ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ЕХАТРОНИКА ОМАТИЗАЦИЯ, АВЛЕНИ



Издается с ноября 2000 года

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор: ФИЛИМОНОВ Н. Б., л.т.н. Заместители главного редактора: БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н. ПОЛУРАЕВ Ю. В., л.т.н. ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь: БЕЗМЕНОВА М.Ю.

Международный редсовет: DANIELE Z., PhD, Италия DORANTES D. J., PhD, Китай GROUMPOS P. P., PhD, Греция ISIDORI A., PhD, Италия KATALINIC B., PhD, Австрия LIN CH.-Y., PhD, Тайвань MASON O. J., PhD, Ирландия ORTEGA R. S., PhD, Франция SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США STRZELECKI R. M., PhD, Польша SUBUDHI B. D., PhD, Индия АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина ТРОФИМЕНКО Е. Е., д.т.н., Беларусь

Российский релсовет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН МИКРИН Е. А., акад. РАН ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН СИГОВ А. С., акад. РАН СОЙФЕР В. А., акад. РАН СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:

БОБЦОВ А. А., д.т.н. БУКОВ В. Н., д.т.н. ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н. ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н. КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н. ЛЕБЕЛЕВ Г. Н., д.т.н. ЛОХИН В. М., д.т.н. ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д.ф.-м.н. ПУТОВ В. В., д.т.н. ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н. РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н. СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н. ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н. ФРАДКОВ А. Л., д.т.н. ФУРСОВ В. А., д.т.н. ЮРЕВИЧ Е. И., д.т.н. Релакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю. Лиректор издательства: АНТОНОВ Б. И.

ISSN 1684-6427

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ. УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Макаров Н. Н., Семашкин В. Е. Задача минимаксной Іс-оптимальной во временной

Жирабок А. Н., Овчинников Д. Ю., Филатов А. Л., Шумский А. Е., Яценко Н. А. Диагностирование нелинейных динамических систем непараметрическим методом 508

Будко П. А., Веселовский А. П., Винограденко А. М., Косарева Л. И. Регулирование напряжения в преобразователях высокочастотными импульсами с изменяющейся

Ишханян М. В., Климина Л. А., Привалова О. Г. Математическое моделирование

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Филаретов В. Ф., Кацурин А. А. Совместная работа двух мобильных роботов при автоматическом выполнении манипуляционных операций 529

Карташев В. А., Карташев В. В. Формирование траектории аварийного торможения

Серебренный В. В., Бошляков А. А., Огородник А. И. Регулирование тока и сило-

Носков В. П., Киселев И. О. Трехмерный вариант метода Хафа в реконструкции

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в БД RSCI на платформе Web of Science.

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу: http://novtex.ru/mech, e-mail: mech@novtex.ru

THEORETICAL AND APPLIED SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL No. 8 MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLEN

Published since 2000

Editor-in-Chief

Deputy Editors-in-Chief: BOLSHAKOV A. A. PODURAEV Yu. V. YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary: BEZMENOVA M. Yu.

International Editorial Board: ALIEV T. A., Azerbaijan DANIELE Z., PhD, Italy DORANTES D. J., PhD, China GARASCHENKO F. G., Ukraine GROUMPOS P. P., PhD, Greece ISIDORI A., PhD, Italy KATALINIC B., PhD, Austria LIN CH.-Y., PhD, Treland ORTEGA R. S., PhD, Ireland ORTEGA R. S., PhD, France SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA STRZELECKI R. M., PhD, Poland SUBUDHI B. D., PhD, India TROFIMENKO Ye. Ye., Belarus

Russian Editorial Board: ANSHAKOV G. P. BOLOTNIK N. N. CHENTSOV A. G. CHERNOUSKO F. L. FEDOROV I. B. KALYAEV I. A. KURZHANSKI A. B. KUZNETSOV N. A. LEONOV G. A. MIKRIN E. A. PESHEKHONOV V. G. REZCHIKOV A. F. SCHERBATYUK A. F. SEBRYAKOV G. G. SIGOV A. S. SOJFER V. A. SOLOMENTSEV Yu. M. VASSILYEV S. N. YUSUPOV R. M. ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council: BOBTSOV A. A. BUKOV V. N. ERMOLOV I. L. FILARETOV V. F. FRADKOV V. L. FURSOV V. A ILYASOV B G KOROSTELEV V. F. LEBEDEV G. N. LOKHIN V.M. PAVLOVSKY V. E PUTOV V. V. PSHIKHOPOV V. Kh. RAPOPORT E. Ya. SERGEEV S. F. YUREVICH E. I. Editorial Staff: BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House: ANTONOV B. I. ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

Makarov N. N., Semashkin V. E. Minimax l_{∞} -optimal at Time-Domain Linear Filtering 499

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

Information about the journal is available online at: http://novtex.ru/mech.html, e-mail: mech@novtex.ru

© Издательство "Новые технологии", "Мехатроника, автоматизация, управление", 2018

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 681.5.073:681.513.5

DOI: 10.17587/mau.19.499-507

H. Н. Макаров, д-р техн. наук, проф., nnm@sau.tsu.tula.ru,
 Тульский государственный университет, г. Тула,
 B. Е. Семашкин, канд. техн. наук, sveil@mail.ru,
 АО "Конструкторское бюро приборостроения им. академика А. Г. Шипунова", г. Тула

Задача минимаксной *l*_∞-оптимальной во временной области линейной фильтрации

Статья посвящена одному подходу к оптимальной фильтрации. Рассматривается схема фильтрации Винера. Предлагаемая постановка имеет два отличия от классической. Первое отличие состоит в том, что у входных воздействий (полезного сигнала и помехи) ограничены максимальные абсолютные значения, а не дисперсии. Второе отличие состоит в том, что критерием качества также является максимальное абсолютное значение, а не дисперсия ошибки.

Таким образом, квадратичный критерий в постановке Винера заменен на критерий в форме I_∞-нормы (нормы Чебышева). Поэтому предложенную задачу предлагается называть задачей I_∞-оптимальной фильтрации.

Предложен оригинальный способ выбора формирующих фильтров входных воздействий для данной задачи. Способ позволяет создавать множества воздействий со сложными ограничениями абсолютных величин воздействий и их производных.

Вычисление критерия качества сводится к задаче Булгакова о накоплении возмущений. Для системы с дискретным временем критерий качества записывается в форме суммы бесконечного ряда. Получены условия сходимости ряда. При выполнении условий сходимости бесконечный ряд с любой требуемой точностью можно заменить на его частичную сумму. При этом получается критерий качества в виде I₁-нормы импульсной характеристики фильтра. Предлагается численно искать импульсную характеристику оптимального фильтра методом субградиентного спуска.

Рассмотрен пример поиска l_w-оптимального фильтра. Результат сравнивается с классическими полосовыми фильтрами. Показана возможность снижения фазового запаздывания фильтра в полосе пропускания.

Ключевые слова: оптимальная фильтрация, минимаксная фильтрация, следящие системы, фильтры с конечной импульсной характеристикой

Введение

Известно много классических подходов к решению задачи фильтрации: частотные фильтры (эллиптические, к примеру), фильтры с постоянной групповой задержкой, фильтр Винера, фильтр (наблюдатель) Калмана и т. д. [1, 2]. Они широко применяются в технике, но их использование в ряде задач затруднено по двум причинам. Во-первых, они подразумевают вполне определенное единообразное описание множеств полезных сигналов и помех, например, полосы частот или дисперсии. Вовторых, предлагаемые в них критерии качества часто не имеют явной связи с критериями качества прикладных задач. Важным примером такой задачи является проектирование следящих систем, в которых полезные (задающие) сигналы могут быть детерминированными, помехи — случайными при некоторых наложенных ограничениях (амплитуда, мощность и т. п.), а качество оценивается по максимально возможному значению ошибки слежения $(l_{\infty}$ -норма или норма Чебышева). Для прямого решения такой и подобных задач необходимы минимаксные методы, позволяющие минимизировать l_{∞} -норму сигнала ошибки при наихудшем сочетании внешних воздействий.

В настоящей работе рассматривается задача оптимальной фильтрации, доставляющей минимум l_{∞} -норме сигнала ошибки между отфильтрованным сигналом и желаемым преобразованием полезного сигнала при наихудшем сочетании полезного сигнала и помехи в пределах заданных множеств возможных полезных сигналов и помех. Подход отличается от известных минимаксных методов робастного управления [3] тем, что рассматривается неопределенность в воздействиях, а не в динамике звеньев. В отличие от минимаксных стохастических методов [4] оптимизируется не дисперсия ошибки как случайного процесса, а норма Чебышева при наихудшей реализации сигналов, которые могут быть и детерминированными. Отметим, что данный подход не следует путать с минимизацией нормы Чебышева разности частотных характеристик (ЧХ), широко применяемой, например, при синтезе фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ) по заданной желаемой ЧХ [5]. Задачи с оптимизацией l_{∞} -нормы процессов во временной области часто относят к сложным задачам современной теории управления [6, 7].

Постановка задачи

Возьмем за основу схему винеровской фильтрации [1] (рис. 1). Имеется полезный скалярный сигнал q из некоторого множества возможных сигналов *Q*. Пусть в системе на него воздействует аддитивная скалярная помеха f из некоторого множества возможных помех *F*. Конструктивные способы описания множеств Q и F будут предложены ниже. Пусть сумма полезного сигнала и помехи проходит через дискретный по времени линейный фильтр с *z*-передаточной функцией *W*, результирующий сигнал обозначим у. Положим, что задана устойчивая *z*-передаточная функция желаемого (идеального) линейного преобразования полезного сигнала $W_{\mu \pi}$, результат которого обозначим уил. Тогда разность у и уил будет определять ошибку фильтрации є. В задачах проектирования следящих систем практический интерес представляет ошибка в установившемся режиме. Поэтому положим начальные условия нулевыми, а длительность работы системы — бесконечной. Тогда

$$\varepsilon(k) = \sum_{i=0}^{k} (w_{\mu \mu}(i) - w(i))q(k-i) - \sum_{i=0}^{k} w(i)f(k-i),$$
(1)

где k — номер такта квантования (дискретное время), w и w_{ug} — дискретные весовые функции (импульсные переходные характеристики) фильтра W и идеального преобразования W_{ug} соответственно.

Будем оценивать качество фильтрации при конкретных реализациях воздействий $q(\cdot)$ и $f(\cdot)$ l_{∞} -нормой ошибки ε , т. е. максимальным зна-



Рис. 1. Исходная схема фильтрации

чением $|\varepsilon|$ в течение процесса. Чем меньше эта величина, тем лучше. Здесь и далее запись вида $x(\cdot)$ означает всю траекторию (историю изменения) функции x и показывает, что речь идет о функциональной зависимости, а не о мгновенном значении на k-м шаге x(k). Качество фильтрации I в целом будем оценивать наихудшей (максимальной) нормой ε , достигаемой при допустимых воздействиях $q(\cdot)$ и $f(\cdot)$, при условии, что данный максимум существует:

$$I(Q, F, w_{\text{M}\text{A}}(\cdot), w(\cdot)) =$$

$$= \max_{\substack{q(\cdot) \in Q \\ f(\cdot) \in F}} \max_{0 \le k < \infty} \left| \sum_{i=0}^{k} (w_{\text{M}\text{A}}(i) - w(i))q(k-i) - (2) - \sum_{i=0}^{k} w(i)f(k-i) \right|.$$

Заметим, что вопрос существования максимума определяется свойствами множеств Q и F. Сформулируем следующую задачу, которую назовем задачей l_{∞} -оптимальной линейной фильтрации: для заданных множеств воздействий Qи F, при которых существует максимум выражение (2), и желаемого преобразования полезного сигнала $W_{\rm ид}$ найти фильтр, весовая функция которого $w_{\rm опт}$ минимизирует функционал качества (2), если такой минимум существует:

$$w_{\text{опт}}(Q, F, w_{\text{ид}}(\cdot)) = \arg\min_{w(\cdot)} I(Q, F, w_{\text{ид}}(\cdot), w(\cdot)).$$
(3)

Задающие устройства

Вычисление функционала качества (2) является дискретным аналогом задачи Б. В. Булгакова о накоплении возмущений [8] для системы с двумя входами. Классическое решение предполагает ограниченные по модулю внешние сигналы, однако у реальных сигналов всегда ограничена мощность, и, как следствие, значение производных. Вместе с тем, на практике обычно нет строгого формального описания множеств сигналов Q и F, заданы лишь некоторые характеристики этих множеств — к примеру, граничные значения амплитуды, скорости, частоты и т. п. Похожая проблема возникает и со стохастическими подходами, где ряд теоретических результатов получен для белого шума. Чтобы решать прикладные задачи, в модель вводят формирующие фильтры [9], преобразующие белый шум в необходимый цветной шум. Поступим аналогично. Положим, что воздействия q и f поступают в модель с выходов дополнительных линейных звеньев W_g и W_v , все собственные числа z_s которых либо лежат в единичной окружности $|z_{s}| < 1$ (звено устойчиво), либо $z_s = 1$ (звено содержит дискретную по времени реализацию интегрирования). Звенья W_g и W_v обладают собственными входами g и v соответственно (рис. 2), ограниченными по модулю. Не теряя общности, положим это ограничение единичным.

Входные сигналы g и v могут быть любыми в пределах данного ограничения — случайными, гармоническими, кусочно-линейными и т. д. Поэтому множества Q и F получаются гораздо богаче, чем при использовании белого шума. При этом из ограниченности g и v по модулю и характера ограничений на собственные числа следует ограниченность по модулю исходных входных сигналов q и f либо нескольких их производных. К примеру, если W_{g} — интегратор, то множество Q будет состоять из сигналов с ограниченной по модулю скоростью. Возможность точного ограничения по модулю характеристик сигналов качественно отличает предлагаемый подход от стохастических. Поэтому, во избежание путаницы с формирующими фильтрами для случайного



Рис. 2. Схема фильтрации после введения дополнительных звеньев

шума, предлагается самостоятельное название звеньев W_g и W_v — задающие устройства (ЗУ) [10].

Как и в случае с формирующими фильтрами, в каждой практической задаче модели ЗУ W_{a} и W_{y} необходимо выбрать исходя из требуемых свойств Q и F. Рассмотрим два метода выбора ЗУ на примере W_g . Первый метод предназначен для задач, в которых можно определить максимальные по модулю значения сигналов и их производных. К примеру, если q — это дискретное по времени представление координаты какого-то подвижного звена, то из условия ограниченности скорости, силы и мощности перемещения можно получить неравенства вида $|\dot{q}| \leq \dot{q}_{\max}$, $|\ddot{q}| \leq \ddot{q}_{\max}$, $|\dot{q} \cdot \ddot{q}| \leq (\dot{q}\ddot{q})_{\max}$, где *і ў ч ў —* дискретные по времени представления скорости и ускорения данного звена, \dot{q}_{max} , \ddot{q}_{\max} и $(\dot{q}\ddot{q})_{\max}$ — наложенные ограничения. Другой пример, распространенный в инженерной практике — заданный конечный набор типовых или тестовых реализаций сигнала q_1, q_2 и т. д. По ним можно явно вычислить максимальное по модулю значение самого сигнала $q_{\rm max}$, его производных или любых их функционалов. Потребуем, чтобы область достижимости [11] ЗУ *W_g* полностью покрывала область достижимости возможных реализаций сигнала q. Данный метод детально проработан для случая ограничений самого сигнала и его скорости, либо ограничений любых двух последовательных производных сигнала (к примеру, скорости и ускорения). Расчетные формулы и алгоритм выбора структуры и параметров ЗУ приведены в работе [12].

Второй метод предназначен для задач, где ограничены частотные свойства сигнала q, к примеру, заданы полосы пропускания по некоторому уровню амплитуды самого сигнала или некоторой его производной. Будем рассматривать только периодические входные сигналы ЗУ д и первые гармоники выходного сигнала q. Из условия $|g| \le 1$ следует, что максимальная амплитуда первой гармоники q достигается, если g — симметричный единичный меандр. Поэтому в качестве W_g необходимо подобрать линейный фильтр, который при подаче на вход единичных меандров обеспечивает заданные уровни их ослабления или усиления. Это классическая задача, разобранная, к примеру, в работе [1]. Оба рассмотренных метода выбора ЗУ (по области достижимости и по полосам пропускания) можно применять и для ЗУ W_{v} .

После введения ЗУ сигнал ошибки (1) можно выразить через *g* и *v*:

$$\varepsilon(k) = \sum_{i=0}^{k} \left[\sum_{j=0}^{i} (w_{\text{MR}}(j) - w(j)) w_g(i-j) \right] g(k-i) - \sum_{i=0}^{k} \left[\sum_{j=0}^{i} w(j) w_v(i-j) \right] v(k-i),$$
(4)

где w_g и w_v — весовые функции W_g и W_v соответственно. Выражения, стоящие в (4) в квадратных скобках, являются весовыми функциями последовательного соединения звеньев, через которые проходят сигналы *g* и *v* на рис. 2. Функционал качества (2) примет вид:

$$I(w_{g}(\cdot), w_{\nu}(\cdot), w_{\mathrm{H}\mathrm{I}}(\cdot), w(\cdot)) =$$

$$= \max_{\substack{|g(\cdot)| \leq 1 \\ |\nu(\cdot)| \leq 1}} \max_{\substack{k < \infty \\ i=0}} \left[\sum_{j=0}^{i} (w_{\mathrm{H}\mathrm{I}}(j) - w(j)) w_{g}(i-j) \right] \times$$

$$\times g(k-i) - \sum_{i=0}^{k} \left[\sum_{j=0}^{i} w(j) w_{\nu}(i-j) \right] v(k-i) \right].$$

Используя результаты Б. В. Булгакова [8], имеем, что данный максимум существует, и получаем явное выражение для него:

$$I(w_{g}(\cdot), w_{v}(\cdot), w_{\mu \pi}(\cdot), w(\cdot)) =$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} \left| \sum_{j=0}^{i} (w_{\mu \pi}(j) - w(j)) w_{g}(i-j) \right| + (5)$$

$$+ \sum_{i=0}^{\infty} \left| \sum_{j=0}^{i} w(j) w_{v}(i-j) \right|.$$

Отметим, что если числовые ряды в соотношении (5) сходятся к некоторым конечным величинам, то (5) является выпуклым ограниченным снизу функционалом относительно каждой из входящих в него весовых функций, что снимает вопросы о существовании минимума в исходном выражении (3). Саму же исходную задачу l_{∞} -оптимальной линейной фильтрации после выбора ЗУ можно сформулировать следующим образом: для выбранных ЗУ W_g и W_{ν} и желаемого преобразования полезного сигнала $W_{\mu \alpha}$ найти фильтр, весовая функция которого $w_{\text{опт}}$ минимизирует следующий функционал качества:

$$\begin{split} w_{\text{опт}}(w_g(\cdot), w_v(\cdot), w_{\text{ид}}(\cdot)) &= \\ &= \arg\min_{w(\cdot)} \sum_{i=0}^{\infty} \left| \sum_{j=0}^{i} (w_{\text{ид}}(j) - w(j)) w_g(i-j) \right| + \\ &+ \sum_{i=0}^{\infty} \left| \sum_{j=0}^{i} w(j) w_v(i-j) \right|. \end{split}$$

Сходимость рядов в функционале качества

Исследуем сходимость рядов в выражении (5). Она однозначно связана с устойчивостью системы на рис. 2, так как весовая характеристика абсолютно суммируема тогда и только тогда, когда система устойчива. Если оба ЗУ W_{σ} и W_{ν} устойчивы, то при любом устойчивом W система на рис. 2 будет устойчива, и выражение (5) сходится. Рассмотрим теперь случай, когда одно или оба ЗУ W_{g} и W_{y} имеют одно или несколько собственных чисел, равных 1 (т. е. звено лежит на границе устойчивости из-за наличия в нем дискретной по времени реализации интегрирования). Отсюда следует, что сигнал на выходе ЗУ или несколько его первых производных неограничены. При составлении математической модели неограниченные сигналы могут возникнуть, к примеру, во вращающихся следящих системах, которые могут начинать работу с произвольного по величине начального угла и затем совершать любое число оборотов. Классические стохастические методы обычно не решают таких задач, так как введение интегратора в формирующий фильтр приводит к бесконечно большой дисперсии процесса на выходе.

Обозначим N_g и N_v — кратность собственных чисел z = 1 в передаточных функциях W_g и W_v соответственно, $N_g \ge 0$, $N_v \ge 0$. Первое слагаемое в выражении (5) сходится тогда и только тогда, когда разность $W - W_{\rm ид}$ содержит ноль z = 1 порядка не меньше N_g :

$$W^{(p)}(1) - W^{(p)}_{_{\rm HI}}(1) = 0, \quad p = 0, \dots, N_g - 1,$$
 (6)

где $W^{(p)}$ и $W^{(p)}_{\mu \mu}$ — производные по *z* порядка *p* соответствующих передаточных функций. Второе слагаемое в выражении (5) сходится тогда и только тогда, когда *W* содержит ноль *z* = 1 порядка не меньше N_{ν} , т. е.

$$W^{(r)}(1) = 0, r = 0, ..., N_v - 1.$$
 (7)

Решим систему уравнений (6), (7). Если $N_v \ge N_g$, то она равносильна системе

$$\begin{split} & \mathcal{W}_{\rm MR}^{(p)}(1) = 0, \quad p = 0, \dots, N_g - 1; \\ & \mathcal{W}^{(r)}(1) = 0, \quad r = 0, \dots, N_v - 1; \\ & N_v \ge N_g. \end{split} \tag{8}$$

Если $N_v \le N_g$, то система (6), (7) равносильна системе

$$W_{\mu\mu}^{(p)}(1) = 0, \quad p = 0, ..., N_{\nu} - 1;$$

$$W^{(r)}(1) = \begin{cases} 0, & r < N_{\nu}; \\ W_{\mu\mu}^{(r)}(1), & N_{\nu} \le r < N_{g}, \\ r = 0, ..., N_{g} - 1; \\ N_{\nu} < N_{g}. \end{cases}$$
(9)

Введем обозначение $N_{\text{max}} = \max(N_v, N_g)$, $N_{\min} = \min(N_v, N_g)$. Объединяя системы (8) и (9), получаем следующие условия сходимости рядов в выражении (5):

$$W_{\mu\mu}^{(p)}(1) = 0, \ p = 0, \dots, N_{\min} - 1 \ \Pi p \mu \ N_{\min} > 0; \ (10)$$
$$W^{(r)}(1) = \begin{cases} 0, \ r < N_{\nu}; \\ W_{\mu\mu}^{(r)}(1), \ N_{\nu} \le r < N_{g}, \\ r = 0, \dots, N_{\max} - 1. \end{cases}$$
(11)

Условие (10) накладывает ограничения только на параметры $W_{\rm ид}$, W_g и W_v , которые заданы. Поэтому при $N_{\rm min} > 0$ (10) является необходимым условием существования решения поставленной задачи l_{∞} -оптимальной линейной фильтрации (3). Условие (11) накладывает ограничения на искомую величину W. Его нужно выполнить в процессе решения задачи.

Фильтры с конечной импульсной характеристикой

Положим, что W_{ν} , W_g и $W_{\rm ид}$ удовлетворяют необходимому условию существования решения (10). Ограничим задачу l_{∞} -оптимальной линейной фильтрации (3) только множеством фильтров с конечной импульсной характеристикой [2, 5] (КИХ-фильтры) порядка не более *n*. Это означает, что

$$w(j) = 0 \forall j > n.$$
(12)

Будем рассматривать только случай, когда

$$n > N_{\max}.$$
 (13)

Задача (3) превращается в задачу конечномерной оптимизации с n + 1 неизвестной величиной w(j), j = 0...n. Передаточная функция фильтра имеет вид

$$W(z) = \sum_{j=0}^n w(j) z^{-j}.$$

Ее производные

$$W^{(r)}(z) = r! \sum_{j=0}^{n} w(j) {\binom{-j}{r}} z^{-(j+r)}, \qquad (14)$$

где $\binom{-j}{r} = (-1)^r \binom{j+r-1}{r}$ — обобщенный на отрицательные числа биномиальный коэффициент [13].

Подставив выражение (14) в условие (11), получаем систему из N_{max} линейных уравнений с n + 1 неизвестной w(j). Обозначим w = (w(j)) вектор-столбец неизвестных величин и перейдем к векторно-матричной форме записи системы:

$$Cw = d, \tag{15}$$

где *С* — матрица биномиальных коэффициентов

$$C = (c_{r+1, j+1}), r = 0, ..., N_{\max} - 1,$$

$$j = 0, ..., n; c_{r+1, j+1} = \binom{-j}{r};$$
(16)

d — вектор-столбец длины N_{\max} с элементами вида

$$d = (d_{r+1}), r = 0, ..., N_{\max},$$

$$d_{r+1} = \begin{cases} 0, & r < N_{\nu}, \\ \frac{W_{\mu \pi}^{(r)}(1)}{r!}, N_{\nu} \leq r < N_{g}. \end{cases}$$
(17)

Из свойств матрицы биномиальных коэффициентов [14] следует, что любой минор C порядка N_{max} не равен 0 и rank(C) = rank(C|d) = $= N_{\text{max}}$, т. е. система (15) — (17) совместна. Поэтому при выполнении ограничений на условие задачи (10) и ограничения на порядок фильтра (13) всегда существует КИХ-фильтр, при котором функционал качества (5) сходится. Импульсные характеристики всех фильтров, при которых (5) сходится, удовлетворяют системе (15).

Численный поиск оптимального фильтра

Заменим полную сумму ряда (5) на частичную сумму первых K + 1 элементов, K > n:

$$I(w_{g}(\cdot), w_{v}(\cdot), w_{\mu \pi}(\cdot), w(\cdot)) =$$

$$= \sum_{i=0}^{K} \left| \sum_{j=0}^{i} (w_{\mu \pi}(j) - w(j)) w_{g}(i-j) \right| + \qquad (18)$$

$$+ \sum_{i=0}^{K} \left| \sum_{j=0}^{i} w(j) w_{v}(i-j) \right|.$$

Величину *K*, достаточную для вычисления (5) с необходимой точностью, в каждом случае необходимо выбирать индивидуально исходя из скорости сходимости весовых характеристик w_g , w_v и w_{ug} . Подставляя (12) в выражение (18), получаем

$$I(w_{g}(\cdot), w_{v}(\cdot), w_{\mathrm{H}\pi}(\cdot), w(\cdot)) =$$

$$= \sum_{i=0}^{n} \left| \sum_{j=0}^{i} w(j) w_{g}(i-j) - \sum_{j=0}^{i} w_{\mathrm{H}\pi}(j) w_{g}(i-j) \right| +$$

$$+ \sum_{i=n+1}^{K} \left| \sum_{j=0}^{n} w(j) w_{g}(i-j) - \sum_{j=0}^{i} w_{\mathrm{H}\pi}(j) w_{g}(i-j) \right| +$$

$$+ \sum_{i=0}^{n} \left| \sum_{j=0}^{i} w(j) w_{v}(i-j) \right| + \sum_{i=n+1}^{K} \left| \sum_{j=0}^{n} w(j) w_{v}(i-j) \right|.$$
(19)

Обозначим

$$a'_{i+1,j+1} = \begin{cases} w_g(i-j), & i \ge j, \\ 0, & i < j; \end{cases}$$

$$a''_{i+1,j+1} = \begin{cases} w_v(i-j), & i \ge j, \\ 0, & i < j; \end{cases}$$

$$b'_{i+1} = -\sum_{j=0}^i w_{\text{MA}}(j)w_g(i-j); \qquad (20)$$

$$b''_{i+1} = 0;$$

$$i = 0, \dots, K, \quad j = 0, \dots, n.$$

Подставляя (20) в выражение (19), получаем

$$I(w_{g}(\cdot), w_{\nu}(\cdot), w_{\text{HI}}(\cdot), w(\cdot)) =$$

$$= \sum_{i=0}^{K} \left| \sum_{j=0}^{i} w(j) a'_{i+1, j+1} + b'_{i+1} \right| + \qquad (21)$$

$$+ \sum_{i=0}^{K} \left| \sum_{j=0}^{i} w(j) a''_{i+1, j+1} + b''_{i+1} \right|.$$

Введем матрицы

$$A' = (a'_{i+1,j+1}), \quad A'' = (a''_{i+1,j+1}), \quad A = \begin{pmatrix} A' \\ A'' \end{pmatrix}, (22)$$

$$i = 0, \dots, K, \quad j = 0, \dots, n,$$

и вектор-столбцы

$$b' = (b'_{i+1}), b'' = (b''_{i+1}), b = \begin{pmatrix} b' \\ b'' \end{pmatrix}, i = 0, \dots, K.$$
 (23)

Тогда выражение (21) можно записать в форме

$$I(w_{g}(\cdot), w_{v}(\cdot), w_{u,f}(\cdot), w(\cdot)) = ||Aw + b||_{1}.$$
 (24)

Исходная задача (3) принимает вид

$$w_{\text{опт}}(Q, F, w_{\text{ид}}(\cdot)) = \arg\min_{w} ||Aw + b||_1.$$
 (25)

В итоге, исходная задача сведена к известным задачам *l*₁-оптимизации [15] и полиэдральной оптимизации [16]. Ее решение можно найти численно, используя как специальные методы полиэдральной оптимизации [16], так и общие методы негладкой выпуклой оптимизации [17].

Отметим, что в векторно-матричной форме записи легко обеспечить выполнение условия сходимости (15). Общее решение (15) имеет вид

$$w = Mw^* + h, \tag{26}$$

где w^* — новый вектор-столбец независимых переменных длины $n + 1 - N_{max}$; M — матрица размера $(n + 1) \times (n + 1 - N_{max})$; h — векторстолбец длины $n + 1 - N_{max}$. Значения M и hможно вычислить исходя из C и d методами линейной алгебры. Подставив (26) в выражение (24), получаем

$$I(w_{g}(\cdot), w_{v}(\cdot), w_{ud}(\cdot), w(\cdot)) = \|AMw^{*} + Ah + b\|_{1},$$

а задача оптимизации (25) принимает вид

$$w_{\text{опт}}(Q, F, w_{\text{ид}}(\cdot)) =$$

= $M\left(\arg\min_{w^*} \|AMw^* + Ah + b\|_1\right) + h.$ (27)

Таким образом, задача вновь сведена к *l*₁-оптимизации.

Алгоритм синтеза оптимального фильтра

Изложенные результаты позволяют синтезировать l_{∞} -оптимальные КИХ-фильтры для широкого круга прикладных задач. Исходными данными являются: требуемый такт квантования и порядок фильтра n, описание класса полезных сигналов Q и класса помех F, z-передаточная функция желаемого идеального преобразования полезного сигнала $W_{\mu q}(z)$, которое должен реализовать фильтр. Сформулируем алгоритм.

1. Подбираем ЗУ W_g и W_v , порождающие классы сигналов Q и F соответственно (см. раздел 2), составляем их *z*-передаточные функции для заданного такта квантования.

2. Определяем кратность N_g и N_v собственных чисел z = 1 в передаточных функциях W_g и W_v соответственно, вычисляем N_{\min} и N_{\max} . В случае $N_{\min} > 0$ проверяем условие (10). Если оно не выполняется, то задача не имеет решения.

3. Вычисляем весовые характеристики $w_{\mu q}$, w_g и w_v . Выбираем число тактов *K*, после которого можно с требуемой точностью считать переходные процессы в $w_{\mu q}$, w_g и w_v закончившимися.

4. Вычисляем матрицу *A* и столбец *b* по формулам (20), (22), (23).

5. Если $N_{\text{max}} = 0$, то решаем задачу оптимизации (25) численно.

6. Если $N_{\text{max}} > 0$, то по формулам (16), (17) вычисляем матрицу *C* и столбец *d*, затем ищем общее решение системы (15) в виде (26). Численно решаем задачу оптимизации (27).

В результате пп. 5 или 6 получаем решение — вектор весовых коэффициентов оптимального КИХ-фильтра заданного порядка *n*.

Пример *l*_∞-оптимального фильтра и его сравнение с классическими фильтрами

Рассмотрим следующую задачу. Дана цифровая система с частотой квантования 100 Гц (частота Найквиста 50 Гц или 314 рад/с). В системе есть полезный сигнал в полосе частот до 1 рад/с, его амплитуда не ограничена, а скорость не может превышать 1 с⁻¹. На сигнал наложена помеха с полосой частот от 50 рад/с и выше при максимальной амплитуде 0,01. Необходимо синтезировать цифровой фильтр 20-го порядка для выделения исходного сигнала

 $(W_{ug} = 1)$. Цель примера — сравнить качество фильтрации, достижимое разными методами при одинаковых условиях (одинаковый порядок фильтра и такт квантования). Погрешность, вносимую различными фильтрами в полезный сигнал, будем оценивать как по l_{∞} -критерию (18), так и по традиционным частотным критериям — максимальному фазовому запаздыванию и максимальному значению AЧХ Рис. 3. AЧX ЗУ передаточной функции ошибки фильтрации $W_{\text{ошибки}} = W - W_{\text{ид}}$ в полосе полезного сигнала.

В качестве ЗУ для полезного сигнала W_g выберем последовательное соединение дискретного по времени интегратора (переход от сигналов, ограниченных по модулю, к сигналам, ограниченным по скорости) и фильтра нижних частот с полосой пропускания до 1 рад/с. В качестве ЗУ для помехи W_{ν} выберем фильтр верхних частот с полосой пропускания после 50 рад/с и коэффициентом 0,01. Воспользуемся фильтрами Чебышева 2-го рода. Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) $A(\omega)$ ЗУ представлены ниже на рис. 3.

Кратность собственных чисел z = 1 в ЗУ $N_g = 1$, $N_v = 0$, $N_{\min} = 0$, $N_{\max} = 1$. Возьмем $K = 45\ 000$, за такое число тактов импульсные переходные характеристики ЗУ успевают затухнуть до уровня 10^{-10} . Матрица *A* и столбец *b* имеют 90 002 строки и вычисляются по формулам (20), (22), (23). Так как $N_{\max} > 0$, то находим матрицы *C* и *d* по формулам (16), (17):

$$C = (1 \ 1 \ \dots \ 1), \ d = (1).$$

Система (15) имеет вид

$$\sum_{j=0}^{n} w(j) = 1.$$
 (28)

Выберем в качестве новых независимых переменных вектор $w^* = (w(0), w(1), ..., w(n - 1))^T$ и выразим *w* через w^* согласно (26):

$$w = Mw^* + h, M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -1 & -1 & \dots & -1 \end{pmatrix}, h = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Подставляя A, b, M, h в выражение (27), получаем задачу l_1 -оптимизации, которую реша-





Рис. 4. АЧХ и ФЧХ различных фильтров

Значения критериев качества полученных фильтров

Критерий	<i>І</i> ∞-опти-	Фильтр	Фильтр
	мальный	Чебы-	с линей-
	фильтр	шева	ной ФЧХ
I _∞ Максимальное фазо- вое запаздывание Максимальное значе- ние АЧХ ошибки	0,0158 0,01° —49 дБ	0,2 2,1° -29 дБ	0,121 5,7° —20 дБ

ем методом наискорейшего субградиентного спуска [17]. АЧХ $A(\omega)$ и ФЧХ $\varphi(\omega)$ полученного фильтра приведены на рис. 4. Как видно, фильтр обеспечивает ослабление в полосе помехи на уровне около -20 дБ с практически нулевым фазовым запаздыванием в полосе полезного сигнала.

Там же на рис. 4 приведены характеристики фильтра Чебышева 2-го рода и фильтра с линейной ФЧХ (постоянной групповой задержкой). Оба фильтра имеют тот же порядок (20-й) и сопоставимый уровень подавления помехи. Но, как видно по ФЧХ, классические фильтры вносят некоторое фазовое запаздывание в полезный сигнал. Численные значения различных критериев качества приведены в таблице. Чем меньше значения критериев — тем лучше. Как видно из таблицы, l_{∞} -оптимальный фильтр в данном примере значительно превосходит классические фильтры и по l_{∞} -критерию, и по частотным показателям качества.

Заключение

В статье предложена постановка задачи *l*_∞оптимальной линейной фильтрации, которая решена для случая КИХ-фильтров. Полученные фильтры можно использовать для широкого круга прикладных задач теории управления, в которых требуется высокая точность воспроизведения полезного сигнала. Важным случаем таких систем являются следящие системы. Рассмотренный пример показывает, что l_{∞} -оптимальный фильтр может качественно превосходить традиционные фильтры не только по l_{∞} -критерию, но и по частотным критериям точности воспроизведения полезного сигнала.

Список литературы

Изерман Р. Цифровые системы управления. М.: Мир, 1984.
 Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978.

3. **Başar T., Bernhard P.** H_{∞} -Optimal Control and Related Minimax Design Problems: A Dynamic Game Approach. Springer, 2008.

4. **Куркин О. М., Коробочкин Ю. Б., Шаталов С. А.** Минимаксная обработка информации. М.: Энергоатомиздат, 1990.

5. Каппелини В., Константинидис А. Дж., Эмилиани П. Цифровые фильтры и их применение. М.: Энергоатомиздат, 1983.

6. **Филимонов Н. Б.** Проблема качества процессов управления: смена оптимизационной парадигмы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 12. С. 2—10.

7. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Трудные задачи линейной теории управления. Некоторые подходы к решению // Автоматика и Телемеханика. 2005. № 5. С. 7—46.

8. **Булгаков Б. В.** О накоплении возмущений в линейных колебательных системах с постоянными коэффициентами // Доклады АН СССР. Т. 51, вып. 5, 1946. С. 339—342.

9. Бендат Дж. Основы теории случайных шумов и ее применения. М.: Наука, 1965.

10. **Макаров Н. Н.** Гарантированная точность в проектировании следящих систем // Известия вузов. Электромеханика. 1980. № 7. С. 744—747.

11. **Черноусько Ф. Л.** Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов. М.: Наука. Физматлит, 1988.

12. **Макаров Н. Н., Семашкин В. Е.** Оценка и оптимизация предельных отклонений динамических систем управления при сложных возмущениях // Известия РАН. Теория и системы управления. 2012, № 3. С. 13—29.

13. **Sprugnoli R.** Negation of binomial coefficients // Discrete Mathematics, Vol. 308, 2008, pp. 5070–5077.

14. Edelman A., Strang G. Pascal Matrices // American Mathematical Monthly, Vol. 111, No. 3, 2004, pp. 189–197.

15. Поляк Б. Т. Методы *l*₁-оптимизации в управлении и фильтрации. Доклад на общем пленарном заседании // 3-я мультиконференция по проблемам управления. С.-Пб., 2010.

16. Пупков К. А., Егупов Н. Д., Филимонов Н. Б. и др. Методы классической и современной теории автоматического управления. Учебник в пяти томах. Т. 5. Методы современной теории автоматического управления. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004.

17. Нестеров Ю. Е. Введение в выпуклую оптимизацию. М.: Изд-во МЦНМО, 2010.

Minimax l_{∞} -Optimal at Time-Domain Linear Filtering

N. N. Makarov, nnm@sau.tsu.tula.ru, V. E. Semashkin, sveil@mail.ru, Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation

Corresponding author: Makarov Nikolay N., Ph. D., Professor,

Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation, e-mail: nnm@sau.tsu.tula.ru

Accepted on April 27, 2018

The article is devoted to one approach to optimal filtration. We consider a Wiener filter scheme. The proposed statement has two differences from the classical one. The first difference is that the input influences (useful signal and interference) are limited to the maximum absolute values, and not variances. The second difference is that the quality criterion is also the maximum absolute value, and not the variance of the error. Thus, the quadratic criterion in Wiener's formulation is replaced by a criterion in the form of the l_{∞} -norm (Chebyshev-norm). Therefore, the proposed problem is called the l_{∞} optimal filtering problem. An original way of selecting input filters for signals for this task is proposed. The method allows creating sets of signals with complex limitations of the absolute values of the signals and their derivatives. The calculation of the quality criterion reduces to Bulgakov's problem of the accumulation of perturbations. For a system with discrete time, the quality criterion is written in the form of a sum of an infinite series. Convergence conditions of the series are obtained. If the conditions of convergence are satisfied, an infinite series with any desired accuracy can be replaced by its partial sum. In this case, a quality criterion is obtained in the form of the l_1 -norm of the impulse response of the filter. It is proposed to numerically search for the impulse response of an optimal filter by the method of subgradient descent. An example of searching for a l_{∞} -optimal filter is considered. The result is compared with classic bandpass filters. The possibility of reducing the phase delay of the filter in the passband is shown.

Keywords: optimal filtering, minimax filtering, servo-systems, finite impulse response filters

For citation:

Makarov N. N., Semashkin V. E. Minimax l_{∞} -optimal at Time-Domain Linear Filtering, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 8, pp. 499–507.

DOI: 10.17587/mau.19.499-507

References

1. Isermann R. Digital control systems. Berlin: Springer-Verlag, 1981.

2. Rabiner L. R., Gold B. Theory and application of digital signal processing. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1975.

3. **Başar T., Bernhard P.** H_{∞} -Optimal Control and Related Minimax Design Problems: A Dynamic Game Approach. Springer, 2008.

4. Kurkin O. M., Korobochkin Ju. V., Shatalov S. A. *Mini-maxnaja obrabotka informacii*. (Minimax information processing), Moscow, Jenergoatomizdat, 1990 (in Russian).

5. **Cappellini V., Constantinides A. G., Emiliani P. E.** Digital filters and their applications, London, Academic Press, 1978.

6. Filimonov N. B. Problema kachestva processov upravlenija: smena optimizacionnoj paradigmy (The problem of quality of control processes: change of an optimizing paradigm), Mehatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2010, no. 12, pp. 2–10 (in Russian).

7. Polyak B. T., Shcherbakov P. S. Hard problems in linear control systems theory: Possible approaches to solution, *Automation and Remote Control*, 2005, vol. 66, iss. 5, pp. 681–718.

8. Bulgakov B. V. O nakoplenii vozmyshhenij v linejnyh kolebatelnyh sistemah s postojannymi koefficientami (About disturbances accumulation in linear oscillation systems with constant coefficients), Doklady AN SSSR, 1946, vol. 51, iss. 5, pp. 339–342 (in Russian).

9. **Bendat J.** Principles and applications of random noise theory, Wiley, 1958.

10. **Makarov N. N.** Garantirovannaja tochnost v proektirovanii sledjashhih system (Guaranteed precision in tracing system design), *Izvestija Vuzov. Jelektromehanika*, 1980, vol. 7, pp. 744–747 (in Russian).

11. Chernousko F. L. State Estimation for Dynamic Systems, CRC Press, Boca Raton, 1994.

12. Makarov N. N., Semashkin V. E. Estimation and Optimization of Maximum Deviations in Dynamical Control System under Complexly Shaped Disturbances, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2012, vol. 51, no. 3, pp. 349–365.

13. **Sprugnoli R.** Negation of binomial coefficients, Discrete Mathematics, 2008, vol. 308, pp. 5070–5077.

14. Edelman A., Strang G. Pascal Matrices, American Mathematical Monthly, 2004, vol. 111, no. 3, pp. 189–197.

15. **Poljak B. T.** Metody l_1 -optimizacii v upravlenii i filtracii. Doklad na obshhem plenarnom zasedanii (l_1 -optimization methods in control and filtering), 3-ja multikonferencija po problemam upravlenija, S.-Pb., 2010 (in Russian).

16. **Pupkov K. A., Egupov N. D., Filimonov N. B. and others.** *Metody klassicheskoj i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravlenija* (Methods of classic and modern control systems theory), vol. 5. *Metody sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravlenija* (Methods of modern control systems theory), Moscow, Publishing house of MGTU im. N. Je. Baumana, 2004 (in Russian).

17. **Nesterov Y.** Introductory lectures on convex optimization: a basic course, Kluwer, 2004.

А. Н. Жирабок, д-р техн. наук, проф., zhirabok@mail.ru, Д. Ю. Овчинников, инженер-исследователь, А. Л. Филатов, инженер-исследователь, А. Е. Шумский, д-р техн. наук, проф., Н. А. Яценко, студент, Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток, Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток

Диагностирование нелинейных динамических систем непараметрическим методом¹

Рассматривается задача поиска дефектов в технических системах, описываемых нелинейными динамическими моделями, непараметрическим методом. Для решения используется логико-динамический подход, позволяющий нелинейные системы анализировать линейными методами. Теоретические результаты демонстрируются практическим примером. **Ключевые слова:** функциональное диагностирование, нелинейные модели, непараметрический метод, поиск дефек-

тов, матрица синдромов

1. Введение

Функциональное диагностирование (ФД) является одним из мощных средств повышения эффективности эксплуатации сложных технических систем, поскольку оно позволяет проводить проверку правильности функционирования системы в процессе выполнения ею своих основных функций и оперативно поставлять информацию о возникающих сбоях и дефектах. За несколько десятилетий были разработаны разнообразные методы ФД на основе диагностических наблюдателей, соотношений паритета и методов идентификации, изучены связи между ними; в значительной мере решены задачи обеспечения робастности на основе активных и пассивных методов, использования адаптивного порога и нечеткой логики, подхода Н_∞; рассмотрены классы технических систем, описываемых различными моделями — линейными, нелинейными, сингулярными, гибридными [1-5].

В последнее десятилетие перспективным и активно используемым методом решения задач ФД стал так называемый непараметрический метод [6—9], особенность которого состоит в том, что все или некоторые параметры объекта диагностирования могут быть неизвестными. Настоящая работа, посвященная решению задачи ФД нелинейных систем, является логическим продолжением статей [8, 9], где рассматривались линейные системы.

2. Построение модели без обратных связей

Модель системы. Напомним [8, 9], что для применения непараметрического метода исходная система должна быть преобразована к форме без обратных связей. Приведение нелинейной системы к такой форме в общем случае требует применения сложного математического аппарата дифференциальной геометрии или алгебры функций. В случае ограничения класса преобразований линейными функциями решение может быть получено методами линейной алгебры на основе логико-динамического подхода (ЛДП) [2, 10]. Для возможности его применения исходная система должна быть представлена моделью в виде

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Fx(t) + Gu(t) + \\ + \sum_{i=1}^{s} D_{i}d_{i}(t) + C \begin{pmatrix} \varphi_{1}(A_{1}x(t), u(t)) \\ \dots \\ \varphi_{q}(A_{q}x(t), u(t)) \end{pmatrix}, \quad (2.1) \\ y(t) &= Hx(t). \end{aligned}$$

Здесь $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^l$ — векторы состояния, управления и выхода; F, G, C, H и D_1 , ..., D_s — известные постоянные матрицы; φ_1 , ..., φ_q — произвольные нелинейные (возможно, негладкие) функции, A_1 , ..., A_q — матрицы-строки; $d_1(t)$, ..., $d_s(t)$ — скалярные функции, описывающие дефекты: при их отсутствии $d_i(t) = 0$, при появлении *i*-го дефекта $d_i(t)$ становится неизвестной функцией времени, i = 1, 2, ..., s. Модель (2.1) может быть получена из нелинейной модели общего вида путем

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-09-00046).

ряда эквивалентных преобразований, детально описанных в работе [2].

Предполагается, что в системе возможны только однократные дефекты, возмущения для простоты не учитываются. Также будем полагать, что в состав некоторых элементов матриц $F, G, A_1, ..., A_q$ входят параметры, характеризуемые вектором $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_s)^{\mathrm{T}}$; *i*-й дефект в системе проявляется в виде отклонения *i*-го параметра от его номинального значения, что в модели (2.1) учитывается соответствующим

элементом суммы
$$\sum_{i=1}^{s} D_i d_i(t)$$
.

Напомним [2, 10], что ЛДП реализуется в три этапа, на первом из которых из модели (2.1) удаляется нелинейная составляющая, на втором рассматриваемая задача решается для линейной системы с дополнительным ограничением линейного же характера, на третьем этапе к полученному линейному решению добавляется преобразованная нелинейная составляющая.

Реализация второго этапа ЛДП. Модель, которая строится на втором этапе, в общем виде описывается матричными уравнениями

$$\begin{aligned} x_*(t+1) &= F_* x_*(t) + G_* u(t) + J y(t); \\ y_*(t) &= H_* x_*(t), \end{aligned}$$

где $x_* \in \mathbb{R}^k$ — вектор состояния модели; $x_* = \Phi x$, $y_* = \mathbb{R}y$ для некоторых матриц Φ и \mathbb{R} . Для упрощения процедуры синтеза матрицы F_* и H_* ищутся в каноническом виде

$$F_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}; \quad H_* = (1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0),$$

что приводит к покомпонентному описанию системы в виде

$$\begin{aligned} x_{*i}(t+1) &= x_{*i+1}(t) + J_i y(t) + G_{*i} u(t), \\ i &= 1, 2, \dots, k-1; \\ x_{*k}(t+1) &= J_k y(t) + G_{*k} u(t); \\ y_*(t) &= x_{*1}(t). \end{aligned} \tag{2.2}$$

Здесь $J_1, ..., J_k, G_{*1}, ..., G_{*k}$ — строки матриц Jи G_* соответственно, некоторые элементы которых зависят от параметров, характеризуемых вектором $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_s)^T$; $x_{*i} - i$ -я компонента вектора состояния x_* ; $x_{*i} = \Phi_i x$, $\Phi_i - i$ -я строка матрицы Φ , i = 1, 2, ..., k. Известно [2], что приведенные выше матрицы удовлетворяют уравнениям

$$RH = \Phi_1, \ \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_i H,$$

$$i = 1, \ \dots, \ k - 1, \ \Phi_k F = J_k H.$$
 (2.3)

Для решения задачи поиска дефектов необходимо построить банк моделей вида (2.2), каждая из которых должна быть нечувствительна к некоторой группе дефектов и чувствительна к остальным. Для принятия решения о возникшем дефекте используется матрица синдромов *S*, которая определяется следующим образом. Для параметра γ_i строится вектор-синдром *S_i* по следующему правилу: если этот параметр входит в описание υ-й подсистемы, полагаем *S_{iv}* = 1, в противном случае *S_{iv}* = 0, *i* = 1, 2, ..., *s*.

Совпадение синдромов S_i и S_j для некоторых параметров γ_i и γ_j означает, что *i*-й и *j*-й дефекты в рамках рассматриваемого подхода неразличимы. В этом случае параметры γ_i и γ_j помещаются в одно множество Γ_c для некоторого *c*. Параметры, имеющие индивидуальные синдромы, образуют множества, включающие в себя только один параметр. В результате компоненты вектора параметров $\gamma = (\gamma_1, \gamma_s, ..., \gamma_s)^T$ раскладываются в семейство непересекающихся множеств $\Gamma = {\Gamma_1, \Gamma_s, ..., \Gamma_d}$. Матрица синдромов *S* строится из множества векторов-синдромов, соответствующих различимым дефектам, как из столбцов.

Будем полагать, что рассматриваемая модель должна быть нечувствительна к *i*-му дефекту, что обеспечивается условием $\Phi D_i = 0$. В работах [8, 9] показано, что матрица *R* и строки матрицы *J* в этом случае могут быть определены из уравнения

$$(R - J_1 - J_2 \dots - J_k)(U^{(k)} B^{(k)}) = 0, \qquad (2.4)$$

где

$$U^{(k)} = \begin{pmatrix} HF^{k} \\ HF^{k-1} \\ \cdots \\ H \end{pmatrix};$$

$$B^{(k)} = \begin{pmatrix} HD_{i} & HFD_{i} & HF^{2}D_{i} & \cdots & HF^{k-1}D_{i} \\ 0 & HD_{i} & HFD_{i} & \cdots & HF^{k-2}D_{i} \\ 0 & 0 & HD_{i} & \cdots & HF^{k-3}D_{i} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}.$$

Минимальное значение размерности k, при котором это уравнение имеет нетривиальные решения, определяется условием

$$\operatorname{rank}(U^{(k)} B^{(k)}) < l(k+1).$$
 (2.5)

При его выполнении найдется вектор-строка ($R - J_1 - J_2 \dots - J_k$), удовлетворяющая уравнению (2.4), и по формулам (2.3) определяются строки матрицы Ф.

Дополнительное ограничение на матрицу Ф в ЛДП имеет вид

$$A = A_* \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

для некоторой матрицы A_* , где $A = (A_1^{\mathsf{T}} \dots A_q^{\mathsf{T}})^{\mathsf{T}}$. Нетрудно видеть, что оно эквивалентно условию

$$\operatorname{rank}\begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} = \operatorname{rank}\begin{pmatrix} \Phi \\ H \\ A \end{pmatrix}.$$
 (2.7)

После определения вектор-строки $(R - J_1 - J_2 \dots - J_k)$ и матрицы Ф проверяется условие (2.7), при его выполнении рассчитывается матрица $G_* = \Phi G$ и строится модель в виде (2.2). Если условие (2.7) не выполняется, находится другое решение уравнения (2.4) при прежней или увеличенной размерности k; невыполнение этого условия при всех k < n означает, что модели, не чувствительной к *i*-му дефекту (т. е. не содержащей *i*-й компоненты вектора параметров), не существует.

Реализация третьего этапа ЛДП. Далее будем полагать, что условие (2.7) выполняется, т. е. уравнение (2.6) имеет решение. Для построения нелинейной составляющей заметим, что она описывается выражением

$$C_* \begin{pmatrix} \psi_1(A_{*1}z(t), u(t)) \\ \dots \\ \psi_q(A_{*q}z(t), u(t)) \end{pmatrix}, \qquad (2.8)$$

где $z = \begin{pmatrix} x_* \\ y \end{pmatrix}$; строка A_{*_i} определяется из уравнения

$$A_i = A_{*i} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix}, \ i = 1, 2, ..., q,$$

соответствующего (2.6); $C_* = \Phi C$. Если выражение (2.8) имеет вид, соответствующий правым частям модели (2.2), т. е. не содержит обратных связей, составляющая (2.8) добавляется к ранее построенной линейной части (2.2). В противном

случае следует найти другое решение уравнения (2.4) при прежней или увеличенной размерности и проделать описанные выше операции.

Отметим, что если все строки матрицы *А* линейно выражаются через строки матрицы *H*, то выражение (2.8) заведомо имеет требуемый вид. Если это условие не выполняется, добиться его выполнения можно путем расширения вектора выхода исходной системы. Детальное рассмотрение этого вопроса, однако, выходит за рамки настоящей работы.

Модель, полученную после подстановки выражения (2.8), не содержащего обратных связей, в уравнения (2.2), представим в виде

$$\begin{aligned} x_{*1}(t+1) &= f_{*}^{(1)}(x_{*2}(t), y(t), u(t)); \\ x_{*i}(t+1) &= f_{*}^{(i)}(x_{*i+1}(t), y(t), u(t)); \\ x_{*k}(t+1) &= f_{*}^{(k)}(y(t), u(t)); \\ y_{*}(t) &= x_{*1}(t). \\ i &= 2, 3, ..., k-1. \end{aligned}$$
(2.9)

Отметим, что в общем случае модель (2.9), не содержащая обратных связей, имеет более сложный вид, в частности, правая часть уравнения для x_{*i} может содержать переменные $x_{*i+1}, ..., x_{*k}, i = 1, 2, ..., k - 1.$

3. Непараметрический метод

Приведение к вход-выходному описанию. Для применения непараметрического метода выполним в представлении (2.9) ряд временных сдвигов и подстановок:

$$\begin{aligned} x_{*1}(t+2) &= f_{*}^{(1)}(x_{*2}(t+1), y(t+1), u(t+1)) = \\ &= f_{*}^{(1)}(f_{*}^{(2)}(x_{*3}(t), y(t), u(t)), y(t+1), u(t+1)); \\ x_{*1}(t+3) &= f_{*}^{(1)}(f_{*}^{(2)}(f_{*}^{(3)}(x_{*4}(t), y(t), u(t)), \\ y(t+1), u(t+1)), y(t+2), u(t+2)); \end{aligned}$$
(3.1)

$$y_*(t+k) = x_{*1}(t+k) = F_*(y(t), u(t),$$

y(t+1), u(t+1), ..., y(t+k-1), u(t+k-1))

для некоторой функции F_{*}.

Будем полагать, что функция *F*^{*} представляет собой сумму нелинейных членов вида

$$\begin{split} F_* &= \sum_{i=1}^p \Gamma_i(\gamma) P_i(y(t), u(t), y(t+1), u(t+1), \\ &\dots, y(t+k-1), u(t+k-1)), \end{split}$$

где $\Gamma_i(\gamma)$ — алгебраическое выражение, представляющее собой функцию элементов вектора параметров γ , значения которых могут быть неизвестными, функция $P_i(*)$ может содержать только такие элементы вектора γ , значения которых известны, i = 1, 2, ..., p, p — число слагаемых. Отметим, что искомое представление всегда может быть получено для полиномиальных функций. Если функция $P_i(*)$ содержит параметр, значение которого может быть неизвестно, то для возможности применения непараметрического метода ее следует представить степенным рядом, коэффициенты которого будут зависеть от этого параметра.

Из сказанного следует, что последнее выражение в (3.1) может быть записано в виде

$$y_{*}(t) = F_{*}(y(t-1), u(t-1), \dots, y(t-k), u(t-k)) =$$

$$= (\Gamma_{1}(\gamma) \quad \Gamma_{2}(\gamma) \quad \dots \quad \Gamma_{p}(\gamma)) \begin{pmatrix} P_{*1}(t-1, \dots, t-k) \\ P_{*2}(t-1, \dots, t-k) \\ \dots \\ P_{*p}(t-1, \dots, t-k) \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

где $P_{*i}(t-1, ..., t-k) := P_i(y(t-1), u(t-1), ..., y(t-k), u(t-k))$. Имея в виду последнее представление, запишем, как и в линейном случае [8, 9], выражение для значения величины y_* для T моментов времени:

$$Y_T(t) = (y_*(t) \ y_*(t-1) \ \dots \ y_*(t-T+1)) = = (\Gamma_1(\gamma) \ \Gamma_2(\gamma) \ \dots \ \Gamma_p(\gamma)) P_T(t),$$

где

Характерной особенностью полученного выражения является то, что параметры, значения которых могут быть неизвестны, находятся в строке ($\Gamma_1(\gamma)$ $\Gamma_2(\gamma)$... $\Gamma_p(\gamma)$), строка $Y_T(t)$ и матрица $P_T(t)$ зависят только от измеряемых значений векторов управления и выхода и элементов вектора γ , значения которых известны. Последнее позволяет осуществлять диагностирование с использованием строки $Y_T(t)$ и матрицы $P_T(t)$, т. е. без знания значений ряда или всех параметров системы. *Генерация невязки.* Для генерации невязки, на основе которой принимается решение о возникших дефектах, может быть использовано несколько методов, рассмотренных в работе [9] применительно к линейным системам. Не останавливаясь на этом, приведем только конечное выражение для одного из них:

$$r_T(t) = Y_T(t)v(T), v(T) \in \ker(P_T(t)).$$

Значение временного окна T выбирается из условия $T \ge p + 1$. Отметим, что невязка $r_T(t)$ генерируется для каждого момента t, т. е. временное окно является скользящим.

При решении задачи поиска дефектов необходимо построить банк преобразованных моделей, каждая из которых будет чувствительна к одной группе дефектов и нечувствительна к остальным. Соответствующая процедура описана в работе [2], отметим только, что ее результатом является банк преобразованных моделей и матрица синдромов, на основе которой принимается решение об отсутствии или наличии в системе дефектов.

4. Альтернативный подход

В случае, когда выражение (2.8) не удается привести к виду, не содержащему обратных связей, вход-выходная модель, тем не менее, во многих случаях может быть построена. Рассмотрим это детально, полагая, что после подстановки выражения (2.8) в (2.2) получаются уравнения в общем виде:

$$x_{*1}(t+1) = f_{*1}(x_{*}(t), y(t), u(t));$$

...
$$x_{*k}(t+1) = f_{*k}(x_{*}(t), y(t), u(t));$$

$$y_{*}(t) = x_{*1}(t).$$

(4.1)

Построение вход-выходной модели. Для простоты рассмотрим случай k = 3 и перепишем уравнения (4.1), используя обозначения $x_*^+ = x_*(t+1), x_* = x_*(t), u = u(t), y = y(t)$:

$$\begin{aligned} x^+_{*1} &= f_{*1}(x_*, y, u) = f_{*1}(y_*, x_{*2}, x_{*3}, y, u); \\ x^+_{*2} &= f_{*2}(x_*, y, u) = f_{*2}(y_*, x_{*2}, x_{*3}, y, u); \\ x^+_{*3} &= f_{*3}(x_*, y, u) = f_{*3}(y_*, x_{*2}, x_{*3}, y, u); \\ y_* &= x_{*1}. \end{aligned}$$

Выполним в последнем уравнении два временных сдвига:

$$y_{*}^{+} = x_{*1}^{+} = f_{*1}(y_{*}, x_{*2}, x_{*3}, y, u);$$

$$y_{*}^{++} = f_{*1}(y_{*}^{+}, f_{*2}(y_{*}, x_{*2}, x_{*3}, y, u);$$

$$f_{*3}(y_{*}, x_{*2}, x_{*3}, y, u), y^{+}, u^{+}).$$
(4.2)

Введем следующие обозначения:

$$\hat{h}_{*}(\overline{x}_{*}) = \\ = \begin{pmatrix} f_{*1}(y_{*}, \overline{x}_{*}, y, u) \\ f_{*1}(y_{*}^{+}, f_{*2}(y_{*}, \overline{x}_{*}, y, u), f_{*3}(y_{*}, \overline{x}_{*}, y, u), y^{+}, u^{+} \end{pmatrix}; \\ \overline{x}_{*} = \begin{pmatrix} x_{*2} \\ x_{*3} \end{pmatrix}.$$

Известно, что если

$$\operatorname{rank}\left(\frac{\partial \hat{h}_*(\overline{x}_*)}{\partial \overline{x}_*}\right) = 2$$

почти везде, то уравнения (4.2) разрешимы относительно переменных x_{*2} и x_{*3} в виде

$$x_{*2} = \overline{f}_{*2}(y_*, y_*^+, y_*^{++}, y, y^+, u, u^+);$$

$$x_{*3} = \overline{f}_{*3}(y_*, y_*^+, y_*^{++}, y, y^+, u, u^+)$$

для некоторых функций \overline{f}_{*2} и \overline{f}_{*3} . Проведем дополнительный сдвиг в y_{*}^{++} и заменим переменные x_{*2} и x_{*3} в полученной формуле для y_{*}^{+++} функциями \overline{f}_{*2} и \overline{f}_{*3} соответственно. В результате этих действий получится выражение в форме последнего выражения в (3.1).

Иллюстративный пример. Рассмотрим систему

$$\begin{aligned} x_1(t+1) &= \gamma_1 x_2(t); \\ x_2(t+1) &= x_2(t) x_4(t) + u_1(t); \\ x_3(t+1) &= x_1(t) x_5(t); \\ x_4(t+1) &= \gamma_2 x_3(t) x_5(t) + u_2(t); \\ x_5(t+1) &= x_3(t) x_4(t); \\ y_1(t) &= x_2(t); \\ y_2(t) &= x_3(t). \end{aligned}$$

Можно показать, что модель, нечувствительная к параметру γ_1 , описывается уравнениями с обратными связями

$$\begin{aligned} x_{*1}(t+1) &= y_1(t)x_{*3}(t);\\ x_{*2}(t+1) &= \gamma_2 x_{*1}(t)x_{*3}(t) + u_2(t);\\ x_{*3}(t+1) &= x_{*1}(t)x_{*2}(t);\\ y_{*}(t) &= x_{*1}(t). \end{aligned}$$
где $x_{*1} := x_3, \ x_{*2} := x_4, \ x_{*3} := x_5, \ y_{*} = y_2. \end{aligned}$

Выполним в выражении для *y*^{*} = *y*₂ два временных сдвига:

$$y_*^+ = y_2^+ = x_{*1}^+ = y_1 x_{*3};$$

$$y_2^{++} = y_1^+ x_{*3}^+ = y_1^+ x_{*1} x_{*2} = y_1^+ y_2 x_{*2}.$$

Очевидно, что полученная система уравнений разрешима относительно x_{*2} и x_{*3} в виде

$$x_{*2} = y_2^{++}/(y_1^+y_2); x_{*3} = y_2^+/y_1.$$

В результате получаем вход-выходную модель

$$y_2^{+++} = y_1^{++}y_2^+x_{*2}^+ = y_1^{++}y_2^+(\gamma_2 x_{*1}x_{*3} + u_2) =$$

= $y_1^{++}y_2^+(\gamma_2 y_2 y_2^+/y_1 + u_2).$

Эвристический подход. Если в уравнение (4.1) входят негладкие функции, описанный подход не может быть применен. Тогда для приведения модели к вход-выходной форме в ряде случаев могут быть использованы эвристические методы. Рассмотрим это на примере. Пусть модель (4.1) при k = 3 описывается уравнениями

$$\begin{aligned} x_{*1}^{+} &= x_{*2} + f_{*1}(x_{*1}) + J_{*1}y + G_{*1}u; \\ x_{*2}^{+} &= x_{*3} + f_{*2}(x_{*2}) + J_{*2}y + G_{*2}u; \\ x_{*3}^{+} &= f_{*3}(x_{*3}) + J_{*3}y + G_{*3}u; \\ y_{*} &= x_{*1}, \end{aligned}$$

где f_{*1} , f_{*2} , f_{*3} — произвольные, в том числе негладкие функции. Проведем несколько временных сдвигов и подстановок для переменной y_* :

$$y_{*}^{++} = x_{*2}^{+} + f_{*1}(x_{*1}^{+}) + J_{*1}y^{+} + G_{*1}u^{+} =$$

$$= f_{*1}(y_{*}^{+}) + J_{*1}y^{+} + G_{*1}u^{+} + x_{*3} +$$

$$+ f_{*2}(x_{*2}) + J_{*2}y + G_{*2}u;$$

$$y_{*}^{+++} = f_{*1}(y_{*}^{++}) + J_{*1}y^{++} + G_{*1}u^{++} + x_{*3}^{+} +$$

$$+ f_{*2}(x_{*2}^{+}) + J_{*2}y^{+} + G_{*2}u^{+} =$$

$$= f_{*1}(y_{*}^{++}) + J_{*1}y^{++} + J_{*2}y^{+} + G_{*1}u^{++} +$$

$$+ G_{*2}u^{+} + f_{*2}(x_{*2}^{+}) + f_{*3}(x_{*3}) + J_{*3}y + G_{*3}u.$$

Найдем сумму $x_{*3} + f_{*2}(x_{*2}) + J_{*2}y + G_{*2} = x_{*2}^+$ из выражения для y_*^{++} :

$$x_{*2}^{+} = x_{*3} + f_{*2}(x_{*2}) + J_{*2}y + G_{*2} =$$

= $y_{*}^{*+} - f_{*1}(y_{*}^{*}) - J_{*1}y^{+} - G_{*1}u^{+}$

и подставим ее вместо аргумента функции f_{*2} в уравнении для y_{*}^{+++} :

$$y_{*}^{+++} = f_{*1}(y_{*}^{++}) + J_{*1}y^{++} + J_{*2}y^{+} + G_{*1}u^{++} + G_{*2}u^{+} + f_{*2}(y_{*}^{++} - f_{*1}(y_{*}^{+}) - J_{*1}y^{+} - G_{*1}u^{+}) + f_{*3}(x_{*3}) + J_{*3}y + G_{*3}u.$$

Далее из последнего уравнения найдем выражение для суммы $f_{*3}(x_{*3}) + J_{*3}y + G_{*3}u$, запишем формулу для y_*^{++++} и подставим найденную сумму вместо аргумента функции f_{*3} в выражении для y_*^{++++} . В силу громоздкости получаемого выражения оно не приводится, но нетрудно видеть, что после такой подстановки правая часть конечного выражения для y_*^{++++} будет содержать только временные сдвиги переменных y_* , y и u, что и требуется для применения непараметрического метода.

5. Практический пример

Рассмотрим дискретизированную нелинейную модель электропривода с учетом сухого трения:

$$x_1^+ = \gamma_1 x_2 + x_1;$$

$$x_2^+ = \gamma_2 x_3 + \gamma_3 \text{sign}(x_2) + x_2;$$

$$x_3^+ = \gamma_4 x_2 + \gamma_5 x_3 + \gamma_6 u,$$

где x_1 — угол поворота вала нагрузки; x_2 — угловая скорость вращения вала двигателя; x_3 — ток якоря; параметры $\gamma_1 - \gamma_6$ представляют характеристики электропривода и интервал дискретизации.

Из вида приведенной модели следует, что параметры γ_2 , γ_3 и $\gamma_4 - \gamma_6$ одинаковым образом влияют на переменные x_2^+ и x_3^+ соответственно, поэтому получаем три класса попарно неразличимых дефектов: $\Gamma_1 = \{\gamma_1\}, \Gamma_2 = \{\gamma_2, \gamma_3\}$ и $\Gamma_3 = \{\gamma_4, \gamma_5, \gamma_6\}.$

Предполагая, что измеряемыми переменными являются *x*₁ и *x*₃, получим ЛДП описание модели:

$$F = \begin{pmatrix} 1 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & 1 & \gamma_2 \\ 0 & \gamma_4 & \gamma_5 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma_6 \end{pmatrix},$$
$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma_3 \\ 0 \end{pmatrix},$$
$$A = (0 \quad 1 \quad 0), \quad D_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Следуя логико-динамическому подходу, удалим нелинейный член из модели и рассмотрим ее линейную часть. Непосредственные вычисления для первого дефекта дают решение уравнения (2.4) в виде

$$(R - J_1 - J_2) = (0 \ 1 \ 0 - (1 + \gamma_5) \ 0 - (\gamma_2 \gamma_4 - \gamma_5)),$$

откуда

$$\Phi_1 = (0 \ 0 \ 1), \ \Phi_2 = (0 \ \gamma_4 \ -1), \ G_* = \begin{pmatrix} \gamma_6 \\ -\gamma_6 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно проверить, что условие (2.7) выполняется, и матрицу A_* можно принять в виде $A_* = (0 \ 1/\gamma_4 \ 0 \ 1)$, кроме того, $C_* = \Phi C = \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma_3 \gamma_4 \end{pmatrix}$.

В результате нелинейная преобразованная модель описывается уравнениями

$$\begin{aligned} x_{*1}^+ &= x_{*2} + (1 + \gamma_5)y_2 + \gamma_6 u, \\ x_{*2}^+ &= (\gamma_2 \gamma_4 - \gamma_5)y_2 - \gamma_6 u + \gamma_3 \gamma_4 \text{sign}((y_2 + x_{*2})/\gamma_4), \\ y_* &= x_{*1} = y_2, \end{aligned}$$

где $x_{*1} = x_3$, $x_{*2} = \gamma_4 x_2 - x_3$. Временные сдвиги дают следующее:

$$y_{2}(t+1) = x_{*2}(t) + (1+\gamma_{5})y_{2}(t) + \gamma_{6}u(t);$$

$$y_{2}(t+2) = (\gamma_{2}\gamma_{4} - \gamma_{5})y_{2}(t) - \gamma_{6}u(t) + + \gamma_{3}\gamma_{4}\text{sign}((y_{2}(t) + x_{*2}(t))/\gamma_{4}) + + (1+\gamma_{5})y_{2}(t+1) + \gamma_{6}u(t+1).$$

Из выражения для $y_2(t + 2)$ следует, что сумма первых трех слагаемых в его правой части равна $y_2(t + 2) - (1 + \gamma_5)y_2(t + 1) - \gamma_6 u(t + 1)$. Имея это в виду, приведем выражение для $y_2(t + 3)$:

$$y_{2}(t+3) = (\gamma_{2}\gamma_{4} - \gamma_{5})y_{2}(t+1) - \gamma_{6}u(t+1) + + (1+\gamma_{5})y_{2}(t+2) + \gamma_{6}u(t+2) + + \gamma_{3}\gamma_{4}sign((y_{2}(t+1) + y_{2}(t+2) - - (1+\gamma_{5})y_{2}(t+1) - \gamma_{6}u(t+1))/\gamma_{4}).$$

Поскольку функция sign содержит параметры γ_4 , γ_5 и γ_6 , для применения непараметрического метода их значения должны быть известны.

Выражения для остальных сдвигов могут быть получены по аналогии. Так как последнее выражение содержит пять слагаемых, то p = 5 и T = 6. Обозначим функцию sign(*) в последнем выражении через z(t) и запишем его в виде (3.2), приняв $y_* = Ry = y_2$:

$$\begin{aligned} Y_6(t) &= \\ &= (y_2(t) \ y_2(t-1) \ y_2(t-2) \ y_2(t-3) \ y_2(t-4) \ y_2(t-5)) = (5.1) \\ &= (\gamma_2 \gamma_4 \ -\gamma_5 \ -\gamma_6 \ 1+\gamma_5 \ \gamma_6 \ \gamma_3 \gamma_4) P_6(t), \end{aligned}$$

где

$$P_{6}(t) = \begin{pmatrix} y_{2}(t-2) & y_{2}(t-3) & y_{2}(t-4) & y_{2}(t-5) & y_{2}(t-6) & y_{2}(t-7) \\ u(t-2) & u(t-3) & u(t-4) & u(t-5) & u(t-6) & u(t-7) \\ y_{2}(t-1) & y_{2}(t-2) & y_{2}(t-3) & y_{2}(t-4) & y_{2}(t-5) & y_{2}(t-6) \\ u(t-1) & u(t-2) & u(t-3) & u(t-4) & u(t-5) & u(t-6) \\ z(t-3) & z(t-4) & z(t-5) & z(t-6) & z(t-7) & z(t-8) \end{pmatrix}$$

Невязка формируется в виде $r_6^{(1)}(t) = Y_6^{(1)}(t)v(6)$, $v(6) \in \ker(P_6^{(1)}(t))$.

Можно показать, что условие (2.7) для второго дефекта не выполняется. Выполняя требуемые действия для третьего дефекта, получаем следующую преобразованную модель:

$$x_{*1}^{+} = x_{*2} + 2y_{1};$$

$$x_{*2}^{+} = -y_{1} + \gamma_{1}\gamma_{2}y_{2} + \gamma_{1}\gamma_{3}\text{sign}((y_{1} + x_{*2})/\gamma_{1});$$

$$y_{*1} = x_{*1} = y_{1},$$

где $x_{*1} = x_1$, $x_{*2} = \gamma_1 x_2 - x_1$. Проведя аналогичные временные сдвиги и преобразования для переменной y_1 , можно заметить, что в результирующем выражении функция sign содержит параметр γ_1 , поэтому для применения непараметрического метода его значение должно быть известно. Невязка $r^{(2)}$ формируется по аналогии с $r^{(1)}$.

Нетрудно видеть, что матрица синдромов в рассматриваемом примере имеет вид

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{5.2}$$

где строки соответствуют невязкам $r^{(1)}$ и $r^{(2)}$, столбцы — множествам $\Gamma_1 = \{\gamma_1\}, \Gamma_2 = \{\gamma_2, \gamma_3\}$ и $\Gamma_3 = \{\gamma_4, \gamma_5, \gamma_6\}.$



Для моделирования при-
мем
$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_6 = 1$$
, $\gamma_3 = \gamma_4 = \gamma_5 = -1$, $u(t) = 2\sin(t/10)$. На
рисунке представлены ре-
зультаты моделирования на
основе выражения (5.1), когда
 $\gamma_1 = 1,2$ в момент $t = 40$ и
 $\gamma_2 = 1,2$ в момент $t = 70$; вид-

но, что невязка $r^{(1)}$ нечувствительна к первому параметру и чувствительна ко второму, что соответствует матрице (5.2).

Заключение

В работе предложен метод решения задачи поиска дефектов для технических систем, описываемых нелинейными моделями, на основе непараметрического метода. Особенность этого метода состоит в том, что все или некоторые параметры объекта диагностирования могут быть неизвестными. Для решения задачи в работе был использован логико-динамический подход, позволяющий решить задачу для нелинейных систем с использованием только линейных методов.

Список литературы

1. **Мироновский Л. А.** Функциональное диагностирование динамических систем. М.-СПб.: МГУ-ГРИФ, 1998.

2. Шумский А. Е., Жирабок А. Н. Методы и алгоритмы диагностирования и отказоустойчивого управления динамическими системами. Владивосток: Изд. ДВГТУ, 2009.

3. Шумский А. Е., Жирабок А. Н., Гаджиев Ч. Диагностирование и отказоустойчивое управление динамическими системами. Электронное издание. Владивосток: Изд. ДВФУ, 2016. 178 с.

4. Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M. Diagnosis and fault tolerant control. New York: Springer-Verlag, 2003.

5. Simani S., Fantuzzi C., Patton R. Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identification. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2002.

6. Шумский А. Функциональное диагностирование нелинейных динамических систем с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. 2009. № 2. С. 172—184.

7. **Ding S.** Data-driven Design of Fault Diagnosis and Faulttolerant Control Systems. London: Springer-Verlag, 2014.

8. Жирабок А. Н., Соляник С. П., Павлов С. В. Подход к диагностированию линейных систем непараметрическим методом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. № 8. С. 507—515.

9. Жирабок А. Н., Шумский А. Е., Павлов С. В. Диагностирование линейных динамических систем непараметрическим методом // Автоматика и телемеханика. 2017. № 7. Т. 18. С. 3—21.

10. Жирабок А. Н., Кучер Д. Н., Филаретов В. Ф. Обеспечение робастности при диагностировании нелинейных систем // Автоматика и телемеханика. 2010. № 1. С. 159—173.

Fault Diagnosis in Nonlinear Dynamic Systems by Non-Parametric Method

A. N. Zhirabok, zhirabok@mail.ru, D. Yu. Ovchinnikov, otdel-n13@mail.ru,
 A. L. Filatov, mygryphon@gmail.com, A. Ye. Shumsky, a.e.shumsky@yandex.com, N. A. Yatsenko
 Far Eastern Federal University. Vladivostok, 690950. Russian Federation

Corresponding author: **Zhirabok A. N.,** Dr. of Sci., Professor, Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation, e-mail: zhirabok@mail.ru

Accepted on March 02, 2018

The problem of fault diagnosis in technical systems described by nonlinear dynamic models based on non-parametric method is considered. The feature of this method for linear systems is that knowledge of the system parameter values is not required for purpose of diagnosis; it is sufficient to know only the dimensions of input, state, and output vectors of the system. Thus, this method provides active robustness which is concentrated on the stage of residual generation to make the residual insensitive to uncertainties and, simultaneously, sensitive to faults. The objective of the present paper is to extend the known non-parametric method to nonlinear discrete-time systems with non-smooth nonlinearities. A solution is based on so-called logic-dynamic approach using only linear methods to solve the problem for nonlinear systems. To isolate faults, special canonical form of the models which of them is invariant with respect to some fault and sensitive to other ones is used. The redundancy relations based on these models are obtained. The feature of the suggested solution is that to check the redundancy relations, it is necessary to find a kernel of some matrix of functionals which is constructed on-line by processing the system inputs and outputs measured over a finite time window, i.e. without knowledge of all system parameter values. To decrease computational complexity, it is suggested to calculate time window based on the structure of matrices describing each model. For decision making, matrix of syndromes is used. Theoretical results are demonstrated by illustrative and practical examples.

Keywords: fault diagnosis, nonlinear models, non-parametric method, fault isolation, matrix of syndromes

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Scientific Foundation, project no. 16-19-00046.

For citation:

Zhirabok A. N., Ovchinnikov D. Yu., Filatov A. L., Shumsky A. Ye., Yatsenko N. A. Fault Diagnosis in Nonlinear Dynamic Systems by Non-Parametric Method, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 8, pp. 508–515.

DOI: 10.17587/mau.19.508-515

References

1. **Mironivskii L. A.** *Funkcionalnoe diagnostirovanie dinamicheskih sistem* (Functional diagnosis in dynamic systems), Moscow, Publishing house of MSU, 1998, 256 p. (in Russian).

2. Shumsky A., Zhirabok A. Metody i algoritmy diagnostirovaniya i otkazoustoichivogo upravleniya dinamicheskimi sistemami (Methods and algorithms for fault diagnosis and fault tolerant control in dynamic systems), Vladivostok, Publishing house of FESTU, 2009, 196 p. (in Russian).

3. Shumsky A., Zhirabok A., Hadjiev C. Diagnostirovanie i otkazoustoichivoe upravlenie dinamicheskimi sistemami (Fault diag-

nosis and fault tolerant control in dynamic systems), Vladivostok, Publishing house of FEFU, 2016, 178 p. (in Russian).

4. Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M. Diagnosis and fault tolerant control, New York, Springer-Verlag, 2003.

5. Simani S., Fantuzzi C., Patton R. Model-based fault diagnosis in dynamic systems using identification, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2002.

6. **Shumsky A.** Functional diagnosis in time delay nonlinear dynamic systems, *Automation and Remote Control*, 2009, vol. 70, pp. 172–184 (in Russian).

7. Ding S. Data-driven design of fault diagnosis and faulttolerant control Systems, London, Springer-Verlag, 2014.

8. Zhirabok A., Solyanik S., Pavlov S. Podhod k diagnostirovaniya lineinyh sistem neparametriheskim metodom (Approach to fault diagnosis in the linear systems by the non-parametric method), Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2016, vol. 17, pp. 507–515 (in Russian).

9. Zhirabok A., Shumsky A., Pavlov S. Fault diagnosis in linear dynamic systems by the non-parametric method, *Automation and Remote Control*, 2017, vol. 78, pp. 1173–1188 (in Russian).

10. Zhirabok A., Kucher D., and Filaretov V. Achieving robustness at diagnosis of nonlinear systems, *Automation and Remote Control*, vol. 71, 2010, pp. 142–155 (in Russian).

П. А. Будко, д-р техн. наук, проф., Budko-62@mail.ru, ПАО "Интелтех", г. Санкт-Петербург, А. П. Веселовский, канд. техн. наук, доц., A_Veselovskiy@mail.ru, А. М. Винограденко, канд. техн. наук, доц., Vinogadenko.a@inbox.ru, Л. И. Косарева, канд. физ.-мат. наук, доц., Kosareva_LI@mail.ru, Военная академия связи им. С. М. Буденного, г. Санкт-Петербург

Регулирование напряжения в преобразователях высокочастотными импульсами с изменяющейся скважностью

Приведен анализ способов регулирования напряжения. Показаны способ получения регулируемого переменного напряжения и устройство, его реализующее, которое позволяет достичь существенного сокращения массогабаритных показателей блоков питания различных устройств. Представлена функциональная схема электронного преобразователя. Выполнение принципиальной схемы возможно на основе способа модулирования выходного напряжения высокочастотными импульсами с изменяющейся скважностью средствами импульсной электроники. Приведены формулы для расчета гармонических составляющих ряда Фурье при произвольном представлении модулируемой кривой последовательностью импульсов. В ходе исследований получены графики первых пяти гармоник и постоянной составляющей, а также кривой сложения этих гармоник, форма которой при скважности, равной двум (пропорциональна исходной кривой и близка к синусоиде), подтверждает правильность расчетов. Также представлены регулировочная кривая среднего значения напряжения двухполупериодного однофазного выпрямителя в зависимости от скважности импульсов и огибающие амплитуд гармоник, начальных фаз гармоник в зависимости от их номера. Устранение высокочастотных составляющих требует установки соответствующих фильтров. Определено: чем выше частота модуляции, тем легче устранение гармоник, составляющих спектр на выходе преобразователя. Отмечается уменьшение фазового угла с нарастанием гармоник до десятой, а затем — снова увеличение и спад до тридцатой гармоники. Нулевые уровни начальных фаз наблюдаются при максимальных значениях амплитуд. Разработанное устройство относится к преобразователям переменного напряжения в переменное АС—АС, однако подобное преобразование может быть использовано в устройствах для получения переменного напряжения из постоянного DC—AC и других в электро- и радиотехнике.

Ключевые слова: электронный преобразователь, модуляция, высокочастотные импульсы, разложение в ряд Фурье

Введение

Изменение действующего значения переменного напряжения опирается на использование ряда классических способов регулирования напряжения [1—13]. Так, возможно регулирование выходного напряжения с помощью электрического автотрансформатора, недостатком которого является наличие гальванической связи между выходом и входом, а также значительные массогабаритные показатели, превышающие электронный вариант в 2...4 раза.

В широтно-импульсном способе (ШИМ широтно-импульсная модуляция) регулирование переменного напряжения имеет недостаток, заключающийся в том, что часть синусоиды переменного напряжения исключается из работы, что приводит к появлению высокочастотных гармоник.

В случае модуляции синусоидальной или другой формы напряжения модулирующими импульсами может изменяться его среднее или действующее значение [1—3].

При ШИМ формирование кривой выходного напряжения может быть определено последовательностью импульсов разной длительности и полярности. Длительность составляющих импульсов изменяется таким образом, что их среднее значение должно изменяться по заданному закону.

В работе [3] приведены формулы разложения в ряд Фурье синусоидальной кривой напряжения, составленной из четырех импульсов одинаковой длительности λ на полупериоде кривой выходного напряжения (рис. 1) с учетом, что угол β_i является центром составляющих импульсов:

$$U_{H(n)\max} =$$

$$= \frac{4E}{n\pi} \left(\cos n\beta_1 \cos n\frac{\lambda}{2} - \sin n\beta_1 \sin n\frac{\lambda}{2} + \cos n\beta_2 \cos n\frac{\lambda}{2} - \sin n\beta_2 \sin n\frac{\lambda}{2} \right) =$$
(1)
$$= \frac{8E}{n\pi} (\sin n\beta_1 + \sin n\beta_2) \sin n\frac{\lambda}{2}.$$

В общем случае при *n* однополярных импульсах на полупериоде кривой выходного напряжения амплитуду *n*-й гармоники находят из выражения

$$U_{\rm H(n)\,max} = \frac{8E_d}{n\pi} \sin n \frac{\lambda}{2} \sum_{k=1}^{m} \sin n\beta_k, \qquad (2)$$

где k = 1, 2, 3, ..., m.

Приравнивая к нулю выражение, стоящее под знаком суммы (2), находят углы β , соответствующие центрам составляющих импульсов, при которых исключаются наиболее весомые гармоники [3].

Возможность регулирования и трансформации напряжения без изменения его формы заключается в модулировании напряжения высокочастотными импульсами с изменяющейся скважностью [4, 5]. В результате действующее значение напряжения $U_{\rm Bbix}$ на выходе трансформатора оценивается как

$$U_{\rm BMX} = 0,707 U_{\rm BX\ max}/kQ,$$
 (3)

где $U_{\rm вых}$ — выходное действующее значение напряжения; $U_{\rm вx\ max}$ — входное максимальное значение напряжения; Q — скважность модулирующих импульсов; k — коэффициент трансформации.

Целью статьи является исследование возможности регулирования выходного напряжения в электронных преобразователях переменного и постоянного напряжения (DC—DC, DC—AC, AC—AC) при модулировании высокочастотными импульсами с изменяющейся скважностью.

Способ получения регулируемого переменного напряжения

В предлагаемом способе формирования переменного напряжения вначале формируют высокочастотные импульсы управления силовыми ключевыми элементами, например, *IJBT* транзисторами, для замещения формы входного напряжения $U_{\rm BX}$ высокочастотными составляющими (рис. 2). При этом происходит



Рис. 1. Составляющие полуволны синусоидальной кривой из четырех импульсов



Рис. 2. Полусинусоидальная кривая, замещенная десятью импульсами со скважностью Q = 2

коммутация силовых ключей, а полученные импульсы высокой частоты сглаживают, инвертируют и затем трансформируют. Огибающая трансформированного напряжения $U_{\rm вых}$ соответствует форме $U_{\rm вx}$.

Реализация способа получения регулируемого переменного напряжения

В статье описывается устройство, называемое далее электронным преобразователем (ЭП), на основе представленного выше способа получения регулируемого переменного напряжения средствами импульсной электроники. Учитывая различное схемное исполнение с применением транзисторов, тиристоров и других ключевых элементов, в статье приводится только функциональная схема устройства.

ЭП по свойствам близок к электрическому регулируемому трансформатору или лабораторному автотрансформатору (ЛАТР), но с гальванической развязкой обмоток, имеющему возможность работы в широком диапазоне частот с сохранением формы входного напряжения и лучшие массогабаритные показатели. Частоты питающих напряжений могут изменяться от единиц герц до нескольких килогерц.



Рис. 3. Функциональная схема ЭП

Поставленная цель достигается тем, что в известное устройство (рис. 3), содержащее источник *1* переменного тока, выпрямитель *2*, высокочастотный ключ *3* и нагрузку *7*, дополнительно введены фильтр-ограничитель коммутационных напряжений *4*, инвертор *5*, трансформатор *6*, блоки управления *8* и *9* соответственно ключом *3* и инвертором *5*, контроллер *10*, блок обратной связи *11*.

ЭП, содержащий в силовой цепи источник питания переменного тока 1 (рис. 3) с заданными исходными значениями напряжения и частоты тока, в целях регулирования выходного напряжения без изменения его формы также оснащен ключом 3, включенным между выпрямителем 2 и фильтром-ограничителем 4коммутационных напряжений, а также инвертором 5, включенным между фильтром-ограничителем коммутационных напряжений 4 и трансформатором 6.

Кроме того, в функциональной схеме в целях управления высокочастотным ключом *3* введен генератор *8*, частота и скважность импульсов которого пропорциональны выходному напряжению на нагрузке *7*.

Источник переменного тока 1 предназначен для электропитания нагрузки 7. Выпрямитель 2 преобразует переменное напряжение в постоянное; высокочастотный ключ 3 предназначен для модуляции выходного напряжения выпрямителя высокочастотными импульсами, фильтр-ограничитель 4 коммутационных напряжений — для ограничения значений коммутационных напряжений при выключении ключа, инвертор 5 — для получения переменного напряжения соответствующей частоты на выходе устройства; трансформатор 6 трансформирует сглаженные высокочастотные импульсы с коэффициентом трансформации, необходимым для получения заданного напряжения на выходе. Нагрузка 7 предназначена для любого устройства, осуществляющего

работу на переменном токе; блок 8 управления ключом 3 предназначен для формирования высокочастотных импульсов с заданной частотой и скважностью. Блок управления 9 инвертором 5 формирует частоту выходного напряжения, соответствующего заданному. Контроллер 10 задает частотные параметры для блоков управления ключом и инвертором. Блок обратной связи 11 формирует сигналы для коррекции параметров выходного напряжения для задания необходимых выходных режимов (частота, напряжение).

Устройство работает следующим образом: при подаче напряжения на выпрямитель 2 включается контроллер 10; от контроллера 10 импульсы поступают на блок управления 8 ключом 3 с частотой 10...50 кГц и блок 9 управления инвертором 5 с частотой питающего напряжения или иной частотой; высокочастотный ключ 3 формирует напряжение в виде, представленном на рис. 1; в связи с тем, что скорость изменения (спада, нарастания) напряжения и силы тока на выходе ключа 3 — высокие, устанавливается ограничитель коммутационных напряжений 4.

Действующее значение напряжения на выходе трансформатора *6* зависит от скважности импульсов [5—7].

Синхронизация работы инвертора 5 осуществляется блоком управления 9, связанного с контроллером 10 в соответствии с частотой тока в нагрузке 7.

Стабилизация напряжения на нагрузке осуществляется подачей сигнала через блок 11 обратной связи на контроллер 10, изменяющий скважность импульсов, формируемых высокочастотным ключом 3.

Принцип регулирования выходного напряжения ЭП основан на модуляции высокочастотными импульсами с изменяющейся скважностью. Среднее значение выходного напряжения может быть оценено на каждом промежутке $\omega t_2 - \omega t_1$ (см. рис. 2) из выражения

$$U_{\rm cp\,i} = \frac{U_{\rm max}(\sin\omega t_2 - \sin\omega t_1)}{2}.$$
 (4)

Для пояснения принципа регулирования, показанного на рис. 2, введены обозначения, где $t_{\rm u}$ — время длительности импульса, $t_{\rm n}$ время паузы, $U_{\rm m} \sin \omega t$ — огибающая частотномодулирующих импульсов с амплитудой $U_{\rm m}$, $x = \omega t$ — переменная текущая координата.

Выходное напряжение $U_{\rm вых}$ представляет сумму напряжений $U_{cp i}$, отнесенных к числу *n* **участков**:

$$U_{\rm BMX} = \frac{\sum_{i=1}^{n} U_{\rm cp\,i}}{n}$$

что соответствует оценке (3).

устройство Представленное относится к преобразователям переменного напряжения в переменное АС-АС. Однако подобное преобразование может быть использовано в устройствах для получения переменного напряжения из постоянного DC-АС и других в электро- и радиотехнике. Устройство также может эффективно использоваться в регуляторах переменного напряжения со сниженными массогабаритными показателями на 30...50 % из-за устранения механических узлов.

Расчет гармонических составляющих ряда Фурье для произвольного разбиения модулируемой кривой

Аналитическое выражение для последовательности импульсов, представленных на рис. 2, где интервал Δx соответствует сумме длительностей импульса $\omega t_{\mu} = \omega t_2 - \omega t_1$ и паузы $\omega t_{\Pi} = \omega t_3 - \omega t_2$, которые для краткости обозначены τ_и и τ_п соответственно:

$$\Delta x = \omega t_{\mu} + \omega t_{\Pi} = \tau_{\mu} + \tau_{\Pi}.$$

Если период функции $T = \pi$ разбить точками x_k , где k = 0, 1, 2, ..., m, на m одинаковых Δx интервалов, то $\Delta x = \frac{\pi}{m}$. Так как скважность *Q* импульсов определя-

ется формулой

$$Q = \frac{\tau_{\mu} + \tau_{\pi}}{\tau_{\mu}} = \frac{\pi}{m\tau_{\mu}},\tag{5}$$

то длительность т_и импульса получим из (5) Kak $\tau_{\mu} = \frac{\pi}{mO}$.

Точки разбиения x_k на осевой $\omega t = x$ задаются выражением

$$x_k = \Delta xk = \frac{\pi k}{m}, \ k = 0, 1, 2, ..., m - 1, m.$$
 (6)

Функция напряжения $u(\omega t) = u(x) - кусоч$ но-непрерывная и описывается с учетом принятых обозначений следующим выражением:

$$f(x) = u(\omega t) = u(x)$$

или

$$f(x) = \frac{u(x)}{U_m} = \frac{u(\omega t)}{U_m} =$$

$$= \begin{cases} \sin x, \ x \in \bigcup_{k=1}^{m} [x_k - \tau_u, x_k], \\ 0, \ x \in \bigcup_{k=0}^{m-1} (x_k, x_{k+1} - \tau_u). \end{cases}$$
(7)

Так как функция f(x) (7) является кусочнонепрерывной на участке [0, л], ее разложение в ряд Фурье описывается выражением

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos 2nx + b_n \sin 2nx, \quad (8)$$

где коэффициенты a_n , b_n и a_0 могут быть вычислены из формул

$$a_{n} = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\pi} f(x) \cos 2nx dx =$$

$$= \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{m} \int_{x_{k}-\tau_{\mu}}^{x_{k}} \sin x \cos 2nx dx; n = 0, 1, 2, ...;$$

$$b_{n} = \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\pi} f(x) \sin 2nx dx =$$

$$= \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{m} \int_{x_{k}-\tau_{\mu}}^{x_{k}} \sin x \sin 2nx dx; n = 1, 2, 3,$$
(9)

В результате проведенных упрощений получаем выражения для коэффициентов Фурье (*a*₀, *a_n* и *b_n*):

$$a_{0} = \frac{2 \sin \frac{\pi}{2mQ}}{\pi \sin \frac{\pi}{2m}} \cos \frac{\pi(Q-1)}{2mQ};$$

$$a_{n} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\sin \frac{\pi(2n+1)}{2mQ} \cos \frac{\pi(2n+1)(Q-1)}{2mQ}}{(2n+1) \sin \frac{\pi(2n+1)}{2m}} - \frac{\sin \frac{\pi(2n-1)}{2mQ} \cos \frac{\pi(2n-1)(Q-1)}{2mQ}}{(2n-1) \sin \frac{\pi(2n-1)}{2m}} \right);$$

Мехатроника, автоматизация, управление, Том 19, № 8, 2018

$$b_{n} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\sin \frac{\pi(2n+1)}{2mQ} \sin \frac{\pi(2n+1)(Q-1)}{2mQ}}{(2n+1) \sin \frac{\pi(2n+1)}{2m}} - \frac{\sin \frac{\pi(2n-1)}{2mQ} \sin \frac{\pi(2n-1)(Q-1)}{2mQ}}{(2n-1) \sin \frac{\pi(2n-1)}{2m}} \right).$$
(10)

Проведен расчет гармонических составляющих ряда Фурье для следующих значений параметров: Q = 2, m = 10. На рис. 4 представлены графики: 1, 2, 3, 4, 5 — 1-я, 2-я, 3-я, 4-я, 5-я гармоники разложения; 6 — постоянная составляющая модулированной синусоидальной кривой; 7 — суммарная кривая пяти гармоник и постоянной составляющей; 8 — синусоидальная кривая, модулированная высокочастотными импульсами со скважностью Q = 2.

Приведенная суммарная кривая 7 близка по форме к исходной модулируемой кривой 8, а ее амплитуда при скважности Q = 2 вдвое меньше исходной, что и требовалось получить.

Регулировочная кривая $U_{cp} = f(Q)$ среднего значения напряжения, представленная на рис. 5, показывает изменение значения постоянной составляющей от скважности Q. Так, в случае отсутствия пауз, т. е. Q = 1, среднее значение напряжения соответствует 0,63, а при Q = 2 - 0,315. С дальнейшим ростом Q, например Q = 6,65, среднее значение U_{cp} уменьшается до 0,1 от амплитуды $U_{Bx. max} = 1$ для двухполупериодного однофазного выпрямителя.

На рис. 6 представлена огибающая амплитудных значений $U_{i\max}$ гармоник при модулировании десятью импульсами со скважностью Q = 2. Следует отметить, что наибольшая составляющая частотного спектра кратна частоте разбиений огибающей (в данном случае sin ωt разбит на m = 10 интервалов с Q = 2). Устранение высокочастотных составляющих требует установки соответствующих фильтров. Чем выше частота модуляции, тем легче устранение гармоник, составляющих спектр на выходе преобразователя.

На огибающей гармоник начальных фаз (рис. 7) отмечается уменьшение фазового угла с нарастанием гармоник до десятой, а затем снова увеличение и спад до 30-й гармоники. Нулевые уровни начальных фаз наблюдаются при максимальных значениях амплитуд, т. е. при 10-, 30-, 50-й гармониках.



Рис. 4. Кривые разложения модулированной синусоидальной кривой в гармонический ряд и постоянную составляющую



Рис. 5. Регулировочная кривая среднего значения напряжения двухполупериодного однофазного выпрямителя в зависимости от скважности импульсов







Заключение

В результате исследований представлен способ получения регулируемого переменного напряжения при модулировании высокочастотными импульсами с изменяющейся скважностью. Приведены формулы для расчета гармонических составляющих ряда Фурье при модулировании синусоидальной кривой. Представлены графики первых пяти гармоник и постоянной составляющей, а также кривой их сложения при скважности, равной двум. Отмечается неизменность формы выходного напряжения с одновременным изменением его действующего значения.

Разработано устройство, реализующее способ получения регулируемого переменного напряжения, которое позволяет достичь существенного сокращения массогабаритных показателей блоков питания различных устройств благодаря устранению механических узлов. Устройство относится к преобразователям переменного напряжения в переменное AC—AC, однако подобное преобразование может также быть использовано в устройствах для получения переменного напряжения из постоянного DC—AC и в других устройствах электро- и радиотехники.

Список литературы

1. Иванов И. И., Соловьев Г. И., Равдоник В. С. Электротехника: учебник. СПб.: Лань, 2003. 496 с. 2. Розанов Ю. К., Соколова Е. М. Электронные устройства электромеханических систем: учеб. пособие для студентов вузов. М.: Академия. 2004. 272 с.

3. Попков О. 3. Основы преобразовательной техники: учеб. пособие для вузов. М.: МЭИ, 2007. 200 с.

4. Колосов В. А. Электропитание стационарной радиоэлектронной аппаратуры. М.: Радио и связь, 1992. 272 с.

5. Будко П. А., Бурьянов О. Н., Винограденко А. М., Веселовский А. П. Особенности систем управления вентильных преобразователей // Проблемы технического обеспечения войск в современных условиях: тезисы докладов II межвузовской НПК (Санкт-Петербург, Военная академия связи, 2017 г.). Санкт-Петербург. 2017. С. 150—154.

6. Баринов М. А., Будко П. А., Винограденко А. М., Морозов Р. В., Бурлаков А. А. Электропитание устройств и систем телекоммуникаций: учебник для курсантов вузов связи. СПб.: ВАС, 2016. 470 с.

7. Будко П. А., Винограденко А. М., Веселовский А. П., Косарева Л. И. Реализация способа преобразования переменного напряжения // Проблемы технического обеспечения войск в современных условиях: тезисы докладов III межвузовской НПК (Санкт-Петербург, Военная академия связи, 2018 г.). Санкт-Петербург. 2018. С. 172—176.

8. Лукутин Б. В., Обухов С. Г., Плотников И. А. Силовые преобразователи в электроснабжении: учеб. пособие. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. 150 с.

9. Гельман М. В., Гельман М. М., Преображенский К. А. Преобразовательная техника: учеб. пособие. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2009. 425 с.

10. Abraham L., Heumann K., Koppelmann F. Wechselrichter fur Dzehzahlsteurung von Kafiglaufermotoren. AEG-Mitt., 1964. N. 2. P. 89-106.

11. **Volkov A. G.** Mathematical model of AC-AC converter without passive elements in DC-link // Source of the Document International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM 2014). 2014. P. 403–407.

12. Cheng K. W. E. Comparative Study of AC/DC Power Converters for More Electric Aircraft // Seventh International Conference on Power Electronics and Variable Speed Drives. 1998. P. 299–304.

13. Mahesh A. Patel, Ankit R. Patel, Dhaval R. Vyas and Ketul M. Patel. Use of PWM Techniques for Power Quality Improvement // International Journal of Recent Trends in Engineering. 2009. Vol. 1, N. 4. P. 99–102.

Regulation of Tension in Converters High-Frequency Impulses with the Changing Porosity

P. A. Budko, budko62@mail.ru,

Saint Petersburg, 197342, PjSC "Inteltech", A. M. Vinogradenko, vinogradenko.a@inbox.ru, A. P. Veselovsky, A_Veselovskiy@mail.ru, L. I. Kosareva, Kosareva_LI@mail.ru, Saint Petersburg, 194064, Military Academy of Communication

> Corresponding author: Budko Pavel A., D. Sc. s, Professor, Scientific secretary, Saint Petersburg, 197342, PjSC "Inteltech", e-mail: budko62@mail.ru

> > Accepted on April 22, 2018

The analysis of ways of regulation of tension is provided in article. The way of obtaining adjustable alternating voltage is shown. The device — the electronic converter, realizing such way means of the pulse equipment, allowing to reach essential reduction of mass-dimensional indicators of power supply units of various devices thanks to elimination of mechanical

knots is described. The electronic converter on properties is close to the electric adjustable transformer, but to a galvanic outcome of windings, the entrance tension having a possibility of work in the wide range of frequencies with preservation of a form. The function chart of the electronic converter and an order of his work are submitted. Implementation of the schematic diagram is possible on the basis of a way of modulation of output tension high-frequency impulses with the changing porosity means of pulse electronics. Implementation of the schematic diagram is possible on the basis of a way of modulation of output tension high-frequency impulses with the changing porosity means of pulse electronics. Formulas for calculation of harmonious components of a number of Fourier at any representation are given by the modulated curve sequence of impulses and also calculation for various values of porosity is carried out. During the researches schedules of the first five harmonicas and a constant component and also a curve of addition of these harmonicas which form at the porosity equal to two, validates calculations are received. Are also presented an adjusting curve of average value of tension of the two-half-period single-phase rectifier depending on porosity of impulses and bending around amplitudes of harmonicas, initial phases of harmonicas, depending on their number. Elimination of high-frequency components demands installation of the corresponding filters. The modulation frequency is higher — the elimination of the harmonicas making a range at the converter exit is easier. Reduction of a phase corner with increase of harmonicas to the tenth, and then – again increase and recession up to the thirtieth harmonica is noted. Zero levels of initial phases are observed at the maximum values of amplitudes. The developed device belongs to converters of alternating voltage in variable the AC-AC, however similar transformation can be used in devices for obtaining alternating voltage from constant DC-AC and others in electro- and radio engineering.

Keywords: alternating voltage, electronic converter, pulse-frequency modulation, high-frequency impulses, Fourier-series expansion

For citation:

Budko P. A., Vinogradenko A. M., Veselovsky A. P., Kosareva L. I. Regulation of Tension in Converters High-Frequency Impulses with the Changing Porosity, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 8, pp. 516–522.

DOI: 10.17587/mau.19.516-522

References

1. Ivanov I. I., Solov'ev G. I., Ravdonik V. S. *Elektrotehnica* (Electrical equipment), St. Petersburg, Lan', 2003, 496 p. (in Russian).

2. Rozanov Y. K., Sokolova E. M. *Elektronnie ustroystva elektro-mehanicheskih system* (Electronic devices of electromechanical systems), Moscow, Academy Pabl., 2004, 272 p. (in Russian).

3. **Popkov O. Z.** *Osnovi preobrazovateľ noy tehniki* (Bases of the converting equipment), Moscow, Publishing house MPI, 2007, 200 p. (in Russian).

4. **Kolosov V. A.** *Elektropitanie statsionarnoy radioelektronnoy apparatury* (Power supply of the stationary radio-electronic equipment), Moscow, Radio i Svjaz, 1992, 272 p. (in Russian).

5. Budko P. A., Vinogradenko A. M., Buryanov O. N., Veselovsky A. P. Features of control systems of valve converters. *Problemy tehnicheskogo obespecheniya voysk v sovremennyh usloviyah. Tesisy dokladov II Mezhvuzovskoy nauchno-pakticheskoy konferentsii* (Problems of technical providing troops in modern conditions. Theses of reports of the II Interuniversity scientific and practical conference), St. Petersburg, 2017, pp. 150–154. (in Russian).

6. Barinov M. A., Budko P. A., Vinogradenko A. M., Morozov R. V., Burlakov A. A. Elektropitanie ustroystv i system tele*communikatsiy* (Power supply of devices and systems of telecommunications), St. Petersburg, Military academy of communication, 2016, 470 p. (in Russian).

7. Budko P. A., Vinogradenko A. M., Veselovsky A. P., Kosareva L. I. Realization of a way of transformation of alternating voltage. *Problemy tehnicheskogo obespecheniya voysk v sovremennyh* usloviyah. Tesisy dokladov III Mezhvuzovskoy nauchno-pakticheskoy konferentsii (Problems of technical providing troops in modern conditions. Theses of reports of the III Interuniversity scientific and practical conference), St. Petersburg, 2018, pp. 172–176 (in Russian).

8. Lukutin B. V., Obuhov S. G., Plotnikov I. A. Silovie preobrazovately v elektrosnabzhenii (Power converters in power supply), Tomsk, 2014, 150 p. (in Russian).

9. Gel'man M. V., Gel'man M. M., Preobrazhenskiy K. A. *Preobrazovatel'naya tehnika* (Converting equipment), Chelyabinsk, 2009, 425 p. (in Russian).

10. Abraham L., Heumann K., Koppelmann F. Wechselrichter fur Dzehzahlsteurung von Kafiglaufermotoren, AEG-Mitt., 1964, no. 2, pp. 89–106.

11. Volkov A. G. Mathematical model of AC-AC converter without passive elements in DC-link, *Source of the Document International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM 2014)*, 2014, pp. 403–407.

12. Cheng K. W. E. Comparative Study of AC/DC Power Converters for More Electric Aircraft, *Seventh International Conference on Power Electronics and Variable Speed Drives*, 1998, pp. 299–304.

13. Mahesh A. Patel, Ankit R. Patel, Dhaval R. Vyas and Ketul M. Patel. Use of PWM Techniques for Power Quality Improvement, *International Journal of Recent Trends in Engineering*, 2009, vol. 1, no. 4, pp. 99–102.

М. В. Ишханян, канд. физ.-мат. наук, доц., m.ishkhanyan@miit-ief.ru, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Российский университет транспорта (МИИТ)", Москва,

Л. А. Климина, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., klimina@imec.msu.ru,

О. Г. Привалова, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., privalova@imec.msu.ru,

НИИ механики МГУ, Москва, Россия

Математическое моделирование ветротурбины, работающей на основе эффекта Магнуса¹

Построена математическая модель горизонтально-осевой ветроэнергетической установки (ВЭУ), функционирующей за счет силы Магнуса. Центральный вал турбины ориентирован вдоль потока. На этом валу в цилиндрических шарнирах установлены роторы Савониуса, каждый из которых может свободно вращаться вокруг собственной оси симметрии, перпендикулярной оси вращения центрального вала. При вращении роторов Савониуса формируется сила Магнуса, которая поддерживает вращение центрального вала. На центральном валу турбины закреплен ротор электрогенератора, подключенного к локальной электрической цепи.

Для описания аэродинамических сил и моментов, действующих на систему, используется квазистационарный подход, при этом коэффициенты сил и моментов аппроксимируются на основе экспериментальных данных. Момент электромеханической нагрузки, действующий на ротор генератора, считается линейным по угловой скорости ротора. Коэффициент электромеханического момента зависит от внешнего сопротивления в цепи генератора, которое является варьируемым параметром модели.

Уравнения модели представлены в виде динамической системы второго порядка. Рабочему режиму ветроустановки отвечает асимптотически устойчивая неподвижная точка уравнений движения. Показано, что при произвольном допустимом наборе значений параметров модели рабочий режим существует и единственен.

Введен коэффициент полезной нагрузки, зависящий от таких параметров модели, как скорость ветра, внешнее сопротивление в цепи генератора.

Описана зависимость угловых скоростей роторов Савониуса и центрального вала турбины от коэффициента полезной нагрузки.

Построена бифуркационная диаграмма, характеризующая механическую мощность ВЭУ на установившемся рабочем режиме в зависимости от коэффициента полезной нагрузки. Оценена максимальная механическая мощность, определено значение коэффициента внешней нагрузки, при котором она достигается.

Ключевые слова: ветроэнергетическая установка, ротор Савониуса, эффект Магнуса, замкнутая динамическая модель, установившиеся режимы, устойчивость, механическая мощность

Введение

Сигурд Савониус, предлагая конструкцию *S*-образной ветротурбины, отметил, что при авторотации такой турбины на нее действует боковая сила, возникновение которой связано с эффектом Магнуса. Савониус высказал идею использовать этот эффект для того, чтобы привести в движение основание, на котором установлена ветротурбина. В частности, он указал на возможность применения *S*-образных роторов в качестве "парусов" корабля, а также в качестве лопастей горизонтально-осевой ветротурбины. В обоих случаях движение должна поддерживать сила Магнуса, создаваемая авторотирующим *S*-ротором [1].

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ: гранты №№ 17-08-01366, 18-01-00538.

Роторы Савониуса и их модификации получили весьма широкое распространение, но так и не стали востребованы в качестве лопастей горизонтально-осевых ветроэнергетических установок (ВЭУ). Известны прецеденты экспериментального изучения горизонтальноосевой установки с *S*-лопастями и численного моделирования ее аэродинамики [2]. Однако задачи параметрической оптимизации системы не были решены.

Преимуществом горизонтально-осевых ВЭУ, использующих силу Магнуса, по сравнению с классическими пропеллерными ВЭУ является способность к эффективной работе в очень широком диапазоне скоростей ветра (2...40 м/с) [3]. Относительно недавно были предложены конструкции горизонтально-осевых ВЭУ с лопастями-цилиндрами, принудительно приводимыми во вращение для создания силы Магнуса. Такие турбины изучаются в литературе достаточно активно [3, 4], в отличие от рассмотренной в данной работе ВЭУ с лопастями в форме роторов Савониуса. В то же время преимуществом последней является относительная простота конструкции: роторы Савониуса, в отличие от цилиндрических лопастей, не требуется вращать принудительно.

В настоящей работе рассматривается динамическая система, моделирующая работу ВЭУ с лопастями в форме роторов Савониуса. Модель воздействия потока заимствована из работ [5—7]. Аэродинамические характеристики роторов Савониуса аппроксимированы по экспериментам [8]. Получены условия существования режимов авторотации и исследована их устойчивость. Проведено параметрическое исследование рабочих режимов в зависимости от коэффициента, характеризующего полезную нагрузку.

Обсуждаются условия, при которых ВЭУ данного типа может обладать преимуществами перед классическими роторами Савониуса.

Описание механической системы

Рассмотрим ВЭУ, состоящую из ветроприемного устройства и электрогенератора, подключенного к локальной электрической цепи.

Ветроприемное устройство находится в стационарном потоке воздуха скорости V. Устройство состоит из центрального вала, несущего ротор электрогенератора, и n одинаковых лопастей — роторов Савониуса (*S*-роторов), установленных на валу посредством цилиндрических шарниров (рис. 1).

Центральный вал может вращаться вокруг неподвижной оси *Oz*, параллельной вектору V



Рис. 1. Схема вертушки и одной из ее лопастей — ротора Савониуса

скорости потока. Оси цилиндрических шарниров, в которых установлены S-роторы, ортогональны оси Oz. Одна из таких осей обозначается на рис. 1 как ось Ox. Ввиду того что все лопасти одинаковые, далее будем рассматривать одну из них.

S-ротор может вращаться вокруг оси *Ox*, являющейся его осью геометрической симметрии и одной из главных центральных осей инерции. Обозначим J_x — момент инерции *S*-ротора относительно оси *Ox*. Другие два главных момента инерции *S*-ротора будем считать одинаковыми. Обозначим J_z — момент инерции всей вертушки (включая ротор электрогенератора, закрепленный на валу) относительно оси *Oz*. В силу последнего предположения это постоянная величина (не зависит от текущего угла поворота *S*-ротора относительно оси *Ox*).

Рассматриваемая система имеет две степени свободы. Пусть Ω_x — угловая скорость вращения *S*-ротора вокруг оси Ox, а Ω_z — угловая скорость вращения центрального вала вокруг оси Oz. Тогда текущее динамическое состояние ветроприемного устройства полностью описывается значениями переменных Ω_x и Ω_z .

Перейдем к описанию аэродинамического воздействия на ветротурбину. Будем считать, что аэродинамическое воздействие на отдельный S-ротор описывается аэродинамическим моментом T_x относительно оси Ox и силами **D** и L, приложенными в некоторой точке C (центре давления), лежащей на оси Ox на расстоянии rот оси Оz. Здесь **D** — сила лобового сопротивления, направленная противоположно вектору воздушной скорости точки *С*; L — боковая сила, включающая в себя силу Магнуса; вектор L направлен ортогонально вектору воздушной скорости точки С. Аэродинамическое воздействие на ротор описывается на базе квазистационарного подхода, предполагающего зависимость аэродинамических сил и моментов от мгновенной воздушной скорости центра давления [5-7]:

$$\begin{split} T_{x} &= \frac{1}{2} \rho S_{1} U^{2} b C_{T}(\lambda); \ L = \frac{1}{2} \rho S_{1} U^{2} C_{L}(\lambda); \\ D &= \frac{1}{2} \rho S_{1} U^{2} C_{D}(\lambda); \ \lambda = b \Omega_{x} / U; \\ U^{2} &= V^{2} + (r \Omega_{z})^{2}. \end{split}$$

Здесь
р-плотность воздуха; S_1- характерная площадь одного
 S-ротора; b-радиус

S-ротора. Воздушная скорость точки C обозначена U. Быстроходность ротора Савониуса (отношение линейной скорости точки ротора, расположенной на расстоянии b от оси Ox, к воздушной скорости точки C) обозначена λ . Функции $C_T(\lambda)$, $C_D(\lambda)$, $C_L(\lambda)$ — безразмерные коэффициенты момента T_x , силы D лобового сопротивления и боковой силы L, соответственно. Данные функции строятся по результатам экспериментов. В данной работе эти функции аппроксимированы по экспериментальным данным для ротора Савониуса [8] и получены следующие зависимости:

$$\begin{split} C_T(\lambda) &= \begin{cases} 0,78\lambda^2 + 0,44\lambda + 0,26 \text{ при } \lambda \in [0;0,4]; \\ -0,066\lambda^2 - 0,124\lambda + 0,37 \text{ при } \lambda(0,4;1,61]; \end{cases} \\ C_D(\lambda) &= \begin{cases} 1,7\lambda + 1 \text{ при } \lambda \in [0;0,2]; \\ 0,17\lambda + 1,3 \text{ при } \lambda \in (0,2;1,61]; \end{cases} \\ C_L(\lambda) &= \begin{cases} 2,3\lambda^2 + 0,18\lambda - 0,35 \text{ при } \lambda \in [0;0,6]; \\ -\lambda^2 + 4\lambda - 1,45 \text{ при } \lambda \in (0,6;1,61]. \end{cases} \end{split}$$

Графики данных функций приведены на рис. 2.

Аэродинамические силы **D** и **L**, приложенные в точке C, создают момент относительно оси Oz. Суммарный аэродинамический момент, действующий на центральный вал турбины (формируемый за счет n роторов), определяется выражением

$$T_a = n \left(\frac{V}{U} L - \frac{r \Omega_z}{U} D \right) r.$$

Помимо момента аэродинамических сил к оси O_z приложен момент T_e , характеризующий электромеханическое воздействие статора электрогенератора на ротор электрогенератора. Этот момент описывается следующим выражением [5]:

$$T_e = \frac{K^2}{r_i + R} \Omega_z.$$

Здесь K — коэффициент электромеханического воздействия (константа, определяемая свойствами генератора); r_i — внутреннее сопротивление генератора; R — внешнее сопротивление в локальной электрической цепи.

Уравнения движения и рабочие режимы ВЭУ

Составляя уравнения движения системы в форме уравнений Лагранжа второго рода и проводя процедуру обезразмеривания, получаем уравнения движения в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_x &= a(1+\omega_z^2)C_T(\lambda), \\ \dot{\omega}_z &= \sqrt{1+\omega_z^2}(C_L(\lambda)-C_D(\lambda)\omega_z)-k\omega_z; \end{aligned}$$
(1)

$$\lambda = \frac{\omega_x}{\sqrt{1 + \omega_z^2}}, \ k = \frac{2K^2}{(r_i + R)nV\rho S_1 r^2} > 0, \ a = \frac{J_z b^2}{J_x r^2 n} > 0.$$

Здесь точка обозначает производную по безразмерному времени $\tau = 0.5 n_{\rm p} S_1 r^2 V t / J_z$; переменные $\omega_x = b \Omega_x / V$, $\omega_z = r \Omega_z / V$ — безразмерные угловые скорости *S*-ротора и центрального вала, соответственно; k — безразмерный коэффициент полезной нагрузки (чем больше нагрузка со стороны потребителей в цепи генератора ВЭУ, тем больше k).

Рабочему режиму ВЭУ соответствует устойчивая неподвижная точка уравнений (1).



Рис. 2. Графики аэродинамических коэффициентов $C_{I}(\lambda)$, $C_{L}(\lambda)$, $J_{I}(\lambda)$ для ротора Савониуса

Неподвижная точка ($\omega_x^*; \omega_z^*$) системы (1) удовлетворяет следующей системе алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \omega_x^* = \lambda_0 \sqrt{1 + (\omega_z^*)^2}, \quad C_T(\lambda_0) = 0, \\ \sqrt{1 + (\omega_z^*)^2} (C_L(\lambda_0) - C_D(\lambda_0) \omega_z^*) - k \omega_z^* = 0. \end{cases}$$
(2)

Здесь значение $\lambda = \lambda_0$, соответствующее стационарному движению системы, определяется корнем функции $C_T(\lambda)$.

Для произвольного $\omega_z^* > 0$ система (2) определяет однозначно значения переменной ω_x^* и параметра k, при которых существует неподвижная точка с заданным ω_z^* . Другими словами, удобно задать семейство решений системы (2) как параметрическую зависимость от ω_z^* , поскольку k входит в систему (2) линейно, а ω_z^* — нелинейно. Из второго уравнения системы (2) получаем единственное значение коэффициента k, обеспечивающее существование неподвижной точки с заданным ω_z^* :

$$k = \tilde{k}(\omega_z^*) = \sqrt{1 + (\omega_z^*)^2} (C_L(\lambda_0) - C_D(\lambda_0)\omega_z^*) / \omega_z^*.$$
 (3)

Если величина k, определяемая формулой (3), положительна, то соответствующая неподвижная точка $\left(\lambda_0\sqrt{1+(\omega_z^*)^2}, \omega_z^*\right)$ отвечает стационарному движению ВЭУ. Функция $\tilde{k}(\omega_z^*)$ обладает следующими свойствами:

$$d\tilde{k}(\omega_{z}^{*})/d\omega_{z}^{*} < 0;$$

$$\lim_{\substack{\omega_{z} \to 0 \\ \omega_{z} \to \infty}} \tilde{k}(\omega_{z}^{*}) = \infty;$$

$$\lim_{\substack{\omega_{z} \to \infty}} \tilde{k}(\omega_{z}^{*}) = -\infty.$$

Учитывая эти свойства, получаем, что для любого k > 0 существует ровно одна неподвижная точка системы (1).



Рис. 3. Графики безразмерных угловых скоростей на стационарном режиме в зависимости от коэффициента полезной нагрузки

Бифуркационные диаграммы, описывающие зависимости между коэффициентом kполезной нагрузки и безразмерными угловыми скоростями ω_z^* центрального вала и ω_x^* *S*-ротора на стационарном режиме, представлены на рис. 3.

Зависимости, представленные на рис. 3, построены численно как параметрические функции ω_z^* с использованием первого соотношения системы (2) и формулы (3).

Устойчивость стационарных режимов движения системы

В случае, когда система (2) имеет решение, достаточные условия асимптотической устойчивости неподвижной точки выглядят следующим образом (получены с использованием критерия Гурвица):

$$\begin{cases} \Delta_{1} = (a C_{T}'(\lambda_{0}) - C_{D}(\lambda_{0}))(1 + (\omega_{z}^{*})^{2}) - \\ -\frac{\tilde{k}(\omega_{z}^{*})}{\sqrt{1 + (\omega_{z}^{*})^{2}}} - \lambda_{0}\omega_{z}^{*}(C_{L}'(\lambda_{0}) - C_{D}'(\lambda_{0})\omega_{z}^{*}) < 0, \\ \\ \Delta_{2} = C_{T}'(\lambda_{0}) \left(C_{D}'(\lambda_{0})\sqrt{1 + (\omega_{z}^{*})^{2}} + \frac{\tilde{k}(\omega_{z}^{*})}{1 + (\omega_{z}^{*})^{2}} \right) < 0. \end{cases}$$

Здесь
$$C'_{T}(\lambda_{0}) = \frac{dC_{T}}{d\lambda}\Big|_{\lambda=\lambda_{0}}, C'_{D}(\lambda_{0}) = \frac{dC_{D}}{d\lambda}\Big|_{\lambda=\lambda_{0}},$$

 $C'_{L}(\lambda_{0}) = \frac{dC_{L}}{d\lambda}\Big|_{\lambda=\lambda_{0}}.$

Если хотя бы одно из чисел Δ_1 или Δ_2 положительно, то соответствующая неподвижная точка неустойчива.

Из качественных свойств аэродинамических коэффициентов следует, что $C'_T(\lambda_0) < 0$, $C'_D(\lambda_0) > 0$, $C_D(\lambda_0) > 0$.

Принимая во внимание, что k > 0, получаем, что $\Delta_2 < 0$.

В силу качественных свойств функции $C_D(\lambda)$ выполнены следующие неравенства: $C_D(0) > 0$ и величина $C'_D(\lambda_0)$ меньше, чем среднее (по λ) значение производной $dC_D(\lambda)/d\lambda$ на интервале $\lambda \in (0, \lambda_0)$. Из этого, в частности, следует, что выполнено неравенство: $C_D(\lambda_0) > C_D(0) + \lambda_0 C'_D(\lambda_0) > \lambda_0 C'_D(\lambda_0)$. Следовательно, $\Delta_1 < 0$.

Таким образом, неподвижная точка системы (1) всегда асимптотически устойчива.

Коэффициент механической мощности ВЭУ

Оценим коэффициент c_p механической мощности, отбираемой у потока на стационарном режиме. Этот коэффициент определяется отношением механической мощности P, отбираемой ветротурбиной у потока, к мощности P_0 потока, проходящего через характерное сечение ветротурбины. Обозначим S_0 — площадь характерного сечения ветротурбины. Значения P и P_0 определяются по следующим формулам:

$$P = T_a \Omega_z = n \left(\frac{V}{U} L - \frac{r \Omega_z}{U} D \right) r \Omega_z =$$

= $\frac{1}{2} \rho n S_1 V^3 \sqrt{1 + \omega_z^2} (C_L(\lambda) - C_D(\lambda) \omega_z) \omega_z;$
 $P_0 = \frac{1}{2} \rho S_0 V^3.$

Коэффициент мощности *c_p* определяется следующим образом:

$$c_{p} = \frac{P_{0}}{P} = \frac{nS_{1}}{S_{0}}\sqrt{1 + \omega_{z}^{2}} \left(C_{L}(\lambda) - C_{D}(\lambda)\omega_{z}\right)\omega_{z}.$$
(4)

Отметим, что чем больше отношение $s = nS_1/S_0$, тем менее точным является предположение модели о независимости обтекания лопастей ВЭУ. Будем считать, что для рассматриваемой турбины s = 0,2. Зависимость коэффициента мощности c_p , определяемого по формуле (4), от коэффициента полезной нагрузки k, определяемого по формуле (3), представлена на рис. 4 (сплошная линия).

Максимум c_p составляет примерно 0,24 и достигается при $k \approx 1,5$. Для сравнения на рис. 4 штриховой линией приведена функция $c_p(k)$, соответствующая классической ВЭУ типа Савониуса, аэродинамические характеристики



Рис. 4. Зависимость коэффициента мощности от коэффициента полезной нагрузки

которой (см. рис. 2) использовались для описания каждого из *S*-роторов. При этом учтено, что s = 0,2.

Обсуждение результатов

Итак, для одиночного ротора Савониуса максимум коэффициента мощности составляет около 0,18 [8] и достигается в случае s = 0,2 при $k \approx 1,2$. Таким образом, максимальный коэффициент мощности для ветротурбины, использующей силу Магнуса, может быть несколько выше, чем для классического ротора Савониvca (с той же характерной площадью осевого сечения). Реализация этой возможности зависит от отношения характерных площадей $s = nS_1/S_0$. Максимальное значение c_p для рассматриваемой ВЭУ составляет примерно 1,2s. Это значение выше, чем для классической ВЭУ Савониуса, если *s* превосходит некоторое критическое значение $s^* \approx 0,15$. Чем больше *s*, тем больше ожидаемое преимущество по сравнению с классическим ротором Савониуса.

Заключение

В работе проведено исследование динамической модели горизонтально-осевой ВЭУ, использующей эффект Магнуса. Описана зависимость коэффициента мощности, отбираемой у потока на стационарных режимах, от коэффициента полезной нагрузки. В частности, определено максимальное значение коэффициента мощности. Это значение сопоставлено с аналогичным показателем эффективности, вычисленным для классического ротора Савониуса.

Список литературы

1. Savonius S. J. Rotor adapted to be driven by wind or flowing water. U. S. Patent No. 1697574 A, 1929.

2. Akira I., Kawashim S., Nishizawa Y., Ushiyam I., Komatinovic N. A study on Savonius type Magnus wind turbine // Europe premier wind energy event. 2007.

3. Richmond-Navarro G., Calderon-Munoz W. R., LeBoeuf R., Castillo P. A Magnus wind turbine power model based on direct solutions using the Blade Element Momentum Theory and symbolic regression // IEEE Transactions on Sustainable Energy. 2017. Vol. 8, Iss. 1. P. 425–430.

4. Lopez N., Mara B., Mercado B., Mercado L., Pascual M., Promentilla, M. A. Design of modified Magnus wind rotors using computational fluid dynamics simulation and multi-response optimization // Journal of Renewable and Sustainable Energy. 2015. Vol. 7, Iss. 6. P. 063135.

5. Досаев М. З., Самсонов В. А., Селюцкий Ю. Д. О динамике малой ветроэлектростанции // Доклады Академии наук. 2007. Т. 416, № 1. С. 50—53.

6. Досаев М. З., Линь Ч.-Х., Лю В.-Л., Самсонов В. А., Селюцкий Ю. Д. Качественный анализ стационарных режимов малых ветровых электростанций // Прикладная математика и механика. 2009. Т. 73, № 3. С. 368—374. 7. Samsonov V. A., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D. Methods of qualitative analysis in the problem of rigid body motion in medium // International journal of bifurcation and chaos. 2011. Vol. 21, Iss. 10. P. 2955–2961.

8. **Bach V. G.** Untersuchungen über Savonius-Rotoren und verwandte Strmungsmaschinen // Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A. 1931. Vol. 2, Iss. 6. P. 218–231.

Mathematical Modeling of the Magnus-Effect-Based Wind Turbine

M. V. Ishkhanyan¹, m.ishkhanyan@miit-ief.ru, L. A. Klimina², klimina@imec.msu.ru,
 O. G. Privalova², privalova@imec.msu.ru,

Federal State Institution of Higher Education "Russian University of Transport",

Moscow, 127994, Russian Federation,

² Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russian Federation

Corresponding author: Ishkhanyan M. V., Ph. D., Assistant Professor,

Federal State Institution of Higher Education "Russian University of Transport", Moscow, 127994, Russian Federation e-mail: m.ishkhanyan@miit-ief.ru

Accepted on May 14, 2018

The closed mathematical model of the Magnus-effect-based horizontal axis wind turbine is constructed. The central shaft of the turbine is directed along the wind flow. Several Savonius rotors are mounted in cylindrical joints at the central shaft. Axis of these joints are orthogonal to the wind flow direction. Self-sustained rotation of Savonius rotors induces the Magnus force that sustains the rotation of the central shaft. The rotor of an electric generator is attached to the central shaft. The generator is connected to a local electric circuit. The quasi-steady approach is used to describe the aerodynamic action upon the system. Corresponding aerodynamic coefficients are approximated basing on experimental data. The electromechanical torque acting upon the rotor of the generator is supposed to be linear with respect to the angular speed of the rotor. The coefficient of the electromechanical torque depends on the external resistance in the circuit of the generator. The payload coefficient is introduced as a function of the wind speed and the external resistance in the circuit of the generator. The bifurcation diagram is constructed that describes the mechanical power of the wind turbine depending on the payload coefficient. The maximum power is estimated. The corresponding value of the payload coefficient is calculated.

Keywords: wind turbine, Magnus effect, closed dynamical model, steady motions, stability, mechanical power

Acknowledgements: This work was partially supported by the Russian Foundation for Basic Research, projects NN 17-08-01366, 18-01-00538.

For citation:

Ishkhanyan M. V., Klimina L. A., Privalova O. G. Mathematical Modeling of the Magnus-Effect-Based Wind Turbine, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 8, pp. 523–528.

DOI: 10.17587/mau.19.523-528

References

1. Savonius S. J. Rotor adapted to be driven by wind or flowing water. U. S. Patent No. 1697574 A, 1929.

2. Akira I., Kawashim S., Nishizawa Y., Ushiyam I., Komatinovic N. A study on Savonius type Magnus wind turbine, *Europe* premier wind energy event, 2007.

3. Richmond-Navarro G., Calderon-Munoz W. R., LeBoeuf R., Castillo P. A Magnus wind turbine power model based on direct solutions using the Blade Element Momentum Theory and symbolic regression, *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2017, vol. 8, no. 1, pp. 425-430.

4. Lopez N., Mara B., Mercado B., Mercado L., Pascual M., Promentilla M. A. Design of modified Magnus wind rotors using computational fluid dynamics simulation and multi-response optimization, *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, 2015, vol. 7, no. 6. pp. 063135.

5. Dosaev M. Z., Samsonov V. A., Seliutski Y. D. On the dynamics of a small-scale wind power generator, *Doklady Physics*, 2007, vol. 52, no. 9, pp. 493–495.

6. Dosaev M. Z., Lin Ch.-H., Lu W.-L., Samsonov V. A., Selyutskii Yu. D. A qualitative analysis of the steady modes of operation of small wind power generators, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2009, vol. 73, no. 3, pp. 259–263.

7. Samsonov V. A., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D. Methods of qualitative analysis in the problem of rigid body motion in medium, *International journal of bifurcation and chaos*, 2011, vol. 21, no. 10, pp. 2955–2961.

8. Bach V. G. Untersuchungen über Savonius-Rotoren und verwandte Strmungsmaschinen, *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A*, 1931, vol. 2, iss. 6, pp. 218–231.

УДК 681.51

DOI: 10.17587/mau.19.529-535

В. Ф. Филаретов, д-р техн. наук, проф., зав. лабораторией, filaretov@inbox.ru, А. А. Кацурин, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., katsurin@mail.ru, Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН г. Владивосток, Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток

Совместная работа двух мобильных роботов при автоматическом выполнении манипуляционных операций¹

В настоящее время манипуляционные мобильные роботы (MP) активно используются при проведении работ в труднодоступных или опасных для человека местах. Однако в процессе их индивидуальной работы могут возникать ситуации, когда используемые ими системы технического зрения (CT3) не позволяют полностью или частично наблюдать объекты работ. В этом случае дополнительно могут использоваться вспомогательные малогабаритные и высокоманевренные MP, также оснащенные CT3. Но применение вспомогательных MP неизбежно приводит к появлению погрешностей при определении положений объектов работ в системе координат основного манипуляционного MP. Поэтому возникает необходимость создания новых подходов и методов согласованного управления несколькими MP и точного определения их взаимного расположения для выполнения заданных манипуляционных операций в полностью автоматическом режиме.

В статье рассмотрены метод и алгоритм автоматического выполнения манипуляционных операций в процессе совместной работы двух МР. Первый из них (основной) оборудован манипулятором и СТЗ, а второй (вспомогательный и более маневренный) — только СТЗ. Предложенная система управления позволяет точно выполнять манипуляционные операции с различными объектами в экстремальных условиях, даже если объект работ находится вне зоны видимости СТЗ первого робота. При этом пространственные положения и ориентации объектов работ определяются и (при необходимости) корректируются с помощью СТЗ вспомогательного робота и передаются по каналам связи в управляющую систему основного робота, привязываясь уже к его системе координат. Разработанная система позволяет определить, а затем и компенсировать с помощью СТЗ не только погрешности определения координат объектов работ, но и погрешности работы навигационных систем обоих МР за счет выполнения пробных (тестовых) движений рабочего органа манипулятора. Результаты математического моделирования полностью подтвердили работоспособность и эффективность предложенного подхода к совместной работе двух МР в автоматическом режиме.

Ключевые слова: мобильный робот, групповое управление, система управления, манипулятор, подвижная телекамера

Введение

В настоящее время мобильные роботы (МР) уже активно используются при проведении работ в труднодоступных или опасных для человека местах. Выполнение рабочих операций в таких условиях осложняется и трудно поддается полной автоматизации. Поэтому обычно эти работы выполняются в полуавтоматическом режиме управления, когда оператор управляет манипулятором, установленным на мобильном основании [1—4] с помощью задающего устройства, ориентируясь только по изображению рабочего пространства на экране телемонитора. Для систем с такими мобильными роботами уже решены многие задачи навигации и управления [5—7].

Однако в процессе работы МР с манипулятором могут возникать ситуации, когда его система технического зрения (СТЗ) не позволяет наблюдать объект работ. В этом случае для наблюдения за этим объектом целесообразно использовать более маневренный второй МР, также оснащенный СТЗ. При этом желательно, чтобы используемые СТЗ имели возможность изменения ориентации своих оптических осей для получения лучшего обзора рабочего пространства и объекта работ [7—9]. Но применение вспомогательного МР неизбежно приводит к появлению погрешностей при определении положения объекта работ в системе координат

¹ Работа выполнялась при финансовой поддержке РФФИ (гранты 16-29-04195, 16-07-00718).

(СК) основного МР. В результате не удается выполнять требуемые манипуляционные операции в полностью автоматическом режиме.

Анализ опубликованных работ показал, что в настоящее время проблема групповой работы МР при выполнении манипуляционных операций в автоматическом режиме не решена. Зарубежные и российские исследователи в основном работают в области создания методов управления группами однотипных MP [10—14] или в области транспортировки больших объектов этими группами [15, 16]. Известны публикации, посвященные работе отдельно подводных роботов [17] или манипуляторов [18] в автоматическом режиме, но в них не предусмотрена их совместная работа в составе группы. Таким образом, по-прежнему актуальной остается задача создания новых подходов, методов и алгоритмов согласованного управления группой МР для автоматического выполнения манипуляционных операций.

1. Постановка задачи

В работе ставится и решается задача разработки нового метода совместного управления МР, один из которых (основной) оборудован манипулятором и СТЗ, а второй (вспомогательный) — только СТЗ. Создаваемая система должна предназначаться для автоматического выполнения манипуляционных операций с различными объектами в экстремальных условиях, когда объект работ находится вне зоны видимости СТЗ основного робота. При этом пространственное положение и ориентация указанного объекта должны определяться СТЗ вспомогательного робота и передаваться по каналам связи в СК основного робота. Синтезируемая система должна обеспечивать заданную



Рис. 1. Схема совместной работы двух мобильных роботов

точность автоматического выполнения манипуляционных операций с объектом за счет выявления и устранения погрешностей, возникающих при определении его положения.

2. Описание совместной работы двух мобильных роботов

На рис. 1 показана обобщенная схема предлагаемой системы, состоящей из двух МР 1 и 2. Как уже отмечалось ранее, при работе основного МР 1, оснащенного манипулятором 3 и СТЗ 4, могут возникать ситуации, когда эта СТЗ не позволяет наблюдать объект работ 7. В этом случае используется более маневренный второй МР 2, оснащаемый своей СТЗ 5. В СТЗ 4 и 5 используются телекамеры, оптические оси которых могут менять свою пространственную ориентацию. МР 2 подходит (или подлетает при использовании летательных МР) к объекту 7 с удобного ракурса так, чтобы одновременно был виден этот объект и калибровочный инструмент (маркер) б, установленный на основном МР на гибком стержне. Этот МР одновременно сканирует их с помощью своей СТЗ и определяет их координаты в СК С₂. Затем эти координаты с помощью навигационной системы МР 2 из СК С2 переводятся в абсолютную СК (АСК) С₀, а из нее с помощью навигационной системы MP 1 - в CK C_1 .

Поскольку СТЗ всегда определяют координаты объектов работ с погрешностями, то после передачи пространственных координат объекта 7 из СК C_2 в АСК C_0 , а затем и в СК C_1 указанные координаты в C_1 будут заданы с погрешностями. В результате без предварительного уточнения этих координат осуществлять точное автоматическое выполнение технологических операций на объекте 7, ориентируясь

> только на исходную информацию, полученную с помощью СТЗ 5 и переданную в СК С1, манипулятор 3 не сможет. Для качественвыполнения ного отмеченных операций указанные координаты объекта 7 в СК С1 должны быть уточнены. Для этого используются координаты калибровочного инструмента б, полученные с помощью СТЗ 5 и также переданные в СК С₁. Причем эти координаты будут отличаться от координат реального инструмента 6 в этой СК

на значение той же погрешности, так как объект работ и калибровочный инструмент одновременно наблюдаются СТЗ 5.

Для уточнения координат объекта 7 в СК C_1 рабочий орган манипулятора 3 в этой СК перемещается к виртуальной модели калибровочного инструмента, расположенной рядом с реальным калибровочным инструментом 6, т. е. осуществляется пробный подход манипулятора к этому инструменту 6. Затем СТЗ 5 фиксирует отклонения пространственных координат реального калибровочного инструмента 6 от рабочего органа манипулятора 3 и с помощью системы цифровой обработки видеоинформации определяет реальные отклонения этого органа от калибровочного инструмента 6 в СК C_2 , уточняя полученные ранее координаты модели объекта работ 7 в СК C_1 .

Поскольку указанные операции переноса координат калибровочного инструмента и объекта работ осуществляются одновременно при неподвижном положении MP 1 и MP 2, то ошибки определения их пространственных координат в СК C_1 будут одинаковыми. Поэтому координаты объекта 7 после выполнения указанной манипуляционной операции и расчетов будут определяться точно. В результате манипулятор 3 сможет точно выполнить заданные технологические операции с объектом 7, который находится вне поля зрения его СТЗ.

Гибкий стержень для калибровочного инструмента 6 необходим на случай, если после первоначальных перемещений манипулятора 3 в окрестность этого инструмента его рабочий орган столкнется с ним.

3. Описание алгоритма работы системы

Для реализации предложенного метода автоматического выполнения манипуляционных операций был разработан алгоритм, этапы которого описаны ниже. При описании алгоритма введена матрица однородных преобразований $\mathbf{T}_{j}^{i} \in \mathbf{T}^{4\times4}$, включающих элементарные повороты и сдвиги (эта матрица преобразует вектор, заданный в повернутой и сдвинутой СК C_{j} , в вектор, заданный в неподвижной СК C_{i} [19]).

Этап 1. На этом этапе определяются положение и ориентация МР в АСК C_0 : $\mathbf{c}_{10} = [x_{10} \ y_{10} \ z_{10} \ 1]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{c}_{20} = [x_{20} \ y_{20} \ z_{20} \ 1]^{\mathrm{T}}$ — координаты центров СК C_1 и C_2 основного и вспомогательного МР, φ_{10} , φ_{20} — углы поворота основного и вспомогательного МР относительно



Рис. 2. Кинематическая схема используемого манипулятора

АСК (углы поворотов СК C_1 и C_2 вокруг вертикальных осей z_1 и z_2 , соответственно). Здесь же определяются начальные значения векторов положения рабочего органа \mathbf{r}_c (точка A) и манипулятора \mathbf{r}_m (точка B) в СК C_1 (рис. 2).

Этап 2. Вспомогательный МР с помощью СТЗ 5 определяет координаты объекта 7 $\mathbf{o}_{c2} = [x_{oc2} \ y_{oc2} \ z_{oc2} \ 1]^{\text{т}}$ и инструмента 6 (маркера) $\mathbf{m}_{c2} = [x_{mc2} \ y_{mc2} \ z_{mc2} \ 1]^{\text{т}}$ в своей СК C_2 . Поскольку в качестве СТЗ МР используется подвижная телекамера, то при вычислении указанных координат автоматически учитывается ее текущая ориентация [7—9].

Полученные координаты передаются в ACK C_0 . Для этого векторы \mathbf{o}_{c2} и \mathbf{m}_{c2} умножаются на матрицу однородного преобразования \mathbf{T}_2^0 , связывающую CK C_0 и C_2 , которая предусматривает поворот на угол φ_{20} вокруг оси z_0 и перенос на вектор \mathbf{c}_{20} :

$$\mathbf{m}_{c0} = \mathbf{T}_{2}^{0} \mathbf{m}_{c2} = \begin{bmatrix} c_{\varphi 2} & -s_{\varphi 2} & 0 & x_{20} \\ s_{\varphi 2} & c_{\varphi 2} & 0 & y_{20} \\ 0 & 0 & 1 & z_{20} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{mc2} \\ y_{mc2} \\ y_{mc2} \\ 1 \end{bmatrix};$$
$$\mathbf{o}_{c0} = \mathbf{T}_{2}^{0} \mathbf{o}_{c2} = \begin{bmatrix} c_{\varphi 2} & -s_{\varphi 2} & 0 & x_{20} \\ s_{\varphi 2} & c_{\varphi 2} & 0 & y_{20} \\ 0 & 0 & 1 & z_{20} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{oc2} \\ y_{oc2} \\ y_{oc2} \\ 1 \end{bmatrix},$$

где $c_{\omega 2}$, $s_{\omega 2} - \cos \varphi_2$, $\sin \varphi_2$ соответственно.

Затем обеспечивается передача этих координат в СК C_1 . При этом выполняется поворот на угол ($-\phi_{10}$) вокруг оси z_1 и перенос на вектор ($-c_{10}$), (поскольку АСК C_0 повернута и смещена относительно СК C_1):

$$\mathbf{m}_{c1} = \mathbf{T}_{0}^{1} \mathbf{m}_{c0} = \begin{bmatrix} c_{\varphi 1} & s_{\varphi 1} & 0 & -x_{10} \\ -s_{\varphi 1} & c_{\varphi 1} & 0 & -y_{10} \\ 0 & 0 & 1 & -z_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{mc0} \\ y_{mc0} \\ y_{mc0} \\ 1 \end{bmatrix};$$
$$\mathbf{o}_{c1} = \mathbf{T}_{0}^{1} \mathbf{o}_{c0} = \begin{bmatrix} c_{\varphi 1} & s_{\varphi 1} & 0 & -x_{10} \\ -s_{\varphi 1} & c_{\varphi 1} & 0 & -y_{10} \\ 0 & 0 & 1 & -z_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{oc0} \\ y_{oc0} \\ y_{oc0} \\ 1 \end{bmatrix},$$

где $c_{\varphi l}$, $s_{\varphi l} - \cos \varphi_l$, $\sin \varphi_l$ соответственно.

Этап 3. На этом этапе в автоматическом режиме выполняется пробный подход рабочего органа манипулятора к калибровочному инструменту 6. Вначале по вычисленному положению пары векторов \mathbf{r}_c и \mathbf{r}_m вблизи инструмента 6 решается обратная задача кинематики манипулятора и определяются конечные значения всех его степеней подвижности, которые являются задающими воздействиями для всех следящих приводов. Затем обеспечивается движение манипулятора и его рабочего органа к построенной виртуальной модели калибровочного инструмента, алгоритм которого подробно описан в работе [20].

Этап 4. Определение конечных координат точки *A* с помощью СТЗ *5* и расчет пространственного отклонения (ошибки позиционирования) этой точки от калибровочного инструмента в СК C_2 с помощью выражения $\Delta_{c2} = \mathbf{r}_{c2} - \mathbf{m}_{c2}$, где \mathbf{r}_{c2} — конечное значение вектора положения рабочего органа (точки *A*).

Этап 5. Пересчет координат объекта 7 с учетом выявленной ошибки позиционирования рабочего органа в СК C_2 по формуле $\mathbf{o}_{c2.cor} = \mathbf{o}_{c2} - \Delta_{c2}$ и передача скорректированных координат этого объекта сначала в АСК C_0 , а затем и в СК C_1 :

			o _{c1.cor}	$= \mathbf{T}_{0}^{1}$	$\mathbf{T}_2^0 \mathbf{o}_{c2.c}$	cor =	=		
$\int c_{\varphi 1}$	$s_{\varphi 1}$	0	$-x_{10}$	$\int c_{\varphi 2}$	$-s_{\varphi 2}$	0	x_{20}	$\begin{bmatrix} x_{oc2.cor} \end{bmatrix}$	
$-s_{\varphi 1}$	$c_{\phi 1}$	0	$-y_{10}$	s _{\open2}	$c_{\varphi 2}$	0	<i>y</i> ₂₀	y _{oc2.cor}	
0	0	1	$-z_{10}$	0	0	1	z_{20}	y _{oc2.cor}	ŀ
0	0	0	1	0	0	0	1	1	

Аналогично определяются и передаются в СК *C*₁ точные координаты инструмента *6* с учетом ошибки позиционирования для выполнения проверочного подхода к этому инструменту:

			r	n _{c1.cor}	$= \mathbf{T}_0^1 \mathbf{T}$	$\Gamma_2^0 \mathbf{m}_{c2.c}$	or =	=		
	$\int c_{\varphi 1}$	$S_{\varphi 1}$	0	$-x_{10}$	$\left[c_{\varphi^2}\right]$	$-s_{\varphi 2}$	0	x_{20}	$\begin{bmatrix} x_{mc2.cor} \end{bmatrix}$	
	$-s_{\varphi 1}$	$c_{\phi 1}$	0	$-y_{10}$	s _{\open2}	$c_{\varphi 2}$	0	<i>y</i> ₂₀	$y_{mc2.cor}$	
_	0	0	1	$-z_{10}$	0	0	1	z_{20}	$y_{mc2.cor}$	•
	0	0	0	1	0	0	0	1	1	

Этап 6. На этом этапе для проверки точности определения положений объектов после введенной коррекции вновь рассматривается подход рабочего органа манипулятора к инструменту 6. При этом выполняются действия, аналогичные действиям, представленным на этапе 3, но при определении точки подхода рабочего органа к указанному инструменту используются уже его уточненные координаты в СК C_1 , вычисленные на этапе 5. Если требуемая точность подхода, контролируемая СТЗ 5, обеспечивается, то осуществляется переход к следующему этапу, а если нет, то этапы 4—6 повторяются до достижения требуемой точности.

Этап 7. После проверки точности позиционирования рабочего органа относительно инструмента 6 осуществляется подход манипулятора к объекту работ 7 для последующего выполнения требуемых действий в автоматическом режиме. Эта операция также контролируется СТЗ 5. Содержание этого этапа аналогично содержанию этапа 3. При точном подходе начинаются рабочие операции с объектом. Если же требуемая точность не обеспечивается, то работа манипулятора прекращается, и оператору сообщается о невозможности дальнейших действий.

Предложенный алгоритм позволяет определить, а затем и скомпенсировать с помощью СТЗ не только погрешности определения координат объектов, но и погрешности работы навигационных систем (погрешности определения положения и ориентации обоих МР в АСК C_0). Поскольку в этом случае при пробном подходе к инструменту 6 пространственное отклонение Δ_{c2} точки A от этого инструмента будет зависеть как от ошибок определения посредством СТЗ координат инструмента, так и от ошибок навигации МР, то пересчет координат этого инструмента и объекта работ с учетом Δ_{c2} позволит скомпенсировать все указанные ошибки.

4. Исследование работы системы

Для проверки работоспособности предлагаемого выше алгоритма работы системы, состоящей из двух мобильных роботов, было проведено ее математическое моделирование.

Кинематическая схема манипулятора основного МР изображена на рис. 2. Этот манипулятор имеет параметры $l_1 = 0,25$ м, $l_2 = 0,2$ м, $l_3 = 0,215$ м, h = 0,21 м. Координаты начала СК C_1 и СК C_2 (мобильных роботов), калибровочного инструмента и объекта работ в АСК C_0 , соответственно, описываются векторами: $\mathbf{c}_{10} = [1 - 0,3 \ 0 \ 1]^{\mathrm{T}}, \mathbf{c}_{20} = [1 \ 0,3 \ 0 \ 1]^{\mathrm{T}}, \mathbf{m}_{c0} = [1 - 0,25 \ 0,1 \ 1]^{\mathrm{T}}, \mathbf{o}_{c0} = [0,9 \ 0 \ 0,15 \ 1]^{\mathrm{T}}.$

При моделировании полагалось, что навигационные системы обоих МР точно определяют их координаты в АСК C_0 . В начале моделирования манипулятор имел следующие исходные значения обобщенных координат: $q_1 = 0$, $q_2 = \pi/8$, $q_4 = \pi/6$, $q_5 = 0$.

На рис. 3 и 4 показаны изменения координат точек A и B манипулятора (см. рис. 2) при его движении в СК C_1 , когда:

1. СТЗ 5 точно определяет координаты инструмента 6 и объекта 7 в СК C_2 .

2. СТЗ 5 определяет координаты калибровочного инструмента 6 и объекта 7 в СК C_2 с ошибками по осям x и y, равными $\Delta_{xC2} = \Delta_{yC2} = 0,05$ м.

На рис. 3 и 4 цифрой θ обозначено начальное положение рабочего органа (точки A) манипулятора, цифрой 1 — положение калибровочного инструмента 6, а цифрой 2 — положение объекта работ в СК C_1 . Из рис. 3 видно, что при точной работе СТЗ 5 рабочий орган из исходного положения (точка θ) сразу достигает точки 1 расположения инструмента 6 (координаты вектора \mathbf{r}_c в конце движения манипулятора совпадают с координатами инструмента 6). При этом рабочий орган расположен вертикально (векторы \mathbf{r}_c и \mathbf{r}_m отличаются по координате z на длину звена манипулятора l_3). Затем точка Aманипулятора точно подходит к объекту работ 7 (точка 2).

На рис. 4 цифрой l' обозначено ошибочное положение инструмента 6 в СК C_1 , полученное на основе ошибочных данных СТЗ 5. Из рис. 4 видно, что рабочий орган при движении к инструменту 6 вначале не достигает точки 1. После этого пробного подхода по текущему положению рабочего органа (точка 1') и инструмента 6 (точка 1), определяемому СТЗ 5, рассчитывается ошибка позиционирования и выполняется корректировка положения этого



Рис. 3. Пространственное движение манипулятора и характерной точки рабочего органа при точной работе СТЗ



Рис. 4. Пространственное движение манипулятора и точки *А* рабочего органа при работе СТЗ с ошибками

инструмента и объекта 7 (этапы 4 и 5 алгоритма). Затем точка A рабочего органа движется уже точно к инструменту 6 (точка I) и к объекту 7 (точка 2).

Таким образом, результаты выполненного математического моделирования полностью подтвердили работоспособность и эффективность предлагаемого подхода к совместной работе двух МР. Этот подход позволяет осуществлять точную работу манипулятора даже с объектами, которые не наблюдаются СТЗ МР, на котором он установлен.

Заключение

В работе предложен новый подход к точному автоматическому выполнению манипуляционных операций с помощью двух МР, один из которых оборудован манипулятором и СТЗ, а второй — вспомогательный (более маневренный) — только СТЗ. Созданный алгоритм позволяет точно работать с объектами, находящимися вне зоны видимости СТЗ основного робота. При этом пространственное положение и ориентация указанного объекта определяются СТЗ вспомогательного робота. Предложенный подход позволяет сохранить заданную точность автоматического выполнения манипуляционных операций с различными объектами даже при наличии погрешностей при определении положения и ориентации объектов работ, а также ошибок навигации объектов работ, а также ошибок навигации обоих MP за счет выполнения пробных (тестовых) движений рабочего органа манипулятора. Техническая реализация предложенного подхода не вызывает принципиальных затруднений.

Список литературы

1. Andreev V. P., Pryanichnikov V. E. Operation Environment of Mobile Robots with Supervision Control // Annals of DAAAM for 2011 & Proceedings of the 22nd International DAAAM Symposium. Vienna, Austria. 2011. Volume 22, No. 1. P. 0021-0022.

2. Cetin L., Baser O., Keskin O., Uyar E. Vision Based Control Algorithm for a Mobile Manipulator //Annals of DAAAM for 2011 & Proceedings of the 22nd International DAAAM Symposium. Vienna, Austria. 2011. Volume 22, No. 1. P. 0449–0450.

3. Changhwan C., Yongchil S., Seungho J., Seungho K. Tele-Operated Fuel Handling Machine Manipulation Robot for the Nuclear Power Plants // Proc. CD-ROM of the 6th Asian Control Conf. Bali, Indonesia. 2006. P. 983–987.

4. Lee D., Spong M. W. Passive bilateral control of teleoperators under constant time-delay // Proc. 16 IFAC World Congress. Prague, Czech Rep. 2005. File 03009.pdf (CD-ROM). P. 1–6.

5. **Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А.** Метод формирования гладких траекторий движения мобильных роботов в неизвестном заранее окружении // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2017. № 4. С. 174—184.

6. Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А., Мурсалимов Э. Ш. Информационно-управляющая система для мобильных роботов // Автометрия. 2015. Т. 51. № 5. С. 92—100.

7. **Katsurin Alexey.** System of Telecontrol by the Mobile Robot with Movable Camera // Applied Mechanics and Materials. 2014. Vol. 643. P. 9–14.

8. Филаретов В. Ф., Кацурин А. А., Пугачев Ю. А. Метод полуавтоматического комбинированного управления манипулятором с помощью подвижной телекамеры // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 2. С. 38—45.

9. Филаретов В. Ф., Кацурин А. А. Метод полуавтоматического позиционного управления манипулятором с помощью телекамеры, изменяющей пространственную ориентацию своей оптической оси // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 9. С. 15–22.

10. Fernando J. Mendiburu, Marcos R. A. Morais, Antonio M. N. Lima. Behavior coordination in multi-robot systems // Proc. of 2016 IEEE International Conference on Automatica (ICA-ACCA). 2016. P. 1–7.

11. Xiao Yu, Lu Liu, Gang Feng. Distributed circular formation control of multi-robot systems with directed communication topology // Proc. of 2016 35th Chinese Control Conference (CCC). 2016. P. 8014–8019.

12. Francesco Riccio, Emanuele Borzi, Guglielmo Gemignani, Daniele Nardi. Multi-robot search for a moving target: Integrating world modeling, task assignment and context // Proc. of 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). 2016. P. 1879–1886.

13. Abraham P. Vinod, Yuqing Tang, Meeko M. K. Oishi, Katia Sycara, Christian Lebiere, Michael Lewis. Validation of cognitive models for collaborative hybrid systems with discrete human input // Proc. of 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). 2016. P. 3339–3346.

14. **Меркулов В. И.** Синтез согласованного управления группой объектов // Динамика сложных систем — XXI век. 2016. Т. 10. № 2. С. 23—27.

15. Abel Garcia Barrientos, Joel Lara Lopez, Eduardo Steed Espinoza, Jose Hoyo, Guillermo Valencia Palomo. Object Transportation Using a Cooperative Mobile Multi-Robot System // IEEE Latin America Transactions. 2016. Vol. 14, Issue 3. P. 1184–1191.

16. Градецкий В. Г., Ермолов И. Л., Князьков М. М., Семенов Е. А., Собольников С. А., Суханов А. Н. О научных задачах выполнения транспортных операций группой мобильных роботов // Экстремальная робототехника. 2016. № 1. С. 25–30.

17. **Филаретов В. Ф., Коноплин А. Ю., Коноплин Н. Ю.** Система для автоматического выполнения манипуляционных операций с помощью подводного робота // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18. № 8. С. 543—549.

18. **Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А., Коноплин А. Ю.** Метод синтеза системы автоматического управления режимом движения схвата манипулятора по сложным пространственным траекториям // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 6. С. 47—54.

19. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Основы управления манипуляционными роботами. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. — 480 с.

20. Vladimir Filaretov, Alexey Katsurin, Chyi-Yeu Lin. System of Telecontrol by Manipulators for Automatic Grasp of Objects // Proc. of 2011 International Conference on Intelligent Computing and Control (ICOICC 2011). Bangkok, Thailand. May 27–28, 2011. P. 1–4.

Joint Work of Two Mobile Robots at the Automatic Execution of Manipulation Operations

V. F. Filaretov, filaretov@inbox.ru, A. A. Katsurin, katsurin@mail.ru

Institute of Automation and Control Processes FEB RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation, Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690091, Russian Federation

Corresponding author: Katsurin Aleksey A., Ph. D., Senior staff scientist, Institute of Automation and Control Processes FEB RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation, Associate Professor, Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690091, Russian Federation, e-mail: katsurin@mail.ru

Received on May 04, 2018

At present, manipulative mobile robots (MR) are actively used in work in hard-to-reach or dangerous places for human beings. However, in the process of their individual work, situations may arise where their vision systems (VS) do not allow

to observe the work objects fully or partially. In this case, auxiliary compact and highly maneuverable MR, also equipped with VS, can additionally be used. But the use of auxiliary MR inevitably leads to the appearance of errors in determining the positions of objects of work in the coordinate system of the main manipulative MR. Therefore, there is a need to create new approaches and methods for the coordinated control of several MRs and accurate determination of their relative positions for performing specified manipulation operations in a fully automatic mode.

The paper considers the method and algorithm for automatic execution of manipulation operations in the process of joint work of two MRs. The first of them (the main one) is equipped with a manipulator and VS, and the second one (auxiliary and more maneuverable) — only VS. The proposed control system allows to accurately perform manipulation operations with various objects in extreme conditions, even if the object of work is out of sight of the VS of the first robot. In this case, the spatial positions and orientations of the objects of work are determined and (if necessary) are corrected using the VS of the auxiliary robot and transmitted through the communication channels to the control system of the main robot, already being attached to its coordinate system. The developed system allows to determine and then compensate using VS not only the errors in determining the coordinates of work objects, but also the errors in the operation of the navigation systems of both MRs by performing trial (test) movements of the manipulator's working tool. The results of mathematical modeling fully confirmed the operability and effectiveness of the proposed approach to the joint operation of two MRs in the automatic mode.

Keywords: mobile robot, multi-robot system, control system, manipulator, mobile camera

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, projects no. 16-29-04195, 16-07-00718.

For citation:

Filaretov V. F., Katsurin A. A. Joint Work of Two Mobile Robots at the Automatic Execution of Manipulation Operations, *Mekhatro-nika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 8, pp. 529–535.

DOI: 10.17587/mau.19.529-535

References

1. Andreev V. P., Pryanichnikov V. E. Operation Environment of Mobile Robots with Supervision Control, *Annals of DAAAM for* 2011 & Proceedings of the 22nd International DAAAM Symposium. Vienna, Austria, 2011, vol. 22, no. 1, pp. 0021–0022.

2. Cetin L., Baser O., Keskin O., Uyar E. Vision Based Control Algorithm for a Mobile Manipulator, Annals of DAAAM for 2011 & Proceedings of the 22nd International DAAAM Symposium. Vienna, Austria, 2011, vol. 22, no. 1, pp. 0449-0450.

3. Changhwan C., Yongchil S., Seungho J., Seungho K. Tele-Operated Fuel Handling Machine Manipulation Robot for the Nuclear Power Plants, *Proc. CD-ROM of the 6th Asian Control Conf. Bali, Indonesia*, 2006, pp. 983–987.

4. Lee D., Spong M. W. Passive bilateral control of teleoperators under constant time-delay, *Proc. 16 IFAC World Congress. Prague, Czech Rep.*, 2005, File 03009.pdf (CD-ROM), pp. 1–6.

5. Filaretov V. F., Yukhimets D. A. Planning smooth paths for mobile robots in an unknown environment, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2017, vol. 56, no. 4, pp. 738–748.

6. Filaretov V. F., Yukhimets D. A., Mursalimov E. Sh. *Informacionno-upravljajushhaja sistema dlja mobil'nyh robotov* (Information-control system for mobile robots), *Avtometrija*, 2015, vol. 51, no. 5, pp. 92–100 (in Russian).

7. **Katsurin Alexey.** System of Telecontrol by the Mobile Robot with Movable Camera, *Applied Mechanics and Materials*, 2014, vol. 643. pp. 9–14.

8. Filaretov V. F., Katsurin A. A., Pugachev Yu. A. Metod poluavtomaticheskogo kombinirovannogo upravlenija manipuljatorom s pomoshh'ju podvizhnoj telekamery (A method of semi-automatic combined control of a manipulator with the help of a mobile camera), Mehatronika, avtomatizacija, upravlenie, 2009, no. 2, pp. 38–45 (in Russian).

9. Filaretov V. F., Katsurin A. A. Metod poluavtomaticheskogo pozicionnogo upravlenija manipuljatorom s pomoshh'ju telekamery, izmenjajushhej prostranstvennuju orientaciju svoej opticheskoj osi (Method of semi-automatic position control of a manipulator with the help of a camera that changes the spatial orientation of its optical axis), Mehatronika, avtomatizacija, upravlenie, 2008, no. 9. pp. 15–22 (in Russian).

10. Fernando J. Mendiburu, Marcos R. A. Morais, Antonio M. N. Lima. Behavior coordination in multi-robot systems, *Proc.*

of 2016 IEEE International Conference on Automatica (ICA-ACCA), 2016, pp. 1–7.

11. Xiao Yu., Lu Liu, Gang Feng. Distributed circular formation control of multi-robot systems with directed communication topology, *Proc. of 2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*, 2016, pp. 8014–8019.

12. Francesco Riccio, Emanuele Borzi, Guglielmo Gemignani, Daniele Nardi. Multi-robot search for a moving target: Integrating world modeling, task assignment and context, *Proc. of 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2016, pp. 1879–1886.

13. Abraham P. Vinod, Yuqing Tang, Meeko M. K. Oishi, Katia Sycara, Christian Lebiere, Michael Lewis. Validation of cognitive models for collaborative hybrid systems with discrete human input, *Proc. of 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2016, pp. 3339–3346.

14. **Merkulov V. I.** Sintez soglasovannogo upravlenija gruppoj ob'ektov (Synthesis of coordinated control of a group of objects), Dinamika slozhnyh sistem — XXI vek, 2016, vol. 10, no. 2, pp. 23–27 (in Russian).

15. Abel Garcia Barrientos, Joel Lara Lopez, Eduardo Steed Espinoza, Jose Hoyo, Guillermo Valencia Palomo. Object Transportation Using a Cooperative Mobile Multi-Robot System, *IEEE Latin America Transactions*, 2016, vol. 14, no. 3. pp. 1184–1191.

16. Gradetsky V. G., Ermolov I. L., Knyazkov M. M., Semenov E. A., Sobolnikov S. A., Sukhanov A. N. O nauchnyh zadachah vypolnenija transportnyh operacij gruppoj mobil'nyh robotov (On the scientific tasks of performing transport operations by a group of mobile robots), Jekstremal'naja robototehnika, 2016, no. 1, pp. 25–30 (in Russian).

17. Filaretov V. F., Konoplin A. Yu., Konoplin N. Yu. Sistema dlja avtomaticheskogo vypolnenija manipuljacionnyh operacij s pomoshh'ju podvodnogo robota (A system for automatically performing manipulation operations with an underwater robot), Mehatronika, avtomatizacija, upravlenie, 2017, vol. 18, no. 8, pp. 543–549 (in Russian).

18. Filaretov V. F., Yukhimets D. A., Konoplin A. Yu. Metod sinteza sistemy avtomaticheskogo upravlenija rezhimom dvizhenija shvata manipuljatora po slozhnym prostranstvennym traektorijam (The method of synthesis of the automatic control system for the movement mode of the manipulator grip on complex spatial trajectories), Mehatronika, avtomatizacija, upravlenie, 2012, no. 6, pp. 47–54 (in Russian).

19. Zenkevich S. L., Yushchenko A. S. Osnovy upravlenija manipuljacionnymi robotami (Fundamentals of manipulation robots), Moscow, BMSTU, 2004, 480 p. (in Russian).

20. Vladimir Filaretov, Alexey Katsurin, Chyi-Yeu Lin. System of Telecontrol by Manipulators for Automatic Grasp of Objects, *Proc. of 2011 International Conference on Intelligent Computing and Control (ICOICC 2011). Bangkok, Thailand. May 27–28, 2011*, pp. 1–4.

В. А. Карташев, д-р физ.-мат. наук, вед. научн. сотр., kart@list.ru, В. В. Карташев, канд. физ.-мат. наук, мл. научн. сотр., ФИЦ Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН

Формирование траектории аварийного торможения манипулятора методом последовательного отключения приводов

При возникновении аварийной ситуации или нажатии на пульте управления соответствующей кнопки система управления экстренно останавливает манипулятор путем отключения приводов и включения тормозов, если степени подвижности оснащены ими. Возникающее в результате этого движение манипулятора является неуправляемым и может привести к значительным отклонениям от программной траектории.

В работе рассматривается устройство управления аварийным торможением, которое, будучи подключенным к системе управления, обеспечивает выключение питания приводов степеней подвижности независимо друг от друга. Эта возможность позволяет формировать траекторию торможения путем отключения питания приводов в требуемой последовательности и с заранее вычисленными задержками.

В работе описывается алгоритм вычисления задержек контроллером устройства, при которых обеспечивается близость траектории аварийного торможения к программной траектории, что способствует уменьшению вероятности возникновения опасных ситуаций, связанных со столкновением робота с объектами, расположенными в его рабочей зоне.

Ключевые слова: манипуляционный робот, аварийное торможение, формирование траектории торможения

Введение

При обнаружении нештатной ситуации или нажатии персоналом кнопки аварийной остановки система управления роботом-манипулятором тормозит его путем отключения приводов. При этом автоматически вводятся в действие тормоза, если степени подвижности оснащены ими. Рассмотренный способ торможения манипулятора называется аварийным остановом [1].

Аварийное торможение манипулятора является неуправляемым [2, 3] и может привести к значительным отклонениям от программной траектории. В целях уменьшения отклонения применяют устройства, которые создают дополнительные тормозные усилия в двигателе. Например, в устройстве аварийного торможения, описываемом в патенте US8736219 [4], предлагается оснастить каждый привод дополнительным реле, которое по сигналу аварийного торможения отключает питание привода и закорачивает обмотки электродвигателя. Возникающая противоЭДС создает достаточно большой тормозной момент, в результате чего двигатель тормозится быстрее, чем при отключении питания.

Тормозное ускорение противоЭДС двигателя кратно меньше, чем тормозов, поэтому рассматриваемое усовершенствование функции аварийного торможения не приводит к существенному уменьшению тормозного пути. Кроме того, по-прежнему торможение осуществляется в неуправляемом режиме, что может привести к опасному отклонению от программной траектории.

В заявке на патент [5] рассматривается контроллер, к которому подключены индивидуальные для каждой степени подвижности средства включения/выключения питания соответствующего привода. При этом предполагается наличие оперативной связи контроллера с компонентами, работа которых направлена на управление.

Заметим, что в промышленных манипуляционных роботах система управления не предназначена для взаимодействия с внешними устройствами на аппаратном уровне. По этой причине обсуждаемый способ усовершенствования управления манипулятором, в том числе и аварийного торможения, невозможен без доработки аппаратного и, главное, программного обеспечения системы управления, так как штатные средства управления роботом на это не рассчитаны. Вопрос о способе выполнения аварийного торможения в цитируемой работе не рассматривается.

Постановка задачи

В настоящей работе предлагается формировать траекторию аварийного торможения путем

отключения питания привода каждой степени подвижности не одновременно со всеми, а с заранее рассчитанной задержкой. Значения задержек вычисляются системой управления движением после поступления сигнала об аварийной остановке с таким расчетом, чтобы траектория торможения манипулятора оказалась близка к программной. Это позволяет на всем участке торможения исключить столкновение с объектами, которые находятся в рабочей зоне.

Техническая реализация предлагаемого способа управления траекторией торможения [6, 7] предполагает, что система управления может отключить привод любой степени подвижности независимо от других. Для этого предлагается оснастить систему управления робота устройством, которое делает возможным выключение питания приводов в требуемой последовательности и с необходимыми задержками.

Устройство управления аварийным торможением

На рис. 1 показана структурная схема такого устройства и подключение его к системе управления манипуляционным роботом. На рис. 1 обозначены: 1 — рассматриваемое устройство; 2_i — индивидуальные средства — реле или ана-



логичная схема включения/выключения питания привода степени подвижности i = 1, ..., nпо сигналам 3_i от контроллера 4, предназначенного для определения момента начала торможения для каждой степени подвижности; 5 электронная схема привода; 6 — вход напряжения питания приводов; 7 — входы датчиков положения исполнительных устройств манипулятора, подключенные к общему контроллеру устройства; 8 — вход сигнала включения аварийного торможения; 9_i — выход напряжения питания приводов; 10 — система управления роботом; *11_i* — двигатель степени подвижности; 12, — датчик положения степени подвижности; 13, — контроллер следящей системы степени подвижности; 14 — реле или аналогичная электронная схема выключения питания приводов и включения тормозов робота; 15 — контроллер исполнения рабочей программы робота; 16 — блок питания; 17_i — выходы управляющего напряжения тормоза степени подвижности; 18, — тормоз. Если манипулятор не оснащен тормозами, то блоки 17, и 18, отсутствуют, как и их связи с другими блоками схемы. Соединения, которые в системе управления должны быть исключены, отмечены на схеме штриховыми линиями. Соединения, которые должны быть установлены при подключении, отмечены утолщенными линиями.

> Рассмотрим работу устройства. При переходе к аварийному торможению контроллер робота 15 вырабатывает сигнал, по которому до подключения предлагаемого устройства реле 14 системы управления штатно отключало питание электронных схем приводов 5. При подключенном устройстве этот сигнал поступает через вход 8 в контроллер 4 и запускает функцию управления аварийным торможением.

> После этого контроллер 4 выполняет расчеты моментов времени, в которые должны быть выключено питание каждого привода и включен тормоз его двигателя. В них учитываются текущие скорости степеней подвижности. Они вычисляются по показаниям датчиков положения 12_i, которые поступают через входы 7. Заметим, что при движении манипулятора

по программной траектории значения текущих скоростей степеней подвижности совпадают с программными скоростями.

При наступлении момента торможения очередной степени подвижности *i* контроллер 4 через соответствующую линию 3_i переводит реле 2_i в состояние, которое прерывает подачу питания приводов *i* (выход 9_i) через вход 6 источника питания 16. Двигатели 11_i выключаются, и одновременно включаются тормоза (выход 17_i). В результате степень подвижности *i* останавливается.

Приведенное описание работы подключаемого устройства показывает, что его контроллер позволяет включать торможение каждой степени подвижности независимо от других. Таким образом, появляется возможность формирования траектории аварийного торможения манипулятора посредством выбора моментов начала торможения каждой степени подвижности. Воспользуемся этим для того, чтобы обеспечить близость траектории торможения к программной траектории.

Алгоритм вычисления задержек

В момент поступления сигнала об аварийном торможении контроллер рассматриваемого устройства оценивает длительности интервалов времени T_i , в течение которых каждая степень подвижности остановится, используя формулу

$$T_i = \frac{v_i}{w_i},$$

где i — номер степени подвижности; v_i — скорость степени подвижности в начале торможения; w_i — ускорение торможения. В этой формуле скорость v_i является известной величиной. Она вычисляется контроллером по показаниям датчиков положения степеней подвижности.

Для того чтобы определить *w_i*, достаточно выполнить эксперимент по аварийному торможению и записать изменения координат степеней подвижности во времени. Ускорение при торможении *w_i* степени подвижности *i* вычисляется по формуле

$$w_i = 2\frac{D_i}{t_i^2}$$

в которой D_i — выбег степени подвижности; t_i — длительность торможения до полной остановки.

После вычисления длительностей торможения степеней подвижности контроллер находит из них такую, которая тормозится дольше всех. В дальнейшем она обозначается T_{max} , номер этой степени — i0.

Торможение остальных степеней подвижности осуществляется с некоторой задержкой, которая вычисляется с учетом условия минимизации отклонения расчетной траектории манипулятора от программной. Задача минимизации может быть решена численно с помощью известных методов вычислительной математики.

При некоторых естественных допущениях можно получить аналитическое решение задачи и использовать его для построения управления. Предположим, что при торможении координаты степени подвижности изменяются линейно, т. е. ускорение торможения постоянно. Заметим, что эта модель с точностью, достаточной в практических применениях, описывает изменение координат в степенях подвижности в реальном движении.

Решение задачи минимизации для рассматриваемой модели представлено на рис. 2.

Приняты следующие обозначения: O — момент отключения питания степени подвижности с наибольшей длительностью торможения, ее номер обозначается через *i*0; длительность торможения T_{max} ; v_i — скорость степени подвижности *i* в начале аварийного торможения; $T_{i \text{ торм}}$ — вычисляемый момент начала торможения степени подвижности с номером *i*;



A — скорость степени подвижности в момент срабатывания тормоза; C — момент окончания торможения; D — момент окончания движения, если торможение происходит по программной траектории; B — точка пересечения прямых AC и v_iD ; T_B — момент времени, в который это происходит.

Штриховой линией показан график изменения скорости движения степени подвижности, если торможение осуществляется вдоль программной траектории. Сплошной линией показано изменение скорости для формируемой траектории торможения, при котором торможение начинается с задержкой $[OT_{i \text{ торм}}]$ относительно начала фактического торможения степени *i*0. На участке $[T_{i \text{ торм}}C]$ степень подвижности тормозится за счет сил трения в редукторе и работы тормозов.

На участке $[OT_B]$ фактическая скорость движения степени подвижности больше программной. Отклонение (опережение), которое в связи с этим возникает, численно равняется площади треугольника $\Delta v_i A B$:

$$\int_{0}^{T_{B}} (L(v_{i}AB,t) - L(T_{B}D,t))dt = S_{\Delta v_{i}AB}.$$

Здесь $L(v_iAB,t)$ — функция, график которой изображается ломаной линией v_iAB , $L(T_BD,t)$ — функция, график которой изображается прямой T_BD .

На участке $[T_BD]$ фактическая скорость движения степени подвижности меньше программной. Отклонение (отставание), которое в связи с этим возникает, численно равняется $S_{\Delta BCD}$. Суммарное отклонение численно равно разности $S_{\Delta viAB} - S_{\Delta BCD}$.

Таким образом, наименьшее отклонение от программной траектории достигается при выполнении равенства $S_{\Delta viAB} = |S_{\Delta viAB} - S_{\Delta BCD}|$, которое эквивалентно условию $2S_{\Delta viAB} = S_{\Delta BCD}$. Принимая во внимание подобие $\Delta v_i AB$ и ΔBCD , получаем, что наименьшее отклонение достигается при выполнении следующего соотношения: $CD = \sqrt{2}OT_{i \text{ торм.}}$

Учитывая, что $T_BC = v_i/w_i$ и $OD = T_{max}$, после преобразований получим

$$T_{i \text{ торм}} = \frac{T_{\max} - \frac{v_i}{w_i}}{1 + \sqrt{2}}.$$

Учет задержек срабатывания тормозов

Срабатывание электромагнитных приводов тормозов происходит с некоторой временной задержкой. Обозначим a_i — промежуток времени, в течение которого срабатывает тормоз *i*-й степени подвижности. Достаточно часто значение задержки срабатывания тормоза приводится производителем в списке характеристик электродвигателя.

Задержки a_i достаточно просто определяются в эксперименте по аварийному торможению. Включению тормоза соответствует момент, когда скорость изменения координат начинает интенсивно замедляться. Задержка в срабатывании тормоза a_i равна промежутку времени между моментом выдачи сигнала на торможение и фактическим началом торможения.

Если все *a_i* известны, то задержки отключения питания приводов для каждой степени подвижности даются формулой

$$T_{i \text{ торм}} = \frac{T_{\text{max}} - \frac{v_i}{w_i}}{1 + \sqrt{2}} + a_{i0} - a_i.$$
(1)

Заметим, что в случаях, когда задержка a_i в срабатывании тормоза некоторой степени много больше, чем задержка для степени подвижности *i0*, может оказаться, что первым должен выключаться привод с номером *i*. Этой ситуации соответствует случай $T_{i \text{ торм}} < 0$.

Результаты экспериментов

Аналитические оценки показывают, что по сравнению с одновременным выключением питания приводов управление началом торможения позволяет в несколько раз уменьшить отклонение траектории торможения от программной траектории. Этот вывод подтвержден в экспериментах, проведенных с манипуляционным роботом PM-01 [8]. Робот имеет антропоморфную кинематическую схему с шестью управляемыми степенями подвижности. Конструктивно манипулятор является копией известного манипулятора PUMA-560.

Результаты одного из экспериментов приведены в таблице. Манипулятору задается перемещение в заданную позицию. Во время исполнения движения нажимают кнопку аварийного торможения. При нажатии кнопки

Номер степени подвиж- ности	Текущая ско- рость, измеренная по датчику поло- жения v _i , рад/с	Ускорение торможе- ния <i>w_i</i> , рад/с ²	Задержка срабатыва- ния тормо- за <i>a_i</i> , с	Длительность торможения степени подвиж- ности $T_i = v_i/w_i$, с	Длительность торможе- ния степени подвижно- сти <i>i</i> 0, которая тормозит- ся дольше других, <i>T</i> _{max} , с	Задержка начала торможения, вычисленная по формуле (1), с
1	-1,1	3,2	0,1	0,32		0,1
2	0,6	3,2	0,1	0,19		0,2
3	1,5	3,2	0,1	0,47	0,47, i0 = 3	0
4	-2,1	8,1	0,06	0,24		0,2
5	-1,7	8,1	0,06	0,21		0,18
6	0,5	8,1	0,06	0,06		0,33

микроконтроллер, управляющий роботом, вычисляет значение задержек начала торможения для каждой из степеней подвижности по формуле (1).

Для этого с помощью датчиков положения определяются текущие скорости движения степеней подвижности v_i (столбец 2) и с учетом известной интенсивности их торможения w_i (столбец 3) прогнозируются интервалы времени, в течение которых каждая из степеней подвижности остановится: $T_i = v_i/w_i$ (столбец 5). Затем контроллер находит степень подвижности, которая тормозится дольше других (ее время торможения T_{max} , в данном случае это третья степень подвижности). Используя полученные данные, контроллер вычисляет задержки в обесточивании приводов (столбец 7), при которых обеспечивается минимизация отклонения траектории торможения от программной траектории.

Закончив вычисления, контроллер отключает питание приводов степеней подвижности в последовательности возрастания величин $T_{i \text{ торм}}$. В рассмотренном примере первой будет выключена третья степень подвижности, для которой длительность торможения максимальна. Отключение питания остальных степеней подвижности осуществляется с вычисленными задержками. Например, питание первой степени подвижности отключается через 0,1 с после третьей, так как

$$\frac{T_{\max} - \frac{v_i}{w_i}}{\sqrt{2}} + a_{i0} - a_i =$$

= $\frac{0,47 - 1,1/3,2}{1,4} + 0,1 - 0,1 \approx 0,1 \text{ c}$

Согласно последнему столбцу таблицы степени подвижности должны отключаться в следующей последовательности: третья, первая через 0,1 с, пятая — через 0,18 с, вторая и четвертая — через 0,2 с, шестая — через 0,33 с. Непосредственные измерения показали, что в описанном эксперименте применение заявленного способа управления аварийным торможением приводит к уменьшению более чем в четыре раза отклонения от программной траектории, в результате чего оно не превышает 30 мм.

Заключение

В работе рассмотрено устройство, которое подключается к манипуляционному роботу с целью обеспечить возможность выключения приводов независимо друг от друга. Предложен алгоритм вычисления задержек в выключении приводов, который позволяет формировать траекторию аварийного торможения манипулятора таким образом, чтобы обеспечить близость ее к программной траектории. Аналитические оценки показывают, что таким образом можно уменьшить отклонение от программной траектории в несколько раз. Результаты экспериментов подтверждают аналитические оценки.

Список литературы

1. **Emergency** stop /Robot AppStore. Robopedia // http:// www.robotappstore.com/Robopedia/Emergency%20Stop (дата обращения 27.02.2018).

2. Руководство пользователя робота UR3/CB3 — С-П., Universal Robots, 2015. 147 с.

3. **KUKA** Robots KR 5 arc Specification. Augsburg -KUKA Roboter GmbH, 2011. 67 p.

4. Hofmann J., Schwarz R., Marx S. Industrial robot having redundant emergency brake circuit // Pat US8736219, 27.05.2014.

5. **A Robot** With At Least Two Separate Brake Devices And A Method Of Controlling Such A Robot // ABB RESEARCH LTD. Patent Application WO 2008037799, 23.04.2008, 25 p.

6. **Карташев В. А., Карташев В. В.** Устройство управления аварийным торможением манипулятора // Заявка на патент РФ № 2017105573/28(009978).

7. **Карташев В. А., Карташев В. В.** Способ управления аварийным торможением манипулятора // Заявка на патент РФ № 2017105570/02(009975).

8. **Промышленный** робот РМ-01. Руководство по аппаратной части. Минск: НПО "Гранат", 1987. 127 с.

Designing of Manipulator Emergency Bracking Trajectory by Sequential Drivers Shutdown Method

V. A. Kartashev, kart@list.ru, V. V. Kartashev, vsevolod.kartashev@gmail.com, FRC Keldysh Institute for Applied Mathematics RAS, Moscow

Corresponding author: Kartashev Vladimir A., Doctor of Math., Leading Research Fellow, Full Professor, FRC Keldysh Institute for Applied Mathematics RAS, Moscow, 125047, Russian Federation

Accepted on April 27,2018

The problem of emergency braking security is solved by using different means of robot stopping. They include soft deceleration as well as emergency stopping with shutdown of manipulator drivers and brakes activating. This mode is used in all cases of equipment fault detection or while alarm bottom is pressed on control panel. During braking phase the manipulator motion is uncontrollable what can lead to great deviations from program trajectory. The problem of emergency breaking is complicated enough because appropriate solution should take into account that some robot sensors and drivers are invalid. The paper describes device which can be connected to robot control system. It consists of controller and individual electronic schemes that are able to turn off power supply of each degree of freedom regardless from other one. This feature allows to design braking trajectory by turning off drivers in specific sequence and calculated delays. Connection the device to control system needs insignificant changing in hardware architecture of robot control system. Mathematical solution of deviation minimization problem for braking trajectory from program one is presented. It bases on suggestion that braking forces are constant in all braking interval. If this condition take place then solution can be became as mathematical formulas which includes the temporary velocities in manipulator joints, braking acceleration and response time of brakes. Theoretical evaluations show that in common case deviations can be reduced in a few times. Experiments on robot-

manipulator confirm these conclusions. The small deviations between braking and program trajectories exclude collisions of manipulator with the objects in robot workspace.

Keywords: manipulation robot, emergency braking, braking trajectory designing

For citation:

Kartashev V. A., Kartashev V. V. Designing of Manipulator Emergency Bracking Trajectory by Sequential Drivers Shutdown Method, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 8, pp. 536–541.

DOI: 10.17587/mau.19.536-541

References

1. **Emergency** stop /Robot AppStore. Robopedia, available at: http://www.robotappstore.com/Robopedia/Emergency%20Stop

2. User manual of UR3/CB3 robot, Saint-Petersburg, Universal Robots, 2015, 147 p.

3. **KUKA** Robots KR 5 arc Specification. Augsburg, KUKA Roboter GmbH, 2011, 67 p.

 Hofmann J., Schwarz R., Marx S. Industrial robot having redundant emergency brake circuit, Pat US8736219, 27.05.2014.
 A Robot With At Least Two Separate Brake Devices And

A Method Of Controlling Such A Robot, ABB RESEARCH LTD., Patent Application WO 2008037799, 23.04.2008, 25 p.

6. Kartashev V. A., Kartashev V. V. Ustroistvo upravlenija avariynym tormozheniem manipulatora (Manipulator Emergency Braking Control Device), Patent application RF № 2017105573/28(009978) B2 (in Russian).

7. Kartashev V. A., Kartashev V. V. Sposob upravlenija avariynym tormozheniem manipulatora (The Mean of Manipulator Emergency Braking), Patent application RF № 2017105570/02(009975) B2 (in Russian).

8. *Promyshlennyi robot RM-01.Rukovodstvo po apparatnoi chasti* (Industrial Robot RM-01. Hardware manual), NPO Granat, 1987, 127 p. (in Russian).

VIII Всероссийская конференция "Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем" (серия "МЭС")

пройдет 03—07 октября 2018 г. в Зеленограде

Организатор конференции — Институт проблем проектирования в микроэлектронике Российской академии наук (ИППМ РАН). Среди учредителей конференции — ФАНО России, Правительство Москвы, Префектура Зеленоградского АО г. Москвы, РАН, РФФИ, ФИЦ ИУ РАН, Концерн "Вега", МИЭТ, ЮФУ. Труды конференции входят в список ВАК. Как и прежде, конференция "МЭС" этого года посвящена актуальным вопросам автоматизации проектирования микроэлектронных схем, систем на кристалле, IP-блоков и новой элементной базы.

> Более подробную информацию о конференции можно получить на WEB-сайте http://www.mes-conference.ru.



В. В. Серебренный, канд. техн. наук, зав. кафедры, vsereb@bmstu.ru, А. А. Бошляков, канд. техн. наук, доц., boshlyakov@bmstu.ru, А. И. Огородник, аспирант, alexander.ogorodnik@bmstu.ru, Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана, г. Москва

Регулирование тока и силомоментное управление в приводах захватных устройств роботов

В настоящее время актуальна задача совершенствования очувствленных захватных устройств роботов и их силомоментных алгоритмов управления благодаря развитию таких областей робототехники, как медицинская и реабилитационная робототехника, протезирование, коллаборативная робототехника и других областей, где стоит задача ограничения или минимизации нагрузок, действующих на объект манипулирования. Силомоментное управление в электроприводных очувствленных захватных устройствах в конечном счете обеспечивается посредством регулирования тока. Поэтому целью данной статьи является анализ работы различных регуляторов тока в контексте их применения в очувствленных захватных устройствах и манипуляторах с силомоментным управлением. В рамках статьи рассмотрены пропорционально-интегральный, адаптивный, релейный и релейный с подстройкой ширины гистерезиса регуляторы тока. Из перечисленных регуляторов перспективным регулятором тока для силомоментного управления является гистерезисный регулятор с подстройкой ширины петли гистерезиса, поскольку он обеспечивает стабилизацию частоты переключений и уменьшение пульсаций тока в импульсном усилителе мощности двигателя при сохранении высокого быстродействия и достаточной робастности. Для релейного регулятора с подстройкой ширины гистерезиса предложены редуцированная и линеаризованная математические модели контура подстройки. На основе линеаризованной модели построена методика синтеза контура подстройки, предполагающая использование стандартного частотного синтеза систем управления с обратной связью и позволяющая распространить на контур подстройки такие параметры качества, как запасы устойчивости, время переходного процесса, частоту среза. На основе синтезированных регуляторов тока проведен анализ силомоментного управления двупалым захватным устройством, учитывающий такие показатели, как точность обеспечения заданного момента, стабильность частоты переключений и пульсации тока в усилителе мощности. Результаты сравнения регуляторов могут быть использованы для рационального выбора регулятора тока, обеспечивающего моментное управление, а предложенная методика синтеза релейного регулятора с подстройкой частоты обеспечивает построение регулятора с заданными параметрами качества управления.

Ключевые слова: регулятор тока, токовый контур, силомоментное управление, очувствление, захватное устройство, схват, захват, распределение усилий

Введение

В настоящее время очувствленные робототехнические и манипуляционные системы все чаще применяются в различных технических областях. Одним из важных параметров, определяющих эффективность таких систем, является качество силомоментного управления [1, 2]. Вследствие этого на сегодняшний день существует необходимость в совершенствовании алгоритмов управления очувствленными манипуляторами и захватными устройствами роботов. Наиболее распространенными исполнительными устройствами в робототехнике являются электроприводы. В них задание момента обеспечивается за счет регулирования тока. Поэтому целью данной статьи является рассмотрение работы различных методов управления током с точки зрения регулирования сил в захватном устройстве робота и алгоритмов распределения моментов между приводами для обеспечения захвата объекта управления с заданной силой и реализации силомоментного управления.

Регуляторы тока

Существует множество регуляторов тока двигателей и источников питания. Самыми распространенными регуляторами тока являются линейные ПИ регуляторы и нелинейные релейные регуляторы [3]. ПИ регуляторы имеют малые пульсации тока, стабильную частоту коммутации силовых ключей. Это позволяет уменьшить электрические потери энергии и шумы в усилителях, использующих такие регуляторы. Релейные регуляторы обладают меньшим временем переходных процессов и лучшими динамическими характеристиками, но в то же время имеют большие пульсации и переменную частоту коммутации силовых ключей.

Теоретическая модель двигателя постоянного тока. Для математического описания электромеханических процессов в приводе, построенном на базе двигателя постоянного тока, будем использовать нестационарную модель с сосредоточенными параметрами [3]. Трение будем описывать кулоновской моделью с линеаризацией около нулевых скоростей [4]. Будем предполагать, что в сигналах измерения датчиков спектр шума будет соответствовать белому шуму с ограниченной полосой частот. Тогда система дифференциальных уравнений, в первом приближении описывающая электродвигатель, будет иметь вид

$$\begin{cases} u = \frac{d}{dt} (Li) + Ri + C_E \Omega; \\ M = C_T i; \\ \Omega = \frac{d\theta}{dt}; \\ \varepsilon = \frac{d\Omega}{dt}; \\ J\varepsilon = M + M_{OUT}, \end{cases}$$
(1)

где u — напряжение; L — индуктивность; R — сопротивление; i — сила тока; Ω — угловая скорость; C_E — постоянная противоЭДС; C_T — постоянная момента; M — момент электропривода; M_{OUT} — внешний возмущающий момент.

Типовой ПИ регулятор тока. На рис. 1 изображен типовой ПИ регулятор тока, где i_T — целевое значение тока; i — измеренное значение тока; δi — сигнал рассогласования. На выходе ПИ регулятора установлен импульсный элемент (ИЭ), формирующий управляющее воздействие с помощью широтно-импульсной модуляции (ШИМ). Для компенсации влияния противо-ЭДС, повышения быстродействия и улучшения



частотного отклика токового контура обычно добавляют сигнал оценки противо ЭДС \hat{e} в виде положительной обратной связи.

Рассматриваемый ПИ регулятор тока в операторном виде описывается следующей формулой:

$$W(s) = k_1 + \frac{k_2}{s} + \hat{e} = K \frac{Ts+1}{Ts} + \hat{e},$$

где k_1 — коэффициент усиления пропорциональной составляющей; k_2 — коэффициент усиления интегральной составляющей; K общий коэффициент усиления; T — постоянная времени, определяющая точку перехода частотной характеристики от -1-го наклона к 0-му; \hat{e} — оценочное значение притивоЭДС.

Адаптивный регулятор тока. На рис. 2 изображена структурная схема адаптивного регулятора тока. Адаптивный регулятор тока на основе целевого и текущего значений силы тока в обмотке, а также на основе оценки противоЭДС с помощью уравнения динамики токового контура формирует управляющее воздействие, которое за такт квантования должно привести систему в заданное состояние. Такой метод управления чувствителен к изменению параметров системы и к ошибкам измерения переменных системы. Поэтому для обеспечения надежной работы такого регулятора необходимо точно измерять и оценивать ток и противоЭДС, а также идентифицировать индуктивность и сопротивление цепи якоря.

Рассмотрим синтез адаптивного регулятора тока. В первом приближении уравнение обмотки цепи якоря из формулы (1) можно переписать в следующем виде:

$$u = L\frac{di}{dt} + R(i_0 + di) + e, \qquad (2)$$

где i_0 — сила тока в начальный момент; di — сила тока в конце периода квантования. Определим необходимое приращение тока:

$$di = \frac{u - Ri_0 - e}{R + \frac{L}{T}};$$
$$di = K_1 (u - K_2),$$

где $K_1 = \frac{1}{R + \frac{L}{T}}, K_2 = Ri_0 + e, e - противоЭДС.$

Тогда искомая формула регулятора будет иметь вид

$$u = \frac{di}{K_1} + K_2,$$

где K_1 и K_2 — подстраиваемые параметры регулятора.

Стоит отметить, что такие регуляторы используются редко, несмотря на свои хорошие динамические характеристики, так как они не робастны.

Гистерезисный регулятор. На рис. 3, a изображена гистерезисная характеристика релейного регулятора тока. Гистерезис релейного регулятора H равен удвоенной амплитуде пульсаций тока $2\Delta i$. На рис. 3, δ представлена схема релейного регулятора, где ШИМ-сигнал на выходе формируется за счет возникновения устойчивых автоколебаний в токовом коридоре $2\Delta i$.

Благодаря своим хорошим динамическим характеристикам, простоте и надежности релейные регуляторы нашли широкое распространение как в области источников питания, так и в области усилителей электроприводов [2, 5—8]. Из-за высокого быстродействия регулятора можно добиться уменьшения пульса-





Рис. 3. Характеристика (а) и схема (б) релейного регулятора тока

Рис. 4. Релейный регулятор тока с контуром подстройки ширины петли гистерезиса ций момента и большей плавности управления [9—12]. Данные регуляторы имеют недостатки в виде переменной частоты коммутации и больших пульсаций силы тока. Максимальная частота коммутации и размах пульсаций связаны формулой

$$f_C = \frac{u}{4L\Delta i},$$

где f_C — частота коммутации силовых ключей усилителя мощности; Δi — амплитуда пульсаций силы тока.

Ширина петли гистерезиса определяется максимально допустимой частотой коммутации, изза чего пульсации Δi в процессе работы будут всегда завышенными. Кроме того, в процессе работы из-за переменной частоты переключений шумы будут распределены по широкой полосе частот и их будет сложно фильтровать.

Релейный регулятор тока с подстройкой ширины петли гистерезиса. На рис. 4 изображена схема релейного регулятора тока с подстройкой ширины петли гистерезиса. Ширина петли гистерезиса формируется измерителем и регулятором частоты $W_R(s)$ исходя из частоты переключений на выходе релейного регулятора тока.

Для борьбы с недостатками обычных релейных регуляторов были предложены релейные регуляторы с подстройкой ширины петли гистерезиса. Такие регуляторы стабилизируют частоту переключений и уменьшают пульсации силы тока за счет регулирования ширины петли гистерезиса [13, 14]. Существуют частные решения по выбору параметров контура стабилизации частоты переключения ключей [2, 13, 15-18], которые, кроме того, могут требовать больших вычислительных ресурсов [17, 19-21]. Также для стабилизации частоты коммутации применяются регуляторы с нечеткой логикой [22-24]. Поскольку существующие методы являются частными, возникает необходимость в формировании общего подхода к синтезу контура подстройки ширины петли гистерезиса.

Теоретическая модель контура подстройки ширины петли гистерезиса. Решая уравнение Киргхофа, из системы уравнений (2) для стационарного случая будем иметь

$$i = \frac{u - e}{R} - \frac{u - e - Ri_0}{R} e^{-\frac{I}{L/R}},$$
 (3)

где *е* — противоЭДС.

Тогда в первом приближении, согласно уравнению (3), период T_C и частота f_C переключений в токовом коридоре гистерезисного регулятора будут описываться следующими формулами, где период переключений определяется как время, в течение которого ток от начального положения, соответствующего нижней границе токового коридора, достигает верхней границы и снова возвращается к нижней границе:

$$T_{C} = \frac{4Lu\Delta i}{u^{2} - (e + Ri_{0})^{2}};$$
 (4)

$$f_C = \frac{u^2 - (e + Ri_0)^2}{4Lu\Delta i}.$$
 (5)

Из формулы (5) следует, что изменение ширины петли гистерезиса, которая равна $2\Delta i$, будет обратно пропорционально изменению частоты коммутации силовых ключей.

Синтез контура подстройки ширины петли гистерезиса. Рассмотрим методику синтеза контура подстройки ширины петли гистерезиса. Формулы (4) и (5) можно привести к виду

$$T_{C} = \frac{4L\Delta i}{u(1 - (e + Ri_{0})^{2} / u^{2})};$$
 (6)

$$f_{C} = \frac{u(1 - (e + Ri_{0})^{2} / u^{2})}{4L\Delta i}.$$
 (7)

Тогда при условии $e + Ri_0 \ll u$ получим:

$$T_C \approx \frac{4L\Delta i}{u};$$

 $f_C \approx \frac{u}{4L\Delta i}.$ (8)

На основе формул (6) или (7), добавив динамическое звено. можно сформировать контур подстройки ширины петли гистерезиса. Следует заметить, что общий коэффициент усиления в контуре будет изменяться при изменении тока и противоЭДС, причем в регуляторе на основе формулы (6) с увеличением противоЭДС коэффициент усиления в контуре подстройки будет увеличиваться и запасы устойчивости будут уменьшаться. Поэтому рациональней строить контур подстройки ширины петли гистерезиса на основе

формулы (7), вводя обратную связь по частоте коммутации силовых ключей в усилителе мощности для ее стабилизации. Таким образом, на основе зависимости (7) сформируем контур стабилизации частоты, изображенный на рис. 5, где $K_F W(s)/s$ — передаточная функция регулятора контура подстройки частоты коммутации силовых ключей. Интегрирующее звено добавлено в передаточную функцию регулятора для того, чтобы добиться астатичности процесса подстройки частоты и развязать вход и выход системы динамическим звеном и, таким образом, избежать возникновения алгебраической петли. Следует также заметить, что интегрирующее звено должно иметь установленные нижний и верхний пределы интегрирования, чтобы избежать чрезмерного уменьшения или увеличения токового коридора.

Для синтеза классическими методами необходимо линеаризовать систему. Для этого используем уравнение (8). Тогда контур стабилизации частоты можно представить в виде, изображенном на рис. 6.

В дальнейшем можно использовать стандартные методики частотного синтеза, корневого годографа и т. д., чтобы определить корректирующее звено *W*(*s*).

На основе модели, структурная схема которой изображена на рис. 6, был проведен частотный синтез и было найдено корректирующее звено в виде $K_F(Ts + 1)/Ts^2$. Отметим, что регулятор, имеющий корректирующее звено в виде K_F/s , будет более стабильным, так как устойчивость контура подстройки в данном случае будет меньше зависеть от коэффици-



ента усиления, однако выбрано более сложное корректирующее устройство в целях демонстрации работоспособности методики синтеза с применением более сложных корректирующих устройств. Переходные процессы полной модели (1) с контуром подстройки (см. рис. 4), редуцированной модели (7) и линеаризован-



Рис. 7. Переходные процессы для различных моделей контуров подстройки частоты



Рис. 8. Частотные характеристики контуров тока



ной модели (8) приведены на рис. 7. Из графика переходного процесса видно, что переходные процессы полной и редуцированной моделей практически совпадают. Линеаризованная модель, хотя и дает отличающийся график переходного процесса из-за того, что не учитывается влияние противоЭДС и силы тока на частоту переключения обмоток, но точно описывает запасы устойчивости. При ненулевых силах тока и противоЭДС добротность контура стабилизации частоты будет падать, а запасы устойчивости возрастать. Следовательно, по формулам (7) и (8) можно проводить синтез, гарантирующий устойчивость системы управления.

Сравнение различных регуляторов тока. Для электропривода с параметрами R = 1,84 Ом, L = 0,96 мГн, $C_T = 22,9 \cdot 10^{-3}$ H·м/A, $C_E = 23 \cdot 10^{-3}$ B·c/рад, $J = 9 \cdot 10^{-6}$ кг·м², $U_{max} = 12$ B с учетом периода квантования цифровой системы управления 25 мкс был проведен синтез ПИ (ПИРТ), адаптивного (АРТ), релейного (РРТ), релейного с подстройкой гистерезиса (РПРТ) регуляторов силы тока.

На рис. 8 изображены логарифмические амплитудно-частотные характеристики замк-

нутой системы по выходу $|Y(j\omega)|$ и по ошибке $|E(j\omega)|$. Графики строили по серии измерений сигналов на выходе токовых регуляторов и в контуре ошибки при подаче на вход синусоидального задающего воздействия. Измерения проводили при силе тока 1 А, что близко к номинальной силе тока цепи якоря двигателя. На рис. 8 видно, что на высоких частотах наименьшей ошибкой обладают релейные регуляторы,

причем частотные характеристики классического релейного регулятора от релейного регулятора с подстройкой частоты коммутации силовых ключей отличаются не значительно. Высокие динамические характеристики таких регуляторов позволят качественнее и точнее обеспечивать задание момента [25] в звеньях захватного устройства или манипулятора.

На рис. 9 изображены переходные процессы в токовых контурах с различными регуляторами. Из графиков следует, что наилучшими переходными характеристиками обладают контуры с релейными и с адаптивным регуляторами.

Силомоментное управление

Регуляторы тока — базовые элементы в составе очувствленного захватного устройства или манипулятора на электроприводах для регулирования моментов и сил [1, 26]. Выше были рассмотрены различные регуляторы тока, предложен метод линеаризации и синтеза релейного регулятора с подстройкой ширины петли гистерезиса. Далее рассмотрим элементы силомоментного управления и применение в них данных регуляторов тока.

На рис. 10 изображен стенд, с помощью твердотельной модели которого в приложении simcape simulink проводился анализ работы алгоритмов силомоментного управления. Стенд состоит из левой (1) и правой (2) губок захватного устройства, вращательных шарниров с приводами (3), вращательных свободных шарниров (4), датчиков силы (5), корпуса для крепления датчиков силы (6).

Теоретическая модель механической системы. Рассмотрим тестовый алгоритм силомоментного очувствления для проверки на нем различных регуляторов тока.

На рис. 11 показан простой случай действия сил на твердое тело. Для обеспечения устойчи-



Рис. 10. Экспериментальный стенд для отработки элементов силомоментного управления



Рис. 11. Силы, действующие на тело

вого удержания и перемещения тела с заданным ускорением необходимо выполнить следующие условия:

$$\begin{cases} F_{FR1 \max} \ge mg/2; \\ F_{FR2 \max} \ge mg/2; \\ \overline{\mathbf{F_1}} + \overline{\mathbf{F_2}} = \overline{\mathbf{F_{\Sigma}}}, \end{cases}$$

где F_{FR1max} , F_{FR2max} — модули силы трения покоя; $\overline{\mathbf{F}_{\Sigma}}$ — суммарная сила; $\overline{\mathbf{F}_{1}}$, $\overline{\mathbf{F}_{2}}$ — приложенные силы.

Введя коэффициент запаса k и предполагая, что $F_{FRimax} = fF_i$, i = 1, 2, где f — коэффициент трения покоя, получим

$$\begin{cases} F_1 \ge F_K; \\ F_2 \ge F_K; \\ \overline{\mathbf{F_1}} + \overline{\mathbf{F_2}} = \overline{\mathbf{F_{\Sigma}}}, \end{cases}$$
(9)

где $F_K = kmg/2f$.

Далее можно предложить разные критерии выбора F_1 и F_2 , удовлетворяющих системе уравнений (9). Наиболее робастным оказался критерий обеспечения определенной силы зажима N:

$$\begin{cases}
F_{1} \ge F_{K}; \\
F_{2} \ge F_{K}; \\
F_{1} + F_{2} = F_{\Sigma}; \\
F_{1} - F_{2} = N.
\end{cases}$$
(10)

Тогда систему силомоментного управления можно разложить на два контура: контур обеспечения силы зажима и контур, обеспечивающий суммарное движение объекта.

Из соотношений (10) получим:

$$\begin{cases}
F_1 \ge F_K; \\
F_2 \ge F_K; \\
F_1 = \frac{F_{\Sigma} + N}{2}; \\
F_2 = \frac{F_{\Sigma} - N}{2}.
\end{cases}$$
(11)

Силомоментное управление при разных регуляторах тока. С учетом кинематики захватного устройства было проведено моделирование поведения системы с помощью твердотельной модели стенда и нелинейных моделей приводов.

На рис. 12 представлены результирующие силомоментные величины при отработке задающего воздействия по углу $\pm \pi/3$ с частотой



Рис. 12. Силы и моменты в стенде

6 Гц и распределением усилий согласно формуле (11). При применении разных регуляторов тока на такой низкой рабочей частоте все регуляторы тока обеспечили достаточно точное задание момента. Из рис. 12 видно, что удается обеспечивать постоянную силу зажатия N = 10 H.

На рис. 13, *а* изображены диаграммы частот переключений классического релейного регулятора и релейного регулятора с контуром подстройки гистерезиса. Релейный регулятор тока с подстройкой гистерезиса обеспечивает в процессе работы стабильную частоту переключений 40 кГц, в то время как частота переключений классического релейного регулятора под влиянием противоЭДС и тока может уменьшаться в 2 раза. ПИ регулятор с ШИМ и адаптивный и релейный с адаптацией гистерезиса также обеспечивают стабильную частоту коммутации в 40 кГц.

Результаты сравнительного анализа регуляторов тока электропривода

Тип регуля- тора тока	ПИ ре- гулятор	APT	PPT	РПРТ
Точность	Хорошо	Хорошо	Очень хорошо	Очень хорошо
Быстро- действие	Хорошо	Очень хорошо	Очень хорошо	Очень хорошо
Пульсации тока	Очень хорошо	Очень хорошо	Удовл.	Хорошо
Стабильность частоты	Очень хорошо	Очень хорошо	Плохо	Хорошо
Робастность	Хорошо	Плохо	Хорошо	Удовл.

На рис. 13, б изображены графики пульсаций силы тока в обмотке якоря двигателя для различных регуляторов тока. Видно, что релейный регулятор имеет стабильно большие пульсации, определяемые токовым коридором. Релейный регулятор с подстройкой гистерезиса обеспечивает уменьшение пульсаций за счет адаптивного регулирования токового коридора. При использовании ПИ регулятора наблюдаются наименьшие пульсации силы тока.

В таблице приведены результаты сравнительного анализа регуляторов тока исполнительных модулей захватных устройств роботов.

Заключение

Были рассмотрены различные регуляторы тока для реализации силомоментного управле-



Рис. 13. Частоты переключений в усилители мощности (а) и пульсации тока (б)

ния в очувствленных захватных устройствах на основе электроприводов. Приведена методика синтеза релейного регулятора с подстройкой ширины петли гистерезиса, позволяющая использовать классические подходы синтеза систем управления с обратными связями для синтеза контура подстройки. Такой регулятор имеет простую структуру и не требует большой вычислительной производительности, кроме того, может реализовываться на стандартных цифровых и аналоговых микросхемах. Четыре базовых типа регуляторов обеспечили возможность силомоментного управления по выбранному закону управления, описываемого уравнением (11). Результаты сравнительного анализа регуляторов приведены в таблице.

Из анализа полученных результатов следует, что для реализации токового контура и использования его в силомоментном управлении приводом захватного устройства робота целесообразно выбрать ПИ регулятор тока, поскольку он обеспечивает приемлемое быстродействие и качество управления при наиболее простой реализации. В случае повышенных требований к быстродействию или требованию к астатизму контура тока в условиях действия противоЭДС следует выбрать один из видов релейных регуляторов. В случае необходимости обеспечения лучшей электромагнитной совместимости, а также исключения попадания частоты переключения обмоток электродвигателя в слышимый диапазон следует выбрать релейный регулятор с подстройкой ширины петли гистерезиса. Если таких требований не предъявляется, целесообразно применить классический релейный регулятор тока.

Список литературы

1. Malchikov A., Yatsun A., Bezmen P., Tarasov O. Control features of the electromechanical system with end-effector considering the regulated torque *// MATEC Web of Conferences*. EDP Sciences. 2017. Vol. 113.

2. Mesherayakov V., Voekov V., Ivashkin V. Designing the universal vector control system with relay current regulator principle for general purpose industrial AC motor drive control // *Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC)*. IEEE International. 2016. P. 680–685.

3. Блейз Е. С., Бродовский В. Н., Введенский В. А. Следящие приводы. Т. 2: Электрические следящие приводы. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. 880 с.

4. Marques F., Flores P., Claro P., Lankarani H. A survey and comparison of several friction force models for dynamic analysis of multibody mechanical systems // Nonlinear Dynamics. 2016. Vol. 86 (3). P. 1407–1443.

5. Dutta K., Puthra P., Das P. Constant torque angle controlled permanent magnet synchronous motor drive using hysteresis band current controller // Power Electronics (IICPE), 2016 7th India International Conference on. IEEE. 2016. P. 1–5.

6. **Poonia A., Dey A.** Space phasor based improved hysteresis current controller for shunt active power filter using 3-level inverter // *Power Electronics and Applications (EPE'16 ECCE Europe),* 2016 18th European Conference on. IEEE. 2016. P. 1–10.

7. Priandana E., Saputra M., Prabowo Y., Dahono P. Analysis and design of variable double-band hysteresis current controller for single-phase full-bridge bidirectional converters // Technology Management and Emerging Technologies (ISTMET), 2014 International Symposium on. IEEE. 2014. P. 143–148.

8. Putri A., Rizqiawan A., Rozzi F., Zakkia N., Haroen Y., Dahono P. A hysteresis current controller for grid-connected inverter with reduced losses // Industrial, Mechanical, Electrical, and Chemical Engineering (ICIMECE), International Conference of IEEE. 2016. P. 167–170.

9. **Gobbi R., Ramar K.** Optimisation techniques for a hysteresis current controller to minimise torque ripple in switched reluctance motors // *IET electric power applications*. 2009. Vol. 3 (5). P. 453-460.

10. Kurian S., Nisha G. Torque ripple minimization of SRM using torque sharing function and hysteresis current controller // Control Communication & Computing India (ICCC), 2015 International Conference on. IEEE. 2015. P. 149–154.

11. **Muralidhar J. E., Aranasi P. V.** Torque ripple minimization & closed loop speed control of BLDC motor with hysteresis current controller // *Devices, Circuits and Systems (ICDCS), 2014 2nd International Conference on. IEEE.* 2014. P. 1–7.

12. Shi T., Niu L., Li W. Torque-ripple minimization in switched reluctance motors using sliding mode variable structure control // *Control Conference (CCC), 2010 29th Chinese. IEEE.* 2010. P. 332–337.

13. Колоколов Ю. В., Тей Д. О. Динамика релейно-импульсных регуляторов переменного тока с адаптацией гистерезиса // Вестник Югорского государственного университета. 2011. № 3 (22).

14. Серебренный В. В., Бошляков А. А., Огородник А. И. Релейные регуляторы тока электроприводов с адаптацией ширины петли гистерезиса // Десятая всероссийская мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2017). 2017. С. 177—180.

15. Suru C., Dobriceanu M., Subtirelu G. Direct current control by constant frequency hysteresis controller in active filtering systems // *Electrical and Electronics Engineering (ISEEE), 2017 5th International Symposium on. IEEE.* 2017. P. 1–6.

16. Naik A., Babu B., Panda A. Improved performance of adaptive hysteresis current controller based vector control of PMSM drive system // *Students' Technology Symposium (TechSym)*, *IEEE*. 2011. P. 303–309.

17. Quang N. K., Hieu N. T., Ha Q. P. FPGA-based sensorless PMSM speed control using reduced-order extended Kalman filters // IEEE transactions on Industrial Electronics. 2014. Vol. 61 (12). P. 6574–6582.

18. Дудкин М. М., Брылина О. Г., Цытович Л. И., Тюгаев А. В. Частотно-широтноимпульсный адаптивный регулятор переменного напряжения с интегрирующей системой управления // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. 2013. Т. 13, № 2. С. 45—52. 19. Panda G., Dash S., Sahoo N. Comparative performance analysis of Shunt Active power filter and Hybrid Active Power Filter using FPGA-based hysteresis current controller // Power Electronics (IICPE), 2012 IEEE 5th India International Conference on. IEEE. 2012. P. 1–6.

20. Prommeuan S., Kinnares V., Charumit C. Control of a multifunctional 3-phase 4-wire grid connected converter using adaptive hysteresis current controller // Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2014 17th International Conference on. IEEE. 2014. P. 3234–3239.

21. Talib M., Mat S., Hamidon H., Ibrahim Z., Rasin Z. Hysteresis current control of induction motor drives using dSPACE DSP controller // Power and Energy (PECon), 2016 IEEE International Conference on. IEEE. 2016. P. 522–527.

22. Farah N., Talib M., Ibrahim Z., Mat I., Lazi. Variable hysteresis current controller with fuzzy logic controller based induction motor drives. *System Engineering and Technology (ICSET), 2017 7th IEEE International Conference on. IEEE.* 2017. P. 122–127.

23. **Tabatabaei H., Fathi S., Jedari M.** A comparative study between conventional and fuzzy logic control for APFs by applying adaptive hysteresis current controller. *Electrical Engineering (ICEE), 2017 Iranian Conference on. IEEE.* 2017. P. 1313–1318.

24. Uddin M., Ronald S. Fuzzy logic based speed controller and adaptive hysteresis current controller based IPMSM drive for improved dynamic performance. *Electric Machines & Drives Conference (IEMDC), 2011 IEEE International. IEEE.* 2011. P. 1–6.

25. Nakashima Y., Ando T., Kobayashi Y., Fujie M. Gaitcontrolled mobility-aid robot: Treadmill motor current based anteroposterior force estimation using frictional model reflects characteristics of ground reaction force. *Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob), 2012 4th IEEE RAS & EMBS International Conference on. IEEE.* 2012. P. 1305–1310.

26. Aghili F. Fault-tolerant torque control of BLDC motors // *IEEE Transactions on Power Electronics*. Vol. 26 (2). P. 355–363.

Current Control and Force Control in the Drives of Robot Grippers

V. V. Serebrennyj, vsereb@bmstu.ru, A. A. Boshlyakov, boshlyakov@bmstu.ru,
 A. I. Ogorodnik, alexander.ogorodnik@bmstu.ru
 Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

Corresponding authors: Boshlyakov A. A., Associate Professor, Deputy Department Chair, e-mail: boshlyakov@bmstu.ru

Accepted on 10.05.18

Currently, the task of improving the robot grippers and their force control algorithms is urgent, thanks to the development of such areas of robotics as medical and rehabilitation robotics, prosthetics, collaborative robotics and other areas where there is the task of limiting or minimizing the loads acting on the object of manipulation. The force control in the electrically driven dexterous gripper is ultimately provided by the current control. Therefore, the purpose of this article is to analyze the operation of various current regulators in the context of their application in dexterous gripper and manipulators with a force control. The article considers the following current controllers: proportional-integral, adaptive, hysteretic and hysteretic with adjusting loop. Among these controllers, the hysteresis controller with adjusting loop is promising for the force control gripper and manipulator, since it provides switching frequency stabilization and current ripples reduction in a motor driver while maintaining fast response and sufficient robustness. For the hysteresis current controller with adjusting loop, reduced and linearized mathematical models of the adjusting loop are proposed. Moreover, based on the linearized model, methodic is constructed for the adjusting loop synthesis, which assumes the using of the classical control theory. Based on the synthesized current controllers, the analysis of the two-fingered gripper control system carried out, taking into account such factors as the force control accuracy, switching frequency stability and current ripples in the motor driver. Comparison results of current controllers can be used for the rational choice of a current controller providing force control, and the proposed synthesis methodic of the current controller with adjusting loop can to provide the controller generation with given control quality parameters.

Keywords: current control, current loop, force control, torque control, dexterous gripper, gripping, forces distribution

For citation:

Serebrennyj V. V., Boshlyakov A. A., Ogorodnik A. I. Current Control and Force Control in the Drives of Robot Grippers, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 8, pp. 542–551.

DOI: 10.17587/mau.19.542-551

References

1. Malchikov A., Yatsun A., Bezmen P., Tarasov O. Control features of the electromechanical system with end-effector considering the regulated torque, *MATEC Web of Conferences*. EDP Sciences, 2017, vol. 113.

2. Mesherayakov V., Voekov V., Ivashkin V. Designing the universal vector control system with relay current regulator principle for general purpose industrial AC motor drive control, *Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC)*, IEEE International, 2016, pp. 680–685.

3. Blejz E. S., Brodovskij V. N., Vvedenskij V. A. Sledyashchie privody. T. 2: EHlektricheskie sledyashchie privody (Servo drives. Vol. 2: Electric servo drives), Moscow, Publishing house of MGTU im. N. EH. Baumana, 2003, 880 p. (in Russian).

4. Marques F., Flores P., Claro P., Lankarani H. A survey and comparison of several friction force models for dynamic analysis of multibody mechanical systems, *Nonlinear Dynamics*, 2016, vol. 86 (3), pp. 1407–1443. 5. Dutta K., Puthra P., Das P. Constant torque angle controlled permanent magnet synchronous motor drive using hysteresis band current controller, *Power Electronics (IICPE)*, 2016 7th *India International Conference on. IEEE*, 2016, pp. 1–5.

6. **Poonia A., Dey A.** Space phasor based improved hysteresis current controller for shunt active power filter using 3-level inverter, *Power Electronics and Applications (EPE'16 ECCE Europe), 2016 18th European Conference on. IEEE*, 2016, pp. 1–10.

7. Priandana E., Saputra M., Prabowo Y., Dahono P. Analysis and design of variable double-band hysteresis current controller for single-phase full-bridge bidirectional converters, *Technology Management and Emerging Technologies (ISTMET), 2014 International Symposium on. IEEE*, 2014, pp. 143–148.

8. Putri A., Rizqiawan A., Rozzi F., Zakkia N., Haroen Y., Dahono P. A hysteresis current controller for grid-connected inverter with reduced losses, *Industrial, Mechanical, Electrical,* and Chemical Engineering (ICIMECE), International Conference of IEEE, 2016, pp. 167–170.

9. **Gobbi R., Ramar K.** Optimisation techniques for a hysteresis current controller to minimise torque ripple in switched reluctance motors, *IET electric power applications*, 2009, vol. 3 (5), pp. 453–460.

10. Kurian S., Nisha G. Torque ripple minimization of SRM using torque sharing function and hysteresis current controller, *Control Communication & Computing India (ICCC), 2015 International Conference on IEEE*, 2015, pp. 149–154.

11. Muralidhar J. E., Aranasi P. V. Torque ripple minimization & closed loop speed control of BLDC motor with hysteresis current controller. *Devices, Circuits and Systems (ICDCS), 2014 2nd International Conference on IEEE*, 2014, pp. 1–7.

12. Shi T., Niu L., Li W. Torque-ripple minimization in switched reluctance motors using sliding mode variable structure control, *Control Conference (CCC), 2010 29th Chinese. IEEE*, 2010, pp. 332–337.

13. **Kolokolov Yu. V., Tej D. O.** Dinamika relejno-impul'snykh regulyatorov peremennogo toka s adaptatsiej gisterezisa (Dynamics of relay-pulse AC controllers with hysteresis adaptation), *Vestnik Yugorskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2011, no. 3 (22) (in Russian).

14. Serebrennyj V. V., Boshlyakov A. A., Ogorodnik A. I. Relejnye regulyatory toka ehlektroprivodov s adaptatsiej shiriny petli gisterezisa (Hysteresis controller electric drives with adaptation of the hysteresis loop width), *Desyataya vserossijskaya mul'tikonferentsiya po problemam upravleniya (MKPU-2017)*, 2017, pp. 177–180 (in Russian).

15. Suru C., Dobriceanu M., Subtirelu G. Direct current control by constant frequency hysteresis controller in active filtering systems. *Electrical and Electronics Engineering (ISEEE), 2017 5th International Symposium on. IEEE,* 2017, pp. 1–6. 16. Naik A., Babu B., Panda A. Improved performance of adaptive hysteresis current controller based vector control of PMSM drive system, *Students' Technology Symposium (TechSym)*, *IEEE*, 2011, pp. 303–309.

17. Quang N. K., Hieu N. T., Ha Q. P. FPGA-based sensorless PMSM speed control using reduced-order extended Kalman filters, *IEEE transactions on Industrial Electronics*, 2014, vol. 61 (12), pp. 6574–6582.

18. Dudkin M. M., Brylina O. G., Tsytovich L. I., Tyugaev A. V. Chastotno-shirotnoimpul'snyj adaptivnyj regulyator peremennogo napryazheniya s integriruyushhej sistemoj upravleniya (Pulse-frequency-width adaptive alternating voltage regulator with integrating control system), Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ehnergetika, 2013, vol. 13, no. 2, pp. 45–52 (in Russian).

19. Panda G., Dash S., Sahoo N. Comparative performance analysis of Shunt Active power filter and Hybrid Active Power Filter using FPGA-based hysteresis current controller, *Power Electronics (IICPE), 2012 IEEE 5th India International Conference on IEEE*, 2012, pp. 1–6.

20. Prommeuan S., Kinnares V., Charumit C. Control of a multifunctional 3-phase 4-wire grid connected converter using adaptive hysteresis current controller, *Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2014 17th International Conference on IEEE*, 2014, pp. 3234–3239.

21. Talib M., Mat S., Hamidon H., Ibrahim Z., Rasin Z. Hysteresis current control of induction motor drives using dSPACE DSP controller. *Power and Energy (PECon), 2016 IEEE International Conference on. IEEE*, 2016, pp. 522–527.

22. Farah N., Talib M., Ibrahim Z., Mat I., Lazi. Variable hysteresis current controller with fuzzy logic controller based induction motor drives, *System Engineering and Technology (ICSET), 2017 7th IEEE International Conference on IEEE*, 2017, pp. 122–127.

23. **Tabatabaei H., Fathi S., Jedari M.** A comparative study between conventional and fuzzy logic control for APFs by applying adaptive hysteresis current controller, *Electrical Engineering (ICEE)*, 2017 Iranian Conference on IEEE, 2017, pp. 1313–1318.

24. Uddin M., Ronald S. Fuzzy logic based speed controller and adaptive hysteresis current controller based IPMSM drive for improved dynamic performance, *Electric Machines & Drives Conference (IEMDC), 2011 IEEE International,* 2011, pp. 1–6.

25. Nakashima Y., Ando T., Kobayashi Y., Fujie M. Gaitcontrolled mobility-aid robot: Treadmill motor current based anteroposterior force estimation using frictional model reflects characteristics of ground reaction force, *Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob), 2012 4th IEEE RAS & EMBS International Conference on IEEE*, 2012, pp. 1305–1310.

26. Aghili F. Fault-tolerant torque control of BLDC motors, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 26 (2), pp. 355-363.

В. П. Носков, канд. техн. наук, зав. сектором, доц., noskov_mstu@mail.ru, И. О. Киселев, аспирант, kiselev201@rambler.ru МГТУ им. Н. Э. Баумана

Трехмерный вариант метода Хафа в реконструкции внешней среды и навигации¹

Рассмотрены актуальные задачи 3D-реконструкции модели индустриально-городской среды и навигации, решаемые путем выделения линейных объектов (прямых линий и плоскостей) в облаке точек. Проведен анализ трехмерного варианта метода Хафа для выделения плоских объектов из облака точек. Предложен быстродействующий алгоритм, являющийся развитием метода Хафа, в основу которого положено двухэтапное преобразование исходных данных с учетом их линейной структурированности в трехмерное пространство параметров. Линейная структурированность исходных данных, формируемых 3D-лазерными сенсорами, позволяет эффективно выделять плоские объекты: сначала находить подмножества точек, принадлежащих линиям-отрезкам в плоскостях сканирования, а затем находить подмножества линий-отрезков, принадлежащих одному плоскому объекту. Получены сравнительные оценки объемов вычислений для трехмерного варианта метода Хафа и предложенного двухэтапного алгоритма. Оценки дают соответственно квадратичную и линейную зависимости от одного и того же параметра, что обеспечивает для реальных 3D-изображений увеличение быстродействия во втором случае на два порядка. Эффективность предложенного алгоритма подтверждается результатами работы соответствующих программно-аппаратных средств в реальных условиях. Полученные результаты теоретических и экспериментальных исследований позволяют сделать заключение, что созданные алгоритмические и программно-аппаратные средства обеспечивают в реальном времени (в темпе движения объектов управления) переход от больших объемов исходной зрительной дальнометрической информации к семантическим информационно-навигационным моделям. Формируемые модели в явном и компактном виде содержат геометрические данные о внешней среде и навигационные данные о сенсоре (объекте управления). Возможность формирования семантических информационно-навигационных моделей по данным бортовых сенсоров на бортовых вычислителях в реальном времени позволяет уже в настоящее время решать актуальные задачи автономного управления движением наземных роботов и беспилотных летающих аппаратов в индустриально-городской среде и зданиях.

Ключевые слова: облако точек, линейные примитивы, метод Хафа, дальнометрическое 3D-изображение, линейная структурированность исходных данных, геометрическая и семантическая модели, навигация

Введение

Доля операций и мероприятий, проводимых в индустриально-городской среде (в том числе и в зданиях), с привлечением роботизированных средств достаточно велика, и по оценкам экспертов наблюдается устойчивая тенденция ее роста [1]. Здесь более востребованы наземные робототехнические комплексы (РТК) и беспилотные летательные аппараты (БПЛА) с высокой автономностью, так как использование в данных условиях систем дистанционного управления ограничено, а во многих случаях и невозможно вследствие экранирования канала связи. Центральными задачами при создании автономных систем управления являются задачи реконструкции окружающего пространства и навигации [2—6]. Для рассматриваемых сред характерно также экранирование и искажение искусственных (спутниковая навигация) и естественных (магнитное поле

Земли) навигационных полей, поэтому перспективными здесь являются методы экстремальной навигации, основанные на обработке дальнометрических и телевизионных изображений, получаемых в процессе движения от бортовой СТЗ [2, 3], тем более, что для реконструкции окружающего пространства используются эти же данные [5, 6].

Использование непосредственно исходных облаков точек [7, 8], формируемых дальнометрической СТЗ, не всегда возможно, особенно для бортовых систем управления. Например, 3D-лазерный сенсор HDL-32E формирует 700 000 точек в секунду, а камера глубины Asus Xtion Pro - 307 200 точек 30 раз в секунду. При таком большом потоке исходных данных требуются значительные вычислительные ресурсы и объемы памяти, и даже при использовании высокопроизводительной вычислительной техники возникают проблемы их хранения и обработки в реальном времени. Поэтому актуальной становится задача сжатия исходных данных без потери геометрической и навигационной информации. Одним из

¹ Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-29-04178 офи_м.

перспективных путей такого сжатия исходных дальнометрических изображений индустриально-городских сред является представление их в виде совокупности геометрических линейных примитивов (плоскостей, линий, углов) [2, 3, 9]. По сравнению с исходным изображением такие линейные объекты характеризуются значительно меньшей размерностью и зашумленностью, а также возможностью нахождения различных отношений между ними и перехода к семантическому описанию окружающего пространства. Например, вместо координат множества точек, попавших на одну плоскость (число их может быть несколько сотен тысяч), достаточно запомнить уравнение этой плоскости, ее границы и семантическое описание ("стена", "пол", "потолок", "ступенька", ...). Такой подход значительно снижает объем хранимой информации, необходимой для описания внешней среды и определения координат, что позволяет более эффективно решать задачи класса SLAM [9, 10]. Кроме того, семантическое описание ("понимание") внешней среды не только обеспечивает более успешное решение задач автономного движения, но и дает возможность реализации "поведенческого" уровня управления.

Решению задач выделения из облака точек линейных объектов посвящено много работ. Наиболее известны алгоритмы типа RANSAC (RANdom SAmple Consensus) [11, 12], которые в облаке итерационными методами выделяют подмножества точек, принадлежащие отдельным плоскостям с заданным допуском. Алгоритмы типа RANSAC устойчивы к шумам входных данных, но становятся медлительными при увеличении числа точек в облаке и числа плоскостей в кадре. Широко используются алгоритмы, основанные на вычислении для каждой точки по ее ближайшему окружению локальных нормалей, которые затем используются для выделения плоскостей путем объединения точек с близкими нормалями [13-17]. Однако данная группа алгоритмов чувствительна к ошибкам сенсора, так как локальные нормали каждой точки определяются по точкам ближайшего окружения, и ошибки измерения их координат приводят к существенной ошибке вычисления локальных нормалей. Известны также глобальные методы планарной сегментации трехмерных изображений на основе ми-

Мехатроника, автоматизация, управление, Том 19, № 8, 2018

нимизации функций энергии, в частности, на основе методов разрезания графов (graph-cut). Например, в работе [18] предлагается интерактивная неструктурированная сегментация облака точек на основе метода вырезания графа, в котором функция стоимости получается из евклидова расстояния точек в облаке. Как показывает практический опыт, решение задач выделения линейных объектов в облаках точек связано с большим объемом вычислений, что не всегда позволяет обеспечить обработку реальных дальнометрических изображений в реальном времени, особенно на доступных в настоящее время бортовых вычислителях. Поэтому востребованы работы по созданию и исследованию алгоритмических и программноаппаратных средств, обеспечивающих эффективное решение сформулированной задачи.

Для экспериментальной проверки в реальных условиях и сравнения известных и предлагаемых методов и алгоритмов созданы программно-аппаратные средства на основе камеры глубины Asus Xtion Pro и 2D-сканера Hokuyo UTM-30LX на опорно-поворотном устройстве, сопряженных с компьютером.

Трехмерный вариант метода Хафа для выделения плоских объектов из облака точек

В последнее время появились работы, в которых обосновывается выбор параметров и приводятся оценки сложности вычислений при использовании метода Хафа для выделения прямых и плоскостей в облаке точек [19, 20]. Синтезируем алгоритм выделения плоскостей в облаке точек методом Хафа и протестируем его работу на реальных данных.

Классическое преобразование Хафа [21] первоначально было разработано для нахождения прямых в бинарном контурном плоском изображении, представленном как множество точек $\langle x, y \rangle$ в двумерном пространстве $x \times y$. Преобразование основывается на использовании двумерного пространства параметров $\rho \times \theta$, в котором и проводится поиск прямых, представленных в нормальном виде:

$$x\cos\theta + y\cos(90^\circ - \theta) = \rho,$$

где ρ — перпендикуляр до прямой из начала координат; θ — угол между этим перпендикуляром и осью *ох*.

Для каждой точки $M = \langle x_M, y_M \rangle$ изображения в пространстве параметров $\rho \times \theta$ находится множество точек $\langle \rho, \theta \rangle$, которые соответствуют множеству всевозможных прямых, проходящих через точку M (рис. 1). Данное множество f_M является откликом в пространстве параметров на точку M и соответствует множеству полярных координат точек N окружности, опирающейся на вектор OM как на диаметр (прямая, проходящая через точки M и N, перпендикулярна вектору ON, так как угол ONM — прямой как вписанный в окружность и опирающийся на ее диаметр).

Если выполнить преобразования Хафа для всех точек исходного дискретного изображения с подсчетом откликов в дискретном пространстве параметров, то будет построена так называемая дискретная аккумуляторная функция $A(\rho, \theta)$. Значение аккумуляторной функции в точке $\langle \rho, \theta \rangle$ равно числу точек $\langle x, y \rangle$, лежащих на соответствующей прямой в исходном пространстве изображения $x \times y$. Если на изображении представлено несколько прямых, то аккумуляторная функция будет иметь несколько локальных максимумов в точках, соответствующих имеющимся прямым. Таким образом, для обнаружения всех прямых на исходном изображении достаточно найти все значительные локальные максимумы аккумуляторной функции.

На примере рассмотренного выше классического двумерного алгоритма Хафа сформулируем его трехмерный аналог для выделения плоскостей в трехмерном дальнометрическом изображении, представленном как множество точек с координатами $\langle x, y, z \rangle$ в трехмерном пространстве $x \times y \times z$. Преобразование в данном случае основывается на использовании трех-



Рис. 1. Двумерное преобразование Хафа: *а* — пространство изображения; *б* — пространство параметров

мерного пространства параметров $\rho \times \theta \times \phi$, в котором и проводится поиск плоскостей, представленных в нормальном виде:

$$x\cos\theta + y\cos\varphi + z\sqrt{1-\cos^2\theta - \cos^2\varphi} = \rho,$$
 (1)

где ρ — перпендикуляр до плоскости из начала координат; θ, φ — углы между этим перпендикуляром и осями *ох* и *оу*, соответственно.

Правила преобразования произвольной точки M с координатами $\langle x_M, y_M, z_M \rangle$ из пространства $x \times y \times z$ в пространство параметров $\rho \times \theta \times \varphi$ заключаются в следующем. Рассмотрим произвольную плоскость P, проходящую через точку M (рис. 2, a, см. вторую сторону обложки). Если построить из начала координат на эту плоскость перпендикуляр ON и обозначить его длину ρ , а углы относительно осей Ox и Oy соответственно θ и φ , то плоскость P задается уравнением (1). Так как угол ONM — прямой (ON — перпендикуляр на плоскость P, а отрезок NM принадлежит этой плоскости) и опирается на вектор OM, то точка N принадлежит сфере, опирающейся на вектор OM как на диаметр.

Таким образом, преобразование произвольной точки M из пространства $x \times y \times z$ в пространство параметров $\rho \times \theta \times \phi$ сводится к генерации множества векторов ON из начала координат на поверхность сферы, построенной на векторе OM как на ее диаметре. Каждый такой вектор ON является нормалью к плоскости, проходящей через точку M, и задает эту плоскость в виде (1). Координаты $<\rho$, θ , $\phi >$ всех таких векторов формируют в пространстве параметров $\rho \times \theta \times \phi$ соответствующую поверхность F_M (рис. 2, δ , см. вторую сторону обложки). Поверхность F_M является откликом в пространстве параметров $\rho \times \theta \times \phi$ на точку M из исходного

дальнометрического изображения и обеспечивает построение трехмерной аккумуляторной функции $A(\rho, \theta, \phi)$ в результате выполнения описанной процедуры для всех точек дальнометрического изображения. Значение трехмерной аккумуляторной функции в точке $\langle \rho, \theta, \phi \rangle$ равно числу точек $\langle x, y, z \rangle$, принадлежащих соответствующей плоскости в исходном 3D-изображении. Если в облаке точек существуют несколько плоскостей, то трехмерная аккумуляторная функция будет иметь несколько локальных максимумов в точках, соответствующих

		Таблица І
Номер плоскости	Нормальное уравнение выделенной плоскости	Время вы- числений, с
<i>P</i> ₁	-0.811934x - 0.24817y + + 0.528369z - 1.45768 = 0	126,978
<i>P</i> ₂	-0.0613892x + 0.881663y + 0.46787z - 1.6881 = 0	22,7591
<i>P</i> ₃	0,611658x - 0,368451y + + 0,700084z - 1,3768 = 0	76,146
P ₄	-0,00877528x + 0,89768y + 0,440561z - 1,15349 = 0	14,9094

имеющимся плоскостям. Для обнаружения всех плоскостей на исходном 3D-изображении достаточно найти все значительные локальные максимумы трехмерной аккумуляторной функции.

Результаты работы описанного выше трехмерного аналога алгоритма Хафа (назовем его "одноэтапный алгоритм") для сцены, изображенной на рис. 3, *a*, приведены на рис. 3, *б*, *в* (см. вторую сторону обложки) и в табл. 1.

Анализ результатов данных экспериментальных исследований позволяет сделать следующие выводы. Трехмерный аналог алгоритма Хафа надежно выделяет плоскости в облаке точек, так как формирует аккумуляторную функцию с ярко выраженными локальными максимумами (рис. 4, а, см. вторую сторону обложки), соответствующими искомым плоскостям. Алгоритм не обеспечивает решение задачи за приемлемое время на вычислителях, которыми могут быть оснащены в настоящее время РТК и БПЛА, тем более малогабаритные РТК и БПЛА, ориентированные на функционирование в индустриально-городской среде. Как видно из табл. 1, время выделения плоскостей для типовой сцены на компьютере с процессором Intel Core i3 (RAM DDR3 4Gb, 3.4GHz, OS Ubuntu 14.04) превышает минуты.

Метод Хафа для структурированных 3D-изображений

Как правило, дальнометрические данные одного кадра структурированы линейно по одному или даже обоим углам сканирования (азимуту и возвышению), т. е. сканирование пространства выполняется подмножествами лучей, лежащих в одной плоскости, или в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, которые пересекаются с линейными объектами внешней среды по прямым линиям-отрезкам. Линейная структурированность исходных дальнометрических изображений позволяет предложить эффективный двухэтапный алгоритм выделения плоских объектов, основанный на поиске подмножеств точек, принадлежащих линиям-отрезкам, лежащим в плоскостях сканирования, с последующим поиском подмножеств линий-отрезков, принадлежащих одному плоскому объекту. В основу этапа поиска линий-отрезков в одной плоскости сканирования может быть положен классический метод Хафа или алгоритм, основанный на вычислении частот порождения одних и тех же прямых парами точек, принадлежащих одной плоскости сканирования [2, 3]. Необходимо отметить, что для классического метода Хафа число однотипных циклов вычислений растет пропорционально числу (*n*) точек изображения, а для алгоритма, основанного на вычислении частот порождения одних и тех же прямых парами точек, — их квадрату (n(n-1)/2). Однако во втором случае объем вычислений в одном цикле существенно ниже, и данный алгоритм для реальных дальнометрических изображений имеет преимущество по быстродействию. При увеличении числа точек в изображении (*n* > 200 — для принятой в рассматриваемом примере дискретности параметров) классический метод Хафа начинает работать быстрее.

Для формулировки второго этапа предлагаемого алгоритма рассмотрим рис. 5.



Рис. 5. Плоскости, порождаемые выделенной линией-отрезком

Здесь

XYZ — система координат сенсора, в которой находится исходное облако точек и выделяются плоские объекты;

 α_i — угол возвышения для *i*-й строки дальнометрического изображения (*i*-й плоскости сканирования);

xyz — система координат, которая получается из системы *XYZ* поворотом на угол α_i вокруг оси *OX* (в плоскости *Oxy* лежит *i*-я строка дальнометрического изображения);

АВ — линия-отрезок, выделенная в *i*-й плоскости сканирования;

ОМ — перпендикуляр из начала координат на линию-отрезок *АВ*;

 θ_M , ρ_M — параметры выделенной на первом этапе алгоритма линии-отрезка *AB* (прямой $x\cos\theta_M + y\cos(90^\circ - \theta_M) = \rho_M$) в плоскости *Oxy*;

P — произвольная плоскость, порожденная выделенной линией-отрезком *AB* (все множество таких плоскостей — это плоскости, получающиеся путем вращения любой плоскости, которой принадлежит линия-отрезок *AB*, вокруг данной линии-отрезка как оси вращения);

ON — нормаль к плоскости *P* из начала координат;

 θ , φ , ρ — параметры плоскости *P* в нормальном виде (1) в системе координат *XYZ*;

x'y'z' — система кординат, которая получается из системы *хуz* поворотом на угол $\theta - 90^{\circ}$ вокруг оси *Oz*.

В плоскости Oy'z' лежит окружность диаметра ρ_M с центром в середине вектора OM. Данная окружность описывает множество векторов-нормалей ON к плоскостям, порождаемых выделенной линией-отрезком AB (угол ONM — прямой, так как вписан в данную окружность и опирается на ее диаметр).





Вектор $ON = \begin{vmatrix} 0 \\ y'_N \\ z'_N \end{vmatrix}$ в системе координат x'y'z'

должен удовлетворять уравнению окружности в плоскости Oy'z': $(y' - \rho_M/2)^2 + (z')^2 = (\rho_M/2)^2$.

Вектор
$$ON = \begin{vmatrix} A_N \\ Y_N \\ Z_N \end{vmatrix}$$
 в системе координат XYZ

вычисляется по формуле

$$\begin{vmatrix} X_N \\ Y_N \\ Z_N \end{vmatrix} = A_x(\alpha_i)A'_z(90 - \theta_M) \begin{vmatrix} 0 \\ y'_N \\ z'_N \end{vmatrix},$$

где $A_x(\alpha_i)$ и $A_{z'}(90 - \theta_M)$ — матрицы поворота соответственно вокруг осей Ox и Oz' на углы α_i и $\theta - 90^\circ$.

Зная вектор *ON* в системе координат *XYZ*, можно вычислить задающие плоскость *P* в нормальном виде (1) параметры $<\rho$, θ , $\phi>$:

$$\rho = \sqrt{(X_N^2 + Y_N^2 + Z_N^2)};$$

$$\theta = \arccos(X_N/\rho);$$

$$\varphi = \arccos(Y_N/\rho).$$

Значения параметров $\langle \rho, \theta, \phi \rangle$ для всех векторов *ON*, заканчивающихся на данной окружности, формируют некоторую кривую в пространстве параметров $\rho \times \theta \times \phi$, которая является откликом на линию-отрезок *AB* и обеспечивает построение трехмерной аккумуляторной функции $A(\rho, \theta, \phi)$ в результате выполнения описанной процедуры для всех выделенных на первом этапе линий-отрезков. На рис. 6, *а* приведены выделенные на первом этапе алгоритма линии-отрезки в одной из плоскостей сканирования, а на рис. 6, *б* — со-

> ответствующие им кривые (отклики) в пространстве параметров $\rho \times \theta \times \phi$.

> Все вышеизложенное справедливо и для сканирования по углу азимута. В этом случае будут использоваться столбцы дальнометрического изображения, которые соответствуют вертикальным плоскостям сканирования, повернутым вокруг оси *OZ* на соответствующий угол сканирования по азимуту.

		таблица 2
Номер плоскости	Нормальное уравнение выделенной плоскости	Время вы- числений, с
<i>P</i> ₁	-0,827931x - 0,234176y + + 0,5096z - 1,43773 = 0	0,632917
<i>P</i> ₂	0,00191981x + 0,867228y + 0,497908z - 1,73805 = 0	0,325517
<i>P</i> ₃	0,640534x - 0,3391y + + 0,689005z - 1,39829 = 0	1,064315
P ₄	$\begin{array}{r} 0,0087752x + 0,889781y + \\ + 0,464179z - 1,23853 = 0 \end{array}$	0,382453

Результаты работы предлагаемого двухэтапного алгоритма на тех же исходных данных, что и для описанного ранее трехмерного аналога алгоритма Хафа, приведены в табл. 2.

На рис. 4, δ (см. вторую сторону обложки) приведен локальный максимум аккумуляторной функции для одной из выделенных плоскостей (P_1).

Анализ результатов данных экспериментальных исследований позволяет сделать следующие выводы. Выделенные плоскости совпадают с предыдущими результатами в пределах шага дискретизации параметров аккумуляторной функции. Предлагаемый алгоритм также надежно выделяет плоскости в облаке точек, так как также формирует аккумуляторную функцию с ярко выраженными локальными максимумами (см. рис. 4, б), соответствующими искомым плоскостям. Быстродействие двухэтапного алгоритма на два порядка выше (см. табл. 1, 2) и обеспечивает возможность его практического использования для обработки данных современных 3D-сенсоров на доступных бортовых компьютерах.

Необходимо отметить, что если с учетом ошибки сенсора и принятой дискретизации пространства параметров для выделенных плоскостей определить соответствующие подмножества точек (рис. 3, δ , см. вторую сторону обложки), а затем методом наименьших квадратов — аппроксимирующие плоскости, то результаты сравниваемых алгоритмов практически совпадают и наилучшим образом соответствуют действительности (см. рис. 3, θ).

Существенное различие в быстродействии сравниваемых алгоритмов обусловлено существенным различием объемов выполняемых вычислений, которые в обоих случаях определяются числом однотипных операций заполнения аккумуляторной функции. В первом случае при заполнении аккумуляторной функции для каждой точки 3D-изображения генерируется множество векторов, число которых (W_1) прямо пропорционально площади соответствующих сфер, на поверхности которых они заканчиваются (рис. 2, см. вторую сторону обложки):

$$W_1 = \frac{4\pi}{\Delta^2} \sum_{i=1}^n R_i^2,$$

где i — индекс точки в 3D-изображении; n — число точек в 3D-изображении; R_i — радиус генерируемой i-й точкой сферы; Δ — шаг дискретизации поверхности сферы.

Во втором случае на первом этапе алгоритма (этап выделения линий-отрезков в плоскостях сканирования) для каждой точки 3D-изображения генерируется множество векторов, число которых (W_{21}) прямо пропорционально длинам соответствующих окружностей, на которых они заканчиваются (см. рис. 1):

$$W_{21} = \frac{2\pi}{\Delta} \sum_{i=1}^{n} R_i,$$

где R_i — радиус генерируемой *i*-й точкой окружности; Δ — шаг дискретизации окружности.

На втором этапе алгоритма для каждой выделенной на первом этапе линии-отрезка генерируется множество векторов, число которых (W_{22}) прямо пропорционально длине соответствующей окружности, на которой они заканчиваются (см. рис. 5):

$$W_{22} = \sum_{k=1}^{K} \left(\frac{2\pi}{\Delta} \sum_{l=1}^{L_k} R_{kl} \right),$$

где K — число строк (столбцов) сканирования в 3D-изображении; L_k — число линий отрезков, выделенных на первом этапе алгоритма в k-й строке (столбце) сканирования; R_{kl} — радиус окружности, генерируемой l-м отрезком в k-й строке (столбце) сканирования.

Анализ данных оценок показывает, что $W_1 \gg W_{21} + W_{22}$. Действительно, W_1 пропорционально площадям генерируемых сфер, а W_{21} и W_{22} — длинам генерируемых окружностей. Кроме того, для существующих сенсоров число строк (столбцов) сканирования $K \approx \sqrt{n}$, а для реальных сцен $L_k \leq 5$ (т. е. $W_{22} \ll W_{21}$).

Приведенные оценки справедливы и для других алгоритмов выделения плоских объек-

тов в облаке точек. Например, для алгоритмов типа RANSAC можно предложить аналогичную двухэтапную реализацию: использовать двухмерный вариант алгоритма типа RANSAC для нахождения линий отрезков в плоскостях сканирования.

Заключение

Работоспособность и эффективность предлагаемого двухэтапного алгоритма проверена на реальных данных различных сенсоров. На рис. 3 и в табл. 2 приведены результаты обработки 3D-изображения, сформированного камерой глубины Asus Xtion Pro. На рис. 7 (см. третью сторону обложки) приведены результаты обработки 3D-изображения, сформированного 2D-сканером Нокиуо UTM-30LX на опорно-поворотном устройстве.

На рис. 8 (см. третью сторону обложки) приведены результаты обработки 3D-изображения, сформированного 2D-сканером Hokuyo UTM-30LX за счет вращения БПЛА вертолетного типа вокруг вертикальной оси [6].

Полученные результаты теоретических и экспериментальных исследований позволяют сделать заключение, что созданные алгоритмические и программно-аппаратные средства обеспечивают в реальном времени (в темпе движения объектов управления) переход от больших объемов исходной зрительной дальнометрической информации к семантическим информационно-навигационным моделям, которые в явном и компактном виде содержат геометрические данные о внешней среде и навигационные данные об объекте управления. Например, для эксперимента, представленного на рис. 3 (см. вторую сторону обложки), семантический признак горизонтальности выделенного плоского объекта Р₂ ("потолок") из уравнения соответствующей плоскости позволяет по направляющим косинусам определить крен и дифферент сенсора (объекта управления) и по свободному члену — координату Z (см. рис. 3, в). Семантический признак вертикальности выделенного плоского объекта P₁ ("стена") из уравнения соответствующей плоскости при известном уже крене и дифференте позволяет определить курс объекта управления относительно данного вертикального плоского объекта. Определение оставшихся двух линейных координат в данной рабочей зоне обеспечивает выделение третьего плоского объекта P_3 , не коллинеарного предыдущим двум. При известном плане рабочей зоны или при известной предыстории движения [9] могут быть определены и абсолютные координаты объекта управления.

Возможность формирования семантических информационно-навигационных моделей по данным бортовых сенсоров на бортовых вычислителях в реальном времени позволит уже в настоящее время решать актуальные задачи автономного управления движением РТК и БПЛА в индустриально-городской среде и зданиях.

Список литературы

1. Лапшов В. С., Носков В. П. и др. Бой в городе. Боевые и обеспечивающие роботы в условиях урбанизированной территории // Известия ЮФУ. Технические науки. 2011. № 3. С. 142—146.

2. Носков А. В., Носков В. П. Распознавание ориентиров в дальнометрических изображениях // Мобильные роботы и мехатронные системы. 2001. С. 179—192.

3. Носков В. П., Носков А. В. Навигация мобильных роботов по дальнометрическим изображениям // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 12. С. 16—21.

4. Носков В. П., Рубцов И. В. Опыт решения задачи автономного управления движением мобильных роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 12. С. 21–24.

5. Носков В. П., Рубцов И. В., Романов А. Ю. Формирование объединенной модели внешней среды на основе информации видеокамеры и дальномера // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 8. С. 2—5.

6. Загоруйко С. Н., Казьмин В. Н., Носков В. П. Навигация БПЛА и 3D-реконструкция внешней среды по данным бортовой СТЗ // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 8. С. 62—68.

7. Segal A., Haehnel A. S. D., Thrun S. Generalized ICP // Proc. of Robotics: Science and Systems (RSS). 2009.

8. Mitra N. J. et al. Registration of point cloud data from a geometric optimization perspective // Proceedings of the 2004 Eurographics/ACM SIGGRAPH symposium on Geometry processing. ACM, 2004. P. 22–31.

9. Казьмин В. Н., Носков В. П. Выделение геометрических и семантических объектов в дальнометрических изображениях для навигации роботов и реконструкции внешней среды // Известия ЮФУ. Технические науки. 2015. № 10 (171). С. 71—83.

10. Павловский В. Е., Павловский В. В. Технологии SLAM для подвижных роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. № 6. С. 384—394.

11. **Konouchine A., Gaganov V., Veznevets V.** AMLESAC: A new maximum likelihood robust estimator // Proc. Graphicon. 2005. Vol. 5. P. 93–100.

12. Klasing K. et al. Comparison of surface normal estimation methods for range sensing applications // Robotics and Automation, 2009. ICRA'09. IEEE International Conference on. IEEE, 2009. P. 3206—3211.

13. Holz D. et al. Real-time plane segmentation using RGB-D cameras // Robot Soccer World Cup. Springer, Berlin, Heidelberg. 2011. P. 306–317.

14. **Comaniciu D., Meer P.** Mean shift: A robust approach toward feature space analysis // IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence. 2002. Vol. 24, N. 5. P. 603–619.

15. Berkmann J., Caelli T. Computation of surface geometry and segmentation using covariance techniques // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1994. T. 16, $N_{\rm P}$ 11. C. 1114–1116.

16. Mitra N. J., Nguyen A., Guibas L. Estimating surface normals in noisy point cloud data // International Journal of Computational Geometry & Applications. 2004. Vol. 14, N. 04n05. P. 261–276.

17. Велижев А., Шаповалов Р., Потапов Д., Третьяк Е., Конушин А. Автоматическая сегментация облаков точек на основе элементов поверхности // Сборник "Труды конференции GraphiCon — 2009". 2009. С. 241—245.

18. Sedlacek D., Zara J. Graph cut based point-cloud segmentation for polygonal reconstruction // International Symposium on Visual Computing. Springer, Berlin, Heidelberg, 2009. P. 218-227.

19. **Borrmann D. et al.** The 3d hough transform for plane detection in point clouds: A review and a new accumulator design // 3D Research. 2011. Vol. 2, N. 2. P. 3.

20. Гошин Е. В., Лошкарева Г. Е. Информационная технология сегментации разноракурсных изображений с использованием трехмерного преобразования Хафа // Матер. Междунар. конференции и молодежной школы "Информационные технологии и нанотехнологии". 2016. С. 342—349.

21. **Hough P. V. C.** Method and means for recognizing complex patterns: пат. 3069654 США. 1962.

A Three-Dimensional Version of the Hough Method in the Reconstruction of the External Environment and Navigation

V. P. Noskov, noskov_mstu@mail.ru, I. O. Kiselev, kiselev201@rambler.ru Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

> Corresponding authors: Noskov Vladimir P., Ph. D., Bauman Moscow State Technical University, Special robotics and mechatronics department, NIISM sector head

> > Accepted on April 27, 2018

The prevailing issues regarding the three-dimensional (3-D) reconstruction of the industrial-urban environment and navigation model can be solved by using the method of selecting linear objects (straight lines and planes) in cloud points. The analysis of the three-dimensional version of the Hough method for selecting planar objects from a cloud of points has been done. A high-speed algorithm which is a development of the Hough method, based on a two-stage transformation of the initial data, taking into account their linear structuring into a three-dimensional parameter space has been proposed. The linear structuring of the input data generated by 3D laser sensors allows efficient selection of planar objects: first to find subsets of points belonging to line segments in the scanning planes, and then to find subsets of line segments belonging to one flat object. Comparative estimates of the computation volumes for the three-dimensional version of the Hough method and the proposed two-stage algorithm are obtained. Estimates give a quadratic and linear dependence on the same parameter, respectively, which provides for real 3D images increased performance in the second case by two orders of magnitude. The effectiveness of the proposed algorithm is confirmed by the results of the operation of the corresponding software and hardware in real environmental conditions. The obtained results of theoretical and experimental studies allow us to conclude that the created algorithm and software-hardware tools provide a transition in real time (in the rate of motion of control objects) from large volumes of initial visual ranging information to semantic information and navigation models. Formed models in an explicit and compact form contain geometric data about the external environment and navigation data about the sensor (control object). The possibility of forming semantic information and navigation models is based on data obtained from on-board sensors and on-board calculators in real time which allows for the present time to solve ongoing tasks for autonomous traffic control of AGV and UAV in the industrial-urban environment and buildings.

Keywords: point cloud, linear primitives, Hough method, far-ranging 3D-image, linear structuring of initial data, geometric and semantic models, navigation

Acknowledgements: This article was prepared with the financial support of Russian Foundation for Basic Research (project no. 16-29-04178 ofi-m).

For citation:

Noskov V. P., Kiselev I. O. A Three-Dimensional Version of the Hough Method in the Reconstruction of the External Environment and Navigation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 8, pp. 552–560.

DOI: 10.17587/mau.19.552-560

References

1. Lapshov V. S., Noskov V. P. Boj v gorode. Boevye i obespechivajushhie roboty v uslovijah urbanizirovannoj territorii (Fight in the city. Combat and providing robots in an urbanized area), *Izvestija JuFU*. *Tehnicheskie Nauki*, 2011, no. 3, pp. 142–146 (in Russian). 2. Noskov A. V., Noskov V. P. Raspoznavanie orientirov v dal'nometricheskih izobrazhenijah (Recognition of landmarks in the long-range images), Mobil'nye Roboty i Mehatronnye Sistemy, 2001, pp. 179–192 (in Russian).

3. Noskov V. P., Noskov A. V. Navigacija mobil'nyh robotov po dal'nometricheskim izobrazhenijam (Navigation of mobile robots on the dalometric images), *Mkehatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2005, no. 12, pp. 16–21 (in Russian).

4. Noskov V. P., Rubcov I. V. Opyt reshenija zadachi avtonomnogo upravlenija dvizheniem mobil'nyh robotov (Experience in solving the problem of autonomous traffic control of mobile robots), Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2005, no. 12, pp. 21–24 (in Russian).

5. Noskov V. P., Rubcov I. V., Romanov A. Ju. Formirovanie ob'edinennoj modeli vneshnej sredy na osnove informacii videokamery i dal'nomera (Formation of the integrated model of the external environment on the basis of the information of the video camera and the range finder), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2007, no. 8, pp. 2–5 (in Russian).

6. Zagorujko S. N., Kaz'min V. N., Noskov V. P. Navigacija BPLA i 3D-rekonstrukcija vneshnej sredy po dannym bortovoj STZ (Navigation UAV and 3D-reconstruction of the external environment according to the on-board technical vision system), Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2014, no. 8, pp. 62–68 (in Russian).

7. Segal A., Haehnel D., Thrun S. Generalized-ICP, Proc. of Robotics: Science and Systems, RSS, 2009.

8. Mitra N., Gelfand N., Pottmann H., Guibas L. J. Registration of Point Cloud Data from a Geometric Optimization Perspective, *Proceedings of the 2004 Eurographics/ACM SIGGRAPH* symposium on Geometry processing, 2004, pp. 22–31.

9. Kaz'min V. N., Noskov V. P. Vydelenie geometricheskih i semanticheskih ob'ektov v dal'nometricheskih izobrazhenijah dlja navigacii robotov i rekonstrukcii vneshnej sredy (Isolation of geometric and semantic objects in the long-range images for navigation of robots and reconstruction of the external environment), Izvestija JuFU. Tehnicheskie Nauki, 2015, no. 10 (171), pp. 71–83 (in Russian).

10. Pavlovskij V. E., Pavlovskij V. V. Tehnologii SLAM dlja podvizhnyh robotov [SLAM for mobile robots], *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2016, no. 6, pp. 384–394 (in Russian).

11. **Konouchine A., Gaganov V., Veznevets V.** AMLESAC: A new maximum likelihood robust estimator, *Proc. Graphico*", 2005, vol. 5, pp. 93–100.

12. Klasing K. et al. Comparison of surface normal estimation methods for range sensing applications, *Robotics and Automation*. 2009. ICRA'09. IEEE International Conference on. IEEE, 2009, pp. 3206–3211.

13. Holz D. et al. Real-time plane segmentation using RGB-D cameras, *Robot Soccer World Cup*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2011, pp. 306–317.

14. **Comaniciu D., Meer P.**, Mean shift: A robust approach toward feature space analysis, *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 2002, vol. 24, no. 5, pp. 603–619.

15. Berkmann J., Caelli T. Computation of surface geometry and segmentation using covariance techniques, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1994, vol. 16, no. 11, pp. 1114–1116.

16. Mitra N. J., Nguyen A., Guibas L. Estimating surface normals in noisy point cloud data, *International Journal of Computational Geometry & Applications*, 2004, vol. 14. no. 04–05, pp. 261–276.

17. Velizhev A., Shapovalov R., Potapov D., Tret'jak E., Konushin A. Avtomaticheskaja segmentacija oblakov tochek na osnove jelementov poverhnosti (Automatic segmentation of point clouds based on surface elements), Trudy konferencii GraphiCon – 2009, 2009, pp. 241–245 (in Russian).

18. Sedlacek D., Zara J. Graph cut based point-cloud segmentation for polygonal reconstruction, *International Symposium on Visual Computing*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2009, pp. 218–227.

19. **Borrmann D. et al.** The 3d hough transform for plane detection in point clouds: A review and a new accumulator design, *3D Research*, 2011, vol. 2, no. 2. pp. 3.

20. Goshin E. V., Loshkareva G. E. Informacionnaja tehnologija segmentacii raznorakursnyh izobrazhenij s ispol'zovaniem trjohmernogo preobrazovanija Hafa (Information technology for segmentation of different-angle images using the three-dimensional Haught transformation), Izdatel'stvo SGAU, Materialy Mezhdunarodnoj konferencii i molodjozhnoj shkoly "Informacionnye tehnologii i nanotehnologii", 2016, pp. 342–349 (in Russian).

21. Hough P. V. C. Method and means for recognizing complex patterns: patterns, 3069654 USA, 1962.

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5510, (499) 269-5397

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор Е. В. Комиссарова.

Сдано в набор 00.00.2017. Подписано в печать 12.07.2018. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН818. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,

телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Адвансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Адвансед солюшнз".

119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.