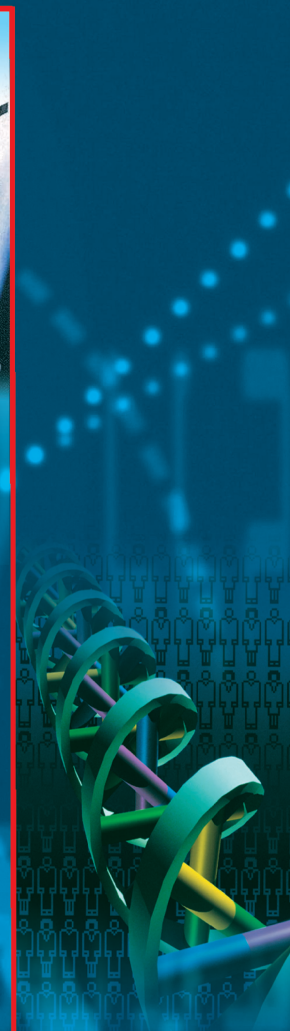


МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ



Том 18
2017
№ 8

Рисунки к статье В.С. Кулабухова
**«СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ
 НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ИЗОМОРФНОСТИ»**

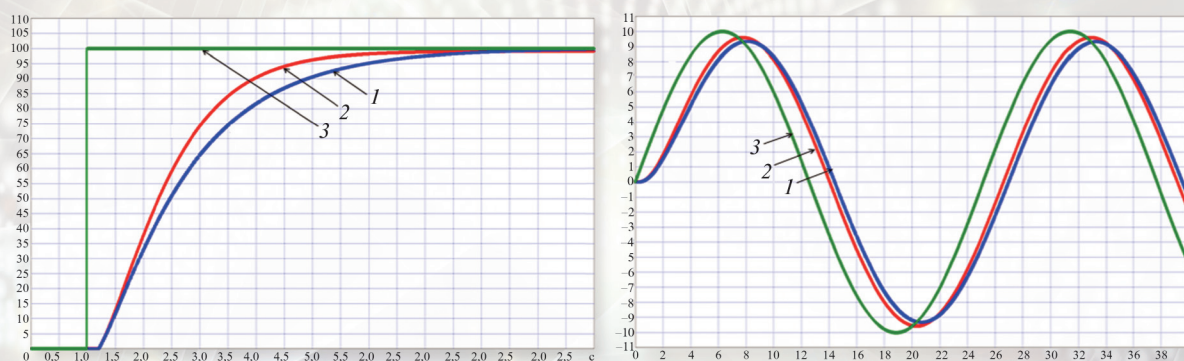


Рис. 11. Моделирование контуров управления объектом (14)

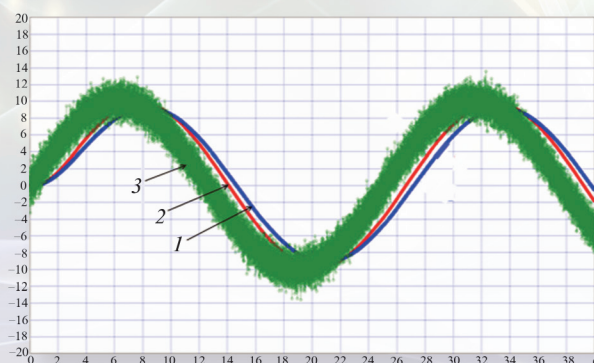


Рис. 12. Отработка контурами зашумленного сигнала при искажении параметра T

Рисунки к статье В. В. Любимова, Е. В. Куркиной
**«ВЕРОЯТНОСТЬ ЗАХВАТА В РЕЗОНАНС АСИММЕТРИЧНОЙ КАПСУЛЫ
 ПРИ УПРАВЛЯЕМОМ СПУСКЕ В АТМОСФЕРЕ МАРСА»**

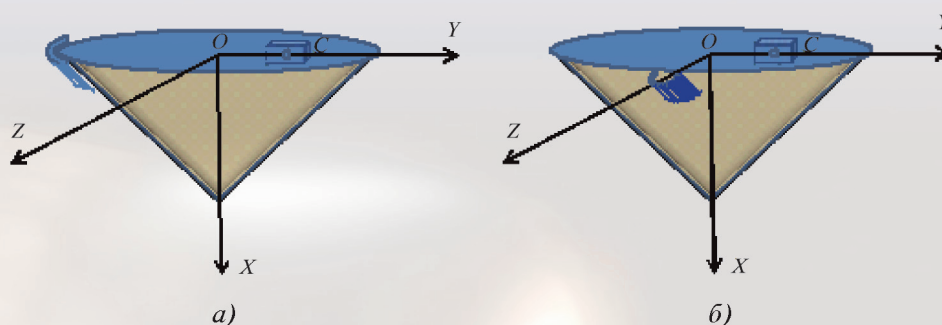


Рис. 1. Спускаемая капсула с компланарным (а) и ортогональным (б) сочетаниями асимметрий

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 18

2017

№ 8

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Редакционный совет:

CHYI-YEU LIN, PhD, prof.
GROUMPOS P. P., prof.
JEN-HWA GUO, PhD, prof.
KATALINIC B., PhD, prof.
SUBUDHI B., PhD, prof.
АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.
АНИШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.
ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН, проф.,
КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН, проф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.
СОЙФЕР В. А., акад. РАН, проф.
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.

ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.

ЮЩЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.

АНТОНОВ Б. И.

АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.

БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.

ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.

ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.

ЕРМОЛОВ И. Л., д. т. н., доц.

ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.

КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.

ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.

ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.

ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.

ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф.

РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.

ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.

ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.

ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Кулабухов В. С.** Синтез регуляторов для следящих систем на основе принципа изоморфности 507
- Семёнов М. Е., Матвеев М. Г., Лебедев Г. Н., Соловьёв А. М.** Стабилизация об-
ратного гибкого маятника с гистерезисными свойствами 516
- Потапов В. И.** Постановка и решение игровой задачи противоборства аппаратно-из-
быточной динамической системы с атакующим противником, действующим в усло-
виях неполной информации в процессе конфликта 525

ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

- Челноков Ю. Н.** Приложения теории кинематического управления движением твер-
дого тела 532

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Филаретов В. Ф., Коноплин А. Ю., Коноплин Н. Ю.** Система для автоматического
выполнения манипуляционных операций с помощью подводного робота 543

СИСТЕМЫ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ

- Инсаров В. В., Сафонов В. А., Тихонова С. В.** Использование безэталонных метрик
для оценки качества текущих изображений многообъектных стационарных назем-
ных сцен. Часть 1 550

УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ОБОРУДОВАНИЕМ

- Бобырь М. В., Кулабухов С. А., Якушев А. С.** Автономная система охлаждения ре-
жущего инструмента в задаче управления оборудованием с ЧПУ. Часть II 558

УПРАВЛЕНИЕ В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ

- Любимов В. В., Куркина Е. В.** Вероятность захвата в резонанс асимметричной
капсулы при управляемом спуске в атмосфере Марса 564
- Грачев А. Н., Курбатский С. А., Лебедеженко Ю. И.** Алгоритм оценки параметров
морской качки в задачах повышения точности позиционирования луча корабель-
ной радиолокационной станции 571

*Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны
быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой
степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук; журнал
включен в систему Российского индекса научного цитирования*

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editorial Council:

ALIEV T. A., prof., Azerbaijan, Baku
 ANSHAKOV G. P., Russia, Samara
 BOLOTNIK N. N., Russia, Moscow
 CHENTSOV A. G., Russia, Ekaterinburg
 CHERNOUSKO F. L., Russia, Moscow
 CHYI-YEU LIN, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 FEDOROV I. B., Russia, Moscow
 GROMPOS P. P., prof., Greece, Patras
 JEN-HWA GUO, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 KALYAEV I. A., Russia, Taganrog
 KATALINIC B., PhD, Prof., Austria, Vienna
 KRASNEVSKIY L. G., Belarus, Minsk
 KUZNETSOV N. A., Russia, Moscow
 LEONOV G. A., Russia, S.-Peterburg
 MATVEENKO A. M., Russia, Moscow
 MIKRIN E. A., Russia, Moscow
 PESHEKHONOV V. G., Russia, S.-Peterburg
 REZCHIKOV A. F., Russia, Saratov
 SCHERBATYUK A. F., Russia, Vladivostok
 SEBRYAKOV G. G., Russia, Moscow
 SIGOV A. S., Russia, Moscow
 SOJFER V. A., Russia, Samara
 SOLOMENTSEV Yu. M., Russia, Moscow
 SOLOVJEV V. A., Russia, Moscow
 SUBUDHI B., PhD, Prof., India, Sundargarh
 VASILYEV S. N., Russia, Moscow
 YUSUPOV R. M., Russia, S.-Peterburg
 ZHELTOV S. Yu., Russia, Moscow

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Russia, Moscow

Deputy Editor-in-Chief:

PODURAEV Yu. V., Russia, Moscow
 PUTOV V. V., Russia, S.-Peterburg
 YUSCHENKO A. S., Russia, Moscow

Responsible Secretary:

BEZMEENOVA M. Yu., Russia, Moscow

Editorial Board:

ALEXANDROV V. V., Russia, Moscow
 ANTONOV B. I., Russia, Moscow
 ARSHANSKY M. M., Russia, Tver
 BUKOV V. N., Russia, Zhukovsky
 ERMOLOV I. L., Russia, Moscow
 FILARETOV V. F., Russia, Vladivostok
 FRADKOV A. L., Russia, S.-Peterburg
 FURSOV V. A., Russia, Samara
 GRADETSKY V. G., Russia, Moscow
 ILYASOV B. G., Russia, Ufa
 IVCHENKO V. D., Russia, Moscow
 KOLOSOV O. S., Russia, Moscow
 KOROSTELEV V. F., Russia, Vladimir
 LEBEDEV G. N., Russia, Moscow
 LOKHIN V. M., Russia, Moscow
 PAVLOVSKY V. E., Russia, Moscow
 PROKHOROV N. L., Russia, Moscow
 PSHIKHOPOV V. Kh., Russia, S.-Peterburg
 RAPOPORT E. Ya., Russia, Samara
 SERGEEV S. F., Russia, S.-Peterburg
 VITTIKH V. A., Russia, Samara
 YUREVICH E. I., Russia, S.-Peterburg

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E. V., Russia, Moscow

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Kulabukhov V. S.** Synthesis of Controllers for the Servo Systems on the Basis of the Iso-morphism Principle 507
- Semenov M. E., Matveev M. G., Lebedev G. N., Solov'yev A. M.** Stabilization of a Flexible Inverted Pendulum with the Hysteretic Properties 516
- Potapov V. I.** Setting and Solving of the Game Problem of Confrontation of the Hardware-Redundant Dynamic System with an Attacking Enemy Operating in the Conflict Process in Conditions of Incomplete Information 525

THEORY OF CONTROL OF MOVEMENT OF MECHANICAL SYSTEMS

- Chelnokov Yu. N.** Application of the Theory of Kinematic Motion Control of a Rigid Body . 532

ROBOTIC SYSTEMS

- Filaretov V. F., Konoplin A. Yu., Konoplin N. Yu.** A System for an Automatic Implementation of the Manipulative Operations by Means of the Underwater Robots 543

SYSTEMS OF TECHNICAL VISION

- Insarov W. V., Safonov V. A., Tikhonova S. V.** Application of the Non-reference Metrics for the Quality Estimation of the Current Images of the Multi-object Stationary Ground Scenes. Part 1 550

CONTROL OF PROCESS EQUIPMENT

- Bobyry M. V., Kulabukhov S. A., Yakushev A. S.** An Autonomous Cooling System for the Cutting Tool in the Task of Operation of CNC Equipment. Part II 558

CONTROL IN AEROSPACE AND MARINE SYSTEMS

- Lyubimov V. V., Kurkina E. V.** Probability of a Resonance Capture for an Asymmetric Capsule During its Controlled Descent in the Martian Atmosphere 564
- Grachev A. N., Kurbatsky S. A., Lebedenko Yu. I.** Algorithm for Estimating the Parameters of Sea Pitching for Increasing the Accuracy of a Ship-Borne Radar Beam Positioning . . . 571

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

В. С. Кулабухов, канд. техн. наук, доц., гл. конструктор направления, nit@mnpk.ru, kws0704@mail.ru, АО Московский научно-производственный комплекс "Авионика" им. О. В. Успенского, Москва

Синтез регуляторов для следящих систем на основе принципа изоморфности

Предложен метод синтеза регуляторов нового типа — изоморфных регуляторов. Доказана необходимость обратной связи в форме изоморфного регулятора для управляемости системы. Показано, что изоморфные регуляторы обладают свойством "предельности" как по уровню общности доказанных утверждений об управляемости для систем общего вида, так и по уровню достижимого качества переходных процессов. Приведены примеры синтеза изоморфных регуляторов для линейных систем. Обоснованы их преимущества.

Ключевые слова: принцип изоморфизма, система, объект управления, управляемость, регулятор, обратная связь, эталонная модель

Введение

В статье [1] сформулирован общий принцип изоморфности в теории систем, и на его основе введено понятие *управляемости системы с точностью до некоторой изоморфной модели*, а также доказаны теоремы об управляемости и предложены новые критерии управляемости с точностью до изоморфизма для систем общего вида, позволившие формально определить структуру соответствующих регуляторов. В настоящей статье на основе указанного принципа и теорем об управляемости рассматривается формализованный метод синтеза регуляторов нового типа — изоморфных регуляторов, имеющих простую мультипликативную форму.

Эффективность предлагаемого метода демонстрируется в приложении к линейным системам. Анализ показывает [2], что современные методы синтеза линейных регуляторов недостаточно формализованы. Это относится даже к простым линейным системам с одним входом и одним выходом (класса SISO), имеющим важное практическое значение. Для обеспечения требуемого качества переходных процессов в контурах управления такими системами часто используются эвристические приемы. В связи с этим исследования в области линейных систем не потеряли актуальности. Высокое качество отработки произвольно изменяющихся задающих воздействий в условиях параметрических возмущений достигается сочетанием различных методов [3], в том числе основанных на использовании экзогенных (внешних) эталонных моделей [4], больших коэффициентов усиления [5—7] и др. Для поиска общего решения указанной проблемы часто используют аппарат современной алгебры [1, 8, 9].

В данной работе предлагается вариант решения проблем синтеза регуляторов для систем общего

вида и линейных систем, сочетающий алгебраический подход, основанный на общем принципе изоморфности [1], эталонные модели, формализующие цели управления, а также метод больших коэффициентов усиления, обеспечивающий повышение робастности. Приведены методики и примеры синтеза изоморфных регуляторов для управления линейными объектами. Показано, что изоморфные регуляторы обладают в определенном смысле свойством "предельности" как по уровню общности доказанных утверждений об управляемости систем, так и по уровню достижимого качества переходных процессов в контурах управления.

Управляемость систем с точностью до изоморфизма

Рассмотрим систему $\Sigma = (X_0, s, X)$ с отображением-структурой $s: X_0 \rightarrow X$, $X_0 \subset R^n$, $X \subset R^n$ и действующим на ее входе отображением $\beta: U \rightarrow X_0$, $U \subset R^m$. В работе [1] на основе введенного принципа изоморфности показано, что при наложении некоторых условий на пару (s, β) композиция этих отображений позволяет коммутировать (замкнуть) диаграмму, показанную на рис. 1, некоторым регулятором — обратной связью S_R^{-1} и тем самым обеспечить управляемость системы. Указанные условия опреде-

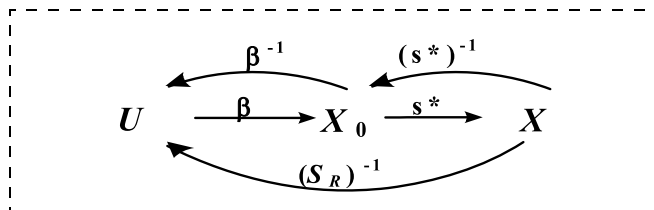


Рис. 1. Коммутативная диаграмма отображений управляемой системы

ляются приведенной в работе [1] теоремой об управляемости с точностью до изоморфизма. Здесь дадим без доказательств некоторые варианты формулировки теоремы.

Теорема 1⁰ об управляемости (с точностью до изоморфизма)

Пусть (s, β) — пара отображений, характеризующих модель системы, где $s \equiv s^*: X_0 \rightarrow X$ — изоморфное в обычном смысле (обратимое вне коммутативной диаграммы) отображение, $\beta: U \rightarrow X_0$ — отображение, характеризующее непосредственное воздействие управлений $U \subset R^m$ на входы $X_0 \subset R^n$. Сформируем на U множество отсчетов в моменты $t_0, t_0 + 1\Delta, t_0 + 2\Delta, \dots, t_0 + (i-1)\Delta, \dots, t_0 + (k-1)\Delta$, где Δ — малый интервал (дискрет) времени, $i = 1, k, t_0 + (k-1)\Delta = t$. В те же моменты зафиксируем соответствующие отсчеты на входах X_0 и выходах X . Тогда, если на указанных множествах отсчетов, в общем случае при $k \geq n$, β является эпиморфным отображением U на X_0 , то существует композиция $s^*\beta$ и коммутирующее ее эпиморфное отображение-регулятор $S_R: U \rightarrow X$, обеспечивающее однозначное, точное и полное управление выходами X с точностью до изоморфизма s^* , т. е. имеющее в рассматриваемой коммутативной диаграмме такое обратное отображение $S_R^{-1}: X \rightarrow U$, которое позволяет однозначно, точно и полно, с точностью до изоморфизма s^* , сопоставить желаемым выходам X потребные управления U .

При выполнении условий теоремы 1⁰ систему $\Sigma = (X_0, s^*, X)$ вместе с действующим на ее входе отображением β и, соответственно, пару отображений (s^*, β) назовем управляемыми с точностью до изоморфной модели s^* . Теорема позволяет проверить управляемость нелинейных систем, дифференциальные уравнения которых преобразуются в разностную форму для $k \geq n$ шагов (например, методом Эйлера). Если при $k \geq n$ правые части уравнений для всех элементов вектора X зависят от элементов вектора U , то система управляема.

Как видно из рис. 1, для регулятора S_R , удовлетворяющего условиям теоремы, справедливы равенства $S_R = s^*\beta$, $S_R^{-1} = \beta^{-1}(s^*)^{-1}$, где β^{-1} и S_R^{-1} — обратные в смысле [1] к β и S_R с точностью до изоморфизма s^* отображения. Такие регуляторы назовем изоморфными. Отображение $S_R^{-1}: X \rightarrow U$ назовем обратной связью. По сути, теорема доказывает необходимость и достаточность существования обратной связи в форме изоморфного регулятора S_R^{-1} для обеспечения управляемости системы, а также определяет структуру этого регулятора. Ранее необходимость обратной связи для синтеза регуляторов, как правило, постулировалась.

В силу эпиморфности β при заданных β и s^* регулятор S_R , удовлетворяющий условиям теоремы, не единственен. Однако при фиксации конкретного S_R из множества возможных обратное S_R^{-1} (и все другие обратные) в рамках рассматриваемой коммутативной диаграммы будет единственным, что отвечает основной лемме и принципу изоморф-

ности [1]. При выборе другого отображения β для системы с фиксированной структурой s^* необходимо определять и другое множество регуляторов S_R . В случае, если β таково, что осуществляется непосредственное воздействие $U \subset R^m$ не на один, а на два, три и большее (вплоть до n) число элементов-входов из $X_0 \subset R^n$, то для проверки эпиморфности отображения β нужно формировать, соответственно, множества отсчетов U, X_0 и X для $k \geq n-1, k \geq n-2, k \geq n-3$ и т.д. моментов времени.

Теорема 2⁰ об управляемости (с точностью до изоморфизма)

Необходимым и достаточным условием полной непосредственной управляемости системы $\Sigma = (X_0, s, X)$ с мономорфной структурой $s: X_0 \rightarrow X$ по всему множеству входов X_0 и управляемости по множеству выходов X с точностью до изоморфного в обычном смысле входного отображения $\beta^*: U \rightarrow X_0$ является существование композиции $s\beta^*$.

Пару (s, β^*) в этом случае назовем полностью непосредственно управляемой по входам и управляемой по выходам с точностью до изоморфизма β^* . Для регулятора S_R , удовлетворяющего теореме 2⁰, справедливы равенства (рис. 1) $S_R = s\beta^*$, $S_R^{-1} = (\beta^*)^{-1}s^{-1}$.

Для линейных систем теореме 2⁰ эквивалентна теорема 3⁰ об управляемости (с точностью до изоморфизма): если размер вектора U равен размеру или меньше размера вектора X_0 и модель системы $\Sigma = (X_0, s, X)$ вместе с действующим на ее входе отображением β^* приводима к форме, в которой существует композиция $s\beta^*$, где β^* — изоморфизм размера вектора U , то с точностью до этого изоморфизма она управляема. Теорема 3⁰ содержит и методику аналитической проверки управляемости линейной системы путем последовательного понижения порядка ее модели до размера вектора U .

Теоремы 1⁰, 2⁰ и 3⁰ составляют общую теорему об управляемости. Возможен и тривиальный случай, когда изоморфны в обычном смысле (вне коммутативной диаграммы) оба отображения $s \equiv s^*$ и $\beta \equiv \beta^*$. Тогда, если существует композиция $s^*\beta^*$, то обязательно существует коммутирующее ее, в данном случае единственное, изоморфное в обычном смысле отображение-регулятор $S_R^* = s^*\beta^*$. Как следует из теорем, управляемость является внутренним свойством структуры системы, характеризуемой отображениями s и β . Показано [1], что управляемость по Калману является частным случаем управляемости с точностью до изоморфизма. Применительно к линейным системам возможно получение конечных формул для изоморфных регуляторов.

Линейные изоморфные регуляторы

Рассматривается система

$$\dot{X} = A(t)X + B(t)U, X \in R^n, U \in R^m, \quad (1)$$

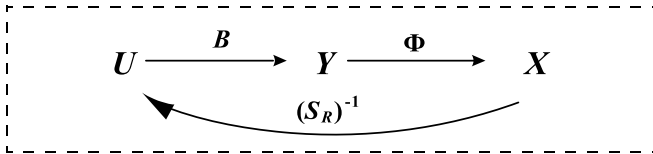


Рис. 2. Коммутативная диаграмма линейной системы

которую в форме Лапласа при нулевых начальных условиях преобразуем из аддитивной к мультипликативной форме $X(p) = (pI - A)^{-1}BU(p) = \Phi(p)Y(p)$, или

$$\begin{cases} Y(p) = BU(p); \\ X(p) = \Phi(p)Y(p), \end{cases} \quad (2)$$

где $\Phi(p) = (pI - A(p))^{-1}$ — фундаментальная матрица, I — единичная матрица, $Y(p) = B(p)U(p)$ — некоторая переменная, характеризующая "внутреннее" состояние системы. Коммутативная диаграмма системы (2) представлена на рис. 2.

Перед синтезом регулятора нужно определить, управляем ли объект (1), (2) в принципе. Фундаментальная матрица Φ всегда обратима и является изоморфизмом, поэтому критерием управляемости линейных систем является существование композиции ΦB . Как следует из теорем 1⁰ и 2⁰, в зависимости от соотношения m и n в выражении (1) управляемость можно установить с точностью до изоморфизма Φ либо с точностью до изоморфизма B^* , если B обратима в обычном смысле. Оказывается, композиция ΦB существует не всегда даже для заведомо управляемых систем в форме (1): при $m < n$ (что часто встречается на практике) указанная композиция не существует (не выполняются условия на существование обратных B^{-1} и S_R^{-1}), так как изоморфизм Φ не может коммутировать ("измерить") отображения меньшего размера, чем он сам. В этом случае применяется теорема 3⁰: путем последовательного выражения компонент $X(t)$ через непосредственно управляемые компоненты этого вектора уравнение (1) приводится к форме с некоторыми другими, обратимыми матрицами-изоморфизмами B_1^* и Φ_1 размера $m \times m$, удовлетворяющими условиям управляемости и существования регулятора $S_R = \Phi_1 B_1^*$. Если же такое преобразование неосуществимо (например, обнаружится "разрыв" преобразования — некоторые компоненты вектора $X(t)$ не выражаются через непосредственно управляемые компоненты), то система (1) неуправляема. Таким образом, управляемая линейная система всегда приводима к форме (1), в которой $m \geq n$.

Пусть система управляема. Потребуем, чтобы текущее значение вектора X отслеживало задаваемое извне произвольное желаемое значение $X_{\text{ж}}$ в соответствии с движением эталонной модели (ЭМ), характеризующей отображением (передаточной функцией) $W_{\text{ЭМ}}$. Такие задачи синтеза по прототипу носят универсальный характер [4, 8]. С учетом

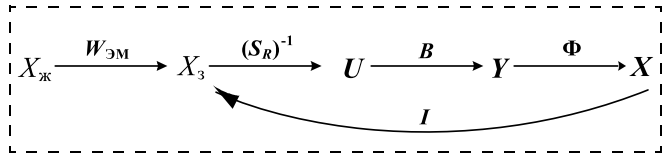


Рис. 3. Композиция отображений для слежения за эталонной моделью

уравнения ЭМ уравнение (1) управляемой системы приобретет вид

$$\dot{X} = AX + BU, X(t_0) = X_0; \quad (3)$$

$$\dot{X}_3 = CX_3 + DX_{\text{ж}}, X_{30} = X_0, \quad (4)$$

где X_3 — "мгновенное" заданное значение, которому должен в точности соответствовать выход X . ЭМ (4) отвечает передаточная функция $W_{\text{ЭМ}} = (pI - C)^{-1}D$. В соответствии с выражениями (3), (4) коммутативная диаграмма, представленная на рис. 2, преобразуется к виду, показанному на рис. 3.

Как следует из рис. 3 и уравнений (3), (4), регулятор имеет вид

$$\begin{aligned} S_R^{-1} &= B^{-1}(p)\Phi^{-1}(p)I = B^{-1}(p)\Phi^{-1}(p) = \\ &= B^{-1}(p)(pI - A(p)), S_R = \Phi(p)B(p), \end{aligned} \quad (5)$$

где S_R^{-1} , B^{-1} — обратные с точностью до изоморфизма Φ матрицы (т. е. обратные внутри коммутативной диаграммы), удовлетворяющие условиям

$$\begin{aligned} I_x^{\text{прав}} &= S_R S_R^{-1}, I_x^{\text{лев}} = \Phi \Phi^{-1}, I_x^{\text{лев}} = I_x^{\text{прав}} = I, \\ I_U^{\text{лев}} &= S_R^{-1} S_R, I_U^{\text{прав}} = B^{-1} B, I_U^{\text{лев}} = I_U^{\text{прав}}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $I_x^{\text{лев}}$, $I_x^{\text{прав}}$ — левая и правая единицы на $X_3 = X$; $I_U^{\text{лев}}$, $I_U^{\text{прав}}$ — левая и правая единицы на U . В силу обратимости в обычном смысле матрицы Φ единица на X_3 равна единичной матрице I . В общем случае (при $m > n$) $I_U^{\text{лев}}$ и $I_U^{\text{прав}}$ могут быть неединичными в обычном смысле матрицами, но такими, что $I_U^{\text{лев}} = I_U^{\text{прав}} = I_U = (I_U)^{-1}$. Показано [1], что для управляемого объекта внутри коммутативной диаграммы всегда существуют обратные матрицы S_R^{-1} и B^{-1} , даже если исходные матрицы вне диаграммы необратимы. Соотношения (5) и (6), образующие систему алгебраических уравнений, как раз и позволяют определить матрицы S_R^{-1} и B^{-1} с точностью до изоморфизма Φ и, соответственно, регулятор для объекта (3) в мультипликативной форме (2). Такие регуляторы будем называть изоморфными мультипликативными регуляторами, или просто изоморфными регуляторами.

Если модель (3) точно соответствует объекту управления (ОУ), контур управления с точностью до этой модели и с обратной связью (ОС) в виде регулятора S_R^{-1} , показанный на рис. 3, приобретает простую мультипликативную, "линейную" форму без видимых "циклов" (обратных связей), приведенную на рис. 4 и, с учетом (5), на рис. 5.

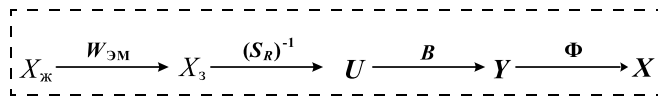


Рис. 4. "Линейный" контур с изоморфным мультипликативным регулятором

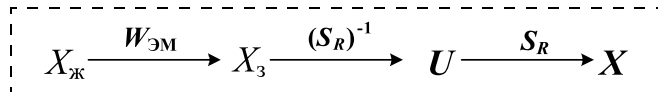


Рис. 5. Контур с предельно достижимым качеством управления

Такой "линейный" контур реализует условие $S_R S_R^{-1} = I$ точного слежения $X = X_3$ в любой момент времени. "Линейность" контура не означает, что в нем отсутствует ОС от X к U . Наличие и структура ОС "зашифрованы" в отображении S_R^{-1} , характеризующем структуру изоморфного регулятора. Как видно из рис. 5, при правильно синтезированном изоморфном регуляторе и отсутствии ограничений на управление движение ОУ будет полностью и с абсолютной точностью определяться движением ЭМ даже в таком "линейном", разомкнутом по реальному выходу X , контуре. В этом смысле *изоморфный регулятор является предельным по достижимому качеству переходных процессов*.

Так как любой реальный объект обладает определенной инерцией (динамикой), а также органами управления ограниченной мощности, это должно учитываться при выборе передаточной функции $W_{ЭМ} = (pI - C)^{-1}D$ для ЭМ (4). При этом $X_{ж}$ может содержать несколько или все компоненты из X .

Выполнив синтез регулятора в соответствии с условиями (5) и (6), нужно проверить "линейный" контур на робастность путем моделирования, задавая из практических соображений вариации параметров отображений Φ и B . Нужно также проверить контур на устойчивость к воздействию шумов во входных сигналах $X_{ж}$. Если результат окажется удовлетворительным, синтез регулятора можно считать законченным и в дальнейшем непосредственно использовать "линейный" контур (см. рис. 4) в виде, представленном на рис. 6.

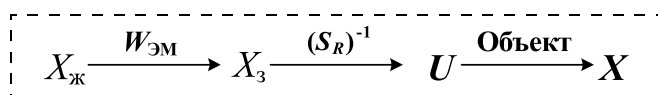


Рис. 6. "Линейный" контур управления объектом

Если по каким-либо причинам реальный ОУ существенно отличается от модели (3), использованной при синтезе регулятора S_R^{-1} , "линейный" контур может оказаться недостаточно робастным. Тогда его следует охватить дополнительной ОС, как показано на рис. 7. В этом случае под $W_{ЭМ} = (pI - C)^{-1}D$ следует понимать обобщенную передаточную функцию, выполняющую как функцию задатчика желаемого движения (т. е. исходной ЭМ, см. рис. 6), так и функцию корректирующего устройства — "предкомпенсатора", компенсирующего несоответствие модели объекту и обеспечивающего необходимую степень астатизма, робастности и устойчивости контура к шумам. В данном случае ЭМ-предкомпенсатор по смыслу отличается от "предкомпенсаторов", рассматриваемых, например, в работе [8], где "эквивалентные предкомпенсаторы" вводятся для "компенсации" (исключения) ОС в контурах управления. Здесь, наоборот, предкомпенсатор необходим только при введении дополнительной ОС, "компенсирующей" неадекватность модели объекту. Если модель аналогична ОУ, достаточно основной ОС, реализуемой регулятором в "линейном" контуре, и необходимость в дополнительной ОС и в "предкомпенсаторе" отпадает. При совпадении модели и ОУ в робастном контуре (см. рис. 5, 7) передаточная функция "регулятор—объект" от X_3 к X близка к единичной и замкнутому контуру (рис. 8) будет отвечать передаточная функция $W = W_{ЭМ}(I + W_{ЭМ})^{-1}$.

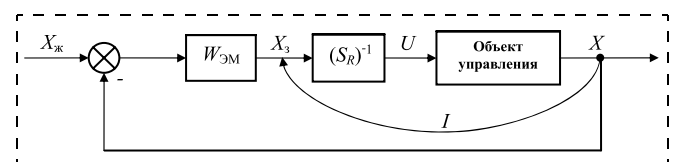


Рис. 7. Робастный контур управления

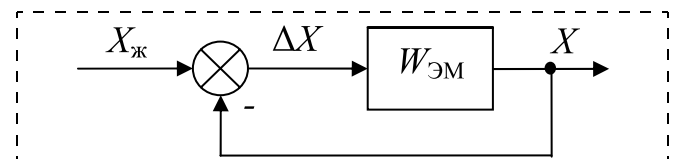


Рис. 8. Робастный контур при совпадении модели и объекта

Таким образом, важный вывод состоит в том, что характеристики робастного контура, как и "линейного", в рамках рассматриваемого метода определяются лишь структурой ЭМ. В общем случае синтез ЭМ по заданным требованиям является нетривиальной задачей, но для многих объектов некоторые требования к ЭМ могут быть существенно смягчены (например, по порядку астатизма и т.д.). Это позволяет использовать относительно простые ЭМ.

Далее рассмотрим ОУ "один вход — один выход" (класса SISO), допускающий, например, использование в "линейном" контуре ЭМ $W_{ЭМ} = (T_M p + 1)^{-1}$.

Тогда при $W_{ЭМ} = k_M(T_M p + 1)^{-1}$ передаточная функция робастного контура

$$W = \frac{k_M}{T_M p + 1 + k_M} = \frac{k_M}{(1 + k_M) \left[\frac{T_M}{(1 + k_M)} p + 1 \right]} \approx \frac{1}{T_M^* p + 1}, \quad (7)$$

где $T_M^* = \frac{T_M}{(1 + k_M)}$, при достаточно большом k_M обеспе-

чивает астатизм по управляемой координате. При этом T_M^* в соотношении (7) становится в $(1 + k_M)$ раз меньше T_M , и время переходного процесса резко сокращается в сравнении с "линейным" контуром, что может снизить устойчивость и потребовать весьма больших расходов органов управления. Для обеспечения прежнего времени переходного процесса одновременно с увеличением коэффициента усиления в k_M раз нужно в $(1 + k_M)$ раз увеличить и T_M . Тогда для робастного контура нужно назначить $W_{ЭМ} = k_M(T_M(1 + k_M)p + 1)^{-1}$, где T_M — прежняя (до введения дополнительной ОС) постоянная времени. Передаточная функция робастного контура, показанного на рис. 8, приобретет вид

$$W = \frac{k_M}{T_M(1 + k_M)p + 1 + k_M} = \frac{k_M}{(1 + k_M)(T_M p + 1)} \approx \frac{1}{T_M p + 1} \quad (8)$$

и при достаточно большом k_M будет практически точно соответствовать передаточной функции исходного "линейного" контура.

Примеры

Пример 1. Зададимся видом матриц A и B в модели (3):

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} \\ 0 \end{bmatrix} \text{ и конкретно} \\ A = \begin{bmatrix} -4 & -1,14 \\ 1 & -0,62 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -7,5 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

При определении управляемости ОУ (1)–(3) с матрицами (9) можно убедиться, что в диаграмме на рис. 2 не существует матрицы B^{-1} , удовлетворяющей условиям (5) и (6). Значит, система не управляема? Вместе с тем, из выражений (9) и (3) видно, что система управляема. Из этого следует, что относительно изоморфизма Φ композиция ΦB не выполняется и диаграмма на рис. 2 не коммутируется. Следовательно, существует другой изоморфизм, относительно которого диаграмма замы-

кается. Для его определения воспользуемся теоремой 3⁰ и запишем выражение (3) в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_{11}u_1; \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2. \end{cases} \quad (10)$$

В форме Лапласа, понижая порядок (10) до меньшего размера B в (9), с учетом $x_2 = a_{21}(p - a_{22})^{-1}x_1 = ax_1$, где $a = a_{21}(p - a_{22})^{-1}$, получим

$$\begin{cases} x_1 = bu_1, \\ x_2 = ax_1, \end{cases}$$

$$\text{где } b = \frac{b_{11}}{p - a_{11} - a_{12}a}. \quad (11)$$

Для системы (11) диаграмма на рис. 2, с учетом $B = b$, $\Phi = a$, коммутируется, и выражение для передаточной функции ОУ W_o и регулятора принимает вид

$$W_o = s_r = ab = \frac{b_{11}a_{21}}{p^2 - (a_{11} + a_{22})p + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})}. \quad (12)$$

Таким образом, если при проверке управляемости линейной системы не выполняются условия теоремы 1⁰ для исходной пары (Φ, B) , то необходимо преобразовать задачу к условиям теоремы 2⁰ или 3⁰. Если такое преобразование осуществимо и получена новая пара отображений (Φ_1, B_1^*) , характеризующих ОУ и реализующих композицию $\Phi_1 B_1^*$, то эта пара полностью непосредственно управляема по входам и управляема по выходам с точностью до изоморфизма B_1^* , что влечет соответствующую управляемость объекта и в исходной форме.

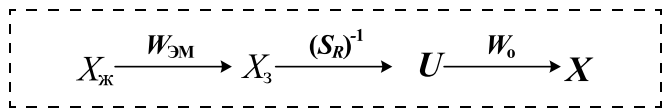


Рис. 9. "Линейный" контур для объекта с передаточной функцией W_o

Если же сразу известна передаточная функция ОУ $W_o = s_r$, то из рис. 4 и рис. 6 получаем "линейный" контур в виде, показанном на рис. 9, из которого, с учетом (12), следует, что в скалярном случае (SISO) синтез регулятора обратной связи сводится к обращению передаточной функции ОУ, т. е.

$$S_R^{-1} = W_o^{-1}. \quad (13)$$

Моделирование¹ идеального контура (рис. 9) для ОУ (1), (2), (3) с матрицами (9), регулятором (12) и ЭМ $W_{ЭМ} = k(Tp + 1)^{-1}$ при $k = 1$ и $T = 0,4$ показало, что x_2 абсолютно точно отслеживает задавае-

¹ Моделирование всех примеров выполнено к.т.н. В. В. Булгаковым.

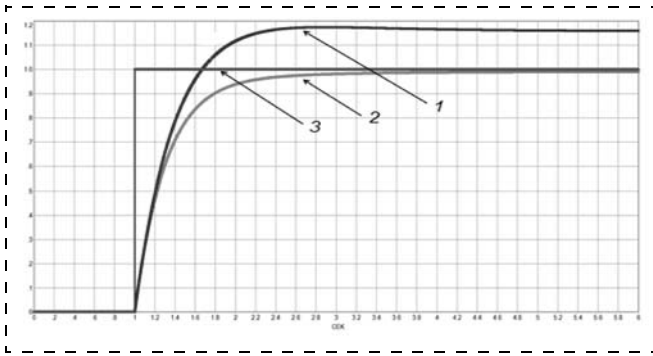


Рис. 10. Моделирование контуров управления ОУ (9), (10) при варьировании a_{ij}

мое ЭМ движение. При неточном знании элементов a_{ij} в выражении (9) в "линейном" контуре появляется ошибка обработки x_2 порядка ошибки задания a_{ij} . Так, на рис. 10 качественно отражен вид переходного процесса (график 1) при $a_{21} = 1,25$ (+25 %). Замыкание контура дополнительной ОС (см. рис. 7, 8) наделяет контур свойством робастности: на рис. 10 график 2 показывает, что при увеличении коэффициента усиления до $k = 99$ с одновременным увеличением T в $(1 + k)$ раз в соответствии с выражением (8) даже при увеличении параметра a_{21} на 25 % переходный процесс практически совпадает с процессом в идеальном контуре. Задающее воздействие показано на графике 3. По оси абсцисс отложено время, по оси ординат — амплитуда сигналов в относительных единицах. Аналогичные результаты получены и при варьировании других элементов матриц (9). Моделирование показало, что "линейный" контур обладает приемлемой и достаточно прогнозируемой робастностью, а для контура с дополнительной ОС диапазон варьирования элементов матриц (9), при условии сохранения качества переходных процессов, может составлять десятки процентов.

Пример 2. Рассматривается ОУ с передаточной функцией [2]

$$W_o = \frac{e^{-\Delta_o p}}{T_o p + 1} \frac{1}{T p + 1} \frac{g}{p^2}. \quad (14)$$

Контур управления ОУ (14) для идеального случая показан на рис. 9. Решается задача точного слежения x за заданным значением $x_{\text{зад}}$, формируемым на выходе ЭМ с передаточной функцией $W_{\text{ЭМ}}$. В этом случае

$$\begin{aligned} S_R^{-1} = W_o^{-1} &= \frac{p^2(1 + T_o p)(1 + T p)}{g e^{-\Delta_o p}} \approx \\ &\approx \frac{p^2(1 + T_o p)(1 + T p)(1 + \Delta_o p)}{g}. \end{aligned} \quad (15)$$

Результаты моделирования "линейного" (см. рис. 9) и робастного (см. рис. 7 и рис. 8) контуров с ЭМ

$$W_{\text{ЭМ}} = \frac{1}{0,4p + 1} \cdot \frac{1}{1,5p + 1}$$

(для "линейного" контура) и

$$W_{\text{ЭМ}} = \frac{1}{0,4p + 1} \cdot \frac{99}{1,5 \cdot 100p + 1}$$

(для замкнутого робастного контура)

качественно показаны на рис. 11 (см. вторую сторону обложки) для ступенчатого и синусоидального входных сигналов: графики 1 — для "линейного" контура, графики 2 — для робастного контура, графики 3 — задающие воздействия.

На рис. 12 (см. вторую сторону обложки) приведен качественный вид графиков для процессов в "линейном" контуре (график 1) и в робастном контуре (график 2), когда на вход ЭМ подавался зашумленный нормальным белым шумом синусоидальный сигнал (график 3). Амплитуда шума составляла 10 % от амплитуды полезного сигнала. Одновременно с шумом в ОУ (14) вводилось искажение параметра $T = 1,25$ с (+25 %). Видно, что качество процессов в "линейном" контуре мало отличается от качества процессов в контуре с дополнительной ОС. При этом ЭМ обеспечивает высокое качество фильтрации шумов. Таким образом, "линейный" контур даже для сложных ОУ при наличии существенных отклонений параметров от принятых в модели и при наличии шумов является достаточно робастным и в определенном смысле "предельным" по достижимому качеству переходных процессов. Очевидно, что дополнительная ОС необходима лишь в случае значительных (на десятки процентов) отклонений параметров ОУ от принятых в модели.

Сравнение предлагаемого метода синтеза регулятора для объекта (14) с методами, приведенными в работе [2], показало преимущества рассматриваемого метода как по уровню формализации процедур синтеза и исключения эвристических приемов, так и по качеству переходных процессов и робастности контура.

Важной проблемой является выбор ЭМ, формализующих *цель управления* и полностью определяющих качество переходных процессов в контурах с изоморфным регулятором. В рамках рассматриваемого метода назначение ЭМ является отдельной задачей, практически не связанной с процедурой синтеза регулятора. Действительно, контур, показанный на рис. 9, может быть представлен и в ином виде (рис. 13). Здесь ЭМ $W_{\text{ЭМ}}$: $x_{\text{ж}} \rightarrow x$ в явном виде связывает x и $x_{\text{ж}}$ с точностью до изоморфизма W_o , относительно которого коммутируются все отображения внутри коммутативной диаграммы (контура управления).

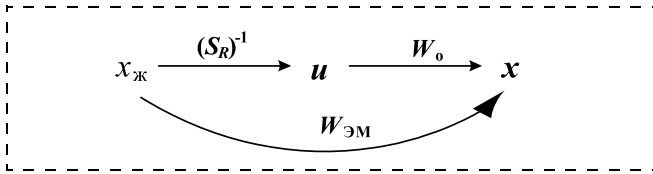


Рис. 13. Контур управления объектом (14) с ЭМ в коммутативной диаграмме

Как видно из рис. 13, в этом случае

$$W_{ЭМ} = W_0 S_R^{-1},$$

$$S_R^{-1} = W_0^{-1} W_{ЭМ} = \frac{p^2(1 + T_0 p)(1 + T p)}{g e^{-\Delta_0 p}} \cdot W_{ЭМ} \approx$$

$$\approx \frac{p^2(1 + T_0 p)(1 + T p)(1 + \Delta_0 p)}{g} \cdot W_{ЭМ}, \quad (16)$$

т. е., в отличие от (15), регулятор включает в свою структуру $W_{ЭМ}$. Тем не менее, из рис. 9 и рис. 13 и выражений (15) и (16) следует, что передаточная функция от $x_{ж}$ к x в обоих случаях равна передаточной функции $W_{ЭМ}$, т. е. контуры эквивалентны. Следует иметь в виду, что в качестве изоморфизма, относительно которого синтезируется регулятор, может использоваться не только передаточная функция объекта (см. рис. 13) или отображение B (см. рис. 3) в соответствии с условиями теорем 2⁰ и 3⁰, но и любое другое отображение-изоморфизм, входящее в коммутативную диаграмму управляемой системы, например, отображение-изоморфизм $W_{ЭМ}$ на рис. 13, характеризующее структуру изоморфной ЭМ, или отображение $I: X \rightarrow X_3$ на рис. 3, фактически являющееся ЭМ точного соответствия X заданному значению X_3 .

Смысл диаграммы, показанной на рис. 13, заключается в том, что она доказывает существование факторизации (разложения) изоморфного отображения $W_0 = W_{ЭМ} S_R$, т. е. композиции отображений S_R^{-1} и $W_{ЭМ}$, реализующей принцип суперпозиции: каждое из отображений локализует свою группу свойств контура управления, а в целом в контуре реализуются обе группы свойств. При этом для управляемого объекта такая факторизация W_0 обязательно существует (в общем случае и для нелинейных ОУ). При этом отображение-регулятор $S_R^{-1}: x_{ж} \rightarrow u$ и при любом $W_{ЭМ}$ является средством реализации и локализации свойства управляемости (каждому $x_{ж}$ однозначно ставит в соответствие требуемое управление u), а отображение $W_{ЭМ}: x_{ж} \rightarrow x$ для данного S_R^{-1} формализует и локализует цель управления — свойство обеспечения требуемого качества управления. Таким образом, S_R^{-1} и $W_{ЭМ}$ можно синтезировать независимо. Для скалярного объекта это осуществляется весьма просто. Для многосвязных систем ($m > 1$) регулятор, как пра-

вило, не единственен. Не единственна и цель управления, формализуемая в виде ЭМ. Возникает задача оптимизации, выходящая за рамки статьи. Вывод же состоит в том, что если существует средство управления в форме регулятора S_R^{-1} , то достижима любая цель управления в форме ЭМ $W_{ЭМ}$ (назначаемая с учетом ограничений на ресурсы ОУ в форме W_0).

Таким образом, ЭМ может не входить (см. рис. 3, рис. 9 и формулу (15)), либо входить (см. рис. 13 и формулу (16)) в качестве самостоятельной части в структуру синтезируемого регулятора. В обоих случаях передаточная функция "линейного" контура одна и та же и равна $W_{ЭМ}$. Хотя проблема назначения ЭМ является самостоятельной, тем не менее, при выборе ЭМ должны учитываться особенности ОУ и регулятора (например, с точки зрения его физической реализуемости в совокупности с ЭМ). В целом проблема синтеза ЭМ является нетривиальной и "внешней" по отношению к синтезу изоморфных регуляторов, как и вообще "внешней" является цель по отношению к разрабатываемой системе [10]. Главное, чтобы цель была достижимой и реализуемой при ограничениях на ресурсы ОУ. Методы решения проблемы синтеза ЭМ интенсивно развиваются. Выбор ЭМ может быть осуществлен, например, по инженерным критериям качества, а также по методикам, рассмотренным в работах [2, 4, 9, 11] и в других работах. В данной статье упор делался на рассмотрение методики синтеза изоморфных регуляторов и демонстрацию их работоспособности, а в качестве ЭМ выбирались простые передаточные функции, назначаемые по инженерным критериям качества. Полученные результаты имеют важное значение для практики с учетом высокой актуальности решения задач синтеза линейных регуляторов для промышленных систем [2, 4, 9, 11–15].

Заключение

Рассмотрены метод и правила синтеза изоморфных регуляторов на основе теории [1]. Показано, что изоморфные регуляторы являются простыми мультипликативными, а процедура их синтеза для ОУ с одним входом и одним выходом максимально формализована и сводится к обращению передаточной функции ОУ. При этом требуемое качество переходных процессов полностью определяется и обеспечивается выбором ЭМ. В этом смысле изоморфные регуляторы обладают свойством "предельности" по уровню достижимого качества переходных процессов: задача синтеза декомпозируется в соответствии с принципом суперпозиции — обеспечение управляемости ОУ локализуется в регуляторе, а обеспечение требуемого качества управления — в ЭМ. Соответственно, регулятор и ЭМ можно синтезировать независимо, но с учетом структуры ОУ.

Приведенные примеры подтверждают указанные свойства изоморфных регуляторов и их робастность в отношении значительных параметрических и шумовых возмущений в структуре ОУ и в контурах управления.

К выявленным преимуществам изоморфных регуляторов относятся:

- простая формализованная процедура синтеза для линейных ОУ и, особенно, для систем класса SISO, исключающая применение эвристических приемов;
- локализация всех требований к качеству управления в ЭМ;
- обеспечение предельно достижимого (формализуемого в виде ЭМ) качества управления не только в задачах стабилизации, но и в задачах слежения за заранее неизвестными задающими воздействиями (при условии адекватности модели управляемому объекту);
- отсутствие необходимости измерения управляемой координаты и высокая предсказуемость ее значений по задающему воздействию при условии адекватности модели ОУ;
- простой контроль соответствия параметров модели, заложенной в структуру регулятора, реальным параметрам ОУ по принципу "канал—модель" путем сравнения выхода ЭМ с выходом "канала", т. е. с измерениями управляемой координаты (при ее доступности для измерений);
- высокая надежность и предсказуемость результатов управления непосредственно не измеряемыми координатами объекта (при условии адекватности модели ОУ);
- приемлемая и предсказуемая робастность простого "линейного" контура с изоморфным регулятором при малом отличии параметров модели, заложенной в его структуру, от реальных параметров ОУ;
- достаточно простая (например, путем охвата "линейного" контура ОС с большим коэффициентом усиления) реализация робастного контура с требуемым качеством управления в случае существенного отличия параметров модели, заложенной в структуру регулятора, от реальных параметров ОУ;
- требование физической реализуемости изоморфного регулятора существенно смягчается за счет выбора ЭМ, исключающей использование производных высоких порядков. Если же они необходимы, то могут быть сформированы в результате обработки достаточно гладких сигналов, формируемых на выходе ЭМ, а не путем дифференцирования зашумленных сигналов, поступающих с выходов ОУ;
- возможность существенного сглаживания и фильтрации шумов в задающем воздействии посредством ЭМ.

К недостаткам, на наш взгляд, относятся:

- достаточно высокая сложность формализованного синтеза изоморфных регуляторов и выбора ЭМ для многосвязных систем;
- относительно низкий уровень унификации структур изоморфных регуляторов в сравнении, например, с ПИД регуляторами в силу уникальности передаточных функций ОУ (отчасти компенсируемый отсутствием необходимости подбора структур и параметров регулятора). Вместе с тем, для многих классов ОУ, имеющих типовые передаточные функции, структура изоморфных регуляторов и ЭМ может быть унифицирована.

Список литературы

1. Кулабухов В. С. Принцип изоморфности в задаче реализации и его приложения к анализу свойств систем управления // В сборнике: XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН. 2014. С. 438—448. URL: <http://vspu2014.ipu.ru/prcdngs>
2. Булгаков В. В., Кулабухов В. С. Сравнительный анализ формализованных методов синтеза регулятора для следящей системы // Приборы. 2013. № 1 (151). С. 39—44.
3. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987.
4. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Синтез следящих систем на основе аппарата линейно-квадратичной оптимизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 12. С. 795—800.
5. Мееров М. В. Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности. М.: Наука, 1967. 424 с.
6. Гайдук А. Р. Синтез систем управления при слабо обусловленной полноте объектов // Изв. РАН Автоматика и телемеханика. 1997. № 4. С. 133—144
7. Тютиков В. В., Вершинин И. В., Соколов А. Б. Метод больших коэффициентов при синтезе параметрически грубых систем модального управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 12. С. 801—808.
8. Буков В. Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Издательство научной литературы Н. Ф. Бочкаревой, 2006. 720 с.
9. Ким Д. П. Алгебраический метод синтеза линейных непрерывных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 1. С. 9—15.
10. Кулабухов В. С. Федеративно-интегрированная распределенная модульная авионика // Авиакосмическое приборостроение. 2015. № 12. С. 11—31.
11. Синтез законов управления в технических системах: Учеб. пособие. Ч. I. Инженерные методы синтеза законов управления в технических системах по эталонным математическим моделям / Нейдорф Р. А., Иванов Б. А., Обухов П. С. и др.; Под общ. ред. Р. А. Нейдорфа, З. Х. Ягубова. Ухта: УГТУ, 2000. 168 с. URL: http://lib.ugtu.net/sites/default/files/books/2000/sintez_zakonov_upravleniya_v_tekhnicheskikh_sistemah_2000.pdf
12. Younkin G. W. Industrial Servo Control Systems: Fundamentals and Applikations. Marcel Dekker. NY, 2003.
13. Nakamura M., Goto S., Kyura N. Mechatronic Servo System Control: Problems in Industries and their Theoretical Solutions. Spriger-Verlag. NY, 2004.
14. Bhattacharyya S. P., Datta A., Keel L. H. Linear Control Theory: Structure, Robustness, and Optimization. CRC Press LLC. NY, 2009.
15. Feuer A., Morse A. S. Adaptive control of single-input, single-output linear systems // IEEE Trans. On Automat. Control. 1978. V. AC-23. N. 4. P. 557—569.

Synthesis of Controllers for the Servo Systems on the Basis of the Isomorphism Principle

V. S. Kulabukhov, nit@mnpk.ru✉, kws0704@mail.ru,
AVIONICA Co., 127055, Moscow, Russian Federation

Corresponding author: **Kulabukhov Vladimir S.**, Chief Designer,
AVIONICA Co., Moscow, 127055, Russian Federation, nit@mnpk.ru

Received on February 02, 2017

Accepted on March 06, 2017

The aim of the research is to develop a practically implementable formalized method for synthesis of controllers for the general form systems based on the common isomorphism principle formerly offered in the theory of the systems. The research results are rigorous substantiation of the new type controllers structure — isomorphic controllers — and the formalized procedure of their synthesis. It was demonstrated that a feedback in the form of isomorphic controller is necessary and sufficient for controllability of the system in contrast to the well-known methods, first postulated the necessity of a feedback and then offered application of the procedure for controller synthesis. The feasibility of presenting a model (transfer function) of an object as a combination of an isomorphic controller and a reference model was proved, which allowed to localize the ensuring of controllability in the controller, which represents a controlling mean, and the required quality of the transient processes — in the reference model realizing a control objective. Such a localization provides a possibility to obtain extremely high quality of the transient processes in the control loop. The use of a mathematical apparatus of the modern algebra based on morphisms has provided significantly high level of generality of the proven statements about the general form systems and linear systems controllability. The advantages of isomorphic controllers, reference models and the high gains method combination for the linear systems were shown. Such a combination ensures a high control quality as well as increase of the loop robustness in respect of the parametric disturbances and noise impact. Application examples of the isomorphic controller synthesis for the linear systems, which demonstrated their features, are provided. The advantages of the isomorphic controllers were substantiated and generalized.

Keywords: isomorphism principle, system, control object, controllability, controller, feedback, reference model

For citation:

Kulabukhov V. S. Synthesis of Controllers for the Servo Systems on the Basis of the Isomorphism Principle, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 8, p. 507—515.

DOI: 10.17587/mau.18.507-515

References

1. **Kulabukhov V. S.** Princip izomorfnosti v zadache realizacii i ego prilozhenija k analizu svojstv sistem upravlenija (Isomorphic principle in the problem of implementation and its application to the analysis of the properties of control systems), *XII Vserossijskoe soveshhanie po problemam upravlenija VSPU-2014*, Institut problem upravlenija im. V. A. Trapeznikova RAN (In the book: *XII All-Russian Conference on Control VSPU 2014.*), 2014, pp. 438—448, available at <http://vspu2014.ipu.ru/prcdngs> (in Russian).
2. **Bulgakov V. V., Kulabukhov V. S.** Sravnitel'nyj analiz formalizovannyh metodov sinteza reguljatora dlja sledjashhej sistemy (Comparative analysis of the formal control synthesis methods for the tracking system), *Pribory*, 2013, no. 1 (151), pp. 39—44 (in Russian).
3. **Krasovskiy A. A.** *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravlenija* (Handbook of automatic control theory), Moscow, Nauka, 1987, 712 p. (in Russian).
4. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Sintez sledjashhih sistem na osnove apparata linejno-kvadrachnoj optimizacii (Follow up system synthesis based on a system of linear-quadratic optimization), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 12, pp. 795—800 (in Russian).
5. **Meerov M. V.** *Sintez struktur sistem avtomaticheskogo regulirovaniya vysokoj tochnosti* (Synthesis of structures of automatic control systems of high accuracy), Moscow, Nauka, 1967, 424 p. (in Russian).
6. **Gajduk A. R.** Sintez sistem upravlenija pri slabo obuslovennoj polnote obektov (Synthesis of control systems with weak due to the completeness of objects), *Avtomatika i Telemekhanika*, 1997, no. 4, pp. 133—144 (in Russian).
7. **Tjutikov V. V., Vershinin I. V., Sokolov A. B.** Metod bol'shikh koeficientov pri sinteze parametricheski grubyh sistem modal'nogo upravlenija (Method for the synthesis of large coefficients parametrically rough modal control systems.), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 12, pp. 801—808 (in Russian).
8. **Bukov V. N.** *Vlozhenie sistem. Analiticheskij podhod k analizu i sintezu matrichnyh sistem* (Attachment systems. Analytical approach to the analysis and synthesis of matrix systems), Kaluga, Izdatel'stvo nauchnoj literatury N. F. Bochkarevoj, 2006, 720 p. (in Russian).
9. **Kim D. P.** Algebraicheskij metod sinteza linejnyh nepreryvnyh sistem upravlenija (Algebraic approach for the synthesis of linear continuous control systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, no. 1, pp. 9—15 (in Russian).
10. **Kulabukhov V. S.** Federativno-integrirovannaja raspredeljonnaja modul'naja avionika (Federated distributed integrated modular avionics), *Aviakosmicheskoe Priborostroenie*, 2015, no. 12, pp. 11—31 (in Russian).
11. **Nejdorf R. A., Ivanov B. A., Obuhov P. S., Jagubov Z. H.** i dr. *Sintez zakonov upravlenija v tehniceskikh sistemah: Ucheb. posobie. Ch.1. Inzhenernye metody sinteza zakonov upravlenija v tehniceskikh sistemah po jetalonnym matematicheskim modeljam* (Synthesis of control laws in technical systems: Educational aid. Part 1. Engineering methods for the synthesis of control laws in technical systems by reference to mathematical models), Uhta, UGTU, 2000, 168 p., available at http://lib.ugtu.net/sites/default/files/books/2000/sintez_zakonov_upravlenija_v_tehniceskikh_sistemah_2000.pdf (in Russian).
12. **Younkin G. W.** *Industrial Servo Control Systems: Fundamentals and Applications*. Marcel Dekker. NY, 2003.
13. **Nakamura M., Goto S., Kyura N.** *Mechatronic Servo System Control: Problems in Industries and their Theoretical Solutions*. Springer-Verlag. NY, 2004.
14. **Bhattacharyya S. P., Datta A., Keel L. H.** *Linear Control Theory: Structure, Robustness, and Optimization*. CRC Press LLC. NY, 2009.
15. **Feuer A., Morse A. S.** Adaptive control of single-input, single-output linear systems, *IEEE Trans. On Automat. Control*, 1978, vol. AC-23, no. 4, pp. 557—569.

М. Е. Семёнов¹, д-р физ.-мат. наук, проф., mkl150@mail.ru,
М. Г. Матвеев¹, д-р техн. наук, проф., зав. каф., mgmatveev@yandex.ru,
Г. Н. Лебедев², д-р техн. наук, проф., **А. М. Соловьёв**¹, аспирант, darkzite@yandex.ru,
¹ Воронежский государственный университет,
² Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Стабилизация обратного гибкого маятника с гистерезисными свойствами*

Изучается динамика системы, состоящей из гибкого обратного маятника, имеющего люфт в основании его крепления. Разработан алгоритм стабилизации маятника в окрестности вертикального положения, основанный на принципе обратной связи. Также в работе решается задача оптимизации по параметрам управляющего воздействия.

Ключевые слова: обратный гибкий маятник, гистерезис, градиентный метод, оптимизация, разностная схема

Введение

Стабилизация обратного, или перевернутого, маятника является классической проблемой теории управления и широко используется в качестве эталона для тестирования различных алгоритмов управления неустойчивыми объектами (ПИД регуляторов, нейронных сетей, нечеткого управления и т. д.).

Аналоги подобных механических систем можно встретить в совершенно различных технических (и не только технических) приложениях — от медицины и биологии до роботостроения, ракетных и космических технологий. Так, решение задачи стабилизации обратного маятника используется при расчете динамических характеристик ракет, так как двигатель ракеты расположен ниже центра тяжести, вызывая аэродинамическую неустойчивость. Эта же проблема решена в сегвее — самобалансирующемся транспортном устройстве.

Первое теоретическое исследование обратного маятника было проведено Стефенсоном в работе [1], а первые эксперименты по стабилизации обратного маятника с помощью колебаний подвеса были рассмотрены П. Л. Капицей и описаны в работе [2]. В дальнейшем в его работе [3] была показана возможность стабилизации перевернутого маятника горизонтальными движениями нижней точки крепления, с помощью которых также удалось добиться устойчивости верхнего положения. Исследование стабилизации схожих механических систем были активно продолжены в ряде работ Ф. Л. Черноусько [4, 5]. В указанных выше работах рассматривался обычный жесткий маятник, подвес которого совершает принудительные колебания в вертикальном или горизонтальном направлении. Особо отметим, что эта сравнительно простая механическая система демонстрирует в зависимости от частоты и амплитуды вынужденных колебаний точки подвеса большое число разнообразных видов движения.

Некоторые движения представляются весьма необычными и противоречат нашей интуиции.

Задача стабилизации обратного маятника имеет большую историю и кажется достаточно изученной, однако большая часть этих исследований рассматривает упрощенную модель, не в полной мере соответствующую реальной механической системе подобного вида. Так, учитывая наличие обыкновенного люфта в точке крепления (например, возникшего вследствие износа деталей или же введенного намеренно, как в рулевом управлении автомобиля), а также рассматривая случай гибкого стержня, можно добиться большего соответствия модели реальным механическим системам, однако в этом случае задача стабилизации существенно усложняется.

Люфт в опоре маятника — это один из видов гистерезисных зависимостей. Задачи, в которых гистерезисные явления играют существенную роль, встречаются в физике, химии, биологии, экономике и смежных дисциплинах. Учет и корректное математическое моделирование этих зависимостей совершенно необходимы для адекватного описания процессов в указанных областях. Модели гистерезисных явлений к настоящему времени достаточно хорошо изучены, однако системы, в которых гистерезисные свойства проявляются на уровне отдельных их составляющих, исследованы в меньшей степени, вследствие чего наличие люфта в опоре маятника порождает новую интересную механическую систему. Стабилизации и оптимальному управлению жестким обратным маятником посвящена работа [6], также важные результаты в этой области получены в работах [7, 8], модели близких механических систем рассматривались в работе [9]. Исследованию динамики обратного гибкого маятника посвящены работы [10–13].

В данной статье рассматривается задача стабилизации в вертикальном положении обратного маятника, представляющего собой гибкий стержень, одним концом шарнирно закрепленный на цилиндре, движение которого вызывается горизонтальным перемещением поршня.

* Работа поддержана грантами РФФИ № 16-08-00312, № 17-01-00251.

Постановка задачи

Рассмотрим модель динамики обратного маятника в предположении малых отклонений от вертикального неустойчивого равновесия. Изучаемая система представляет собой гибкий стержень, одним концом шарнирно закрепленный на цилиндре, движение которого вызывается горизонтальным перемещением поршня (рис. 1).

Здесь (x, y) — система отсчета гибкого стержня массой m , длиной l и линейной плотностью ρ (определяемой отношением массы тела к его линейному параметру), где ось Ox совпадает с касательной к профилю стержня в точке его крепления; θ — угол наклона системы координат стержня; $(X, \bar{x})$ — инерциальная система координат рассматриваемой механической системы, M — масса цилиндра с раствором L , F — сила, приложенная к поршню массой m_p , трактуемая как управление.

Целью данной работы является изучение возможной стабилизации обратного гибкого маятника в окрестности вертикального положения при условии наличия люфта в опоре стержня, а также ис-

следование различных аспектов динамической системы, описывающей его поведение.

Модель управляющего воздействия

Одной из особенностей рассматриваемой в данной работе механической системы является наличие люфта в опоре стержня, а так как люфт является одним из видов гистерезисных зависимостей, то, следуя классическим схемам М. А. Красносельского и А. В. Покровского [14], будем трактовать его как преобразователь, определенный на пространстве непрерывных функций, динамика которого описывается соотношениями: вход — состояние и состояние — выход.

Выход преобразователя-люфта на монотонных входах описывается соотношением

$$u(t) = \Gamma[u_0, h]x(t) = \begin{cases} u_0, & u_0 \leq x(t) \leq u_0 + h; \\ x(t), & x(t) < u_0; \\ x(t) - h, & u_0 + h < x(t), \end{cases}$$

где Γ — гистерезисный оператор; $x(t)$ — вход преобразователя, u_0 — начальное состояние выхода, а h — растров люфта. С помощью полугруппового тождества

$$\Gamma[u(t_1, h)]x(t) = \Gamma[\Gamma[u_0, h]x(t_1, h)]x(t)$$

и специальной предельной конструкции действие оператора распространяется на все непрерывные входы. Применительно к изучаемой системе выход преобразователя-люфта удобно определить следующим соотношением:

$$X(t) = \Gamma[X_0, L]Y(t) = \begin{cases} 0, & |Y(t) - X_0| \leq \frac{L}{2}; \\ Y(t) - \frac{L}{2}, & Y(t) - X_0 > \frac{L}{2}; \\ Y(t) + \frac{L}{2}, & Y(t) - X_0 < -\frac{L}{2}, \end{cases}$$

которое иллюстрирует рис. 2.

Здесь $X(t)$ — перемещение центра цилиндра, $Y(t)$ — перемещение поршня в горизонтальной плоскости. Сила, приложенная к опоре стержня, определяется следующим соотношением:

$$f(t) = \Gamma[X(0, t), Y(t), L, F_0]F = \begin{cases} 0, & |X(0, t) - Y(t)| \leq L; \\ F, & |X(0, t) - Y(t)| > L, \end{cases}$$

где L — растров цилиндра, F — сила, трактуемая как управление, приложенная к поршню массой m_p . В свою очередь, движение поршня подчиняется уравнению

$$m_p \ddot{Y}(t) = F.$$

Здесь и далее производные по времени обозначаются нижним индексом t или верхними точками, а производные по пространственной координате — соответствующими нижними индексами или штрихами.

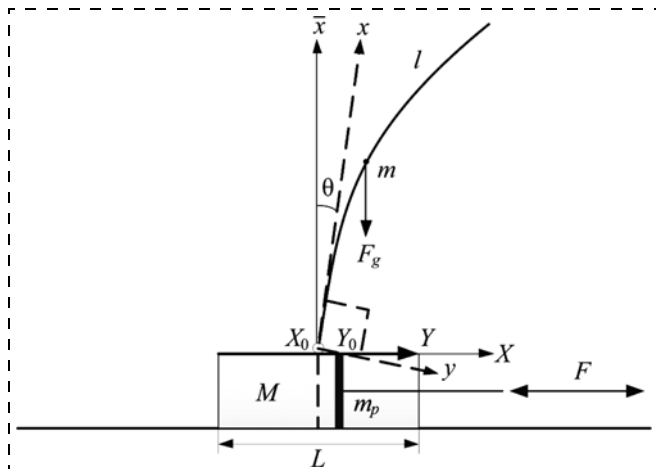


Рис. 1. Модель гибкого маятника

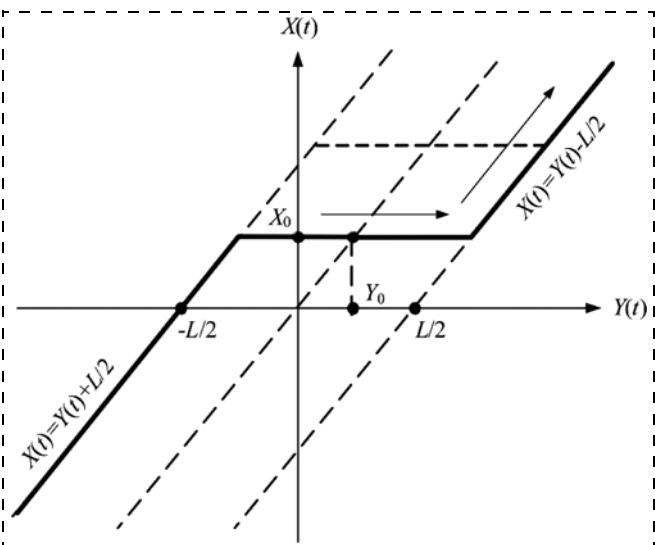


Рис. 2. Динамика входно-выходных соответствий люфта

Рассмотрим физическую модель маятника (см. рис. 1). Будем считать, что отклонение y и угол наклона стержня θ малы, т. е. $x \approx \bar{x}$, а граничные условия системы, определяющие кривизну стержня, имеют вид

$$\begin{cases} y(0, t) = y'(0, t) = 0; \\ y''(l, t) = y'''(l, t) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Функция $X(\bar{x}, t)$ описывает поведение профиля стержня с течением времени и показывает отклонение каждой точки стержня от вертикальной оси; $(X, \bar{x})$ — координаты профиля стержня; $X(0, t) = s(t)$ — перемещение точки крепления в горизонтальной плоскости.

Перейдем к новой системе координат посредством следующего соотношения:

$$\begin{pmatrix} X \\ \bar{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X(0, t) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Для описания движения изучаемой системы используем формализм Лагранжа. Учитывая, что y и θ малы и пренебрегая членами старшего порядка, определим функцию Лагранжа:

$$L(t) = \frac{1}{2} M \dot{s}^2 + \frac{1}{2} \int_0^l [\rho \dot{s}^2 + \rho y_t^2 + \rho(x\dot{\theta}^2) + \rho(2\dot{s}x\dot{\theta} + 2x\dot{\theta}y_t + 2\dot{s}y_t) + 2\rho gy\theta - EI y_{xx}^2] dx, \quad (2)$$

где I — осевой момент инерции сечения стержня; E — модуль Юнга; ρ — линейная плотность материала стержня.

Проинтегрировав уравнение (2) на интервале (t_0, t_f) , получим функцию действия:

$$W = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} M \dot{s}^2 dt + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \int_0^l \left\{ \rho(\dot{s}^2 + y_t^2 + x^2\dot{\theta}^2 + 2\dot{s}x\dot{\theta}) + 2x\dot{\theta}y_t + 2\dot{s}y_t + 2gy\theta - \frac{EI}{\rho} y_{xx}^2 \right\} dx dt.$$

Используя принцип наименьшего действия, в линейном приближении получим следующее соотношение:

$$\ddot{y} + \frac{EI}{\rho} y'''' = -\ddot{s} - x\ddot{\theta} + g\theta. \quad (3)$$

Принимая в качестве обобщенной координаты переменную θ , из уравнения Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

с учетом (2) получаем

$$\int_0^l x(x\ddot{\theta} + \ddot{y} + \ddot{s}) dx = g \int_0^l y dx.$$

Используя равенство (3), последнее соотношение преобразуем к виду

$$\int_0^l x \left(g\theta - \frac{EI}{\rho} y'''' \right) dx = g \int_0^l y dx,$$

или

$$\frac{gl^2\theta}{2} - \frac{EI}{\rho} \int_0^l xy'''' dx = g \int_0^l y dx. \quad (4)$$

С учетом начальных условий (1) интеграл в левой части выражения (4) будет равен нулю, а домножив обе части этого равенства на ρ/g , получим

$$\frac{1}{2} ml\theta = \rho \int_0^l y dx. \quad (5)$$

Проинтегрируем обе части равенства (3) и домножим на ρ :

$$\begin{aligned} \rho \int_0^l \left(\ddot{y} + \frac{EI}{\rho} y'''' \right) dx &= \rho \int_0^l (-\ddot{s} - x\ddot{\theta} + g\theta) dx, \\ \rho \int_0^l \ddot{y} dx + EI[y''(l, t) - y''(0, t)] &= -\ddot{s}\rho l - \frac{l^2}{2} \rho \ddot{\theta} + g\rho l\theta. \end{aligned}$$

Учитывая тот факт, что $\rho l = m$, $y'''(l, t) = 0$ (из начальных условий), и в соответствии с равенством (5) получим следующее уравнение:

$$m\ddot{\theta} + m\ddot{s} = mg\theta + EI y''(0, t). \quad (6)$$

Принимая в качестве обобщенной координаты функции Лагранжа переменную s , получим

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{s}} - \frac{\partial L}{\partial s} = f(t), \quad (7)$$

где $f(t)$ — сила, приложенная к опоре стержня.

Подставим выражение (2) в равенство (7):

$$M\ddot{s} + \rho \int_0^l (\ddot{s} + x\ddot{\theta} + \ddot{y}) dx = f(t).$$

Учитывая равенство (3), получим

$$M\ddot{s} + \rho \int_0^l \left(g\theta - \frac{EI}{\rho} y'''' \right) dx = f(t).$$

Аналогично, из выражения (6) следует равенство

$$M\ddot{s} = f(t) - mg\theta - EI y''(0, t).$$

Таким образом, имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} ml\ddot{\theta} + m\ddot{s} = mg\theta + EIy'''(0, t), \\ M\ddot{s} = f(t) - mg\theta - EIy'''(0, t). \end{cases}$$

Переходя к системе координат $(X, \bar{x})$, модель рассматриваемой механической системы можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} \ddot{X} + \frac{EI}{\rho} X'''' = gX'(0, t); \\ M\ddot{X}(0, t) = f(t) - mgX'(0, t) - EIX''''(0, t), \\ ml\ddot{X}'(0, t) + m\ddot{X}(0, t) = mgX'(0, t) + EIX''''(0, t), \end{cases}$$

где $X = X(x, t)$.

Выразим $\ddot{X}(0, t)$ из первого уравнения системы и подставим во второе:

$$g(M + m)X'(0, t) - \frac{MEI}{\rho} X'''' + EIX'''' = f(t).$$

Проинтегрируем обе части этого уравнения по x :

$$g(M + m)X(0, t) - \frac{MEI}{\rho} X''' + EIX'' = lf(t).$$

Учитывая условия (1), получаем

$$g(M + m)X(0, t) - \frac{MEI}{\rho} X''' = lf(t)$$

или

$$\frac{g}{l} (M + m)X(0, t) - \frac{MEI}{m} X''' = f(t).$$

В дальнейшем управление маятником будем строить по принципу обратной связи, т.е. считаем, что сила, приложенная к цилиндру, определяется следующим равенством:

$$F = k \text{sign}(ae_1 + e_2), \quad (8)$$

где коэффициенты $a > 0$, $k > 0$ и

$$e_1 = \int_0^l X' dl;$$

$$e_2 = \int_0^l \dot{X}' dl.$$

Параметр e_1 — интегральный угол отклонения стержня; e_2 — интегральная угловая скорость стержня. Решение задачи стабилизации обратного положения будет заключаться в поиске таких значений коэффициентов a и k , при которых параметры e_1 и e_2 будут ограничены.

Таким образом, система уравнений, описывающая динамику исследуемой механической системы, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \ddot{X} + \frac{EI}{m} X'''' = gX'(0, t); \\ (M + m)\ddot{X}(0, t) + ml\ddot{X}'(0, t) = f(t); \\ \frac{g}{l} (M + m)X(0, t) - \frac{MEI}{m} X''''(0, t) = f(t); \\ f(t) = \Gamma[X(0, t), Y(t), L, F_0]F; \\ m_p \ddot{Y}(t) = F; \\ F = k \text{sign}(ae_1 + e_2); \\ e_1 = \int_0^l X' dl; \\ e_2 = \int_0^l \dot{X}' dl. \end{cases} \quad (9)$$

Разностная схема.

Приближенное решение задачи стабилизации

Систему (9) будем решать численно: введем прямоугольную сетку, для этого разобьем область определения функции $X = X(x, t)$ прямыми линиями, параллельными координатным осям (рис. 3).

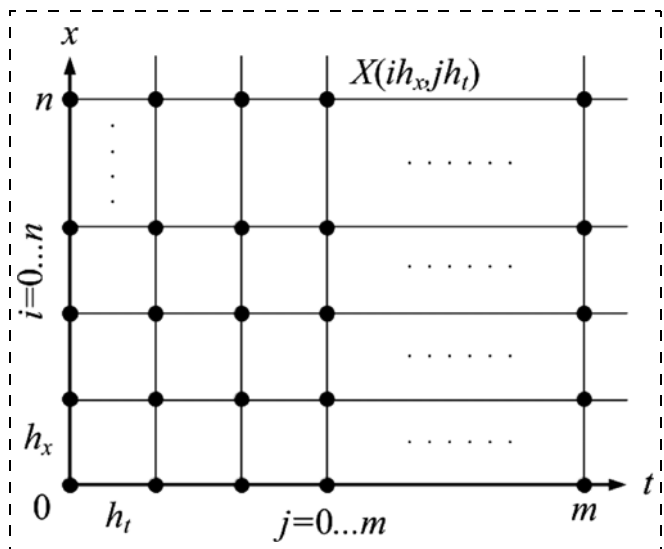


Рис. 3. Сеточное разбиение области определения функции $X(x, t)$

Очевидно, что в узлах сетки функция $X(x, t)$ будет принимать значение

$$X_{i,j} = X(ih_x, jh_t),$$

где h_x — шаг сетки по оси x ; h_t — шаг сетки по оси времени t ; $i = \overline{0, n}$, $j = \overline{0, m}$; $h_x = l/n$, $h_t = T/m$, T — исследуемый промежуток времени для расчета одной итерации по времени. Тогда с использованием неявной схемы систему уравнений (9) в конечных разностях можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases}
\frac{X_{i,j+1} - 2X_{i,j} + X_{i,j-1}}{h_t^2} + \frac{EIl}{m} \frac{6X_{i,j+1} - 4X_{i-1,j+1} - 4X_{i+1,j+1} + X_{i+2,j+1} + X_{i-2,j+1}}{h_x^4} = g \frac{X_{1,j+1} - X_{0,j+1}}{h_x}; \\
(M+m) \frac{X_{0,j+1} - 2X_{0,j} + X_{0,j-1}}{h_t^2} + ml \frac{X_{1,j-1} - X_{0,j+1} + X_{1,j+1} + 2X_{0,j} - 2X_{1,j} - X_{0,j-1}}{h_x h_t^2} = F_j; \\
\frac{g}{l} (M+m) g X_{0,j} - \frac{MEI}{m} \frac{3X_{1,j} - 3X_{2,j} + X_{3,j} - X_{0,j}}{h_x^3} = F_j; \\
F_j = k \text{sign}(ae_{1j} + e_{2j}); \\
e_{1j} = \frac{X_{n,j} - X_{0,j}}{l}; \\
e_{2j} = \frac{e_{1,j} - e_{1,j-1}}{h_t}.
\end{cases} \quad (10)$$

Граничные условия будут иметь вид

$$\begin{cases}
\frac{X_{1,0} - X_{0,0}}{h_x} = \alpha; \\
\frac{X_{2,j} - 2X_{1,j} + X_{0,j}}{h_x^2} = 0; \\
\frac{X_{n-1,j} - 2X_{n-2,j} + X_{n-3,j}}{h_x^2} = 0; \\
\frac{3X_{n-2,j} - 3X_{n-1,j} + X_{n,j} - X_{n-3,j}}{h_x^3} = 0; \\
\frac{X_{i,1} - X_{i,0}}{h_t} = 0; \\
\frac{X_{i,2} - 2X_{i,1} + X_{i,0}}{h_t^2} = 0.
\end{cases} \quad (11)$$

Прежде всего докажем устойчивость относительно возмущения начальных данных разностной схемы (10), (11) с помощью спектрального метода [15]. Так как устойчивость характеризуется изменением погрешности с течением времени, рассмотрим уравнения системы, содержащие узлы из разных временных слоев. Учитывая тот факт, что наличие свободного члена не влияет на устойчивость, будем исследовать следующие уравнения:

$$\begin{aligned}
(M+m) \frac{X_{0,j+1} - 2X_{0,j} + X_{0,j-1}}{h_t^2} + \\
+ ml \frac{X_{1,j-1} - X_{0,j+1} + X_{1,j+1} + 2X_{0,j} - 2X_{1,j} - X_{0,j-1}}{h_x h_t^2} = 0; \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{X_{i,j+1} - 2X_{i,j} + X_{i,j-1}}{h_t^2} + \\
+ \frac{EIl}{m} \frac{6X_{i,j+1} - 4X_{i-1,j+1} - 4X_{i+1,j+1} + X_{i+2,j+1} + X_{i-2,j+1}}{h_x^4} = 0. \quad (13)
\end{aligned}$$

Представим решение разностной схемы в виде гармоники

$$X_{k,p} = \lambda^p e^{i\alpha k}. \quad (14)$$

Подставив выражение (14) в уравнение (12) и (13) и упростив выражения, получим

$$\frac{(\lambda-1)^2}{\lambda h_t^2} \left(M+m + ml \frac{e^{i\alpha} - 1}{h_x} \right) = 0; \quad (15)$$

$$\frac{\lambda-2+\lambda^{-1}}{h_t^2} + \frac{EIl}{m} \frac{6-4e^{-i\alpha}-4e^{i\alpha}+e^{2i\alpha}+e^{-2i\alpha}}{h_x^4} \lambda = 0. \quad (16)$$

Рассматриваемая разностная схема является устойчивой относительно возмущения начальных данных в случае выполнения необходимого спектрального условия Неймана:

$$|\lambda(\alpha)| \leq 1. \quad (17)$$

Из уравнения (15) следует, что

$$|\lambda(\alpha)| = 1, \forall \alpha. \quad (18)$$

Применяя формулу Эйлера к уравнению (16), получим

$$\frac{\lambda-2+\lambda^{-1}}{h_t^2} + \frac{EIl}{m} \frac{3-4\cos\alpha+\cos 2\alpha}{h_x^4} \lambda = 0$$

или

$$\frac{(\lambda-1)^2}{\lambda^2 h_t^2} + \frac{4EIl}{m} \frac{(\cos\alpha-1)^2}{h_x^4} = 0. \quad (19)$$

Обозначим

$$\varphi(\alpha) = \sqrt{\frac{EIl}{m}} \frac{2h_t}{h_x^2} (\cos\alpha - 1),$$

тогда равенство (19) будет иметь следующий вид:

$$\frac{(\lambda-1)^2}{\lambda^2} = -\varphi^2(\alpha)$$

или

$$\frac{\lambda - 1}{\lambda} = \pm j\varphi(\alpha).$$

Окончательно

$$\lambda = \frac{1}{1 \mp j\varphi(\alpha)},$$

$$|\lambda| = \frac{1}{1 + \varphi^2(\alpha)}.$$

Таким образом,

$$|\lambda(\alpha)| \leq 1, \forall \alpha. \quad (20)$$

Из выражений (18) и (20) следует, что спектральное условие Неймана (17) выполняется, и рассматриваемая разностная схема является абсолютно устойчивой.

Таким образом, для нахождения положения стержня на каждом временном слое необходимо решить СЛАУ вида

$$\mathbf{B}^{nn} \mathbf{X}_j^n = \mathbf{C}^n,$$

где

$$\mathbf{B}^{nn} =$$

$$= \begin{pmatrix} b_0 & b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_0 & b_1 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_0 & b_1 & 0 & b_{n-6} & b_{n-5} & b_{n-4} & b_{n-3} & b_{n-2} & b_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{n-3} & b_{n-2} & b_{n-1} & 0 \\ & & & & & & b_{n-3} & b_{n-2} & b_{n-1} & b_n \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{X}_j^n = \begin{pmatrix} X_{0,j} \\ X_{1,j} \\ X_{2,j} \\ X_{3,j} \\ X_{4,j} \\ X_{5,j} \\ \dots \\ X_{n-2,j} \\ X_{n-1,j} \\ X_{n,j} \end{pmatrix}; \mathbf{C}^n = \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ \dots \\ c_{n-2} \\ c_{n-1} \\ c_n \end{pmatrix},$$

b_i — коэффициенты при неизвестных $X_{i,j}$; c_i — свободный член.

Параметрическая оптимизация и стабилизация

Как было указано ранее, решение задачи стабилизации обратного гибкого маятника в окрестности вертикального положения будет заключаться в поиске оптимальных значений коэффициентов a и k из равенства (8).

Во многих технических задачах требуется не только стабилизировать систему, но и добиться асимптотически оптимальных характеристик. В рассмотренной задаче этому соответствует минимизация функционала, определяющего отклонение маятника от вертикального положения.

Определим функционал, который в дальнейшем будем называть целевым:

$$J(a, k) = \frac{1}{T} \int_0^T \left[\int_0^l (\dot{X}')^2 dl + \int_0^l (\dot{X}')^2 dl \right] dt. \quad (21)$$

Здесь величина T — это временной интервал, на котором проводится оптимизация.

При решении уравнений, описывающих динамику исследуемой механической системы, необходимо минимизировать функционал (21). Таким образом, на физическом уровне задача сводится к минимизации среднеквадратичного отклонения маятника от вертикального положения.

Учитывая тот факт, что решение поставленной задачи выполнялось пошагово с применением численных методов, для оптимизации решения используем градиентный метод дробления шага, являющийся разновидностью методов градиентного поиска [16]. Данный метод обладает простотой реализации и достаточно высокой скоростью сходимости.

Алгоритм метода дробления шага

Шаг 0. Задать параметр точности ε , начальный

шаг $h > 0$, выбрать начальный вектор $u^0 = \begin{bmatrix} k_0 \\ a_0 \end{bmatrix}$ и

вычислить $J(u^0)$.

Шаг 1. Найти численно $\nabla J(u^0)$ и проверить критерий останова $\|\nabla J(u^0)\| < \varepsilon$. Если критерий останова выполнен, то вычисления завершить, полагая $u^* = u^0$, $J^* = J(u^0)$.

Шаг 2. Положить $u^1 = u^0 - h \nabla J(u^0)$, вычислить $J(u^1)$. Если $J(u^1) < J(u^0)$, то положить $u^0 = u^1$, а $J(u^0) = J(u^1)$ и перейти к шагу 1.

Шаг 3. Положить $h = h/2$ и перейти к шагу 2.

Результаты компьютерного моделирования

Обратный гибкий маятник без люфта

Ниже представлены результаты моделирования поведения обратного гибкого маятника с применением соответствующей разностной схемы без учета

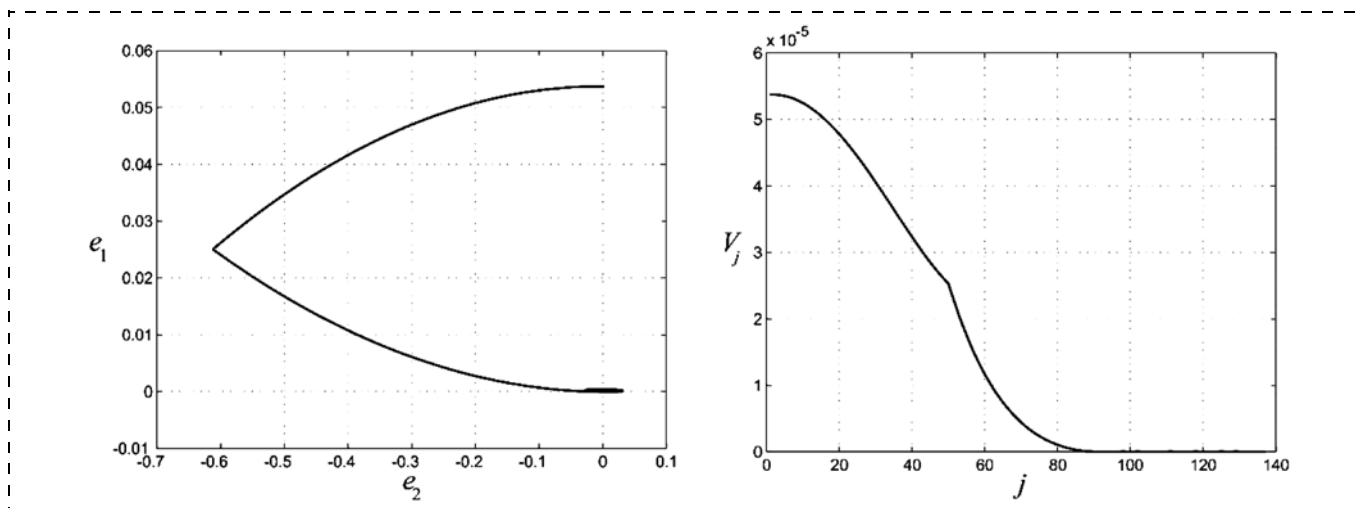


Рис. 4. Фазовая траектория (слева) и функция Ляпунова (справа) системы без люфта ($a = 22$, $k = 1,22$)

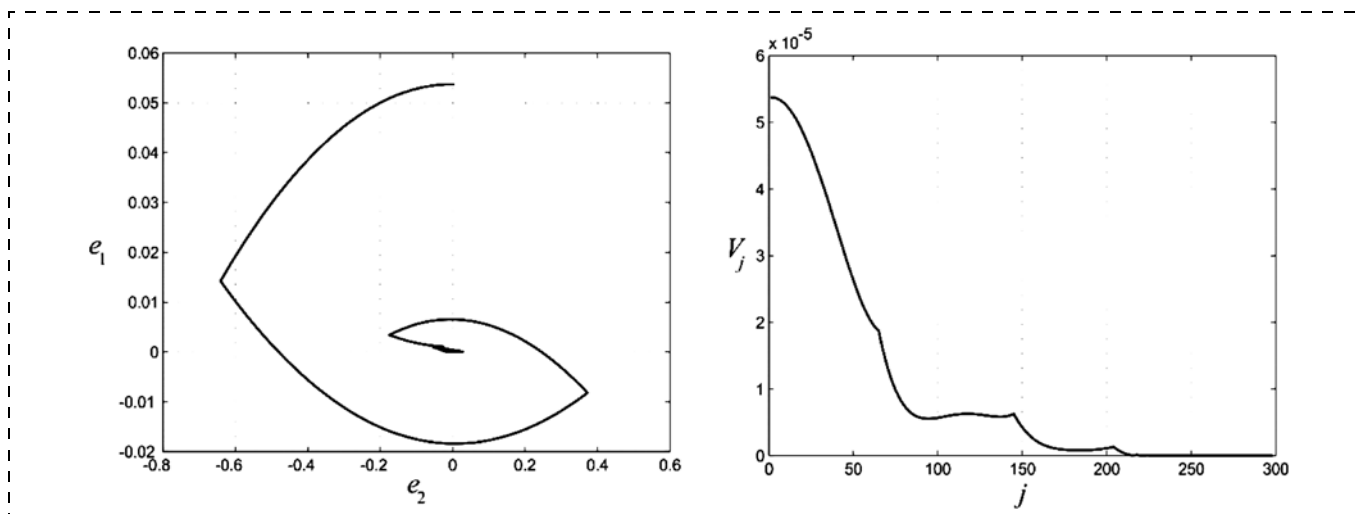


Рис. 5. Фазовая траектория (слева) и функция Ляпунова (справа) системы без люфта ($a = 40$, $k = 1$)

люфта. Найдем оптимальные значения коэффициентов a и k .

Характеристики исследуемой механической системы и начальные условия:

материал стержня — сталь, $m = 1$ кг; $M = 10$ кг; $l = 1$ м; $\rho = 1,04$ кг/м; $E = 210 \cdot 10^9$ Па; $I = 0,087$ кг $\cdot$ м²; $\alpha = 0,06^\circ$.

В процессе оптимизации решения были найдены коэффициенты $a = 22$ и $k = 1,15$.

Оценим устойчивость системы в соответствии с критерием Ляпунова. В качестве функции Ляпунова возьмем

$$V = \int_0^l \dot{X}'^2 dl + \int_0^l \dot{X}'^2 dl.$$

Фазовая траектория исследуемой системы, представляющая собой зависимость интегрального угла отклонения стержня от его интегральной угловой скорости, и соответствующая ей функция Ляпунова показаны на рис. 4.

Как видно из рис. 4, функция Ляпунова на всем интервале времени удовлетворяет следующему условию:

$$\dot{V}(t) < -kV.$$

Следовательно, обратный маятник с течением времени стремится к устойчивому вертикальному положению.

Изменим коэффициенты управления: пусть $a = 40$ и $k = 1$. График фазовой траектории и функция Ляпунова для этого случая приведены на рис. 5.

Как видно из рис. 4, 5, изменение коэффициентов, найденных с помощью метода дробления шага, приводит к увеличению времени стабилизации.

Обратный гибкий маятник с люфтом

Добавим в модель механической системы люфт опоры стержня. Исследуем поведение системы при тех же параметрах. Поиск коэффициентов для такой системы дал следующий результат: $a = 8,4$; $k = 1,39$.

Примем значение люфта $L = 0,01$ м, $m_p = 1$ кг. Фазовая траектория и функция Ляпунова такой системы показаны на рис. 6.

Увеличим раствор цилиндра, пусть $L = 0,02$ м при тех же параметрах системы. Результаты моделирования приведены на рис. 7.

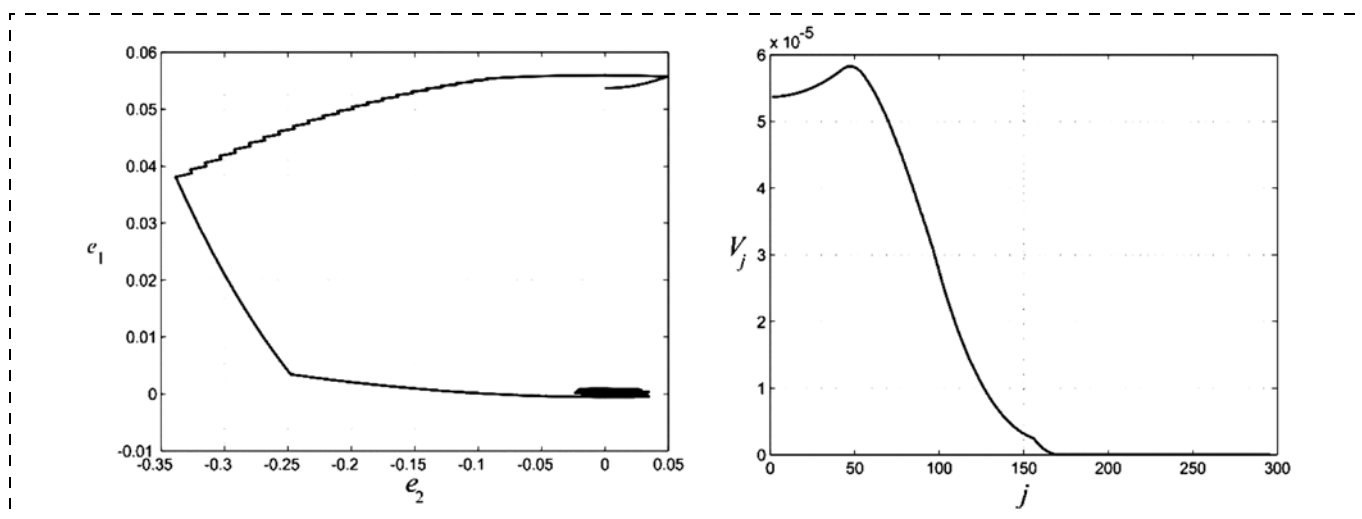


Рис. 6. Фазовая траектория (слева) и функция Ляпунова (справа) системы с люфтом $L = 0,01$ м ($a = 8,4$; $k = 1,39$)

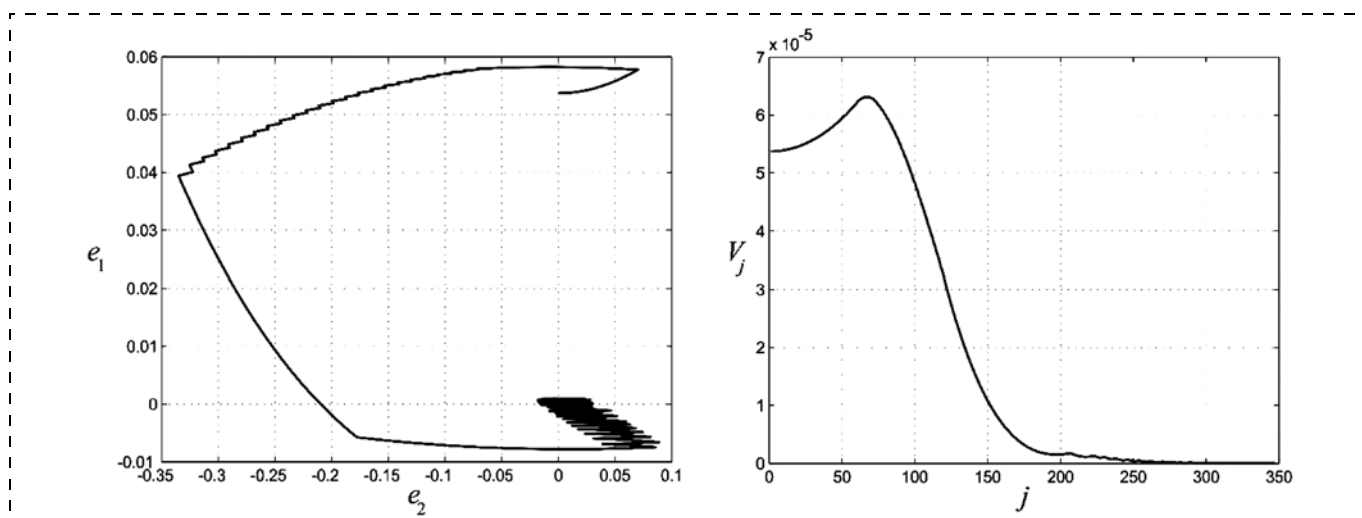


Рис. 7. Фазовая траектория (слева) и функция Ляпунова (справа) системы с люфтом $L = 0,02$ м ($a = 8,4$; $k = 1,39$)

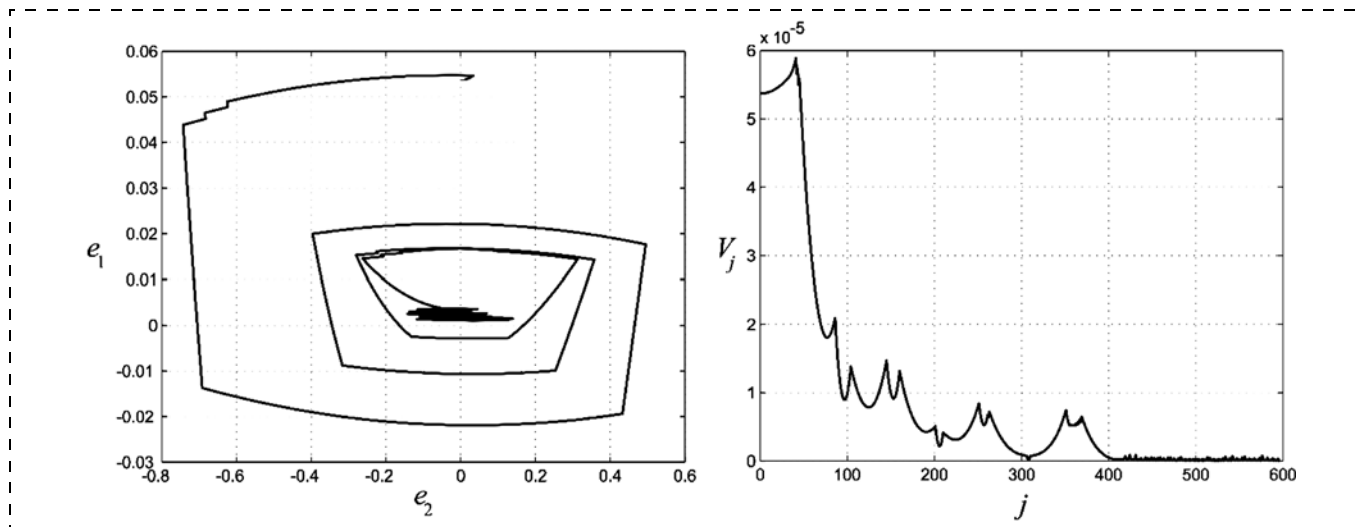


Рис. 8. Фазовая траектория (слева) и функция Ляпунова (справа) системы с люфтом $L = 0,02$ м ($a = 15$; $k = 6$)

Система при заданных параметрах также с течением времени приходит в устойчивое состояние. Изменим коэффициенты управления: пусть $a = 15$, $k = 6$. Результаты моделирования приведены на рис. 8.

Как и в случае с системой без люфта, изменение коэффициентов, найденных с помощью метода дробления шага, приводит к увеличению времени стабилизации.

Закключение

В настоящей работе рассмотрена физическая модель обратного гибкого маятника с люфтом в основании его крепления, предложен метод стабилизации маятника в окрестности вертикального положения. В качестве алгоритма оптимизации при стабилизации маятника был использован градиентный метод дробления шага. Динамика изучаемой физической системы проиллюстрирована с помощью численного моделирования.

Список литературы

1. Stephenson A. On an induced stability // Phil. Mag. 15, 233 (1908).
2. Капица П. Л. Маятник с вибрирующим подвесом // УФН. 1951. № 44. С. 7–20.
3. Капица П. Л. Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса // ЖЭТФ. 1951. № 21. С. 588–597.
4. Черноусько Ф. Л., Акуленко Л. Д., Соколов Б. Н. Управление колебаниями. М.: Наука, 1980. 383 с.

5. Решмин С. А., Черноусько Ф. Л. Оптимальное по быстрейшему управлению перевернутым маятником в форме синтеза // Известия РАН. Теория и системы управления. 2006. № 3. С. 51–62.
6. Матвеев М. Г., Семенов М. Е., Шевлякова Д. В., Канищева О. И. Зоны устойчивости и периодические решения перевернутого маятника с гистерезисным управлением // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 11. С. 8–14.
7. Mikhail E. Semenov, Andrey M. Solovyov, Peter A. Meleshchenko Elastic inverted pendulum with backlash in suspension: stabilization problem // Nonlinear Dynamics. 2015. Vol. 82. P. 677–688.
8. Semenov M. E., Meleshchenko P. A., Solovyov A. M., Semenov A. M. Hysteretic Nonlinearity in Inverted Pendulum Problem // Springer Proceedings in Physics. Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis. 2015. Vol. 168. P. 463–506.
9. Chao Xu, Xin Yu. Mathematical model of elastic inverted pendulum control system // Journal of Control Theory and Applications. 2004. N. 3. P. 281–282.
10. Elmer P. Dadios, Patrick S. Fernandez, and David J. Williams Genetic Algorithm On Line Controller for the Flexible Inverted Pendulum Problem // Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics. 2006. Vol. 10. N. 2.
11. Tang Jiali, Ren Gexue. Modeling and Simulation of a Flexible Inverted Pendulum System // Tsinghua Science and Technology. 2009. Vol. 14. N. S2.
12. Zheng-Hua Luo, Bao-Zhu Guo. Shear Force Feedback Control of a Single-Link Flexible Robot with a Revolute Joint // IEEE Transaction On Automatic Control. 1997. Vol. 42. N. 1.
13. Mohsen Dadfarnia, Nader Jalili, Bin Xian, Darren M. Dawson. A Lyapunov-Based Piezoelectric Controller for Flexible Cartesian Robot Manipulators // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 2004. Vol. 126/347.
14. Красносельский М. А., Покровский А. В. Системы с гистерезисом. М.: Наука, 1983.
15. Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977.
16. Аттетков А. В., Галкин С. В., Зарубин В. С. Методы оптимизации. М.: Изд. МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003.

Stabilization of a Flexible Inverted Pendulum with the Hysteretic Properties

M. E. Semenov¹, mkl150@mail.ru✉, M. G. Matveev¹, mgmatveev@yandex.ru,
G. N. Lebedev², A. M. Solovyev¹, darkzite@yandex.ru,

¹Voronezh State University, Voronezh, 394006, Russian Federation,

²Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation

Corresponding author: Semenov Mikhail E., D. Sc., Head of Laboratory of Mechanics, Navigation and Motion Control, Institute of Precision Mechanics and Control Problems, RAS, Saratov, 410028, Russian Federation, e-mail: mkl150@mail.ru

Received on September 19, 2016

Accepted on March 23, 2017

As is known, the problem of the inverted pendulum plays the central role in the control theory. In particular, the problem of the inverted pendulum (as a test model) presents many challenging problems to the control designs. Because of their nonlinear nature, the pendulums have preserved their usefulness and now they are used to illustrate many of the ideas emerging in the field of a nonlinear control. Typical examples of that are the feedback stabilization, variable structure control, passivity-based control, back-stepping and forwarding, nonlinear observers, friction compensation, and nonlinear model reduction. The challenges of the control made the inverted pendulum systems a classic tool for the control laboratories. It should also be pointed out that the problem of stabilization of such a system is a classical problem of the dynamics and control theory. Moreover, the model of the inverted pendulum is widely used as a standard for testing of the control algorithms (for PID controllers, neural networks, fuzzy control, etc.). In this paper, the authors investigate the elastic inverted pendulum with a hysteretic nonlinearity (a backlash) in the suspension point. Namely, the problems of stabilization and optimization of such a system are considered. The algorithm, which ensures an effective procedure for finding of the optimal parameters, is presented and applied to the considered system. The results of the numerical simulations, namely the phase portraits and the dynamics of Lyapunov function, are also presented and discussed.

Keywords: flexible inverted pendulum, hysteresis, gradient method, optimization, difference scheme

Acknowledgements: The work was supported by RFBR grants No. 16-08-00312 and No. 17-01-00251

For citation:

Semenov M. E., Matveev M. G., Lebedev G. N., Solovyev A. M. Stabilization of a Flexible Inverted Pendulum with the Hysteretic Properties, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 8, pp. 516–525.

DOI: 10.17587/mau.18.516-525

References

1. **Stephenson A.** On an induced stability, *Phil. Mag.*, 15, 233 (1908).
2. **Kapica P. L.** *Majatnik s vibrirujushhim podvesom* (Pendulum with vibrating suspension), *Uspehi Fizicheskikh Nauk*, 1951, no. 44, pp. 7–20 (in Russian).
3. **Kapica P. L.** *Dinamicheskaja ustojchivost' majatnika pri kolebljushhejsja tochke podvesa* (Dynamic stability of a pendulum at an oscillating suspension point), *Zhurnal Eksperimental'noj i Teoreticheskoy Fiziki*, 1951, no. 21, pp. 588–597 (in Russian).
4. **Chernous'ko F. L., Akulenko L. D., Sokolov B. N.** *Upravlenie kolebanijami* (Control of oscillations), Moscow, Nauka, 1980 (in Russian).
5. **Reshmin S. A., Chernous'ko F. L.** *Optimal'noe po bystrodejstviju upravlenie perevernutym majatnikom v forme sinteza* (The optimal control of the inverted pendulum in the form of synthesis), *Izvestija RAN, Teorija i sistemy upravlenija*, 2006, no. 3, pp. 51–62 (in Russian).
6. **Matveev M. G., Semenov M. E., Shevljakova D. V., Kanishheva O. I.** *Zony ustojchivosti i periodicheskiye resheniya perevernutogo majatnika s gisterezisnym upravleniem* (Zone of stability and periodic solutions of the inverted pendulum with hysteretic control),

Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye, 2012, no. 11, pp. 8–14 (in Russian).

7. **Mikhail E. Semenov, Andrey M. Solovyov, Peter A. Meleshchenko** Elastic inverted pendulum with backlash in suspension: stabilization problem, *Nonlinear Dynamics*, 2015, vol. 82, pp. 677–688.

8. **Semenov M. E., Meleshchenko P. A., Solovyov A. M., Semenov A. M.** Hysteretic Nonlinearity in Inverted Pendulum Problem, Springer *Proceedings in Physics. Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis*, 2015, vol. 168, pp. 463–506.

9. **Chao Xu, Xin Yu.** Mathematical model of elastic inverted pendulum control system, *Journal of Control Theory and Applications*, 2004, no. 3, pp. 281–282.

10. **Elmer P. Dadios, Patrick S. Fernandez, David J. Williams.** Genetic Algorithm On Line Controller for the Flexible Inverted Pendulum Problem, *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, 2006, vol. 10, no. 2.

11. **Tang Jiali, Ren Gexue.** Modeling and Simulation of a Flexible Inverted Pendulum System, *Tsinghua Science and Technology*, December 2009, vol. 14, no. S2.

12. **Zheng-Hua Luo, Bao-Zhu Guo.** Shear Force Feedback Control of a Single-Link Flexible Robot with a Revolute Joint, *IEEE Transaction On Automatic Control*, January 1997, vol. 42, no. 1.

13. **Mohsen Dadfarnia, Nader Jalili, Bin Xian, Darren M. Dawson.** A Lyapunov-Based Piezoelectric Controller for Flexible Cartesian Robot Manipulators, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, June 2004, vol. 126/347.

14. **Krasnosel'skij M. A., Pokrovskij A. V.** *Sistemy s gisterezisom* (Systems with hysteresis), Moscow, Nauka, 1983 (in Russian).

15. **Godunov S. K., Rjaben'kij V. S.** *Raznostnye shemy* (Difference schemes), Moscow, Nauka, 1977 (in Russian).

16. **Attetkov A. V., Galkin S. V., Zarubin V. S.** *Metody optimizacii* (Optimization methods), Moscow, Publishing house of Bauman Moscow State Technical University, 2003 (in Russian).

УДК 004.94:519.711.3

DOI: 10.17587/mau.18.525-531

В. И. Потапов, д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой,
Омский государственный технический университет

Постановка и решение игровой задачи противоборства аппаратно-избыточной динамической системы с атакующим противником, действующим в условиях неполной информации в процессе конфликта

Поставлена и решена численно-аналитическим методом игровая задача противоборства атакуемой аппаратно-избыточной динамической системы с атакующим противником, действующим в условиях неполной информации о поведении атакуемой системы в процессе конфликта.

Дифференциальная модель игры сводится к многошаговой матричной модели с заданными вероятностями состояний атакующего противника. Приведены численные алгоритмы для вычисления вектора резервирования атакуемой системы, максимизирующего вероятность ее безотказной работы к моменту окончания игры, и для решения рассматриваемой игровой задачи в виде, удобном для реализации на персональном компьютере.

Ключевые слова: игровая задача, противоборство, конфликтная ситуация, математическая модель, динамическая система, аппаратная избыточность, вероятность безотказной работы, численные алгоритмы

Введение

Исследованиям в области постановки и решения задач противоборства в конфликтных ситуациях динамических систем различной природы, в том числе проблемно ориентированным игровым задачам, посвящено большое число научных работ,

наиболее близкими из которых по содержанию к проблемам, рассматриваемым в данной статье, являются работы [1–12]. В указанных выше работах прямо или косвенно полагалось, что противоборствующие стороны в процессе конфликта имеют полную информацию о поведении противника и

о результатах своих действий, а также о состоянии игры на предыдущих шагах. Однако на практике дело обстоит далеко не так. В реальных конфликтных ситуациях, имеющих место в экономике, предпринимательстве, военном деле, в социальной сфере и в других областях, в силу объективных причин [1] участвующие в конфликтной ситуации противоборствующие стороны получают чаще всего лишь вероятностную информацию о результатах своих действий и действий противника, о правилах игры и стратегиях поведения игроков или их функций выигрыша. Иначе говоря, в реальных условиях чаще всего приходится сталкиваться с игровыми задачами, когда одна или обе противоборствующие стороны действуют в условиях неполной информации в течение конфликта. Существует большое число моделей таких игровых задач, среди которых, с точки зрения автора данной работы, наиболее важное практическое значение имеют модели, связанные с исследованием стратегий поведения и оптимизацией надежности функционирования в конфликтной ситуации защищающейся от атак противника стороны.

Постановке и решению одной из таких игровых задач с неполной информацией, связанных с выбором стратегии резервирования участвующей в конфликтной ситуации аппаратно-избыточной динамической системы, максимизирующей вероятность ее безотказной работы к моменту окончания противоборства (игры) с атакующим противником, посвящена данная статья.

Постановка задачи

Будем полагать, что участвующая в конфликтной ситуации атакуемая противником аппаратно-избыточная динамическая система $S_A(n, m, s)$, управляемая игроком A , состоит из n ($n = n_1 + n_2 + \dots + n_q$) основных функциональных и m ($m = s_1 + s_2 + \dots + s_q$) резервных блоков, разбитых на q соответствующих групп, в каждой из которых возможна замена любого отказавшего основного функционального блока резервным $s = (s_1, s_2, \dots, s_q)$ — целочисленный вектор резервирования, элементы которого задают число резервных блоков в каждой из q групп. При этом будем считать, что резервные блоки могут перераспределяться по командам игрока A между группами функциональных блоков системы $S_A(n, m, s)$ для замены отказавших основных функциональных блоков в соответствующей группе. В дальнейшем для упрощения модели будем пренебрегать временем настройки и перераспределения резервных блоков вместо отказавших основных в процессе конфликта, а также конечной надежностью системы контроля работы основных блоков, настройки и перераспределения резервных блоков.

При необходимости рассматриваемую модель аппаратно-избыточной динамической системы

$S_A(n, m, s)$ можно усложнить, введя дополнительные ограничения, рассмотренные в работе [13], что, естественно, приведет к усложнению всех вычислительных процедур при решении рассматриваемой задачи.

В дальнейшем будем полагать, что каждой из q групп основных блоков $n_1, n_2, \dots, n_q$ системы $S_A(n, m, s)$ соответствуют интенсивности отказов $\lambda_1(t), \lambda_2(t), \dots, \lambda_q(t)$, а не включенным в работу группам резервных блоков $s_1, s_2, \dots, s_q$ соответствует интенсивность отказов $\lambda_0(t)$, причем $\lambda_0(t) \leq \min\{\lambda_1(t), \lambda_2(t), \dots, \lambda_q(t)\}$. После подключения резервного блока вместо отказавшего основного в i -й группе он начинает работать в том же режиме, что и основные блоки, т.е. с интенсивностью отказов $\lambda_i(t)$, $1 \leq i \leq q$. В процессе конфликта противник за счет своих средств нападения стремится увеличить интенсивность отказов компонентов системы $S_A(n, m, s)$, поэтому функции $\lambda_i(t)$ являются возрастающими.

Пусть атакуемая сторона A располагает вышеописанной системой $S_A(n, m, s)$. На интервале времени $[0, t_f]$, где t_f — время окончания игры, введем вектор $\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_L)$, $\tau_0 = 0$, $\tau_L < t_f$, элементы которого соответствуют моментам перераспределения резервных элементов аппаратно-избыточной системы между группами. В дальнейшем вектор τ будем называть вектором настройки системы $S_A(n, m, s)$. Каждому моменту времени τ_k ($0 \leq k \leq L$) поставим в соответствие вектор распределения резервных блоков $s(\tau_k) = \{s_1(\tau_k), s_2(\tau_k), \dots, s_q(\tau_k)\}$. Таким образом, игрок A располагает множеством стратегий $W^A = \{\tau, s(\tau)\}$, удовлетворяющих ограничениям:

$$\min_{0 \leq k \leq L-1} (\tau_{k+1} - \tau_k) \geq \alpha; \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^q s_i(\tau_k) = m - \varphi(\tau_k); \quad (2)$$

$$\varphi(\tau_k) = \sum_{l=0}^m l p_l(\tau_k), \quad (3)$$

где $\varphi(\tau_k)$ — математическое ожидание числа отказавших к моменту времени τ_k элементов системы $S_A(n, m, s)$; $p_l(\tau_k)$ — вероятности нахождения рассматриваемой системы в состояниях с l отказами.

Физический смысл ограничения (1) заключается в том, что стороне A запрещается делать две последовательные настройки слишком быстро, т.е. α — минимальное время между двумя соседними настройками. Смысл ограничения (2) состоит в том, что к моменту настройки τ_k вследствие замены отказавших основных функциональных блоков системы $S_A(n, m, s)$ резервными число последних уменьшится на величину $\varphi(\tau_k)$.

Пусть сторона B , нападающая в процессе конфликта на систему $S_A(n, m, s)$, может находиться в одном из состояний $B_1, B_2, \dots, B_N$, характеризующихся

соответствующим результатом атаки на эту систему в виде вектора интенсивностей отказов системы $S_A(n, m, s) \lambda(t) = \{\lambda^i(t)\}$, каждый элемент которого представляет совокупность интенсивностей отказов в q группах основных функциональных блоков и не включенных в работу резервных блоков $\lambda^i(t) = \{\lambda_0^i(t), \lambda_1^i(t), \dots, \lambda_q^i(t)\}$, $i = 1, 2, \dots, N$. Ели для каждого состояния нападающей стороны B_i заданы вероятности ее нахождения в этих состояниях $Q(t) = \{Q_i(t)\}$, то множество стратегий игрока со стороны B можно определить как $W^B = \{Q(t), \lambda(t)\}$. Таким образом, действия игрока B заключаются в случайном выборе одного из N состояний, которым соответствуют интенсивности нестационарных пуассоновских потоков отказов основных и резервных блоков системы $S_A(n, m, s)$.

На стратегии игрока B наложены следующие ограничения:

$$\sum_{i=1}^N Q_i(t) = 1;$$

$$\sum_{i=0}^q \int_0^\infty \lambda_i^j(t) dt \leq \Lambda^j, j = 1, 2, \dots, N,$$

смысл первого из которых очевиден, а физический смысл второго заключается в том, что для каждого состояния нападающей стороны B ограничено суммарное нападение на основные и резервные элементы системы $S_A(n, m, s)$.

В качестве функции платы в рассматриваемой игре будем использовать вероятность безотказной работы системы $S_A(n, m, s)$ к моменту окончания игры $P(t_f)$. Тогда решением игры будут вектор моментов настроек τ системы $S_A(n, m, s)$ и множество векторов резервирования $\{s(\tau_k)\}$, $0 \leq k \leq L$, соответствующих моментам настроек τ_k , максимизирующие вероятность безотказной работы $P(t_f)$ атакуемой системы.

Следовательно, перед атакуемой стороной (игрок A) в процессе противоборства с атакующей стороной (игрок B) для защиты от атак противника, целью которых является увеличение интенсивности отказов компонентов системы $S_A(n, m, s)$ вплоть до полного отказа атакуемой системы в течение конфликта (игры), стоит задача так осуществлять перераспределение резервных блоков между отказавшими основными в моменты настройки τ_k , чтобы к концу игры вероятность безотказной работы атакуемой системы была максимальной, т. е.

$$P(t_f) = \max P(t_f, s(\tau_k)).$$

Для решения этой задачи воспользуемся методом, изложенным в работе [10].

Решение задачи оптимизации вероятности безотказной работы $S_A(n, m, s)$ -системы

Будем считать, что поведение атакуемой системы $S_A(n, m, s)$ в процессе конфликта аппроксимируется марковским процессом, а число работоспособных состояний E_k ($0 \leq k \leq m$) равно числу отказавших основных функциональных блоков, не превышающих число резервных. Очевидно, что состояние E_{k+1} является состоянием полного отказа работоспособности системы $S_A(n, m, s)$, т. е. поглощающим состоянием. Обозначим A_k ($1 \leq k \leq m$) — интенсивность переходов системы из состояния E_{k-1} в состояние E_k ; B_k ($1 \leq k \leq m+1$) — интенсивность переходов системы из состояния E_{k-1} в состояние полного отказа. Тогда система дифференциальных уравнений Колмогорова, описывающих поведение системы $S_A(n, m, s)$ в процессе конфликта, будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} p'_0(t) &= D_1 p_0(t); \\ p'_k(t) &= A_k p_{k-1}(t) - D_{k+1} p_k(t), \\ k &= 1, 2, \dots, m; \\ p'_{m+1}(t) &= \sum_{k=1}^{m+1} B_k \lambda(t) p_{k-1}(t), \end{aligned} \quad (4)$$

с начальными условиями

$$p_0(0) = 1, p_i(0) = 0, 1 \leq i \leq m.$$

При этом $D_k = A_k + B_k$, $1 \leq k \leq m$, $D_{m+1} = B_{m+1}$.

Коэффициенты системы уравнений (4) вычисляются в соответствии с выражениями

$$\begin{aligned} A_k &= \sum_{i=0}^q \alpha_i(k) \lambda_i(t), k = 1, 2, \dots, m; \\ D_k &= \sum_{i=0}^q \beta_i(k) \lambda_i(t), k = 1, 2, \dots, m+1, \end{aligned}$$

где при $0 \leq k \leq m$ имеет место

$$\begin{aligned} \alpha_i(k) &= \begin{cases} m-k+1)R_k, & \text{если } i=0, \\ \delta_i n_i R_k, & \text{если } 1 \leq i \leq q; \end{cases} \\ \beta_i(k) &= \begin{cases} m-k+1)R_k, & \text{если } i=0, \\ \delta_i n_i R_k + n_i \Theta_i(k), & \text{если } 1 \leq i \leq q; \end{cases} \\ \beta_i(m+1) &= \delta_i n_i, 1 \leq i \leq q. \end{aligned}$$

Коэффициенты δ_i и $\Theta_i(k)$, являющиеся элементами векторов $\delta = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_q)$ и $\Theta(k) = (\Theta_1(k), \Theta_2(k), \dots, \Theta_q(k))$, определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta_i &= \begin{cases} 0, & \text{если } s_i = 0, \\ 1, & \text{если } s_i \geq 1; \end{cases} \\ \Theta_i(k) &= \begin{cases} 0, & \text{если } k \leq s_i, \\ 1, & \text{если } k \geq s_i + 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Очевидно, что $\Theta_i(1) = 1 - \delta_i$.

Переменная R_k определяет число возможных попаданий системы $S_A(n, m, \mathbf{s})$ в состояние E_k и вычисляется [14] по формуле

$$R_k = \sum_{\mathbf{v} \in \Omega(k, \mathbf{s})} \prod_{i=1}^q \binom{n_i + s_i}{v_i}, \quad (5)$$

где

$$\Omega(k, \mathbf{s}) = \{\mathbf{v} | v_1 + v_2 + \dots + v_q = k; \forall i \ 0 \leq v_i \leq s_i\},$$

$\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_q)$ — целочисленный вектор, представляющий сумму целочисленных векторов ($\mathbf{v} = \mathbf{x} + \mathbf{z}$), $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_q)$ и $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_q)$.

Выражение (5) получено в предположении, что k отказов в системе распределились следующим образом: в i -й группе основных блоков x_i отказов, в i -й группе резервных блоков z_i отказов ($1 \leq i \leq q$). Если $x_i = 0$ или $z_i = 0$, то в соответствующей группе отказов не было.

Рассматриваемая задача заключается в следующем. Для заданного времени $t_f > 0$ найти вектор $\mathbf{s}$, максимизирующий вероятность безотказной работы $P(t_f, \mathbf{s})$ технической системы $S_A(n, m, \mathbf{s})$, описываемой уравнениями (4), при заданных ограничениях на параметры системы.

Получить точное решение данной задачи не представляется возможным, так как входящие в систему (4) дифференциальные уравнения имеют переменные коэффициенты. Поэтому воспользуемся методом дискретизации для получения приближенного решения.

Для этого вычислим минимальное натуральное число r , удовлетворяющее условиям:

$$r \geq 2,$$

$$\max_{0 \leq i \leq q} \max_{1 \leq v \leq r} \max_{t \in \Delta_v} |\lambda_i(t) - \lambda_{iv}| \leq \varepsilon,$$

где

$$\Delta_v = [t_v - 1, t_v], \quad t_v = v\Delta t, \quad \Delta t = t_f/r,$$

$$\lambda_{iv} = \frac{1}{2} [\lambda_i(t_v - 1) + \lambda_i(t_v)],$$

ε — заданное положительное число, представляющее собой наибольшее допустимое отклонение функций $\lambda_i(t)$ от констант λ_{iv} на интервалах дискретизации Δ_v для всех $1 \leq v \leq r$.

Очевидно, что $t_0 = 0$, $t_r = t_f$.

Тогда система уравнений (4) распадается на r систем с постоянными коэффициентами для $t \in \Delta_v$:

$$\begin{aligned} p'_{0v}(t) &= -D_{1v}p_{0v}(t); \\ p'_{k,v}(t) &= A_{kv}p_{k-1,v}(t) - D_{k+1,v}p_{kv}(t); \end{aligned} \quad (6)$$

$$k = 1, 2, \dots, m,$$

с начальными условиями

$$p_{kv}(t_v - 1) = \begin{cases} p_k(0) & \text{для } v = 1, \\ p_{k, v-1}(t_{v-1}) & \text{для } 2 \leq v \leq r. \end{cases}$$

Коэффициенты системы дифференциальных уравнений (6) имеют следующий вид:

$$A_{kv} = \sum_{i=0}^q \alpha_i(k) \lambda_{iv}; \quad D_{kv} = \sum_{i=0}^q \beta_i(k) \lambda_{iv}.$$

Решение системы уравнений (6) для $t \in \Delta_v$ может быть записано в следующей форме:

$$p_{0v}(t) = p_{0, v-1}(t_{v-1}) \exp(-D_{1v}t);$$

$$\begin{aligned} p_{kv}(t) &= \sum_{j=0}^k p_{j, v-1}(t_{v-1}) \times \\ &\times \prod_{i=j+1}^k A_{iv} \sum_{l=j+1}^{k+1} \exp(-D_{lv}t) / \prod_{\substack{i=j+1 \\ i \neq l}}^{k+1} (D_{iv} - D_{lv}), \end{aligned} \quad (7)$$

$$k = 1, 2, \dots, m.$$

Обозначим $S(m)$ — множество $S(m) = \{\mathbf{s} | s_1 + s_2 + \dots + s_q = m, \forall i \ s_i \geq 0\}$.

Теперь задачу вычисления вектора $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_q)$, максимизирующего вероятность $P(t_f, \mathbf{s})$ безотказной работы системы $S_A(n, m, \mathbf{s})$, можно решить, используя следующий алгоритм.

АЛГОРИТМ 1

Начало.

1. Задать натуральные числа m, q , массив $\{n_1, n_2, \dots, n_q\}$, функции $\lambda_i(t)$, $0 \leq i \leq q$, массив $\{1, 0, 0, \dots, 0\}$ начальных значений, число $t_f > 0$, число $\varepsilon > 0$.

2. Положить $r = 2$.

3. Вычислить число $\Delta t = t_f/r$ и массив $\{t_0, t_1, \dots, t_r\}$.

4. Положить $i = 0$.

5. Положить $v = 1$.

6. Вычислить $\lambda_{iv} = \frac{1}{2} [\lambda_i(t_v - 1) + \lambda_i(t_v)]$.

7. Вычислить число

$$\varphi_{iv}^r = \max_{t \in \Delta} |\lambda_i(t) - \lambda_{iv}| = \frac{1}{2} [\lambda_i(t_v) - \lambda_i(t_v - 1)].$$

8. Положить $v = v + 1$.

9. Если $v \leq r$, идти к п. 6.

10. Вычислить число

$$\varphi_i^r = \max_{1 \leq v \leq r} \{\varphi_{iv}^r\}.$$

11. Положить $i = i + 1$.

12. Если $i \leq m$, идти к п. 5.

13. Вычислить число

$$\varphi_i^r = \max_{0 \leq i \leq m} \{\varphi_{iv}^r\}.$$

14. Если $\varphi' \leq \varepsilon$, идти к п. 17.
15. Положить $r = r + 1$.
16. Идти к п. 3.
17. Задать целочисленный вектор $\mathbf{s} \in S(m)$.
18. Положить $v = 1$.
19. Вычислить $p_{kv}(t_v)$, $0 \leq k \leq m$, по формулам (7).
20. Положить $v = v + 1$.
21. Если $v \leq r$, идти к п. 19.
22. Вычислить

$$P(t_f, \mathbf{s}) = \sum_{k=0}^m p_{kr}(t_f).$$

23. Выполнить процедуру пп. 17–22 для всех $\mathbf{s} \in S(m)$.

24. Вычислить вектор $\mathbf{s}(\tau_k)$, для которого

$$P(t_f, \mathbf{s}(\tau_k)) = \max_{\mathbf{s} \in S(m)} P(t_f, \mathbf{s}).$$

25. Конец ($\mathbf{s}(\tau_k)$ — искомый вектор резервирования).

Решение игровой задачи противоборства

Рассмотрим игру G_1 при $Q_i(t) = \text{const}$ с функцией выигрыша $P(t_f)$, где t_f — время окончания игры. Сторона A располагает системой $S_A(n, m, \mathbf{s})$ и множеством стратегий W^A , сторона B (противник) может находиться в N состояниях и располагает множеством стратегий W^B . Пусть на интервале $[0, t_f]$ заданы моменты времени $\{t_0, t_1, t_2, \dots, t_z\}$, $t_0 = 0$, $t_z < t_f$. Каждому фиксированному моменту времени t_i поставим в соответствие вектор вероятностей нахождения атакующего противника в том или ином состоянии $\mathbf{Q}(t_i)$ и будем полагать, что вероятности состояния противника не изменяются в интервале $[t_i, t_{i+1}]$, $t_{z+1} = t_f$. Пусть для каждого интервала $T_{i+1} = [t_i, t_{i+1}]$ задано число $L_{T_{i+1}}$ настроек системы $S_A(n, m, \mathbf{s})$. Тогда рассматриваемую игру можно представить как совокупность Z игр, каждая из которых имеет функцию выигрыша $P(t_{i+1})$. Последовательные решения Z игр при соответствующих начальных условиях дают решение игры G_1 .

Рассмотрим решение одной из Z игр на интервале $[t_i, t_{i+1}]$ и определим начальные условия для следующей игры.

Пусть в рассматриваемом интервале времени вероятности нахождения противника в состояниях $B_1, B_2, \dots, B_N$, характеризующихся векторами интенсивностей отказов основных и резервных блоков системы $S_A(n, m, \mathbf{s})$ $\lambda^i(t) = \{\lambda_0^i(t), \lambda_1^i(t), \dots, \lambda_q^i(t)\}$, $i = 1, 2, \dots, N$, равны $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$. Введем множество $\chi = \{t_{i+1} - \alpha, t_{i+1} - 2\alpha, \dots, t_{i+1} - (\omega - 1)\alpha\}$, где α — минимальное время между двумя соседними

настройками атакуемой системы, а ω — целая часть (t_{i+1}/α) . Очевидно, что $\tau_0 = t_i$. Последовательность моментов настроек $\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_L\}$ на точках множества χ можно распределить $C_{\omega-1}^L$ способами. Поскольку для каждого момента τ_k общее число настроек определяется как число целых неотрицательных корней уравнения (2), число стратегий игрока A можно вычислить по формуле

$$M = \binom{q+m-\varphi(t_i)-1}{m-\varphi(t_i)} + \left(\frac{\omega-1}{L_{T_{i+1}}} \right) \prod_{i=1}^{L_{T_{i+1}}} \binom{q+m-\varphi(\tau_k)-1}{m-\varphi(\tau_k)},$$

где $\varphi(t)$ определяется выражением (3) и имеет тот же смысл. Очевидно, что число стратегий игрока B равно числу состояний противника N .

Сформируем "платежную" матрицу $A = \|\alpha_{ij}\|$ размерности $M \times N$, в которой на пересечении i -й строки и j -го столбца запишем функцию платы $P(t_{i+1})$, вычисленную в предположении j -го состояния противника с соответствующими ему интенсивностями отказов компонентов атакуемой системы на всем временном интервале $T_{i+1} = [t_i, t_{i+1}]$. Функция платы определяется по алгоритму 1 путем последовательного интегрирования системы дифференциальных уравнений (4), описывающей вероятности нахождения системы $S_A(n, m, \mathbf{s})$ в состояниях с $l(0 \leq l \leq m)$ отказами, на интервалах времени, определяемых разбиением интервала $T_{i+1} = [t_i, t_{i+1}]$ моментами настроек τ_k . При этом начальные условия на интервале $T_1 = [t_0, t_1]$ в момент времени $\tau_k = 0$ имеют вид $p_0(0) = 1$, $p_1(0) = p_2(0) = \dots = p_m(0) = 0$, а в каждый последующий момент времени τ_k определяются как вероятности нахождения системы $S_A(n, m, \mathbf{s})$ в состояниях с $l(0 \leq l \leq m)$ отказами к этому моменту.

К начальному моменту времени t_i следующей игры начальные условия определяются через вероятности нахождения атакуемой системы в состояниях с $l(0 \leq l \leq m)$ отказами к этому моменту, вычисленные в предположении j -го состояния противника, по формуле

$$p_l(t_i) = \sum_{j=1}^N p_l^j(t_i) Q_j.$$

Стратегия игрока A в каждой из Z игр определяется как строка платежной матрицы, для которой математическое ожидание выигрыша с учетом вероятностей всех возможных состояний противника обращается в максимум:

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^N Q_j \alpha_{ij} \rightarrow \max.$$

Очевидно, что такая стратегия является оптимальной (близкой к оптимальной) не в каждом отдельном случае, а в среднем. Решение рассматриваемой игры следует искать в чистых стратегиях, поскольку для любой смешанной стратегии среднее взвешенное выигрышей, соответствующих чистым стратегиям, не может превышать максимального из них. Решение рассматриваемой игровой задачи возможно с помощью следующего алгоритма.

АЛГОРИТМ 2

Начало.

1. Задать N, t_j, α, Z .

2. Для $z = 0, 1, \dots, Z$ задать $\{t_z\}, \{L_{T_{z+1}}\}, Q(T_{z+1}), \lambda(T_{z+1})$.

3. Положить $z = 0$.

4. Вычислить $\omega = [t_{z+1}/\alpha]$, где $[x]$ — целая часть x .

5. Сформировать множество

$$\chi = \{t_{z+1} - \alpha, t_{z+1} - 2\alpha, \dots, t_{z+1} - (\omega - 1)\alpha, t_z\}.$$

6. Задать все возможные векторы моментов настроек системы $S_A(n, m, \mathbf{s}) \tau_{z+1} = \{\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_{L_{T_{z+1}}}\}$,

где $\tau_k \in \chi, 0 \leq k \leq L_{T_{z+1}}, \tau_0 = t_z$, и соответствующие этим моментам векторы резервирования $\mathbf{s}_{z+1}(\tau_k)$, определяемые как целые неотрицательные решения уравнения (2).

7. Сформировать платежную матрицу $A^z = \|\alpha_{ij}\|_{M \times N}$, где $\alpha_{ij} = P(t_{z+1}, \{\tau, \mathbf{s}_i\}, \lambda_j)$ — платеж, вычисленный по алгоритму 1.

8. Определить i , для которого

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^N Q_j \alpha_{ij} \rightarrow \max.$$

9. Положить $\tau(z+1) = \tau_{z+1}^i, \mathbf{s}(z+1) = \mathbf{s}^i$.

10. Положить $z = z + 1$.

11. Вычислить начальные условия для интегрирования системы дифференциальных уравнений [4] на интервале $[t_z, t_{z+1}]$ по формуле

$$p_i(\tau_z) = \sum_{j=1}^N p_i^j(\tau_z) Q_j(T_z), i = 0, 1, \dots, m.$$

12. Выполнить процедуру 4—11 для всех $z (0 \leq z \leq Z)$, полагая $(Z+1) = t_f$.

13. Конец. Векторы τ и $\mathbf{s}$ — искомые стратегии игрока A .

Заключение

Решение рассмотренной выше игровой задачи получено в предположении известных вероятнос-

тей состояний атакующего противника, т. е. задача о выборе решения в условиях неопределенности ввиду неполной информации сводится к задаче о выборе решения в условиях определенности таким образом, чтобы полученное решение было оптимальным не в каждом отдельном случае, а в среднем.

Если вероятности состояний атакующего противника не могут быть оценены или вычислены, то решение в условиях неопределенности можно принимать на основе критерия пессимизма [15].

Список литературы

1. Крапивин В. Ф. Теоретико-игровые методы синтеза сложных систем в конфликтных ситуациях. М.: Сов. радио, 1972. 192 с.
2. Гермейер Ю. Б. Введение в теорию исследования операций. М.: Наука, 1971. 383 с.
3. Лефевр В. А. Конфликтующие структуры. М.: Сов. радио, 1973. 159 с.
4. Оуэн Н. Г. Теория игр и игровое моделирование. Исследование операций. Методологические основы и математические методы. М.: Мир, 1981. Т. 1. С. 513—549.
5. Петросян Л. А., Томский Г. В. Динамические игры и их приложения. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1982. 252 с.
6. Nartov B. K. Conflict of Moving Systems. France: AMSE Press, 1994. 87 p.
7. Potapov V. I. Model and Numerical Solving Algorithm of Counteraction Problem for Two Restored after Failure Redundant Engineering Systems // Journal of Automation and Information Sciences. 2015. Vol. 47. P. 41—51.
8. Потапов В. И., Потапов И. В. Противоборство (дифференциальная игра) двух нейрокompьютерных систем // Информационные технологии. 2005. № 8. С. 53—57.
9. Потапов В. И. Математическая модель и алгоритм оптимального управления подвижным объектом в конфликтной ситуации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 7 (160). С. 16—22.
10. Потапов В. И. Противоборство технических систем в конфликтных ситуациях: модели и алгоритмы. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2015. 168 с.
11. Потапов В. И. Задачи и численные алгоритмы оптимизации надежности аппаратно-избыточной технической системы в конфликтной ситуации при различных стратегиях защиты от атак противника // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. С. 617—624.
12. Потапов В. И., Горн О. А. Математическая модель, метод решения и программное обеспечение для поиска и исследования оптимальных стратегий поведения в конфликтных ситуациях двух динамических систем // Омский научный вестник. Сер. "Приборы, машины и технологии". 2016. № 5 (149). С. 142—147.
13. Потапов В. И. Новая математическая модель аппаратно-избыточной технической системы, участвующей в конфликтной ситуации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. С. 363—367.
14. Потапов В. И., Братцев С. Г. Новые задачи оптимизации резервированных систем. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1986. 112 с.
15. Вентцель Е. С. Исследование операций. М.: Сов. радио, 1972. 552 с.

Setting and Solving of the Game Problem of Confrontation of the Hardware-Redundant Dynamic System with an Attacking Enemy Operating in the Conflict Process in Conditions of Incomplete Information

V. I. Potapov, ivt@omgtu.ru, Omsk State Technical University, Omsk, 644050, Russia Federation

Corresponding author: **Potapov Victor I.**, D. Sc., Professor, Head of Department of Informatics and Computer Engineering, Omsk State Technical University, Omsk, 644050, Russia Federation, e-mail: ivt@omgtu.ru

Received on February 17, 2017

Accepted on March 10, 2017

The game task of confrontation of the attacked hardware-redundant dynamic system with an attacking enemy operating in conditions of incomplete information about the behavior of the attacked enemy in a conflict was posed and solved numerically and analytically. The attacking party aspires to increase the intensity of failures of the components of the attacked system due to its attack resources, up to its total failure. The attacked party, due to the corresponding strategy of redistribution of the reserve units of the hardware-redundant dynamic system between the failed main units at the appropriate instants of time, strives to maximize the probability of a failure-free operation of the attacked system by the end of the confrontation (game) with the attacking enemy. Behavior of the system under attack in the process of a conflict is approximated by the Markov process, while the number of the operable states is equal to the number of the failed functional units, not exceeding the number of the standby units. As a function of the board in the considered game the probability of a failure-free operation of the attacked system is used by the time the game ends. The solution to the game is the vector of the system setup moments after the corresponding failures of the functional units and a set of the reservation vectors corresponding to the instantaneous settings of the attacked system, which maximize the probability of a system failure during a conflict. The differential game model is reduced to a multi-step matrix model with the given probabilities of the states of the attacking enemy. Numerical algorithms for calculation of the reservation vector for the attacked system are presented, which maximize the probability of its trouble-free operation by the end of the game and for solving of the game problem in a form convenient for its implementation on a personal computer.

Keywords: game task, confrontation, conflict situation, mathematical model, dynamic system, hardware redundancy, probability of failure-free operation, numerical algorithms

For citation:

Potapov V. I. Setting and Solving of the Game Problem of Confrontation of the Hardware-Redundant Dynamic System with an Attacking Enemy Operating in the Conflict Process in Conditions of Incomplete Information, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 8, pp. 525–531.

DOI: 10.17587/mau.18.525-531

References

1. **Krapivin V. F.** *Teoretiko-igrovye metody sinteza slozhnykh sistem v konfliktnykh situatsiyakh* (Game-theoretic methods of synthesis of complex systems in conflict situations), Moscow, Sov. Radio, 1972, 192 p. (in Russian).
2. **Germeyer Yu. B.** *Vvedenie v teoriyu issledovaniya operatsij* (Introduction to the theory of operations research), Moscow, Nauka, 1971, 383 p. (in Russian).
3. **Lefevre V. A.** *Konfliktuyushhie struktury* (Conflicting structures), Moscow, Sov. Radio, 1973, 159 p. (in Russian).
4. **Owen N. G.** *Teoriya igr i igrovoe modelirovanie. Issledovanie operatsij. Metodologicheskie osnovy i matematicheskie metody* (Theory of games and game simulation. Operations research. Methodological bases and mathematical methods), Moscow, Mir, 1981, no. 1, pp. 513–549 (in Russian).
5. **Petrosyan L. A., Tomsy G. V.** *Dinamicheskie igry i ikh prilozheniya* (Dynamic games and their applications), Leningrad, Publishing house of Leningrad. Univ., 1982, 252 p. (in Russian).
6. **Nartov B. K.** *Conflict of Moving Systems*, AMSE Press, France, 1994, 87 p.
7. **Potapov V. I.** Model and Numerical Solving Algorithm of Counteraction Problem for Two Restored Failure Redundant Engineering Systems, *Journal of Automation and Information Sciences*, 1915, vol. 47, pp. 41–51.
8. **Potapov V. I., Potapov I. V.** *Protivoborstvo (differentsial'naya igra) dvukh nejrokomputernykh sistem* (Antagonism (differential game) of two neurocomputer systems), *Information Technologies*, 2005, no. 8, pp. 53–57 (in Russian).
9. **Potapov V. I.** *Matematicheskaya model' i algoritm optimal'nogo upravleniya podvizhnym ob'ektom v konfliktnoy situatsii* (Mathematical model and algorithm for optimal control of a mobile object in a conflict situation), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 7 (160), pp. 16–22 (in Russian).
10. **Potapov V. I.** *Protivoborstvo tekhnicheskikh sistem v konfliktnykh situatsiyakh: modeli i algoritmy* (Confrontation of technical systems in conflict situations: models and algorithms), Omsk, Publishing house of OmGTU, 2015, p. 168 (in Russian).
11. **Potapov V. I.** *Zadachi i chislennyye algoritmy optimizatsii nadezhnosti apparatno-izbytochnoy tekhnicheskoy sistemy v konfliktnoy situatsii pri razlichnykh strategiyakh zashchity ot atak protivnika* (Tasks and numerical algorithms for optimizing the reliability of the hardware-redundant technical system in a conflict situation under various defense strategies against enemy attacks), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, pp. 617–624 (in Russian).
12. **Potapov V. I., Gorn O. A.** *Matematicheskaya model', metod resheniya i programnoe obespechenie dlya poiska i issledovaniya optimal'nykh strategij povedeniya v konfliktnykh situatsiyakh dvukh dinamicheskikh sistem* (Mathematical model, solution method and software for searching and researching optimal strategies of behavior in conflict situations of two dynamic systems), *Omsk Scientific Herald. Ser. "Devices, machines and technologies"*, 2016, no. 5 (149), pp. 142–147 (in Russian).
13. **Potapov V. I.** *Novaya matematicheskaya model' apparatno-izbytochnoy tekhnicheskoy sistemy, uchastvuyushhej v konfliktnoy situatsii* (A new mathematical model of the hardware-redundant technical system involved in the conflict situation), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, no. 17, pp. 363–367 (in Russian).
14. **Potapov V. I., Brattsev S. G.** *Novye zadachi optimizatsii rezervirovannykh sistem* (New optimization tasks for redundant systems), Irkutsk, Publishing house of Irkut. University, 1986, 112 p. (in Russian).
15. **Ventzel Ye. S.** *Issledovanie operatsij* (Operations research), Moscow, Sov. Radio, 1972, 552 p. (in Russian).

Ю. Н. Челноков, д-р физ.-мат. наук, проф., зав. лаб., ChelnokovYuN@gmail.com,
Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов

Приложения теории кинематического управления движением твердого тела

Представлен обзор работ, посвященных следующим приложениям теории кинематического управления движением твердого тела: двухконтурное управление вращательным движением космического аппарата с использованием БИНС; бесплатформенные корректируемые системы ориентации и навигации движущихся объектов; управление движением платформенного комплекса "ТСП-Аргус" космического проекта "Марс-94"; оптимальная переориентация орбиты, плоскости орбиты и коррекция угловых элементов орбиты космического аппарата посредством реактивного ускорения, ортогонального плоскости орбиты аппарата; решение обратных задач кинематики роботов-манипуляторов с использованием бикватернионной теории кинематического управления; кинематическое управление в механике роботов-манипуляторов (независимое программное управление движением по скорости).

Ключевые слова: кинематическое управление, твердое тело, движущийся объект, ориентация, навигация, платформенный комплекс, космический аппарат, орбита, обратная задача кинематики, робот-манипулятор, стабилизирующее управление, кватернион, бикватернион

Введение

Кинематические задачи управления играют важную роль в теории управления движением твердого тела в силу следующих причин. Во-первых, они, в отличие от динамических задач управления, во многих случаях имеют аналитические решения, которые часто используются при построении программных траекторий и управлений движением твердого тела. Во-вторых, использование аналитических решений кинематических задач управления в сочетании с решением обратных задач динамики позволяет в ряде случаев построить эффективные законы управления движением твердого тела, учитывающие его динамику.

Отметим также, что задачи управления в кинематической постановке рассматриваются в теории дифференциальных игр, при создании бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), в механике космического полета и в механике роботов-манипуляторов, при решении задач наведения, анимации (оживления) пространственных образов на экранах ЭВМ и в других прикладных задачах.

В статье [1] дается обзор работ по теории кинематического управления вращательным (угловым) движением твердого тела и пространственным движением свободного твердого тела, которое представляет собой композицию вращательного (углового) и поступательного (траекторного) движений твердого тела. Излагаемая в этой статье теория кинематического управления основана на кватернионных и бикватернионных кинематических моделях

движения твердого тела. Здесь же приводится обзор работ, посвященных задачам построения оптимальных законов изменения вектора кинетического момента динамически симметричного твердого тела и твердого тела с произвольным распределением масс, сообщение которого твердому телу обеспечивает его оптимальный перевод из произвольного начального углового положения в требуемое конечное угловое положение. Эти задачи занимают промежуточное положение между кинематическими и динамическими задачами управления вращательным движением твердого тела и играют важную роль в теории управления ориентацией космических аппаратов с помощью вращающихся маховиков.

В данной статье представлен обзор работ, посвященных различным актуальным приложениям теории кинематического управления движением в механике космического полета, инерциальной навигации, механике роботов-манипуляторов.

1. Двухконтурное управление вращательным движением твердого тела (космического аппарата) с использованием БИНС

В. Н. Бранцем и И. П. Шмыглевским предложена двухконтурная схема управления вращательным движением твердого тела (космического аппарата) с использованием БИНС. В книге В. Н. Бранца и И. П. Шмыглевского [2, 1992, с. 171] говорится: "Кинематическая задача ориентации играет большую роль во всех задачах ориентации; как будет показано далее, к ней может быть сведена и динамическая задача управления ориентацией". В этой же книге [2, 1992, с. 172—173] рассмотрен "вопрос

принципиального доказательства достижимости устойчивого процесса управления и стабилизации вращательным движением и сведения динамической задачи управления к кинематической". В заключение этого рассмотрения сказано: "Процесс управления (вращательным движением твердого тела) можно интерпретировать как динамическое управление движением связанного базиса E при приведении его к некоторому приборному базису, движущемуся с угловой скоростью Ω_{kE} ; такое управление и характеризует процесс стабилизации. Движение же приборного базиса определяется потребной скоростью коррекции Ω_{kE} таким образом, чтобы совместить его с заданным опорным базисом (процесс приведения).

Таким образом, динамическая задача управления ориентацией в рассматриваемой двухконтурной схеме управления — контур стабилизации и контур приведения — может быть сведена к кинематической задаче приведения (управления)."

2. Бесплатформенные корректируемые системы ориентации и навигации движущихся объектов

Алгоритмы корректируемых БИНС. Теория кинематического управления движением используется для построения алгоритмов корректируемых БИНС. В. Н. Бранцем и И. П. Шмыглевским [2, 1992] рассмотрены позиционные и интегрально-позиционные коррекции приборного базиса в БИНС, реализующие различные законы кинематического управления вращательным движением твердого тела (различные законы угловой скорости коррекции связанного базиса (асимптотически устойчивые законы приведения связанного базиса к опорному)).

Определение местоположения и ориентации подвижных объектов с помощью БИНС посредством решения на бортовом вычислителе кватернионных уравнений движения гироскопических систем. В работах Ю. Н. Челнокова [3, 1991; 4, 2011] рассматривается определение местоположения и ориентации подвижных объектов по показаниям чувствительных элементов БИНС посредством решения на бортовом вычислителе кватернионных прецессионных и полных уравнений движения гироскопических систем. Предлагается подход к определению географических координат и параметров ориентации объекта в инерциальной и во вращающейся опорной системах координат по текущим показаниям чувствительных элементов БИНС, заключающийся в решении на бортовом вычислителе кватернионных уравнений движения гироскопических систем. В основе рассматриваемого подхода лежит известная динамическая аналогия невозмущаемых гироскопических систем и двухкомпонентных инерциальных навигационных систем.

В рамках предлагаемого подхода обсуждается применение для решения задач навигации и ориентации средствами БИНС прецессионных кватернионных уравнений движения гироскопического

маятника, бигироскопной вертикали, двухроторной маятниковой гирорамы, пространственного гирогоризонткомпаса, а также полных кватернионных уравнений движения невозмущаемых гироскопических систем. Для построения прецессионных кватернионных уравнений движения гироскопических систем фактически используется теория кинематического управления вращательным движением твердого тела. Рассматриваемый в этих работах подход позволяет предложить новые уравнения функционирования БИНС, обладающие свойствами уравнений тех или иных невозмущаемых или корректируемых гироскопических систем, позволяет использовать методы и результаты гироскопии для построения алгоритмов функционирования корректируемых БИНС. Использование кватернионов (параметров Родрига—Гамильтона) позволяет построить удобные с вычислительной точки зрения алгоритмы.

Теория и алгоритмы бесплатформенных корректируемых систем ориентации и навигации. В работах П. К. Плотникова [5, 1999; 6, 1999], П. К. Плотникова, Ю. В. Чеботаревского, В. Б. Никишина, А. А. Большакова [7, 2003] и П. К. Плотникова, Ю. В. Чеботаревского, В. Ю. Чеботаревского [8, 2005] рассмотрены теория и кватернионные алгоритмы бесплатформенных корректируемых систем ориентации и навигации. При этом используются корректируемые кватернионные кинематические уравнения ориентации твердого тела и теория кинематического управления.

3. Управление движением платформенного комплекса "ТСП-Аргус" космического проекта "Марс-94"

С 1990 по 1996 год в рамках Государственного космического проекта "Марс-94" Всероссийским НИИ транспортного машиностроения (г. С.-Петербург) при участии ряда других организаций был создан по заказу Института космических исследований РАН платформенный комплекс "ТСП-Аргус" (главный конструктор комплекса — Г. А. Пейсахович), предназначенный для программного наведения и стабилизации блока научной аппаратуры при съемке поверхности Марса, калибровке научной аппаратуры по диффузному экрану и звездам, а также для определения ориентации этого блока. Основной функциональный элемент комплекса — трехосная стабилизированная платформа с научной аппаратурой и блоком гироскопов. Платформа помещена в трехосный обращенный торсионный карданный подвес и установлена на выходном звене трехзвенного манипулятора с вращательными сочленениями, который с помощью выносного рычага крепится на борту космического аппарата. Управление движением платформы осуществляется подачей на входы гироскопа управляющих воздействий, а стабилизация этого движения с высокой точностью (по техническому заданию — единицы угловых секунд) обеспечивается контуром стабили-

зации, представляющим собой замкнутую через гириблок трехканальную систему автоматического управления. Большие пространственные развороты платформы без "складывания" рам карданова подвеса обеспечиваются соответствующими разворотами звеньев манипулятора. Эту функцию выполняет контур наведения, представляющий собой замкнутую через бортовой вычислитель систему управления (в которой манипулятор с приводами звеньев выступает в роли локального объекта) и обрабатывающий угловые отклонения выходного звена манипулятора от платформы с точностью, равной нескольким единицам угловых минут.

В состав разработчиков математического обеспечения системы управления движением комплекса "ТСП-Аргус" входила лаборатория механики, навигации и управления движением Института проблем точной механики и управления РАН (г. Саратов). В ходе разработки комплекса сотрудниками лаборатории (Ю. Н. Челноковым, Ю. В. Садомцевым, В. В. Батуриным, А. В. Молоденковым, А. А. Панковым) были разработаны различные математические модели движения платформенного комплекса, принципы и подходы к решению основных проблем, возникающих при построении систем управления движением такого рода высокоточных платформенных комплексов. Решению различных аспектов общей проблемы управления движением комплекса "ТСП-Аргус" посвящена серия публикаций из пяти статей, подготовленных сотрудниками лаборатории и опубликованных в журнале "Изв. РАН. Теория и системы управления" в 2001—2002 годах. В них основное внимание уделяется построению математических моделей движения комплекса, позволяющих учесть при моделировании движения не только динамику манипулятора и платформы, но и переносное движение основания (космического аппарата), а также нелинейности приводов, конечность разрядных сеток цифроаналоговых и аналогово-цифровых преобразователей и другие возмущающие факторы; построению алгоритмов ориентации, программного управления и наведения комплекса; принципу управления движением платформы по ее абсолютному угловому положению; синтезу цифровых регуляторов для стабилизированного разворота платформы; управлению движением в режиме сканирования; определению отклонений кинематических осей комплекса от их расчетных положений по информации об абсолютном угловом положении платформы в пространстве.

Принцип управления движением платформы по ее абсолютному угловому положению и высокоточные алгоритмы такого управления были предложены Ю. Н. Челноковым [9—13] и основаны на теории кинематического управления угловым движением твердого тела. Такое управление движением платформы построено по принципу обратной связи, при котором управляющее воздействие на гириблок контура стабилизации формируется в виде векторной суммы программной угловой скорости

и составляющей, пропорциональной ошибке по угловому положению платформы.

Как уже отмечалось, основным функциональным элементом платформенного комплекса является трехстепенная стабилизированная платформа (ТСП) с камерами научной аппаратуры и блоком гироскопов (гироблоком). Одной из главных задач комплекса при его функционировании на орбите является осуществление заданных пространственных разворотов платформы в целях высокоточного наведения визирных осей камер научной аппаратуры на определенную точку инерциального пространства. Эта задача связана с определением действительной и программной ориентации платформы и вычислением компонент вектора программной абсолютной угловой скорости ее движения, которые в виде программных управляющих воздействий подаются на входы гириблока контура стабилизации и обеспечивают требуемую текущую ориентацию камер научной аппаратуры.

Стабилизация движения платформы в инерциальном пространстве осуществляется контуром стабилизации, на входы которого подаются управляющие воздействия U_{cj} ($j = 1, 2, 3$), имеющие смысл проекций требуемой абсолютной угловой скорости платформы на связанные с ней координатные оси. При этом, если управляющие воздействия равны проекциям программной угловой скорости платформы, то действительное абсолютное угловое движение платформы оказывается некорректируемым, что может привести к большим ошибкам. В связи с этим для повышения точности стабилизированного движения платформы Ю. Н. Челноковым было предложено использовать принцип обратной связи, в соответствии с которым вектор управлений $U_c = (U_{c1}, U_{c2}, U_{c3})$ формируется в виде векторной суммы программной абсолютной угловой скорости платформы и составляющей, пропорциональной ошибке по ее угловому положению. Теория такого (кинематического) управления была опубликована в работах П. К. Плотникова, А. Н. Сергеева, Ю. Н. Челнокова [14, 1991], А. А. Панкова, Ю. Н. Челнокова [15, 1995] и Ю. Н. Челнокова [13, 2006].

4. Оптимальная переориентация орбиты, плоскости орбиты и коррекция угловых элементов орбиты космического аппарата посредством реактивного ускорения, ортогонального плоскости орбиты аппарата

Переориентация орбиты, плоскости орбиты и коррекция угловых элементов орбиты космического аппарата (КА) могут быть осуществлены посредством реактивного ускорения центра масс КА, ортогонального плоскости орбиты аппарата. При таком управлении траекторным движением КА вектор ускорения от тяги реактивного двигателя (управление) во все время управляемого движения КА направлен ортогонально плоскости оскулирующей орбиты, т.е. ортогонально радиусу-вектору и

вектору скорости центра масс КА (коллинеарно вектору момента скорости центра масс КА). Дифференциальные уравнения движения центра масс КА в ньютоновском гравитационном поле, описывающие изменение размеров и формы мгновенной орбиты КА, при таком управлении интегрируются, давая уравнение конического сечения. Поэтому управляемое движение центра масс КА в этом случае описывается дифференциальными уравнениями, характеризующими изменение мгновенной ориентации орбиты КА или используемой (например, орбитальной) вращающейся системы координат, в которой записываются исходные уравнения движения центра масс КА, и дифференциальным уравнением для истинной аномалии (угловой переменной, отсчитываемой в плоскости мгновенной орбиты), характеризующей положение центра масс КА на орбите.

Орбита КА в процессе рассматриваемого управления движением центра масс КА не меняет своей формы и своих размеров, а поворачивается в инерциальном пространстве под действием такого управления, как неизменяемая (недеформируемая) фигура (эллипс или окружность), вращаясь в инерциальной системе координат с мгновенной угловой скоростью, направленной вдоль радиуса-вектора центра масс КА. Частным случаем задачи переориентации орбиты КА является хорошо известная и имеющая большое практическое значение задача коррекции угловых элементов орбиты КА, когда изменения угловых элементов орбиты в процессе управления имеют малые значения. Использование управления, ортогонального плоскости оскулирующей орбиты КА, позволяет корректировать элементы орбиты КА, сохраняя форму и размеры орбиты КА неизменными. Это ценное свойство такого процесса переориентации орбиты КА является полезным при решении как задачи коррекции угловых элементов орбиты КА, так и других задач механики космического полета, например, при управлении конфигурацией группировки спутников.

Подчеркнем, что математическая модель, с помощью которой решаются задачи переориентации орбиты, плоскости орбиты и коррекции угловых элементов орбиты КА посредством реактивного ускорения центра масс КА, ортогонального плоскости орбиты аппарата, имеет вид кинематических уравнений углового движения твердого тела, которые дополняются скалярным дифференциальным уравнением для истинной аномалии. Скалярное управление (алгебраическая величина реактивного ускорения центра масс КА, ортогонального плоскости орбиты аппарата) входит в коэффициенты этих кинематических уравнений (в проекции вектора абсолютной угловой скорости мгновенной ориентации орбиты КА или орбитальной системы координат). Поэтому эти задачи могут быть отнесены к классу кинематических задач управления угловым движением твердого тела.

Частные случаи рассматриваемой задачи оптимальной переориентации орбиты КА рассматрива-

лись в работах Ю. М. Копнина [16], В. Н. Лебедева [17], М. З. Борщевского, М. В. Иословича [18], Г. Л. Гродзовского, Ю. Н. Иванова, В. В. Токарева [19], Д. Е. Охоцимского, Ю. Г. Сихарулидзе [20].

В работе В. Н. Лебедева [17] изучался поворот плоскости околоземной круговой орбиты с помощью тяги, нормальной к мгновенной плоскости орбиты, с использованием усредненных уравнений в угловых элементах орбиты.

В работе Г. Л. Гродзовского, Ю. Н. Иванова, В. В. Токарева [19] исследовался поворот плоскости круговой орбиты спутника поперечной тягой (тягой, направленной перпендикулярно к мгновенной плоскости орбиты, называемой также в работе [19] "бинормальной тягой"). Для описания движения использованы уравнения ориентации орбиты КА в угловых оскулирующих элементах, записанные в безразмерных переменных. Задача рассматривалась в предположении, что начальная орбита спутника лежит в плоскости экватора и требуемый угол наклона орбиты является малым.

В работе Д. Е. Охоцимского, Ю. Г. Сихарулидзе [20] рассматривалась задача поворота плоскости оскулирующей орбиты КА с помощью "бинормальной силы", создающей "бинормальное ускорение", с использованием уравнений для угловых оскулирующих элементов. Рассмотрение ограничивается случаем круговой орбиты, который, по словам авторов этой работы, был исследован в работах Ю. М. Копнина [16] и М. З. Борщевского, М. В. Иословича [18]. Анализируется оптимальный в смысле минимизации характеристической скорости поворот плоскости круговой орбиты на угол наклона орбиты ΔI за неограниченное время. Показывается, что для малых углов поворота ΔI одноимпульсный поворот плоскости орбиты, выполняемый на линии узлов, энергетически эквивалентен повороту плоскости орбиты с помощью "бинормального импульса скорости". Отметим, однако, что поворот орбиты на угол ΔI рассматривается в работе [20] в приближенной постановке с использованием лишь одного из дифференциальных уравнений для угловых оскулирующих элементов орбиты.

В статье С. А. Ишкова и В. А. Романенко [21] рассматривается вековое изменение трех угловых элементов орбиты под действием реактивного ускорения, ортогонального плоскости оскулирующей орбиты КА. Эта задача называется в статье задачей коррекции элементов орбиты "бинормальным реактивным ускорением". Предполагается, что КА оснащен электрореактивным двигателем с нерегулируемой тягой, работающим без выключения. Используемые в статье [21] исходные уравнения движения КА имеют вид кинематических уравнений в угловых элементах. Для решения задачи авторы статьи переходят в этих уравнениях к новой независимой переменной (истинной аномалии). Полученные уравнения дополняются уравнением для характеристической скорости.

Задача решается с помощью принципа максимума и усреднения уравнений. Из усредненных уравнений получен ряд аналитических соотношений для определения затрат характеристической скорости в частных случаях коррекции одного или двух элементов орбиты (наклона орбиты, долготы восходящего узла) при условии малости изменения наклона орбиты и долготы восходящего узла. По словам авторов статьи [21], уравнения задачи оптимизации в полном объеме не приведены и не проанализированы из-за большой громоздкости уравнений для сопряженных переменных.

Решение задачи оптимальной переориентации орбиты КА посредством реактивного ускорения, ортогонального плоскости оскулирующей орбиты, или посредством реактивной тяги, создающей это ускорение, с помощью кинематических уравнений в угловых элементах орбиты в строгой нелинейной постановке достаточно сложно в силу нелинейности этих уравнений, наличия в них особых точек, в которых угол наклона орбиты равен 0 или π , а также в силу громоздкости уравнений для сопряженных переменных. Поэтому для решения этой задачи оптимальной переориентации орбиты КА вместо угловых элементов орбиты целесообразно использовать [4, 13, 22–24] параметры Эйлера (Родрига—Гамильтона).

Дифференциальные уравнения ориентации орбиты КА в параметрах Эйлера [4, 13, 22–24] образуют систему пяти нелинейных стационарных дифференциальных уравнений первого порядка относительно параметров Эйлера (Родрига—Гамильтона), описывающих ориентацию орбиты КА, и истинной аномалии. Эти уравнения в отличие от четырех нелинейных дифференциальных уравнений ориентации орбиты в угловых элементах орбиты не имеют особых точек, к тому же при переходе в них от времени к новой независимой переменной (истинной аномалии) получается (при известном (как функция времени) управлении) система четырех линейных нестационарных дифференциальных уравнений относительно параметров Эйлера, в то время как дифференциальные уравнения в угловых элементах орбиты остаются существенно нелинейными. Отметим также, что система уравнений в параметрах Эйлера, описывающая ориентацию орбиты КА, может рассматриваться как нестационарная система дифференциальных уравнений четвертого порядка, так как уравнение для истинной аномалии в этой системе интегрируется в квадратурах независимо от других уравнений, в силу чего истинная аномалия может рассматриваться как известная функция времени. При таком рассмотрении указанная система уравнений является (при известном управлении) линейной дифференциальной системой.

Указанные обстоятельства делают использование кинематических уравнений ориентации орбиты КА в параметрах Эйлера для решения задач переориентации орбиты, плоскости орбиты и коррекции угловых элементов орбиты более удобным и эффективным в сравнении с использованием урав-

нений в угловых оскулирующих элементах. Такое решение задачи переориентации орбиты КА в непрерывной постановке (с использованием ограниченной (малой) тяги) рассмотрено в работах [25–28]. В них в качестве управления использовано ускорение от тяги реактивного двигателя, в качестве функционала качества процесса переориентации орбиты КА рассмотрены комбинированный функционал, равный взвешенной сумме времени переориентации и интеграла от квадрата модуля управления, а также комбинированный функционал, равный взвешенной сумме времени переориентации и импульса управления (характеристической скорости) за время переориентации орбиты КА. Получены законы оптимального управления (законы изменения реактивного ускорения КА), удовлетворяющие необходимым условиям принципа максимума Понтрягина. Построены условия трансверсальности, не содержащие неопределенных множителей Лагранжа. Сформулированы соответствующие кватернионные дифференциальные краевые задачи переориентации орбиты КА с подвижным правым концом траектории, описываемые системами нелинейных (для первого функционала) или линейных (для второго функционала) нестационарных дифференциальных уравнений восьмого порядка, в которых роль независимой переменной играет истинная аномалия (при использовании вместо времени в качестве независимой переменной истинной аномалии из рассмотрения исключается дифференциальное сопряженное уравнение, соответствующее истинной аномалии). Установлены первые интегралы дифференциальных уравнений краевых задач оптимизации, в том числе их кватернионный первый интеграл, существующий для любого (не только оптимального) управления. Отметим, что кватернионное сопряженное уравнение в рассматриваемой задаче имеет форму кватернионного фазового уравнения, что делает дифференциальные уравнения краевых задач компактными и удобными для численного решения задачи оптимальной переориентации орбиты КА. В этих работах также приведены примеры численного решения задачи оптимальной переориентации орбиты КА в непрерывных постановках (с использованием ограниченной (малой) тяги), выявлены особенности и закономерности оптимальных траекторий и оптимальных управлений. Приведенные в работе [28] примеры содержат как варианты с минимизацией комбинированных функционалов качества, так и варианты с минимизацией времени (случай быстрогодействия) или характеристической скорости в отдельности.

Отметим, что исследованию задачи оптимальной переориентации орбиты КА в непрерывной постановке (с использованием в качестве управления реактивного ускорения, создаваемого двигателем малой тяги) и с использованием кватернионного дифференциального уравнения ориентации орбитальной системы координат посвящены работы [23, 29–31]. Использование кватернионного диф-

ференциального уравнения ориентации орбитальной системы координат более удобно при аналитическом исследовании задачи оптимальной переориентации орбиты КА в непрерывной постановке, так как оно в случае круговой орбиты и постоянного (по модулю) управления является линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами, в то время как кватернионное дифференциальное уравнение ориентации орбиты КА в этом случае является линейным дифференциальным уравнением с переменными коэффициентами. Однако использование кватернионного дифференциального уравнения ориентации орбиты КА имеет преимущество при численном решении задачи оптимальной переориентации орбиты КА, поскольку кватернион ориентации орбиты КА является оскулирующим (медленно изменяющимся) элементом орбиты. Кватернион ориентации орбитальной системы координат таким свойством не обладает, так как является быстро меняющейся переменной.

Отметим также, что в недавно опубликованных работах [32, 33] продолжено аналитическое и численное изучение задачи об оптимальной переориентации орбиты КА с помощью реактивного ускорения, ортогонального плоскости оскулирующей орбиты. Функционал, определяющий качество процесса управления, представляет собой свертку с весовыми множителями двух критериев: времени и суммарного импульса реактивного ускорения, затраченных на процесс управления (частные случаи этого функционала — случаи быстрогодействия и минимизации характеристической скорости). В этих работах изложена новая теория решения задачи оптимальной переориентации орбиты КА в импульсной постановке (с использованием импульсной (большой) реактивной тяги). Приведены алгоритмы решения краевых задач оптимальной двухимпульсной и многоимпульсной переориентации орбиты КА (для нефиксированного числа импульсов реактивного ускорения) и примеры численного решения краевых задач оптимальной переориентации орбиты КА с использованием ограниченной (малой) или импульсной (большой) тяги, в которых для описания ориентации орбиты КА используется кватернионный оскулирующий элемент ориентации орбиты.

5. Решение обратной задачи кинематики роботов-манипуляторов с использованием бикватернионной теории кинематического управления движением свободного твердого тела

Бикватернионная теория кинематического управления движением свободного твердого тела может быть применена для решения обратной задачи кинематики роботов-манипуляторов. Обратная задача кинематики является одной из фундаментальных задач механики, она используется не только в робототехнике, но и в трехмерной компьютерной анимации, при разработке компьютерных игр и

моделировании движений молекул. Эта задача в робототехнике заключается в определении обобщенных координат робота-манипулятора по известному угловому и линейному местоположению выходного звена (схвата) робота-манипулятора. В качестве шести неизвестных обобщенных координат выступают величины, характеризующие относительные перемещения звеньев робота-манипулятора (как правило, это углы относительных поворотов и относительные линейные перемещения звеньев), а в качестве известных величин — три декартовы координаты выбранной точки схвата манипулятора и три угла Эйлера или Крылова, характеризующие поворот схвата вокруг этой точки.

Решение обратной задачи кинематики в традиционной постановке сводится к решению алгебраических систем, состоящих из шести трансцендентных уравнений, имеющих сложную структуру, определяемую выбранной кинематической схемой робота-манипулятора. В большинстве случаев эти системы не имеют аналитических решений, а при их численном решении возникают значительные трудности, связанные с плохой сходимостью, а также с неоднозначностью решения. Поэтому при проектировании многих существующих роботов-манипуляторов их кинематические схемы выбирались так, чтобы обратные задачи кинематики решались аналитически. Такой выбор кинематических схем манипуляторов может быть неоптимальным с функциональной точки зрения.

Решением обратной задачи кинематики занимались многие авторы начиная с 70-х годов прошлого века и по сегодняшний день. Первыми были А. Т. Yang и R. Freudenstein (1964), J. J. Uicker, J. Denavit, R. S. Hartenberg (1964), D. L. Pieper (1968), D. Kohli и A. H. Soni (1975). Выделим основные известные методы решения обратной задачи кинематики: геометрический подход, алгебраический подход со сведением к полиному; группа методов, основанных на применении матрицы Якоби; группа методов, основанных на использовании алгоритма Ньютона; метод последовательно покоординатного спуска, метод последовательного преобразования Монте-Карло. С помощью кватернионного и бикватернионного аппаратов задачу решали А. Т. Yang, R. Freudenstein (1964) и В. П. Глазков (2005). В последние годы обратную задачу кинематики активно решали с применением искусственного интеллекта и нейронных сетей. Одним из наиболее популярных в настоящее время является приближенный итерационный алгоритм FABRIK.

Универсального способа решения обратной задачи кинематики не существует, все известные методы имеют свои достоинства и недостатки. Поэтому поиск новых эффективных методов решения обратной задачи кинематики роботов-манипуляторов продолжает оставаться актуальным.

В работах А. В. Молоткова и Ю. Н. Челнокова [34, 2001; 36, 2002], Ю. Н. Челнокова [35, 2002; 37, 2013], Е. И. Ломовцевой (Нелаевой) и Ю. Н. Челнокова [38, 39, 2013; 40, 41, 2014; 42, 43, 2015] раз-

вивается предложенный Ю. Н. Челноковым принципиально новый метод решения обратных задач кинематики роботов-манипуляторов, основанный на применении бикватернионной теории кинематического управления движением свободного твердого тела по принципу обратной связи.

Предложенный метод заключается в решении задачи Коши для кинематических уравнений движения робота-манипулятора, представляющих собой системы обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений относительно обобщенных координат робота-манипулятора. Содержащиеся в этих интегрируемых (в ходе решения обратной задачи) кинематических уравнениях векторы абсолютных линейной и угловой скоростей выходного звена (схвата) робота-манипулятора рассматриваются как управления и формируются по принципу обратной связи в виде некоторых функций обобщенных координат таким образом, чтобы любое выбранное (программное) положение схвата робота-манипулятора было асимптотически устойчивым в большом или в целом. Тогда любое частное решение дифференциальных кинематических уравнений будет стремиться асимптотически устойчивым образом к требуемой точке пространства обобщенных координат, отвечающей заданному положению схвата робота-манипулятора. Поэтому в результате решения задачи Коши для любых заданных начальных значений обобщенных координат робота-манипулятора его обобщенные координаты примут в конечный момент времени значения, отвечающие (с заданной степенью точности) требуемому положению схвата робота-манипулятора (для которого необходимо решить обратную задачу кинематики), и, следовательно, обратная задача кинематики будет решена. Отметим, что начальное положение выходного звена может задаваться произвольным набором значений обобщенных координат из их рабочих диапазонов, и формирование указанных законов управления движением схвата робота-манипулятора эффективно осуществляется с использованием бикватернионной кинематической теории управления движением свободного твердого тела.

Таким образом, в предлагаемом методе решения обратных задач кинематики роботов-манипуляторов решение нелинейных алгебраических (как правило, трансцендентных) систем уравнений заменяется интегрированием кинематических уравнений движения робота-манипулятора. Алгоритм решения обратной задачи кинематики заключается в численном интегрировании кинематических уравнений движения робота-манипулятора для заданных или произвольно выбранных (из заданных рабочих диапазонов) начальных значений обобщенных координат робота-манипулятора. Фигурирующие в этих уравнениях проекции вектора мгновенной абсолютной угловой скорости выходного звена манипулятора и вектора мгновенной абсолютной скорости выбранной точки этого звена на связанные с этим звеном координатные оси (под абсолютной скоростью понимается скорость

относительно основания манипулятора) выступают в качестве управлений, построение которых выполняется по принципу обратной связи в соответствии с теорией кинематического управления таким образом, чтобы выходное звено манипулятора переходило (с требуемой степенью точности) из любого выбранного начального положения в любое заданное конечное положение асимптотически устойчивым образом. Значения обобщенных координат манипулятора, соответствующие этому конечному положению схвата, и будут решением обратной задачи манипулятора.

К достоинствам предложенного нового метода решения обратных задач кинематики роботов-манипуляторов относятся:

- универсальность и возможность применения для кинематически избыточных схем роботов-манипуляторов;
- единственность решения (если оно существует) для выбранного закона кинематического управления и заданного начального положения манипулятора;
- высокая точность решения;
- высокое быстродействие;
- неитерационность (все другие известные методы являются итерационными).

Предложенный метод позволяет также эффективно решать задачу кинематически оптимального перевода выходного звена манипулятора из его любого начального положения, задаваемого начальными значениями обобщенных координат, в требуемое конечное положение, задаваемое бикватернионом конечного положения выходного звена манипулятора, т.е. эффективно решать задачу оптимального разложения кинематически оптимального перемещения выходного звена манипулятора из его любого начального положения в требуемое конечное положение по отдельным степеням свободы манипулятора.

6. Кинематическое управление в механике роботов-манипуляторов: независимое программное управление движением по скорости

Кинематическое управление движением твердого тела используется в механике роботов-манипуляторов для построения так называемого независимого программного управления движением по скорости (см., например, книгу К. Фу, Р. Гонсалеса и К. Ли [44, 1989]). В работе [44] рассмотрены методы управления механическим манипулятором в связанных (обобщенных) координатах, в том числе "нелинейное независимое управление по обратной связи". Отмечается, что "во многих приложениях более предпочтительным является программное управление движением, которое обеспечивает движение манипулятора в декартовых координатах по требуемой траектории с необходимой скоростью". При независимом программном управлении движением манипулятора по скорости работа различных двигателей в сочленениях проводится [44]

независимо и одновременно с различными скоростями, изменяющимися во времени для того, чтобы обеспечить установившееся движение конечного звена манипулятора вдоль любой оси неподвижной (опорной) системы координат. При таком управлении задаются [44] желаемые линейная и угловая скорости конечного звена манипулятора и используется матричное кинематическое уравнение, позволяющее вычислить скорости в сочленениях (обобщенные скорости) через желаемые скорости выходного звена и определить режимы работы двигателей в сочленениях манипулятора для того, чтобы, как уже отмечалось, обеспечить желаемое движение конечного звена манипулятора вдоль любой оси неподвижной системы координат. Отметим, что желаемые (в частности, оптимальные) линейная и угловая скорости конечного звена манипулятора могут быть построены, как это предлагается, например, в работе E. Ozgur, Y. Mezouar [45, 2016], с использованием бикватернионной теории кинематического управления движением свободного твердого тела.

Сведения по независимому управлению движением даны в более ранних работах D. E. Whitney [46—48, 1969, 1972], где рассматривается независимое управление движением манипуляторов по скорости. В работе R. P. Paul, B. E. Shimano и G. Mayer [49, 1981] рассмотрены уравнения кинематического управления для простых манипуляторов.

В работе Fabrizio Caccavale и Bruno Siciliano [50, 2001] рассматривается задача кинематического управления кинематически-избыточными космическими манипуляторами с использованием кватернионов ориентации. Вводится кватернион ошибки ориентации. Выводятся соотношения для присоединенных скоростей. В работе X. Wang, D. Han, C. Yu и Z. Zheng [51, 2012] рассмотрена геометрическая структура дуального кватерниона с приложениями в кинематическом управлении.

В работе L. F.C. Figueredo, B. V. Adorno, J. Y. Ishihara и G. A. Borges [52, 2013] рассматривается робастное (грубое) кинематическое управление манипуляционными системами с использованием дуальных кватернионов. Укажем также недавнюю работу E. Ozgur, Y. Mezouar [45, 2016], где рассмотрено управление движением руки робота с использованием дуальных кватернионов и кинематического бикватернионного стабилизирующего закона управления, предложенного Dapeng Han, Qing Wei, Zexiang Li [53, 2008] и имеющего вид отрицательной бикватернионной логарифмической обратной связи.

Список литературы

1. Челноков Ю. Н. Теория кинематического управления движением твердого тела // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 7. С. 435—446.
2. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука, 1992. 280 с.
3. Челноков Ю. Н. Определение местоположения и ориентации подвижных объектов по показаниям чувствительных элементов БИНС посредством решения на бортовом вычислителе

кватернионных уравнений движения гироскопических систем // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1991. № 4. С. 3—12 (Chelnokov Yu. N. Determination of position and orientation of moving objects from sensors of platformless inertial navigation systems, through on-board computer solution of the quaternion equations of motion of gyroscopic systems // Mechanics of Solids. 1991. Vol. 26, N. 4. P. 3—12).

4. Челноков Ю. Н. Кватернионные модели и методы динамики, навигации и управления движением. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. 560 с.

5. Плотников П. К. Построение и анализ кватернионных дифференциальных уравнений задачи определения ориентации твердого тела с помощью бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1999. № 2. С. 3—14.

6. Плотников П. К. Элементы теории работы одной разновидности бесплатформенных инерциальных систем ориентации // Гироскопия и навигация. 1999. № 2. С. 23—35.

7. Плотников П. К., Чеботаревский Ю. В., Никишин В. Б., Большаков А. А. Применение кватернионных алгоритмов в бесплатформенных системах ориентации и навигации // Авиакосмическое приборостроение. 2003. № 10. С. 21—31.

8. Плотников П. К., Чеботаревский Ю. В., Чеботаревский В. Ю. Анализ свойств полуаналитической инерциальной навигационной системы и ее бесплатформенного аналога // Авиакосмическое приборостроение. 2005. № 3. С. 17—23.

9. Челноков Ю. Н., Зубенко Г. И., Пейсахович Г. А., Власов Ю. Б., Панков А. А. Принципы и задачи управления движением комплекса манипулятор — трехосная стабилизированная платформа по информации о движении выходного звена манипулятора // Тез. докл. третьей научной школы "Автоматизация создания математического обеспечения и архитектуры систем реального времени". М.: ГосНИИАС, 1992. С. 84—85.

10. Челноков Ю. Н., Панков А. А., Пейсахович Г. А., Рудаков Р. Н., Уткин Г. В., Федосеев С. В., Ярошевский В. С. Модели и алгоритмы ориентации и управления движением платформенного комплекса "ТСП — АРГУС" проекта "МАРС" // Материалы седьмой НТК "Экстремальная робототехника". С.-Пб.: Изд-во СПбГТУ, 1996. С. 186—196.

11. Челноков Ю. Н., Батулин В. В., Садомцев Ю. В., Панков А. А., Пейсахович Г. А., Рудаков В. Н., Федосеев С. В., Уткин Г. В., Ярошевский В. С. Модели и алгоритмы ориентации и управления движением платформенного комплекса "ТСП-Аргус" проекта "Марс" // Материалы Междунар. конф. "Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении". Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1997. С. 68—69.

12. Зубенко Г. И., Молоденков А. В., Пейсахович Г. А., Садомцев Ю. В., Уткин Г. В., Федосеев С. В., Челноков Ю. Н. Управление движением космического платформенного комплекса. Ч. II. Алгоритмы ориентации, программного управления и наведения // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2001. № 5. С. 159—167 (Zubenko G. I., Molodenkov A. V., Peisakhovitch G. A., Sadomtsev Yu. V., Utkin G. V., Fedoseev S. V., Chelnokov Yu. N. Motion control for a space platform complex. II. Algorithms for orientation, programmed control, and guidance // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2001. Vol. 40, N. 5. P. 829—838).

13. Челноков Ю. Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения. М.: Физматлит. 2006. 512 с.

14. Плотников П. К., Сергеев А. Н., Челноков Ю. Н. Кинематическая задача управления ориентацией твердого тела // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1991. № 5. С. 9—18 (Plotnikov P. K., Sergeev A. N., Chelnokov Yu. N. Kinematic control problem for the orientation of a rigid body // Mechanics of Solids. 1991. Vol. 37, N. 5. P. 7—16).

15. Панков А. А., Челноков Ю. Н. Исследование кватернионных законов кинематического управления ориентацией твердого тела по угловой скорости // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1995. № 6. С. 3—13 (Pankov A. A., Chelnokov Yu. N. Investigation of quaternion laws of kinematic control of solid body orientation in angular velocity // Mechanics of Solids. 1995. Vol. 33, N. 6. P. 3—13).

16. Копнин Ю. М. К задаче поворота плоскости орбиты спутника // Космические исследования. 1965. Т. 3, Вып. 4.

17. Лебедев В. Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой. М.: ВЦ АН СССР, 1968. 108 с.

18. Борщевский М. З., Иослович М. В. К задаче о повороте плоскости орбиты спутника при помощи реактивной тяги // Космические исследования. 1969. Т. 7, Вып. 6.

19. Гродзовский Г. Л., Иванов Ю. Н., Токарев В. В. Механика космического полета. Проблемы оптимизации. М.: Наука, 1975. 702 с.
20. Охоцимский Д. Е., Сихарулидзе Ю. Г. Основы механики космического полета: Учеб. пособие. М.: Наука, 1990. 448 с.
21. Ишков С. А., Романенко В. А. Формирование и коррекция высокоэллиптической орбиты спутника земли с двигателем малой тяги // Космические исследования. 1997. Т. 35. № 3. С. 287—296.
22. Челноков Ю. Н. Применение кватернионов в теории орбитального движения искусственного спутника. Ч. 2 // Космические исследования. 1993. Т. 31. Вып. 3. С. 3—15 (Chelnokov Yu. N. Application of quaternions in the theory of orbital motion of an artificial satellite. II // Cosmic Research. 1993. Vol. 31, N. 3. P. 409—418).
23. Челноков Ю. Н. Оптимальная переориентация орбиты космического аппарата посредством реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты // Прикладная математика и механика. 2012. Т. 76. Вып. 6. С. 897—914 (Chelnokov Yu. N. Optimal reorientation of a spacecraft's orbit using a jet thrust orthogonal to the orbital plane," J. Appl. Math. Mech. 76 (6), 646—657 (2012)).
24. Челноков Ю. Н. Кватернионная регуляризация в небесной механике и астродинамике и управление траекторным движением. II // Космические исследования. 2014. Т. 52. № 4. С. 322—336 (Chelnokov Yu. N. Quaternion Regularization in Celestial Mechanics and Astrodynamics and Trajectory Motion Control. II // Cosmic Research. 2014. Vol. 52, N. 4. P. 350—361).
25. Ненахов С. В., Челноков Ю. Н. Кватернионное решение задачи оптимального управления ориентацией орбиты космического аппарата // Бортовые интегрированные комплексы и современные проблемы управления: Сб. тр. Междунар. конф. М.: МАИ, 1998. С. 59—60.
26. Сергеев Д. А., Челноков Ю. Н. Оптимальное управление ориентацией орбиты космического аппарата // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2001. Вып. 3. С. 185—188.
27. Сергеев Д. А., Челноков Ю. Н. Оптимальное управление ориентацией орбиты космического аппарата // Проблемы точной механики и управления: Сб. науч. тр. ИПТМУ РАН. Саратов: Изд-во СГТУ, 2002. С. 64—75.
28. Панкратов И. А., Сапунков Я. Г., Челноков Ю. Н. Об одной задаче оптимальной переориентации орбиты космического аппарата // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2012. Т. 12. Вып. 3. С. 87—95.
29. Челноков Ю. Н. Оптимальная переориентация орбиты космического аппарата посредством реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2006. Вып. 8. С. 231—234.
30. Челноков Ю. Н. Оптимальная переориентация орбиты космического аппарата: Кватернионный подход к решению задачи // Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении: Материалы Междунар. конф. ИПТМУ РАН. Саратов: Изд-во СГТУ, 2006. С. 54—60.
31. Панкратов И. А., Сапунков Я. Г., Челноков Ю. Н. Решение задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата с использованием кватернионных уравнений ориентации орбитальной системы координат // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. 2013. Т. 13. Сер. Математика. Механика. Информатика. Вып. 1. Ч. 1. С. 84—92.
32. Сапунков Я. Г., Челноков Ю. Н. Исследование задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата посредством ограниченной или импульсной реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты. Часть 1 // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 8. С. 567—575.
33. Сапунков Я. Г., Челноков Ю. Н. Исследование задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата посредством ограниченной или импульсной реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты. Часть 2 // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. № 9. С. 633—643.
34. Молотков А. В., Челноков Ю. Н. О применении теории кинематического управления к решению обратной задачи кинематики манипулятора с вращательными сочленениями // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та. 2001. Вып. 3. С. 170—172.
35. Челноков Ю. Н. О некоторых проблемах нелинейной динамики и управления движением // Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Саратов. техн. ун-та. 2002. С. 10—13.
36. Молотков А. В., Челноков Ю. Н. Решение обратной задачи кинематики робота-манипулятора "Пума" с использованием бикватернионной теории кинематического управления // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та. 2002. Вып. 4. С. 204—206.
37. Челноков Ю. Н. Бикватернионное решение кинематической задачи управления движением твердого тела и его приложение к решению обратных задач кинематики роботов-манипуляторов // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2013. № 1. С. 38—58 (Chelnokov Yu. N., Biquaternion Solution of the Kinematic Control Problem for the Motion of a Rigid Body and Its Application to the Solution of Inverse Problems of Robot-Manipulator Kinematics // Mechanics of Solids. 2013. Vol. 48, N. 1. P. 31—46).
38. Ломовцева Е. И., Челноков Ю. Н. Бикватернионные методы решения прямой и обратной задач кинематики роботов-манипуляторов на примере стэнфордского манипулятора с использованием бикватернионной теории кинематического управления // Матер. Всеросси. научн. конф. с международным участием "Проблемы критических ситуаций в точной механике и управлении". Саратов: ООО Издательский Центр "Наука", 2013. С. 270—274.
39. Ломовцева Е. И., Челноков Ю. Н. Дуальные матричные и бикватернионные методы решения прямой и обратной задач кинематики роботов-манипуляторов на примере стэнфордского манипулятора. I // Известия Саратовского университета. Новая серия. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2013. Т. 13, Вып. 4. Ч. 1. С. 78—85.
40. Ломовцева Е. И., Челноков Ю. Н. Дуальные матричные и бикватернионные методы решения прямой и обратной задач кинематики роботов-манипуляторов на примере стэнфордского манипулятора. II // Известия Саратовского университета. Новая серия. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2014. Т. 14, Вып. 1. С. 88—95.
41. Нелаева Е. И., Челноков Ю. Н. Решение обратной задачи кинематики стэнфордского манипулятора с применением бикватернионной теории кинематического управления // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2014. Вып. 16. С. 111—114.
42. Нелаева Е. И., Челноков Ю. Н. Решение прямых и обратных задач кинематики роботов-манипуляторов с использованием дуальных матриц и бикватернионов на примере стэнфордского манипулятора. Часть 1 // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 6. С. 373—380.
43. Нелаева Е. И., Челноков Ю. Н. Решение прямых и обратных задач кинематики роботов-манипуляторов с использованием дуальных матриц и бикватернионов на примере стэнфордского манипулятора. Часть 2 // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 7. С. 456—463.
44. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. М.: Мир, 1989. 624 с.
45. Ozgur E., Mezouar Y. Kinematic modeling and control of a robot arm using unit dual quaternions // Robotics and Autonomous Systems. 77 (2016). P. 66—73.
46. Whitney D. E. Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Humen Prostheses // IEEE. Man-Machine Systems, MMS-10, 1969. N. 2. P. 47—53.
47. Whitney D. E. State Space Models of Remote Manipulation Tasks // Proc. Intl. Joint Conf. Artificial Intelligence, Washington, D. C. 1969. P. 495—598.
48. Whitney D. E. The Mathematics of Coordinated Control of Prosthetic Arms and Manipulators // Trans. ASME, J. Dynamic Systems, Measurement and Control. 1972. 122. P. 303—309.
49. Paul R. P., Shimano B. E., Mayer G. Kinematic Control Equations for Simple Manipulators // IEEE. Trans. Systems. M. Cybern., SMC-11. 1981. N. 6. P. 449—455.
50. Fabrizio Caccavale, Bruno Siciliano. Quaternion-Based Kinematic Control of Redundant Spacecraft/Manipulator Systems // Proc. of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Seoul, Korea. May 21—26. 2001. P. 435—440.
51. Wang X., Han D., Yu C., Zheng Z. The geometric structure of unit dual quaternion with application in kinematic control, J. Math. Anal. Appl. (2012).
52. Figueredo L. F. C., Adorno B. V., Ishihara J. Y., Borges G. A. Robust kinematic control of manipulator robots using dual quaternion representation. Robotics and Automation (ICRA), 2013 IEEE International Conference. 6—10 May 2013. P. 1949—1955.
53. Dapeng Han, Qing Wei, Zexiang Li, Weimeng Sun. Control of Oriented Mechanical systems: A Method Based on Dual Quaternion // Proc. of the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control. Seoul, Korea, July 6—11 2008. P. 3836—3841.

Application of the Theory of Kinematic Motion Control of a Rigid Body

Yu. N. Chelnokov, ChelnokovYuN@gmail.com✉,

Institute of Precision Mechanics and Control Problems, RAS, Saratov, 410028, Russian Federation

Corresponding author: Chelnokov Yury N., D. Sc., Head of Laboratory of Mechanics, Navigation and Motion Control, Institute of Precision Mechanics and Control Problems, RAS, Saratov, 410028, Russian Federation, e-mail: ChelnokovYuN@gmail.com

Received on February 13, 2017

Accepted on February 21, 2017

The theory of the kinematic control of the rotational (angular) motion of a rigid body and the spatial motion of a free rigid body used in the article is based on the quaternion and biquaternion kinematic models of the rigid body motion. In this theory, the kinematic equations of the rotational and (or) translational motion of a body are considered as the mathematical models of a rigid body motion, and the vectors of the angular and (or) translational velocities of a body or kinematic screws are used as the controls. The goal of the kinematic control is transfer of a rigid body from its assigned initial position to the desired final position by applying the required (program) angular and (or) linear velocities to the body. Also, the goal of the kinematic control can transfer a rigid body from its given initial position to any selected program path and, further, to an asymptotically stable motion along the program path with the required program angular and linear velocities by applying the required stabilizing angular and linear velocities to the body. In the article the authors present a review of the papers dedicated to the following applications of the theory of the kinematic control of a rigid body motion in the mechanics of a space flight, inertial navigation and mechanics of the robot manipulators: two-circuit control of the rotational motion of a rigid body (spacecraft) using a strapdown inertial navigation system; adjustable strapdown systems for orientation and navigation of the moving objects; TSP-Argus motion control platform complex for Mars-94 space project; optimal reorientation of the orbit, of the orbital plane and correction of the angular elements of the orbit of the spacecraft by means of a reactive acceleration, orthogonal to the plane of the orbit of the spacecraft; solving of the inverse problems of the kinematics of the robot manipulators using the biquaternion theory of the kinematic control; kinematic control for the mechanics of the robotic manipulators (independent program motion speed control).

Keywords: kinematic control, rigid body, moving object, orientation, navigation, platform complex, spacecraft, orbit, inverse problem of kinematics, robot manipulator, quaternion, biquaternion

For citation:

Chelnokov Yu. N. Application of the Theory of Kinematic Motion Control of a Rigid Body, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no.8, pp. 532–542.

DOI: 10/17587/mau.18.532-542

References

1. Chelnokov Yu. N. Teoriya kinematsicheskogo upravleniya dvizheniem tverdogo tela (The theory of the kinematic motion control of rigid body), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 7, pp. 435–446 (in Russian).
2. Branets V. N., Shmyglevskii I. P. Vvedenie v teoriyu besplatfornnykh inertial'nykh navigatsionnykh sistem (Introduction to the theory of strapdown inertial navigation systems), Moscow, Nauka, 1992, 280 p. (in Russian).
3. Chelnokov Yu. N. Determination of position and orientation of moving objects from sensors of platformless inertial navigation systems, through on-board computer solution of the quaternion equations of motion of gyroscopic systems, *Mechanics of Solids*, 1991, vol. 26, no. 4, pp. 3–12.
4. Chelnokov Yu. N. Kvaternionnye modeli i metody dinamiki, navigatsii i upravleniya dvizheniem (Quaternion models and methods of dynamics, navigation and motion control), Moscow, Fizmatlit, 2011, 560 p. (in Russian).
5. Plotnikov P. K. Postroenie i analiz kvaternionnykh differentsial'nykh uravnenii zadachi opredeleniya orientatsii tverdogo tela s pomoshch'yu besplatformennoi inertial'noi navigatsionnoi sistemy (Construction and analysis of quaternion differential equations of the problem of determining the orientation of a rigid body with the help of a strapdown inertial navigation system), *Izv. RAN. Mekhanika Tverdogo Tela*, 1999, no. 2, pp. 3–14 (in Russian).
6. Plotnikov P. K. Elementy teorii raboty odnoi raznovidnosti besplatformennykh inertial'nykh sistem orientatsii (Elements of the theory of operation of one species strapdown inertial orientation system), *Giroskopiya i Navigatsiya*, 1999, no. 2, pp. 23–35 (in Russian).
7. Plotnikov P. K., Chebotarevskii Yu. V., Nikishin V. B., Bol'shakov A. A. Primenenie kvaternionnykh algoritmov v besplatformennykh sistemakh orientatsii i navigatsii (Application of quaternion algorithms in strapdown systems of orientation and navigation), *Aviakosmicheskoe Priboroostroenie*, 2003, no. 10, pp. 21–31 (in Russian).
8. Plotnikov P. K., Chebotarevskii Yu. V., Chebotarevskii V. Yu. Analiz svoystv poluanaliticheskoi inertial'noi navigatsionnoi sistemy i ee besplatformennogo analoga (Analysis of properties of semi-analytic inertial navigation system and its counterpart strapdown), *Aviakosmicheskoe Priboroostroenie*, 2005, no. 3, pp. 17–23 (in Russian).
9. Chelnokov Yu. N., Zubenko G. I., Peisakhovich G. A., Vlasov Yu. B., Pankov A. A. Printsipy i zadachi upravleniya dvizheniem kompleksa manipulator — trekhosnaya stabilizirovannaya platforma po informatsii o dvizhenii vykhodnogo zvena manipulatora (The principles and objectives of the complex motion control arm — three-axis stabilized platform for information on the output level of the manipulator motion), *Tez. dokl. tret'ei nauchnoi shkoly "Avtomatizatsiya sozdaniya matematicheskogo obespecheniya i arkhitektury sistem real'nogo vremeni"*, Moscow, GosNIIAS, 1992, pp. 84–85 (in Russian).
10. Chelnokov Yu. N., Pankov A. A., Peisakhovich G. A., Rudakov R. N., Utkin G. V., Fedoseev S. V., Yaroshevskii V. S. Modeli i algoritmy orientatsii i upravleniya dvizheniem platformennogo kompleksa "TSP — Argus" proekta "Mars" (Models and algorithms for orientation and motion control platform complex "TSP — ARGUS" project "MARS"), *Materialy sed'moi NTK "Ekstremalnaya robototekhnika"*, S.-Pb., Publishing house of SPbGTU, 1996, pp. 186–196 (in Russian).
11. Chelnokov Yu. N., Baturin V. V., Sadomtsev Yu. V., Pankov A. A., Peisakhovich G. A., Rudakov R. N., Fedoseev S. V., Utkin G. V., Yaroshevskii V. S. Modeli i algoritmy orientatsii i upravleniya dvizheniem platformennogo kompleksa "TSP-Argus" proekta "Mars" (Models and algorithms for orientation and motion control platform complex "TSP — Argus" project "Mars"), *Materialy mezhdunar. konf. "Problemy i perspektivy pretsizionnoi mekhaniki i upravleniya v mashinostroeni"*, Saratov, Publishing house of Sarat. university, 1997, pp. 68–69 (in Russian).
12. Zubenko G. I., Molodentov A. V., Peisakhovich G. A., Sadomtsev Yu. V., Utkin G. V., Fedoseev S. V., Chelnokov Yu. N. Motion control for a space platform complex. II. Algorithms for orientation, programmed control, and guidance, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2001, vol. 40, no. 5, pp. 829–838.
13. Chelnokov Yu. N. Kvaternionnye i bikvaternionnye modeli i metody mekhaniki tverdogo tela i ikh prilozheniya. Geometriya i kinematika dvizheniya (Quaternion and bi-quaternion models and methods of solid state mechanics and their applications. Geometry and kinematics of motion), Moscow, Fizmatlit, 2006, 512 p. (in Russian).
14. Plotnikov P. K., Sergeev A. N., Chelnokov Yu. N. Kinematic control problem for the orientation of a rigid body, *Mechanics of Solids*, 1991, vol. 37, no. 5, pp. 7–16 (in Russian).
15. Pankov A. A., Chelnokov Yu. N. Investigation of quaternion laws of kinematic control of solid body orientation in angular velocity, *Mechanics of Solids*, 1995, vol. 33, no. 6, pp. 3–13.
16. Kopnin Yu. M. K zadache povorota ploskosti orbity sputnika (On the problem of the rotation of the satellite's orbital plane), *Kosmicheskoe issledovaniya*, 1965, vol. 3, no. 4 (in Russian).
17. Lebedev V. N. Raschet dvizheniya kosmicheskogo apparata s maloi tiagoy (Calculation of motion of the spacecraft with low thrust), Moscow, VC AS USSR, 1968, 108 p. (in Russian).
18. Borschevsky M. Z., Ioslovich M. V. K zadache o povorote ploskosti orbity sputnika pri pomoshchi reaktivnoi tiagi (On the problem of the rotation of the satellite's orbital plane with the help of jet thrust), *Kosmicheskoe issledovaniya*, 1969, vol. 7, no. 6 (in Russian).
19. Grodzovskii G. L., Ivanov Iu. N., Tokarev V. V. Mekhanika kosmicheskogo poleta. Problemy optimizatsii (The mechanics of space flight. Optimization problems), Moscow, Nauka, 1975, 702 p. (in Russian).

20. **Okhotsimskii D. E., Sikharulidze Iu. G.** *Osnovy mekhaniki kosmicheskogo poleta* (Basis of the mechanics of space flight), Moscow, Nauka, 1990, 448 p. (in Russian).
21. **Ishkov S. A., Romanenko V. A.** Forming and correction of a high-elliptical orbit of an Earth satellite with low-thrust engine, *Cosmic Research*, 1997, vol. 35, no. 3, pp. 268–277.
22. **Chelnokov Yu. N.** Application of quaternions in the theory of orbital motion of an artificial satellite. II, *Cosmic Research*, 1993, vol. 31, no. 3, pp. 409–418.
23. **Chelnokov Yu. N.** Optimal reorientation of a spacecraft's orbit using a jet thrust orthogonal to the orbital plane, *J. Appl. Math. Mech.* 76 (6), 646–657 (2012).
24. **Yu. N. Chelnokov.** Quaternion Regularization in Celestial Mechanics and Astrodynamics and Trajectory Motion Control. II, *Cosmic Research*, 2014, vol. 52, no. 4, pp. 350–361.
25. **Nenakhov S. V., Chelnokov Yu. N.** *Kvaternionnoe reshenie zadachi optimal'nogo upravleniya orientatsiei orbity kosmicheskogo apparata* (Quaternion solution of a task of an optimal control of spacecraft's orbit orientation), *Bortovye integriruyemye komplekсы i sovremennye problemy upravleniya: Sb. tr. mezhdunar. konf.*, Moscow, Publishing house of MAI, 1998, pp. 59–60 (in Russian).
26. **Sergeev D. A., Chelnokov Yu. N.** *Optimal'noe upravlenie orientatsiei orbity kosmicheskogo apparata* (Optimal control of the orientation of the spacecraft's orbit), *Matematika. Mekhanika: Sb. nauch. tr.*, Saratov, Publishing house of Sarat. university, 2001, no. 3, pp. 185–188 (in Russian).
27. **Sergeev D. A., Chelnokov Yu. N.** *Optimal'noe upravlenie orientatsiei orbity kosmicheskogo apparata* (Optimal control of the orientation of the spacecraft's orbit), *Problemy tochnoi mekhaniki i upravleniya: Sb. nauch. tr. IPTMU RAN*, Saratov, Publishing house of SGTU, 2002, pp. 64–75 (in Russian).
28. **Pankratov I. A., Sapunkov Ya. G., Chelnokov Yu. N.** *Ob odnoi zadache optimal'noi pereorientatsii orbity kosmicheskogo apparata* (About a problem of spacecraft's orbit optimal reorientation), *Izv. Sarat. un-ta. Nov. ser. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2012, vol. 12, no. 3, pp. 87–95 (in Russian).
29. **Chelnokov Yu. N.** *Optimal'naiya pereorientatsiya orbity kosmicheskogo apparata posredstvom reaktivnoi tiagi, ortogonal'noi ploskosti orbity* (Optimal reorientation of spacecraft's orbit through thrust orthogonal to the plane of orbit), *Matematika. Mekhanika: Sbornik nauchnykh trudov*, Saratov, Publishing house of Sarat. university, 2006, no. 8, pp. 231–234 (in Russian).
30. **Chelnokov Yu. N.** *Optimal'naiya pereorientatsiya orbity kosmicheskogo apparata: Kvaternionnyi podkhod k resheniiu zadachi* (Optimal reorientation of spacecraft's orbit. Quaternion approach to solving the problem), *Problemy i perspektivy pretsizionnoi mekhaniki i upravleniya v mashinostroenii: Materialy mezhdunar. konf. IPTMU RAN*, Saratov, Publishing house of SGTU, 2006, pp. 54–60 (in Russian).
31. **Pankratov I. A., Sapunkov Ya. G., Chelnokov Yu. N.** *Reshenie zadachi optimal'noi pereorientatsii orbity kosmicheskogo apparata s ispol'zovaniem kvaternionnykh uravnenii orientatsii orbital'noi sistemy koordinat* (Solution of a problem of spacecraft's orbit optimal reorientation using quaternion equations of orbital system of coordinates orientation), *Izv. Sarat. universiteta. Nov. ser. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2013, vol. 13, no. 1, part 1, pp. 84–92 (in Russian).
32. **Sapunkov Ya. G., Chelnokov Yu. N.** *Issledovanie zadachi optimal'noi pereorientatsii orbity kosmicheskogo apparata posredstvom ogranicennoi ili impul'snoi reaktivnoi tiagi, ortogonal'noi ploskosti orbity. Chast' 1* (Investigation of optimal reorientation of spacecraft orbit through limited or impulse jet thrust which is orthogonal to the plane of the orbit. Part 1), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 567–575 (in Russian).
33. **Sapunkov Ya. G., Chelnokov Yu. N.** *Issledovanie zadachi optimal'noi pereorientatsii orbity kosmicheskogo apparata posredstvom ogranicennoi ili impul'snoi reaktivnoi tiagi, ortogonal'noi ploskosti orbity. Chast' 2* (Investigation of optimal reorientation of spacecraft orbit through limited or impulse jet thrust which is orthogonal to the plane of the orbit. Part 2), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 9, pp. 633–643 (in Russian).
34. **Molotkov A. V., Chelnokov Yu. N.** *O primenении теории кинематического управления k resheniiu obratnoi zadachi kinematiki manipulatora s vrashchatel'nymi sochleneniyami* (On the application of the kinematic theory of management to solve the inverse problem of kinematics manipulator with rotational joints), *Matematika. Mekhanika: Sb. nauch. tr.*, Saratov, Publishing house of Sarat. university, 2001, no. 3, pp. 170–172 (in Russian).
35. **Chelnokov Yu. N.** *O nekotorykh problemakh nelineinoy dinamiki i upravleniya dvizheniem* (On some problems of nonlinear dynamics and motion control), *Problemy i perspektivy pretsizionnoi mekhaniki i upravleniya v mashinostroenii: Sb. nauch. tr.*, Saratov Saratov, Publishing house of Sarat. university, 2002, pp. 10–13 (in Russian).
36. **Molotkov A. V., Chelnokov Yu. N.** *Reshenie obratnoi zadachi kinematiki robota-manipulatora "Puma" s ispol'zovaniem bikvaternionnoi teorii kinemacheskogo upravleniya* (Solution of inverse kinematics of the robot manipulator "Puma" with biquaternion kinematic theory of control), *Matematika. Mekhanika: Sb. nauch. tr.*, Saratov, Publishing house of Sarat. university, 2002, no. 4, pp. 204–206 (in Russian).
37. **Chelnokov Yu. N.**, Biquaternion Solution of the Kinematic Control Problem for the Motion of a Rigid Body and Its Application to the Solution of Inverse Problems of Robot-Manipulator Kinematics, *Mechanics of Solids*, 2013, vol. 48, no. 1, pp. 31–46.
38. **Lomovtseva E. I., Chelnokov Yu. N.** *Bikvaternionnye metody resheniya priamoi i obratnoi zadach kinematiki robotov-manipulatorov na primere stenfordskogo manipulatora s ispol'zovaniem bikvaternionnoi teorii kinemacheskogo upravleniya* (Biquaternion methods for solving direct and inverse kinematic problems of robotic manipulators on the example of Stanford manipulator using biquaternion kinematic theory of control), *Materialy Vserossiiskoi nauchnoi konferentsii s Mezhdunarodnym uchastiem "Problemy kriticheskikh situatsii v tochnoi mekhanike i upravlenii"*, Saratov, Izdatel'skii Tsentr "Nauka", 2013, pp. 270–274 (in Russian).
39. **Lomovtseva E. I., Chelnokov Yu. N.** *Dual'nye matrichnye i bikvaternionnye metody resheniya priamoi i obratnoi zadach kinematiki robotov-manipulatorov na primere stenfordskogo manipulatora. I* (Dual matrix and biquaternion methods of solving direct and inverse kinematics problems of manipulators, for example Stanford robot arm. I), *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Ser. Matematika. Informatika*, 2013, vol. 13, no. 4, ch. 1, pp. 78–85 (in Russian).
40. **Lomovtseva E. I., Chelnokov Yu. N.** *Dual'nye matrichnye i bikvaternionnye metody resheniya priamoi i obratnoi zadach kinematiki robotov-manipulatorov na primere stenfordskogo manipulatora. II* (Dual matrix and biquaternion methods of solving direct and inverse kinematics problems of manipulators, for example Stanford robot arm. II), *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2014, vol. 14, no. 1, pp. 88–95 (in Russian).
41. **Nelaeva E. I., Chelnokov Yu. N.** *Reshenie obratnoi zadachi kinematiki robotov-manipulatora s primeneniem bikvaternionnoi teorii kinemacheskogo upravleniya* (Solution of inverse kinematics Stanford manipulator using biquaternion kinematic theory of control), *Matematika. Mekhanika: Sb. nauch. tr.*, Saratov, Publishing house of Sarat. university, 2014, no. 16, pp. 111–114 (in Russian).
42. **Nelaeva E. I., Chelnokov Yu. N.** *Reshenie priamykh i obratnykh zadach kinematiki robotov-manipulatorov s ispol'zovaniem dual'nykh matrits i bikvaternionov na primere stenfordskogo manipulatora. Chast' 1* (Solution of direct and inverse tasks of robotics kinematics using dual matrices and biquaternions the example of Stanford manipulator. Part 1), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 6, pp. 373–380 (in Russian).
43. **Nelaeva E. I., Chelnokov Yu. N.** *Reshenie priamykh i obratnykh zadach kinematiki robotov-manipulatorov s ispol'zovaniem dual'nykh matrits i bikvaternionov na primere stenfordskogo manipulatora. Chast' 2* (Solution of direct and inverse tasks of robotics kinematics using dual matrices and biquaternions the example of Stanford manipulator. Part 2), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 7, pp. 456–463 (in Russian).
44. **Fu K., Gonsales R., Li K.** *Robototekhnika*, Moscow, Mir, 1989, 624 p. (in Russian).
45. **Ozgur E., Mezouar Y.** Kinematic modeling and control of a robot arm using unit dual quaternions, *Robotics and Autonomous Systems*, 77 (2016), 66–73.
46. **Whitney D. E.** Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Humen Prostheses, *IEEE. Man-Machine Systems, MMS-10*, 1969, no. 2, pp. 47–53.
47. **Whitney D. E.** State Space Models of Remote Manipulation Tasks, *Proc. Intl. Joint Conf. Artificial Intelligence*, Washington, D. C., 1969, pp. 495–598.
48. **Whitney D. E.** The Mathematics of Coordinated Control of Prosthetic Arms and Manipulators, *Trans. ASME, J. Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1972, 122, pp. 303–309.
49. **Paul R. P., Shimano B. E., Mayer G.** Kinematic Control Equations for Simple Manipulators, *IEEE. Trans. Systems.*, Moscow, Cybern., SMC-11, 1981, no. 6, pp. 449–455.
50. **Fabrizio Caccavale, Bruno Siciliano.** Quaternion-Based Kinematic Control of Redundant Spacecraft/Manipulator Systems, *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Seoul, Korea, May 21–26, 2001, pp. 435–440.
51. **X. Wang, D. Han, C. Yu, Z. Zheng.** The geometric structure of unit dual quaternion with application in kinematic control, *J. Math. Anal. Appl.*, 2012.
52. **Figueredo L. F. C., Adorno B. V., Ishihara J. Y., Borges G. A.** Robust kinematic control of manipulator robots using dual quaternion representation, Robotics and Automation (ICRA), *2013 IEEE International Conference*, 6–10 May 2013, pp. 1949–1955.
53. **Dapeng Han, Qing Wei, Zexiang Li, Weimeng Sun.** Control of Oriented Mechanical systems: A Method Based on Dual Quaternion, *Proceedings of the 17th World Congress the International Federation of Automatic Control*, Seoul, Korea, July 6–11, 2008, pp. 3836–3841.

В. Ф. Филаретов^{1, 3}, д-р техн. наук, проф., зав. лаб., filaretov@inbox.ru,
А. Ю. Коноплин^{2, 3}, канд. техн. наук, зав. лаб., konoplin@marine.febras.ru,
Н. Ю. Коноплин^{2, 3}, мл. науч. сотр., konoplin.nikita@gmail.com

¹ Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток

² Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток

³ Дальневосточный федеральный университет, Владивосток

Система для автоматического выполнения манипуляционных операций с помощью подводного робота¹

Обсуждается разработка и исследование нового метода синтеза системы управления подводным манипуляционным роботом для автоматического взятия проб грунта и образцов геологических пород донной поверхности.

Ключевые слова: система управления, подводный робот, многозвенный манипулятор, автоматический режим, доплеровский лаг, глубоководные исследования

Введение

В настоящее время проблема автоматического выполнения различных видов манипуляционных операций в глубинах Мирового океана является очень актуальной. Многие исследователи успешно решают задачи создания подводных роботов (ПР), оснащаемых одним или несколькими многозвенными подводными манипуляторами (ПМ) [1–4]. Эти ПР проектируются для выполнения многих технологических и исследовательских операций, значительно расширяющих области применения ПР в гидрогеологии, гидробиологии, геофизике и гидрохимии, а также в области нефте- и газодобычи за счет выполнения новых видов работ. При этом особо важны операции по селективному отбору проб грунта и образцов геологических пород; сбору отдельных видов биоорганизмов; установке и обслуживанию различных приборов; определению состава и плотности грунта с помощью специальных щупов и буров; взятию проб осадков грунтовыми герметично закрывающимися трубками; измерению параметров различных слоев осадочного грунта с помощью термисторных датчиков и др.

В подавляющем большинстве случаев все эти операции выполняются специально обученными операторами в ручном режиме. Но, не имея прямого контакта с объектом работ (ОР) и судя о его расположении только по видеоизображению, оператор не может быстро и точно решать поставленные задачи. Кроме того, режим телеуправления требует использования кабельных линий связи между оператором и ПМ, которые вносят существенные возмущения в процесс управления и значительно увеличивают время выполнения указанных операций. Известны лишь единичные случаи использования автономных ПР для выполнения даже простейших манипуляционных операций в автоматическом режиме [3].

Сейчас уже разработаны и исследованы системы навигации и точного автоматического управления различными ПР [4–6]. Созданы методы высокоточного удержания ПР вблизи ОР [4, 7–11], позволяющие с желаемой пространственной ориентацией фиксировать их в заданной точке пространства без посадки на грунт (без взмучивания придонных слоев). Предложенный в работе [12] метод коррекции траекторий движения ПМ позволяет выполнять манипуляционные операции даже в условиях незапланированных смещений ПР относительно ОР.

Наиболее важным для решения манипуляционных задач в автоматическом режиме является определение расположения и пространственной ориентации ОР относительно ПР, а также формирование режимов движения ПМ и ПР, исключающих возникновение аварийных ситуаций. При этом предлагается закрепление на ОР специальных маркеров или использование сложных алгоритмов обработки видеоизображения [3]. В статье [13] предлагается при работе ПМ с ОР сложной формы использовать трудоемкие алгоритмы обработки видеопотоков с нескольких телекамер и световые маркеры, заранее устанавливаемые на ОР, что очень затруднительно.

Таким образом, особенности и недостатки известных подходов и методов не позволяют автоматизировать выполнение распространенных операций в глубинах Мирового океана. Поэтому необходимо создавать новые эффективные подходы к автоматическому решению указанных манипуляционных

¹ Работа выполнена в рамках грантов РФФИ 16-29-04195 офи_м, 16-38-00488 мол_а.

задач, которые позволят использовать автономные ПР, оснащенные ПМ, расширяя их функциональные возможности и снижая стоимость выполнения подводных работ.

Постановка задачи

В данной статье ставится задача разработки нового подхода к автоматическому выполнению манипуляционных операций вблизи дна в режиме зависания ПР в водной среде. При этом расположение ОР относительно ПР должно определяться с помощью типовых бортовых сенсоров, а ориентация в пространстве этого ПР должна быть такой, чтобы последующие операции удавалось выполнять эффективно, учитывая границы рабочей зоны ПМ.

Определение расположения ПР относительно поверхности дна

При взятии в автоматическом режиме образцов донных пород после входа ПР в зону работ необходимо в реальном масштабе времени определять текущее расположение и пространственную ориентацию поверхности дна относительно этого ПР. Глубоководные исследования, выполненные с помощью ПР в Японском, Охотском, Беринговом, Чукотском и других морях Тихого океана, показали, что в подавляющем большинстве случаев взятие проб осадочных слоев грунта и образцов геологических пород выполняется на относительно ровной поверхности морского дна, но имеющей переменный наклон к горизонту (последнее часто затрудняет точное выполнение поставленных манипуляционных задач). Поэтому перед автоматическим выполнением заданных манипуляционных операций необходимо определить взаимное расположение продольной оси ПР и усредненной поверхности дна, которую приближенно можно аппроксимировать плоскостью, описываемой уравнением вида [14]

$$Ax + By + Cz + D = 0, \quad (1)$$

где A, B, C, D — одновременно не равные нулю постоянные коэффициенты; x, y, z — оси прямоугольной системы координат (СК).

Современные абсолютные доплеровские лаги, имеющие не менее трех гидроакустических антенн, позволяют с высокой точностью определять расстояния от места их крепления на ПР до дна вдоль всех осей этих антенн. Указанные расстояния можно задать в прямоугольной СК $X^*Y^*Z^*$, жестко связанной с корпусом ПР, начало которой C расположено в центре величины (водоизмещения) ПР, ось X^* совпадает с горизонтальной — продольной — осью ПР, ось Z^* — с его вертикальной осью, а Y^* составляет с ними правую тройку. С помощью лага в СК $X^*Y^*Z^*$ можно сформировать массив n точек с координатами x_i, y_i и $z_i, i = (\overline{1, n})$, принадлежащих донной поверхности.

Для описания усредненной поверхности дна вблизи ПР полученный массив точек следует ап-

проксимировать полиномом первого порядка, используя метод наименьших квадратов [15]. Для этого из выражения (1) выразим переменную z :

$$z = A^*x + B^*y + C^*, \quad (2)$$

$$\text{где } A^* = -\frac{A}{C}, B^* = -\frac{B}{C}, C^* = -\frac{D}{C}.$$

Поскольку выражение (2) имеет вид функции множественной линейной регрессии [15] с двумя объясняющими переменными x и y , одновременно влияющими на зависимую переменную z , то для нахождения уравнения плоскости, приближенно описывающей поверхность дна вблизи ПР, необходимо минимизировать значение суммы квадратов отклонений всех измеряемых доплеровским лагом значений z_i от значений, вычисляемых с помощью уравнения (2):

$$z(x_i, y_i) = A^*x_i + B^*y_i + C^*.$$

Для этого необходимо определить параметры A^*, B^*, C^* при неизменном выполнении условия:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n [z_i - z(x_i, y_i)]^2 = \\ & = \sum_{i=1}^n [z_i - A^*x_i - B^*y_i - C^*]^2 \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (3)$$

В работе [15] показано, что необходимым условием выполнения требования (3) является обращение в ноль частных производных функции нескольких переменных (3) по каждому из параметров A^*, B^*, C^* . Продифференцировав выражение (3) по каждому из неизвестных параметров и приравняв нулю полученные выражения, сформируем систему трех уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sum_{i=1}^n [z_i - A^*x_i - B^*y_i - C^*]^2}{\partial A^*} = 0; \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^n [z_i - A^*x_i - B^*y_i - C^*]^2}{\partial B^*} = 0; \\ \frac{\partial \sum_{i=1}^n [z_i - A^*x_i - B^*y_i - C^*]^2}{\partial C^*} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

После вынесения в правые части свободных членов система (4) преобразуется к виду

$$\begin{cases} A^* \sum_{i=1}^n x_i^2 + B^* \sum_{i=1}^n x_i y_i + C^* \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n z_i x_i, \\ A^* \sum_{i=1}^n x_i y_i + B^* \sum_{i=1}^n y_i^2 + C^* \sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n z_i y_i, \\ A^* \sum_{i=1}^n x_i + B^* \sum_{i=1}^n y_i + n C^* = \sum_{i=1}^n z_i. \end{cases} \quad (5)$$

Решая систему (5) линейных неоднородных уравнений методом Крамера [16], найдем искомые параметры A^* , B^* , C^* в виде

$$A^* = \frac{n \sum_{i=1}^n z_i x_i \sum_{i=1}^n y_i^2 + \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n z_i + \sum_{i=1}^n z_i y_i \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n z_i \sum_{i=1}^n y_i^2 \sum_{i=1}^n x_i - n \sum_{i=1}^n z_i y_i \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n z_i x_i \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \sum_{i=1}^n y_i^2 - n \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \sum_{i=1}^n x_i^2}; \quad (6)$$

$$B^* = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n z_i y_i + \sum_{i=1}^n z_i x_i \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n z_i \sum_{i=1}^n x_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \sum_{i=1}^n z_i y_i - n \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n z_i x_i - \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n z_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \sum_{i=1}^n y_i^2 - n \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \sum_{i=1}^n x_i^2}; \quad (7)$$

$$C^* = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2 \sum_{i=1}^n z_i + \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n z_i y_i \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n z_i x_i \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i^2 \sum_{i=1}^n z_i x_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right)^2 \sum_{i=1}^n z_i - \sum_{i=1}^n z_i y_i \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \sum_{i=1}^n y_i^2 - n \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right)^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (8)$$

и, преобразовав выражение (2) с параметрами (6)–(8) к стандартному виду

$$A^*x + B^*y - z + C^* = 0, \quad (9)$$

получим уравнение плоскости, характеризующей пространственную ориентацию поверхности дна вблизи ПР. Для определения взаимного расположения ПР и усредненной плоскости поверхности дна приведем ее стандартное уравнение (9) к нормальному виду [14], умножив его левую и правую части на

$$\text{нормирующий множитель } \text{sign}(C^*) \frac{1}{\sqrt{A^{*2} + B^{*2} + 1}} : \\ A_n x + B_n y + C_n z = p. \quad (10)$$

Выражение (10) определяет плоскость, удаленную от начала СК $X^*Y^*Z^*$ на расстояние $p = \text{sign}(C^*) \times \frac{C^*}{\sqrt{A^{*2} + B^{*2} + 1}}$ в направлении единичного нор-

мального вектора плоскости $n = [A_n, B_n, C_n]^T \in R^3$, где

$$A_n = \text{sign}(C^*) \frac{A^*}{\sqrt{A^{*2} + B^{*2} + 1}}, \quad B_n = \text{sign}(C^*) \frac{B^*}{\sqrt{A^{*2} + B^{*2} + 1}},$$

$$C_n = \text{sign}(C^*) \frac{-1}{\sqrt{A^{*2} + B^{*2} + 1}} \text{ — направляющие ко-}$$

синусы вектора n .

Особенности подхода ПР к поверхности дна в зоне работ

При подходе ПР к поверхности дна необходимо выполнить оценку его сложности в зоне работ и принять решение о пригодности указанного релье-

фа для безаварийного решения поставленных манипуляционных задач.

Гидроакустические антенны доплеровских лагов расположены под углом σ (как правило, $\sigma = 30^\circ$) к их продольным осям. В процессе сближения ПР с поверхностью дна они обновляют значения массивов точек, принадлежащих этой поверхности, несколько раз в секунду, обновляя с такой же частотой коэффициенты уравнения плоскости (9).

При сближении ПР с дном область донной поверхности, охватываемая лучами доплеровского лага, уменьшается, и коэффициенты уравнения (9), обновляемые с каждым измерением лага, также изменяются с уменьшением области. Как показали исследования, оценки этих изменений в некоторой ограниченной рабочей зоне измерения в процессе погружения ПР целесообразно проводить с зафиксированным углом курса начиная с момента выполнения условия $p \leq 10L$, где L — максимально возможное расстояние между точкой C ПР и рабочим органом ПМ.

Согласно выражению (10) вектор $n_{pk} = [A_{nk}, B_{nk}, C_{nk}]^T \in R^3$ определяет пространственную ориентацию плоскости дна (9) в СК $X^*Y^*Z^*$ для k -го измерения всех антенн лага, $k = \overline{1, r}$, где r — число измерений. Поэтому для оценки сложности рельефа дна можно ориентироваться на изменение значений углов $\alpha_k = \arccos(A_{nk})$, $\beta_k = \arccos(B_{nk})$ и $\gamma_k = \arccos(C_{nk})$, образуемых вектором n_{pk} с соответствующими осями СК $X^*Y^*Z^*$.

Экспериментальные исследования показали, что для донной поверхности без существенных неровностей, пригодной для выполнения манипуля-

ционных операций, обычно выполняются следующие условия:

$$\alpha_{k \max} - \alpha_{k \min} \leq 15^\circ; \quad (11)$$

$$\beta_{k \max} - \beta_{k \min} \leq 15^\circ; \quad (12)$$

$$\gamma_{k \max} - \gamma_{k \min} \leq 15^\circ \quad (13)$$

для всех r измерений при заглублении ПР со стабилизируемым углом курса. Если хотя бы одно из условий (11)–(13) не выполняется, то принимается решение о прекращении выполнения спуска в этой зоне.

Отметим, что в данной статье рассматривается ПР с автоматически стабилизируемыми при нулевых значениях углами крена и дифферента. Эта стабилизация обеспечивается введением его ненулевой метацентрической высоты. В указанном ПР не предусматривается управление креном и дифферентом. Это упрощает его конструкцию и систему управления. Кроме того, поскольку рабочая зона ПМ, закрепленного на ПР, всегда расположена в его передней полусфере, где устанавливаются основные сенсоры, видеокамеры, фонари и другое оборудование, то после подхода и остановки ПР вблизи дна (в зоне работ) ось X^* должна быть всегда направлена в сторону подъема плоскости (9). Это позволяет устранить столкновение ПР с дном, улучшить обзор зоны работ и сохранить большую рабочую зону ПМ.

Таким образом, при подходе ПР к зоне работ он всегда должен быть сориентирован в направлении вектора $n_p^* = [A_n, B_n, 0]^T \in R^3$, изображенного на рис. 1, который является проекцией на плоскость SX^*Y^* вектора n_p — нормали к плоскости (9). Искомый угол θ необходимого разворота ПР относи-

тельно оси Z^* (между вектором n_p^* и вектором $X^* = [1, 0, 0] \in R^3$) определяется по выражениям

$$\theta = \arccos\left(\frac{n_p^* X^*}{|n_p^*| |X^*|}\right) \text{ при } B_n > 0;$$

$$\theta = -\arccos\left(\frac{n_p^* X^*}{|n_p^*| |X^*|}\right) \text{ при } B_n < 0.$$

При выполнении условий (11)–(13) и сближении с донной поверхностью до расстояния $p \leq 2L$ ПР, как уже отмечалось выше, должен прекратить заглубление и развернуться на угол θ .

Формирование траекторий движения ПМ при выполнении операций взятия проб грунта

Место зависания и автоматической стабилизации [4, 7–11] ПР над дном должно быть достаточно близко к дну, чтобы рабочая зона ПМ позволяла ему правильно взять пробу грунта, но в то же время далеко от дна, чтобы избежать столкновений с грунтом и не приводить к взмучиванию придонного слоя. При сложном рельефе дна автоматически выбрать это место непросто.

Поскольку гидроакустические антенны большинства доплеровских лагов имеют наклоны 60° к плоскости X^*SY^* , то для определения плоскости (9) усредненная поверхность дна должна иметь наклон к горизонту, не превышающий 50° . С учетом того, что продольная ось ПР при его стабилизации направлена в сторону подъема поверхности морского дна, необходимо иметь рабочую зону ПМ, в которой пробоотборник может быть сориентирован перпендикулярно поверхности дна. Для упрощения определения и задания эту рабочую зону можно

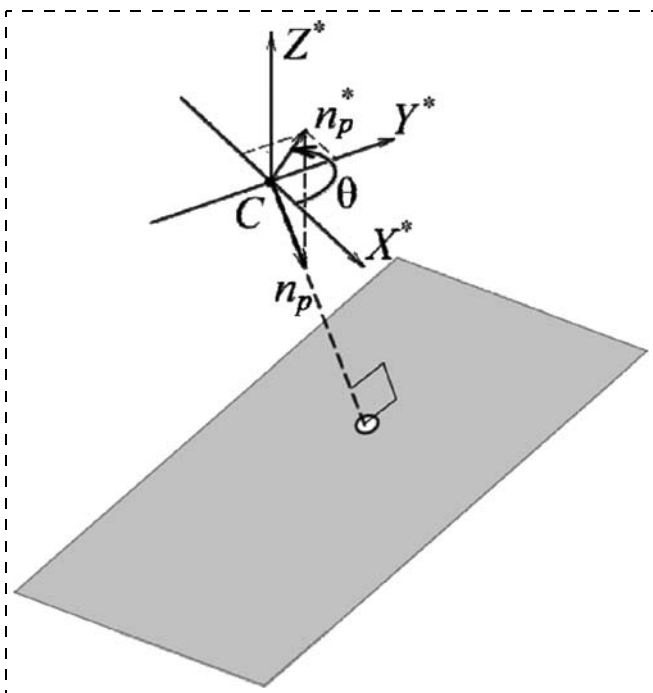


Рис. 1. Определение ориентации ПР при его движении в зону работ

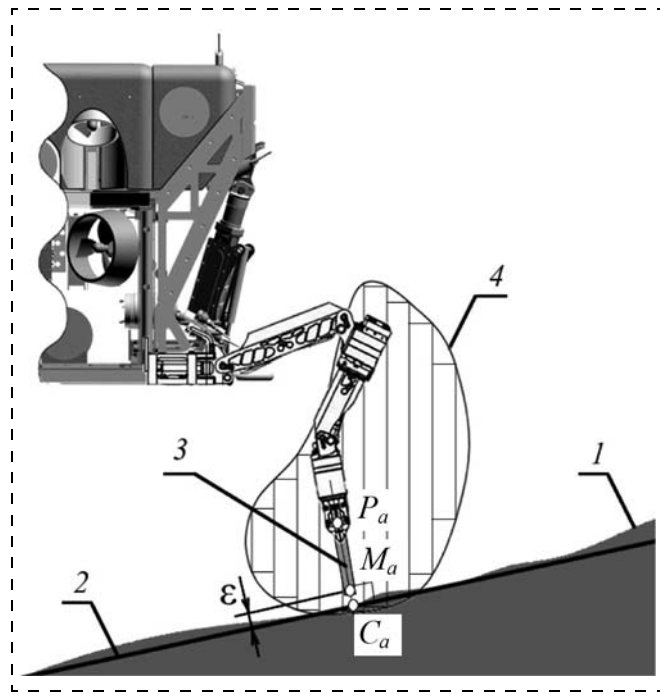


Рис. 2. Схема выполнения манипуляционной операции

представить в виде конечного числа s вписанных в нее сегментов, имеющих форму параллелепипедов с одинаковыми основаниями и осями, параллельными оси Z^* СК $X^*Y^*Z^*$. Величина s выбирается с учетом размеров рабочей зоны, габаритных размеров пробоотборников и числа проб, которые требуется взять.

Разбитая на сегменты рабочая зона ПМ показана на рис. 2, где введены следующие обозначения: 1 — реальная поверхность дна; 2 — плоскость, аппроксимирующая поверхность дна 1; P_a — точка подхода рабочего органа ПМ, из которой начинается погружение пробоотборника 3 длиной h в грунт перпендикулярно плоскости 2 до точки M_a , в которой пробоотборник максимально погружен; C_a — точка пересечения вертикальной оси сегмента $a = \overline{1, s}$ и плоскости 2 донной поверхности; 4 — рабочая зона ПМ.

Для каждого сегмента a известны координаты x_{ca} и y_{ca} пересечения его вертикальной оси с плоскостью X^*CY^* . Выразив z из выражения (9), найдем координату z_{ca} точки C_a пересечения вертикальной оси сегмента a с плоскостью (9) по формуле

$$z_{ca} = z(x_{ca}, y_{ca}) = A^*x_{ca} + B^*y_{ca} + C^*.$$

Точка C_a с координатами (x_{ca}, y_{ca}, z_{ca}) будет принадлежать рабочей зоне ПМ, если выполняется условие:

$$z_{ca} > z_{ca \min}, \quad (14)$$

где $z_{ca \min}$ — координата нижнего основания сегмента a .

ПР должен перемещаться в направлении дна до тех пор, пока не появится точка C_a , удовлетворяющая условию (14). После заглубления ПР должен быть стабилизирован в режиме зависания [4, 7–11]. Если требуется взять q проб, то ПР необходимо заглублять до появления точек C_a в q сегментах, удовлетворяющих условию (14).

После стабилизации ПР в режиме зависания ПМ начинает погружать пробоотборник в грунт перпендикулярно идентифицированной донной поверхности, а затем извлекает его и помещает в контейнер.

В результате траекторию движения ПМ можно представить в виде последовательности переходов его рабочего органа из исходного транспортного положения в точку подхода P_a , затем перемещение параллельно вектору n_p на величину заглубления h в точку M_a , в которой пробоотборник максимально погружен в грунт. Точка P_a формируется с учетом значения ε (рис. 2), позволяющей исключить возможный контакт пробоотборника с поверхностью неровного дна при переходе рабочего органа ПМ из исходного положения в эту точку:

$$P_a = C_a - n_p(h + \varepsilon).$$

Точка P_a должна обязательно располагаться в рабочей зоне ПМ. Координаты точки M_a рассчитываются по формуле:

$$M_a = P_a + n_ph.$$

При извлечении пробоотборника рабочий орган ПМ, не меняя свою ориентацию, переходит сначала в точку P_a , а затем в исходное положение, помещая пробоотборник в контейнер.

Результаты морских испытаний

Для исследования работоспособности и особенностей функционирования синтезированной на основе предложенного подхода системы управления были выполнены морские испытания в глубоководной экспедиции в Беринговом море с ПР Sub-Atlantic Comanche 18, оснащенный ПМ Schilling Orion 7P (рис. 3).

Во время экспедиции выполнялось комплексное исследование экосистем гидротермальных полей подводного вулкана Пийпа и подводных гор северо-западной части Тихого океана. Подводные работы велись на глубинах от 345 до 4273 м и включали в себя видеосъемку и взятие различных проб грунта с использованием грунтоотборных трубок с обратными клапанами на верхних концах (рис. 4).

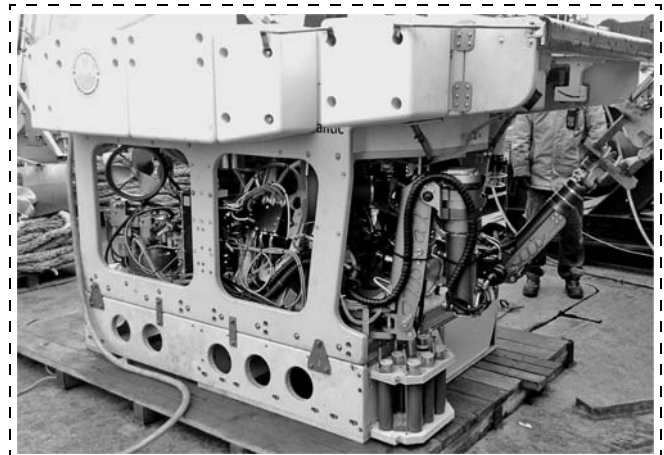


Рис. 3. ПР Comanche 18

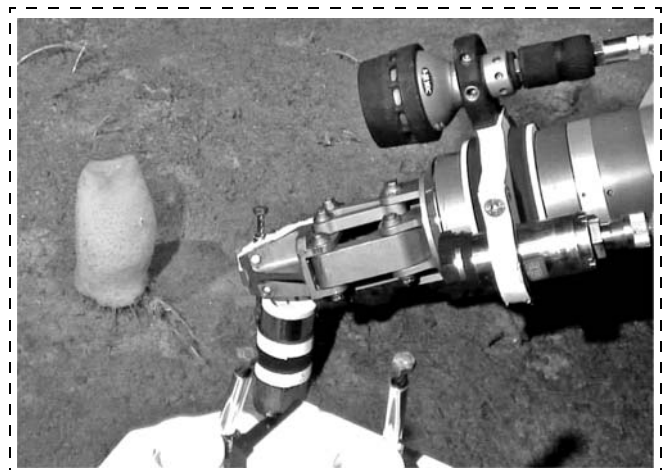


Рис. 4. Отбор проб грунта

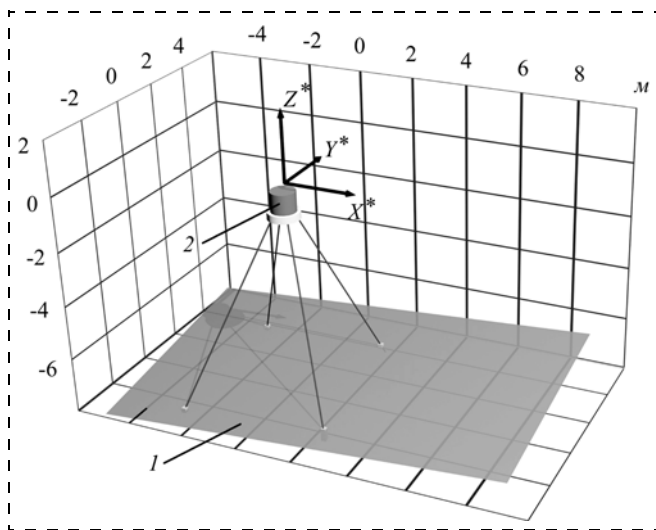


Рис. 5. Результаты экспериментальных исследований

Эксперимент выполнялся с использованием доплеровского лага Navigator Teledyne RD Instruments, измеряющего расстояние до дна вдоль осей четырех гидроакустических антенн, величина $L = 3,4$ м для ПР Comanche 18. В процессе погружения ПР с расстояния $10L$ до плоскости дна коэффициенты уравнения (10) обновлялись с частотой измерений доплеровского лага 5 Гц. При этом ПР имел фиксированный курс 12° . На расстоянии ПР $10L$ от дна плоскость поверхности дна, описываемая уравнением (10), имела коэффициенты: $A_n = 0,114$; $B_n = 0,093$; $C_n = -0,989$; $p = 33,451$, а вектор n_{pk} — углы $\alpha_k = 83,5^\circ$; $\beta_k = 84,7^\circ$ и $\gamma_k = 171,6^\circ$ с соответствующими осями СК $X^*Y^*Z^*$ (см. рис. 1).

На рис. 5 в СК $X^*Y^*Z^*$ изображена плоскость 1, измеренная лагом 2 ПР на расстоянии $2L$ от плоскости дна, которая описана уравнением (10) с коэффициентами $A_n = 0,072$; $B_n = 0,055$; $C_n = -0,996$; $p = 6,825$. Вектор n_{pk} с соответствующими осями СК $X^*Y^*Z^*$ образует углы $\alpha_k = 85,9^\circ$; $\beta_k = 86,8^\circ$ и $\gamma_k = 174,8^\circ$. Для ориентации продольной оси ПР в сторону подъема плоскости дна ему нужно было дополнительно развернуться на угол $\theta = 37,59^\circ$.

При погружении ПР с расстояния $10L$ до $2L$ от дна максимальные изменения углов α_k , β_k , γ_k не превышали 5° . Поэтому условия (11)—(13) не нарушались. Измерения показали, что донная поверхность не имеет существенных неровностей и пригодна для выполнения манипуляционных операций. Всего было совершено несколько десятков успешных погружений с забором образцов донного грунта, при которых условия (11)—(13) всегда выполнялись.

Заключение

В работе рассмотрен подход к построению системы управления, которая в автоматическом режиме с помощью доплеровского лага определяет расположение донной поверхности относительно ПР и обеспечивает его погружение с забором проб

донного грунта бортовым многозвенным ПМ. Для автоматического взятия проб грунта и образцов геологических пород с донной поверхности предложен алгоритм, позволяющий формировать пространственные траектории движения рабочих инструментов ПМ на основе информации о непрерывно уточняемой модели поверхности дна и о форме рабочих зон этих ПМ.

Для исследования разработанной системы и алгоритма управления выполнены морские испытания, результаты которых подтвердили ее эффективность и простоту практической реализации.

Список литературы

1. Farivarnejad H., Moosavian S. Multiple impedance control for object manipulation by a dual arm underwater vehicle—manipulator system // *Ocean Engineering*. 2014. P. 82—98.
2. Simetti E., Casalino G. Whole body control of a dual arm underwater vehicle manipulator system // *Annual Reviews in Control* 40. 2015. P. 191—200.
3. Marani G., Choi S. K., Yuh J. Underwater autonomous manipulation for intervention missions AUVs // *Ocean Engineering*. 2009. Vol. 36, N. 1. P. 15—23.
4. Филаретов В. Ф., Юхимец Д. А. Особенности синтеза высокоточных систем управления скоростным движением и стабилизацией подводных аппаратов в пространстве. Владивосток: Дальнаука, 2016. 400 с.
5. Scherbatyuk A., Dubrovin F. Development of Algorithms for an Autonomous Underwater Vehicle Navigation with a Single Mobile Beacon: The Results of Simulations and Marine Trials // *Proc. of the XXIIth International Conference on Integrated Navigation Systems*, Saint Petersburg, Russia. 2015. P. 144—152.
6. Boreyko A., Scherbatyuk A., Moun S. Precise UUV positioning based on images processing for underwater construction inspection // *Proc. of the ISOPE Pacific / Asia Offshore Mechanics Symposium*, Bangkok, Thailand. 2008. P. 14—20.
7. Filaretov V. F., Konoplin A. Yu. System of Automatic Stabilization of Underwater Vehicle in Hang Mode with Working Multilink Manipulator // *Intern. IEEE Conf. on Computer, Control, Informatics and Its Applications*. Bandung, Indonesia. 2015. P. 132—137.
8. Филаретов В. Ф., Коноплин А. Ю. Система автоматической стабилизации подводного аппарата в режиме зависания при работающем многозвенном манипуляторе. Часть 1 // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2014. № 6. С. 53—56.
9. Филаретов В. Ф., Коноплин А. Ю. Система автоматической стабилизации подводного аппарата в режиме зависания при работающем многозвенном манипуляторе. Часть 2 // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2014. № 7. С. 29—34.
10. McLain T. W., Rock S. M., Lee M. J. Experiments in the coordinated control of an underwater arm/vehicle system // *Autonomous Robots*. 1996. Vol. 3, N. 2—3. P. 213—232.
11. Mohan S. Investigation into the Dynamics and Control of an Underwater Vehicle-Manipulator System // *Modelling and Simulation in Engineering*. Vol. 2013, 2013, Article ID 839046. 13 pages. URL: <http://dx.doi.org/10.1155/2013/839046>.
12. Filaretov V. F., Konoplin A. Yu. System of Automatically Correction of Program Trajectory of Motion of Multilink Manipulator Installed on Underwater Vehicle // *Procedia Engineering*. 2015. Vol. 100. P. 1441—1449.
13. Faria R. O., Kucharczak F., Freitas G. M., Leite A. C., Lizarralde F., Galassi M., From P. J. A Methodology for Autonomous Robotic Manipulation of Valves Using Visual Sensing // *2nd IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production*. Brazil, IFAC-Papers OnLine. 2015. Vol. 48, Iss. 6. P. 221—228.
14. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973. 832 с.
15. Ферстер Э., Ренц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа. М.: Финансы и статистика, 1983. 304 с.
16. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры. М.: Наука, 1970. 400 с.

A System for an Automatic Implementation of the Manipulative Operations by Means of the Underwater Robots

V. F. Filaretov^{1,3}, filaretov@inbox.ru, A. Yu. Konoplin^{2,3}, konoplin@marine.febras.ru✉, N. Yu. Konoplin^{2,3},

¹ Institute of Automation and Control Processes, Vladivostok, 690041, Russian Federation

² Institute of Marine Technology Problems, FEB RAS, Vladivostok, 690091, Russian Federation

³ Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690091, Russian Federation

Corresponding author: **Konoplin Aleksandr Yu.**, Ph. D., Head of Laboratory, Institute of Marine Technology Problems, FEB RAS, Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690091, Russian Federation, e-mail: konoplin@marine.febras.ru

Received on February 15, 2017

Accepted on March 03, 2017

This paper presents the questions of development and research of the new synthesis method of a control system for the autonomous and remotely controlled underwater robots equipped with underwater multilink manipulators. This system was designed for implementation of the widely used underwater research manipulative operations in an automatic mode. Some of them are: taking soil samples and geological rocks, determination of the composition and density of the soil with special probes and drills, taking precipitation samples with the hermetically sealed soil tubes, measurements by means of the thermistor sensors in different layers of the sedimentary soil. A control system based on the proposed method was developed. In an automatic mode, this system determines location of the bottom surface in relation to the underwater robot by means of the onboard multi-beam hydroacoustic sonar. During a robot's immersion, the developed system evaluates the complexity of the bottom relief in the working area and takes decisions on the suitability of the said relief for a trouble-free implementation of the specified manipulative tasks. Also, the proposed system determines a robot's spatial orientation and the position for the most efficient and safe manipulation operations. The algorithm for formation of the spatial trajectories of the multilink underwater manipulator's working tools was proposed. These trajectories are formed with account of the borders of the manipulator's workspace, where a sampling device can be oriented perpendicular to the bottom surface. This algorithm uses information about the continuously updated model of the bottom surface. The experimental tests of the synthesized control system were done in a deep-sea expedition for research of its operability and functioning features. The experiment results proved the efficiency and simplicity of a practical realization of the proposed system.

Keywords: control system, underwater robot, multilink manipulator, automatic mode, Doppler log, deep-sea research

Acknowledgements: The work was carried out within the framework of RFBR grants of 16-29-04195 Ofi_m and 16-38-00488 Mol_a.

For citation:

Filaretov V. F., Konoplin A. Yu., Konoplin N. Yu. A System for an Automatic Implementation of the Manipulative Operations by Means of the Underwater Robots, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 8, pp. 543–549.

DOI: 10.17587/mau.18.543-549

References

1. Farivarnejad H., Moosavian S. Multiple impedance control for object manipulation by a dual arm underwater vehicle—manipulator system, *Ocean Engineering*, 2014, pp. 82–98.
2. Simetti E., Casalino G. Whole body control of a dual arm underwater vehicle manipulator system, *Annual Reviews in Control*, 2015, vol. 40, pp. 191–200.
3. Marani G., Choi S. K., and Yuh J. Underwater autonomous manipulation for intervention missions AUVs, *Ocean Engineering*, 2009, vol. 36, no. 1, pp. 15–23.
4. Filaretov V. F., Juhimec D. A. *Osobennosti sinteza vysokotochnykh sistem upravleniya skorostnym dvizheniem i stabilizatsiej podvodnykh apparatov v prostranstve* (Synthesis features of high-precision control systems for underwater vehicles high-speed movement and stabilization in space), Vladivostok, Dal'nauka, 2016, 400 p. (in Russian).
5. Scherbatyuk A., Dubrov F. Development of Algorithms for an Autonomous Underwater Vehicle Navigation with a Single Mobile Beacon: The Results of Simulations and Marine Trial, *Proc. of the XIIth International Conference on Integrated Navigation Systems*, Saint Petersburg, Russia, 2015, pp. 144–152.
6. Boreyko A., Scherbatyuk A., Moun S. Precise UUV positioning based on images processing for underwater construction inspection, *Proc. of the ISOPE Pacific / Asia Offshore Mechanics Symposium*, Bangkok, Thailand, 2008, pp. 14–20.
7. Filaretov V. F., Konoplin A. Yu. System of Automatic Stabilization of Underwater Vehicle in Hang Mode with Working Multi-

link Manipulator, *Intern. IEEE Conf. on Computer, Control, Informatics and Its Applications*, Bandung, Indonesia, 2015, pp. 132–137.

8. Filaretov V. F., Konoplin A. Yu. *Sistema avtomaticheskoy stabilizatsii podvodnogo apparata v rezhime zavisaniya pri rabotajushhem mnogozvennom manipulyatore. Chast' 1* (System of Automatic Stabilization of Underwater Vehicle in Hang Mode with Working Multilink Manipulator. Part 1), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 6, pp. 53–56 (in Russian).

9. Filaretov V. F., Konoplin A. Yu. *Sistema avtomaticheskoy stabilizatsii podvodnogo apparata v rezhime zavisaniya pri rabotajushhem mnogozvennom manipulyatore. Chast' 2* (System of Automatic Stabilization of Underwater Vehicle in Hang Mode with Working Multilink Manipulator. Part 2), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 7, pp. 29–34 (in Russian).

10. McLain T. W., Rock S. M., Lee M. J. Experiments in the coordinated control of an underwater arm/vehicle system, *Autonomous Robots*, 1996, vol. 3, no. 2–3, pp. 213–232.

11. Mohan S. Investigation into the Dynamics and Control of an Underwater Vehicle-Manipulator System, *Modelling and Simulation in Engineering*, 2013, Vol. 2013, Article ID 839046, 13 pages, available at <http://dx.doi.org/10.1155/2013/839046>.

12. Filaretov V. F., Konoplin A. Yu. System of Automatically Correction of Program Trajectory of Motion of Multilink Manipulator Installed on Underwater Vehicle, *Procedia Engineering*, 2015, Vol. 100, pp. 1441–1449.

13. Faria R. O., Kucharczak F., Freitas G. M., Leite A. C., Lizarralde F., Galassi M., From P. J. A Methodology for Autonomous Robotic Manipulation of Valves Using Visual Sensing, *2nd IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production*, Brazil, IFAC-Papers OnLine, 2015, Vol. 48, Issue 6, pp. 221–228.

14. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlja nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* (Mathematical handbook for scientists and engineers). Moscow, Nauka, 1973. 832 p. (in Russian).

15. Ferster Je., Renc B. *Metody korrelyatsionnogo i regressionnogo analiza* (Methods of correlation and regression analysis), Moscow, Finansy i statistika, 1983, 304 p. (in Russian).

16. Mal'cev A. I. *Osnovy lineinoj algebry* (Fundamentals of linear algebra), Moscow, Nauka, 1970. 400 p. (in Russian).

В. В. Инсаров, д-р техн. наук, зам. начальника подразделения, wiliam@gosniias.ru,
В. А. Сафонов, инженер, vladislav.safonov@gosniias.ru, **С. В. Тихонова**, вед. инженер, svetico@yandex.ru,
Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, Москва

Использование безэталонных метрик для оценки качества текущих изображений многообъектных стационарных наземных сцен. Часть 1*

Рассматривается представительный набор безэталонных метрик оценки качества изображения, подразделенный на три класса: метрики, основанные на вычислениях производных яркостей, на статистической обработке изображений, на вычислениях различных преобразований изображений (вейвлет-преобразования, дискретные косинусные преобразования и Фурье-преобразования). Приведен пример значений метрик применительно к полутоновым изображениям многообъектных наземных сцен промышленно-городской застройки.

Ключевые слова: обработка изображений, оценка качества изображений, безэталонные метрики, многообъектные стационарные сцены, влияние погодных и временных условий, состава сцены, корреляционные взаимосвязи

Введение

В современном мире к беспилотным летательным аппаратам (БПЛА) предъявляются жесткие требования как по кругу решаемых задач, так и по условиям, в которых они должны работать. К задачам, которые должны решать БПЛА, можно отнести все виды мониторинга объектов инфраструктуры наземных сцен, например типа промышленно-городской застройки, состояния газо- и нефтепроводов, объектов мобильной связи, проведения миротворческих операций и т.д. и т.п. Требования, связанные с условиями применения, включают в себя возможности автоматического управления БПЛА, работу в разное время суток и в разных погодных условиях, работу при наличии естественных и искусственных помех разной природы и т.д.

Для удовлетворения всех этих требований на борту БПЛА должны быть реализованы технические средства для получения и обработки информации об окружающей среде. При этом все операции, связанные с получением, обработкой информации и принятием решений о дальнейших действиях, должны происходить в реальном или близком к реальному масштабе времени.

Одним из таких технических средств получения и обработки информации является система технического зрения (СТЗ). В качестве входной информации в такой системе, как правило, используется полутоновое текущее изображение (ТИ) наземной многообъектной стационарной сцены, получаемое в процессе полета. Одной из начальных операций,

проводимых с этим изображением, является оценка его качества для принятия решения о принципиальной возможности или невозможности его использования в дальнейших операциях обработки, о выборе процедур такой обработки. Предварительная оценка качества изображения позволяет существенно сократить вычислительные ресурсы при решении задач обнаружения, распознавания и селекции объектов наземных сцен.

Для оценки качества поступающей информации используются различного рода метрики, которые можно подразделить на несколько групп:

- эталонные метрики (full-reference, FR), в которых используется некоторый эталон для вычисления меры степени сходства характеристик исходного изображения и характеристик этого эталона;
- псевдоэталонные (reduce-reference, RR) метрики, в которых используется некоторая априорная информация, например математическое ожидание и дисперсия изображения;
- безэталонные метрики (non-reference), в которых не предполагается наличие какой-либо дополнительной информации о текущем изображении.

Специфика решения задач оценки качества текущих изображений многообъектных стационарных наземных сцен состоит в том, что для рассматриваемых изображений характерно большое разнообразие сцен (городские застройки, промышленные зоны, объекты военной техники и т.д.), различие регистрирующих устройств (телевизионные (ТВ), тепловизионные (ТПВ) датчики и т.д.), изменчивость погодных и временных условий, наличие естественных и искусственных помех.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 17-08-00584 а.

Ранее в работах [1–3] были рассмотрены вопросы, связанные с получением качественной оценки текущих изображений с помощью преимущественно эталонных метрик.

Использование эталонных или псевдоэталонных метрик для оценки вышеописанных изображений сопряжено со многими трудностями. Для эталонных метрик это относится к возможности получения эталона и его выбора, для псевдоэталонных метрик трудности связаны с получением априорной информации.

Этих недостатков лишены безэталонные метрики, использующие только само изображение в различных его представлениях: в виде поля яркости, полей градиентов, Лапласиана, дискретного косинусного и Фурье-преобразования, статистических полей и т.д.

Данная работа состоит из двух частей. В первой части рассматривается набор безэталонных метрик [4–7] оценки качества изображения. Во второй части рассматривается чувствительность безэталонных метрик к изменениям на изображениях, вызванным погодными условиями и временами суток, типом и составом сцены, типом регистрирующих датчиков изображений (ТВ и ТПВ датчики), а также к изменениям изображений, связанным с наличием шумов и с размытием. Рассматриваются корреляционные зависимости метрик внутри класса и между классами.

Описание безэталонных метрик для оценки качества изображений

Рассматриваемый набор безэталонных метрик предлагается разделить на три класса: метрики, основанные на вычислениях производных яркостей; основанные на статистической обработке изображений; основанные на вычислении различных преобразований изображений, таких как вейвлет-преобразования, дискретные косинусные преобразования (ДКП) и Фурье-преобразования.

Примем следующие обозначения $I(x, y)$ — матрица текущего полутонового изображения; x, y — пространственные переменные; M, N — горизонтальный (число строк) и вертикальный (число столбцов) размеры текущего изображения соответственно.

Метрики, основанные на вычислении производной изображения

Энергия градиента (GRAE). В качестве метрики рассматривается сумма квадратов отклонений в горизонтальном ($I_x(x, y)$) и вертикальном ($I_y(x, y)$) направлениях:

$$M_{GRAE} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^{M-1} \sum_{y=1}^{N-1} (I_x(x, y)^2 + I_y(x, y)^2),$$

где $I_x(x, y) = I(x, y) - I(x+1, y)$, $I_y(x, y) = I(x, y) - I(x, y+1)$.

Пороговый абсолютный градиент (GRAT). Метрика основана на суммировании абсолютных значений градиента $|I_x(x, y)|$ (и/или $|I_y(x, y)|$), удовлетворяющих условию $|I_x(x, y)| \geq T$, где T — заданный порог, т.е.

$$M_{GRAT} = \frac{1}{Z} \sum_{x=1}^{M-1} \sum_{y=1}^{N-1} |I_x(x, y)|,$$

где Z — число пикселей, прошедших порог.

В работе рассматриваются градиенты в горизонтальном и вертикальном направлениях, из которых при суммировании учитывается максимальный.

Квадрат градиента (GRAS). Рассматривается сумма квадратов градиентов $I_x(x, y)$:

$$M_{GRAS} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^{M-1} \sum_{y=1}^{N-1} I_x(x, y)^2.$$

Пространственная частота (SFRQ). Пространственная частота вычисляется следующим образом:

$$M_{SFRQ} = \sqrt{RF^2 + CF^2},$$

где

$$RF = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=2}^N [I(x, y) - I(x, y-1)]^2};$$

$$CF = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=2}^N [I(x, y) - I(x-1, y)]^2}.$$

Фокусное измерение Бреннера (BREN). В основе метрики лежит вычисление разности между пикселем и его соседом в горизонтальном или вертикальном направлении, находящимся на расстоянии в 2 пикселя, т.е.

$$M_{BREN} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^{M-2} \sum_{y=1}^{N-1} |I(x, y) - I(x+2, y)|^2,$$

где $I(x, y)$ — значение яркости в точке (x, y) .

В данной работе рассматривается разность в двух направлениях, и при суммировании выбирается максимальное значение.

Контраст изображения (CONT). Метрика вычисляется как среднее значение контрастов $C(x, y)$ изображения, т.е.

$$M_{CONT} = \frac{1}{MN} \sum_{x=2}^{M-1} \sum_{y=2}^{N-1} C(x, y),$$

где значение контраста $C(x, y)$ для каждой точки (x, y) изображения $I(x, y)$ вычисляется по формуле

$$C(x, y) = \sum_{i=x-1}^{x+1} \sum_{j=y-1}^{y+1} |I(x, y) - I(i, j)|.$$

Среднее значение Хелмли и Шерера (HELM).

Для изображения $I(x, y)$ метрика вычисляется следующим образом:

$$M_{HELM} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N R(x, y),$$

где

$$R(x, y) = \begin{cases} \frac{\mu(x, y)}{I(x, y)} & \text{при } \mu(x, y) \geq I(x, y); \\ \frac{I(x, y)}{\mu(x, y)} & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

$\mu(x, y)$ — среднее значение для окна с центром в точке с координатами (x, y) и размером по горизонтали и вертикали 15×15 пикселей.

Измерения, основанные на локальных бинарных шаблонах (LBPA). Метрика, основанная на локальных бинарных шаблонах (ЛБШ), вычисляется следующим образом:

$$M_{LBPA} = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} LBP_{contrast}(x, y),$$

где $LBP_{contrast}(x, y) = \sum_{k=0}^7 S(I_k - I(x, y))$ вычисляется

для окна 3×3 с центром в точке $I(x, y)$; I_k — интенсивность k -го пикселя из восьми рассматриваемых;

$$S(p) = \begin{cases} 1 & \text{при } p \geq 0 \\ 0 & \text{при } p < 0. \end{cases}$$

Производная функции Гаусса (GDER). Данная метрика основана на вычислении свертки изображения с производными двумерной функции Гаусса, т.е.

$$M_{GDER} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (I(x, y) \Gamma_x(x, y))^2 + (I(x, y) \Gamma_y(x, y))^2,$$

где $\Gamma_x(x, y)$, $\Gamma_y(x, y)$ — первые частные производные функции Гаусса по компонентам x и y соответственно:

$$\Gamma_x(x, y) = \frac{-x}{\sigma^2} \Gamma(x, y, \sigma); \quad \Gamma_y(x, y) = \frac{-y}{\sigma^2} \Gamma(x, y, \sigma),$$

$$\Gamma(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right).$$

Управляемые фильтры (SFIL). Метрика вычисляется по формуле

$$M_{SFIL} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N I_f(x, y),$$

где

$$I_f(x, y) = \max\{R_{(x, y)}^{\theta_1}, R_{(x, y)}^{\theta_2}, \dots, R_{(x, y)}^{\theta_n}\},$$

$$R^{\theta_n} = \cos(\theta_n)(I(x, y)\Gamma_x(x, y)) + \sin(\theta_n)(I(x, y)\Gamma_y(x, y)).$$

Мера кривизны изображения (CURV). Метрика основана на аппроксимации изображения $I(x, y)$ некой средней поверхностью, кривизна которой рассматривается как мера качества изображения:

$$M_{CURV} = |c_0| + |c_1| + |c_2| + |c_3|,$$

где c_0, c_1, c_2, c_3 — коэффициенты аппроксимирующей поверхности, которая задана следующим образом: $f(x, y) = c_0x + c_1y + c_2x^2 + c_3y^2$. Коэффициенты c_0, c_1, c_2, c_3 вычисляются с помощью свертки исходного изображения $I(x, y)$ с масками M_1, M_2 :

$$c_0 = M_1 I(x, y); \quad c_1 = M_1^T I(x, y);$$

$$c_2 = \frac{3}{2} M_2 I(x, y) - M_2^T I(x, y);$$

$$c_3 = \frac{3}{2} M_2^T I(x, y) - M_2 I(x, y);$$

$$M_1 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Метрика Tenengrad (TENG). Вычисляется среднее значение суммы квадратов градиентов изображения в горизонтальном $G_x(x, y)$ и вертикальном $G_y(x, y)$ направлениях:

$$M_{TENG} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (G_x(x, y)^2 + G_y(x, y)^2),$$

где градиенты $G_x(x, y)$, $G_y(x, y)$ вычисляются с помощью свертки исходного изображения $I(x, y)$ и оператора Собеля O_S , т.е.

$$G_x(x, y) = I(x, y) O_S, \quad G_y(x, y) = I(x, y) O_S^T;$$

$$O_S = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Дисперсия Tenengrad (TENV). Вычисляется дисперсия для арифметического корня от суммы квадратов градиентов:

$$M_{TENV} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (G(x, y) - \overline{G(x, y)}),$$

где $G(x, y) = \sqrt{G_x(x, y)^2 + G_y(x, y)^2}$;

$$\overline{G(x, y)} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N G(x, y).$$

Энергия Лапласиана (LAPЕ). В качестве метрики рассматривается энергия лапласиана изображения:

$$M_{LAPЕ} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N \Delta I(x, y)^2,$$

где лапласиан $\Delta I(x, y)$ получен сверткой исходного изображения $I(x, y)$ и маски L :

$$\Delta I(x, y) = I(x, y)L;$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & -20 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Модифицированный лапласиан (LAPM). Рассматривается сумма абсолютных значений модифицированного лапласиана, т.е.

$$M_{LAPM} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N |I(x, y)L_X| + |I(x, y)L_Y|,$$

где L_X, L_Y — маски, заданные вектором-строкой и вектором-столбцом:

$$L_X = [-1 \ 2 \ -1], \quad L_Y = L_X^T.$$

Диагональный Лапласиан (LAPD). Данная метрика отличается от модифицированного лапласиана учетом дополнительных составляющих, которые вычисляются сверткой исходного изображения и масок L_{D1} и L_{D2} :

$$M_{LAPD} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N |I(x, y)L_X| + |I(x, y)L_Y| + |I(x, y)L_{D1}| + |I(x, y)L_{D2}|,$$

$$\text{где } L_{D1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad L_{D2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Отклонение Лапласиана (LAPV). Вычисляется дисперсия оператора Лапласа:

$$M_{LAPV} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (\Delta I(x, y) - \overline{\Delta I(x, y)})^2,$$

где $\overline{\Delta I(x, y)} = \frac{1}{MN} \sum_{x,y} \Delta I(x, y)$; $\Delta I(x, y) = I(x, y)L$;

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & -20 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Метрики, основанные на статистической обработке изображения

Абсолютный центральный момент (АСМО). Метрика вычисляется следующим образом:

$$M_{АСМО} = \sum_{k=0}^{L-1} |k - \mu| p_k,$$

где $p_k = \frac{h(k)}{MN}$ — вероятность появления пикселя со значением яркости k (k измеряется в пределах от $[0; 255]$); $\mu = \sum_{k=1}^L k p_k$ — среднее значение гистограммы; L — число уровней яркости.

Автокорреляция Воллатха (VOLA). Вычисляется следующим образом:

$$M_{VOLA} = \sum_{x=1}^{M-1} \sum_{y=1}^N I(x, y)I(x+1, y) - \sum_{x=1}^{M-2} \sum_{y=1}^N I(x, y)I(x+2, y).$$

Корреляция изображения, основанная на среднем квадратическом отклонении (STDC). Вычисляется по формуле

$$M_{STDC} = \sum_{x=1}^{M-1} \sum_{y=1}^N I(x, y)I(x+1, y) - MN\mu^2.$$

Дисперсия уровней яркости (GLVA). В качестве метрики берется дисперсия уровней яркости:

$$M_{GLVA} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (I(x, y) - \overline{I(x, y)})^2,$$

где $\overline{I(x, y)} = \frac{1}{MN} \sum_{x,y} I(x, y)$.

Нормализованная дисперсия изображения (GLVN). В качестве метрики рассматривается также дисперсия яркостей, но нормализованная с помощью среднего значения яркости, т.е.

$$M_{GLVN} = \frac{1}{MNI(x, y)} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (I(x, y) - \overline{I(x, y)})^2.$$

Локальная дисперсия яркости (GLLV). Вычисляется следующим образом:

$$M_{GLLV} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (L_v(x, y) - \overline{L_v})^2,$$

где $L_v(x, y)$ — локальная дисперсия для окна размером $W_x \times W_y$ с центром в точке (x, y) ; $\overline{L_v}$ — среднее значение всех локальных дисперсий изображения.

Модифицированная дисперсия изображения (GLVM). В основе данной метрики лежит вычисление локальных средних значений яркости $\mu(x, y)$ изображения $I(x, y)$:

$$M_{GLVM} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (I(x, y) - \mu(x, y))^2,$$

где $\mu(x, y)$ — среднее значение яркости для окна размером 15×15 пикселей с центром в точке с координатами (x, y) .

Метрики, использующие моменты Чебышева (CHEB). Метрика, основанная на вычислении моментов Чебышева T_{mn} порядка $(m + n)$ для изображения $I(x, y)$, вычисляется следующим образом:

$$M_{CHEB} = \frac{\|H(\tilde{f}; P)\|_2}{\|L(\tilde{f}; P)\|_2},$$

где $H(\tilde{f}; P)$ — это множество, состоящее из моментов T_{mn} Чебышева, чей порядок больше заданного числа P ($H(\tilde{f}; P) = \{T_{kl} | k + l > P\}$), а $L(\tilde{f}; P)$ — множество, состоящее из моментов, чей порядок меньше либо равен P ($L(\tilde{f}; P) = \{T_{kl} | k + l \leq P\}$); момент Чебышева T_{mn} порядка $(m + n)$ вычисляется как

$$T_{mn} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \tilde{t}_m(x; M) \tilde{t}_n(y; N) I(x, y);$$

$$\tilde{t}_n(x; N) = \frac{t_n(y; N)}{\sqrt{\rho(n; N)}},$$

где $t_m(x; M)$ — дискретный полином Чебышева, а $\rho(n; N) = (2n)! \binom{N+n}{2n+1}$.

Метрики, использующие собственные значения ковариационной матрицы изображения (EIGV). Формула метрики

$$M_{EIGV} = \sum_{i=1}^k \Lambda_{ii},$$

где $\Lambda = \Sigma^T \Sigma$ — матрица собственных значений, вычисляемая на основе диагональных матриц Σ , полученных с помощью сингулярного разложения матрицы $S_{\tilde{g}} = \frac{1}{N-1} (\tilde{I}(x, y) - \mu)(\tilde{I}(x, y) - \mu)^T$,

здесь $\mu = \frac{1}{MN} \sum_{(x, y)} \tilde{I}(x, y)$; $\tilde{I}(x, y)$ — нормализованное исходное изображение, т.е.

$$\tilde{I}(x, y) = \frac{I(x, y)}{\sqrt{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} I(x, y)^2}}.$$

Энтропия изображения (HISE). Вычисляется следующим образом:

$$M_{HISE} = - \sum_{k=0}^{L-1} p_k \log(p_k),$$

где $p_k = \frac{h(k)}{MN}$ — вероятность появления пикселя со значением яркости k (k измеряется в пределах от

$[0; 255]$); $h(k)$ — значение гистограммы изображения для k -го уровня яркости; L — число уровней яркости.

Метрики, основанные на преобразовании исходного изображения

При вычислении метрик данного класса рассматриваем следующие преобразования: ДКП, Фурье-преобразование и вейвлет-преобразование. При рассмотрении метрик этого класса используем следующие обозначения: $C(u, v)$ — результат дискретного косинусного преобразования изображения $I(x, y)$; $F(u, v)$ — результат прямого дискретного Фурье-преобразования изображения $I(x, y)$ (u, v — частотные переменные); W_{LHi} , W_{HLi} , W_{HHi} , W_{LLi} — три матрицы деталей (матрицы горизонтальных, вертикальных и диагональных деталей) и одна матрица приближения i -го масштаба.

Энергетический коэффициент ДКП (DCTE). В качестве метрик рассматривается среднее значение отношения компоненты $C(0, 0)$ и суммы всех остальных компонент $C(u, v)$ (для всех u, v , одновременно не равных нулю) ДКП для подвижного окна заданного размера, т.е.

$$M_{DCTE} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N r(x, y),$$

где $r(x, y) = \frac{\sum_{u=0}^7 \sum_{v=0}^7 C(u, v)^2}{C(0, 0)^2}$; ДКП $C(u, v)$ и, соответственно, отношение $r(x, y)$ вычисляются для подвижного окна (например, размером 8×8) с центром в точке (x, y) .

Упрощенный коэффициент ДКП (DCTR). Данная метрика является вариацией предыдущей метрики и вычисляется как

$$M_{DCTR} = \frac{C(0, 1)^2 + C(1, 0)^2 + C(2, 0)^2 + C(1, 1)^2 + C(0, 2)^2}{C(0, 0)^2}.$$

Модифицированный метод ДКП (DCTM). Рассматривается среднее значение результата свертки исходного изображения $I(x, y)$ и маски M :

$$M_{DCTM} = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (I(x, y)M)^2,$$

где $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Математическое ожидание амплитудного спектра Фурье (FTMV). В этом методе в качестве метрики качества изображения используется математическое ожидание амплитудного спектра Фурье:

$$M_{FTMV} = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} |F(u, v)|,$$

где $|F(u, v)|$ — модуль спектра Фурье.

Модифицированное математическое ожидание амплитудного спектра Фурье (FTMM). Данная метрика вычисляется следующим образом:

$$M_{FTMM} = \frac{-2}{(M-1)(N-1)} \sum_{u=0}^{(N-1)/2} \sum_{v=0}^{M-1} PS(u, v),$$

где $PS(u, v) = \frac{\log(1 + |F(u, v)|^2)}{\log(1 + |F(0, 0)|^2)}$.

Фурье-оценка качества изображения (FTFM). Метрика основана на отношении числа Фурье-компонент выше заданного порога T к общему числу компонент

$$M_{FTFM} = \frac{\sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} R(u, v)}{MN},$$

где

$$R(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{при } |F(u, v)| \geq T; \\ 0 & \text{при } |F(u, v)| < T. \end{cases}$$

Сумма вейвлет-коэффициентов (WAVS)

$$M_{WAVS} = \sum_{i=1}^{M/2} \sum_{j=1}^{N/2} |W_{LH1}(i, j)| + |W_{HL1}(i, j)| + |W_{HH1}(i, j)|.$$

Дисперсия вейвлет-коэффициентов (WAVV)

$$M_{WAVV} = \sum_{i=1}^{M/2} \sum_{j=1}^{N/2} |W_{LH1}(i, j) - \mu_{LH1}|^2 + |W_{HL1}(i, j) - \mu_{HL1}|^2 + |W_{HH1}(i, j) - \mu_{HH1}|^2,$$

где μ_{LH1} , μ_{HL1} , μ_{HH1} — средние значения соответствующих областей/полос ДВП внутри области.

Отношение вейвлет-коэффициентов (WAVR). Рассматривается отношение

$$M_{WAVR} = \frac{M_H^2}{M_L^2},$$

где $M_H^2 = \sum_{k=1}^L \sum_{(i,j) \in \Omega_k} W_{LHk}(i, j)^2 + W_{HLk}(i, j)^2 + W_{HHk}(i, j)^2$; $M_L^2 = \sum_{k=1}^L \sum_{(i,j) \in \Omega_k} W_{LLk}(i, j)^2$; L —

максимальный масштаб разложения; Ω_k — область суммирования, зависящая от рассматриваемого масштаба k .

Отношение курвилет-коэффициентов (WAVC). В основе метода лежит использование курвилет-коэффициентов, т.е.

$$M_{WAVC} = \sum_{(i,j) \in \Omega_D} F_\theta(x, y),$$

где $F_\theta(x, y) = \frac{\sum C_k(x, y)}{\sum C_{k-1}(x, y)}$ — отношение сумм коэффициентов k -го и $k-1$ -го уровня курвилет разложения. В данной работе рассматривается два уровня разложения ($k=2$) в восьми направлениях.

Пример вычисления метрик оценки качества изображений

Приведем пример вычисления рассмотренных метрик оценки качества применительно к двум полутоновым изображениям многообъектных наземных сцен. На рис. 1 приведено изображение промышленно-городской сцены, полученной при настильных углах визирования в дневное время суток при хороших погодных условиях. На рис. 2 приве-



Рис. 1



Рис. 2

Таблица 1

Метрики, основанные на вычислении производной изображения

Изображения	Рис. 1	Рис. 2
GRAE	50,176	298,561
GRAT	4,188	10,281
GRAS	21,673	143,157
SFRQ	4,049	11,206
BREN	134,485	628,940
CONT	24,175	63,037
HELM	1,037	1,129
LBPA	4,999	4,353
GDER	3,134	10,399
SFIL	4,116	9,315
CURV	200,686	166,373
TENG	2227,210	8645,633
TENV	1501,104	4916,771
LAPE	53,516	550,381
LAPM	4,720	17,513
LAPD	10,539	35,183
LAPV	53,517	550,385

Таблица 2

Метрики, основанные на статистической обработке изображения

Изображения	Рис. 1	Рис. 2
ACMO	33,331	33,425
VOLA	$1,551 \cdot 10^7$	$2,543 \cdot 10^7$
STDC	$1,938 \cdot 10^8$	$1,851 \cdot 10^8$
GLVA	39,750	39,587
GLVN	9,656	11,987
GLLV	44799,156	217579,794
GLVM	82,939	303,231
CHEB	0,004	0,036
EIGV	$4,716 \cdot 10^{13}$	$1,922 \cdot 10^{13}$
HISE	6,350	6,970

Таблица 3

Метрики, основанные на преобразовании исходного изображения

Изображения:	Рис. 1	Рис. 2
DCTE	0,004	0,025
DCTR	0,003	0,016
DCTM	567,622	4632,329
FTMV	5,675	7,480
FTMM	-0,612	-0,909
FTFM	0,007	0,027
WAVS	1,358	5,724
WAVV	2,977	21,633
WAVR	0,001	0,004
WAVC	-88,815	-75,012

дено изображение транспортной инфраструктуры, полученное при съемке в нади́р в дневное время суток при хороших погодных условиях. В табл. 1—3 приведены значения рассматриваемых в работе метрик.

Заключение

В данной статье (часть 1) рассмотрен представительный набор безэталонных метрик четырех классов, основанных на вычислении производных яркости, статистической обработке, вычислении различных преобразований (вейвлет-преобразования, дискретные косинусные преобразования (ДКП) и Фурье-преобразования); вычислении полиномов, энтропии и других характеристик. Приведен пример значений метрик применительно к полутонным изображениям многообъектных наземных сцен промышленно-городской застройки.

Рассмотренный в данной работе набор безэталонных метрик в дальнейшем (часть 2) тестируется на представительном наборе реальных полутонных изображений наземных многообъектных стационарных сцен для того, чтобы оценить чувствительность метрик к различным факторам (изменения на изображениях, вызванные погодными условиями и временем суток, типом и составом сцены, типом регистрирующих датчиков изображений; чувствительность к изменениям изображений, связанным с наличием шумов и с размытием), а также выявить корреляционные зависимости метрик внутри класса и между классами.

Анализ результатов тестирования позволит в дальнейшем упростить процедуру оценки качества изображения в реальном времени и повысить ее эффективность за счет исключения взаимосвязанных метрик и выбора из них наиболее адекватных и эффективных с вычислительной точки зрения.

Список литературы

1. **Avcibas I.** Image Quality Statistics and their use in steganalysis and compression. Ph. D. Thesis. Bogazichi Univ., 2001.
2. **Piella G., Heijmans H.** A new quality metric for image fusion // IEEE Conference on Image Processing. 2003. Vol. 3. P. 173—176.
3. **Инсаров В. В., Тихонова С. В., Михайлов И. И.** Проблемы построения систем технического зрения, использующих комплексирование информационных каналов различных спектральных диапазонов // Приложение к журналу "Информационные технологии". 2014. № 3.
4. **Said Pertuz, Domenec Puig, Miguel Angel Garcia.** Analysis of focus measure operators for shape-from-focus // Pattern Recognition. 2013. Vol. 46, Iss. 5. P. 1415—1432.
5. **Sun Y., Duthaler S., Nelson B. J.** Autofocusing algorithm selection in computer microscopy // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2005. P. 419—425.
6. **Fulton J. R., Fraser C. S.** Automated Reconstruction of Buildings Using a Hand Held Video Camera // Innovations in Remote Sensing and Photogrammetry. 2009. P. 393—404.
7. **Kanjar De, Masilamani V.,** Image Sharpness Measure for Blurred Images // Frequency Domain International Conference on Design and Manufacturing (IConDM2013). 2013. Vol. 64. P. 149—158.

Application of the Non-reference Metrics for the Quality Estimation of the Current Images of the Multi-object Stationary Ground Scenes. Part 1

W. V. Insarov, wiliam@gosniias.ru✉, **V. A. Safonov**, vladislav.safonov@gosniias.ru,
S. V. Tikhonova, svetlana.tikhonova@gosniias.ru
State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, 125319, Russian Federation

Corresponding author: **Insarov Wiliam V.**, D. Sc., Professor, Deputy Head of a Subdivision,
State Research Institute of Aviation Systems, State Scientific Centre of the Russian Federation,
Moscow, 125319, Russian Federation, e-mail: wiliam@gosniias.ru

Received on January 23, 2017

Accepted on February 04, 2017

In the modern world there are strict requirements to the unmanned aerial vehicles (UAV) in terms of the range of their tasks and the operating conditions. In order to solve this kind of tasks, it is necessary to produce technical resources for obtaining and processing of the information about the environment. One of these technical means for obtaining and processing of information about the environment is the machine vision system (MVS). The input information in the MVS is a current half-tone image (CI) of the stationary ground multi-object scenes produced in an air flight. Quality estimation is one of the first operations done with this image. This operation allows one to take decisions about the possibility of image processing and to choose the procedures for this processing. Such kind of operations made with the use of a metric of quality can be divided into three groups: full-reference, reduced-reference and non-reference metrics of quality. The representative set of the non-reference metrics of quality, revived in the tasks like those, was divided into three groups: derivative-based, statistical-based and transform based metrics (wavelet transform, discrete cosine transform and Fourier transform (FT). The set of the non-reference metrics considered in this work requires further tests connected with the use of the banks of the real half-tone images of the stationary ground multi-object scenes.

Keywords: image processing, image quality estimation, non-reference metrics, multi-object stationary scenes, time of day effects, weather effects, scene composition effects, correlation relationships

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 17-08-00584 a.

For citation:

Insarov W. V., Safonov V. A., Tikhonova S. V., Application of the Non-reference Metrics for the Quality Estimation of the Current Images of the Multi-object Stationary Ground Scenes. Part 1. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 8, pp. 550–557.

DOI: 10.17587/mau.18.550-557

References

1. **Avcibas I.** Image Quality Statistics and their use in steganalysis and compression, *PhD Thesis*, Bogazichi Univ., 2001.

2. **Piella G., Heijmans H.** A new quality metric for image fusion, *IEEE Conference on Image Processing*, vol. 3, pp. 173–176, 2003.

3. **Insarov V. V., Tikhonova S. V., Mikhaylov I. I.** Application to Journal "Information Technologies", 2014, no. 3 (in Russian).

4. **Said Pertuz, DomenecPuig, Miguel Angel Garcia.** Analysis of focus measure operators for shape-from-focus, *Pattern Recognition*, 2013, vol. 46, iss. 5, pp. 1415–1432.

5. **Sun Y., Duthaler S., Nelson B. J.** Autofocusing algorithm selection in computer microscopy, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2005, pp. 419–425.

6. **Fulton J. R., Fraser C. S.** Automated Reconstruction of Buildings Using a Hand Held Video Camera, *Innovations in Remote Sensing and Photogrammetry*, 2009, pp. 393–404.

7. **Kanjar De, Masilamani V.** Image Sharpness Measure for Blurred Images, *Frequency Domain International Conference on Design and Manufacturing (IConDM2013)*, 2013, vol. 64, pp. 149–158.



NDT Russia

17-я Международная выставка
оборудования для неразрушающего
контроля и технической диагностики

24–26 октября 2017

Москва, Крокус Экспо

Подробнее о выставке
NDT-RUSSIA.RU



М. В. Бобырь, д-р техн. наук, проф., fregat_mn@rambler.ru,
С. А. Кулабухов, аспирант, kulabuhov.sergei@yandex.ru,
А. С. Якушев, магистрант, alekseyakushev@yandex.ru,
 Юго-Западный государственный университет, Курск

Автономная система охлаждения режущего инструмента в задаче управления оборудованием с ЧПУ. Часть II*

Представлена нечетко-логическая ММО-система для управления параметрами автономной системы охлаждения режущего инструмента на трехосевом фрезерном станке с ЧПУ, которая регулирует напряжение на затворе полевого транзистора, тем самым изменяя температуру элемента Пельтье, и напряжение на вентиляторе, используемом для охлаждения тепловой стороны элемента Пельтье.

Ключевые слова: станок с ЧПУ, автономная охлаждающая система, нечеткая логика, элемент Пельтье, датчики температуры

Введение

Автоматизация производственных процессов и обрабатывающих станков формирует серьезные требования к интеллектуальным системам, управляющим данными станками и процессами. На сегодняшний день применяются следующие интеллектуальные системы: экспертные, расчетно-логические, рефлекторные, гибридные интеллектуальные системы [1]. Гибридные интеллектуальные системы, в свою очередь, включают в себя: аналитические модели [2], экспертные системы [3], искусственные нейронные сети [4, 5], нечетко-логические системы [6, 7], генетические алгоритмы [8], имитационно-статистические модели [9]. В гибридной системе для решения поставленных задач применяется комбинация методов интеллектуальной имитации процессов или деятельности человека. При использовании вышеописанных методов автоматизации и интеллектуализации в производстве значительно снижается участие человека в производственном цикле, что, в свою очередь, увеличивает количество изготовленной продукции и снижает риск травмирования человека при контроле и обслуживании станков с ЧПУ [10, 11].

Теоретическое описание построения нечетко-логических систем

Структура нечеткого вывода состоит из следующей последовательности действий. Вначале стро-

ится нечеткая база знаний, которая описывается правилами вида

$$R_i: \text{IF } x_1 \text{ Is } A_1^1, x_2 \text{ Is } A_2^2, \dots, x_n \text{ Is } A_n^m \text{ THEN } y \text{ Is } F_k,$$

где x — четкие значения входных переменных; n — число входных переменных; m — число функций принадлежности y входных переменных; A_j^i — функции принадлежности входных переменных ($i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$); F_k — функция принадлежности выходной переменной; k — число функций принадлежности y выходной переменной.

Функции принадлежности могут задаваться треугольными, трапециевидными и другими функциями принадлежности. Для получения треугольной функции принадлежности используется формула

$$f(x; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b; \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c; \\ 0, & x \geq c. \end{cases}$$

Для получения трапециевидной функции принадлежности используется формула

$$f(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b; \\ 1, & b \leq x \leq c; \\ \frac{c-x}{c-b}, & c \leq x \leq d; \\ 0, & d \leq x. \end{cases}$$

Графическое представление данных типов функций принадлежности изображено на рис. 1.

* Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ МД-707.2017.8 и Госзадания: Соглашение № 2.3440.2017/ПЧ. Часть I опубликована в журнале "Мехатроника, автоматизация, управление", 2017, Т. 18, № 7.

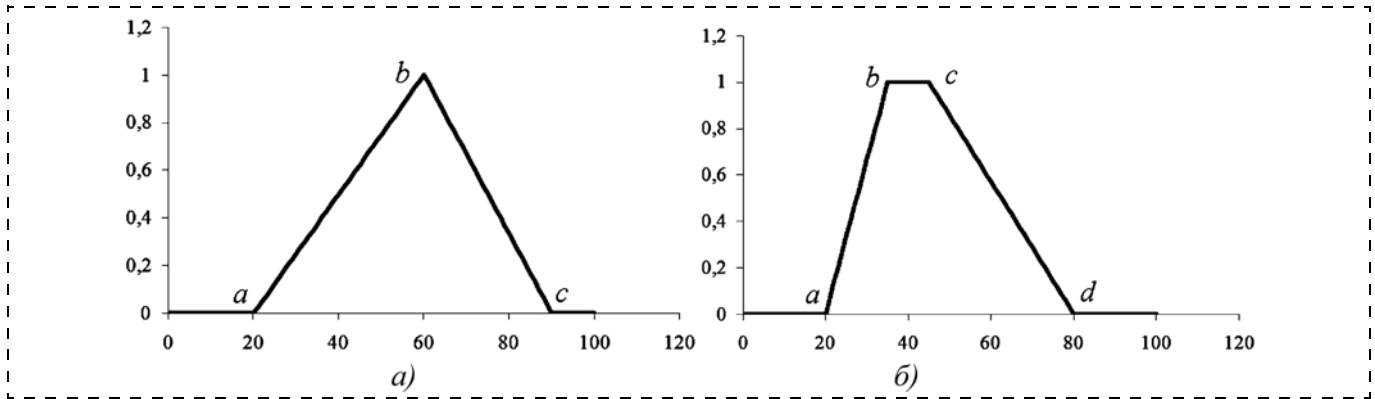


Рис. 1. Функции принадлежности:
а — треугольной формы; б — трапецевидной формы

Далее в предпосылках нечетких правил рассчитываются значения степеней принадлежности $A_n^m(x_n)$ в зависимости от четких значений входных переменных. Затем на этапе импликации в зависимости от значений степеней принадлежности рассчитываются степени выполнения нечетких правил β_k с помощью t -норм: импликации Мамдани (I_M), импликации алгебраического произведения (I_{Prod}), импликации Лукасевича (I_L) и импликации на основе мягких операторов (I_{Soft}) [12]:

$$\beta_k = \begin{cases} \min_{i=1}^k [A_n^m(x_n)], & \text{if } I = I_M; \\ \prod_{i=1}^k [A_n^m(x_n)], & \text{if } I = I_{Prod}; \\ \min \left(1, 1 - \sum_{i=1}^k [A_n^m(x_n)] \right), & \text{if } I = I_L; \\ \frac{A_n^1(x_n) + A_{n-1}^1(x_{n-1}) + \delta^2 - \sqrt{[A_n^1(x_n) - A_{n-1}^1(x_{n-1})]^2 + \delta^2}}{2}, & \\ \delta = 0,05, & \text{if } I = I_{Soft}. \end{cases}$$

Здесь I — вид импликации.

В случае если нечеткие правила в своих заключениях ссылаются на одну и ту же выходную функцию принадлежности, то активируется то нечеткое правило, у которого степень выполнения максимальна:

$$\gamma_i = \max\{\beta_k | F_i\}.$$

На следующем этапе выполняется операция нечеткого пересечения выходных функций принадлежности со значениями активированных степеней выполнения нечетких правил:

$$F'_i(y) = \begin{cases} \min[\gamma_i, F_i(y)], & \text{if } I = I_M; \\ \gamma_i F_i(y), & \text{if } I = I_{Prod}; \\ \max(\gamma_i + F_i(y) - 1, 0), & \text{if } I = I_L; \\ \frac{\gamma_i + F_i(y) + \delta^2 - \sqrt{[\gamma_i - F_i(y)]^2 + \delta^2}}{2}, & \\ \delta = 0,05, & \text{if } I = I_{Soft}. \end{cases}$$

После этого осуществляется операция глобальной агрегации, на которой с помощью операции нечеткого объединения определяется нечеткая результирующая функция:

$$F'' = \max_{i=1}^k \{F'_i(y)\}.$$

На заключительном этапе рассчитывается четкое выходное значение с помощью одного из методов дефаззификации, например центра тяжести (Center of Gravity, CoG) [13]:

$$y_{CoG} = \frac{\int y dudy}{\int dudy}.$$

Данный алгоритм нечеткого вывода используется в автономной системе охлаждения режущего инструмента (см. Часть I).

Нечетко-логическая MIMO-система для управления параметрами автономной системы охлаждения режущего инструмента в задаче управления оборудованием с ЧПУ

В автономной системе охлаждения режущего инструмента используются два датчика температуры (см. Часть I). Данные датчики отслеживают температуры в зоне резания и непосредственно на теплой стороне элемента Пельтье [14, 15]. Определив температуру в двух зонах, необходимо провести регулировку напряжений на затворе полевого транзистора и на вентиляторе, охлаждающем теплую сторону элемента Пельтье. Путем изменения напряжения на затворе транзистора регулируется степень охлаждения термоэлемента Пельтье, а вентилятор, в свою очередь, предотвращает перегрев данного элемента. Для автоматизации и интеллектуализации процесса задания регулируемых напряжений авторами предложено применение нечетко-логической MIMO-системы (рис. 2) [16, 17].

Напряжение на затворе полевого транзистора, который управляет охлаждением элемента Пельтье, зависит от температуры в зоне резания, т.е. при большей температуре режущего инструмента и об-



Рис. 2. Нечетко-логическая MIMO-система для управления параметрами автономной системы охлаждения режущего инструмента

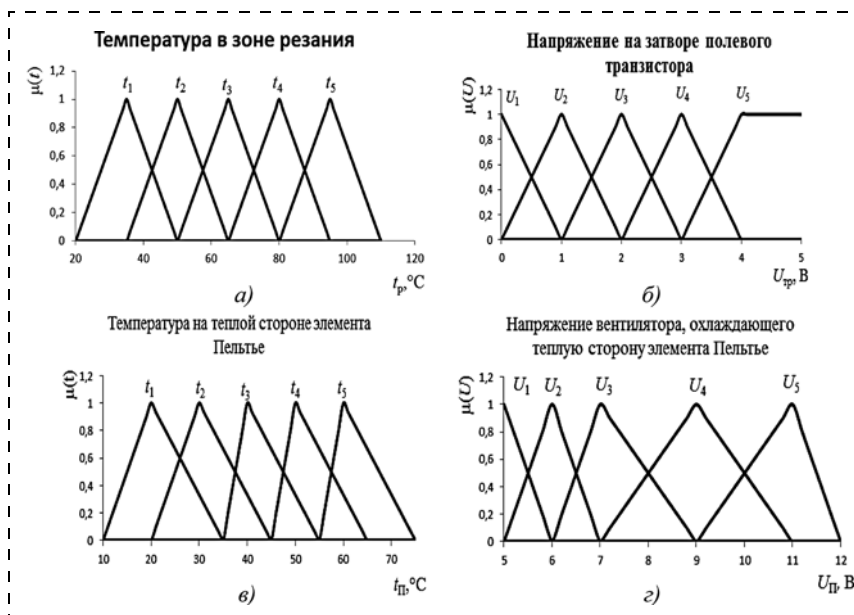


Рис. 3. Графики функций принадлежности: а, в — входные переменные; б, г — выходные переменные

рабатываемого материала необходимо подать большее напряжение на транзистор [18].

При работе элемента Пельтье необходимо отслеживать температуру на теплой стороне, чтобы избежать чрезмерного перегрева данного элемента. Вентилятор, обдувающий теплую сторону, охлаждает ее и предотвращает перегрев элемента. В случае если вентилятор работает постоянно и в максимальном режиме, происходит нецелесообразное расходование электроэнергии, а также ускоряется износ вентилятора. Чтобы избежать данной проблемы, авторами работы предложено использовать вентилятор только в случае необходимости, т.е. в случае низкой температуры теплой стороны снижать обороты или совсем останавливать вентилятор за счет снижения подаваемого на него напряжения, а в случае увеличения температуры теплой стороны повышать обороты вентилятора [19].

Рассмотрим нечетко-логическую MIMO-систему, имеющую две входные

$$t_p = \{t_{p1}\} + \{t_{p2}\} + \{t_{p3}\} + \{t_{p4}\} + \{t_{p5}\},$$

$$t_n = \{t_{n1}\} + \{t_{n2}\} + \{t_{n3}\} + \{t_{n4}\} + \{t_{n5}\},$$

и две выходные

$$U_{tr} = \{U_{tr1}\} + \{U_{tr2}\} + \{U_{tr3}\} + \{U_{tr4}\} + \{U_{tr5}\},$$

$$U_n = \{U_{n1}\} + \{U_{n2}\} + \{U_{n3}\} + \{U_{n4}\} + \{U_{n5}\},$$

переменные, где $t_{p1}, \dots, t_{p5}$ — термы входной переменной нечеткого множества t_p (температура в зоне

резания); $t_{n1}, \dots, t_{n5}$ — термы входной переменной нечеткого множества t_n (температура на теплой стороне элемента Пельтье); $U_{tr1}, \dots, U_{tr5}$ — термы выходной переменной нечеткого множества U_{tr} (напряжение на затворе полевого транзистора); $U_{n1}, \dots, U_{n5}$ — термы выходной переменной нечеткого множества U_n (напряжение на вентиляторе) [20].

Входные и выходные переменные описываются треугольными функциями принадлежности (ФП), графики которых представлены на рис. 3, где $\mu(t)$, $\mu(U)$ — функции принадлежности соответственно нечетких множеств t и U [21].

Диапазон температур в зоне резания составляет 20...110 °С, а напряжение на затворе полевого транзистора можно изменять в пределах 0...5 В. Диапазон температур теплой стороны элемента Пельтье 10...75 °С, а напряжение вентилятора можно изменять в пределах 0...12 В. Нечеткая база знаний задана нечеткими правилами (НП) и представлена в табл. 1.

Дефазификация проводилась на основе метода центра тяжести.

Численное моделирование нечетко-логической MIMO-системы для управления параметрами автономной системы охлаждения режущего инструмента в задаче управления оборудованием с ЧПУ

При использовании мягких и жестких арифметических операций в структуре нечеткого вывода получены графики результирующих переменных U , представленные на рис. 4.

Правильность работы нечетко-логических систем зависит от корректного выбора операторов импликации для конкретной решаемой задачи. Подбор необходимого оператора импликации позволяет избежать зон нечувствительности нечетко-логической системы. Авторами в данной работе для реализации нечетко-логического управления автономной системой охлаждения режущего инструмента промоделирована работа операторов нечеткой импликации, представленных в табл. 2.

В табл. 3 приведены графики зависимости напряжения на вентиляторе от температуры на теплой

Таблица 1

Нечеткая база знаний					
	НП1	НП2	НП3	НП4	НП5
Если	t_{p1}	t_{p2}	t_{p3}	t_{p4}	t_{p5}
ТО	U_{tr1}	U_{tr2}	U_{tr3}	U_{tr4}	U_{tr5}
Если	t_{n1}	t_{n2}	t_{n3}	t_{n4}	t_{n5}
ТО	U_{n1}	U_{n2}	U_{n3}	U_{n4}	U_{n5}

Таблица 2

Операторы нечеткой импликации и формулы для их расчета

Оператор нечеткой импликации	Формула для расчета
Оператор импликации Мамдани (минимум)	$\mu_{A \rightarrow B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$
Произведение (Prod)	$\mu_{A \rightarrow B}(x) = \mu_A(x) \mu_B(x)$
Произведение Гамахера	$\mu_{A \rightarrow B}(x) = \frac{\mu_A(x) \mu_B(x)}{\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \mu_B(x)}$
Произведение Эйнштейна	$\mu_{A \rightarrow B}(x) = \frac{\mu_A(x) \mu_B(x)}{2 - (\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \mu_B(x))}$
Усиленное произведение	$\mu_{A \rightarrow B}(x) = \begin{cases} \min(\mu_A(x), \mu_B(x)); \\ \text{для } \max(\mu_A, \mu_B) = 1, \\ 0 \text{ в других случаях} \end{cases}$
Ограниченная разность	$\mu_{A \rightarrow B}(x) = \max(0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1)$
Импликация Лукасевича	$\min(1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(y))$
Импликация Клини—Динса	$\max(1 - \mu_A(x), \mu_B(y))$
Импликация Клини—Динса—Лукасевича	$1 - \mu_A(x) + \mu_A(x) \mu_B(y)$
Импликация Гёделя	$\begin{cases} 1 \text{ для } \mu_A(x) \leq \mu_B(y), \\ \mu_B(y) \text{ в других случаях} \end{cases}$
Импликация Ягера	$(\mu_A(x))^{\mu_B(y)}$
Импликация Заде	$\max(1 - \mu_A(x), \min(\mu_A(x), \mu_B(y)))$

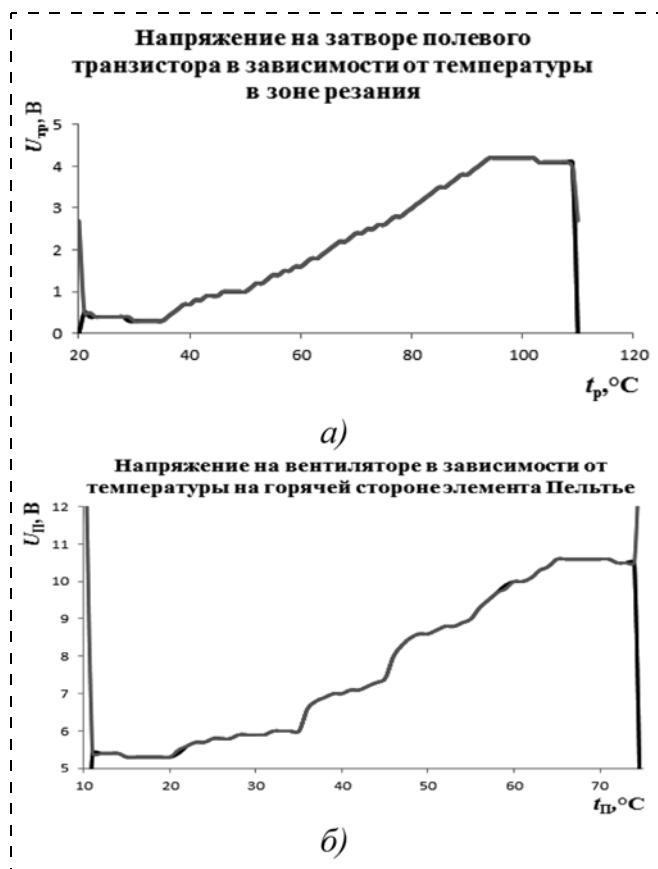


Рис. 4. Графики нечеткого вывода ММО-системы:
 а — зависимость напряжения на затворе полевого транзистора от температуры в зоне резания; б — зависимость напряжения на вентиляторе от температуры на теплой стороне элемента Пельтье

Таблица 3

Графики различных операторов нечеткой импликации

Оператор нечеткой импликации	График
Оператор импликации Мамдани (минимум)	
Произведение (Prod)	
Произведение Эйнштейна	
Усиленное произведение	
Ограниченная разность	
Импликация Лукасевича Импликация Клини—Динса Импликация Клини—Динса—Лукасевича Импликация Гёделя Импликация Ягера Импликация Заде	

стороне элемента Пельтье при использовании различных операторов импликации.

При использовании произведения Гамахера возникают ситуации, когда знаменатель равен нулю, что вызывает деление на ноль и формирует зоны нечувствительности нечетко-логической системы. Решает данную проблему произведение Эйнштейна. Измененный знаменатель исключает деление на ноль, тем самым уменьшается число зон нечувствительности.

При использовании усиленного произведения на графике видны всплески, которые также отрицательно влияют на систему.

При использовании импликаций Лукасевича, Клини—Динса, Клини—Динса—Лукасевича, Заде, Геделя, Ягера для данной системы возникает ситуация не изменения параметров, а именно их постоянства. Эта проблема возникает из-за того, что данные операторы нечеткой импликации предназначены для *MISO*-систем.

Заключение

В результате моделирования нечетко-логической *MIMO*-системы для управления параметрами автономной системы охлаждения режущего инструмента в задаче управления оборудованием с ЧПУ с использованием различных операторов нечеткой импликации были получены графики зависимости напряжения на вентиляторе от температуры на теплой стороне элемента Пельтье и проведено их сравнение. Было выявлено, что при использовании жестких арифметических операций наиболее правильно для данной системы использовать следующие операторы нечеткой импликации: Мамдани (минимум), произведение (Prod), произведение Эйнштейна, ограниченную разность. Использование произведения Гамахера, усиленного произведения, импликаций Лукасевича, Клини—Динса, Клини—Динса—Лукасевича, Заде, Геделя, Ягера не является правильным для автономной системы охлаждения. Наилучший результат получен при использовании мягких арифметических операций, при использовании которых нечетко-логическая *MIMO*-система формирует необходимые значения напряжений на затворе полевого транзистора и вентиляторе в зависимости от температур в зоне резания и на теплой стороне элемента Пельтье.

Список литературы

1. Игнатьев В. В. Адаптивные гибридные интеллектуальные системы управления // Известия ЮФУ. Технические науки. 2010. № 12 (113). С. 89—94.
2. Камчатный С. А., Кузнецов В. М., Сковородин А. В., Щербатов Н. Р. Математическое моделирование процесса формообразования деталей конического передаточного механизма с ЭЦ-зацеплением // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2014. № 2. С. 5—17.

3. Джамбеков А. М., Щербатов И. А. Управление процессом каталитического риформинга на основе экспертной информации // Системы. Методы. Технологии. 2014. № 4 (24). С. 103—111.
4. Алексеев П. П., Щербатов И. А. Нейросетевая система управления вакуумным деаэратором ВД-400 // Вестник НГУЭУ. 2016. № 2. С. 263—275.
5. Блиnnиков А. Е. Применение нейросетевых алгоритмов в решении задач оптимизации технологических процессов и оборудования литейного производства // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 12. С. 15—20.
6. Седов В. А., Седова Н. А., Перечёсов В. С. Нечеткая система удержания судна на курсе // Южно-Сибирский научный вестник. 2012. № 1. С. 86—87.
7. Бобырь М. В. Адаптация системы управления мобильным роботом на основе нечеткой логики // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 7. С. 449—455.
8. Бобырь М. В., Милостная Н. А. Механизм адаптации нечеткой системы вывода на основе генетического алгоритма // Промышленные АСУ и контроллеры. 2015. № 3. С. 27—32.
9. Филимонов Н. Б. Гомеостатические системы и автомат ограниченных состояний управляемых динамических объектов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 1998. № 1—2. С. 17.
10. Yongjin K., Fischer G. W., Tzu-Liang T. Fuzzy neuron adaptive modeling to predict surface roughness under process variations in CNC turning // Journal of manufacturing systems. 2002. Vol. 21. N. 6. P. 440—450.
11. Earl-Juei Wang, Tai-Sheng Su, Ming-Hsien Chang. Comparative study of the applicability of fuzzy multi-objective linear programming models through cost-effective analysis for mold manufacturing // Journal of manufacturing systems. 2013. Vol. 32. P. 206—219.
12. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление / А. Пегат; пер. с англ. 2-е изд. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 798 с.
13. Бобырь М. В. Влияние числа правил на обучение нечетко-логической системы // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2014. № 11 (125). С. 28—35.
14. Титов В. С., Бобырь М. В., Тевс С. С. Выбор оптимальных параметров управления технологическим процессом методами нечеткой логики // Промышленные АСУ и контроллеры. 2003. № 5. С. 21—23.
15. Титов В. С., Бобырь М. В., Милостная Н. А. Операционные системы реального времени для систем ЧПУ // Промышленные АСУ и контроллеры. 2008. № 7. С. 31—33.
16. Бобырь М. В., Кулабухов С. А., Титов Д. В. Оценка влияния числа обучаемых точек на аддитивность нечетких систем // Промышленные АСУ и контроллеры. 2014. № 10. С. 30—35.
17. Бобырь М. В., Емельянов С. Г., Милостная Н. А. О некоторых свойствах моделирования адаптивных нейро-нечетких систем на основе упрощенного нечетко-логического вывода // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2014. Т. 12. № 5. С. 4—12.
18. Бобырь М. В., Кулабухов С. А., Милостная Н. А. Обучение нейро-нечеткой системы на основе метода разности площадей // Искусственный интеллект и принятие решений. 2016. № 4. С. 15—26.
19. Бобырь М. В., Кулабухов С. А. Дефазификация вывода из базы нечетких правил на основе метода разности площадей // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2015. № 9 (135). С. 32—41.
20. Титов В. С., Бобырь М. В., Милостная Н. А. АСУ включением/выключением устройства удаления стружки и пыли на оборудовании с ЧПУ // Автоматизация в промышленности. 2006. № 12. С. 10—11.
21. Бобырь М. В., Титов В. С., Нассер А. А. Оценка числа итераций при обучении мягких нечетких систем // Известия Юго-Западного государственного университета. 2014. № 3 (54). С. 30—37.

An Autonomous Cooling System for the Cutting Tool in the Task of Operation of CNC Equipment. Part II*

M. V. Bobyr, fregat_mn@rambler.ru✉, S. A. Kulabuhov, kulabuhov.sergei@yandex.ru,
A. S. Yakushev, aleksejakushev@yandex.ru,
South-West State University, Kursk, 305040, Russian Federation

Corresponding author: **Bobyr Maksim V.**, D. Sc., Professor,
South-West State University, Kursk, 305040, Russian Federation,
e-mail: fregat_mn@rambler.ru

Received on January 30, 2017

Accepted on April 07, 2017

This paper presents MIMO fuzzy logic system for control of the parameters of an autonomous system for cooling of the cutting tool on three axis milling machine with CNC, which controls voltage of the FET gate, thereby changing the temperature of the Peltier element, and the voltage on the fan used to cool the warm side of the Peltier element. Accordingly, the fuzzy logic control system has two input and two output variables. The input ones are the temperature in the cutting zone and the temperature of the warm side of the Peltier element, and the output voltage at the gate of a field effect transistor and the voltage at the fan. Simulation of the fuzzy logic system was carried out by numerical methods using soft and hard arithmetic operations, as well as different operators of fuzzy implications for hard arithmetic operations. In modeling of the fuzzy logic of MIMO system for control of the parameters of an autonomous system for cooling of the cutting tool in the task of operation of CNC equipment, different operators of the fuzzy implications were obtained and graphs were compared of the voltage on the fan and of the temperature on the warm side of the Peltier element. Their strong and weak points were identified. The best results were obtained employing the soft arithmetic operations, the use of which for the fuzzy logic of MIMO system generates the necessary voltage value for the gate of the MOSFET and the fan depending on the temperature in the cutting zone and on the warm side of the Peltier element.

Keywords: CNC machine, autonomous cooling system, fuzzy logic, Peltier element, temperature sensors.

Acknowledgements: The work was done with support of grant MD-707.2017.8 of RF President and state order: Agreement No. 2.3440.2017/PC.H.

For citation:

Bobyr M. V., Kulabuhov S. A., Yakushev A. S. An Autonomous Cooling System for the Cutting Tool in the Task of Operation of CNC Equipment. Part II, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 8, pp. 558–563.

DOI: 10.17587/mau.18.558-563

References

1. Ignat'ev V. V. *Adaptivnye gibridnye intellektual'nye sistemy upravleniya* (Adaptive hybrid intellectual control systems), *Izvestiya Ju-FU. Tekhnicheskie nauki*, 2010, no. 12 (113), pp. 89–94 (in Russian).
2. Kamchatnyy S. A., Kuznecov V. M., Skovorodin A. V., Shherbakov N. R. *Matematicheskoe modelirovanie processa formoobrazovaniya detalej konicheskogo peredatochnogo mehanizma s JeC-zaceple-niem* (Mathematical simulation of the formbuilding of the conic driving gear details with ec-gearing), *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo uni-versiteta. Matematika i Mehanika*, 2014, no. 2, pp. 5–17 (in Russian).
3. Dzhambekov A. M., Shherbatov I. A. *Upravlenie processom kataliticheskogo reforminga na osnove jekspertnoj informacii* (Control of catalytic reforming process based on expert information), *Sistemy. Metody. Tehnologii*, 2014, no. 4 (24), pp. 103–111 (in Russian).
4. Alekseev P. P., Shherbatov I. A. *Nejrosetevaja sistema upravleniya vakuumnym deajeratorom VD-400* (Neural network control system of VD-400 vacuum deaerator), *Vestnik NGUJeU*, 2016, no. 2, pp. 263–275 (in Russian).
5. Blinnikov A. E. *Primenenie nejrosetevykh algoritmov v reshenii zadach optimizacii tehnologicheskikh processov i oborudovaniya litejnogo proizvodstva* (Application of neural networks in possessing a solution of technological processes designing optimization and foundry equipment), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2007, no. 12, pp. 15–20 (in Russian).
6. Sedov V. A., Sedova N. A., Perechjosov V. S. *Nechjotkaja sistema uderzhanija sudna na kurse* (Fuzzy system keep the vessel on course), *Juzhno-Sibirskij nauchnyj vestnik*, 2012, no. 1, pp. 86–87 (in Russian).
7. Bobyr' M. V. *Adaptacija sistemy upravlenija mobil'nym robotom na osnove nechetkoj logiki* (Adaptation of the mobile robot control system based on fuzzy logic), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 7, pp. 449–455 (in Russian).
8. Bobyr' M. V., Milostnaja N. A. *Mehanizm adaptacii nechetkoj sistemy vyvoda na osnove geneticheskogo algoritma* (The mechanism of adaptation fuzzy inference system based on genetic algorithm), *Promyshlennye ASU i kontrollery*, 2015, no. 3, pp. 27–32 (in Russian).
9. Filimonov N. B. *Gomeostaticheskie sistemy i avtomat ogranichenij sostojanija upravljajemykh dinamicheskikh obektov* (Homeostatic system and automatic limits the status of the managed dynamic objects), *Izvestija vysshih uchebnykh zavedenij. Priborostroenie*, 1998, no. 1–2, pp. 17 (in Russian).
10. Yongjin K., Fischer G. W., Tzu-Liang T. Fuzzy neuron adaptive modeling to predict surface roughness under process variations in CNC turning, *Journal of Manufacturing Systems*, 2002, vol. 21, no. 6, pp. 440–450.
11. Earl-Juei Wang, Tai-Sheng Su, Ming-Hsien Chang. Comparative study of the applicability of fuzzy multi-objective linear programming models through cost-effective analysis for mold manufacturing, *Journal of Manufacturing Systems*, 2013, vol. 32, pp. 206–219.
12. Pegat, A. *Nechetkoe modelirovanie i upravlenie* (Fuzzy modeling and control), Moscow, BINOM. Laboratorija znaniy, 2013, 798 p. (in Russian).
13. Bobyr' M. V. *Vlijanie chisla pravil na obuchenie nechetko-logicheskoy sistemy* (Effect of number rule on training of fuzzy-logic systems), *Vestnik Kompjuternyh i Informacionnyh Tehnologij*, 2014, no. 11 (125), pp. 28–35 (in Russian).
14. Titov V. S., Bobyr' M. V., Tevs S. S. *Vybor optimal'nykh parametrov upravlenija tehnologicheskim processom metodami nechetkoj logiki* (The choice of optimal parameters of technological process control methods fuzzy logic), *Promyshlennye ASU i Kontrollery*, 2003, no. 5, pp. 21–23 (in Russian).
15. Titov B. C., Bobyr' M. V., Milostnaja N. A. *Operacionnyye sistemy real'nogo vremeni dlja sistem ChPU* (Real-time operating systems for numerical control), *Promyshlennye ASU i Kontrollery*, 2008, no. 7, pp. 31–33 (in Russian).
16. Bobyr' M. V., Kulabuhov S. A., Titov D. V. *Ocenka vlijanija chisla obuchaemykh tocek na additivnost' nechetkikh sistem* (Assessing the impact of the number of trainees points additivity of fuzzy systems), *Promyshlennye ASU i kontrollery*, 2014, no. 10, pp. 30–35 (in Russian).
17. Bobyr' M. V., Emel'janov S. G., Milostnaja N. A. *O nekotorykh svojstvakh modelirovaniya adaptivnykh nejro-nechetkikh sistem na osnove uproshtennogo nechetko-logicheskogo vyvoda* (Some properties of the simulation of adaptive neuro-fuzzy systems based on a simplified fuzzy inference), *Informacionno-Izmeritel'nye i Upravljajushhie Sistemy*, 2014, vol. 12, no. 5, pp. 4–12 (in Russian).
18. Bobyr' M. V., Kulabuhov S. A., Milostnaja N. A. *Obuchenie nejro-nechetkoj sistemy na osnove metoda raznosti ploshhadej* (Teaching of neuro-fuzzy system on the basis of the method of difference areas), *Iskusstvennyj Intellect i Prinjatie Reshenij*, 2016, no. 4, pp. 15–26 (in Russian).
19. Bobyr' M. V., Kulabuhov S. A. *Defazzifikacija vyvoda iz bazy nechetkikh pravil na osnove metoda raznosti ploshhadej* (Defuzzification of fuzzy inference on the basis of the differential areas), *Vestnik kompjuternyh i informacionnyh tehnologij*, 2015, no. 9 (135), pp. 32–41 (in Russian).
20. Titov V. S., Bobyr' M. V., Milostnaja N. A. *ASU vklucheniem/vyklucheniem ustrojstva udalenija struzhki i pyli na oborudovanii s ChPU* (ACS on/off the device remove chips and dust on CNC equipment), *Avtomatizacija v promyshlennosti*, 2006, no. 12, pp. 10–11 (in Russian).
21. Bobyr' M. V., Titov V. S., Nasser A. A. *Ocenka chisla iteracij pri obuchenii mjagkikh nechetkikh sistem* (The estimate of the number of iterations when learning soft fuzzy systems), *Izvestija Jugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta*, 2014, no. 3 (54), pp. 30–37 (in Russian).

В. В. Любимов, д-р техн. наук, зав. кафедрой высшей математики, vlubimov@mail.ru,

Е. В. Куркина, аспирант, ekaterina.kurkina@mail.ru,

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева

Вероятность захвата в резонанс асимметричной капсулы при управляемом спуске в атмосфере Марса

Рассматривается спуск космического аппарата в виде капсулы с малой управляемой аэродинамической и неизменной массовой асимметриями в атмосфере Марса. Оценивается вероятность захвата и прохода динамической системы через резонанс при немалых значениях угла атаки. Показывается, что переход от ортогонального к компланарному сочетанию асимметрии способствует существенному уменьшению вероятности захвата в резонанс.

Ключевые слова: капсула, атмосфера, асимметрия, управление, резонанс, оценка, вероятность, Марс

Введение

Значительное число марсианских миссий содержат в программе полета этап атмосферного спуска космического аппарата (КА) на поверхность планеты [1]. Современные исследования показывают, что спуск в атмосфере Марса — это наиболее опасный с точки зрения возникновения нештатных аварийных ситуаций этап космического полета. Следует отметить, что физические параметры и химический состав марсианской атмосферы зависят от многих факторов: времени года, высоты полета и т.д. [2, 3]. Известно, что для обеспечения штатного спуска КА в атмосфере Марса необходимо обеспечить заданные ограничения на значения угловой скорости и угла атаки [4]. В настоящее время продолжают развиваться методики автоматического управления входом в атмосферу Марса. Современные исследования направлены на стабилизацию параметров полета при фазе входа, а также на улучшение лётно-технических характеристик при выходе из атмосферы [5]. Одной из основных проблем неудачных посадок на планету является отсутствие точных сведений о начальной точке входа в атмосферу посадочного модуля. Траектория, параметры и точность спуска, а также максимальная перегрузка существенно зависят от начального значения угла наклона траектории при вхождении в атмосферу и от высоты полета [6]. Кроме того, причиной аварийных ситуаций может являться захват КА в длительный резонанс, который приводит к существенному увеличению угла атаки [7]. Исследованию резонансного движения КА с малой асимметрией в атмосфере посвящено множество работ. В частности, в работах [8, 9] были изучены вторичные резонансные эффекты при спуске КА с малой асимметрией в атмосфере. Основной опас-

ностью при реализации резонансных явлений является нарушение заданных программой полета ограничений параметров движения спускаемого КА. Нарушение ограничений может привести к аварийной ситуации, например, к несрабатыванию или несвоевременному срабатыванию тормозной или парашютной систем. С практической точки зрения представляет интерес получение приближенных аналитических оценок вероятности захвата КА в резонанс. Некоторые оценки вероятности захвата в резонанс для спускаемых КА с различными видами асимметрии содержатся в статьях [7, 10, 11]. В статье [10] определяется оценка вероятности захвата в главный резонанс для случая малых углов атаки при спуске в атмосфере Земли динамически симметричного КА. В статье [7] были получены более общие оценки вероятности захвата в главный резонанс при атмосферном спуске КА с более сложной асимметрией при малых значениях угла атаки. В статье [11] оценена вероятность захвата в главный резонанс при спуске в атмосфере Земли КА с малой аэродинамической и инерционной асимметриями при малых значениях угла атаки.

Постановка задачи

Рассмотрим задачу о спуске капсулы с массовой и аэродинамической асимметриями в атмосфере Марса. Предположим, что капсула близка по форме к конусу. Кроме того, будем учитывать, что атмосфера Марса характеризуется меньшими плотностью и давлением (0,7...1,155 кПа, что примерно 1:100 от давления у поверхности Земли), чем атмосфера Земли. Толщина плотных слоев атмосферы Марса составляет примерно 100 км [2, 3]. На рис. 1 (см. вторую сторону обложки) показана конфигурация спускаемой капсулы с компланарной массово-аэро-

динамической асимметрией и ортогональной массово-аэродинамической асимметрией.

На рис. 1, *a* показано компланарное сочетание асимметрий, а на рис. 1, *б* — ортогональное сочетание асимметрий. В качестве аэродинамической асимметрии на капсуле применяются две управляемые поверхности, которые имеют два рабочих положения: закрытое и открытое. На рис. 1, *a* в плоскости *OXY* открыта первая управляемая поверхность. При этом вторая управляемая поверхность, которая может раскрываться в плоскости *OXZ*, является закрытой. Напротив, при ортогональной асимметрии на рис. 1, *б* в плоскости *OXZ* вторая управляемая поверхность является открытой. Однако управляемая поверхность в плоскости *OXY* при ортогональном сочетании асимметрий является закрытой. На рис. 1 асимметричное расположение центра масс капсулы отмечено точкой *C*. Практический интерес представляет переход к компланарному сочетанию асимметрий для капсулы, имеющему при входе в атмосферу ортогональную асимметрию. Указанный переход может быть реализован закрытием аэродинамической поверхности (рис. 1, *б*) с одновременным открытием аналогичной поверхности, показанной на рис. 1, *a*.

Целью данной работы является получение и анализ оценки вероятности захвата капсулы с малой изменяемой аэродинамической асимметрией и неизменной массовой асимметрией в главный резонанс при немалых значениях углах атаки.

Математическая модель движения космического аппарата

Рассмотрим нелинейную низкочастотную систему дифференциальных уравнений движения капсулы с малой массовой и аэродинамической асимметрией в атмосфере, полученную из полной системы уравнений движения капсулы методом интегральных многообразий [12]. Запишем низкочастотную систему уравнений в следующей форме:

$$\begin{aligned} \bar{I}_x \frac{d\omega_x}{dt} &= -\varepsilon m_x^A \sin(\theta + \theta_2); \\ \frac{F_a}{4\omega_a^2} \frac{d\alpha}{dt} &= -\varepsilon \frac{\omega \operatorname{tg} \alpha}{2\omega_a^2} \frac{d\omega}{dt} \mp \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_a} \cos(\theta + \theta_1); \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega_x - \omega_{1,2}; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \varepsilon \frac{\omega}{2q} \frac{dq}{dt}, \end{aligned} \quad (1)$$

где ε — малый параметр, характеризующий массовую и аэродинамическую асимметрии; ω_x — угловая скорость капсулы относительно оси *OX*; α — угол атаки; θ — быстрая фаза, $\theta = \varphi - \pi/2$; φ — аэродинамический угол крена; m_x^A — параметр, характеризующий массовую асимметрию; m^A — параметр, характеризующий массовую и аэродинамическую

асимметрии; θ_1 — параметр, который определяет взаимное расположение массово-аэродинамической асимметрии и системы координат *OXYZ*; θ_2 — параметр, который определяет взаимное расположение массовой асимметрии и системы координат *OXYZ*; $F_a(\omega_x, \alpha, q)$ — известная функция медленных переменных [7], $m^A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}$;

$$\begin{aligned} m_1^A &= -\frac{(1 + \bar{I}_x)\omega_x - 3\omega_{1,2}}{2\omega_a} \frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_y^f - C_x \bar{\Delta z}) \operatorname{tg} \alpha - \\ &\quad - \frac{\omega_{1,2} \omega^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{2\omega_a m_{zn}} (m_{xc}^f + C_{yn} \bar{\Delta z}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_2^A &= -\frac{(1 + \bar{I}_x)\omega_x - 3\omega_{1,2}}{2\omega_a} \frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_z^f + C_x \bar{\Delta y}) \operatorname{tg} \alpha + \\ &\quad + \frac{\omega_{1,2} \omega^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{2\omega_a m_{zn}} (m_{xs}^f + C_{yn} \bar{\Delta y}); \end{aligned}$$

$$\sin \theta_1 = m_1^A / m^A, \quad \cos \theta_1 = -m_2^A / m^A;$$

$$m_x^A = \sqrt{(m_{x1}^A)^2 + (m_{x2}^A)^2};$$

$$m_{x1}^A = -\frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_{xs}^f + C_{yn} \bar{\Delta y}) \operatorname{tg} \alpha;$$

$$m_{x2}^A = -\frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_{xc}^f + C_{yn} \bar{\Delta z}) \operatorname{tg} \alpha;$$

$$\sin \theta_2 = -m_{x1}^A / m_x^A; \quad \cos \theta_2 = m_{x2}^A / m_x^A;$$

C_x, C_{yn} — коэффициенты аэродинамических сил [13]; m_y^f, m_z^f — коэффициенты малых аэродинамических моментов, зависящие от асимметрии формы капсулы; $\bar{\Delta y} = \Delta y/L$, $\bar{\Delta z} = \Delta z/L$; $\Delta y, \Delta z$ — смещения центра масс капсулы в связанной системе координат *OXYZ* [13]; $\omega_{1,2}$ — частоты "прямой" и "обратной" прецессий [13]; $\omega_{1,2} = \bar{I}_x \omega_x / 2 \pm \omega_a$; $\bar{I}_x = I_x / I$; I_x и $I_y = I_z = I$ — моменты инерции капсулы относительно осей координат систем *OXYZ*; $\omega_a = \sqrt{\bar{I}_x^2 \omega_x^2 / 4 + \omega^2}$; ω — частота прецессии с угловой скоростью ω_x , равной нулю; $\omega = \sqrt{-m_{zn} q S L \operatorname{ctg} \alpha / I}$, q — скоростной напор, S — площадь миделевого сечения, L — длина капсулы; m_{zn} — коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента, $\omega_x - \omega_{1,2}$ — резонансное соотношение частот. В системе уравнений (1) содержится обозначение " $\mp$ ". Здесь верхний знак выбирается при $\omega_x > 0$, а нижний — при $\omega_x < 0$.

Нелинейные уравнения (1) описывают медленные составляющие движения при спуске капсулы с малой асимметрией в атмосфере в случае углов ата-

ки, не превышающих $\pi/2$ радиан. При получении уравнений (1) предполагалось следующее:

- момент от асимметрии формы m_x^f может быть представлен в виде $m_x^f \approx m_{xs}^f \sin\varphi + m_{xc}^f \cos\varphi$;
- в уравнениях (1) не учитывались моменты аэродинамического демпфирования.

Система уравнений движения капсулы (1) решается численно совместно с тремя уравнениями, характеризующими движение центра масс [14]:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\frac{C_{xv}qS}{m} - g\sin\vartheta; \\ V\frac{d\vartheta}{dt} &= -g\cos\vartheta; \\ \frac{dH}{dt} &= V\sin\vartheta, \end{aligned} \quad (2)$$

где C_{xv} — известный аэродинамический коэффициент; ϑ — угол наклона траектории; m — масса капсулы; V — скорость центра масс капсулы; H — высота полета капсулы.

Известно, что в системе (1) возможен главный резонанс при выполнении равенства: $d\theta/dt = \omega_x - \omega_{1,2} = 0$. Из решения этого уравнения находим резонансное значение угловой скорости: $\omega_x^r = \pm\omega/\sqrt{1-I_x}$.

Вводится в рассмотрение закон управления значением параметра асимметрии:

$$\theta_1 - \theta_2 = \begin{cases} \pi & \text{при } H > 100 \text{ км;} \\ \pi/2 & \text{при } H \leq 100 \text{ км.} \end{cases} \quad (3)$$

Переход от одного значения $\theta_1 - \theta_2 = \pi$ к значению $\theta_1 - \theta_2 = \pi/2$ в законе управления (3) происходит на границе плотных слоев марсианской атмосферы, которая начинается с высоты $H = 100$ км [2].

Оценка вероятности захвата в резонанс

Далее система (1) записывается в "маятниковой" форме. При этом выполняется замена переменных $\omega_x \rightarrow \rho = \Delta/\sqrt{\varepsilon}$ ($\Delta = \omega_x - \omega_{1,2}$) и меняется масштаб времени $\tau = \sqrt{\varepsilon}t$, $\mu = \sqrt{\varepsilon}$. Здесь τ — медленное время, ρ — нормированное расстояние до резонансной поверхности $\Delta = \omega_x - \omega_{1,2} = 0$. Раскладывая правые части уравнений системы (1) в ряд Маклорена по малому параметру μ , получим систему уравнений движения капсулы:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\tau} &= \mu E(\sigma, \theta) + \mu^2; \\ \frac{d\rho}{d\tau} &= P(\sigma, \theta) + \mu a + \mu^2; \\ \frac{d\theta}{d\tau} &= \rho. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\sigma = (\alpha, \omega)$ — вектор медленных переменных,

$E = d\sigma/d\tau$, $\varepsilon P = \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \frac{d\omega_x}{dt} + \frac{\partial \Delta}{\partial \sigma} \frac{d\sigma}{dt}$. Функции E , P периодичны по фазе θ с периодом 2π .

При отсутствии возмущений ($\mu = 0$) получаем невозмущенную систему:

$$\begin{aligned} \sigma &= \text{const}; \\ \frac{d\rho}{d\tau} &= P(\sigma, \theta); \\ \frac{d\theta}{d\tau} &= \rho. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $P(\sigma, \theta) = b(\sigma)\sin(\theta + \theta_3)$.

Выражения для функций $a(\sigma)$, $b(\sigma)$ будут представлены далее. Уравнение невозмущенного движения из системы (4) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{d^2\bar{\theta}}{d\tau^2} = b(\sigma)\sin\bar{\theta}, \quad (6)$$

где $\bar{\theta} = \theta + \theta_3$.

Уравнение (6) описывает движение маятника с периодическим в зависимости от угла $\bar{\theta}$ моментом.

Из системы (1) находим выражения $a(\sigma)$, $b(\sigma)$:

$$\begin{aligned} a(\sigma) &= -\frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \left(\frac{2\omega \operatorname{tg} \alpha}{F_a} \frac{d\omega}{dt} \right) + \frac{\partial \Delta}{\partial \omega} \frac{d\omega}{dt}; \\ b(\sigma)\sin(\theta + \theta_3) &= \\ &= -\frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \left(\frac{m_x^A}{I_x} \right) \sin(\theta + \theta_2) + \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \left(\pm \frac{2\omega_a m^A}{F_a} \right) \cos(\theta + \theta_1). \end{aligned} \quad (7)$$

Применяя тригонометрические преобразования для синуса суммы, получим

$$\begin{aligned} b(\sigma) &= \sqrt{mf_1^2 + mf_2^2}, \quad mf_1 = -\frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \left(\frac{m_{x2}^A}{I_x} \right) \pm \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \left(\frac{2\omega_a m_1^A}{F_a} \right); \\ mf_2 &= \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x} \left(\frac{m_{x1}^A}{I_x} \right) \pm \frac{\partial \Delta}{\partial \alpha} \left(\frac{2\omega_a m_2^A}{F_a} \right); \\ \cos\theta_3 &= mf_1/b(\sigma); \quad \sin\theta_3 = mf_2/b(\sigma). \end{aligned}$$

Фазовый портрет системы (4) состоит из двух областей вращательных движений и одной колебательной области, отделенных сепаратрисой S , состоящей из двух симметричных относительно оси абсцисс частей l_1 и l_2 . При отсутствии возмущений (при $\mu = 0$ и $\mu a(\sigma) = 0$) особые точки системы (5) находятся из условия $P(\sigma, \theta) = b\sin\bar{\theta} = 0$, где $\bar{\theta} = \theta + \theta_3$. На интервале $[-\pi, \pi]$ имеются три особые точки, соответствующие минимуму ("центр") и максимуму ("седло") потенциальной энергии системы и удовлетворяющие условиям:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \theta}(\bar{\theta}_{0,1,2}^*) = 0, \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \theta^2}(\bar{\theta}_0^*) > 0, \quad \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \theta^2}(\bar{\theta}_{1,2}^*) < 0.$$

Отсюда находим три особые точки на интервале $[-\pi, \pi]$: $\bar{\theta}_0^* = 0$ — первая особая точка типа "центр", $\bar{\theta}_1^*, \bar{\theta}_2^* = -\pi, \pi$ — особые точки типа "седло".

Найдем аналог потенциальной энергии системы $\Pi(\sigma, \bar{\theta})$ в невозмущенном случае при $a(\sigma) = O(\mu)$. Поскольку при $\mu = 0$ правая часть уравнения (6) равна $\Delta P(\sigma, \theta) = b \sin \bar{\theta}$, то аналог потенциальной энергии принимает следующее значение:

$$\begin{aligned} \Pi(\sigma, \bar{\theta}) &= -\int \Delta P d\bar{\theta} = -b \int \sin \bar{\theta} d\bar{\theta} = b \cos \bar{\theta} = \\ &= b \left(2 \cos^2 \frac{\bar{\theta}}{2} - 1 \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Выражение (8) позволяет вычислить значения аналога потенциальной энергии на сепаратрисе. При $\bar{\theta}_1^*, \bar{\theta}_2^* = -\pi, \pi$ потенциальная энергия на сепаратрисе $\Pi_*(\sigma, \bar{\theta}_{1,2}^*) = b \cos \bar{\theta}_{2,3}^* = -b$. Теперь можно найти полную механическую энергию системы (5), отсчитываемую от неустойчивого положения равновесия при условии малости момента $a(\sigma)$:

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= \frac{\rho_c^2}{2} + \Pi(\sigma, \bar{\theta}) - \Pi_*(\sigma, \bar{\theta}_{1,2}^*) = \\ &= \frac{\rho_c^2}{2} + 2b \cos^2 \frac{\bar{\theta}}{2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Условие равенства нулю функции (9) позволяет найти уравнение сепаратрисы $\rho_c = \rho_c(\bar{\theta})$. При $\tilde{H} = 0$ имеем: $\frac{\rho_c^2}{2} + 2b \cos^2 \frac{\bar{\theta}}{2} = 0$. Отсюда находим:

$$\rho_c^\pm = \pm 2\sqrt{-b} \cos \frac{\bar{\theta}}{2}. \quad (10)$$

На рис. 2 штриховой линией показаны части l_1 и l_2 сепаратрисы C , построенные в соответствии с выражением (10). Сплошной линией на рис. 2 представлена зависимость $\dot{\bar{\theta}} = \dot{\bar{\theta}}(\bar{\theta})$ при захвате в резонансную колебательную область. При постро-

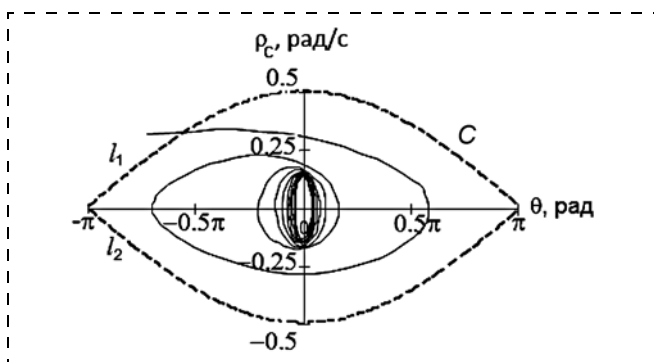


Рис. 2. Захват в резонансную колебательную область

ении рис. 2 предполагалось, что малый вращающий момент $a(\sigma) > 0$. Из рис. 2 следует, что особая точка $\bar{\theta}_0^* = 0$ является точкой типа "центр", а особые точки $\bar{\theta}_1^*, \bar{\theta}_2^* = -\pi, \pi$ — это точки типа "седло".

Для вычисления вероятности захвата в резонанс требуется найти производную полной механической энергии $d\tilde{H}/d\tau$. Продифференцируем функцию $\tilde{H}$ в силу возмущенных уравнений (4).

Полная производная энергии $\tilde{H}$ будет равна

$$\frac{d\tilde{H}}{d\tau} = \rho \frac{d\rho}{d\tau} + 2 \frac{db}{d\tau} \cos^2 \frac{\bar{\theta}}{2} - b \frac{d\bar{\theta}}{d\tau} \sin \bar{\theta}. \quad (11)$$

$$\text{Здесь функция } \frac{db}{d\tau} = \frac{\partial b}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{d\tau} + \frac{\partial b}{\partial \omega} \frac{d\omega}{d\tau}.$$

После замены в полученном выражении (11) производных $d\rho/d\tau$ и $d\bar{\theta}/d\tau$ их значениями и некоторых упрощений, связанных с отбрасыванием одинаковых по модулю, но различных по знаку членов, получим

$$\frac{d\tilde{H}}{d\tau} = \mu a \rho + \mu \cdot 2 \frac{db}{d\tau} \cos^2 \frac{\bar{\theta}}{2} + O(\mu^2). \quad (12)$$

Теперь имеется все необходимое для вычисления интеграла $\oint_c (-d\tilde{H}/d\tau) d\tau$ аналитически. Интеграл $\oint_c (-d\tilde{H}/d\tau) d\tau$ вычисляется по замкнутому контуру сепаратрисы аналитически в элементарных функциях:

$$\oint_c (-d\tilde{H}/d\tau) d\tau = -\frac{4C_1}{\sqrt{-b}} - \frac{4C_2 \cos \theta_4}{3\sqrt{-b}} + \frac{8}{3} \frac{4C_2 \sin \theta_4}{\sqrt{-b}}, \quad (13)$$

$$\text{где } \theta_4 = \theta_1 - \theta_3, \quad C_1 = \frac{\partial b}{\partial \alpha} \left(-\frac{2\omega \operatorname{tg} \alpha}{F_a} \frac{d\omega}{d\tau} \right) + \frac{\partial b}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial \tau},$$

$$C_2 = \frac{\partial b}{\partial \alpha} \left(\pm \frac{2\omega_a m^A}{F_a} \right).$$

В результате применения метода [15] при немалых углах атаки α и положительном малом крутящем моменте $a(\sigma) > 0$ оценка для вычисления вероятности захвата в резонанс $\Delta = \omega_x - \omega_{1,2} = 0$ принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} P_r &= \frac{2Q}{2\pi|a| + Q}, \text{ если } Q < 2\pi|a|, \\ P_r &= 1, \text{ если } Q \geq 2\pi|a|, \\ P_r &= 0, \text{ если } Q \leq 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Следует отметить, что оценка вероятности захвата (14) в резонанс $\Delta = \omega_x - \omega_{1,2} = 0$ при малых значениях угла атаки и положительном малом крутящем моменте $a(\sigma) > 0$ позволяет получить результаты, близкие к результатам работы [9]. Известно, что при малых углах атаки выражение для

интеграла $\oint_c (-d\tilde{H}/dt)dt$ и функций $a(\sigma)$, $b(\sigma)$ записывается в виде [9]

$$Q = \frac{8(\bar{I}_x - 1)\omega^2 \sqrt{\bar{m}_x^A \bar{m}^A} \cos(\theta_1 - \theta_2)}{\sqrt{2\alpha} \sqrt{\bar{I}_x} (2 - \bar{I}_x)^{3/2}} + 8 \sqrt{\frac{2(1 - \bar{I}_x)}{2 - \bar{I}_x}} \left(1 - \frac{1 - \bar{I}_x}{(2 - \bar{I}_x)^2}\right) \frac{\sqrt{\alpha} \sqrt{\bar{m}_x^A}}{\sqrt{\bar{I}_x}} \frac{d\omega}{dt}, \quad (15)$$

$$|a| = \frac{2(1 - \bar{I}_x)^{1/2}}{2 - \bar{I}_x} \left| \frac{d\omega}{dt} \right|, \quad b = -\frac{2\alpha \bar{m}_x^A \omega^2}{\bar{I}_x (2 - \bar{I}_x)} (1 - \bar{I}_x),$$

$$\bar{m}_x^A = m_x^A / \omega^2, \quad \bar{m}^A = m^A / \omega^2.$$

Получение оценки вероятности захвата согласно выражениям (14) позволяет найти приближенные значения вероятности прохода через главный резонанс. При этом вероятность прохода будет приблизительно равна $1 - P_r$.

Компьютерное моделирование

При численном моделировании предполагалось, что спускаемый КА имеет массово-инерционные характеристики, аналогичные спускаемому космическому аппарату "Mars Polar Lander" [16]: наибольший радиус основания конуса $r = 1,25$ м, высоту конуса $l = 2$ м и массу $m = 576$ кг, моменты инерции $I_x = 270$ кг·м², $I_y = 443$ кг·м², $I_z = 443$ кг·м². Рассматриваемая капсула совершает спуск в атмосфере Марса (средний радиус $R_0 = 3390$ км) при среднем ускорении свободного падения $g_0 = 3,86$ м/с². Начальные условия входа в атмосферу имеют вид: скорость центра масс капсулы $V(0) = 3400$ м/с, высота $H(0) = 120$ км, угол наклона траектории $\vartheta(0) = -0,017$ рад.

На рис. 3 показано изменение угловой скорости $\omega_x(t)$ (сплошная кривая) и изменение резонансных значений $\omega_x^r(t)$ (штриховая кривая) при захвате в резонанс в случае неизменного ортогонального сочетания асимметрий

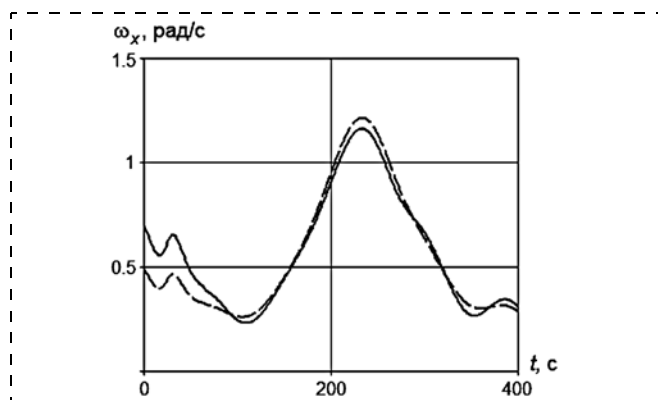


Рис. 3. Изменение угловой скорости $\omega_x(t)$ и резонансных значений $\omega_x^r(t)$ при захвате в резонанс в случае неизменного ортогонального сочетания асимметрий

значений $\omega_x^r(t)$ (штриховая кривая) при захвате в главный резонанс в случае неизменного ортогонального сочетания асимметрий $\theta_1 - \theta_2 = \pi$ и параметров

$\bar{m}_x^A = 0,008$ и $\bar{m}^A = 0,012$. Начальные условия для уравнений относительного движения имели следующие значения: угловая скорость $\omega_x(0) = 0,7$ с⁻¹, угол атаки $\alpha(0) = \pi/6$ рад, угол $\theta(0) = \pi/6$ рад. Из рис. 3 следует, что постоянное ортогональное сочетание массовой и аэродинамической асимметрий может привести к захвату в главный резонанс с последующей длительной реализацией главного резонанса. Конфигурация капсулы в данном расчетном случае может иметь вид, показанный на рис. 1, б (см. вторую сторону обложки). При этом аэродинамическая асимметрия может представлять собой неподвижную в плоскости OXZ конструктивную особенность: элемент крепления антенны, крышку люка и т.п. В этом случае при переходе от ортогонального к компланарному сочетанию асимметрий в плоскости OXZ может раскрываться аэродинамическая поверхность, которая создаст момент, компенсирующий момент от неподвижной аэродинамической асимметрии. Одновременно с указанной компенсирующей поверхностью в плоскости OXY раскрывается другая аэродинамическая поверхность, показанная на рис. 1, а (см. вторую сторону обложки).

Следует отметить, что если в процессе спуска в марсианской атмосфере посредством управляемых поверхностей осуществляется переход от ортогонального сочетания асимметрий к компланарному сочетанию, то в системе может происходить реализация прохода через главный резонанс. В частности, оценки (14) показывают, что вероятность захвата в резонанс при компланарной асимметрии в точке пересечения угловой скорости с восходящей кривой $\omega_x^r(t)$ в случае малых углов атаки близка к нулю. На рис. 4 представлено изменение угловой скорости $\omega_x(t)$ (сплошная кривая) и изменение резонансных значений $\omega_x^r(t)$ (штриховая кривая) при двойном проходе через главный резонанс. Данный численный результат был получен при переходе на 50-й секунде полета (высота 100 км) от ортогонального сочетания асимметрий ($\theta_1 - \theta_2 = \pi$) к компланарному сочетанию ($\theta_1 - \theta_2 = \pi/2$), который проводился в соответствии с законом управления (3). Остальные начальные условия и параметры капсулы при получении численных результатов для рис. 3 и рис. 4 были идентичны. Следует отметить, что при переходе от одного сочетания асимметрий к другому наблюдается некоторое скачкообразное изменение значений угловой скорости и угла атаки. Данное скачкообразное изменение величины $\omega_x(t)$ показано на рис. 4.

Таким образом, сравнение значений текущей угловой скорости капсулы и резонансного значения угловой скорости позволяет определить, наблюдается ли захват или проход через главный резонанс в каждом из рассматриваемых случаев.

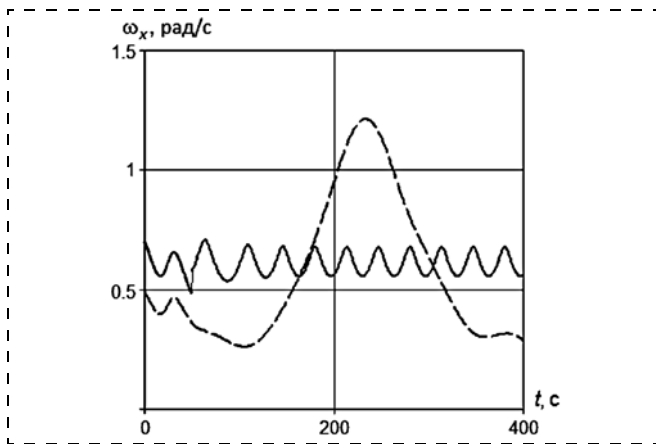


Рис. 4. Изменение угловой скорости $\omega_x(t)$ и резонансных значений $\omega_x^r(t)$ при проходе через резонанс в случае управляемого перехода от ортогонального к компланарному сочетанию асимметрий

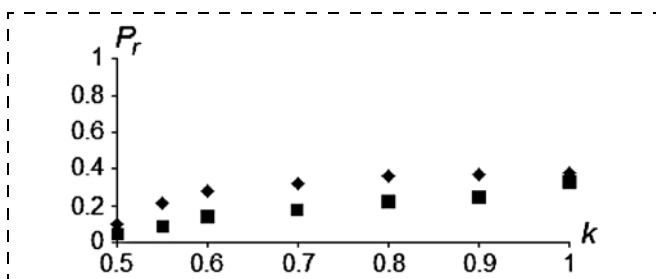


Рис. 5. Вероятность захвата в резонанс при малых и немалых углах атаки в зависимости от значений параметра асимметрии $\theta_1 - \theta_2 = \pi k$

На рис. 5 показаны результаты оценок вероятности захвата в главный резонанс при различных значениях параметра асимметрии $\theta_1 - \theta_2 = \pi k$ при малых углах атаки (применялись оценки (14), (15)) и при немалых углах атаки (применялись оценки (14), (13)). Все начальные условия движения капсулы и его массово-геометрические параметры при построении рис. 5 совпадают с величинами, применяемыми при построении рис. 3—4.

Результаты оценки вероятности захвата в резонанс при малых углах атаки представлены на рис. 5 ромбами. При этом начальное значение угла атаки принималось равным $\alpha(0) = \pi/18$ рад. Оценки вероятности захвата в резонанс при немалых углах атаки отмечены на рис. 5 квадратами. В этом случае начальный угол атаки принимался равным $\alpha(0) = \pi/6$ рад.

Из рис. 5 следует, что при рассматриваемых начальных данных и параметрах капсулы вероятность захвата при малых углах атаки несколько больше, чем вероятности захвата при немалых углах атаки. Кроме того, уменьшение параметра асимметрии $\theta_1 - \theta_2 = \pi k$ от π до $\pi/2$ радиан при переходе от ортогонального к компланарному сочетанию асимметрии приводит при немалых углах атаки к уменьшению вероятности захвата в резонанс от 0,35 до 0,05. Аналогичная закономерность прослеживается при малых углах атаки.

Данные численные результаты соответствуют численным результатам моделирования резонансного движения асимметричной капсулы в атмосфере при немалых углах атаки для случаев ортогональной и компланарной асимметрии, содержащихся в статье [17]. Следует также отметить, что согласно оценкам (13), (14) при немалых углах атаки вероятность захвата в резонанс увеличивается с ростом параметров асимметрии $\bar{m}^A$ или $\bar{m}_x^A$. Указанная закономерность согласуется с результатами оценки вероятности захвата в резонанс при малых углах атаки, содержащимися в работе [11].

Заключение

Применение метода интегральных многообразий позволяет привести нелинейную низкочастотную систему уравнений движения капсулы с малой массовой и аэродинамической асимметриями к форме, позволяющей получить приближенно-аналитическую оценку вероятности захвата КА в главный резонанс. При этом новая оценка вероятности захвата в главный резонанс выражается в элементарных функциях. В отличие от известных ранее результатов [7, 10—11] новая оценка позволяет выполнить расчет вероятности захвата в главный резонанс при атмосферном спуске капсулы с немалыми углами атаки. Управление величиной асимметрий проводится на основе представленной в работе закономерности. В статье показывается, что переход от ортогонального к компланарному сочетанию асимметрии при немалых углах атаки может привести к значительному уменьшению вероятности захвата в резонанс. Известно, что захват в длительный главный резонанс приводит к значительному увеличению угла атаки, что может привести к сбою в работе парашютной системы и явиться причиной аварийной ситуации в процессе спуска КА в атмосфере Марса.

Следует отметить, что представленная оценка может применяться для расчета вероятности захвата или прохода через главный резонанс при спуске КА в атмосфере любой планеты земной группы.

Список литературы

1. Li S., Jiang X. Review and prospect of guidance and control for Mars atmospheric entry // Journal Progress in Aerospace Sciences. 2014. Vol. 69. P. 40—57.
2. Seiff A. Structure of the atmosphere of Mars and Venus below 100 kilometers // Advances of Space Research. 1987. Vol. 7. N. 12. P. 5—16.
3. Keating G. M. The structure of the upper atmosphere of Mars: In situ accelerometer measurements from Mars Global Surveyor // Science. 1998. Vol. 279. N. 5357. P. 1672—1676.
4. Lorenz R. Attitude and angular rates of planetary probes during atmospheric descent: Implications for imaging // Journal Planetary and Space Science. 2010. Vol. 58. P. 838—846.
5. Dai J., Xia Y. Mars atmospheric entry guidance for reference trajectory tracking // Aerospace Science and Technology. 2015. Vol. 45. P. 335—345.
6. Дивеев А. И., Шмалько Е. Ю. Метод аппроксимации кривыми Безье для решения задачи оптимального управления

посадкой космического аппарата / Под ред. чл.-корр. РАН Ю. С. Попкова. М.: ИСА РАН. 2007. Т. 31 (1). С. 8—13.

7. Белоконов В. М., Заболотнов М. Ю. Оценка вероятности захвата в резонансный режим движения космического аппарата при спуске в атмосферу // Космические исследования. 2002. Т. 40. № 5. С. 503—514.

8. Lyubimov V. V. Dynamics and Control of Angular Acceleration of a Re-Entry Spacecraft with a Small Asymmetry in the Atmosphere in the Presence of the Secondary Resonance Effect // International Siberian Conference on Control and Communications. 2015. P. 1—4.

9. Любимов В. В. Асимптотический анализ вторичных резонансных эффектов при вращении космического аппарата с малой асимметрией в атмосфере // Известия вузов. Авиационная техника. 2014. № 3. С. 23—28.

10. Бобылев А. В., Ярошевский В. А. Оценка условий захвата в режим резонансного вращения неуправляемого тела при спуске в атмосферу // Космические исследования. 1999. Т. 37. № 5. С. 515—523.

11. Любимов В. В. Оценка вероятности захвата в резонанс при движении динамически несимметричного твердого тела в атмосфере // Вестник Самарского гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2007. № 2 (15). С. 110—115.

12. Заболотнов Ю. М. Метод исследования резонансного движения одной нелинейной колебательной системы // Известия РАН. Механика твердого тела. 1999. Вып. 1. С. 33—45.

13. Заболотнов Ю. М. Асимптотический анализ квазилинейных уравнений движения в атмосфере КА с малой асимметрией I // Космические исследования. 1993. Т. 31. № 6. С. 39—50.

14. Ярошевский В. А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978. 168 с.

15. Нейштадт А. И. Усреднение, прохождение через резонансы и захват в резонанс в двухчастотных системах // Успехи математических наук. 2014. № 419. С. 3—80.

16. Mars Polar Lander. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Mars_Polar_Lander.

17. Заболотнов Ю. М., Любимов В. В. Вторичный резонансный эффект при движении КА в атмосфере // Космические исследования. 1998. Т. 36. № 2. С. 206—214.

Probability of a Resonance Capture for an Asymmetric Capsule During its Controlled Descent in the Martian Atmosphere

V. V. Lyubimov, vlubimov@mail.ru, E. V. Kurkina, ekaterina.kurkina@mail.ru,
Samara University, Samara, 443086, Russian Federation

Corresponding author: Lyubimov Vladislav V., D. Sc., Head of Higher Mathematics Department,
Samara University, Samara, 443086, Russian Federation, e-mail: mail@samspace.ru

Received on January 31, 2017

Accepted on February 18, 2017

The authors consider a descent of a spacecraft capsule with small controlled aerodynamic and constant mass asymmetries in the Martian atmosphere. The aerodynamic asymmetries of the capsule are due to two controlled surfaces, which have two positions: closed and open ones. As is known, small mass and aerodynamic asymmetries of the capsule can lead to various types of resonance phenomena and effects. It should be noted that the cause of the accidents during an atmospheric descent of a spacecraft may be a resonance capture, which leads to a significant increase of the angle of attack. The purpose of this work is to provide analysis and estimation of the probability of a principal resonance capture of a capsule with small variable mass and aerodynamic asymmetries resulting in arbitrary angles of attack. The theoretical significance of this work is an approximate analytical estimation of the probability of a principal resonance capture. This estimation of the probability of a resonance capture is expressed in the terms of the elementary functions. Of practical interest is implementation of a controllable transition to the coplanar combination of the asymmetries for the capsules having an orthogonal combination of the asymmetries during a reentry. This transition may be implemented according to the introduced control law. Calculation of the probability of a resonance capture is considered on the example of the problem of the atmospheric descent of a capsule with the mass-inertial characteristics similar to the Mars Polar Lander spacecraft. The authors demonstrate that a transition from the orthogonal to the coplanar combination of the asymmetries contributes to a significant reduction of the probability of a resonance capture. The presented estimates can be used for calculation of the probability of capture or passage through a principal resonance during a descent of a spacecraft in the atmosphere of any planet.

Keywords: capsule, atmosphere, asymmetry, control, resonance, estimation, probability, Mars

For citation:

Lyubimov V. V., Kurkina E. V. Probability of a Resonance Capture for an Asymmetric Capsule During its Controlled Descent in the Martian Atmosphere. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 8, pp. 564—571.

DOI: 10.17587/mau.18.564-571

References

1. Li S., Jiang X. Review and prospect of guidance and control for Mars atmospheric entry, *Journal Progress in Aerospace Sciences*, 2014, vol. 69, pp. 40—57.

2. Seiff A. Structure of the atmosphere of Mars and Venus below 100 kilometers, *Advances of Space Research*, 1987, vol. 7, no. 12, pp. 5—16.

3. Keating G. M. The structure of the upper atmosphere of Mars: In situ accelerometer measurements from Mars Global Surveyor, *Science*, 1998, vol. 279, no. 5357, pp. 1672—1676.

4. Lorenz R. Attitude and angular rates of planetary probes during atmospheric descent: Implications for imaging, *Journal Planetary and Space Science*, 2010, vol. 58, pp. 838—846.

5. Dai J., Xia Y. Mars atmospheric entry guidance for reference trajectory tracking, *Aerospace Science and Technology*, 2015, vol. 45, pp. 335—345.

6. Diveev A. I., Shmalko E. Y. *Metod approksimatsii krivymi Bez'e dlya resheniya zadachi optimal'nogo upravleniya posadkoj kosmicheskogo apparata* (Bezier curves approximation method for solving the optimal control problem of spacecraft landing), Yu. Popkov ed., ISA RAS, 2007, vol. 31 (1), pp. 8—13 (in Russian).

7. Belokonov V. M., Zabolotnov Yu. M. Estimating the probability of spacecraft motion capture in the resonancemode during the reen-

try into the atmosphere, *Kosmicheskie Issledovaniya*, 2002, vol. 40, no. 5, pp. 503–514 (in Russian).

8. **Lyubimov V. V.** Dynamics and Control of Angular Acceleration of a Re-Entry Spacecraft with a Small Asymmetry in the Atmosphere in the Presence of the Secondary Resonance Effect, *International Siberian Conference on Control and Communications*, 2015, pp. 1–4.

9. **Lyubimov V. V.** Asymptotic analysis of the secondary resonance effects in the rotation of a spacecraft with a small asymmetry in the atmosphere, *Russian Aeronautics*, 2014, vol. 57, no. 3, pp. 245–252.

10. **Bobilev A. V., Yaroshevsky V. A.** *Ocenka uslovij zahvata v rezhim rezonansnogo vrashheniya neupravlyаемого tela pri spuske v atmosferu* (Evaluation of conditions in the capture resonance uncontrolled body rotation mode during the descent into the atmosphere), *Kosmicheskie Issledovaniya*, 1999, vol. 37, no. 5, pp. 515–523 (in Russian).

11. **Lyubimov V. V.** Estimating the probability of capture into resonance when driving dynamically rigid body in the atmosphere, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki*, 2007, no. 2 (15), pp. 110–115 (in Russian).

12. **Zabolotnov Yu. M.** *Metod issledovaniya rezonansnogo dvizheniya odnoj nelinejnoj kolebatel'noj sistemy* (The method of investigation of resonant motion of a nonlinear oscillation system), *Izvestiya RAS. Mechanics of rigid body*, 1999, vol. 1, pp. 33–45 (in Russian).

13. **Zabolotnov Yu. M.** Asymptotic analysis of quasi-linear equations of the motion in the atmosphere of a spacecraft of a small asymmetry I, *Kosmicheskie Issledovaniya*, 1993, vol. 31, no. 6, pp. 39–50 (in Russian).

14. **Yaroshevsky V. A.** *Dvizhenie neupravlyаемого tela v atmosfere* (Uncontrolled body motion in the atmosphere), Moscow, Mashinostroyeniye, 1978, 168 p. (in Russian).

15. **Neishtadt A. I.** Averaging, passage through resonances, and capture into resonance in two-frequency systems, *Uspekhi Mat. Nauk*, 2014, vol. 69, no. 5 (419), pp. 3–80 (in Russian).

16. **Mars Polar Lander**, available at: https://ru.wikipedia.org/wiki/Mars_Polar_Lander.

17. **Zabolotnov Yu. M., Lyubimov V. V.** *Vtorichnyj rezonansnyj jeffekt pri dvizhenii KA v atmosfere* (The secondary resonance effect at spacecraft motion in the atmosphere), *Kosmicheskie Issledovaniya*, 1998, vol. 36, no. 2, pp. 206–214 (in Russian).

УДК 621.396: 681.5.015.44

DOI:10.17587/mau.18.571-576

А. Н. Грачев, канд. техн. наук, доц., ga150161@mail.ru,

Тульский государственный университет,

С. А. Курбатский, нач. отделения qrbs@rambler.ru,

Ю. И. Лебедеко, канд. техн. наук, вед. инженер, lebedenko@tsu.tula.ru,

АО ЦКБА, г. Тула

Алгоритм оценки параметров морской качки в задачах повышения точности позиционирования луча корабельной радиолокационной станции

Рассматривается проблема предсказания углового положения судна при морской качке, что необходимо для электронной стабилизации положения луча его радиолокационной станции. Используются независимые динамические модели второго порядка для всех видов качки: бортовой, килевой и рыскания. Показано, что применение дискретного экстраполятора калмановского типа позволяет построить цифровую систему стабилизации луча локатора, погрешность которой при определенных условиях может быть меньше погрешности гироскопических датчиков соответствующих углов.

Ключевые слова: корабельная радиолокационная станция, электронная стабилизация луча, дискретная модель нерегулярной качки в пространстве состояний, идентификация параметров модели, калмановская фильтрация

Введение

За исключением относительно редких случаев полного штиля, морское судно практически всегда подвергается воздействию волн и поэтому находится в состоянии так называемой нерегулярной качки [1–3]. Вместе с судном качается и антенна его радиолокационной станции (РЛС), предназначенной для решения задач обзора окружающего пространства, а также для сопровождения воздушных и надводных целей. При управлении такой РЛС, работающей в условиях качки, возникают существенные проблемы, связанные с невозможностью в определенный момент времени точного направления луча в заданную точку пространства. Для РЛС с механическим управлением положением луча наиболее распространенным способом решения этой проблемы является размещение антенны на специальной стабилизированной платформе.

При этом очевидно, что использование таких стабилизированных платформ является достаточно затратным решением, дополнительно приводящим к существенному увеличению массы и габаритных размеров РЛС [1].

В то же время известно [4], что в современных обзорных РЛС с цифровой системой управления и с электронной стабилизацией луча, основанной на применении фазированных антенных решеток (ФАР), не представляет особого труда практически мгновенно установить текущие углы отклонения луча от нормали к плоскости ФАР, обеспечивающие его точное заданное положение в стабилизированной системе координат. Таким образом, появляется принципиальная возможность отказаться от использования стабилизированных платформ при условии разработки специальных алгоритмов, способных упреждать (предсказывать) основные характеристики качки судна для того, чтобы в заданный мо-

мент времени направлять луч РЛС в любую требуемую точку пространства уже с учетом компенсации влияния морской качки.

Постановка задачи

Современные обзорные РЛС с ФАР, как правило, осуществляют регулярные посылки пачек зондирующих импульсов с определенной длительностью и заданным обзорным периодом [4]. Во время излучения самой пачки корректировать ее направление, естественно, невозможно. Однако, поскольку длительность таких посылок относительно периода колебаний корабля при качке невелика, то это не приведет к значительным отклонениям луча от заданной точки пространства, если будет возможность с помощью алгоритма упреждения с достаточной точностью предсказать параметры качки на момент середины будущей посылки и, соответственно, скорректировать ее направление.

Кроме того, значительно реже, чем обзорные посылки пачек импульсов, необходимо осуществлять некоторые дополнительные посылки в определенные точки пространства, например, для сопровождения целей. Длительность таких посылок также может оказаться больше, чем у обзорных. Поэтому, разрабатывая алгоритм компенсации морской качки, необходимо учесть, чтобы с его помощью можно было предсказывать параметры качки судна как на относительно малый (обзорный) интервал времени, так и на некоторое произвольное время, в несколько раз превышающее обзорный интервал.

Разработка такого алгоритма, естественно, подразумевает использование соответствующих математических моделей морского волнения и нерегулярной качки корабля. В работах [2, 3, 5–7] описано использование для решения различных задач нескольких типов таких моделей: линейных и нелинейных, в сосредоточенных и распределенных параметрах. Там же показано, что нерегулярная морская качка состоит из трех одновременно действующих на судно, однако взаимно практически не связанных типов качки: бортовой, килевой и рыскания. В простейшем случае для достаточно точного предсказания с использованием методов калмановской фильтрации всех соответствующих углов наклона палубы, а именно крена, дифферента и рыскания, вполне достаточно использования линейных моделей в сосредоточенных параметрах в виде обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка [2, 6, 7]. Поскольку для разных типов углов такие дифференциальные уравнения будут различаться только своими параметрами, в дальнейшем будем рассматривать модель бортовой качки, учитывая тот факт, что остальные типы качки (килевая и рыскание) будут иметь аналогичные модели, а задачи их компенсации будут решаться с использованием тех же методов.

Непрерывная математическая модель процесса качки

Исходя из сказанного выше, бортовую качку судна на нерегулярном волнении предлагается описывать следующим стохастическим дифференциальным уравнением [2, 6]:

$$\ddot{\theta}(t) + 2\mu\dot{\theta}(t) + b^2\theta(t) = 2b\sqrt{A\mu}\omega(t), \quad (1)$$

где $\theta(t)$ — угол бортового крена корабля в момент времени t ; μ — коэффициент, определяющий степень нерегулярности волнения; A — дисперсия ординат волнового профиля, характеризующая интенсивность волнения; b — коэффициент, вычисляемый по формуле: $b = \sqrt{\mu^2 + \lambda^2}$, где λ — преобладающая частота системы волн; $\omega(t)$ — скалярный белый шум с интенсивностью (дисперсией) $Q = 1$.

Как известно [2], решением дифференциального уравнения вида (1) будет случайный процесс колебательного типа с корреляционной функцией, хорошо аппроксимируемой следующим равенством:

$$K_{\theta}(\tau) = Ae^{-\mu|\tau|} \left(\cos\lambda\tau + \frac{\mu}{\lambda} \sin\lambda|\tau| \right). \quad (2)$$

Например, задавшись следующими данными: $A = 0,008 \text{ рад}^2$; $\lambda = 0,7 \text{ с}^{-1}$; $\mu = 0,1$ и воспользовавшись формулами (1), (2), можно получить при нулевых начальных условиях соответствующий процесс изменения угла бортового крена корабля и его корреляционную функцию, показанные на рис. 1 и 2.

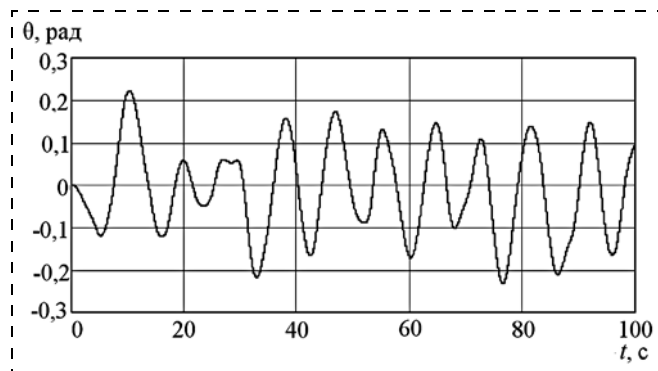


Рис. 1. Процесс изменения угла бортовой качки корабля

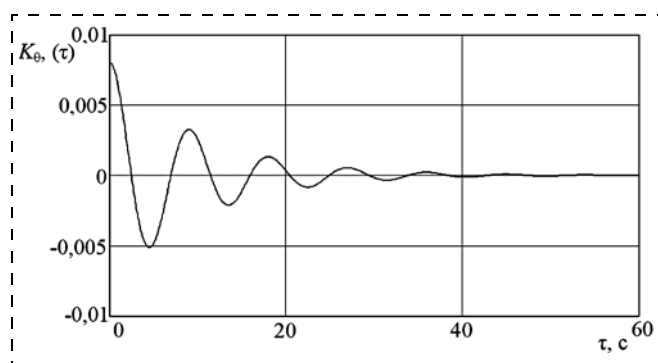


Рис. 2. Корреляционная функция процесса изменения угла бортовой качки корабля

Таким образом, в данном примере угол крена корабля при бортовой качке в отдельные моменты времени достигает 0,25 рад, или примерно 12°. При этом отметим, что интенсивность волнения ($A = 0,008 \text{ рад}^2$) соответствует умеренному уровню (примерно 2 балла по десятибалльной шкале ГУ ГМС СССР от 1953 г.) со средней высотой волны примерно в 0,5 м [1, 2]. Частота колебаний при качке, вызванной нерегулярным волнением, как показано в книге [2], всегда бывает близкой к собственной частоте колебаний корабля в соответствующей плоскости.

Очевидно, данная модель может быть использована для упреждения характеристик качки в реальном времени. Это, например, можно сделать с использованием линейного непрерывного фильтра (экстраполятора) Калмана, для чего дифференциальное уравнение вида (1) преобразуется в модель, представленную в пространстве состояний [2]:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Fx(t) + G\omega(t); \quad (3)$$

$$z(t) = Hx(t) + v(t), \quad (4)$$

где $x^T(t) = [\omega(t) \dot{\theta}(t)]$ — вектор состояния в модели

качки; $F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b^2 & -2\mu \end{bmatrix}$ — матрица состояний; $G =$

$= \begin{bmatrix} 0 \\ 2b\sqrt{A\mu} \end{bmatrix}$ — матрица преобразования входного

воздействия; $z(t)$ — вектор текущих измерений угла крена и, возможно (если имеется соответствующий датчик), угловой скорости крена; H — матрица измерений; $v(t)$ — вектор шумов в измерениях, зависящий от погрешностей используемых гироскопических измерительных приборов.

Отметим, что $z(t)$ и $v(t)$ могут быть скалярами, если измеряется только один угол крена $\theta(t)$, тогда матрица измерений будет иметь вид: $H = [1 \ 0]$. Если же с помощью соответствующих гироскопических приборов может быть измерен весь текущий вектор состояний, т.е. сам угол крена $\theta(t)$ и его первая производная $\dot{\theta}(t)$, то $z(t)$ и $v(t)$ становятся векторами, состоящими из двух элементов каждый, а матрица измерений превращается в единичную:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Дискретная математическая модель процесса качки

В современных условиях применения цифровых систем управления, в том числе в рассматриваемом классе РЛС, при реализации данного метода компенсации морской качки представляется целесообразным от непрерывной модели вида (3),

(4) перейти к дискретной модели в виде следующей системы разностных уравнений:

$$x(k+1) = \Phi(T_0)x(k) + \Gamma(T_0)\omega(k); \quad (5)$$

$$z(k+1) = Hx(k+1) + v(k+1), \quad (6)$$

где $x^T(k) = [\theta(k) \dot{\theta}(k)]$ — вектор состояния в модели качки в дискретный момент времени k ; $\Phi =$

$= \begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ -b^2 T_0 & 1 - 2 T_0 \mu \end{bmatrix}$ — матрица состояний; $\Gamma =$

$= \begin{bmatrix} 0 \\ 2 T_0 b \sqrt{A \mu} \end{bmatrix}$ — матрица преобразования входного

воздействия; $z(k)$ — вектор измерений; H — матрица измерений; $v(k)$ — вектор шумов в измерениях, зависящий от погрешностей используемых гироскопических измерительных приборов; T_0 — период дискретизации.

Что касается модели измерений (6), то для нее справедливо все, что было сказано ранее о непрерывной модели (4), в том числе и о виде матрицы измерений H .

Дискретный фильтр Калмана для упреждения параметров качки

Далее, воспользовавшись моделью (5), (6), можно синтезировать линейный дискретный фильтр (экстраполятор) Калмана, одним из достоинств которого, наряду со сглаживанием текущих измерений, является упреждение вектора состояния на любое наперед заданное время, для чего необходимо это время подставить в матрицы Φ и Γ вместо времени дискретизации T_0 . Заметим, что одновременно с таким упреждением вектора состояния может быть рассчитана и априорная дисперсия данного упреждения.

Синтез линейного дискретного фильтра Калмана в этом случае особых проблем не представляет, если известны три основных параметра описанной выше модели качки: A , λ и μ . Ниже приведем выражения такого линейного дискретного фильтра Калмана [8]:

1) ковариационная матрица упреждения на время дискретизации T_0

$$P(k+1/k) = \Phi(T_0)P(k/k)\Phi^T(T_0) + \Gamma(T_0)Q\Gamma^T(T_0);$$

2) коэффициент усиления в фильтре Калмана

$$K(k+1) = P(k+1/k)H^T(H P(k+1/k)H^T + R)^{-1};$$

3) ковариационная матрица сглаженных оценок

$$P(k+1/k+1) = (I - K(k+1)H)P(k+1/k);$$

4) упреждение на время дискретизации T_0

$$x(k+1/k) = \Phi(T_0)x(k/k);$$

5) сглаженная оценка

$$\begin{aligned} & \mathbf{x}(k+1/k+1) = \\ & = \mathbf{x}(k+1/k) + \mathbf{K}(k+1)\{\mathbf{z}(k+1) - \mathbf{H}\mathbf{x}(k+1/k)\}. \end{aligned}$$

Здесь $\mathbf{I}$ — единичная матрица размером 2×2 ; Q — скаляр, равный 1; $\mathbf{R}$ — ковариационная матрица ошибок измерений (определяется погрешностями измерений угла крена и его угловой скорости, если она измеряется). В качестве начальных условий для запуска фильтра $\mathbf{x}(0/0)$ можно использовать измерения, полученные непосредственно перед его запуском. В качестве начального для алгоритма значения ковариационной матрицы необходимо

взять: $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & bA \end{bmatrix}$.

Заметим, что если нужно упреждать состояние на время, отличное от T_0 (например, на время T_1), то это не представляет особой сложности, поскольку для этого можно использовать то же уравнение п. 4 из фильтра, в котором матрица $\Phi(T_1)$ вычисляется как функция уже не от T_0 , а от T_1 . Аналогично с помощью уравнения п. 1 из фильтра, заменив в нем T_0 на T_1 , можно оценить ковариационную матрицу такого упреждения, т.е. его априорную точность.

Параметрическая идентификация модели качки

Рассмотрим теперь задачу параметрической идентификации модели морской качки или определения параметров A , λ и μ , знание которых необходимо для применения фильтра Калмана.

Так, параметр A может быть оценен двумя способами. Во-первых, приближенно — по высоте так называемой волны 3 %-й обеспеченности с использованием выражения (см. [2], с. 30)

$$A = 0,143 \left(\frac{h_{3\%}}{2} \right)^2,$$

где $h_{3\%}$ — высота волны 3 %-й обеспеченности по десятибалльной шкале ГУ ГМС СССР от 1953 г. [1, 2].

Во-вторых, параметр A может быть вычислен экспериментально по предварительно измеренной с использованием гироскопического датчика выборке процесса $\theta(t)$ (примерно такой, какая показана на рис. 1), поскольку интенсивность волнения на море по сравнению с задачами, решаемыми с использованием РЛС, можно считать практически постоянной. Как известно, в этом случае достаточно легко можно рассчитать экспериментальную корреляционную функцию, такую, как показано на рис. 2. Параметр A есть не что иное, как дисперсия процесса $\theta(t)$ или значение корреляционной функции при нулевом аргументе.

Аналогично параметр λ также может быть оценен двумя способами. С одной стороны, как уже было сказано ранее, частота колебаний при качке, вызванной нерегулярным волнением, бывает близкой к собственной частоте колебаний корабля в со-

ответствующей плоскости. Поэтому если имеется априорная информация о частотах собственных колебаний корабля, то ею, естественно, можно воспользоваться. С другой стороны, преобладающую частоту колебаний при качке можно вычислить по той же самой экспериментально полученной корреляционной функции (рис. 2) путем определения преобладающего периода ее колебаний.

Наконец, параметр μ приближенно может быть вычислен по формуле (см. [2], с. 30):

$$\mu = 0,21\lambda.$$

Пример моделирования и предсказания параметров качки

Рассмотрим пример упреждения процесса бортовой качки с характеристиками, соответствующими истинным параметрам, введенным ранее: $A = 0,008 \text{ рад}^2$; $\lambda = 0,7 \text{ с}^{-1}$; $\mu = 0,1$ (рис. 1, 2). Погрешности измерений угла бортовой качки и его первой производной, т.е. среднеквадратичное отклонение (СКО) измерений, в данном исследовании будем полагать равными 1,5' и 12'/с соответственно, что не противоречит литературным источникам по гироскопическим приборам [9]. Так, погрешность выдерживания вертикали в таких приборах составляет единицы угловых минут, а датчики угловых скоростей способны измерять скорости порядка $10^{-4} \dots 10^{-5} \text{ рад/с}$ (т.е. менее 1'/с). Основной период дискретизации РЛС примем равным $T_0 = 0,01 \text{ с}$.

При проведении исследований в процессе имитационного моделирования по "измеренному" процессу $\theta(t)$ вычислялась корреляционная функция (рис. 1, 2), по которой, в свою очередь, описанным выше способом были вычислены оценки параметров: $A_{\text{оц}} = 0,013 \text{ рад}^2$; $\lambda_{\text{оц}} = 0,726 \text{ с}^{-1}$; $\mu_{\text{оц}} = 0,152$. Заметим, что они не совсем совпадают с истинными значениями соответствующих параметров. С использованием этих оценок были синтезированы два линейных дискретных фильтра (экстраполятора) Калмана: в одном измерялся только угол крена, в другом измерялись как угол крена, так и его первая производная (угловая скорость крена).

В результате применения первого фильтра (с измерением только угла крена) были получены графики ошибок упреждения угла на время дискретизации $T_0 = 0,01 \text{ с}$ и на время $T_1 = 0,1 \text{ с}$, показанные на рис. 3 и 4 соответственно. При этом ошибку вычисляли как разность между реальным значением угла крена имитационной модели и предсказанным с помощью фильтра значением (по результатам зашумленных измерений).

В результате применения второго фильтра с измерением угла крена и его первой производной также были получены графики ошибок упреждения угла на время дискретизации $T_0 = 0,01 \text{ с}$ и на время $T_1 = 0,1 \text{ с}$, показанные на рис. 5 и 6.

По представленным на рисунках графикам были вычислены СКО ошибок упреждения, которые составили для первого фильтра: $\sigma_{0,01} = 3,033 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$,

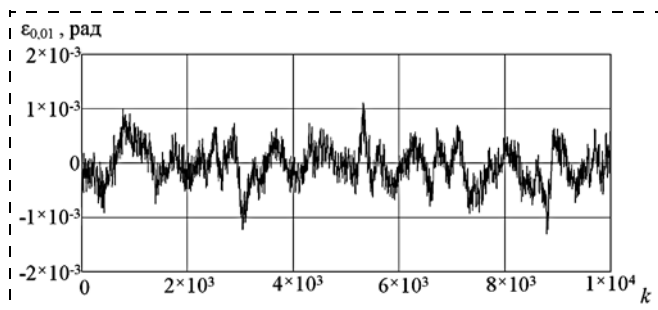


Рис. 3. Ошибка упреждения на 0,01 с при измерении только угла крена

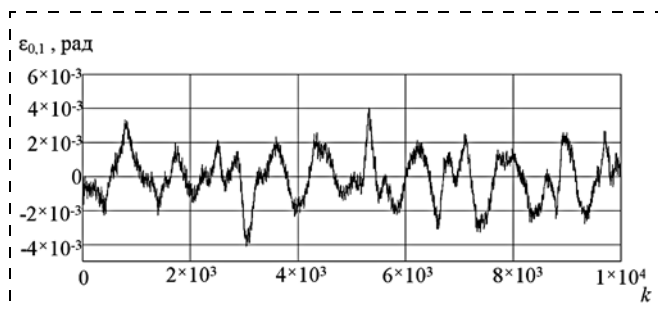


Рис. 4. Ошибка упреждения на 0,1 с при измерении только угла крена

$\sigma_{0,1} = 1,425 \cdot 10^{-3}$ рад; для второго фильтра: $\sigma_{0,01} = 2,62 \cdot 10^{-4}$ рад, $\sigma_{0,1} = 9,138 \cdot 10^{-4}$ рад при соответствующих временах упреждения. Из этих результатов следует, что второй фильтр упреждает процесс качки несколько лучше, чем первый, что вполне логично при наличии дополнительных измерений первой производной угла крена.

В целом дискретный фильтр Калмана, рассмотренный в данной статье, обеспечивает упреждение угла крена на время 0,01 с точностью, даже превосходящей точность текущих измерений этого угла гироскопическим прибором, которая в вычислительных экспериментах составляла $4,363 \cdot 10^{-4}$ рад (т.е. 1,5').

Заключение

В настоящее время возможности цифровых систем управления позволяют реализовывать различные достаточно сложные алгоритмы предсказания параметров качки судна. Однако в задачах электронной стабилизации луча корабельной РЛС, когда модель качки представляет собой линейный псевдослучайный процесс, вполне достаточным является применение для предсказания углового положения судна классического метода линейной калмановской фильтрации (экстраполяции). Как известно [7], для линейных динамических систем фильтр Калмана является оптимальным и обеспечивает минимальное СКО оценки параметров качки.

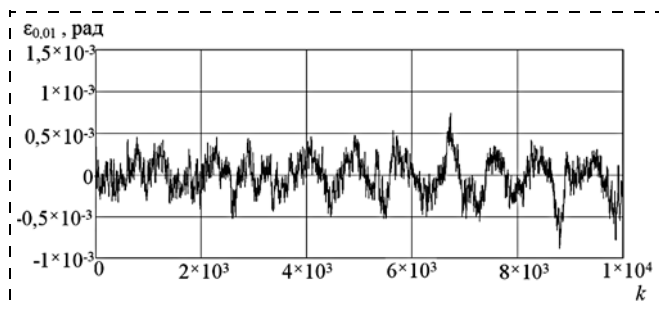


Рис. 5. Ошибка упреждения на 0,01 с при измерении угла крена и угловой скорости крена

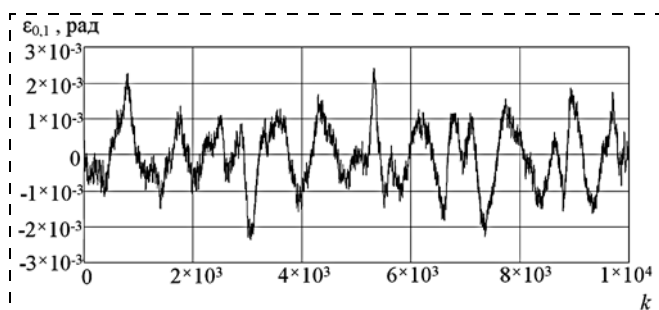


Рис. 6. Ошибка упреждения на 0,1 с при измерении угла крена и угловой скорости крена

В работе также показано, что при рассмотренных малых периодах упреждения он позволяет вычислять упрежденный угол крена с СКО не более ошибки датчика-измерителя.

Список литературы

1. **Судовые** радиолокационные станции и их применение (справочное руководство). Т. 3 / В. Я. Аверьянов, А. М. Байрашевский, К. В. Георгианов и др. Л.: Судостроение, 1970. 264 с.
2. **Ривкин С. С.** Стабилизация измерительных устройств на качающемся основании. М.: Наука, 1978. 320 с.
3. **Чижиумов С. Д.** Основы динамики судов на волнении: учеб. пособ. Комсомольск-на-Амуре: ГОУВПО "КнАГТУ", 2010. 110 с.
4. **Активные** фазированные антенные решетки / Под ред. Д. И. Воскресенского и А. И. Канащенкова. М.: Радиотехника, 2004. 488 с.
5. **Нечаев Ю. И., Бухановский А. В., Иванов С. А.** Виртуальное моделирование динамики судна на морском волнении в интеллектуальных тренажерах // Искусственный интеллект. 2004. № 4. С. 350—359.
6. **Чепок А. О.** Аналитическое определение сил инерции, действующих на груз при качке корабля // Вестник АГТУ. Сер. Морская техника и технология. 2014. № 1. С. 43—47.
7. **Mar J., Chen-Chih Liu, and Basnet M. B.** Ship-Borne Phased Array Radar Using GA Based Adaptive α - β - γ Filter for Beam-forming Compensation and Air Target Tracking // International Journal of Antennas and Propagation. 2015. Article ID 563726. 16 p.
8. **Браммер К., Зиффлинг Г.** Фильтр Калмана-Бьюси. М.: Наука, 1982. 200 с.
9. **Бороздин В. Н.** Гироскопические приборы и устройства систем управления: учеб. пособ. для вузов. М.: Машиностроение, 1990. 272 с.

Algorithm for Estimating the Parameters of Sea Pitching for Increasing the Accuracy of a Ship-Borne Radar Beam Positioning

A. N. Grachev, ga150161@mail.ru,

Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation,

S. A. Kurbatsky, qrbs@rambler.ru, Yu. I. Lebedenko, lebedenko@tsu.tula.ru,
Central Design Bureau of Apparatus Engineering, Tula, 300034, Russian Federation

Corresponding author: Grachev Aleksandr N., Associate Professor,
Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation, e-mail: ga150161@mail.ru

Received on September 12, 2016

Accepted on December 16, 2017

The sea waves cause the effect of a rotational motion (i.e., pitch, roll and heading angle) of ships. The ship rotational motions result in beam pointing error of the phased array radar aboard the ship. The antenna stabilization aimed to achieve a beam pointing accuracy over a long dwell time is an important problem for the shipborne phased array radars. Due to the dynamic and stochastic nature of the sea environment, the shipborne phased array radar must be able to compensate for the ship's motion adaptively. In this paper, the linear discrete Kalman filter is proposed as a predictor for the shipborne phased array radar, which can compensate for the beam pointing error and track the air and sea surface targets. The pitch, roll and heading angles and the its velocities data are measured on-line from a gyroscope of the sea vehicle and used from the ship motion mathematical models for their prediction. It is proved, that the pitch, roll, and heading motion models may be considered as independent. All these models are presented as the same second order linear differential equations with different parameters. Besides, equivalent linear discrete state space models for the angles' changes are constructed in the paper. The estimation accuracy of the Kalman filter (predictor) depends on the values of different parameters, such as the parameters of the ship's motion mathematical model, measurement error covariance matrices, etc. The sea environments are very dynamic, hence, there is a need for an adaptive system for the controlling and compensating devices, operating regardless of the ship's motion. Continuous monitoring of the environment and adapting filter ensure parameters with less computational burden needed for a real time application. The paper describes a technique for identification of such parameters by the measured correlation functions of the pitch, roll, and heading angles. Finally, it is proved by the computer simulations that the proposed compensations technique is a real time applicable algorithm for a shipborne phased array radar. The computer simulation was performed with the following parameters: the measurement frequency for the gyroscopes was 100 Hz, the prediction times of the Kalman filter were 0.01 s and 0.1 s. The following two cases were considered. In the first case, only the predicted angles were measured with gyroscopes. In the second case, the angles and the rates of their change were measured. The simulations demonstrated that the presented prediction algorithm ensured higher accuracy (less root mean square errors of the predicted angles) than the initial accuracy of the gyroscopes measurements.

Keywords: shipborne phased array radar, ship rotational motion, pitch, roll, and heading angle, beam pointing error compensation, parameters identification technique, linear discrete Kalman filter

For citation:

Grachev A. N., Kurbatsky S. A., Lebedenko Yu. I. Algorithm for Estimating the Parameters of Sea Pitching for Increasing the Accuracy of a Ship-Borne Radar Beam Positioning, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 8, pp. 571—576.

DOI: 10.17587/mau.18.571-576

References

1. Aver'janov V. Ja., Bajrashevskij A. M., Georgyanov K. V. i dr. *Sudovye radiolokacionnye stancii i ih primeneniye (spravochnoe rukovodstvo)* (Shipboard radars and their application (Reference Guide)), vol. 3, Leningrad, Sudostroenie, 1970, 264 p. (in Russian).
2. Rivkin S. S. *Stabilizatsiya izmeritel'nykh ustroystv na kachajushchetsja osnovanii* (Stabilization of measuring devices based on the rocker base), Moscow, Nauka, 1978, 320 p. (in Russian).
3. Chizhiumov S. D. *Osnovy dinamiki sudov na volnenii* (Fundamentals of dynamics of ships in waves), Komsomol'sk-na-Amure, Published by GOUVPO "KnAGTU", 2010, 110 p. (in Russian).

4. Voskresenskogo D. I., Kanashhenkova A. I. ed. *Aktivnye fazirovannye antennnye reshetki* (The active phased array antennas), Moscow, Radiotekhnika, 2004, 488 p. (in Russian).
5. Nechaev Ju. I., Buhanovskij A. V., Ivanov S. A. *Virtual'noe modelirovanie dinamiki sudna na morskoy volnenii v intellektual'nykh trenazherakh* (Virtual modeling of dynamics vessel on the sea wave in intelligence trainer), *Iskusstvennyy Intellekt*, 2004, no. 4, pp. 350—359 (in Russian).
6. Chepok A. O. *Analiticheskoe opredelenie sil inercii, deystvuyushih na gruz pri kachke korablja* (Analytical determination of the inertia forces acting on the cargo ship at the roll), *Vestnik AGTU, Ser. Morskaya Tekhnika i Tehnologiya*, 2014, no. 1, pp. 43—47 (in Russian).
7. Mar J., Chen-Chih Liu, and Basnet M. B. Ship-Borne Phased Array Radar Using GA Based Adaptive α - β - γ Filter for Beamforming Compensation and Air Target Tracking, *International Journal of Antennas and Propagation*, 2015, Article ID 563726, 16 p.
8. Brammer K., Ziffeling G. *Fil'tr Kalmana-Bjusi* (Kalman-Busy Filter), Moscow, Nauka, 1982, 200 p. (in Russian).
9. Borozdin V. N. *Giroskopicheskie pribory i ustrojstva sistem upravleniya* (Gyroscopic devices and control systems), Moscow, Mashinostroenie, 1990, 272 p. (in Russian).

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5397, тел./факс: (499) 269-5510

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор З. В. Наумова.

Сдано в набор 31.05.2017. Подписано в печать 14.07.2017. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН817 Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

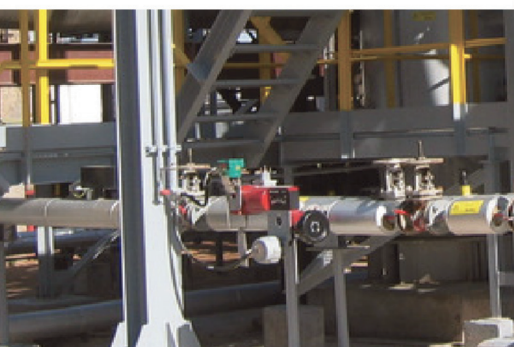
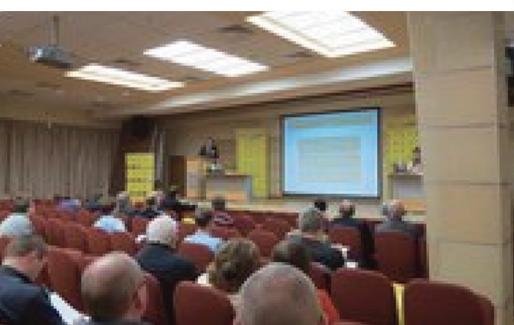
Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солюнз". Отпечатано в ООО "Авансд солюнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.



28 ноября 2017 г. в Москве
В ГК «ИЗМАЙЛОВО» состоится

Восьмая Межотраслевая конференция «АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВА – 2017»

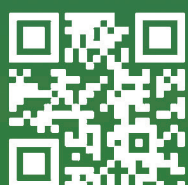


Конференция посвящена демонстрации современных информационных технологий, новейших разработок для автоматизации предприятий энергетики, машиностроения, металлургии, химической, нефтегазовой, цементной и других отраслей промышленности, информационно-управляющих систем, АСУТП, АСОДУ, ERP, CRM, MES, АСКУЭ, АИИСКУЭ, ПАЗ, РЗА, SCADA, контрольно-измерительной техники, газоанализаторов, расходомеров, датчиков, уровнемеров и спектрометров; модернизации систем автоматизации, учета, мониторинга и контроля технологических процессов; технологии защиты информации в промышленных системах управления. Организатор конференции - консалтинговая компания ООО «ИНТЕХЭКО».

ОСНОВНЫЕ ТЕМЫ ДОКЛАДОВ

- Актуальные задачи автоматизации в промышленности. Современные информационные технологии для повышения уровня эффективности, экономичности и безопасности предприятий
- Информационно-управляющие системы промышленной автоматизации (АСУТП, АСКУЭ, ERP, CRM, MES-системы, АСОДУ, SCADA и смежные направления)
- Автоматизация электроснабжения промышленных предприятий. Системы энергоменеджмента
- Практический опыт внедрения информационных систем на предприятиях различных отраслей
- Теория и практика управления информационной безопасностью промышленных предприятий
- Проблемы защиты информации в промышленных системах управления
- Современные решения в области контрольно-измерительной техники
- Новейшие типы газоанализаторов, расходомеров, спектрометров, средств мониторинга, контроля и учета, различные типы датчиков
- Системы управления нормативно-справочной информацией
- Автоматизация проектирования, измерений и испытаний

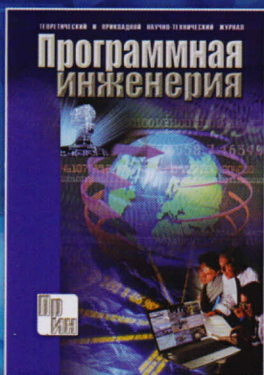
ООО «ИНТЕХЭКО»



Подробную информацию о конференции
см. сайте:

www.intecheco.ru

Издательство **“НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ”** выпускает научно-технические журналы



Теоретический и прикладной научно-технический журнал

ПРОГРАММНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ

В журнале освещаются состояние и тенденции развития основных направлений индустрии программного обеспечения, связанных с проектированием, конструированием, архитектурой, обеспечением качества и сопровождением жизненного цикла программного обеспечения, а также рассматриваются достижения в области создания и эксплуатации прикладных программно-информационных систем во всех областях человеческой деятельности.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 22765; «Пресса России» – 39795



Ежемесячный теоретический и прикладной
научно-технический журнал

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития основных направлений в области разработки, производства и применения информационных технологий.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 72656; «Пресса России» – 94033



Научно-практический и учебно-методический журнал

БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В журнале освещаются достижения и перспективы в области исследований, обеспечения и совершенствования защиты человека от всех видов опасностей производственной и природной среды, их контроля, мониторинга, предотвращения, ликвидации последствий аварий и катастроф, образования в сфере безопасности жизнедеятельности.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 79963; «Пресса России» – 94032



Ежемесячный междисциплинарный
теоретический и прикладной научно-технический журнал

НАНО- и МИКРОСИСТЕМНАЯ ТЕХНИКА

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития нано- и микросистемной техники, рассматриваются вопросы разработки и внедрения нано- и микросистем в различные области науки, технологии и производства.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 79493; «Пресса России» – 27849

Все журналы
распространяются
только по подписке.

Оформить подписку можно
через подписные агентства
либо непосредственно
в редакции журналов.

Адрес редакции журналов для авторов и подписчиков:
107076, Москва, Стромьинский пер., 4. Издательство **“НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ”**

Тел.: (499) 269-55-10, 269-53-97. Факс: (499) 269-55-10.

E-mail: antonov@novtex.ru