

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ



Том 18
2017
№ 9

Рисунки к статье В. В. Долиненко, В. А. Коляды, Е. В. Шаповалова, Т. Г. Скубы
«РАСЧЕТ УСТОЙЧИВЫХ РЕЖИМОВ МИГ/МАГ СВАРКИ КОРНЕВЫХ ШВОВ»

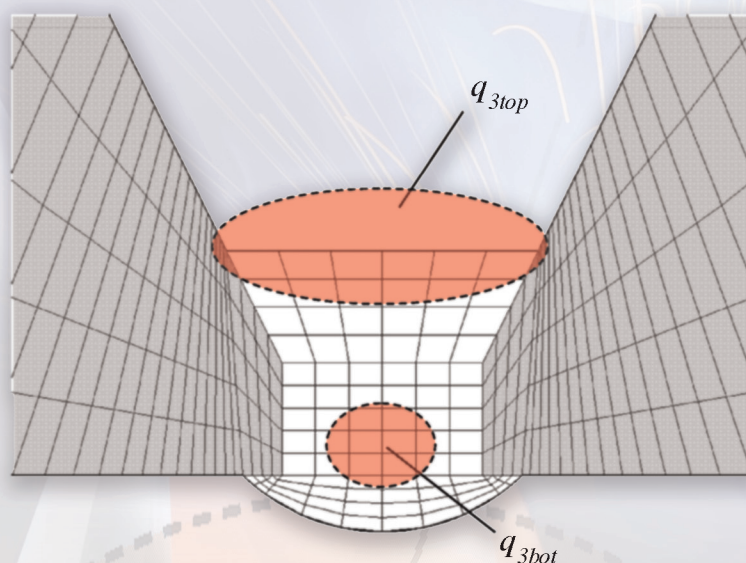


Рис. 2. Схематическое изображение расположения источников тепла при сварке корневого шва

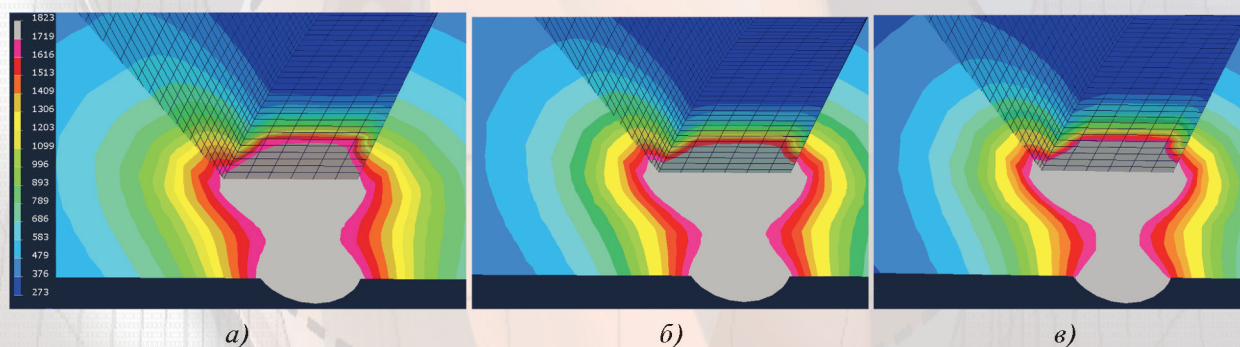


Рис. 6. Разрез температурного поля проплавления корневого шва:

$a - V_{\text{св}} = 3 \text{ мм/с}$; $б - V_{\text{св}} = 6 \text{ мм/с}$; $в - V_{\text{св}} = 9 \text{ мм/с}$

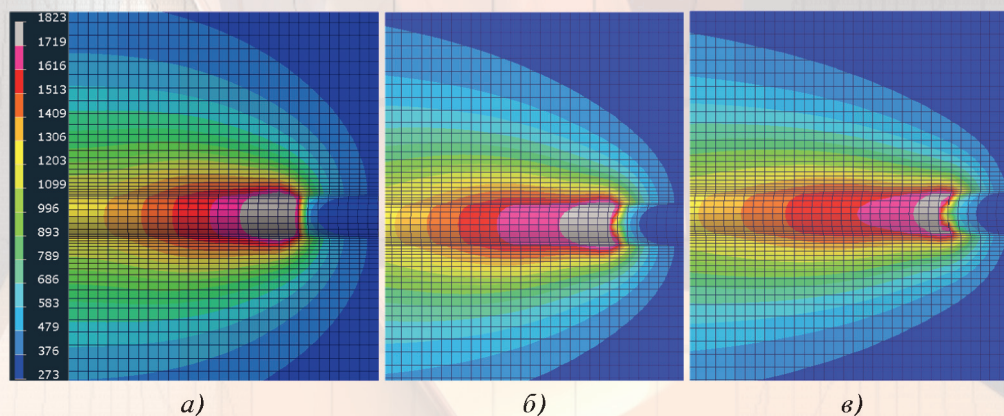


Рис. 7. Температурное поле формирования обратного валика (вид снизу):

$a - V_{\text{св}} = 3 \text{ мм/с}$; $б - V_{\text{св}} = 6 \text{ мм/с}$; $в - V_{\text{св}} = 9 \text{ мм/с}$

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 18

2017

№ 9

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Редакционный совет:

CHYI-YEU LIN, PhD, prof.
GROUMPOS P. P., prof.
JEN-HWA GUO, PhD, prof.
KATALINIC B., PhD, prof.
SUBUDHI B., PhD, prof.
АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.
ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН, проф.
КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН, проф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
СЕБЯЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.
СОЙФЕР В. А., акад. РАН, проф.
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.
ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.
ЮЩЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.
БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.
ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.
ЕРМОЛОВ И. Л., д. т. н., доц.
ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.
КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.
ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.
ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.
ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф.
РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.
ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.
ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.
ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Колесников А. А., Колесников Ал. А., Кузьменко А. А.** Метод АКАР и теория адаптивного управления в задачах синтеза нелинейных систем управления 579
- Феофилов С. В., Козырь А. В.** Современное состояние и перспективы развития теории релейных систем автоматического управления 589
- Быстров С. В., Васильев А. С., Вундер Н. А., Ушаков А. В.** Аналитическое конструирование последовательного компенсатора для систем управления техническим объектом с модуляцией 597
- Якимов В. Н., Батищев В. И., Машков А. В.** Статистическая идентификация линейных динамических систем с использованием знакового аналого-стохастического квантования входного и выходного сигналов 604

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Лопота А. В., Спасский Б. А.** Робототехника. Взгляд в будущее 612
- Джафаров С. М., Джафаров П. С., Мустафаева А. М.** Синтез оптимального нечеткого T-S-регулятора для системы управления мобильным роботом с применением теории хаоса 616

АВТОМАТИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

- Долиненко В. В., Коляда В. А., Шаповалов Е. В., Скуба Т. Г.** Расчет устойчивых режимов МИГ/МАГ сварки корневых швов 623
- Соловьев Д. С., Мукина И. А., Литовка Ю. В.** Особенности оптимального управления гальваническими процессами в многоанодной ванне с различными значениями силы тока 631

УПРАВЛЕНИЕ В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ

- Рачков М. Ю.** Стохастическое управление внешней подвеской пожарного вертолета 637
- Кислицын Ю. Д., Хисматов И. Ф.** Оценка вероятности визирования объектов при автоматическом выходе летательного аппарата на рубеж обнаружения 641

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 18

2017

No. 9

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editorial Council:

ALIEV T. A., prof., Azerbaijan, Baku
 ANSHAKOV G. P., Russia, Samara
 BOLOTNIK N. N., Russia, Moscow
 CHENTSOV A. G., Russia, Ekaterinburg
 CHERNOUSKO F. L., Russia, Moscow
 CHYI-YEU LIN, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 FEDOROV I. B., Russia, Moscow
 GROUMPOS P. P., prof., Greece, Patras
 JEN-HWA GUO, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 KALYAEV I. A., Russia, Taganrog
 KATALINIC B., PhD, Prof., Austria, Vienna
 KRASNEVSKIY L. G., Belarus, Minsk
 KUZNETSOV N. A., Russia, Moscow
 LEONOV G. A., Russia, S.-Peterburg
 MATVEENKO A. M., Russia, Moscow
 MIKRIN E. A., Russia, Moscow
 PESHEKHONOV V. G., Russia, S.-Peterburg
 REZCHIKOV A. F., Russia, Saratov
 SCHERBATYUK A. F., Russia, Vladivostok
 SEBRYAKOV G. G., Russia, Moscow
 SIGOV A. S., Russia, Moscow
 SOJFER V. A., Russia, Samara
 SOLOMENTSEV Yu. M., Russia, Moscow
 SOLOVJEV V. A., Russia, Moscow
 SUBUDHI B., PhD, Prof., India, Sundargarh
 VASILYEV S. N., Russia, Moscow
 YUSUPOV R. M., Russia, S.-Peterburg
 ZHELTOV S. Yu., Russia, Moscow

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Russia, Moscow

Deputy Editor-in-Chief:

PODURAEV Yu. V., Russia, Moscow
 PUTOV V. V., Russia, S.-Peterburg
 YUSCHENKO A. S., Russia, Moscow

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu., Russia, Moscow

Editorial Board:

ALEXANDROV V. V., Russia, Moscow
 ANTONOV B. I., Russia, Moscow
 ARSHANSKY M. M., Russia, Tver
 BUKOV V. N., Russia, Zhukovsky
 ERMOLOV I. L., Russia, Moscow
 FILARETOV V. F., Russia, Vladivostok
 FRADKOV A. L., Russia, S.-Peterburg
 FURSOV V. A., Russia, Samara
 GRADETSKY V. G., Russia, Moscow
 ILYASOV B. G., Russia, Ufa
 IVCHENKO V. D., Russia, Moscow
 KOLOSOV O. S., Russia, Moscow
 KOROSTELEV V. F., Russia, Vladimir
 LEBEDEV G. N., Russia, Moscow
 LOKHIN V. M., Russia, Moscow
 PAVLOVSKY V. E., Russia, Moscow
 PROKHOROV N. L., Russia, Moscow
 PSIIKHOPOV V. Kh., Russia, S.-Peterburg
 RAPOPORT E. Ya., Russia, Samara
 SERGEEV S. F., Russia, S.-Peterburg
 VITTIKH V. A., Russia, Samara
 YUREVICH E. I., Russia, S.-Peterburg

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E. V., Russia, Moscow

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospective development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Kolesnikov A. A., Kolesnikov Al. A., Kuzmenko A. A.** ADAR Method and Theory of Adaptive Control in the Tasks of Synthesis of the Nonlinear Control Systems 579
- Feofilov S. V., Kozyr A. V.** Current State and Prospects for Development of the Theory of Relay Feedback Systems 589
- Bystrov S. V., Vasylyev A. S., Vunder N. A., Ushakov A. V.** Analytical Designing of a Consecutive Compensator for the Technical Plants' Control Systems with Modulation 597
- Yakimov V. N., Batsyshev V. I., Mashkov A. V.** Statistical Identification of the Linear Dynamic Systems with the Use of the Sign-Function Analog-Stochastic Quantization of the Input and Output Signals 604

ROBOTIC SYSTEMS

- Lopota A. V., Spassky B. A.** Robotics. A View of the Future 612
- Jafarov S. M., Jafarov P. S., Mustafayeva A. M.** Synthesis of the Optimal Fuzzy T-S Controller for the Mobile Robot System Using the Chaos Theory 616

AUTOMATION OF TECHNOLOGICAL PROCESSES

- Dolinenko V. V., Kolyada V. A., Shapovalov E. V., Scuba T. G.** Calculation of the Stable Modes of MIG/MAG Welding of the Root Passes 622
- Solovjev D. S., Mukina I. A., Litovka Yu. V.** Specific Features of the Optimal Control of the Electroplating Processes in a Multinode Bath with Different Amperage Values 631

CONTROL IN AEROSPACE SYSTEMS

- Rachkov M. Yu.** Stochastic Control of the External Sling of a Fire Helicopter 637
- Kislitsyn Ju. D., Hismatov I. F.** Assessment of the Object's Sighting Probability during an Automatic Reach of the Radar Range Perimeter by an Aircraft 641

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

А. А. Колесников¹, Засл. деятель науки и техники РФ, д-р техн. наук, проф., ankolesnikov@sfnedu.ru,

Ал. А. Колесников², канд. техн. наук, доц., alkolesnikov@sfnedu.ru,

А. А. Кузьменко¹, канд. техн. наук, доц., aakuzmenko@sfnedu.ru,

¹Институт компьютерных технологий и информационной безопасности

Южного федерального университета, г. Таганрог,

²Институт радиотехнических систем и управления Южного федерального университета, г. Таганрог

Метод АКАР и теория адаптивного управления в задачах синтеза нелинейных систем управления

Проводится сравнение метода АКАР с методами современной теории адаптивного управления. В рамках метода АКАР показаны два способа аналитического синтеза законов адаптивного управления для нелинейных динамических объектов. Приведены примеры синтеза законов адаптивного управления нелинейными объектами, иллюстрирующие эффективность метода АКАР.

Ключевые слова: нелинейные системы управления, синтез управления, адаптивное управление, синергетическая теория управления, метод АКАР

Введение

В мировой и отечественной научной литературе проблеме адаптивного управления посвящены десятки монографий и тысячи статей и докладов [1–4]. Исчерпывающий обзор методов этой теории изложен в известной монографии [4]. В предисловии "Нелинейность, адаптация, самоорганизация" к этой книге известный математик — специалист в области нелинейной динамики и синергетики Г. Г. Малинецкий пишет: "Книгу, которую вы держите в руках, вероятно, ждет долгая и счастливая жизнь. Это не значит, что у нее будет очень много читателей — обилие формул и высокий математический уровень предполагают серьезную предварительную подготовку. Эта книга не поможет студентам и аспирантам, осваивающим теорию управления, "выучить и сдать". Не поможет в силу глубокого анализа и оригинальности выдвигаемого подхода. Эта работа не привлечет ни популяризаторов науки, ни специалистов по внедрению инноваций. Поставленные в ней вопросы более фундаментальны и значимы, чем ответы на них, которые сегодня могут предложить авторы, да и наука об управлении в целом. Вместе с тем эта работа представляет одной из наиболее глубоких, оригинальных и значимых исследований в теории управления среди появившихся в России в последнее десятилетие..."

Это, вообще говоря, удивительное заявление, в очередной раз иллюстрирующее известное предупреждение академика А. А. Красовского об опасности чрезмерного математического формализма на пути развития современной теории автоматического управления (СТАУ) [5]: "... в развитии СТАУ с точки зрения практики далеко не все обстоит благополучно. Классическую ТАУ в основном создавали ин-

женеры для инженеров. СТАУ создают в основном математики для инженеров и во все большей мере математики для математиков. Последнее с точки зрения практики вызывает определенное беспокойство. Главное негативное влияние на практическое внедрение методов СТАУ оказывает масса оторванных от практических потребностей и возможностей работ и даже направлений, интересных в математическом отношении, но бесплодных в отношении современных приложений. Нельзя отрицать право на существование математической СТАУ как раздела математики, развивающегося по собственным законам и находящего применение по мере возникновения соответствующих потребностей. Однако такая математическая СТАУ должна быть достаточно четко выделена по отношению к прикладной СТАУ". Здесь также напрашивается ироничное высказывание А. Эйнштейна по поводу применения математических методов: "... существует поразительная возможность овладеть предметом, не понимая сущности дела" (!).

Возможно, поэтому Г. Г. Малинецкий, вслед за авторами книги [4], пишет: "Тут, пожалуй, стоит в рассказе о былых надеждах и успехах поставить точку и согласиться с авторами — современная теория адаптивного управления зашла в тупик. И суть книги И. Ю. Тюкина, В. А. Терехова — указать путь из этого тупика". В самом деле, если судить по публикациям последних лет авторов книги [4], то выходом из тупика, в который попала теория адаптивного управления, стало введение в ее арсенал аттракторов — инвариантных множеств, в том числе и хаотических, макропеременных и других ключевых понятий из синергетической теории управления (СТУ) и метода аналитического конструиро-

вания агрегированных регуляторов (АКАР) [6—9], а также некоторых элементов "бэкстеппинга" (нами в работе [10] было отмечено, что метод АКАР превосходит по своим возможностям "бэкстеппинг"). Это и позволило, как утверждают авторы книги [4], разработать новый подход к решению проблемы адаптации в нелинейных системах.

По поводу прикладных задач управления, впервые решенных в работе [4], Г. Г. Малинецкий пишет: "Еще одним большим достоинством книги являются конкретные задачи, решение которых опирается на предлагаемые подходы. Задачи рассмотрены подробно и результаты "доведены до числа". Собственно, задачи три. Это управление динамикой автомобиля в режиме разгона—торможения в условиях неопределенности качества дорожного покрытия; идентификация моделей электрической активности клеток нервной системы по измерениям мембранного потенциала; адаптивное сравнение шаблонов в системах обработки визуальной информации. Эти задачи относятся к разным областям — конструированию, идентификации моделей нелинейных математических моделей, техническому зрению. И в каждом из этих случаев предлагаемые в книге подходы к адаптивному управлению приводят к интересным, значимым результатам". Ниже будет рассмотрено эффективное решение первых двух из указанных выше задач исключительно на основе метода АКАР и без привлечения других методов адаптивного управления.

Метод АКАР предлагает два способа обеспечения адаптивности нелинейной системы к внешним и параметрическим возмущениям. Первый способ — это использование принципа интегральной адаптации СТУ [9, 11, 12], когда влияние параметрических и/или внешних возмущений на функционирование системы компенсируется за счет построенных нелинейных законов управления с особым образом введенными интеграторами (в общем случае нелинейными). При этом необходима минимальная информация о возмущении — его класс (кусочно-постоянное, полиномиальное, гармоническое и т.д.), который можно представить динамической моделью в виде системы дифференциальных уравнений. Построение адаптивных систем управления, опирающихся на принцип интегральной адаптации, не требует синтеза наблюдателей состояния и возмущений и, соответственно, оперативной оценки этих возмущений. Второй способ — построение нелинейных наблюдателей параметрических и/или внешних возмущений [7—9, 13, 14]. В этом случае синтезируемые нелинейные законы управления дополняются подсистемой наблюдения, осуществляющей динамическую оценку неизмеряемых возмущений и их компенсацию. Необходимо также отметить, что на основе наблюдателей в СТУ можно построить и такие наблюдатели, которые динамически идентифицируют неизмеряемые переменные состояния объекта по измеряемым переменным состояниям и номинальным параметрам.

2. Примеры синтеза законов адаптивного управления методом АКАР

Пример 1. Сначала рассмотрим важную прикладную задачу управления тормозной системой колес автомобилей, самолетов и других подвижных объектов [4, 15].

Антиблокировочная тормозная система (АБС) должна таким образом управлять скольжением каждого колеса, чтобы предотвратить его блокировку и обеспечить наибольшую степень сцепления с полотном дороги. Закон управления АБС должен обеспечивать параметрическую робастность по отношению к быстро изменяющимся свойствам дорожного полотна и характеристикам шины. На рис. 1 изображена схема сил взаимодействия тормозной системы колеса, присоединенного к массе m . При вращении колеса в направлении скорости v , сила сцепления (сопротивления) шины F_x создается трением между поверхностью шины и покрытием дороги. Эта сила будет создавать момент, который порождает вращающее движение колеса, создавая угловую скорость ω . Тормозной момент, прилагаемый к колесу, будет действовать против вращения колеса, создавая отрицательное угловое ускорение.

Уравнения движения тормозной системы колеса имеют вид [15]

$$\begin{aligned} m\dot{v}(t) &= -F_x; \\ J\dot{\omega}(t) &= rF_x - T_b \text{sign}\omega, \end{aligned} \quad (1)$$

где v — горизонтальная скорость движения автомобиля; ω — угловая скорость колеса; F_x — сила сцепления шины; T_b — тормозной момент; r — радиус колеса; J — инерция колеса.

Сила F_x задается в виде

$$F_x = F_z \mu(\lambda, \mu_H, \alpha), \quad (2)$$

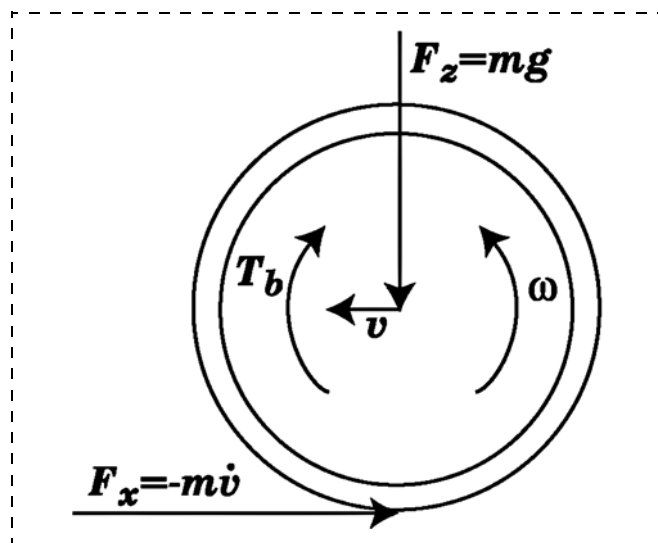


Рис. 1. Силы и моменты тормозной системы

где F_z — вертикальная сила; μ — коэффициент трения, который является нелинейной функцией следующих аргументов: λ — коэффициент продольного скольжения шины; μ_H — коэффициент сцепления между шиной и дорогой; α — угол скольжения колеса.

Продольное скольжение λ определяется выражением

$$\lambda = \frac{v - \omega r}{v}. \quad (3)$$

Коэффициент λ (3) описывает нормализованную разницу между горизонтальной скоростью автомобиля v и скоростью вращения колеса ωr . Значение этого коэффициента $\lambda = 0$ соответствует свободному движению колеса, когда сила сцепления F_x не оказывает влияния. Если при скольжении достигается значение $\lambda = 1$, то колесо блокируется, что означает его остановку. Коэффициент трения μ в соотношении (2) может изменяться в очень широком диапазоне $\mu(0, \mu_H, \alpha) = 0$ при $\lambda = 0$ и $\mu(\lambda, \mu_H, \alpha) > 0$ при $\lambda > 0$. Качественная зависимость μ от скольжения λ показана на рис. 2, взятом из работы [15]. Из рис. 3 следует, что коэффициент трения μ повышается при повышении скольжения λ до значения, где достигается максимум μ_H .

Для высоких значений скольжения λ коэффициент μ будет понижаться до наименьшего значения, при котором колесо блокируется, т. е. будет действовать только трение скольжения. Зависимость трения от дорожных условий показана на рис. 2 и 3. Для влажного покрытия или при обледенении максимальное значение трения μ_H мало, а правая часть кривой выпрямляется. Очевидно, что кривая сцепления шины также зависит от марки шины, в частности, для зимних шин эта кривая будет иметь ярко выраженный максимум.

В более общем случае сила сцепления может быть вычислена как [16]

$$F_x(F_z, v, \omega, \theta) = F_z \text{sign} \lambda \frac{\frac{\sigma_0}{L} g(\omega, \lambda, \theta) \frac{\lambda}{1 - \lambda}}{\frac{\sigma_0}{L} \frac{\lambda}{1 - \lambda} + g(\omega, \lambda, \theta)}; \quad (4)$$

$$g(\omega, \lambda, \theta) = \theta \left(\mu_c + (\mu_s - \mu_c) e^{-\frac{|r\omega\lambda|}{|1-\lambda|v_s}} \right),$$

где μ_c , μ_s — коэффициенты статического и кулоновского трения; v_s — штрибековская скорость; σ_0 — нормализованная продольная жесткость; L — длина контактной поверхности шины; θ — параметр, характеризующий свойства поверхности.

Если движение колеса происходит одновременно в двух направлениях, образуется угол скольжения α , который возникает, когда колесо движется со скоростью v_x в продольном направлении и со скоростью v_y в боковом направлении. В этом слу-

чае коэффициенты продольного $\lambda_x = \frac{v_x - \omega r}{v}$ и бокового скольжения $\lambda_y = \sin \alpha$ различаются, как и соответствующие составляющие коэффициента трения μ_x и μ_y . На рис. 2 показана зависимость коэффициента трения μ от угла бокового скольжения α . Очевидно, что боковая сила F_y в основном зависит от угла бокового скольжения α , уменьшаясь по мере роста этого угла. В дальнейшем в целях упрощения будем полагать $\alpha = 0$ и, следовательно, $\mu_x = \mu$ и $v_x = v$.

На основе выражений (1)–(3) при $v > 0$ и $\omega \geq 0$ получим

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{1}{v} \left(\frac{1}{m} (1 - \lambda) + \frac{r^2}{J} \right) F_z \mu(\lambda, \mu_H, \alpha) + \frac{1}{v} \frac{r}{J} T_b; \quad (5)$$

$$\dot{v}(t) = -\frac{1}{m} F_z \mu(\lambda, \mu_H, \alpha). \quad (6)$$

Из уравнений (5), (6) следует, что, когда $v \rightarrow 0$, динамика разомкнутой системы становится бесконечно быстрой с бесконечным коэффициентом усиления. Это приводит к потере управляемости, а регулятор скольжения при малых v должен быть отключен.

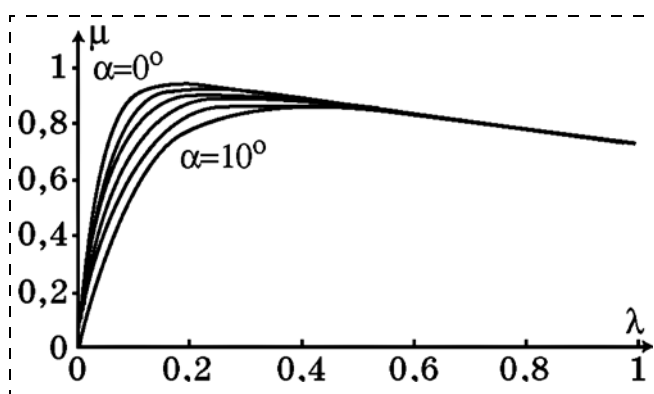


Рис. 2. Кривая скольжения шины $\mu(\lambda)$

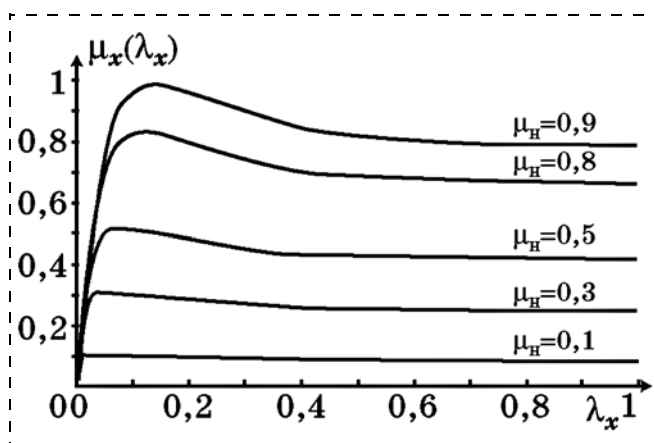


Рис. 3. Кривая скольжения шины

В работе [15] показано, что если $v(0) > 0$ и $\lambda(0) \in [0, 1]$, то $\lambda(t) \in [0, 1]$ и $\dot{v}(t) \leq 0$ для всех $t \geq 0$ при $v(t) > 0$. Действительно, $\lambda(t)$ является непрерывной функцией, поэтому возможны точки схода: $\lambda = 0$ и $\lambda = 1$. Рассмотрим сначала $\lambda = 0$. Поскольку $\mu(0) = 0$, из выражения (5) следует, что $\dot{\lambda}(t) = \frac{r}{vJ} T_b \geq 0$, так как $T_b \geq 0$. Отсюда следует, что $\lambda(t) \geq 0$ для всех $t \geq 0$. Рассмотрим теперь вариант $\lambda = 1$. В этом случае $\omega = 0$, и из системы (1) следует, что $\dot{\omega}(t) \geq 0$. Согласно выражению (3) $\dot{\lambda}(t) \leq 0$ и $\lambda(0) \leq 1$, что означает $\lambda(t) \leq 1$ для всех $t \geq 0$. Наконец, отметим, что $\dot{v}(t) \leq 0$ в системе (1), так как $F_x \geq 0$ для $\lambda \in [1, 0]$.

Согласно работе [15] задача управления состоит в управлении продольным скольжением путем обеспечения заданного коэффициента скольжения λ , либо являющегося константой λ^0 , либо определяемого системой управления верхнего уровня, например, ESP (электронной системой курсовой устойчивости). Регулятор скольжения должен быть робастным по отношению к неопределенностям в характеристике шины и изменениям условий дорожного покрытия. Входом управления является сила зажима F_b , связанная с тормозным моментом соотношением $T_b = k_b F_b$. Максимальная или минимальная сила F_b может быть приложена к тормозным колодкам соответствующим исполнительным механизмом в процессе торможения. Минимальная сила $F_{b\min}$ возникает, когда колодки расположены плотно к тормозному диску, а максимальная $F_{b\max}$ — когда исполнительный механизм находится на пределе своих возможностей. Это означает, что в диапазоне $F_{b\min} \dots F_{b\max}$ исполнительный механизм может изменять развиваемый момент торможения колеса.

Для компенсации возмущений в системах адаптивного управления, базирующихся на построении наблюдателей, по сути, осуществляется их текущая идентификация и последующая компенсация. Возникающие при этом технические трудности состоят в следующем: модель объекта должна быть достаточно точной, а динамика наблюдателя — более быстрой по сравнению с динамикой изменения внешних возмущений. Эти обстоятельства могут ухудшать практическую эффективность наблюдателей в конкретных задачах управления (например, повышение быстродействия наблюдателя приводит к недопустимому выходу управляющих сигналов за пределы ограничений). Однако, в целом, это может привести к существенному усложнению законов адаптивного управления объектом. В рамках СТУ другим способом обеспечения адаптивности к возмущениям является построение на основе принципа интегральной адаптации робастных регуляторов, которые парируют наихудшие внешние возмущения, действующие на объект, без их текущей идентификации, а реализация таких регулято-

ров достаточно простая [9, 11, 12]. При этом проф. А. А. Колесниковым предложено следующее определение: "... наихудшие возмущения $M_i^{\sup}(t)$ — это такие внешние возмущения, которые за наименьшее время отклоняют объект управления на максимальное возможное расстояние от желаемого состояния в его фазовом пространстве" [9]. Указанное определение по существу означает, что наихудшие возмущения — это кусочно-постоянные возмущения вида $M_i^{\sup}(t) = M_{i0} \text{sign} \mu(t)$ со случайным изменением величины $M_{i0} = \text{const}$ на соответствующем интервале и знака функции $\mu(t)$.

Для парирования кусочно-постоянных возмущений синергетический регулятор должен включать в себя один интегратор, т. е. реализовывать астатический закон управления, техническая реализация которого не вызывает затруднений. Интегральные составляющие, с одной стороны, компенсируют постоянные возмущения, повышают точность управления, а с другой — ухудшают устойчивость замкнутой системы. Но для методов СТУ такой проблемы не существует, так как процедура этого метода гарантирует асимптотическую устойчивость системы дифференциальных уравнений сложных технических объектов. Использование принципа интегральной адаптации позволяет полностью компенсировать влияние полиномиального возмущения степени n : для этого особым образом вводится $n + 1$ интегратор. Гармоническое возмущение полностью не компенсируется, но существенно ослабляется влияние данного возмущения уже с тремя интеграторами. Для компенсации гармонического возмущения приемлем только подход с синергетическим нелинейным наблюдателем возмущений. Подробно процедура синтеза законов адаптивного управления в соответствии с принципом интегральной адаптации изложена в работах [11, 12].

Итак, целью управления системой (1) является торможение колеса при требуемом значении коэффициента проскальзывания $\lambda = \lambda^0 = \text{const}$. Это позволяет согласно выражению (3) сформировать инвариант $\lambda - \lambda^0 = v - \omega r - v\lambda^0 = 0$. В соответствии с данной целью и принципом интегральной адаптации составим расширенную модель синергетического синтеза при $\omega > 0$:

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= v_1 z; \\ \dot{\omega}(t) &= -\frac{T_b}{J} - v_2 z; \\ \dot{z}(t) &= \eta(v - r\omega - v\lambda^0),\end{aligned}\tag{7}$$

где z — динамическая переменная синтезируемого регулятора, выполняющая роль оценщика внешнего неизмеряемого возмущения, действующего на систему; η, v_1, v_2 — некоторые постоянные коэффициенты. В правой части третьего уравнения модели синергетического синтеза (7) отражен вводимый технологический инвариант.

Для расширенной модели синтеза (7) введем макропеременную

$$\psi = v - r\omega - v\lambda^0 - \gamma z. \quad (8)$$

Следуя процедуре синтеза методом АКАР, из совместного решения соотношения (8), функционального уравнения

$$\dot{\psi}(t) + \beta\psi = 0 \quad (9)$$

и расширенной модели (7) находим выражение для управляющего воздействия:

$$T_b = \frac{J}{r}(-v_1 z(1 - \lambda^0) - r v_2 z + \gamma \eta(v - r\omega - v\lambda^0) - \beta(v - r\omega - v\lambda^0 - \gamma z)). \quad (10)$$

Проведем исследование синтезированной системы управления АБС при следующих параметрах: $\sigma_0 = 200$; $L = 0,25$; $\mu_c = 0,5$; $\mu_s = 0,9$; $v_s = 12,5$; $r = 0,3$; $m = 200$; $J = 0,23$; $F_z = 3000$ и параметрах регулятора $\lambda^0 = 0,1$; $\eta = 1000$; $v_1 = 1$; $v_2 = 2$; $\beta = 50$; $\gamma = -5$. Результаты моделирования представлены на рис. 4–10. При моделировании полагалось, что коэффициент сцепления с поверхностью θ изменяется во времени в соответствии с зависимостью:

$$\theta(s) = \begin{cases} 0,3 & \text{при } s \in [0, 10]; \\ 1,3 & \text{при } s \in (10, 20]; \\ 0,7 & \text{при } s \in (20, 30]; \\ 0,4 & \text{при } s \in (30, 40]; \\ 1,5 & \text{при } s \in (40, 50]; \\ 0,6 & \text{при } s \in (50, \infty); \end{cases} \quad s = \int_0^t v(\tau) d\tau.$$

Таким образом, результаты компьютерного моделирования синтезированной синергетической системы управления АБС свидетельствуют о ее высокой эффективности функционирования в условиях неопределенности действия внешней среды.

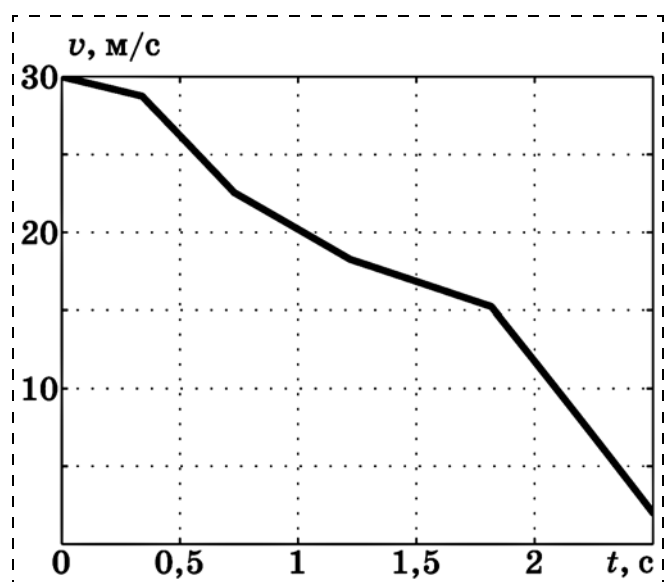


Рис. 4. График изменения линейной скорости

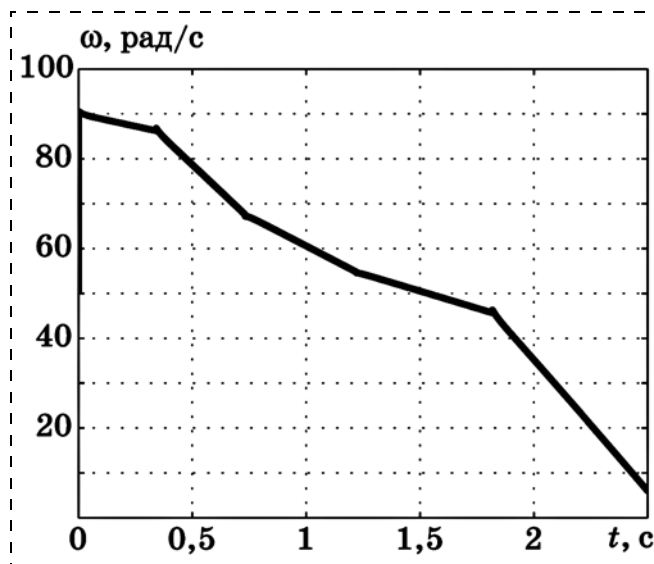


Рис. 5. График изменения угловой скорости

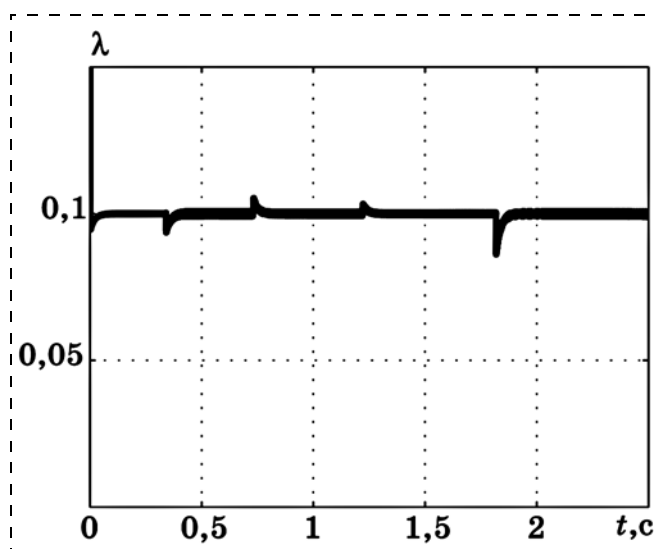


Рис. 6. График изменения скольжения

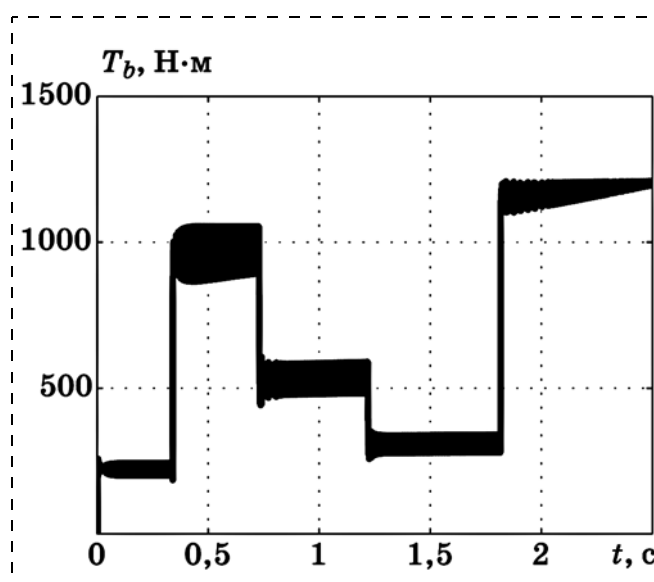


Рис. 7. График изменения тормозного момента

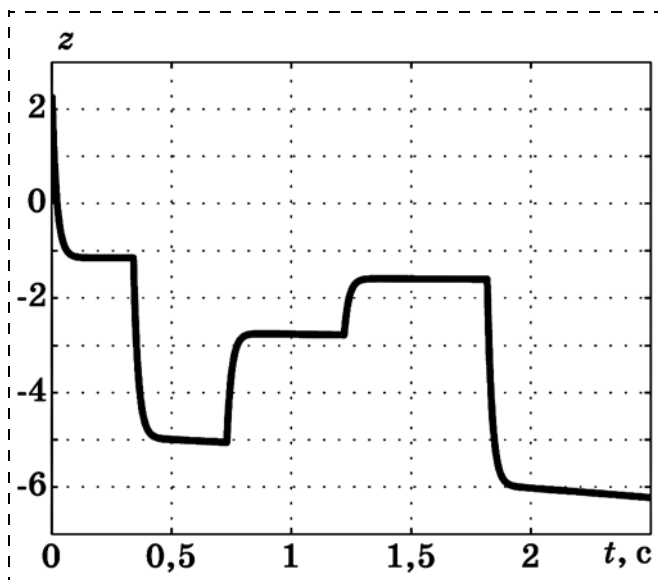


Рис. 8. График изменения динамической переменной регулятора

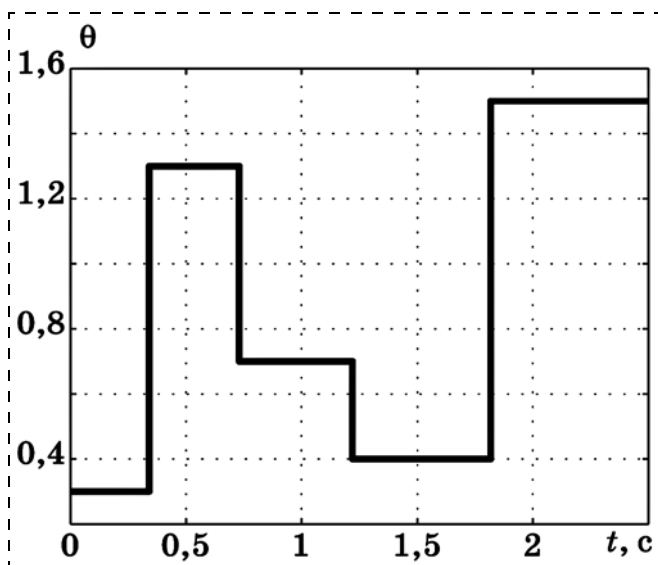


Рис. 9. График изменения коэффициента сцепления с поверхностью

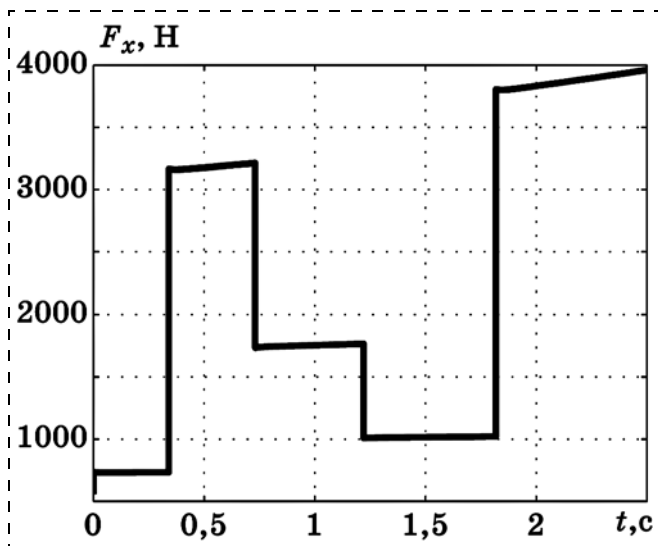


Рис. 10. График изменения силы сцепления

Синтезированный методом АКАР закон управления (10), обеспечивающий требуемые свойства АБС в условиях значительной неопределенности, существенно проще синтезированного в работе [4] адаптивного закона управления. Для реализации регулятора (10) не требуется сложной нейросети для вычисления параметрических и внешних возмущений. В монографии [4] предложен адаптивный закон управления АБС, включающий в свою структуру функцию $F_x(F_z, v, \omega, \theta)$ (4). При этом предполагается, что на основе этой функции можно с помощью нейросети вычислить текущие характеристики дорожного полотна. Такое предположение представляется практически малоэффективным, так как в реальных условиях характеристики дорожного полотна могут существенно изменяться, а в структуру функции F_x , согласно (4), не вводится каких-либо измеряемых физических величин, отражающих текущее состояние полотна. Разумеется, в специализированных идеальных условиях, когда о функции F_x и ее параметрах заранее многое известно и практически не требуется каких-либо текущих физических измерений, такой подход может оказаться вполне оправданным. Такого рода условия возникают, например, при проведении компьютерных экспериментов и т. д.

Что же касается синтезированного в этом примере адаптивного закона управления (10), построенного на идеологии подавления наихудших кусочно-постоянных возмущений с помощью интеграторов в обратных связях, то для его реализации не требуется вводить функцию F_x , а можно использовать физически доступные координаты тормозной системы.

Пример 2. Рассмотрим теперь модель Хииндармарша и Роуза [4, 17], которая является простейшей математической моделью электрической активности клеток нервной системы:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -ax^3 + bx^2 + y - z + \alpha u; \\ \dot{y}(t) &= c - \beta y - dx^2; \\ \dot{z}(t) &= \varepsilon x - \tau z + g,\end{aligned}\quad (11)$$

здесь x — мембранный потенциал; переменная y моделирует динамику (быстрых) ионных токов; z моделирует (медленный) ток адаптации; u — внешний ток, индуцируемый в клетку; $a, b, \alpha, c, \beta, d, \varepsilon, \tau, g$ — параметры, причем $\beta, \tau > 0$.

Параметры модели (11) связаны с проводимостью мембраны и внутриклеточными ионными токами и, вообще говоря, являются неизвестными параметрами. Переменная x является измеряемым выходом модели (11), величина u — входом системы — управлением, а y, z — неизменяемыми переменными. Поскольку модель (11) не удовлетворяет требованиям канонической формы адаптивного наблюдателя, то стандартные подходы к идентификации модели (11) по измерениям вход-выход не применимы. Таким образом, задача построения наблюдателя традиционными подходами не решается.

Отличительной особенностью метода АКАР для синтеза нелинейных адаптивных систем управления является то, что он позволяет осуществлять синтез адаптивных систем по исходным нелинейным моделям объекта без применения процедур линеаризации, сепарирования каналов управления и без построения эталонной модели (что уже существенно упрощает структуру системы управления). При этом структура адаптивной системы синтезируется полностью в аналитическом виде. Подробно процедура синтеза методом АКАР нелинейных законов адаптивного управления с наблюдателями изложена в работах [7–9, 13, 14].

Построим динамический наблюдатель для переменных y, z . Введем вектор Ψ , определяемый выражением

$$\Psi = \begin{bmatrix} y - \hat{y} \\ z - \hat{z} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где $\hat{y}, \hat{z}$ — оценки соответствующих ненаблюдаемых переменных.

Для построения наблюдателя вводится функциональное уравнение относительно вектора макропеременной (12), удовлетворяющее модели (11):

$$\dot{\Psi}(t) + \mathbf{L}\Psi = 0, \quad (13)$$

где $\mathbf{L}$ — матрица коэффициентов, определяющая устойчивость уравнения (13) и задающая динамику наблюдателя, имеет вид

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

После совместного решения (11)–(14) получим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} c - \beta y - dx^2 - \dot{\hat{y}}(t) + L_{11}(y - \hat{y}) + L_{12}(z - \hat{z}) = 0; \\ \varepsilon x - \tau z + g - \dot{\hat{z}}(t) + L_{21}(y - \hat{y}) + L_{22}(z - \hat{z}) = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Оценку переменных состояния $\hat{y}, \hat{z}$ будем искать в форме

$$\begin{aligned} \hat{y} &= F_1(x) + s_1; \\ \hat{z} &= F_1(x) + s_2, \end{aligned} \quad (16)$$

где s_1, s_2 — переменные наблюдателя.

Подставляя уравнения (16) в систему (15), получим

$$\begin{cases} c - \beta y - dx^2 - \frac{\partial F_1}{\partial x}(-ax^3 + bx^2 + y - z + \alpha u) + \\ + \dot{s}_1(t) + L_{11}(y - \hat{y}) + L_{12}(z - \hat{z}) = 0; \\ \varepsilon x - \tau z + g - \frac{\partial F_2}{\partial x}(-ax^3 + bx^2 + y - z + \alpha u) + \\ + \dot{s}_2(t) + L_{21}(y - \hat{y}) + L_{22}(z - \hat{z}) = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Поскольку ненаблюдаемые координаты должны отсутствовать в уравнениях наблюдателя, то приравняем коэффициенты при переменных y, z в последнем уравнении к нулю:

$$\begin{cases} -\beta - \frac{\partial F_1}{\partial x} + L_{11} = 0; \\ \frac{\partial F_1}{\partial x} + L_{12} = 0; \\ -\frac{\partial F_2}{\partial x} + L_{21} = 0; \\ -\tau + \frac{\partial F_2}{\partial x} + L_{22} = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Из системы (18) получаем

$$F_1(x) = -L_{12}x; \quad F_2(x) = L_{21}x;$$

$$L_{11} = \beta - L_{12}; \quad L_{22} = \tau - L_{21}.$$

Как видим, находить неизвестные L_{11}, L_{22} можно, задавая значения L_{12}, L_{21} , например, из условия обеспечения устойчивости и заданного времени переходного процесса наблюдателя переменных. Для этого зададим желаемый характеристический полином матрицы $\mathbf{L}$:

$$\Lambda = (p - L_0)^2 = p^2 - 2L_0p + L_0^2, \quad (19)$$

где L_0 — кратный корень полинома.

Сопоставляя полином (19) с определителем матрицы $\mathbf{L}$

$$\det(p\mathbf{E} - \mathbf{L}) = p^2 - (L_{11} + L_{22})p + L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21},$$

получим два уравнения

$$L_{11} + L_{22} = 2L_0;$$

$$L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21} = L_0^2,$$

которые совместно с системой (18) позволяют получить решения для неизвестных коэффициентов:

$$L_{12} = \frac{(\beta - L_0)^2}{\beta - \tau}; \quad L_{21} = \frac{-(\tau - L_0)^2}{\beta - \tau};$$

$$L_{11} = \beta - \frac{(\beta - L_0)^2}{\beta - \tau}; \quad L_{22} = \tau + \frac{(\tau - L_0)^2}{\beta - \tau}.$$

Уравнения наблюдателя, в соответствии с системой (17), могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} \dot{s}_1(t) &= c - dx^2 + L_{12}(-ax^3 + bx^2 + \alpha u) - \\ &- L_{11}(-L_{12}x + s_1) - L_{12}(L_{21}x + s_2); \\ \dot{s}_2(t) &= \varepsilon x + g - L_{21}(-ax^3 + bx^2 + \alpha u) - \\ &- L_{21}(-L_{12}x + s_1) - L_{22}(L_{21}x + s_2), \end{aligned} \quad (20)$$

а оценки переменных y, z должны вычисляться согласно уравнениям (16).

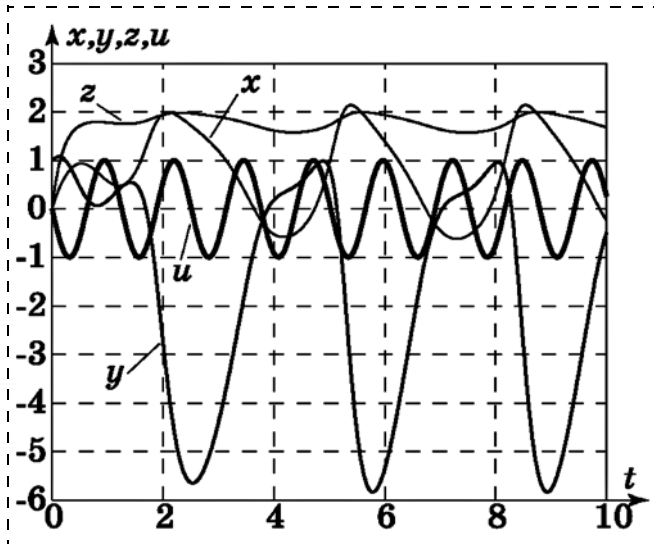


Рис. 11. Графики изменения координат

Графики моделирования систем (11), (16) и (20) с параметрами $a = 1$, $b = 2$, $\alpha = 3$, $c = 3$, $\beta = 2$, $d = 5$, $\varepsilon = 1$, $\tau = 6$, $g = 10$, $u(t) = 1 - \sin(2t)$, $L_0 = -1$ приведены на рис. 11, 12.

Рассмотрим теперь идентификацию параметров a , b , α , c , β , d , ε , τ , g , которую будем проводить рекуррентным методом наименьших квадратов (РМНК). В матричном виде формула для определения неизвестных параметров для системы вида

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x}$$

в дискретной форме записывается следующим матричным выражением:

$$\mathbf{B}_{N+1} = \mathbf{B}_N + \frac{\mathbf{P}_N^{-1}\mathbf{x}}{(1 + \mathbf{x}^T \mathbf{P}_N^{-1}\mathbf{x})} [\mathbf{y}_{N+1} - \mathbf{x}^T \mathbf{B}_N], \quad (21)$$

где $\mathbf{P}_{N+1}^{-1} = \mathbf{P}_N^{-1} - \frac{\mathbf{P}_N^{-1}\mathbf{x}\mathbf{x}^T \mathbf{P}_N^{-1}}{(1 + \mathbf{x}^T \mathbf{P}_N^{-1}\mathbf{x})}$, $\mathbf{B}$ — вектор определяемых параметров; $\mathbf{x}$ — вектор входных переменных; $\mathbf{y}$ — вектор выходных переменных.

Перейдем от дискретной формы записи выражения (21) к непрерывной:

$$\dot{\mathbf{B}}(t) = \frac{\mathbf{R}\mathbf{x}}{(1 + \mathbf{x}^T \mathbf{R}\mathbf{x})} [\mathbf{y} - \mathbf{x}^T \mathbf{B}] \frac{1}{\Delta}, \quad (22)$$

где $\mathbf{R} = \mathbf{P}^{-1}$, $\dot{\mathbf{B}}(t) = -\frac{\mathbf{R}\mathbf{x}\mathbf{x}^T \mathbf{R}}{(1 + \mathbf{x}^T \mathbf{R}\mathbf{x})} \frac{1}{\Delta}$, Δ — шаг решения рассматриваемой системы.

При построении идентификаторов для параметров математической модели (11) будем рассматривать каждое из уравнений отдельно. Для построения наблюдателя параметров a , b , α запишем первое уравнение модели (11):

$$\dot{x}(t) = -ax^3 + bx^2 + y - z + \alpha u. \quad (23)$$

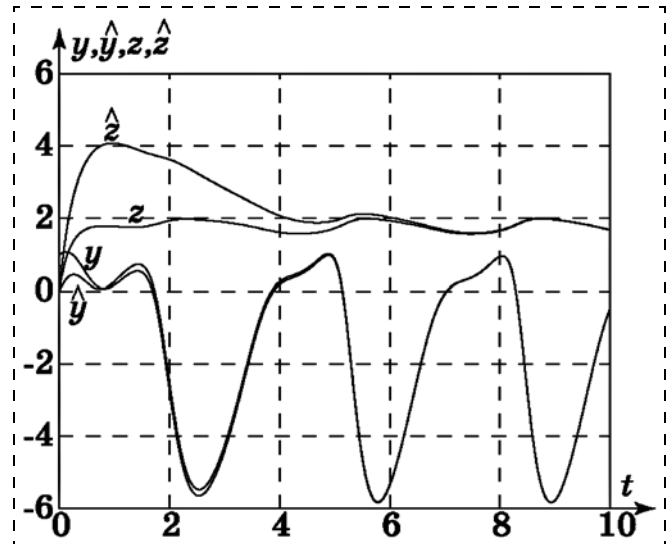


Рис. 12. Графики изменения координат и их оценок

В рассматриваемом случае в качестве входного и выходного векторов необходимо выбрать следующие:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -x^3 \\ x^2 \\ u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = [\dot{\hat{x}}(t) - y + z], \quad (24)$$

где $\dot{\hat{x}}(t)$ — оценка производной переменной x , которая может быть получена на основе простой схемы на двух интеграторах:

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_1(t) &= \mu_2 + k_1(x - \mu_1); \\ \dot{\mu}_2(t) &= k_2(x - \mu_1), \end{aligned} \quad (25)$$

где $\mu_2 = \dot{\hat{x}}(t)$ — оценка производной переменной x ; k_1 , k_2 — постоянные коэффициенты.

Вектор неизвестных коэффициентов формируется из оценок соответствующих параметров:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \\ \hat{\alpha} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

В качестве начальных значений матрицы $\mathbf{R}$ можно взять любую числовую невырожденную матрицу, но для лучшей сходимости оценок параметров рекомендуется выбирать ее из соотношения

$$\mathbf{R} = \mathbf{X}^T \mathbf{X} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

где $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} -x^3(t_k) & x^2(t_k) & u(t_k) \\ -x^3(t_{k+1}) & x^2(t_{k+1}) & u(t_{k+1}) \\ -x^3(t_{k+2}) & x^2(t_{k+2}) & u(t_{k+2}) \end{bmatrix}$ — матрица,

формируемая по отсчетам времени t_k, t_{k+1} и t_{k+2} .

Таким образом, после формирования необходимых матриц и векторов (24), (26), (27) приходим к следующей развернутой форме уравнения (22):

$$\begin{aligned}\hat{a}(t) &= \frac{(-x^3 R_{11} + x^2 R_{12} + x R_{13})v_1}{S} \frac{\rho}{\Delta}; \\ \hat{b}(t) &= \frac{(-x^3 R_{21} + x^2 R_{22} + x R_{23})v_1}{S} \frac{\rho}{\Delta}; \\ \hat{\alpha}(t) &= \frac{(-x^3 R_{31} + x^2 R_{32} + x R_{33})v_1}{S} \frac{\rho}{\Delta};\end{aligned}\quad (28)$$

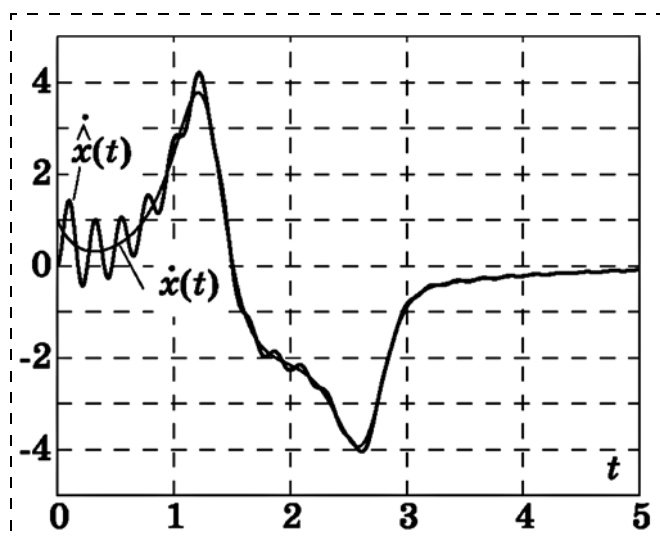


Рис. 13. Графики изменения производной x и ее оценки

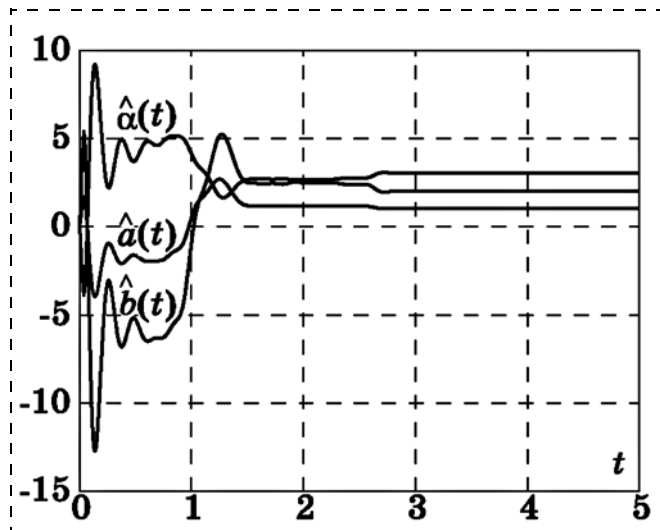


Рис. 14. Графики изменения оценок параметров a, b, α

$$\dot{R}_{ij}(t) = \frac{v_i(x^3 R_{1j} - x^2 R_{2j} - u R_{3j})}{S\Delta}, \quad i, j = \overline{1, 3}, \quad (29)$$

где

$$v_1 = (-x^3 R_{11} + x^2 R_{12} + x R_{13});$$

$$v_2 = (-x^3 R_{21} + x^2 R_{22} + x R_{23});$$

$$v_3 = (-x^3 R_{31} + x^2 R_{32} + x R_{33});$$

$$\rho = \dot{x}(t) - y + z + \hat{a}x^3 - \hat{b}x^2 - \hat{\alpha}u;$$

$$S = 1 - (-x^3 R_{11} + x^2 R_{21} + x R_{31})x^3 + (-x^3 R_{12} + x^2 R_{22} + x R_{32})x^2 + (-x^3 R_{13} + x^2 R_{23} + x R_{33})u.$$

Графики моделирования системы (11) совместно с системами (25), (28) и (29) с параметрами объекта (11) $a = 1, b = 2, \alpha = 3, c = 3, \beta = 2, d = 5, \varepsilon = 1, \tau = 6, g = 10, u(t) = x(t)$ и наблюдателя производной (25) $k_1 = 2, k_2 = 500$ приведены на рис. 13, 14.

На основе аналогичной процедуры можно построить наблюдатель для оставшихся параметров системы. Графики моделирования представлены на рис. 15, 16.

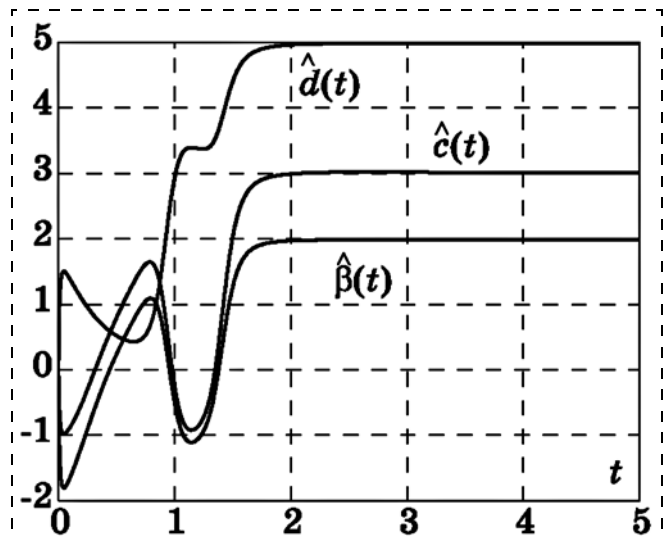


Рис. 15. Графики изменения оценок параметров c, β, d

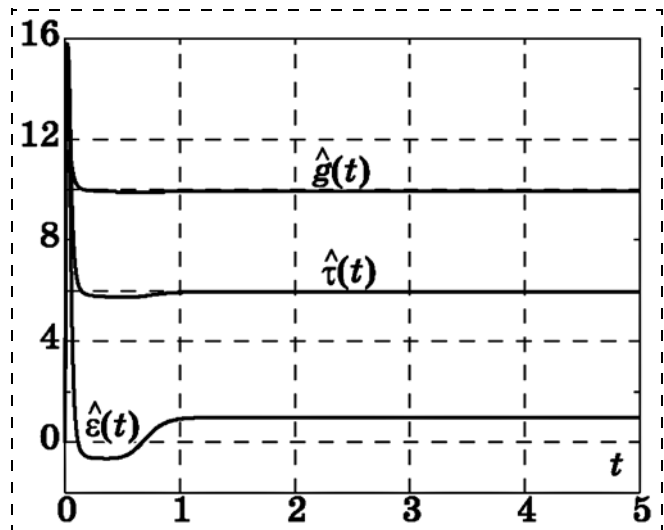


Рис. 16. Графики изменения оценок параметров ε, τ, g

Таким образом, на основе развитого в этой статье метода синтеза синергетических наблюдателей эффективно решена задача идентификации параметров и наблюдения состояния электрохимических процессов в клеточных мембранах. По своим свойствам синтезированные синергетические алгоритмы наблюдения никак не уступают адаптивным алгоритмам, построенным в работе [4].

Заключение

В работе проведено сравнение метода АКАР и теории адаптивного управления на конкретных примерах синтеза систем. Показаны два способа обеспечения адаптивности нелинейной системы к внешним и параметрическим возмущениям: использование принципа интегральной адаптации и построение нелинейных наблюдателей состояния и параметров. Данные примеры синтеза иллюстрируют преимущества метода АКАР в отношении процедуры аналитического конструирования законов адаптивного управления для нелинейных объектов.

Список литературы

1. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P. Nonlinear and Adaptive Control Design. New York: Wiley, 1995. 563 p.
2. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 550 с.
3. Ioannou P. A., Sun J. Robust Adaptive Control. New York: Dover, 2012. 848 p.
4. Терехов В. А., Тюкин И. Ю. Адаптация в нелинейных динамических системах. М.: URSS, 2014. 384 с.

5. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
6. Колесников А. А. Синергетическая теория управления. М.: Энергоатомиздат, 1994. 344 с.
7. Синергетика и проблемы теории управления / Под ред. А. А. Колесникова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 504 с.
8. Современная прикладная теория управления: Ч. II. Синергетический подход в теории управления / Под ред. А. А. Колесникова. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. 559 с.
9. Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. М.: Либроком, 2012. 240 с.
10. Колесников А. А., Колесников Ал. А., Кузьменко А. А. Методы АКАР и бэкстеппинг в задачах синтеза нелинейных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 7. С. 435—445.
11. Кузьменко А. А. Нелинейный синтез закона адаптивного управления частотой вращения гидротурбины: интегральная адаптация // Известия вузов. Проблемы энергетики. 2015. № 1—2. С. 85—94.
12. Кузьменко А. А., Силицын А. С., Колесниченко Д. А. Принцип интегральной адаптации в задаче адаптивного управления системой "гидротурбина — синхронный генератор" // Системы управления и информационные технологии. 2014. Т. 56, № 2.1. С. 146—150.
13. Кузьменко А. А. Нелинейное адаптивное управление турбогенератором // Известия РАН. Теория и системы управления. 2008. № 1. С. 112—119.
14. Кузьменко А. А. Нелинейные адаптивные законы управления турбиной судовой энергоустановки // Известия РАН. Теория и системы управления. 2012. № 4. С. 38—51.
15. Petersen I., Johansen T., Kalkkuhl J., Ludemann J. Wheel slip control using gain-scheduled LQ—LPV/LMI analysis and experimental results // Proc. of IEEE European Control Conference, Cambridge, UK. September 1—4, 2003. P. 880—885.
16. Claessys X., Yi J., Alvarez L., Horowitz R., Canudas De Wit C., Richard L. Tire friction modeling under wet road conditions // Proc. of the American Control Conference. 2001. Vol. 3. P. 1794—1799.
17. Hindmarsh J. L., Rose R. M. A model of the nerve impulse using two first-order differential equations // Nature. 1982. Vol. 269. P. 162—164.

ADAR Method and Theory of Adaptive Control in the Tasks of Synthesis of the Nonlinear Control Systems

A. A. Kolesnikov, ankolesnikov@sfedu.ru, Al. A. Kolesnikov, alkolesnikov@sfedu.ru,
A. A. Kuzmenko, aakuzmenko@sfedu.ru, Southern Federal University, Taganrog, 347900, Rostov Region, Russian Federation

Corresponding author: Kuzmenko Andrew A., Ph. D., Associate Professor, Southern Federal University, Taganrog, 347900, Rostov region, Russian Federation, e-mail: aakuzmenko@sfedu.ru

Received on April 04, 2017

Accepted on April 25, 2017

This work continues a series of articles devoted to an illustrative comparison of the methods of modern control theory and the method of Analytical Design of Aggregated Regulators (ADAR). The ADAR method suggests two ways to ensure a nonlinear system adaptability to the external and parametric perturbations. The first way is the use of the principle of integral adaptation, when the influence of the parametric or external perturbations is compensated for by the nonlinear control laws introduced by integrators in a special manner. The design procedure of the adaptive control laws, according to this way, does not require a synthesis of the state and perturbation observers and consequently eliminate a real-time estimation of these perturbations. The second way is a design of the nonlinear observers of the parametric and external perturbations. In this case the designed nonlinear control laws are supplemented by a subsystem of observation, which realizes a dynamic estimation of the nonmetering perturbations and a compensation for them. The above ways are illustrated in the article by the known control tasks: the task of a wheel slip control in an anti-lock braking system; and the task of identification of the parameters and monitoring of the state of electrochemical processes in the cell membranes in accordance with Hindmarsh and Rose model. The examples of the design procedures presented in the article demonstrate the advantages of the ADAR method concerning the analytical design of the adaptive regulators for the nonlinear objects. The theoretical results were confirmed by simulation of the closed-loop system in MATLAB software.

Keywords: nonlinear control systems, system synthesis, adaptive control, synergetic control theory, ADAR method

For citation:

Kolesnikov A. A., Kolesnikov Al. A., Kuzmenko A. A. ADAR Method and Theory of Adaptive Control in the Tasks of Synthesis of the Nonlinear Control Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 579—589.

DOI: 10.17587/mau.18.579-589

References

1. **Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.** Nonlinear and Adaptive Control Design, New York, Wiley, 1995.
2. **Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L.** *Nelinejnoe i adaptivnoe upravlenie slozhnymi dinamicheskimi sistemami* (Nonlinear and adaptive control of complex dynamic systems), Saint-Petersburg, Nauka, 2000 (in Russian).
3. **Ioannou P. A., Sun J.** Robust Adaptive Control, New York, Dover, 2012.
4. **Terehov V. A., Tjukin I. Ju.** *Adaptacija v nelinejnyh dinamicheskix sistemah* (Adaptation in nonlinear dynamical systems), Moscow, URSS, 2014 (in Russian).
5. **Krasovskij A. A.** ed. *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravlenija* (Handbook of automatic control theory), Moscow, Nauka, 1987 (in Russian).
6. **Kolesnikov A. A.** *Sinergeticheskaja teorija upravlenija* (Synergetic control theory), Moscow, Jenergoatomizdat, 1994 (in Russian).
7. **Kolesnikov A. A.** ed. *Sinergetika i problemy teorii upravlenija* (Synergetics and control theory problems). Moscow, Fizmatlit, 2004 (in Russian).
8. **Kolesnikov A. A.** ed. *Sovremennaja prikladnaja teorija upravlenija: Ch. II. Sinergeticheskij podhod v teorii upravlenija* (The modern applied control theory: Part II. Synergetic approach in the control theory), Taganrog, Publishing house of TRTU, 2000 (in Russian).
9. **Kolesnikov A. A.** *Sinergeticheskie metody upravlenija slozhnymi sistemami: teorija sistemnogo sinteza* (Synergetic methods for complex

systems control: the theory of system synthesis), Moscow, Librokom, 2012 (in Russian).

10. **Kolesnikov A. A., Kolesnikov Al. A., Kuz'menko A. A.** *Metody AKAR i bjeckstepping v zadachah sinteza nelinejnyh sistem upravlenija* (The ADAR method and backstepping in the problems of nonlinear control systems synthesis), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 435—445 (in Russian).

11. **Kuz'menko A. A.** *Nelinejnyj sintez zakona adaptivnogo upravlenija chastotoj vrashhenija gidroturbiny: integral'naja adaptacija* (Adaptive control law nonlinear synthesis for hydroturbine rotation frequency: principle of integral adaptation), *Proceedings of higher educational establishments. Energy problem*, 2015, iss. 1—2, pp. 85—94 (in Russian).

12. **Kuz'menko A. A., Sinicyn A. S., Kolesnichenko D. A.** *Princip integral'noj adaptacii v zadache adaptivnogo upravlenija sistemoj "gidroturbina — sinhronnyj generator"* (The principle of integral adaptation in the problem of adaptive control of the "hydro turbine — synchronous generator" system), *Control Systems and Information Technologies*, 2014, vol. 56, iss. 2.1, pp. 146—150 (in Russian).

13. **Kuz'menko A. A.** Nonlinear adaptive control of a turbogenerator, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, vol. 47, iss. 1, pp. 103—110.

14. **Kuz'menko A. A.** Nonlinear adaptive control of a shipboard power plant turbine, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2012, vol. 51, iss. 4, pp. 512—525.

15. **Petersen I., Johansen T., Kalkkuhl J., Ludemann J.** Wheel slip control using gain-scheduled LQ—LPV/LMI analysis and experimental results, *Proceedings of IEEE European Control Conference, Cambridge, UK, September 1—4, 2003*, pp. 880—885.

16. **Claeys X., Yi J., Alvarez L., Horowitz R., Canudas De Wit C., Richard L.** Tire friction modeling under wet road conditions, *Proceedings of the American Control Conference*, 2001, vol. 3, pp. 1794—1799.

17. **Hindmarsh J. L., Rose R. M.** A model of the nerve impulse using two first-order differential equations, *Nature*, 1982, vol. 269, pp. 162—164.

УДК 681.511.4

DOI: 10.17587/mau.18.589-595

С. В. Феофилов, д-р техн. наук, доц., проф., svfeofilov@mail.ru,

А. В. Козырь, аспирант, Kozyr_A_V@mail.ru,

Тульский государственный университет, г. Тула

Современное состояние и перспективы развития теории релейных систем автоматического управления

Дается краткий обзор задач и методов теории релейных систем управления (PCY). Приводятся основные результаты исследования этих систем как в частотной области, так и в пространстве состояний. Основное внимание уделено обзору методов анализа и синтеза PCY, рассмотренных в рамках "метода фазового годографа". Формулируются нерешенные проблемы и перспективы развития прикладных методов исследования PCY.

Ключевые слова: релейные системы управления (PCY), предельный цикл, автоколебания, вынужденные колебания

Релейный элемент широко используется в системах управления. Он применяется как непосредственно в качестве регулятора, так и при математической идеализации некоторых физических явлений, протекающих в объекте управления, например таких, как кулоновское трение. Скачкообразное изменение состояния релейного элемента при превышении порогового значения входного сигнала обеспечивает высокие динамические свойства релейных регуляторов. Малые габаритные размеры, простота конструкции и надежность таких систем послужили тому, что релейное управ-

ление как принцип построения регуляторов появилось одним из первых, но по-прежнему является широко распространенным.

Ранние работы, посвященные теории релейных систем управления (PCY), были мотивированы исследованием колебаний в простейших механических или электромеханических системах и носили узконаправленный характер. К начальному этапу исследования регуляторов релейного типа (системы включено-выключено) можно отнести работу И. А. Вышнеградского, в которой рассматривалось практическое применение таких систем [1]. Однако

отправной точкой в исследовании периодических процессов, возникающих в таких системах, как указано в обзорной работе по истории науки об управлении [2], принято считать исследование Ж. Т. Хьюкинса (1887 г.) [3], в котором рассматривался регулятор температуры. Было обнаружено, что в таких системах могут возникать периодические колебания. Определение условий возникновения этих колебаний в различных динамических системах, вычисление их частоты и амплитуды, анализ устойчивости, построение следящих колебательных систем являлись темами многих последующих исследований. Теория релейных систем стала одним из классических разделов теории автоматического управления, основными вопросами которого являются: определение периодических движений (автоколебаний, вынужденных колебаний) в системе, исследование устойчивости, чувствительности к изменению параметров объекта управления, линеаризация, синтез корректирующих устройств.

Бурное развитие РСУ пришлось на 50-е...60-е годы XX века. Широкое применение релейных регуляторов в аэрокосмической области, построение первых автопилотов с использованием релейных усилителей мощности вызвало интерес к исследованию данного направления. Большое число приложений теории того времени можно найти в работе [4]. Стоит отметить, что разработка рулевых приводов летательных аппаратов как в то время, так и сейчас ставит сложные проблемы перед РСУ. Во многом эти задачи вызваны появлением новых классов пневматических систем, таких как воздушно-динамический рулевой привод [5] летательных аппаратов с высокими скоростями полета, имеющих принципиальные нелинейности в математическом описании объекта управления и нестационарность параметров.

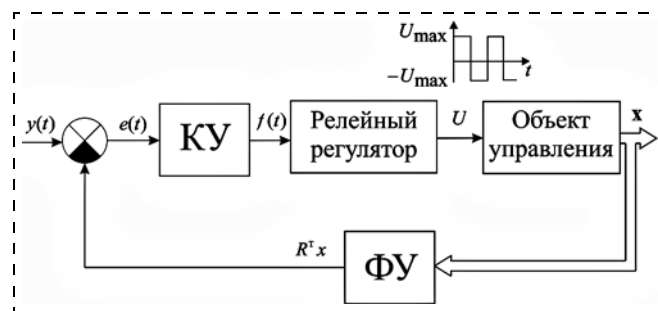
Интересное приложение теории РСУ нашлось также в построении методики автоматической настройки пропорционально-интегрально-дифференциальных (ПИД) контроллеров с помощью релейной обратной связи [18]. Устройство таких контроллеров основано на том наблюдении, что если заменить ПИД регулятор релейным элементом, в системе могут возникнуть автоколебания. Параметры этих колебаний могут быть использованы для автоматической настройки ПИД регулятора.

Другое современное применение релейных систем можно увидеть в конструкции сигма-дельта модуляторов, используемых для цифровой обработки сигналов. В настоящее время такой тип АЦП получил широкое распространение благодаря высокой точности и простоте устройства. Базовую конструкцию сигма-дельта модулятора можно представить как фильтр с обратной связью, включающей квантователь, который может рассматриваться в виде релейного элемента [7]. Задача синтеза таких цифровых преобразователей актуальна и в настоящее время. Моделирование ошибок квантования при цифровом управлении является другой важной

мотивацией для изучения систем с релейной обратной связью [8].

Предельный цикл и скользящий режим — это два важных режима поведения нелинейных систем, которые могут возникнуть в релейных системах. Исследованию и проектированию систем управления, работающих в таких режимах, было посвящено огромное число работ [4, 9—14, 18, 33].

В настоящей статье рассматриваются методы исследования замкнутых релейных систем. В общем виде их структура приведена на рисунке.



Функциональная схема замкнутой релейной системы управления

На рисунке обозначено: КУ — корректирующее устройство; ФУ — формирующее устройство (обратные связи по состоянию x); модель релейного регулятора может быть различной (двухпозиционный релейный элемент, релейный элемент с вынуждающим сигналом, трехпозиционный элемент). На выходе релейного регулятора управляющий сигнал изменяется скачкообразно ($U_{\max}$, $-U_{\max}$) или ($U_{\max}$, 0 , $-U_{\max}$). Математическая модель объекта управления (ОУ) может описывать системы любой физической природы, а также быть нелинейной. Делая некоторые обобщения, можно выделить исследования релейных систем в частотной области и в пространстве состояний.

Исследование автоколебаний в частотной области

Одним из самых распространенных методов исследования нелинейных систем в частотной области является метод гармонической линеаризации (метод описывающей функции). В силу своей простоты и наглядности он находит широкое применение и для анализа релейных систем с линейным объектом управления. Однако данный метод дает хорошие результаты только при выполнении "гипотезы фильтра", что не всегда имеет место в приложениях [15].

Системный подход к точному исследованию РСУ в частотной области был заложен в фундаментальной работе Я. З. Цыпкина 1954 г. [4, 16]. В работе была предложена конструкция "годографа Цыпкина" — графический частотный метод для

изучения вынужденных колебаний в замкнутых релейных системах. Для систем, релейный элемент которых имеет зону нечувствительности, эти годографы определяются следующим образом:

$$J(\omega) = \frac{1}{\omega} z^-(\pi/\omega) + ix^*(\pi/\omega),$$

здесь i — мнимая единица; x^* — значение выходной величины линейной части системы, которая в периодическом движении соответствует моментам переключения релейного элемента с нуля на минус; z^- — значение производной этого сигнала в моменты времени, предшествующие переключениям релейного элемента с нуля на минус (в пределе "слева"). При фиксированном ω величина $J(\omega)$ представляет собой комплексное число. Изменяя ω от 0 до ∞ , на комплексной плоскости получим некоторую линию. Лежащая в левой полуплоскости точка пересечения годографа $J(\omega)$ с прямой $\text{Im}J(\omega) = -\kappa$ определяет возможную частоту автоколебаний, κ — гистерезис реле. В целом для релейных систем были созданы методы расчета, которые по своей эффективности оказались близки к тем, что применялись в теории линейных систем.

После опубликования исследований Цыпкина интерес к релейным системам несколько снизился. Последующие работы были посвящены, в основном, распространению этих методов на более широкие классы релейных систем. Однако исследование релейных систем и разработка методов синтеза следящих автоколебательных систем в частотной области продолжают и по настоящее время. Можно отметить работы И. М. Бойко [17]. Был разработан частотный метод анализа автоколебаний и прохождения внешних воздействий через релейную систему с помощью метода, основанного на частотной характеристике — "годографе возмущенной релейной системы (ГВРС)". Он определяется следующей зависимостью:

$$J(\omega) = -\frac{1}{2} \frac{1}{k_n} + i \frac{\pi}{4c} y(t)|_{t=0},$$

$k_n = -\frac{1}{2\text{Re}J(\omega)}$ — эквивалентный коэффициент передачи релейного элемента.

Функция $J(\omega)$ и ее график на комплексной плоскости называется ГВРС. Было показано, что построив данный годограф, легко определить частоту автоколебаний в релейной системе как точку пересечения $J(\omega)$ с прямой, отстоящей от горизонтальной оси на $-\frac{\pi}{4c}$. Та же самая точка пересечения дает и точное значение эквивалентного коэффициента передачи реле.

Данный подход объединяет в себе идеи метода Цыпкина и метода гармонической линеаризации. На основе данной теории был разработан метод синтеза релейных систем управления с линейным

объектом, а также с транспортной задержкой управления, которые работают в режиме автоколебаний.

Исследование релейных систем управления в пространстве состояний

Исследование РСУ в пространстве состояний, возможно, обусловлено общим развитием классической теории линейных систем. Применение матричного аппарата к исследованию периодических движений в релейных системах было продемонстрировано в работах П. В. Бромберга [12]. Также исследование релейных систем с линейным объектом управления в пространстве состояний можно найти в работах К. Астрома [18].

В своей работе К. Астром провел исследование автоколебаний как в пространстве состояния, так и в частотной области. В виде матричного уравнения были получены условия определения полупериода автоколебаний и начальных условий возникновения автоколебаний (для статических линейных ОУ):

$$f(h) = C(I + e^{Ah})^{-1} \int_0^h e^{At} B dt = \frac{e}{d}; \quad (1)$$

$$f(h) = C(e^{Ah} a)^{-1} \int_0^t e^{At} B dt < e \text{ для } 0 \leq t < h; \quad (2)$$

$$x(0) = a = (I + e^{Ah} a)^{-1} \int_0^h e^{At} B dt. \quad (3)$$

Кроме того, исследована локальная орбитальная устойчивость полученного решения (собственные числа матрицы H должны лежать внутри окрестности единичного радиуса):

$$H = \left(I - \frac{(Aa + Bd)C}{C(Aa + Bd)} \right) e^{Ah}. \quad (4)$$

В выражениях (1)–(4) A , B , C — матричное описание ОУ; h — полупериод симметричных автоколебаний; e , d — соответственно гистерезис и амплитуда двухпозиционного релейного элемента.

Данный подход был применен к исследованию периодических колебаний в дискретных системах, когда ОУ можно описать z -передаточной функцией. В одном из последних исследований было показано, что в таких системах на одной частоте дискретизации могут возникать различные предельные циклы [19]. В данной работе был разработан алгоритм определения всех возможных периодов колебаний на заданной частоте дискретизации.

Основным недостатком рассмотренных выше методов, существенно сужающим область их применения, является тот факт, что они разработаны для РСУ с линейными объектами управления и ориентированы, главным образом, на анализ таких систем. В практическом плане перед инженером в

основном возникают задачи синтеза. В частности, в задачах разработки следящих РСУ перед проектировщиком стоит задача не только обеспечить устойчивость системы, но и скорректировать качественные показатели. В большинстве практических случаев такой синтез невозможно осуществить, не учитывая нелинейность объекта управления.

Проблеме построения теории РСУ, ориентированной на решение задачи синтеза систем с различного рода нелинейностями объекта управления, посвящено большое число публикаций и диссертационных работ, выполненных на кафедре "Системы автоматического управления" Тульского государственного университета. Под руководством профессора Н. В. Фалдина была создана научная школа и разработана теория следящих релейных систем под общим названием "Метод фазового годографа".

Центральным понятием метода является фазовый годограф (ФГ) релейной системы. Он характеризует частотные свойства объекта управления и служит универсальным инструментом как на этапе анализа, так и на этапе синтеза релейной системы.

Основное уравнение фазового годографа имеет вид

$$\mathbf{x}^*(T) + \mathbf{F}(\mathbf{x}^*(T), A, T) = 0,$$

где A — амплитуда реле; T — полупериод колебаний; $\mathbf{F}(\mathbf{x}, A, T)$ — математическая модель ОУ (может быть нелинейной). Решение данного уравнения для диапазона значений полупериода будет соответствовать ФГ [20]. Для линейных систем ФГ можно построить аналитически, что важно для последующего синтеза.

Таким образом, ФГ выделяет все возможные симметричные периодические движения на этапе, когда обратные связи еще не выбраны. Особенности в построении ФГ существуют при наличии разрывных нелинейностей ОУ. В таком случае в ФГ существуют области неоднозначности. Построение ФГ с учетом областей неоднозначности рассмотрено в работах [22, 23].

Метод ФГ ориентирован на применение современной вычислительной техники и позволяет достаточно просто определить автономный режим работы релейной системы. В настоящее время метод фазового годографа достаточно полно разработан для релейных систем с двухпозиционными [21–36] и трехпозиционными [25, 27] релейными элементами, систем с двумя управляющими реле [28]. Рассмотрена методика анализа и синтез систем, работающих в режиме вынужденных колебаний [29, 35]. Исследованы автоколебательные системы с дискретизацией по времени [21, 34]. Метод показывает высокую точность при рассмотрении объектов управления как с гладкими нелинейностями (такими как насыщение, зона нечувствительности), так и разрывными динамическими нелинейностями, такими как жесткий механический

ограничитель, а также ограничители с учетом упругости при ударе [31, 32, 35]. Данная теория строилась, в первую очередь, как прикладная и ориентирована на решение практических инженерных задач. Большая часть приложений данной теории была направлена на решение задач проектирования и оптимизации систем управления пневматическими рулевыми приводами и гидравлическими следящими системами, которые разрабатываются в АО "КБП им. академика А. Г. Шипунова", г. Тула.

При проектировании следящих релейных автоколебательных систем возникает задача анализа и оптимизации частотных характеристик системы. Для построения по первой гармонике АЧХ и ФЧХ для нелинейных систем в инженерной практике обычно применяется численное моделирование. Однако такой подход плохо применим на этапе синтеза систем. В рамках научной школы профессора Н. В. Фалдина было предложено несколько методов линеаризации системы по полезному сигналу. Был разработан так называемый метод классической линеаризации [15, 34] и метод дискретной линеаризации [26]. Данные методы основаны на том факте, что частота периодических движений в системе гораздо выше частоты входного (полезного) сигнала, и его можно рассматривать на периоде как медленно меняющийся. Первый метод линеаризации идейно близок к методу гармонической линеаризации, когда релейный элемент замещается некоторым эквивалентным коэффициентом передачи. Однако в отличие от метода гармонической линеаризации в предложенном методе коэффициент передачи релейного элемента по постоянной составляющей определяется точно, т. е. в полной мере учитывается форма периодических сигналов, и метод свободен от ограничения типа гипотеза фильтра. Данный подход использовался во многих работах [29, 32, 34], где объект управления можно представить линейным. В том случае, если объект нелинейный, применение данного метода затруднительно.

Другой подход к линеаризации — метод дискретной линеаризации — был разработан сравнительно недавно в работах [26, 27, 31, 35] и обобщен на все типы практических задач, рассматриваемые в рамках данной теории. Данный метод идейно близок к методу Г. С. Поспелова [33], когда точность режима слежения оценивается по некоторой дискретной системе, позволяющей определить значение выходного сигнала в моменты переключения релейного элемента. Однако метод Поспелова при наличии на входе системы гармонического сигнала не позволяет выделить на выходе основную составляющую, т. е. составляющую, имеющую частоту входного сигнала. Метод дискретной линеаризации свободен от указанных недостатков и позволяет с единых позиций оценить как установившийся режим работы системы по полезному сигналу, так и устойчивость режима слежения.

Для автоколебательных систем с двухпозиционным релейным регулятором линеаризующее разностное уравнение можно записать в виде

$$\delta x([k + 1]T) = M\delta x[kT] + N y([k + 1]T),$$

где T — полупериод автоколебаний; M — матрица размерности $n \times n$; N — матрица размерности $1 \times n$ (получение данных матриц рассмотрено в работе [26]); $\delta x[kT]$ — функция, выделяющая среднее значение (полезная составляющая сигнала) выходного сигнала, на который наложены автоколебания. По собственным числам матрицы M можно оценить устойчивость режима слежения. Преимущество данного подхода также состоит в том, что данный метод позволяет достаточно просто проводить линеаризацию релейных систем как с линейным, так и нелинейным объектом. В работах [27, 31, 35] рассматривалось применение данного метода к линеаризации систем с разрывными и с гладкими нелинейностями, полученная точность более чем достаточна для инженерных расчетов.

На основе разработанной теории построен единый алгоритм синтеза как автоколебательных, так и работающих в режиме вынужденных колебаний систем. Алгоритм состоит из следующих основных шагов.

1. Для объекта управления, который может быть нелинейным, строится фазовый автограф.

2. Выбирается желаемая частота периодических движений в автономном режиме.

3. Проводится структурная коррекция системы. Данная коррекция может проводиться либо в пространстве состояний, когда определяются коэффициенты обратных связей, либо с использованием линейного корректирующего устройства.

4. Выполняется конечномерная оптимизация параметров корректирующих устройств. В качестве целевых функций могут выступать АЧХ, ФЧХ, построенные по линеаризованной модели. Ограничения на параметры коррекции, возникающие при нарушении устойчивости периодического движения, условия физической реализуемости, условия возникновения субгармонических колебаний реализуются в зависимости от выбираемого метода конечномерной оптимизации.

Данный алгоритм не является полным, а показывает основную идею синтеза, более подробно он изложен в работах [34, 35]. Однако при оптимизационном подходе к проектированию системы управления синтезированный закон управления может оказаться очень чувствительным к малым изменениям параметров объекта управления. В работе [36] рассматривался автоколебательный гидравлический привод с оптимизированными параметрами корректирующих устройств. Было показано, что при изменении параметров объекта управления менее чем на 15 % система может стать неустойчивой.

Проектированию релейных систем управления, нечувствительных к малым изменениям ОУ, были посвящены недавние исследования в рамках мето-

да ФГ. Получены функции чувствительности периода, периодической траектории, ошибки слежения как в двухпозиционных, так и в трехпозиционных релейных системах. Была получена чувствительность собственных чисел матрицы, по которой оценивается устойчивость режима слежения [37, 38]. Функции чувствительности используются на этапе оптимизации параметров корректирующих звеньев.

За последние 20 лет в теории релейных систем были получены другие интересные результаты, возможно, не имеющие прямой практической направленности, но представляющие теоретический интерес.

Большое внимание уделено вопросам глобальной орбитальной асимптотической устойчивости автоколебаний. Было получено условие

$$Q - H^T(t)QH(t) > 0, \forall t \in [t_-, t_+], \quad (5)$$

в виде линейных матричных неравенств (LMIs), при выполнении которых гарантируется глобальная асимптотическая устойчивость предельных циклов, возникающих в системах с гистерезисным реле и линейным устойчивым стационарным объектом управления (LTI) [39, 40]. Если найдется такая матрица $Q > 0$, что будет выполняться неравенство (5) на интервале времени от t_- (переключение реле с минуса на плюс) до следующего переключения реле t_+ , то периодические колебания с периодом h будут глобально асимптотически устойчивы.

В рамках данного подхода был разработан метод определения области устойчивости предельных циклов для класса кусочно-линейных (piecewise linear systems) систем [41]. Однако получены только достаточные условия устойчивости и только для линейных объектов управления. В общем случае задача определения глобальной асимптотической орбитальной устойчивости автоколебаний на данный момент не решена.

Другое важное направление в исследовании поведения релейных систем связано с изучением сложных видов периодических движений, которые могут возникать в таких системах. В работе [42] было показано, что в симметричных релейных системах без внешнего возбуждения могут возникать несимметричные периодические движения. Также были рассмотрены релейные системы с линейным ОУ, в которых может наблюдаться предельный цикл, часть которого будет соответствовать высокочастотным переключениям реле [43]. В работе [44] подробно анализируется эта вибрация и получено условие для аппроксимации этого движения скользящим режимом.

Исследованы цифровые релейные системы управления. В работе [45] показано, что в случае неустойчивого объекта управления в таких системах могут возникать квазистохастические процессы. Неоднозначность движений релейных систем также может происходить при широком диапазоне изменения параметров ОУ. Это заставляет систему ра-

ботать в неустановившемся режиме. Исследование хаотических колебаний в релейных системах можно найти в работе [46], где рассмотрены релейные системы, в которых устанавливаются периодические процессы, но при малом изменении параметров возникает "хаотический" режим.

Выводы

В статье приведен краткий обзор современного состояния методов исследования РСУ. Данный обзор не является полным, а отражает только основные направления исследований и полученных результатов анализа и синтеза РСУ. Проведенный обзор методов представлен без использования математического аппарата, применяемого в указанных работах, поэтому данная статья носит лишь описательный характер и не претендует на полноту и строгость представлений теоретических результатов.

В последние несколько десятилетий теория РСУ вызвала новый интерес. В основном это обусловлено новыми приложениями, развитием электронно-компонентной базы, созданием быстродействующих релейных и цифровых систем. Открыты новые виды движений, возникающие в таких системах. В настоящее время теория РСУ применительно к следящим системам с линейным объектом управления разработана в достаточном объеме для анализа и синтеза таких систем. Также существенные результаты получены для определенных классов нелинейных объектов управления. Основная тенденция развития РСУ в основном направлена на синтез робастных релейных регуляторов. Также большое внимание уделяется проектированию цифровых систем с релейным усилителем мощности.

Список литературы

1. **Вышнеградский И. А.** О регуляторах непрямого действия // Известия СПб. Практического технологического института. 1878. С. 1—48.
2. **Bennett S.** A History of Control Engineering, 1800—1930 // IEEE control engineering series. V. 8. London, U. K., 1993. 82 p.
3. **Hawkins J. T.** Automatic regulators for heating apparatus // Trans ASME. 1887.
4. **Цыпкин Я. З.** Релейные автоматические системы. М.: Наука, 1974. 576 с.
5. **Фимушкин В. С., Горячев О. В., Фокин А. С.** Сравнение воздушно-динамических рулевых приводов с разными типами пневмодвигателей // Известия ТулГУ. Технические науки. 2016. № 12. С. 184—193.
6. **Astrom K. J., Hagglund T.** Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins // Automatica. 1984. Vol. 20, N. 5. P. 645—651.
7. **Fely O., Fitzgerald D.** Bandpass Sigma-Delta Modulation // An Analysis from the Perspective of Nonlinear Dynamics, IEEE, Piscataway, NJ, 1996. P. 146—149.
8. **Parker S. R., Hess S. F.** Limit-cycle oscillations in digital filters // IEEE Trans, Circuit Theory. 1971. Vol. CT-IS. P. 687—697.
9. **Андронов А. А., Хайкин С. Э.** Теория колебаний. М.: ОНТИ, 1937.
10. **Лурье А. И.** Об автоколебаниях в некоторых регулируемых системах // Автоматика и телемеханика. 1947. Т. 8, № 5. С. 335—348.
11. **Неймарк Ю. И.** Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1972. С. 471.
12. **Бромберг П. В.** Матричный метод определения периодических режимов в релейных системах регулирования // Теория автоматического регулирования / Под ред. В. В. Солодовникова. Кн. 3. Ч. 2. М.: Машиностроение, 1969. С. 66—100.
13. **Крылов Н. М., Боголюбов Н. Н.** Новые методы нелинейной механики. М.: Гостехиздат, 1934. 243 с.
14. **Леонов Г. А.** О методе гармонической линеаризации // Автоматика и телемеханика. 2009. № 5. С. 65—75.
15. **Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 1: Анализ и статистическая динамика систем автоматического управления / Под ред. Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. С. 748.**
16. **Поляк Б. Т.** Развитие теории автоматического управления // Проблемы управления. 2009. № 3. С. 13—18.
17. **Бойко И. М.** Частотные методы анализа и проектирования систем с разрывным управлением и их применения: дис. д. т. н. Тула, 2009. С. 289.
18. **Astrom K. J.** Oscillations in systems with relay feedback // Adaptive control. Filtering. And signal processing. 1995. P. 1—27.
19. **Bazanella A. S.** Limit cycles in sampled-data relay feedback systems / A. S. Bazanella, A. Parraga // IEEE Transactions on Automatic Control. Springer. 2016.
20. **Фалдин Н. В., Руднев С. А., Макаров Н. Н.** Алгоритм численного построения фазового годографа релейной системы // Газовые приводы и системы управления. Тула: ТПИ, 1983. С. 138—143.
21. **Феофилов С. В.** Периодические движения в релейных системах с цифровым управлением // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 5. С. 11—17.
22. **Фалдин Н. В., Феофилов С. В.** Исследования периодических движений в релейных системах, содержащих звенья с ограничителями // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2007. № 3. С. 15—27.
23. **Фалдин Н. В., Моржов А. В.** Автоколебания в релейных системах с кусочно-линейным объектом управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 2. С. 2—9.
24. **Феофилов С. В.** Периодические движения в релейных системах с трехпозиционным управлением и ограничителями в объекте регулирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 5. С. 11—17.
25. **Панферов Н. В.** Анализ и синтез релейных систем с трехпозиционными релейными элементами, дис. канд. техн. наук. Тула, 2001. 172 с.
26. **Фалдин Н. В., Моржов А. В.** Дискретная линеаризация по полезному сигналу релейных автоколебательных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 11. С. 13—19.
27. **Моржов А. В., Фалдин Н. В.** Линеаризация по полезному сигналу релейных систем управления с трехпозиционным релейным элементом и нелинейным объектом управления // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2008. № 4. С. 5—14.
28. **Федоровский П. Ю.** Анализ и синтез систем управления с двумя управляющими релейными элементами, дис. канд. техн. наук. Тула, 2002. 157 с.
29. **Пестрякова И. С.** Методы анализа и синтеза релейных систем управления, работающих в режиме вынужденных колебаний, дис. канд. техн. наук. Тула, 2005. 172 с.
30. **Фалдин Н. В., Моржов А. В.** Анализ вынужденных периодических движений в релейных системах автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 1. С. 2—7.
31. **Моржов А. В., Фалдин Н. В.** Линеаризация по полезному сигналу релейных систем управления, содержащих звенья с ограничителями // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2007. № 3. С. 5—15.
32. **Чернов А. Е.** Методы исследования релейных систем с ограничителями в форме упругого механического упора: дис. канд. техн. наук. Тула, 2005. С. 172.

33. **Поспелов Г. С.** Динамические характеристики релейных следящих систем // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1965. № 3. С. 169—180.

34. **Феофилов С. В.** Прикладные методы анализа и синтеза релейных автоколебательных систем с нелинейными объектами управления. Диссертация д. т. н. Тула, 2009. С. 45—80.

35. **Моржов А. В.** Методика анализа и синтеза релейных следящих систем с нелинейными объектами управления: дис. канд. техн. наук. Тула, 2010.

36. **Моржов А. В., Моржова С. В.** Синтез релейного автоколебательного объемного силового гидропривода при задании ограничений на чувствительность // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 6. С. 39—44.

37. **Фалдин Н. В., Моржов А. В.** Чувствительность ошибки слежения к изменению параметров объекта управления в релейной автоколебательной системе // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 2. С. 81—88.

38. **Фалдин Н. В., Моржов А. В.** Чувствительность вынужденных периодических движений релейной системы к измене-

нию параметров объекта управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 11. С. 721—730.

39. **Jorge M. G.** Global stability of relay feedback systems // IEEE Trans. Automatic control. 2001. Vol. 46. P. 550—562.

40. **Jorge M. Goncalves.** URL: <http://web.mit.edu/jmg/www/>.

41. **Jorge M.** Regions of stability for limit cycles of piecewise linear systems // IEEE Trans. Automatic control. 2005. Vol. 50. P. 1877—1882.

42. **Johansson K. H.** Limit cycles with chattering in relay feedback systems // IEEE Trans. Automatic control. 2002. P. 169—178.

43. **Johansson K. H.** Fast switches in relay feedback systems // Automatica. N. 35. 1999. P. 539—552.

44. **Bernardo M. D.** Self-oscillations and sliding in relay feedback systems: symmetry and bifurcations // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2001. Vol. 11, N. 4. P. 1121—1140.

45. **Kowalczyk P., Glendinning A.** Micro-chaos in relay feedback systems with bang-bang control and digital sampling // IFAC. Italy, 2011.

46. **Постников Н. С.** Стохастичность релейных систем с гистерезисом // Автомат. и телемех. 1998. Вып. 3. С. 57—68.

Current State and Prospects for Development of the Theory of Relay Feedback Systems

S. V. Feofilov, svfeofilov@mail.ru, **A. V. Kozyr**, Kozyr_A_V@mail.ru✉,
Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation

Corresponding author: **Kozyr Andrew V.**, Postgraduate Student,
Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation,
e-mail: Kozyr_A_V@mail.ru

Received on March 02, 2017

Accepted on March 16, 2017

This paper presents a brief review of the theory of the relay feedback systems. Analysis and synthesis of the relay self-oscillating systems is currently a classical topic in the control theory. The main problems of the theory are analysis of the possible self-oscillations, stability, estimation of robustness, and regulator design. The first works devoted to the analysis of the relay feedback systems appeared in 1950s. However, many problems concerning this theory are still unresolved. Systematization of the theory of the relay control systems and the definition of possible directions for research in future are presented in this article. The main attention is paid to the method of studying of the self-oscillating systems for the phase locus method. This method was developed in the Department of Automatic Control Systems of Tula State University. Introduction contains a brief historical review of the problems and methods for their solution within the framework of the theory of the relay systems of automatic control. The second section provides a brief review of the methods for studying of the self-oscillations in the control systems in the frequency domain. The main attention in this section is given to the methods, based on the Tsytkin locus. The third section deals with the methods of analysis and synthesis of the relay systems of automatic control in the state space. The method of the phase locus is considered. This method is applicable to the study of the systems with a nonlinear control object. Within the framework of this method, a synthesis algorithm was generated. The recent work within the framework of this theory was devoted to the synthesis of stable self-oscillating control systems. An analysis of the global asymptotic orbital stability of the self-oscillations in the systems with a linear control object in the form of linear matrix inequalities is considered, as well as the problems of designing of the digital relay controllers.

Keywords: self-oscillating relay control systems, Tsytkin locus, phase locus

For citation:

Feofilov S. V., Kozyr A. V. Current State and Prospects for Development of the Theory of Relay Feedback Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 589—596.

DOI: 10.17587/mau.18.589-596

References

1. **Vyshnegradskiy I. A.** *O regulyatorakh nepryamogo deystviya* (On the regulators of indirect action), *Izvestiya SPB. Prakticheskogo tekhnologicheskogo instituta*, 1878, pp. 1—48 (in Russian).

2. **Bennett S.** A History of Control Engineering, 1800—1930, *IEE control engineering series*, 8, London, U. K., 1993, pp. 82.

3. **Hawkins J. T.** Automatic regulators for heating apparatus, *Trans ASME*, 1887.

4. **Tsytkin Ya. Z.** *Releynnyye avtomaticheskiye sistemy* (Relay control systems), Moscow, Nauka, 1974, pp. 576 (in Russian).

5. **Fimushkin V. S., Goryachev O. V., Fokin A. S.** *Sravneniye vozdukhno-dinamicheskikh rulevykh privodov s raznymi tipami pnevmodvigateley* (Comparison of air-dynamic steering gears with different types of air motors), *Izvestiya TulGu. Tekhnicheskiye nauki*, 2016, no. 12, pp. 184—193 (in Russian).

6. **Astrom K. J., Hagglund T.** Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins, *Automatica*, 1984, vol. 20, no. 5, pp. 645—651.

7. **Fely O., Fitzgerald D.** Bandpass Sigma-Delta Modulation, An Analysis from the Perspective of Nonlinear Dynamics, Piscataway, NJ, *IEEE*, 1996, pp. 146—149.

8. **Parker S. R., Hess S. F.** Limit-cycle oscillations in digital filters, *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. CT-IS, 1971, pp. 687–697.
9. **Andronov A. A., Khaykin S. E.** *Teoriya kolebaniy* (The theory of oscillations), Moscow, ONTI, 1937 (in Russian).
10. **Lur'ye A. I.** *Ob avtokolebaniyakh v nekotorykh reguliruyemykh sistemakh* (About self-oscillations in some controlled systems), *Avtomatika i Telemekhanika*, 1947, vol. 8, no. 5, pp. 335–348.
11. **Neymark Yu. I.** *Metod tochechnykh otobrazheniy v teorii nelineynykh kolebaniy* (The method of point mappings in the theory of nonlinear oscillations), Moscow, Nauka, 1972, pp. 471 (in Russian).
12. **Bromberg P. V.** *Matrichnyy metod opredeleniya periodicheskikh rezhimov v releynykh sistemakh regulirovaniya* (The Matrix Method for Determining Periodic Regimes in Relay Control Systems.), *Teoriya avtomaticheskogo regulirovaniya*, Moscow, Mashinostroyeniye, vol. 3, no. 2, 1969, pp. 66–100 (in Russian).
13. **Krylov N. M., Bogolyubov N. N.** *Novyye metody nelineynoy mekhaniki* (New methods of nonlinear mechanics), Moscow, Gos-tekhnizdat, 1934, pp. 243 (in Russian).
14. **Leonov G. A.** *O metode garmonicheskoy linearizatsii* (On the method of harmonic linearization), *Avtomat. i Telemekh.*, 2009, no. 5, pp. 65–75 (in Russian).
15. **Faldin N. V.** *Metody klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya* (Methods of Classic and Modern Control Theory), vol. 1., Moscow, Publishing house of MGTU im. N. E. Bauman, 2000, pp. 573–637 (in Russian).
16. **Polyak B. T.** *Razvitye teorii avtomaticheskogo upravleniya* (Developing the theory of automatic control), *Probl. Upravl.*, 2009, no. 3, pp. 13–18 (in Russian).
17. **Boyko I. M.** *Chastotnyye metody analiza i proyektirovaniya sistem s razryvnym upravleniyem i ikh primeneniya* (Frequency methods of analysis and design of systems with discontinuous control and their application): dis. Ph. D., Tula, 2009, pp. 289 (in Russian).
18. **Astrom K. J.** Oscillations in systems with relay feedback, *Adaptive control, Filtering. And Signal Processing*, 1995, pp. 1–27.
19. **Bazanella A. S., Parraga A.** Limit cycles in sampled-data relay feedback systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Springer, 2016.
20. **Faldin N. V., Rudnev S. A., Makarov N. N.** *Algoritim chislenogo postroyeniya fazovogo godografa releynoy sistemy* (Algorithm for the numerical construction of the phase locus of the relay system), Tula, TPI, 1983, pp. 138–143 (in Russian).
21. **Feofilov S. V.** *Periodicheskiye dvizheniya v releynykh sistemakh s tsifrovym upravleniyem* (Periodic movements in relay systems with digital control), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2006, no. 5, pp. 11–17 (in Russian).
22. **Faldin N. V., Feofilov S. V.** Investigations of periodic movements in relay systems containing links with delimiters, *Izvestiya of the Russian Academy of Sciences. Theory and control systems*, 2007, no. 3, pp. 15–27.
23. **Faldin N. V., Morzhov A. V.** *Avtokolebaniya v releynykh sistemakh s kusochno-lineynym obyektom upravleniya* (Self-oscillations in relay systems with piecewise linear control object.), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2007, no. 2, pp. 2–9 (in Russian).
24. **Feofilov S. V.** *Periodicheskiye dvizheniya v releynykh sistemakh s trekhpozitsionnym upravleniyem i ogranichitelnyami v obyekte regulirovaniya* (Periodic motions in relay systems with three-position control and limiters in the control object), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2008, vol. no. 5, pp. 11–17 (in Russian).
25. **Panferov N. V.** *Analiz i sintez releynykh sistem s trekhpozitsionnymi releynymi elementami* (Analysis and synthesis of relay systems with three-position relay elements), dis. Ph. D., Tula, 2001, pp. 172 (in Russian).
26. **Faldin N. V., Morzhov A. V.** *Diskretnaya linearizatsiya po poleznomu signalu releynykh avtokolebatelnykh sistem upravleniya* (Discrete Linearization of the Useful Signal of Relay feedback Systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2006, no. 11, pp. 13–19 (in Russian).
27. **Morzhov A. V., Faldin N. V.** *Linearizatsiya po poleznomu signalu releynykh sistem upravleniya s trekhpozitsionnym releynym elementom i nelineynym obyektom upravleniya*, (Linearization by the useful signal of relay control systems with a three-position relay element and a nonlinear control object), *Izvestiya RAN. Teor. i sist. Uprav.*, 2008, vol. 4, pp. 5–14 (in Russian).
28. **Fedorovskiy P. Yu.** *Analiz i sintez sistem upravleniya s dvumya upravlyayushchimi releynymi elementami* (Analysis and control systems with two control relay elements), dis. Ph. D., Tula, 2002, pp. 157.
29. **Pestryakova I. S.** *Metody analiza i sinteza releynykh sistem upravleniya, rabotayushchikh v rezhime vynyuzhennykh kolebaniy* (Methods of analysis and the analysis of relay control systems), dis. Ph. D., Tula, 2005, pp. 172.
30. **Faldin N. V., Morzhov A. V.** *Analiz vynyuzhennykh periodicheskikh dvizheniy v releynykh sistemakh avtomaticheskogo upravleniya* (Analysis of forced periodic motions in relay automatic control systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2009, vol. 1, pp. 2–7 (in Russian).
31. **Morzhov A. V., Faldin N. V.** Linearization of relay controlling systems with three-position relay block and non-linear controlled plant with respect to the actual signal, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, vol. 47, no. 4, pp. 499–508.
32. **Chernov A. Ye.** *Metody issledovaniya releynykh sistem s ograni-chitelnyami v forme uprugogo mekhanicheskogo upora* (Methods for investigating relay systems with limiters in the form of an elastic mechanical stop), dis. Ph. D., Tula, 2005, pp. 172. (in Russian).
33. **Pospelov G. S.** *Dinamicheskiye kharakteristiki releynykh sledyashchikh sistem* (Dynamic characteristics of relay servo systems), *Izv. AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika*, 1965, vol. 3, pp. 169–180 (in Russian).
34. **Feofilov S. V.** *Prikladnyye metody analiza i sinteza releynykh avtokolebatelnykh sistem s nelineynymi obyektami upravleniya* (Applied methods of analysis and synthesis of relay self-oscillating systems with nonlinear control objects), diss Ph. D., Tula 2009, pp. 45–80 (in Russian).
35. **Morzhov A. V.** *Metodika analiza i sinteza releynykh sledyashchikh sistem s nelineynymi ob'yektami upravleniya* (The technique of analysis and synthesis of relay tracking systems with nonlinear control objects), dis. Ph. D., Tula, 2010, pp. 170 (in Russian).
36. **Morzhov A. V., Morzhova S. V.** *Sintez releynogo avtokolebatelnogo obyemnogo silovogo gidroprivoda pri zadanii ogranicheniy na chuvstvitel'nost* (Synthesis of a relay self-oscillating volumetric power hydrodrive with a limitation on the sensitivity), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2012, vol. 6, pp. 39–44 (in Russian).
37. **Faldin N. V., Morzhov A. V.** *Chuvstvitel'nost' oshibki slezheniya k izmeneniyu parametrov ob'yekta upravleniya v releynoy avtokolebatel'noy sisteme* (Sensitivity of the tracking error to the change in the parameters of the control object in the relay auto-oscillation system), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2015, vol. 16, no. 2, pp. 81–88 (in Russian).
38. **Faldin N. V., Morzhov A. V.** *Chuvstvitel'nost' vynyuzhennykh periodicheskikh dvizheniy releynoy sistemy k izmeneniyu parametrov obyekta upravleniya* (The sensitivity of the forced periodic movements of the relay system to the change in the parameters of the control object), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2015, vol. 16, no. 11, pp. 21–30.
39. **Jorge M. G.** Global stability of relay feedback systems, *IEEE Trans. Automatic control*, 2001, vol. 46, pp. 550–562.
40. **Goncalves J. M.** available at: <http://web.mit.edu/jmg/www/>.
41. **Jorge M.** Regions of stability for limit cycles of piecewise linear systems, *IEEE Trans. Automatic control*, 2005, vol. 50, pp. 1877–1882.
42. **Johansson K. H.** Limit cycles with chattering in relay feedback systems, *IEEE Trans. Automatic control*, 2002, pp. 169–178.
43. **Johansson K. H.** Fast switches in relay feedback systems, *Automatica*, no. 35, 1999, pp. 539–552.
44. **Bernardo M. D.** Self-oscillations and sliding in relay feedback systems: symmetry and bifurcations, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2001, vol. 11, no. 4, pp. 1121–1140.
45. **Kowalczyk P., Glendinning A.** Micro-chaos in relay feedback systems with bang-bang control and digital sampling, In: *IFAC*, Italy 2011.
46. **Postnikov N. S.** *Stokhastichnost' releynykh sistem s gisterezisom* (Stochasticity of relay systems with hysteresis), *Avtomat. i Telemekh.*, 1998, iss. 3, pp. 57–68 (in Russian).

С. В. Быстров, канд. техн. наук, доц., **А. С. Васильев**, аспирант,
Н. А. Вундер, аспирант, **А. В. Ушаков**, д-р техн. наук, проф., ushakov-avg@yandex.ru,
 Университет ИТМО, Санкт-Петербург

Аналитическое конструирование последовательного компенсатора для систем управления техническим объектом с модуляцией¹

Предлагается алгоритм аналитического конструирования последовательного компенсатора в задаче управления техническим объектом с амплитудной модуляцией, порождаемой использованием в качестве исполнительного устройства асинхронного двигателя, на основе типовых полиномиальных моделей, параметризованных характеристической частотой.

Ключевые слова: типовые полиномиальные модели, характеристическая частота, амплитудная модуляция, теорема Шеннона—Котельникова, частота сигнала-носителя, показатели качества, алгоритм конструирования последовательного компенсатора

Введение

Системы с амплитудной модуляцией [1, 2] имеют широкое практическое применение, но обходятся вниманием современной теории управления, опирающейся на метод пространства состояний [3–5]. Данный тип систем является "квазидискретным" [5–7], так как передача информации средствами гармонического сигнала-носителя (ГСН) осуществляется его полуволнами, т. е. дискретно с интервалом дискретности, равным полупериоду сигнала-носителя. Это обстоятельство позволяет для оценки пропускной способности систем с амплитудной модуляцией использовать теорему Шеннона—Котельникова [8].

Современные аналитические методы синтеза систем подобно тому, как это делается в частотном подходе, использующем банк типовых логарифмических амплитудных частотных характеристик (ЛАЧХ) [9, 10] проектируемых систем, опираются на использование банка типовых полиномиальных моделей [12, 13] передаточной функции (ТПМ ПФ) размерности, равной размерности технического объекта, аналитическое описание которых задается в виде следующей передаточной функции системы, параметризованной [5, 13, 15] характеристической частотой ω_0 :

$$\Phi(s, \omega_0) = \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}} = \frac{v_n \omega_0^n}{D(s, \omega_0)}. \quad (1)$$

В соотношении (1) коэффициенты v_i ($i = \overline{1, n}$) определяют характер размещения корней полинома знаменателя $D(s, \omega_0)$ передаточной функции на комплексной плоскости, ω_0 определяет размер области локализации размещения корней. Основным преимуществом представления ТПМ ПФ $\Phi(s, \omega_0)$ в форме (1) является то, что ее использование при

фиксированных v_i сводит задачу синтеза к однопараметрической задаче поиска значения характеристической частоты ω_0 , от которой зависят степень устойчивости, длительность переходного процесса, добротность по скорости, частота среза, полосы пропускания на уровне заданных значений амплитудных частотных характеристик по выходу и ошибке. При фиксированных v_i ТПМ ПФ (1) от ω_0 не зависят запас устойчивости, перерегулирование и показатель колебательности [10].

Сопряжение полос пропускания, определяемых в соответствии с теоремой Шеннона—Котельникова [8] как функции частоты ГСН, и амплитудной частотной характеристики на уровне малого значения модуля ТПМ ПФ (1), определяемой характеристической частотой ω_0 , позволяет оценить предельно достижимое значение последней как функции частоты ГСН. Данная информация может быть положена в основу создания алгоритмической базы синтеза систем с амплитудной модуляцией с заданными показателями качества с учетом частоты сигнала-носителя.

Решаемая проблема особенно актуальна потому, что на практике применяемые в современной электромеханической технике сервоприводы широко используют в качестве исполнительных устройств двигатели переменного тока в силу их высокой надежности и хороших эксплуатационных показателей. Основными частотами питания этих двигателей являются 50 Гц и 400 (500) Гц. Поэтому приводимые ниже результаты сориентированы на эти значения частот сигнала-носителя.

Аналитические представления показателей качества типовых полиномиальных моделей, параметризованных характеристической частотой

Для построения алгоритма аналитического конструирования последовательного компенсатора [15, 16] в составе систем управления техническим объектом с модуляцией необходимо иметь аналитические представления основных показателей качества систем, описываемых ТПМ ПФ (1). Сформи-

¹ Работа написана при поддержке правительства Российской Федерации (Грант 074-U01), Министерства образования и науки Российской Федерации (Проект 14. Z50.31.0031), гранта президента Российской Федерации № 14.У31.16.9281-НШ.

руем эти представления с помощью следующих утверждений.

Утверждение 1 (У1). Тип размещения корней полинома знаменателя ТПМ ПФ (1) совпадает с типом размещения корней полинома знаменателя следующей передаточной функции:

$$\Phi(s) = \frac{v_n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i s^{n-i}} = \frac{v_n}{D(s)} \quad (2)$$

с точностью до размера ω_0 области локализации этого размещения. $\square$

Доказательство. Разделим числитель и знаменатель передаточной функции (1) на ω_0^n , тогда получим

$$\Phi(\bar{s}) = \frac{v_n}{\bar{s}^n + \sum_{i=1}^n v_i \bar{s}^{n-i}}, \quad (3)$$

где $\bar{s} = s/\omega_0$. $\blacksquare$

Примечание 1 (П1). Доказанное утверждение делает справедливым положение о том, что корни s_i ($i = \overline{1, n}$) полинома $D(s)$ и корни $s_i(\omega_0)$ ($i = \overline{1, n}$) полинома $D(s, \omega_0)$ связаны соотношением $s_i(\omega_0) = \omega_0 s_i$ ($i = \overline{1, n}$). Как следствие, у систем (1) и (2) будут одинаковые запасы устойчивости, перерегулирование и показатель колебательности.

Утверждение 2 (У2). Оценка $\hat{\omega}_c$ частоты среза ω_c ТПМ ПФ (1) определяется выражением

$$\hat{\omega}_c = \frac{v_n}{v_{n-1}} \omega_0. \quad \square (4)$$

Доказательство. Частота среза ω_c удовлетворяет соотношению

$$\omega_c = \arg(|W(s, \omega_0)|_{s=j\omega=j\omega_c} = 1), \quad (5)$$

где передаточная функция $W(s, \omega_0)$ прямой ветви ТПМ ПФ (1) определяется выражением

$$W(s, \omega_0) = \frac{\Phi(s, \omega_0)}{1 - \Phi(s, \omega_0)} = \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + v_1 \omega_0 s^{n-1} + \dots + v_{n-1} \omega_0^{n-1} s}. \quad (6)$$

В силу определения частоты среза (5) оказывается справедливой цепочка равенств, доказывающая справедливость соотношения (4):

$$\begin{aligned} |W(j\omega, \omega_0)| &= \left| \frac{v_n \omega_0^n}{(s^{n-1} + v_1 \omega_0 s^{n-2} + \dots + v_{n-1} \omega_0^{n-1})s} \right|_{s=j\omega} \Big|_{\omega=\omega_c} \cong \\ &\cong \frac{v_n \omega_0}{v_{n-1} \hat{\omega}_c} = 1. \quad \blacksquare (7) \end{aligned}$$

Утверждение 3 (У3). Запас $\Delta\varphi$ устойчивости по фазе ТПМ ПФ (1) в силу положений утверждения 1 не зависит от характеристической частоты ω_0 , а потому определяется в силу (2) цепочкой соотношений

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \pi + \arg\{W(s)|_{s=j\omega_c}\} = \\ &= \frac{\pi}{2} + \arg\left\{ \frac{v_n}{s^{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} v_i s^{n-1-i}} \right\}_{s=j\frac{v_n}{v_{n-1}}}, \quad (8) \end{aligned}$$

где в силу (2)

$$W(s) = \frac{\Phi(s)}{1 - \Phi(s)} = \frac{v_n}{\left(s^{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} v_i s^{n-1-i} \right) s}. \quad \square$$

Доказательство утверждения 3 строится на представлении (4) оценки частоты среза при $\omega_0 = 1$. $\blacksquare$

Примечание 2 (П2). Формула (8) позволяет сформировать аналитические представления запаса устойчивости по фазе передаточной функции вида (2) как функции коэффициентов v_i ($i = \overline{1, n}$) для ТПМ ПФ вида (1) и (2) с первого по пятый порядок (табл. 1).

Утверждение 4 (У4). Оценка $\hat{\Delta\omega}$ полосы пропускания $\Delta\omega = \arg(|\Phi(s, \omega_0)|_{s=j\omega} \Big|_{\omega \geq \Delta_{y\omega}} \leq \delta \ll 1)$

ТПМ ПФ (1) определяется выражением

$$\hat{\Delta\omega} = (v_n)^{1/n} \omega_0 / (\delta)^{1/n}. \quad \square (9)$$

Таблица 1

Аналитические представления запасов устойчивости по фазе вида (1) и (2)

Порядок ТПМ n	Аналитическое представление запаса устойчивости по фазе $\Delta\varphi = \Delta\varphi(v_i; i = \overline{1, n})$
$n = 1$	$\Delta\varphi = \pi/2 - \arctg(0/v_1) = \pi/2$
$n = 2$	$\Delta\varphi = \pi/2 - \arctg(v_2/v_1^2)$
$n = 3$	$\Delta\varphi = \pi/2 - \arctg(v_1(v_3/v_2)/(v_2 - (v_3/v_2)^2))$
$n = 4$	$\Delta\varphi = \pi/2 - \arctg((v_4/v_3)(v_2 - (v_4/v_3)^2)/(v_3 - v_1(v_4/v_3)^2))$
$n = 5$	$\Delta\varphi = \pi/2 - \arctg((v_5/v_4)(v_3 - v_1(v_5/v_4)^2)/(v_4 - v_2(v_5/v_4)^2 + (v_5/v_4)^4))$

Доказательство. Рассмотрим определение полосы пропускания $\Delta\omega$, задаваемое соотношением

$$\Delta\omega = \arg \left(\left| \Phi(s, \omega_0) = \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}} \right|_{s=j\omega; \omega \rightarrow \infty} \right) \cong \frac{v_n \omega_0^n}{\omega^n} \leq \delta = (v_n)^{1/n} \omega_0 / (\delta)^{1/n}. \quad \blacksquare (10)$$

Утверждение 5 (У5). Оценка $\hat{\Delta}_\varepsilon \omega$ полосы пропускания $\Delta_\varepsilon \omega = \arg \left(|\Phi_\varepsilon(s, \omega_0)|_{s=j\omega} \right)_{\omega \leq \Delta_\varepsilon \omega} \leq \delta_\varepsilon \ll 1$ ТПМ ПФ (1) на уровне δ_ε относительной частотной ошибки определяется выражением

$$\hat{\Delta}_\varepsilon \omega = \delta_\varepsilon \frac{v_n \omega_0}{v_{n-1}}. \quad \square (11)$$

Доказательство. В силу определения полосы пропускания $\Delta_\varepsilon \omega$ ТПМ ПФ (1) по ошибке $\varepsilon(t)$ можно записать соотношения

$$\Delta_\varepsilon \omega = \arg \left(|\Phi_\varepsilon(s, \omega_0) = 1 - \Phi(s, \omega_0)|_{s=j\omega; \omega \rightarrow \infty} \right) = \left| \frac{s^n + v_1 \omega_0 s^{n-1} + \dots + v_{n-1} \omega_0^{n-1} s}{s^n + v_1 \omega_0 s^{n-1} + \dots + v_{n-1} \omega_0^{n-1} s + v_n \omega_0^n} \right|_{s=j\omega; \omega \rightarrow 0} = \frac{v_{n-1} \omega}{v_n \omega_0} \leq \delta_\varepsilon = \delta_\varepsilon \frac{v_n \omega_0}{v_{n-1}}. \quad \blacksquare (12)$$

Утверждение 6 (У6). Добротность D_1 по скорости ТПМ ПФ (1) определяется выражением

$$D_1 = (v_n \omega_0) / v_{n-1}. \quad \square (13)$$

Доказательство. Добротность по скорости является характеристикой системы с ТПМ ПФ в установившемся кинетическом режиме при входном воздействии $g(t) = \dot{g}_0 t$, изменяющемся с постоянной скоростью $\dot{g}_0$. Содержательно добротность по скорости задается выражением

$$D_1 = \dot{g}_0 / \varepsilon_y, \quad (14)$$

где ε_y — значение установившейся ошибки, для которой в соответствии с теоремой о конечном значении оригинала можно записать следующую цепочку соотношений:

$$\varepsilon_y = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \varepsilon(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \Phi_\varepsilon(s, \omega_0) g(s), \quad (15)$$

где $\varepsilon(s)$, $g(s)$ — лапласовы образы соответственно ошибки $\varepsilon(t)$ и входного воздействия $g(t)$; $\Phi_\varepsilon(s, \omega_0)$ —

передаточная функция системы с ТПМ ПФ по ошибке, вычисляемая с помощью соотношений

$$\Phi_\varepsilon(s, \omega_0) = \frac{\varepsilon(s)}{g(s)} = 1 - \Phi(s, \omega_0) = \frac{s^n + v_1 \omega_0 s^{n-1} + \dots + v_{n-1} \omega_0^{n-1} s}{s^n + v_1 \omega_0 s^{n-1} + \dots + v_{n-1} \omega_0^{n-1} s + v_n \omega_0^n}. \quad (16)$$

Для входного воздействия $g(t) = \dot{g}_0 t$ его лапласов образ $g(s)$ задается выражением

$$g(s) = \dot{g}_0 / s^2. \quad (17)$$

Если в выражение (15) подставить соотношения (16) и (17) и совершить предельный переход $s \rightarrow 0$,

то получим $\varepsilon_y = \dot{g}_0 \frac{v_{n-1}}{v_n \omega_0}$, что с использованием соотношения (14) приводит к выражению (13). $\blacksquare$

Утверждение 7 (У7). Длительность переходного процесса $t_\pi = t_\pi(\omega_0)$ ТПМ ПФ (1) удовлетворяет соотношению

$$t_\pi = t_\pi(\omega_0) = t_\pi(\omega_0 = 1) / \omega_0,$$

где $t_\pi(\omega_0 = 1)$ — время переходного процесса системы с ТПМ ПФ (2). $\square$

Доказательство. Справедливость утверждения следует из примечания 1. $\blacksquare$

Примечание 3 (ПЗ). Длительность переходного процесса $t_\pi(\omega_0 = 1)$ определяется путем моделирования, а для случая ньютоновского размещения корней полинома знаменателя $D(s)$ передаточной функции (2) может быть определена [18] аналитически в силу уравнения

$$t_\pi = \arg \left(\sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{i!} t_\pi^i = 0,05 e^{t_\pi} \right).$$

В табл. 2 приведены общесистемные показатели ТПМ ПФ (1), полученные в силу приведенных выше утверждений. В табл. 2 $M(\omega) = |\Phi(j\omega, \omega_0)|$ — модуль частотной характеристики "вход-выход", $\delta(\omega) = |\Phi_\varepsilon(j\omega, \omega_0)|$ — модуль частотной характеристики по ошибке. Показатели со знаком (*) являются показателями ТПМ ПФ вида (2), которые определяются моделированием, показатель со знаком (**) вычисляется с помощью выражений, приведенных в табл. 1.

В случае использования табл. 1 и 2 при синтезе систем на основе ТПМ ПФ (1) с ньютоновским размещением корней полинома ее знаменателя $D(s, \omega_0)$ надо помнить, что его коэффициенты [14] определяются соотношениями

$$v_i = C_n^i \omega_0^i \quad (i = \overline{1, n}), \quad (19)$$

а при синтезе систем на основе ТПМ с передаточной функцией (1) с круговым размещением Баттерворта корней полинома ее знаменателя $D(s, \omega_0)$

Таблица 2

Общесистемные показатели ТПМ с ПФ (1)

1	Аналитическое представление полинома знаменателя $D(s, \omega_0)$	$D(s, \omega_0) = s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}$
2	Перерегулирование σ	$\sigma = \sigma^*$
3	Частота среза ω_c	$\omega_c = \frac{v_n \omega_0}{v_{n-1}}$
4	Запас устойчивости по фазе $\Delta\varphi$	$\Delta\varphi = \Delta^{**}\varphi(v_i)$
5	Полоса пропускания $\Delta\omega/\omega_0$	$M(\omega) \geq \delta$ $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \left(\frac{v_n}{\delta}\right)^{1/n}$
6		$\delta(\omega) \leq \delta_\varepsilon$ $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\delta_\varepsilon v_n}{v_{n-1}}$
7	Добротность по скорости $D_1(\omega_0)$	$D_1(\omega_0) = \frac{v_n \omega_0}{v_{n-1}}$
8	Время переходного процесса $t_n(\omega_0)$	$t_n(\omega_0) = \frac{t_n^*}{\omega_0}$

его коэффициенты определяются [14] соотношениями

$$v_1 = \frac{1}{\sin(\pi/2n)} \omega_0, \quad v_i = \frac{v_{i-1} \cos((i-1)\pi/2n)}{\sin(i\pi/2n)} \omega_0, \\ (i = \overline{1, n-1}), \quad v_n = \omega_0^n. \quad (20)$$

Оценка предельно достижимых динамических показателей типовых полиномиальных моделей непрерывных систем с амплитудной модуляцией как функции частоты сигнала-носителя

Поскольку представление ТПМ ПФ в форме (1) сводится при выбранном размещении корней полинома ее знаменателя к однопараметрической задаче выбора значения характеристической частоты ω_0 , то проблема оценки предельно достижимых динамических показателей ТПМ непрерывных систем с амплитудной модуляцией как функ-

ции частоты сигнала-носителя сводится к оценке предельно допустимых значений частоты ω_0 . Процедура оценки значения ω_0 опирается на сопряжение полос частот, определяемых, с одной стороны, теоремой Шеннона—Котельникова как функции частоты ГСН, а с другой — соотношением для $\Delta\omega$ (10) амплитудной частотной характеристики по выходу выбранной ТПМ, определяемой искомой характеристической частотой ω_0 . В результате этого сопряжения получаем соотношение

$$\Delta\omega = \frac{\pi}{\Delta t} \bigg|_{\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2f}} = 2\pi f = \omega_{ГСН} = \Delta\omega = \\ = ((v_n/\delta)^{1/n})\omega_0, \quad (21)$$

где Δt , T , f , $\omega_{ГСН}$, δ — соответственно, интервал дискретности "квазидискретного" ГСН амплитудно-модулированного сигнала длительности в половину периода ГСН, период ГСН, его циклическая частота, его круговая частота и уровень, на котором фиксируется полоса пропускания ТПМ по значению амплитудной частотной характеристики выходного сигнала, обычно $\delta = 0,05$. Соотношение (21) позволяет записать для предельно допустимого значения характеристической частоты ω_0 ТПМ представление

$$\omega_0 = 2\pi f / (v_n/\delta)^{1/n} \big|_{\delta=0,05} = 2\pi f / (20v_n)^{1/n}. \quad (22)$$

Используя соотношение (22) на основании табл. 2, дополнив ее значениями предельно допустимых значений ω_0 для каждого порядка n используемой ТПМ, при выбранном размещении корней полинома знаменателя ТПМ ПФ (1) и для наиболее используемых частот $f = 50$ Гц и $f = 400$ Гц можно построить таблицы показателей ТПМ при использовании их в составе систем с модуляцией. Показатели ТПМ для случая ньютоновского размещения корней полинома знаменателя ТПМ ПФ (1) сведены в табл. 3, показатели ТПМ для случая баттервортовского размещения полинома знаменателя ТПМ ПФ (1) представлены в табл. 4.

Таблица 3

Показатели типовых полиномиальных моделей с размещением Ньютона корней полиномов знаменателей их передаточных функций

Порядок ТПМ	Аналитическое представление полиномов $D(s, \omega_0)$ Ньютона знаменателя ПФ ТПМ	Предельно допустимые значения ω_0		σ , %	ω_c/ω_0	$\Delta\varphi^\circ$	Полосы пропускания $\Delta\omega/\omega_0$ на уровне		D_1/ω_0	$t_n\omega_0$
		$f = 50$ Гц	$f = 400$ Гц				$M(\omega) \geq 0,05$	$\delta(\omega) \leq 0,05$		
1	$\{s + \omega_0\}$	15,7	125,6	0	1	90	20	0,05	1	3
2	$\{s^2 + 2\omega_0 s + \omega_0^2\}$	62,3	498,4	0	0,5	76,3	4,47	0,025	0,5	4,75
3	$\{s^3 + 3\omega_0 s^2 + 3\omega_0^2 s + \omega_0^3\}$	112,9	903,2	0	0,33	71,25	2,714	0,0167	0,33	6,3
4	$\{s^4 + 4\omega_0 s^3 + 6\omega_0^2 s^2 + 4\omega_0^3 s + \omega_0^4\}$	157	1256	0	0,25	68,58	2,115	0,0125	0,25	7,8
5	$\{s^5 + 5\omega_0 s^4 + 10\omega_0^2 s^3 + 10\omega_0^3 s^2 + 5\omega_0^4 s + \omega_0^5\}$	203,9	1631,2	0	0,2	66,94	1,82	0,01	0,2	9,15

Показатели типовых полиномиальных моделей с размещением Баттерворта корней полиномов знаменателей их передаточных функций

Порядок ТПМ	Аналитическое представление полиномов $D(s, \omega_0)$ Ньютона знаменателя ПФ ТПМ	Предельно допустимые значения ω_0		$\sigma, \%$	ω_c/ω_0	$\Delta\varphi^\circ$	Полосы пропускания $\Delta\omega/\omega_0$ на уровне		D_1/ω_0	$t_{п\omega_0}$
		$f=50$ Гц	$f=400$ Гц				$M(\omega) \geq 0,05$	$\delta(\omega) \leq 0,05$		
1	$\{s + \omega_0\}$	15,7	125,6	0	1	90	20	0,05	1	3
2	$\{s^2 + 1,414\omega_0 s + \omega_0^2\}$	76	608	5	0,7	65,5	4,13	0,035	0,71	4,5
3	$\{s^3 + 2\omega_0 s^2 + 2\omega_0^2 s + \omega_0^3\}$	120,5	964	9	0,5	60,5	2,6	0,026	0,5	6,0
4	$\{s^4 + 2,6\omega_0 s^3 + 3,4\omega_0^2 s^2 + 2,6\omega_0^3 s + \omega_0^4\}$	148,8	1190,4	11	0,385	59,8	2,11	0,02	0,385	6,87
5	$\{s^5 + 3,24\omega_0 s^4 + 5,24\omega_0^2 s^3 + 5,24\omega_0^3 s^2 + 3,24\omega_0^4 s + \omega_0^5\}$	176,2	1409,6	13	0,31	60,1	1,78	0,017	0,31	7,65

Табл. 3, 4 содержат стандартный набор показателей качества процессов в системах, описываемых ТПМ, параметризованных характеристической частотой ω_0 на заданных уровнях значений

$$M(\omega) = \text{mod} \left\{ \Phi(s, \omega_0) = \frac{v_n \omega_0^n}{s^n + \sum_{i=1}^n v_i \omega_0^i s^{n-i}} \right\}_{s=j\omega},$$

$$\delta(\omega) = \text{mod} \{ \Phi_\varepsilon(s, \omega_0) = 1 - \Phi(s) |_{s=j\omega} \}.$$

Алгоритм аналитического конструирования последовательного компенсатора для систем управления техническим объектом с модуляцией

Совокупность аналитических соотношений, полученных выше, а также набор сведений о показателях ТПМ, представленных в табл. 2—4, позволяют сформировать следующий алгоритм аналитического конструирования последовательного компенсатора для систем управления техническим объектом с амплитудной модуляцией:

1. Получить информацию о размерности n технического объекта.

2. Задать требования к показателям качества проектируемой системы в переходном режиме в виде перерегулирования σ_R и длительности переходного процесса $t_{пR}$ и в установившемся режиме в виде добротности по скорости D_{1R} или относительной частотной ошибки $\delta_{\varepsilon R}$ в заданной полосе частот гармонического внешнего воздействия $(\Delta\omega)_R$.

3. По значению перерегулирования σ_R выбрать конкретный вариант ТПМ порядка n : так, в случае $\sigma_R = 0 \%$ следует выбирать ТПМ с ньютоновским размещением корней полинома знаменателя ее передаточной функции, в случае $\sigma_R \neq 0 \%$ можно выбирать ТПМ с баттервортовским размещением корней полинома знаменателя ее передаточной функции.

4. На основании выбранного варианта ТПМ и ее размерности n , пользуясь табл. 3 и 4, оценить максимально допустимые значения характеристической

частоты ω_0 : при частотах ГСН амплитудной модуляции $f = 50$ Гц $\omega_0 = \omega_0 (f = 50)$, и при $f = 400$ Гц $\omega_0 = \omega_0 (f = 400)$.

5. Пользуясь табл. 3 и 4, решить задачу

$$\omega_{0R} = \max \{ \omega_0 = \arg(t_{п}(\omega_0) \leq t_{пR}), \omega_0 = \arg(D_1(\omega_0) \geq D_{1R}), \omega_0 = \arg(\delta_\varepsilon(\omega_0) \leq \delta_{\varepsilon R}) \}.$$

6. Проверить выполнение условий

$$6.1: \omega_0 = \omega_0 (f = 50) \geq \omega_{0R};$$

$$6.2: \omega_0 = \omega_0 (f = 400) \geq \omega_{0R}.$$

7. На основании результатов выполнения п. 6 принять одно из решений:

7.1. В случае выполнения обоих условий 6.1 и 6.2 допускается выбрать аппаратные компоненты, составляющие технический объект, работающие на любой из приведенных частот питающего напряжения.

7.2. В случае выполнения одного из условий 6.1 и 6.2 допускается выбрать аппаратные компоненты, составляющие технический объект, работающие на частоте, для которой выполняется условия п. 6.

7.3. В случае невыполнения ни одного из условий 6.1 и 6.2 перейти к п. 2 алгоритма с тем, чтобы снизить требования к показателям качества проектируемой системы, в противном случае перейти на более высокую частоту ГСН, если это позволяют сделать технические возможности.

8. Аппаратно скомпоновать технический объект и составить его передаточную функцию $W_{TO}(s)$.

9. Пользуясь значением характеристической частоты $\omega_0 = \omega_{0R}$, на основании представления (6) сформировать желаемую передаточную функцию прямой ветви проектируемой системы

$$W(s, \omega_0 = \omega_{0R}) = \frac{\Phi(s, \omega_0)}{1 - \Phi(s, \omega_0)} = \frac{v_n \omega_0^n}{(s^{n-1} + v_1 \omega_0 s^{n-2} + \dots + v_{n-1} \omega_0^{n-1})s}. \quad (23)$$

10. Представить желаемую передаточную функцию прямой ветви проектируемой системы в виде произведения передаточной функции $W_{\text{ПК}}(s, \omega_0)$ последовательного компенсатора и передаточной функции $W_{\text{ТО}}(s)$ технического объекта

$$W(s, \omega_0) = \frac{v_n \omega_0^n}{(s^{n-1} + v_1 \omega_0 s^{n-2} + \dots + v_{n-1} \omega_0^{n-1})s} = W_{\text{ПК}}(s, \omega_0) W_{\text{ТО}}(s). \quad (24)$$

11. На основании (24) вычислить передаточную функцию конструируемого последовательного компенсатора

$$W_{\text{ПК}}(s, \omega_0) = \frac{v_n \omega_0^n}{(s^{n-1} + v_1 \omega_0 s^{n-2} + \dots + v_{n-1} \omega_0^{n-1})s} W_{\text{ТО}}^{-1}(s). \quad (25)$$

12. Провести комплексное исследование системы с последовательным компенсатором с передаточной функцией (25), разместив его в цепи тракта "постоянного тока" между демодулятором с фильтром и модулятором, в модельной оболочке Simulink.

13. В случае положительных результатов выполнения п. 12 осуществить техническую реализацию последовательного компенсатора на микроконтроллере, агрегированном с цифро-аналоговым преобразователем. Для этого перейти от непрерывного представления последовательного компенсатора п. 11 к его дискретному представлению с помощью процедуры c2d пакета MATLAB.

Иллюстративный пример

В качестве примера рассмотрим задачу проектирования следящего электропривода с исполнительным двигателем переменного тока. Следуя алгоритму:

1) зададим технический объект — электропривод, составленный из усилительно-преобразовательного устройства, содержащего фильтр демодулированного сигнала, сервоусилитель и асинхронный двухфазный исполнительный двигатель. Экспертная оценка состава технического объекта дает размерность $n = 3$;

2) зададим требования к показателям качества проектируемой системы:

в форме перерегулирования $\sigma_R = 0\%$, времени переходного процесса $t_{\text{пР}} = 1$ с, добротности по скорости $D_{1R} = 50 \text{ с}^{-1}$;

3) по значению $\sigma_R = 0\%$ приходим к необходимости использования ТПМ с ньютоновским размещением корней полинома знаменателя ее передаточной функции;

4) на основании выбранного варианта ТПМ и ее размерности $n = 3$, пользуясь табл. 3, оцениваем предельно допустимые значения характерис-

тической частоты ω_0 при частотах ГСН амплитудной модуляции $\omega_0 = \omega_0(f = 50) = 112,9 \text{ с}^{-1}$ и $\omega_0 = \omega_0(f = 400) = 903,2 \text{ с}^{-1}$;

5) пользуясь табл. 3, решаем задачу

$$\omega_{0R} = \max \left\{ \omega_0 = \arg \left(t_{\text{п}} = \frac{6,3}{\omega_0} = 1 \right) = 6,3; \right. \\ \left. \omega_0 = \arg(D_1 = 0,33\omega_0 = 50) = 150 \right\} = 150;$$

6) проверяем выполнения условий

$$6.1: \omega_0 = \omega_0(f = 50) = 112,9 < \omega_{0R} = 150;$$

$$6.2: \omega_0 = \omega_0(f = 400) = 903,2 < \omega_{0R} = 150;$$

7) на основании результатов проверки выполнения п. 6 устанавливаем, что выполняется только условие 6.2 и поэтому допускается выбрать аппаратные компоненты, составляющие технический объект, работающие на частоте $f = 400$ Гц;

8) на основании аппаратной компоновки ТО, описанной в п. 1, составляем его передаточную функцию

$$W_{\text{ТО}}(s) = \frac{K_{\text{п}}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)s};$$

9) пользуясь значением характеристической частоты $\omega_0 = \omega_{0R} = 150$, на основании представления (23) формируем желаемую передаточную функцию прямой ветви проектируемой системы

$$W(s, \omega_0 = \omega_{0R}) = \frac{150^3}{(s^2 + 3 \cdot 150s + 3 \cdot 150^2)s};$$

10) выполняя п.п. 10—11 алгоритма, на основании (25) вычисляем передаточную функцию конструируемого последовательного компенсатора

$$W_{\text{ПК}}(s, \omega_0) = W(s, \omega_0 = \omega_{0R}) W_{\text{ТО}}^{-1}(s) = \\ = \frac{150^3 K_{\text{п}}^{-1} (T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{s^2 + 3 \cdot 150s + 3 \cdot 150^2}. \quad \blacksquare$$

Задача аналитического конструирования последовательного компенсатора на примере системы управления техническим объектом с амплитудной модуляцией с частотой ГСН $f = 400$ Гц решена.

Заключение

Частота гармонического сигнала-носителя в системах с амплитудной модуляцией является важным системным фактором. Как его можно учесть при аналитическом конструировании последовательного компенсатора, доставляющего системе с амплитудной модуляцией требуемые показатели качества, предложено в настоящей статье.

Список литературы

1. Куракин К. И., Куракин Л. К. Анализ систем автоматического регулирования на несущей переменного тока. М.: Машиностроение, 1978. 238 с.
2. Сабинин Ю. А. Позиционные и следящие электромеханические системы. СПб.: Энергоатомиздат. Санкт-Петербургское отделение, 2001. 208 с.
3. Заде Л., Дезоер Ч. Теория линейных систем (Метод пространства состояний) / Пер. с англ. М.: Наука, 1970. 703 с.
4. Андреев Ю. Н. Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976. 424 с.
5. Григорьев В. В., Дроздов В. Н., Лаврентьев В. В., Ушаков А. В. Синтез дискретных регуляторов при помощи ЭВМ. Л.: Машиностроение, Ленингр. отделение, 1983. 245 с.
6. Джури Э. Импульсные системы автоматического регулирования. М.: Физматгиз, 1963. 456 с.
7. Julius T. Tou Modern control theory. New York: McGraw-Hill Inc., 1964. 427 p.
8. Shannon C. E. A Mathematical theory of communication // Bell System Technical Journal. 1948. V. 27. P. 379—423.
9. Основы автоматического регулирования. Теория / Под ред. В. В. Солодовникова. М.: Машгиз, 1954. 1117 с.

10. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1966. 992 с.
11. Красовский А. А., Пospelов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1962. 600 с.
12. Ким Д. П. Определение желаемой передаточной функции при синтезе систем управления алгебраическим методом // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 5. С. 15—21.
13. Дударенко Н. А., Слита О. В., Ушаков А. В. Математические основы современной теории управления: аппарат метода пространства состояний: учеб. пособ. / Под ред. А. В. Ушакова СПб.: СПбГУ ИТМО, 2008. 325 с.
14. Гайдук А. Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). М.: Физматлит, 2012. 360 с.
15. Быстров С. В., Вундер Н. А., Ушаков А. В. Решение проблемы сигнальной неопределенности при аналитическом конструировании последовательного компенсатора в задаче управления пьезоприводом // Науч.-техн. вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16, № 3. С. 451—459.
16. Brasch F. M., Jr. and J. B. Pearson. Pole placement using dynamic compensators // IEEE Trans. Automat. Contr. Feb.1970.Vol. 15, N. 1. P. 34—43.

Analytical Designing of a Consecutive Compensator for the Technical Plants' Control Systems with Modulation

S. V. Bystrov, sbystrov@mail.ru, A. S. Vasyliiev, vasyliiev_90@mail.ru,
N. A. Vunder, polinova_nina@mail.ru ✉, A. V. Ushakov, ushakov-AVG@yandex.ru,
ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: Vunder Nina A., Postgraduate Student of the Department of Control Systems and Informatics, ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation, e-mail: polinova_nina@mail.ru

Received on December 09, 2016

Accepted on June 01, 2017

The article proposes an analytical design algorithm of a consecutive compensator in the control system of a plant with amplitude modulation. The modulation is generated by using an induction motor as an actuator. This type of systems is called "quasi-discrete" because an information transmission using a harmonic carrier signal is carried out by its half-waves, that means discretely such that a discrete interval is equal to the half-period of the carrier signal. The algorithm is based on typical polynomial models parameterized by characteristic frequency. Analytical representations of quality indicators of systems with typical polynomial model are presented in the article. The bandwidth is associated with the characteristic frequency at the level of small values of the amplitude frequency response of the system. At the same time, system quality indicators are associated with frequency of the carrier signal, this follows from the Kotel'nikov-Shannon's theorem. This became the basis of the proposed algorithm. Thus, the complete algorithm of the design of control systems with target quality indicators for plants with amplitude modulation is received in this work. Results are illustrated by an example of design of a servomotor drive with an AC motor. The main power frequencies of induction motors are 50 Hz and 400 (500) Hz. Therefore, the results are oriented to these values of the signal carrier frequencies.

Keywords: typical polynomial model, characteristic frequency, amplitude modulation, stability, Kotel'nikov-Shannon's theorem, frequency of the carrier signal, quality indicators, analytical design algorithm of consecutive compensator

Acknowledgements: This work was supported by the Government of the Russian Federation, Grant 074-U01; Ministry of Education and Science of the Russian Federation, Project 14.Z50.31.0031; Russian Federation President Grant № 14.Y31.16.9281-HH.

For citation:

Bystrov S. V., Vasyliiev A. S., Vunder N. A., Ushakov A. V. Analytical Designing of a Consecutive Compensator for the Technical Plants' Control Systems with Modulation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 597—604.

DOI: 10.17587/mau.18.597-604.

References

1. Kurakin K. I., Kurakin L. K. Analiz sistem avtomaticheskogo regulirovaniya na nesushhej peremennogo toka (Analysis of automatic control systems on an AC carrier), Moscow, Mashinostroenie, 1978, 238 p. (in Russian).
2. Sabinin Ju. A. Pozitsionnye i sledjashhie jelektromehaniicheskie sistemy (Positional and servo electromechanical systems), SPb, Jenergoatomizdat. Sankt-Peterburgskoe otd-nie, 2001, 208 p. (in Russian).

3. Zadeh L., Dezoer Ch. *Teorija linejnyh sistem (Metod prostranstva sostojanij)* (Theory of Linear Systems (State Space Method)), Moscow, Nauka, 1970, 703 p. (in Russian).
4. Andreev Ju. N. *Upravlenie konechnomernymi linejnymi ob'ektami* (Control of finite-dimensional linear objects), Moscow, Nauka, 1976, 424 p. (in Russian).
5. Grigor'ev V. V., Drozdov V. N., Lavrent'ev V. V., Ushakov A. V. *Sintez diskretnyh reguljatorov pri pomoshhi JeVM* (Synthesis of discrete regulators by computer), Leningrad, Mashinostroenie. Leningr. otd-nie, 1983, 245 p. (in Russian).
6. Dzhuri Je. *Impul'snye sistemy avtomaticheskogo regulirovanija* (Pulse control systems), Moscow, Fizmatgiz, 1963, 456 p. (in Russian).
7. Julius T. *Modern control theory*, New York, McGraw-Hill Inc., 1964, 427 p.
8. Shannon C. E. A Mathematical theory of communication, *Bell System Technical Journal*, 1948, vol. 27, pp. 379–423.
9. Solodovnikov V. V. *Osnovy avtomaticheskogo regulirovanija. Teorija* (Fundamentals of automatic control. Theory), Moscow, Fizmatgiz, 1954, 1117 p. (in Russian).
10. Besekerskij V. A., Popov E. P. *Teorija sistem avtomaticheskogo regulirovanija* (Theory of automatic control systems), Moscow, Nauka, 1966, 992 p. (in Russian).
11. Krasovskij A. A., Pospelov G. S. *Osnovy avtomatiki i teh-nicheskoy kibepnetiki* (Fundamentals of Automation and Technical Cybernetics), Moscow — Leningrad, Gosjenepgoizdat, 1962, 600 p. (in Russian).
12. Kim D. P., *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, no. 5, pp. 15–21 (in Russian).
13. Dudarenko N. A., Slita O. V., Ushakov A. V. *Matematicheskie osnovy sovremennoj teorii upravlenija: apparat metoda prostranstva sostojanij: uchebnoe posobie. / Pod red. Ushakova A. V.* (Mathematical foundations of modern management theory: the apparatus of the state space method: a textbook. Ed. Ushakov A. V.), SPb, SPbGU ITMO, 2008, 325 p. (in Russian).
14. Gajduk A. R. *Teorija i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravlenija (polinomial'nyj podhod)* (Theory and methods of analytical synthesis of automatic control systems (polynomial approach)), Moscow, Fizmatgiz, 2012, 360 p. (in Russian).
15. Bystrov S. V., Vunder N. A., Ushakov A. V., *Nauchno-tehnicheskij vestnik informacionnyh tehnologij, mehaniki i optiki*, 2016, vol. 16, no. 3, pp. 451–459. (in Russian).
16. Brasch F. M., Jr. and J. B. Pearson. Pole placement using dynamic compensators, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1970, vol. 15, no. 1, pp. 34–43.

УДК 681.5.015.75

DOI: 10.17587/mau.18.604-611

В. Н. Якимов, д-р техн. наук, проф., yvnr@hotmail.com,
В. И. Батищев, д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой, vib@list.ru,
А. В. Машков, ст. преподаватель, mavstu@list.ru,
 Самарский государственный технический университет

Статистическая идентификация линейных динамических систем с использованием знакового аналого-стохастического квантования входного и выходного сигналов¹

Задача статистической идентификации импульсной переходной функции линейной динамической системы решается с использованием знакового аналого-стохастического квантования входного и выходного сигналов. Данный вид квантования позволил перейти от обработки многозарядных отсчетов входного и выходного сигналов к обработке целочисленных отсчетов времени, определяемых сменой знака результата квантования. Получены соотношения для последовательного вычисления отсчетов импульсной переходной функции, которые не требуют предварительной оценки корреляционных функций.

Ключевые слова: статистическая идентификация, динамическая система, стохастическое квантование, знаковый сигнал, отсчет времени

Введение

Импульсная переходная функция является одной из наиболее распространенных форм математического описания во временной области оператора преобразования линейных динамических систем. Классический подход к идентификации импульсной переходной функции предполагает использование предварительной информации о структуре системы и наблюдаемых сигналах на ее входе и выходе. В соответствии с данным подходом достаточно полно разработаны теоретические основы и алгоритмическое обеспечение для количественной оценки импульсной переходной функции [1–5].

Однако быстрое развитие науки, техники и инженерных технологий ведет к необходимости совершенствования существующих методов идентификации систем [6, 7]. В частности, это касается дальнейшего развития методов идентификации, основанных на бинарном представлении (бинарном квантовании) сигналов исследуемой системы. В последнее время наблюдается определенный интерес к подобному роду методов. Использование таких методов на практике в основном мотивировано тем, что они обеспечивают снижение вычислительных затрат и приводят к техническому упрощению построения аппаратуры приема и преобразования сигналов. Общий подход к идентификации систем на основе обработки данных наблюдений, представляющих собой бинарные временные последо-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-08-00269).

вательности, представлен в работе [8]. В работе [9] рассматривается возможность формирования оптимальных входных воздействий, которые могут быть использованы для построения эффективных процедур, обеспечивающих идентификацию параметров модели конечной импульсной характеристики произвольного порядка. В работе [10] решается задача построения рекурсивного алгоритма идентификации для оценивания неизвестных параметров конечной импульсной характеристики. Проблемам идентификации линейных систем по бинарным значениям наблюдений с различной структурной неопределенностью особое внимание уделено в работе [11]. В статье [12] приведена методика идентификации систем, основанная на использовании комбинации коротких и независимых циклов бинарных измерений, что обеспечивает преимущество по отношению к методам, эффективность которых может быть снижена из-за ограничений, накладываемых на длительности сигналов возбуждения.

Несмотря на преимущества, обеспечиваемые бинарным квантованием, основной проблемой его использования в процессе идентификации систем является то, что оно ведет к снижению объема информации об исследуемых сигналах. Кроме того, как правило, предполагается квантование только выходного сигнала, а входной сигнал считается известным или задается как специально сформированный тестирующий сигнал с известными характеристиками. Однако на практике процедура идентификации с применением специальных тестирующих сигналов может быть затруднена и даже может привести к нарушению технологического процесса нормального функционирования системы. Поэтому целесообразно, сохранив преимущества бинарного представления результатов экспериментальных наблюдений, обеспечить идентификацию импульсной переходной функции в условиях естественного наблюдения за входными и выходными сигналами системы. С этой точки зрения особый интерес представляет нахождение импульсной переходной функции на основе метода статистической идентификации.

Постановка задачи

Если сигналы на входе $X(t)$ и выходе $Y(t)$ системы являются случайными функциями, то задача статистической идентификации в классическом варианте сводится к решению интегрального уравнения Винера—Хопфа [1, 3, 5, 13]:

$$R_{XY}(\tau) = \int_0^{\infty} R_{XX}(v)h(\tau - v)dv,$$

где $R_{XX}(\tau)$ — корреляционная функция (КФ) сигнала $X(t)$; $R_{XY}(\tau)$ — взаимная корреляционная функ-

ция (ВКФ) сигналов $X(t)$ и $Y(t)$; $h(t)$ — импульсная переходная функция системы.

В процессе решения уравнения Винера—Хопфа исходят из необходимости учета условия физической реализуемости динамической системы. Согласно этому условию при $t < 0$ импульсная переходная функция $h(t) = 0$. Также принимают во внимание, что для устойчивых систем будет справедливо свойство $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = 0$. Поэтому на практике про-

цедуру идентификации импульсной переходной функции $h(t)$ осуществляют для интервала времени $0 \leq t \leq t_{\max}$, где $t_{\max}$ — момент времени, начиная с которого ее значения не выходят за пределы предварительно установленного коридора [1]. Кроме того, от теоретических КФ $R_{XX}(\tau)$ и ВКФ $R_{XY}(\tau)$ пе-

реходят к их оценкам $\hat{R}_{XX}(\tau)$ и $\hat{R}_{XY}(\tau)$, которые вычисляются экспериментально на конечном интервале времени $0 \leq t \leq T$ по текущим реализациям входного $X(t)$ и выходного $Y(t)$ сигналов. При этом $T \geq \tau_x$ и $T \geq \tau_{xy}$, где τ_x и τ_{xy} — соответственно интервал корреляции сигнала $X(t)$ и интервал взаимной корреляции сигналов $X(t)$ и $Y(t)$. Как следует из уравнения Винера—Хопфа, одновременно должно выполняться условие $T \geq t_{\max}$. В соответствии с этим уравнение для статистической идентификации импульсной переходной функции принимает вид [13]

$$\hat{R}_{XY}(\tau) = \int_0^{\tau} \hat{R}_{XX}(v)h(\tau - v)dv, \quad 0 \leq \tau \leq t_{\max}.$$

Дискретный аналог этого уравнения определяется соотношением [1, 3, 13]

$$\hat{R}_{XY}(k\Delta\tau) = \Delta\tau \sum_{n=0}^k \hat{R}_{XX}(n\Delta\tau)h(\Delta\tau(k - n)),$$

где $\Delta\tau$ — интервал дискретизации во времени КФ и ВКФ.

Тогда при выполнении условия $\hat{R}_{XX}(0) \neq 0$ дискретные отсчеты импульсной переходной функции могут быть вычислены следующим образом:

$$h(0) = \frac{\hat{R}_{XY}(0)}{\Delta\tau \hat{R}_{XX}(0)}, \quad (1)$$

$$h(k\Delta\tau) = \frac{1}{\Delta\tau \hat{R}_{XX}(0)} \left(\hat{R}_{XY}(k\Delta\tau) - \Delta\tau \sum_{n=0}^k \hat{R}_{XX}(n\Delta\tau)h(\Delta\tau(k - n)) \right) \text{ для } k \geq 1. \quad (2)$$

Непосредственное использование этих соотношений для идентификации импульсной переходной функции в вычислительном отношении приводит

к необходимости выполнения двух самостоятельных этапов [3]. Первоначально вычисляются два множества значений оценок $\hat{R}_{XX}(n\Delta\tau)$ и $\hat{R}_{XY}(k\Delta\tau)$. Затем на втором этапе по этим оценкам вычисляются непосредственно дискретные отсчеты $h(k\Delta t)$ импульсной переходной функции. Такой подход требует выбора способа предварительного вычисления оценок $\hat{R}_{XX}(n\Delta\tau)$ и $\hat{R}_{XY}(k\Delta\tau)$. При этом оценки $\hat{R}_{XX}(n\Delta\tau)$ и $\hat{R}_{XY}(k\Delta\tau)$ являются статистическими характеристиками, и в случае классического подхода к их определению в цифровом виде они требуют большого объема вычислений. Прежде всего, это связано с необходимостью выполнения многоразрядных операций цифрового умножения.

Таким образом, актуальное значение приобретает задача разработки такого подхода к практической реализации процесса статистической идентификации, который, во-первых, сохранял бы преимущества бинарного представления результатов экспериментальных наблюдений входного и выходного сигналов системы, а во-вторых, позволял бы реализовать цифровой алгоритм оценивания импульсной переходной функции без предварительного вычисления оценок КФ и ВКФ. Все это должно обеспечить снижение трудоемкости и упрощение процедуры вычисления отсчетов импульсной переходной функции в цифровом виде.

Решение задачи статистической идентификации с использованием знакового аналого-стохастического квантования

Достаточно эффективно решить поставленную выше задачу можно, если в качестве первичного преобразования входного $X(t)$ и выходного $Y(t)$ сигналов использовать знаковое аналого-стохастическое квантование [15].

Знаковое аналого-стохастическое квантование, так же как и бинарное квантование, по форме представления результата реализует простейшую процедуру двухуровневого преобразования непрерывного сигнала. Однако в процессе такого квантования используется равномерно распределенный вспомогательный случайный сигнал, выполняющий функцию стохастического порога квантования. В работе [14] показано, что добавление равномерно распределенного независимого вспомогательного сигнала и дискретизация — две статистически эквивалентные операции. Важным свойством такого квантования является то, что оно позволяет выполнять предельно грубое двухуровневое квантование без систематической погрешности независимо от статистических характеристик преобразуемых

сигналов [14—16]. Следовательно, оно предоставляет возможность осуществлять идентификацию импульсной переходной функции, когда закон распределения вероятностей входного и выходного сигналов системы произволен и заранее не известен.

Пусть в результате выполнения трех независимых процедур знакового аналого-стохастического квантования в пределах интервала времени T сформирован знаковый сигнал $z_1(t)$, и в пределах интервала времени $2T$ сформированы знаковые сигналы $z_2(t)$ и $z_3(t)$:

$$z_1(t) = \text{sgn}\{\dot{x}(t) + \xi_1(t)\}, z_2(t) = \text{sgn}\{\dot{x}(t) + \xi_2(t)\} \\ \text{и } z_3(t) = \text{sgn}\{\dot{y}(t) + \xi_3(t)\},$$

где $\text{sgn}\{\dots\}$ — оператор знакового преобразования; $\dot{x}(t)$ и $\dot{y}(t)$ — центрированные (с нулевым математическим ожиданием) наблюдаемые реализации сигналов $X(t)$ и $Y(t)$; $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$ и $\xi_3(t)$ — вспомогательные случайные сигналы.

Вспомогательные сигналы $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$ и $\xi_3(t)$ являются однородными. Они независимы относительно друг друга и по отношению к сигналам $X(t)$ и $Y(t)$. Мгновенные значения сигналов $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$ и $\xi_3(t)$ распределены равномерно внутри интервала от $-\xi_{\max}$ до $+\xi_{\max}$. При этом должны выполняться условия $|\dot{x}(t)|_{\max} \leq \xi_{\max}$ и $|\dot{y}(t)|_{\max} \leq \xi_{\max}$, где $|\dot{x}(t)|_{\max}$ и $|\dot{y}(t)|_{\max}$ — абсолютные максимально возможные значения, которые могут принимать реализации $\dot{x}(t)$ и $\dot{y}(t)$.

Знаковые сигналы $z_1(t)$, $z_2(t)$ и $z_3(t)$ по своему определению являются непрерывными во времени и ограниченными по уровню двумя возможными значениями -1 и $+1$, которые последовательно во времени сменяют друг друга. Поэтому динамику изменения этих сигналов в пределах интервалов времени их формирования можно однозначно описать с помощью значений в начальный момент времени идентификации t_0 и множеств отсчетов времени, в которые каждый из них пересекает нулевой уровень (т. е. меняет свое текущее значение на противоположное). В соответствии с этим для сигналов $z_1(t)$, $z_2(t)$ и $z_3(t)$ будем иметь начальные значения $z_1(t_0)$, $z_2(t_0)$ и $z_3(t_0)$ и три множества отсчетов времени $\{t_i^{z_1} : 1 \leq i \leq I - 1\}$, $\{t_j^{z_2} : 1 \leq j \leq J - 1\}$ и $\{t_q^{z_3} : 1 \leq q \leq Q - 1\}$. При этом $t_0^{z_1} = t_0^{z_2} = t_0^{z_3} = t_0$, $t_I^{z_1} = T$, $t_J^{z_2} = 2T$ и $t_Q^{z_3} = 2T$.

В качестве $\hat{R}_{XX}(n\Delta\tau)$ и $\hat{R}_{XY}(k\Delta\tau)$ возьмем оценки следующего вида [17–19]:

$$\hat{R}_{XX}(n\Delta\tau) = \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^T z_1(t) z_2(t + n\Delta\tau) dt; \quad (3)$$

$$\hat{R}_{XY}(k\Delta\tau) = \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^T z_1(t) z_3(t + k\Delta\tau) dt. \quad (4)$$

Оценки (3) и (4) являются несмещенными, т. е.

$$\begin{aligned} M[\hat{R}_{XX}(n\Delta\tau)] &= \\ &= \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^T M[z_1(t) z_2(t + n\Delta\tau)] dt = R_{XX}(n\Delta\tau); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M[\hat{R}_{XY}(k\Delta\tau)] &= \\ &= \xi_{\max}^2 T^{-1} \int_0^T M[z_1(t) z_3(t + k\Delta\tau)] dt = R_{XY}(k\Delta\tau), \end{aligned}$$

где $M[\dots]$ — оператор математического ожидания.

Несмещенность оценок $\hat{R}_{XX}(n\Delta\tau)$ и $\hat{R}_{XY}(k\Delta\tau)$ означает, что они не приводят к появлению дополнительных систематических погрешностей [16].

Так как знаковые сигналы $z_2(t)$ и $z_3(t)$ формируются на интервале $0 \leq t \leq 2T$, то оценки $\hat{R}_{XX}(n\Delta\tau)$ и $\hat{R}_{XY}(k\Delta\tau)$ могут быть вычислены для $0 \leq n\Delta\tau \leq T$ и $0 \leq k\Delta\tau \leq T$. Подставим эти оценки в выражение (2) для вычисления $h(k\Delta\tau)$. Тогда получаем

$$h(k\Delta\tau) = \frac{\xi_{\max}^2}{\Delta\tau T \hat{R}_{XX}(0)} H(k\Delta\tau), \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} H(k\Delta\tau) &= \int_0^T z_1(t) \left[z_3(t + k\Delta\tau) - \right. \\ &\quad \left. - \Delta\tau \sum_{n=1}^k z_2(t + n\Delta\tau) h(\Delta\tau(k - n)) \right] dt. \end{aligned} \quad (6)$$

Далее рассмотрим задачу вычисления дискретных отсчетов $H(k\Delta\tau)$. При этом отметим, что существенное значение имеет практическая реализация операции интегрирования. Выполнение этой операции в цифровом виде во многом будет определять вычислительную эффективность процедуры статистической идентификации.

Принимая во внимание, что знаковый сигнал $z_1(t)$ остается постоянным в пределах интервалов

времени $t_i^{z_1} \leq t \leq t_{i+1}^{z_1}$ и при этом может принимать только одно из двух возможных значений -1 или $+1$, интеграл по переменной t в выражении (6) можно представить в виде суммы интегралов. Тогда выражение (6) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} H(k\Delta\tau) &= z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \left[\int_{t_i^{z_1}}^{t_{i+1}^{z_1}} z_3(t + k\Delta\tau) dt - \right. \\ &\quad \left. - \Delta\tau \sum_{n=1}^k h(\Delta\tau(k - n)) \int_{t_i^{z_1}}^{t_{i+1}^{z_1}} z_2(t + n\Delta\tau) dt \right]. \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$a_i(k\Delta\tau) = \int_{t_i^{z_1}}^{t_{i+1}^{z_1}} z_3(t + k\Delta\tau) dt = \int_{t_i^{z_1} + k\Delta\tau}^{t_{i+1}^{z_1} + k\Delta\tau} z_3(t) dt; \quad (7)$$

$$b_i(n\Delta\tau) = \int_{t_i^{z_1}}^{t_{i+1}^{z_1}} z_2(t + n\Delta\tau) dt = \int_{t_i^{z_1} + n\Delta\tau}^{t_{i+1}^{z_1} + n\Delta\tau} z_2(t) dt. \quad (8)$$

В соответствии с этими обозначениями получаем

$$\begin{aligned} H(k\Delta\tau) &= z_1(t_0) \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i \left[a_i(k\Delta\tau) - \right. \\ &\quad \left. - \Delta\tau \sum_{n=1}^k b_i(n\Delta\tau) h(\Delta\tau(k - n)) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Из соотношения (9) следует, что задача практически свелась к нахождению коэффициентов $a_i(k\Delta\tau)$ и $b_i(n\Delta\tau)$, определяемых соотношениями (7) и (8).

Пусть для знакового сигнала $z_3(t)$ границам интервала $t_i^{z_1} + k\Delta\tau \leq t \leq t_{i+1}^{z_1} + k\Delta\tau$, в пределах которого вычисляется значение коэффициента $a_i(k\Delta\tau)$, соответствуют моменты времени $t_{m(i, z_3)}^{z_3} = t_i^{z_1} + k\Delta\tau$ и $t_{m(i, z_3) + r(i, z_3) + 1}^{z_3} = t_{i+1}^{z_1} + k\Delta\tau$, где индексы $m(i, z_3)$ и $r(i, z_3)$ являются целыми числами и обозначены так, чтобы показать их зависимость от номера интервала. В соответствии с этими обозначениями будем иметь отсчеты времени $\{t_{m(i, z_3) + 1}^{z_3}, t_{m(i, z_3) + 2}^{z_3}, \dots, t_{m(i, z_3) + r(i, z_3)}^{z_3}\}$, которые принадлежат множеству $\{t_q^{z_3} : 1 \leq q \leq Q - 1\}$ и определяют те моменты времени, в которые знаковый сигнал $z_3(t)$ последовательно пересекает нуле-

вой уровень в пределах интервала времени $t_i^{z_1} + k\Delta\tau < t < t_{i+1}^{z_1} + k\Delta\tau$.

С учетом множества моментов времени $\{t_{m(i, z_3)+1}^{z_3}, t_{m(i, z_3)+2}^{z_3}, \dots, t_{m(i, z_3)+r(i, z_3)}^{z_3}\}$, а также вследствие того, что сигнал $z_3(t)$ может принимать значения, равные только -1 или $+1$, интеграл в выражении (7) может быть вычислен аналитически, так что будем иметь:

$$a_i(k\Delta\tau) = z_3(t_i^{z_1} + k\Delta\tau) \sum_{q=m(i, z_3)}^{m(i, z_3)+r(i, z_3)+1} (-1)^{q-m(i, z_3)+1} \lambda_q t_q^{z_3}, \quad (10)$$

$$\lambda_q = \begin{cases} 1, & q = m(i, z_3) \text{ и } q = m(i, z_3) + r(i, z_3) + 1; \\ 2, & m(i, z_3) + 1 \leq q \leq m(i, z_3) + r(i, z_3). \end{cases}$$

Аналогично для коэффициентов $b_i(n\Delta\tau)$, определяемых соотношением (8), получаем

$$b_i(n\Delta\tau) = z_2(t_i^{z_1} + n\Delta\tau) \sum_{q=m(i, z_2)}^{m(i, z_2)+r(i, z_2)+1} (-1)^{j-m(i, z_2)+1} \gamma_j t_j^{z_2}; \quad (11)$$

$$\gamma_j = \begin{cases} 1, & j = m(i, z_2) \text{ и } j = m(i, z_2) + r(i, z_2) + 1; \\ 2, & m(i, z_2) + 1 \leq j \leq m(i, z_2) + r(i, z_2). \end{cases}$$

В данном случае было учтено, что для сигнала $z_2(t)$ границам интервала времени $t_i^{z_1} + n\Delta\tau \leq t \leq t_{i+1}^{z_1} + n\Delta\tau$, в пределах которого вычисляется значение коэффициента $b_i(n\Delta\tau)$, соответствуют моменты времени $t_{m(i, z_2)}^{z_2} = t_i^{z_1} + n\Delta\tau$ и $t_{m(i, z_2)+r(i, z_2)+1}^{z_2} = t_{i+1}^{z_1} + n\Delta\tau$. При этом будем иметь множество отсчетов времени $\{t_{m(i, z_2)+1}^{z_2}, t_{m(i, z_2)+2}^{z_2}, \dots, t_{m(i, z_2)+r(i, z_2)}^{z_2}\}$, которые принадлежат множеству $\{t_j^{z_2} : 1 \leq j \leq J-1\}$ и определяют те моменты времени, когда сигнал $z_2(t)$ последовательно пересекает нулевой уровень в пределах интервала времени $t_i^{z_1} + n\Delta\tau < t < t_{i+1}^{z_1} + n\Delta\tau$.

Для вычисления $h(k\Delta\tau)$ необходимо иметь оценку КФ $\hat{R}_{XX}(0)$. В свою очередь, для вычисления $h(0)$ необходимо иметь еще и оценку ВКФ $\hat{R}_{XY}(0)$. В целях получения этих оценок обратимся к соотношениям (3) и (4). Сигнал $z_1(t)$ меняет свое значение только в моменты времени $\{t_i^{z_1} : 1 \leq i \leq I-1\}$. В пределах интервалов времени $t_i^{z_1} < t < t_{i+1}^{z_1}$ он остается постоянным и принимает значение -1 или $+1$. С учетом этого, а также приняв за основу использован-

ный выше подход при выводе соотношений для вычисления коэффициентов $a_i(k\Delta\tau)$ и $b_i(n\Delta\tau)$, будем иметь:

$$\hat{R}_{XX}(0) = z_1(t_0) \xi_{\max}^2 T^{-1} \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i b_i(0); \quad (12)$$

$$\hat{R}_{XY}(0) = z_1(t_0) \xi_{\max}^2 T^{-1} \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i a_i(0). \quad (13)$$

Подставив соотношения (12) и (13), а также (9) в выражения (1) и (2) для вычисления отсчетов $h(0)$ и $h(k\Delta\tau)$, получаем

$$h(0) = \frac{A_0}{B_0}, \quad h(k\Delta\tau) = \frac{H_{\Sigma}(k\Delta\tau)}{B_0}, \quad (14)$$

где

$$A_0 = \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i a_i(0), \quad B_0 = \Delta\tau \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i b_i(0); \quad (15)$$

$$H_{\Sigma}(k\Delta\tau) = \sum_{i=0}^{I-1} (-1)^i [a_i(k\Delta\tau) - \Delta\tau C_i(k\Delta\tau)]; \quad (16)$$

$$C_i(k\Delta\tau) = \sum_{n=1}^k b_i(n\Delta\tau) h(\Delta\tau(k-n)). \quad (17)$$

Соотношения (14) в совокупности с (15)–(17) определяют алгоритм последовательного вычисления отсчетов импульсной переходной функции в дискретные моменты времени $0 \leq k\Delta\tau \leq T$ с интервалом дискретизации $\Delta\tau$. При этом общее число подлежащих вычислению отсчетов импульсной переходной функции будет равно

$$K_{\max} = \text{int}[T/\Delta\tau].$$

Из выражений (15)–(17) следует, что в соответствии с разработанным подходом основу процедур численной оценки отсчетов $h(0)$ и $h(k\Delta\tau)$ в процессе статистической идентификации импульсной переходной функции составляет вычисление коэффициентов $a_i(k\Delta\tau)$ и $b_i(n\Delta\tau)$ согласно соотношениям (8) и (9). Для того чтобы иметь возможность практического использования этих соотношений, перейдем к числовому представлению дискретных отсчетов времени $\{t_i^{z_1} : 1 \leq i \leq I-1\}$, $\{t_j^{z_2} : 1 \leq j \leq J-1\}$ и $\{t_q^{z_3} : 1 \leq q \leq Q-1\}$. Это можно сделать, используя классический подход к цифровому представлению интервалов времени с заданной точностью. Согласно этому подходу

$$\eta_i^{z_1} = \text{int}\left[\frac{t_i^{z_1}}{\Delta t}\right], \quad \eta_j^{z_2} = \text{int}\left[\frac{t_j^{z_2}}{\Delta t}\right] \text{ и } \eta_q^{z_3} = \text{int}\left[\frac{t_q^{z_3}}{\Delta t}\right],$$

где $\text{int}[\dots]$ — оператор определения целой части числа в квадратных скобках; Δt — период счетных импульсов, который должен удовлетворять требованию

$$\Delta t = \delta \cdot \min\{\Delta t_i^{z_1}; \Delta t_j^{z_2}; \Delta t_q^{z_3}\},$$

где $\Delta t_i^{z_1} = t_{i+1}^{z_1} - t_i^{z_1}$ и $0 \leq i < I$, $\Delta t_j^{z_2} = t_{j+1}^{z_2} - t_j^{z_2}$ и $0 \leq j < J$, $\Delta t_q^{z_3} = t_{q+1}^{z_3} - t_q^{z_3}$ и $0 \leq q < Q$.

Здесь δ определяет задание в относительных единицах необходимой точности числового представления отсчетов времени $t_i^{z_1}$, $t_j^{z_2}$ и $t_q^{z_3}$ в зависимости от длительности минимально возможного интервала времени $\Delta t_i^{z_1}$, $\Delta t_j^{z_2}$ или $\Delta t_q^{z_3}$. Значение δ выбирается исходя из априорных сведений о динамических и частотных характеристиках сигналов $X(t)$ и $Y(t)$. В частности, должно выполняться условие $\Delta t < k f_{\max}^{-1}$, где $k \geq 2$ и $f_{\max}$ — верхняя граничная частота в спектре сигналов $X(t)$ и $Y(t)$. Также должно выполняться условие $\Delta t \leq \Delta t$.

В результате получаем три множества целых чисел $\{\eta_i^{z_1} : 1 \leq i \leq I - 1\}$, $\{\eta_j^{z_2} : 1 \leq j \leq J - 1\}$ и $\{\eta_q^{z_3} : 1 \leq q \leq Q - 1\}$. Отметим, что $\eta_0^{z_1} = \eta_0^{z_2} = \eta_0^{z_3} = \eta_0 = 0$. Кроме того, будем иметь $N = \text{int}[T/\Delta t]$.

Отсюда следует, что $\eta_I^{z_1} = N$, $\eta_J^{z_2} = 2N$ и $\eta_Q^{z_3} = 2N$.

Тогда выражения (10) и (11) примут вид

$$a_i(k\Delta t) = z_3(\eta_i^{z_1}, k)\Delta t \sum_{q=m(i, z_3)}^{m(i, z_3)+r(i, z_3)+1} (-1)^{q-m(i, z_3)+1} \lambda_q \eta_q^{z_3}; \quad (18)$$

$$b_i(n\Delta t) = z_2(\eta_i^{z_1}, n)\Delta t \sum_{j=m(i, z_2)}^{m(i, z_2)+r(i, z_2)+1} (-1)^{j-m(i, z_2)+1} \gamma_j \eta_j^{z_2}; \quad (19)$$

$$z_3(\eta_i^{z_1}, k) = z_3(\eta_i^{z_1} \Delta t + k\Delta t);$$

$$z_2(\eta_i^{z_1}, n) = z_2(\eta_i^{z_1} \Delta t + n\Delta t).$$

Окончательно имеем, что отсчеты $h(0)$ и $h(k\Delta t)$ импульсной переходной функции вычисляются согласно выражению (14), где A_0 , B_0 и $H_\Sigma(k\Delta t)$ вычисляются в соответствии с (15)–(17). При этом для вычисления коэффициентов $a_i(k\Delta t)$ и $b_i(n\Delta t)$ разработаны соотношения (18) и (19). Таким образом, выражение (14) с учетом (15)–(17), а также соотношения (18) и (19) образуют цифровой алгоритм последовательного вычисления $K_{\max}$ отсчетов

импульсной переходной функции. Ниже представлена краткая запись основных этапов практической реализации этого алгоритма.

1. В результате знакового аналого-стохастического квантования центрированных реализаций $\dot{x}(t)$ и $\dot{y}(t)$ входного $X(t)$ и выходного $Y(t)$ сигналов системы формируются знаковые сигналы $z_1(t)$, $z_2(t)$ и $z_3(t)$

2. Определяются дискретные отсчеты времени

$$\{\eta_i^{z_1} : 1 \leq i \leq I - 1\}, \{\eta_j^{z_2} : 1 \leq j \leq J - 1\} \text{ и}$$

$$\{\eta_q^{z_3} : 1 \leq q \leq Q - 1\}.$$

3. Для $i = 1, 2, 3, \dots, I - 1$ вычисляются $a_i(0)$ и $b_i(0)$ в соответствии с соотношениями (18) и (19).

4. Вычисляются A_0 и B_0 согласно выражению (15).

5. Вычисляется $h(0) = A_0/B_0$.

6. Для $k = 1, 2, \dots, K_{\max}$ последовательно выполняются следующие действия:

6.1. Для $i = 1, 2, \dots, I - 1$ вычисляются:

6.1.1. $a_i(k\Delta t)$ согласно (18).

6.1.2. $b_i(n\Delta t)$ для $n = 1, 2, \dots, k$ согласно (19).

6.1.3. $C_i(k\Delta t)$ согласно (17).

6.2. Вычисляется $H_\Sigma(k\Delta t)$ согласно (16).

6.3. Вычисляется $h(k\Delta t) = H_\Sigma(k\Delta t)/B_0$.

7. Вывод результатов $h(k\Delta t)$ для $k = 0, 1, 2, \dots, K_{\max}$.

На основе полученного алгоритма был разработан специализированный программный модуль. Экспериментальная оценка работы этого модуля осуществлялась с использованием имитационного моделирования. В частности, был использован пример, рассмотренный в работе [3], в котором исследовалось колебательное звено, описываемое дифференциальным уравнением

$$T_0 y''(t) + 2T_0 \zeta y'(t) + y(t) = x(t),$$

где $T_0 = 0,06$ и $\zeta = 0,3$.

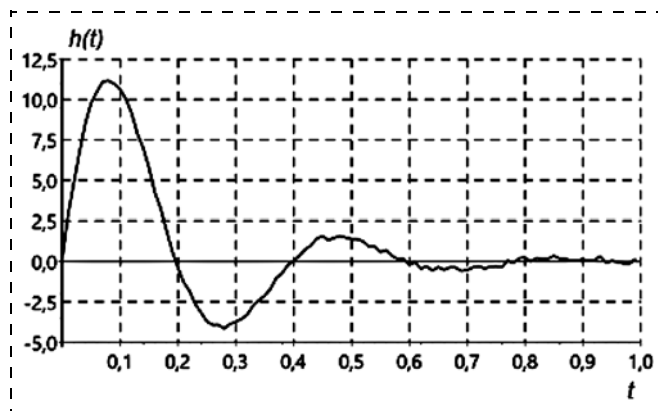
Импульсная переходная функция такого звена определяется следующим аналитическим выражением:

$$h(t) = \frac{1}{0,06\sqrt{0,91}} \exp(-5t) \sin\left(\frac{\sqrt{0,91}}{0,06} t\right).$$

В качестве одного из возможных входных сигналов использовался синусоидальный сигнал с единичной амплитудой и частотой $\omega_0 = 2\pi f = 1/T_0$, которому соответствует выходной синусоидальный отклик

$$y(t) = \frac{1}{2\zeta} \sin(\omega_0 t - \pi/2) = \frac{1}{0,6} \sin\left(\frac{t}{0,6} - \frac{\pi}{2}\right).$$

Для имитации процедуры знакового аналого-стохастического квантования был дополнительно разработан программный модуль. Идентификация импульсной переходной функции осуществлялась в пределах временного интервала $0 \leq t \leq 1$. На рисунке представлен график идентифицированной



Идентифицированная импульсная переходная функция

импульсной переходной функции, полученный для 100 ее отсчетов.

Заключение

Подводя общий итог, отметим, что ключевым моментом разработки цифровой процедуры статистической идентификации импульсной переходной функции стало использование знакового аналого-стохастического квантования в качестве первичного преобразования в цифровую форму входного $X(t)$ и выходного $Y(t)$ сигналов системы. Переход к знаковым сигналам в интегральных оценках КФ $\hat{R}_{XX}(n\Delta\tau)$ и ВКФ $\hat{R}_{XY}(k\Delta\tau)$ позволил операции интегрирования выполнить аналитически. Данное обстоятельство избавило от необходимости выбора процедуры численного интегрирования, для которой наиболее существенной проблемой является выбор шага интегрирования, что исключает методическую погрешность, вызванную выполнением этой операции. При этом исходное уравнение для вычисления отсчетов импульсной переходной функции преобразовано таким образом, что исключена необходимость предварительного вычисления оценок $\hat{R}_{XX}(n\Delta\tau)$ и $\hat{R}_{XY}(k\Delta\tau)$. В результате весь процесс статистической идентификации практически свелся к процессу вычисления коэффициентов $a_i(k\Delta\tau)$ и $b_i(n\Delta\tau)$, который не требует осуществлять обработку многоразрядных цифровых отсчетов входного $X(t)$ и выходного $Y(t)$ сигналов системы. Согласно полученным соотношениям вычисление значений коэффициентов $a_i(k\Delta\tau)$ и $b_i(n\Delta\tau)$ предполагает выполнение цифровых процедур, которые в своей основе сводятся к реализации логических операций и арифметических операций суммирования и вычитания, связанных с обработкой целочисленных значений отсчетов времени $\{\eta_i^1 : 1 \leq i \leq I - 1\}$, $\{\eta_j^2 : 1 \leq j \leq J - 1\}$ и

$\{\eta_q^3 : 1 \leq q \leq Q - 1\}$, сформированных в процессе выполнения знакового аналого-стохастического квантования. Последнее обстоятельство способствует повышению оперативности цифрового вычисления отсчетов импульсной переходной функции.

Список литературы

1. Алексеев А. А., Кораблев Ю. А., Шестопалов М. Ю. Идентификация и диагностика систем. М.: Издательский центр "Академия", 2009. 352 с.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 656 с.
3. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 2: Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 640 с.
4. Ljung L. System Identification: Theory for the User (2nd Edition). Prentice Hall PTR, 1999. 609 p.
5. Isermann R., Münchhof M. Identification of Dynamic Systems. An Introduction with Applications. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011. 705.
6. Wang L. Y., Zhao W. X. System identification: New paradigms, challenges, and opportunities // Acta Automatica Sinica. 2013. V. 39, N 7. P. 933–942.
7. He Q., Wang L. Y., Yin G. G. System identification using regular and quantized observations: Applications of large deviations principles. Springer New York, 2013. 95 p.
8. Wang L. Y., Zhang J. F., Yin G. G. System identification using binary sensors // IEEE Transactions on automatic control. 2003. Vol. 48, N. 11. P. 1892–1907.
9. Casini M., Garulli A., Vicino A. Input design in worst-case system identification using binary sensors // IEEE Transactions on automatic control. 2011. Vol. 56, N. 5. P. 1186–1191.
10. Guoa J., Zhao Y. Recursive projection algorithm on FIR system identification with binary-valued observations // Automatica. 2013. Vol. 49, N. 11. P. 3396–3401.
11. Kan S., Yin G. G., Wang L. Y. Parameter estimation in systems with binary-valued observations and structural uncertainties // International journal of control. 2014. Vol. 87, N. 5. P. 1061–1075.
12. Depraetere B., Stoev J., Pinte G., Swevers J. Identification of linear systems with binary output measurements using short independent experiments // Mechanical systems and signal processing. 2015. Vol. 50–51, N. 1. P. 296–306.
13. Keesman K. J. System Identification: An Introduction. Springer-Verlag London, 2011. 323 p.
14. Max J. Methodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques. Iss 1. Principes generaux et methodes classiques. Masson, 1981. 302 p.
15. Якимов В. Н. Обобщенная математическая модель двухуровневого знакового преобразования // Техника машиностроения. 2000. № 4. С. 72–74.
16. Мирский Г. Я. Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. М.: Энергоиздат, 1982. 320 с.
17. Якимов В. Н. Цифровой корреляционный анализ на основе интервального представления результата знакового преобразования случайных процессов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2001. № 11. С. 61–66.
18. Якимов В. Н. Структурное проектирование цифровых коррелометров для оперативного корреляционного анализа на основе аналого-стохастического квантования // Измерительная техника. 2007. № 4. С. 6–11.
19. Yakimov V. N. The structural design of digital correlometers for operational correlation analysis based on sign-function analog-stochastic quantization // Measurement Techniques. Publisher: Springer New York. 2007. Vol. 50, N. 4. P. 356–363.

Statistical Identification of the Linear Dynamic Systems with the Use of the Sign-Function Analog-Stochastic Quantization of the Input and Output Signals

V. N. Yakimov, yvnr@hotmail.com, V. I. Batyshev, vib@list.ru✉,

A. V. Mashkov, mavstu@list.ru,

Samara State Technical University, Samara, 443100, Russian Federation

Corresponding author: **Batyshev Vitaly I.**, D. Sc., Professor, Head of Department, Samara State Technical University, Samara, 443100, Russian Federation, e-mail: vib@list.ru

Received on February 01, 2017

Accepted on March 14, 2017

The article describes a new approach to solving of the problem of the statistical identification of the impulse response function with the auto- and cross-correlation functions of a linear dynamic system in a digital form. This approach is based on the use of the sign-function analog-stochastic quantization as a primary analog-to-digital conversion of the input and output of the considered system. The basis of the sign-function stochastic quantization is the use of the random auxiliary signals, which perform the function of a threshold stochastic quantization. Sign-function analog-stochastic quantization allows a coarse binary quantization without a bias and regardless of the statistical properties of the investigated random signals. The binary representation of the input and output signals of the system made possible an analytical calculation of the operators of integration in the development of the digital algorithms for estimation of the impulse response functions. The main result of the use of the sign-function analog-stochastic quantization is the transition from processing of multi-bit samples of the input and output signals to processing of the integer values of the time intervals defined by the change of the sign of the quantization result. This improves the data processing in the identification system. The final algorithms obtained for the calculation of the digital samples of the impulse response function does not require preliminary estimates of a direct calculation of the auto- and cross-correlation functions. They can be used for an online identification in real-time. A practical application of these algorithms improves the performance of the digital statistical processing of the input and output signals of the system. A brief account of the algorithmic diagram is presented. It shows the sequence of the basic instructions to be performed for calculation of the samples of the impulse response function.

Keywords: statistical identification, dynamic system, random process, sign signal, time readout, stochastic quantization

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (Grant No. 16-08-00269)

For citation:

Yakimov V. N., Batyshev V. I., Mashkov A. V. Statistical Identification of the Linear Dynamic Systems with the Use of the Sign-Function Analog-Stochastic Quantization of the Input and Output Signals, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 604–611.

DOI: 10.17587/mau.18.604-611

References

1. Alekseev A. A., Korablev Ju. A., Shestopalov M. Ju. *Identifikacija i diagnostika sistem* (Identification and diagnostics systems), Moscow, Izdatel'skij centr "Akademija", 2009, 352 p. (in Russian).
2. Pupkov K. A., Egupov N. D. ed. *Metody klassicheskoj i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravlenija* (Methods of classical and modern automatic control theory). Vol. 1. *Matematicheskie modeli, dinamicheskie harakteristiki i analiz sistem avtomaticheskogo upravlenija* (Mathematical models, dynamic characteristics and analysis of automatic control systems), Moscow, Publishing house of MGTU im. N. Je. Bauman, 2004, 656 p. (in Russian).
3. Pupkov K. A., Egupov N. D. ed. *Metody klassicheskoj i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravlenija* (Methods of classical and modern automatic control theory). Vol. 2. *Statisticheskaja dinamika i identifikacija sistem avtomaticheskogo upravlenija* (Statistical dynamics and identification of automatic control systems), Moscow, Publishing house of MGTU im. N. Je. Bauman, 2004, 640 p. (in Russian).
4. Ljung L. *System Identification: Theory for the User*, Prentice Hall PTR, 1999, 609 p.
5. Isermann R., Münchhof M. *Identification of Dynamic Systems. An Introduction with Applications*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011, 705 p.
6. Wang L. Y., Zhao W. X. System identification: New paradigms, challenges, and opportunities, *Acta Automatica Sinica*, 2013, vol. 39, no. 7, pp. 933–942.
7. He Q., Wang L. Y., Yin G. G. System identification using regular and quantized observations: Applications of large deviations principles, Springer, New York, 2013, 95 p.
8. Wang L. Y., Zhang J. F., Yin G. G. System identification using binary sensors, *IEEE Transactions on automatic control*, 2003, vol. 48, no. 11, pp. 1892–1907.
9. Casini M., Garulli A., Vicino A. Input design in worst-case system identification using binary sensors, *IEEE Transactions on automatic control*, 2011, vol. 56, no. 5, pp. 1186–1191.
10. Guoa J., Zhao Y. Recursive projection algorithm on FIR system identification with binary-valued observations, *Automatica*, 2013, vol. 49, no. 11, pp. 3396–3401.
11. Kan S., Yin G. G., Wang L. Y. Parameter estimation in systems with binary-valued observations and structural uncertainties, *International Journal of Control*, 2014, vol. 87, no. 5, pp. 1061–1075.
12. Depraetere B., Stoev J., Pinte G., Swevers J. Identification of linear systems with binary output measurements using short independent experiments, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2015, vol. 50–51, no. 1, pp. 296–306.
13. Keesman K. J. *System Identification: An Introduction*, Springer-Verlag London, 2011, 323 p.
14. Max J. *Methodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques*. Vol. 1. *Principes generaux et methodes classiques*, Masson, 1981, 302 p.
15. Yakimov V. N. *Obobshchennaya matematicheskaya model dvukhurovnovogo znakovogo preobrazovaniya* (Generalized mathematical model of two-level symbolic conversion), *Tekhnika Mashinostroeniya*, 2000, no. 4, pp. 72–74 (in Russian).
16. Mirskij G. Ja. *Harakteristiki stohasticheskoy vzaimosvjazi i ih izmerenija* (Characteristics of stochastic relationships and their measurement), Moscow, Jenergoizdat, 1982, 320 p. (in Russian).
17. Yakimov V. N. *Tsifrovoy korrelyatsionnyy analiz na osnove intervalnogo predstavleniya rezultata znakovogo preobrazovaniya sluchaynykh protsessov* (Digital correlation analysis based on interval representation of the result of symbolic transformations of random processes), *Pribory i Sistemy. Upravlenie, Kontrol, Diagnostika*, 2001, no. 11, pp. 61–66 (in Russian).
18. Yakimov V. N. *Strukturnoe proektirovanie tsifrovyykh korrelometrov dlya operativnogo korrelyatsionnogo analiza na osnove znakovogo analogo-stokhasticheskogo kvantovaniya* (The structural design of digital correlators for operative correlation analysis based on the sign-analog stochastic quantization), *Izmeritel'naya Tekhnika*, 2007, no. 4, pp. 6–11 (in Russian).
19. Yakimov V. N. The structural design of digital correlometers for operational correlation analysis based on sign-function analog-stochastic quantization, *Measurement Techniques*, Springer, New York, 2007, vol. 50, no. 4, pp. 356–363.

Обзорные материалы экспертов ГНЦ РФ "Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт робототехники и технической кибернетики" (ГНЦ РФ ЦНИИ РТК) о перспективах развития робототехники.

ГНЦ РФ ЦНИИ РТК является одним из крупнейших исследовательских центров России, и в январе 2018 года исполняется 50 лет с момента его создания. ГНЦ РФ ЦНИИ РТК обладает развитой научно-исследовательской и конструкторско-технологической базой, уникальными испытательными стендами, опытным производством и осуществляет выполнение научно-исследовательских, опытно-конструкторских и технологических работ, услуг в области создания и производства средств технической кибернетики и робототехники космического, воздушного, наземного и морского базирования.

УДК 001.18:004.896:621.865.8

DOI: 10.17587/mau.18.612-615

А. В. Лопота, д-р техн. наук, директор-главный конструктор, alopota@rtc.ru,

Б. А. Спасский, канд. техн. наук, нач. сектора, bors@rtc.ru,

ГНЦ РФ "Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт робототехники и технической кибернетики" (ГНЦ РФ ЦНИИ РТК), Санкт-Петербург

Робототехника. Взгляд в будущее

Статья посвящена основным направлениям развития робототехники. Отмечается, что в области сервисных роботов для профессионального использования основные усилия будут направлены на проведение исследований и разработок в области транспорта, обороны и безопасности, работ в экстремальных условиях под водой и в высокорadioактивных средах, при этом ключевым элементом повышения эффективности беспилотных систем станет повышение уровня их автономности. Особое внимание будет уделяться созданию биоподобных технических устройств для разработки "мягких роботов" и биосовместимых манипуляторов и обеспечению эффективного взаимодействия человека и робота.

Ключевые слова: робототехника, развитие робототехники, промышленный робот, сервисный робот, технологии робототехники, автономное транспортное средство, взаимодействие человека и робота

Во всех передовых странах развитие робототехники осуществляется под государственным контролем. Правительства определяют стратегические цели этого развития, формируют структуры для их реализации и программы работ с государственным и частным финансированием, при этом государство выступает в роли координатора, в то время как основной объем финансирования поступает со стороны бизнеса [1]. В настоящее время в гражданском секторе подавляющее большинство роботов приходится на долю промышленных образцов, без развития и увеличения парка которых невозможно дальнейшее повышение эффективности производства. В 2016 году по различным оценкам в мире было введено в строй порядка 290 000 единиц промышленных роботов, примерно 65 % из которых приходится на Азию и Австралию, а в 2019 году в мире прогнозируется установка уже более 400 000 новых промышленных роботов [2]. Однако с уверенностью можно сказать, что основная доля гражданского

применения роботов вскоре сместится в область бытового обслуживания населения. Мощным стимулом для этого становится сложившаяся в ряде промышленно развитых стран демографическая ситуация — старение населения [1]. Уже сегодня можно говорить о роботах-компаньонах и роботах-сиделках, которые могут следить за состоянием здоровья подопечного, давать лекарство, вызывать помощь в опасных ситуациях, оказывать бытовые услуги и скрашивать одиночество чтением, беседой или игрой. И если в 2016 году таких роботов было продано порядка 5000 единиц, то в период с 2017 по 2019 год прогнозируется продажа уже 32 000 единиц [3, с. 24]. В качестве интересного примера можно привести говорящего робота Ки-робо, который выполнял роль компаньона японского астронавта Коити Ваката во время его полета на борту международной космической станции в 2013—2014 годах. Этот маленький человекоподобный робот умел распознавать лица, голоса, жесты

и речь, автоматически обрабатывать естественный язык и с помощью голосового синтезатора речи общаться по-японски [4].

Что касается сервисных роботов для профессионального использования, то и здесь прогнозируется значительный рост их продаж. За четыре года — (с 2016 по 2019) планируется выпустить более 330 000 таких роботов общей стоимостью более 23 миллиардов долларов. Серьезные усилия будут направлены на проведение исследований и разработок в области транспорта, обороны и безопасности, работ в экстремальных условиях под водой и в высокочастотных средах. Так, в 2016—2019 годах в мире планируется выпустить более 75 000 роботов для обеспечения обороны и безопасности, потратив на них более 3,5 миллиарда долларов [3, с. 20]. Среди них будут роботы-пожарные, роботы для ликвидации последствий природных и техногенных катастроф, проведения поисковых и спасательных операций, обезвреживания самодельных взрывных устройств. Основными задачами таких роботов являются разведка, поиск пострадавших, охрана, инспекция и контроль доступа к стратегически важным объектам, патрулирование зданий и территорий, эвакуация или ликвидация на месте опасных предметов. Эти роботы во многом схожи с военными роботами для осуществления разведки и гуманитарного разминирования. Ранее большая часть финансирования военной робототехники направлялась на разработку беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), а теперь — преимущественно в их серийное производство. Только США в 2017 году планируют потратить на эти цели более 4,6 миллиарда долларов. БПЛА стали настолько обычным явлением, что некоторые специалисты говорят о возможной замене в не слишком отдаленном будущем боевых самолетов на БПЛА [5]. В отличие от БПЛА большинство наземных мобильных роботов еще не выпускаются большими сериями. Разработка сухопутных роботов военного назначения оказалась в значительной степени более сложной, чем разработка БПЛА, поскольку наземные роботы должны функционировать в неструктурированных средах с препятствиями. Несмотря на большой успех использования мобильных роботов для борьбы со взрывными устройствами в Ираке и Афганистане, эти системы базируются на относительно низком уровне технологий, поскольку все они, как правило, являются дистанционно управляемыми машинами. Поэтому в ближайшие годы ожидается, что усилия разработчиков будут направлены на создание и интеграцию новых технологий для роботов наземного базирования. Планируется увеличение финансирования также разработок безэкипажных систем морского базирования. Ключевым элементом по-

вышения эффективности современных беспилотных систем станет повышение уровня их автономности. Высокий уровень автономности системы позволит ей адаптироваться к изменению миссии в процессе ее выполнения, например, при постановке новых целей и задач, поступлении дополнительной информации, изменении погодных условий или ухудшении рабочих характеристик транспортного средства и т. д. [6].

Одной из перспективных задач робототехники является проблема коллективного поведения роботов. Особо сложный вариант такого коллективного поведения — взаимодействие роботов различного базирования: наземных или сухопутных мобильных роботов, БПЛА, безэкипажных кораблей или безэкипажных катеров (БЭК) и автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА). Целесообразность применения гетерогенных групп роботов вытекает из задач, связанных с высокорискованными поисковыми, спасательными работами и операциями по предотвращению аварийных ситуаций или ликвидацией последствий природных и техногенных катастроф. Например, группа, состоящая из БПЛА и наземных мобильных роботов, хорошо подходит для поисково-спасательных работ в условиях городской среды или для выполнения задачи обследования подземных шахт в аварийной ситуации перед направлением туда горноспасателей. Беспилотные системы выполняют работу по картографированию сети туннелей и получению изображений потолков и стен. При этом наземное транспортное средство может выступать в качестве носителя и базы для дозаправки и пополнения запасов летательного аппарата, что позволяет существенно увеличить время автономного функционирования группы. Использование групп воздушных и наземных роботов также является весьма перспективным для обнаружения, локализации и тушения пожаров.

Найдется работа и для групп роботов, включающих беспилотные аппараты воздушного и морского (надводного или подводного) базирования. Задачами таких групп станет обеспечение безопасности портов, обслуживание их инфраструктуры и реагирование на чрезвычайные ситуации. Актуальна и задача поиска и эвакуации объектов, плавающих на поверхности моря. К задачам, которые предстоит совместно решать АНПА и БПЛА, можно отнести отслеживание в режиме реального времени нефтяных загрязнений, измерение температурных градиентов, распространение вредоносных цветущих водорослей, поиск мин и многие другие [7].

Все больше роботов будет использоваться и в сельском хозяйстве. Широкое распространение получили доильные роботы, которых только в 2016 году было выпущено около 6000 единиц. Разрабатываются и внедряются роботы для автоматического

выпаса скота, обработки земли на поле и в тепличных хозяйствах, высадки рассады, сбора и сортировки урожая [3, с. 20].

Говоря о будущем робототехники, нельзя обойти вниманием космические роботы. К категории космических роботов относят три основных типа космических аппаратов: сервисные космические аппараты (орбитальные роботы-манипуляторы), роботы-помощники космонавта и напланетные роботы (роверы). В обозримой перспективе человек будет осваивать ближний космос в тесной связке с автоматами, которые будут решать задачи обслуживания и ремонта спутников, мониторинга и контроля геофизической активности, природных и техногенных катастроф. Роботы будут бороться с засоренностью околоземного космического пространства остатками техногенной деятельности человека, а также станут элементом защиты Земли от кометно-астероидной опасности. Дальний же космос еще долгие годы будет оставаться сферой деятельности автоматических межпланетных станций. И на Луну сначала вернутся автоматы и роботы, подготавливая плацдарм для будущих полетов человека. Поверхность нашего естественного спутника станет испытательным полигоном для технических средств, которые люди будут использовать для освоения других планетарных систем. Да и тогда, когда мы достигнем технологического уровня, достаточного для организации межпланетных экспедиций, к другим планетам человек направится не в одиночку, а вместе с роботами [8].

Важной задачей является обеспечение коммуникации человека и робота. При обмене информацией человек передает роботу команды управления, а робот передает информацию о состоянии собственных систем, своем относительном и абсолютном положении в пространстве, ходе выполнения задачи. Уровень обмена информацией должен соответствовать режиму управления и, соответственно, уровню автономности робота. Параллельно с разработкой новых автономных и полуавтономных мобильных робототехнических систем различного назначения будут разрабатываться новые технологии создания интерфейсов связи человека с роботом. В недалеком будущем взаимодействие человека и робота преодолеет технический подход, когда сначала проектируется робот, а затем разрабатывается интерфейс связи с оператором [9]. Интерфейсы будут разрабатываться параллельно с роботом, обеспечивая адаптивное изменение уровней автономности в зависимости от выполняемой подзадачи, они станут простыми и интуитивно понятными, не перегруженными избыточными функциями. И тогда роботами смогут управлять не только хорошо подготовленные и тренированные операторы, а самые обычные люди, простые поль-

зователи. Распространенными способами передачи информации станут жестикоуляционная коммуникация и речевые технологии, а операторы профессиональных сервисных роботов в зависимости от обстановки будут действовать как наблюдатели, контролеры или супервайзоры.

В последние годы научный мир робототехники уделяет особое внимание исследованию биологических процессов и созданию биоподобных технических устройств. Исследуются естественные механизмы движения, и эта информация используется для разработки нового поколения роботов — "мягких роботов". Вместо традиционных жестких структур используются нетравматичные мягкие, податливые органические структуры, материалы и поверхности. Потребность в мягких, гибких и ловких биосовместимых манипуляторах для обработки биологических объектов, таких как ткани и отдельные клетки, существует и в области цитологии, биомедицины и малоинвазивной хирургии [10]. Кстати, из 23 миллиардов долларов, которые будут потрачены в 2016—2019 годах на приобретение сервисных роботов, более 7 миллиардов будет израсходовано на медицинские роботы.

Чем ближе становится робот к человеку, чем теснее их взаимодействие, тем большую остроту приобретают этические, правовые и социальные аспекты внедрения роботов в жизнь нашего общества. Это тоже проблема, которую придется решать уже в ближайшие годы.

Быстрому развитию робототехники способствует развитие информационных и коммуникационных технологий, электроники, биотехнологий и нанотехнологий. Разработки в области квантовых вычислений и нанотехнологий выльются в качественное улучшение робототехнических систем, дистанционно управляемых машин и автономных роботов [11]. Будут широко применяться доступные на коммерческом рынке относительно недорогие технологии получения изображений высокого разрешения, передачи и отображения информации, а также глобальные системы позиционирования. И все это произойдет уже в самом ближайшем будущем.

Список литературы

1. **Спасский Б. А.** Зарубежные программы развития робототехники // Робототехника и техническая кибернетика. 2015. № 1 (6). С. 6—11.
2. **World Robotics.** Industrial Robots 2016 // International Federation of Robotics (IFR) Statistical Department. С. 17—18.
3. **World Robotics.** Service Robots 2016 // International Federation of Robotics (IFR) Statistical Department.
4. **Kirobo Project Report** // Kibo Robo Project. URL: <http://kibo-robot.jp/en/report> (дата обращения: 29.05.2017).
5. **John Gordon IV** et. al. Comparing U. S. Army Systems with Foreign Counterparts. RAND Corporation Research Report 2015. URL: http://www.rand.org/pubs/research_reports/RR716.html (дата обращения: 29.05.2017)
6. **Климов Р. С., Лопота А. В., Спасский Б. А.** Тенденции развития наземных робототехнических систем военного назна-

чения // Робототехника и техническая кибернетика. 2015. № 3 (8). С. 3—10.

7. **Спасский Б. А.** Совместное применение беспилотных аппаратов различного базирования. Обзор состояния развития // Робототехника и техническая кибернетика. 2016. № 2 (11). С. 8—19.

8. **Виноградов П. В., Железняков А. Б., Спасский Б. А.** Некоторые направления развития космической робототехники // Робототехника и техническая кибернетика. 2015. № 4 (9). С. 3—12.

9. **Спасский Б. А.** Обзор современных интерфейсных систем операторов мобильных наземных роботов // Робототехника и техническая кибернетика. 2016. № 4 (13). С. 21—31.

10. **Khalidi A.** Soft, flexible micromanipulators comprising polypyrrole trilayer microactuators // *Electroactive Polymer Actuators and Devices (EAPAD) 2015*. URL: <http://spie.org/Publications/Proceedings/Volume/9430> (дата обращения: 29.05.2017).

11. **U. S. Navy** Information Dominance Roadmap, 2013—2028. *Public Intelligence*. URL: <https://publicintelligence.net/usnavy-information-dominance/> (дата обращения: 29.05.2017).

Robotics. A View of the Future

A. V. Lopota, alopota@rtc.ru, **B. A. Spassky**, bors@rtc.ru✉,
Russian State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics,
St. Petersburg, 194064, Russian Federation

Corresponding author: **Spassky Boris A.**, Ph. D., Russian State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics, St. Petersburg, 194064, Russian Federation, e-mail: bors@rtc.ru

Received on May 29, 2017

Accepted on June 08, 2017

The paper is devoted to the main trends in development of robotics. Its authors point out that in the next decade most of the civilian applications of robots will shift to the sphere of the consumer services. As far as the service robots for professional uses are concerned, considerable efforts will be concentrated on research and development in the field of transport, defense and security, in the extreme conditions of operation in the submersed and highly radioactive environments. The robots will clean the near-Earth space of the remains of the technological activities and will also become a part of the planetary defense against comets and asteroids. It is expected that the efforts of the developers will be aimed at creation and integration of new technologies for the ground-based and sea-based robots. Cooperative behavior and control of the heterogeneous groups of robots will be a challenging task for scientists. Particular attention will be paid to development of biosimilar technical devices, "soft" robots and biocompatible manipulators. The main tasks of the ground-based robots still are reconnaissance, search for people injured in the hard-to-reach areas, security, inspection and provision of access to the strategically important facilities, patrolling of buildings and territories, evacuation or on-site elimination of hazards. At that, a key element for improvement of the unmanned systems' efficiency will be their higher level of autonomy. The authors note that an important task of the robotics is to ensure an effective communication between humans and robots. The prevailing methods of communication will be gesticulation and speech technologies. A widespread introduction of robots will inevitably raise the question of the legal and social aspects of the human-robot interaction.

Keywords: robotics, development of robotics, industrial robot, service robot, robotic technologies, autonomous vehicle, human-robot interaction

For citation:

Lopota A. V., Spassky B. A. Robotics. A View of the Future, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 612—615.

DOI: 10.17587/mau.18.612-615

References

1. **Spassky B. A.** *Zarubezhnye programmy razvitiya robototekhniki* (Foreign robotics roadmaps), *Robotics and Technical Cybernetics*, 2015, vol. 1 (6), pp. 6—11 (in Russian).

2. **World Robotics. Industrial Robots 2016**, International Federation of Robotics (IFR) Statistical Department, pp. 17—18.

3. **World Robotics. Service Robots 2016**, International Federation of Robotics (IFR) Statistical Department.

4. **Kirobo Project Report, Kibo Robo Project**, available at: <http://kibo-robot.jp/en/report> (date of access 29.05.2017).

5. **Gordon IV J.** et al. Comparing U. S. Army Systems with Foreign Counterparts. *RAND Corporation Research Report 2015, RAND Corporation Research Report 2015*, available at: http://www.rand.org/pubs/research_reports/RR716.html (date of access 29.05.2017).

6. **Klimov R. S., Lopota A. V., Spassky B. A.** *Tendencii razvitiya nazemnykh robototekhnicheskikh sistem voennogo naznacheniya* (Trends of military unmanned ground vehicles), *Robotics and Technical Cybernetics*, 2015, vol. 3 (8), pp. 3—10 (in Russian).

7. **Spassky B. A.** *Sovmestnoe primeneniye bespilotnykh apparatov razlichnogo bazirovaniya. Obzor sostojaniya razvitiya* (Application of heterogeneous robotic systems. State-of-the-art), *Robotics and Technical Cybernetics*, 2016, vol. 2 (11), pp. 8—19 (in Russian).

8. **Vinogradov P. V., Zheleznyakov A. B., Spassky B. A.** *Nekotorye napravleniya razvitiya kosmicheskoy robototekhniki* (Modern directions of space robotics development), *Robotics and Technical Cybernetics*, 2015, vol. 4 (9), pp. 3—12 (in Russian).

9. **Spassky B. A.** *Obzor sovremennykh interfeysnykh sistem operatorov mobil'nykh nazemnykh robotov* (Review of modern human-robot interface systems of unmanned ground vehicles), *Robotics and Technical Cybernetics*, 2016, vol. 4 (13), pp. 21—31 (in Russian).

10. **Khalidi A.** et al. Soft, flexible micromanipulators comprising polypyrrole trilayer microactuators, *Electroactive Polymer Actuators and Devices (EAPAD) 2015*, available at: <http://spie.org/Publications/Proceedings/Volume/9430> (date of access 29.05.2017).

11. **U. S. Navy** Information Dominance Roadmap, 2013—2028, *Public Intelligence*, available at: <https://publicintelligence.net/usnavy-information-dominance/> (date of access 29.05.2017).



Международная научно-техническая конференция «ЭКСТРЕМАЛЬНАЯ РОБОТОТЕХНИКА»

2–3 ноября 2017 года

ГНЦ РФ ЦНИИ РТК,
Тихорецкий пр., 21,
Санкт-Петербург

ПЕРВОЕ ИНФОРМАЦИОННОЕ СООБЩЕНИЕ

Организатор конференции

- ГНЦ РФ ЦНИИ РТК

Оформление участия в конференции

Для участия в конференции необходимо направить регистрационную форму, материалы доклада и экспертное заключение о возможности публикации на e-mail: mrspb@rtc.ru

Финансовые условия

Стоимость участия и условия оплаты на сайте <http://er.rtc.ru/>

Требования к тезисам и докладам

Тезисы доклада (на русском и английском языках) не более 1 страницы, а также материалы доклада, аннотация, ключевые слова на русском языке (не более 5 страниц) и на английском языке (не более 5 страниц) пересылаются на e-mail: mrspb@rtc.ru в виде файла в формате Word for Windows.

Формат страниц – А4, поля: верхнее и нижнее – 1,8 см, левое и правое – 1,9 см. Шрифт текста – Times New Roman Cyr 11 пунктов, позиция табуляции абзаца – 0,8, единичный междустрочный интервал. Таблицы, рисунки, формулы, графики (как объекты) вставляются в текст и обязательно должны содержать название. Графики должны быть выполнены в черно-белом варианте.

Инициалы авторов, фамилия – по центру, шрифт – полужирный курсив, интервал после – 9 пунктов; название – по центру, шрифт – прописной полужирный; интервал после – 9 пунктов; название организации, город, e-mail авторов: шрифт – курсив, интервал после – 9 пунктов; основной текст.

Библиографические ссылки даются арабскими цифрами в квадратных скобках. Список литературы – через 6 пунктов после текста без заголовка и абзаца.

Тематика конференции

- **Проектирование робототехнических систем**
Методы, опыт проектирования и применения.
- **Робототехника для экстремальных условий функционирования**
Космическая и морская робототехника. Робототехника для чрезвычайных условий катастроф и аварий.
- **Военная и антитеррористическая робототехника**
Боевые, боевого обеспечения и антитеррористические робототехнические системы. Разведка, разминирование, охрана, спасательные и транспортные операции.
- **Робототехника в медицине и в сфере обслуживания**
Оказание первой помощи. Обслуживание больных и инвалидов, их реабилитация. Микророботы для обследования и лечения внутренних органов.

Основные этапы и даты

Предоставление заявки на участие, тезисов доклада, материалов доклада, экспертного заключения о возможности публикации	до 31 мая 2017
Рассмотрение материалов Программным комитетом и уведомление участников о принятии докладов	до 16 июня 2017
Проведение конференции	2–3 ноября 2017

Официальный язык

Русский; Английский

Председатель программного комитета:

д.т.н., профессор Евгений Иванович Юревич
Тел.: (812) 5524544; e-mail: yurevich@rtc.ru

Секретариат конференции:

Вольяс Татьяна Владимировна
Тел.: (812) 5524162; e-mail: mrspb@rtc.ru

С. М. Джафаров, д-р техн. наук, проф., jafarovsm@gmail.com,

Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, г. Баку,

П. С. Джафаров, канд. техн. наук, науч. сотр., jafarovsm@gmail.com,

А. М. Мустафаева, аспирант, aida.mustafayeva.1981@mail.ru,

Национальная академия наук Азербайджана, Институт систем управления, г. Баку

Синтез оптимального нечеткого Т-S-регулятора для системы управления мобильным роботом с применением теории хаоса

С использованием теории хаоса предложена методика синтеза оптимальных Т-S-регуляторов для управления нелинейным многосвязным динамическим объектом — мобильным роботом. На основе хаотического процесса разработана система автоматической настройки параметров нечетких регуляторов, обеспечивающих оптимальность вектора показателей качества процесса управления движущимся объектом.

Ключевые слова: мобильный робот, генератор хаотических чисел, нечеткий Т-S-регулятор, интегрально-квадратичная ошибка, перерегулирование, степень затухания колебаний

Существует ряд нелинейных динамических систем, детерминированные движения в которых являются нерегулярными — хаотичными [1–3]. Такие явления в научной литературе называют "детерминированным хаосом", "внутренней стохастичностью" или просто "хаосом".

В динамических системах хаотические процессы (нерегулярные движения) могут быть характеризованы и как "желательные" (положительные), и как "нежелательные" (отрицательные) [1, 3].

При наличии в системе управления (СУ) "нежелательных" хаотических переходных процессов с ними стараются бороться. В этом случае, изменяя структуру или параметры регулятора СУ, добиваются ликвидации нежелательных хаотических движений [2, 3]. При необходимости использования "положительного" характера хаотического процесса для решения задач управления в СУ искусственно создают нерегулярные — хаотические — движения путем введения специального нелинейного элемента. В качестве примеров применения теории хаоса для решения задач нечеткой оптимизации, математического программирования, регрессионного анализа и синтеза параметров нечетких терм-множеств управления можно указать работы [1–4]. В частности, в работе [4] поставлена и решена задача разработки метода синтеза регулятора для нелинейного объекта управления с применением элементов теории хаоса.

Следует отметить, что в известных работах синтез параметров регулятора СУ, как правило, осуществляется по скалярному оптимальному критерию качества процесса управления — интегральной квадратичной ошибке регулирования. Однако существует ряд объектов управления с нерегулярными свободными движениями, в частности манипуляционные и мобильные роботы [1, 4–6, 11], СУ которых должны удовлетворять условию оптималь-

ности по векторному критерию качества процессов управления, например, минимальности перерегулирования, максимальной степени устойчивости, быстродействия, минимальности интегральной квадратичной ошибки.

В настоящей работе предложена методика решения задачи синтеза СУ мобильным роботом с использованием нечеткого Т-S-регулятора (Takagi — Sugeno) и элементов теории хаоса.

Постановка задачи синтеза нечеткого Т-S-регулятора

Пусть объектом управления является мобильный робот, математическая модель которого описывается нелинейным дифференциальным уравнением вида [6]

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(x)x(t) + B(x)u(t); \\ y(t) &= Cx(t),\end{aligned}\quad (1)$$

где $x(t) = [\dot{x}_w, \dot{y}_w(t), \dot{\phi}(t)]^T$ — вектор состояний, компонентами которого являются скорости движения по координатным осям OX_w, OY_w и скорость угла поворота направления платформы мобильного робота; $y(t)$ — выходные координаты мобильного робота по координатным осям и углу поворота; $u(t)$ — управляющие переменные, вырабатываемые приводами соответствующего колеса. Осуществив ряд простых преобразований, математическую модель мобильного робота (1) можно представить следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_w(t) &= a_1 \dot{x}_w(t) - a_2 \dot{\phi}(t) \dot{y}_w(t) + u_1(t); \\ \ddot{y}_w(t) &= a_2 \dot{\phi}(t) \dot{x}_w(t) + a_1 \dot{y}_w(t) + u_2(t); \\ \ddot{\phi}_w(t) &= a_3 \dot{\phi}_w(t) + u_3(t).\end{aligned}\quad (2)$$

Обозначим ЛП — лингвистическое правило и M — нечеткое терм-множество. Тогда объект управления вида (2) с достаточной точностью можно представить следующей нечеткой моделью [3, 6]:

ЛП^{*i*}: если $x_3(t)$ около M^i , тогда

$$\dot{x} = A_i x(t) + u(t); \quad (3)$$

$$y(t) = x(t), i = 1, 2, 3, \quad (4)$$

где

$$A_1 = \begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{vmatrix}, A_2 = \begin{vmatrix} a_1 & -a_2 d & 0 \\ a_2 d & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{vmatrix},$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 d & 0 \\ a_2 d & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{vmatrix};$$

$x_3(t) = \dot{\phi}_w(t)$ — скорость угла поворота направления платформы мобильного робота.

Коэффициенты уравнений (3), (4) определяются через соответствующие параметры

$$m = 16,6 \text{ кг}, L = 0,193 \text{ м}, r = 0,04 \text{ м},$$

$$I_V = 0,2518 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, c = 8,1633 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с},$$

$$I_w = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

реального мобильного робота по следующим выражениям [4]:

$$a_1 = -2c/(mr^2 + 2I_w) = -0,0599,$$

$$a_2 = 2I_w/(mr^2 + 2I_V) = 0,0081,$$

$$a_3 = 4cL^2/(4I_wL^2 + I_Vr^2) = -0,2901,$$

$$d = \dot{\phi}(t) = 1,5 \text{ рад/с}.$$

Для мобильного робота, описываемого математической моделью (2)—(4), закон управления выберем в классе "интеллектуальных регуляторов" с двумя регулирующими обратными связями — по ошибке выходных переменных и по переменным состояния. Полагаем, что закон управления роботом осуществляется по следующей нечеткой модели Такажи и Суджено (или Т-S-модели), состоящей из совокупности продукционных правил:

ЛПУ^{*i*}: если $x_3(t)$ около M_i , тогда

$$u(t) = K_i x(t) + G_i e(t), \quad (5)$$

где K_i, G_i — матрицы коэффициентов регуляторов по состоянию $x(t)$ и по ошибке управления $e(t)$; $e(t) = [e_1(t), e_2(t), e_3(t)]^T$ — ошибка управления по

выходным переменным $y(t) = [y_1(t), y_2(t), y_3(t)]^T$, которые определяются следующими выражениями:

$$\dot{e}(t) = y_T(t) - y(t) = y_T(t) - Cx(t), \quad (6)$$

где $y_T(t) = [y_{1T}(t), y_{2T}(t), y_{3T}(t)]^T$ — задания СУ мобильного робота, которые отвечают планируемым желаемым траекториям его движения.

Для удобства сравнения эффективности предложенной методики синтеза оптимальных настроечных параметров регулятора СУ с известными работами [5, 6] функции принадлежности нечетких терм-множеств M_i ($i = 1, 2, 3$) лингвистических правил (3) и (5) выбраны треугольного вида:

$$\mu_{M_1}(x_3) = \begin{cases} 1 - |d - |x_3||/D_{11}, & \text{если } d > |x_3| \geq -d; \\ 1, & \text{если } x_3 \leq -d; \\ 0, & \text{если } |x_3| > D_{11}; \end{cases}$$

$$\mu_{M_2}(x_3) = \begin{cases} 1 - |x_3|/D_{21}, & \text{если } 0 > x_3 > -d; \\ 1, & \text{если } x_3 = 0; \\ 1 - |x_3|/D_{22}, & \text{если } d \geq x_3 > 0; \end{cases} \quad (7)$$

$$\mu_{M_3}(x_3) = \begin{cases} 1 - |x_3 - d|/D_{31}, & \text{если } d > x_3 > D_{31} > 0; \\ 1, & \text{если } x_3 \geq d; \\ 0, & \text{если } x_3 < -d, \end{cases}$$

где D_{ij} — постоянные, соответствующие нечетким терм-множествам треугольного вида.

Учитывая выбранную структуру нечеткой СУ мобильным роботом (2)—(4), задачу ее параметрического синтеза можно сформулировать следующим образом: требуется найти такие матрицы $K_i^{\text{opt}}, G_i^{\text{opt}}$ нечетких Т-S-регуляторов по ошибке и по переменным состояния (5), а также параметры M_i^{opt} нечетких терм-множеств M_i лингвистических правил, которые при переводе объекта управления из начального состояния x_0, y_0 в конечное состояние x_f, y_f обеспечивают СУ оптимальность по векторному критерию качества процессов управления — минимум интегральной квадратичной ошибки J_1 , максимум степени затухания колебаний J_2 и минимум перерегулирования переходного процесса J_3 :

$$J_1[K_i, G_i, M_i] = \int_0^\infty e^2(t)dt \rightarrow \min_{K, G, M}; \quad (8)$$

$$J_2[K_i, G_i, M_i] = \frac{e^{2\min}(t)}{e^{1\min}(t)} \rightarrow \max_{K, G, M}; \quad (9)$$

$$J_3[K_i, G_i, M_i] = \frac{y_3(t) - y(t)}{y_3(t)} \rightarrow \min_{K, G, M}, \quad (10)$$

$$K_i \in K, G_i \in G, M_i \in M,$$

где $e^{1\min}(t)$ и $e^{2\min}(t)$ — значения первого и второго минимума колебательного переходного процесса по ошибке, $y_3(t)$ — установившееся значения переходного процесса СУ.

Так как реальный мобильный робот должен быть управляемым, то можно предполагать, что существуют такие множества настроечных матриц регуляторов по ошибке G и переменным состояниям K , а также множества настроечных параметров нечетких терм-множеств M , которые решают поставленную задачу.

Решение задачи синтеза настроечных параметров нечетких Т-S-регуляторов

Поскольку поставленную задачу синтеза параметров нечетких регуляторов СУ по векторным критериям решить на основе известных аналитических методов [1–12] практически невозможно, обратимся к методам теории хаоса. Синтез параметров регуляторов K_j , G_j и нечетких терм-множеств M_j будем осуществлять по итеративной процедуре в соответствии с обобщенной функциональной схемой, представленной на рисунке.

На первом этапе составляется математическая модель замкнутой СУ мобильным роботом в соответствии с системой (2) (или (3), (4)) и выражениями (5)–(7), затем на ее основе формируется дискретная рекуррентная модель для компьютерной симуляции замкнутой СУ. Для оценки вектора показателей качества переходных процессов в системе выбирается шаг дискретизации и формируются дискретные выражения критериев (8)–(11).

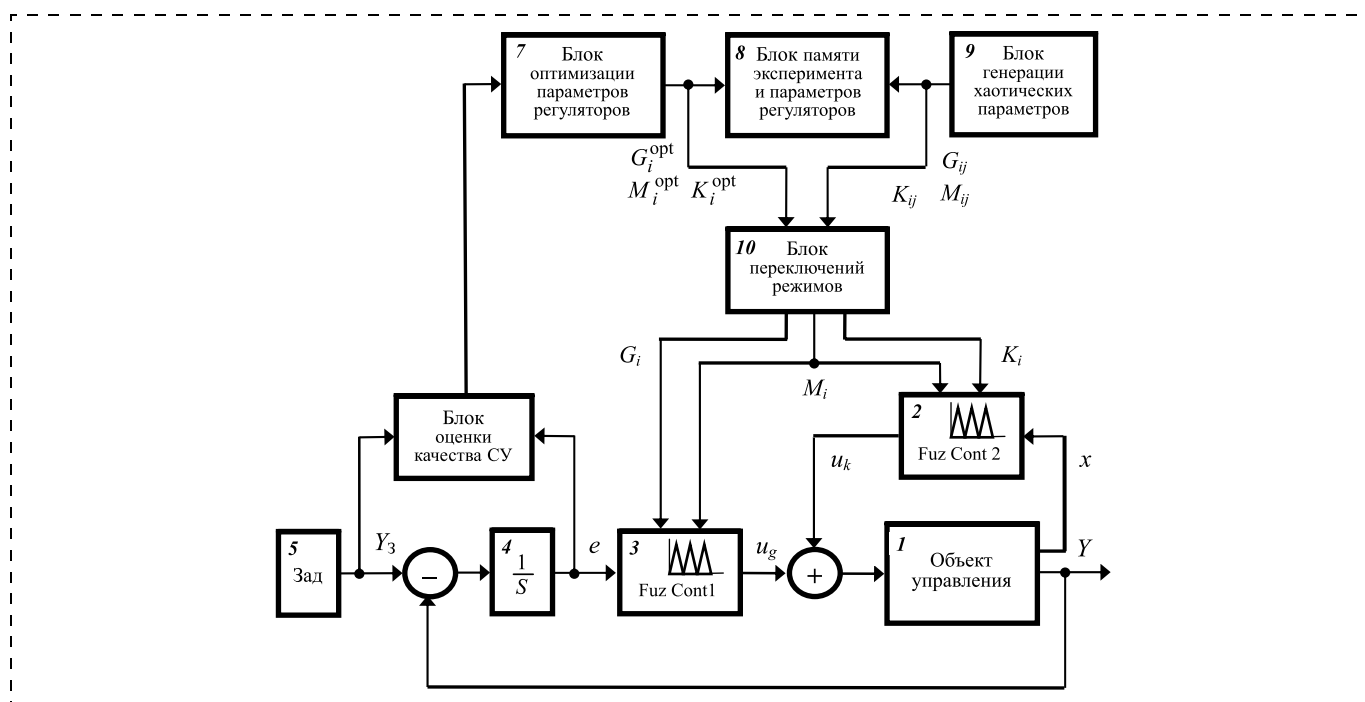
На втором этапе подбираются начальные и конечные состояния, время наблюдения каждого эксперимента T_H (которое в 2...5 раз превышает время переходных процессов в системе), число экспериментов, начальные оценки критерия качества.

На третьем этапе разрабатываются генераторы хаотических чисел — матрицы размера 3×3 для регуляторов по ошибке G_j , фазовых переменных K_j и параметров нечетких терм-множеств M_j . Затем в генераторах хаотических чисел случайным образом $J_{\text{раз}}$ изменяются настроечные параметры указанных матриц, и в результате получаем семейства матриц G_{ij} ($j = 1, 2, \dots, J$) ошибок, K_{ij} ($j = 1, 2, \dots, J$) регулятора переменных состояний и параметров M_{ij} ($j = 1, 2, \dots, J$) нечетких терм-множеств (7). Начальные значения G_{ij} , K_{ij} , M_{ij} задаются из допустимых областей: $G_{ij} \in [0, G_i]$, $K_{ij} \in [0, K_i]$, $M_{ij} \in [0, M_i]$.

Фиксируются номера генерации $j = 1, 2, \dots, J$ и соответствующие два последних значения параметров-матриц настройки регуляторов $G_{ij} = \{G_{ij\text{эксп}}\}$, $K_{ij} = \{K_{ij\text{эксп}}\}$, $M_{ij} = \{M_{ij\text{эксп}}\}$. Эти значения присваиваются соответствующим настроечным параметрам нечетких регуляторов по ошибке и переменным состояниям.

После присвоения начальных значений параметров нечетких Т-S-регуляторов и соответствующих генераторов хаотических чисел осуществляется моделирование замкнутой СУ.

Далее после каждого проведенного j -го эксперимента, т. е. моделирования СУ на интервале наблюдения T_H , оцениваются (вычисляются) значения вектора показателей качества процесса управления: интегральной квадратичной ошибки J_{1nj} ,



Функциональная схема автоматической настройки параметров оптимального нечеткого Т-S-регулятора

степени затухания J_{2nj} и перерегулирования переходных процессов J_{3nj} по каждой переменной ($j = 1, 2, \dots$), $n = 1, 2, 3$ — номер переменной СУ.

Следующим этапом синтеза является определение оптимальных значений критериев качества $J_{1n}^{\text{opt}}, J_{2n}^{\text{opt}}, J_{3n}^{\text{opt}}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), которые находятся простым сравнением их значений в $(j - 1)$ -м эксперименте:

$$\min\{J_{1nj}, J_{1nj-1}\} = J_{1n}^{\text{opt}}, \max\{J_{2nj}, J_{2nj-1}\} = J_{2n}^{\text{opt}};$$

$$\min\{J_{3nj}, J_{3nj-1}\} = J_{3n}^{\text{opt}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Затем функционалам $J_{1nj-1}, J_{2nj-1}, J_{3nj-1}$ присваиваются значения

$$J_{1nj-1} = J_{1n}^{\text{opt}}, J_{2nj-1} = J_{2n}^{\text{opt}}, J_{3nj-1} = J_{3n}^{\text{opt}}$$

$$(n = 1, 2, 3), (j = 1, 2, \dots)$$

и запоминаются номера экспериментов (генерации), т. е. оптимальные (наилучшие значения настроечных параметров) матрицы нечетких Т-S-регуляторов по ошибке $G_{ij} = G_i^{\text{opt}}$ и по переменным состояния $K_{ij} = K_{ij}^{\text{opt}}, M_{3j} = M_3^{\text{opt}}, \forall j \in [\overline{1, m}]$.

Таким образом, приведенная многоэтапная методика автоматизированного синтеза параметров нечетких Т-S-регуляторов СУ позволяет решить поставленную задачу, причем она дает возможность осуществить практически очень большое число имитационных экспериментов, так как при оптимизации критериев качества процессов управления (8)–(10) необходимо запоминать результаты только лишь последних шести экспериментов.

Поясним ключевые этапы предложенной методики синтеза параметров нечетких Т-S-регуляторов по ошибке выходов, по переменным состояния и нечетких терм-множеств с использованием элементов теории хаоса на элементах функциональной блок-схемы (см. рисунок).

Блок 1 представляет собой объект управления, т. е. его математическую модель вида (1). В блоках 2 и 3 реализуются нечеткие Т-S-регуляторы по переменным состояния и ошибке в соответствии с выражениями (5), (6). Значения настроечных параметров нечетких Т-S-регуляторов, т. е. матриц G_{ij} и K_{ij} , а также параметры нечетких терм-множеств M_{ij} задаются из блока переключателей 10, входы которых соединены с блоком 9. В блоке 9 генерируются хаотические числовые значения матриц G_{ij}, K_{ij} и M_{ij} , причем генерация последовательных хаотических чисел осуществляется по нижеследующим ло-

гистическим функциям с различными начальными условиями:

$$z_{ijm+1} = (1 + b_{ij})z_{ijm}(1 - \sqrt{z_{ijm}}), i, j = \overline{1, 9}; \quad (11)$$

$$k_{ijm} = K_{ij}z_{ijm}, g_{ijm} = G_{ij}z_{ijm}, \forall b_{ij} \in [5,72, 5,75].$$

В экспериментах вектор показателей качества переходных процессов СУ J_1, J_2, J_3 оценивается в блоке 6 в соответствии с формулами (8)–(10) и оценки передаются в блок оптимизации 7. Здесь определяется номер эксперимента с наилучшей, оптимальной оценкой вектора качества переходного процесса и запоминается сам номер эксперимента и значения настроечных параметров (матрицы) регуляторов по переменным состояния и по ошибке выхода.

Отметим, что генерация хаотических треугольного вида нечетких чисел осуществляется в соответствии с логистической функцией (аналогично (11)). Согласно формуле (7) параметры нечетких терм-множеств определяются соответствующими генераторами хаотических чисел: $D_{11}, S_{21}, D_{22}, D_{31}, M_2$ (мода второго нечеткого множества):

$$D_{ijm+1} = \lambda_{ij}D_{ijm}(D_{ijN} - D_{ijNm})/D_{ijN},$$

$$i = 1, 2, 3; j = 1, 2,$$

$$M_{2m} = \lambda_M M_{2Zm}, \lambda_M, \lambda_{ij} \in [3,75, 3,785].$$

Оптимальные значения оценок вектора качества $J_1^{\text{opt}}, J_2^{\text{opt}}, J_3^{\text{opt}}$, номер эксперимента m^* , изменения параметров нечетких регуляторов $K^{\text{opt}}, G^{\text{opt}}$ и M^{opt} запоминаются в блоке памяти 8.

Использование достаточно большого числа имитационных экспериментов позволяет уйти от локальных оптимальных решений, т. е. определить почти глобальный оптимум оценки вектора показателей качества качества $J_1^{\text{opt}}, J_2^{\text{opt}}, J_3^{\text{opt}}$ и, тем самым, синтезировать наилучшие значения матриц — параметров настройки нечетких Т-S-регуляторов переменных состояния и выхода ($K_i^{\text{opt}}, G_i^{\text{opt}}$). Заметим, что шаг дискретизации в генераторах хаотических чисел значим для определения глобального оптимума.

Блок переключателей 10 предназначен для переключения системы из экспериментального режима настройки в режим реальной работы системы управления мобильным роботом с переобученными (синтезированными) параметрами нечетких Т-S-регуляторов (блоки 2 и 3). Задающие воздействия по выходным переменным y_{1T}, y_{2T}, y_{3T} формируются в блоке 5.

Экспериментальные результаты

Техническая реализация предложенной методики синтеза параметров нечетких регуляторов осуществлена с использованием М-языка в среде MATLAB с использованием пакетов Simulink и Fuzzy Logic Toolbox.

В качестве начальных условий для переменных состояния и выходных переменных приняты следующие значения:

$$\begin{aligned} y_{10} &= 2, y_{20} = 2,1, y_3 = 0,40, \\ x_{10} &= 1,5, x_{20} = 2, x_{30} = 0,2. \end{aligned}$$

При компьютерном моделировании в качестве безразмерного времени проведения экспериментов выбрано значение 20, с шагом дискретизации (Fixed Step) 0,01.

В результате проведенных имитационных экспериментов найдены следующие оптимальные значения параметров настройки нечетких регуляторов:

$$K_1^{\text{opt}} = \begin{vmatrix} -17,61 & 2,61 & 0 \\ 3,71 & -15,21 & 3,91 \\ 1,82 & -1,33 & -29,9 \end{vmatrix};$$

$$K_2^{\text{opt}} = \begin{vmatrix} -21,61 & -1,92 & 1,15 \\ 1,11 & 26,98 & -3,71 \\ 2,91 & 3,87 & -26,81 \end{vmatrix};$$

$$K_3^{\text{opt}} = \begin{vmatrix} -14,58 & 0,29 & 1,67 \\ -1,26 & -19,9 & 0,78 \\ -0,97 & -0,96 & -20,9 \end{vmatrix};$$

$$G_1^{\text{opt}} = \begin{vmatrix} 199,2 & -0,58 & -0,12 \\ 0,98 & 202,1 & 1,18 \\ 1,88 & 0,062 & 221,2 \end{vmatrix};$$

$$G_2^{\text{opt}} = \begin{vmatrix} 201,3 & 0,812 & 1,67 \\ -1,28 & 196,1 & 0,68 \\ 2,33 & 1,17 & 211,7 \end{vmatrix};$$

$$G_3^{\text{opt}} = \begin{vmatrix} 198,1 & 0,68 & 1,71 \\ -2,08 & 189,9 & -1,41 \\ -2,61 & 2,04 & 209,2 \end{vmatrix};$$

$$M_1^{\text{opt}} = (-1,5, -1,5, 0,3);$$

$$M_2^{\text{opt}} = (-1,5, -0,5, 1,5);$$

$$M_3^{\text{opt}} = (0,2, 1,5, 1,5).$$

Для сравнительной оценки качества переходных процессов синтезированных СУ по предложенной выше и по известной методике [6] при

одинаковых начальных условиях проведена серия компьютерных экспериментов.

Результаты экспериментальных исследований показали, что синтезированная СУ мобильным роботом более эффективна, чем синтезированная по известной методике [6]: суммарная интегральная квадратичная ошибка управления системы, синтезированной по известной методике, составила 0,2605, а по вышеизложенной методике — 0,2113, т. е. качество процесса управления улучшилось примерно на 18,8 %.

Список литературы

1. Нусратов О. К., Джафаров П. С., Зейналов Э. Р., Мустафаева А. М., Джафаров С. М. Аналитический метод синтеза регулятора с нечеткой Т-S моделью для управления нелинейным динамическим объектом-манипулятором робота с гибким соединением // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 8. С. 54—61.
2. Jafarov P. S., Zeynalov E. R., Jafarov S. M., Mustafayeva A. M. The Analytical Method of Synthesis of a Controller with a Fuzzy T-S model for Control of a Flexible Joint Robot Arm // Proc. of Sixth International Conference on Soft Computing with Words and Perceptions in Sistem Analysis, Decision and Control, Turkey, Antliya, 1—2 September. 2011. P. 107—113.
3. Zhong Li. Fuzzy Chaotic Systems. Springer, 2006. 299 p.
4. Зейналов Э. Р., Мустафаева А. М., Джафаров П. С., Джафаров С. М. Проектирование системы автоматизированного синтеза регулятора в САУ на основе теории хаоса // Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems. 2013. Vol. XXXIII, N. 6. P. 139—146.
5. Chung-Hsun Suu, Yien-Tien Wang, Cheng-Chung Chang. Switching T-S Fuzzy model-based guaranteed Cost control for two-wheeled Mobile robots // International Journal of innovative Computing, information and Control. Vol. 8, N. 5 (A), May 2012. P. 3015—3028.
6. Chong-Cheng Shing, Yee-Chang Lin, and Pau-Lo Hsu. The T-S Fuzzy Design and Implementation for Nonlinear Motion Systems with Control Redundancy // Proc. of the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, July 6—11, 2008. P. 6867—6872.
7. Цой Дунъюэ. Разработка нечеткой модели для управления колесными мобильными роботами // X научная конференция МГТУ "СТАНКИН" — ИММ РАН: Сб. докл. 2007. С. 247—249.
8. Hsiao M. Y., Wang C. T. A Finite-Time Convergent Interval Type-2 Fuzzy Sliding-Mode Controller Design for Omnidirectional Mobile Robots // International Conference on Advanced Robotics and Intelligent systems (ARIS). 2013.
9. Мартыненко Ю. Г. Управление движением мобильных колесных роботов // Фундаментальная и прикладная математика. 2005. Т. 11, № 8. С. 29—80.
10. Сиек Ю. Л., Сакович С. Ю. Робастный подход к синтезу нечетких законов управления движением подводного робота // XII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2014). М.: ИПУ РАН, 2014. С. 3844—3852.
11. Зейналов Э. Р. Разработка методов синтеза регуляторов для динамических объектов, описываемые различными типами нечетких дифференциальных уравнений // Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, 2013. Vol. XXXIII, N. 6. P. 78—89.
12. Кудинов Ю. И., Дорохов И. Н., Пашенко Ф. Ф. Нечеткие регуляторы и системы управления // Проблемы управления. 2004. Вып. 3. С. 2—14.

Synthesis of the Optimal Fuzzy T-S Controller for the Mobile Robot System Using the Chaos Theory

S. M. Jafarov, jafarovsm@gmail.com✉,

Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, AZ1010, Azerbaijan

P. S. Jafarov, jafarovsm@gmail.com, A. M. Mustafayeva, aida.mustafayeva.1981@mail.ru,
Azerbaijan National Academy of Sciences. Institute of Control Systems, Baku, AZ1141, Azerbaijan

Corresponding author: Jafarov Saetdin M., D. Sc., Professor,
Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, AZ1010, Azerbaijan,
e-mail: jafarovsm@gmail.com

Received on February 21, 2017

Accepted on February 28, 2017

There are a series of non-linear dynamic objects (or systems), which is chaotic-nonregular [1–3]. In such systems dynamic chaotic processes (irregular movement), that is the phenomenon can be characterized as "desirable" (positive) or "undesirable" (negative) [1, 3]. In the present work, it has been proposed the method of designing automatic synthesis problem of intellectual control system (CS) with using of the elements of chaos theory, i. e. tuning parameters of knowledge base T-S controller, which provides the optimal quality of the vector criterion. The control object is a mobile robot that moves in all directions (omni-directional-OD), a mathematical model, of which is described by nonlinear differential equation [6]. For nonlinear object — OD mobile robot the control law is chosen in the intelligent controllers class with two elastic feedback: If $x_j(t)$ is about M_i . Then $u(t) = K_i x(t) + G_i e(t)$, where $e(t)$ — is three-dimensional vector error, $x(t)$ — is three-dimensional vector state of OD mobile robot. According to the phase variables and error, as well as the parameters M_i^{opt} of the term fuzzy sets of linguistic rules, it is required to determine such optimal matrices K_i^{opt} , G_i^{opt} of fuzzy T-S regulators which, while transferring of the systems from the initial state x_0, y_0 to the final state x_f, y_f would assure optimality of the vector quality criterion, i. e. the minimum of integral square error — $J_1[K, G, M]$, high damping degree of the oscillations — $J_2[K, G, M]$ and minimum overshoot transient — $J_3[K, G, M]$ in the CS. In order to solve the above-mentioned problem, synthesis of the parameters of fuzzy controllers K_i, G_i can be implemented on the basis of chaos theory according to the vector criterion. The synthesis of controller parameters K_i, G_i and fuzzy term sets M_i are carried out by iterative procedure in accordance with system of automatic synthesis parameters (ASP) of fuzzy T-S regulators. Then, according to systems of simulation experiments it is determined $G_i^{\text{opt}}, K_i^{\text{opt}}$ and M_i^{opt} , that provides the optimal values on CS vector of the quality criterion. The experimental results showed that the synthesized CS mobile robot is relatively efficient than synthesized system by well-known paper [1, 4, 6]. Since the total integral quadratic error of the control system synthesized by a known method [1, 6] was 0,2605 and above at 0,2113 the proposed method, i.e., quality is improved by about 18,8 %.

Keywords: omnidirectional mobile robot, chaos theory, fuzzy T-S controller, overshoot, integral square error, damping degree

For citation:

Jafarov S. M., Jafarov P. S., Mustafayeva A. M. Synthesis of the Optimal Fuzzy T-S Controller for the Mobile Robot System Using the Chaos Theory, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 617–622.

DOI: 10.17587/mau.18.617-622

References

1. Nusratov O. K., Jafarov P. S., Zeynalov E. R., Mustafayeva A. M., Jafarov S. M. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, no. 8, p. 54–61 (in Russian).
2. Jafarov P. S., Zeynalov E. R., Jafarov S. M., Mustafayeva A. M. The Analytical Method of Synthesis of a Controller with a Fuzzy T-S model for Control of a Flexible Joint Robot Arm, *Proc. of Sixth International Conference on Soft Computing with Words and Perceptions in Sistem Analysis, Decision and Control*, Turkey, Antalya, 1–2 September, 2011, pp. 107–113.
3. Zhong Li. *Fuzzy Chaotic Systems*, Springer, 2006, 299 p.
4. Zeynalov E. R., Mustafayeva A. M., Jafarov P. S., Jafarov S. M. Design of the system of automatic synthesis of regulator in CS based on chaos theory, *Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems*, vol. XXXIII, no. 6, 2013, pp. 139–146.
5. Chung-Hsun Suu, Yien-Tien Wang, Cheng-Chung Chang. Switching T-S Fuzzy model-based guaranteed Cost control for two-wheeled Mobile robots, *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, May 2012, vol. 8, no. 5 (A), pp. 3015–3028.
6. Chong-Cheng Shing, Yee-Chang Lin, and Pau-Lo Hsu. The T-S Fuzzy Design and Implementation for Nonlinear Motion Systems with Control Redundancy, *Proc. of the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control*, Seoul, Korea, July 6–11, 2008, pp. 6867–6872.
7. Chu Dunyue. Development of fuzzy model for controlling wheeled mobile robot, *Proc. of X scientific conference of MSTU "Stankin" and educational and scientific centre of mathematical modeling of MSTU "Stankin"*, IMM RAS, 2007, p. 247–249 (in Russian).
8. Hsiao M. Y., Wang C. T. A finite —time convergent interval type-2 fuzzy sliding-mode controller design for omnidirectional mobile robots, *International Conference on Advanced Robotics and Intelligent Systems (ARIS)*, 2013.
9. Martinenco U. G. Control motion of wheeled mobile robot, *Fundamental and Applied Mathematics*, 2005, vol. 11, no. 8, pp. 29–80.
10. Siec U. L., Sakhovic S. U. Robust approach to the synthesis fuzzy motion underwater robot control laws, *Proc. of XII All Russia meeting for control problem RMCP — 2014*, Moscow 16–19 June, 2014, pp. 3844–3852 (in Russian).
11. Zeynalov E. R. Development of methods to synthesize the controllers for dynamic objects described by different types of the fuzzy differential, *Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems*, 2013, vol. XXXIII, no. 6, pp. 78–89.
12. Kudinov Yu. I., Dorochov I. N., Paschenko F. F. Fuzzy regulators and control systems, *Problemy Upravleniya*, 2004, vol. 3, pp. 2–14 (in Russian).

В. В. Долиненко, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., **В. А. Коляда**, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.,
Е. В. Шаповалов, канд. техн. наук, зав. отделом, eshapovalov@paton.kiev.ua,
Т. Г. Скуба, вед. инженер-программист,
Институт электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины

Расчет устойчивых режимов МИГ/МАГ сварки корневых швов

Предложена методика расчета численных оценок устойчивости режима МИГ/МАГ сварки корневого шва стыка типа С17 с помощью безразмерного критерия подобия π_2 . Получена двумерная зависимость эффективной тепловой мощности дуги от скорости сварки и зазора. Выполнен расчет устойчивых режимов сварки корневого шва с зазором 2,0...3,5 мм для скоростей сварки 2,0...9,0 мм/с.

Ключевые слова: МИГ/МАГ сварка, корневой шов, разделка кромок с зазором, проплавление основного металла, устойчивый режим сварки, безразмерный критерий π_2

Введение

Сварка МИГ/МАГ корневого шва является одной из наиболее ответственных операций при формировании односторонних многопроходных стыковых соединений с разделкой кромок [1–3]. Форма и размеры корневого шва имеют существенное значение и во многом определяют надежность и качество всего сварного соединения. Известным способом получения гарантированного провара корневого шва является применение подкладки (остающейся или неостающейся). Однако использование различного вида подкладок или вставок в большинстве случаев существенно ухудшает работоспособность сварного соединения, создает условия возникновения в них трещин, усложняет подготовку изделия под сварку. Серьезным препятствием также является наличие изменяющегося зазора между кромками стыка. Поэтому разработка технологии сварки корневого шва без подкладки (на весу) при наличии изменяющегося зазора является актуальной задачей.

Известны работы, относящиеся к проблеме рационального выбора режима сварки корневого шва [4–7], однако в них отражается преимущественно практический аспект научных исследований. В данной работе использована методика численного расчета температурного поля (оценка границ проплавления) в сварном шве при сварке МИГ/МАГ корневого шва, которая позволяет синтезировать требуемые регрессионные модели для управления режимом сварки в реальном времени. Как показывает практика, преимущества такого подхода перед чисто экспериментальными исследованиями состоят в следующем: 1) отсутствует необходимость в изготовлении многочисленных образцов из трубной стали с заданными параметрами разделки кро-

мок; 2) отсутствует необходимость прецизионной сборки свариваемых соединений с использованием прихваток для обеспечения точных значений зазоров в стыке; 3) имеется возможность анализа проплавления при нулевом значении непланарности поверхностей стыка; 4) отсутствует необходимость в аренде сварочного оборудования и привлечении технологического персонала для проведения многочисленных сварочных экспериментов; 5) отсутствует необходимость в изготовлении многочисленных макрошлифов и т. д. Таким образом, применение численного моделирования проплавления для сварки МИГ/МАГ корневого шва позволяет значительно ускорить разработку технологий сварки корневых швов.

Постановка задачи

Разработка регрессионной модели тепловложения для сварки МИГ/МАГ корневого шва при наличии зазора между кромками стыка требует создания такой методики численного моделирования, которая бы обеспечивала получение адекватной формы проплавления для различных значений параметров геометрии разделки, высоты корневого шва и скорости сварки. Целесообразность такой постановки задачи связана с существенной ролью термического КПД проплавления основного металла. Для данных условий сварки термический КПД имеет существенную зависимость от скорости сварки. Это означает, что та часть общей тепловой энергии, которая обеспечивает формирование сварочной ванны, при снижении скорости сварки может резко уменьшиться. В результате проплавление будет недостаточным.

Экспериментальные исследования макрошлифов корневых швов, выполненных в разделке типа

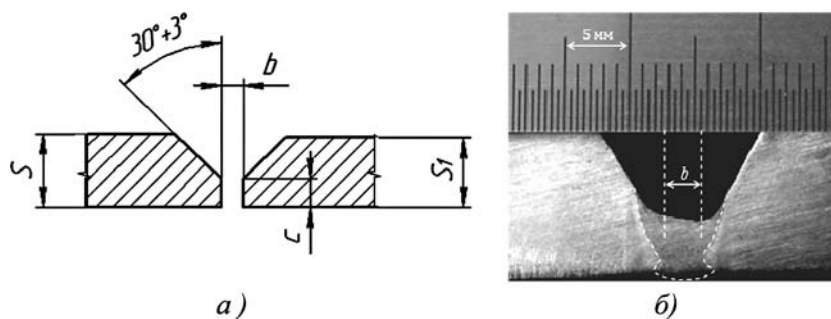


Рис. 1. Геометрия разделки типа С17 (а) и макрошлиф корневого шва (б):
 b — зазор; C — величина притупления; S, S_1 — толщины свариваемых изделий

С17 [8] (рис. 1, а) способом МИГ/МАГ сварки (нижнее положение, защитный газ CO_2 , проволока Св08-Г2С) показали, что форма проплавления основного металла (показано штриховой линией) малоуглеродистой низколегированной стали имеет Х-образный вид (рис. 1, б) с существенным утончением в области притупления кромок.

В настоящее время для выполнения численного моделирования процесса проплавления основного металла при сварке МИГ/МАГ в качестве модели источника тепловой энергии сварки используют как те, которые воздействуют на поверхность изделия и сварочной ванны [9], так и источники объемного характера, которые задают тепловое поле во внутренних областях свариваемых деталей. Параметры объемного источника тепла рассчитываются таким образом, чтобы геометрические характеристики полученной при этом сварочной ванны и проплавления соответствовали практическим результатам. Можно отметить исследования таких ученых, как Дж. Голдак [10] и А. Люндбек [11], в работах которых достаточно убедительно обосновывается возможность применения объемных источников тепловой энергии применительно к моделированию процессов МИГ/МАГ сварки. Несмотря на то что с феноменологической точки зрения применение объемных источников тепловой энергии может считаться некорректным, результаты численного моделирования по многим аспектам с инженерной точностью соответствуют практическим результатам.

Для получения адекватного проплавления предложено усложнить структуру модели источника тепла сварки — использовать систему двух источников тепла типа "двойной эллипсоид", которые расположены друг над другом в пространстве зазора (рис. 2, см. вторую сторону обложки).

Решение задачи

Как известно, модель объемного источника тепла типа "двойной эллипсоид" имеет расширенный на-

бор параметров, позволяющих задавать размеры отдельно его головной и хвостовой частей [11]:

$$\begin{cases} q_3(\xi, y, z, z_0) = \frac{6\sqrt{3}F_f q_3}{A_f B_y C_z \pi \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{3\xi^2}{A_f^2}\right) \times \\ \times \exp\left(-\frac{3y^2}{B_y^2}\right) \exp\left(-\frac{3(z-z_0)^2}{C_z^2}\right), \text{ если } \xi \geq 0, \\ q_3(\xi, y, z, z_0) = \frac{6\sqrt{3}F_r q_3}{A_r B_y C_z \pi \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{3\xi^2}{A_r^2}\right) \times \\ \times \exp\left(-\frac{3y^2}{B_y^2}\right) \exp\left(-\frac{3(z-z_0)^2}{C_z^2}\right), \text{ если } \xi < 0, \\ F_f + F_r = 2, \frac{F_f}{F_r} = \frac{A_f}{A_r}, \end{cases} \quad (1)$$

где $q_3(\cdot)$ — удельный объемный тепловой поток ($\text{Дж} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{м}^{-3}$); $\xi = x + x_0 + V_{\text{св}}(t - \tau)$; q_3 — эффективная тепловая мощность процесса нагрева изделия сварочной дугой; A_f, A_r, B_y, C_z — параметры, задающие характер объемного распределения теплового потока вдоль осей x, y и z ; F_f, F_r — константы, задающие мощность головной и хвостовой эллипсоидов соответственно; x_0 — смещение вдоль оси сварки; z_0 — смещение по вертикали; τ и t — время.

В данной работе исследовали проплавление основного металла при выполнении корневого шва листов из малоуглеродистой низколегированной стали (марки S355J2G3 или аналога 17Г1С [12, 13]) толщиной 16 мм.

В качестве исходных данных было принято, что тип разделки кромок — С17, зазор изменяется от 2 до 3,5 мм, притупление кромок — 2 мм, угол разделки кромок — 30° , а смещение кромок отсутствует.

Предварительные результаты конечно-элементного моделирования решения задачи теплопроводности показали, что для скоростей сварки 2...9 мм/с достаточно рассматривать фрагмент свариваемого стыка размерами 80×100 мм. Сформированная

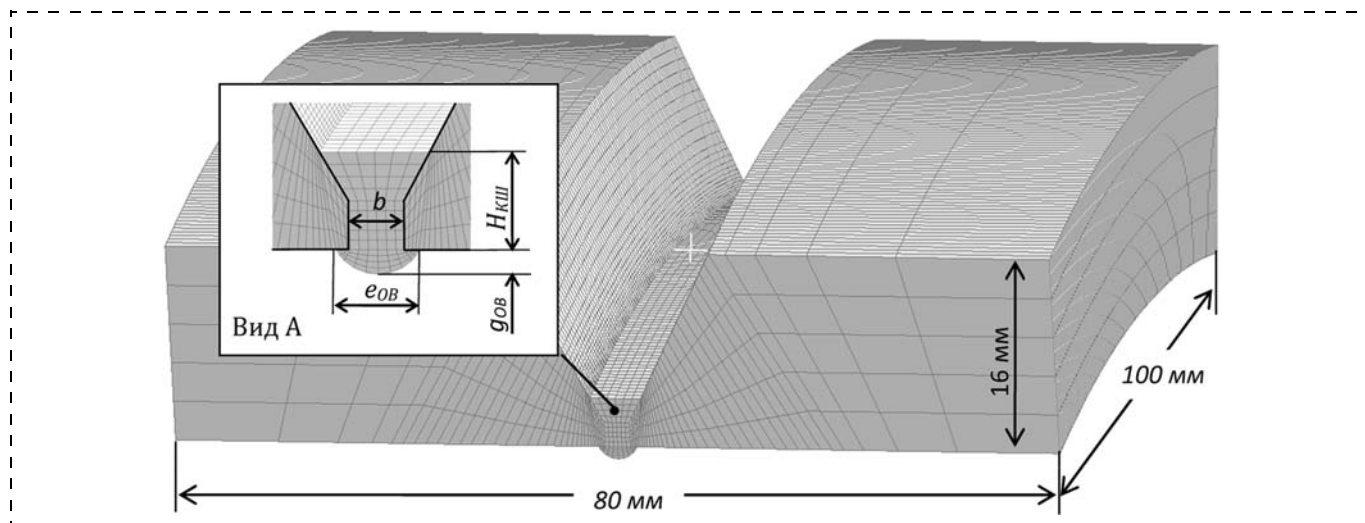


Рис. 3. Изображение расчетной сетки геометрической модели корневого шва:
вид А — укрупненный вид области зазора

расчетная сетка для такого фрагмента стыка, содержащая около 62 800 конечных элементов, показана на рис. 3.

Ввиду того, что численное моделирование выполнялось с использованием теории многофазной среды твердого тела, для адекватного описания жидкого состояния стали (области сварочной ванны) и электродного металла, который подается в область сварочной ванны, применен математический метод "фиктивных областей" [14].

Жидкое состояние стали представлено как фиктивное жидкое состояние (ФЖ), которое в данной модели формируется в виде ограниченной области твердого тела, температура которого превышает значение $T_{liquidus} = 1823$ К.

Процесс заполнения разделки присадочным металлом моделировали с помощью фиктивной фазы с нулевым коэффициентом теплопроводности (ФФ). Значение коэффициента теплопроводности ФФ

было задано на уровне $0,0005 \text{ Дж} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{мм}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$. Под действием высокотемпературного источника тепла выполняется фазовый переход "ФФ → аустенит", который описывается скачкообразной функцией от температуры (рис. 4).

Анализ проплавления выполняли способом конечно-элементного решения задачи теплопроводности с учетом фазовых превращений в малоуглеродистой стали в процессе ее плавления и кристаллизации. Решали задачу теплопроводности для многофазной среды твердого тела. Математическое описание поведения такой системы соответствует следующей системе уравнений [15, 16]:

$$\begin{cases} \sum_i p_i (\rho C_i) \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \left(\sum_i p_i \lambda_i \nabla T \right) + \sum_i \dot{p}_i \rho_i H_i = q_3(x, y, z); \\ \dot{p}_i = - \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij}(T, \dot{T}), i, j = 1, 2, \dots, N; \\ \sum_{i=1}^N p_i = 1, t > 0, \end{cases} \quad (2)$$

где p_i — объемная доля образующейся i -й структурной составляющей (фазы) стали; i и j — индексы для обозначения фаз стали: аустенит, бейнит, перлит, мартенсит, ФФ, ФЖ и исходная ферритно-перлитная структура; ρ_i , λ_i и H_i — плотность, коэффициент теплопроводности и энтальпия (теплосодержание) i -й фазы; $C_i = \frac{dH}{dT}$ — удельная теплоемкость i -й фазы;

A_{ij} — скорость превращения i -й фазы из j -й фазы в относительных единицах (более детально математическая модель фазовых превращений изложена в работе [17]); T — температура; t — время, N — число фаз. Здесь нужно отметить, что в системе уравнений (2) подразумевается отсутствие температурной

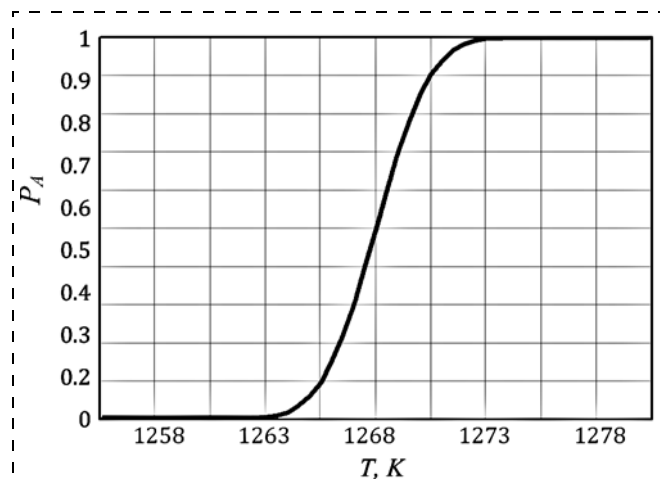


Рис. 4. Функция фазового перехода "ФФ → аустенит":
 P_A — объемная доля фазы аустенит в присадочном металле

зависимости физических параметров структурных составляющих стали. Тем не менее, такие температурные зависимости допустимо задавать, однако они ухудшают сходимость (увеличивают время расчета) алгоритма поиска оптимального решения.

Температурные характеристики фазы аустенит и других структурных составляющих углеродистой стали заданы с некоторой степенью упрощения и представлены на рис. 5.

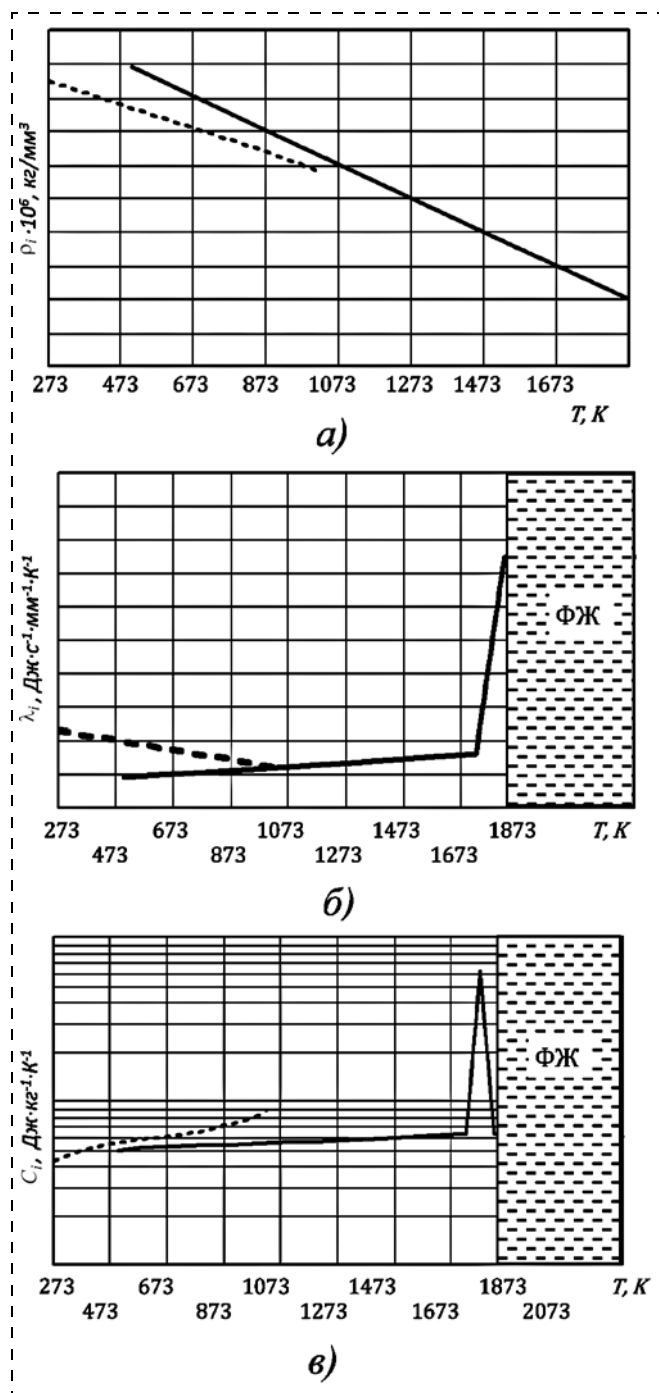


Рис. 5. Температурные характеристики структурных составляющих стали:
 а — плотность; б — коэффициент теплопроводности; в — удельная теплоемкость; — аустенит; --- перлит, феррит, мартенсит и бейнит

Краевые условия для окружающей среды заданы следующим образом:

$$\begin{cases} -\lambda_i \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_s = \alpha (T_S - T_0); \\ \alpha = h_k + \sigma_{sb} \varepsilon_{\text{пл}} (T_S - T_0) (T_S^2 + T_0^2), \end{cases}$$

где T_S и T_0 — температуры на поверхности изделия и окружающей среды соответственно; α — коэффициент теплопередачи; λ_i — коэффициент теплопроводности i -й фазы, соответствующий нормали n к поверхности изделия, $\text{Дж} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{мм}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$; h_k — коэффициент конвективной теплопередачи, $\text{Дж} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{мм}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$; $\varepsilon_{\text{пл}}$ — степень черноты поверхности изделия; $\sigma_{sb} = 5,67 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{мм}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$ — постоянная Стефана—Больцмана.

На границах области моделирования, которые относятся к внутреннему пространству свариваемого изделия, были приняты следующие граничные условия:

$$T_{2D}(x, y, z, t) = T_0|_t \geq 0.$$

Начальные условия заданы следующими:

$$T(x, y, z, t) = T_0|_t = 0.$$

Фазовые превращения соответствуют термокинетической диаграмме превращения аустенита для стали S355J2G3. Диффузионные превращения в стали моделировали с помощью уравнения Аврами (Johnson—Mehl—Avrami) [18], а бездиффузионные (мартенситные) превращения — с использованием уравнения Койстинена—Марбургера (Koistinen—Marburger) [19].

Конечно-элементное моделирование

При решении нелинейной задачи теплопроводности (2) использовался один из наиболее эффективных квазиньютоновских методов оптимизации, основанных на накоплении информации о кривизне целевой функции по наблюдениям за изменением градиента, — метод BFGS ("Broyden—Fletcher—Goldfarb—Shanno") [20].

На первом этапе расчетов были определены значения требуемой эффективной тепловой мощности дуги для скоростей сварки ($V_{\text{св}}$) 3,0, 6,0 и 9,0 мм/с. В качестве критерия оптимальности уровня тепловложения было принято соответствие ширины проплавления обратного валика его геометрическому размеру. Анализировались области, ограниченные изотермой T_{liquidus} . На рис. 6 (см. вторую сторону обложки) представлены разрезы температурного поля для $t = 5$ с, из которых видно, что проплавление имеет X-образную форму, а ширина зоны проплавления соответствует ширине корневого шва.

Также на рис. 7 (см. вторую сторону обложки) представлены распределения температур на поверхности свариваемого изделия со стороны обратного валика для трех значений скорости сварки (конечные элементы вдоль линии сварки имеют линейные размеры 0,7 мм). Анализ полученных результатов моделирования показывает их соответствие практике: распространение теплового поля перед головной частью сварочной ванны отсутствует (так как это область зазора), а ширина проплавления соответствует ширине обратного валика.

На втором этапе расчетов выполнены численные эксперименты для значений зазора 2,8 мм и 3,6 мм для скоростей сварки 3,0 мм/с, 6,0 мм/с и 9,0 мм/с. Результаты численного моделирования представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты численного моделирования МИГ/МАГ сварки корневого шва

№ п/п	Зазор b , мм	Скорость сварки $V_{св}$, мм · с ⁻¹	Эффективная тепловая мощность дуги $\hat{q}_3$, Дж · с ⁻¹
1	2,0	3,0	1695
2	2,0	4,5	2156
3	2,0	6,0	2621
4	2,0	7,5	3053
5	2,0	9,0	3393
6	2,8	3,0	1716
7	2,8	6,0	2730
8	2,8	9,0	3713
9	3,6	3,0	1823
10	3,6	6,0	2972
11	3,6	9,0	4132

На основании полученных результатов синтезирована двумерная регрессионная зависимость эффективной тепловой мощности процесса нагрева изделия сварочной дугой $\hat{q}_3(b, V_{св})$. Полученную регрессионную модель можно представить в виде следующего степенного полинома:

$$\hat{q}_3(b, V_{св}) = a_0 + a_1 b V_{св} + a_2 V_{св}^2 + a_3 b + a_4 V_{св} + a_5 b^2 \text{ (Дж/с)}, \quad (3)$$

где $a_0 = 1626,5$; $a_1 = 61,6$; $a_2 = -3,7$; $a_3 = -611,1$; $a_4 = 206,7$; $a_5 = 87,4$.

Решение оптимизационной задачи

Непосредственное использование результатов численного моделирования (3) на практике может вызвать затруднения, так как изменение в широком диапазоне режимов МИГ/МАГ сварки может привести к неустойчивым режимам горения дуги. В целях определения границ и условий устойчивости МИГ/МАГ сварки корневого шва с короткими замыканиями применен подход оценивания

степени устойчивости процесса на основе безразмерного критерия, который называется второй безразмерный критерий π_2 подобия для сварки короткой дугой [21]. Безразмерный критерий π_2 учитывает параметры режима сварки (скорость подачи проволоки $V_{под}$ и напряжение сварки $U_{св}$) и имеет следующее аналитическое представление:

$$\pi_2 = \frac{V_{под}}{U_{св}} \sqrt{L \sigma_{жг}}, \quad (4)$$

где L — индуктивность сварочного дросселя, мкГн; $\sigma_{жг}$ — коэффициент поверхностного натяжения расплава сварочной ванны в среде защитного газа CO_2 (здесь $\sigma_{жг} = 1,2$ мДж/м); $V_{под}$ — скорость подачи проволоки, м/мин.

Устойчивому режиму МИГ/МАГ сварки проволокой диаметром 1,2 мм с короткими замыканиями дугового промежутка соответствует следующее условие:

$$2,0 \leq \pi_2 \leq 4,0. \quad (5)$$

Наиболее благоприятные условия протекания процесса сварки соответствуют среднему значению безразмерного критерия, т. е. $\pi_{2opt} = 3,0$. Крайние значения π_2 условия (5) соответствуют наименее устойчивым, однако все еще приемлемым режимам сварки.

Из уравнения (4) следует, что степень устойчивости режима сварки в некотором диапазоне можно регулировать путем изменения индуктивности сварочного дросселя L . Современные источники питания дуги, которые реализованы по инверторной схеме преобразования энергии питающей сети, позволяют программно в определенном диапазоне значений в процессе сварки изменять индуктивность сварочного дросселя. В данном проекте в качестве источника питания дуги используется модель "Aristo Mig 5000i" (фирма "ESAB"). Поэтому при определении границ устойчивости процесса сварки корневого шва мы полагаем, что имеется возможность регулировать величину L в диапазоне от 140 до 340 мкГн.

Предварительный анализ условий задачи показал, что решение задачи необходимо выполнять за три шага:

- первый шаг — расчет скорости подачи проволоки $V_{под}$;
- второй шаг — расчет напряжения сварки $U_{св}$;
- третий шаг — расчет индуктивности сварочной цепи L .

На первом шаге скорость подачи проволоки рассчитывается с помощью известной формулы

$$V_{под} = \frac{V_{св} F_{кш}}{\frac{\pi d_э^2}{4} (1 - \psi_{пот})},$$

где $F_{\text{КШ}} = 3,0 + 4,6b$ — регрессионная модель поперечного сечения корневого шва высотой 4 мм типа С17 с притуплением кромок 2 мм; d_3 — диаметр электродной проволоки; $\psi_{\text{пот}} = 0,05$ — коэффициент потерь электродной проволоки, учитывающий угар и разбрызгивание.

На втором шаге решается первая оптимизационная задача, выходом которой является напряжение сварки. Входные параметры: скорость подачи проволоки $V_{\text{под}}$, поперечное сечение корневого шва $F_{\text{КШ}}$, эффективный КПД процесса нагрева изделия сварочной дугой η_3 , зазор b и регрессионная модель $\hat{q}_3(b, V_{\text{св}})$ (3). Выходными данными являются сила тока сварки $I_{\text{св}}$ и напряжение сварки $U_{\text{св}}$. Задача описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} (\hat{q}_3(b, V_{\text{св}}) - q_{\text{факт}})^2 < 100; \\ 16 < U_{\text{св}} < 25; \\ I_{\text{св}} = 86,58 + 1,7 \cdot 10^{-3} U_{\text{св}} V_{\text{под}}^2 + \\ + 1,89 V_{\text{под}} - 4,2 U_{\text{св}} + 0,09 U_{\text{св}}^2; \\ U_{\text{св}} = \frac{\hat{q}_3(b, V_{\text{св}})}{\eta_3 I_{\text{св}}}; \\ q_{\text{факт}} = \eta_3 I_{\text{св}} U_{\text{св}}; \\ \delta_1 = \frac{\hat{q}_3(b, V_{\text{св}}) - q_{\text{факт}}}{q_3(b, V_{\text{св}})} \rightarrow \min, \end{cases} \quad (6)$$

где δ_1 — ошибка оптимизации, которая минимизируется.

В системе (6) уравнение расчета $I_{\text{св}}$ получено экспериментально для условий МИГ/МАГ сварки в среде CO_2 проволокой Св-08Г2С диаметром 1,2 мм при вылете электрода 12 мм.

На третьем шаге решается вторая оптимизационная задача, выходом которой является индуктивность сварочного дросселя L . Входные параметры: напряжение сварки $U_{\text{св}}$, скорость подачи проволоки $V_{\text{под}}$ и коэффициент поверхностного натяжения расплава сварочной ванны $\sigma_{\text{жг}}$. Выходными данными являются значение индуктивности сварочного дросселя L и значение безразмерного критерия π_2 . Задача описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \pi_2 = \frac{K_{\pi_2} V_{\text{под}}}{U_{\text{св}}} \sqrt{L \sigma_{\text{жг}}}; \\ 2,0 \leq \pi_2 \leq 4,0; \\ 140 \leq L \leq 340; \\ \delta_2(L) = \left(\pi_{2\text{опт}} - \frac{K_{\pi_2} V_{\text{под}}}{U_{\text{св}}} \sqrt{L \sigma_{\text{жг}}} \right)^2 \rightarrow \min, \end{cases} \quad (7)$$

где $\delta_2(L)$ — ошибка оптимизации, которая минимизируется; $K_{\pi_2} = 0,06$ — коэффициент преобразования размерности из м/мин в мм/с.

Результаты

Решение задач оптимизации (6) и (7) выполнено нелинейным методом поиска локального экстремума Левенберга—Маркварда [20]. В табл. 2 приведены решения задачи оценивания устойчивости режима сварки для ключевых точек поверхности отклика.

Анализ результатов расчета, приведенных в табл. 2, показывает, что имеются неустойчивые режимы сварки, соответствующие точкам С, F и H (отмечены кружками). Эти режимы сварки характеризуются повышенным значением безразмер-

Таблица 2

Решения задачи оценивания устойчивости режима МИГ/МАГ сварки корневого шва

№ п/п	Поз. точки	$F_{\text{КШ}}$, мм ²	$U_{\text{св}}$, В	$V_{\text{под}}$, мм/с	$I_{\text{св}}$, А	$\hat{q}_3(b, V_{\text{св}})$	L , мкГн	π_2	b , мм	$V_{\text{св}}$, мм/с
1	A	15,9	17,3	88	198	2744	140	4,0	2,8	6,0
2	B	12,2	19,6	102	218	3424	140	4,05	2,0	9,0
3	Ⓒ	19,6	18,5	163	278	4117	140	6,9	3,6	9,0
4	D	19,6	25,0	55	91	1812	340	2,7	3,6	3,0
5	E	12,2	19,6	34	109	1711	340	2,1	2,0	3,0
6	Ⓕ	19,6	16,7	109	224	2998	140	5,0	3,6	6,0
7	G	19,6	16,0	82	189	2413	140	4,0	3,6	4,5
8	Ⓗ	17,7	17,5	124	241	3388	140	5,5	3,2	7,5
9	I	12,2	19,6	23	89	1399	340	1,4	2,0	2,0
10	J	12,2	19,3	45	131	2015	340	2,9	2,0	4,0
11	K	13,2	19,3	37	110	1699	340	2,3	2,2	3,0
12	L	12,2	19,2	68	169	2601	166	3,0	2,0	6,0
13	M	19,6	19,5	36	90	1402	340	2,3	3,6	2,0

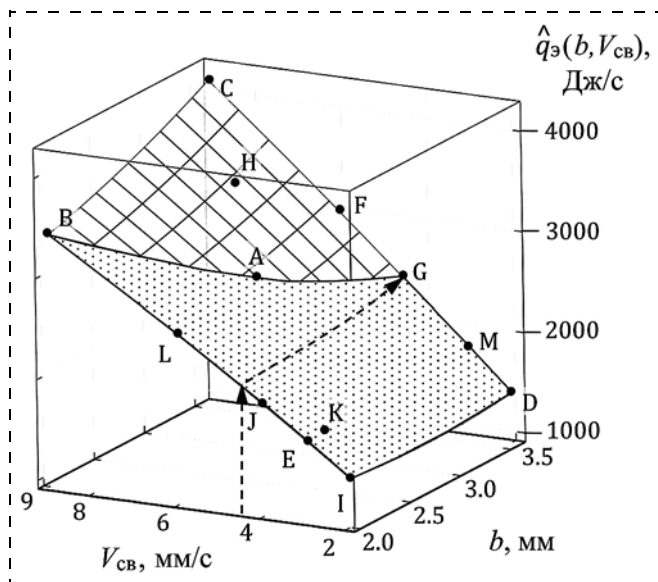


Рис. 8. Область устойчивых режимов сварки корневого шва

ного критерия π_2 : 6,9 (точка С), 5,0 (точка F) и 5,5 (точка Н).

Более детальный анализ предполагаемых режимов сварки корневого шва позволил ограничить область устойчивых режимов сварки на поверхности отклика $\hat{q}_3(b, V_{св})$. На рис. 8 отмечена область устойчивых режимов сварки корневого шва и положение точек из табл. 2.

Из рис. 8 видно, что область устойчивых режимов сварки корневого шва ограничена кривой A-B-L-J-E-I-D-M-G-A. Область же неустойчивых режимов сварки включает такие, которые относятся к сварке корневого шва с большим зазором и максимальной скоростью. Так, например, устойчивость режима сварки теряется при зазоре 2,8 мм со скоростью сварки более 6 мм/с и при зазоре 3,5 мм со скоростью сварки более 4,5 мм/с.

Можно отметить, что при зазоре 2,0 мм ограничения по скорости сварки отсутствуют, т. е. можно выполнять сварку корневого шва при скоростях от 2 до 9 мм/с. В то же время на скоростях сварки 2,0...4,5 мм/с возможно выполнить сварку корневого шва при любом зазоре: от 2,0 до 3,5 мм (на рис. 8 эта область отмечена штриховыми линиями).

Для проверки адекватности полученных результатов выполнена сварка корневого шва с зазором 2,0 мм стыка типа С17 на трех скоростях: 2,0 мм/с, 6,0 мм/с и 9,0 мм/с. Изменение индуктивности сварочного дросселя выполнялось путем регулирования в источнике питания параметра скорости нарастания тока дуги. Внешний осмотр и металлографический анализ полученного корневого шва показал, что сварной шов имеет хорошее формирование, отсутствуют подрезы и дефекты макрострук-

туры. Высота обратного валика варьировалась в диапазоне 0,5...1,5 мм, что в пределах нормы.

К недостаткам примененного подхода нужно отнести то, что здесь не учитывается пространственное положение изделия при выполнении сварки и способ сварки ("сварка углом вперед" или "сварка углом назад"), которые могут внести некоторые поправки в положение границ области устойчивых режимов МИГ/МАГ сварки.

Заключение

В рамках предложенной методики исследований устойчивости режима МИГ/МАГ сварки выполнено численное моделирование проплавления при сварке МИГ/МАГ корневого шва для стыка типа С17 и синтезирована двумерная регрессионная зависимость эффективной тепловой мощности процесса нагрева изделия сварочной дугой для скоростей сварки 2...9 мм/с. На последнем этапе исследований выполнен расчет оценок устойчивости режимов сварки и определены границы области устойчивых режимов сварки корневого шва с использованием безразмерного критерия π_2 .

Список литературы

1. Бельфор М. Г., Патон Б. Е. Оборудование для дуговой и шлаковой сварки и наплавки. М.: Высшая школа, 1974. 256 с.
2. Полосков С. И., Букаров В. А., Ищенко Ю. С. Особенности управления формированием корня шва при орбитальной сварке неповоротных стыковых труб // Сварочное производство. 2003. № 4. С. 3—10.
3. Гецкий О. Б., Вышемирский Е. М., Шипилов А. В., Полосков С. И. Опыт разработки и применения современных отечественных технологий и оборудования для автоматической орбитальной сварки магистральных газопроводов // Сварка и диагностика. 2010. № 6. С. 51—57.
4. Коринец И. Ф., Цзи Чжень Ч. Математическая модель технологической адаптации робота по зазору при дуговой сварке // Автомат. сварка. 2002. № 9. С. 9—11.
5. Давыдов В. А., Колупаев Ю. Ф., Сидоров А. В. Регулирование формы обратной стороны корневого шва при сварке стыковых соединений с разделкой кромок // Сварочное производство. 1988. № 11. С. 9—11.
6. Ворновицкий И. Н., Кучерова М. И., Ранцев А. А., Числов С. А. Технология сварки корневого шва стыков трубопроводов без подкладных колец // Сварочное производство. 1999. № 12. С. 30—32.
7. Роговин Д. А., Пархимович Э. М., Волков А. А., Новиков С. А., Яковлев И. В. Влияние зазора и притупления кромок на формирование корневых швов при сварке порошковой проволокой в углекислом газе // Автомат. сварка. 1972. № 7. С. 47—48.
8. ГОСТ 16037—80. Соединения сварные стальных трубопроводов. Основные типы, конструктивные элементы и размеры. М.: Изд-во стандартов, 1980. 24 с.
9. Рыкалин Н. Н., Углов А. А. Расчеты тепловых процессов при сварке. М.: Машгиз, 1951. 296 с.
10. Goldak John A. Computational Welding Mechanics. Mehdi Akhlaghi — Springer, 2007. 323 p.
11. Lundbäck Andreas. Finite Element Modelling and Simulation of Welding of Aerospace Components. Luleå: Luleå tekniska universitet, 2003. 50 p.

12. **Шишков М. М.** Марочник сталей і сплавів: Довідник. Вид. 3-є доповнене. Донецьк: Юго-Восток, 2002. 456 с.

13. **Матросов Ю. И., Литвиненко Д. А., Голованенко С. А.** Сталь для магистральных трубопроводов. М.: Металлургия, 1989. 288 с.

14. **Вабишевич П. Н.** Метод фиктивных областей в задачах математической физики. М.: Издательство МГУ, 1991. 156 с.

15. **You Sung Han, Kyehyung Lee and Myoung-Soo Han.** Finite Element Analysis of Welding Processes by Way of Hypoelasticity-Based Formulation" // Journal of Engineering Materials and Technology. ASME, April 2011. Vol. 133. P. 1–13.

16. **SYSWELD 2013:** Metallurgical Transformation Model LSG2M Nancy. ESI Group 2009, 75015 Paris, France. January 2013. 53 p.

17. **Leblond J. B., and Devaux J. C.** A New Kinetic Model for Anisothermal Metallurgical Transformations in Steels Including Effect of Austenite Grain Size // Acta Metallurgica. 1984. Vol. 32. P. 137–146.

18. **Любов Б. Я.** Кинетическая теория фазовых превращений. М.: Металлургия, 1969. 263 с.

19. **Koistinen D. P., Marburger R. E.** "A general equation prescribing the extent of austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steels" // Acta Metallurgica. 1959. V. 7, № 1. P. 59–60.

20. **Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.** Практическая оптимизация: Пер. с англ. М.: Мир, 1985. 509 с.

21. **Дюргеров Н. Г., Соловьянюк Л. А.** Саморегулирование и управление процессом сварки короткой дугой // Сварочное производство. 2014. № 1. С. 3–5.

Calculation of the Stable Modes of MIG/MAG Welding of the Root Passes

V. V. Dolinenko, vvdolin@gmail.com, **V. A. Kolyada**, kva79@bigmir.net, **E. V. Shapovalov**, eshapovalov@paton.kiev.ua✉, **T. G. Scuba**, stgtk@bigmir.net, Paton Welding Institute of NAS of Ukraine, Bozhenko St., 03680, Kyiv, Ukraine

Corresponding author: **Shapovalov Evgeny V.**, Ph. D., Head of Department, Paton Welding Institute of NAS of Ukraine, Kyiv, 11 Bozhenko St., 03680, Ukraine, e-mail: eshapovalov@paton.kiev.ua

Received on May 16, 2016

Accepted on March 24, 2017

The article is devoted to development of a technique, which allows calculation of the welding mode of treatment of V-shaped groove for formation of a root seam. The technology of the multipass welding of MIG/MAG (arc welding in a mixture of the shielding gases) of the thick-walled structures is considered. An analysis of the problem statement demonstrated that the main problem is calculation of the penetration technique into the base metal for the V-shaped groove welding. Therefore, the authors proposed a proprietary technique for calculation of penetration using a finite element modeling (FEM). As a result, a heat input regressive model was developed for a particular form of the edge grooving, which is parametrized with respect to the gap and welding speed. For obtaining of an adequate penetration into the base metal, it is suggested to complicate the source model structure of the welding heat and to use the system of two heat sources of a "double ellipsoid" type. The analysis of penetration was done due to FEM solution of 3D heat equation, taking into account the melting and crystallization processes. The 3D heat equation task for the solid multiphase environment was solved. Further, an algorithm for calculation of the welding stability and feasibility was developed. The π_2 dimensionless similarity criterion was used. The proposed method allows us to determine the stable welding conditions for the given range of the welding conditions variation by π_2 criteria calculation without numerous welding experiments. Calculations of the sustainable modes of the root pass with 2,0...3,5 mm gap and 2,0...9,0 mm/s welding speed were performed.

Keywords: MIG/MAG welding, root seam, grooving with a gap, penetration into the base metal, welding stable mode, π_2 dimensionless criterion

For citation:

Dolinenko V. V., Kolyada V. A., Shapovalov E. V., Scuba T. G. Calculation of the Stable Modes of MIG/MAG Welding of the Root Passes, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 623–631.

DOI: 10.17587/mau.18.623-631

References

1. **Belfort M. G., Paton B. E.** *Oborudovanie dlya dugovoi i shlakovoi svarki i naplavki* (The equipment for arc welding and welding slag), Moscow, Higher School, 1974, 256 p. (in Russian).

2. **Poloskov S. I., Bukarov V. A., Ischenko Y. S.** *Osobennosti upravleniya formirovaniem kornya shva pri orbital'noi svarke nepovorotnykh stykovykh trub* (Features Management of root formation during orbital welding of pipes), *Svarochnoe Proizvodstvo*, 2003, no. 4, pp. 3–10 (in Russian).

3. **Getskin O. B., Vyshemirsky E. M., Shipilov A. V., Poloskov S. I.** *Opyt razrabotki i primeneniya sovremennykh otechestvennykh tekhnologii i oborudovaniya dlya avtomaticheskoi orbital'noi svarki magistral'nykh gazoprovodov* (Experience of development and application

of modern domestic technologies and equipment for automated orbital welding of main gas pipelines), *Svarka i Diagnostika*, 2010, no. 6, pp. 51–57 (in Russian).

4. **Korinets J. F., Ji Zhen C.** *Matematicheskaya model' tekhnologicheskoi adaptatsii robota po zazoru pri dugovoi svarke* (Mathematical model of technological adaptation of the robot to the gap in arc welding), *Avtomaticheskaya Svarka*, 2002, № 9, pp. 9–11 (in Russian).

5. **Davydov V. A., Kolupaev Y. F., Sidorov A. V.** *Regulirovanie formy obratnoi storony kornevogo shva pri svarke stykovykh soedinenii s razdelkoi kromok* (Control forms the back of the root pass welding joints with Groove), *Svarochnoe Proizvodstvo*, 1988, no. 11, pp. 9–11 (in Russian).

6. **Vornovitsky I. N., Kucheroval M. I., Rantsev A. A., Chislov S. A.** *Tekhnologiya svarki kornevogo shva stykov truboprovodov bez podkladnykh kolets* (Welding of root weld joints of pipes without backing rings), *Svarochnoe Proizvodstvo*, 1999, no. 12, pp. 30–32 (in Russian).

7. **Rogovin D. A., Parkhimovich E. M., Volkov A. A., Novikov S. A., Yakovlev I. V.** *Vliyanie zazora i pritupleniya kromok na formirovanie kornevykh shvov pri svarke poroshkovoi provolokoi v uglekislom gaze* (Influence of the gap and blunting the edges of the formation of root

welds when welding flux cored wire in carbon dioxide), *Avtomaticheskaya Svarka*, 1972, no. 7, pp. 47–48 (in Russian).

8. **GOST 16037–80.** *Soedineniya svarnye stal'nykh truboprovodov. Osnovnye tipy, konstruktivnye elementy i razmery* (Welded joints of steel pipelines. Basic types and sizes of structural elements), Moscow, Publishing House of Standards, 1980, 24 p. (in Russian).

9. **Rykalin N. N., Uglov A. A.** *Raschety teplovykh protsessov pri svarke* (Calculations of thermal processes in welding), Moscow, Mashgiz, 1951, 296 p. (in Russian).

10. **Goldak John A.** *Computational Welding Mechanics*, Mehdi Akhlaghi — Springer, 2007, 323 p.

11. **Lundbäck Andreas.** *Finite Element Modelling and Simulation of Welding of Aerospace Components*, Luleå, Luleå tekniska universitet, 2003, 50 p.

12. **Shishkov M. M.** *Database of steels and alloys: Directory. View. 3*, Donetsk, Southeast, 2002, 456 p.

13. **Matrosov Y. I., Litvinenko D. A., Golovanenko S. A.** *Stal' dlya magistral'nykh truboprovodov* (Steel for main pipelines), Moscow, Metallurgy, 1989, 288 p. (in Russian).

14. **Vabishevich P. N.** *Metod fiktivnykh oblastei v zadachakh matematicheskoi fiziki* (The method of fictitious domains in mathematical physics), Moscow, Publishing house of the Moscow State University, 1991, 156 p. (in Russian).

15. **You Sung Han, Kyehyung Lee and Myoung-Soo Han.** *Finite Element Analysis of Welding Processes by Way of Hypoelasticity-Based Formulation*, *Journal of Engineering Materials and Technology*, ASME, April 2011, vol. 133, pp. 1–13.

16. **SYSWELD 2013:** *Metallurgical Transformation Model* LSG2M Nancy, ESI Group in 2009, 75015 Paris, France, January 2013, 53 p.

17. **Leblond J. B., Devaux J. C.** *A New Kinetic Model for Anisothermal Metallurgical Transformations in Steels Including Effect of Austenite Grain Size*, *Acta Metallurgica*, 1984, vol. 32, pp. 137–146.

18. **Lyubov B. J.** *Kineticheskaya teoriya fazovykh prevrashchenii* (Kinetic theory of phase transitions), Moscow, Metallurgy, 1969, 263 p. (in Russian).

19. **Koistinen D. P., Marburger R. E.** *A general equation prescribing the extent of austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steels*, *Acta Metallurgica*, 1959, vol. 7, no. 1, pp. 59–60.

20. **Gill F., Murray W., Wright M.** *Prakticheskaya optimizatsiya* (Practical Optimization), Moscow, Mir, 1985, 509 p. (in Russian).

21. **Dyurgerov N. G., Solovyanyuk L. A.** *Samoregulirovanie i upravlenie protsessom svarki korotkoi dugoi* (Self-regulation and the management of short arc welding), *Svarochnoe Proizvodstvo*, 2014, no. 1, pp. 3–5 (in Russian).

УДК 621.357

DOI: 10.17587/mau.18.631-636

Д. С. Соловьев, канд. техн. наук, solovjevdenis@mail.ru, **И. А. Мукина**, магистрант, good.win32@yandex.ru,

Ю. В. Литовка, д-р техн. наук, проф., polychem@list.ru,

Тамбовский государственный технический университет, Тамбов

Особенности оптимального управления гальваническими процессами в многоанодной ванне с различными значениями силы тока

Рассматриваются основные известные электрохимические и геометрические подходы, а также их сочетания для снижения неравномерности гальванического покрытия изделий. Выявленные в результате анализа недостатки известных методов учтены в предлагаемом авторами подходе, который использует изменение силы тока на каждой анодной секции для снижения неравномерности слоя покрытия. Предлагаемый гальванический процесс в ванне со многими анодами рассмотрен в качестве объекта управления, для которого описаны входные и выходные координаты, внешние возмущающие и управляющие воздействия. Приводятся виды критериев оценки рассматриваемого подхода. Ставится задача оптимального управления силой тока на анодных секциях в гальваническом процессе нанесения покрытия на изделие с целью обеспечить наименьшую неравномерность распределения слоя покрытия за наименьшее время.

Ключевые слова: гальванический процесс, ванна со многими анодами, сила тока, неравномерность распределения толщины покрытия, оптимальное управление, объект управления, критерий управления

Введение

Одной из наиболее сложных проблем, возникающих при нанесении гальванических покрытий, является получение равномерного слоя покрытия на изделии сложной геометрической конфигурации. Неравномерное распределение покрытия влечет за собой дополнительный расход не только металла покрытия, но и электроэнергии, затрачиваемой на гальванический процесс. Соблюдение точности заданной толщины покрытия позволит исключить брак (толщина покрытия меньше заданной) и устранить из технологического процесса последующую механическую обработку изделий

(при излишней толщине). Изучению проблемы снижения неравномерности гальванического покрытия посвящено значительное число исследований. Одним из ключевых трудов в этой области является работа [1], согласно которой равномерность распределения толщины слоя гальванического покрытия обуславливается электрохимическими и геометрическими условиями осаждения. При учете электрохимических условий осаждения покрытия решается задача устранения диффузионных ограничений электролиза за счет интенсивного механического перемешивания электролита, покачивания катодных штанг, непрерывной или периодической фильтрации электролита, вибрации, осаждения в

ультразвуковом поле. Кроме того, применяют нестационарные режимы электролиза [2, 3] (реверсивный, импульсный и асимметричный переменный ток), включающие изменение формы тока и его параметров (частота, скважность) в целях замедления роста металлического покрытия на участках с повышенными плотностями тока, что дает возможность получать более качественные катодные покрытия, чем при электролизе с прямым током.

Одним из основных геометрических факторов, оказывающих влияние на равномерность распределения толщины гальванического покрытия, является межэлектродное расстояние. Согласно правилам получения равномерного распределения толщины гальванического покрытия, следующим из законов Г. С. Ома и Г. Кирхгофа, протекание наибольшего количества тока происходит в участках электролита с наименьшими межэлектродными расстояниями, и наибольшая толщина покрытия осаждается на углах и ребрах изделия (краевой эффект). В связи с этим при покрытии внешней поверхности изделия аноду придают форму, воспроизводящую очертания поверхности катода [4, 5]. Дополнительно для защиты ребер, острых углов и выступов на покрываемых деталях от избыточного концентрирования на них силовых линий тока применяют защитные экраны, а для регулирования распределения тока на поверхности детали используют биполярные электроды, имеющие большую электропроводность, чем электролит в межэлектродном пространстве [6].

Тем не менее, ряд исследователей предлагают различные сочетания электрохимических и геометрических условий нанесения гальванического покрытия. Так, в работе [7] предлагается использовать дополнительные аноды, способные перемещаться в направлении, перпендикулярном своей поверхности, причем их положение подбирается из расчета получения наиболее равномерного гальванического покрытия. Однако существование ограничений как на число дополнительных анодов, так и на занимаемые ими положения, связанные с технической реализацией конструкции перемещающих устройств, сделало эффективность применения такого способа для нанесения покрытий на детали сложной формы незначительной. В работе [8] рассматривается применение дополнительных анодов, включение или отключение которых осуществляется в режиме реверсирования тока. При этом процессы осаждения металлов на реверсивном токе не могут быть применены для всех электролитов.

Целью исследования является снижение неравномерности распределения толщины гальванического покрытия на изделиях сложной формы за счет оригинального сочетания оптимального элек-

трохимического режима с геометрическими конфигурациями используемых электродов, отличающегося относительной простотой конструктивной и технической реализации.

Гальванический процесс в многоанодной ванне с различными значениями силы тока

Минимально необходимыми составными частями традиционного электролизера являются: аноды, катод, ванна и электролит, заполняющий ванну электролизера. Для подвешивания анодов и изделия-катода в стационарных ваннах применяются штанги, изготавливаемые из меди или латуни, которые укрепляют на бортах ванны с помощью колодок. Продольные и поперечные анодные штанги соединяются между собой и с общим токоподводом. При данной (классической) системе ток разветвляется по двум направлениям и не подлежит регулированию на каждом из анодов.

Основная идея предлагаемого технологического процесса нанесения гальванического покрытия предусматривает разбиение монолитного анода на систему из N прямоугольных анодных секций, каждая из которых подвешивается на своем участке штанги, отделенном с обеих сторон изоляционным материалом. Каждый участок такой штанги снабжается своим элементом токоподвода, шина от которого, в свою очередь, соединяется с общим источником питания ванны через устройство, позволяющее задавать различную силу тока для каждого j -го анода. На рис. 1 демонстрируется схема гальванической ванны с независимыми анодами и изделием-катодом (для упрощения схемы штанга,

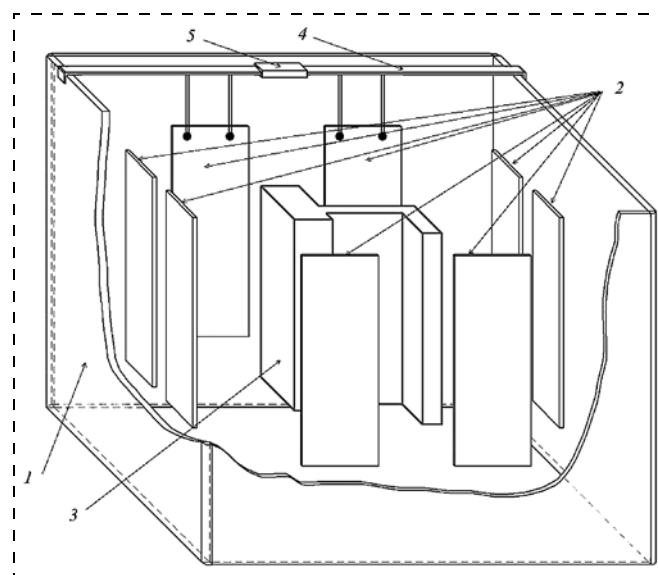


Рис. 1. Схема гальванической ванны с независимыми анодами и катодом:
1 — гальваническая ванна; 2 — аноды; 3 — катод; 4 — штанга; 5 — изолятор

разделенная изоляционным материалом, и крепления анодов показаны только для двух анодов).

Для пояснения электрохимической сути предлагаемого процесса рассмотрим электрический эквивалент гальванического процесса в ванне, состоящей из N анодов и детали-катода, подвешенных в растворе электролита (рис. 2).

Процессы адсорбции, протонизации и диссоциации, которые протекают у поверхности и на поверхностях j -го анода и катода и приводят к возникновению тока, представлены в виде поляризационных сопротивлений R_{a_j} и R_k соответственно.

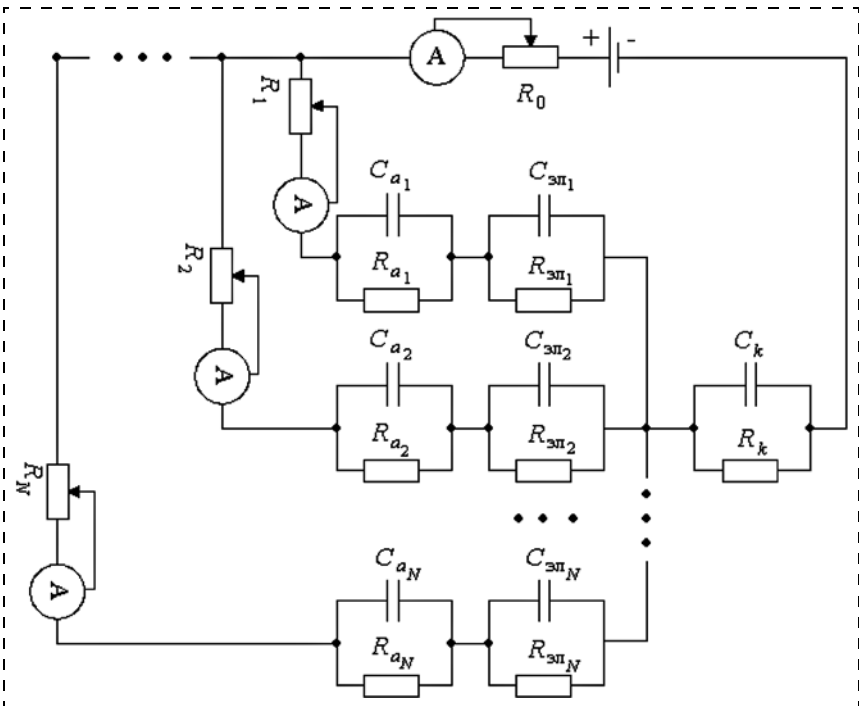


Рис. 2. Электрический эквивалент гальванического процесса в многоанодной ванне

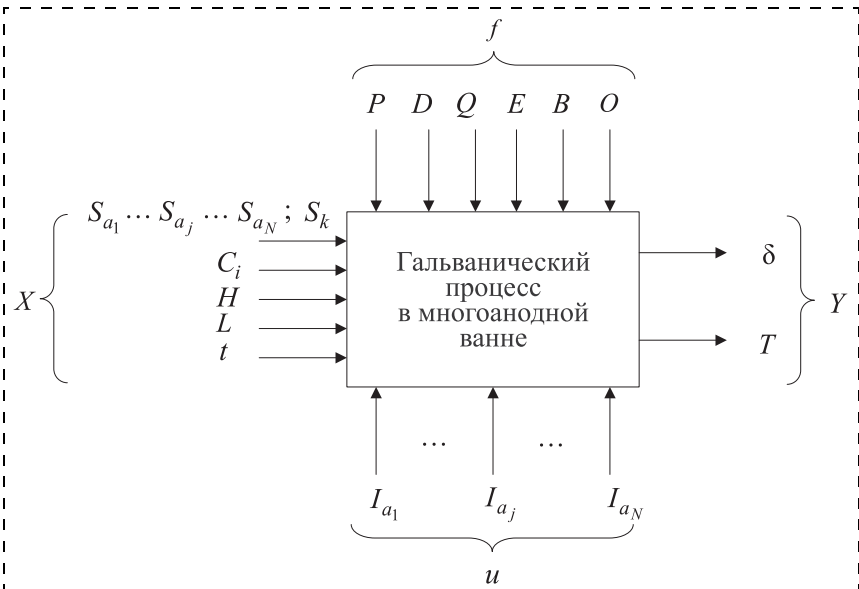


Рис. 3. Гальванический процесс в многоанодной ванне как объект управления

В свою очередь, заряженная поверхность электродов и приближенные к нему противоположно заряженные ионы образуют конденсаторы с емкостями C_{a_j} и C_k . Катод и j -ая анодная секция разделены между собой раствором электролита с сопротивлением $R_{эл_j}$, образующего межэлектродную емкость $C_{эл_j}$, которая определяется расстоянием между электродами и площадью поверхности электродов. Регулируемые значения силы тока I_{a_j} для j -го анода из системы секций S_{a_N} формируются

путем управления полупроводниковыми электронными регуляторами R_j на основе информации об измеренных амперметрами значениях силы анодного тока. В свою очередь, суммарная сила тока, подаваемая на N анодных секций, не превышает номинального значения и задается нагрузкой R_0 .

Гальванический процесс в многоанодной ванне с различными значениями силы тока как объект управления

Выбор оптимального режима электролиза должен в итоге обеспечить минимальную себестоимость единицы продукции, которая является основным критерием оценки предлагаемого авторами подхода. Важнейшими факторами, определяющими экономичность электролиза, являются толщина наносимого покрытия и длительность процесса нанесения. В связи с этим рассмотрим предлагаемый гальванический процесс как объект управления (рис. 3), выделив конечное множество входных и выходных координат, а также внешних возмущающих и управляющих воздействий.

На вход X объекта управления поступает следующая информация: конфигурация и расположение в ванне j -го анода из системы секций S_{a_N} и обрабатываемой детали S_k , концентрация i -го компонента электролита C_i , качество H предварительной поверхностной подготовки детали, уровень L и температура t раствора электролита.

С выхода Y объекта управления снимается информация о распреде-

лении толщины слоя покрытия δ по поверхности детали и длительности T гальванического процесса.

В качестве управляющих воздействий u на объект задается сила тока I_{a_j} для j -го анода из системы секций S_{a_N} .

К числу внешних измеряемых и не измеряемых возмущений f относятся: наличие в электролите посторонних примесей P , поверхностные дефекты D детали, вынос электролита Q из ванны поверхностью детали, испарение электролита E с зеркала ванны, прерванный электрический контакт B в процессе нанесения покрытия и опыт оператора O гальванической линии. Несмотря на то что внешние возмущения носят стохастический характер, их влияние на гальванический процесс можно снизить или предотвратить, если уделять должное внимание вопросам выбора гальванооборудования для подготовки и нанесения покрытий и надлежащего ухода за ним, периодического анализа состава электролитов, входного контроля покрываемых деталей, а также переподготовки и повышения квалификации оператора-гальваника.

Постановка задачи оптимального управления гальваническим процессом в многоанодной ванне с различными значениями силы тока

Критерий неравномерности должен давать возможность технико-экономической оценки выбранного токового режима на основании данных о распределении слоя металла на покрываемом изделии.

Обычно решающим при выборе оптимального режима нанесения гальванических покрытий оказывается расход металлов. В связи с этим относительное количество израсходованного металла, т. е. отношение среднего распределения толщины осажденного металла $\bar{\delta}$ к заданной минимальной толщине слоя $\delta_{\min}$ по поверхности изделия S_k в результате гальванического процесса длительностью T , определится из выражения

$$R = \frac{\bar{\delta}}{\delta_{\min}}, \quad (1)$$

где $\delta_{\min}$, $\bar{\delta}$ — минимальная и средняя толщины покрытия, которые определяются как

$$\delta_{\min} = \min_{(x, y) \in S_k} \delta(x, y, z); \quad (2)$$

$$\bar{\delta} = \frac{\int_{S_k} \delta(x, y, z) dS_k}{\|S_k\|}, \quad (3)$$

где (x, y, z) — координаты точки в пространстве ванны, принадлежащей поверхности катода S_k .

Длительность гальванического процесса T определяется временем, в течение которого осаждается слой покрытия минимальной толщины $\delta_{\min}$:

$$T = \frac{\rho \delta_{\min}}{\bar{j}_k \eta \cdot 100}, \quad (4)$$

где T — длительность процесса, ч; $\bar{j}_k$ — средняя катодная плотность тока, А/дм²; $\delta_{\min}$ — минимальная толщина покрытия, мкм; η — электрохимический эквивалент металла, г/(А · ч); ρ — плотность металла покрытия, г/см³; η — выход металла по току, в долях единицы.

В связи с тем, что необходимо обеспечить наименьшую неравномерность распределения слоя покрытия за наименьшее время, получаем двухкритериальную задачу оптимизации.

Пусть R^* , T^* — минимумы однокритериальных задач (1) и (4). Сведем двухкритериальную задачу к однокритериальной. Для этого введем невязки, определяющие неоптимальность выполнения каждого критерия, как

$$r_1 = 1 - \frac{R^*}{R}; \quad (5)$$

$$r_2 = 1 - \frac{T^*}{T}. \quad (6)$$

Тогда общая задача однокритериальной оптимизации будет звучать следующим образом.

Найти силу тока $I_{a_j}^*$ для j -го анода из системы секций S_{a_N} при заданной форме изделия-катода S_k , доставляющие минимум функции взвешенных квадратичных отклонений каждого критерия от своего оптимума:

$$\Psi(\alpha) = \alpha r_1^2 + (1 - \alpha) r_2^2 \rightarrow \min, \quad (7)$$

при ограничении

$$0 \leq \alpha \leq 1. \quad (8)$$

Таким образом, исходная многокритериальная задача (1) и (4) сведена к однокритериальной задаче условной параметрической оптимизации (с параметром α), для решения которой могут быть использованы эффективные методы математического программирования.

Особенности решения задачи оптимального управления гальваническим процессом в многоанодной ванне с различными значениями силы тока

При низких плотностях тока покрытие получается крупнокристаллической структуры, вследствие чего возможны участки с непокрытой поверхностью. Высокие катодные плотности тока позволяют

получать однородный мелкозернистый осадок. Однако повышение плотности тока возможно только в определенных пределах. Для получения более равномерных по толщине металлических осадков необходимо применять силу тока тем меньшую, чем сложнее форма покрываемых изделий, при этом продолжительность времени нанесения покрытия для такого режима гальванического процесса резко повышается. В связи с этим первым этапом решения задачи (7) является поиск минимумов однокритериальных задач (1) и (4). Ввиду монотонности большинства поляризационных катодных кривых, минимум критерия неравномерности R^* будет находиться в области наименьших допустимых рабочих плотностей тока, а минимум критерия продолжительности процесса T^* — в области наибольших допустимых плотностей тока. Поиск данных плотностей тока осуществляется с использованием методов оптимизации нулевого порядка [9], например, симплексным методом, так как критерий неравномерности недифференцируемый, следовательно, применение методов высшего порядка не представляется возможным. На втором этапе любым методом одномерной оптимизации осуществляется поиск параметра α , доставляющего минимум однокритериальной задаче (7).

На рис. 4 демонстрируются результаты поиска решения задачи оптимизации (7) для изделия, представленного на рис. 1. По горизонтальной оси откладываются значения параметра α , по вертикальной — получаемые значения критериев неравномерности покрытия, длительности процесса и функции взвешенных квадратичных отклонений каждого критерия от своего оптимума.

Изучение полученных зависимостей значений критериев от параметра α показывает, что изменение параметра в целом не приводит к ухудшению либо улучшению отдельных решений задач оптимизации неравномерности распределения толщи-

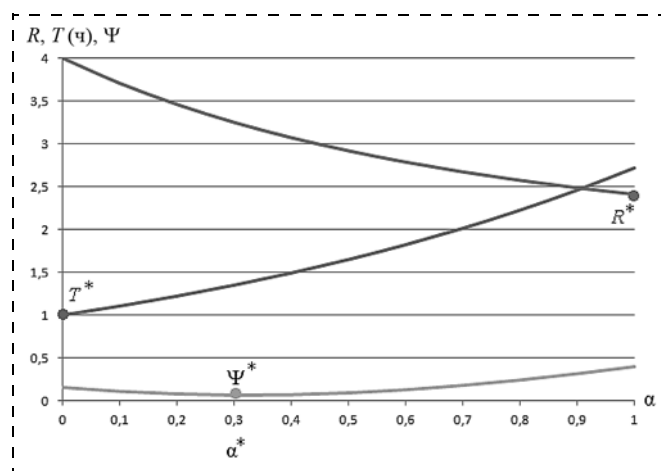


Рис. 4. Параметризация двухкритериальной задачи

ны покрытия либо длительности гальванического процесса. Следует отметить, что параметризация двухкритериальной задачи оптимизации гальванического процесса позволяет определять желаемый баланс между качеством покрытия изделия и длительностью его обработки.

Заключение

Подходы, реализующие сочетание оптимальных режимов электролиза с геометрическими условиями нанесения покрытия, сложны в технической реализации и при этом не всегда приносят ожидаемые результаты (в плане равномерности). В связи с этим предложен оригинальный способ снижения неравномерности гальванического покрытия с использованием системы независимых анодных секций, соединенных с общим источником питания ванны через устройство, позволяющее задавать различную силу тока для каждого из анодов с целью уменьшить плотность тока на более нагруженных участках и увеличить ее на менее нагруженных участках катода.

Следует также отметить, что важным преимуществом предложенного авторами способа снижения неравномерности гальванического покрытия является низкая стоимость необходимого оборудования. Тот факт, что для смены электролита гальванического процесса или формы покрываемой детали не требуется вносить изменения в конструктивную часть системы секций, а необходимо лишь рассчитать оптимальный токовый режим функционирования системы анодных секций, позволяет применять предлагаемый способ снижения неравномерности гальванического покрытия для широкой номенклатуры обрабатываемых гальваническим образом изделий при серийном типе производства.

Список литературы

1. Каданер Л. И. Равномерность гальванических покрытий. Харьков: Изд-во Харьков. гос. ун-та, 1961. 414 с.
2. Романенко А. В. Изучение влияния параметров реверсивного тока на равномерность цинковых покрытий, полученных в аммонийном электролите // Журнал прикладной химии. 1998. Т. 71. № 11. С. 1900—1902.
3. Obaid N., Sivakumaran R., Lui J., Okunade A. Modeling the electroplating of hexavalent chromium // COMSOL Conference 2013 in Boston. URL: https://www.comsol.ru/paper/download/180829/obaid_paper.pdf (дата обращения: 17.01.2016).
4. Лютов А. Г., Ишкулова А. Р. Моделирование процесса нанесения гальванических покрытий с учетом геометрических конфигураций электродов // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2015. Т. 19, № 4 (70). С. 45—48.
5. Teeratananon M., Pruksathorn K., Damronglerd S., Dupuy F., Vergnes H., Fenouilletc B. Duverneuilc Experimental investigation of the current distribution in mohler cell and rotating cylinder hull cell // Science Asia. 2004. V. 30. P. 375—381.
6. Соловьев Д. С., Као В. З., Литовка Ю. В. Оптимальное управление технологическим процессом нанесения гальваниче-

ского покрытия в ванне с дополнительными катодами и биполярными электродами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 8. С. 547—553.

7. Helle H. P. E., Beek G. H. M., Ligtelijn J. Th. Numerical determination of potential distribution and current densities in multi-electrode systems // Corrosion. 1981. Vol. 37 (9). P. 522—530.

8. Konkina V. V., Solovjev D. S. Mathematical modelling of electroplating in reverse mode for the multianode bath // ISJ Theoretical & Applied Science. 2015. Vol. 3, N. 23. P. 59—62.

9. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 4: Теория оптимизации систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 742 с.

Specific Features of the Optimal Control of the Electroplating Processes in a Multianode Bath with Different Amperage Values

D. S. Solovjev, solovjevdenis@mail.ru✉,

I. A. Mukina, good.win32@yandex.ru, Yu. V. Litovka, polychem@list.ru,
Tambov State Technical University, Tambov, 392000, Russian Federation

Corresponding author: Solovjev Denis S., Ph. D., Department of Information Systems and Information Security, Tambov State Technical University, Tambov, 392000, Russian Federation, e-mail: solovjevdenis@mail.ru

Received on March 02, 2017

Accepted on March 16, 2017

The article describes the main electrochemical and geometrical approaches, and also their combinations intended to reduce the non-uniformity in electroplating of products. The identified drawbacks were taken into account in the approach proposed by the authors, which uses a modified amperage at each section of the anode, in order to reduce the non-uniformity of the coating layer. The essence of this approach is presented in a structural diagram and is explained in terms of the electrochemical processes occurring in the electric equivalent process in a multianode electroplating bath with different amperages. The proposed process in a galvanic bath with a number of anodes is considered as a control object, for which the input and output coordinates, external disturbance and control actions are described. The types of the evaluation criteria for the approach are presented. The task set in the article is that of the optimal amperage control on the anode sections in the process of deposition of a galvanic coating on a product in order to ensure the lowest unevenness in distribution of the coating layer in the shortest period of time. The authors consider approaches to a solution for the optimal control envisaging minima of the partial criteria and a subsequent search for the parameter of one-criterion problem for minimizing of the weighted squared deviations of each criterion from its optimum.

Keywords: galvanic process, multianode bath, amperage, non-uniformity of the coating thickness, optimal control, control object, control criterion

For citation:

Solovjev D. S., Mukina I. A., Litovka Yu. V. Specific Features of the Optimal Control of the Electroplating Processes in a Multianode Bath with Different Amperage Values, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 631—636.

DOI: 10.17587/mau.18.631-636

References

1. Kadaner L. I. *Ravnomernost' gal'vanicheskikh pokrytij* (The uniformity of galvanic coatings), Har'kov, Publishing house of Har'kov state university, 1961, 414 p. (in Russian).

2. Romanenko A. V. *Izuchenie vliyaniya parametrov reversivnogo toka na ravnomernost' cinkovykh pokrytij, poluchennykh v ammonijnom ehlektrolite* (Effect of reversing current parameters on the uniformity of zinc coatings obtained in ammonia electrolyte), *Zhurnal Prikladnoj Himii*, 1998, vol. 71, no 11, pp. 1900—1902 (in Russian).

3. Obaid N., Sivakumaran R., Lui J., Okunade A. Modeling the electroplating of hexavalent chromium, *COMSOL Conference 2013 in Boston*, available at: https://www.comsol.ru/paper/download/180829/obaid_paper.pdf (date of access: 17.01.2016).

4. Lyutov A. G., Ishkulova A. R. *Modelirovanie processa naneseniya gal'vanicheskikh pokrytij s uchetom geometricheskikh konfiguracij ehlektrodo* (Modeling of plating process in view of geometrical confi-

gurations of electrodes), *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviacionnogo tekhnicheskogo universiteta*, 2015, vol. 19, no. 4 (70), pp. 45—48 (in Russian).

5. Teeratananon M., Pruksathorn K., Damronglerd S., Dupuy F., Vergnes H., Fenouilletc B. Duverneuile Experimental investigation of the current distribution in mohler cell and rotating cylinder hull cell, *Science Asia*, 2004, vol. 30, pp. 375—381.

6. Solov'ev D. S., Kao V. Z., Litovka Yu. V. *Optimal'noe upravlenie tekhnologicheskimi processami naneseniya gal'vanicheskogo pokrytiya v vanne s dopolnitel'nymi katodami i bipolyarnymi ehlektrodami* (Optimal control for the electroplating process based on the supplementary cathode and bipolar electrode), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 547—553 (in Russian).

7. Helle H. P. E., Beek G. H. M., Ligtelijn J. Th. Numerical determination of potential distribution and current densities in multi-electrode systems, *Corrosion*, 1981, vol. 37 (9), p. 522—530.

8. Konkina V. V., Solovjev D. S. Mathematical modelling of electroplating in reverse mode for the multianode bath, *ISJ Theoretical & Applied Science*, 2015, vol. 3, no. 23, pp. 59—62.

9. Pupkov K. A., Egupov N. D. *Metody klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya* (Methods of classical and modern automatic control theory), vol. 4: Teoriya optimizatsii sistem avtomaticheskogo upravleniya, Moscow, Publishing house of MGTU im. N. E. H. Bauman, 2004, 742 p. (in Russian).

М. Ю. Рачков, д-р техн. наук, проф.,
Московский политехнический университет

Стохастическое управление внешней подвеской пожарного вертолета

Описывается моделирование движения вертолета с водосливным устройством на внешней подвеске для тушения пожаров. Синтезирована система оптимального стохастического управления с минимизацией колебаний подвески и энергии для его реализации. Проведен анализ влияния изменений параметров системы на управляющий сигнал в зависимости от длины подвески и интенсивности стохастических возмущений с помощью компьютерного моделирования.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, оптимальное управление, стохастические возмущения, пожарный вертолет

Введение

Крупные лесные и городские пожары являются серьезной проблемой как в России, так и в других странах мира. Они приводят к значительным экономическим и социальным потерям. Одним из эффективных методов борьбы с этими пожарами является применение вертолетов с водосливными устройствами на внешней подвеске. Сложностью при управлении такими пожарными вертолетами являются воздействия на внешнюю подвеску в рабочей зоне конвективных потоков, порывов ветра, а также вибрации корпуса от ротора, что может привести к недопустимому углу отклонения подвески от вертикали.

Для облегчения управления вертолетом используются автоматические системы. Например, российский многоцелевой вертолет Ми-8, который входит в список самых массовых вертолетов в истории авиации и широко используется для тушения пожаров, оборудован четырехканальным автопилотом (рис. 1, см. третью сторону обложки).

Он обеспечивает стабилизацию крена и тангажа, направления, а также высоты полета. Управление вертолетом относительно трех осей осуществляется путем изменения модуля и направления силы тяги несущего винта, а также силы тяги рулевого винта. Однако действие случайных возмущений на подвеску требует дополнительных управляющих воздействий для их компенсации.

Разработаны методы, направленные на решение этой задачи. Например, способ управления с обратной связью для вертолета описан в работе [1]. Он позволяет реализовать адаптацию к параметрической неопределенности по известным характеристикам привода, включая его динамику. Проектирование системы управления для ослабления колебаний от ротора вертолета рассматривается в

работе [2]. Задача формулируется в предположении периодического возмущения известной частоты. Рекомендации по динамике водосливных устройств на внешней подвеске вертолетов в процессе слива из них рабочих жидкостей при тушении лесных пожаров в условиях интенсивных конвективных потоков в зоне пожаров даны в работе [3]. Однако эти методы не позволяют управлять колебаниями подвески от случайных возмущений. Стохастические аспекты управления колебаниями изучены в работе [4]. На базе этих теоретических исследований синтезирован закон управления подвеской вертолета [5, 6]. Продолжением этой работы является моделирование системы стохастического управления подвеской вертолета с минимизацией энергетических затрат на управление.

1. Математическая модель системы

Принимая во внимание, что период колебаний внешней подвески значительно превышает постоянную времени вертолета, можно представить модель вертолета как движение колебательной системы с центром масс в точке M водосливного устройства массой m и с точкой подвеса F . Модель такой системы представлена на рис. 2, где текущие координаты центра масс и точки подвеса обозначены соответственно (x_0, y_0) и (x, y) .

Выражая значения координат центра масс через координаты точки подвеса груза, получим соотношения

$$x_0 = x - L \sin \varphi; \quad (1)$$

$$y_0 = y - L \cos \varphi, \quad (2)$$

где L — длина подвеса от точки подвеса груза до центра инерции; φ — угол отклонения подвеса от вертикали.

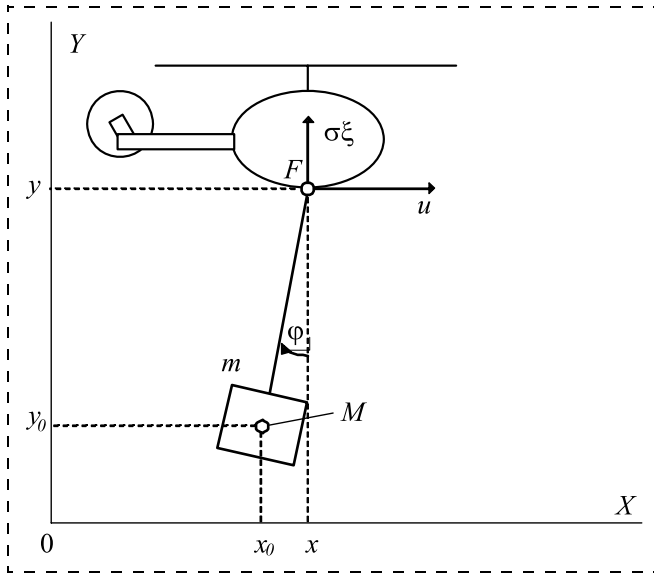


Рис. 2. Модель движения вертолета с внешней подвеской

В соотношении (2) величина y представляет собой случайное возмущение точки подвеса груза, которое выражается в колебаниях точки подвеса в вертикальной плоскости. На рис. 2 обозначение $\sigma\xi$ представляет собой помеху с интенсивностью σ .

Принимая в качестве обобщенной координаты угол отклонения подвеса от вертикали, запишем уравнение Лагранжа для рассматриваемой системы:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi}, \quad (3)$$

где

$$T = \frac{m}{2} (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2); \quad (4)$$

$$\Pi = mgy_0. \quad (5)$$

С использованием соотношений (1), (2) и (4), (5), а также с учетом малости возможных значений φ и $\dot{\varphi}$ [3], уравнение (3) примет вид

$$mL^2 \ddot{\varphi} + mL \ddot{y} \varphi - mL \ddot{x} = -mgL \varphi. \quad (6)$$

Так как момент инерции груза относительно точки подвеса равен

$$I = mL^2, \quad (7)$$

уравнение (6) можно представить в виде

$$I \ddot{\varphi} + mL(g + \ddot{y})\varphi = mL \ddot{x}, \quad (8)$$

где $\ddot{x} = u$ — управление, $\ddot{y} = \sigma\xi$ — помеха с интенсивностью σ .

Вводя обозначения

$$\begin{aligned} a &= -mgLI^{-1}; \\ b &= mLI^{-1} = L^{-1}; \\ c &= -mLI^{-1} = -L^{-1}, \end{aligned} \quad (9)$$

перепишем уравнение (8) в виде

$$\ddot{\varphi} = a\varphi + bu + c\sigma\xi\varphi. \quad (10)$$

Обозначив

$$\varphi = x_1, \quad \dot{\varphi} = x_2, \quad (11)$$

запишем уравнение (10) как систему

$$\dot{x}_1 = x_2; \quad (12)$$

$$\dot{x}_2 = ax_1 + bu + c\sigma\xi x_1.$$

Отсюда в векторной форме имеем

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU + \sigma_0 \xi X; \\ X(t_0) &= X_0, \quad t_0 \leq t \leq T, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}, \quad \sigma_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c\sigma & 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Соотношения (13) и (14) выражают математическую модель движения вертолета при наличии случайных возмущений на внешнюю подвеску в точке ее крепления к корпусу.

2. Синтез системы оптимального управления

Линейная управляемая система (13) описывает движение на отрезке $[t_0, T]$, причем вектор фазовых координат $X(t)$, управление $U(t, x)$ и скалярный гауссовский белый шум ξ , моделирующий возмущение [2], являются взаимозависимыми. Информация о значении фазовых координат известна в каждый момент времени. Управление $U(t, x)$ требуется выбрать так, чтобы минимизировать квадратичный функционал

$$J = M \int_{t_0}^T (X' N_1 X + U' N_0 U) dt, \quad (15)$$

где штрих — знак транспонирования, а

$$N_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad U = u, \quad N_0 = 1. \quad (16)$$

Решение строится с помощью метода, изложенного в работе [4], с использованием динамического программирования.

Вводя функцию Беллмана $V(t, X)$, составим уравнение Беллмана, которое в данном случае имеет вид

$$\begin{aligned} \inf_U \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)' (AX + BU) + X' N_1 X + \right. \\ \left. + U' N_0 U + \frac{1}{2} X' \sigma_0' \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \sigma_0 X \right] = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

с граничными условиями $V(t, X) = 0$. В задачах стабилизации $T \rightarrow \infty$.

Из уравнения (17) вытекает, что оптимальное управление $U_0(t, x)$ выражается через функцию Беллмана соотношением

$$U_0(t, X) = -\frac{B'}{2N_0} \frac{\partial V(t, X)}{\partial X}. \quad (18)$$

Решение задачи ищем в виде

$$V(t, X) = X'P(t)X. \quad (19)$$

В выражении (19) матрица $P(t)$ подлежит определению. Соотношение (18) преобразуется следующим образом:

$$U_0(t, X) = -N_0 B' P(t) X. \quad (20)$$

Подставляя в уравнение (17) соотношения (19) и (20), получим в его левой части квадратичную функцию от вектора фазовых координат с коэффициентами, зависящими от времени. Приравнявая нулю коэффициенты при квадратичных членах, получим

$$\dot{P} + A'P + PA - PB N_0^{-1} (PB)' + N_1 + \sigma_0' P \sigma_0 = 0, \quad (21)$$

где $P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix}$.

С учетом соотношений (14) и (16), из матричного уравнения (21) получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \dot{P}_{11} &= -aP_{21} - aP_{12} + b^2 P_{12}^2 - 1 - c\sigma^2 P_{22}; \\ \dot{P}_{12} &= -aP_{22} - P_{11} + b^2 P_{12} P_{22}; \\ \dot{P}_{21} &= -P_{11} - aP_{22} + b^2 P_{22} P_{12}; \\ \dot{P}_{22} &= -P_{12} - P_{21} + b^2 P_{22}^2. \end{aligned} \quad (22)$$

Поскольку $P_{12} = P_{21}$ в силу симметричности матрицы $P(t)$, систему (22) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{P}_{11} &= -2aP_{21} + b^2 P_{12}^2 - 1 - c\sigma^2 P_{22}; \\ \dot{P}_{21} &= -P_{11} - aP_{22} + b^2 P_{22} P_{12}; \\ \dot{P}_{22} &= -2P_{12} + b^2 P_{22}^2. \end{aligned} \quad (23)$$

Таким образом, решение задачи синтеза оптимального управления вертолетом с компенсацией вызванных случайными возмущениями колебаний и минимизацией энергетических затрат на управление сведено к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений (23) и нахождению матрицы P .

С учетом соотношений (11), (14), (16) и (20) оптимальное управление будет иметь вид

$$U_0(t, \varphi, \dot{\varphi}) = -L^{-1} P_{22} \dot{\varphi} - L^{-1} P_{21} \varphi. \quad (24)$$

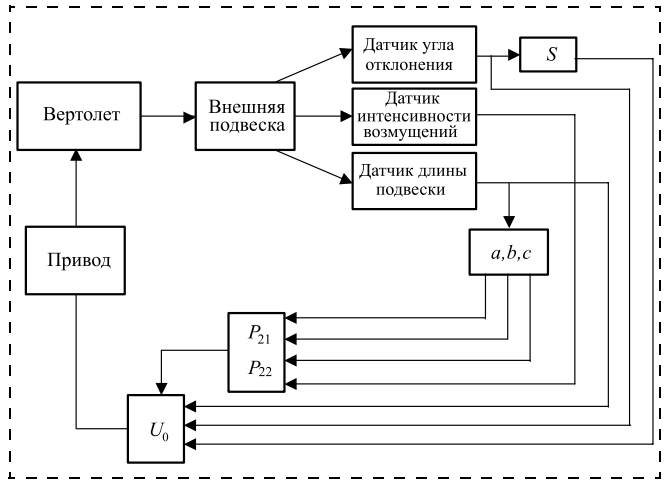


Рис. 3. Система стохастического управления вертолетом

Из полученного выражения видно, что оптимальное управление не зависит от массы водосливного устройства, но является функцией длины внешней подвески, следовательно, при изменении длины подвески в процессе движения вертолета необходимо ее измерять наряду с измерением угла отклонения подвески от вертикали и уровнем помех.

В соответствии с синтезированным законом стохастического управления схема соответствующей системы управления должна включать датчик текущего угла отклонения подвески от вертикали, датчик интенсивности возмущений и датчик длины подвески (рис. 3).

Информация с датчика текущего угла отклонения подвески от вертикали и от датчика интенсивности поступает в блок формирования управляющего сигнала U_0 . Датчик интенсивности помех реализуется на базе акселерометра. Информация об угловой скорости может быть получена с помощью дифференцирующего блока S . Выходы с датчиков интенсивности помех и длины подвески используются для вычисления текущих значений коэффициентов P_{21} и P_{22} , которые также поступают в блок формирования управляющего сигнала, используемого для оптимального управления приводом вертолета.

3. Анализ влияния изменений параметров системы на управляющий сигнал

Как было показано, решение системы (23) зависит от длины внешней подвески и уровня помех. Влияние изменений этих параметров системы на управляющий сигнал было исследовано с помощью пакета программ MATLAB [7]. Результаты временной оценки решения приведены на рис. 4.

Из результатов видно, что значения коэффициентов P перестают меняться после 20 с. С учетом этого подсчитываются значения $P_{21} = P_{12}$ и P_{22} в

функции длины подвески и уровня интенсивности помех на заданных диапазонах изменения.

Результаты изменения значений $P_{21} = P_{12}$ даны на рис. 5 (см. третью сторону обложки).

Анализ результатов показывает, что длина подвеса существенно влияет на величину P_{12} , особенно при высоком уровне помех.

Аналогичная качественная картина получается для значений P_{22} , как это видно из рис. 6 (см. третью сторону обложки).

Кроме графических результатов программа позволяет получить их табличные значения. Значения коэффициентов $P_{21} = P_{12}$ и P_{22} в наиболее прак-

тически применимом диапазоне приведены соответственно в табл. 1 и табл. 2.

Например, для уровня помех $1,0 \text{ м/с}^2$ значение P_{12} при длине подвеса 5 м равно $0,494$, а значение P_{22} при тех же параметрах равно $-4,89$. Используя выражение (24), оптимальное управление для этого случая можно записать в виде

$$U_0(T) = 0,978\phi - 0,0988\phi. \tag{25}$$

Таким образом, полученное оптимальное управление, вырабатываемое с помощью обратной связи, обеспечивает гашение колебаний при текущих значениях длины внешней подвески и уровня помех, минимизируя при этом расход энергии на управление.

Заключение

Построена математическая модель движения вертолета с водосливным устройством на внешней подвеске для тушения пожаров, которая учитывает действие случайных возмущений на внешнюю подвеску от вибраций роторов, порывов ветра и конвекции потоков в зоне пожара.

Синтезирована система оптимального стохастического управления с минимизацией колебаний подвески и энергии для его реализации. Проведен анализ влияния изменений параметров системы на управляющий сигнал в зависимости от длины подвески и интенсивности стохастических возмущений с помощью компьютерного моделирования. Предложена структура системы стохастического управления вертолетом, которая позволяет контролировать колебания внешней подвески внутри диапазона допустимых значений.

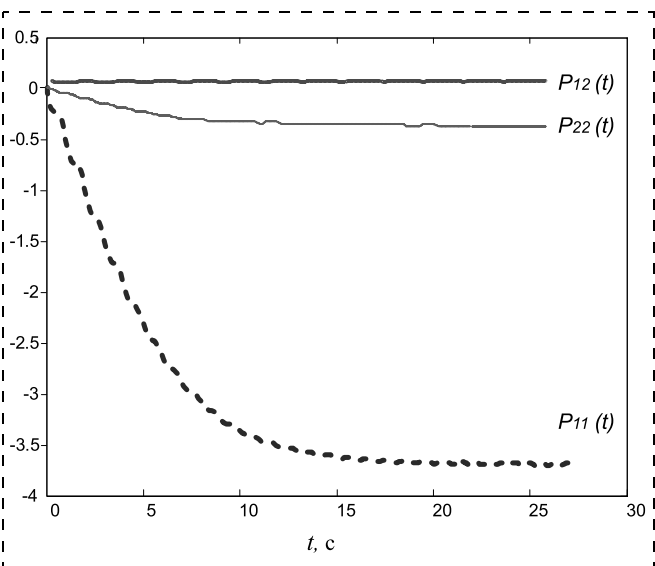


Рис. 4. Временная оценка решения для коэффициентов P

Таблица 1

Численные значения $P_{21} = P_{12}$

$\sigma, \text{ м/с}^2$	$L, \text{ м}$			
	3	5	7	10
0,5	0,178	0,302	0,421	0,635
1,0	0,266	0,494	0,748	1,36
1,5	0,488	1,07	1,78	21,2
2,0	0,999	2,42	4,41	43,2
2,5	1,53	5,77	30,1	87,5

Таблица 2

Численные значения P_{22}

$\sigma, \text{ м/с}^2$	$L, \text{ м}$			
	3	5	7	10
0,5	-1,76	-3,78	-6,17	-173
1,0	-2,15	-4,89	-8,33	-285
1,5	-2,95	-7,22	-13,0	-390
2,0	-4,24	-11,0	-20,7	-452
2,5	-7,5	-302	-542	-578

Список литературы

1. Kutay A. T., Calise A. J., Idan M., Hovakimyan N. Experimental Results on Adaptive Output Feedback Control Using a Laboratory Model Helicopter // IEEE Trans. on control systems technology. 2005. Vol. 13, N. 11. P. 196—202.

2. Arcara P., Bittanti S., Lovera M. Active control of vibrations in helicopters by periodic optimal control // Proc. of the IEEE Int. Conf. on Control Applications, Hartford, CT. 1997. P. 730—735.

3. Асовский В. П. Особенности тушения лесных пожаров вертолетами с использованием подвесных водосливных устройств // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2009. Вып. № 138. С. 143—149.

4. Черноусько Ф. Л., Колмановский В. Б. Оптимальное управление при случайных возмущениях. М.: Физматлит, 1978. 352 с.

5. Rachkov M., Marques L., De Almeida A. Stochastic control of helicopter suspended load position // Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems Methods. 2007. Vol. 13, N. 2, P. 115—124.

6. Рачков М. Ю., Харин Д. В. Синтез оптимального управления пожарным вертолетом // 18-я науч.-техн. конф. по экстремальной робототехнике, Санкт-Петербург, 2007. С. 254—258.

7. Matlab 2015. The Mathworks Inc. URL: <https://www.mathworks.com/>

Stochastic Control of the External Sling of a Fire Helicopter

M. Yu. Rachkov, michyur@gmail.com✉,
Moscow Polytechnic University, Moscow, 115280, Russian Federation

Corresponding author: **Rachkov Mikhail Yu.**, D. Sc., Professor,
Moscow Polytechnic University, Moscow, 115280, Russian Federation,
e-mail: michyur@gmail.com

Received on February 02, 2017

Accepted on March 02, 2017

The paper describes the motion modeling of a fire helicopter with an external sling and a spillway device. The mathematical model of the fire helicopter with an external sling takes into account the effect of the stochastic disturbances for the sling caused by the rotor vibrations, gusts of wind and convection flows in the fire zone. The stochastic optimal control is synthesized with minimal sling oscillations and control power for its implementation. The solution is obtained due to dynamic programming. The resulting optimal control does not depend on the mass of a spillway device, but it is a function of a sling length. Thus, because of the changing sling length during motion, the length should be measured together with the sling deviation angle and the intensity of the stochastic disturbances. The temporal evolution of the system solution is done for various disturbance intensities. The computer calculation results are presented as a function of the suspension length and the intensity of the stochastic disturbances. Analysis of the results shows that the sling length affects significantly the value of the control signal, especially at high levels of the disturbances. A structure of the helicopter stochastic control system is proposed. It makes it possible to control oscillation of the external sling within an acceptable range. The system includes an oscillation angle, a sensor of the stochastic disturbance intensity and the sling length sensor. Thus, the helicopter control can be obtained through changing the thrust magnitude of the main and tail helicopter rotors.

Keywords: computer modeling, optimal control, stochastic disturbance, fire helicopter

For citation:

Rachkov M. Yu. Stochastic Control of the External Sling of a Fire Helicopter, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 637–641.

DOI: 10.17587/mau.18.637-641

References

1. Kutay A. T., Calise A. J., Idan M., Hovakimyan N. Experimental Results on Adaptive Output Feedback Control Using a Laboratory Model Helicopter, *IEEE Trans. on control systems technology*, 2005, vol. 13, no. 11, pp. 196–202.
2. Arcara P., Bittanti S., Lovera M. Active control of vibrations in helicopters by periodic optimal control, *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Control Applications*, Hartford, CT, 1997, pp. 730–735.

3. Chernousko F. L., Kolmanovsky V. B. *Optimalnoe upravlenie pri sluchajnyh vozmushcheniyah* (Optimal control by stochastic disturbances), Moscow, Fizmatlit, 1978, 352 p. (in Russian).

4. Asovskij V. P. *Nauchnyj Vestnik Moskovskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta Grazhdanskoj Aviacii*, 2009, no. 138, pp. 143–149 (in Russian)

5. Rachkov M., Marques L., De Almeida A. Stochastic control of helicopter suspended load position, *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems Methods*, 2007, vol. 13, no. 2, pp. 115–124.

6. Rachkov M. Yu., Harin D. V. 18 *Nauchno-Tekhn. Konf. po Ehkstremalnoj Robototekhnike*, Sankt-Peterburg, 2007, pp. 254–258 (in Russian).

7. **Matlab 2015**. The Mathworks Inc., available at: <https://www.mathworks.com/>

УДК 629.7.051.86

DOI: 10.17587/mau.18.641-647

Ю. Д. Кислицын, канд. техн. наук, зам. генерального директора, ki@gosniias.ru,
И. Ф. Хисматов, канд. техн. наук, нач. сектора, ihsn@gosniias.ru,
Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, г. Москва

Оценка вероятности визирования объектов при автоматическом выходе летательного аппарата на рубеж обнаружения

Рассматривается случайное событие автоматической выставки оптической оси бортовой системы визирования беспилотного летательного аппарата при автоматическом наведении в точку обнаружения заданного в полетном задании объекта. Определяются нижняя и верхняя границы вероятности попадания наземного объекта в пределы углового поля.

Ключевые слова: координатор, визирование, наведение, погрешности, вероятность, летательный аппарат, обнаружение

Введение

Построение современных авиационных комплексов визирования наземных объектов основано на применении "смотрящих" оптико-электронных

систем [1–2], принципы функционирования которых реализуют покадровую цифровую обработку информации фокальных матричных приемников оптического излучения в диапазонах длин волн, соответствующих окнам прозрачности атмосферы.

В них реализуются алгоритмы решения задачи автоматической селекции заданных в полетном задании объектов интереса путем обработки регистрируемых в полете изображений участков ландшафта. На сегодняшний момент наибольшее распространение получили алгоритмы, которые основаны на сравнении эталонной информации об объекте интереса (эталонных) с информацией, содержащейся в кадрах видеосигнала координатора системы визирования на рубеже обнаружения. Эталонные готовятся на позициях подготовки полетного задания. Исходной информацией для формирования эталонов могут стать результаты регистрации участков местности средствами воздушно-космического мониторинга в различных диапазонах оптического спектра.

На рубеже обнаружения по навигационной информации о собственном положении беспилотного летательного аппарата и информации о координатах объекта интереса системе визирования выдается угловое целеуказание в целях ориентирования координатора (камеры) в требуемом направлении. В процессе отработки целеуказания координатор принимает такое пространственное положение, которое соответствует расположению оптической оси в направлении объекта интереса. Случайные погрешности навигационной информации, а также погрешности отработки требуемого углового положения координатором системы визирования приводят к тому, что событие попадания объекта интереса в пределы углового поля камеры имеет случайный характер, а его изображение занимает случайное положение на приемнике оптического излучения. Последнее может приводить к дополнительным погрешностям определения координат объекта интереса, так как алгоритмы селекции могут быть чувствительны к линейным смещениям текущих изображений относительно эталонных.

Таким образом, процесс автоматической селекции имеет условно-вероятностный характер: селекция возможна при условии визирования объекта интереса, т. е. его попадания в пределы углового поля камеры.

В связи с этим задача оценки вероятности визирования объектов интереса бортовыми системами летательных аппаратов в режимах автоматического выхода на рубеж обнаружения является актуальной как на этапах проведения обликотных исследований, так и на этапах выполнения опытно-конструкторских работ, таких как отработка и наземные испытания [3].

Постановка задачи

Вероятность события, при котором объект интереса попадает в угловое поле координатора на рубеже обнаружения, принимается эквивалентной вероятности события, при котором погрешность α_k

угловой ориентации координатора относительно точки интереса по модулю не превышает значения половины углового поля зрения координатора в вертикальном канале. Предполагается, что при выходе изображения точки интереса за пределы раstra алгоритм селекции достоверно не распознает заданный в эталоне объект и выдает нулевое значение признака захвата. Точка интереса назначается на объекте интереса в процессе подготовки полетного задания и определяет его геодезические координаты.

Погрешность α_k угловой ориентации координатора относительно точки интереса определяется тремя группами факторов (рис. 1).

Первая группа обусловлена навигационными погрешностями автоматического вывода летательного аппарата на рубеж распознавания, которые могут быть выражены вектором погрешности $\mathbf{r}_{p3}$ (рис. 1). Вторая группа факторов обусловлена погрешностями углового положения летательного аппарата, которые определяют составляющую $\alpha_{исн}$ суммарного угла α_k между направлением на точку интереса и положением оптической оси координатора на рубеже обнаружения.

Третья группа факторов обусловлена погрешностями определения геодезических координат точки интереса средствами воздушно-космического мониторинга, которые также могут быть выражены вектором погрешности $\mathbf{r}_{ти}$.

На рис. 1 введены следующие обозначения:

$\alpha_{рти}$ — составляющая ошибки, вызванная погрешностями определения координат точки интереса средствами воздушно-космического мониторинга;

α_{p3} — составляющая ошибки, вызванная погрешностями информации о линейном положении летательного аппарата на рубеже распознавания;

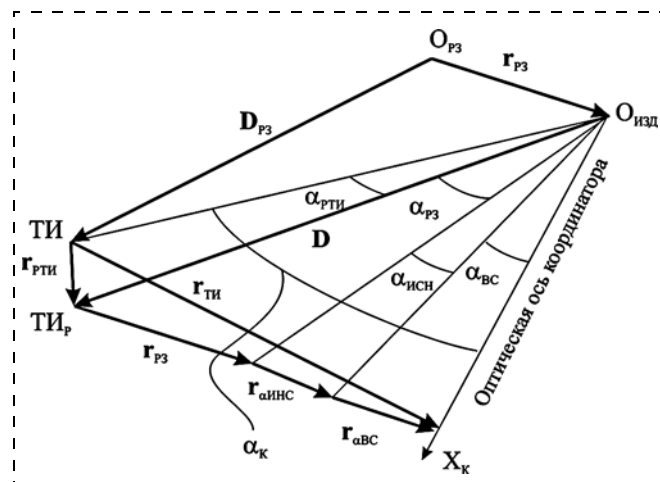


Рис. 1. Схема ошибок визирования точки интереса на рубеже обнаружения

$\alpha_{\text{ИСН}}$ — составляющая ошибки, вызванная погрешностями углового летательного аппарата;

$\alpha_{\text{ГСН}}$ — составляющая ошибки, вызванная погрешностями обработки целеуказания координатором визирной системы;

$\alpha_{\text{к}}$ — суммарная погрешность угловой ориентации координатора относительно точки интереса;

$O_{\text{РЗ}}$ — положение рубежа обнаружения;

$O_{\text{ИЗД}}$ — истинное положение летательного аппарата около рубежа обнаружения;

ТИ — истинное положение точки интереса;

$\text{ТИ}_{\text{Р}}$ — положение точки интереса, определяемое с учетом погрешностей систем воздушно-космического мониторинга;

$D_{\text{РЗ}}$ — заданная дальность рубежа селекции от истинного положения точки интереса;

D — дальность летательного аппарата в момент селекции;

$\mathbf{r}_{\alpha\text{ИНС}}$ — вектор погрешности, определяемый ошибками углового положения летательного аппарата;

$\mathbf{r}_{\alpha\text{ВС}}$ — вектор погрешности, определяемый ошибками обработки целеуказания координатора визирной системы;

$\mathbf{r}_{\text{РЗ}}$ — вектор погрешностей вывода летательного аппарата на рубеж селекции;

$\mathbf{r}_{\text{ТИ}}$ — вектор погрешностей определения географических координат точки интереса средствами воздушно-космического мониторинга;

$\mathbf{r}_{\text{ТИ}}$ — вектор суммарной погрешности положения точки интереса относительно оптической оси координатора.

Требуется определить вероятность $P_{\text{к}}$ — вероятность события, при котором точка интереса попадает в угловое поле координатора на рубеже обнаружения.

Описание метода оценки нижней и верхней границ вероятности $P_{\text{к}}$

Перед изложением метода решения задачи следует уточнить, что процесс функционирования средств воздушно-космического мониторинга также характеризуется навигационными погрешностями положения в точке регистрации эталонного изображения, задаваемого в качестве координат рубежа распознавания в полетном задании. Однако данные погрешности влияют только на изменения ракурса наблюдения объекта интереса, которыми можно пренебречь в большинстве случаев, так как навигационные погрешности средств воздушно-космического мониторинга, как правило, по модулю значительно меньше дальности съема эталонов.

Вектор $\mathbf{r}_{\text{ТИ}}$ (рис. 1) суммарной погрешности положения оптической оси координатора на рубеже

распознавания относительно точки интереса определяется суммой:

$$\mathbf{r}_{\text{ТИ}} = \mathbf{r}_{\text{РЗ}} + \mathbf{r}_{\text{ТИ}} + \mathbf{r}_{\alpha\text{ГСН}} + \mathbf{r}_{\alpha\text{ВС}}.$$

Предположим, что каждый из векторов погрешностей может быть определен в проекциях на оси нормальной земной системы координат, характеризующих нормальным распределением с известными числовыми характеристиками. Таким образом, в земной системе координат может быть задан эллипсоид рассеивания, определяющий область расположения суммарного вектора погрешности с заданной вероятностью. Как правило, координаты всех погрешностей коррелированы между собой, поэтому главные оси эллипсоида рассеивания суммарной погрешности не совпадают с осями земной системы координат.

Погрешность $\alpha_{\text{к}}$ визирования объекта интереса, выраженная в угловой мере, может быть определена по информации о дальности D рубежа обнаружения и о длине $|\mathbf{r}_{\text{КТИ}}|$ проекции вектора суммарной погрешности $\mathbf{r}_{\text{ТИ}}$ на картинную плоскость, перпендикулярную оптической оси координатора:

$$\alpha_{\text{к}} = |\mathbf{r}_{\text{КТИ}}|/D,$$

где D — случайная скалярная величина с математическим ожиданием m_D и дисперсией D_D ; $|\mathbf{r}_{\text{КТИ}}|$ — скалярная случайная величина, характеризующая условными числовыми характеристиками в зависимости от углового положения координатора.

Определение дисперсии положительной случайной величины $\alpha_{\text{к}}$ возможно после линеаризации выражения для ее вычисления:

$$\alpha_{\text{к}} \approx \frac{m_r}{m_D} + \frac{\partial \alpha_{\text{к}}(m_r, m_D)}{\partial r} (r - m_r) + \frac{\partial \alpha_{\text{к}}(m_r, m_D)}{\partial D} (D - m_D),$$

где $r = |\mathbf{r}_{\text{КТИ}}|$; m_r и m_D — математические ожидания соответственно r и D .

После дифференцирования получаем

$$\alpha_{\text{к}} \approx \frac{m_r}{m_D} + \frac{1}{m_D} (r - m_r) - \frac{m_r}{m_D^2} (D - m_D).$$

Тогда дисперсия $D[\alpha_{\text{к}}]$ величины $\alpha_{\text{к}}$ определяется следующим выражением:

$$D[\alpha_{\text{к}}] \approx \frac{1}{m_D^2} D[r] + \frac{m_r^2}{m_D^4} D[D],$$

где $D[r]$ и $D[D]$ — дисперсии величин r и D соответственно.

Второе слагаемое последнего выражения имеет второй порядок малости по сравнению с первым и

в оценочных расчетах им можно пренебречь, а величину D принимать неслучайной. Тогда для дисперсии $D[\alpha_k]$ можно записать:

$$D[\alpha_k] = \frac{1}{D^2} D[r].$$

Характер случайного рассеивания координат вектора $\mathbf{r}_{\text{КТИ}}$ определяется размерами полуосей эллипса, получающегося сечением эллипсоида рассеивания суммарной векторной погрешности $\mathbf{r}_{\text{ТИ}}$ картинной плоскостью. Задача определения условных числовых характеристик проекции вектора $\mathbf{r}_{\text{ТИ}}$ на картинную плоскость имеет решение, позволяющее получить полную информацию о них в диапазоне условий выхода на рубеж обнаружения (время полета до выхода, углы ориентации связанной и визирной систем координат, дальность и др.). Однако ввиду необходимости учета большого числа параметров такая задача имеет сложное решение.

Вместе с этим, для получения оценочных значений вероятности P_k достаточно решить задачу определения ее нижней и верхней границ. Решение такой задачи возможно после принятия следующих допущений:

- эллипсоид рассеивания суммарной погрешности $\mathbf{r}_{\text{ТИ}}$ заменяется шаром;
- математические ожидания координат всех погрешностей нулевые;
- все погрешности не коррелированы между собой.

Переход к круговому рассеиванию величины $\mathbf{r}_{\text{ТИ}}$ осуществляется на основании замены эллипсоидов рассеивания каждой из ее векторных составляющих $\mathbf{r}_{\text{РЗ}}$, $\mathbf{r}_{\text{РТИ}}$, $\mathbf{r}_{\alpha\text{ГСН}}$ и $\mathbf{r}_{\alpha\text{ВС}}$ на шары. При этом для оценки нижней границы вероятности P_k рассматриваются шары с радиусами, равными длинам больших полуосей соответствующих эллипсоидов, а для оценки верхней границы — с радиусами, равными длинам меньших полуосей.

При таких допущениях в картинной плоскости получаем круговое рассеивание вектора $\mathbf{r}_{\text{КТИ}}$, характеризующее дисперсией его координат, соответствующей дисперсиям проекций суммарной векторной погрешности на оси земной системы координат. Поэтому числовые характеристики вектора $\mathbf{r}_{\text{КТИ}}$ совпадут с характеристиками вектора $\mathbf{r}_{\text{ТИ}}$.

Для того чтобы изображение точки интереса было расположено в пределах размеров приемника оптического излучения координатора, необходимо выполнение условия, при котором случайная величина α_k примет значение, удовлетворяющее неравенству

$$\alpha_k < \omega_{\text{БК}},$$

где $\omega_{\text{БК}}$ — половинный размер углового поля координатора визирной системы в одном из каналов, имеющем меньший угловой размер.

Так как дальность D в оценочных расчетах можно принимать неслучайной величиной, а числовые характеристики вектора $\mathbf{r}_{\text{КТИ}}$ совпадают с характеристиками вектора $\mathbf{r}_{\text{ТИ}}$, то событие попадания изображения точки интереса в пределы углового поля координатора можно описать условием

$$|\mathbf{r}_{\text{ТИ}}| < \omega_{\text{БК}} D.$$

В условиях принятых допущений (круговое рассеивание) длина вектора $\mathbf{r}_{\text{ТИ}}$ распределена в соответствии с законом Релея с параметром $\sigma_{\mathbf{r}_{\text{ТИ}}}$, определяемым в соответствии с выражением

$$\begin{aligned} \sigma_{\mathbf{r}_{\text{ТИ}}} &= \sqrt{D_1 + D_2 + D_3 + D_4} = \\ &= \sqrt{D_{\mathbf{r}_{\text{РЗ}}} + D_{\mathbf{r}_{\text{РТИ}}} + D_{\mathbf{r}_{\alpha\text{ИНС}}} + D_{\mathbf{r}_{\alpha\text{ВС}}}}. \end{aligned}$$

где D_1 — дисперсия $D_{\mathbf{r}_{\text{РЗ}}}$ распределения координат вектора $\mathbf{r}_{\text{РЗ}}$;

D_2 — дисперсия $D_{\mathbf{r}_{\text{РТИ}}}$ распределения координат вектора $\mathbf{r}_{\text{РТИ}}$;

D_3 — дисперсия $D_{\mathbf{r}_{\alpha\text{ИНС}}}$ распределения координат вектора $\mathbf{r}_{\alpha\text{ИНС}}$;

D_4 — дисперсия $D_{\mathbf{r}_{\alpha\text{ВС}}}$ распределения координат вектора $\mathbf{r}_{\alpha\text{ВС}}$.

Тогда вероятность события, при котором $|\mathbf{r}_{\text{ТИ}}| < \omega_{\text{БК}} D$, может быть определена исходя из закона распределения Релея с помощью выражения

$$P_k = P(|\mathbf{r}_{\text{ТИ}}| < \omega_{\text{БК}} D) = 1 - \exp\left(-\frac{(\omega_{\text{БК}} D)^2}{2\sigma_{\mathbf{r}_{\text{ТИ}}}^2}\right).$$

Дисперсии $D_{\mathbf{r}_{\alpha\text{ИНС}}}$ и $D_{\mathbf{r}_{\alpha\text{ВС}}}$ распределений координат векторов $\mathbf{r}_{\alpha\text{ИНС}}$ и $\mathbf{r}_{\alpha\text{ВС}}$ определяются выражениями

$$D_{\mathbf{r}_{\alpha\text{ИНС}}} = D_{\alpha\text{ИНС}} D^2, \quad D_{\mathbf{r}_{\alpha\text{ВС}}} = D_{\alpha\text{ВС}} D^2,$$

где $D_{\alpha\text{ИНС}}$ — дисперсия ошибок инерциально-спутниковой системы наведения при определении углового положения летательного аппарата; $D_{\alpha\text{ВС}}$ — дисперсия ошибок отработки углов целеуказания координатором визирной системы.

Анализ выражения для P_k позволяет сделать заключение о характере ее зависимости от углового поля координатора и дальности рубежа обнаружения: с увеличением этих величин вероятность растет, с уменьшением — падает. Таким образом, для обеспечения одного и того же уровня вероятности летательный аппарат, оснащенный визирной системой с меньшим угловым полем, должен быть выведен на большую дистанцию перед объектом интереса. И наоборот, большее угловое поле координатора обеспечивает меньшие дальности расположения рубежа обнаружения.

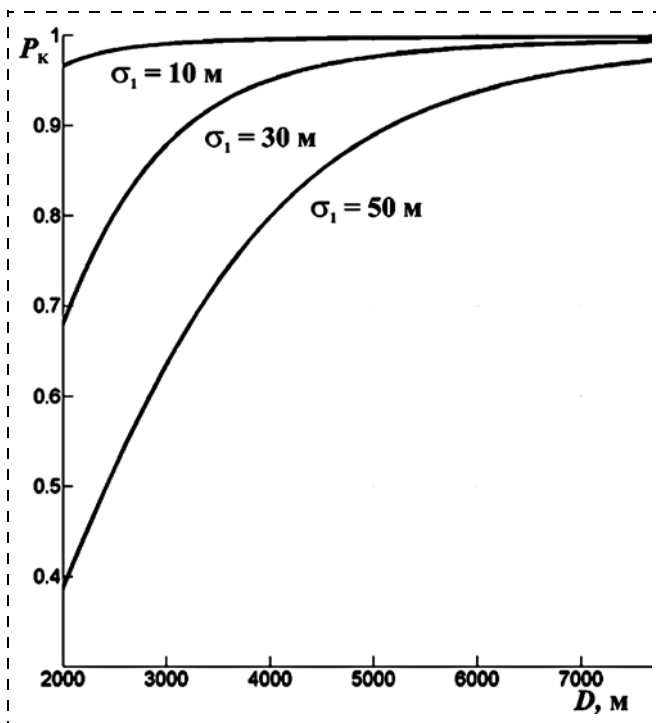


Рис. 2. Вероятность попадания точки интереса в угловое поле координатора при $\sigma_{\alpha\text{ИСН}} = 0,1^\circ$ и $\sigma_{\alpha\text{ВС}} = 0,4^\circ$

На рис. 2, 3 представлены графики, иллюстрирующие характер зависимости вероятности P_k от дальности рубежа обнаружения и среднего квадратического отклонения навигационных погрешностей (в линейных координатах) вывода на него летательного аппарата.

Рис. 2, 3 показывают существенную зависимость вероятности попадания объекта интереса в угловое поле визирной системы от дальности. Следовательно, для получения высокой достоверности регистрации изображения искомого объекта визирной системой летательного аппарата, наводящегося на рубеж обнаружения в автоматическом режиме, необходимо применять камеры с такими характеристиками, которые обеспечивают наблюдение на больших дальностях.

Построение прикладных методик определения вероятности попадания объектов интереса в угловое поле камеры будет зависеть от состава доступной исходной информации о точностных характеристиках бортового навигационного комплекса летательного аппарата, а также от требований к достоверности получаемых оценок.

Заключение

В статье показаны лишь основные принципиальные положения, предлагаемые для оценки вероятности попадания объектов интереса в угловое поле камеры при автоматическом наведении лета-

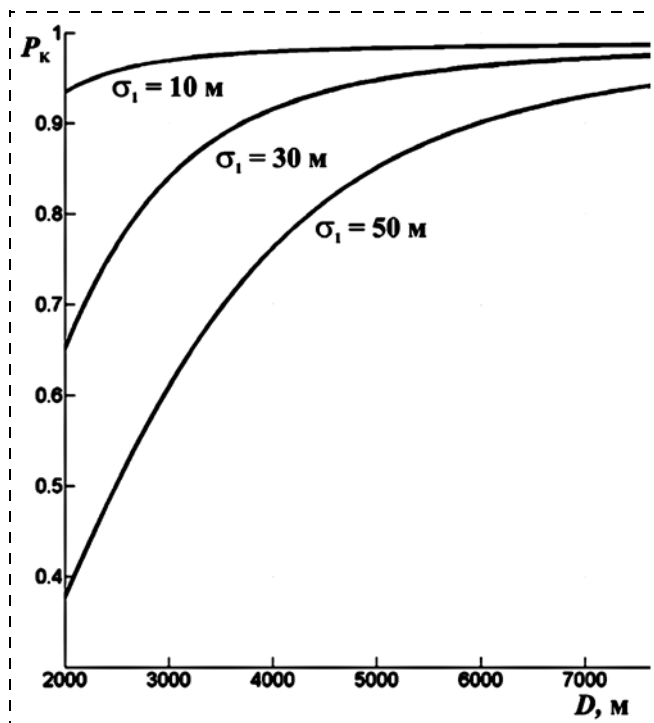


Рис. 3. Вероятность попадания точки интереса в угловое поле координатора при $\sigma_{\alpha\text{ИСН}} = 0,3^\circ$ и $\sigma_{\alpha\text{ВС}} = 0,4^\circ$

тельного аппарата на рубеж обнаружения. Они могут быть положены в основу методик анализа функционирования визирных систем при селекции заданного множества объектов интереса в различных условиях автоматического полета летательного аппарата.

Например, количественно эффективность функционирования теле-тепловизионной системы наведения может быть оценена с помощью обобщенного показателя — вероятности наведения P_n летательного аппарата в заданную точку с погрешностью не более заданного значения, что вытекает из принципов системного анализа сложных систем [4]. Обобщенным называется комплексный показатель качества, позволяющий определять эффективность функционирования системы и принимать решение о степени соответствия ее характеристик своему конечному целевому назначению.

Характерной особенностью автоматической селекции объектов по эталонным изображениям является наличие погрешностей в оцененном положении точки интереса на растре координатора, обусловленных погрешностями функционирования алгоритмов автоматического распознавания в условиях, отличных от условий формирования эталона. При селекции точки интереса с последующими процессами выдачи целеуказания и наведения в заданном направлении обобщенный показатель качества функционирования теле-тепловизионной

системы наведения P_H может быть определен исходя из следующего выражения:

$$P_H = P_{\text{СЦ}} P_{\text{КН}} + (1 - P_{\text{СЦ}}) P_{\text{ИСН}},$$

где $P_{\text{СЦ}}$ — вероятность автоматической селекции точки интереса по эталонной информации с погрешностью не более заданного порогового значения; $P_{\text{КН}}$ — вероятность наведения (с погрешностью не более заданного) летательного аппарата по информации о координатах выделенной при селекции точки интереса; $P_{\text{ИСН}}$ — вероятность наведения летательного аппарата с погрешностью не более заданного по информации инерциально-спутниковой системы навигации.

Предполагается, что при превышении погрешности автоматической селекции заданного порога происходит достоверный срыв захвата, и бортовой навигационный комплекс переходит на режим наведения летательного аппарата по информации инерциально-спутниковой системы.

Вероятность автоматической селекции $P_{\text{СЦ}}$ точки интереса по эталонной информации может быть определена с учетом формулы полной вероятности, через вероятность P_K попадания объекта интереса в угловое поле координатора, т. е.

$$P_{\text{СЦ}} = P_K P_p(\Delta\Gamma_3 \in S_{\text{ТИ}}),$$

где $P_p(\Delta\Gamma_3 \in S_{\text{ТИ}})$ — вероятность события, при котором растровые координаты $\Delta\Gamma_3$, определенные в результате функционирования алгоритма селекции, попадут в область $S_{\text{ТИ}}$ вокруг точки интереса.

Описанные в статье положения метода оценки качества селекции объектов интереса были применены в ФГУП "ГосНИИАС" при отработке образца авиационной теле-тепловизионной системы наведения на стендах математического и полунатурного моделирования интегрированной модульной базы моделирования бортовых авиационных комплексов [5].

Список литературы

1. **Опτικο-электронные** системы авиационного вооружения: учеб. пособ. Ч. 2. Основы устройства, разработки, исследований и испытаний оптико-электронных систем / Под. ред. А. М. Краснова. М.: Изд. ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 2004. 591 с.
2. **Тарасов В. В., Якушенко Ю. Г.** Инфракрасные системы "смотрящего типа". М.: Логос, 2004. 444 с.
3. **Хисматов И. Ф.** Проблемы наземных испытаний теле- и тепловизионных систем конечного наведения методами полунатурного моделирования // Актуальные вопросы исследований в авионике: теория, обслуживание, разработки. Сб. науч. ст. по материалам докл. III Всероссийской НПК "АВИАТОР" (11–12 февраля 2016 г.). Т. 1. Воронеж: ВУНЦ ВВС "ВВА", 2016. С. 113–117.
4. **Эксплуатация** комплексов авиационного вооружения / Под ред. Буравлева А. И. М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 2005.
5. **Хисматов И. Ф., Кислицын Ю. Д.** Принципы построения комплексов полунатурного моделирования в целях оценки качества авиационных оптико-электронных систем конечного наведения "смотрящего" типа // Всеросс. науч.-техн. конф. школа-семинар "Передача, прием, обработка и отображение информации о быстропротекающих процессах". Сб. докл. М.: Издательский дом Академии имени Н. Е. Жуковского, 2015. С. 384–396.
6. **Хисматов И. Ф.** Концепция построения систем имитации инфракрасного излучения наземной фоновой обстановки для управляемых авиационных средств поражения // Науч.-практ. конф. "Актуальные проблемы защиты и безопасности". Сб. докл. Т. 1. Вооружение и военная техника. СПб.: РАРАН, 2013. С. 515–520.

Assessment of the Object's Sighting Probability during an Automatic Reach of the Radar Range Perimeter by an Aircraft

Ju. D. Kislicyn, ki@gosniias.ru✉, **I. F. Hismatov**, ihsm@gosniias.ru,
State Research Institute of Aviation Systems, Moscow

Corresponding author: **Kislicyn Jury D.**, Ph. D., Assistant Manager General,
State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, Russian Federation,
e-mail: ki@gosniias.ru

Received on May 29, 2017

Accepted on June 08, 2017

The topic of the article is the aircraft optical-electronic systems for land-based objects sighting; those systems employ algorithms for solving of the problem of automatic discrimination of the objects defined by the mission input data according to the reference information. Random inaccuracies of the navigational data automatically reaching the radar range perimeter of the aircraft as well as inaccuracies of an adequate aspect angle development from the side of the sighting coordinator lead to the fact that an object entering into a camera's field angle has a random character. This fact has a decisive influence on the effectiveness of the use of an aircraft complex of integral guidance in respect to the specified object. For this reason, the probability estimate problem of object sighting by an airplane system in case of automatic reaching the radar range perimeter is topical and significant. The probability of an event, in which the object entering into the coordinator field angle on the radar range perimeter is specified by an equivalent probability of the event, in which the inaccuracy module of the coordinator's angular orientation with reference to a target does not exceed the value of a half of the coordinator's angular field in the vertical passage. The object sighting probability dependences of the coordinator's field angle and the radar range perimeter's distance are the following: the dependence rises with an increase of these values and falls with their decrease. An aircraft with the sighting system of a smaller field angle must be placed at a larger distance in front of the object for support of the same probability

level. And, vice versa, a larger field angle of the coordinator supports a smaller distance of the radar range perimeter's location. The dependence of the probability of the object entering into limits of the sighting system field angle of distance is presented. The results of the article can become a basis for the techniques of analysis of a sighting system's functioning in discrimination of an object's defined multitude in different conditions of the aircraft automatic flight.

Keywords: coordinator, sighting, guidance, inaccuracy, probability, aircraft, detection

For citation:

Kislicyn Ju. D., Hismatov I. F. Assessment of the Object's Sighting Probability during an Automatic Reach of the Radar Range Perimeter by an Aircraft, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 641—647.

DOI: 10.17587/mau.18.641-647

References

1. **Krasnov A. M.** ed. *Optiko-elektronnye sistemy aviacionnogo vooruzheniya. Ch. 2. Osnovy ustrojstva, razrabotki, issledovanij i ispytanij optiko-elektronnyh sistem* (Optical-electronic systems of the air armament. The text edition. Part 2. The basis of composition, research and test of optical-electronic systems), Moscow, Publishing house of VVIA im. prof. N. E. Zhukovskogo, 2004, 591 p. (in Russian).

2. **Tarasov V. V., Jakushenkov Ju. G.** *Infrakrasnye sistemy "smotryashhego tipa"* (Infrared system "looking type"), Moscow, Logos, 2004, 444 p. (in Russian).

3. **Hismatov I. F.** *Problemy nazemnyh ispytanij tele- i teplovizionnyh sistem konechnogo navedeniya metodami polunaturalnogo modelirovaniya* (Problems of ramp test of the terminal guidance's tele-thermal imaging systems by techniques of the in-line simulation), *Aktual'nye voprosy issledovanij v avionike: teorija, obsluzhivanie, razrabotki* (Actual questions of researches into avionics: the theory, service, developments), Sb. nauch. st. po materialam dokl. III Vserossijskoj NPK "AVIATOR" (11—12 February 2016), vol. 1,

Voronezh, Publishing house of VUNC VVS "VVA", 2016, pp. 113—117 (in Russian).

4. **Buravlev A. I.** ed. *Jekspluatacija kompleksov aviacionnogo vooruzheniya* (The exploitation of the air armament complex), Moscow, Publishing house of VVIA im. prof. N. E. Zhukovskogo, 2005 (in Russian).

5. **Hismatov I. F., Kislicyn Ju. D.** *Principy postroeniya kompleksov polunaturalnogo modelirovaniya v celjah ocenki kachestva aviacionnyh optiko-elektronnyh sistem konechnogo navedeniya "smotryashhego" tipa* (Principles of the construction of the in-line simulation complexes with a view to grade estimation of aircraft terminal guidance's optical-electronic systems "looking type"), *Vserossijskaja nauchno-tehnicheskaja konferencija shkola-seminar "Peredacha, priem, obrabotka i otobrazhenie informacii o bystroprotekajushhijh processah (Delivery, reception, adaptation and image of the information about high-speed process)"*, Moscow, Publishing house of VVIA im. prof. N. E. Zhukovskogo, 2015, pp. 384—396 (in Russian).

6. **Hismatov I. F.** *Koncepcija postroeniya sistem imitacii infrakrasnogo izlucheniya nazemnoj fonocелевой obstanovki dlja upravljajemyh aviacionnyh sredstv porazheniya* (The conception of the construction of infrared light's simulation system of the ground target environment for driven aircraft means of destruction), *Nauchno-prakticheskaja konferencija "Aktual'nye problemy zashhity i bezopasnosti (Actual problems of defence and safety)"*, Sbornik dokladov, vol. 1. Vooruzhenie i voennaja tehnika, S. Pb., RARAN, 2013, pp. 515—520 (in Russian).



28 ноября 2017 г. в ГК "ИЗМАЙЛОВО" (г. Москва) состоится

Восьмая Межотраслевая конференция

"АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВА-2017"

Основные направления конференции:

- Актуальные задачи автоматизации в промышленности.
- Современные информационные технологии для повышения уровня эффективности, экономичности и промышленной безопасности предприятий.
- Информационно-управляющие системы промышленной автоматизации (АСУТП, АСОДУ, ERP, CRM, MES, АСКУЭ, АИИСКУЭ, ПАЗ, РЗА, SCADA).
- Автоматизация и системы менеджмента электроснабжения промышленных предприятий.
- Практический опыт внедрения информационных систем на предприятиях машиностроения, энергетики, металлургии, нефтегазовой, оборонной и других отраслей промышленности.
- Управление информационной безопасностью промышленных предприятий.
- Проблемы защиты информации в промышленных системах управления.
- Технологии и технические средства систем производственного контроля и мониторинга.
- Современные решения в области контрольно-измерительной техники.
- Программные средства поддержки проектирования.
- Системы управления нормативно-справочной информацией.

Председатель оргкомитета:

Ермаков Алексей Владимирович — т.: + 7 (905) 567-8767 e-mail: admin@intecheco.ru

факс: + 7 (495) 737-7079 e-mail: admin@intecheco.ru

Сайт конференции: <http://www.intecheco.ru/asutp/index.html>



29 ноября — 1 декабря 2017 г.
на базе Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники
состоится

XIII Международная научно-практическая конференция
"ЭЛЕКТРОННЫЕ СРЕДСТВА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ"

Цели конференции

- Обмен информацией о передовых исследованиях и разработках
- Анализ современных проблем радиоэлектроники, теории и практики управления
- Определение актуальных направлений научных исследований
- Представление на рынок новых разработок приборов, технических решений, программных средств и систем
- Интеграция усилий ученых и промышленников по созданию конкурентоспособной наукоемкой продукции

Контактная информация

по электронной почте: es@main.tusur.ru Е. А. Юрченкова, тел.: (3822) 701-524
Ю. Н. Боберь, тел.: (3822) 701-558.

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Е. В. Комиссарова*.

Сдано в набор 28.06.2017. Подписано в печать 14.08.2017. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН917. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.

Рисунки к статье М. Ю. Рачкова
«СТОХАСТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ
ВНЕШНЕЙ ПОДВЕСКОЙ ПОЖАРНОГО ВЕРТОЛЕТА»



Рис. 1. Пожарный вертолет Ми-8

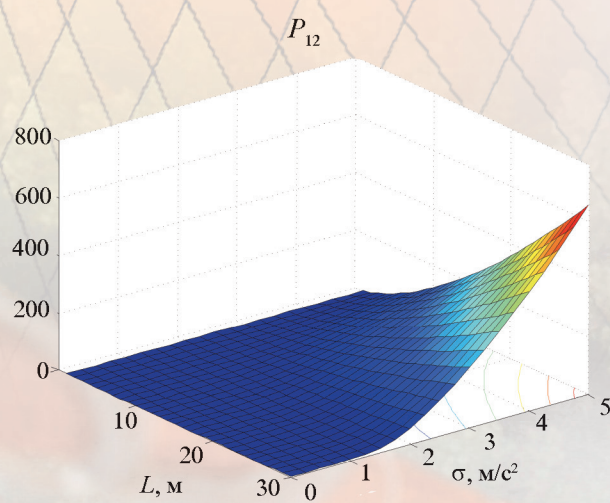


Рис. 5. Результаты изменения значений $P_{21} = P_{12}$

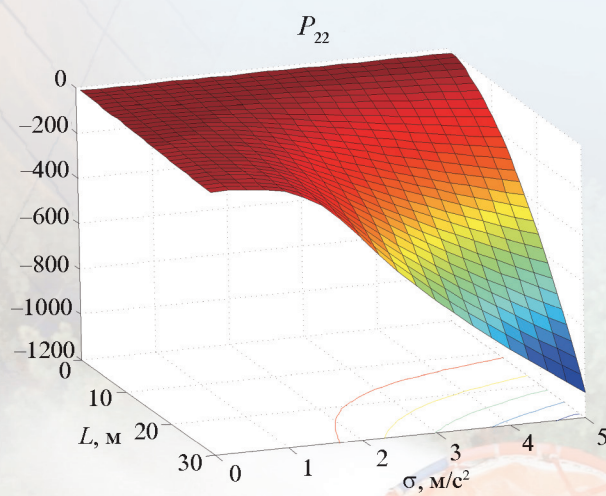


Рис. 6. Результаты вычислений величины P_{22}

Издательство “НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ” выпускает научно-технические журналы



Теоретический и прикладной научно-технический журнал

ПРОГРАММНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ

В журнале освещаются состояние и тенденции развития основных направлений индустрии программного обеспечения, связанных с проектированием, конструированием, архитектурой, обеспечением качества и сопровождением жизненного цикла программного обеспечения, а также рассматриваются достижения в области создания и эксплуатации прикладных программно-информационных систем во всех областях человеческой деятельности.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 22765; «Пресса России» – 39795



Ежемесячный теоретический и прикладной
научно-технический журнал

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития основных направлений в области разработки, производства и применения информационных технологий.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 72656; «Пресса России» – 94033



Научно-практический и учебно-методический журнал

БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В журнале освещаются достижения и перспективы в области исследований, обеспечения и совершенствования защиты человека от всех видов опасностей производственной и природной среды, их контроля, мониторинга, предотвращения, ликвидации последствий аварий и катастроф, образования в сфере безопасности жизнедеятельности.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 79963; «Пресса России» – 94032



Ежемесячный междисциплинарный
теоретический и прикладной научно-технический журнал

НАНО- и МИКРОСИСТЕМНАЯ ТЕХНИКА

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития нано- и микросистемной техники, рассматриваются вопросы разработки и внедрения нано- и микросистем в различные области науки, технологии и производства.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 79493; «Пресса России» – 27849

Все журналы
распространяются
только по подписке.

Оформить подписку можно
через подписные агентства
либо непосредственно
в редакции журналов.

Адрес редакции журналов для авторов и подписчиков:
107076, Москва, Стромынский пер., 4. Издательство “НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ”
Тел.: (499) 269-55-10, 269-53-97. Факс: (499) 269-55-10.

E-mail: antonov@novtex.ru