsun S. F., Vorochaeva L. Yu., Savin S. I. Study of Orientation Control for a Wheeled Jumping Robot in the Flight Phase of Motion, *Mekhatronika, Avtomatizatsia, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 3, pp. 236—243.

DOI: 10.17587/mau.20.236-243

References

1. **Dubowsky S., Kesner S., Plante J., Boston P.** Hopping mobility concept for search and rescue robots, *J. of Industrial Robot*, 2008, vol. 35, no. 3, pp. 238—245.
2. **Sayyad A., Seth B., Seshu P.** Single-legged hopping robotics research, *Robotica*, 2007, vol. 25, no. 5, pp. 587—613.
3. **Kovac M., Schlegel M., Zufferey J.-C., Floreano D.** Steerable miniature jumping robot, *Autonomous Robots*, 2010, vol. 28, pp. 295—306.
4. **Stoeter S., Papanikolopoulos N.** Kinematic Motion Model for Jumping Scout, *Transactions on Robotics and Automation: Proc. of the IEEE*, Orlando, 2006, vol. 22, no. 2, pp. 398—403.
5. **Akinfiev T., Armada M., Montes H.** Vertical Movement of Resonance Hopping Robot with Electric Drive and Simple Control System, *Proc. of the MED*, Rhodes, Greece, 2003, pp. 1—6.
6. **Jatsun S. F., Volkova L. Yu., Vorochaev A. V.** *Issledovanie dvizheniya mnogozvennogo robota, peremeshchayushchegosya pryzhkami i planirovaniem* (Investigation of movement of multi-link robot moving with jumps and planning), *Spravochnik. Inzhenernyj zhurnal s prilozheniem*, 2014, no. S4, pp. 12—17 (in Russian).
7. **Kovac M.** Bioinspired jumping locomotion for miniature robotics: Ph.D. dissertation. Ecole Polytechnique F´ed´erale de Lausanne, 2010, 194 p.
8. **Vorochaeva L. Yu., Malchikov A. V., Savin S. I.** *Obosnovanie i vybor skhemy kolesnoj prygayushchej monitoringovoj platformy* (Justification and choice of the scheme of the wheeled jumping monitoring platform), *Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2018, no. 5 (66), pp. 40—50 (in Russian).
9. **Vorochaeva L. Yu., Malchikov A. V., Savin S. I.** *Opredelenie diapazonov dopustimyh znachenij geometricheskih parametrov kolesnogo prygayushchego robota* (Ranges of admissible values of geometric parameters of a wheeled jumping robot), *Izvestiya YUZGU*, 2018, vol. 22, no. 1(76), pp. 76—84 (in Russian).
10. **Vorochaeva L. Yu., Malchikov A. V., Savin S. I.** *Konstruktivnye osobennosti i klassifikaciya prygayushchih robotov* (Design features and classification of jumping robots), *Cloud of science*, 2018, vol. 5, no. 3, pp. 473—497 (in Russian).
11. **Nikitin G. A., Bakanov E. A.** *Osnovy aviacii* (The fundamentals of aviation): uchebnik dlya vuzov grazhdanskoj aviacii, Moscow, Transport, 1984, 261 p. (in Russian).
12. **Jatsun S., Savin S., Yatsun A.** Comparative analysis of iterative LQR and adaptive PD controllers for a lower limb exoskeleton, *In Cyber Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems (CYBER): IEEE Intern. Conf.*, Chengdu, China, 2016, pp. 239—244.
13. **Posa M., Cantu C., Tedrake R.** A direct method for trajectory optimization of rigid bodies through contact, *Intern. J. of Robotics Research*, 2014, vol. 33, no. 1, pp. 69—81.

УДК 681.518; 004.896 DOI: 10.17587/mau.20.244-250

М. В. Бобырь, д-р техн. наук, профессор, fregat_mn@rambler.ru,
М. Ю. Лунева, аспирант, marinok-l@yandex.ru, **К. А. Ноливос,** магистрант, cris_93_bep@hotmail.com,
Юго-Западный государственный университет, г. Курск

Нечеткий цифровой фильтр для управления роботом-манипулятором ARMino[1]

Рассмотрены принцип работы устройства робота-манипулятора ARMino и схема подключения его электрических компонентов. В состав устройства входят: управляющая плата Arduino Mega, четыре сервопривода, четыре потенциометра, макетная плата, компьютер. Поворот ручек потенциометра регулирует положение шпинделей сервоприводов. При изменении напряжения на ножке потенциометра изменяется напряжение на аналоговых входах микроконтроллера. Затем в микроконтроллере напряжение масштабируется в значение угла поворота сервопривода, после этого осуществляется поворот звеньев робота-манипулятора. В процессе работы устройства робота-манипулятора ARMino возникла проблема дребезга контактов, значительно уменьшающая точность позиционирования и плавность хода звеньев ARMino. Для решения этой проблемы был разработан нечеткий цифровой фильтр.

Описан алгоритм работы цифрового фильтра, состоящего из четырех шагов. Одним из шагов является нахождение коэффициентов цифрового фильтра, от которых зависят уровень напряжения, передаваемого на сервоприводы сигнала, и время переходного процесса формирования фронтов этого сигнала. Основной проблемой при реализации цифрового фильтра является тот факт, что при стандартной методике нахождения коэффициентов цифрового фильтра его коэффициенты задаются диапазоном рекомендуемых значений, что затрудняет выбор из этого диапазона единственного значения и передачи его на сервоприводы. Для решения этой проблемы был разработан нечеткий цифровой фильтр, алгоритм работы которого состоит из шести шагов. На первом шаге определяются степени истинности входных переменных. Второй шаг — это расчет степеней истинности предпосылок нечетких правил. На третьем шаге осуществляется расчет степеней истинности заключений нечетких правил с помощью операции нахождения максимумов. Четвертым шагом является этап дефаззификации, при котором осуществляется расчет четкого значения коэффициента нечеткого цифрового фильтра. На пятом шаге находится выходное напряжение, передаваемое на сервоприводы. На последнем шаге выходное напряжение в микроконтроллере преобразуется в значение угла поворота и сервоприводу дается команда для поворота.

Представлено численное моделирование алгоритма работы нечеткого цифрового фильтра на примере работы сервопривода, перемещающего основание ARMino.

Проведены экспериментальные исследования функционирования нечеткого цифрового фильтра, подтверждающие целесообразность его использования. Приведены графики переходного процесса движения основания робота-манипулятора без применения и с применением нечеткого цифрового фильтра.

Ключевые слова: *дребезг контактов, робот-манипулятор, сервоприводы, нечеткий цифровой фильтр*

Введение

В промышленности широко используются роботы-манипуляторы. В работе [1] рассмотрена проблема управления роботом-манипулятором в среде с неполной информацией. В статье [2] предлагается аналитический метод синтеза нечетких регуляторов с нечеткой TS-моделью для управления манипулятором робота с гибким соединением. В исследовании [3] предложен и описан комплект модулей мобильной робототехники и отладки алгоритмов управления. В данных работах уделено мало внимания обеспечению плавности хода звеньев робота-манипулятора. Плавность хода при управлении роботом-манипулятором в ручном режиме зависит от изменения электрического напряжения. Простейшим преобразователем электрического напряжения является потенциометр. При использовании потенциометров часто бывают ситуации, когда из-за мелких неровностей контактов в месте соединения они не соприкасаются. Из-за этого происходит несколько срабатываний вместо одного, что неизбежно приводит к дребезгу контактов [4]. В системах управления роботов-манипуляторов дребезг контактов уменьшает точность позиционирования и плавность движений звеньев манипулятора. Одним из способов решения этих проблем является программная фильтрация сигнала [5]. При использовании цифрового фильтра выходной сигнал зависит не только от текущего значения электрического напряжения, но и от предыдущего состояния. Однако при этом возникают задачи регулирования времени переходного процесса с помощью коэффициентов цифрового фильтра. В статье рассмотрен метод регулирования коэффициентов цифрового фильтра на основе нечеткой логики.

[1]Работа выполненаg при поддержке гранта Президента РФ МД-707.2017.8 и Госзадания: Соглашение № 2.3440.2017/4.6.

Принцип работы устройства робота-манипулятора

Для исследования задачи управления и повышения точности позиционирования звеньев робота-манипулятора была разработана экспериментальная модель робота-манипулятора ARMino на базе микроконтроллера Arduino Mega, представленная на рис. 1, *а* (см. третью сторону обложки) [6].

В состав устройства робота-манипулятора ARMino входят: управляющая плата Arduino Mega 2560, четыре серводвигателя SG-90, четыре потенциометра 10 кОм, макетная плата, соединительные провода, блок питания, осциллограф, компьютер. Компьютер используется для программирования управляющей платы Arduino Mega в среде Arduino IDE 1.6.8. Принцип работы устройства робота-манипулятора заключается в следующем. Вращение ручек потенциометров от 0 до 10 кОм регулирует положение шпинделей сервоприводов SG-90. При изменении напряжения на ножке потенциометра изменяется напряжение на аналоговых входах микроконтроллера Arduino Mega. Затем в микроконтроллере напряжение масштабируется в значение угла поворота, после чего сервоприводу дается команда для поворота. В ходе экспериментальных исследований было обнаружено, что вращение и/или перемещение звеньев робота-манипулятора происходит прерывисто, что значительно уменьшает точность их позиционирования. Данная проблема связана с дребезгом контактов. Одним из вариантов решения вышеуказанной проблемы является использование цифрового фильтра. В цифровых фильтрах выходной сигнал зависит не только от текущего, но и от предыдущего значения напряжения. За счет этого происходит сглаживание выходного сигнала.

Общая модель цифрового фильтра

Цифровой фильтр — это математический алгоритм, реализованный на программном или аппаратном уровне [7], который искусственно снижает амплитуду выходного сигнала в целях компенсации дребезга контактов с помощью коэффициентов регулирования α и β. Коэффициенты регулирования модифицируют напряжение, передаваемое на исполнительные механизмы робота-манипулятора, которое определяется по формуле

$$U_{\text{фильтр}} = \alpha U_{\text{пред}} + \alpha U_{\text{тек}}, \qquad (1)$$

где $U_{\text{пред}}$, $U_{\text{тек}}$ — предыдущее и текущее значения напряжения, полученные от потенциометра.

Алгоритм расчета коэффициентов цифрового фильтра состоит из четырех шагов.

Шаг 1. Расчет коэффициента выборки N по формуле

$$N = \frac{T_{\text{ПП}}}{T} = \frac{20,2}{1,44} = 14,028, \qquad (2)$$

где T — период следования импульса; $T_{ПП}$ — время переходного процесса. Экспериментально было установлено, что $T = 1{,}44$ мс, $T_{\text{ПП}} = 20{,}2$ мс.

Шаг 2. Расчет минимального и максимального коэффициентов точности цифрового фильтра $N\tau_{\min}$ и $N\tau_{\max}$:

$$\begin{aligned} N\tau_{\min} &= \ln\left(\frac{1}{5\%\ U_{\text{вых}}}\right) = 1,386; \\ N\tau_{\max} &= \ln\left(\frac{1}{0,01\%\ U_{\text{вых}}}\right) = 7,6, \end{aligned} \qquad (3)$$

где $U_{\text{вых}}$ — максимальный выходной сигнал на выходе микроконтроллера ($U_{\text{вых}} = 5$ В).

Шаг 3. Расчет диапазона значений коэффициентов цифрового фильтра α и β по формулам

$$\mathbf{e}^{(-N\tau_{\max}/N)} \leqslant \alpha \leqslant \mathbf{e}^{(-N\tau_{\min}/N)};\ 0,51 \leqslant \alpha \leqslant 0,91; \qquad (4)$$

$$\beta = \alpha - 1;\ 0,01 \leqslant \beta \leqslant 0,49. \qquad (5)$$

Шаг 4. Расчет напряжения, передаваемого на сервоприводы. Например, при $\alpha = 0{,}091$, $\beta = 0{,}01$ и $U_{\text{пред}} = 150$, $U_{\text{тек}} = 78$ напряжение, передаваемое на сервоприводы, будет равно

$$U_{\text{фильтр}} = 150 \cdot 0,91 + 78 \cdot 0,01 = 137,28.$$

При реализации цифрового фильтра возникает сложность выбора коэффициентов α и β, так как они заданы диапазоном рекомендуемых значений [0,58; 0.91]. Поэтому для определения оптимального диапазона коэффициентов α и β предлагается использовать нечеткую логику [8].

Использование цифрового фильтра в условиях неопределенности входной информации

Нечеткая логика в случае работы цифрового фильтра позволяет выбрать из диапазона рекомендуемых значений α и β единственное значение. Будем использовать коэффициенты

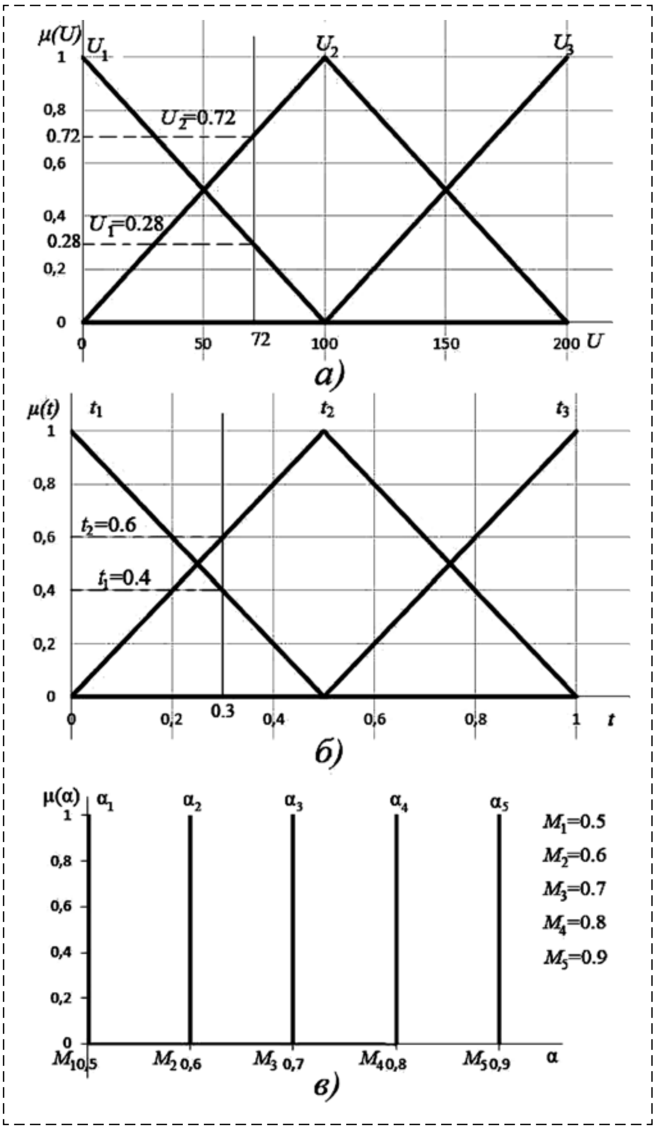


Рис. 2. Функции принадлежности μ для первой входной переменной (*а*), для второй входной переменной (*б*), для выходной переменной (*в*)

Fig. 2. Membership function μ for the first input variable (*a*), for the second input value (*б*), for the output variable (*в*)

цифрового фильтра для формирования выходной переменной. Пусть выходная переменная задана диапазоном по оси абсцисс рекомендуемых значений от 0,5 до 0,9 (рис. 2, *в*). Алгоритм работы нечеткого цифрового фильтра состоит из шести шагов.

Шаг 1. Определение степеней истинности входных переменных. Первая входная переменная ΔU — разница между текущим и предыдущим значениями напряжения, полученного от потенциометра:

$$\Delta U = U_{\text{тек}} - U_{\text{пред}}. \tag{6}$$

Первая входная переменная состоит из трех термов $\Delta U = (\Delta U_1, \Delta U_2, \Delta U_3)$, которые находятся в диапазоне от 0 до 200 и определяются по формулам

$$\Delta U_1 = \begin{cases} \dfrac{100 - \Delta U}{100}, \text{ если } 0 \leqslant \Delta U \leqslant 100; \\ 0 \text{ — в других случаях;} \end{cases}$$

$$\Delta U_2 = \begin{cases} \dfrac{\Delta U}{100}, \text{ если } 0 \leqslant \Delta U \leqslant 100; \\ \dfrac{200 - \Delta U}{100}, \text{ если } 100 \leqslant \Delta U \leqslant 200; \\ 0 \text{ — в других случаях;} \end{cases} \tag{7}$$

$$\Delta U_3 = \begin{cases} \dfrac{\Delta U - 100}{100}, \text{ если } 100 \leqslant \Delta U \leqslant 200; \\ 0 \text{ — в других случаях.} \end{cases}$$

Выходной сигнал напряжения от потенциометра передается на вход микроконтроллера, имеющего десятиразрядный АЦП, и находится в диапазоне значений от 0 до 1024. Примем разность сигналов 20 % от начального максимального значения, которое может варьироваться.

Вторая входная переменная — время поворота звеньев робота-манипулятора из минимального положения в максимальное t. Вторая входная переменная состоит из трех термов $t = (t_1, t_2, t_3)$, которые находятся в диапазоне от 0 до 1 с и определяются по формулам

$$t_1 = \begin{cases} \dfrac{0{,}5 - t}{0{,}5}, \text{ если } 0 \leqslant t \leqslant 0{,}5; \\ 0 \text{ — в других случаях;} \end{cases}$$

$$t_2 = \begin{cases} \dfrac{t}{0{,}5}, \text{ если } 0 \leqslant t \leqslant 0{,}5; \\ \dfrac{1 - t}{0{,}5}, \text{ если } 0{,}5 \leqslant t \leqslant 1; \\ 0 \text{ — в других случаях;} \end{cases} \tag{8}$$

$$t_3 = \begin{cases} \dfrac{t - 0{,}5}{0{,}5}, \text{ если } 0{,}5 \leqslant t \leqslant 1; \\ 0 \text{ — в других случаях.} \end{cases}$$

Выходной переменной является коэффициент усиления цифрового фильтра α, который состоит из пяти термов $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5)$ и находится в рекомендуемом диапазоне от 0,5 до 0,9, рассчитанном по формуле (4).

На рис. 2 представлены графики функций принадлежности для входных и выходной переменных [9, 10].

Шаг 2. Расчет степеней истинности предпосылок нечетких правил по формулам

$$\begin{aligned}
&R1 = \min(\Delta U_1; t_1); R2 = \min(\Delta U_1; t_2);\\
&R3 = \min(\Delta U_1; t_3); R4 = \min(\Delta U_2; t_1);\\
&R5 = \min(\Delta U_2; t_2); R6 = \min(\Delta U_2; t_3);\\
&R7 = \min(\Delta U_3; t_1); R8 = \min(\Delta U_3; t_2);\\
&R9 = \min(\Delta U_3; t_3).
\end{aligned} \quad (9)$$

В таблице представлены девять нечетких правил [11, 12] для работы нечеткого цифрового фильтра.

Нечеткие правила для работы нечеткого цифрового фильтра

Fuzzy rules for fuzzy digital filter implementation

	ΔU_1	ΔU_2	ΔU_3
t_1	R1	R4	R7
t_2	R2	R5	R8
t_3	R3	R6	R9

Шаг 3. Нахождение степеней истинности заключений нечетких правил. Определяются с помощью операции нахождения максимумов по формулам

$$\begin{aligned}
&\alpha_5 = R9, \alpha_4 = \max(R8; R6);\\
&\alpha_3 = \max(R7; R5; R3);\\
&\alpha_2 = \max(R4; R2), \alpha_1 = R1.
\end{aligned} \quad (10)$$

Шаг 4. Дефаззификация, при которой осуществляется расчет четкого значения коэффициента нечеткого цифрового фильтра α по формуле

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n=5} \alpha_i M_i}{\sum_{i=1}^{n=5} \alpha_i} = \frac{\alpha_1 M_1 + \alpha_2 M_2 + \ldots + \alpha_n M_n}{\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n} \quad (11)$$

и расчет коэффициента β по формуле (1) [13].

Шаг 5. Расчет по формуле (1) напряжения, передаваемого на сервоприводы:

$$U_{\text{фильтр}} = \alpha U_{\text{пред}} + \beta U_{\text{тек}}.$$

Шаг 6. Преобразование полученного напряжения с помощью нечеткого цифрового фильтра в угол поворота, передаваемый от микроконтроллера на сервоприводы, по формуле

$$\varphi = \frac{(U_{\text{фильтр}} - I_{\min})(U_{\max} - U_{\min})}{(I_{\max} - I_{\min}) + U_{\min}}, \quad (12)$$

где φ — угол поворота сервопривода; $U_{\text{фильтр}}$ — значение выходного напряжения, полученное по формуле (1); $I_{\min}$, $I_{\max}$ — минимальное и максимальное значения выходного напряжения 0 и 1024; $U_{\max}$, $U_{\min}$ — максимальное и минимальное значения угла поворота основания робота-манипулятора.

С помощью функции dwig.write(φ) сервоприводу дается команда для поворота основания ARMino.

Компьютерные исследования системы цифрового управления ARMino

В качестве примера следует пошагово разобрать алгоритм работы нечеткого цифрового фильтра. Пусть текущее напряжение $U_{\text{тек}}$ равно 150, а предыдущее $U_{\text{пред}}$ равно 78, время поворота звеньев робота-манипулятора t равно 0,3 мс.

Шаг 1. По формуле (6) рассчитывается разность между текущим и предыдущим значениями напряжения:

$$\Delta U = U_{\text{тек}} - U_{\text{пред}} = 150 - 78 = 72.$$

По формулам (7), (8) определяются степени истинности входных переменных (рис. 2, *а, б*):

$$\Delta U_1 = \frac{100 - 72}{100} = 0,28; \Delta U_2 = \frac{72}{100} = 0,72; \Delta U_3 = 0;$$
$$t_1 = \frac{0,5 - 0,3}{0,5} = 0,4; t_2 = \frac{0,3}{0,5} = 0,6; t_3 = 0.$$

Шаг 2. По формулам (9) осуществляется расчет степеней истинности предпосылок нечетких правил:

R1 = min(0,28; 0,4) = 0,28;
R2 = min(0,28; 0,6) = 0,28;
R3 = min(0,28; 0) = 0;
R4 = min(0,72; 0,4) = 0,4;
R5 = min(0,72; 0,6) = 0,6;
R6 = min(0,72; 0) = 0; R7 = min(0; 0,4) = 0;
R8 = min(0; 0,6) = 0; R9 = min(0; 0) = 0.

Шаг 3. По формулам (10) рассчитываются степени истинности заключений нечетких правил с помощью операции нахождения максимумов [14, 15]:

$$\begin{aligned}
&\alpha_5 = R9 = 0; \alpha_4 = \max(0; 0) = 0;\\
&\alpha_3 = \max(0; 0,6; 0) = 0,6;\\
&\alpha_2 = \max(0,4; 0,28) = 0,4; \alpha_1 = 0,28.
\end{aligned}$$

Схема вычислительного процесса представлена на рис. 3.

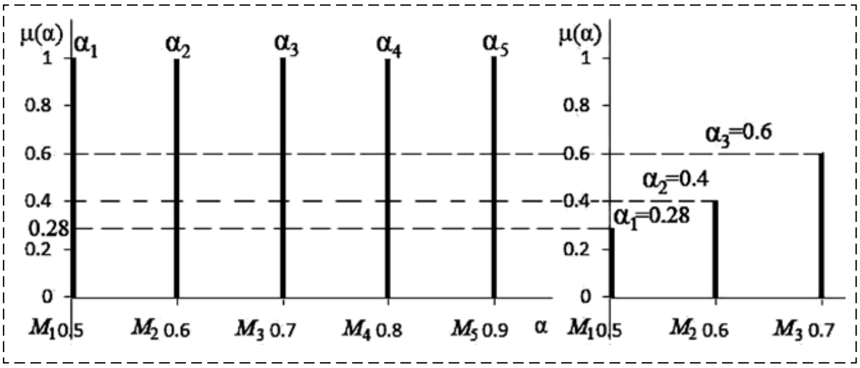


Рис. 3. Схема вычислительного процесса
Fig. 3. Computational process diagram

Шаг 4. По формуле (11) осуществляется расчет четкого значения коэффициента нечеткого цифрового фильтра α, по формуле (4) — расчет коэффициента β:

$$\alpha = \frac{0,5 \cdot 0,28 + 0,6 \cdot 0,4 + 0,7 \cdot 0,6}{0,28 + 0,4 + 0,6} = 0,6;$$

$$\beta = 1 - 0,6 = 0,4.$$

Таким образом, при $\Delta U = 72$, $t = 0,3$ коэффициенты нечеткого цифрового фильтра будут равны $\alpha = 0,6$, $\beta = 0,4$.

Шаг 5. По формуле (5) находится выходное напряжение, передаваемое на сервоприводы:

$$U_{\text{фильтр}} = 0,6 \cdot 72 + 0,4 \cdot 150 = 103,2.$$

Шаг 6. Полученное значение в микроконтроллере преобразуется в значение угла поворота сервопривода по формуле (12):

$$\varphi = \frac{(103 - 0) \cdot (180 - 0)}{(1024 - 0) + 0} = 22,8,$$

и с помощью функции dwig.write(φ) сервоприводу дается команда для поворота.

Экспериментальные исследования работоспособности нечеткого цифрового фильтра

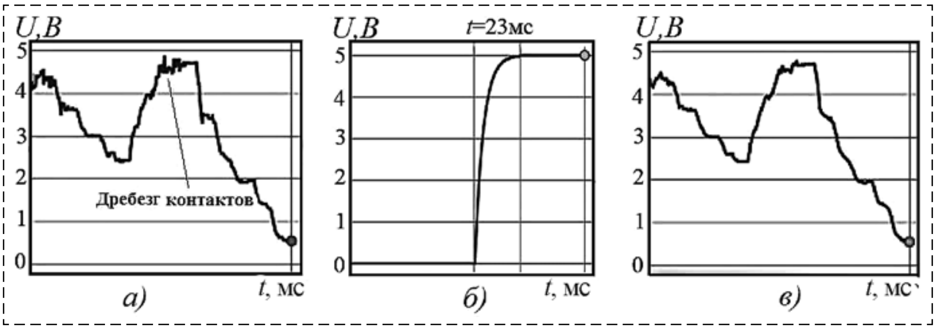


Рис. 4. График переходного процесса без нечеткого цифрового фильтра при вращении основания робота-манипулятора (*а*), время переходного процесса в нечетком цифровом фильтре (*б*), график переходного процесса с нечетким цифровым фильтром при вращении основания робота-манипулятора (*в*)

Fig. 4. Transient graph without a fuzzy digital filter while rotating the base of the robot manipulator (*а*), transition time in a fuzzy digital filter (*б*), transient graph with a fuzzy digital filter while rotating the base of the robotic arm (*в*)

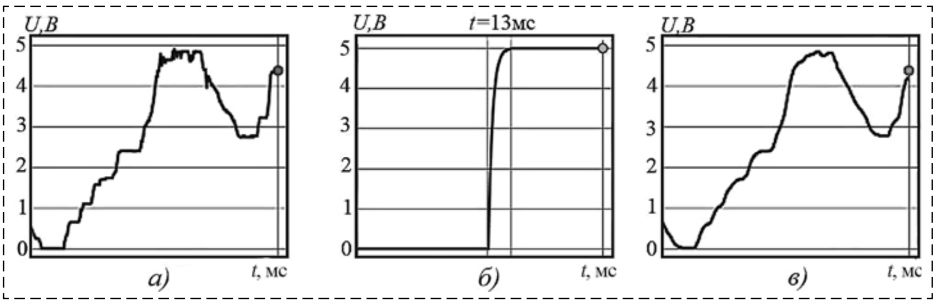


Рис. 5. График переходного процесса без нечеткого цифрового фильтра при вращении основания робота-манипулятора (*а*), время переходного процесса в нечетком цифровом фильтре (*б*), график переходного процесса с нечетким цифровым фильтром при вращении основания робота-манипулятора (*в*)

Fig. 5. Transient graph without a fuzzy digital filter while rotating the base of the robot manipulator (*а*), transition time in a fuzzy digital filter (*б*), transient graph with a fuzzy digital filter while rotating the base of the robotic arm (*в*)

В качестве эксперимента проводили измерения времени переходного процесса при различных коэффициентах нечеткого цифрового фильтра. При повороте ручки потенциометра *1* (см. рис. 1, *б* на третьей стороне обложки) сигнал передается в микроконтроллер *5* (см. рис. 1, *а* на третьей стороне обложки). В микроконтроллере при коэффициентах нечеткого цифрового фильтра, рассчитанных с помощью формул (11) и (5), сигнал передается на сервопривод *1* для поворота основания робота-манипулятора (см. рис. 1, *б*). На рис. 5 представлен график переходного процесса движения звеньев робота-манипулятора при первом измерении $\alpha_1 = 0.9$, $\beta = 0,1$.

При проведении первого эксперимента время переходного процесса с нечетким цифровым фильтром составило 23 мс.

Во втором эксперименте при $\alpha = 0{,}8$, $\beta = 0{,}2$, время переходного процесса составило 13 мс (рис. 5).

Третий эксперимент проводился при параметрах $\alpha = 0{,}6$, $\beta = 0{,}4$ (рис. 6).

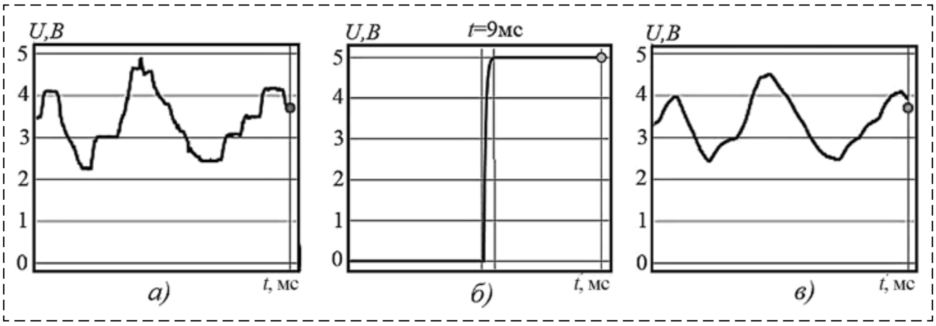


Рис. 6. График переходного процесса без нечеткого цифрового фильтра при вращении основания робота-манипулятора *(а)*, время переходного процесса в нечетком цифровом фильтре *(б)*, график переходного процесса с нечетким цифровым фильтром при вращении основания робота-манипулятора *(в)*

Fig. 6. Transient graph without a fuzzy digital filter while rotating the base of the robot manipulator (*а*), transition time in a fuzzy digital filter (*б*), transient graph with a fuzzy digital filter while rotating the base of the robotic arm (*в*)

Время переходного процесса составило 9 мс. На представленных графиках видно, что применение нечеткого цифрового фильтра сглаживает помехи, возникающие из-за дребезга контактов. В ходе эксперимента был сделан вывод о том, что при уменьшении коэффициента усиления цифрового фильтра α уменьшается время переходного процесса движения звеньев робота-манипулятора. Программа, реализующая работу нечеткого цифрового фильтра, занимает 2 % памяти микроконтроллера Arduino Mega.

Заключение

В данной работе представлено устройство робота-манипулятора ARMino с описанием схемы подключения его компонентов. Для подавления дребезга контактов и повышения точности позиционирования робота-манипулятора был разработан нечеткий цифровой фильтр. По результатам, полученным в ходе эксперимента, можно сделать вывод о том, что использование нечеткого цифрового фильтра в системе управления роботом-манипулятором решает проблему дребезга контактов, тем самым улучшая точность позиционирования его звеньев. Установлено, что от коэффициента α зависит время переходного процесса, т.е. при увеличении коэффициента нечеткого цифрового фильтра α увеличивается время поворота звеньев робота-манипулятора, а при уменьшении α уменьшается время. Использование нечеткой логики позволяет выбрать единственное значение коэффициентов цифрового фильтра из диапазона рекомендуемых.

Список литературы

1. **Горитов А. Н.** Управление роботом-манипулятором в среде с неполной информацией // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 6. С. 19—23.

2. **Нусратов О. К., Джафаров П. С., Зейналов Э. Р., Мустафаева А. М., Джафаров С. М.** Аналитический метод синтеза регулятора с нечеткой TS-моделью для управления манипулятором робота с гибким соединением // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 8. С. 10—14.

3. **Коротков А. Л., Королев Д. М., Китаев Н. А.** Комплект модулей мобильной робототехники для макетирования и отладки алгоритмов управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19. № 3. С. 175—182.

4. **URL:** http://electricalschool.info (дата обращения 08.05.2018).

5. **Кондратьев Н. О., Кузнецов К. А., Трубин В. Г.** Устройство ввода информации на базе механического инкрементального энкодера EC11 // Автоматика и программная инженерия. 2017. № 2. С. 39—45.

6. **URL:** http://iarduino.ru. (дата обращения 16.05.18)

7. **URL:** http://www.teh-lib.ru/cimpu/cifrovye-filtry.html (дата обращения 17.05.18)

8. **Бобырь М. В.** Адаптивная система управления мобильным роботом на основе нечеткой логики // Мехатроника, автоматизация и управления. 2015. № 7. С. 449—455.

9. **Ющенко А. С.** Методы нечеткой логики в управлении мобильными манипуляционными роботами // Вестник МГТУ им. Баумана. 2012. С. 29—43.

10. **Ho Pham Huy Anh, Kyoung Kwan Ahn** Hybrid control of a pneumatic artificial muscle (PAM) robot arm using an inverse NARX fuzzy model // Engineering Applications of Artificial Intelligence. 2011. N. 24. P. 697—716.

11. **Бобырь М. В., Титов В. С., Милостная Н. А.** Прогнозирование работы мехатронных систем на основе мягких нечетких баз знаний // Мехатроника, автоматизация и управления. 2014. № 10. С. 8—14.

12. **Yuksel Hacioglu, Yunus Ziya Arslan, Nurkan Yagis.** MIMO fuzzy sliding mode controlled dual arm robot in load transportation // Journal of the Franklin Institute. 2011. N. 348. P. 1886—1902.

13. **Bobyr M. V., Milostnaya N. A., Kulabuhov S. A.** A method of defuzzification based on the approach of areas' ratio // Applied Soft Computing Journal. 2017. N. 10. P. 19—32.

14. **Бобырь М. В., Кулабухов С. А., Милостная Н. А.** Обучение нейро-нечеткой системы на основе метода разности площадей // Искусственный интеллект и принятие решений. 2016. № 4. С. 15—26.

15. **Barmak Baigzadehnoe, Zahra Rahmani, Alireza Khosravi, Behrooz Rezaie.** On position/force tracking control problem of cooperative robot manipulators using adaptive fuzzy backstepping approach // ISA Transactions. 2017. N. 70. P. 432—446.

Fuzziy Digital Filter for Robotic Manipulator Operation

M. V. Bobyr, fregat_mn@rambler.ru, **M. Yu. Luneva,** marinok-l@yandex.ru,
C. A. Nolivos, cris_93_bep@hotmail.com,
South-West State University, Kursk, 305040, Russian Federation

Corresponding autor: **Bobyr Maxim V.,** Doctor of technical sciences, Professor of the department of computer technology, South-West State University, Kursk, 305040, Russian Federation

Accepted on December 03, 2018

Abstract

In this article it is described the operation principle of a robotic manipulator ARMino device and the connection diagram of its electrical components. The device includes: An Arduino Mega control board, four servos, four potentiometers, a prototyping board, a computer. Turning the shafts on the potentiometer adjusts the position of the servo spindles. When the voltage on the potentiometer's pin changes, the voltage at the analog inputs of the microcontroller changes. Then, in the microcontroller, the voltage is scaled to the value of the servo rotation angle. After that, the joints of the robotic manipulator are rotated. During the operation of the ARMino robotic arm, a contact bounce problem appeared, significantly reducing the accuracy of positioning and the smooth movement of the ARMino joints. To solve this problem, a digital filter was developed. This article describes the digital filter working algorithm, which consists of four steps. One of the steps consists on finding the digital filter coefficients, which regulate the signal voltage level transmitted to the servo motors, and its transition process time which forms the signal edge. The main problem developing a digital filter is that the standard procedure of finding the digital filter coefficients, the coefficients are given by a recommended range of values, which complicates choosing from this range, a single value and transmitting it to the servos. To solve this problem, a fuzzy digital filter was developed, the algorithm of which consists of six steps. The first step determines the input variables degree of truth. The second step is to calculate the degrees of truth of the fuzzy rules preconditions. The third step is to calculate the degrees of truth of the fuzzy rules conclusions by using the process of finding the maximum values. The fourth step is the defuzzification stage in which a precise value of the fuzzy digital filter coefficient is calculated. The fifth step is the output voltage transmitted to the servos. In the sixth step, the output voltage in the microcontroller is converted to the angle value and the servo is given the command to rotate. This article presents numerical simulation of the fuzzy digital filter algorithm, using as an example the servo responsible of the ARMino base rotation. Experimental studies on the functioning of the fuzzy digital filter have been carried out, confirming the expediency of its use. The graphics of the transition process of the robotic manipulator base movement without and with the use of a digital filter are given.

Keywords: *contact bounce, robotic manipulator, servos, fuzzy digital filter*

Acknowledgements: This article was completed with the support of the Russian Federation President's grant MD-707.2017.8 and State assignment: Agreement № 2.3440.2017/4.6

For citation:

Bobyr M. V., Luneva M. Yu., Nolivos C. A. Fuzziy Digital Filter for Robotic Manipulator Operation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2019, vol. 20, no. 4, pp. 244—250.

DOI: 10.17587/mau.20.244-250

References

1. **Goritov A. N.** *Upravlenie robotom-manipulyatorom v srede s nepolnoj informatsiej* (Managing a robotic manipulator in an environment with incomplete information), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 6, pp. 19—23.
2. **Nusratov O. K., Dzhafarov P. S., Zeynalov E. R., Mustafayeva A. M., Jafarov S. M.** *Analiticheskij metod sinteza regulyatora s nechetkoj TS-model'yu dlya upravleniya manipulyatorom robota s gibkim soedineniem* (Analytical method for synthesizing a regulator with a fuzzy TS-model for operating a robotic manipulator with a flexible connection*), Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, no. 8, pp. 10—14 (in Russian).
3. **Korotkov A. L., Korolev D. M., Kitaev N. A.** *Komplekt modulej mobil'noj robototekhniki dlya maketirovaniya i otladki algoritmov upravleniya* **(**Set of modules of mobile robotics for prototyping and debugging of operation algorithms), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 3, pp. 175—182 (in Russian).
4. **Available at:** *http://electricalschool.info* (date of access 08.05.2018).
5. **Kondratiev N. O., Kuznetsov K. A., Trubin V. G.** Input device based on a mechanical incremental encoder EC11, *Automation and Software Engineering*, 2017, no. 2, pp. 39—45 (in Russian).
6. **Available at:** http://iarduino.ru (date of access 16.05.18).
7. **Available at:** http://www.teh-lib.ru/cimpu/cifrovye-filtry.html (date of access 17.05.18)
8. **Bobyr M. V.** Adaptivnaya sistema upravleniya mobil'nym robotom na osnove nechetkoj logiki (An adaptive control system for a mobile robot based on fuzzy logic), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, no. 7, pp. 449—455 (in Russian).
9. **Yushchenko A. S.** Metody nechetkoj logiki v upravlenii mobil'nymi manipulyatsionnymi robotami (*Fuzzy logic methods in the management of mobile manipulation robots*), Vestnik MSTU. Bauman, 2012, pp. 29—43 (in Russian).
10. **Ho Pham Huy Anh, Kyoung Kwan Ahn** Hybrid control of a pneumatic artificial muscle (PAM) robot arm using an inverse NARX fuzzy model, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2011, no. 24, pp. 697—716.
11. **Bobyr M. V., Titov V. S., Milostnaya N. A.** Prognozirovanie raboty mekhatronnykh sistem na osnove myagkikh nechetkikh baz znanij (Work prediction of mechatronic systems based on soft fuzzy knowledge data bases*), Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2014, no. 10, pp. 8—14 (in Russian).
12. **Yuksel Hacioglu, Yunus Ziya Arslan, Nurkan Yagis** MIMO fuzzy sliding mode controlled dual arm robot in load transportation, *Journal of the Franklin Institute*, 2011, no. 348, pp. 1886—1902.
13. **Bobyr M. V., Milostnaya N. A., Kulabuhov S. A.** A method of defuzzification based on the approach of areas' ratio, *Applied Soft Computing Journal*, 2017, no. 10, pp. 19—32.
14. **Bobyr M. V., Kulabukhov S. A., Milostnaya N. A.** Teaching a neuro-fuzzy system based on the area difference method, *Artificial intelligence and decision making*, 2016, no. 4, pp. 15—26.
15. **Barmak Baigzadehnoe, Zahra Rahmani, Alireza Khosravi, Behrooz Rezaie** On position/force tracking control problem of cooperative robot manipulators using adaptive fuzzy backstepping approach, *ISA Transactions*, 2017, no. 70, pp. 432—446.

УДК 681.5.01 DOI: 10.17587/mau.20.251-256

До Куанг Тхонг, канд. техн. наук, doquangthong@yahoo.com
Технический университет им. Ле Куй Дон

Синтез системы самонаведения ракет с учетом динамики измерительных элементов

В настоящее время разработаны разнообразные системы самонаведения ракет. Однако в открытой литературе до сих пор лишь изложены методы синтеза системы самонаведения ракет без учета динамических свойств измерительных элементов. Это справедливо только в том случае, когда измерительные элементы имеют малую инерционность и достаточное демпфирование. В общем случае необходимо учитывать динамику измерительных элементов с значительной постоянной времени. Вместе с тем большая инерционность измерительных элементов улучшает фильтрацию высокочастотных помех системы в целом. Учет динамики измерительных элементов приводит к осложнению в определении передаточной функции системы стабилизации нормального ускорения и синтезе самонаведения ракет в целом. Поэтому в данной статье мы предложим математическую модель системы самонаведения ракет с учетом динамических свойств измерительных элементов. Эта модель позволяет синтезировать системы самонаведения ракет с большой точностью и применять измерительные элементы с постоянной времени, сравнимой с постоянной времени рулевого привода. Для этого предлагаемая система рассматриваеся на двух этапах. На первом этапе подробно обсуждается система самонаведения ракет без учета динамических характеристик измерительных элементов. Исследовано влияние динамических свойств измерительных элементов на качество системы самонаведения ракет. На втором этапе представлена методика синтеза системы самонаведения ракет с учетом динамических свойств измерительных элементов. Учет динамических свойств измерительных элеменов осуществлен с помощью команд пакета Control system toolbox (MATLAB). Синтез системы самонаведения ракет выполнен методом параметрической оптимизации, благодаря чему уменьшается отрицательное влияние динамических свойств измерительных элементов на качество системы самонаведения ракет.

Ключевые слова: *синтез системы, ракета, система самонаведения ракет, цель*

Введение

При проектировании системы управления необходимо знать математическую модель ее неизменяемой части (объект управления, измерительные элементы (ИЭ), усилительные элементы, ...). Системы управления летательными аппаратами (ЛА) являются сложными системами. Учет динамики ИЭ приводит к усложнению расчета. Поэтому до сих пор в открытых литературных источниках [1—7] в начальных стадиях проектирования системы управления ЛА ИЭ считали безынерционными. В работе [1] приведены математическе модели датчика угловой скорости (ДУС) (скоростной гироскоп) и датчика линейных ускорений (ДЛУ) (акселерометр) в виде колебательных звеньев, но в дальнейшем эти модели не использованы. В работе [2] также представлены математическе модели ДУС и ДЛУ в виде колебательных звеньев, при этом полагали, что их передаточные функции равны

$$W_{\text{г}}(s) = W_{\text{ак}}(s) = 1.$$

Данное допущение справедливо, если постоянная времени ИЭ намного меньше постоянной времени рулевого привода (РП) [2]:

$$\frac{1}{T_{\text{г}}} \gg \frac{1}{T_{\text{РП}}};\ \frac{1}{T_{\text{ак}}} \gg \frac{1}{T_{\text{РП}}}.$$

Заметим, что маленькая постоянная времени ИЭ ухудшает их фильтрирующую способность высокочастотных помех.

В работе [3] для проведения аналитических исследований используются простейшие математические модели элементов. Также изложены математическе модели ДУС и ДЛУ в виде колебательных звеньев. Здесь же подчеркнуто, что чрезмерное упрощение математической модели часто является недопустимым, так как результаты исследований в этом случае могут не отображать наиболее характерных свойств системы. При проведении вычислительного эксперимента, как правило, строятся адекватные реальным математические модели элементов. Если созданы макетные образцы элементов будущей системы и комплексный стенд системы самонаведения ракет (ССР), который включает реальные элементы системы, то используются полные математические модели, имеющие высокую степень адекватности реальной системе. Задачи вычислительной части комплексного стенда — исследование качества работы, а главное — конкретизация и уточнение результатов аналитического решения задач синтеза. Таким образом, полная математическая модель ССР учитывается в последних стадиях разработки ракеты, а на начальных стадиях не учитывается.

В работе [4] изложена методика синтеза ССР без учета динамических свойств ИЭ (скоростный гироскоп, акселерометр, ...). На самом деле они являются колебательными звеньями с передаточной функцией (ПФ) [1—4]

$$W_{\text{г}}(s) = \frac{k_{\text{г}}}{T_{\text{г}}^2 s^2 + 2\xi_{\text{г}} T_{\text{г}} s + 1};$$

$$W_{\text{ак}}(s) = \frac{k_{\text{ак}}}{T_{\text{ак}}^2 s^2 + 2\xi_{\text{ак}} T_{\text{ак}} s + 1},$$

где $k_{\text{г}}$, $\xi_{\text{г}}$, $T_{\text{г}}$ — коэффициент преобразования, коэффициент демпфирования, постоянная времени ДУС; $k_{\text{ак}}$, $\xi_{\text{ак}}$, $T_{\text{ак}}$ — коэффициент преобразования, коэффициент демпфирования, постоянная времени ДЛУ.

Задача заключается в исследовании влияния динамических свойств ИЭ на качество ССР и в синтезе ССР с учетом этого влияния.

Математическая модель системы самонаведения ракет

Функциональная схемы ССР представлена на рис. 1 [4].

Математическая модель ССР с применением метода пропорционального наведения без учета динамических свойств ИЭ (рулевой привод (РП) в первом приближении считается колебательным звеном [3, 4], применяется гиростабилизованная головка самонаведения (ГСН))

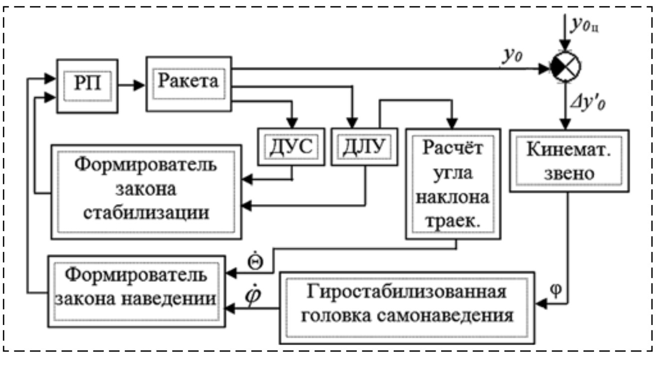


Рис. 1. Функциональная схема системы самонаведения ракет
Fig. 1. Functional diagram of the missile homing system

в вертикальной плоскости в виде системы дифференциальных уравнений имеет вид [8—16]:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{z_1} = -a_{11}\omega_{z_1} - a_{12}\alpha - a_{13}\delta; \\ \dot{\vartheta} = \omega_{z_1}; \\ \dot{\Theta} = a_{42}\alpha; \\ \alpha = \vartheta - \Theta; \\ w_{y_0} = V a_{42}\alpha; \end{cases} \qquad (1)$$

$$\begin{cases} \sigma_c = (k_w u_{\text{ак}} + k\omega_{z1} u_{\text{г}}); \\ \sigma_{\text{н}} = k(k_{\text{пр}} k_{\text{гн}} \varepsilon - a_{42}\alpha); \\ u_{\text{ак}} = k_{\text{ак}} w_{y_0}; \\ u_{\text{г}} = k_{\text{сг}}\omega_{z_1}; \\ u_{\text{р}} = \sigma_c - \sigma_{\text{н}}; \\ \dot{\delta}_1 = \frac{k_{\text{р}}}{T_{\text{р}}^2} u_{\text{р}} - \frac{1}{T_{\text{р}}^2}\delta - \frac{2\xi_{\text{р}}}{T_{\text{р}}}\delta_1; \\ \dot{\delta} = \delta_1; \\ \dot{\varphi}_{\text{об}} = k_{\text{гр}}\varepsilon; \\ \varepsilon = \varphi - \varphi_{\text{об}}; \end{cases} \qquad (2)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{0\text{ц}} = V_{\text{ц}} \cos\Theta_{\text{ц}}; \\ \dot{y}_{0\text{ц}} = V_{\text{ц}} \sin\Theta_{\text{ц}}; \\ \dot{x}_0 = V\cos\Theta; \\ \dot{y}_0 = V\sin\Theta; \\ \Delta x'_0 = x_{0\text{ц}} - x_0; \\ \Delta y'_0 = y_{0\text{ц}} - y_0; \\ r = \sqrt{\Delta x_0'^2 + \Delta y_0'^2}; \\ \varphi = \arcsin\frac{\Delta y'_0}{r}; \\ 0 \leqslant t \leqslant T^*, \end{cases} \qquad (3)$$

где ω_{z1} — скорость вращения ракеты [°/c]; α — угол атаки ракеты [°]; δ — угол вращения руля [°]; ϑ — угол тангажа ракеты [°]; Θ — угол наклона траектории ракеты [°]; w_{y0} — нормальное ускорение ракеты [м/с^2]; V — скорость ракеты [м/с]; a_{11} — коэффициент естественного демпфирования [1/c]; a_{12} — коэффициент флюгерности [1/c^2]; a_{13} — коэффициент эффективности руля [1/c^2]; a_{42} — коэффициент нормальной силы [1/c]; $u_{\text{ак}}$ — выходной сигнал ДЛУ; $u_{\text{г}}$ — выходной сигнал ДУС; σ_{c} — закон стабилизации нормального ускорения; $\sigma_{\text{н}}$ — закон наведения; k_w — коэффициент обратной связи по нормальному ускорению; $k_{\omega z1}$ — коэффициент обратной связи по скорости углового вращения; $k_{\text{р}}$, $\xi_{\text{р}}$, $T_{\text{р}}$ — коэффициент преобразования, коэффициент демпфирования, постоянная времени РП; $u_{\text{р}}$ — входной сигнал РП; k — коэффициент; $k_{\text{пр}}$ — коэффициент пропорциональности; φ — угол наклона линии визирования

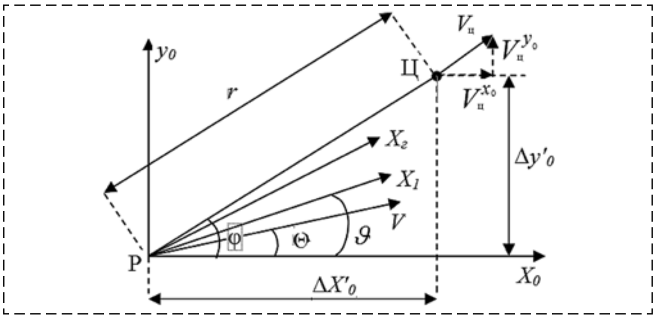


Рис. 2. Взаимное положение ракеты и цели
Fig. 2. The relative position of the missile and target

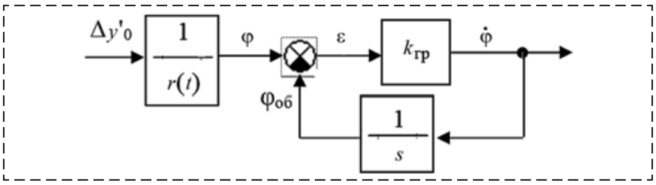


Рис. 3. Упрощенная схема гиростабилизованной головки самонаведения
Fig. 3. Simplified scheme of gyrostabilized homing head

ракет и цели; $k_{гр}$ — коэффициент преобразования прямой цепи ГСН; x_0, y_0 — координаты ракеты по горизонтальной и вертикальной осям; $x_{0ц}$, $y_{0ц}$ — координаты цели по горизонтальной и вертикальной осям; $\Theta_ц$ — угол наклона траектории цели; $\Delta x'_0$, $\Delta y'_0$ — разности координат ракеты и цели; T^* — время наведения.

Взаимное положение ракеты и цели представлено на рис. 2. Упрощенная схема гиростабилизованной ГСН представлена на рис. 3.

С учетом динамических свойств ИЭ системы уравнений (1) и (3) не изменяются. Третье и чевертое уравнения системы (2) заменяются следующими уравнениями:

$$\begin{cases} \dot{u}_{ак1} = \dfrac{k_{ак}}{T_{ак}^2} w - \dfrac{1}{T_{ак}^2} u_{ак} - \dfrac{2\xi_{ак}}{T_{ак}} u_{ак1}; \\ \dot{u}_{ак} = u_{ак1}; \\ \dot{u}_{г1} = \dfrac{k_г}{T_г^2} \omega_{z_1} - \dfrac{1}{T_г^2} u_г - \dfrac{2\xi_г}{T_г} u_{г1}; \\ \dot{u}_г = u_{г1}. \end{cases} \quad (4)$$

Синтез системы самонаведения ракет без учета динамических свойств измерительных элементов

Синтез системы самонаведения ракет осуществляется после синтеза РП и привода ГСН, поэтому параметры РП и привода ГСН известны. Синтез ССР осуществляется методом параметрической оптимизации. На основе параметров (a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{42}) и скорости ракеты V необходимо выбрать параметры ($k_{\omega z1}$, k_w, k, $k_{пр}$), обеспечивающие наименьшую ошибку наведения. Для простоты ошибка наведения определяется растоянием между ракетой и целью в конце процесса самонаведения.

В настоящее время скорость вычисления у компьютеров достаточно высокая. Поэтому можно осуществлять параметрическую оптимизацию ССР путем сканирования параметров $k_{\omega z1}$, k_w, k, $k_{пр}$ с достаточно малым шагом сканирования ($dk_{\omega z1}$, dk_w, dk, $dk_{пр}$). Для каждого значения ($k_{\omega z1}$, k_w, k, $k_{пр}$) необходимо проинтегрировать системы уравнений (1)—(4) и определить ошибку самонаведения, после чего определить наименьшую ошибку наведения и соответствующие значения ($k_{\omega z1}$, k_w, k, $k_{пр}$).

Устойчивость контура стабилизации нормального ускорения w_{y0} является необходимым условием устойчивости ССР. Поэтому для уменьшения времени вычисления нужно интегрировать систему уравнений (1)—(4) только для значений ($k_{\omega z1}$, k_w, k, $k_{пр}$), обеспечивающих необходимый запас устойчивости контура стабилизации нормального ускорения. Проверяется условие устойчивости контура стабилизации нормального ускорения с использованием критерия Гурвица и его запас устойчивости с использованием показателя колебательности ($M \leqslant 1{,}7$). Таким образом, необходимо определить ПФ контура стабилизации нормального ускорения w_{y0}. При приближении РП колебательным звеном ПФ имеет вид

$$W(s, k_{\omega z1}, k_w) = \frac{b_0 s^5 + b_1 s^4 + b_2 s^3 + b_3 s^2 + b_4 s + b_5}{a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + a_5}.$$

Определение такой ПФ не вызывает трудности.

Например, предполагается $a_{11} = 2{,}5$ [1/с]; $a_{12} = 22$ [1/с^2]; $a_{13} = 25$ [1/с^2]; $a_{42} = 1{,}5$ [1/с]; $V = 1300$ [м/с]; $k_{ак} = 1$ [В/м/с^2]; $k_г = 1$ [В/°/с]; $k_р = 1$ [°/В]; $\xi_р = 0{,}6$; $T_р = 0{,}05$ [с]; $k_{гр} = 50$; $k_{\omega z1} = 0{,}1...0{,}4$; $dk_{\omega z1} = 0{,}02$; $k_w = 0{,}001...0{,}15$; $dk_w = 0{,}001$; $k = 1...15$; $dk = 1$; $k_{пр} = 50...100$; $dk_{пр} = 1$; $x_{0ц} = 18\,000$ [м]; $y_{0ц} = 5000$ [м]; $V_ц = 800$ [м/с]; $\Theta_ц = 180$ [°]. Осуществляем параметрическую оптимизацию ССР в среде MATLAB с шагом интегрирования 0,005 с, получаем $k_{\omega z1} = 0{,}16$; $k_w = 0{,}005$; $k = 12$; $k_{пр} = 89$, ошибка наведения $8{,}3 \cdot 10^{-5}$ м. Время регулирования контура стабилизации нормального ускорения 0,45 с.

Исследование влияния динамического свойства измерительных элементов на качество системы самонаведения ракеты

Результат моделирования синтезированной выше системы показывает, что при изменении коэффициента демпфирования ИЭ ошибка наведения увеличивается незначительно. При увеличении постоянной времени ИЭ существенно увеличиваются ошибка наведения и время регулирования контура стабилизации нормального ускорения w_{y0}. В синтезированной выше системе при увеличении постоянной времени ИЭ до значения 0,08 с возникает колебание, и ошибка наведения увеличивается до 0,5 м. При увеличении постоянной времени ИЭ до величины 0,09 с в системе возникает колебание, и ошибка наведения возрастает до 12,5 м. При одновременом увеличении постоянной времени и уменьшении коэффициента демпфирования ИЭ ССР не может работать. Поэтому при большой постоянной времени и малом коэффициенте демпфирования ИЭ необходимо их учитывать при синтезе ССР.

Синтез системы самонаведения ракет с учетом динамических свойств измерительных элементов

Применим описанную выше методику синтезирования ССР с учетом динамических свойств ИЭ (1), (4). В этом случае ПФ контура стабилизации нормального ускорения имеет вид

$$W(s, k_{\omega z1}, k_w) = \frac{b_0 s^9 + b_1 s^8 + b_2 s^7 + \ldots + b_8 s + b_9}{a_0 s^9 + a_1 s^8 + a_2 s^7 + \ldots + a_8 s + a_9}.$$

Определение такой ПФ аналитически сложное и трудоемкое, поэтому необходимо использовать пакет Control system toolbox (MATLAB) [17]. Для каждого значения ($k_{\omega z1}$, k_w, k, $k_{пр}$) нужно применить команду tf для описания ПФ динамического звена; выполнить операцию произведения (*) для определения ПФ последовательных соединенных динамических звеньев; применить команду feedback для определения ПФ замкнутого контура. Таким образом, мы определим ПФ замкнутого контура стабилизации нормального ускорения sys.

Для применения критерия Гурвица и определения показателя колебательности необходимо определить коэффициенты ПФ замкнутого контура стабилизации нормального ускорения sys. Для этого применить команду [n,d] = tfdata(sys,'v').

Показатель колебательности определяется следующим образом. Для каждого значения ПФ замкнутого контура стабилизации нормального ускорения осуществить сканирование по частоте в диапазоне 0...$1/T_р$ с шагом сканирования 0,1 и для каждого значения частоты определить

$$|W(j\omega, k_{\omega z1}, k_w)|.$$

Показатель колебательности определяется по формуле

$$M = \max(|W(j\omega, k_{\omega z1}, k_w)|).$$

Проинтегрировать систему уравнений (1)—(4) для значений ($k_{\omega z1}$, k_w, k, $k_{пр}$), обеспечивающих гурвицевость системы, и показатель колебательности, меньший 1,7.

Предполагается: a_{11} = 2,5 [1/с]; a_{12} = 22 [1/с^2]; a_{13} = 25 [1/с^2]; a_{42} = 1,5 [1/с]; V = 1300 [м/с]; $k_р$ = 1 [°/В]; $\xi_р$ = 0,6; $T_р$ = 0,05 [с]; $k_{гр}$ = 50; $k_{\omega z1}$ = 0,06...0,4; $dk_{\omega z1}$ = 0,02; k_w = 0,001...0,15; dk_w = 0,001; k = 1...15; dk = 1; $k_{пр}$ = 50...100; $dk_{пр}$ = 1; $x_{0ц}$ = 18 000 [м]; $y_{0ц}$ = 5000 [м]; $V_ц$ = 800 [м/с]; $\Theta_ц$ = 180 [°].

В первом случае предполагается $k_г$ = 1 [В/°]; $\xi_г$ = 0,6; $T_г$ = 0,05 [с]; $k_{ак}$ = 1 [В/м/с^2]; $\xi_{ак}$ = 0,6; $T_{ак}$ = 0,05 [с]. Осуществляем параметрическую оптимизацию ССР в среде MATLAB с шагом интегрирования 0,005 с, получаем $k_{\omega z1}$ = 0,22; k_w = 0,004; k = 11; $k_{пр}$ = 98; ошибка наведения $1{,}32 \cdot 10^{-5}$ м. Время регулирования контура стабилизации нормального ускорения 0,5 с.

Во втором случае предполагается $k_г$ = 1 [В/°]; $\xi_г$ = 0,6; $T_г$ = 0,08 [с]; $k_{ак}$ = 1 [В/м/с^2]; $\xi_{ак}$ = 0,6; $T_{ак}$ = 0,08 [с]. Осуществляем параметрическую оптимизацию ССР в среде MATLAB с шагом интегрирования 0,005 с, получаем $k_{\omega z1}$ = 0,1; k_w = 0,001; k = 6; $k_{пр}$ = 68; ошибка наведения $6{,}7 \cdot 10^{-4}$ м. Траектории ракеты и цели представлены на рис. 4. Переходная характеристика контура стабилизации нормального ускорения представлена на рис. 5. Время регулирования контура стабилизации нормального ускорения 0,8 с.

В третьем случае предполагается $k_г$ = 1 [В/°]; $\xi_г$ = 0,6; $T_г$ = 0,1 [с]; $k_{ак}$ = 1 [В/м/с^2]; $\xi_{ак}$ = 0,6; $T_{ак}$ = 0,1 [с]. Осуществляем параметрическую оптимизацию ССР в среде MATLAB с шагом интегрирования 0,005 с, получаем $k_{\omega z1}$ = 0,1; k_w = 0,001; k = 5; $k_{пр}$ = 80; ошибка наведения 0,011 м. Время регулирования контура стабилизации нормального ускорения 1,2 с.

Заметим, что при увеличении постоянной времени ИЭ время регулирования контура стабилизации нормального ускорения увели-

Рис. 4. Траектории ракеты и цели

Fig. 4. Trajectories of missile and targets

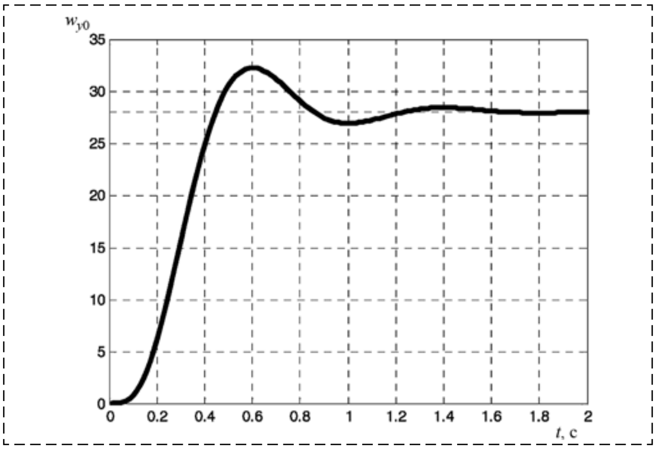


Рис.5. Переходная характеристика контура стабилизации нормального ускорения w_{y0}

Fig. 5. Transient response of the normal acceleration stabilization circuit w_{y0}

чивается. Следовательно, для попадания ракеты в цель расстояние между ракетой и целью в начале самонаведения должно увеличиться.

Заключение

Если ИЭ имеют маленькую постоянную времени и достаточно большой коэффициент затухания, то их можно не учитывать при синтезе ССР. При этом увеличение постоянной времени ИЭ приводит к ухудшению качества ССР (увеличение времени регулирования и возможно возникновение колебания в контуре стабилизации нормального ускорения и в самой ССР). Увеличение времени регулирования контура стабилизации нормального ускорения приводит к необходимости увеличения расстояния между ракетой и целью в начале самонаведения.

Предложенная методика параметрической оптимизации обеспечивает возможность выбрать параметры ССР с большой точностью наведения при учете динамических свойств ИЭ.

Предложенная методика параметрической оптимизации обеспечивает возможность выбрать параметры ССР при постоянной времени ИЭ, сравнимой с постоянной времени РП.

Предложенная методика параметрической оптимизации также может позволять выбрать параметры ССР при точном математическом описании РП и привода ГСН.

Список литературы

1. **Кринецкий Е. И.** Системы самонаведения. М.: Машиностроение. 1970. С. 1483149
2. **Федосов Е. А., Бобронников В. Т., Красильщиков Н. Н.** и др. Под ред. Федосова Е. А. Динамическое проектирование систем управления автоматических маневренных летательных аппаратов: учеб. пособие. М.: Машиностроение, 1997. С. 87—88.
3. **Пупков К. А., Егупов Н. Д., Колесников Л. В.** и др. Под. ред. Пупкова К. А. и Егупова Н. Д.. Высокоточные системы самонаведения: расчет и проектирование. Вычислительный эксперемент. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. С. 30—64, 297—300.
4. **Тимофеев Н. Н., Шестун А. Н.** Проектирование нестационарных динамических систем управления летательных аппаратов, СПб.: БГТУ 2001. С. 9—43.
5. **Blakelock J. H.** Automatic Control of Aircraft and Missiles, John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, second edition, 1991. P. 77—80, 238—244, 287.
6. **Roskam J.** Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Control, Part I, Roskam Aviation and Engineering Corporation, Ottawa, Kansas, second printing, 1998. P. 689.
7. **Zarchan P.** Tactical and Strategic Missile Guidance, third edition, Vol. 157, Progress in Astronautics and Aeronautics, published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., Washington, D. C., 1998. P. 508—518, 529—549.
8. **Толпегин О. А.** Математические модели систем наведения летательных аппаратов. СПб.: БГТУ — 1999. С. 65—96.
9. **Санников В. А., Шалыгин А. С.** Математические модели стабилизации движения летательных аппаратов, СПб.: Ленинградский ордена Ленина Красного Знамени Механического институт имени Маршала Советского Союза Д. Ф. Устинова, 1989. С. 4—56.
10. **Макарьев Б. М., Андриевский Б. Р.** Системы стабилизации летательных аппаратов. Принципы построения и структура системы стабилизации, СПб.: Ленинградский ордена Ленина Красного Знамени Механического институт имени Маршала Советского Союза Д. Ф. Устинова, 1981. С. 4—117.
11. **Лебедев А. А., Карабанов В. А.** Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1965. С. 410—442.
12. **Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С.** Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1962. С. 394—479.
13. **Кутовзов Н. Т**. Системы стабилизации летательных аппаратов: учеб. пособие для вузов. М.: Высш. школа, 1976. С. 270—282.
14. **Голубев И. С., Светлов В. Г**. Проектирование зенитных управляемых ракет. М.: Изд. Май, 1999. С. 380—420.
15. **Казаков И. Е., Мишаков А. Ф.** Авиационные управляемые ракеты, Часть II. Системы управления и динамика наведения авиационных управляемых ракет и бомб. М.: Изд. ВВИА им. Жуковского Н. Е. 1985. С. 203—255.
16. **Боднер В. А.** Системы управления летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1973. С. 195—236.
17. **Метведев В. С., Почемкин В. Г.** Control System Toolbox. М.: Изд ДИАЛОГ МИФИ. 1999.

Synthesis of the Missile Homing System Taking into Account the Dynamic Characteristic of the Measurement Elements

Do Quang Thong, doquangthong@yahoo.com,
Le Quy Don Technical University, 236 Hoang Quoc Viet, Ha Noi city, Viet Nam

Corresponding author: **Do Quang Thong,** Le Quy Don Technical University, 236 Hoang Quoc Viet, Ha Noi city, Viet Nam, e-mail: doquangthong@yahoo.com

Accepted on December 18, 2018

Abstract

Several various missile homing systems (MHS) have been developed in recent years. However, to the best of our knowledge, these systems do not take into account the dynamic characteristics of the measurement elements (ME). Such existing systems can only work well when the MEs have a small inertia and large damping. Thus in general case, it is necessary to consider the dynamic characteristics of the MEs with the big inertia. In addition, using the MEs with the big inertia, the MHSs is able to remove the high-frequency noise. However, taking into account the dynamic properties of the MEs causes difficulties in determining the transfer function (PF) of the normal acceleration stability system and the synthesis of MHSs. Therefore, in this paper, we propose an effective mathematical model of the missile homing system, which takes into consideration the dynamic characteristics of the MEs. In addition, this model allows synthesizing the high accuracy MHSs, and utilizing the MEs with the inertia equivalent to the inertia of the rudder actuator. To accomplish that, the proposed system is composed of two stages. In the first stage, the MHSs, which do not incorporate the dynamic characteristics of the MEs, is presented in detail. Then, we analyze and estimate the effect of the dynamic characteristics of the MEs on the performance of the MHSs. In the second stage, we propose a novel MHS, which takes into account the dynamic characteristics of the MEs. The proposed system is implemented based on the basic functions in the Control system toolbox in MATLAB, and designed by the parametric optimization method. The simulation results indicate that, our proposed system outperforms the conventional MHSs in term of reducing the negative effects of the dynamic characteristic of the MEs on the quality of the MHS.

Keywords: *system synthesis, missile, missile homing system, target*

For citation:

Do Quang Thong. Synthesis of the Missile Homing System Taking into Account the Dynamic Characteristic of the Measurement Elements, *Mekhatronika, Avtomatizatsia, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 3, pp. 251—256.

DOI: 10.17587/mau.20.251-256

Reference

1. **Krineckij E. I.** *Sistemy samonavedenija* (Homing systems), Moscow, Mashinostroenie, 1970, pp. 148—149 (in Russian).
2. **Fedosov E. A., Bobronnikov V. T., Krasil'shhikov N. N.** et al. *Dinamicheskoe proektirovanie sistem upravlenija avtomaticheskih manevrennyh letatel'nyh apparatov* (Dynamic design of automatic maneuverable aircraft control systems), Moscow, Mashinostroenie, 1997, pp. 87—88 (in Russian).
3. **Pupkov K. A., Egupov N. D., Kolesnikov L. V.** et al. *Vysokotochnye sistemy samonavedenija: raschet i proektirovanie. Vychislitel'nyj jekspereiment* (High-precision homing systems: calculation and design. Computational experiment), Moscow, FIZMATLIT, 2011, pp. 30—64, 297—300 (in Russian).
4. **Timofeev N. N., Shestun A. N.** *Proektirovanie nestacionarnyh dinamicheskih sistem upravlenija letatel'nyh apparatov* (Design of non-stationary dynamic control systems of aircraft), SPb., Publishing house of BGTU, 2001, pp. 9—43 (in Russian).
5. **Blakelock J. H.** Automatic Control of Aircraft and Missiles, John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, second edition, 1991, pp. 77—80, 238—244, 287.
6. **Roskam J.** Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Control, Part I, Roskam Aviation and Engineering Corporation, Ottawa, Kansas, second printing, 1998, 689 p.
7. **Zarchan P.** Tactical and Strategic Missile Guidance, third edition, Vol. 157, Progress in Astronautics and Aeronautics, published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., Washington, D. C., 1998, pp. 508—518, 529—549.
8. **Tolpegin O. A.** *Matematicheskie modeli sistem navedenija letatel'nyh apparatov* (Mathematical models of aircraft guidance systems), SPb., BGTU, 1999, pp. 65—96 (in Russian).
9. **Sannikov V. A., Shalygin A. S.** *Matematicheskie modeli stabilizacii dvizhenija letatel'nyh apparatov* (Mathematical models of the stabilization of the movement of aircraft), SPb, Leningradskij ordena Lenina Krasnogo Znameni Mehanicheskogo institut imeni Marshala Sovetskogo Sojuza D. F. Ustinova, 1989, pp. 4—56 (in Russian).
10. **Makar'ev B. M., Andrievskij B. R.** *Sistemy stabilizacii letatel'nyh apparatov. Principy postroenija i struktura sistemy stabilizacii* (Aircraft stabilization systems. Principles of construction and structure of the stabilization system), SPb, Leningradskij ordena Lenina Krasnogo Znameni Mehanicheskogo institut imeni Marshala Sovetskogo Sojuza D. F. Ustinova, 1981, pp. 4—117 (in Russian).
11. **Lebedev A. A., Karabanov V. A.** *Dinamika sistem upravlenija bespilotnymi letatel'nymi apparatami* (Dynamics of control systems for unmanned aerial vehicles), Moscow, Mashinostroenie, 1965, pp. 410—442 (in Russian).
12. **Lebedev A. A., Chernobrovkin L. S**. *Dinamika poljota bespilotnyh letatel'nyh apparatov* (Flight dynamics of unmanned aerial vehicles), Moscow, Mashinostroenie, 1962, pp. 394—479 (in Russian).
13. **Kutovzov N. T.** *Sistemy stabilizacii letatel'nyh apparatov* (Aircraft Stabilization Systems), Moscow, Vyssh. Shkola, 1976, pp. 270—282 (in Russian).
14. **Golubev I. S., Svetlov V. G.** *Proektirovanie zenitnyh upravljaemyh raket* (Design of anti-aircraft guided missiles), Moscow, Publishing house of MAI, 1999, pp. 380—420 (in Russian).
15. **Kazakov I. E., Mishakov A. F.** *Aviacionnye upravljaemye rakety, Part II, Sistemy upravlenija i dinamika navedenija aviacionnyh upravljaemyh raket i bomb* (Aviation guided missiles, Part II — Control systems and targeting dynamics of aviation guided missiles and bombs), Moscow, Publishing house of VVIA im. Zhukovskogo N. E., 1985, pp. 203—255 (in Russian).
16. **Bodner V. A.** *Sistemy upravlenija letatel'nymi apparatami* (Aircraft control systems), Moscow, Mashinostroenije, 1973, pp. 195—236 (in Russian).
17. **Metvedev V. S., Pochjomkin V. G**. Control System Toolbox, Moscow, Publishing house of DIALOG MIFI, 1999 (in Russian).

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5510, (499) 269-5397**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Н. В. Яшина*.

Сдано в набор 28.01.2019. Подписано в печать 20.03.2019. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ MH419. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Адвансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Адвансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.