

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 20

2019

№ 3

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:

БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.

ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.

ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН

БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН

ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН

ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН

КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН

КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН

КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН

МИКРИН Е. А., акад. РАН

ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН

РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН

СЕБЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН

СИГОВ А. С., акад. РАН

СОЙФЕР В. А., акад. РАН

СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН

ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН

ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН

ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН

ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН

ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:

DANIELE Z., PhD, Италия

DORANTES D. J., PhD, Турция

GROUMPOS P. P., PhD, Греция

ISIDORI A., PhD, Италия

KATALINIC B., PhD, Австрия

LIN CH.-Y., PhD, Тайвань

MASON O. J., PhD, Ирландия

ORTEGA R. S., PhD, Франция

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США

STRZELECKI R. M., PhD, Польша

SUBUDHI B. D., PhD, Индия

АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан

ГАРАШЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина

ТРОФИМЕНКО Е. Е., д.т.н., Беларусь

БОБЦОВ А. А., д.т.н.

БУКОВ В. Н., д.т.н.

ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.

ЛОХИН В. М., д.т.н.

ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д.ф.-м.н.

ПУТОВ В. В., д.т.н.

ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.

РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.

ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.

ФУРСОВ В. А., д.т.н.

ЮРЕВИЧ Е. И., д.т.н.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:

АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Ловчаков В. И. Применение многомерной линеаризации в синтезе квазиоптимальных регуляторов по функционалу обобщенной работы 131

Grekov A. N., Grekov N. A., Sychov E. N. New Equations for Sea Water Density Calculation Based on Measurements of the Sound Speed 143

Филиппов Б. И. Архитектура гидроакустической навигационной системы с короткой базой для приведения подводного аппарата к стыковочному модулю 152

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Варлашин В. В., Ершова М. А., Буняков В. А., Шмаков О. А. Система кругового обзора реального времени для мобильных робототехнических комплексов 162

Попов Д. И., Климчик А. С. Использование датчиков усилия в суставах для определения точки и типа коллизии в индустриальном роботе 171

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА
И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Петрищев В. Ф. Энергосберегающий алгоритм автоматического управления тягой двигателя на заключительном участке мягкой посадки на Луну 180

Попов И. П. Системы отсчета в навигации движущихся объектов 189

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в БД RSCI на платформе Web of Science.

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 20

2019

No. 3

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

MIKRIN E. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DANIELE Z., PhD, Italy

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

TROFIMENKO Ye. Ye., Belarus

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

PAVLOVSKY V. E.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEEV S. F.

YUREVICH E. I.

Editorial Staff:

BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

- Lovchakov V. I.** Application of Multidimensional Linearization in Quasi-optimal Controllers Synthesis in the Functional of Generalized Work 131
- Grekov A. N., Grekov N. A., Sychov E. N.** New Equations for Sea Water Density Calculation Based on Measurements of the Sound Speed 143
- Filippov B. I.** Architecture of a Hydroacoustic Navigation System with a Cotton Basis for Conversion of the Underwater Apparatus to the Docking Module 152

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

- Varlashin V. V., Ershova M. A., Bunyakov V. A., Shmakov O. A.** Real-Time Surround-View System for Mobile Robotic System 162
- Popov D. I., Klimchik A. S.** The Use of Joints Force Sensors to Determine the Collision Location and Type for an Industrial Robot 171

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

- Petrishchev V. F.** Power-Efficient Algorithm of Controlling the Engine Thrust at the Final Phase of Soft Moon Landing 180
- Popov I. P.** Reference Systems in the Navigation of Moving Objects 189

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

В. И. Ловчаков, д-р техн. наук, проф., lovvi50@mail.ru,
Тулский государственный университет

Применение многомерной линеаризации в синтезе квазиоптимальных регуляторов по функционалу обобщенной работы

Исследуется решение задачи аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) в постановке А. А. Красовского для устойчивых многомерных объектов, описываемых матричным дифференциальным уравнением с полиномиальными нелинейностями от фазовых координат. Исследуемый класс объектов управления, получивших название полиномиальных, достаточно широк для приложений: указанные модели используются для описания движения систем самой различной природы — устройств электромеханики, химических реакторов, промышленных объектов с рециклом, биологических и экологических систем и др.

Для решения указанной задачи АКОР наиболее приспособлен метод степенных рядов, который в отличие от других позволяет найти законы управления в наиболее широкой области фазового пространства объекта. Однако его реализация сопряжена с выполнением большого объема вычислений, является в меньшей степени формализованной и соответственно приспособленной к программированию. В данной работе предложен метод синтеза квазиоптимальных регуляторов, который во многом ослабляет отмеченные недостатки метода степенных рядов за счет использования процедуры многомерной линеаризации описания полиномиальных объектов, осуществляемой за счет расширения пространства состояния объекта новыми координатами, представляющими собой произведения исходных фазовых координат, и применения аппарата теории матриц с кронекеровским (прямым) произведением. Предлагаемый метод синтеза позволяет найти в форме полиномиальной функции приближенное решение задачи АКОР с высокой точностью, причем его реализация отличается предельной простотой вследствие использования в основном известного программного обеспечения решения линейно-квадратичных задач оптимального управления.

Точность решения задачи АКОР определяется точностью выбираемой для исследуемого объекта квазилинеаризованной модели соответствующей степени ($k = 2, 3, \dots$). Подчеркнем, что в линеаризованной модели k -й степени учитываются полиномиальные составляющие k -й степени описания объекта управления. В связи с этим предложенный метод синтеза обеспечивает точность решения не меньшую, чем стандартный метод степенных рядов с удержанием его членов до k -й степени включительно. Однако точность разработанного метода синтеза, как правило, существенно выше вследствие учета при конструировании регулятора функциональной матрицы используемой квазилинеаризованной модели, зависящей от расширенного вектора состояния объекта, содержащего произведения фазовых координат исходного объекта.

Ключевые слова: объект управления, полиномиальная нелинейность, линеаризация модели, функционал обобщенной работы, аналитическое конструирование оптимальных регуляторов

1. Введение

Современные объекты управления являются, как правило, нелинейными и многомерными по своей природе. Однако в настоящее время для многих практически важных классов нелинейных объектов отсутствуют простые, инженерные методы проектирования систем управления. В связи с этим проблема синтеза нелинейных многомерных систем является центральной в теории управления [1, 2].

Среди большого разнообразия нелинейных объектов в данной работе выделен достаточно широкий для приложений их класс, для которого оказалось возможным разработать

относительно эффективный метод синтеза квазиоптимальных нелинейных регуляторов, использующий в основном известные алгоритмы, и программное обеспечение синтеза оптимальных линейных систем управления. Модели динамики данных объектов описываются системами обыкновенных дифференциальных уравнений с полиномиальными нелинейностями от их фазовых координат. Такие модели применяются для описания движения систем самой различной природы: устройств электромеханики, химических реакторов и промышленных объектов с рециклом, биологических и экологических систем (модели Лотки и Вольтерра) и др. Исследуемый класс объ-

ектов, получивший название полиномиальных [3], можно значительно расширить, включив в него объекты с нелинейными характеристиками, являющимися непрерывными функциями, при последующей их аппроксимации полиномиальными зависимостями.

В связи с указанным широким распространением объектов с полиномиальными нелинейностями целесообразно провести анализ задачи управления данными объектами, которую сформулируем как задачу оптимального управления в рамках перспективного с теоретической и практической точек зрения направления аналитического конструирования оптимальных регуляторов [4–7]. В настоящей работе предполагается использование базовых результатов широко известной теории решения линейно-квадратичных задач управления — задач аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР), к которым относятся задачи структурно-параметрического синтеза линейных систем управления на основе минимизации квадратичного функционала качества [1]. Данная теория получила признание у специалистов автоматического управления [8], что связано с такими ее очевидными достоинствами, как

- 1) логическая завершенность и принципиальная математическая простота;
- 2) законченность и аналитический характер получаемых решений;
- 3) применимость к широкому классу линейных стационарных и нестационарных динамических объектов как с конечным, так и с бесконечным временем функционирования.

В работе [8] одновременно отмечается и чрезмерное "безраздельное господство" методологии линейно-квадратичной оптимизации в теории управления и проводится критический анализ данной ситуации. Критика в главном сводится к следующим положениям:

- 1) квадратичные функционалы качества не имеют ясного физического смысла, и их широкое распространение в основном предопределяется простотой вычисления и удобством использования в аналитических исследованиях;
- 2) в теории АКОР не решена проблема выбора значений весовых коэффициентов квадратичного функционала и их связи с общепринятыми в инженерной практике первичными показателями качества синтезируемых систем (временем переходного процесса, перерегулированием, статической ошибкой регулирования и др.).

На наш взгляд, данные критические замечания являются вполне обоснованными применительно к линейным системам управления, для которых разработаны многие другие методы анализа и синтеза, обеспечивающие желаемые значения первичных показателей качества, запасов устойчивости и грубости. Вслед за Уонем (W. M. Wonham) [9] для линейных систем метод АКОР действительно можно "рассматривать лишь как один из многих подходов к обеспечению устойчивости", причем являющийся далеко не самым эффективным.

Для нелинейных объектов ситуация принципиально иная, так как для них по большому счету практически отсутствуют простые инженерные методы (за исключением методов линеаризации) синтеза систем управления, обеспечивающие им устойчивость и первичные показатели качества. Другим перспективным подходом к синтезу нелинейных многомерных систем являются, на наш взгляд, методы АКОР в сочетании с теорией функций Ляпунова. Использование в них интегральных функционалов качества управления, в частности квадратичных критериев, позволяет определить требования к переходным процессам динамических систем заданием значений их весовых коэффициентов, число которых может быть значительно меньше числа параметров системы дифференциальных уравнений, описывающей желаемые движения синтезируемой многомерной системы, и меньше числа первичных показателей качества, определяемых для каждой координаты многомерного объекта. При этом важно подчеркнуть, что практически произвольный выбор весовых коэффициентов квадратичного критерия обеспечивает синтезируемой системе фундаментальное свойство — свойство асимптотической устойчивости. Дальнейший же целенаправленный перебор значений данных коэффициентов, как правило, удовлетворяет разумным требованиям к первичным показателям качества систем. Более широкие возможности в этом направлении обеспечивают функционалы с интегрантами полиномиального вида, содержащими совместно с квадратичными составляющими и, например, слагаемые четвертой степени, которые для электромеханических систем имеют глубокий физический смысл — смысл квадратичных отклонений соответствующих мощностей или энергий. В связи с этим в данной работе предпринята попытка разработать для

объектов с полиномиальными нелинейностями метод синтеза систем управления, сочетающий достоинства методов линеаризации, АКОР и функций Ляпунова.

Решение задачи АКОР по квадратичному функционалу качества (задачи Летова — Калмана) для многомерных объектов управления с полиномиальными нелинейностями, как показал анализ работ [1, 2, 4—7], представляет серьезные трудности, связанные с необходимостью решения нелинейного уравнения Гамильтона — Якоби — Беллмана в частных производных. Это делает метод Летова — Калмана практически неприменимым к нелинейным объектам выше третьего порядка. Более приспособленным к решению указанной задачи является метод А. А. Красовского [1, 6]: применение функционала обобщенной работы (ФОР), оптимизация по которому мало что меняет в техническом существе требований, предъявляемых к движению оптимальной системы по сравнению с квадратичным интегральным функционалом, позволяет существенно сократить вычислительные затраты в решении сложных задач управления. Более того, сравнение систем управления, оптимальных в смысле минимума ФОР и классических функционалов, в отношении традиционных прямых показателей качества переходных процессов свидетельствует в пользу ФОР [1, 2].

В рамках теории АКОР по критерию обобщенной работы разработаны три основных подхода определения оптимальных управлений: метод степенных рядов [1], операторный метод [6] и метод прогнозирующей модели [7]. Для применения к полиномиальным объектам наиболее приспособлен метод степенных рядов, который в отличие от других позволяет найти законы управления, работоспособные в более широкой области фазового пространства объекта. Однако он в меньшей степени формализован и, соответственно, приспособлен для программной реализации, которая при этом сопряжена с выполнением большого объема вычислений. В данной работе преследуется цель по возможности ослабить эти недостатки метода степенных рядов на основе использования процедуры многомерной линеаризации описания полиномиальных объектов [11, 12], осуществляемой за счет расширения пространства состояния объекта новыми координатами, представляющими собой произведения исходных координат. Предлагаемый

метод синтеза, так же как и метод степенных рядов, позволяет найти в форме полиномиальной функции приближенное решение задачи АКОР, но с относительно высокой точностью и меньшим объемом вычислений.

2. Постановка задачи синтеза оптимальных систем управления

Динамика многих технических объектов и технологических процессов может быть описана векторным нелинейным дифференциальным уравнением вида

$$\dot{X}(t) = A(X) + B(X)U(t), \quad (2.1)$$

где $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ — вектор состояния объекта управления, координаты которого имеют физический смысл отклонений от заданного режима работы; $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$ — вектор управляющих воздействий; $A(X)$ — матрица-столбец с элементами $a_i(X) \equiv a_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$, представляющими собой полиномиальные функции от компонент вектора состояния объекта; $B(X)$ — матрица размерности $n \times m$ с элементами-функциями $b_{ij}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$, удовлетворяющими известным условиям существования решений дифференциальных уравнений [5].

Задачу оптимального управления данными объектами, как обосновано выше, рассмотрим в постановке А. А. Красовского [1, 6]: требуется найти закон управления $U(X)$ в функции фазовых координат, который вместе с объектом (2.1) образует асимптотически устойчивую систему управления, переводящую ее из произвольного начального состояния $X(t=0) = X_0$ в конечное $X(t \rightarrow \infty) = 0$ с минимальным значением ФОР, задаваемого симметричными, положительно определенными матрицами Q, R :

$$J = \int_0^\infty \left(X^T(t) Q X(t) + U^T(t) R U(t) + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial S(X)}{\partial X} \right)^T B(X) R^{-1} B^T(X) \frac{\partial S(X)}{\partial X} \right) dt, \quad (2.2)$$

где $\frac{\partial S(X)}{\partial X}$ — вектор-столбец градиента функции Беллмана — Ляпунова синтезируемой оптимальной системы управления.

Использование ФОР (2.2) существенным образом облегчает нахождение оптимальных управлений

$$U(X) = -0,5R^{-1}B^T(X)\frac{\partial S(X)}{\partial X} \quad (2.3)$$

вследствие линейности дифференциального уравнения в частных производных

$$\left(\frac{\partial S(X)}{\partial X}\right)^T A(X) = -X^T QX, \quad (2.4)$$

определяющего функцию Беллмана — Ляпунова $S(X)$ [2, 6, 7].

Основным общим методом решения дифференциального уравнения (2.4), известного в литературе как уравнение Ляпунова, в настоящее время является метод степенных рядов. Его применение к объектам высокого порядка связано с выполнением большого числа аналитических операций дифференцирования, перемножения, сложения полиномов многих переменных и приведения подобных слагаемых после указанных операций. В настоящей работе разрабатывается метод решения уравнения (2.4) и соответствующий метод синтеза оптимальных систем управления, в котором данные операции осуществляются аналитически с использованием матричного аппарата, включающего операцию кронекеровского произведения матриц. С этой целью с использованием результатов работы [12] описание объектов управления (2.1) представим в следующей оригинальной форме:

$$\dot{X}(t) = A_1 X(t) + A_2 [X(t) \otimes X(t)] + B(X)U(t), \quad (2.5)$$

где A_1, A_2 — матрицы параметров объекта размерности $n \times n, n \times n^2$, $X \otimes X = X^{[2]}$ — кронекеровское произведение (степень) вектора состояния объекта. Для справки укажем, что кронекеровское произведение векторов (матриц) $A = (a_{ij}), i, j = 1, \dots, m$ и $B = (b_{ij}), i, j = 1, \dots, n$ определяется как блочная матрица $A \otimes B = (a_{ij} \cdot B)$ размерности $mn \times mn$ [10].

Необходимо подчеркнуть, что хотя предлагаемая модель (2.5) содержит только квадратичные нелинейности, однако она способна описывать движения достаточно широкого класса полиномиальных объектов. Действительно,

описание объектов, содержащих нелинейные члены в виде произведений фазовых координат выше второй степени, можно привести к виду (2.5) путем расширения пространства состояния объекта новыми координатами, представляющими собой произведения исходных координат. Покажем это на примере объекта первого порядка с кубической нелинейностью

$$\dot{x}(t) = a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t) + bu(t).$$

Для него введем фазовые координаты $x_1(t) = x(t), x_2 = x_1^2(t)$. Уравнение рассматриваемого объекта в указанных координатах принимает вид

$$\dot{x}_1(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) + a_3 x_1(t)x_2(t) + bu(t),$$

а соответственно производная $\dot{x}_2(t)$ — вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_2(t) &= 2x_1(t)\dot{x}_1(t) = \\ &= 2x_1(t)[a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) + a_3 x_1(t)x_2(t) + bu(t)] = \\ &= 2a_1 x_2(t) + 2a_2 x_1(t)x_2(t) + 2a_3 x_2^2(t) + 2bx_1(t)u(t). \end{aligned}$$

Систему двух последних уравнений можно записать в виде уравнения (2.5) со следующими матрицами

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ 0 & 2a_1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 0 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & 2a_2 & 0 & 2a_3 \end{pmatrix}, \\ B &= \begin{pmatrix} b \\ 2bx_1(t) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Данный пример показывает, что описание объектов (2.1) с высокой степенью нелинейности (выше двух) действительно можно свести к модели (2.5), которая описывает достаточно широкий для приложений класс нелинейных объектов управления.

Подчеркнем, что, на наш взгляд, описание нелинейных объектов управления в форме (2.5) является достаточно универсальным и одновременно наиболее простым приближением к модели линейных систем. Модель (2.5) позволяет для решения задач анализа и синтеза систем управления непосредственно использовать результаты теории матриц, включающей операцию кронекеровского произведения, что систематизирует и упрощает процедуру решения сформулированной задачи АКОР.

3. Метод многомерной линеаризации в решении задачи АКОР

Применение линеаризованной модели второй степени

Следующим шагом в упрощении процедуры синтеза рассматриваемых полиномиальных систем управления является линеаризация их описания. Метод многомерной линеаризации основан на повторном использовании указанной выше процедуры расширения пространства состояния системы новыми координатами, представляющими собой произведения исходных фазовых координат. Для объекта (2.5) по аналогии с работой [11] введем вектор

$$Y(t) = [X(t) \otimes X(t)] = X^{[2]}(t), \quad (3.1)$$

производная по времени от которого с использованием операций теории матриц с кронекеровским произведением [10] принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{Y}(t) &= \dot{X}(t) \otimes X(t) + X(t) \otimes \dot{X}(t) = \\ &= (A_1 X(t) + A_2 [X(t) \otimes X(t)] + BU(t)) \otimes X(t) + \\ &+ X(t) \otimes (A_1 X(t) + A_2 [X(t) \otimes X(t)] + BU(t)) = \\ &= A_1 X \otimes X + A_2 Y \otimes X + BU \otimes X + \\ &+ X \otimes A_1 X + X \otimes A_2 Y + X \otimes BU = \\ &= (A_1 \otimes I_n)(X \otimes X) + (A_2 \otimes I_n)(Y \otimes X) + \\ &+ BU \otimes X + (I_n \otimes A_1)(X \otimes X) + \\ &+ (I_n \otimes A_2)(X \otimes Y) + X \otimes BU = \\ &= (A_1 \otimes I_n + I_n \otimes A_1)Y + \\ &+ (A_2 \otimes I_n + I_n \otimes A_2)(X \otimes Y) + \\ &+ BU \otimes X + X \otimes BU, \end{aligned} \quad (3.2)$$

где I_n — единичная матрица размерности $n \times n$. Введением в рассмотрение расширенного вектора состояния $V(t) = (X(t), Y(t))^T$ объекта объединим уравнения (2.5) и (3.2) в одну систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{Y}(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ O_{n^2 \times n} & A_1 \otimes I_n + I_n \otimes A_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} O_n \\ (A_2 \otimes I_n + I_n \otimes A_2)[X(t) \otimes Y(t)] \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} B(X) \\ B_{[2]}(X) \end{pmatrix} U(t), \end{aligned} \quad (3.3)$$

где O_n — нулевой вектор размерности n , $O_{n^2 \times n}$ — нулевая матрица указанной в индексе размерности, а матрица $B_{[2]}(X)$ находится из уравнения

$$B(X)U \otimes X + X \otimes B(X)U = B_{[2]}(X)U. \quad (3.4)$$

Наиболее просто данное уравнение решается в случае одномерного управления с использованием следующего свойства кронекеровского произведения матриц [10]: если $\mu = \text{const}$, то $(\mu A) \otimes B = A \otimes (\mu B) = \mu(A \otimes B)$. При $U = u_1 = \mu = \text{const}$ уравнение (3.4) представляется в форме

$$[B(X) \otimes X + X \otimes B(X)]u_1 = B_{[2]}(X)u_1,$$

из которого непосредственно находим

$$B_{[2]}(X) = B(X) \otimes X + X \otimes B(X). \quad (3.5)$$

Данный результат можно обобщить на многомерное управление, воспользовавшись представлением

$$BU = B_1 u_1 + B_2 u_2 + \dots + B_m u_m = \sum_{k=1}^m B_k u_k, \quad (3.6)$$

где B_k — k -й вектор-столбец матрицы B . На основе (3.6) находим

$$\begin{aligned} BU \otimes X + X \otimes BU &= \\ &= \left(\sum_{k=1}^m B_k u_k \right) \otimes X + X \otimes \left(\sum_{k=1}^m B_k u_k \right) = \\ &= \sum_{k=1}^m (B_k \otimes X + X \otimes B_k) u_k. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Из соотношений (3.4), (3.7) следует, что искомая величина $B_{[2]}(X)$ определяется следующей блочной матрицей:

$$\begin{aligned} B_{[2]}(X) &= (B_1(X) \otimes X + X \otimes B_1(X), \dots, \\ &B_m(X) \otimes X + X \otimes B_m(X)). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Таким образом, описание (3.3) объекта в расширенном фазовом пространстве $V(t)$ полностью определено.

Синтез системы управления объектом (2.5), который также эквивалентно описывается уравнениями (3.3), можно существенно упростить, если для него по аналогии с работой [11] ввести соответствующую линеаризованную модель.

Определение 1: для нелинейного объекта (2.5) многомерная частично линеаризованная модель второй степени, описывается дифференциальным уравнением

$$\begin{pmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{Y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ O_{n^2 \times n} & A_1 \otimes I_n + I_n \otimes A_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B(X) \\ B_{[2]}(X) \end{pmatrix} U(t). \quad (3.9)$$

Так как в модели (3.9) по сравнению с исходным описанием (3.3) отсутствует нелинейное слагаемое с произведением $\dot{X}(t) \otimes Y(t)$, но сохранены нелинейные функции, являющиеся множителями управляющего воздействия $U(t)$, то полученная модель называется частично линеаризованной или квазилинеаризованной. Присутствие в названии модели (3.9) словосочетания "второй степени" связано с наличием в описании (3.9) вектора $Y(t) = [X(t) \otimes X(t)] = X^{[2]}(t)$.

С применением описания объекта управления в форме (3.9) исследуемая задача АКОР (2.2), (2.5) может быть решена достаточно просто с использованием известных результатов теории решения линейно-квадратичных задач управления [1, 2]. Например, воспользуемся результатами работы [1], в которой доказана следующая **теорема**:

пусть матрица A линейного объекта управления

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t), \quad (3.10)$$

устойчива, P_+ — положительно определенное решение матричного уравнения Ляпунова

$$PA + A^T P = -Q. \quad (3.11)$$

Тогда управление, минимизирующее функционал (2.2) с положительно определенными матрицами Q, R на движениях замкнутой системы, возбужденной произвольными начальными условиями $X(0) = X_0$, определяется выражением

$$U = -K_P X; \quad K_P = R^{-1} B^T P_+, \quad (3.12)$$

причем замкнутая система $\dot{X}(t) = [A - BR^{-1}B^T P_+]X(t)$ асимптотически устойчива, а функция $S(X) = X^T P_+ X$ является для нее функцией Ляпунова.

Применим данную теорему к решению задачи АКОР для нелинейного объекта (3.9),

линейная составляющая описания которого определяется матрицей

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ O_{n^2 \times n} & A_1 \otimes I_n + I_n \otimes A_1 \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

Представив искомое решение уравнения (2.4) — функцию Беллмана — Ляпунова в квадратичной форме $S(X) = V^T P_+ V$, $V = (X, Y)^T = (X, X \otimes X)^T$ с матрицей P_+ , подлежащей определению, приходим к необходимости решения уравнения (3.11) с матрицами (3.13) и

$$Q_{[2]} = \begin{pmatrix} Q & O_{n \times n^2} \\ O_{n^2 \times n} & O_{n^2 \times n^2} \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Матрицу P_+ можно найти известными методами: 1) сведением матричного уравнения Ляпунова к стандартной системе линейных алгебраических уравнений; 2) методом рядов; 3) методом матричной сигнум-функции и др. [1, 5]. При этом можно воспользоваться готовыми программными продуктами, например, математическим пакетом MATLAB, содержащим функцию *lyap(A, Q)*. Эта функция по заданным матрицам A, Q определяет решение уравнения (3.11).

Определив матрицу P_+ и, соответственно, функцию Беллмана — Ляпунова $S(X) = V^T P_+ V$, на основе выражения (2.3) находим нелинейный закон обратной связи

$$U_{[2]}(X) = -R^{-1} \begin{pmatrix} B(X) \\ B_{[2]}(X) \end{pmatrix}^T P_+ \begin{pmatrix} X \\ X^{[2]} \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

Управление (3.15) конкретизирует оптимальное управление (3.12) для объекта (3.9) с функциональной матрицей $\bar{B}(X) = (B(X) \ B_{[2]}(X))^T$. Вместе с тем этот закон обратной связи является приближенно оптимальным для исходного объекта (2.5), ошибка приближения которого определяется погрешностью квазилинеаризованной модели (3.9) в сравнении с описанием (3.3).

Применение линеаризованной модели третьей степени

Неточность частично линеаризованной (квазилинеаризованной) модели второй степени (3.9) определяется отсутствием в ней нелинейного слагаемого

$$\begin{pmatrix} O_n \\ (A_2 \otimes I_n + I_n \otimes A_2)[X(t) \otimes Y(t)] \end{pmatrix}.$$

Данное слагаемое предлагается учесть в линеаризованной модели третьей степени введением координаты $Z(t) = X(t) \otimes Y(t) = X^{[3]}(t)$. Для записи этой модели найдем производную $\dot{Z}(t)$ на основе описания (3.3):

$$\begin{aligned} \dot{Z}(t) &= \dot{X}(t) \otimes Y(t) + X(t) \otimes \dot{Y}(t) = \\ &= [A_1 X(t) + A_2 Y(t) + BU(t)] \otimes Y(t) + \\ &+ X(t) \otimes [(A_1 \otimes I_n + I_n \otimes A_1)Y(t) + \\ &+ (A_2 \otimes I_n + I_n \otimes A_2)Z(t) + B_{[2]}U(t)]. \end{aligned}$$

После введения обозначений

$$\begin{aligned} A_{1[2]} &= (A_1 \otimes I_n + I_n \otimes A_1); \\ A_{2[2]} &= (A_2 \otimes I_n + I_n \otimes A_2) \end{aligned} \quad (3.16)$$

получаем

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= [A_1 X + A_2 Y + BU] \otimes I_{n^2} Y + \\ &+ I_n X \otimes [A_{1[2]} Y + A_{2[2]} Z + B_{[2]} U] = \\ &= (A_1 \otimes I_{n^2})(X \otimes Y) + (A_2 \otimes I_{n^2})(Y \otimes Y) + \\ &+ BU \otimes Y + (I_n \otimes A_{1[2]})(X \otimes Y) + \\ &+ (I_n \otimes A_{2[2]})(X \otimes Z) + X \otimes B_{[2]} U = \\ &= [(A_1 \otimes I_{n^2}) + (I_n \otimes A_{1[2]})]Z + \\ &+ [(A_2 \otimes I_{n^2}) + (I_n \otimes A_{2[2]})](Y \otimes Y) + \\ &+ BU \otimes Y + X \otimes B_{[2]} U. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Используя расширенный вектор состояния $W(t) = (X(t), Y(t), Z(t))^T$, объединим уравнения (3.3) и (3.17) в одну систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{Y}(t) \\ \dot{Z}(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & O_{n \times n^3} \\ O_{n^2 \times n} & A_{1[2]} & A_{2[2]} \\ O_{n^3 \times n} & O_{n^3 \times n^2} & A_{1[3]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X(t) \\ Y(t) \\ Z(t) \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} O_n \\ O_{n^2} \\ A_{2[3]}(X \otimes Z) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B(X) \\ B_{[2]}(X) \\ B_{[3]}(X) \end{pmatrix} U(t), \end{aligned} \quad (3.18)$$

в которой приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A_{1[3]} &= A_1 \otimes I_{n^2} + I_n \otimes A_{1[2]}; \\ A_{2[3]} &= A_2 \otimes I_{n^2} + I_n \otimes A_{2[2]}, \end{aligned} \quad (3.19)$$

а матрица $B_{[3]}$ определяется решением уравнения

$$B(X)U \otimes Y + X \otimes B_{[2]}(X)U = B_{[3]}(X)U. \quad (3.20)$$

Используя представление (3.6), уравнение (3.20), аналогично уравнению (3.4), можно записать в форме

$$\sum_{k=1}^m (B_k \otimes Y + X \otimes B_{[2]k})u_k = B_{[3]}U.$$

Из него вытекает, что искомая матрица $B_{[3]}(X)$ имеет следующую блочную структуру:

$$\begin{aligned} B_{[3]}(X) &= (B_1(X) \otimes Y + X \otimes B_{[2]1}(X), \\ &..., B_m(X) \otimes Y + X \otimes B_{[2]m}(X)). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Теперь, отталкиваясь от описания (3.18), по аналогии с моделью (3.9) введем **определение 2**: для нелинейной системы (2.5) многомерная частично линеаризованная (квазилинеаризованная) модель третьей степени описывается дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{Y}(t) \\ \dot{Z}(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & O_{n \times n^3} \\ O_{n^2 \times n} & A_{1[2]} & A_{2[2]} \\ O_{n^3 \times n} & O_{n^3 \times n^2} & A_{1[3]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X(t) \\ Y(t) \\ Z(t) \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} B(X) \\ B_{[2]}(X) \\ B_{[3]}(X) \end{pmatrix} U(t). \end{aligned} \quad (3.22)$$

С ее использованием, повторяя рассуждения (3.10)—(3.15), получаем следующее приближение решения исследуемой задачи АКОР:

$$U_{[3]}(X) = -R^{-1} \bar{B}(X)^T P_+ \begin{pmatrix} X \\ X^{[2]} \\ X^{[3]} \end{pmatrix}; \quad (3.23)$$

$$\bar{B}(X) = \begin{pmatrix} B(X) \\ B_{[2]}(X) \\ B_{[3]}(X) \end{pmatrix},$$

в котором симметричная, положительно определенная матрица P_+ размерности $(n + n^2 + n^3) \times (n + n^2 + n^3)$ находится решением уравнения

$$PA + A^T P = -Q_{[3]} \quad (3.24)$$

с матрицами

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & O_{n \times n^3} \\ O_{n^2 \times n} & A_{1[2]} & A_{2[2]} \\ O_{n^3 \times n} & O_{n^3 \times n^2} & A_{1[3]} \end{pmatrix}; \quad (3.25)$$

$$Q_{[3]} = \begin{pmatrix} Q & O_{n \times n^2} & O_{n \times n^3} \\ O_{n^2 \times n} & O_{n^2 \times n^2} & O_{n^2 \times n^3} \\ O_{n^3 \times n} & O_{n^3 \times n^2} & O_{n^3 \times n^3} \end{pmatrix}.$$

Заметим, что полученное решение задачи АКОР легко обобщить на задачи с расширенным классом функционалов качества, которые в отличие от критерия (2.2) с функцией $Q(X) = X^T Q X$ содержат, например, функции

$$Q(X) = X^T Q_2 X + (X^{[2]})^T Q_4 X^{[2]} + (X^{[3]})^T Q_6 X^{[3]}, \quad (3.26)$$

задаваемые положительно определенными матрицами Q_2, Q_4, Q_6 . В этом случае для определения оптимального управления придется решать матричное уравнение (3.24) с блочно-диагональной матрицей

$$Q_{[3]} = \begin{pmatrix} Q_2 & O_{n \times n^2} & O_{n \times n^3} \\ O_{n^2 \times n} & Q_4 & O_{n^2 \times n^3} \\ O_{n^3 \times n} & O_{n^3 \times n^2} & Q_6 \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

Введение в функционал качества положительно определенных форм четвертой и шестой степеней может привести к увеличению запасов устойчивости системы управления и улучшению других показателей системы. Очевидно, что в функционале качества помимо функций (3.26) можно использовать и другие функции $Q(X)$, приводящие к появлению матрицы (3.27) общего вида.

Этапы метода синтеза квазиоптимальных регуляторов

По аналогии с полученными частично линейаризованными (квазилинеаризованными) моделями (3.9) и (3.22) для объекта управления (2.5) возможно ввести в рассмотрение также линейаризованные модели 4-й и более высокой k степени и на их основе указать решения задачи АКОР с повышенной точностью. Однако это в данной статье делать не будем, так как

указанные модели при решении прикладных задач управления дают, как правило, приемлемую точность. Последнее утверждение следует из результата, установленного в работе [11]: *многомерная линейаризованная модель k степени позволяет описать свободное движение $(U(t) \equiv 0)$ нелинейной системы (2.5) с точностью, соответствующей ее описанию k членами функционального ряда Вольтера (ФРВ)*. Работы же по анализу нелинейных систем с использованием ФРВ утверждают [13], что применение трех членов ряда Вольтера обеспечивает, как правило, инженерную точность описания движения систем. Если дополнительно учесть, что в квазилинеаризованных моделях сохраняются все нелинейные слагаемые, содержащие сигналы управления, то можно утверждать, что модели (3.9) и (3.22) с более высокой точностью будут описывать вынужденные движения объекта (2.5) по сравнению с его свободными движениями.

Более того, точность квазилинеаризованных моделей (3.9), (3.22) можно существенно увеличить, если одновременно с многомерной линейаризацией использовать известные стандартные методы линейаризации (аппроксимации). Действительно, например, погрешность модели (3.9) можно уменьшить, если нелинейное слагаемое $(A_2 \otimes I_n + I_n \otimes A_2)[X(t) \otimes Y(t)]$ не исключать из модели (3.3), а провести его линейную или, строже говоря, полиномиальную аппроксимацию

$$(A_2 \otimes I_n + I_n \otimes A_2)[X(t) \otimes Y(t)] \approx C_1 X(t) + C_2 Y(t), \quad (3.28)$$

определив матричные коэффициенты C_1, C_2 каким-либо известным методом (методом наименьших квадратов [1], методом равномерной (чебышевской) линейаризации [13]). При использовании линейной функции (3.28) в предлагаемом методе синтеза квазиоптимальных регуляторов произойдет только замена матрицы (3.13) на матрицу

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ C_1 & A_1 \otimes I_n + I_n \otimes A_1 + C_2 \end{pmatrix}. \quad (3.29)$$

Аналогичным образом можно уменьшить погрешность и квазилинеаризованной модели (3.22), воспользовавшись аппроксимацией

$$A_{2[3]}(X \otimes Z) \approx C_1 X + C_2 Y + C_3 Z. \quad (3.30)$$

В этом случае при синтезе квазиоптимального регулятора необходимо будет заменить матрицу (3.25) на следующую:

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & O_{n \times n^3} \\ O_{n^2 \times n} & A_{1[2]} & A_{2[2]} \\ C_1 & C_2 & A_{1[3]} + C_3 \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

В связи с указанными причинами при синтезе квазиоптимальных регуляторов объектами (2.5) предлагается ограничиться моделями (3.9), (3.22) с матрицами параметров (3.13), (3.25) или (3.29), (3.31).

В предыдущих разделах было раскрыто содержание и дано обоснование предлагаемого метода синтеза квазиоптимальных регуляторов на основе совместного использования процедур многомерной и классической линеаризации. Теперь, обобщая полученные результаты, конкретизируем основные этапы его применения.

1. Задаются исходные данные для конструирования системы управления: матрицы параметров A_1 , A_2 и B объекта управления (2.5); матрицы Q , R критерия качества (2.2).

2. Проверяется условие применимости метода синтеза: по любой известной методике проверяется устойчивость матрицы A_1 (отрицательность вещественных частей ее собственных чисел). Если матрица A_1 устойчива, то метод применим; если нет, то проводится регуляризация описания объекта управления [1].

3. Проводится моделирование исходного объекта (2.5) и сравнение по точности его линеаризованных моделей (3.9), (3.22) с различными матрицами параметров (3.13), (3.27) или (3.29), (3.31). По этим результатам выбирается наиболее подходящая для синтеза квазилинеаризованная модель объекта.

4. Любым методом решается относительно P_+ матричное уравнение Ляпунова (3.11) с матрицами A , $Q_{[2]}$ (или $Q_{[3]}$), соответствующими выбранной линеаризованной модели объекта.

5. По формуле (3.15) или (3.23) определяется квазиоптимальный закон управления.

6. Осуществляется моделирование системы с синтезированным законом управления с последующей оценкой показателей качества переходных процессов системы.

7. При необходимости в целях получения требуемых заказчиком показателей качества системы управления пп. 4–6 повторяются

при уточненных значениях матриц Q и R или дополнительно вводимых составляющих $(X^{[2]})^T Q_4 X^{[2]}$, $(X^{[3]})^T Q_6 X^{[3]}$ критерия качества (2.2).

4. Пример синтеза квазиоптимального регулятора

Решим предложенным методом задачу управления, сформулированную в работе [14], в которой для объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + x_2; \\ \dot{x}_2 = a_{22}x_2 + a_{222}x_2^2 + bu \end{cases} \quad (4.1)$$

с параметрами $a_{11} = -0,1$, $a_{22} = -3$, $a_{222} = -1$, $b = 1$ определялось оптимальное управление по критерию обобщенной работы (2.2) с весовыми коэффициентами $q_{11} = 1$, $q_{22} = 1$, $R = r = 1$. Квазиоптимальный закон управления объектом (4.1), найденный стандартным методом степенных рядов с точностью до квадратичных составляющих, описывается выражением

$$u = -\frac{b}{2r}(A_{12}x_1 + 2A_{22}x_2 + 2A_{122}x_1x_2 + 3A_{222}x_2^2) \quad (4.2)$$

с коэффициентами

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{-q_{11}}{2a_{11}} = 5; \quad A_{12} = \frac{-2a_{12}A_{11}}{a_{11} + a_{22}} = 3,226; \\ A_{22} &= \frac{-(q_{22} + a_{12}A_{12})}{2a_{22}} = 0,704; \\ A_{111} &= A_{112} = 0; \quad A_{122} = -\frac{2a_{222}A_{12}}{a_{11} + 2a_{22}} = -0,529; \\ A_{222} &= -\frac{a_{12}A_{122} + 2a_{222}A_{22}}{3a_{22}} = -0,215. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Сравним управление (4.2) с решением задачи АКОР предложенным методом синтеза. Последовательно выполним его этапы.

1. Предварительно представим описание объекта (4.1) в принятой форме (2.5) с матрицами

$$A_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & 1 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{222} \end{pmatrix}, \quad (4.4)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}.$$

Соответственно критерий качества задается матрицами

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22} \end{pmatrix}, R = 1.$$

2. Так как матрица объекта

$$A_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & 1 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

имеющая характеристическое уравнение $s^2 + 3,1s + 2,1 = 0$, согласно критерию Гурвица является устойчивой, то к решению рассматриваемой задачи АКОР можно применить предложенный метод.

3. При решении задачи управления воспользуемся линеаризованной моделью объекта второй степени (3.9) с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ O_{n^2 \times n} & A_1 \otimes I_n + I_n \otimes A_1 \end{pmatrix}.$$

Предварительно определив ее подматрицу

$$A_1 \otimes I_2 + I_2 \otimes A_1 = \begin{pmatrix} 2a_{11} & 1 & 1 & 0 \\ 0 & a_{11} + a_{22} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_{11} + a_{22} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2a_{22} \end{pmatrix},$$

находим данную матрицу

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 & 0 & a_{222} \\ 0 & 0 & 2a_{11} & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11} + a_{22} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{11} + a_{22} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -0,2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3,1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

4. Зная весовые коэффициенты критерия обобщенной работы $q_{11} = 1$, $q_{22} = 1$, составляем матрицу

$$Q_{[2]} = \begin{pmatrix} Q & O_{n \times n^2} \\ O_{n^2 \times n} & O_{n^2 \times n^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

Далее с использованием функции $P = \text{lyap}(A, Q)$ пакета MATLAB решаем уравнение Ляпунова (3.11) с матрицами (4.5) и (4.6):

$$P_+ = \begin{pmatrix} 5,0000 & 1,6129 & 0 & 0 & 0 & -0,2644 \\ 1,6129 & 0,7043 & 0 & 0 & 0 & -0,1076 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,2644 & -0,1076 & 0 & 0 & 0 & 0,0179 \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

5. По формуле (3.15) определяем искомый закон управления. Предварительно находим матрицы

$$B_{[2]}(X) = B(X) \otimes X + X \otimes B(X) = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & bx_1 & bx_1 & 2bx_2 \end{pmatrix}^T;$$

$$\bar{B}(X) = \begin{pmatrix} B(X) \\ B_{[2]}(X) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & b & 0 & bx_1 & bx_1 & 2bx_2 \end{pmatrix}^T.$$

Тогда квазиоптимальный закон управления принимает вид

$$U_{[2]}(X) = -R^{-1} \begin{pmatrix} B(X) \\ B_{[2]}(X) \end{pmatrix}^T P_+ \begin{pmatrix} X \\ X \otimes X \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & x_1 & x_1 & 2x_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5,0000 & 1,6129 & 0 & 0 & 0 & -0,2644 \\ 1,6129 & 0,7043 & 0 & 0 & 0 & -0,1076 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,2644 & -0,1076 & 0 & 0 & 0 & 0,0179 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_1 x_1 \\ x_1 x_2 \\ x_2 x_1 \\ x_2 x_2 \end{pmatrix} = -2(1,6129x_1 + 0,7043x_2 - 0,5288x_1x_2 - 0,3228x_2x_2 + 0,0358x_2^3). \quad (4.8)$$

Заметим, что значения коэффициентов при линейных и квадратичных слагаемых управления (4.8) совпадают со значениями коэффициентов (4.3) закона обратной связи (4.2). В связи с тем, что данное свойство метода наблюдалось и при решении задач АКОР более высокого порядка, был проведен сравнительный анализ алгоритмов предложенного метода синтеза и метода степенных рядов и доказано утверждение: метод синтеза, использующий квазилинеаризованную модель k -й степени нелинейного объекта, определяет полиномиальную функцию обратной связи совпадающую с функцией, найденной стандартным методом степенных рядов, при удержании в алгоритмах управления полиномиальных слагаемых до k -й степени включительно.

Необходимо подчеркнуть, что управление (4.8) отличается от (4.2) дополнительным кубическим слагаемым, которое, как показало моделирование, может уменьшить значение функционала качества приблизительно до 10 %. Так, например, при отработке начального отклонения $X(0) = X_0 = (2, 5; 0)^T$ системами с законами управления (4.2) и (4.8) функционал качества принимал соответственно значения $J = 32,066$; $J = 28,488$. Аналогично в общем случае можно показать, что предложенный метод синтеза за счет дополнительных нелинейных слагаемых закона управления, возникающих вследствие учета функциональной матрицы $\bar{B}(X)$ квазилинеаризованной модели объекта, обеспечивает точность решения, существенно большую, чем стандартный метод степенных рядов с удержанием его членов до k -й степени включительно.

5. Заключение

На основе совместного использования методов многомерной и классической линеаризации описания объектов с полиномиальными нелинейностями разработан достаточно эффективный метод приближенного решения задачи АКОР для исследуемых объектов достаточно широкого для приложений класса. Его реализация отличается предельной простотой вследствие использования в основном известного программного обеспечения решения линейно-квадратичных задач оптимального управления.

Точность решения задачи АКОР определяется точностью выбираемой для исследуемо-

го объекта квазилинеаризованной модели соответствующей степени ($k = 2, 3, \dots$). В связи с тем, что в линеаризованной модели k -й степени учитываются полиномиальные составляющие k -й степени исходного описания объекта управления, то предложенный метод синтеза обеспечивает точность решения не меньшую, чем стандартный метод степенных рядов с удержанием его членов до k -й степени включительно. Однако точность разработанного метода синтеза, как правило, существенно выше вследствие учета при конструировании регулятора функциональной матрицы $\bar{B}(V)$, зависящей от расширенного вектора состояния объекта, используемой квазилинеаризованной модели.

Список литературы

1. Красовский А. А. и др. Справочник по теории автоматического управления. М.: Наука, 1987.
2. Колесников А. А. и др. Современная прикладная теория управления: В 3 т. Москва; Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000.
3. Портер В. А. Обзор теории нелинейных систем // ТИИЭР. 1976. Т. 64, № 1. С. 23–30.
4. Сейдж Э. П., Уайт Ч. С. Оптимальное управление системами. М.: Радио и связь, 1982. 392 с.
5. Афанасьев В. Н., Колмановский В. Б., Носов В. Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высшая школа, 1998. 576 с.
6. Красовский А. А., Буков В. И., Шендрик В. С. Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными объектами. М.: Наука, 1977. 272 с.
7. Буков В. Н. Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. М.: Наука, 1987. 232 с.
8. Филимонов Н. Б. Проблема качества процессов управления: смена оптимизационной парадигмы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 12. С. 2–10.
9. Уонем М. Линейные многомерные системы управления. Геометрический подход. М.: Наука, 1980. 376 с.
10. Ланкастер П. Теория матриц. М.: Наука, 1982. 269 с.
11. Ловчаков В. И., Ловчаков Е. В., Сухинин Б. В. Метод многомерной линеаризации полиномиальных систем управления // Изв. ТулГУ. Сер. Технические науки. 2009. Вып. 1. Ч. 2. С. 18–26.
12. Ловчаков В. И., Ловчаков Е. В., Шибякин О. А. Многомерная линеаризация объектов управления с полиномиальными нелинейностями // Journal of Advanced Research in Technical Science. 2018. Iss. 12 (в печати).
13. Пупков К. А., Капалин В. И., Ющенко А. С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. М.: Наука, 1976. 448 с.
14. Ловчаков В. И., Сухинин Б. В., Фомичев А. А., Феофилов Е. И. Основы теории синтеза оптимальных систем управления электротехническими объектами: Уч. пособие с грифом УМО специальности. Тула, Издательство ТулГУ, 2009. 160 с.

Application of Multidimensional Linearization in Quasi-Optimal Controllers Synthesis in the Functional of Generalized Work

V. I. Lovchakov, lovvi50@mail.ru, Tula State University, Tula, 300600, Russian Federation

Corresponding author: **Lovchakov Vladimir I.**, Full Professor, Tula State University, department of electrical engineering and electrical equipment, Tula, 300600, Russian Federation, e-mail: lovvi50@mail.ru

Accepted on October 22, 2018

The paper investigates the task of the analytical design of an optimal controllers (ADOC) as defined by A. A. Krasovskij for stable multidimensional objects, which are described by matrix differential equations with polynomial non-linearity from phase coordinates. The investigated class of polynomial control objects has a wide application: these models are used to describe the motion of systems with a very different nature — electromechanical equipment, chemical reactors, industrial recycling facilities, biological and ecological systems, etc.

The most suitable task solution for the ADOC is the power series method, which in comparison with other methods, allows to finding control laws in widest range of the object's phase space. However, its realization is dealt with a large amount of calculations and it is less formalized, so it comparatively hard for programming. In this paper the quasi-optimal controller's synthesis method is suggested. It can reduce the disadvantages of the previously mentioned power series method. It uses the multidimensional linearization of polynomial objects procedure which implements extension of the object state space with new coordinates. These coordinates are the products of the original phase coordinates and the application of the matrix theory with the Kronecker product. The synthesis method can help to find an approximate ADOC task solution with a high degree of accuracy. The method is very easy to use, because it mainly based on uses of well-known software for the linear quadratic task solution in the optimal control.

The ADOC task solution accuracy is defined by the accuracy of the corresponding degree ($k = 2, 3, \dots$) that chosen for the object of the quasi-linearized model under study. It must be noted, that the k^{th} power polynomial components of the control objects described, is considered in the k^{th} power linearized model. Therefore, suggested synthesis method provides an accurate solution as a common power series method, holding its terms to the k^{th} power inclusive. However, the devised synthesis method as a rule gives more accurate results, because it takes into account the functional matrix of the used quasilinear model of the object state augmented vector containing the original object's phase coordinates products.

Keywords: control object, polynomial non-linearity, linearization of the model, functional of the generalized work, analytical design of optimal controllers (ADOC)

For citation:

Lovchakov V. I. Application of Multidimensional Linearization in Quasi-optimal Controllers Synthesis in the Functional of Generalized Work, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 3, pp. 131–142.

DOI: 10.17587/mau.20.131-142

References

1. **Krasovskij A. A.** *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya* (Control Theory), Moscow, Nauka Publ., 1987 (in Russian).
2. **Kolesnikov A. A.** *Sovremennaja prikladnaya teorija upravleniya* (Modern Applied Control Theory), Moscow, Taganrog, TRTU Publ., 2000 (in Russian).
3. **Porter W. A.** The Review of the Non-linear Systems Theory, *IEEE Publ.*, 1976, vol. 64, no. 1, pp. 23–30 (in Russian).
4. **Sage A. P., White C. C.** *Optimum Systems Control*, Moscow, Radio i svjaz' Publ., 1982, 392 p. (in Russian).
5. **Afanas'ev V. N., Kolmanovskij V. B., Nosov V. R.** *Matematicheskaja teorija konstruirovaniya sistem upravleniya* (Mathematical Theory of Control Systems' Design), Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1998, 576 p. (in Russian).
6. **Krasovskij A. A., Bukov V. I., Shendrik V. S.** *Universal'nye algoritmy optimal'nogo upravleniya nepreryvnymi ob'ektami* (Universal Algorithms of the Optimum Continuous Object Control), Moscow, Nauka Publ., 1977, 272 p. (in Russian).
7. **Bukov V. N.** *Adaptivnye prognozirujushhie sistemy upravleniya poletom* (Adaptive Predictive Flight-Control Systems), Moscow, Nauka Publ., 1987, 232 p. (in Russian).
8. **Filimonov N. B.** *Problema kachestva processov upravleniya: smena optimizacionnoj paradigmy* (Problem of quality of control processes: change of an optimising paradigm), *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2010, no. 12, pp. 2–10 (in Russian).
9. **Uonem M.** *Linejnye mnogomernye sistemy upravleniya. Geometricheskij podhod* (Linear multidimensional control systems. The geometrical approach), Moscow, Nauka, 1980, 376 p. (in Russian).
10. **Lankaster P.** *Teorija matric* (Matrix Theory), Moscow, Nauka Publ., 1982, 269 p. (in Russian).
11. **Lovchakov V. I., Lovchakov E. V., Suhinin B. V.** *Metod mnogomernoj linearizacii polinomial'nyh sistem upravleniya* (Linearization Method of the Polynomial Control Systems), *Tula, Izvestija TSU Publ.*, 2009, Tehnicheskie nauki Series, no. 1, part 2, pp. 18–26 (in Russian).
12. **Lovchakov V. I., Lovchakov E. V., Shibyakin O. A.** *Mnogomernaya linearizaciya ob'ektov upravleniya s polinomial'nymi nelinejnostyami* (Multidimensional linearization of control objects with polynomial nonlinearities), *Journal of Advanced Research in Technical Science*, 2018, iss. 12 (in print).
13. **Pupkov K. A., Kapalin V. I., Jushhenko A. S.** *Funkcional'nye rjady v teorii nelinejnyh sistem* (Series of Functions in the Non-linear systems Theory), Moscow, Nauka Publ., 1976, 448 p. (in Russian).
14. **Lovchakov V. I., Suhinin B. V., Fomichev A. A., Feofilov E. I.** *Osnovy teorii sinteza optimal'nyh sistem upravleniya jelektrotehnicheskimi ob'ektami* (Synthesis of the Optimum Control Systems for the Electrotechnical Objects: Fundamentals), *Tula, TSU Publ.*, 2009, 160 p. (in Russian).

New Equations for Sea Water Density Calculation Based on Measurements of the Sound Speed

A. N. Grekov, grekov@protonmail.com,

Institute of Natural and Technical Systems, Laboratory of field monitoring systems,
Sevastopol, 299011, Russian Federation,

N. A. Grekov, ngrekov1@ya.ru,

Institute of Natural and Technical Systems, Special Scientific Design and Technology Bureau,
Sevastopol, 299011, Russian Federation,

E. N. Sychov, sychov-e@rambler.ru,

Institute of Natural and Technical Systems, Laboratory of field monitoring systems,
Sevastopol, 299011, Russian Federation

Corresponding author: Grekov Aleksandr N., PhD, Laboratory Head, Institute of Natural and Technical Systems,
Laboratory of field monitoring systems, Sevastopol, 299011, Russian Federation,
e-mail: grekov@protonmail.com

Accepted September 25, 2018

Abstract

Density is one of the most important properties of seawater and is used in various marine research and technology. Traditionally, in the practice of oceanographic research, it is customary to consider density as a dependent parameter, which is a function of several other parameters taken as independent. Usually the following three parameters are used as the independent parameters: temperature, hydrostatic pressure and salinity. The issues of temperature and hydrostatic pressure measuring in situ are technologically well developed, while in the salinity measuring there are still unsolved problems. This is due to the fact that salinity is such a property that it is simply impossible to determine directly in situ. To eliminate the problems associated with measurements of salinity, the authors developed the special new kind equation. That equation of the new kind express the density of sea water through independent and in situ measured parameters: temperature, hydrostatic pressure and sound speed. The novelty of this approach is that using of the sound speed as the independent parameter makes it possible to exclude measurements of salinity. The authors developed two such new equations for the different cases of using. The first new equation is intended for use in technical applications and reproduces the sea water density in a wide range of the aquatic environment parameters with a root mean square deviation of 0.062 kg/m^3 . The second more precise new equation is intended for scientific applications and reproduces the sea water density in a narrower oceanographic range of parameters with a root mean square deviation of 0.0018 kg/m^3 .

Keywords: equation of state, sea water, density, sound velocity, TEOS-10, root mean square deviation

For citation:

Grekov A. N., Grekov N. A., Sychov E. N. New Equations for Sea Water Density Calculation Based on Measurements of the Sound Speed, *Mekhatronika, avtomatizatsia, upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 3, pp. 143–151.

А. Н. Греков, канд. техн. наук, зав. лабораторией, grekov@protonmail.com,

Институт природно-технических систем, лаборатория полигонных систем мониторинга окружающей среды,

Н. А. Греков, д-р техн. наук, руководитель центра, ngrekov1@ya.ru,

Институт природно-технических систем, Специальное научно-конструкторское и технологическое бюро,

Е. Н. Сычев, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., sychov-e@rambler.ru,

Институт природно-технических систем, лаборатория полигонных систем мониторинга окружающей среды

Новые уравнения для расчета плотности морской воды на основе измерений скорости звука

Плотность является одним из важнейших свойств морской воды и используется в различных морских исследованиях и технологиях. Традиционно в практике океанографических исследований принято рассматривать плотность как зависимый параметр, который является функцией нескольких других параметров, принятых в качестве независимых. Обычно следующие три параметра используются в качестве независимых параметров: температура,

гидростатическое давление и соленость. Вопросы измерения температуры и гидростатического давления in situ технологически хорошо разработаны, в то время как при измерении солености все еще остаются нерешенные проблемы. Это связано с тем, что соленость является таким свойством, которое просто невозможно прямо измерять in situ. Для устранения проблем, связанных с измерениями солености, авторы разработали специальное уравнение нового вида. Это уравнение нового вида выражает плотность морской воды через независимые и измеренные in situ параметры: температуру, гидростатическое давление и скорость звука. Новизна этого подхода заключается в том, что использование скорости звука в качестве одного из аргументов позволяет обойтись без измерения солености морской воды при определении плотности морской воды. Авторы разработали два таких уравнения для двух случаев использования. Первое уравнение предназначено для использования в технических приложениях и воспроизводит плотность морской воды в широком диапазоне параметров водной среды со среднеквадратическим отклонением 0,062 кг/м³. Второе более точное уравнение предназначено для научных применений и воспроизводит плотность морской воды в более узком океанографическом диапазоне параметров со среднеквадратическим отклонением 0,0018 кг/м³.

Ключевые слова: уравнение состояния, морская вода, плотность, скорость звука, TEOS-10, среднеквадратическое отклонение

Introduction

The sea water density is one of its most important properties and is used in the calculation of geostrophic currents, modeling of the sea water movement dynamics in various marine technologies and applications.

It is known that the sea water density is equal to the mass of the sea water unit volume, which is fixed under certain conditions, i.e. under condition of constancy of a number of independent parameters. In the practice of oceanographic studies the following three parameters are normally used: the temperature, pressure (hydrostatic) and salinity [1]. The issues of temperature and pressure measuring in situ are technologically well developed, while in the salinity measuring there are still unsolved problems. This is due to the fact that salinity is such a property that it is simply impossible to determine directly in situ. The traditional laboratory chemical analysis of sea water with sampling from various depths is a long, time-consuming, complex, and costly process. Therefore, salinity is usually determined indirectly through the results of measuring of any physical index of seawater, for example, based on the electric conductivity of the sea water or the sea water refractive index [2]. Between salinity and conductivity a functional relationship is established with a reasonable accuracy. Currently, the following technology for absolute salinity determination has been adopted in the practice of oceanographic research: first, based on the conductivity ratio, whose measurement technique has not yet been properly metrologically assured [3–5], the relative salinity value is determined, which is then corrected by adding a special correction to the absolute salinity value [6]. Thus, a somewhat insufficiently known correction is added to the not completely justified salinity value. Specifically, for this correction, based on the results of laboratory measurements of the sea water density in 811 samples taken in the Atlantic (1 point, 9 sam-

ples), in the Pacific (1 point, latitudinal section — 22 points, two meridional sections 11 and 19 points each, 585 samples) and in the Indian (1 point, one meridional section — 48 points, 217 samples) Oceans, and also using approximate relationships between anomalies of absolute salinity and silicate concentrations, the global correction atlas for absolute salinity was calculated [7]. It is obvious that the validity of such an atlas leaves much to be desired. The existence of problems related to the accuracy of the salinity measurement is also recognized by the developers of the international seawater state equation TEOS-10 [4, 5]. The approach they proposed to the problem solution is apparently due to the desire to make only a correction to the results of salinity indirect measurements without changing the role and significance of salinity measurements as a whole. Thus, in [8], the authors checked the long-term constancy of the salt composition of the standard sea water in the North Atlantic, a new density-salinity relation based on accurate density measurements was presented and an assumption was made that the density accuracy in TEOS-10 was overestimated. In [9], the authors proposed a new equation, consisting of 69 terms, for the calculation of salinity based on measurements of sound velocity, temperature, and pressure. The authors of all the works opinion is that the role and significance of salinity indirect measurements which are now practically of a monopoly nature, will have to decrease as more accurate methods of in situ measuring of other parameters of the marine environment develop.

Theoretical justification

From the point of view of the solutions thermodynamics, sea water is a multicomponent solution formed by water molecules and substances dissolved in it, consisting of dozens (more than 40) of chemical elements. However, in reference books on the sea water salt composition, only 15 main components

are taken into account, mainly in the form of ions (cations and anions), whose mass fraction exceeds 0.001 g/kg [10], and the influence of the remaining components is generally ignored. Therefore, taking into account the above, it can be assumed that sea-water is a 16-component (15 + 1) system.

According to the Gibbs phase rule, the number of independent intensive (independent of the matter quantity) variables (state parameters) that determine the thermodynamic system equilibrium, is equal to

$$p = n - m + 2, \quad (1)$$

where n — the number of the system components; m — the number of phases in the system; 2 — number of freedom degrees.

In our case, for the sea water, we obtain that $p = 16 - 1 + 2 = 17$. This means that any sea water intensive parameter is uniquely determined by the value of 17 other intensive parameters, i.e.

$$Y_1 = f_{Y1}(Y_2, Y_3, x_1, \dots, x_{15}), \quad (2)$$

where Y_i — three of any intense thermodynamic parameters; x_j — the mass fractions of 15 main components of the sea water salt part. Equation (2) is called the equation of state of the given system (in our case, the sea water). It can also be represented in the form of a homogeneous equation

$$F(Y_1, Y_2, Y_3, x_1, \dots, x_{15}) = 0. \quad (3)$$

By way of example, let us write the equations of state for density (ρ) and sound velocity (c) depending on temperature, pressure (hydrostatic), and mass fractions of the sea water main components:

$$F_\rho(\rho, T, P, x_1, \dots, x_{15}) = 0, \quad (4)$$

$$F_c(c, T, P, x_1, \dots, x_{15}) = 0. \quad (5)$$

Obviously, the equations of state in the form (4) or (5) cannot be realized in practice because of the huge number of independent parameters. However, the way out was found by replacing 15 parameters expressing the mass fractions of the 15 main components of the sea water salt part with only one parameter known as the sea water salinity.

$$S = S(x_1, \dots, x_{15}). \quad (6)$$

The justification for such a replacement is the law discovered at the end of the XIX century during the famous scientific expedition of the Challenger vessel, the law is known as ‘constancy of the salt composition’ (more precisely, the constancy of the structure of the salt (ionic) composition), also called by the author’s name ‘Dittmar’s law’, according to which:

‘The quantitative ratio of the main ions in the sea water always remains unchanged in different regions of the oceans, and the share of the remaining substances is so small that it may not be taken into account when carrying out various hydrochemical studies’ [11]. This discovery was made based on the result of analysis of a very small number of samples (total 77 samples) of the sea water taken from different regions of the World Ocean. We should note from the very beginning that this law contains a number of assumptions and is therefore not strict; moreover, recent studies have revealed the presence of non-typical anomalous zones in the seas and oceans, where this law is either violated or not observed at all. Suffice it to say, that the waters of such seas as the Black Sea, the Sea of Azov, the Baltic, the Caspian, the Aral Sea differ in their ionic composition both among themselves and the World Ocean [3, 12]. Therefore, we can state that the above-mentioned law of constancy of the ionic composition of the sea water is not of universal, but of local nature limited by bays, seas and other geographically limited bodies of water that manage to come either to a state of thermodynamic equilibrium or to a state close to that.

Taking into account (6) equations (4) and (5) we can put it down in the following form:

$$F_\rho(\rho, T, P, S) = 0; \quad (7)$$

$$F_c(c, T, P, S) = 0. \quad (8)$$

In our works [13, 14], the form (8) was successfully used to construct the equation of the sound velocity. Equations (7) and (8) obey Dittmar’s law. From equation (8), one can obtain an equation expressing the salinity

$$S = f_S(c, T, P). \quad (9)$$

Substituting (9) into equation (7), we obtain:

$$F_\rho(\rho, T, P, f_S(c, T, P)) = 0 \quad (10)$$

or

$$F_\rho(\rho, T, P, c) = 0. \quad (11)$$

We should note, that the values of the density and sound velocity are parametrically related here to the structure of salinity. Thus, the equations for the density in the form (10) or (11), although, not containing the salinity in explicit form, nevertheless, also obey Dittmar’s law.

Equations for the density in the form (10) or (11) can be very convenient for use in the practice of marine research, since the presence of such equations makes it possible to replace the measuring channel of electrical conductivity with a measuring

channel of sound velocity, which, from the metrological point of view is more justified [15]. The use of equations (10) or (11), in which the input parameters are the data of the measuring channels of sound velocity, temperature and pressure, will allow us to quickly determine the density of the sea water with high accuracy without measuring the salinity.

The fulfillment of equation (6) is equivalent to the fact that sea water is no longer regarded as a multi-component system, but as a two-component system for which the number of independent intensive state parameters would be equal to $p = 2 - 1 + 2 = 3$. Therefore, we can write the equation of the sea water state for any combination of only four ($3 + 1$) intensive parameters, which even do not include salinity. As a result, for the parameters T , P , c , and ρ we immediately arrive at the following form of the equation of state in a homogeneous form

$$\Phi(T, P, c, \rho) = 0, \quad (12)$$

where for the sound density and velocity expressed explicitly, we can put down, respectively:

$$\rho = \varphi_\rho(T, P, c); \quad (13)$$

$$c = \varphi_c(T, P, \rho). \quad (14)$$

There is a fundamental difference between the equations of state (11) and (12), despite their external similarity. The equation of state (12) and its derivative forms (13) and (14) differ in that for them it is not actually necessary to impose such a serious restriction as the coincidence of the sea water ionic composition structure with the international standard [4]. Therefore, unlike the equations of state in the form (7) and (8) or (10) and (11), they can find application also in anomalous or non-typical zones where Dittmar's law does not work. To establish the form of the functional dependence in equations (12) or (13) and (14), it is sufficient to have the results of synchronous in situ measurements of temperature, pressure, sound velocity and density. If in situ measurement issues for first three of the listed parameters are currently technologically developed, then the question of in situ measuring the sea water density is still in the development stage.

In the event, attempts to develop a methodology for in situ measuring the sea water density are successful, and the prerequisites for this are already available, the emphasis in the practice of marine measurements can gradually shift from salinity measurements toward measurements of density and sound velocity performed both synchronously and independently.

Equation I of technical purposes sea water density (in a wide range of parameters)

To generate the equation of state of the form (13), the authors used the international TEOS-10 system [4]. Based on the calculations for the equations for the density and sound velocity of the TEOS-10 system [4], an array of initial data of the form $\{\rho_m, c_m, T_m, P_m, S_m\}_M$ was generated in which 'M', the number of points, totaled more than 130 thousand. To this end, the values of 'M' pairs of densities $\rho(T_m, P_m, S_m)$ and sound velocities $c(T_m, P_m, S_m)$ were calculated with step of 1°C in the temperature range from the melting curve to 40°C with a step of 2 MPa in the range hydrostatic pressures 0–120 MPa and with a step of 1 g/kg in the salinity range 0–42 g/kg. At the same time, the range of sound velocity variation made about 1,300–1,800 m/s, and the density 990–1,090 kg/m³, respectively. In a set of five parameters (ρ, c, T, P, S), only three, in any combination, can be used as independent.

The proposed equation for interpolating the sea water density of type (13) was adopted in the following form

$$\gamma = \sum_i \sum_j \sum_k b_{ijk} \tau^i \pi^j \omega^k \quad (15)$$

where $\gamma = (\rho - \rho_0)/\rho^*$; $\tau = (T - T_0)/T^*$; $\pi = (P_{\text{a6c}} - P_0)/P^*$; $\omega = (c - c_0)/c^*$; $\rho_0 = 990 \text{ kg/m}^3$; $\rho^* = 100 \text{ kg/m}^3$; $T_0 = -10^\circ\text{C}$; $T^* = 50^\circ\text{C}$; $P_0 = 0,101325 \text{ MPa}$; $P^* = 120 \text{ MPa}$; $c_0 = 1300 \text{ m/s}$; $c^* = 500 \text{ m/s}$.

Equation (15) expresses the functional dependence of the sea water density on the parameters T , P , and c in explicit form and can be useful in marine research. The advantage of the equation is that salinity is not clearly present in the equation, although it is implied that such properties of the sea water as density and sound velocity are functionally related to salinity. The presence of an equation of this kind makes it possible to exclude indirect (via conductivity) measurements of salinity, replacing them by direct measurements of the sound velocity in a number of cases.

For equation I of seawater density, an index matrix is used in the form (15) which contains 79 non-zero coefficients. The index matrix for equation I of sea water density is given in Table. 1.1.

In this index matrix, on each lines and columns' intersection, only one nonrecurrent combination of indices can be obtained. Here the sign '+' means that the given combination of indices is used, and the sign '—' means that this combination of indi-

Index matrix of the sea water density equation I in the form (15)

$k =$	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	4
$j =$	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	0	1	2	0	1	2
$i = 0$	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$i = 1$	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$i = 2$	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	—	—	—	—	—	—
$i = 3$	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$i = 4$	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$i = 5$	+	+	+	+	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

ces is omitted. In total, 79 combinations were used in this index matrix, i.e., equation (15) in this case will contain 79 coefficients.

The coefficients b_{ijk} of the density equation I in the form (15) were calculated by the authors using the least squares method and together with the indices are given in table 2.

The root mean square deviation (RMSD) over the entire array of initial data (more than 130 thousand points) for the density equation I equals to 0.062 kg/m^3 . The calculated deviations histogram given in table 3, confirms the normal law of deviations distribution. The number of computational points in which deviations exceed 3σ , makes about 1 %.

A graphic representation of the sea water design density deviations histogram over the entire array of initial data of density equation I is shown in fig. 1.

The range of parameters for which the density equation I is constructed is wider than the oceanographic one, and therefore, can be used for waters with anomalous properties, for example, located in the region of hydrothermal sources outputs. This equation is also suitable for calculating the density of fresh and slightly saline waters at temperatures up to 40°C .

Table 2

Indices and coefficients of the equation I for the sea water density

N	i	j	k	b_{ijk}	N	i	j	k	b_{ijk}
1	0	0	0	-0,323474572353243	41	0	2	1	41,1122768956598
2	1	0	0	-2,61052852853926	42	1	2	1	127,489244347504
3	2	0	0	-1,25282282933016	43	2	2	1	90,4770873310821
4	3	0	0	-4,05194768329123	44	3	2	1	34,0568943202623
5	4	0	0	-4,75718928994638	45	4	2	1	-2,80647766031511
6	5	0	0	1,35246306700429	46	0	3	1	26,0700206023845
7	0	1	0	-1,58573785665124	47	1	3	1	26,8962331714441
8	1	1	0	-6,17802678326577	48	2	3	1	64,8467249538919
9	2	1	0	-17,9414321072584	49	3	3	1	-6,23805014385411
10	3	1	0	-29,5016465982731	50	4	3	1	5,78653868844489
11	4	1	0	10,0361583156344	51	0	4	1	-14,7238013318731
12	5	1	0	-1,02367871521456	52	1	4	1	15,5233415705374
13	0	2	0	-3,94271532912074	53	2	4	1	-5,00221702113707
14	1	2	0	-17,3180226870909	54	3	4	1	-2,38569664017924
15	2	2	0	-56,1941458233329	55	4	4	1	1,30899162542083
16	3	2	0	-10,2232404603107	56	0	0	2	-26,0896213783704
17	4	2	0	1,08008089604956	57	1	0	2	-81,7959395776633
18	5	2	0	-0,215204425138987	58	2	0	2	-109,219751364335
19	0	3	0	-5,91559663215341	59	0	1	2	-107,08543599038
20	1	3	0	-29,2676693238212	60	1	1	2	-227,106998190509
21	2	3	0	-33,8072052796647	61	2	1	2	-2,47721750331145
22	3	3	0	0,0485154669118931	62	0	2	2	-85,8422506476092
23	4	3	0	-4,76287215989976	63	1	2	2	93,3545959547231
24	5	3	0	0,478522498835545	64	2	2	2	-131,655865531367
25	0	4	0	-3,70090732710256	65	0	3	2	92,3924544521505
26	1	4	0	-11,8242581200948	66	1	3	2	-48,2580115742852
27	2	4	0	-4,00674681588644	67	2	3	2	16,0335487887494
28	3	4	0	-0,0305307923202697	68	0	0	3	97,3052961781545
29	4	4	0	-1,04873066115089	69	1	0	3	179,263777041781
30	5	4	0	-0,81806496328397	70	0	1	3	173,550444094841
31	0	0	1	6,05198875817299	71	1	1	3	-193,929771714651
32	1	0	1	14,3793233043429	72	0	2	3	-201,925242746972
33	2	0	1	25,7412632398216	73	1	2	3	-20,6900315526571
34	3	0	1	37,9676817625738	74	0	0	4	-142,091866687502
35	4	0	1	-4,52965127701382	75	1	0	4	9,68482361465972
36	0	1	1	19,1925176879528	76	0	1	4	141,954590076825
37	1	1	1	73,4509857972438	77	1	1	4	95,6897154048258
38	2	1	1	152,438792774745	78	0	2	4	3,08061726293501
39	3	1	1	-8,22361002943686	79	1	2	4	0,402558073773966
40	4	1	1	-2,7406780332077	—	—	—	—	—

Table 3

Histogram of the design density deviations for the sea water density equation I

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<-0,24	<-0,18	<-0,12	<-0,06	<0	<0,06	<0,12	<0,18	<0,24	< + ∞	Total:
0,24444	0,58681	1,8225	5,9459	43,35	40,125	5,6544	1,0936	0,46571	0,71165	100 %

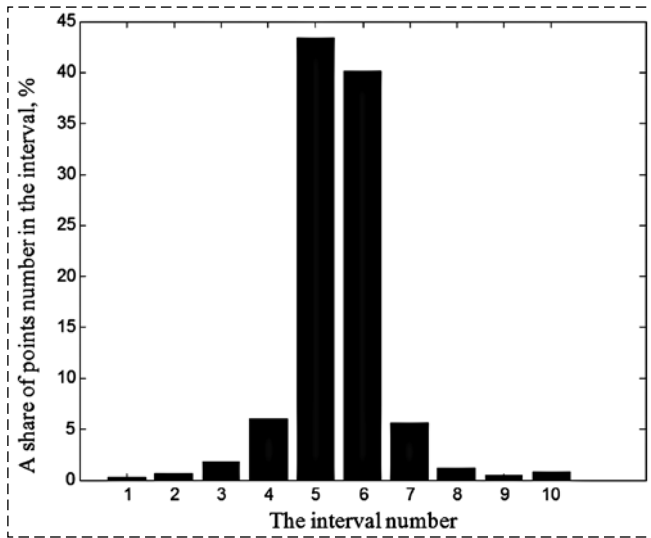


Fig. 1. Histogram of deviations for the density equation I

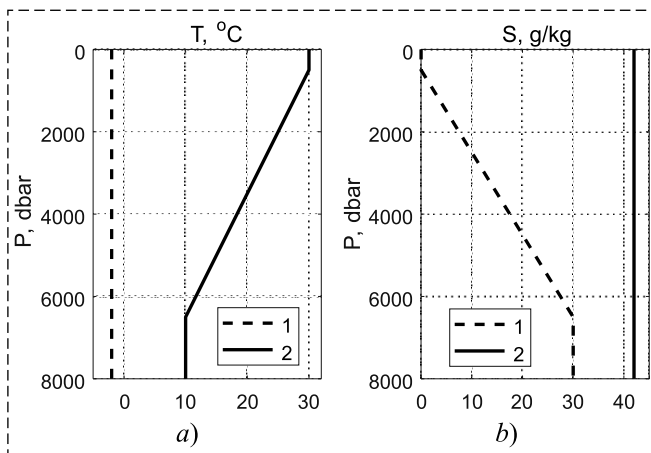


Fig. 2. The boundary values of temperature (a) and salinity (b) in the oceanographic parameters range depending on the hydrostatic pressure:

1 and 2 — the boundaries of the minimal and maximal parameter values

Density equation II for scientific purposes (in the oceanographic range of parameters)

The density equation II is developed for a narrower and more probable from the point of view of the practical implementation of the oceanographic

(‘Neptunian’) range of sea waters parameters. The boundary values of temperature and salinity in the oceanographic parameters range depending on hydrostatic pressure are shown in fig. 2. Temperature $T_{\min} = \min(T_{\text{melt}}, -2^\circ\text{C})$ was accepted as the minimal.

To construct the equation II of sea water density, the authors used an array of initial data based on density, temperature, hydrostatic pressure, and sound velocity in an amount of about 200,000 points. The data belong to the oceanographic parameters range and are located at the nodes of a sufficiently dense three-dimensional grid of independent parameters: in the pressure range from 0 to 80 MPa with a step of 0.25 MPa, in the temperature range from $T_{\min}$ to $T_{\max}(P_M)$ with a step of 1°C , in the salinities range from $S_{\min}(P_M)$ to 42 g/kg with a step of 1 g/kg. To prepare the initial data array, the international TEOS-10 system was used [4].

The equation II of sea water density developed by the authors was adopted in the above-described polynomial form (15). Equation II uses its own index matrix containing 80 non-zero coefficients. The index matrix for equation II of sea water density is given in table 4.

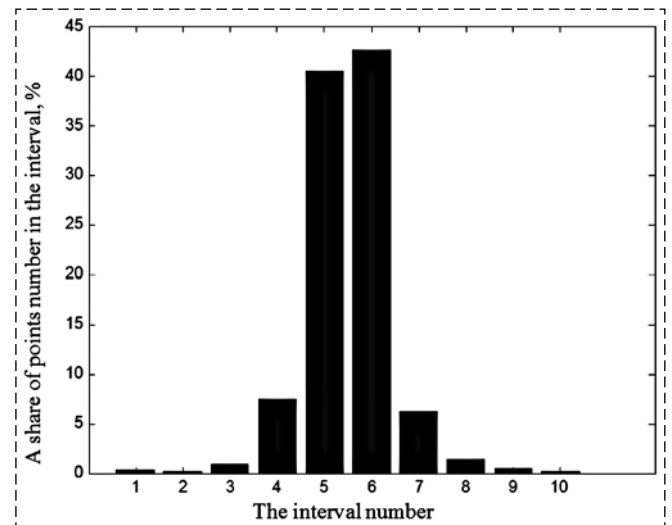


Fig. 3. Histogram of deviations for equation II

Table 4

Index matrix of the equation II of the sea water density in the form (15)

k	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	6
j	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	0	1	2	0	1	0
$i = 0$	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$i = 1$	+	+	+	+	—	+	+	+	+	—	+	+	+	+	—	+	+	—	+	+	—	+	+	—
$i = 2$	+	+	+	+	—	+	+	+	—	—	+	+	+	—	—	+	+	—	+	—	—	+	—	—
$i = 3$	+	+	+	—	—	+	+	+	—	—	+	+	—	—	—	+	—	—	+	—	—	—	—	—
$i = 4$	+	+	—	—	—	+	+	—	—	—	+	+	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	—	—
$i = 5$	+	—	—	—	—	+	+	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$i = 6$	+	—	—	—	—	+	—	—	—	—	+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Table 5

Indices and coefficients of the sea water density equation II

N	i	j	k	b_{ijk}	N	i	j	k	b_{ijk}
1	0	0	0	-0.342846942821053	41	0	0	2	-41.6554540377067
2	1	0	0	-2.37298311124372	42	1	0	2	-47.034820188248
3	2	0	0	5.81288509909762	43	2	0	2	170.91454147007
4	3	0	0	7.6797860277669	44	3	0	2	-4.82693133113655
5	4	0	0	-10.2712686927078	45	4	0	2	96.6666431835976
6	5	0	0	15.8107586603892	46	5	0	2	7.25415143121054
7	6	0	0	-3.30901780030299	47	6	0	2	-4.1316752598705
8	0	1	0	-1.94945253994349	48	0	1	2	-229.318151417977
9	1	1	0	-3.47487625741016	49	1	1	2	-277.228152351038
10	2	1	0	14.8675430180194	50	2	1	2	127.465803646146
11	3	1	0	-22.1676882261462	51	3	1	2	46.6401758107173
12	4	1	0	26.5328176360615	52	4	1	2	40.2441229325806
13	0	2	0	-4.51819721676465	53	0	2	2	-240.8234267418
14	1	2	0	5.74357544141893	54	1	2	2	160.07280714177
15	2	2	0	-2.48388404592973	55	2	2	2	77.5908225662814
16	3	2	0	14.6230575549256	56	0	3	2	99.4081607406654
17	0	3	0	1.56264563441416	57	1	3	2	76.1815189240049
18	1	3	0	11.8795971115739	58	0	4	2	27.1375934310002
19	2	3	0	4.36938691162792	59	0	0	3	229.325929866316
20	0	4	0	7.36733982806682	60	1	0	3	292.12247103212
21	0	0	1	6.9939003370351	61	2	0	3	-162.697052110626
22	1	0	1	7.21903046174993	62	3	0	3	-21.244143156862
23	2	0	1	-63.7519001289791	63	4	0	3	-25.0052738596446
24	3	0	1	-2.5048565449611	64	0	1	3	888.225752060885
25	4	0	1	-14.8904378729029	65	1	1	3	712.367745016693
26	5	0	1	-41.8310125895913	66	2	1	3	-51.3125481496336
27	6	0	1	10.7954513447102	67	0	2	3	505.196806480832
28	0	1	1	29.6670561099301	68	0	0	4	-734.238729145698
29	1	1	1	38.4930782208892	69	1	0	4	-774.648010499607
30	2	1	1	-37.2422478531876	70	2	0	4	33.3926996176371
31	3	1	1	-0.251713713665298	71	3	0	4	-40.859663102508
32	4	1	1	-74.6902894673729	72	0	1	4	-1702.82855445625
33	5	1	1	3.29863591975545	73	1	1	4	-868.841595240282
34	0	2	1	51.2707717241145	74	0	2	4	-593.611624424474
35	1	2	1	-25.4114531734917	75	0	0	5	1248.67338861614
36	2	2	1	-86.8100171882373	76	1	0	5	731.757936454975
37	3	2	1	-16.6837599120359	77	2	0	5	-19.5665209604199
38	0	3	1	-23.6449621178942	78	0	1	5	1398.54321562531
39	1	3	1	-99.1956573575483	79	1	1	5	63.6119012778081
40	0	4	1	-39.6940104014377	80	0	0	6	-877.036789516273

The coefficients b_{ijk} of the density equation II in the form (15) were calculated by the authors using the least squares method and these coefficients are given in table 5 together with the indices.

where $S_0 = 0$, and ΔS_T , ΔS_P , ΔS_c and ΔS_{TPc} — polynomials according to independent parameters degrees: T , P and c individually and collectively, respectively. In work [9] a new set of three equation

The root mean square deviation (RMSD) σ for the entire initial data array (about 200 thousand points) for the density equation II is 0.0018 kg/m^3 , which is more than twice lower than the RMSD of laboratory data (0.004 kg/m^3) used in the international system TEOS-10 [4]. The calculated deviations histogram given in table 6, confirms the normal law of deviations distribution. The number of computational points in which deviations exceed 3σ , makes about 1 %.

A graphical representation of the histogram of the sea water design density deviations over the entire array of initial data of the density equation II is shown in fig. 3.

Results analysis

The new equation of state of new type (13) obtained by the authors, allows determining sea water density in real time virtually, using three parameters measured in situ: temperature, hydrostatic pressure and speed of sound. Though, using equation 13 makes salinity measuring non mandatory, salinity determining can be solved using results of measuring the above three parameters to be done in several ways.

The first way is the development of special equations of (9) type for salinity. For instance, in the work published [9] this equation was developed in the following form:

$$S(T, P, c) = S_0 + \Delta S_T(T) + \Delta S_P(P) + \Delta S_c(c) + \Delta S_{TPc}(T, P, c), \quad (16)$$

Table 6

Histogram of the design density deviations for the equation II of the sea water density

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<-0.008	<-0.006	<-0.004	<-0.002	<0	<0.002	<0.004	<0.006	<0.008	< + ∞	Total:
0.2902	0.1641	0.9061	7.3787	40.4739	42.5567	6.2215	1.3304	0.4838	0.1946	100 %

Table 7

Classification of oceanographic instruments based on accuracy degree of measuring channels installed on them [16]

Requirements level (class)	Measurements uncertainty			Pressure (max)
	temperature	pressure	sound velocity	
	$u(T)$, °C	$u(P)$, 10^{-2} MPa ^{**}	$u(c)$, m/s	$P_{\max}$, MPa
WOCE [*]	0.002	3	0.02	60
(1) Highest	0.002	1.5	0.02	30
(2) Middle	0.005	1	0.02	20
(3) Minimal	0.01	1	0.02	10

^{*} WOCE: World Ocean Circulation Experiment;
^{**} 10^{-2} MPa = 1 dbar

options is suggested in the form (16) with 81, with 76 and with 69 members.

Another way suggests using different, already existing or newly developed equations for the sound velocity of the following type (ref. to [4] and other):

$$c = f_c(S, T, P). \quad (17)$$

Equation of (17) type is not evident with respect to salinity, though at known values of sound velocity and pressure it can be solved with respect of salinity using known mathematical methods.

One more way can be used when sea water salinity values are determined using density values equations of the following type:

$$\rho = f_p(S, T, P). \quad (18)$$

Equations of this type can be found in works [4, 8]. Consequently, salinity values can be calculated with known values of density, temperature and pressure based on equation of (18) type using reverse methods. The density values used in this case, can be obtained either experimentally, or based on calculation using sea water density equation I for technology purposes, or using density equation II for research purposes which are given in this article.

Thus, the approach suggested by the authors and employing temperature, pressure and sound velocity as independent variables, opens up new possibilities in oceanographic research. Equations of (13) type can be very useful for maps generation in dynamic topography of the world ocean surface, and calculation of geostrophic currents, etc.

Equations of (13) type given in this article, together with equations of (9), (17) or (18) type allow significant simplification of procedure for salinity determining and doing without measuring of sea water relative conductivity.

Using the new equation of (13) type for sea water density is subject to the input parameters measurement uncertainty influence on calculation value accuracy. For the purpose of analyzing equation (13), we calculated the uncertainties of the results of indirect density measurements for several classes

of instruments using equation II for scientific purposes. Classification of oceanographic instruments based on accuracy degree of measuring channels installed on them, is given in table 7 [16].

Calculation of uncertainty components and overall standard uncertainty of density measurements was performed using formulas:

$$u_{\Sigma}(\rho) = \sqrt{u_{\Sigma}^2(\rho)} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 u_i^2(\rho)} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 Z_i^2}, \quad (17)$$

where,

$$\begin{aligned} u_1(\rho) &= |Z_1| = u_T(\rho) = |Z_T| = \\ &= 0.5|\rho(T + u(T), P, c) - \rho(T - u(T), P, c)|, \\ u_2(\rho) &= |Z_2| = u_P(\rho) = |Z_P| = \\ &= 0.5|\rho(T, P + u(P), c) - \rho(T, P - u(P), c)|, \\ u_3(\rho) &= |Z_3| = u_c(\rho) = |Z_c| = \\ &= 0.5|\rho(T, P, c + u(c)) - \rho(T, P, c - u(c))|. \end{aligned}$$

The results of uncertainty estimates calculations of density measurements are given in Table 8.

From Table 8 it follows that oceanographic instruments of classes (1) and (2) have the lowest level of estimates of the overall standard uncertainty of density measurements. An additional increase in accuracy or a reduction in the overall standard uncertainty of density measurements is possible by

Table 8

Uncertainty estimates of density measurements for different classes of instruments

Requirements level (class)	Temperature range ΔT , °C	Pressure P , MPa	Estimates of uncertainty components and overall standard uncertainty of density measurements, kg/m ³			
			$u_T(\rho)$	$u_P(\rho)$	$u_c(\rho)$	$u_{\Sigma}(\rho(T, P, c))$
WOCE	-2—+10	60	0.007—0.009	0.017—0.039	0.010—0.016	0.020—0.043
(1)	-2—+18	30	0.005—0.015	0.007—0.012	0.011—0.014	0.014—0.019
(2)	-2—+22	20	0.011—0.015	0.004—0.007	0.012—0.014	0.019—0.020
(3)	-2—+26	10	0.020—0.031	0.004—0.007	0.012—0.014	0.026—0.033

Uncertainty estimates of density measurements for an increased level of requirements

Temperature range ΔT , °C	Pressure P , MPa	Estimates of uncertainty components and overall standard uncertainty of density measurements, kg/m ³			
		$u_T(\rho)$	$u_P(\rho)$	$u_c(\rho)$	$u_\Sigma(\rho(T, P, c))$
–2—+10	60	0.007—0.009	0.003—0.007	0.005—0.008	0.009—0.013
–2—+18	30	0.005—0.006	0.005—0.006	0.006—0.007	0.002—0.004
–2—+22	20	0.004—0.006	0.002—0.004	0.006—0.007	0.008—0.009
–2—+26	10	0.004—0.006	0.002—0.004	0.006—0.007	0.008—0.009

increasing the measuring channels accuracy. We performed calculations for an increased level of requirements for the measuring channels accuracy. For example, Table 9 shows the results of uncertainty estimates calculations of density measurements for the case when the measuring channels for temperature, pressure, and sound velocity have measurement uncertainty $u(T) = 0.002$ °C, $u(P) = 0.5 \cdot 10^{-2}$ MPa and $u(c) = 0.01$ m/s, respectively.

Thus, using the equation of state of a new type (13), it is also possible to develop requirements for the accuracy levels of temperature, pressure, and sound velocity measuring channels when designing relevant oceanographic instruments, depending on the requirements of the tasks for which they are intended.

Figure 4 (see the 2nd side of the cover) shows an example of calculating the isolines of seawater density using to equation II for research purposes.

We should note that density isolines $\rho(T, P, c)$ when $T = \text{const}$ and $P = \text{const}$ are virtually linear dependent on the sound velocity.

Conclusion

The new kind of equations intended for interpolation of the sea water density depending on the measured parameters — temperature, pressure and sound velocity has been justified theoretically and implemented in practice.

For different ranges of the sea parameters two equations of the new kind for the sea water density have been developed.

Equation I is suitable for technical calculations in a wide range of measured parameters and can be used to calculate the density of anomalous, fresh and slightly saline waters at temperatures up to 40 °C.

Equation II is more accurate and can be used for scientific calculations in a typical oceanographic parameter range. Both the equations can be recommended for inclusion in the software of acoustic profilographs (SVP-instruments) which must have the uncertainty of the measuring channels allowing determining the density of seawater in situ with the required accuracy.

References

1. **Le Menn M.** Measurements at Sea, *Instrumentation and Metrology in Oceanography*, pp. 295—351.
2. **Le Menn M.** et al. Advances in measuring ocean salinity with an optical sensor, *Measurement Science and Technology*, 2011, vol. 22, no. 11, pp. 1—8.
3. **Grekov A. N., Grekov N. A., Sychov E. N.** *Metody i sredstva opredeleniya solenosti shel'fovyykh zon okeanov i morey* (Methods and means of determining the salinity of the shelf zones of the oceans and seas), *Sistemy kontrolya okruzhayushchey sredy*, Sevastopol', *IPTS*, 2015, iss. 2 (22), pp. 29—34 (in Russian)
4. **IOC, SCOR and IAPSO**, 2010: The international thermodynamic equation of seawater — 2010: Calculation and use of thermodynamic properties. Intergovernmental Oceanographic Commission, Manuals and Guides No. 56, UNESCO (English), 196 p., available at: <http://www.TEOS-10.org>
5. **Pawlowicz R.** et al. Metrological challenges for measurements of key climatological observables, Part 2: oceanic salinity, *Metrologia*, 2015, vol. 53, no. 1, pp. R12—R25.
6. **Pawlowicz R., Wright D. G., Millero F. J.** The effects of biogeochemical processes on oceanic conductivity/salinity/density relationships and the characterization of real seawater, *Ocean Sci.*, 2011, 7, pp. 363—387, doi:10.5194/os-7-363-2011
7. **McDougall T. J.** et al. A global algorithm for estimating Absolute Salinity, *Ocean Science*, 2012, vol. 8, no. 6, pp. 1123—1134.
8. **Schmidt H.** et al. The density—salinity relation of standard seawater, *Ocean Science*, 2018, vol. 14, no. 1, pp. 15—40.
9. **Allen J. T.** et al. A new salinity equation for sound speed instruments, *Limnology and Oceanography: Methods*, 2017, vol. 15, no. 9, pp. 810—820.
10. **Millero F. J.** Physico-chemical controls on seawater, *Treatise on Geochemistry: Second Edition*, Elsevier Inc., 2013.
11. **Dittmar W.** Report on the scientific results of the exploring voyage of HMS Challenger, *In Physics and Chemistry*, 1884, vol. 1, pp. 1—251. London, HJMSO.
12. **Pawlowicz R.** The absolute salinity of seawater diluted by riverwater, *Deep Sea Research. Part I: Oceanographic Research Papers*, 2015, vol. 101, pp. 71—79.
13. **Grekov A. N., Grekov N. A., Sychov E. N.** *Uravneniye skorosti zvuka dlya anomal'nykh zon okeanov i morey* (Equation of sound speed for anomalous zones of oceans and seas), *Sistemy kontrolya okruzhayushchey sredy*, Sevastopol', *IPTS*, 2016, iss. 4 (24), pp. 27—31 (in Russian).
14. **Grekov A. N., Grekov N. A., Sychov E. N.** *Solevaya chast' uravneniya skorosti zvuka dlya anomal'nykh zon okeanov* (Salt part of sound velocity equation for anomalous zones of oceans and seas), *Sistemy kontrolya okruzhayushchey sredy*, Sevastopol', *IPTS*, 2016, iss. 5 (25), pp. 12—16 (in Russian).
15. **Babii V. I.** On the metrology of the speed of sound in liquids, *Acoustical Physics*, 2017, vol. 63, no. 3, pp. 275—287.
16. **Levashov D. Ye.** *Tekhnika ekspeditsionnykh issledovaniy: Instrumental'nyye metody i tekhnicheskiye sredstva otsenki promyslovo-znachimyykh faktorov sredy* (Technique of expeditionary research: Instrumental methods and technical means for assessing commercially significant environmental factors), Moscow, Publishing house of VNIRO, 2003 (in Russian).

Б. И. Филиппов, канд. техн. наук, доц., Filippov-boris@rambler.ru,
Новосибирский государственный технический университет (НГТУ)

Архитектура гидроакустической навигационной системы с короткой базой для приведения подводного аппарата к стыковочному модулю

Объектом исследования являются принципы и методы гидроакустического приведения автономного подводного аппарата к носителю. При решении задачи построения гидроакустической навигационной системы (ГНС) приведения основными системными вопросами являются вопросы выбора приемлемого с точки зрения технической реализации способа определения местоположения объекта в зоне приведения и оценки параметров предлагаемой навигационной системы. В работе обоснована целесообразность построения аппаратуры высокочастотной гидроакустической системы приведения в виде совмещенной информационно-навигационной комбинированной по базе антенн системы, в которой могут применяться гидроакустические навигационные системы с короткой базой. В качестве навигационных предложено использовать сигналы данных, которыми обмениваются стыковочный модуль и автономный подводный аппарат по результатам измерения взаимных навигационных параметров. Предлагаемый образец аппаратуры высокочастотной гидроакустической системы приведения (АГСП) ближнего действия предназначен для работы в составе комплекса технических средств, обеспечивающих подводную стыковку автономного подводного аппарата с носителем. Полученные количественные характеристики ГНС с короткой базой являются исходными показателями первого приближения при выборе необходимых параметров навигационного сигнала и разработке структуры АГСП, предназначенной для решения задачи автоматического приведения автономного подводного аппарата к стыковочному модулю заданного носителя.

Ключевые слова: гидроакустическая навигационная система, автономный подводный аппарат, стыковочный модуль, навигационные параметры

Введение

Обратимся к исследованию возможности построения аппаратуры высокочастотной гидроакустической системы приведения в виде совмещенной информационно-навигационной комбинированной по базе антенн системы, в которой могут применяться гидроакустические навигационные системы с короткой базой. В качестве навигационных предложено использовать сигналы данных, которыми обмениваются стыковочный модуль и автономный подводный аппарат по результатам измерения взаимных навигационных характеристик.

Как правило, управление автономными подводными аппаратами (АПА) осуществляется на основе алгоритмов с большим набором коэффициентов и эмпирических зависимостей [1–4]. Такой подход обеспечивает решение в ряде частных случаев. В процессе длительного автономного движения АПА такие алгоритмы приводят к большим ошибкам.

В работе [5] показан алгоритм оптимального программно-позиционного управления АПА на основе теории оптимального управления, который исключает процедуру эмпирического подбора коэффициентов в законах управления и позволяет осуществить доставку полезной нагрузки к объекту стыковки. В работах [6, 7] предлагается для адаптивного

расчета траектории движения робота использовать видеoinформацию с монокамер (или сканирующего сонара высокого разрешения). С учетом ограниченной прозрачности водной среды использование видеокамеры (или сонаров) на расстояниях более 50 м представляется проблематичным. В работах [9, 10] описаны навигационные робототехнические комплексы, включающие автономные подводные и надводные аппараты. Данные комплексы решают только навигационные задачи. В статье [9] показано, что при натурных испытаниях погрешность определения координат АПА составляла 8...16 м. Погрешность определения координат в работе [10] не указана.

Разрабатываемый образец аппаратуры является частью многофункциональной сети гидроакустической связи и должен обеспечивать приведение АПА в ближней зоне на дистанциях, не превышающих 300 м, и его стыковку с носителем. Для этого осуществляется взаимное определение дистанции и углового положения стыковочного модуля носителя и АПА относительно друг друга. Основные вопросы построения таких сетей рассмотрены в работах [11–16]. Определение дистанции и углового положения стыковочного модуля носителя и АПА относительно друг друга сопровождается передачей данных между ними по гидроакустическому каналу связи.

Постановка задачи

Местоположение объекта (в данном случае АПА) в гидроакустической навигационной системе (ГНС) приведения, в зависимости от выбранной (или заданной) системы координат и алгоритма процедуры привода, может быть определено на основе вычисления следующих базовых навигационных параметров:

- текущих декартовых координат объекта приведения;
- текущих угловых координат объекта приведения: азимута (курса) и угла места (по глубине погружения);
- текущего наклонного расстояния до объекта приведения.

Для определения вышеуказанных характеристик целесообразно использовать многопозиционную (по числу разнесенных в пространстве приемников гидроакустических сигналов) навигационную систему приведения. Достоинством многопозиционной системы приведения кроме универсальности использования является возможность создания на ее базе высокопомехоустойчивого (с дополнительной пространственно-временной обработкой) канала передачи информации от АПА к стыковочному модулю (СМ) судна сопровождения, за счет чего может быть получена совмещенная информационно-навигационная система с улучшенными энергетическими показателями [17].

При вычислении декартовых координат объекта в многопозиционной навигационной системе минимально необходимое число пространственно разнесенных приемников гидроакустических сигналов должно быть не менее четырех.

Система уравнений, которая может быть использована для нахождения декартовых координат объекта приведения в четырехпозиционной навигационной системе, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} C^2\tau_{10}^2(t) = [X_1(t) - X_0(t)]^2 + \\ + [Y_1(t) - Y_0(t)]^2 + [Z_1(t) - Z_0(t)]^2; \\ C^2\tau_{20}^2(t) = [X_2(t) - X_0(t)]^2 + \\ + [Y_2(t) - Y_0(t)]^2 + [Z_2(t) - Z_0(t)]^2; \\ C^2\tau_{30}^2(t) = [X_3(t) - X_0(t)]^2 + \\ + [Y_3(t) - Y_0(t)]^2 + [Z_3(t) - Z_0(t)]^2; \\ C^2\tau_{40}^2(t) = [X_4(t) - X_0(t)]^2 + \\ + [Y_4(t) - Y_0(t)]^2 + [Z_4(t) - Z_0(t)]^2, \end{cases} \quad (1)$$

где $X_0(t)$, $Y_0(t)$, $Z_0(t)$ — текущие декартовы координаты объекта приведения (координаты передающей антенны ПА); $X_1(t)$, $Y_1(t)$, $Z_1(t)$; $X_2(t)$, $Y_2(t)$, $Z_2(t)$; $X_3(t)$, $Y_3(t)$, $Z_3(t)$; $X_4(t)$, $Y_4(t)$, $Z_4(t)$ — текущие декартовы координаты приемных антенн четырехпозиционной ГНС, обусловленные изменением пространственной ориентации СМ; $\tau_{10}(t)$, $\tau_{20}(t)$, $\tau_{30}(t)$, $\tau_{40}(t)$ — текущее время распространения навигационного сигнала от антенны передатчика объекта приведения до соответствующей приемной антенны СМ четырехпозиционной ГНС; C — средневзвешенная по глубине скорость распространения звука в зоне приведения.

Решим систему уравнений (1) методом Гаусса [18], введя дополнительные обозначения:

$$\begin{aligned} b_1(t) &= C^2[\tau_{10}^2(t) - \tau_{20}^2(t)] - \\ &- X_1^2(t) - Y_1^2(t) - Z_1^2(t) + X_2^2(t) + Y_2^2(t) + Z_2^2(t); \\ b_2(t) &= C^2[\tau_{10}^2(t) - \tau_{30}^2(t)] - \\ &- X_1^2(t) - Y_1^2(t) - Z_1^2(t) + X_3^2(t) + Y_3^2(t) + Z_3^2(t); \\ b_3(t) &= C^2[\tau_{10}^2(t) - \tau_{40}^2(t)] - \\ &- X_1^2(t) - Y_1^2(t) - Z_1^2(t) + X_4^2(t) + Y_4^2(t) + Z_4^2(t); \\ a_{11}(t) &= 2[X_2(t) - X_1(t)]; a_{12}(t) = 2[Y_2(t) - Y_1(t)]; \\ a_{13}(t) &= 2[Z_2(t) - Z_1(t)]; \\ a_{21}(t) &= 2[X_3(t) - X_1(t)]; a_{22}(t) = 2[Y_3(t) - Y_1(t)]; \\ a_{23}(t) &= 2[Z_3(t) - Z_1(t)]; \\ a_{31}(t) &= 2[X_4(t) - X_1(t)]; a_{32}(t) = 2[Y_4(t) - Y_1(t)]; \\ a_{33}(t) &= 2[Z_4(t) - Z_1(t)]; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} h_1(t) &= a_{22}(t)a_{33}(t) - a_{23}(t)a_{32}(t); \\ h_2(t) &= a_{13}(t)a_{32}(t) - a_{12}(t)a_{33}(t); \\ h_3(t) &= a_{12}(t)a_{23}(t) - a_{13}(t)a_{22}(t); \\ h_4(t) &= a_{23}(t)a_{31}(t) - a_{21}(t)a_{33}(t); \\ h_5(t) &= a_{11}(t)a_{33}(t) - a_{13}(t)a_{31}(t); \\ h_6(t) &= a_{13}(t)a_{21}(t) - a_{11}(t)a_{23}(t); \\ h_7(t) &= a_{21}(t)a_{32}(t) - a_{22}(t)a_{31}(t); \\ h_8(t) &= a_{12}(t)a_{31}(t) - a_{11}(t)a_{32}(t); \\ h_9(t) &= a_{11}(t)a_{22}(t) - a_{12}(t)a_{21}(t); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma(t) &= a_{11}(t)[a_{22}(t)a_{33}(t) - a_{23}(t)a_{32}(t)] + \\ &+ a_{12}(t)[a_{23}(t)a_{31}(t) - a_{21}(t)a_{33}(t)] + \\ &+ a_{13}(t)[a_{21}(t)a_{32}(t) - a_{22}(t)a_{31}(t)]. \end{aligned}$$

Тогда текущие декартовы координаты объекта приведения, с учетом обозначений (2), определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} X_0(t) &= \frac{b_1(t)h_1(t) + b_2(t)h_2(t) + b_3(t)h_3(t)}{\gamma(t)}; \\ Z_0(t) &= \frac{b_1(t)h_7(t) + b_2(t)h_8(t) + b_3(t)h_9(t)}{\gamma(t)}; \\ Y_0(t) &= \frac{b_1(t)h_4(t) + b_2(t)h_5(t) + b_3(t)h_6(t)}{\gamma(t)}. \end{aligned} \quad (3)$$

При агрегатировании аппаратуры высокочастотной гидроакустической системы (АГСП), предполагающем создание отдельного модуля аппаратно-программных средств для измерения наклонного расстояния, текущие декартовы координаты объекта приведения могут быть найдены с использованием несколько видоизмененных зависимостей (2) и (3):

$$\begin{aligned} X_0(t) &= \frac{g_1(t)h_1(t) + g_2(t)h_2(t) + g_3(t)h_3(t)}{\gamma(t)}; \\ Y_0(t) &= \frac{g_1(t)h_4(t) + g_2(t)h_5(t) + g_3(t)h_6(t)}{\gamma(t)}; \\ Z_0(t) &= \frac{g_1(t)h_7(t) + g_2(t)h_8(t) + g_3(t)h_9(t)}{\gamma(t)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} g_1(t) &= R_{10}^2(t) - R_{20}^2(t) - X_1^2(t) - \\ &- Y_1^2(t) - Z_1^2(t) + X_2^2(t) + Y_2^2(t) + Z_2^2(t); \\ g_2(t) &= R_{10}^2(t) - R_{30}^2(t) - X_1^2(t) - \\ &- Y_1^2(t) - Z_1^2(t) + X_3^2(t) + Y_3^2(t) + Z_3^2(t); \\ g_3(t) &= R_{10}^2(t) - R_{40}^2(t) - X_1^2(t) - \\ &- Y_1^2(t) - Z_1^2(t) + X_4^2(t) + Y_4^2(t) + Z_4^2(t); \end{aligned}$$

$R_{10}(t)$, $R_{20}(t)$, $R_{30}(t)$, $R_{40}(t)$ — текущие наклонные расстояния между приемными антеннами СМ и передающей антенной ПА в четырехпозиционной ГНС приведения.

Если пространство приведения ограничивается полусферой, конечная точка приведения АПА совмещена с началом координат системы отсчета, а в процедуре приведения используются угловые координаты объекта приведения (текущий курс $\varphi_0(t)$ и текущий угол места $\theta_0(t)$), то последние могут быть выражены через соответствующие декартовы координаты:

$$\begin{aligned} \varphi_0(t) &= \frac{180}{\pi} \arctg \frac{X_0(t)}{Z_0(t)} \quad [\text{в } ^\circ]; \\ \theta_0(t) &= \frac{180}{\pi} \arctg \frac{Y_0(t)}{Z_0(t)} \quad [\text{в } ^\circ]. \end{aligned} \quad (5)$$

Текущее наклонное расстояние от конечной точки приведения до передающей антенны объекта приведения $R_0(t)$ также может быть определено через его текущие декартовы коор-

динаты, расчетное соотношение при этом имеет известный [19] вид:

$$R_0(t) = \sqrt{X_0^2(t) + Y_0^2(t) + Z_0^2(t)}. \quad (6)$$

Погрешности оценки параметров ГНС с короткой базой

В условиях отсутствия априорной информации о конкретном исполнении СМ, его геометрии и погрешности траекторных расчетов при учете рефракционных искажений навигационного сигнала будем на этапе первого приближения считать, что точность оценки указанных выше характеристик навигационной системы существенно зависит только от погрешностей (условно назовем их инструментальными) определения трех параметров ГНС. Такими параметрами являются: средневзвешенная по глубине скорость распространения звука в зоне приведения, время распространения навигационного сигнала между передающей антенной объекта приведения и каждой из четырех пространственно разнесенных приемных антенн СМ и точность измерения в процессе приведения пространственных координат приемных антенн СМ.

Обозначим абсолютную среднеквадратическую погрешность определения времени распространения навигационного сигнала в четырехпозиционной системе приведения Δt , абсолютную среднеквадратическую погрешность оценки средневзвешенной по глубине скорости распространения звука в зоне приведения Δc , а абсолютную среднеквадратическую погрешность определения каждой из трех координат приемных антенн СМ соответственно Δx .

В условиях отсутствия информации о конкретной геометрии, конструкции СМ и погрешностях определения его возможного пространственного положения в процессе приведения такое допущение (одинаковость погрешностей по всем трем координатам) в отношении последней составляющей погрешности Δx позволяет получить оценку сверху — выявить максимальное влияние указанной погрешности.

Для фиксированного момента времени t , согласно методике, изложенной в работе [14], можно получить оценки абсолютных среднеквадратических погрешностей вычисления декартовых координат объекта приведения:

$$\begin{aligned}
skpX_0 &= \sqrt{\Delta C^2 \left(\frac{\partial X_0}{\partial C} \right)^2 + \Delta \tau^2 \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial X_0}{\partial \tau_{i0}} \right)^2 + \Delta x^2 \left[\sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial X_0}{\partial X_i} \right)^2 + \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial X_0}{\partial Y_i} \right)^2 + \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial X_0}{\partial Z_i} \right)^2 \right]}; \\
skpY_0 &= \sqrt{\Delta C^2 \left(\frac{\partial Y_0}{\partial C} \right)^2 + \Delta \tau^2 \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial Y_0}{\partial \tau_{i0}} \right)^2 + \Delta x^2 \left[\sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial Y_0}{\partial X_i} \right)^2 + \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial Y_0}{\partial Y_i} \right)^2 + \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial Y_0}{\partial Z_i} \right)^2 \right]}; \\
skpZ_0 &= \sqrt{\Delta C^2 \left(\frac{\partial Z_0}{\partial C} \right)^2 + \Delta \tau^2 \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial Z_0}{\partial \tau_{i0}} \right)^2 + \Delta x^2 \left[\sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial Z_0}{\partial X_i} \right)^2 + \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial Z_0}{\partial Y_i} \right)^2 + \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial Z_0}{\partial Z_i} \right)^2 \right]}.
\end{aligned} \quad (7)$$

Преобразуя выражения (7), с учетом обозначений (2) и соотношений (3) окончательно получаем:

$$\begin{aligned}
skpX_0 &= \sqrt{\alpha_1^2 \Delta C^2 + \Delta \tau^2 \sum_{i=1}^4 \beta_i^2 + \Delta x^2 \sum_{i=1}^{12} \xi_i^2}; \\
skpY_0 &= \sqrt{\alpha_2^2 \Delta C^2 + \Delta \tau^2 \sum_{i=5}^8 \beta_i^2 + \Delta x^2 \sum_{i=13}^{24} \xi_i^2}; \\
skpZ_0 &= \sqrt{\alpha_3^2 \Delta C^2 + \Delta \tau^2 \sum_{i=9}^{12} \beta_i^2 + \Delta x^2 \sum_{i=25}^{36} \xi_i^2},
\end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \frac{2C}{\gamma} [(\tau_{10}^2 - \tau_{20}^2)h_1 + (\tau_{10}^2 - \tau_{30}^2)h_2 + (\tau_{10}^2 - \tau_{40}^2)h_3]; \\
\alpha_2 &= \frac{2C}{\gamma} [(\tau_{10}^2 - \tau_{20}^2)h_4 + (\tau_{10}^2 - \tau_{30}^2)h_5 + (\tau_{10}^2 - \tau_{40}^2)h_6]; \\
\alpha_3 &= \frac{2C}{\gamma} [(\tau_{10}^2 - \tau_{20}^2)h_7 + (\tau_{10}^2 - \tau_{30}^2)h_8 + (\tau_{10}^2 - \tau_{40}^2)h_9]; \\
\beta_1 &= \frac{2C^2 \tau_{10}(h_1 + h_2 + h_3)}{\gamma}; \\
\beta_2 &= \frac{2C^2 \tau_{20}h_1}{\gamma}; \dots; \beta_{12} = \frac{2C^2 \tau_{40}h_9}{\gamma}; \\
\psi_1 &= C^2(\tau_{10}^2 - \tau_{20}^2); \psi_2 = C^2(\tau_{10}^2 - \tau_{30}^2); \\
\psi_3 &= C^2(\tau_{10}^2 - \tau_{40}^2); \\
m_1 &= X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2; \dots m_4 = X_4^2 + Y_4^2 + Z_4^2; \\
n_{11} &= 2(X_2 - X_3); n_{12} = 2(X_2 - X_4); \dots n_{33} = 2(Z_3 - Z_4); \\
k_{11} &= 2X_1X_2; k_{12} = 2X_1X_3; \dots k_{16} = 2X_3X_4; \\
k_{21} &= 2Y_1Y_2; k_{22} = 2Y_1Y_3; \dots k_{26} = 2Y_3Y_4; \\
k_{31} &= 2Z_1Z_2; k_{32} = 2Z_1Z_3; \dots k_{36} = 2Z_3Z_4; \\
s_1 &= b_1h_1 + b_2h_2 + b_3h_3; s_2 = b_1h_4 + b_2h_5 + b_3h_6; \\
s_3 &= b_1h_7 + b_2h_8 + b_3h_9; \\
w_1 &= n_{23}Z_2 - n_{22}Z_3 + n_{21}Z_4; \\
w_2 &= a_{22}Z_4 - a_{32}Z_3 - n_{23}Z_1; \dots w_{12} = a_{11}Y_3 - a_{21}Y_2 - n_{11}Y_1; \\
\xi_1 &= \frac{4[\gamma X_1(n_{32}Y_3 - n_{31}Y_4 - n_{33}Y_2) - s_1w_1]}{\gamma^2}; \\
\xi_2 &= \frac{4[\gamma X_2(a_{33}Y_3 - a_{23}Y_4 + n_{33}Y_1) - s_1w_2]}{\gamma^2}; \dots \\
\xi_{36} &= \frac{4[\gamma Z_4(a_{22}X_2 - a_{12}X_3 + n_{21}X_1) - s_3w_{12}]}{\gamma^2}.
\end{aligned}$$

Аналогично, на основе соотношений (5) и (8), получаем оценки абсолютных среднеквадратических погрешностей вычисления угловых координат объекта приведения:

$$\begin{aligned}
skp\varphi_0 &= \frac{180 \sqrt{(skpX_0)^2 Z_0^2 + (skpZ_0)^2 X_0^2}}{\pi(X_0^2 + Z_0^2)}; \\
skp\theta_0 &= \frac{180 \sqrt{(skpY_0)^2 Z_0^2 + (skpZ_0)^2 Y_0^2}}{\pi(Y_0^2 + Z_0^2)}.
\end{aligned} \quad (9)$$

Оценка абсолютной среднеквадратической погрешности вычисления наклонного расстояния до объекта приведения, с учетом зависимостей (6) и (8), характеризуется выражением

$$\begin{aligned}
skpR_0 &= \\
&= \sqrt{\frac{X_0^2 (skpX_0)^2 + Y_0^2 (skpY_0)^2 + Z_0^2 (skpZ_0)^2}{X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2}}.
\end{aligned} \quad (10)$$

Следует заметить, что абсолютная среднеквадратическая погрешность Δt включает в себя, как минимум, две составляющие: аппаратную погрешность используемого в ГНС метода измерения времени распространения навигационного сигнала и погрешность траекторных расчетов при учете рефракционных искажений навигационного сигнала в зоне приведения. Кроме этого, следует также учитывать и погрешность, связанную с дифракционными искажениями навигационного сигнала на общей конструкции антенн конкретного СМ.

Количественная оценка погрешностей параметров ГНС с короткой базой

Для количественной оценки погрешностей навигационных параметров системы приведения следует конкретизировать ее некоторые характеристики:

- конфигурацию и базовые размеры разнесения приемных антенн СМ ГНС приведения;

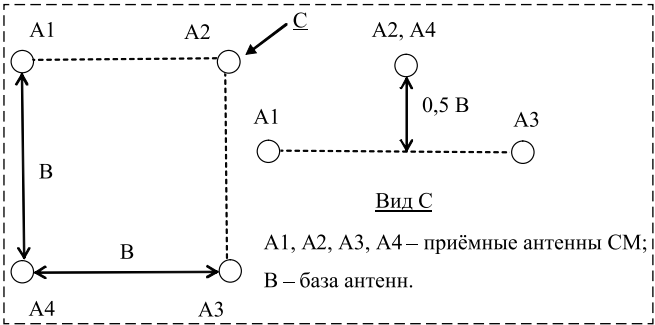
- размер зоны (области пространства) приведения ПА, ее возможные условные градации;
- пределы изменения инструментальных погрешностей в ГНС (погрешности оценки средневзвешенной по глубине скорости звука в зоне приведения, погрешности измерения времени распространения навигационного сигнала в предлагаемой структуре навигационной системы и погрешности определения пространственных координат приемных антенн СМ в процессе приведения).

При отсутствии информации о конкретной конфигурации и габаритных размерах СМ, стремясь к увеличению разрешающей способности ГНС при минимальном объеме пространства, занимаемого антеннами, на этапе предварительных расчетов выбираем такую конфигурацию СМ, при которой приемные антенны располагаются в вершинах квадрата (стороны квадрата определяют базу антенн В как в азимутальной, так и в угломестной плоскостях), причем две диагональные антенны СМ смещены в плоскости, перпендикулярной направлению наблюдения на половину базы.

Указанную геометрию антенн иллюстрирует рис. 1. Данная геометрия позволяет, по предварительной оценке, обеспечить в ГНС приведения примерно одинаковую разрешающую способность навигационной системы по пространству приведения.

Вопросы, связанные с возможностью конкретного конструктивного исполнения антенн СМ предлагаемой геометрии, заслуживают самостоятельного обсуждения и здесь не рассматриваются.

База приемных антенн СМ при предварительных расчетах задается тремя значениями: 0,25, 0,5 и 1 м.



Расположение антенн стыковочного модуля гидроакустической навигационной системы
Antenna location of the docking module of the sonar navigation system

Зона приведения АПА относительно СМ при расчетах может быть разбита на три участка:

- дальняя зона (граница зоны — наклонное расстояние 300 м);
- средняя зона (граница зоны — наклонное расстояние 50 м);
- ближняя зона (граница зоны — наклонное расстояние 5 м).

Значения инструментальных погрешностей в ГНС приняты следующими:

- абсолютная погрешность оценки средневзвешенной по глубине скорости звука в зоне приведения (ΔC), согласно данным работы [20], — 0,5, 1, 2 м/с;
- составляющая аппаратурной погрешности измерения времени распространения навигационного сигнала в четырехпозиционной ГНС ($\Delta \tau$), в соответствии с предварительными оценками аппаратурной реализации, — 2, 5, 10 мкс;
- абсолютная погрешность определения пространственных координат приемных антенн СМ (Δx) на первом этапе расчетов (табл. 1—3) принимается равной нулю, а затем допол-

Таблица 1
Table 1

Погрешность оценки угловых координат и наклонного расстояния в четырехпозиционной ГНС приведения АПА
The error in estimating the angular coordinates and the oblique distance in the four-position GNS of reducing the APA

Инструментальные погрешности			Среднеквадратическая погрешность (°)					
			Ближняя зона (5 м)		Средняя зона (50 м)		Дальняя зона (300 м)	
			min	max	min	max	min	max
Угловые координаты								
База антенн 0,25 м								
$\Delta C = 1$ м/с	$\Delta \tau$, мкс	2	0,68	1,32	0,69	1,33	0,69	1,33
		5	1,7	3,31	1,72	3,33	1,72	3,33
		10	3,4	6,6	3,43	6,65	3,44	6,66
База антенн 1 м								
$\Delta C = 1$ м/с	$\Delta \tau$, мкс	2	0,17	0,33	0,17	0,34	0,17	0,34
		5	0,41	0,82	0,43	0,83	0,43	0,83
		10	0,83	1,64	0,86	1,66	0,86	1,66
Наклонное расстояние								
База антенн 0,25 м								
$\Delta C = 1$ м/с	$\Delta \tau$, мкс	2	0,08	0,12	0,85	1,2	5,1	7,2
		5	0,21	0,30	2,12	3,0	12,7	18,0
		10	0,42	0,59	4,25	5,99	25,4	36,0
База антенн 1 м								
$\Delta C = 1$ м/с	$\Delta \tau$, мкс	2	0,02	0,03	0,22	0,31	1,29	1,84
		5	0,05	0,07	0,53	0,75	3,19	4,5
		10	0,11	0,14	1,06	1,49	6,36	9,0

нительно исследуется ее влияние на общую погрешность оценки характеристик ГНС.

В табл. 1 приведены результаты расчетов абсолютных среднеквадратических погрешностей оценки угловых координат и наклонного расстояния до АПА, полученных на основе соотношений (9) и (10) для границ трех участков зоны приведения, и абсолютной среднеквадратической погрешности оценки средневзвешенной по глубине скорости распространения звука в зоне приведения $\Delta C = 1$ м/с при выбранных базах приемных антенн СМ. Здесь же представлены границы разброса (минимальное и максимальное значения) абсолютных среднеквадратических погрешностей оценки угловых координат и наклонного расстояния до АПА, которые имеют место при изменении его местоположения в заданной зоне (области пространства) приведения.

В табл. 2 помещены выборочные результаты расчетов, характеризующие влияние погрешности оценки средневзвешенной по глубине

скорости звука в дальней зоне приведения (наклонное расстояние 300 м) на погрешности оценки угловых координат АПА для диапазона изменений относительной среднеквадратической погрешности оценки средневзвешенной скорости звука от 0 до 10 %.

Табл. 3 содержит результаты расчетов средних по зоне приведения (среднее арифметическое минимальной и максимальной) погрешностей определения угловых координат АПА и наклонного расстояния в четырехпозиционной ГНС:

- для диапазона наклонных расстояний зоны приведения от 1 до 300 м;
- базы антенн СМ 0,5 и 2 м;
- аппаратурной составляющей абсолютной среднеквадратической погрешности оценки времени распространения навигационного сигнала 5, 10, 20 мкс;
- абсолютной среднеквадратической погрешности оценки средневзвешенной по глубине скорости звука 2 м/с.

Таблица 2
Table 2

Влияние погрешности оценки скорости звука на точность определения угловых координат и наклонного расстояния в четырехпозиционной ГНС приведения АПА

The effect of the error in estimating the speed of sound on the accuracy of determining the angular coordinates and the oblique distance in the four-position GNS of reducing the AAP

Зона приведения АПА	Погрешность оценки вре- мени распро- странения навигацион- ного сигнала	Максимальная среднеква- дратическая погрешность (°)						
		Погрешность оценки скорости звука (%)						
		0	0,1	1	2	5	10	
Угловые координаты								
База антенн 0,25 м								
R ₀ = 300 м	Δτ, мкс	2	1,33	1,33	1,6	2,1	4,3	8,2
		5	3,33	3,33	3,4	3,7	5,2	8,8
		10	6,66	6,66	6,7	6,9	7,8	10,5
База антенн 1 м								
R ₀ = 300 м	Δτ, мкс	2	0,33	0,34	0,88	1,65	4,1	8,1
		5	0,83	0,84	1,16	1,81	4,13	8,14
		10	1,66	1,67	1,85	2,32	4,38	8,27
Наклонное расстояние								
База антенн 0,25 м								
R ₀ = 300 м	Δτ, мкс	2	7,2	7,2	9,37	14,0	30,9	60,4
		5	18,0	18,0	19,0	21,6	35,0	62,6
		10	36,0	36,0	36,5	37,9	47,0	70,0
База антенн 1 м								
R ₀ = 300 м	Δτ, мкс	2	1,8	1,9	6,3	12,1	30,0	60,0
		5	4,5	4,54	7,5	12,8	30,3	60,1
		10	9,0	9,0	10,8	15,0	31,3	60,6

Таблица 3
Table 3

Средняя по зоне приведения погрешность определения угловых координат и наклонного расстояния в четырехпозиционной ГНС приведения АПА

The mean over the reduction zone is the error in determining the angular coordinates and the oblique distance in the four-position HPS of the APA reduction

Погрешность оценки времени распространения навигационного сигнала	Средняя среднеквадратическая погрешность (°)									
	Наклонное расстояние (м)									
	1	2	5	10	25	50	100	200	300	
Угловые координаты										
База антенн 0,5 м										
Δt , мкс	5	1,25	1,23	1,25	1,25	1,26	1,26	1,26	1,26	1,26
	10	2,49	2,46	2,49	2,50	2,52	2,52	2,52	2,52	2,52
	20	4,98	4,92	4,97	5,00	5,03	5,04	5,04	5,05	5,05
База антенн 2 м										
Δt , мкс	5	0,53	0,36	0,31	0,31	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32
	10	1,05	0,71	0,62	0,62	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63
	20	2,1	1,42	1,24	1,23	1,25	1,26	1,26	1,26	1,26
Наклонное расстояние										
База антенн 0,5 м										
Δt , мкс	5	0,025	0,05	0,13	0,26	0,64	1,28	2,57	5,14	7,71
	10	0,05	0,10	0,25	0,51	1,28	2,56	5,12	10,25	15,38
	20	0,10	0,20	0,50	1,00	2,55	5,11	10,24	20,49	30,74
База антенн 2 м										
Δt , мкс	5	0,011	0,015	0,032	0,065	0,166	0,335	0,672	1,35	2,02
	10	0,021	0,028	0,063	0,126	0,32	0,644	1,293	2,59	3,89
	20	0,042	0,057	0,124	0,25	0,633	1,275	2,56	5,13	7,7

Табл. 4 иллюстрирует влияние погрешности оценки координат приемных антенн СМ в дальней зоне (в условиях изменения его пространственной ориентации) на точность определения угловых координат в четырехпозиционной ГНС. В табл. 4 приведены результаты расчетов средних по зоне приведения погрешностей при максимальном влиянии (оценке сверху) погрешности оценки пространственных координат приемных антенн СМ. Погрешность оценки координат антенн СМ задана в процентах от базы антенн выбранной для расчетов геометрии.

В этой же таблице помещены выборочные результаты расчетов максимальной средней по зоне приведения среднеквадратической погрешности:

- для диапазона погрешности оценки координат антенн СМ от 0 до 10 %;
- базы антенн СМ 0,5 и 2 м;

Таблица 4
Table 4

Влияние погрешности оценки пространственных координат приемных антенн СМ на точность определения угловых координат и наклонного расстояния в четырехпозиционной ГНС приведения АПА

The influence of the error in estimating the spatial coordinates of the receiving antennas of the SM on the accuracy of determining the angular coordinates and the oblique distance in the four-position HPS of bringing the APA

Зона при- ведения АПА		Погреш- ность оцен- ки времени распростра- нения нави- гационного сигнала	Максимальная средняя средне- квадратическая погрешность (°)					
			Погрешность оценки координат антенн (%)					
			0	0,5	1	2	5	10
Угловые координаты								
База антенн 0,5 м								
$R_0 = 300$ м	$\Delta\tau$, мкс	5	1,26	1,33	1,52	2,1	4,39	8,5
		10	2,52	2,56	2,66	3,03	4,9	8,78
		20	5,05	5,06	5,12	5,32	6,6	9,81
База антенн 2 м								
$R_0 = 300$ м	$\Delta\tau$, мкс	5	0,32	0,53	0,9	1,71	4,21	8,41
		10	0,63	0,76	1,05	1,8	4,25	8,43
		20	1,26	1,33	1,52	2,1	4,39	8,5
Наклонное расстояние								
База антенн 0,5 м								
$R_0 = 300$ м	$\Delta\tau$, мкс	5	7,71	8,12	9,25	11,58	26,73	51,77
		10	15,37	15,58	16,2	18,47	29,86	53,45
		20	30,72	30,83	31,15	32,39	40,0	59,71
База антенн 2 м								
$R_0 = 300$ м	$\Delta\tau$, мкс	5	2,02	3,26	5,5	10,43	25,65	51,18
		10	3,89	4,65	6,42	10,94	25,87	51,29
		20	7,7	8,11	9,24	12,8	26,71	51,72

- аппаратной составляющей абсолютной среднеквадратической погрешности оценки времени распространения навигационного сигнала 5, 10, 20 мкс;
- абсолютной среднеквадратической погрешности оценки средневзвешенной по глубине скорости звука 2 м/с.

Полученные результаты позволяют сделать следующие предварительные выводы:

- ▲ абсолютная среднеквадратическая погрешность оценки угловых координат ПА в четырехпозиционной ГНС приведения практически не зависит от наклонного расстояния до объекта в зоне приведения, что является достоинством системы при реализации процедуры привода;
- ▲ абсолютная среднеквадратическая погрешность оценки наклонного расстояния до АПА в ГНС приведения возрастает прямо пропорционально увеличению наклонного расстояния до объекта приведения (сохраняется постоянство относительной среднеквадратической погрешности оценки расстояния), что тоже не является ограничивающим фактором в процедуре привода;
- ▲ разрешающая способность ГНС по оценке угловых координат и наклонного расстояния объекта приведения возрастает пропорционально увеличению базы приемных антенн СМ и уменьшению погрешности оценки времени распространения навигационного сигнала в зоне приведения;
- ▲ если абсолютная среднеквадратическая погрешность оценки средневзвешенной по глубине скорости звука в зоне приведения не превышает 7,5 м/с (относительная погрешность не более 0,5 %), то ее влиянием на точность определения навигационных характеристик ГНС можно пренебречь ввиду малости указанной погрешности;
- ▲ для обеспечения в зоне приведения ГНС максимальной абсолютной среднеквадратической погрешности оценки угловых координат объекта приведения не более 1,7°, максимальной относительной среднеквадратической погрешности оценки наклонного расстояния до объекта не более 3 % (при погрешности измерения средневзвешенной скорости звука не более 2 м/с, а погрешности оценки времени распространения навигационного сигнала не более 10 мкс), база приемных антенн СМ должна быть не менее 1 м.

При реализации СМ с базой приемных антенн порядка 2 м и измерениях средневзвешенной по глубине скорости звука в зоне приведения с погрешностью не более 0,5 %, а времени распространения навигационного сигнала с погрешностью не более 10 мкс, четырехпозиционная ГНС приведения АПА позволяет обеспечить:

- среднюю по зоне приведения абсолютную среднеквадратическую погрешность оценки угловых координат объекта приведения не более 1°;
- среднюю по зоне приведения относительную среднеквадратическую погрешность оценки наклонного расстояния до АПА не более 2 %.

Влияние погрешности оценки пространственных координат приемных антенн СМ на погрешности определения угловых координат и наклонного расстояния в четырехпозиционной ГНС усиливается с увеличением базы антенн СМ и уменьшением погрешности оценки времени распространения навигационного сигнала в зоне приведения.

Требования по обеспечению точности определения координат приемных антенн СМ (точности пространственной ориентации СМ в процессе приведения АПА) для достижения высокой разрешающей способности четырехпозиционной ГНС следует признать достаточно жесткими.

В табл. 5 представлены значения относительной среднеквадратической погрешности Δx оценки пространственных координат приемных антенн СМ (в процентах от базы антенн), приводящие к удвоению максимальных средних по зоне приведения среднеквадрати-

Таблица 5
Table 5

Среднеквадратическая погрешность оценки пространственных координат приемных антенн СМ, снижающая вдвое разрешающую способность четырехпозиционной ГНС приведения АПА

RMS error in estimating the spatial coordinates of the receiving antennas of the SM, halving the resolution of the four-position GNS of driving the APA

Погрешность Δt , (мкс)	Погрешность Δx , %		
	База антенн 0,5 м	База антенн 1 м	База антенн 2 м
5	2,6	1,3	0,65
10	5,3	2,6	1,3
20	10,5	5,25	2,65

ческих погрешностей определения угловых координат и наклонного расстояния в ГНС, для ранее принятых в расчетах значений среднеквадратической погрешности Δt оценки времени распространения навигационного сигнала в зоне приведения и базы антенн СМ.

Задача обеспечения пространственной стабилизации СМ в водной среде с различными гидродинамическими характеристиками и требуемой точности определения его пространственной ориентации в процессе приведения является самостоятельной задачей, выходящей за рамки данной работы.

Заключение

Полученные количественные характеристики ГНС с короткой базой являются исходными показателями первого приближения при выборе необходимых параметров навигационного сигнала и разработке структуры аппаратуры высокочастотной гидроакустической системы приведения, предназначенной для решения задачи автоматического приведения АПА к СМ заданного носителя.

В дальнейшем целесообразно уточнить полученные характеристики ГНС приведения с учетом:

- конкретной геометрии и габаритных размеров СМ;
- погрешности траекторных расчетов при учете рефракционных искажений навигационного сигнала в зоне приведения;
- дифракционных искажений навигационного сигнала на общей конструкции антенн конкретного СМ;
- погрешностей датчиков крена и дифферен- та, задающих пространственную ориента- цию СМ.

Список литературы

1. **Автоматические** подводные аппараты / М. Д. Агеев, Б. А. Касаткин, Л. В. Киселев и др. Л.: Судостроение, 1981. 224 с.
2. **Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А.** Способ формирования программного управления скоростным режимом движения подводного аппарата по произвольным пространственным траекториям с заданной динамической точностью // Известия РАН. Теория и системы управления. 2011. № 4. С. 167—170.
3. **Киселев Л. В.** Организация пространственного движения автономного подводного аппарата при траекторном обследовании объектов, областей физических полей: Авто- реф. дис. на соиск. учен. степ. д. т. н., спец. 05.13.01. 1997.

4. **Филаретов В. Ф., Лебедев А. В., Юхманец Д. А.** Устройства и системы управления подводных роботов. М.: Наука. 2005. 213 с.
5. **Кабанов Д. С.** Синтез алгоритма оптимального программно-позиционного управления многорежимным автоматическим подводным аппаратом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 1. С. 60—66.
6. **Бобков В. А.** Навигация подводного робота по стереоизображениям // Мехатроника, автоматизация, управление. Т. 17. 2016. № 2. С. 101—109.
7. **Henriksen L.** Real-time underwater object detection based on an electrically scanned highresolution sonar // In Proceedings of the Symposium on Autonomous Underwater Vehicle Technology. 1994. pp. 99—104.
8. **Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А., Мурсалимов Э. Ш., Туфанов И. Е.** Новый метод контурного управления движением АНПА // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 8. С. 46—56.
9. **Кушнерик А. А., Михайлов Д. Н., Сергиенко Н. С., Щербатюк А. Ф., Гой В. А., Туфанов И. Е., Дубровин Ф. С.** Морской робототехнический комплекс, включающий автономные необитаемые подводный и водный аппараты // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 3. С. 67—72.
10. **DePasqua L.** Sonar navigation system and method. United States Patent 8879359. Date of publication 4.11. 2014.
11. **Филиппов Б. И., Чернецкий Г. А.** Выбор ансамбля сигналов для передачи команд управления в гидроакустических каналах связи // Известия ВолгГТУ, серия Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь. Вып. 11. 2015. № 3(161). С. 69—72.
12. **Филиппов Б. И.** Протокол обмена сигналами в сети гидроакустических донных автономных станций // Известия ВолгГТУ, серия "Электроника, измерительная техника, радиотехника и связь", вып. 12. 2015. № 11(176). С. 104—111.
13. **Филиппов Б. И.** Определение наклонной дальности между судном и донной станцией // Вестник РГРТУ. 2016. № 55. С. 33—40.
14. **Филиппов Б. И.** Передача телеметрической информации по гидроакустическому каналу связи // Информационные технологии. 2017. Т. 23. № 9. С. 658—663.
15. **Филиппов Б. И.** Алгоритм функционирования системы измерения дистанции с использованием гидроакустического канала связи // Вестник АГТУ, серия "Управление, вычислительная техника и информатика". 2016. № 4. С. 87—98.
16. **Филиппов Б. И., Чернецкий Г. А.** Принципы аппаратной реализации системы измерения дальности в гидроакустических каналах // Радиотехника. 2017. № 3. С. 40—49.
17. **Филиппов Б. И.** Энергетический расчет гидроакустических линий связи // Вестник АГТУ. Серия "Управление, вычислительная техника и информатика". 2016. № 3. С. 81—91.
18. **Письменный Д. Т.** Лекции по высшей математике. М.: Айрис-пресс. 2002. 288 с.
19. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука 1974. 832 с.
20. **Мирский Г. Я.** Электронные измерения: 4-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь. 1986. 440 с.

Architecture of a Hydroacoustic Navigation System with a Cotton Basis for Conversion of the Underwater Apparatus to the Docking Module

B. I. Filippov, Filippov-boris@rambler.ru

Novosibirsk State Technical University (NSTU), Novosibirsk, 630087, Russian Federation

Corresponding author: **Filippov Boris I.**, C. S. T., Associate Professor, Novosibirsk State Technical University (NSTU), Novosibirsk, 630087, Russian Federation, e-mail: Filippov-boris@rambler.ru

Accepted on 21 November, 2018

The object of the study are the principles and methods of hydroacoustic reduction of an autonomous underwater vehicle to a carrier. When solving the problem of constructing a hydroacoustic navigation system (HNS), the main systemic issues are the choice of an acceptable method for locating an object in the reduction zone and estimating the options of the proposed navigation system from the point of view of technical implementation. The feasibility of constructing the equipment of a high-frequency hydroacoustic reduction system in the form of a combined information and navigation antenna system combined in base, in which hydroacoustic navigation systems with a short base can be used, is justified; as navigation it is suggested to use data signals exchanged between the docking module and the autonomous underwater vehicle based on the results of measuring the mutual navigation options. The developed sample of equipment is part of a multifunctional network of hydroacoustic communication and should ensure that in a near zone at distances not exceeding 300 m, an autonomous underwater vehicle is brought into contact with the carrier. For this purpose, mutual determination of the distance and angular position of the docking module of the carrier and the autonomous underwater vehicle relative to each other is carried out. Determination of the distance and angular position of the docking module of the carrier and the autonomous underwater vehicle relative to each other is accompanied by the transfer of data between them along the hydroacoustic communication channel. The proposed sample of high-frequency hydroacoustic reduction system (HHS) equipment of short-range action is intended for operation as part of a complex of technical means providing underwater docking of an autonomous underwater vehicle with a carrier. The obtained quantitative options of short-based HNS are the initial indicators of the first approximation when selecting the necessary parameters of the navigation signal and developing the structure of the AGSS designed to solve the problem of automatically bringing the autonomous underwater vehicle (AUV) to the docking module (DM) of the given carrier.

Keywords: hydroacoustic navigation system, autonomous underwater vehicle, docking module, navigation options

For citation:

Filippov B. I. Architecture of a Hydroacoustic Navigation System with a Cotton Basis for Conversion of the Underwater Apparatus to the Docking Module, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 3, pp. 152—161.

DOI: 10.17587/mau.20.152-161

References

1. Ageev M. D., Kasatkin B. A., Kiselev L. V. et al. *Avtomaticheskie podvodnye apparaty* (Automatic underwater vehicles), Leningrad, Shipbuilding, 1981, 224 p. (in Russian).
2. Filaretov V. F., Yukhimets D. A. *Sposob formirovaniya programmno upravleniya skorostnym rezhimom dvizheniya podvodnogo apparata po proizvol'nym prostranstvennym traektorijam s zadannoj dinamicheskoy tochnost'yu* (Method of software formation by the high-speed regime of underwater vehicle motion along an arbitrary spatial trajectory with a given dynamic accuracy), *Izvestiya RAN. Theory and control systems*, 2011, no. 4, pp. 167–170 (in Russian).
3. Kiselev L. V. *Organizatsiya prostranstvennogo dvizheniya avtonomnogo podvodnogo apparata pri traektornom obsledovanii ob'ektov, oblastey fizicheskikh polej* (Organization of the spatial use of an autonomous underwater vehicle in the trajectory survey of objects, areas of physical fields), *The thesis abstract for the degree of Doctor of Science*, special. 05.13.01, 1997 (in Russian).
4. Filaretov V. F., Lebedev A. V., Yukhmanets D. A. *Ustrojstva i sistemy upravleniya podvodnykh robotov* (Devices and control systems for underwater robots), Moscow, Nauka, 2005, 213 p. (in Russian).
5. Kabanov D. S. *Sintez algoritma optimal'nogo programmno-pozitsionnogo upravleniya mnogorezhimnym avtomaticheskim podvodnym apparatom* (Synthesis of the algorithm of optimal program-positional control of a multimode automatic submersible vehicle), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 1, pp. 60–66 (in Russian).
6. Bobkov V. A. *Navigatsiya podvodnogo robota po stereooizobrazhenijam* (Navigation underwater robot on stereo images), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 2, pp. 101–109 (in Russian).
7. Henriksen L. Detection of an underwater object based on an electrically scanned high-resolution sonar, *In the materials of a symposium on autonomous technology of underwater transport*, 1994, pp. 99–104.
8. Filaretov V. F., Yukhimets D. A., Mursalimov E. Sh., Toufanov I. E. *Novyj metod konturnogo upravleniya dvizheniem ANPA* (New method of contour control by ANPA movement), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 8, pp. 46–56 (in Russian).
9. Kushnerik A. A., Mikhaylov D. N., Sergienko N. S., Shcherbatyuk A. F., Goy V. A., Toufanov I. E., Dubrovin F. S. *Morskoy robototekhnicheskij kompleks, vkluchajushhij avtonomnye neobitaemye podvodnyj i vodnyj apparaty* (The marine robot-technical complex, including autonomous uninhabited underwater and water vehicles), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 3, pp. 67–72 (in Russian).
10. Louis DePascua. The system and method of sonar, US Patent no. 8879359. Publication Date 4.11. 2014.
11. Filippov B. I., Chernetsky G. A. *Vybor ansamblja signalov dlja peredachi komand upravlenija v gidroakusticheskikh kanalakh svyazi* (Selection of the ensemble of signals for command transmission in hydroacoustic communication channels), *Izvestiya VolgGTU, series Electronics, measuring equipment, radio engineering and communications*, 2015, vol. 11, no. 3 (161), pp. 69–72 (in Russian).
12. Filippov B. I. *Protokol obmena signalami v seti gidroakusticheskikh donnykh avtonomnykh stancij* (Protocol for the exchange of signals in a network of hydroacoustic bottom autonomous stations), *Izvestiya VolgGTU, a series of electronics, measuring equipment, radio engineering and communications*, 2015, vol. 12, no. 11 (176), pp. 104–111 (in Russian).
13. Filippov B. I. *Opreделение naklonnoj dal'nosti mezhdu sudnom i donnoj stanciej* (Determination of the inclined distance between the court and the bottom station), *Vestnik RGRTU*, 2016, no. 55, pp. 33–40 (in Russian).
14. Filippov B. I. *Peredacha teletricheskoy informacii po gidroakusticheskomu kanalu svyazi* (Transmission of telemetric information on the hydroacoustic communication channel), *Informatsionnye tekhnologii*, 2017, vol. 23, no. 9, pp. 658–663 (in Russian).
15. Filippov B. I. *Algoritm funkcionirovaniya sistemy izmerenija distancii s ispol'zovaniem gidroakusticheskogo kanala svyazi* (Algorithm for the functioning of a distance system using a hydroacoustic communication channel), *Vestnik ASTU, Series Management, Computer Engineering and Informatics*, 2016, no. 4, pp. 87–98 (in Russian).
16. Filippov B. I., Chernetsky G. A. *Principy apparaturnoj realizacii sistemy izmerenija dal'nosti v gidroakusticheskikh kanalakh* (Principles of hardware implementation of distance measuring systems in hydroacoustic channels), *Radio engineering*, 2017, no. 3, pp. 40–49 (in Russian).
17. Filippov B. I. *Jenergeticheskij raschjot gidroakusticheskikh linij svyazi* (Energy calculation of hydroacoustic communication lines), *Bulletin of the Astrakhan State Technical University. Series Management, Computer Science and Informatics*, 2016, no. 3, pp. 81–91 (in Russian).
18. Pissmenny D. T. *Lekcii po vysshej matematike* (Lectures on higher mathematics: 2nd ed.), Moscow, Iris press, 2002, 288 p. (in Russian).
19. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlja nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* (Handbook of Mathematics for Scientists and Engineers), Moscow, Science, 1974, 832 p. (in Russian).
20. Mirsky G. Ya. *Jelektronnye izmerenija* (Electronic measurements), Recyc. and additional, Moscow, Radio and communication, 1986, 440 p. (in Russian).

В. В. Варлашин, аспирант, инженер 2-й категории, v.varlashin@rtc.ru,

М. А. Ершова, науч. сотр., m.ershova@rtc.ru,

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

В. А. Буняков, нач. лаборатории, bunyakov@rtc.ru, **О. А. Шмаков**, нач. отдела, shmakov@rtc.ru,

Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт
робототехники и технической кибернетики (ЦНИИ РТК)

Система кругового обзора реального времени для мобильных робототехнических комплексов¹

Обсуждается проблема повышения адекватности восприятия окружающей среды оператором мобильного робота при удаленном управлении. Предложен вариант системы кругового обзора реального времени для мобильных робототехнических комплексов на базе системы телекамер с перекрывающимися полями зрения с использованием fisheye-объективов (объективы типа "рыбий глаз"). Разработан макет модуля кругового обзора. Определены особенности архитектуры и программного обеспечения системы кругового обзора. Исследованы алгоритмы определения внутренних параметров телекамер и устранения дисторсий с использованием новых моделей описания искажений широкоугольных и сверхширокоугольных объективов. Реализованы алгоритмы нахождения внешних параметров телекамер, а также матриц гомографии с использованием инвариантных дескрипторов, использованы статические матрицы гомографии при склейке изображений в панораму. Исследованы и реализованы алгоритмы смешивания граничных областей склеиваемых кадров на базе методов типа "blending". Исследованы методы проективной геометрии и дополненной реальности для получения перспективного вида "от третьего лица". Предложен вариант поверхности для проецирования панорамы кругового обзора. Для реализации программного обеспечения выбран кроссплатформенный игровой движок "Unity". Определены направления дальнейших исследований.

Ключевые слова: компьютерное зрение, система кругового обзора мобильного робота, проекция изображений

Введение

Область применения мобильных роботов постоянно расширяется. Повышение эффективности информационного взаимодействия оператора с мобильным робототехническим комплексом зависит от сенсорных систем, расположенных на борту комплекса, и методов управления.

Актуальной задачей является повышение адекватности восприятия оператором окружающей среды [1–6]. Удаленное управление с использованием телекамеры не позволяет оператору правильно оценить позицию мобильного робота относительно объектов окружающей среды. Для решения данной проблемы возможно использование как систем технического зрения на базе стереопар для получения стерео-

изображений [2] или построения карты глубины [3], так и различного рода систем кругового обзора, визуально обеспечивающих эффект присутствия путем применения методов дополненной реальности для совмещения виртуальной модели робота с изображениями с телекамер.

Частным случаем таких систем являются устройства, формирующие круговую панораму обзора [4] и перспективный вид "от третьего лица" [5, 6]. Такой вид дает наиболее полную информацию для оператора о локальном местоположении робота в рабочем пространстве.

Основой для получения перспективного вида являются круговые панорамы. Построение круговых панорам возможно с использованием различных методов и устройств, имеющих свои преимущества и недостатки. Ниже приведена классификация устройств по различным критериям:

- по скорости (времени) обработки: системы реального времени (обработка и формиро-

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания СПбПУ Петра Великого (кафедра "Мехатроника и роботостроение"), проект № 9.4040.2017/4.6.

- вание панорамы из потокового видео с частотой 10 Гц и выше) и системы с постобработкой (обработка и формирование панорамы с использованием видеозаписей);
- по числу камер;
 - по конструкции: а) системы с одной телекамерой и всенаправленным зеркалом (зеркально-линзовые оптические системы, или катадиоптрические системы); б) с одной телекамерой и поворотным механизмом; в) с несколькими парами телекамер и зеркал; г) с несколькими телекамерами с перекрывающимися полями зрения;
 - по углу обзора по вертикали;
 - по области применения: а) системы для записи видео (в том числе охранные системы); б) системы формирования кругового обзора для транспортных средств; в) системы для размещения на борту робототехнических комплексов.

Анализ существующих решений [7—18] и методов формирования выходного изображения позволил определить достоинства и недостатки каждого из них. Результат сравнения представлен в табл. 1.

Целью работы является исследование и разработка программно-аппаратного комплекса системы кругового обзора для мобильных робототехнических комплексов на базе системы камер с перекрывающимися полями зрения с использованием широкоугольных и сверхширокоугольных объективов. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- определить структуру разрабатываемой системы кругового обзора для мобильных роботов легкого и сверхлегкого классов на базе системы телекамер с перекрывающимися полями зрения;
- исследовать эффективность алгоритмов устранения дисторсии по критериям макси-

Таблица 1
Table 1

Сравнение различных конфигураций систем кругового обзора
Comparison of various configurations of the circle-vision systems

Конфигурация	Достоинства	Недостатки	Работа в реальном времени
Катадиоптрические системы (всенаправленное зеркало)	Простая аппаратная конфигурация; минимальное число телекамер; простой алгоритм преобразования полученного изображения в панорамное	Ограниченное поле зрения в вертикальном направлении	Низкие требования к вычислительным мощностям
Катадиоптрические системы (система зеркал)	Малый параллакс при точном расположении зеркал; разрешение принципиально выше, чем при использовании кругового зеркала	Ограниченное поле зрения в вертикальном направлении; необходимость склеивания изображений, полученных с соседних телекамер	Требования к вычислительным мощностям зависят от разрешения входных изображений и методов склейки
Телекамера с поворотным механизмом	Простая аппаратная конфигурация; минимальное число телекамер; при использовании одной камеры исходные изображения лишены параллакса	Ограниченное поле зрения в вертикальном направлении; асинхронное получение кадров; трудности с захватом движущихся объектов; наличие приводных систем	Низкие требования к вычислительным мощностям
Системы с несколькими телекамерами с перекрывающимися полями зрения	Принципиально более высокое разрешение выходного изображения; почти неограниченное поле зрения в вертикальном направлении	Необходимость склеивания изображений, полученных с соседних кадров; параллакс изображений; большой объем предварительной обработки входных изображений при использовании fisheye-объективов	Требования к вычислительным мощностям зависят от разрешения входных изображений и методов склейки; постобработка при высоком разрешении (работа с видеозаписями)
Системы кругового обзора для транспортных средств/ системы кругового обзора для робототехнических комплексов	Принципиально более высокое разрешение выходного изображения	Необходимость склеивания изображений, полученных с соседних кадров; ярко выраженный параллакс изображений; большой объем предварительной обработки входных изображений при использовании fisheye-объективов; ограниченное поле зрения в вертикальном направлении в силу особенностей применения	Требования к вычислительным мощностям зависят от разрешения входных изображений и методов склейки

мизации поля зрения телекамеры после выполнения операции устранения искажений и качества устранения дисторсии;

- выбрать методику определения внешних параметров телекамер;
- исследовать быстродействие алгоритмов смешивания граничных областей входных изображений и выбрать один для реализации в системе;
- разработать программный комплекс для получения вида "от третьего лица" с использованием методов проективной геометрии и современных методов дополненной реальности.

Структура системы кругового обзора

Аппаратная платформа разрабатываемой системы реализована на базе четырехканального видеомодуля с телекамерами с fisheye-объективами и специализированного видеопроцессора для захвата и трансляции потокового видео на персональный компьютер посредством телевизионного цифрового радиоканала. Структурная схема системы представлена на рис. 1.

Телекамеры и видеопроцессор объединены и представляют собой модуль для размещения на мобильном робототехническом комплексе. В качестве телекамер возможно использование модульных телевизионных камер сверхвысокой чувствительности с аналоговым выходным сигналом либо веб-камер стандарта USB 2.0/3.0 с установленными fisheye-объективами.

Видеопроцессор имеет три режима работы: трансляция изображения с одной телекамеры, режим квадратор и режим PIP (Picture in Picture — картинка в картинке). Ввиду ограниченности полосы пропускания цифрового телевизионного радиоканала принято решение использовать квадратор для объединения четырех изображений с телекамер в одно.

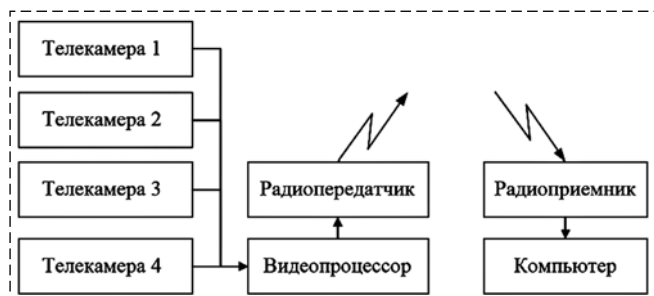


Рис. 1. Структурная схема системы кругового обзора
Fig. 1. A block diagram of the circle-vision system

Разрешение изображения, поступающего с видеопроцессора, составляет 720×576 пикселей. Разрешение изображений, получаемых с телекамер после объединения, составляет 355×284 пикселя. Частота видеоизображения — 25 Гц.

На рис. 2 (см. вторую сторону обложки) представлена 3D-CAD модель разрабатываемого модуля (рис. 2, а) и внешний вид макета устройства с установленными ТВ-камерами (рис. 2, б). Малые габаритные размеры модуля ($120 \times 120 \times 80$ мм) позволяют уменьшить параллакс входных изображений, а также обеспечивают возможность размещения модуля на борту робототехнических комплексов легкого и сверхлегкого классов.

Алгоритм работы системы представлен в виде блок-схемы на рис. 3. Для формирования конечного изображения необходимо получить информацию о внутренних и внешних параметрах системы с помощью калибровки отдельных камер и системы в целом. На основе полученных параметров будет проводиться преобразование входных изображений.

На этапе устранения дисторсии на изображениях исправляются радиальные и тангенциальные искажения, вносимые системой линз объектива телекамеры. Результат этого этапа обработки изображений существенно влияет на следующие этапы работы алгоритма.

На этапе определения внешних параметров устанавливается взаимное расположение телекамер и применяется деформация изображений (warping) для лучшей стыковки изображений в области склейки.

Склейка панорамы состоит в применении алгоритмов смешивания граничных областей



Рис. 3. Блок-схема работы алгоритма
Fig. 3. A block diagram of the algorithm

склеиваемых кадров на базе методов типа "blending", таких как Alpha Blending, Pyramid Blending [20].

На этапе изменения ракурса наблюдения сцены для получения вида от третьего лица применяются методы проективной геометрии и дополненной реальности для совмещения виртуальной модели робота с преобразованной панорамой кругового обзора для получения вида "от третьего лица".

Определение внутренних параметров телекамер. Устранение дисторсий

Основным преимуществом использования сверхширокоугольных и fisheye-объективов в подобного рода системах является широкое угловое поле зрения. Недостатками являются наличие дисторсий, что приводит к искривлению прямых линий и, как следствие, снижению разрешения изображения в результате выполнения операции устранения дисторсии.

В современной классификации [21] камеры с широкоугольными объективами имеют угловое поле зрения от 60° до 80° , в то время как камеры с fisheye-объективами имеют угловое поле зрения в районе 180° и больше. Поскольку модель камеры-обскуры проецирует точки углового поля зрения на бесконечность, а при углах свыше 180° не применима, ее нельзя использовать в качестве проекционной модели для fisheye-объективов.

Для исправления искажений используются новые модели камер с собственными параметрами (так называемые внутренние параметры камеры, англ. intrinsic camera parameters) для описания искажений. Модель К. Мея [22] используется для оценки внешних, внутренних параметров и параметров дисторсии объективов камер. Ее можно использовать для калибровки и оценки внутренних параметров параболических, катадиоптрических и диоптрийных камер. Модель Д. Скарамуцци [23] применима для калибровки как всенаправленных камер с круговыми зеркалами, так и для fisheye-объективов. Обе модели используют набор изображений с калибровочным шаблоном типа "шахматная доска" в разных позициях и под разными углами для определения параметров.

В рамках настоящей работы рассмотрены и апробированы реализации моделей в виде инструментариев в пакете MATLAB и функций библиотеки OpenCV. Результаты калибровки

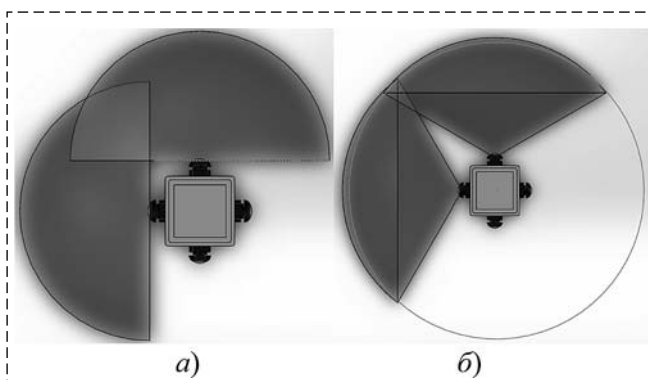


Рис. 5. Угловые поля зрения камер и их зоны перекрытия при угловом поле зрения 180° до устранения дисторсии (а) и 150° после устранения дисторсии (б)

Fig. 5. Angular fields of view of the cameras and the overlap zones with 180° field of view before the distortion elimination (a) and with 150° field of view after the distortion elimination (b)

телекамер и устранения дисторсии на одинаковом наборе входных изображений подтвердили идентичность реализации методов. Для разрабатываемой системы выбрана реализация в виде библиотеки OpenCV по причине открытого исходного кода и высокого быстродействия. Сравнение результатов устранения дисторсии представлено на рис. 4 (см. вторую сторону обложки).

В качестве модели для устранения искажений выбрана модель Д. Скарамуцци. Из рис. 4 (см. вторую сторону обложки) видно, что угловое поле зрения после устранения искажения выше, а прямые линии не искривлены. Высокое быстродействие обеспечивается использованием обратного отображения (англ. Reverse/Inverse Mapping) с помощью таблиц поиска (англ. look up table, LUT) и билинейной интерполяции.

Одной из проблем на данном этапе является уменьшение углового поля зрения при устранении дисторсии. Уменьшение углового поля зрения приводит к уменьшению областей перекрытия (рис. 5) и, как следствие, снижению минимального расстояния, на котором возможна успешная склейка изображений.

Определение внешних параметров телекамер. Определение матриц гомографии

Второй этап построения панорамного изображения заключается в определении внешних параметров телекамер (матрицы поворота и вектора переноса), а также матриц гомографии, которые могут быть получены при калибровке системы кругового обзора. Такая

подготовка изображений перед этапом склейки может осуществляться двумя способами: статически и динамически.

При статической калибровке матрицы поворота и гомографии и вектор переноса вычисляются один раз и в последующем используются для склейки. При динамическом способе используются общие ключевые точки (дескрипторы), видимые на изображениях с двух соседних телекамер.

С помощью этих точек происходит построение уникальных матриц поворота и гомографии и вектора переноса для каждого набора входных изображений. Это позволяет склеивать изображения более точно и адаптивно к изменениям окружающей среды. Использование быстрых детекторов и дескрипторов, а также увеличение вычислительных мощностей оборудования позволяет достичь быстродействия, сопоставимого со статическим способом.

В рамках настоящей работы для реализации выбран первый способ как наиболее быстрый и наименее требовательный к вычислительным мощностям, поскольку приоритетом является работа системы в реальном времени. Достоинством данного способа также является устойчивость к изменениям входных изображений. При входных изображениях с малым числом ключевых точек происходят ошибки вычисления. Примером такой ситуации является склейка панорамы монотонной стены, не имеющей ярко выраженных дескрипторов.

Отличительной особенностью разрабатываемой системы кругового обзора является область построения панорамного изображения. В отличие от существующих систем кругового обзора для транспортных средств, камеры которых направлены вниз для более точного построения изображения опорной поверхности, система кругового обзора мобильного робототехнического комплекса должна давать представление обо всем окружающем пространстве.

Определение внешних параметров телекамер осуществляется с использованием различных подходов. Наиболее очевидным является измерение положения и ориентации каждой камеры вручную, однако не всегда это является возможным. Распространенным способом калибровки системы камер является использование внешних ориентиров. В качестве

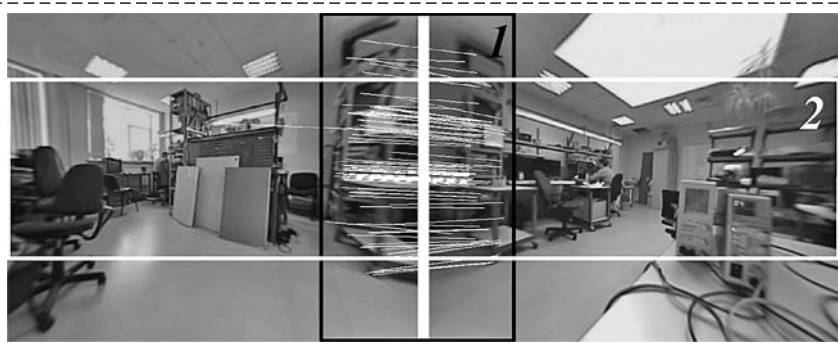


Рис. 6. Результаты работы алгоритма SIFT

Fig. 6. Results of the SIFT algorithm

ориентиров могут выступать как специальные маркеры, так и дескрипторы, полученные путем применения детекторов типа SIFT (The scale-invariant feature transform), SURF (Speeded Up Robust Features), ORB (Oriented FAST and Rotated BRIEF) с последующей оценкой параметров методом RANSAC (RANdom Sample Consensus) [24].

В рамках настоящей работы для получения внешних параметров используются детектор SIFT и метод RANSAC. Алгоритмы реализованы в пакете MATLAB, результат представлен на рис. 6.

Эксперименты показали, что ключевым моментом при определении матриц гомографии является выбор области, относительно которой будет происходить преобразование. При калибровке вдоль центральной области подходящим будет фон с большим числом ключевых точек в зоне перекрытия. Схема областей для калибровки представлена на рис. 6, где 1 — зона перекрытия изображений с соседних телекамер, 2 — центральная область.

Склейка изображений.

Смешивание граничных областей

Полученные на предыдущем шаге внешние параметры телекамер используются для построения панорамы. Для правильной стыковки изображений в области перекрытия используется цилиндрическая проекция. Входные изображения, полученные с телекамер, подвергаются деформации. Полученные таким образом изображения составляются в круговую панораму по схеме склеивания, представленной на рис. 7. На этом этапе определяется область наложения входных изображений, а также проявляется эффект параллакса.



Рис. 7. Схема склеивания изображений
Fig. 7. An image stitching scheme

Таблица 2
Table 2

**Сравнение различных методов смешивания
границных областей**

Comparison of various methods for mixing boundary regions

Метод	Достоинства	Недостатки
Linear Blending	Простота реализации	Наличие сильно дwoящихся объектов на изображении, видна граница склейки
Feather Blending	Отсутствие видимой границы склейки, "гладкий" переход	Наличие дwoящихся объектов на изображении
Pyramid Blending	Склейка изображений с использованием пирамид изображений	Необходимость вычисления пирамид. Наличие слабо дwoящихся объектов на изображении
Multi-Band Blending	Дальнейшее развитие Pyramid Blending, большее число уровней пирамид. Отсутствие видимой границы склейки	Необходимость вычисления пирамид. Наличие слабо дwoящихся объектов на изображении
Alpha Blending	Использование яркости для выбора порядка наложения изображений	Наложение изображений, видны границы склейки. Использование яркости для выбора порядка наложения изображений
Gradient-domain Blending	Ориентирован на работу с контурами	Ориентирован на работу с контурами. Необходимость вычисления градиентов

Таблица 3
Table 3

Сравнение времени обработки изображений
Comparison of image processing time

Метод	Время обработки изображений, мс
Feather Blending	19
MultiBand Blending 1-го уровня	26
MultiBand Blending 2-го уровня	30
MultiBand Blending 3-го уровня	35
MultiBand Blending 4-го уровня	42
MultiBand Blending 5-го уровня	50
Alpha Blending	25

Смежные области изображений, полученных в результате цилиндрической деформации, проходят процедуру смешивания граничных областей (blending). Наиболее распространены следующие типы смешивания: Linear Blending, Feather Blending, Pyramid Blending, MultiBand Blending, Alpha Blending, Gradient-domain Blending [25]. Достоинства и недостатки методов представлены в табл. 2.

В рамках работы реализованы три алгоритма смешивания: Feather Blending, MultiBand Blending и Alpha Blending.

Входное изображение, состоящее из четырех кадров телекамер, имеет разрешение 720×576 пикселей. Программное обеспечение реализовано в среде Microsoft Visual Studio 2017 с использованием библиотеки OpenCV 3.3.0. При обработке изображения использован ноутбук Lenovo Yoga 2 Pro с процессором Core i5-4200U с графическим процессором Intel® HD Graphics 4400.

По результатам исследования наиболее быстрым является алгоритм Feather Blending, однако качество смешивания выше у алгоритма MultiBand Blending. Использование MultiBand Blending с числом уровней пирамид больше двух не дает существенных улучшений качества объединения изображений, однако увеличивает время обработки изображений. В табл. 3 приведено сравнение времени обработки изображений. По результатам исследований выбран MultiBand Blending 2-го уровня для реализации в составе программного обеспечения системы.

**Проективная геометрия.
Перспективные преобразования**

Для получения вида "от третьего лица" необходимо осуществить переход от панорамного изображения к виду сверху с последующим проецированием склеенных кадров на определенную поверхность [26].

Получение вида сверху осуществляется с использованием перехода от декартовых координат к цилиндрическим (1):

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \varphi; \\ y &= \rho \sin \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ и φ — пиксельные координаты исходного изображения; x и y — пиксельные координаты выходного изображения.

Параболоидная поверхность второго порядка для проецирования полученного изображения описывается формулой

$$z = \frac{(x^2 + y^2)}{a^2}, \quad (2)$$

где x, y, z — координаты точки в пространстве; a — коэффициент параболоида.

Возможно использование и других поверхностей, например, параболоидной поверхности 4-го порядка

$$z = \frac{(x^4 + y^4)}{a^4}; \quad (3)$$

или объединение цилиндрической поверхности и плоскости:

$$\begin{cases} z = 0, x^2 + y^2 < d^2; \\ z \geq 0, x^2 + y^2 = d^2. \end{cases} \quad (4)$$

В работе предложен свой вариант построения поверхности, описываемой уравнениями в цилиндрической системе координат:

$$\begin{cases} z = 0, 0 \leq r < R, 0 \leq \varphi \leq 2\pi; \\ z = \sin\left(\frac{(r - R)\pi}{2}\right), R \leq r \leq 2R, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \end{cases} \quad (5)$$

где R — радиус скругления.

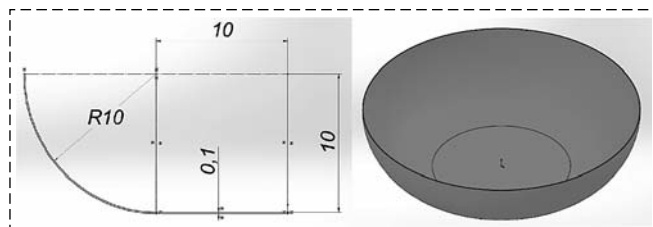


Рис. 8. Построение поверхности в пакете SolidWorks 2015
Fig. 8. A surface modeling with SolidWorks 2015



Рис. 10. Совмещение видеосцены с 3D-моделью робота
Fig. 10. A combining the video scene with a 3D-model of the robot

Для построения вида "от третьего лица" предлагается использовать игровой движок Unity для работы с трехмерной графикой. Поверхность построена в виде модели в пакете SolidWorks 2015 (рис. 8) и экспортирована в пакет Blender для создания карты текстур.

С использованием пакета Blender и UV-преобразования разработана развертка (рис. 9, см. вторую сторону обложки) для наложения вида сверху на внутреннюю часть описанной поверхности. Полученная модель экспортирована в среду разработки игрового движка Unity вместе с 3D-моделью робота. Результат совмещения видеосцены с моделью робота представлен на рис. 10.

Кроссплатформенность игрового движка Unity позволяет быстро переносить реализованное ПО для построения вида "от третьего лица" между различными платформами (Windows, Linux).

Разработанное ПО было протестировано на компьютере с процессором Core i3 5100 с графическим процессором Nvidia GeForce GT 730 под управлением ОС Windows 7. Среднее время обработки составляет 55 мс, что соответствует частоте 18 Гц. 3D-модель является интерактивной и позволяет отображать позиции звеньев манипулятора, расположенного на борту мобильного робота.

Заключение

В работе проведен сравнительный анализ существующих систем кругового обзора и построения панорамных изображений, который показал ряд недостатков имеющихся реализаций, таких как высокие требования к вычислительным ресурсам для систем со несколькими телекамерами, ограниченность поля зрения систем с зеркалами и систем кругового обзора для транспортных средств.

Рассмотрен вариант реализации системы кругового обзора для мобильного робототехнического комплекса на базе системы камер с перекрывающимися полями зрения с использованием fisheye-объективов.

Проведен анализ алгоритмов определения внутренних и внешних параметров телекамер. Для склейки изображений с учетом особенностей системы выбран алгоритм с использованием статических матриц гомографии. На основании анализа выбрана схема калибровки модуля кругового обзора с использованием

шаблона типа шахматной доски для определения внутренних параметров и дескрипторы, полученные с помощью детектора SIFT, для определения внешних параметров. Реализовано программное обеспечение для получения панорамного изображения.

Данная схема показала возможность построения панорамы в режиме реального времени на указанной конфигурации оборудования. Дальнейшая оптимизация и использование параллельных вычислений позволит сократить время обработки входных изображений.

Исследование методов проективной геометрии показало, что задача построения вида "от третьего лица" решена на уровне систем кругового обзора для транспортных средств. Предложен новый вариант поверхности для проектирования панорамного изображения при построении вида "от третьего лица". Использование игрового движка позволяет легко изменять 3D-модели мобильных роботов и делать их интерактивными для более эффективного управления мобильным роботом.

Список литературы

1. Kadous M. W., Sheh R. K.-M., Sammut C. Effective user interface design for rescue robotics // ACM Conference on Human-Robot Interaction. ACM Press, 2006. P. 250–257.
2. Song Y., Shi Q., Huang Q., Fukuda T. Development of an omnidirectional vision system for environment perception // 'ROBIO', IEEE. 2014. P. 695–700.
3. Shi Q., Li C., Wang C., Luo H., Huang Q., Fukuda T. Design and implementation of an omnidirectional vision system for robot perception // Mechatronics. 2017. Vol. 41. P. 58–66.
4. Sato T., Moro A., Sugahara A., Tasaki T., Yamashita A., Asama H. Spatiotemporal bird's-eye view images using multiple fisheye cameras // Proceedings of the 2013 IEEE/SICE International Symposium on System Integration, Kobe, 2013. P. 753–758.
5. Lim S., Jun S., Jung I.-K. Wraparound View Equipped on Mobile Robot // World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Electronics and Communication Engineering. 2012. Vol. 6, N. 3. P. 354–356.
6. Jung I.-K., Kim H., Jung W. S., Jeon S. A Remote Robot Control System based on AVM using Personal Smart Device // Recent Advances in Circuits, Communications and Signal Processing, 2013. P. 177–180.
7. **Официальный** сайт компании PointGrey. URL: www.ptgrey.com (дата обращения: 31.10.2017).

8. **Официальный** сайт компании GoPro. URL: gopro.com (дата обращения: 31.10.2017).
9. Yeh Y.-T., Peng C.-K., Chen K.-W., Chen Y.-S., Hung Y.-P. Driver Assistance System Providing an Intuitive Perspective View of Vehicle Surrounding // ACCV 2014 Workshops, Part II. Lecture Notes in Computer Science. Springer, 2014. Vol. 9009. P. 403–417.
10. **Официальный** сайт компании Nissan. URL: www.nissan-global.com/EN/TECHNOLOGY/OVERVIEW/avm.html (дата обращения: 31.10.2017).
11. **Официальный** сайт компании Fujitsu. URL: www.fujitsu.com/us/products/devices/semiconductor/gdc/products/omni.html (дата обращения: 31.10.2017).
12. Gurrieri L. E., Dubois E. Acquisition of omnidirectional stereoscopic images and videos of dynamic scenes: a review // Journal of Electronic Imaging. 2013. Vol. 22, N. 3. P. 1–21.
13. Schreer O., Kauff P., Eisert P., Weissig C., Rosenthal J.-C. Geometrical Design Concept for Panoramic 3D Video Acquisition // Signal Processing Conference (EUSIPCO). 2012. P. 2757–2761.
14. Aliakbarpour H., Tahri O., Araújo H. Visual servoing of mobile robots using non-central catadioptric cameras // Robotics and Autonomous Systems. 2014. Vol. 62, N. 11. P. 1613–1622.
15. Lin H.-Y., Wang M.-L. HOPIS: Hybrid Omnidirectional and Perspective Imaging System for Mobile Robots // Sensors. 2014. Vol. 14, N. 9. P. 16508–16531.
16. Лазаренко В. П., Джамийков Т. С., Коротаев В. В., Ярышев С. Н. Метод создания сферических панорам из изображений, полученных всенаправленными оптико-электронными системами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16, № 1. С. 46–53.
17. Lazarenko V., Korotaev V., Yaryshev S. The algorithm for transformation of images from omnidirectional cameras // Proc. Latin America Optics and Photonics Conference (LAOP), Mexico. 2014.
18. Utsugi K., Moriya T. A Camera Revolver for Improved Image Stitching // Ma-chine Vision Applications (MVA). 2002. P. 261–264.
19. Brown M., Lowe D. G. Automatic Panoramic Image Stitching using Invariant Features // Int. J. Comput. Vision. 2007. Vol. 74, N. 1. P. 59–73.
20. Sakharkar V. S., Gupta S. R. Image stitching Techniques—an overview // International Journal of Computer Science and Applications. 2013. vol. 6, no. 2. P. 324–330.
21. Samsung NX Series. Руководство по продуктам. URL: http://www.samsung.com/ru/pdf/NX_Lens_Guide_120606.pdf. (дата обращения: 28.11.2017).
22. Mei C., Rives P. Single View Point Omnidirectional Camera Calibration from Planar Grids // IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2007. P. 3945–3950.
23. Scaramuzza D., Martinelli A., Siegwart R. A Toolbox for Easily Calibrating Omnidirectional Cameras // IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). 2006. P. 5695–5701.
24. Zuliani M. RANSAC for Dummies // Vision Research Lab. 2014. P.1-101. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.475.1243&rep=rep1&type=pdf> (accessed 18.12.2018).
25. Szeliski R. Image Alignment and Stitching: A Tutorial // FNT in Computer Graphics and Vision. 2006. Vol. 2, N. 1. P. 1–104.
26. Kashyap V., Agrawal P., Akhbari F. Real-time, Quasi Immersive, High Definition Automotive 3D Surround View System // Int'l Conf. IP, Comp. Vision, and Pattern Recognition. 2017. P. 10–16.

Real-Time Surround-View System for Mobile Robotic System

V. V. Varlashin, v.varlashin@rtc.ru, M. A. Ershova, m.ershova@rtc.ru,
SPbPU, St. Petersburg, 195251, Russian Federation,
V. A. Bunyakov, bunyakov@rtc.ru, O. A. Shmakov, shmakov@rtc.ru,
RTC, St. Petersburg, 194064, Russian Federation

Abstract

The paper is devoted to the problem of increasing the adequacy of perception of the environment by the mobile robot operator using remote control. A variant of a real-time surround-view system for mobile robot based on the multiple cameras with fisheye lenses and overlapping fields of view is proposed. A prototype of the circular view system has been developed. In this paper, the key features of the architecture and software of the surround-view system are considered. The algorithms for determining the internal parameters of cameras and distortion correction are researched. New models for describing the distortions of wide-angle and fisheye lens are used. Algorithms for finding the external parameters of cameras, as well as homography matrices using invariant descriptors, are implemented. Static homography matrices are used during stitching images into panorama. Various image-stitching techniques based on the overlapped images region blending are investigated and implemented. The methods of projective geometry and augmented reality were studied to obtain a perspective third-person view. A surface variant for projecting panorama of a surround view is proposed. For the implementation of the software selected cross-platform game engine "Unity". Directions for further research are identified.

Keywords: computer vision, surround-view system for mobile robot, image projection

Acknowledgements. This research is supported by the Ministry of Education and Science of Russia. State assignment at Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (Department of "Mechatronics and Robotics"), project № 9.4040.2017/4.6.

For citation:

Varlashin V. V., Ershova M. A., Bunyakov V. A., Shmakov O. A. Real-Time Surround-View System for Mobile Robotic System, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 3, pp. 162–170.

DOI: 10.17587/mau.20.162-170

References

1. Kadous M. W., Sheh R. K.-M., Sammut C. Effective user interface design for rescue robotics, *ACM Conference on Human-Robot Interaction*, ACM Press, 2006, pp. 250–257.
2. Song Y., Shi Q., Huang Q., Fukuda T. Development of an omnidirectional vision system for environment perception, *ROBIO, IEEE*, 2014, pp. 695–700.
3. Shi Q., Li C., Wang C., Luo H., Huang Q., Fukuda T. Design and implementation of an omnidirectional vision system for robot perception, *Mechatronics*, 2017, vol. 41, pp. 58–66.
4. Sato T., Moro A., Sugahara A., Tasaki T., Yamashita A., Asama H. Spatio-temporal bird's-eye view images using multiple fisheye cameras, *Proceedings of the 2013 IEEE/SICE International Symposium on System Integration*, Kobe, 2013, pp. 753–758.
5. Lim S., Jun S., Jung I.-K. Wrap-around View Equipped on Mobile Robot, *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Electronics and Communication Engineering*, 2012, vol. 6, no. 3, pp. 354–356.
6. Jung I.-K., Kim H., Jung W. S., Jeon S. A Remote Robot Control System based on AVM using Personal Smart Device, *Recent Advances in Circuits, Communications and Signal Processing*, 2013, pp. 177–180.
7. **Official'nyj sayt kompanii PointGrey** [Official web site of PointGrey], available at: www.ptgrey.com (accessed 31.10.2017).
8. **Official'nyj sayt kompanii GoPro** [Official web site of GoPro], available at: go-pro.com (accessed 31.10.2017).
9. Yeh Y.-T., Peng C.-K., Chen K.-W., Chen Y.-S., Hung Y.-P. Driver Assistance System Providing an Intuitive Perspective View of Vehicle Surrounding, *ACCV 2014 Workshops, Part II. Lecture Notes in Computer Science*, Springer, 2014, vol. 9009, pp. 403–417.
10. **Official'nyj sayt kompanii Nissan** [Official web site of Nissan Motor Co], available at: www.nissan-global.com/EN/TECHNOLOGY/OVERVIEW/avm.html (accessed 31.10.2017).
11. **Official'nyj sayt kompanii Fujitsu** [Official web site of Fujitsu Limited], available at: www.fujitsu.com/us/products/devices/semi-conductor/gdc/products/omni.html (accessed 31.10.2017).
12. Gurrieri L. E., Dubois E. Acquisition of omnidirectional stereoscopic images and videos of dynamic scenes: a review, *Journal of Electronic Imaging*, 2013, vol. 22, no. 3, pp. 1–21.
13. Schreer O., Kauff P., Eisert P., Weissig C., Rosenthal J.-C. Geometrical Design Concept for Panoramic 3D Video Acquisition, *Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, 2012, pp. 2757–2761.
14. Aliakbarpour H., Tahri O., Araújo H. Visual servoing of mobile robots using non-central catadioptric cameras, *Robotics and Autonomous Systems*, 2014, vol. 62, no. 11, pp. 1613–1622.
15. Lin H.-Y., Wang M.-L. HOPIS: Hybrid Omnidirectional and Perspective Imaging System for Mobile Robots, *Sensors*, 2014, vol. 14, no. 9, pp. 16508–16531.
16. Lazarenko V. P., Dzhamijkov T. S., Korotaev V. V., Jaryshev S. N. Metod sozdaniâ sfericheskikh panoram iz izobrazhenij, poluchennykh vsena-pravlennymi optiko-ëlektronnyimi sistemami [Method for creation of spherical panoramas from images obtained by omnidirectional optoelectronic systems], *Nauchno-tehnicheskij vestnik informacionnykh tehnologij, mehaniki i optiki*, 2016, vol. 16, no. 1, pp. 46–53 (in Russian).
17. Lazarenko V., Korotaev V., Yaryshev S. The algorithm for transformation of images from omnidirectional cameras, *Proc. Latin America Optics and Photonics Conference (LAOP)*, Mexico, 2014.
18. Utsugi K., Moriya T. A Camera Revolver for Improved Image Stitching, *Machine Vision Applications (MVA)*, 2002, pp. 261–264.
19. Brown M., Lowe D. G. Automatic Panoramic Image Stitching using Invariant Features, *Int. J. Comput. Vision*, 2007, vol. 74, no. 1, pp. 59–73.
20. Sakharkar V. S., Gupta S. R. Image stitching Techniques—an overview, *International Journal of Computer Science and Applications*, 2013, vol. 6, no. 2, pp. 324–330.
21. Samsung NX Lens Guide, available at: http://www.samsung.com/ru/pdf/NX_Lens_Guide_120606.pdf (accessed 28.11.2017) (in Russian).
22. Mei C., Rives P. Single View Point Omnidirectional Camera Calibration from Planar Grids, *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2007, pp. 3945–3950.
23. Scaramuzza D., Martinelli A., Siegwart R. A Toolbox for Easily Calibrating Omnidirectional Cameras, *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2006, pp. 5695–5701.
24. Zuliani M. RANSAC for Dummies, *Vision Research Lab*, 2014, pp. 1–101. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.475.1243&rep=rep1&type=pdf> (accessed 18.12.2018).
25. Szeliski R. Image Alignment and Stitching: A Tutorial, *FNT in Computer Graphics and Vision*, 2006, vol. 2, no. 1, pp. 1–104.
26. Kashyap V., Agrawal P., Akhbari F. Real-time, Quasi Immersive, High Definition Automotive 3D Surround View System, *Int'l Conf. IP, Comp. Vision, and Pattern Recognition*, 2017, pp. 10–16.

Д. И. Попов, мл. науч. сотр., d.popov@innopolis.ru,
А. С. Климчик, Ph.D, руководитель Центра развития робототехники, a.klimchik@innopolis.ru,
АНО ВО "Университет Иннополис", г. Иннополис, Россия

Использование датчиков усилия в суставах для определения точки и типа коллизии в промышленном роботе¹

Недавние достижения в области создания сенсоров позволили получить робототехнические комплексы с силовыми датчиками в каждом суставе. На данный момент эти датчики используются только для определения наличия коллизии. Данная работа показывает возможность получения также информации о точке и типе контакта. Эта информация впоследствии может быть использована для выбора стратегии поведения робота. Определение точки контакта выполнено с помощью двух подходов: аналитического и с использованием методов машинного обучения. Описанные алгоритмы были опробованы на промышленном манипуляторе Kuka iiwa LBR 14 R820, контрольная информация о экспериментах была получена с использованием 3D-лидара.

Ключевые слова: взаимодействие человека и робота, детектирование коллизий, локализация коллизий, классификация коллизий, промышленные роботы, нейронные сети

Введение

Могут ли роботы находиться в одной среде с человеком? Классические промышленные роботы привычно считаются быстрыми, тяжелыми и объемными. Высокие динамические характеристики промышленных роботов сделали их опасными для человека и окружения. Их ситуационная осведомленность весьма ограничена используемыми сенсорами, что делает их крайне опасными для человека. Один из наиболее популярных методов обеспечения безопасности человека вблизи робота предусматривает помещение робота в защитную клетку. Но в последнее время популярность набирает новый тренд, называемый человеко-машинным взаимодействием, или сотрудничеством.

Сотрудничество человека и робота — одна из современных тенденций в промышленной робототехнике. Это сотрудничество позволяет сочетать в себе силу и точность роботизированного манипулятора с интеллектом и ситуационной осведомленностью человека для повышения эффективности выполняемой задачи. В этом случае безопасность человека и окружающей среды важны из-за непосредственной близости и взаимодействия человека и окружающей среды с роботом. Современные промышленные роботы, даже те, которые были специально разработаны для взаимодействия робота и человека, могут достигать вы-

сокой скорости и развивать значительные усилия, которые могут нанести серьезный урон человеку или повредить объекты в рабочем пространстве робота. Наиболее опасными сценариями являются столкновения между роботизированной рукой и внешним объектом [1].

Чтобы уменьшить этот риск и улучшить взаимодействие между человеком и манипулятором, требуется быстрый и надежный алгоритм обработки коллизий. В настоящее время безопасность человека в присутствии промышленного манипулятора может быть обеспечена двумя способами: полное избегание контактов с помощью наблюдения с внешнего устройства, такого как Kinect, с датчиком глубины [2] или высокоскоростной камерой [3] и / или с помощью совместимых движений с известной и контролируемой силой взаимодействия. Контроль импеданса [4] является одним из наиболее эффективных способов реализации совместимого движения. В этой работе мы сосредоточимся на втором подходе, используя только внутреннюю информацию о роботах.

Обнаружение и локализацию событий столкновения можно разделить на несколько подзадач:

- обнаружение столкновения;
- нахождение точки контакта и значения приложенной силы;
- классификация типа столкновения;
- формирование реакции на столкновение на основе распознанного типа, местоположения и значения приложенной силы.

Первая и вторая подзадачи обычно решаются вместе. Эти две подзадачи могут быть реше-

¹Исследование выполнено при поддержке Гранта Российского научного фонда № 17-19-01740.

ны с помощью системы внешнего зрения [5, 6] или другой бесконтактной системы. Но главная проблема этих систем состоит в том, что невозможно полностью охватить рабочее пространство робота. Другой способ — использовать внешние устройства, установленные на роботе. Примером этой системы могут быть тактильные датчики, которые охватывают суставы робота [7–9]. Авторы в работе [10] предлагают использовать акселерометры, прикрепленные к поверхности руки робота, для обнаружения и локализации контакта. В статье [11] данные от 6D-силомоментного датчика объединены с информацией о движении робота, и для локализации контакта используется вероятностный подход.

Оценка и локализация внешней силы также могут быть реализованы с использованием только внутренних датчиков. В этом случае обнаружение столкновения становится более сложным, но разрешимым, если датчики крутящего момента установлены в каждом суставе. Авторы в работе [12] находят внешнюю силу из измерений датчиков внутреннего крутящего момента. В статье [13] для локализации контакта использовалось моделирование временных рядов и нечеткая идентификация. Сравнение заданного и измеренного крутящего момента в модели управления моментом также может использоваться для оценки силы [14, 15]. В работе [16] авторы наблюдали фрикционную модель и ток двигателя в каждом суставе для оценки наличия коллизии. Онлайн-фильтрация тока двигателя позволяет различать нужные контакты и столкновения в промышленном роботе [17]. Метод, основанный на физических величинах, таких как полная энергия и обобщенный импульс манипулятора робота, для обнаружения препятствия на пути робота был предложен в работах [18, 19].

Третья подзадача заключается в анализе данных о событии столкновения, полученных на предыдущем шаге. Основная цель этого шага — найти соответствующий класс из списка предопределенных классов. Следует подчеркнуть, что эта проблема не была решена ранее для случая различных типов столкновений, обсуждаемых в этой работе. Основные усилия в этом направлении были сделаны для столкновений с человеком [1, 20] и сотрудничества человек — робот [17].

Решая последнюю, четвертую подзадачу, мы выбираем подходящую реакцию робота на ос-

нове ранее классифицированного типа контакта, местоположения точки контакта и значение внешней силы. Доступны различные стратегии: от простой аварийной остановки до комплексного поведения для избегания столкновений [20].

В нашей работе мы рассматриваем первые три подзадачи. Мы будем использовать совместные датчики крутящего момента и значения датчика для обнаружения и локализации внешней силы. Мы также предоставляем топологию классификации столкновений и алгоритм их классификации на основе нейронных сетей. Для достижения этого было получено быстрое и стабильное соединение между Robot Operating System (ROS) и роботом. Существующее решение для ROS было дополнено с топиками, необходимыми для этих исследовательских данных. После этого данные были записаны с использованием различных внешних сил, действующих на робота в разных точках. Наборы данных были аннотированы для дальнейшего применения в качестве контрольных данных. Измерения внутреннего крутящего момента и энкодеров двигателей были использованы для определения потенциальных столкновений. В этой работе предлагаются два пути решения этой проблемы: использование классического аналитического подхода и подхода с использованием машинного обучения, реализованного с помощью нейронной сети. Предложенные алгоритмы были рассмотрены на промышленном роботе Kuka iiwa LBR 14 R820, контрольная информация о характере контакта и его местоположении была получена с помощью 3D-лидара и камеры.

Используемые средства

В качестве исследуемого был выбран промышленный манипулятор Kuka iiwa LBR 14. Управление роботом осуществлялось с использованием расширенного пакета ROS (данный пакет впервые был представлен в работе [21]), позволяющего считывать крутящий момент сустава, внешний крутящий момент, текущее положение, желаемое положение и т. д. Используемые средства изображены на рис. 1.

Для создания набора данных, состоящего из различных событий столкновения, были проведены эксперименты с роботом Kuka iiwa. Каждый набор данных состоит из 10...50 случайных траекторий с жесткостью соединения, равной 200 Н·м/рад, чтобы не нанести вред

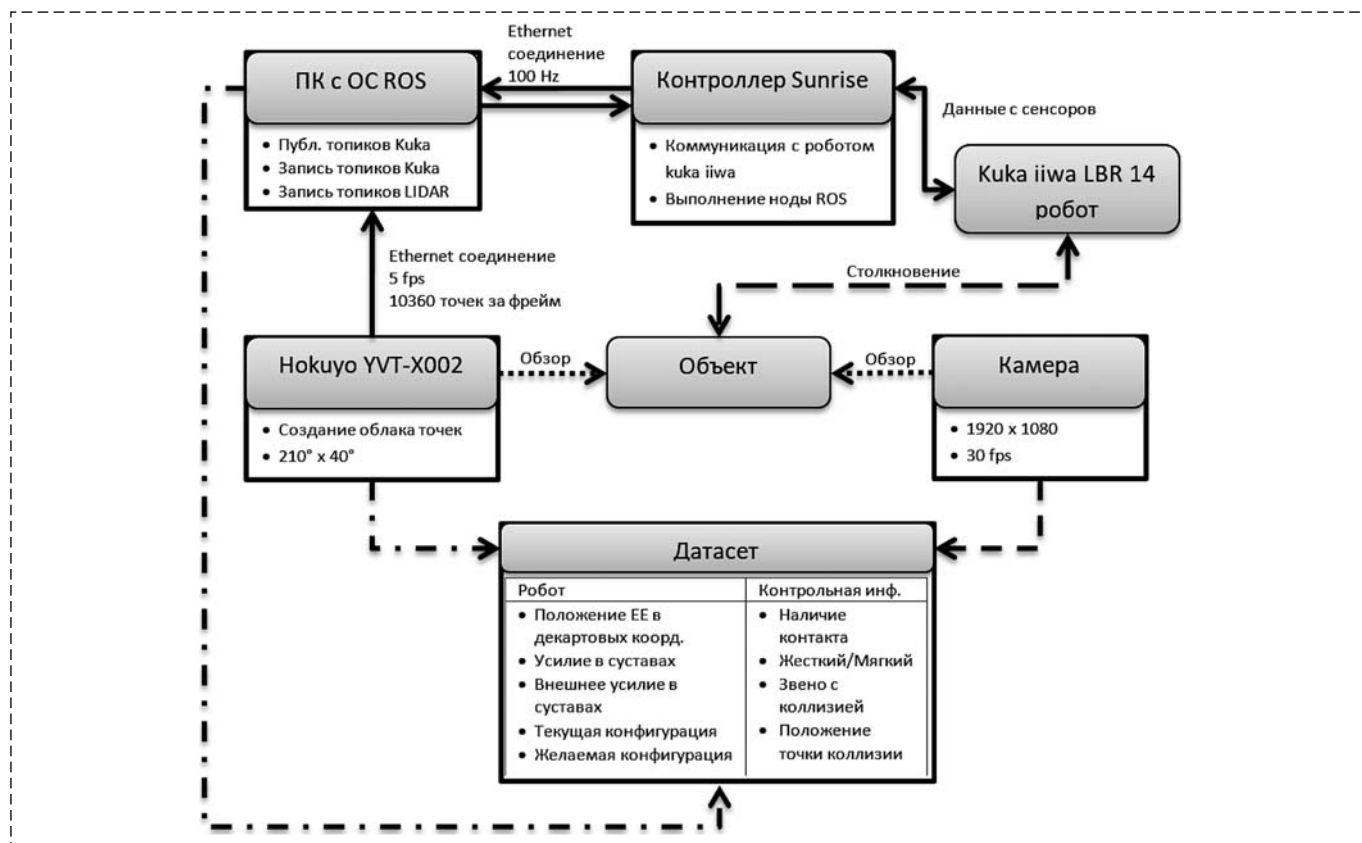


Рис. 1. Используемые средства

Fig. 1. System Setup

человеку или активировать внутренние механизмы безопасности робота. Для наборов данных все топики ROS-iiwa были записаны со средней частотой 100 Гц. Общее число записанных кадров более 430 000. Эксперименты были записаны на видеокамеру и 3D LIDAR Hokuyo YVT-X002. Лидар использовался с частотой 5 кадров в секунду, 10 360 точек на кадр (поле зрения 210° × 40°) с точностью ±50 мм. Длительность наборов данных варьируется от 3 до 15 мин. Полная длительность датасета составляет 103 мин, было собрано и аннотировано 300 случайных траекторий и более 500 полных событий столкновения. Контрольная информация о столкновении была получена из облака точек и изображения с камеры. Пример столкновений из датасета представлен на рис. 2 (см. третью сторону обложки).

Типы датасетов и длительность каждого:

- 1) смешанный мягкий и твердый динамический контакт 15 мин;
- 2) без столкновений 3 мин;
- 3) мягкий динамический контакт 16 мин;
- 4) твердый динамический объект 13 мин;
- 5) твердый статический контакт 26 мин;
- 6) статическая нагрузка 30 мин.

Детектирование коллизий

Детектирование коллизий может быть выполнено с помощью оценки моментов, вызванных внешней силой в каждом суставе, и сравнения их с минимальными пороговыми значениями. Если значение внешней силы $|\tau_{ext}|$ больше порогового значения хотя бы в одном из суставов, тогда присутствует коллизия. Значение момента, вызванного внешней силой, τ_{ext} может быть найдено с использованием динамической модели робота и крутящих моментов в суставах:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + J^T F_{ext}; \quad (1)$$

$$\tau = \tau_{dyn} + \tau_{ext}; \quad (2)$$

$$\tau_{ext} = \tau - M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q), \quad (3)$$

где q — вектор размерности 7×1 текущей конфигурации робота, задающий значение поворота каждого сустава в данный момент времени; τ — вектор крутящего момента в суставах; F_{ext} — внешняя сила, действующая на робота; J — якобиан в точке приложения внешней силы; τ_{dyn} — вектор момента в суставах, вы-

званного динамическими силами; τ_{ext} — вектор момента в суставах, вызванного внешней силой; $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{G}$ — инерциальная, центробежная (Кориолисова) и гравитационная матрицы манипулятора в заданной конфигурации соответственно.

Также могут быть применены методы машинного обучения, входными данными для которого являются информация с датчиков силы робота, а выходом — класс (столкновение/нет столкновения). Результаты применения различных методов показаны в табл. 1. Пороговые значения, используемые в данной работе: сустав № 1 — 2,5 Н·м; сустав № 2 — 2,5 Н·м; сустав № 3 — 2 Н·м; сустав № 4 — 2 Н·м; сустав № 5 — 1 Н·м; сустав № 6 — 1 Н·м; сустав № 7 — 1 Н·м. Пороговые значения были получены исходя из максимальной наблюдаемой амплитуды внешнего усилия при отсутствии внешнего воздействия.

Локализация коллизии

Локализация коллизии может быть выполнена до уровня звеньев или уровня конкретной точки на поверхности робота. Алгоритмы машинного обучения могут быть использованы для решения задачи классификации. В данном случае входом являются показания с датчиков силы, а выходом — класс, указывающий на звено робота с коллизией. Точность использованных методов показана в табл. 2.

Для определения точки коллизии были использованы две нейронные сети (НС). Данные НС решают задачу регрессии, выходом которой является нормированное расстояние от базы робота до точки контакта. Первая НС состоит из двух слоев (28 и 14 нейронов), вторая сеть состоит из трех слоев (56, 28 и 14 нейронов). Пример работы показан на рис. 3 (см. третью сторону обложки), где в дополнении к показаниям с выхода нейронных сетей добавлена контрольная информация.

Аналитический метод определения точки коллизии основан на методе глобальной оптимизации, использованный в работе [22].

Общая сложность аналитического решения очень высока из-за необходимости вычисления точки контакта (три параметра x , y , z), внешней силы (F_x , F_y , F_z), внешних моментов (M_x , M_y , M_z). Невозможно найти решение в режиме реального времени даже с очень мощным

Таблица 1
Table 1

Методы детектирования коллизии
Methods of collision detection

Метод	Точность, %
Логистическая регрессия	82,5
Дерево принятия решений	98,1
к-ближайших соседей	98,7
Метод опорных векторов	99,0
Нейронная сеть	99,2
Метод порогового значения	97,8

Таблица 2
Table 2

Точность методов для определения звена с коллизией
Accuracy of collision link estimation methods

Метод	Точность, %
Метод порогового значения	16,5
Дерево принятия решений	70,0
к-ближайших соседей	92,1
Нейронная сеть	94,3

компьютером, поэтому необходимо уменьшить размерность проблемы.

Чтобы уменьшить сложность проблемы, нам необходимо включить дополнительные ограничения и допущения в систему. К исходному предположению, что в один момент может произойти только одно столкновение, необходимо добавить следующие:

- рассматриваются только те внешние силы, моменты которых равны нулю;
- робот представлен в виде линий (звеньев), соединенных суставами, без учета реальной геометрии робота (рис. 4);
- внешняя сила может применяться только по нормали к линии. Тангенциальная сила мо-

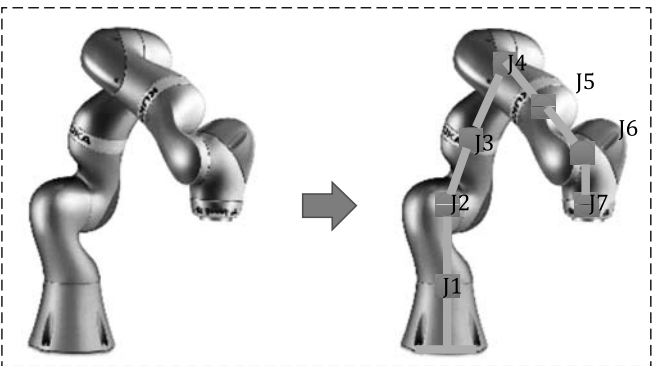


Рис. 4. Суставы и звенья робота
Fig. 4. Robot links and joints

жет влиять только на робота, когда учитывается трение контакта. При использовании тангенциальной составляющей без трения контактная модель может быть игнорирована.

Однако на практике значение τ_{dyn} в соотношении (1) не всегда корректно из-за неправильной оценки параметров динамической модели, шума датчиков и т. д. В данной работе мы предполагаем, что внешние моменты, полученные с использованием динамической модели и внешних усилий от датчиков робота, пригодны для использования для процесса оценки точки контакта.

Внешняя сила, действующая на робота, может быть получена с использованием якобиана:

$$\tau_{ext} = J(q)^T F_{ext} \quad (4)$$

где q — вектор текущей конфигурации робота; $F_{ext} = [F_x F_y F_z \tau_x \tau_y \tau_z]^T$ — внешняя сила; τ_{ext} — внешний момент; J — якобиан робота. Используя допущение о том, что внешний момент равен нулю, можно записать: $F_{ext} = [F_x F_y F_z 0 0 0]^T$. Внешняя сила также может быть представлена как

$$F_{ext} = \|F_{ext}\| \overline{F_{ext}}, \quad (5)$$

где $\overline{F_{ext}}$ является нормированным вектором, представляющим направление приложенной силы. С предположением о геометрии робота и силах, имеющих только нормальную составляющую (как на рис. 5):

$$F_{ext} = \|F_{ext}\| \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где φ — угол приложенной силы в цилиндрической системе координат.

Предполагая, что столкновение может происходить не только в конечном, но и в любом другом звене робота, получаем:

$$\tau_{ext} = J(s, q)^T F_{ext}, \quad (7)$$

$$s = l/L, \quad (8)$$

где s — точка в нормированном S -пространстве робота (0 — основание робота, 1 — его послед-

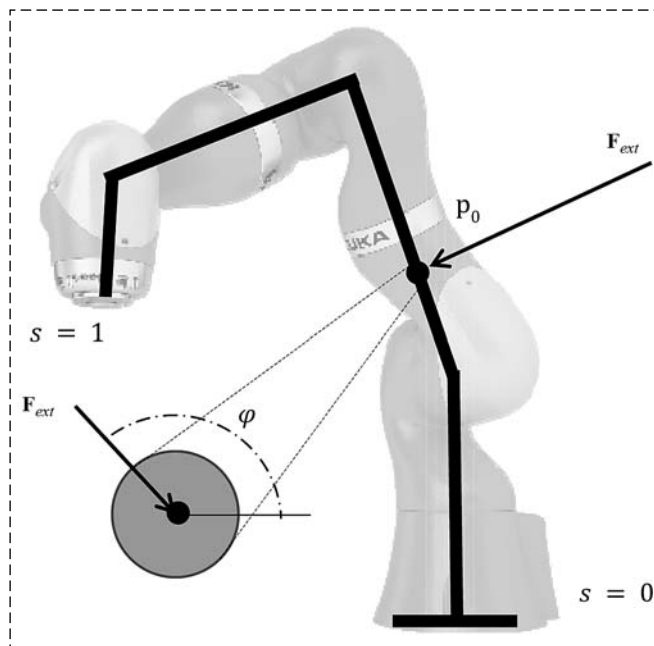


Рис. 5. Внешняя сила и ее упрощенная модель

Fig. 5. External force and its simplified model

нее звено); l — расстояние от основания робота до точки контакта, L — общая длина робота; $J(s, q)$ — якобиан от базы робота до точки s . Тогда для потенциальной точки контакта p_s эквивалентное усилие в суставах может быть найдено как

$$\tau_s = J(p_s, q)^T F_s(\varphi). \quad (9)$$

Оценочная сила может быть представлена амплитудой и направлением:

$$F_s = \|F_s\| \overline{F_s}, \quad (10)$$

где $\overline{F_s}$ является нормированным вектором, представляющим направление приложенной силы. Нет необходимости включать вычисление амплитуды силы; его можно упростить, обеспечив нормализацию между оценочной внешней силой и моментами:

$$F_s = \frac{\|\tau_s\|}{\|\overline{\tau_s}\|}. \quad (11)$$

Теперь для оценки положения контакта, амплитуды и направления внешней силы требуются только два параметра. Эти параметры являются потенциальной точкой контакта s и углом приложенной силы в цилиндрической системе координат φ . Поиск значений для s и φ

Сравнение алгоритмов локализации
Comparison of localization methods

Метод	СКО, см
Аналитический	5,37
Нейронная сеть 1	8,43
Нейронная сеть 2	9,17

может быть выполнен глобальным алгоритмом оптимизации. Целевая функция здесь может быть сформулирована как

$$f_{objective} = \left\| \frac{\tau_m}{\tau_m} - \frac{\tau_s}{\tau_s} \right\|, \quad (12)$$

где τ_m представляет собой измеренное внешнее усилие от датчиков усилия в реальном роботе работа. Проблема оптимизации ограничена:

$$0 \leq s \leq 1; \quad (13)$$

$$0 \leq p \leq 1, \quad p = \frac{\varphi}{2\pi}. \quad (14)$$

Согласно работе [22], оптимизация выполняется в два этапа:

1. Глобальная оптимизация. Для глобальной оптимизации использовался метод DIRECT [23]. Метод DIRECT делит пространство задач на прямоугольники и оценивает целевую функцию в центрах этих прямоугольников, выражая прямоугольники с наименьшими значениями.

2. Локальная оптимизация. Метод DIRECT требует большого числа итераций для оценки точной позиции минимума. Для уменьшения итераций метода DIRECT используется локальная оптимизация. Локальный оптимизатор использует результат с выхода метода DIRECT с небольшим интервалом в качестве входного сигнала.

При совпадении эквивалентных значений с реальными можно говорить о нахождении

эквивалентной точке коллизии. В отличие от методов, связанных с машинным обучением, данный алгоритм позволяет найти модуль внешней силы, а также ее направление. Пример работы алгоритма представлен на рис. 6. Сравнение значений среднеквадратической ошибки (СКО) для методов с использованием НС, а также для аналитического алгоритма, представлены в табл. 3).

Классификация коллизий

Классификация коллизий начинается с детектирования присутствия коллизии. По длительности коллизии можно разделить на единичные и продолжительные. Например, все контакты длительностью больше 1 с могут считаться продолжительными.

Согласно задаче робота коллизии могут быть нежелательными и целенаправленными. Нежелательными могут быть, например, контакты робот — человек для задачи, в которых предполагается только контакты робот — задача (контакты между роботом и деталью как, например, при задачах механообработки).

Наблюдая за характеристикой контакта во времени, можно определить тип объекта столкновения. На первом этапе деление идет на типы объекта — твердый и мягкий. Твердый объект должен иметь более резкое изменение характеристики контакта, чем мягкий. На втором этапе оценивается положение объекта относительно робота. Статические объекты остаются на одном месте до и после коллизии, тогда как динамические могут его менять. Примером твердого статического объекта могут служить стены, твердым ди-

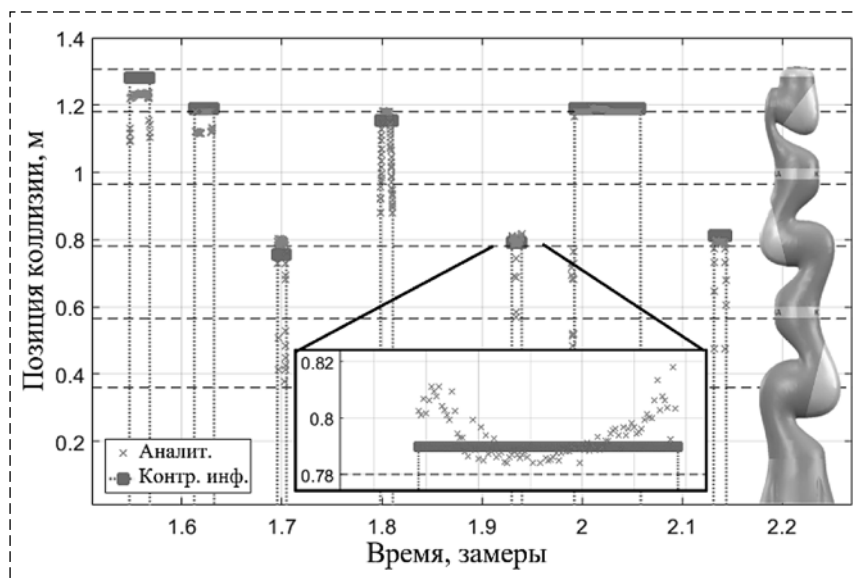


Рис. 6. Определение точки коллизии с использованием аналитического алгоритма
Fig. 6. Position of collision obtained with analytical approach

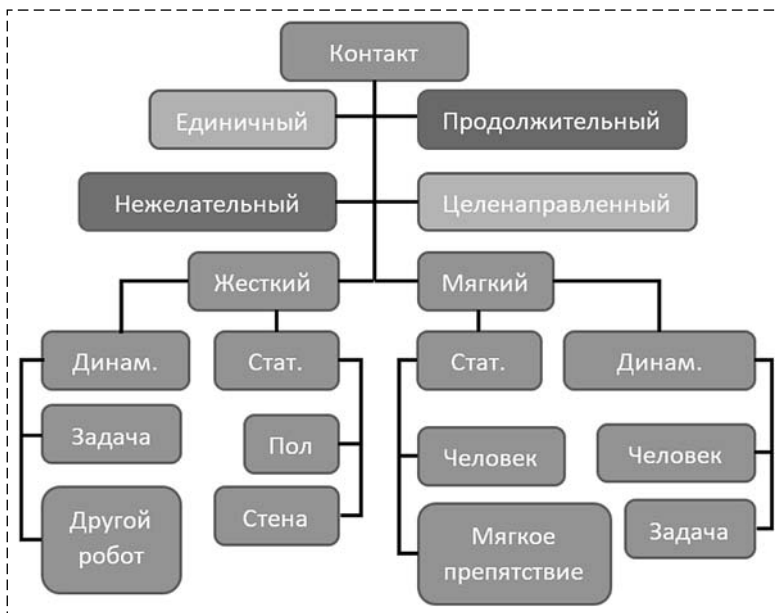


Рис. 7. Классы столкновений
Fig. 7. Classes of collision

намическим объектом может быть другой робот. Полная топология классификации представлена на рис. 7.

Алгоритм классификации для твердого/мягкого столкновения работает следующим образом:

1. Получение значения внешнего момента от всех суставов для интервала в 1 с.
2. Применение быстрого преобразования Фурье (БПФ) с 256 элементами в частотной области для интервала в 1 с до обнаружения коллизии.

Целевой класс	Выходной класс		
	1	2	
	1	2	
1	32833 48.9%	3733 5.6%	89.8% 10.2%
2	3326 5.0%	27218 40.6%	89.1% 10.9%
	90.8% 9.2%	87.9% 12.1%	89.5% 10.5%

Рис. 8. Матрица несоответствий для определения типа коллизии
Fig. 8. Confusion matrix for collision classification

3. Использование результата БПФ в качестве входных данных для НС.

Проблема классификации решена с помощью НС. Реализованная НС имеет один скрытый уровень (100 нейронов), 896 входов (7 суставов для 128 значений частоты) и два класса на выходе (мягкое столкновение, жесткое столкновение) и используется только в случае столкновения. НС позволяет корректно распознать почти 90 % контактов. Матрица несоответствий для полученной НС представлена на рис. 8.

Заключение

В работе описывается система распознавания столкновений. Задача была разделена на несколько модулей: обнаружение столкновений, локализация и классификация. Топология классификации столкновений была создана для

обеспечения различных стратегий реакции, основанных на классе столкновения. Следует отметить, что аналогов представленной топологии не было найдено во время обзора литературы, кроме топологий, ограниченных столкновениями человека и робота.

Обнаружение столкновения было реализовано несколькими методами машинного обучения, прошедшими обучение по ранее полученным наборам данных, в дополнение к простому сравнению крутящего момента с пороговым значением. Наилучший результат с точностью 99,2 % был достигнут с помощью классификатора на базе НС.

Локализация контакта выполняется для уровней звена робота и точки отдельно. Звено с контактом может быть найдено НС с точностью 94,3 %. Точку контакта можно найти с помощью НС и аналитического решения. Аналитический подход основан на глобальной оптимизации и позволяет прогнозировать точку столкновения на основе данных внешнего крутящего момента с среднеквадратической ошибкой 5,37 см. Подход с использованием НС позволяет достичь точности 8,4 см. Хотя время вычисления этих алгоритмов в данной работе не рассматривается, НС позволяют проводить вычисления в реальном времени, тогда как аналитический подход может быть ограничен используемым оборудованием.

Столкновения могут быть классифицированы как жесткие или мягкие с использованием

НС с точностью 89,5 %. Другие типы конфликтов зависят от задач / окружения и должны обсуждаться в дополнение к заданной задаче робота.

Предложенные методы были испытаны с использованием промышленного манипулятора Kuka iiwa LBR 14 R820.

В данной работе рассматривается только случай с единственным внешним воздействием. Во многих операциях, где применяются промышленные роботы, всегда присутствует как минимум один контакт (контакт инструмента робота с обрабатываемой поверхностью). Второй контакт (например, контакт с человеком) будет неправильно определен и может привести к травме. Поэтому существующее решение необходимо расширить для работы с несколькими контактами одновременно.

Другое направление для будущей работы заключается в разработке и создании возможных реакций на различные столкновения. Реакция должна основываться на определенном типе, местоположении, силе коллизии.

Список литературы

1. **De Santis A.** et al. An atlas of physical human—robot interaction // *Mechanism and Machine Theory*. 2008. Vol. 43, N. 3. P. 253—270.
2. **Wang X.** et al. Robot manipulator self-identification for surrounding obstacle detection // *Multimedia Tools and Applications*. 2016. P. 1—26.
3. **Morikawa S.** et al. Realtime collision avoidance using a robot manipulator with light-weight small high-speed vision systems // *Robotics and Automation*. 2007. P. 794—799.
4. **Part S. I.** Impedance control: An approach to manipulation // *Journal of dynamic systems, measurement, and control*. 1985. Vol. 107. P. 17.
5. **Ebert D. M., Henrich D. D.** Safe human-robot-cooperation: Image-based collision detection for industrial robots // *Intelligent Robots and Systems*. 2002. Vol. 2. P. 1826—1831.
6. **Magrini E., Flacco F., De Luca A.** Control of generalized contact motion and force in physical human-robot interaction // *Robotics and Automation (ICRA)*. 2015. P. 2298—2304.
7. **Cannata G.** et al. An embedded artificial skin for humanoid robots // *Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems*. 2008. P. 434—438.

8. **Fritzsche M., Elkmann N., Schulenburg E.** Tactile sensing: A key technology for safe physical human robot interaction // *Proceedings of the 6th international conference on Human-robot interaction*. ACM. 2011. P. 139—140.
9. **Fritzsche M., Saenz J., Penzlin F.** A large scale tactile sensor for safe mobile robot manipulation // *The Eleventh ACM/IEEE International Conference on Human Robot Interaction*. IEEE Press. 2016. P. 427—428.
10. **McMahan W., Romano J. M., Kuchenbecker K. J.** Using accelerometers to localize tactile contact events on a robot arm // *Proc. Workshop on Advances in Tactile Sensing and Touch-Based Human-Robot Interaction*. 2012.
11. **Petrovskaya A., Park J., Khatib O.** Probabilistic estimation of whole body contacts for multi-contact robot control // *Robotics and Automation*. 2007. P. 568—573.
12. **Magrini E., Flacco F., De Luca A.** Estimation of contact forces using a virtual force sensor // *Intelligent Robots and Systems*. 2014. P. 2126—2133.
13. **Dimeas F., Avendano-Valencia L. D., Aspragathos N.** Human-robot collision detection and identification based on fuzzy and time series modelling // *Robotica*. 2015. Vol. 33, N. 09. P. 1886—1898.
14. **Hur S., Oh S. R., Oh. Y.** Joint space torque controller based on time-delay control with collision detection // *Intelligent Robots and Systems (IROS 2014)*. P. 4710—4715.
15. **Zelenak A., Pryor M., Schroeder K.** An Extended Kalman Filter for Collision Detection During Manipulator Contact Tasks // *ASME 2014 Dynamic Systems and Control Conference*. American Society of Mechanical Engineers. 2014. P. V001T11A005-V001T11A005.
16. **Lee S. D., Kim M. C., Song J. B.** Sensorless collision detection for safe human-robot collaboration // *Intelligent Robots and Systems*. 2015. P. 2392—2397.
17. **Geravand M., Flacco F., De Luca A.** Human-robot physical interaction and collaboration using an industrial robot with a closed control architecture // *Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2013. P. 4000—4007.
18. **De Luca A., Mattone R.** Sensorless robot collision detection and hybrid force/motion control // *Robotics and Automation*. 2005. P. 999—1004.
19. **De Luca A.** et al. Collision detection and safe reaction with the DLR-III lightweight manipulator arm // *Intelligent Robots and Systems*. 2006. P. 1623—1630.
20. **Haddadin S.** et al. Collision detection and reaction: A contribution to safe physical human-robot interaction // *Intelligent Robots and Systems*. 2008. P. 3356—3363.
21. **Hennessy C.** et al. Towards MRI-based autonomous robotic US acquisitions: a first feasibility study // *IEEE transactions on medical imaging*. 2017. Vol. 36, N. 2. P. 538—548.
22. **Likar N., Žlajpah L.** External joint torque-based estimation of contact information // *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2014. Vol. 11, N. 7. P. 107.
23. **Finkel D. E.** DIRECT optimization algorithm user guide // *Center for Research in Scientific Computation*, North Carolina State University. 2003. Vol. 2.

The Use of Joints Force Sensors to Determine the Collision Location and Type for an Industrial Robot

D. I. Popov, d.popov@innopolis.ru, **A. S. Klimchik**, a.klimchik@innopolis.ru,
Innopolis University, Innopolis, 420500, Russian Federation

Corresponding author: **Popov D. I.**, M. Sc., Junior researcher,
Robotics Development Center of Innopolis University, Innopolis, Russian Federation,
e-mail: d.popov@innopolis.ru

Recent advances in the development of sensors allowed to obtain robots with torque-sensitive sensors in each joint. At the moment, these sensors are used only to detect collision. This work shows the possibility of obtaining information on the collision point and its type. This information can subsequently be used to select the robot's behavior strategy. The contact point localization is realized using two approaches: the analytical approach and machine learning. Analytical approach is based on finding point on the robot length and direction of applied external force where an equivalent torques will be the same as torques in a real robot. In the machine learning approach various learning technics were tested. For the collision type identification a classification tree was proposed that distinguish soft and hard collision, purposeful and accidental, single and continuous. The algorithm at the first stage detects presence of a collision, and if there is a collision localizes it and identifies its type. The described algorithms were tested on an industrial manipulator Kuka iiwa LBR 14 R820, ground truth information about the experiments was obtained using a 3D lidar.

Keywords: human-robot interaction, contact detection, collision classification, collision localization, industrial robot, neural network

Acknowledgements: This research has been supported by the grant of Russian Science Foundation № 17-19-01740.

For citation:

Popov D. I., Klimchik A. S. The Use of Joints Force Sensors to Determine the Collision Location and Type for an Industrial Robot, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 3, pp. 171–179.

DOI: 10.17587/mau.20.171-179

References

1. **De Santis A.** et al. An atlas of physical human–robot interaction, *Mechanism and Machine Theory*, 2008, vol. 43, no. 3, pp. 253–270.
2. **Wang X.** et al. Robot manipulator self-identification for surrounding obstacle detection, *Multimedia Tools and Applications*, 2016, pp. 1–26.
3. **Morikawa S.** et al. Realtime collision avoidance using a robot manipulator with light-weight small high-speed vision systems, *Robotics and Automation*, 2007, pp. 794–799.
4. **Part S. I.** Impedance control: An approach to manipulation, *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 1985, vol. 107, pp. 17.
5. **Ebert D. M., Henrich D. D.** Safe human-robot-cooperation: Image-based collision detection for industrial robots, *Intelligent Robots and Systems*, 2002, vol. 2, pp. 1826–1831.
6. **Magrini E., Flacco F., De Luca A.** Control of generalized contact motion and force in physical human-robot interaction, *Robotics and Automation (ICRA)*, 2015, pp. 2298–2304.
7. **Cannata G.** et al. An embedded artificial skin for humanoid robots, *Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems*, 2008, pp. 434–438.
8. **Fritzsche M., Elkmann N., Schulenburg E.** Tactile sensing: A key technology for safe physical human robot interaction, *Proceedings of the 6th international conference on Human-robot interaction*, ACM, 2011, pp. 139–140.
9. **Fritzsche M., Saenz J., Penzlin F.** A large scale tactile sensor for safe mobile robot manipulation, *The Eleventh ACM/IEEE International Conference on Human Robot Interaction*, IEEE Press, 2016, pp. 427–428.
10. **McMahan W., Romano J. M., Kuchenbecker K. J.** Using accelerometers to localize tactile contact events on a robot arm, *Proc. Workshop on Advances in Tactile Sensing and Touch-Based Human-Robot Interaction*, 2012.
11. **Petrovskaya A., Park J., Khatib O.** Probabilistic estimation of whole body contacts for multi-contact robot control, *Robotics and Automation*, 2007, pp. 568–573.
12. **Magrini E., Flacco F., De Luca A.** Estimation of contact forces using a virtual force sensor, *Intelligent Robots and Systems*, 2014, pp. 2126–2133.
13. **Dimeas F., Avendano-Valencia L. D., Aspragathos N.** Human-robot collision detection and identification based on fuzzy and time series modelling, *Robotica*, 2015, vol. 33, no. 09, pp. 1886–1898.
14. **Hur S., Oh S. R., Oh Y.** Joint space torque controller based on time-delay control with collision detection, *Intelligent Robots and Systems (IROS 2014)*, pp. 4710–4715.
15. **Zelenak A., Pryor M., Schroeder K.** An Extended Kalman Filter for Collision Detection During Manipulator Contact Tasks, *ASME 2014 Dynamic Systems and Control Conference*, American Society of Mechanical Engineers, 2014, pp. V001T11A005–V001T11A005.
16. **Lee S. D., Kim M. C., Song J. B.** Sensorless collision detection for safe human-robot collaboration, *Intelligent Robots and Systems*, 2015, pp. 2392–2397.
17. **Geravand M., Flacco F., De Luca A.** Human-robot physical interaction and collaboration using an industrial robot with a closed control architecture, *Robotics and Automation (ICRA)*, IEEE, 2013, pp. 4000–4007.
18. **De Luca A., Mattone R.** Sensorless robot collision detection and hybrid force/motion control, *Robotics and Automation*, 2005, pp. 999–1004.
19. **De Luca A.** et al. Collision detection and safe reaction with the DLR-III lightweight manipulator arm, *Intelligent Robots and Systems*, 2006, pp. 1623–1630.
20. **Haddadin S.** et al. Collision detection and reaction: A contribution to safe physical human-robot interaction, *Intelligent Robots and Systems*, 2008, pp. 3356–3363.
21. **Hennersperger C.** et al. Towards MRI-based autonomous robotic US acquisitions: a first feasibility study, *IEEE transactions on medical imaging*, 2017, vol. 36, no. 2, pp. 538–548.
22. **Likar N., Zlajpah L.** External joint torque-based estimation of contact information, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2014, vol. 11, no. 7, pp. 107.
23. **Finkel D. E.** DIRECT optimization algorithm user guide, Center for Research in Scientific Computation, North Carolina State University, 2003, vol. 2.

В. Ф. Петрищев, д-р техн. наук, вед. научн. сотр., mail@samspace.ru,
АО "Ракетно-космический центр "Прогресс", г. Самара

Энергосберегающий алгоритм автоматического управления тягой двигателя на заключительном участке мягкой посадки на Луну

Обсуждается энергосберегающий алгоритм управления тягой посадочного двигателя на заключительном этапе посадки космического аппарата (КА) от заданной точки зависания до точки касания поверхности Луны. Возможность применения энергосберегающего алгоритма, изначально не предназначенного для решения терминальных задач управления, можно объяснить наличием в структуре алгоритма вспомогательной системы, которая обеспечивает достижение заданных параметров движения за заданное время. В предлагаемом алгоритме на заключительном участке мягкой посадки на Луну КА рассматривается в виде материальной точки, движущейся под действием силы притяжения Луны и противоположно ей направленной по вертикали силы тяги посадочного двигателя. Предполагается, что на всем интервале движения для формирования силы тяги двигателя проводятся измерения вертикальной скорости с использованием доплеровского измерителя скорости и измерения высоты с использованием многолучевого прибора радиовертикали-высотомера. При проведении расчетов параметров движения КА в соответствии с изложенным алгоритмом в условиях действия гравитационного поля Луны на завершающем участке соприкосновения КА с ее поверхностью возможно некоторое перерегулирование, которое недопустимо. Для исключения перерегулирования используется известный подход: движение рассматривается при условии отсутствия гравитационного поля Луны. В этом случае управление будет происходить без перерегулирования, но для получения фактической тяги двигателя к вырабатываемому алгоритмом сигналу управления необходимо на каждом шаге управления добавлять силу, противоположную направлению действия силы притяжения КА Луной. Проведено математическое моделирование работы алгоритма. Результаты моделирования подтвердили правомерность изложенной постановки задачи и позволили найти границу применимости алгоритма: для исключения варианта реверсирования тяги посадочного двигателя начальная высота зависания КА должна быть меньше 647 м. Алгоритм может быть также применен для управления автоматической посадкой самолета с вертикальным взлетом и посадкой.

Ключевые слова: вспомогательная система, заданная система, мягкая посадка, энергосберегающий алгоритм

Введение

Задача автоматической мягкой посадки космического аппарата на поверхность Луны является актуальной в связи с запланированными сроками запуска на Луну российских космических аппаратов: "Луна-25" — в 2019 г., "Луна -26" — в 2021 г., "Луна-27" — в 2023 г., "Луна-28" — в 2025 г. [1]. В России накоплен большой опыт в разработке методов, средств и технической реализации мягкой автоматической посадки на поверхность Луны космических объектов. Пройденный путь от ставшей легендой "Луны-9" до создаваемой в настоящее время "Луны-25" подтверждает, что проблема автоматической мягкой посадки на поверхность Луны в целом решена как с подлетной траектории, так и с орбиты искусственного спутника Луны [2].

Вместе с тем, большой процент неудачно завершившихся миссий по проекту мягкой автоматической посадки на поверхность Луны (из 24 запусков с целью осуществить мягкую посадку 10 не выполнили задачу не по вине аппаратов, 14 достигли поверхности Луны, но только 8 из них осуществили мягкую посадку и выполнили свои задачи) побуждает исследователей искать новые пути решения задачи.

Так, в работе [3] предложен режим посадки космического аппарата (КА) от момента начала схода с круговой орбиты искусственного спутника Луны до касания поверхности Луны с постоянной тяговооруженностью тормозной двигательной установки. В работе [3] показано, что такой режим является наиболее выгодным по критерию требуемых относительных затрат топлива. В работе [4] получено аналитическое решение задачи терминального наведения КА

в заданную точку окололунного пространства (точку зависания над точкой посадки) при постоянном тормозном ускорении, на основании которого предложен аналитический алгоритм терминального управления пространственным движением КА, совершающего посадку на поверхность Луны. Предлагаемое в работе аналитическое решение отличается вычислительной простотой. При этом важнейшим остается вопрос об алгоритме управления на завершающем участке посадки от точки зависания до точки касания поверхности Луны.

В настоящей работе разработан энергосберегающий алгоритм управления тягой посадочного двигателя на заключительном этапе посадки КА от заданной точки зависания до точки касания поверхности Луны.

Здесь требуется сделать некоторое пояснение. Как известно [5], при разработке энергосберегающего алгоритма не ставилась задача использования его для решения терминальных задач. При формулировании постановки задачи ставился лишь вопрос о достижении заданной системой начала координат за неограниченное время. Однако практическое использование энергосберегающего алгоритма показало его способность выполнять задачу за фиксированное время. Эту способность можно объяснить возможностью выбора переходной матрицы вспомогательной системы. Вспомогательная система является ведущей по отношению к заданной ведомой системе и обеспечивает в заданное время достижение заданных значений параметров движения. Поэтому на практике всегда можно указать время завершения переходного процесса при наличии значений допустимых погрешностей решения задачи.

Пример успешного применения энергосберегающего алгоритма для решения терминальной задачи автоматического управления посадкой пассажирского самолета приведен в работах [6, 7].

Энергосберегающий алгоритм для управления мягкой посадкой КА на поверхность Луны работает в режиме с обратной связью и требует применения посадочного двигателя с регулируемой тягой. Предполагается, что на основании пульсирующего двигателя, упомянутого в работе [3], или других принципов может быть создан двигатель с достаточной по величине управляемой тягой в широком диапазоне ее дросселирования. Естественно ожидать, что удельный импульс тяги такого двигателя будет

ниже удельного импульса тормозного ракетного двигателя постоянной тяги. Однако с этим обстоятельством в некоторых случаях можно смириться, учитывая возможность применения энергосберегающего алгоритма управления, его высокое качество терминального управления и ограниченность временного интервала движения на заключительном этапе посадки на поверхность Луны.

В предлагаемом алгоритме на заключительном участке посадки на Луну КА рассматривается в виде материальной точки, движущейся под действием силы притяжения Луны и противоположно ей направленной по вертикали силы тяги двигателя. Предполагается, что на всем интервале движения для формирования силы тяги двигателя проводятся измерения вертикальной скорости с использованием доплеровского измерителя скорости и измерения высоты с использованием многолучевого прибора радиовертикали-высотомера [8].

Результаты моделирования разработанного алгоритма позволили подтвердить правомерность изложенной постановки задачи и найти границу его применимости в задаче управления мягкой автоматической посадкой на поверхность Луны.

Алгоритм может быть также применен для управления автоматической посадкой самолета с вертикальным взлетом и посадкой.

Ниже приводится краткое описание разработанного автором энергосберегающего алгоритма управления.

Краткое описание энергосберегающего алгоритма управления

Пусть задана линейная по состоянию и управлению дискретная полностью управляемая система:

$$X_{i+1} = A_i X_i + B_i U_i, \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

где $X_i \in R^n$ — вектор состояния системы в n -мерном евклидовом пространстве в момент времени, соответствующий номеру шага i ; $U_i \in R^r$ — вектор управлений в r -мерном евклидовом пространстве в тот же момент времени; A_i — матрица состояния системы имеет размерность $n \times n$ и зависит от X_i ; B_i — матрица управлений имеет размерность $n \times r$ и зависит от X_i . Пусть также известно начальное состояние системы: $X_0 \neq 0$.

Требуется найти такой регулятор, вырабатывающий последовательность управлений $U_0, U_1, U_2, \dots, U_i, U_{i+1}, \dots$, на значение которых не наложены ограничения, переводящую систему из произвольного начального состояния в заданное конечное состояние (начало координат) $X = 0$ за неограниченное число шагов и при этом минимизирует заданный ниже показатель качества системы.

Пусть в нашем распоряжении имеется линейная по состоянию и управлению система, уравнение движения которой нам также известно:

$$\xi_{i+1} = C_i \xi_i + D_i U_i,$$

где $\xi_i \in R^n$ — вектор состояния системы также принадлежит n -мерному евклидову пространству. Матрицы C_i и D_i имеют размерности матриц A_i и B_i соответственно и в общем случае могут зависеть от ξ_i . Назовем эту систему вспомогательной. Вспомогательная система управляется тем же вектором U_i , что и заданная система. Кроме того, потребуем, чтобы начальное состояние вспомогательной системы совпадало с начальным состоянием заданной системы: $\xi_0 = X_0$.

От матрицы C_i требуется, чтобы невозмущенное движение вспомогательной системы было асимптотически устойчиво в целом. Порядок выбора матрицы C_i изложен в работе [5], $D_i = -B_i$.

В целом вспомогательная система обеспечивает формирование программы движения заданной системы.

Закон управления с обратной связью выбирается в линейной форме:

$$U_{i+1} = U_i + P_{i+1}(\tilde{X}_{i+1} - \xi_{i+1}),$$

т. е. управление на текущем шаге определяется в виде алгебраической суммы управления на предыдущем шаге и взвешенной разности векторов состояния заданной и вспомогательной систем на текущем шаге. Здесь P_{i+1} — весовая матрица, оптимальным образом взвешивающая разность между векторами состояний заданной и вспомогательной систем. Вектор состояния заданной системы определяется в результате измерений:

$$\tilde{X}_i = X_i + e_i,$$

где X_i — истинное значение вектора состояния; e_i — вектор случайных аддитивных погрешностей измерений типа дискретного белого шума.

По определению вводится ковариационная матрица управления на текущем шаге управления (математическое ожидание от произведения вектора управления на его транспонированное значение на один и тот же момент времени):

$$K_{U,i+1} = M(U_{i+1} U_{i+1}^T).$$

Здесь верхний индекс T означает операцию транспонирования.

Критерием (показателем) качества, как следует из названия алгоритма, является минимум энергозатрат на управление на каждом шаге. Определяется он через след ковариационной матрицы управления (сумму квадратов ее диагональных элементов), являющийся функцией весовой матрицы:

$$\mathfrak{J}(i) = M(U_{i+1}^T U_{i+1}) = \text{Tr}[K_{U,i+1}(P_{i+1})] \rightarrow \min,$$

где $\text{Tr}[\dots]$ — операция вычисления следа ковариационной матрицы управления $K_{U,i+1}$.

При такой постановке вспомогательная система играет роль ведущей системы, а заданная система — ведомой, следующей за ведущей.

Решение приведенной оптимизационной задачи приводит к оптимальному выражению для весовой матрицы

$$P_{i+1} = -K_{U,i}(B_i - D_i)^T [A_i K_{X,i} A_i^T + C_i K_{\xi,i} C_i^T + (B_i - D_i) K_{U,i} (B_i - D_i)^T + K_e]^{-1}$$

и для ковариационной матрицы управления

$$K_{U,i+1} = [P_{i+1}(B_i - D_i) + E] K_{U,i}$$

на каждом интервале управления. Здесь

$$K_{\xi,i} = M(\xi_i \xi_i^T); K_e = M(e_i e_i^T); K_{X,i} = M(X_i X_i^T)$$

— ковариационные матрицы состояний заданной и вспомогательной систем, характеризующие дисперсии текущих отклонений состояний от поставленной цели движения, и ковариационная матрица погрешностей измерений. Их значения должны задаваться при проведении расчетов.

Разработка оптимального энергосберегающего алгоритма управления на заключительном этапе мягкой посадки КА на Луну

Движение КА на участке спуска от точки зависания на заданной высоте с нулевой вертикальной скоростью в дискретной форме можно описать с использованием двумерного вектора состояния в виде дискретной системы:

$$X_{i+1} = A_i X_i + B_i U_i, \quad (1)$$

где

$$X_i = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}_i; A_i = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ -g\Delta t/X_1 & 1 \end{bmatrix}_i; B_i = \begin{bmatrix} \Delta t^2/2m \\ \Delta t/m \end{bmatrix}_i.$$

Здесь $X_{1,i}$ — высота, отсчитываемая от точки посадки; $X_{2,i}$ — вертикальная скорость движения; m_i — масса КА; U_i — сила тяги двигателя на i -м интервале (шаге) управления; $g = 1,62 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения у поверхности Луны; $\Delta t = 0,1 \text{ с}$ — шаг дискретности работы системы управления.

В соответствии с рекомендациями работы [5] вспомогательную систему выберем в виде

$$\xi_{i+1} = C_i \xi_i + D_i U_i, \quad (2)$$

где

$$\xi_i = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}_i; C_i = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ C_{21} & 1 + C_{22} \end{bmatrix}_i; D_i = - \begin{bmatrix} \Delta t^2/2m \\ \Delta t/m \end{bmatrix}_i.$$

Примем $\xi_{1,0} = X_{1,0}$, $\xi_{2,0} = X_{2,0}$,

$$\begin{aligned} C_{21,i} &= -0,0005 \cdot (1 + 0,05i); \\ C_{22,i} &= -0,1 \cdot (1 + 0,001i). \end{aligned} \quad (3)$$

В соответствии с методологией построения энергосберегающего алгоритма закон управления имеет вид

$$U_{i+1} = U_i + P_{i+1} [\tilde{X}_{i+1} - \xi_{i+1}]. \quad (4)$$

Здесь

$$\begin{aligned} P_{i+1} &= -K_{U,i} (B_i - D_i)^T [A_i K_{X,i} A_i^T + C_i K_{\xi,i} C_i^T + \\ &+ (B_i - D_i) K_{U,i} (B_i - D_i)^T + K_e]^{-1} \end{aligned}$$

— оптимальное выражение для весовой матрицы. Показатель степени (-1) обозначает операцию обращения матрицы. Матрицы $K_{U,i}$, $K_{X,i}$, $K_{\xi,i}$, K_e — ковариационные матрицы, соответ-

ственно, управления, состояния заданной и вспомогательной систем и постоянная матрица погрешностей измерений.

Вектор состояния заданной системы с волнистой чертой в соотношении (4)

$$\tilde{X}_{i+1} = X_{i+1} + e_{i+1}$$

обозначает результат измерений параметров движения центра масс КА, зашумленных случайными погрешностями измерений типа дискретного белого шума. На каждом шаге управления проводится измерение текущих координат центра масс КА (высоты и скорости), расчет весовой матрицы и силы тяги двигателя, а также уточнение ковариационной функции управления в соответствии с формулой

$$K_{U,i+1} = [P_{i+1} (B_i - D_i) + 1] K_{U,i}.$$

Кроме того, на каждом шаге управления необходимо учитывать уменьшение массы КА m_i за счет работы посадочного двигателя.

При проведении расчетов параметров движения заданной системы в соответствии с изложенным алгоритмом в условиях действия гравитационного поля Луны на завершающем участке в момент соприкосновения КА с поверхностью Луны возможно некоторое перерегулирование (изменение направления тяги двигателя на противоположное), подобное имевшему место в задаче коррекции плоскостных параметров геостационарного КА [9], которое в данном случае недопустимо.

Для исключения перерегулирования несколько изменим постановку задачи управления, для чего положим, что движение на рассматриваемом участке происходит при условии отсутствия гравитационного поля Луны. Иными словами, будем полагать, что перемещение КА из точки зависания в точку касания Луны выполняется при нулевом гравитационном ускорении, а именно при равенстве $g = 0$ в соотношении (1).

В этом случае управление будет происходить без перерегулирования, но для получения истинной (фактической) тяги двигателя к получаемому сигналу управления необходимо на каждом шаге управления добавлять силу, противоположную направлению действия силы притяжения КА Луной gm_i . Этот прием не нов. Он применен, например, в работе [10, стр. 353].

Результаты математического моделирования задачи

Для моделирования задачи приняты следующие значения параметров:

- начальная высота точки зависания КА над поверхностью Луны равна 500 м;
- начальная вертикальная скорость равна нулю;
- начальная масса КА равна 680 кг;
- удельный импульс тяги посадочного двигателя примерно вдвое меньше удельного импульса тяги тормозного двигателя и равен 200 с;
- длительность заключительного участка равна 100 с;
- начальная ковариационная функция управления равна $K_{U,0} = 6,4 \cdot 10^7 \text{ Н}^2$;
- ковариационные матрицы состояния заданной $K_{X,i}$ и вспомогательной $K_{\xi,i}$ систем в соотношении (4) постоянны и равны диагональным матрицам размерности 2×2 с равными диагональными элементами 1 м^2 и $0,0025 \text{ м}^2/\text{с}^2$ соответственно;

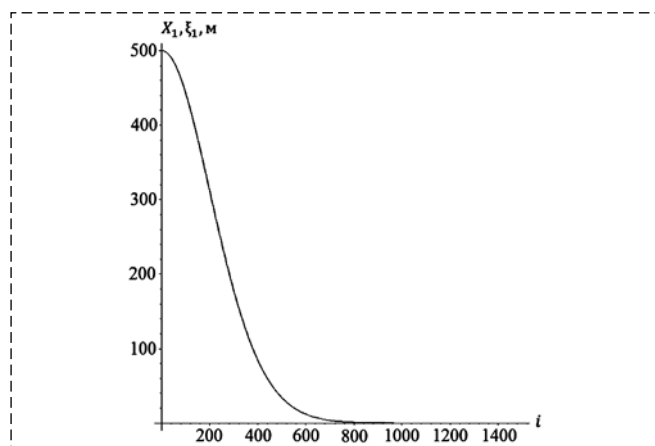


Рис. 1. График изменения параметров X_1 и ξ_1
Fig. 1. Variation of the parameters X_1 and ξ_1

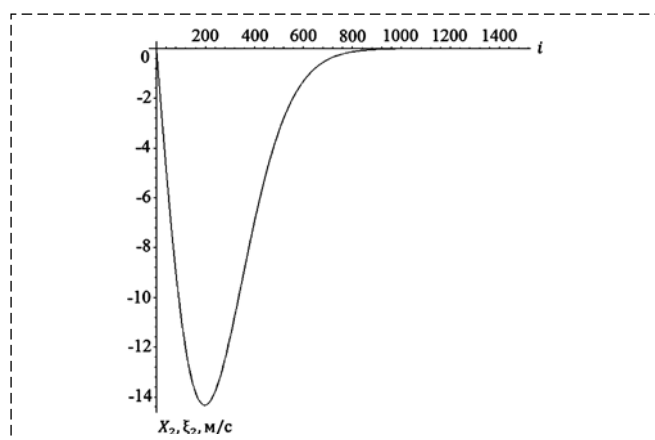


Рис. 2. График изменения параметров X_2 и ξ_2
Fig. 2. Variation of the parameters X_2 and ξ_2

- ковариационная матрица погрешностей измерений высоты и скорости принята также постоянной диагональной матрицей размерности 2×2 с диагональными элементами 1 м^2 и $0,01 \text{ м}^2/\text{с}^2$ соответственно, являющихся дисперсиями погрешностей измерений.

Результаты моделирования движения заданной и вспомогательной систем приведены на рис. 1, 2. На рис. 1 показаны совпадающие графики изменения во времени фактической и программной высот полета, на рис. 2 — также совпадающие графики изменения фактической и программной скоростей движения КА. Совпадение графиков подтверждается некоторым утолщением линий. Расчеты показывают, что на 80-й секунде движения (при $i = 800$) высота не превышает 1,0 м, скорость не превышает 0,15 м/с.

На рис. 3 приведен график изменения силы тяги U двигателя, выработанной законом управления без учета гравитационного потенциала Луны при начальном значении тяги

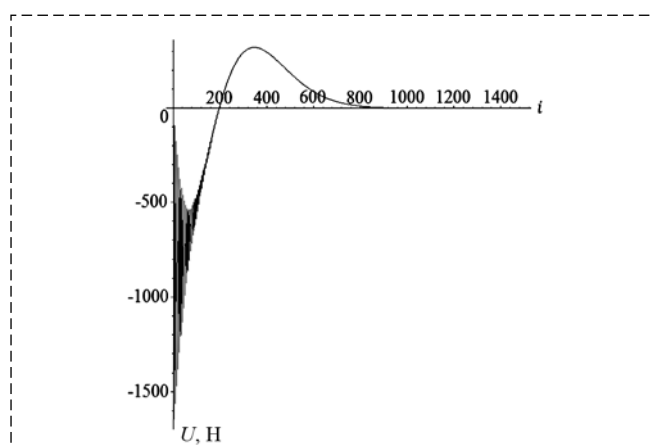


Рис. 3. График изменения силы тяги U при $U_0 = 0$
Fig. 3. Variation of the thrust U at $U_0 = 0$

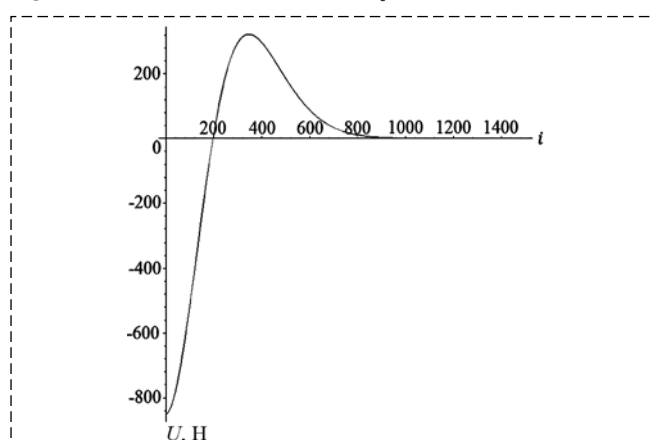


Рис. 4. График изменения силы тяги U при $U_0 = -850 \text{ Н}$
Fig. 4. Variation of the thrust U at $U_0 = -850 \text{ Н}$

$U_0 = 0$. На начальном участке замечен колебательный процесс, связанный с заданием нулевой начальной силы тяги и поиском оптимального ее значения в ходе процесса управления. После того, как оптимальное значение силы тяги найдено, колебательность исчезает. Для подтверждения этого утверждения на рис. 4 приведен график изменения силы тяги в варианте моделирования задачи с заданным начальным ее значением $U_0 = -850$ Н. Как видим, колебательность полностью исчезла. Отметим, что этот процесс адаптации управления свойственен энергосберегающему алгоритму [5], если начальное управление выбирается равным нулю.

На рис. 5 приведен график фактической тяги двигателя с учетом составляющей gm_i , компенсирующей гравитационное поле Луны. Отметим, что график начинается с тяги 250 Н и заканчивается тягой, компенсирующей в момент касания Луны ускорение ее притяжения.

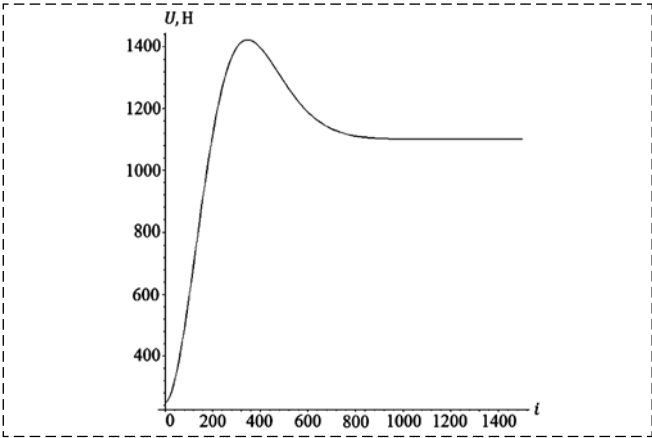


Рис. 5. График изменения фактической силы тяги U
 Fig. 5. Variation of actual engine thrust U

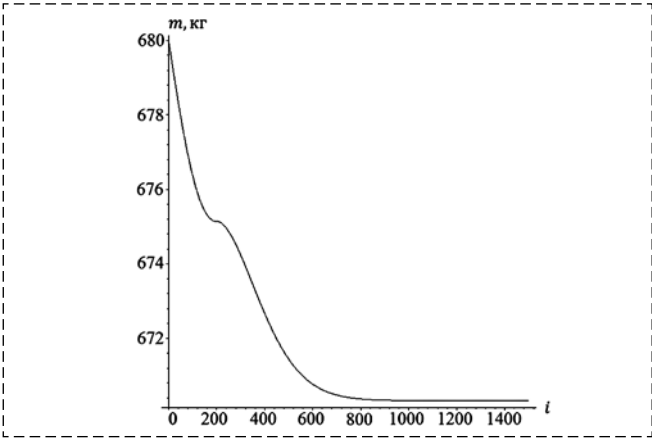


Рис. 6. График изменения массы m
 Fig. 6. Variation of the mass m

На рис. 6 приведен график изменения массы КА, рассчитанной алгоритмом без учета расхода рабочего тела на компенсацию влияния гравитационного поля Луны на процесс посадки. На рис. 7 приведен график фактического уменьшения массы КА с учетом расхода рабочего тела на компенсацию влияния гравитационного поля Луны. Расход рабочего тела на посадку по истечении 100 с (при $i = 1000$) составит 55 кг.

На рис. 8 изображен график нарастания затрат характеристической скорости КА, необходимой для обеспечения посадки.

Поскольку мягкая посадка должна заканчиваться при достижении параметрами движения КА некоторых допустимых величин, нет необходимости выключения посадочного двигателя после истечения 100 с. Выключение может быть проведено раньше при достижении значений допустимых величин.

Начальное положительное значение силы тяги на рис. 5, равное 250 Н, указывает на воз-

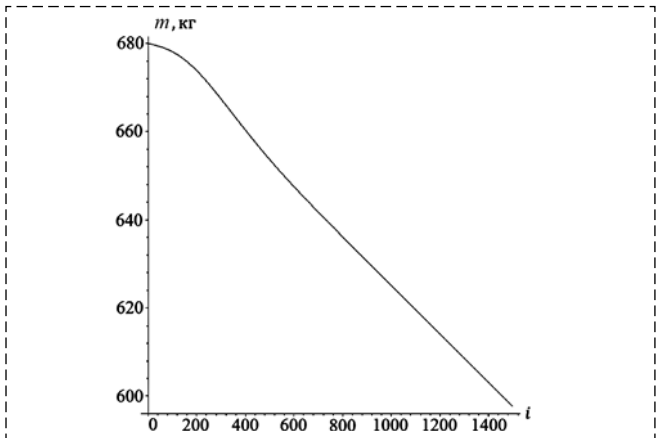


Рис. 7. График изменения массы КА m
 Fig. 7. Variation of the satellite mass m

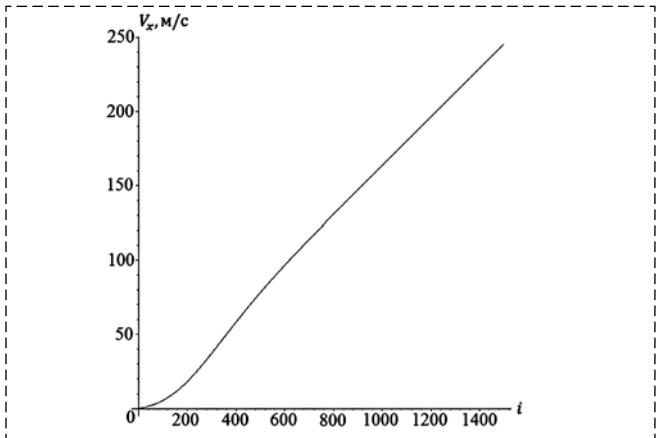


Рис. 8. График нарастания затрат характеристической скорости V_x
 Fig. 8. Variation of the characteristic velocity V_x

возможность реализации предельного варианта посадки, в котором начальное значение фактической силы тяги будет равно нулю. При этом отрицательное значение недопустимо, поскольку оно потребовало бы реверсирования направления тяги двигателя в процессе посадки.

В результате несложных расчетов можно определить, что предельный вариант работы ал-

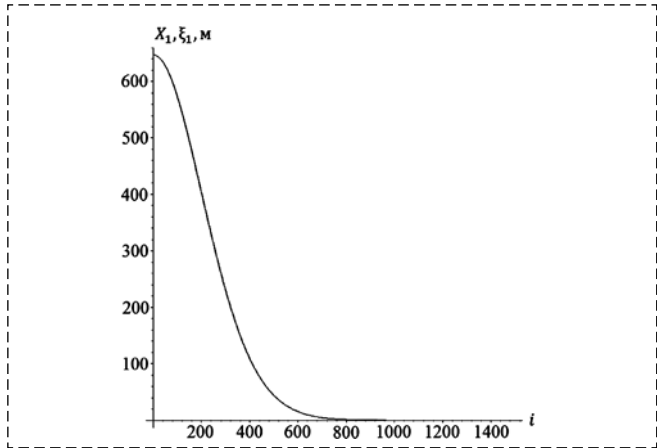


Рис. 9. График изменения параметров X_1 и ξ_1
Fig. 9. Variation of the parameters X_1 and ξ_1

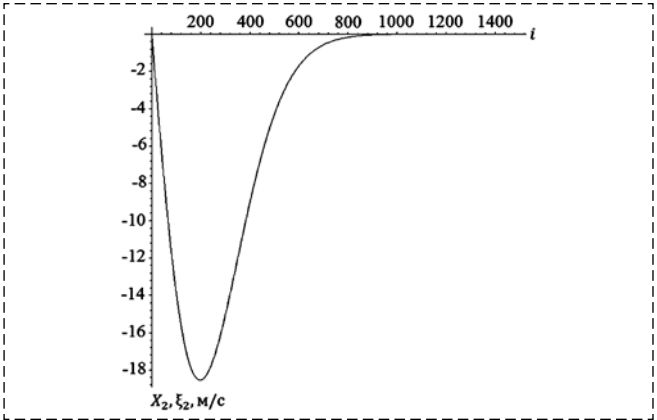


Рис. 10. График изменения параметров X_2 и ξ_2
Fig. 10. Variation of the parameters X_2 and ξ_2

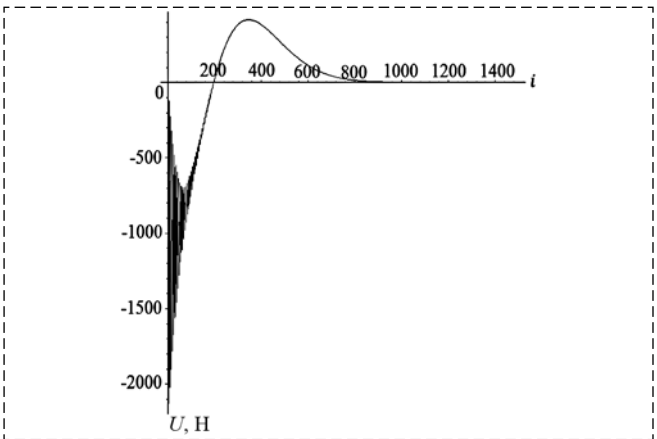


Рис. 11. График изменения силы тяги U при $U_0 = 0$
Fig. 11. Variation of the thrust U at $U_0 = 0$

горитма соответствует начальной высоте точки зависания, равной 647 м. Результаты моделирования этого варианта с начальной высотой 647 м приведены на рис. 9—16. Эти графики приведены для сравнения с графиками на рис. 1—8.

Рис. 12 еще раз подтверждает, что при принятии начальной силы тяги двигателя, равной -1100 Н, процесс выработки тяги на

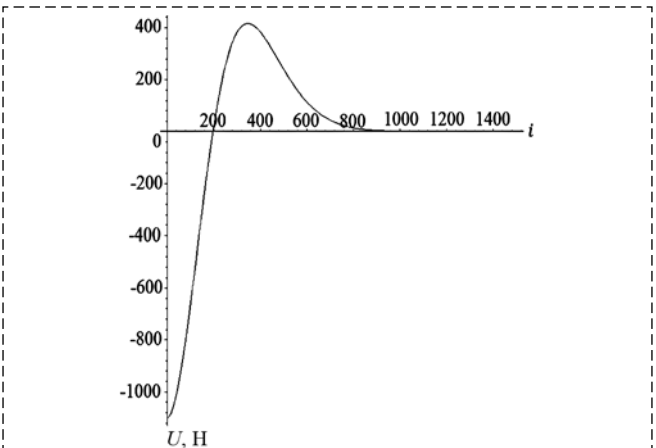


Рис. 12. График изменения силы тяги U при $U_0 = -1100$ Н
Fig. 12. Variation of the thrust U at $U_0 = -1100$ N

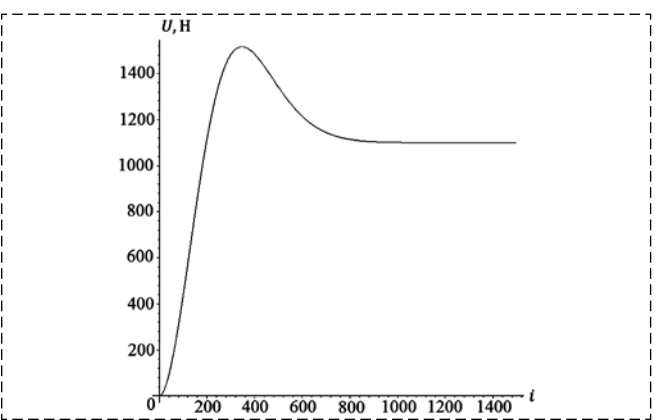


Рис. 13. График изменения фактической силы тяги U
Fig. 13. Variation of the actual engine thrust U

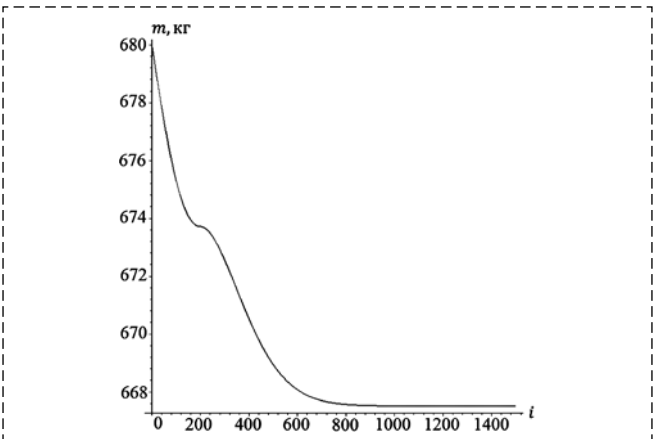


Рис. 14. График изменения массы m
Fig. 14. Variation of the mass m

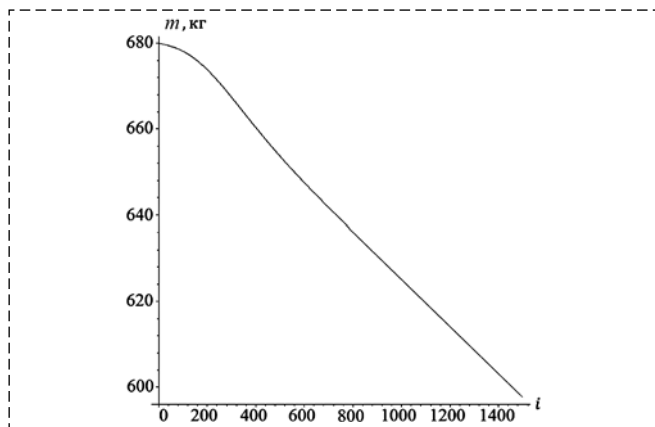


Рис. 15. График изменения массы КА m
Fig. 15. Variation of the satellite mass m

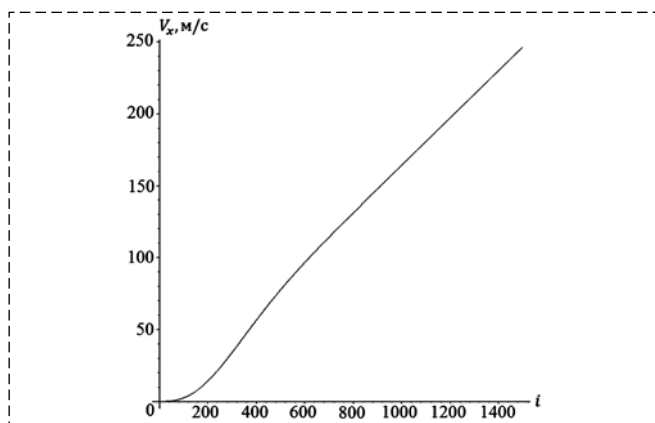


Рис. 16. График нарастания затрат характеристической скорости V_x
Fig. 16. Variation of the characteristic velocity V_x

начальном этапе, приведенный на рис. 10, перестает быть колебательным. Из рис. 13 также следует, что в предельном варианте начальная тяга двигателя равна нулю. При посадке с высоты более 647 м потребуются иная логика управления тягой двигателя: задержка на некоторое время включения тормозного двигателя, затем уменьшение набранной за это время скорости до нуля в целях формирования точки зависания на высоте менее 647 м.

По результатам моделирования установлен один важный факт. Для исключения колебательного процесса управления тягой двигателя путем выбора начальной силы тяги необходимо учитывать, что частная производная от начальной силы тяги двигателя по высоте постоянна и равна $-1,7$ Н/м, а частная производная от начальной силы тяги двигателя по массе КА также постоянна и равна $-1,62$ Н/кг.

Как видим, результаты моделирования алгоритма подтвердили возможность его использования для решения терминальной задачи.

Заключение

Разработан энергосберегающий алгоритм управления применительно к задаче мягкой автоматической посадки КА на Луну на заключительном участке от точки зависания до соприкосновения с поверхностью Луны. Алгоритм использует посадочный двигатель регулируемой тяги. Для исключения перерегулирования при управлении использован известный прием расчета параметров управления в условиях отсутствия гравитационного поля Луны, а для определения истинного значения силы тяги двигателя к вычисляемому на каждом шаге работы алгоритма сигналу управления добавляется с противоположным знаком сила притяжения Луны для компенсации последней. Проведена оценка затрат рабочего тела и затрат характеристической скорости на заключительном участке мягкой посадки. Установлено, что решение задачи мягкой посадки возможно за одно включение двигателя при высоте точки зависания над поверхностью Луны менее 647 м. При этом условии исключается необходимость реверсирования направления тяги двигателя.

Список литературы

1. URL: www.gia.ru. Российская лунная программа.
2. Черток Б. Е. Ракеты и люди. Кн. 2. М.: Машиностроение, 1999. 285 с.
3. Сапрыкин О. А., Соболевский В. Г., Фролов Р. С. Баллистическое решение задачи мягкой посадки космического аппарата на поверхность Луны при его спуске с круговой орбиты искусственного спутника // Космонавтика и ракетостроение. 2014. № 1 (74). С. 50–58.
4. Фомичев А. В., Ли Е. К. Аналитический алгоритм терминального управления пространственным движением КА при посадке на поверхность Луны // Мехатроника, автоматизация, управление, 2017. Т. 18, № 6. С. 423–431.
5. Петрищев В. Ф. Энергосберегающее управление объектами ракетно-космической техники // Самара: Изд-во СамНЦ РАН, 2017, 140 с.
6. Петрищев В. Ф. Энергосберегающий алгоритм автоматического управления принудительной посадкой пассажирского самолета. Часть I // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 11. С. 725–733.
7. Петрищев В. Ф. Энергосберегающий алгоритм автоматического управления принудительной посадкой пассажирского самолета. Часть II // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 12. С. 788–796.
8. Егоров В. В. Доплеровские радары посадки космических аппаратов на Луну и планеты Солнечной системы // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2012. Т. 9, № 2. С. 145–151.
9. Петрищев В. Ф. Энергосберегающее управление плоскостными параметрами геостационарного космического аппарата с помощью двигателей малой регулируемой тяги // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 12. С. 855–862.
10. Рязиграев А. П. Основы управления полетом космических аппаратов: учеб. пособие для вузов. М.: Машиностроение, 1990. 476 с.

Power-Efficient Algorithm of Controlling the Engine Thrust at the Final Phase of Soft Moon Landing

V. F. Petrishchev, mail@samspace.ru,

Progress Space-Rocket Centre JSC, Samara, 443122, Russian Federation

Corresponding author: Petrishchev Vladimir F., D. Sc., Leading Researcher, Progress Space-Rocket Centre JSC, Samara, Russian Federation, Professor of Department of Theoretical Mechanics, Korolev Research University of Samara, 443086, Russian Federation e-mail: mail@samspace.ru

Accepted July 07, 2018

Abstract

The theme is topical because of the ongoing Russian lunar program. Four more launches of Luna-25 to Luna-28 are planned for the next several years. Only in 8 out of 14 cases, the soft Moon landing was provided. This fact prompts researchers to seek after new ways of solving this problem. The article deals with a power-efficient control algorithm that controls landing engine thrust at the final phase of spacecraft landing from a given hovering point to the point of contact with the Moon's surface. Initially not supposed to be used for solution of terminal control tasks, the power-efficient algorithm can be applied here, which can be explained by availability of an auxiliary system in it that provides reaching specified motion parameters within a specified period. At the final phase of soft Moon landing, the proposed algorithm treats the spacecraft as a material point that moves by the attractive force of the Moon and the opposite vertical force of the landing engine thrust. It is supposed that to form the thrust the vertical velocity is measured by a Doppler velocimeter and the altitude by a multibeam vertical-building radio altimeter, throughout the whole motion interval. When calculating the parameters of spacecraft motion under the conditions of the Moon's gravitational field at the final phase of spacecraft contact with the Moon's surface by the mentioned algorithm, there is a possibility of some overcorrection, which is inadmissible. To exclude it, a well-known approach is used when the motion is considered on the assumption of absence of the Moon's gravitational field. In this case the control will be implemented without overcorrection, but to obtain the actual engine thrust it is necessary to add the force opposite to the direction of the Moon's attraction force, acting upon the spacecraft, to the algorithm-generated signal at every control step. The author has mathematically modeled the algorithm. The results of modeling proved the appropriateness of the problem statement and allow finding the boundary of the algorithm applicability: to exclude reversing of the landing engine thrust the initial spacecraft hovering altitude should be less than 647 m. The algorithm can also be used for controlling automatic landing of vertical takeoff aircraft.

Keywords: auxiliary system, given system, soft landing, power-efficient algorithm

For citation:

Petrishchev V. F. Power-Efficient Algorithm of Controlling the Engine Thrust at the Final Phase of Soft Moon Landing, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 3, pp. 180—188.

DOI: 10.17587/mau.20.180-188

References

1. Available at: www.ria.ru. Rossiyskaya Lunnaya Programma (The Russian Lunar Program).
2. Chertok B. Ye. *Rakety i Ludi* (Rockets and People), Moscow, Mashinostroyeniye, 1999, vol. 2, 285 p. (in Russian).
3. Saprykin O. A., Sobolevsky V. G., Frolov R. S. *Ballisticheskoye Reshenie Zadachi M'agkoy Posadki Kosmicheskogo Apparata na Poverkhnost' Luny pri Yego Spuske s Krugovoy Orbity Ick-usstvennogo Sputnika* (Ballistic Solution of the Task of Soft Landing onto the Moon's Surface of a Spacecraft Descending from a Circular Orbit), *Kosmonaftika i Raketostroyeniye*, 2014, no. 1 (74), pp. 50—58 (in Russian).
4. Fomichev A. V., Li Ye. K. *Analiticheski Algoritmi Terminal'nogo Upravleniya Prostranstvennym Dvizheniem KA pri Posadke na Poverkhnost' Luny* (Analytic Algorithm of Terminal Spacecraft Motion Control during Landing onto the Surface of the Moon), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 6, pp. 423—431 (in Russian).
5. Petrishchev V. F. *Energosberegayushchee Upravlenie Obyektami Raketno-Kosmicheskoi Tekhniki* [Power-Efficient Control of Space-Rocket Hardware], Samara, Publishing house of SamNTs RAN, 2017, 140 p. (in Russian).
6. Petrishchev V. F. *Energosberegayushchiy Algoritmi Avtomaticheskogo Upravleniya Prinuditel'noy Posadkoy Paccazhirskogo Samolyota. Chast I* (Energy-saving algorithm of automatic of compulsory passenger carrier landing. Section I), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 11, pp. 725—733 (in Russian).
7. Petrishchev V. F. *Energosberegayushchiy Algoritmi Avtomaticheskogo Upravleniya Prinuditel'noy Posadkoy Paccazhirskogo Samolyota. Chast II* (Energysaving algorithm of automatic of compulsory passenger carrier landing. Section II), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 12, pp. 788—796 (in Russian).
8. Yegorov V. V. *Doplerovskie Radary Posadki Kosmicheskikh Apparotov na Lunu i Planety Solnechnoy Sistemy* (Doppler Radars for Landing Spacecraft onto the Moon and Planets of the Solar System), *Sovremennyye problem distantsionnogo zondirovaniya zemli iz kosmosa*, 2012, vol. 9, no. 2, pp. 145—151 (in Russian).
9. Petrishchev V. F. *Energosberegayushchee Upravlenie Ploskostnymi Parametrami Geostatsionarnogo Kosmicheskogo Apparata s Pomoshchyu Dvigatelay Maloy Reguliruemoy T'agi* (Power-Efficient Control of Planar Characteristics of a Geostationary Spacecraft Using Controllable Thrusters), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 12, pp. 855—862 (in Russian).
10. Razygrayev A. P. *Osnovy Upravleniya Polyotom Kosmicheskikh Apparotov* (The Fundamentals of Spacecraft Flight Control), Moscow, Mashinostroyeniye, 1990, 476 p. (in Russian).

И. П. Попов, ст. преподаватель, e-mail: ip.popow@yandex.ru,
Курганский государственный университет

Системы отсчета в навигации движущихся объектов

Показано, что при равномерном и прямолинейном движении двух, трех или нескольких свободных инертных тел в одномерном или трехмерном пространстве произвольные инерциальные системы отсчета, в том числе связанные с каждым из движущихся инертных тел, существенно не эквивалентны в части суммарной кинетической энергии. В частном случае, если два свободных инертных тела с массами m_1 и m_2 движутся друг относительно друга с постоянной скоростью v , то в инерциальной системе отсчета, связанной с первым телом, суммарная кинетическая энергия тел равна E_{112} . В инерциальной системе отсчета, связанной со вторым телом, суммарная кинетическая энергия тел равна E_{212} . В произвольной (третьей) инерциальной системе отсчета первое инертное тело движется со скоростью v_1 , второе — со скоростью v_2 . В третьей системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна E_{312} . В части кинетической энергии все три инерциальные системы отсчета существенно не эквивалентны. При этом ни одна из этих систем отсчета не представляется уникальной или выделенной. При необходимости выбора уникальной или выделенной инерциальной системы отсчета можно исходить из условия минимума суммарной кинетической энергии движущихся инертных тел в этой системе. При этом уникальной или выделенной инерциальной системой отсчета является реликтовая система отсчета, связанная с центром масс движущихся инертных тел и с эпицентром их начального гипотетического взаимодействия. Реликтовые системы отсчета являются расчетными. Инертные тела не обязательно изначально в них взаимодействуют. Применение реликтовых систем отсчета позволяет сохранить баланс между кинетической энергией и произведенной работой. Число инертных тел при расчете реликтовой системы отсчета может быть сколь угодно большим. Если верна теория Большого взрыва, то мировая реликтовая инерциальная система отсчета связана с его эпицентром, который является центром масс вселенной.

Ключевые слова: тело, движение, инерциальная система отсчета, кинетическая энергия, центр масс

Введение

Пусть два свободных тела с массами m_1 и m_2 движутся друг относительно друга с постоянной скоростью v .

В инерциальной системе отсчета, связанной с первым телом, суммарная кинетическая энергия тел равна

$$E_{112} = E_{11} + E_{12} = 0 + \frac{m_2 v^2}{2}. \quad (1)$$

В инерциальной системе отсчета, связанной со вторым телом, суммарная кинетическая энергия тел равна

$$E_{212} = E_{21} + E_{22} = \frac{m_1 v^2}{2} + 0. \quad (2)$$

В произвольной (третьей) инерциальной системе отсчета первое тело движется со скоростью v_1 , второе — со скоростью $v_2 = v_1 - v$.

В третьей системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна

$$E_{312} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 (v_1 - v)^2}{2}. \quad (3)$$

В части кинетической энергии (1)—(3) все три инерциальные системы отсчета существен-

но не эквивалентны. При этом ни одна из них не представляется уникальной [1].

При необходимости выбора уникальной инерциальной системы отсчета [2—5] можно исходить из условия минимума величины (3), который определяется следующим образом [6—8]:

$$\frac{d(E_{312})}{dv_1} = m_1 v_1 + m_2 v_1 - m_2 v = 0. \quad (4)$$

Скорости тел в уникальной системе отсчета равны

$$v_1 = \frac{m_2}{m_2 + m_1} v; \quad v_2 = -\frac{m_1}{m_2 + m_1} v. \quad (5)$$

Взаимодействие двух тел в R^1

Пусть нулевая (реликтовая) инерциальная система отсчета связана с центром масс двух тел, неподвижных относительно нее и друг друга.

После взаимодействия (например, взрыва) тела имеют количество движения

$$m_1 v_1 = -m_2 v_2 = -m_2 (v_1 - v).$$

Это выражение идентично (4).

Таким образом, уникальной инерциальной системой отсчета является реликтовая, связан-

ная с центром масс тел и с эпицентром взаимодействия (взрыва), в которой скорости тел после взаимодействия (взрыва) определяются выражениями (5).

О выборе инерциальной системы отсчета для трех свободных тел в R^1

Пусть три свободных тела с массами m_1 , m_2 и m_3 движутся друг относительно друга с постоянными скоростями v_{12} , v_{13} и v_{23} . При этом $v_{23} = v_{13} - v_{12}$.

В произвольной (четвертой) инерциальной системе отсчета первое тело движется с постоянной скоростью v_1 , второе — со скоростью $v_2 = v_1 - v_{12}$, третье — со скоростью $v_3 = v_1 - v_{13}$.

В четвертой системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна

$$E_{4123} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 (v_1 - v_{12})^2}{2} + \frac{m_3 (v_1 - v_{13})^2}{2}. \quad (6)$$

Минимум величины (6) определяется следующим образом.

$$\frac{d(E_{4123})}{dv_1} = m_1 v_1 + m_2 v_1 - m_2 v_{12} + m_3 v_1 - m_3 v_{13} = 0. \quad (7)$$

Скорости тел в уникальной системе отсчета равны

$$v_1 = \frac{m_2 v_{12} + m_3 v_{13}}{m_1 + m_2 + m_3}; \quad (8)$$

$$v_2 = \frac{m_3 v_{13} - m_1 v_{12} - m_3 v_{12}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{m_3 v_{23} - m_1 v_{12}}{m_1 + m_2 + m_3}; \quad (9)$$

$$v_3 = \frac{m_2 v_{12} - m_1 v_{13} - m_2 v_{13}}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{-m_1 v_{13} - m_2 v_{23}}{m_1 + m_2 + m_3}. \quad (10)$$

Взаимодействие трех тел в R^1

Пусть нулевая (реликтовая) инерциальная система отсчета связана с центром масс трех тел, неподвижных относительно нее и друг друга.

После взаимодействия (взрыва) тела имеют количество движения

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 + m_3 v_3 = \\ = m_1 v_1 + m_2 (v_1 - v_{12}) + m_3 (v_1 - v_{13}) = 0. \end{aligned}$$

Это выражение идентично (7).

Таким образом, уникальной инерциальной системой отсчета является реликтовая, связан-

ная с центром масс тел и с эпицентром взаимодействия (взрыва), в которой скорости тел после взаимодействия (взрыва) определяются выражениями (8)—(10).

Полученный вывод легко обобщается на любое, сколь угодно большое число тел.

О выборе инерциальной системы отсчета для трех свободных тел в R^3

Пусть три свободных тела движутся друг относительно друга с постоянными скоростями $\mathbf{v}_{12}$, $\mathbf{v}_{13}$ и $\mathbf{v}_{23}$. При этом $\mathbf{v}_{23} = \mathbf{v}_{13} - \mathbf{v}_{12}$.

В произвольной (четвертой) инерциальной системе отсчета первое тело движется с постоянной скоростью $\mathbf{v}_1$, второе — со скоростью $\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12}$, третье — со скоростью $\mathbf{v}_3 = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13}$.

В четвертой системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна

$$\begin{aligned} E_{4123} &= \frac{m_1 \mathbf{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12})^2}{2} + \frac{m_3 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13})^2}{2} = \\ &= \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 (v_1^2 - 2v_1 v_{12} \cos \varphi_{112} + v_{12}^2)}{2} + \\ &\quad + \frac{m_3 (v_1^2 - 2v_1 v_{13} \cos \varphi_{113} + v_{13}^2)}{2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь φ_{ijj} — угол между векторами $\mathbf{v}_i$ и $\mathbf{v}_{ij}$.

Минимум величины (11) определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d(E_{4123})}{dv_1} &= m_1 v_1 + m_2 v_1 - m_2 v_{12} \cos \varphi_{112} + \\ &\quad + m_3 v_1 - m_3 v_{13} \cos \varphi_{113} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Взаимодействие трех тел в R^3

Пусть нулевая (реликтовая) инерциальная система отсчета связана с центром масс трех тел, неподвижных относительно нее и друг друга.

После взаимодействия (взрыва) тела имеют количество движения

$$\begin{aligned} m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + m_3 \mathbf{v}_3 = \\ = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12}) + m_3 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13}) = 0; \\ m_1 \mathbf{v}_1 \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} + m_2 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{12}) \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} + m_3 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{13}) \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} = 0. \end{aligned}$$

Это выражение идентично (12).

Таким образом, уникальной инерциальной системой отсчета является реликтовая, связан-

ная с центром масс тел и с эпицентром взаимодействия (взрыва), в которой скорости тел после взаимодействия (взрыва) определяются выражениями

$$\mathbf{v}_1 = \frac{m_2 \mathbf{v}_{12} + m_3 \mathbf{v}_{13}}{m_1 + m_2 + m_3}; \mathbf{v}_2 = \frac{m_3 \mathbf{v}_{23} - m_1 \mathbf{v}_{12}}{m_1 + m_2 + m_3};$$

$$\mathbf{v}_3 = \frac{-m_1 \mathbf{v}_{13} - m_2 \mathbf{v}_{23}}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

О выборе инерциальной системы отсчета для произвольного числа свободных тел в R^3

Пусть произвольное число n свободных тел с массами $m_1, \dots, m_i, \dots, m_n$ движутся друг относительно друга с постоянными скоростями $\mathbf{v}_{12}, \dots, \mathbf{v}_{ij}, \dots, \mathbf{v}_{(n-1)n}$. При этом $\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_{1j} - \mathbf{v}_{1i}$.

В произвольной $((n+1)$ -й) инерциальной системе отсчета первое тело движется с постоянной скоростью $\mathbf{v}_1$, i -е — со скоростью $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i}$, n -е — со скоростью $\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1n}$.

В $(n+1)$ -й системе отсчета суммарная кинетическая энергия равна

$$E_{(n+1)1 \div n} = \frac{m_1 \mathbf{v}_1^2}{2} + \sum_{i=2}^n \frac{m_i (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i})^2}{2} =$$

$$= \frac{m_1 \mathbf{v}_1^2}{2} + \sum_{i=2}^n \frac{m_i (v_1^2 - 2v_1 v_{1i} \cos \varphi_{11i} + v_{1i}^2)}{2}. \quad (13)$$

Минимум величины (13) определяется следующим образом:

$$\frac{d(E_{(n+1)1 \div n})}{dv_1} =$$

$$= m_1 v_1 + \sum_{i=2}^n (m_i v_1 - m_i v_{1i} \cos \varphi_{11i}) = 0. \quad (14)$$

Взаимодействие произвольного числа тел в R^3

Пусть нулевая (реликтовая) инерциальная система отсчета связана с центром масс произвольного числа n свободных тел, неподвижных относительно нее и друг друга.

После взаимодействия (взрыва) тела имеют количество движения

$$\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i = m_1 \mathbf{v}_1 + \sum_{i=2}^n m_i (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i}) = 0;$$

$$m_1 \mathbf{v}_1 \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} + \sum_{i=2}^n m_i (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1i}) \frac{\mathbf{v}_1}{v_1} = 0.$$

Это выражение идентично (14).

Таким образом, уникальной инерциальной системой отсчета является реликтовая, связанная с центром масс тел и с эпицентром взаимодействия (взрыва). При этом

$$\mathbf{v}_1 = \frac{\sum_{i=2}^n m_i \mathbf{v}_{1i}}{\sum_{i=1}^n m_i}.$$

Заключение

Реликтовые системы отсчета являются расчетными. Тела не обязательно изначально в них взаимодействуют.

Число тел при расчете реликтовой системы отсчета может быть сколь угодно большим.

Если верна теория Большого взрыва [9, 10], то мировая реликтовая инерциальная система отсчета связана с его эпицентром, который является центром масс вселенной.

Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. Т. 1. М.: Наука, 1973. 208 с.
2. Sigmund O., Maute K. Struct topology optimization approaches. A comparative review // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2013. December. Vol. 48, iss. 6. P. 1031–1055.
3. Jikai Liu, Yongsheng Ma. A survey of manufacturing oriented topology optimization methods // Advances in Engineering Softwar. 2016. August. P. 161–175.
4. Deaton J. D., Grandhi R. V. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000 // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2014. January. Vol. 49, iss. 1. P. 1–38.
5. Munk D. J., Vio G. A., Steven G. P. Topology and shape optimization methods using evolutionary algorithms: a review // Struct Multidisc Optim. 2015. September. Vol. 52, iss. 3. P. 613–631.
6. Попов И. П. О мерах механического движения // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2014. № 3(26). С. 13–15.
7. Попов И. П. Меры механического движения с различными степенями скорости // Вестник Тверского государственного технического университета. 2018. № 1(33). С. 49–53.
8. Попов И. П. Волновые уравнения и меры движения // Вестник Удмуртского университета. Физика и химия. 2014. Вып. 2. С. 30–33.
9. Bisnovatyi-Kogan G. S. Strong shock in a uniformly expanding universe // Гравитация и космология. 2015. Т. 21, № 3. С. 236–240.
10. Sutherland B. R. Internal Gravity Waves. Cambridge: Univ. Press, 2010. 394 p.

Reference Systems in the Navigation of Moving Objects

I. P. Popov, ip.popow@yandex.ru

Kurgan State University, Kurgan, 640020, Russian Federation

Corresponding author: **Popov Igor P.**, Senior Lecturer of the Department "Technology of mechanical engineering, machine tools and instruments" of the Kurgan State University, Kurgan, 640020, Russian Federation, e-mail: ip.popow@yandex.ru

Accepted on October 20, 2018

Abstract

It is shown that with uniform and rectilinear motion of two, three or several free inert bodies in one-dimensional or three-dimensional space, arbitrary inertial reference systems, including those associated with each of the moving inert bodies, are not substantially equivalent in part of the total kinetic energy. In the particular case, if two free inert bodies with masses m_1 and m_2 move relative to each other with a constant velocity v , then in the inertial reference system associated with the first body, the total kinetic energy of the bodies is equal to E_{112} . In the inertial reference frame associated with the second body, the total kinetic energy of the bodies is equal to E_{212} . In an arbitrary (third) inertial reference frame, the first inert body moves at a speed v_1 , the second at a speed v_2 . In the third reference system, the total kinetic energy is E_{312} . In terms of kinetic energy, all three inertial reference systems are not substantially equivalent. At the same time, none of these reference systems is unique or distinguished. If it is necessary to choose a unique or dedicated inertial reference system, one can proceed from the condition of the minimum of the total kinetic energy of moving inert bodies in this system. At the same time, a unique or distinguished inertial reference system is a relic reference system associated with the center of mass of moving inert bodies and with the epicenter of their initial hypothetical interaction. Relic reference systems are calculated. Inert bodies do not necessarily interact with them initially. The use of relic reference systems allows you to maintain a balance between kinetic energy and the work performed. The number of inert bodies in the calculation of the relic reference system can be arbitrarily large. If the theory of the Big Bang is true, then the world relic inertial reference system is connected with its epicenter, which is the center of mass of the universe.

Keywords: body, motion, inertial reference system, kinetic energy, center of mass

For citation:

Popov I. P. Reference Systems in the Navigation of Moving Objects, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 3, pp. 189–192.

DOI: 10.17587/mau.20.189-192

References

1. **Landau L. D., Lifshic E. M.** *Mekhanika. T. 1* (Mechanics. T. 1), Moscow, Nauka, 1973, 208 p. (in Russian).
2. **Sigmund O., Maute K.** Struct topology optimization approaches. A comparative review, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2013, December, vol. 48, iss. 6, pp. 1031–1055.
3. **Jikai Liu, Yongsheng Ma.** A survey of manufacturing oriented topology optimization methods, *Advances in Engineering Softwa*, 2016, August, pp. 161–175.
4. **Deaton J. D., Grandhi R. V.** A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, January, vol. 49, iss. 1, pp. 1–38.
5. **Munk D. J., Vio G. A., Steven G. P.** Topology and shape optimization methods using evolutionary algorithms: a review, *Struct Multidisc Optim.*, 2015, September, vol. 52, iss. 3, pp. 613–631.
6. **Popov I. P.** О мерах механического движения (On the measures of mechanical movement), *Vestnik Permskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2014, no. 3(26), pp. 13–15 (in Russian).
7. **Popov I. P.** Меры механического движения с различными степенями скорости (Measures of mechanical motion with varying degrees of speed), *Vestnik Tverskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta*, 2018, no. 1 (33), pp. 49–53 (in Russian).
8. **Popov I. P.** Волновые уравнения и меры движения (Wave equations and motion measures), *Vestnik Udmurtskogo universiteta. Fizika i himiya*, 2014, no. 2, pp. 30–33 (in Russian).
9. **Bisnovaty-Kogan G. S.** Strong shock in a uniformly expanding universe, *Gravitatsiya i Kosmologiya*, 2015, vol. 21, no. 3, pp. 236–240.
10. **Sutherland B. R.** Internal Gravity Waves, Cambridge, Univ. Press, 2010. 394 p.

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5510, (499) 269-5397

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Н. В. Яшина*.

Сдано в набор 29.11.2018. Подписано в печать 07.02.2018. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН319. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солюнзн". Отпечатано в ООО "Авансд солюнзн".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.