ISSN 1684-6427 DOI 10.17587/issn.1684-6427 ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ









том 18 2017 Nº 2

Рисунки к статье Т. М. Волосатовой, Н. В. Чичварина «КОМБИНИРОВАННАЯ СИСТЕМА ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ»



Рис. 6. Пример выполнения программы: 1 – левый снимок; 2 – правый снимок; 3 –профиль

led 1	¥ 🚺	win1	
1 19 🙄 🔍 🔍		Untitled 1	
Please, select the images of the storoopair in the I nes	ncxt two	Please, select the im	ages of the stereopair in the next two lines
Left In g C1UsersHierna&DestingCurrent Poderverapanages/C2pbnarr190	Lirowse Add	Left Img C:Users'HistonailDesitopiCrepoeo_astragicrepe	onapul/Clipboard Browse Add
RigH Img C:/Lseral/Impasil/Desitop/Current Folder/crapsonapu/Cipboarc19r	Drowse	Right Img C:\Users\HixtonsiiDesktoplCrepceo_warkag\crepe	onapulCipboard Browse
Surface	Indication	Ards of Convergence	1 1.72 grad

Рис. 7. Пример формирования профиля объекта с низким контрастом

Рис. 8. Пример формирования профиля объекта с артефактами

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ЕХАТРОНИКА, ОМАТИЗАЦИЯ, АВЛЕНИ



Издается с 2000 года

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Редакционный совет:

CHYI-YEU LIN, PhD, prof. GROUMPOS P. P., prof. JEN-HWA GUO, PhD, prof. KATALINIC B., PhD, prof. SUBUDHI B., PhD, prof. АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф. АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф. БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф. ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф. ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН, проф., КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН, проф. КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф. КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф. ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф. МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф. МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф. ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф. РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф. СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф. СИГОВ А. С., акад. РАН, проф. СОЙФЕР В. А., акад. РАН, проф. СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф. СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф. ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф. ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф. ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф. ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф. ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора: ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф. ПУТОВ В. В., д. т. н., проф. ЮЩЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь: БЕЗМЕНОВА М. Ю

Редакционная коллегия: АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф. АНТОНОВ Б. И. АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф. БУКОВ В. Н., д. т. н., проф. ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф. ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф. ЕРМОЛОВ И Л., д. т. н., доц. ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф. ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф. КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф. КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф. ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф. ЛОХИН В. М., д. т. н., проф. ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф. ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф. ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф. РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф. СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с. ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф. ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф. ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф. ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Релакния:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

ISSN 1684-6427

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Хижняков Ю. Н., Южаков А. А. Робастное управление объектом с экстремальной ха-

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Карпова И. П. К вопросу о представлении маршрута мобильного робота на основе визуальных ориентиров
Волосатова Т. М., Чичварин Н. В. Комбинированная система технического зрения мобильных роботов

КОНТРОЛЬ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф., Сулейманова М. Т., Газызаде Б. И. Чувствительные			
алгоритмы выявления	степени развития не	эисправности штанговой г	лубинной на-
сосной установки			94

Лепетухин К. Ю., Малолетов А. В., Брискин Е. С. Об оптимальном управлении взаимным расположением секций дождевальной машины кругового действия при обра-

ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ

Егоров О. Д., Буйн	ов М. А. Иссле	дование механи	измов мехатронн	ых устройств с по-
мощью графов .				108

Афонин С. М. Параметрические структурные схемы пьезоактюаторов нано- и микро-

УПРАВЛЕНИЕ В АВИАКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Шибанов Г. П. Методический подход к процессу испытаний вооружения и военной

Гриняк В. М., Горошко О. А., Девятисильный А. С. Система экспертного оценивания и визуализации параметров траектории безопасного движения судна..... 127

Сапунков Я. Г., Молоденков А. В. Алгоритм оптимального по энергии разворота осесимметричного космического аппарата в классе конических движений 134

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу: http://novtex.ru/mech, e-mail: mech@novtex.ru

THEORETICAL AND APPLIED SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL No. 2 MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLEN

Published since 2000

Editorial Council:

ALIEV T. A., prof., Azerbaijan, Baku ANSHAKOV G. P., Russia, Samara BOLOTNIK N. N., Russia, Moscow CHENTSOV A. G., Russia, Ekaterinburg CHERNOUSKO F. L., Russia, Moscow CHYI-YEU LIN, PhD, Prof., Taiwan, Taipei FEDOROV I. B., Russia, Moscow GROUMPOS P. P., prof., Greece, Patras JEN-HWA GUO, PhD, Prof., Taiwan, Taipei KALYAEV I. A., Russia, Taganrog KATALINIC B., PhD, Prof., Austria, Vienna KRASNEVSKIY L. G., Belarus, Minsk KUZNETSOV N. A., Russia, Moscow LEONOV G. A., Russia, S.-Peterburg MATVEENKO A. M., Russia, Moscow MIKRIN E. A., Russia, Moscow PESHEKHONOV V. G., Russia, S.-Peterburg REZCHIKOV A. F., Russia, Saratov SCHERBATYUK A. F., Russia, Vladivostok SEBRYAKOV G. G., Russia, Moscow SIGOV A. S., Russia, Moscow SOJFER V. A., Russia, Samara SOLOMENTSEV Yu. M., Russia, Moscow SOLOVJEV V. A., Russia, Moscow SUBUDHI B., PhD, Prof., India, Sundargarh VASILYEV S.N., Russia, Moscow YUSUPOV R. M., Russia, S.-Peterburg ZHELTOV S. Yu., Russia, Moscow

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Russia, Moscow **Deputy Editor-in-Chief:**

PODURAEV Yu. V., Russia, Moscow PUTOV V. V., Russia, S.-Peterburg YUSCHENKO A. S., Russia, Moscow

Responsible Secretary: BEZMENOVA M. Yu., Russia, Moscow

Editorial Board: ALEXANDROV V. V., Russia, Moscow ANTONOV B. I., Russia, Moscow ARSHANSKY M. M., Russia, Tver BUKOV V. N., Russia, Zhukovsky ERMOLOV I. L., Russia, Moscow FILARETOV V. F., Russia, Vladivostok FRADKOV A. L., Russia, S.-Peterburg FURSOV V. A., Russia, Samara GRADETSKY V. G., Russia, Moscow ILYASOV B. G., Russia, Ufa IVCHENKO V. D., Russia, Moscow KOLOSOV O. S., Russia, Moscow KOROSTELEV V. F., Russia, Vladimir LEBEDEV G. N., Russia, Moscow LOKHIN V. M., Russia, Moscow PAVLOVSKY V. E., Russia, Moscow PROKHOROV N. L., Russia, Moscow PSHIKHOPOV V. Kh., Russia, S.-Peterburg RAPOPORT E. Ya., Russia, Samara SERGEEV S. F., Russia, S.-Peterburg VITTIKH V. A., Russia, Samara YUREVICH E. I., Russia, S.-Peterburg

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E.V., Russia, Moscow

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

ROBOTIC SYSTEMS

Volosatova T. M., Chichvarin N. V. Combined Vision System for Mobile Robots. 89

CONTROL AND MANAGEMENT TECHNICAL OBJECTS AND TECHNOLOGICAL SYSTEMS

ELEMENTS OF MECHATRONIC SYSTEMS

Egorov O. D., Buynov M. A. Investigation of Mechanisms of the Mechatronic Devices by Using Graphs
Afonin S. M. Parametric Structural Schemes of Piezoactuators for Nano- and Micrometric Movements at a Longitudinal Piezoeffect

CONTROL IN AEROSPACE SYSTEMS

Sapunkov Ya. G., Molodenkov A. V. Algorithm of the Optimal in the Sense of Minimum of Energy Loss Turn of an Axially Symmetric Spacecraft in the Class of Conical Motions . . 134

Information about the journal is available online at: http://novtex.ru/mech.html, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 681.51:681.3

DOI: 10.17587/mau.18.75-80

Ю. Н. Хижняков, д-р техн. наук, проф., luda@at.pstu.ru, А. А. Южаков, д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой, uz@at.pstu.ru, Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Робастное управление объектом с экстремальной характеристикой в условиях неопределенности

Рассматривается робастное управление объектом с экстремальной статической характеристикой с помощью системы экстремального регулирования с запоминанием экстремума, стабилизации с применением адаптивных нечетких регуляторов и систем с явно выраженным минимумом статической характеристики с применением нечеткого регулятора.

Ключевые слова: тепловой объект, летательный аппарат, сигнум-реле, адаптивный нечеткий регулятор, фаззификатор, линейный нейрон, блок активационных функций, метод последовательного обучения нейрона, алгоритм Ларсена

Введение

Задача робастного управления заключается в достижении экстремальной цели (минимизации или максимализации) некоторого показателя объекта, значение которого зависит от управляемых и неуправляемых параметров объекта [1, 2]. Объекты экстремального управления отличаются недостаточностью информации на выходе объекта. Для получения информации в процессе управления необходимо вести поиск в виде специально организованных пробных шагов, и это отличает экстремальное управление от всех других видов управления. Отличительной особенностью экстремальных объектов является немонотонность (экстремальность) статической характеристики. Алгоритм решения экстремального управления имеет целью поддержание объекта в экстремальном состоянии независимо от возмущающих факторов, воздействующих на объект и изменяющих его состояние.

Разработка робастного управления недетерминированными объектами со статическими экстремальными характеристиками в системах реального времени связана с проблемой устойчивости, снижающей область практического применения. При-

мером таких объектов является любой тепловой объект; летательный аппарат, у которого по мере снижения веса из-за выгорания топлива необходимо снижать крейсерскую скорость в целях увеличения дальности полета; задача оптимального демпфирования следящей системы второго порядка и т.д.

Под качеством управления объекта с экстремальной статической характеристикой в условиях действия помех понимают минимум времени поиска и амплитуды автоколебаний входа объекта. Для выполнения данного требования к алгоритму управления существуют системы экстремального управления с разными способами поиска экстремума, которые базируются на свойствах статической характеристики: с запоминанием экстремума, с применением вспомогательной модуляции, с измерением производной выхода объекта и т.д. [3].

В случае когда объект слабо изучен или имеет вербальное описание, желательно строить систему регулирования по отклонению, которая более совершенна, так как не требует процедуры поиска. Однако создать систему экстремального регулирования проще, чем систему автоматического регулирования. Совершенство системы автоматического регулирования получено за счет ее высокой организации, но имеет пониженную надежность и таит опасность возникновения неустойчивости. Ту или другую систему управления нужно выбирать исходя из конкретных условий и требований.

На рис. 1 приведены статические экстремальные характеристики теплового объекта и летательного аппарата.

Рассмотрим робастное управление теплового объекта.



1. Робастное управление объектом с явно выраженным максимумом статической характеристики

В данном случае реализуется логическое управление с применением логического устройства (сигнум-реле), способного запоминать максимальное значение статической характеристики.

На рис. 2 показана структурная схема системы экстремального регулирования (СЭР) с запоминанием экстремума инерционного объекта.

Для инерционных объектов, когда инерционность объекта находится на выходе, возможна потеря экстремума из-за малого значения производной в точке, близкой к экстремуму. В этом случае на вход экстремального регулятора (ЭР) с запоминанием экстремума подается сигнал с выхода устройства формирования сигнала (УФС).

Структурная схема УФС включает усилитель, охваченный отрицательной обратной связью, и логическое устройство (ЛУ) для управления обратной связью УФС.

УФС реализует реальную первую производную входного сигнала за счет охвата усилителя отрицательной интегральной обратной связью, управляемой ЛУ.

При превышении порога срабатывания *y*₀ (рис. 3, *a*) УФС работает как динамический преобразователь сигнала с выхода объекта (сигнал пер-



Рис. 2. Структурная схема СЭР с введением динамического преобразователя и логического устройства:

Ком — коммутатор; ИМ — исполнительный механизм; ЛУ — логическое устройство; ЗУ — запоминающее устройство; УФС — устройство формирования сигнала; СР — сигнум-реле; ЭР — экстремальный регулятор



Рис. 3. Статические характеристики УФС

вой производной), а при снижении порога срабатывания y_0 обратная связь ЛУ разрывается, и УФС работает в режиме усилителя.

Рассмотрим работу СЭР с запоминанием экстремума. Пусть работа СЭР начинается с начальной координаты и производная выходного сигнала экстремального объекта $\frac{dy}{dt} > 0$. При этом исполнительный механизм (ИМ) увеличивает входную координату *х* экстремального объекта. В следующий момент времени срабатывает коммутатор (Ком), который работает независимо от сигнум-реле (СР). ИМ реверсируется, но уже в следующей точке реверсируется от СР и восстанавливает правильное направление движение СЭР к экстремуму. В следующей точке при достижении $x = x_{off}$ значение про-

изводной $\frac{dy}{dt}$ достигает максимума и фиксируется запоминающим устройством (ЗУ). При уменьшении производной $\frac{dy}{dt}$ на величину $y_{\rm H}$ (зона нечувствительности СР) СР выполняет реверс ИМ, и СЭР движется от экстремума. В следующей точке при

условии
$$\frac{dy}{dt} = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{\text{max}} - y_{\text{H}}$$
 выполняется новый ре-

верс ИМ, и СЭР, поддерживая $\frac{dy}{dt}$, близкое $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max}$

будет с максимальной скоростью стремиться к экстремуму. Вблизи экстремума значение производ-

ной $\frac{dy}{dt}$ близко к нулю. ЛУ разрывает обратную

связь в УФС, и СЭР автоматически переходит в режим поиска экстремума по y (рис. 3, δ). При каждом реверсе ИМ включаются задержки во времени τ для исключения влияния переходных процессов в СЭР. Включение коммутатора необходимо для анализа пройденного пути за счет дополнительных включений ИМ с частотой в 2...3 больше, чем при включении ИМ от СР. Быстродействие СЭР с применением УФС повышается в 20...30 раз из-за включения поиска экстремума по первой производной выхода объекта по сравнению с поиском по ветвям статической характеристики [2].

Недостатком метода логического управления объектом является увеличение времени поиска, свя-

занное с дрейфом статической экстремальной характеристики вверх, потеря устойчивости при дрейфе статической экстремальной характеристики вниз, а также релейное включение ИМ с постоянной скоростью сервопривода от СР и коммутатора.

2. Робастное управление объектом с применением адаптивных нечетких регуляторов

Рассмотрим робастное управление теплового объекта с применением адаптивных нечетких регуляторов.

Применение адаптивного нечеткого управления исключает неопределенность в системе, связанную с дрейфом статической характеристики в любом направлении, например, из-за переменной калорийности топлива и изменения температуры окружающей среды.

Основным отличием в структуре управления является введение принципа регулирования по отклонению в основном контуре, например по температуре на выходе теплового объекта, и дополнительное введение контура управления температурой факела, который парирует сильное возмущение со стороны регулирующего органа и упреждает его влияние на изменение температуры на выходе недетерминированного (вербального) объекта.

На рис. 4 приведена структурная схема управления вербальным объектом с применением адаптивных нечетких регуляторов расхода воздуха и топлива.

Структурная схема САР (рис. 4) может быть применена для случая, когда основной параметр вербального объекта — это давление пара в котле, а дополнительный параметр — расход топлива, а также когда основной параметр вербального объекта — содержание кислорода в трубе, а дополнительный параметр — расход воздуха.

Адаптивный нечеткий регулятор, который показан на рис. 5, содержит фаззификатор, линейный нейрон с обратной алгоритмической связью и блок активационных функций. Терм-множество фаззификатора включает четыре линейных терма, располо-





Рис. 5. Адаптивный нечеткий регулятор: БАФ — блок активационных функций

Ļ

женных в интервале 0...1. Для определения степени принадлежности принята пропорция вида [4]

$$u_i^* = \frac{(x_i - x_{\rm Hi})}{(x_{\rm Bi} - x_{\rm Hi})},\tag{1}$$

где $x_{\rm Bi}$ и $x_{\rm Hi}$ — верхнее и нижнее значения параметра; x_i — текущее значение параметра x_i u_i^* — пропорциональное значение параметра x_i , которым является отклонение температуры на выходе вербального объекта от заданного значения либо температуры факела от заданного значения.

Математическое описание терм-множества фаззификатора имеет вид:

$$u_1(u^*) = 1 - u^*, \ u^* \in [0, 1];$$
 (2)

$$\mu_{2}(u^{*}) = \begin{cases} 3u^{*}, \ u^{*} \in \left[0, \frac{1}{3}\right]; \\ \frac{3}{2}(1-u^{*}), \ u^{*} \in \left[\frac{1}{3}, 1\right]; \end{cases}$$
(3)

$$\mu_{3}(u^{*}) = \begin{cases} 1,5u^{*}, u^{*} \in \left[0,\frac{2}{3}\right];\\ 3(1-u^{*}), u^{*} \in \left[\frac{2}{3},1\right]; \end{cases}$$
(4)

$$\mu_4(u^*) = u^*, \ u^* \in [0, 1]. \tag{5}$$

Мехатроника, автоматизация, управление, Том 18, № 2, 2017



Рис. 6. Терм-множество фаззификатора адаптивного нечеткого регулятора

Графическое расположение терм-множества фаззификатора адаптивного нечеткого регулятора показано на рис. 6.

Степени принадлежности для текущего пропорционального значения параметра *х* являются входами линейного нейрона, где адаптация нейрона выполнена методом последовательного обучения с помощью рекуррентной формулы [5, 6]

$$h_{j+1} = h_j + (x_j - x_{ju}) \frac{u_j}{u_j^{\mathrm{T}} u_j}, \qquad (6)$$

где h_{j+1} — последующий шаг (j+1)-й итерации; h_j — предыдущий шаг *j*-й итерации; x_j — текущий выход модели; x_{ju} — оценка выхода модели; $(x_j - x_{ju})$ — ошибка в оценке x_j ; u_j — измеряемая функция; т — транспонирование.

Скорректированные синапсы нейрона подаются на вход блока активационных функций, содержащего набор смещенных сигмоидных функций [6]

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-ax)}.$$
 (7)

С уменьшением значения параметра *a* сигмоид становится более пологим, в пределе при условии a = 0 вырождаясь в горизонтальную линию на уровне 0,5. При увеличении *a* сигмоид приближается по внешнему виду к функции единичного скачка с порогом в точке x = 0.

Совершенство системы автоматического регулирования с применением адаптивных нечетких регуляторов получено за счет ее высокой организации.

3. Робастное управление объектом с явно выраженным минимумом статической характеристики

Рассмотрим применение нечеткого управления для управления недетерминированным объектом с явно выраженным минимумом статической характеристики. Примером такого объекта является летательный аппарат, у которого по мере снижения веса из-за выгорания топлива необходимо снижать крейсерскую скорость в целях увеличения дальности полета. Статическая характеристика "километровый расход топлива в функции скорости полета в зависимости от веса летательного аппарата" имеет явно выраженный минимум (см. рис. 1, δ , где G — вес летательного аппарата) [8].

Для поиска точки экстремума (минимума) статической характеристики необходимо установить датчик массового и мгновенного расхода топлива дозатора. Согласно информации о массовом расходе, плотности топлива и времени полета можно судить о массе сгоревшего топлива. Далее необходимо определить обратную пропорциональную зависимость между массой сгоревшего топлива и мгновенным расходом топлива для коррекции расхода топлива дозатора вербального объекта (авиационного двигателя) по мере полета летательного аппарата.

На рис. 7 приведена структурная схема САР расхода топлива дозатора, где терм-множество фаззификатора нечеткого регулятора (НР) расположено на интервале 0...1 (см. рис. 6). Для определения степени принадлежности принята пропорция вида (1) [4]. Согласно текущему значению x_i определяются степени принадлежности v_{1i} , v_{2i} , v_{3i} , v_{4i} (выход фаззификатора). На рис. 8 приведено графическое изо-



Рис. 7. Структурная схема автоматического регулирования расхода топлива дозатора:

Ф — фаззификатор; БНВ — блок нечеткого вывода; ВО — виртуальный объект; ДФ — дефаззификатор; НР — нечеткий регулятор; ПР — программатор



но алгоритму Ларсена и нечеткой композиции блока вывода нечеткого регулятора

бражение нечеткой импликации с применением алгоритма Ларсена и нечеткой композиции.

Используя алгоритм нечеткой импликации по Ларсену (рис. 8), запишем функцию принадлежности (кривая 0-а-1) для текущего значения x_i :

$$\mu_{C_{1i}}(u^*) = c_{1i}\mu_{1i}(u^*). \tag{8}$$

Аналогично, согласно нечеткой импликации по Ларсену запишем функцию принадлежности (кривая 0-в-1) (рис. 8) для текущего значения *x_i*:

$$\mu_{C_{2i}}(u^*) = c_{2i}\mu_{2i}(u^*). \tag{9}$$

Далее, согласно нечеткой импликации по Ларсену запишем функцию принадлежности (кривая 0-г-1) (рис. 8) для текущего значения x_i :

$$\mu_{C_{3i}}(u^*) = c_{3i}\mu_{3i}(u^*). \tag{10}$$

В конце также согласно алгоритму нечеткой импликации по Ларсену запишем функцию принадлежности (кривая 0-е-1) (рис. 8) для текущего значения *x_i*

$$\mu_{C_{4i}}(u^*) = c_{4i}\mu_{4i}(u^*). \tag{11}$$

Результирующая функция принадлежности согласно (8), (9), (10), (11) имеет вид

$$\mu_{Ci}(u^*) =$$

= $\mu_{C_{1i}}(u^*) \cup \mu_{C_{2i}}(u^*) \cup \mu_{C_{3i}}(u^*) \cup \mu_{C_{4i}}(u^*).$ (12)

Для определения текущего значения управляющего воздействия формируется "результирующая фигура", ограниченная результирующей функцией принадлежности (12) (жирной линией 0-а-б-в-гд-е-1, рис. 8) для текущего значения x_i :

$$\mu_{Ci}(u^*) =$$

$$= \max[\mu_{C_{1i}}(u^*), \ \mu_{C_{2i}}(u^*), \ \mu_{C_{3i}}(u^*), \ \mu_{C_{4i}}(u^*)]. (13)$$

Поиск координат "центра тяжести" результирующей фигуры (13) выполнен согласно модифицированному методу центроида [7]:

$$x_{\text{IIT}}^{\Sigma} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left(x_i + \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \right);$$
(14)

$$y_{\rm UT}^{\Sigma} = \frac{0.5}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{S_i}{x_{i+1} - x_i},$$
(15)

где n — число разбиений; S_i — площади текущих разбиений; x_i , x_{i-1} — координаты абсцисс текущих разбиений.

Полученное значение абсциссы согласно (14) преобразуется в численное значение управляющего воздействия (расход топлива).

Заключение

1. Разработано робастное управление объектом с экстремальной (максимум) статической характеристикой с помощью системы экстремального регулирования с запоминанием экстремума.

2. Разработано робастное управление объектом с экстремальной (максимум) статической характеристикой с применением систем стабилизации.

3. Разработано робастное управление объектом с экстремальной (минимум) статической характеристикой с помощью системы стабилизации.

4. Разработан адаптивный нечеткий регулятор с применением линейного нейрона для управления вербальным (тепловым) объектом с применением алгоритма Ларсена.

5. Разработан нечеткий регулятор для управления вербальным (летательный аппарат) объектом с применением алгоритма Ларсена.

Список литературы

1. Растригин Л. А. Системы экстремального управления. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1974. 632 с.

2. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Кн. 3. Ч. 11. Теория нестационарных, нелинейных и самонастраивающихся автоматического регулирования. М.: Изд-во Машиностроение, 1969. 367 с.

3. Либерзон Л. М., Родов А. Б. Системы экстремального регулирования. М.: Энергия, 1965. 120 с.

4. Гостев В. И. Проектирование нечетких регуляторов для систем автоматического управления. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 416 с.

5. Хижняков Ю. Н. Алгоритмы нечеткого, нейронного и нейро-нечеткого управления в системах реального времени: учеб.пособие. Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. 156 с.

6. Хижняков Ю. Н. Нечеткое, нейронное и гибридное управление: учеб. пособие. Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. 303 с.

7. Леготкина Т. С., Хижняков Ю. Н. Модификация метода центроида // Вестник Ижевского государственного технического университета. 2011. № 1. С. 122—125.

8. Синяков А. Н., Шаймарданов Ф. А. Системы автоматического управления ЛА и их силовыми установками. М.: Машиностроение, 1991. 320 с.

Robust Control of an Object with an Extreme Characteristic in Conditions of Uncertainty

Yu. N. Khizhnyakov, luda@at.pstu.ru, **A. A. Yuzhakov,** uz@at.pstu.ru, Perm National Research Polytechnic University, Perm, 614990, Russian Federation

Corresponding author: Khizhnyakov Yury N., D. Sc., Professor, Perm National Research Polytechnic University, Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: luda@at.pstu.ru

> Received on June 30, 2016 Accepted on July 15, 2016

Extreme control objects are distinguished by insufficiency of information on their outputs. In order to obtain information during the control process a special search should be organized in the form of the multiple trial steps, with consideration of the non-monotonous (extreme) form of the static characteristic. An example of this is any heating object, an aircraft, which due to fuel burning out and weight loss has to limit its cruising speed in order to increase its flight range, an optimal dampening task of a second-order tracking system, etc. The article considers the robust control for a nondetermined object with an extreme static characteristic by means of an extreme control system with an extremum storing mechanism, and stabilization systems based on the adaptive fuzzy controllers, and with the use of an object with a pronounced minimum of its static characteristic. The thermal object, operating in the conditions of uncertainty, requires development of a nonlinear approximation circuit (adaptive fuzzy controller), containing a fuzzificatior, a linear artificial neuron with an algorithmic feedback, and functions activation unit. Fuzzificator term set contains four linear terms arranged within the interval of 0-1. Deviation of a temperature from its optimal value is used as a linguistic variable. The membership degrees of the activated membership functions are multiplied with the synapses of the feedback-driven neuron. Correction of the synapses is implemented with the help of the adaptation specific value). The regulatory action by means of the functions activation unit controls operation of the temperature controller in relation to the external disturbances (for example, variable calorific value). The regulatory action by means of the functions activation unit controls operation of the developed adaptive fuzzy temperature controllers allows us to ensure maintaining of an exact temperature of a verbal object within the range of 3 % of the given value.

Keywords: thermal facility, aircraft, signum relay, adaptive fuzzy control, fazzificator linear neuron, activation function unit, method of a sequential neuron learning, Larsen algorithm

For citation: **Khizhnyakov Yu. N., Yuzhakov A. A.** Robust Control of an Object with an Extreme Characteristic in Conditions of Uncertainty, *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie,* 2016, vol. 18, no. 2, pp. 75–80.

DOI: 10.17587/mau.18.75-80

References

1. Rastrigin L. A. Sistemy jekstremal'nogo upravlenija (Extreme Control Systems), Moscow, Nauka, 1974, 632 p. (in Russian).

2. **Tehnicheskaja** kibernetika. Teorija avtomaticheskogo regulirovanija. Kniga 3. Chast' 11. Teorija nestacionarnyh, nelinejnyh i samonastraivajushhihsja avtomaticheskogo regulirovanija (Technical cybernetics. The theory of automatic control. Book. 3. Ch. 11. The theory of non-stationary, non-linear and self-adjusting automatic control), Moscow, Mashinostroenie, 1969, 367 p. (in Russian).

3. Liberzon L. M., Rodov A. B. Sistemy jekstremal'nogo regulirovanija (), Moscow, Jenergija, 1965, 120 p. (in Russian). 4. Gostev V. I. Proektirovanie nechetkih reguljatorov dlja sistem avtomaticheskogo upravlenija (Extreme control systems), SPb, BHV-Peterburg, 2011, 416 p. (in Russian).
5. Hizhnjakov Ju. N. Algoritmy nechetkogo, nejronnogo i nejro-ne-

5. **Hizhnjakov Ju. N.** *Algoritmy nechetkogo, nejronnogo i nejro-nechetkogo upravlenija v sistemah real'nogo vremeni* (Fuzzy algorithms, neural and neuro-fuzzy control in real-time systems), Perm', Publishing house of Perm. Nat. Res. Politehn. univercity, 2013, 156 p. (in Russian).

6. **Hizhnjakov Ju. N.** *Nechetkoe, nejronnoe i gibridnoe upravlenie: ucheb.posobie* (Fuzzy, neural and hybrid control), Perm', Publishing house of Publishing house of Perm. Nat. Res. Politehn. univercity, 2013, 303 p. (in Russian).

7. Legotkina T. S., Hizhnjakov Ju. N. Modifikacija metoda centroida (Modification of the method of the centroid), Vestnik Izhevskogo Gosudarstvennogo Tehnicheskogo Universiteta, 2011, no. 1, pp. 122–125 (in Russian).

8. Sinjakov A. N., Shajmardanov F. A. Sistemy avtomaticheskogo upravlenija LA i ih silovymi ustanovkami (Aircraft and their power plants Automatic control systems), Moscow, Mashinostroenie, 1991, 320 p. (in Russian).

25—28 апреля в Санкт-Петербурге в КВЦ "Экспофорум" состоится



Международная конференция и выставка РЕЛЕЙНАЯ ЗАЩИТА И АВТОМАТИКА ЭНЕРГОСИСТЕМ — 2017

Цель конференции — обсуждение существующих и перспективных направлений развития систем релейной защиты, противоаварийной и режимной автоматики (P3A), определение основных тенденций и путей повышения эффективности и надежности систем P3A на основе современных достижений и опыта, накопленного ведущими мировыми экспертами и российскими специалистами в этой области и представленного в деятельности Исследовательского комитета CIGRE B5 "Релейная защита и автоматика" и подкомитета B5 PHK СИГРЭ.

> Подробную информацию о конференции см. сайте: http://www.rza-expo.ru/ru/

УДК 681.5 + 004.8

DOI: 10.17587/mau.18.81-89

И. П. Карпова, канд. техн. наук, доц., karpova_ip@mail.ru, Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", Московский физико-технический институт

К вопросу о представлении маршрута мобильного робота на основе визуальных ориентиров*

Предлагается метод использования визуальных ориентиров для запоминания мобильным роботом пройденного пути. Описаны алгоритмы формирования описания маршрута и правила его интерпретации, позволяющие роботу вернуться в точку отправления и повторить данный маршрут. Приведены результаты экспериментов по имитационному моделированию, показывающие возможность применения разработанного метода для решения задачи фуражирования.

Ключевые слова: групповая робототехника, модели социального поведения, когнитивный агент, пространственная логика, задача фуражирования, грануляция информации

Введение

Одним из активно развивающихся в настоящее время подходов к вопросам управления в групповой робототехнике является подход, основанный на использовании моделей социального поведения в группах роботов [1]. В рамках этого подхода исследуются различные модели социального поведения, например, когезия как стремление особей держаться вместе, контагиозное (подражательное) поведение, дифференциация функций, образование коалиций [2]. При этом за "образец для подражания" исследователи часто берут муравьев как представителей эусоциальных (истинно социальных) насекомых.

Организация социального поведения, и у муравьев в том числе, основана на внутривидовой коммуникации. Среди множества типов поведения муравьев можно выделить один, в котором роль коммуникации особенно важна, — это фуражирование. В муравейнике есть разведчики, которые исследуют окружающее муравейник пространство в целях поиска пищи. Найдя пищу, они возвращаются в муравейник и оповещают других муравьев о месте, где была найдена пища. После этого муравьи-фуражиры отправляются к этому месту и приносят пищу в муравейник.

Данная задача разбивается на три этапа: найти "еду" (или другой искомый объект), вернуться "домой" (в точку отправления) и повторить этот путь для переноса пищи в дом. Существует большое число исследований, посвященных решению этой проблемы, в основном, разработанных на уровне формальных моделей для групп искусственных агентов.

Для решения задачи фуражирования может использоваться механизм SLAM (Simultaneous Loca-

lization and Mapping), который предполагает построение карты местности и одновременное определение местоположения агента на этой карте и применяется для решения широкого класса задач [3]. В более специализированных методах речь идет о запоминании пути, использовании его для возвращения "домой" (homing) и повторного прохождения этого пути. Но в работах, посвященных последней группе методов, внимание, в основном, уделяется либо распознаванию образов [4], либо построению сцен [5]. Для применения любого из перечисленных методов роботы должны иметь развитую систему технического зрения, большую вычислительную мощность и каналы связи с высокой пропускной способностью для передачи построенной карты или визуального ряда, который образует маршрут, другим роботам.

Среди других подходов наиболее распространенным является использование принципа феромонов, взятого из жизни некоторых видов муравьев. Он основан на том, что муравьи при движении помечают свой путь определенными химическими веществами — феромонами, которые имеют свойство "испаряться" со временем. Муравей может уловить этот феромон и определить его концентрацию. В предлагаемых моделях агенты также условно помечают свой путь "феромонами". В дальнейшем другие агенты определяют маршрут в соответствии с максимальной концентрацией феромонов (например, [6]). При этом для возврата в точку отправления агент может использовать маяк, расположенный около "дома" [7], GPS-навигацию для открытых пространств [8], механизм направленной коммуникации [9] или движение по собственному феромоновому следу [10].

Подход, основанный на феромонах, имеет как минимум один существенный недостаток: техни-

^{*} Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ, грант 16-11-00018.

чески сложно реализовать феромоновый след. Другие описанные способы организации возвращения "домой" также имеют серьезные ограничения или требуют наличия дополнительных механизмов: или предполагают наличие вспомогательных технических устройств (маяков), или ориентированы на большое число роботов (для обеспечения полного покрытия пути от "дома" до искомого объекта при использовании направленной локальной коммуникации), или требуют открытого пространства для возможности применения GPS-навигации.

Вместе с тем, не все муравьи метят свой путь феромонами. Например, в ходе наблюдений за муравьями рода Формика (Formicidae) было выявлено, что они могут ориентироваться по отчетливому источнику света (Солнцу или Луне), по направлению колебаний света (поляризация неба в естественных условиях) и по наземным ориентирам [11]. В процессе поиска пищи муравей запоминает свое положение относительно Солнца, визуальные ориентиры, мимо которых он проходит, и примерное расстояние до них. Найдя пищу и вернувшись в муравейник, он должен организовать муравьев-фуражиров для доставки пищи в муравейник. Здесь возможны варианты [12]: либо разведчик ведет фуражиров за собой, либо он объясняет им, как они могут дойти до пищи, и далее они идут туда самостоятельно. В ходе многочисленных опытов было установлено, что муравьи могут передавать сведения о маршруте другим особям в процессе тактильного или визуального контакта (например, ударяя лапками по спине другого муравья [11]).

Итак, для успешного решения задачи фуражирования робот должен уметь строить модель внешней среды на основе естественных пространственных отношений. Для этого обычно используется псевдофизическая логика (ПФЛ): пространственная логика с нечеткими бинарными пространственными отношениями трех типов — отношения для расстояний, для направлений и отношения взаимного расположения объектов.

Пространственные логики можно условно разделить на статические и динамические. Примером применения статической логики для построения модели внешнего мира является работа А. П. Калуцкой и В. Б. Тарасова [13]. Там предложен вариант построения ПФЛ с помощью обобщенных ограничений, который позволяет выводить дополнительные нечеткие пространственные ограничения, не описанные человеком явно. В качестве примера построения динамической модели можно привести работу В. Э. Карпова [14], в которой автор связывает начало системы координат с роботом и вводит набор правил определения отношений между объектами окружающей среды и роботом. Эти правила позволяют на основе логического вывода прогнозировать изменение положения объектов при выполнении роботом элементарных действий (поворотов направо/налево и шагов вперед/назад), а также их комбинаций. Однако использование подобных механизмов в явном виде для решения задачи фуражирования затруднительно, так как в первом случае рассматривается статический вариант, а во второй работе решается задача прогнозирования изменения взаимного положения объектов. Кроме того, применение ПФЛ относится к задачам с высокой вычислительной сложностью.

Таким образом, существующие работы в этой области ориентированы на технически сложные устройства с большим объемом памяти и большой вычислительной мощностью. В то же время муравей использует для решения задачи фуражирования достаточно ограниченные ресурсы: "мозг" (надглоточный ганглий), содержащий примерно 500 тысяч нейронов, неточные органы чувств и канал связи с низкой пропускной способностью. Исходя из этого цель данной работы — предложить такой механизм построения динамической модели ориентации робота в окружающем пространстве, которая позволяла бы управлять перемещением робота и не требовала бы для применения больших вычислительных мощностей и развитой сенсорики. Модель должна включать правила формирования сведений о маршруте, по которому он перемещается, и правила интерпретации этих сведений, применяя которые этот же (или другой) робот может повторить данный маршрут.

1. Ориентация робота в пространстве

Определим, каким образом робот мог бы ориентироваться в пространстве. Для этого кратко перечислим те способы, с помощью которых ориентируются муравьи. У разных видов муравьев есть разные способы ориентации, но общими для большинства видов является светокомпасная ориентация и использование визуальных ориентиров [11].

На коротких маршрутах вблизи муравейника муравьи используют в основном зрительные ориентиры. На более протяженных маршрутах они включают свою врожденную систему интегрирования пути (path integration) [15]. Работа этой системы основана на одометрии и ориентации по Солнцу или другому источнику света. Например, пустынные муравьи рода Cataglyphis считают число пройденных шагов и запоминают свое положение относительно Солнца [16]. Однако применение системы интегрирования пути приводит к накоплению ошибки, поэтому муравьи используют этот механизм при отсутствии визуальных ориентиров.

Если же говорить о возможности применения одометрии для технических устройств (учета показаний энкодеров, считающих углы поворота колес), то здесь ошибка счисления будет недопустимо большой. Качественный энкодер имеет погрешность в 0,1 %, но даже при длине пути в 100 шагов (100 оборотов колес) погрешность достигнет 10 %. Использовать источник света как ориентир также не представляется возможным, поэтому возьмем за основу построения пространственной модели



Рис. 1. Область видимости робота, определение направления и расстояния

внешней среды подход, основанный на навигации по зрительным ориентирам.

Итак, пусть на полигоне расположены неподвижные объекты — ориентиры. Робот должен уметь отличать один ориентир от другого, и для простоты предположим, что он умеет различать цвета. Таким образом, цвет будет играть роль идентификатора объекта. Помимо этого робот умеет двигаться вперед и назад, поворачивать направо и налево, останавливаться; он видит окружающие объекты (внутри области видимости в 180°) и умеет определять расстояние до них (приблизительно) и направление (относительно себя) (рис. 1). В связи с этим естественно применить подход, основанный на нечетком управлении.

Для решения поставленной задачи необходимо предложить формат описания пути робота-разведчика и разработать набор правил, который по этому описанию сформирует последовательность действий, позволяющую повторить путь разведчика.

2. Формирование описания пути и его интерпретация

Рассмотрим проблему формирования описания пути (запоминания пройденного маршрута). Муравей-разведчик запоминает путь приблизительно, и муравей-фуражир повторяет этот путь в общих чертах [11]. Поэтому при формировании описания маршрута имеет смысл запоминать не каждый шаг робота, а только моменты изменения обстановки: появление новых ориентиров, изменение направления на ориентиры и т.д. Таким образом, в модель вводится понятие времени, привязанное не столько к тактам (шагам робота), сколько к изменению его состояния относительно окружающей среды.

Умение различать цвета и примерно определять направления и расстояние до ориентиров позволяет роботу описывать маршрут в терминах соответствующих лингвистических переменных. Например, маршрут, представленный на рис. 2, можно описать так: "Сначала я увидел ориентир 2 (зеленый) впереди-справа далеко; потом ориентир 2 (зеленый) был от меня справа не далеко/не близко, и появился ориентир 3 (желтый) впереди-слева да-



Рис. 2. Фрагмент маршрута робота

леко; потом ориентир 2 (зеленый) — справа не далеко/не близко, ориентир 3 пропал из поля зрения, но появился ориентир 5 (красный) — впереди-слева далеко ..." и т.д.).

Тогда единицей описания точки в маршруте может служить тройка

$$p_n(C, Dir, Dist),$$

где n — номер шага, на котором робот видит объект с идентификатором C, расположенный относительно него по направлению *Dir* на расстоянии *Dist*. При этом на каждом шаге робот может видеть k точек ($k \ge 1$), поэтому точка маршруга описывается множеством $S_n = \{p_{n1}(C_1, Dir_1, Dist_1), ..., p_{nk}(C_k, Dir_k, Dist_k)\},$ а весь маршрут — множеством $P = \{S_n\}.$

С точки зрения определения относительного местоположения робота на плоскости значение имеют два параметра: направление и расстояние. Напомним, что фактически роботы могут совершать только четыре элементарных действия: двигаться вперед/назад и совершать повороты направо/налево. На основе этих действий очень сложно (практически невозможно) реализовать, например, сдвиг вправо или влево с приемлемой точностью. Поэтому было принято решение отказаться от учета расстояния и попробовать ориентироваться только по направлению.

Для работы с нечетким понятием "направление" были введены соответствующие лингвистические переменные, шкала пересчета направлений для области видимости в 180° приведена в табл. 1.

Теперь рассмотрим вопрос о том, каким должно быть поведение робота-последователя, которому

Таблица 1

Шкала направлений

Значение, °	Лингвистическая переменная	Обозначение
022	Справа	R
2367	Впереди справа	FR
68122	Впереди	F
123167	Впереди слева	FL
168180	Слева	L

нужно повторить этот маршрут. Считается, что любое достаточно сложное поведение слагается из совокупности простых поведениеских актов [17]. Поэтому имеет смысл разбить сложное поведение "пройти заданным маршрутом" на ряд более простых поведенческих процедур, например, "обойти объект *X* слева" или "двигаться к объекту *Y*". Кстати, опыты с муравьями показывают, что они ориентируются примерно так же: если изначально ориентир был левее маршрута и его сдвинули вправо, это



Рис. 3. Схемы автоматов, управляющих роботом-разведчиком: *a* — случайное блуждание (Walk); *б* — обход препятствий (Reflex)



Рис. 4. Схемы автоматов, управляющих роботом-последователем: a — обойти объект X справа (BypassRight); δ — идти к объекту X (MoveTo)

заставляет муравьев прокладывать маршрут соответственно правее [11].

В качестве универсального средства для реализации этих процедур были использованы конечные автоматы [17]. Был создан набор автоматов Мили, каждый из которых реализует одну элементарную поведенческую процедуру, а именно: "обойти объект X справа/слева" (BypassRigh/BypassLeft), "двигаться к объекту Х" (MoveTo), "обойти вокруг, поворачивая налево/направо" (AroundL/AroundR),"закончить путь" (*EndOfPath*) и автомат обхода препятствий (Reflex). Действиями робота-разведчика также управлял автомат, реализующий процедуру случайного блуждания (Walk). Схемы основных автоматов приведены на рис. 3, 4. Пометка на дуге содержит условие перехода по этой дуге и действие, которое при этом выполняется. На рис. 3, 4 используются следующие обозначения: S, T — начальное и конечное состояния автомата соответственно; *N* — число тактов, в течение которых выполняется действие; IsLF, IsRF — функции, возвращающие "истину", если робот левым (правым) датчиком видит впереди препятствие; *Random Turn* — функция случайного выбора поворота направо или налево: L(X), FL(X), F(X), FR(X), R(X) - функции определения направления на объект X; D(X) - функцияопределения расстояния до объекта X; gofwd, goleft, goright, goback, stop — действия робота (вперед, налево, направо, назад и стоп соответственно).

Для того чтобы понять, как можно перейти от описания маршрута к действиям робота, сопоставим реальный путь разведчика с записью этого пути. Возьмем для примера фрагмент описания маршрута, где первым элементом каждой тройки указан номер шага, вторым — направление, третьим — цвет ориентира:

[1, впереди-справа, зеленый],

[2, впереди-справа, зеленый], [2, впереди-слева, желтый],

[3, слева, желтый], [3, справа, зеленый],

[4, впереди-справа, зеленый],

[5, впереди-слева, красный], [5, впереди-справа, зеленый],

[6, впереди-слева, красный], [6, справа, зеленый],

[7, слева, красный], [7, справа, зеленый], [7, впереди, синий],

[8, слева, красный], [8, впереди, синий],

[9, впереди, синий],...

Изучив реальный маршрут, соответствующий этому описанию (рис. 2), можно увидеть, что объект номер 2 ("зеленый") робот обошел справа, объект номер 3 ("желтый") — слева, объект номер 5 ("красный") — справа, и движется по направлению к объекту номер 6 ("синий").

Для сопоставления описания маршрута с самим маршрутом изменим форму записи описания, приведя его по точкам (по ориентирам):

зеленый: [1, впереди-справа], [2, впереди-справа], [3, справа], [4, впереди-справа], [5, впереди-справа], [6, справа], [7, справа];

желтый: [2, впереди-слева], [3, слева, желтый]; красный: [5, впереди-слева], [6, впереди-слева], [7, слева], [8, слева];

синий: [7, впереди], [8, впереди], [9, впереди]... Из приведенного описания маршрута видно, что для области видимости в 180° можно выделить три устойчивых шаблона:

1) если сначала робот увидел ориентир справа/впереди-справа, и на последнем шаге, когда ориентир был виден, он был справа, то робот обошел его слева;

2) если сначала робот увидел ориентир слева/впереди-слева, и на последнем шаге он был слева, то робот обошел его справа;

3) если сначала робот увидел ориентир в произвольном направлении, и на последнем шаге, когда ориентир был виден, он был впереди, впереди-справа или впереди-слева, то робот двигался к нему.

Таким образом, для определения способа обхода ориентира важно только направление, на котором находился ориентир перед тем, как пропасть из поля зрения робота. Это позволило сформировать набор правил интерпретации роботом-последователем маршрута, который приведен в табл. 2. Правило, отраженное в последней строке табл. 2, также взято у муравьев: если муравей теряет ориентир, он начинает совершать круги вокруг того места, где по его ожиданиям должен находиться этот ориентир [11].

Для того чтобы такая интерпретация маршрута стала возможной, изменим форму его записи. Теперь единица описания точки маршрута выглядит так:

$$p'(n_k, Dir_k, C)$$

где n_k — номер шага, на котором ориентир с идентификатором *C* ушел из поля зрения, находясь по направлению *Dir_k*. Весь маршрут описывается множеством

$$P' = \{p'_i(n_{kj}, Dir_{kj}, C_j)\}, j = 1, ..., L,$$

где *L* — длина маршрута после преобразования.

Такое преобразование повлекло за собой существенное уменьшение количества хранимой информации и позволило, фактически, хранить маршрут в упакованном виде. Упаковка записи маршрута может осуществляться роботом-разведчиком "на ходу" по следующему алгоритму.

]	Габлица 2
	Правила выбора действий	
B	зависимости от направления на ориентир	

Направление на ориентир Х	Действие
Справа Слева Впереди, впереди-слева или впереди-справа Отсутствие ориентира	Обойти объект X слева Обойти объект X справа Двигаться к объекту X Обойти вокруг, поворачивая направо или налево (случай- ный выбор)

Алгоритм создания описания маршрута

Входные данные: данные локатора робота Выходные данные: описание маршрута RT = [] — инициализация описания маршрута cnt = 0 — число точек на маршруте Пока (искомый объект не найден) цикл для робота-развелчика: Выполнение шага моделирования Получение очередной точки p[n, d, c] — номер шага, направление, цвет Если (cnt = = 0): (ориентиров еще нет, добавляем ориентир в описание) cnt = cnt + 1RT.добавить([cnt, n, d, 0, 0, c]) иначе: found = False (признак наличия ориентира в описании маршрута) Цикл по і от 0 до (cnt - 1): (ищем ориентир такого же цвета) Если RT[i][5] = = p[2]) (если тот же цвет и) Если ((p[0] - RT[i][0]) = = 1) (ориентир был на предыдущем шаге) RT[i][3] = p[0] (добавляем номер шага) RT[i][6] = p[1] (и направление) found = True (ориентир найден) Конец если Конец если Конец цикла по і Если (not found): (ориентир не найден) cnt = cnt + 1 (считаем номер ориентира) RT.добавить([cnt, n, d, 0, 0, c]) (добавляем ориентир в описание) Конец если

Конец если

Конец цикла моделирования

(Примечание: нумерация элементов массива начинается с 0.)

В полученном описании маршрута робот-последователь должен отсортировать элементы описания в порядке, определяемом номером шага, на котором из поля зрения уходил очередной ориентир (ниже этот номер выделен полужирным шрифтом). После этого последовательность описания маршрута будет соответствовать последовательности изменения состояний робота, а ранее приведенное описание фрагмента маршрута примет следующий вид:

[2, впереди-слева, 3, слева, желтый],

[1, впереди-справа, 7, справа, зеленый],

[5, впереди-слева, 8, слева, красный],

[7, впереди, 9, впереди, синий]...

По этой записи видно, что робот часто одновременно проходит между двумя и более ориентирами. В связи с этим возникла проблема перехода от одной элементарной поведенческой процедуры к другой. Нельзя одновременно запускать несколько автоматов, управляющих движением робота, так как приходящие от них команды могут противоречить друг другу. Поэтому робот просматривает описание маршрута на несколько шагов вперед с тем, чтобы найти в нем видимые ему в данный момент ориентиры, и выбирает автомат в соответствии со следующим алгоритмом.

Алгоритм следования по маршруту

Входные данные: описание маршрута и данные ло-катора робота

Выходные данные: нет

CurrPoint = 0 (текущий ориентир маршрута) Way[] — маршрут, LenWay — длина маршрута Пока (искомый объект не найден) цикл для робота-последователя:

Получить данные локатора.

Сформировать список видимых ориентиров PList[], N — длина списка.

Найти текущий ориентир маршрута ObjX в PList.

Найти следующий ориентир маршрута ObjY в PList.

Если ОbjY найден,

CurrPoint = CurrPoint + 1

Выбрать действие относительно ObjY иначе

Если ОbjX найден,

то Выбрать действие относительно ObjX

иначе (робот не видит нужного ориентира) found = False

Цикл по ј от 0 до N

Цикл по i от CurrPoint до LenWay: Если цвет(Way[i]) = = цвет(PList[j]),

found = True CurrPoint = i (перейти на i-й ори-

ентир) ObjX = Way[i]

Конец если

Конец цикла по і

Конец цикла по ј

Конец цикла н Если (found),

выбрать действие относительно ObjX иначе случайный выбор между (AroundL, AroundR)

Конец если

Конец если

Конец если

Выполнение шага моделирования

Конец цикла моделирования

Таким образом, если робот на текущем шаге не видит того ориентира, который должен видеть, он просматривает точки дальше по маршруту, сопоставляя их с тем, что видит, и, если находит в описании маршрута один из видимых ему ориентиров, ориентируется на него, "срезая" путь.

3. Результаты экспериментов

Для подтверждения работоспособности предложенного метода была проведена серия экспериментов по имитационному моделированию. Эксперименты проводили на упрощенной задаче фуражирования: не рассматривались этап возвращения робота-разведчика в "дом" и процесс передачи сведений о маршруте. При использовании данного метода возвращение в точку отправления может проводиться по тому же маршруту, только точки в описании маршрута надо отсортировать в обратном порядке и поменять местами процедуры "обход слева" и "обход справа".

Эксперимент заключался в том, что сначала робот-разведчик перемещался по полигону случайным образом с целью найти объект заданного цвета, не имея заранее данных о его местоположении. После нахождения объекта сформированный маршрут передавался второму роботу, который должен был пройти по этому маршруту. Моделирование проводили с использованием системы многоагентного моделирования Kvorum, созданной в НИЦ "Курчатовский институт" и работающей под управлением фреймворка ROS (Robot Operating System) [18].

Роботы перемещались по полигону — области 100×100 клеток. В произвольном месте полигона располагается "дом" — место, с которого начинался любой маршрут (рис. 5). В разных сериях экспериментов полигон представлял собой ограниченную область или тороидальную поверхность с препятствиями или без них. Время моделирования составляло 1000 тактов. Ориентиры располагались как регулярным, так и произвольным образом, но так, чтобы в каждой точке полигона существовал



хотя бы один ориентир, "видимый" из этой точки. Зона видимости определялась расстоянием, на котором агент способен "увидеть" объект (20 клеток).

Как видно из рис. 5, на котором приведены примеры результатов моделирования, робот-последователь может довольно точно повторять маршрут робота-разведчика (рис. 5, *a*), иногда "срезает" путь (рис. 5, *в*, *г*), а иногда сходит с маршрута, но потом возвращается на него (рис. 5, δ).

На рис. 5, *в* боковые ответвления маршрута робота-разведчика — это его попытка преодолеть препятствие. Когда робот сталкивается с препятствием одним или двумя датчиками препятствий, управление передается автомату *Reflex*, который заставляет робота отойти назад и повернуть направо или налево. Как видно из рис. 5, *в*, робот-последо-

Таблица 3

Соотношение путей и число шагов роботов

Пре- пят- ствия	Ориен- тиры	Маршрут	Длина упа- кованного маршрута, %	Измене- ние числа шагов, %	Число не- удач, %
Нет	Регу- лярные	Короткий Средний Длинный	8,7 9,2 8,9	127 125 97	7,9 2,4 2,5
	Нерегу- лярные	Короткий Средний Длинный	8,8 8,7 8,7	104 107 99	3,3 3,0 3,5
Есть	Регу- лярные	Короткий Средний Длинный	8,8 8,6 9,2	110 93 75	8 6,3 6,3
	Нерегу- лярные	Короткий Средний Длинный	10,0 9,5 10,0	84 81 66	7,1 3,0 3,4

Таблица 4

_					
Результаты моделир	ования (по	100	экспериментов	кажлого	типа)

Маршрут	Длина маршрута полная	Длина маршру- та после "упа- ковки"	Число шагов робота- развед- чика	Число шагов робота- последо- вателя	Число неудач
Полигон	н с регулярн	ыми орие	нтирами,	без препят	ствий
Короткий	128	11	128	162	3
Средний	200	19	213	228	1
Длинный	319	29	350	345	1
Полигон	с нерегуляр	ными ори	ентирами	, без препя	тствий
Короткий	126	11	141	146	1
Средний	202	18	240	286	1
Длинный	290	25	296	329	1
Полигон	н с регулярн	ыми ориен	нтирами, о	с препятсти	виями
Короткий	132	12	155	171	3
Средний	223	19	234	219	1
Длинный	374	34	426	318	1
Полигон с нерегулярными ориентирами, с препятствиями					
Короткий	132	13	186	156	3
Средний	198	19	300	242	2
Длинный	321	32	439	290	2

ватель не повторяет эти маневры, и таким образом сокращает свой путь.

В табл. 3 приведены обобщенные результаты моделирования, а усредненные результаты моделирования приведены в табл. 4. Из табл. 3 видно, что приведенный маршрут P' на порядок короче исходного P. На длинных маршрутах (более 250 шагов) робот-последователь часто "срезает" путь, переходя на следующий ориентир, и поэтому делает меньше шагов, чем робот-разведчик (рис. 5, e). На коротких маршрутах (до 150 шагов), наоборот, робот-последователь в среднем добирается до цели за большее число шагов, чем робот-последователь иногда "теряется", он вынужден поворачиваться вокруг себя, чтобы снова увидеть нужный ориентир (рис. 5, d), а "срезать" на коротком маршруте нечего.

Неудачи в основном обусловлены тем, что робот-последователь, соблюдая только общее направление, иногда слишком сильно отклоняется в сторону от маршрута робота-разведчика, выходит из зоны видимости следующего ориентира и не успевает вернуться на маршрут за оставшееся время. Кроме того, при наличии препятствий они могут преградить роботу путь к ориентиру, и ему не хватает времени на обход препятствия и возвращения на маршрут.

Заключение

В дальнейшем планируется применять разработанный метод в задачах фуражирования, патрулирования территории и рекогносцировки для ориентации реальных роботов.

Предлагаемый метод имеет два принципиальных ограничения. Во-первых, маршруты должны начинаться из одной из той же точки, и роботы должны быть повернуты в одну сторону. Во-вторых, ориентиры должны быть расположены таким образом, чтобы из каждой точки полигона робот мог увидеть хотя бы один ориентир. Другие параметры, такие как регулярность и нерегулярность ориентиров, расстояние до цели, наличие препятствий, не влияют существенно на успешное прохождение маршрута роботом-последователем.

Для решения данной задачи нам потребовалось осуществить комплексирование информации, поступающей на датчики (сенсоры) робота. Полученная таким образом структура может быть соотнесена с информационной гранулой [19], которая лежит в основе построения обобщенного представления динамических пространственных отношений. В определенном смысле обладающий такими возможностями робот является когнитивным агентом, чья когнитивная функция обеспечивает процессы познания роботом внешнего мира.

Использование конечных автоматов для выполнения поведенческих процедур также имеет свои преимущества как универсальное средство реализации управления [20]. В принципе, можно создать

автомат верхнего уровня управления, который будет осуществлять запуск поведенческих процедур в зависимости от текущей ситуации. Таким образом, использование явного автоматного представления процедур поведения агентов позволяет говорить о реализации единой, монолитной системы управления, основанной на нейросетевой парадигме. Это обусловлено эквивалентностью конечных автоматов и рекуррентных нейронных сетей.

Список литературы

1. Карпов В. Э. Модели социального поведения в групповой робототехнике // Управление большими системами. Вып. 59. М.: ИПУ РАН. 2016. С. 165—232.

2. Кулинич А. А. Модель командного поведения агентов (роботов): когнитивный подход // Управление большими системами. 2014. Вып. 5. С. 174-196.

 Thrun S. Simultaneous localization and mapping (Review) // Springer Tracts in Advanced Robotics. 2008. Vol. 38. P. 13-41.

4. Moller R., Vardy A. Local visual homing by matched-filter descent in image distances // Biological Cybernetics. 2006. 95 (5). P. 413-430. doi: 10.1007/s00422-006-0095-3.

5. Baddeley B., Graham P., Husbands P., Philippides A. A model of ant route navigation driven by scene familiarity // PLoS Computational Biology. January 2012. Vol. 8, Iss. 1. Article number e1002336.

6. Kim P., Kurabayashi D. Efficient formation of pheromone potential field by filtering interaction // Journal of Robotics and Mechatronics. 2012. Vol. 24, Iss. 4. P. 561-567.

7. Hoff N., Wood R., Nagpal R. Distributed colony-level algorithm switching for robot swarm foraging // Springer Distributed Autonomous Robotic Systems. 2013. P. 417–430.

8. Lee J.-H., Ahn C. W., An J. A honey bee swarm-inspired cooperation algorithm for foraging swarm robots: an empirical analysis // 2013 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), IEEE, Novotel, Wollongong, Australia. 2013. P. 489-493.

9. Meng Z., Zou B., Zeng Y. Considering direct interaction of artificial ant colony foraging simulation and animation // J. Exp. Theor. Artif. Intell. 2012. 24 (1). P. 95–107.

10. Zedadraa O., Seridib H., Jouandeauc N., Fortinod G. A Cooperative Switching Algorithm for Multi-Agent Foraging // Engineering Applications of Artificial Intelligence. April 2016. Vol. 50. P. 302-319.

11. Длусский Г. М. Муравьи рода Формика. М.: Наука, 1967. 236 c.

12. Захаров А. А. Муравей, семья, колония. М.: Наука, 1978. 144 c.

13. Калуцкая А. П., Тарасов В. Б. Моделирование взаимодействия робота с внешней средой на основе пространственных логик и распространения ограничений // Программные продукты и системы. 2010. № 2. С. 174-178.

14. Карпов В. Э. Частные механизмы лидерства и самосознания в групповой робототехнике // Тр. XIII национ. конф. по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2012 (16—20 октября 2012 г., Белгород). Т. З. Изд-во БГТУ, 2012. С. 275—283.

15. Muller M., Wehner R. Path integration in desert ants, Cataglyphis fortis // Proc. of the National Academy of Sciences of USA. 85: 5287—5290.

16. Wehner R. The architecture of the desert ant's navigational toolkit (Hymenoptera: Formicidae) // Myrmecol News 12. Vienna. September 2009. P. 85-96.

17. Цетлин М. Л. Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем. М.: Наука, 1969. 316 с.

18. Robot Operating System. URL: http://www.willowgarage.com/ pages/software/ros-platform

19. Тарасов В. Б. Гранулярные структуры измерений в интеллектуальных средах: васильевские и белнаповские сенсоры и модели их взаимодействия // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2013. Т. 11. № 5. С. 65-74.

20. **Karpov V. E.** Emotions and Temperament of Robots: Behavioral Aspects // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2014. Vol. 53, N. 5. P. 743–760.

Concerning Presentation of a Route for a Mobile Robot Based on Visual Guides

I. P. Karpova, karpova ip@mail.ru,

National Research University, Higher School of Economics (HSE), Moscow, 101000, Russian Federation, Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, 141701, Russian Federation

Corresponding author: Karpova Irina P., Ph. D., Associate Professor, National Research University, Higher School of Economics (HSE), Moscow, 101000, Russian Federation, Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, 141701, Russian Federation, e-mail: karpova_ip@mail.ru

> Received on July 29, 2016 Accepted on August 15, 2016

One of the widespread approaches to the issues of control in the group robotics is application of the social behavior models in the groups of robots. In this paper the author proposes to use this approach to fulfill the tasks of foraging. As a role model a Formicidae ant is proposed. This task is considered as a combination of three stages: finding food, returning to the ant hill and repeating the way to the place where food was found. It was proven that in order to come back home and repeatedly walk the way the Formicidae ants were navigated predominantly by the visual means using vector navigation (path integration) and landmark-guidance mechanisms. The basis of the proposed method is formed by the princi ples of memorizing the way by the visual landmarks and fuzzy control. The model of describing the way is introduced to the robot, which can define colors of the landmarks and approximately sense the direction to the landmark in respect to itself. A pattern for formation of a succinct way description was created, with the help of which the scout robot memorizes the way to the "food". Certain regulations were developed, which let the follower robot transfer from the description of the route to the actions of its reproduction and in many ways copy an ant's behavior. The actions are presented as elementary behavioral procedures, and each behavioral procedure is realized as a finite state automata. The results of the simulation modeling, which was conducted with the help of the framework of ROS based modeling system, are presented. Experiments were conducted in polygons with barriers and without them, with regular and irregular placing of the landmarks. As a quality criterion for the proposed method the author offers to consider a successful passing of the route by the follower robot, and this indicator in different series of experiments varies from 92 up to 98 %. The proposed method does not require robot's great computation capacity and advanced sensory abilities. The developed method can also be applied to the tasks of reconnaissance and patrolling.

Keywords: collective robotics, cognitive agent, spatial relations, social behavior models, granulation of information, foraging task

Acknowledgements: This work was supported by Russian Science Foundation (project No. 16-11-00018).

For citation:

Karpova I. P. Concerning Presentation of a Route for a Mobile Robot Based on Visual Guides, Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2017, vol. 18, no. 2, pp. 81-89.

DOI: 10.17587/mau.18.81-89

References

1. Karpov V. E. Modeli social'nogo povedeniya v gruppovoy robototekhnike (Social behavior models in group robotics), Management of big systems, Moscow, IPU RAN, 2016, iss. 59, pp. 165–232 (in Russian).

2. Kulinich A. A. Model komandnogo povedeniya agentov robotov kognitivnyy podhod (Model of agents (robots) command behaviour: cognitive approach), Management of big systems, 2014, vol. 51, pp. 174-196 (in Russian).

3. Thrun S. Simultaneous localization and mapping (Review), Springer Tracts in Advanced Robotics, 2008, vol. 38, pp. 13-41.

4. Moller R., Vardy A. Local visual homing by matched-filter descent in image distances, *Biological Cybernetics*, 2006, 95 (5), pp. 413-430. doi: 10.1007/s00422-006-0095-3

5. Baddeley B., Graham P., Husbands P., Philippides A. A model of ant route navigation driven by scene familiarity, *PLoS Computa-tional Biology*, 2012, vol. 8, iss. 1, Article number e1002336.

6. Kim P., Kurabayashi D. Efficient formation of pheromone potential field by filtering interaction, Journal of Robotics and Mecha-tronics, 2012, vol. 24, iss. 4, pp. 561–567.

7. Hoff N., Wood R., Nagpal R. Distributed colony-level algorithm switching for robot swarm foraging, Springer Distributed Autono-mous Robotic Systems, 2013, pp. 417-430.

8. Lee J.-H., Ahn C. W., An J. A honey bee swarm-inspired cooperation algorithm for foraging swarm robots: an empirical analysis, 2013 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), IEEE, Novotel, Wollongong, Australia, 2013, pp. 489-493.

9. Meng Z., Zou B,. Zeng Y. Considering direct interaction of artificial ant colony foraging simulation and animation, J. Exp. Theor. *Artif. Intell.*, 2012, 24 (1), pp. 95–107. 10. Zedadraa O., Seridib H., Jouandeauc N., Fortinod G. A Co-

operative Switching Algorithm for Multi-Agent Foraging, Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2016, vol. 50, pp. 302-319.

Applications of Artificial Intelligence, 2016, vol. 30, pp. 302–319.
11. Dlusskiy G. M. Muravi roda Formika (Family Formicidae ants), Moscow, Nauka, 1967, 236 p. (in Russian).
12. Zakharov A. A. Muravey, sem'ya, koloniya (Ant, family, colony), Moscow, Nauka, 1978, 144 p. (in Russian).
13. Kaluckaya A. P., Tarasov V. B. Modelirovanie vzaimodeystviya who to a unreduce and product product product product and product p

robota s vneshney sredoy na osnove prostranstvennyh logik i rasprostraneniya ogranicheniy (Modelling robot's interaction with external environment on the basis of spatial logics and constraints propagation), Software Products And Systems, 2010, vol. 2, pp. 174–178 (in Russian). 14. Karpov V. E. Chastnye mehanizmy liderstva i samosoznanija v

gruppovoj robototehnike (Private mechanisms of leadership and consciousness in a swarm robotics), Proc. of the XIII National Conference

 on artificial intelligence with the international participation (CAI-2012),
 Publishing house of BGTU, 2012, pp. 275–283 (in Russian).
 15. Muller M., Wehner R. Path integration in desert ants,
 Cataglyphis fortis, Proceedings of the National Academy of Sciences of USA, 85: 5287-5290.

16. Wehner R. The architecture of the desert ant's navigational

Kolkit (Hymenoptera: Formicidae), Myrmecol News 12, Vienna, September 2009, pp. 85–96.
17. Cetlin M. L. Issledovaniya po teorii avtomatov i modelirovaniyu biologicheskih sistem (Automata theory and modeling of biological systems), Moscow, Nauka, 1969, 316 p. (in Russian).
18. Behet Oncorreting System considered act hetter (Aurora willowing and the sector).

18. Robot Operating System, available at: http://www.willowga-

rage.com/ pages/software/ros-platform 19. **Tarasov V. B.** Granulyarnye struktury izmereniy v intellektualnyh sredah vasilevskie i belnapovskie sensory i modeli ih vzaimodeystviya (On granular structures of measurement in ambient intelligence systems: Vassiliev's and Belnap's sensors and their communication models), Information-measuring and Control Systems, 2013, vol. 11, no. 5, pp. 65–74 (in Russian). 20. **Karpov V. E.** Emotions and Temperament of Robots:

Behavioral Aspects, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2014, vol. 53, no. 5, pp. 743–760 (in Russian).

УДК 621.395

DOI: 10.17587/mau.18.89-93

Т. М. Волосатова, канд. техн. наук, доц., tamaravol@gmail.com, H. B. Чичварин, канд. техн. наук, доц., genrih.gertz@gmail.com, МГТУ им. Н. Э. Баумана

Комбинированная система технического зрения мобильных роботов

Рассматривается способ формирования панорамных изображений в сочетании с формированием детальных фрагментов пространства предметов для систем технического зрения мобильных роботов. Предложено формирование трехмерного изображения пространства предметов путем сочетания методов стереоскопии с методом структурной подсветки ("консайт"). При подготовке материалов публикации рассматривалась система, сочетающая обзорную панорамную СТЗ с оптикоэлектронной системой, реализующей метод "консайт" и одновременно стереозрение.

Ключевые слова: анализ, метод, панорамная камера, система, стереоскопия, структурная подсветка, техническое зрение

Введение

Задача формирования панорамных изображений в сочетании с формированием детальных фрагментов пространства предметов часто возникает при построении систем технического зрения мобильных роботов [1, 2]. В 2010-2011 гг. в рамках госбюджетных НИР были проведены теоретические исследования и разработан программный комплекс для дистанционного контроля и распознавания динамических 3D-объектов, а также адаптивные методы и средства распознавания 3D-объектов для систем технического зрения, например систем, обеспечивающих анализ ситуации в рабочей зоне и свободном пространстве вблизи рабочей зоны робота, а также при создании систем охраны объектов, видеодетекторов движения и т.п. Кроме того, навигация мобильных роботов чаще всего должна проводиться с учетом трех координат в сочетании с детальным анализом отдельных объектов. В данной статье рассматривается задача обнаружения и распознавания динамических объектов в автоматизированной системе управления навига-

цией и манипуляцией. При этом делается общепринятое допущение, что система технического зрения (СТЗ) оперирует с некоторым набором конкретных объектов, модели которых должны быть предварительно получены либо каким-нибудь образом отмечены и выделены. Во внимание принимаются и динамические объекты, находящиеся в поле обзора СТЗ. Под полем обзора понимается область пространства предметов, образованная перемещающимся полем зрения СТЗ. Для прогнозирования возможностей робота по перемещению часто необходима оперативная оценка всего пространства, возможная при панорамировании. Панорамирование может быть осуществлено различными известными способами, рассмотренными в работах [4-6]. Формирование трехмерного изображения пространства предметов осуществляется методами триангуляции, голографии, стереоскопии. Известен активный способ "консайт", основанный на анализе искажений структурной подсветки. Как отмечалось выше, в управлении мобильными роботами нередко возникает задача распознавания отдельных сцен и объектов в поле зрения СТЗ в сочетании с "беглым" анализом пространства изображений, формируемых оптической системой (ОС) СТЗ. Указанный анализ осуществляется либо путем сканирования, либо многокамерными СТЗ. В данной статье рассматривается система, сочетающая обзорную панорамную СТЗ с оптикоэлектронной системой (ОЭС), реализующей одновременно метод "консайт" и стереозрение.

1. Аналитический обзор доступных публикаций

Анализ, проведенный с учетом работ [1—10, 13—15], показывает, что известные технические решения в обзорных СТЗ можно классифицировать следующим образом:

- применение сканирующих относительно узкопольных ОС;
- применение широкопольных ОС;
- применение купольных ОС;
- применение многокамерных систем.

Примером бескинематической СТЗ является многокамерная система, в которой отдельные камеры располагаются таким образом, чтобы совокупное поле зрения охватывало всю панораму [4]. При высоких технических характеристиках подобная система отличается большими габаритными размерами. Известна купольная оптическая система со сверхширокоугольным объективом типа "рыбий глаз". При малых габаритных размерах и дешевизне для нее характерно относительно низкое пространственное разрешение. Применение сканирующих систем ограничено недостатками механических сканеров, прежде всего, связанными с быстродействием. Необходимо отметить, что эти ограничения определяются не столько возможностями сервоприводов, сколько весьма возможным смазом регистрируемых изображений. Восстановление смазанных изображений возможно путем решения обратной задачи. Однако она не всегда может быть оперативно решена даже с применением быстрых алгоритмов (быстрое преобразование Фурье (БПФ), быстрое преобразование Уолша (БПУ) и т.п.).

2. Формулировка цели и задач исследований

В данной работе ставилась цель разработать технический облик СТЗ, сочетающей достоинства несканирующих систем с возможностью обеспечения надежной навигации мобильных роботов. Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

- выбор способа компоновки многокамерной несканирующей СТЗ;
- поиск компактного решения задачи стереоскопии;
- поиск метода оперативного формирования пространственных изображений объектов в поле зрения СТЗ с управляемой точностью.

3. Основные результаты исследований

В качестве прототипа комбинированного устройства стереоскопической СТЗ выбрано устройство, рассмотренное в работах [3, 4] (рис. 1) — многокамерная СТЗ, сочетающая стереозрение с системой, реализующей метод "консайт" [5, 7, 11]. Каждую из камер многокамерной СТЗ предлагается снабдить составным объективом (рис. 2).

Метод "консайт" основан на том, что на контролируемый объект направляется излучение, промо-



Рис. 1. Схема многокамерной СТЗ



Рис. 2. Схема телевизионной камеры (ТВ-камеры): *1* и 2 – составная оптическая система, обеспечивающая стереозрение; 3 – ОЭС, реализующая метод "консайт"; 4 – область пространства предметов, в которой обеспечивается стереоскопическический эффект; 5 – область пространства предметов, в которой реализуется метод структурной подсветки

дулированное пространственной решеткой [1, 2, 11] (рис. 3). О рельефе судят по искажению структуры решетки (рис. 4, *a*). Рельеф определяется по формуле

$$Z(X, Y) = \frac{\Delta Y}{\mathrm{tg}\alpha},$$

 ΔY — искажение полосы (рис. 4, *б*); tg α — тангенс угла между осью оптической системы подсветки и объективом приемной части.

Были рассмотрены две основные схемы получения стереоскопического изображения: параллельная и перекрестная, моделирующая конвергенцию глаз человека. В первом случае оси камер параллельны, что упрощает процесс съемки, поэтому параллельная схема применяется чаще. Во втором случае оси камер пересекаются, в результате получается более обширная зона наложения изображений, и вычисление расстояний до объектов не требует предварительного компенсационного сдвига,



Рис. 3. Схема реализации метода "консайт":

1 — объект; 2 — объектив; 3 — многоэлементный приемник излучения (прибор с зарядовой связью (ПЗС)); 4 — источник подсветки; 5 — транспарант



Рис. 4. Пример изображения полос на поверхности объекта (*a*) и формальной структуры искажений $\Delta Y(\delta)$



Рис. 5. Схема стереоскопической системы с параллельными осями составного объектива

как в первом случае. Общая схема получения стереоскопических изображений приведена на рис. 5, где две видеокамеры разнесены на некоторую базу за счет снабжения составным объективом. Каждая видеокамера имеет свой угол обзора, а пересечение углов обзора левой и правой видеокамер образует стереоклин. Определение расстояния возможно только в области стереоклина.

Решение задачи построения 3D-изображения включает два основных этапа:

- нахождение соответствующих точек на изображениях стереопары;
- вычисление объемных координат объектов, изображенных на стереопаре.

Общий принцип определения пространственного расположения точек может быть рассмотрен на примере параллельной схемы получения стереоскопического изображения (рис. 5). Оси X камер коллинеарны, а оси Y и Z обеих камер соответственно параллельны. Ось Y перпендикулярна плоскости рисунка. Начало координат, или центр проектирования правой камеры, смещен относительно центра левой камеры вдоль оси X на величину b, которая называется базой (baseline) стереоскопической системы. При наблюдении некоторой точки объекта P на левом изображении формируется точка P_l , а на правом — точка P_r . Из геометрических построений очевидно, что точка P лежит на пересечении лучей LP_l и RP_r .

В качестве общей системы координат выбрана система координат левой камеры L. Все координаты измеряются относительно базиса левой камеры L, за исключением x_r , которая измеряется относительно системы координат правой камеры R.

Для схемы, приведенной на рис. 5, справедливы уравнения (1) [4]

$$z = fb/(x_l - x_r) = fb/d;x = x_l z/f = b + x_r z/f;y = y_l z/f = y_r z/f.$$
 (1)

В выражение для глубины точки P введена величина рассогласования d. Она равна разности координат x_l и x_r точек на левом и правом изображениях. Решение уравнений (1) дает все три координаты, полностью определяющие положение точки P в трехмерном пространстве. Из уравнений (1) следует, что расстояние до точки P увеличивается при уменьшении рассогласования и уменьшается при увеличении рассогласования. Расстояние стремится к бесконечности при приближении рассогласования к нулю.

При наблюдении реальных трехмерных сцен поиск соответствующих точек часто оказывается весьма сложной задачей, так как среди большого числа точек поверхностей может быть неясно, какие точки левого и правого изображений являются образами одной и той же точки трехмерной поверхности. Как правило, камеры в стереоскопических системах очень точно выравниваются так, чтобы ограничить область поиска соответствующих точек двух изображений в пределах строк анализатора изображения (в частности, ПЗС) с одинаковыми индексами. Хотя для стереосистем известны и используются много различных ограничений, все еще остаются нерешенные проблемы. Одна из проблем возникает в случае, когда точка P видна только на одном изображении. Противоположная по смыслу проблема часто возникает при наличии слишком малого числа признаков точек. Эта проблема характерна для сцен с гладкими объектами без текстуры (например, таких, как покрытый снегом холм).

Наиболее сложные операции обработки в стереоскопических зрительных системах связаны не с вычислениями глубины, а с определением соответствующих признаков, которые необходимы для этих вычислений. Некорректно установленные соответствия приводят к ошибкам в значениях глубины. Ошибки могут приводить как к незначительным отклонениям от истинного значения, так и к полностью неверным результатам [9].

Один из самых распространенных методов обнаружения соответствия между пикселями двух изображений основан на использовании оператора кросс-корреляции. Для предлагаемой СТЗ рациональнее применять корреляционные методы — это нахождение пиксельных соответствий путем сравнения профилей яркости в окрестности потенциально соответствующих точек разных изображений объекта [8, 9]. Пиксель второго изображения, для которого достигается максимальный отклик оператора кросс-корреляции, считается наилучшим вариантом сопоставления для пикселя первого изображения и используется для вычисления глубины соответствующей пространственной точки.

Корреляционная функция двух функций f(x, y) и h(x, y) определяется следующим выражением:

$$f(x, y)h(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f^*(m, n)h(x + m, y + n),$$

где f^* обозначает функцию, комплексно-сопряженную функции *f*. В данном случае мы имеем дело с действительными функциями, где $f^* = f$.

Воспользовавшись теоремой о корреляции в частотной области, для F(u, v) и H(u, v) - Фурье-образов функций <math>f(x, y) и $h(x, y) - можно полагать, что корреляционная функция в пространственной области может быть получена как результат обратного преобразования Фурье, примененного к произведению <math>F^*(u, v)H(u, v)$, где функция F^* — комплексно-сопряженная с F. Различные способы обработки сигналов с применением такого алгоритма рассмотрены в работе [12].

Для проведения численных экспериментов авторами разработано программное средство для создания статического 3D-изображения по стереопарам в виде рельефной поверхности.

Обработка входных изображений в среде МАТLAB проходит в три этапа:

 выполняется чтение выбранных изображений в формате jpg или bmp в трехмерный массив с RGBпредставлением цветов. Далее происходит преобразование к формату представления HSV посредством встроенной функции rgb2hsv(*), и на последующую обработку отправляется уже только составляющая V(value) от каждого изображения для корректного вычисления кросс-корреляции;

- определяются соответствующие точки на двух изображениях с тем условием, что стереопара имеет только горизонтальный параллакс;
- в цикле для каждого пикселя левого изображения проводится поиск соответствующего пикселя правого изображения по результатам операции нормированной кросс-корреляции, которую выполняет встроенная функция normxcorr2(*). Эта функция использует быстрое преобразование Фурье. На последнем этапе осуществляется вычисление объемных координат каждой точки изображения:
 - если база и/или фокус не заданы, то координата Z принимается равной горизонтальному параллаксу;
 - если база и фокус заданы, но нет угла конвергенции (или он равен нулю), то координата Z вычисляется по формуле (1);
 - если задан угол конвергенции осей фотокамер, то используется модифицированная формула параллакса для вычисления Z, а именно:

$$p = f\cos\alpha[tg\beta - tg\gamma],$$

где
$$\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{x_r}{f}\right) - \frac{\alpha}{2}, \gamma = \operatorname{arctg}\left(\frac{x_l}{f}\right) + \frac{\alpha}{2}.$$

Затем выполняется сглаживание поверхности по Z. Результатом работы программы является поверхность, отображающая рельеф объектов, запечатленных на изображениях стереопары. Пример одного из результатов приведен на рис. 6 (см. вторую сторону обложки).

На рис. 6 просматриваются полосы, спроецированные на объект для реализации метода "консайт". Настоящий пример позволяет считать, что полученные результаты в основном корректны. Изображение объекта с низким контрастом достаточно точно, т.е. артефакты отсутствуют (рис. 7, см. вторую сторону обложки). Однако из-за низкого контраста некоторые детали не просматриваются. Естественно полагать, что структурная подсветка позволила бы уточнить значения профиля поверхности. На рис. 8 (см. вторую сторону обложки) приведено изображение профиля поверхности при наличии артефактов. Их появление обусловлено ошибками в определении фокусного расстояния объектива и базы. Рассмотренный метод обработки стереопар оказался весьма критичным к такого рода ошибкам. Поэтому предложено комбинировать алгоритм формирования стереопар с алгоритмом, использующим структурную подсветку.

Заключение

Проведенные исследования позволяют заключить, что предложенная схема комбинированной СТЗ работоспособна. Показано, что корреляционный алгоритм формирования профиля пространства предметов совместно с реализацией метода "консайт" позволяют обеспечить эффективную работу предложенной СТЗ.

Список литературы

1. Волосатова Т. М., Горин Я. А., Марченков А. М. Разработка программного обеспечения для формирования и обработки стереоизображений // Наукоемкие технологии и интеллектуальные системы: Тезисы доклада. XIII МНТК. Москва, МГТУ, 2011. С. 179—183.

2. Волосатова Т. М., Шмакова Н. А. Построение статического 3D изображения с использованием корреляционного метода // Наукоемкие технологии и интеллектуальные системы: Тезисы доклада. XIII МНТК. Москва, МГТУ, 2011. С. 192–195.

3. **Техническое** зрение роботов / Под. ред. А. Пью; Пер. с англ. Д. Ф. Миронова под ред. Г. П. Катыса. М.: Машиностроение, 1987. С. 320.

4. **Ларкин Е. В., Котов В. В., Котова Н. А.** Система технического зрения с панорамным обзором // Известия Тульского государственного университета. 2009. № 2–1. С. 161–168.

5. Визильтер Ю. В., Желтов С. Ю., Бондаренко А. В., Ососков М. В., Моржин А. В. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения. М.: Физматкнига, 2010. 672 с.

6. **Грязин Г. Н.** Оптико-электронные системы для обзора пространства. Л.: Машиностроение, 1988. 224 с.

7. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде МАТLAB. М.: Техносфера, 2006. 616 с. 8. **Форсайт Дэвид А., Понс Жан.** Компьютерное зрение. Современный подход. М.: Издательский дом "Вильямс", 2004. 928 с.

9. Шапиро Л., Стокман Дж. Компьютерное зрение. М.: БИ-НОМ. Лаборатория знаний, 2006. 752 с.

10. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005. 1072 с.

11. Устройство для бесконтактного контроля линейных размеров трехмерных объектов: Патент № 2199717 РФ / Климов А. В., Чичварин Н. В., Юхин А. Л. опубл. 27.02.2003.

12. Волосатова Т. М., Марченков А. М., Чичварин Н. В. Исследования и разработка комбинированного метода обнаружения и распознавания движущихся объектов // Информационные технологии. Приложение. 2013. № 12. С. 24—31.

13. Radu Bogdan Rusu, Andreas Holzbach, Nico Blodow, Michael Beetz. Fast Geometric Point Labeling using Conditional Random Fields. Intelligent Autonomous Systems, Technische Universit at Munchen, 2009.

14. **Richard J. Cambell and Patrick J. Flynn.** A survey of freeform object representation and recognition techniques // Computer Vision and Image Understanding. 2001. (81): c. 166–210.

15. Anil J. Jain and Chitra Dorai. 3d object recognition: Representation and matching // Statistics and Computing. 2000. (10). P. 167–182.

Combined Vision System for Mobile Robots

T. M. Volosatova, tamaravol@gmail.com⊠, **N. V. Chichvarin,** genrih.gertz@gmail.com, Bauman Moscow State Technical University, Moscow 105005, Russian Federation

> Corresponding author: Volosatova Tamara M., Ph. D., Associate Professor, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation, e-mail: tamaravol@gmail.com

> > Received on April 23, 2016 Accepted on May 11, 2016

The article is devoted to examination of the method for formation of a panoramic image in conjunction with formation of detailed fragments of space objects for the vision systems of the mobile robots. As is known, navigation of the mobile robots often should take into account three coordinates in conjunction with a detailed analysis of the individual objects. It is a common assumption that a vision system operates with a certain set of specific objects, which must be prepared or in some way marked and allocated. The dynamic objects also should be taken into account in the field review. It is proposed that the formation of three-dimensional images of the space objects should be done by combining the stereoscopy methods and highlighting the structural aspect. In preparation of the materials for publication a system was considered which combines vision with a panoramic optoelectronic system, which implements the method of the structural illumination and stereovision, at the same time.

Keywords: analysis method, panoramic camera system, stereoscopy, structural, lighting, machine vision

For citation:

Volosatova T. M., Chichvarin N. V. Combined Vision System for Mobile Robots, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2017, vol. 18, no. 1, pp. 89–93.

DOI: 10.17587/mau.18.89-93

References

1. Volosatova T. M., Gorin, Y. A., Marchenkov A. M. *High Technologies and Intellectual Systems:* Theses of the report. XIII of the ISTC, Moscow, MSTU, 2011, pp. 179–183 (in Russian).

2. Volosatova T. M., Shmakova N. A. High Technologies and Intellectual Systems: Theses of the report. XIII of the ISTC, Moscow, MSTU, 2011, pp. 192–195 (in Russian).

3. **Pugh A.** *Technical vision of robots.* Trans. from English. D. F. Mironov, ed. by G. P. Katys, Moscow, Mashinostroenie, 1987. 320 p. (in Russian).

4. Larkin E. V., Kotov V. V., Kotova N. A. *The System of technical vision with panoramic view*, Izvestiya of the Tula state University, 2009, no. 2–1, pp. 161–168 (in Russian).

5. Vizilter Yu., Zheltov S. Yu., Bondarenko A. V., Ososkov M. V., Morgins A. V. Processing and analysis of images in tasks of machine vision, Moscow, Fizmatkniga, 2010, 672 p. 6. **Gryazin G. N.** Optoelectronic system to review the space, Leningrad, Mashinostroenie, 1988, 224 p. (in Russian).

7. **Gonzalez R., Woods R., Eddins S.** Digital image processing in MATLAB, Moscow, Technosphere, 2006, 616 p. (in Russian).

8. Forsyth David A., Ponce Jean. Computer vision. Modern approach: Trans. from English, Moscow, Publishing house "Williams", 2004, 928 p. (in Russian).

9. Shapiro L., Stockman J. Computer vision: Trans. from English, Moscow, BINOM. Knowledge laboratory, 2006, 752 p. (in Russian).

10. Gonzalez R., Woods R. Digital image processing, Moscow, Tekhnosfera, 2005, 1072 p. (in Russian).

11. Klimov A. V., Chichvarin N. V., Yukhin, A. L. Device for contactless control of linear sizes of three-dimensional objects. Patent number 2199717 RF / publ. 27.02.2003 (in Russian).

12. Volosatova M. T., Marchenkov, A. M., Chichvarin N. V. Information Technology. App., 2013, no. 12, pp. 24–31 (in Russian).

13. Radu Bogdan Rusu, Andreas Holzbach, Nico Blodow, Michael Beetz. Fast Geometric Point Labeling using Conditional Random Fields. Intelligent Autonomous Systems, Technische Universit at Munchen, 2009.

14. Richard J. Cambell and Patrick J. Flynn. Computer Vision and Image Understanding, 2001, (81), pp. 166–210.

15. Anil J. Jain and Chitra Dorai. Statistics and Computing, 2000, (10), pp. 167–182.

КОНТРОЛЬ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

УДК 519.216

DOI: 10.17587/mau.18.91-102

Т. А. Алиев¹, д-р техн. наук, академик НАН Азербайджана, директор, telmancyber@gmail.com,

Н. Ф. Мусаева², д-р техн. наук, проф., musanaila@gmail.com,

М. Т. Сулейманова¹, науч. сотр., metanet_suli@yahoo.com,

Б. И. Газызаде¹, мл. науч. сотр., behruz.qazizade@gmail.com,

¹Институт систем управления НАН Азербайджана, Баку,

²Азербайджанский архитектурно-строительный университет, Баку

Чувствительные алгоритмы выявления степени развития неисправности штанговой глубинной насосной установки

Определены дефекты штанговых глубинных насосных установок, степень развития которых на ранней стадии можно выявить с помощью функции плотности распределения помехи зашумленного сигнала. Разработаны алгоритмы ее вычисления. Приведены результаты экспериментов по выявлению степени неисправности прихвата плунжера, утечки нагнетательного клапана, утечки нагнетательного клапана и труб, утечки приемного клапана, течи в насосных трубах, ослабления, приводящего к обрыву штанг. **Ключевые слова:** штанговые глубинные насосные установки, степень неисправности, зашумленный процесс, функция плотности распределения помехи

Введение

В настоящее время большую часть мирового потребления топливно-энергетических ресурсов составляет нефть [1]. Однако за долгие годы промышленной разработки нефтяных месторождений их основные эксплуатационные объекты находятся на поздней стадии, которая характеризуется трудноизвлекаемостью остаточных запасов, низким показателем нефтеотдачи и значительным обводнением продукции скважин [2]. На этой стадии добыча нефти осуществляется механизированными способами. Известно [3, 4], что основным способом механизированной добычи является применение штанговых глубинно-насосных установок (ШГНУ) и погружных электроцентробежных насосов (ЭЦН). ШГНУ популярны из-за своей простоты, надежности и возможности применения в широком диапазоне условий эксплуатации [1-4].

Однако из-за уменьшения запасов нефти, увеличения заводнения пластов и простоев скважины за счет несвоевременной диагностики состояния оборудования ШГНУ рентабельность добычи нефти резко падает. Поэтому вопрос качественной и своевременной идентификации состояния ШГНУ является важным звеном в деле обеспечения рентабельности добычи нефти на поздней стадии эксплуатации месторождений. Обнаружение неисправностей ШГНУ на стадии их зарождения и принятие необходимых мер по их устранению обеспечивают необходимый уровень стабилизации добычи нефти [4].

Одним из направлений в этой ситуации является создание и внедрение инновационных технологий и систем, цель которых — повышение рентабельности добычи нефти на поздней стадии эксплуатации месторождения путем повышения достоверности контроля и управления. Проведенные исследования [5-12] показали, что для повышения рентабельности объектов добычи нефти с помощью ШГНУ необходим надежный контроль, диагностика и идентификация. Поэтому в работах [5-12] разработаны позиционно-бинарные и спектральные, а также корреляционные индикаторы микроизменений в технических состояниях объектов контроля, алгоритмы диагностики неисправностей штанговых глубинно-насосных установок, основанные на noise-анализе. В этих работах показано, что появление неисправности отражается в виде помехи на сигнале, поступающем от соответствующего датчика. С помощью вычисления характеристик помехи, которую невозможно выделить из зашумленного сигнала, проводится анализ текущего состояния и выявляется начальный период изменения в техническом состоянии исследуемого технического объекта.

Однако среди этих алгоритмов отсутствуют алгоритмы вычисления функции плотности распределения помехи, которая является более исчерпывающей характеристикой для анализа исследуемого процесса. Исследования показали, что функция плотности распределения помехи чувствительна даже к малейшим изменениям в техническом состоянии объекта. Поэтому ее можно использовать как сверхчувствительный индикатор для выявления степени неисправности ШГНУ.

1. Постановка задачи

Известно, что станок-качалка является одним из типов наземных приводов штанговых глубинных насосов (ПШГН) нефтегазового оборудования и используется как механический привод к нефтяным скважинным штанговым насосам. Конструкция станка-качалки представляет собой балансирный привод штанговых насосов, состоящий из редуктора и сдвоенного четырехзвенного шарнирного механизма. Для контроля и управления станком-качалкой на Биби-Эйбатском месторождении г. Баку созданы устройство контроля станка-качалки (УКСК), которое осуществляет измерение технологических параметров и обработку динамограмм, и станция управления скважинными штанговыми насосными установками (СУСШНУ), которая позволяет определить начало зарождения наиболее характерных дефектов подземного и наземного оборудования нефтяных скважин, регулировать частоту качаний станка-качалки, а также осуществлять функции защиты электродвигателя. На базе УКСК и СУСШНУ разработан комплекс, который выполняет функции измерения, noise-мониторинга, робастного контроля, диагностики и управления для нефтяных скважин, эксплуатирующихся штанговыми глубинными насосами. Комплекс оснащен системой следующих датчиков: датчик усилия, датчик угла поворота кривошипа станка-качалки, датчик устьевого давления, датчик затрубного давления, скважинный контроллер, преобразователь частоты, радиопередатчик, датчик оборотов ротора электродвигателя, датчики ваттметрирования.

На основании информации, получаемой от датчика усилия, строятся динамограммы, которые позволяют технологу (мастеру) эвристически определить вид неисправности, когда она приобретает явно выраженную форму. Могут быть определены следующие неисправности: прихват плунжера; утечка нагнетательного клапана (УНК); утечка нагнетательного клапана и труб; утечка приемного клапана (УПК); течь в насосных трубах; ослабление, приводящее к обрыву штанг. Каждой из этих неисправностей соответствует определенный вид динамограммы. Поэтому на первом этапе для выявления перечисленных дефектов необходимо провести идентификацию каждого из неисправных состояний. Эта задача решается мастером или оператором на основании визуального наблюдения.

Однако одной только идентификации недостаточно для диагностики технического состояния ШГНУ на ранней стадии. Диагностику можно считать удовлетворительной, если определить степень опасности данного дефекта. Для этого следует провести помехоанализ сигнала, поступающего от датчика усилия.

В работах [5-12] для выявления неисправностей ШГНУ применяются алгоритмы анализа помехи исследуемых зашумленных сигналов, которые подразумевают вычисление таких характеристик помехи, как дисперсия и среднее квадратическое отклонение, робастные корреляционные функции и робастные спектральные характеристики. Однако на ранней стадии зарождения дефекта более исчерпывающей характеристикой случайного зашумленного сигнала является функция плотности распределения помехи. Так как помеху невозможно выделить из зашумленного сигнала, то построение функции плотности ее распределения является достаточно сложной задачей, требующей разработки специальных алгоритмов [13]. Поэтому в данной работе рассматривается этот вопрос более подробно.

Пусть от датчика усилия поступает зашумленный сигнал $g(t) = x(t) + \varepsilon(t)$, состоящий из полезной составляющей x(t) и помехи $\varepsilon(t)$, свидетельствующей о появлении технической неисправности. Сигналы x(t), $\varepsilon(t)$, g(t) являются случайными стационарными эргодическими процессами, и помеху $\varepsilon(t)$ невозможно выделить из g(t).

Для простоты изложения рассмотрим один случайный процесс g(t), для которого можно вычислить такие характеристики, как математическое ожидание m_g , дисперсия D_g , среднее квадратическое отклонение σ_g , корреляционная функция $R_{gg}(\tau)$, по следующим формулам [13—15]:

$$m_g = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) dt;$$

$$D_g = \frac{1}{T} \int_0^T (g(t) - m_g)^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T \mathring{g}^2(t) dt;$$

$$\sigma_g = \sqrt{D_g};$$

$$R_{gg}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T \mathring{g}(t) \mathring{g}(t + \tau) dt,$$

где $\mathring{g}(t) = g(t) - m_g$, $\tau = 0$, Δt , $2\Delta t$, $3\Delta t$, — временной сдвиг.

Функцию плотности распределения f(g, t) случайного зашумленного процесса g(t) можно определить на основе критерия согласия о мере согласованности теоретического и статистического распределений [14].

В то же время при возникновении неисправностей в ШГНУ сигнал, поступающий от датчика усилия, оказывается зашумленным помехой $\varepsilon(t)$ с нормальным распределением (гауссов процесс) [13—15].

Так как стационарная случайная помеха $\varepsilon(t)$ является эргодической, то ее математическое ожидание m_{ε} и среднее квадратическое отклонение σ_{ε} имеют одно и то же значение для любой из случайных функций, входящих в совокупность. Поэтому функцию плотности нормального распределения

гауссовой помехи $\varepsilon(t)$ можно определить по выражению [13—15]

$$N(\varepsilon) = N(\varepsilon; m_{\varepsilon}, \sigma_{\varepsilon}) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\varepsilon}^{2}} \mathbf{e}^{-\frac{(\varepsilon - m_{\varepsilon})^{2}}{2\sigma_{\varepsilon}^{2}}}, \qquad (1)$$

где m_{ε} — среднее значение помехи; σ_{ε}^2 — стандартное (среднеквадратичное) отклонение помехи.

Вычисление функции плотности нормального распределения помехи $N(\varepsilon)$ позволяет определить степень неисправности, так как различным степеням неисправности соответствуют различные виды кривой $N(\varepsilon)$. Именно это свойство кривой распределения позволяет использовать ее как сверхчувствительную характеристику оценки технического состояния ШГНУ.

Если составить матрицу информативных признаков, элементами которой являются функции плотности распределения, их максимальные значения и точки перегиба, то очевидно, что по комбинациям этих значений можно определить моменты, когда необходимо провести профилактические работы, текущий или капитальный ремонты. Поэтому ниже предлагается технология определения функции плотности распределения $N(\varepsilon)$ помехи $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала g(t) как сверхчувствительного индикатора степени неисправности ШГНУ.

2. Разработка сверхчувствительных алгоритмов выявления степени неисправности ШГНУ с помощью функции плотности распределения помехи

Из формулы (1) очевидно, что функция нормального распределения $N(\varepsilon)$ помехи $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала g(t) характеризуется двумя параметрами: математическим ожиданием m_{ε} и средним квадратическим отклонением $\sigma_{\varepsilon} = \sqrt{D_{\varepsilon}}$ (или корнем квадратным из центрального момента второго порядка). Так как помеха $\varepsilon(t)$ распределена по нормальному закону с нулевым средним $m_{\varepsilon} \approx 0$, то задача сводится к вычислению только параметра σ_{ε} . Для этого воспользуемся выражением для вычисления корреляционной функции $R_{gg}(\tau)$ зашумленного сигнала g(t).

Известно, что для стационарного случайного сигнала *g*(*t*), обладающего свойством эргодичности, корреляционная функция вычисляется по выражению [13—15]

$$R_{gg}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathring{g}(t) \mathring{g}(t+\tau) dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} (\mathring{x}(t)+\varepsilon(t)) \times (\mathring{x}(t+\tau)+\varepsilon(t+\tau)) dt =$$

$$= \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathring{x}(t) \mathring{x}(t+\tau) dt + \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathring{x}(t) \varepsilon(t+\tau) dt +$$

$$+ \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \varepsilon(t) \mathring{x}(t+\tau) dt + \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \varepsilon(t) \varepsilon(t+\tau) dt,$$

где центрированные значения вычисляются по выражениям: $\mathring{g}(t) = g(t) - m_g$, $\mathring{x}(t) = x(t) - m_x$; m_g , m_x — математические ожидания соответственно g(t) и x(t). Учитывая, что исходный сигнал x(t) и помеха $\varepsilon(t)$ некоррелированы, т.е.

$$\frac{1}{T}\int_{0}^{T} \mathring{x}(t)\varepsilon(t+\tau)dt \approx 0, \ \frac{1}{T}\int_{0}^{T} \varepsilon(t)\mathring{x}(t+\tau)dt \approx 0,$$

можно записать:

$$R_{gg}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathring{g}(t) \mathring{g}(t+\tau) dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathring{x}(t) \mathring{x}(t+\tau) dt + \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \varepsilon(t) \varepsilon(t+\tau) dt = R_{xx}(\tau) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau).$$
(2)

Таким образом, корреляционная функция $R_{gg}(\tau)$ зашумленного сигнала g(t) состоит из суммы корреляционных функций $R_{\chi\chi}(\tau)$ и $R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau)$ соответственно исходного сигнала x(t) и помехи $\varepsilon(t)$.

При этом на практике исходный сигнал x(t) является более низкочастотным по сравнению с помехой $\varepsilon(t)$. Поэтому для исходного сигнала x(t) при $\tau \neq 0$, когда $\tau = \Delta t$ мало по сравнению с временем наблюдения T, $x(t + \Delta t)$ незначительно отличается от x(t). Следовательно, вероятность того, что значение $x(t + \Delta t)$ мало отличается от значения x(t), близка к единице:

$$P(x(t) \approx x(t + \Delta t)) \approx 1.$$

Тогда отношение $\frac{R_{xx}(\tau = \Delta t)}{R_{xx}(0)}$ также близко к

единице, т.е. [15]

$$\frac{R_{xx}(\tau = \Delta t)}{R_{xx}(0)} \approx 1.$$

что равносильно приближенному равенству

$$R_{xx}(0) \approx R_{xx}(\tau = \Delta t). \tag{3}$$

В то же время в силу того, что случайная помеха $\varepsilon(t)$ возникает при суммировании независимых белых шумов, она имеет время корреляции $\tau = 0$, и корреляционная функция $R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau)$ представляет собой δ -функцию [9], т.е.

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau) = \begin{cases} R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau=0) \text{ при } \tau = 0; \\ 0 \text{ при } \tau \neq 0. \end{cases}$$
(4)

Поэтому, если вычислить оценки корреляционной функции $R_{gg}(\tau)$ зашумленного сигнала при $\tau = 0$ и $\tau = \Delta t$, то получим, что формула (2) представляется в виде

$$R_{gg}(\tau = 0) =$$

$$= \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathring{g}(t) \mathring{g}(t) dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathring{x}(t) \mathring{x}(t) dt + \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \varepsilon(t) \varepsilon(t) dt =$$

$$= R_{\chi\chi}(\tau = 0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = 0),$$

где $R_{xx}(\tau = 0)$, $R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = 0)$ — оценки автокорреляционных функций соответственно исходного сигнала x(t) и помехи $\varepsilon(t)$ при нулевом временном сдвиге $\tau = 0$. Иначе говоря, эти оценки представляют собой дисперсии соответственно исходного сигнала x(t) и помехи $\varepsilon(t)$:

$$R_{XX}(\tau=0) = D_X, R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau=0) = D_{\varepsilon}.$$
 (5)

Таким образом, корреляционная функция $R_{gg}(\tau)$ зашумленного сигнала g(t) при $\tau = 0$ состоит из суммы дисперсий D_x , D_ε соответственно исходного сигнала и помехи.

При достаточно малом по сравнению со временем наблюдения *T* временном интервале $\tau = \Delta t$ оценка автокорреляционной функции $R_{gg}(\tau = \Delta t)$ зашумленного сигнала g(t) принимает вид

$$R_{gg}(\tau = \Delta \tau) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathring{g}(t) \mathring{g}(t + \Delta t) dt =$$

= $\frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathring{x}(t) \mathring{x}(t + \Delta t) dt + \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \varepsilon(t) \varepsilon(t + \Delta t) dt =$
= $R_{xx}(\tau = \Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = \Delta t).$

Если найти разницу между оценками автокорреляционной функции зашумленного сигнала g(t)при $\tau = 0$ и $\tau = \Delta t$, то получим

$$R_{gg}(\tau = 0) - R_{gg}(\tau = \Delta t) =$$

= $R_{\chi\chi}(\tau = 0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = 0) - R_{\chi\chi}(\tau = \Delta t) - R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = \Delta t).$

С учетом выражений (3)-(5) получаем

$$R_{gg}(\tau=0) - R_{gg}(\tau=\Delta t) = R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau=0).$$

Тогда оценку дисперсии D_{ε}^* помехи $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала g(t) можно вычислить по выражению

$$D_{\varepsilon}^* = R_{gg}(\tau = 0) - R_{gg}(\tau = \Delta t)$$

ИЛИ

$$D_{\varepsilon}^{*} = R_{\varepsilon\varepsilon}(\tau = 0) =$$
$$= \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathring{g}(t) \mathring{g}(t) dt - \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathring{g}(t) \mathring{g}(t + \Delta t) dt.$$

Следовательно, среднее квадратическое отклонение σ_{ϵ}^* помехи $\epsilon(t)$ можно вычислить по выражению

$$\sigma_{\varepsilon}^* = \sqrt{D_{\varepsilon}^*} = \sqrt{R_{gg}(\tau = 0) - R_{gg}(\tau = \Delta t)}$$
(6)

или

$$\sigma_{\varepsilon}^{*} = \sqrt{D_{\varepsilon}^{*}} = \sqrt{R_{\varepsilon\varepsilon}^{*}(\tau=0)} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathring{g}(t) \mathring{g}(t) dt} - \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathring{g}(t) \mathring{g}(t+\Delta t) dt}.$$
 (7)

Таким образом, параметр σ_{ε}^* нормального распределения помехи $\varepsilon(t)$ можно вычислить, определив корень квадратный из разности оценок автокорреляционной функции $R_{gg}(\tau)$ зашумленного сигнала при нулевом $\tau = 0$ и единичном $\tau = \Delta t$ временных сдвигах.

3. Алгоритмы вычисления функции плотности распределения помехи

Ниже будет показано, что, используя вычисленную оценку среднего квадратического отклонения σ_{ε}^* помехи $\varepsilon(t)$, можно определить следующие ее характеристики. 1. Функцию плотности нормального распределения $N(\varepsilon, m_{\varepsilon}, \sigma_{\varepsilon})$ помехи $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала g(t) с математическим ожиданием $m_{\varepsilon} \approx 0$ с учетом формулы (1) можно найти по выражению

$$N^{*}(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^{*}\sqrt{2\pi}} \mathbf{e}^{-\frac{(\varepsilon - m_{\varepsilon})^{2}}{2(\sigma_{\varepsilon}^{*})^{2}}}.$$
 (8)

Очевидно, что с учетом выражений (6), (7) формулу (8) для аналитического представления функции плотности распределения помехи с нулевым средним $m_{\epsilon} \approx 0$ можно представить в виде

$$N^*(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^* \sqrt{2\pi}} \mathbf{e}^{-\frac{\varepsilon^2}{2(\sigma_{\varepsilon}^*)^2}}$$
или
$$N^*(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t))}} \mathbf{e}^{-\frac{\varepsilon^2}{2(R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t))}}.$$

2. Зная оценку среднего квадратического отклонения помехи σ_{ε}^* , можно также определить максимум функции плотности распределения $N_{\max}(\varepsilon)$ помехи $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала g(t):

$$N_{\max}(m_{\varepsilon}) = \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}\sqrt{2\pi}}.$$
 (9)

С учетом условия $m_{\varepsilon} = 0$ и выражений (6), (7) формулу (9) можно представить в виде

$$N_{\max}^*(0) = \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^* \sqrt{2\pi}}$$
или
$$N_{\max}^*(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi (R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t))}}$$

3. Кроме того, используя выражения для вычисления оценки среднего квадратического отклонения помехи σ_{ε}^* , можно также определить ее наиболее вероятные значения, которые, как известно, находятся в интервале

or
$$\left(m_{\varepsilon} - \sigma_{\varepsilon}; \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}\sqrt{2\pi \mathbf{e}}}\right)$$
 do $\left(m_{\varepsilon} + \sigma_{\varepsilon}; \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}\sqrt{2\pi \mathbf{e}}}\right)$, (10)

т.е. вычислить точки перегиба.

С учетом условия $m_{\varepsilon} = 0$ и формул (6), (7) интервал (10) можно представить в виде $\left(\left(-\sigma_{\varepsilon}^{*}; \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^{*}\sqrt{2\pi \mathbf{e}}}\right), \left(\sigma_{\varepsilon}^{*}; \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^{*}\sqrt{2\pi \mathbf{e}}}\right)\right).$

Тогда координаты точек перегиба функции плотности распределения помехи вычисляются по формулам:

для первой точки по оси абсцисс:

$$A1 = -\sqrt{(R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t))}$$
или
$$A1 = -\sqrt{\left(\frac{1}{T}\int_{0}^{T} \mathring{g}(t)\mathring{g}(t)dt - \frac{1}{T}\int_{0}^{T} \mathring{g}(t)\mathring{g}(t + \Delta t)dt\right)};$$

• для второй точки по оси абсцисс:

$$A2 = \sqrt{R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t)}$$
или
$$A2 = \sqrt{\left(\frac{1}{T}\int_{0}^{T} \mathring{g}(t)\mathring{g}(t)dt - \frac{1}{T}\int_{0}^{T} \mathring{g}(t)\mathring{g}(t + \Delta t)dt\right)}$$

• для первой и второй точек по оси ординат:

$$O = \frac{1}{\sqrt{2(R_{gg}(0) - R_{gg}(\Delta t))\pi \mathbf{e}}}$$
или
$$O = \frac{1}{\sqrt{2\left(\frac{1}{T}\int_{0}^{T} \mathring{g}(t)\mathring{g}(t)dt - \frac{1}{T}\int_{0}^{T} \mathring{g}(t)\mathring{g}(t + \Delta t)dt\right)\pi \mathbf{e}}}$$

Таким образом, разработаны алгоритмы вычисления функции плотности распределения $N^*(\varepsilon)$, ее максимума $N^*_{\max}(0)$, а также точек перегиба

 $\left(-\sigma_{\varepsilon}^{*}; \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^{*}\sqrt{2\pi e}}\right)$ и $\left(\sigma_{\varepsilon}^{*}; \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^{*}\sqrt{2\pi e}}\right)$ нормально распре-

деленной помехи $\varepsilon(t)$ с математическим ожиданием $m_{\varepsilon} = 0$ зашумленного сигнала g(t).

4. Цифровые технологии определения функции плотности распределения помехи

Ниже предлагается алгоритм, позволяющий вычислить дискретные значения функции плотности распределения $N^*(\varepsilon)$ помехи $\varepsilon(t)$ с математическим ожиданием $m_{\varepsilon} = 0$, максимум $N^*_{\text{max}}(0)$ и точки пере-

гиба с координатами
$$\left(-\sigma_{\varepsilon}^{*}; \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^{*}\sqrt{2\pi \mathbf{e}}}\right)$$
 и $\left(\sigma_{\varepsilon}^{*}; \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^{*}\sqrt{2\pi \mathbf{e}}}\right)$

Пусть от датчика усилия ШГНУ поступает аддитивный зашумленный цифровой сигнал $g(\Delta t)$, состоящий из исходного сигнала $x(\Delta t)$ и помехи $\varepsilon(\Delta t)$. Сигнал $g(\Delta t)$ дискретизирован шагом Δt , выбранным в соответствии с условием: $\Delta t = 1/2\omega_{\varepsilon}$, где ω_{ε} — частота среза помехи.

Тогда алгоритм определения функции плотности распределения $N^*(\varepsilon)$ помехи $\varepsilon(t)$ включает следующие шаги:

1) вычисляется оценка автокорреляционной функции центрированного зашумленного сигнала g'(t) при $\mu = 0$ и $\mu = \Delta t$:

$$R_{gg}(\mu = 0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathring{g}(i\Delta t) \mathring{g}(i\Delta t);$$
$$R_{gg}(\mu = 1\Delta t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathring{g}(i\Delta t) \mathring{g}((i+1)\Delta t);$$

2) вычисляется среднее квадратическое отклонение σ_{ε}^* помехи $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала g(t):

$$\sigma_{\varepsilon}^{*} = \sqrt{R_{gg}^{*}(\mu = 0) - R_{gg}^{*}(\mu = \Delta t)} =$$
$$= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathring{g}(i\Delta t) \mathring{g}(i\Delta t) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathring{g}(i\Delta t) \mathring{g}((i+1)\Delta t)};$$

3) учитывая, что для нормально распределенного случайного процесса отклонение от математического ожидания по абсолютной величине не превышает утроенного среднего квадратического отклонения, дискретные значения функции плотности распределения $N^*(\varepsilon)$ помехи $\varepsilon(t)$ вычисляются в интервале $m_{\varepsilon}^* \pm 3 \sigma_{\varepsilon}^*$, т.е. при $m_{\varepsilon}^* - 3 \sigma_{\varepsilon}^* \leq \varepsilon(t) \leq m_{\varepsilon}^* + 3 \sigma_{\varepsilon}^*$. Для этого

— вычисляются минимальное и максимальное значения $\varepsilon(t)$:

$$\varepsilon_{\min} = m_{\varepsilon}^* - 3\sigma_{\varepsilon}^*; \ \varepsilon_{\max} = m_{\varepsilon}^* + 3\sigma_{\varepsilon}^*;$$

— с определенным шагом $\Delta \varepsilon$ задается последовательность возможных значений $\varepsilon(t)$ в порядке возрастания от ε_{\min} до ε_{\max} :

$$\varepsilon(1) = \varepsilon_{\min}, \ \varepsilon(i+1) = \varepsilon(i) + \Delta \varepsilon, \ ..., \ \varepsilon_{\max}$$

и формируется последовательность возможных значений помехи $\varepsilon(1)$, $\varepsilon(2)$, $\varepsilon(3)$, $\varepsilon(4)$, ..., ε_{max} , для которой выполняется условие $\varepsilon(i-1) < \varepsilon(i)$.

Затем в точках $\varepsilon(1)$, $\varepsilon(2)$, $\varepsilon(3)$, $\varepsilon(4)$, ..., ε_{max} вычисляется функция нормального распределения:

$$N^{*}(\varepsilon(i)) = \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^{*}\sqrt{2\pi}} \mathbf{e}^{-\frac{(\varepsilon(i) - m_{\varepsilon}^{*})^{2}}{2(\sigma_{\varepsilon}^{*})^{2}}}$$

Учитывая, что $m_{\varepsilon} = 0$, функцию плотности распределения $N^{*}(\varepsilon(i))$ следует вычислять в интервале $-3\sigma_{\varepsilon}^{*} \leq \varepsilon(t) \leq 3\sigma_{\varepsilon}^{*}$ по выражениям

$$N^{*}(\varepsilon(i)) = \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^{*}\sqrt{2\pi}} \mathbf{e}^{-\frac{(\varepsilon(i))^{2}}{2(\sigma_{\varepsilon}^{*})^{2}}}$$
или
$$N^{*}(\varepsilon(i)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(R_{gg}(\mu=0) - R_{gg}(\mu=\Delta t))}} \times \mathbf{e}^{-\frac{(\varepsilon(i))^{2}}{2(R_{gg}(\mu=0) - R_{gg}(\mu=\Delta t))}};$$

4) определяется максимум функции плотности нормального распределения помехи $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала g(t), который находится в точке $m_{\varepsilon} = 0$, т.е. при $\varepsilon_{\max}(i) = 0$:

$$N_{\max}^{*}(0) = \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^{*}\sqrt{2\pi}}$$
или

$$N_{\max}^{*}(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(R_{gg}(\mu=0) - R_{gg}(\mu=\Delta t))}};$$
5) вычисляются точки перегиба $\left(-\sigma_{\varepsilon}^{*}; \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^{*}\sqrt{2\pi e}}\right)$ и

$$\sum_{\varepsilon^{*}}^{*} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon}^{*}\sqrt{2\pi e}}$$
:

• для первой точки по оси абсцисс:

$$A1 = -\sqrt{R_{gg}(\mu = 0) - R_{gg}(\mu = \Delta t)}$$
или
$$A1 = -\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathring{g}(i\Delta t)} \mathring{g}(i\Delta t) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathring{g}(i\Delta t)} \mathring{g}((i+1)\Delta t);$$

• для второй точки по оси абсцисс:

$$A2 = \sqrt{R_{gg}(\mu = 0) - R_{gg}(\mu = \Delta t)}$$
или
$$A2 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathring{g}(i\Delta t) \mathring{g}(i\Delta t) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathring{g}(i\Delta t) \mathring{g}((i+1)\Delta t)};$$

Динамограммы

Степень неисправности Дефекты Слабая Средняя Сильная Прихват плунжера Утечка нагнетательного клапана Утечка нагнетательного клапана и труб Утечка приемного клапана Течь внасосных трубах Степень обрыва штанги

• для первой и второй точек по оси ординат:

$$O = \frac{1}{\sqrt{2(R_{gg}(\mu = 0) - R_{gg}(\mu = \Delta t))\pi \mathbf{e}}}$$

O =

или

Таблица 1

$$\frac{1}{\sqrt{2\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathring{g}(i\Delta t)\mathring{g}(i\Delta t) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\mathring{g}(i\Delta t)\mathring{g}((i+1)\Delta t)\right)\pi\mathbf{e}}}$$

5. Анализ степени неисправности ШГНУ с помощью функции плотности распределения помехи

Исследования показали, что на ранней стадии степень таких неисправностей ШГНУ, как прихват плунжера, УНК, утечка нагнетательного клапана и труб, УПК, течь в насосных трубах, степень обрыва штанги, можно определить в результате вычисления функции плотности распределения помехи зашумленного сигнала, поступающего от датчика усилия. В результате анализа этого сигнала были сделаны следующие выводы.

На начальной стадии неисправности графики динамограмм, а также гистограмм сигналов усилия визуально имеют одинаковую форму. Поэтому эти характеристики не позволяют в явном виде оценить степень неисправности (табл. 1, 2). Графики же плотностей распределения помехи даже при незначительных изменениях резко меняют свой вид (см. рисунок). Например, для более слабой помехи, которая появляется на начальной стадии дефекта, график плотности распределения помехи имеет более вытянутый вид. По мере увеличения степени неисправности она принимает все более плоскую форму. При высокой степени неисправности график плотности распределения помехи приобретает распластанную форму. Поэтому различие функций плотности распределения помехи для каждого фиксированного дефекта может быть использовано как информативный признак степени данного вида неисправности.

Для мониторинга технического состояния ШГНУ и определения степени неисправности можно использовать как графические изображения

Таблица 2

	Степень неисправности		
Дефекты	Слабая	Средняя	Сильная
Прихват плунжера			
Утечка нагнета- тельного клапана			
Утечка нагнета- тельного клапана и труб			
Утечка приемного клапана			
Течь в насосных трубах			
Степень обрыва штанги			

Гистограммы

функций плотности распределения помехи, так и их численные значения. Для этого создается банк данных, состоящий из банка данных графических изображений и банка данных дискретных значений функций плотности распределения помехи. Экспериментальные исследования показали, что для удобства запоминания и хранения численных значений достаточно ограничиться максимальными значениями и координатами точек перегиба, т. е. для каждого случая требуется запоминать всего четыре значения закона распределения.

Банк данных графических изображений состоит из множеств графических изображений функций плотности распределения помехи, соответствующих различным степеням: прихвата плунжера; УНК; УНК и труб; УПК; течи в насосных трубах; обрыва штанги.

Банк данных численных значений состоит из множеств максимальных значений и точек перегиба функций плотности распределения помехи, соответствующих различным степеням тех же характеристик.

Таким образом, в процессе контроля технического состояния ШГНУ по комбинациям перечисленных характеристик можно определить степень возникшей неисправности, причем каждый из графиков функций плотности распределения соответствует определенной степени каждой из неисправностей.

6. Результаты экспериментов, полученных путем анализа реальных сигналов, поступающих от датчика усилия

В табл. 1, 2 приводятся графические изображения динамограмм и гистограмм зашумленных сигналов датчика усилия, а на рисунке — функции плотностей распределения помех для различных дефектов и соответствующих степеней неисправности (на рисунке сплошная линия — слабая степень неисправности, пунктирная линия средняя степень неисправности, штриховая линия — сильная степень неисправности).

В табл. 3 приводятся численные значения максимумов и точек перегиба функций плотностей распределения для различных дефектов и соответствующих степеней неисправности.

Заключение

Предложенные в работе технологии позволяют определить степень развития основных дефектов ШГНУ.

Для этого создан графический банк данных (см. табл. 1, 2 и рисунок) и цифровой банк данных (табл. 3). Основными данными этих банков данных являются следующие значения характеристик помехи: среднее квадратическое отклонение; максимум функции плотности распределения помехи; первая и вторая точки перегиба по оси абсцисс; точка перегиба по оси ординат.

Разработанные технологии позволяют в системе измерения, мониторинга, диагностики и управления нефтяными скважинами, эксплуатирующимися штанговыми глубинными насосами, выявить зарождающиеся изменения, а также динамику развития неисправности. Это позволяет определить момен-



Функции плотностей распределения помех при слабой, средней и сильной неисправности:

a — прихват плунжера; δ — утечка нагнетательного клапана; e — утечка нагнетательного клапана и труб; e — утечка приемного клапана; d — течь в насосных трубах; e — степень обрыва штанги

Дефект	Степень неисправ- ности	σ_{ϵ}^{*}	$N_{\max}^*(0)$	Точки перегиба		
				<i>A</i> 1	A2	0
Прихват плунжера	Слабая	8,9492	0,0446	-8,9492	8,9492	0,0270
	Средняя Сильная	25,7377	0,0231 0,0155	-17,3004 -25,7377	25,7377	0,0140 0,0094
УНК	Слабая	9,6750	0,0412	-9,6750	9,6750	0,0250
	Сильная	30,2549	0,0132	-30,2549	30,2549	0,0110
УНК и труб	Слабая	5,9819	0,0667	-5,9819	5,9819	0,0405
	Сильная	15,2054	0,0262	-15,2054	15,2054	0,0211
УПК	Слабая	8,1097	0,0492	-8,1097	8,1097	0,0298
	Сильная	23,9175	0,0167	-23,9175	23,9175	0,0147
Течь в насосных	Слабая	8,9467	0,0446	-8,9467	8,9467	0,0270
TPyOax	Сильная	22,8565	0,0175	-22,8565	22,8565	0,0148
Степень обрыва	Слабая	4,9412	0,0807	-4,9412	4,9412	0,0490
штанти	Сильная	8,6224	0,0463	-8,6224	8,6224	0,0337

Цифровой банк данных

Таблица 3

ты, когда необходимо провести профилактические работы, текущий и капитальный ремонты.

Список литературы

1. Максимов В. М. О современном состоянии нефтедобычи, коэффициенте извлечения нефти и методах увеличения нефтеотдачи // Бурение и нефть. 2011. № 2. URL: http://burneft.ru/archive/issues/2011-02/6

2. Ибатуллин Р. Р., Ибрагимов Н. Г., Тахаутдинов Ш. Ф., Хисамов Р. С. Увеличение нефтеотдачи на поздней стадии разработки месторождений. М.: Недра, 2004. 292 с.

3. Лысенко В. Д., Грайфер В. И. Рациональная разработка нефтяных месторождений. М.: Недра, 2005. 607 с.

4. Маркетинговое исследование рынка установок штанговых глубинных насосов (УШ-ГН). Аналитический отчет. Research. Techart. 2010: URL: http://www.techart.ru/files/research/ walking-beam-pumping-unit.pdf.

5. Алиев Т. А., Нусратов О. Г., Гулуев Г. А., Рзаев Ас. Г., Пашаев Ф. Г., Ризванов М. Г., Керимов А. Б. Алгоритмы диагностики неисправностей штанговых глубинно-насосных установок // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 5. С. 314—320.

6. Алиев Т. А., Нусратов О. Г., Рзаев А. Г., Гулуев Г. А., Пашаев Ф. Г. Система контроля, диагностики и робастного управления закачкой воды в пласт // VI ALL-Ukranian Scientific-Practical conference "Informatics and Systems sciences", Poltava. 2015. Р. 16–19.

7. Aliev T. A., Musaeva N. F., Sattarova U. E. The technology of forming the normalized correlation matrices of the matrix equations of multidimensional stochastic objects // Journal of Automation and Information Sciences. 2013. Vol. 45 (1). N. 6. P. 1-15.

8. Aliev T. A., Guluyev G. A., Pashayev F. H., Abbasov A., Rzayev As. H. Position-Binary and Spectral indicators of micro changes in the technical states of control objects // Automatic Control and Computer Sciences. 2009. Vol. 49. N. 3. C. 156–165.

9. Aliev T. A., Guluyev G. A., Pashayev F. H., Rzayev As. H. Correlation indicators of microchanges in technical states of control objects // Cybernetics and Systems Analysis, Springer New York. 2009. Vol. 45. N. 4. C. 655–662.

10. Aliev T. A., Musaeva N. F., Guluyev G. A., Sattarova U. E., Rzaeva N. E. System of Monitoring of Period of Hidden Transition of Compressor Station to Emergency State // Journal of Automation and Information Sciences. 2011. Vol. 43 (11). N. 6. C. 61–81.

11. **Musaeva N. F.** Technology for determining the magnitude of robustness as an estimate of statistical characteristic of noisy signal // Automatic Control and Computer Sciences. 2005. Vol. 39. N. 5. P. 53–62.

12. **Musaeva N. F.** Robust correlation coefficients as initial data for solving a problem of confluent analysis // Automatic Control and Computer Sciences. 2007. V. 41. N. 2. P. 76–87.

13. Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I. Analytic representation of the density function of normal distribution of noise // Journal of Automation and Information Sciences. 2015. Vol. 4 (8). N. 4. P. 24–40.

14. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576 с.

15. **Техническая** кибернетика. Книга 2 / Под ред. Солодовникова В. В. М.: Машиностроение, 1967. 682 с.

Мехатроника, автоматизация, управление, Том 18, № 2, 2017

Sensitive Algorithms for Identifying the Degree of Fault Growth in Sucker Rod Pumping Units

T. A. Aliev¹, telmancyber@gmail.com, N. F. Musayeva², musanaila@gmail.com⊠,
 M. T. Suleymanova¹, metanet_suli@yahoo.com, B. I. Gazizade¹, behruz.qazizade@gmail.com,
 ¹Institute of Control Systems of the Azerbaijan NAS, Baku, AZ1141, Azerbaijan
 ²Azerbaijan University of Architecture and Construction, Baku, AZ1073, Azerbaijan

Corresponding author: Musaeva Naila F., D. Sc., Professor, Azerbaijan University of Architecture and Construction, Baku, AZ1073, Azerbaijan, e-mail: musanaila@gmail.com

> Received on July 08, 2016 Accepted on July 18, 2016

The authors demonstrate that in order to increase the oil production at a late stage of operation of oilfields, a timely identification of the technical state of the sucker rod pumping unit (SRPU) is required. They point out that emergence of a fault in SRPU is accompanied by a random additive noise, which is superimposed on the signal, coming from the force transducer. It was established experimentally that by calculation of the characteristics of the noise, inextricable from a noisy signal, it was possible to identify the initial period of origin and determine the degrees of fault development in SRPU. It was discovered that the noise probability density function could be used as an indicator for determination of the degree of such SRPU faults as plunger sticking, discharge valve leakage (PVL) and discharge pipes leakage, suction valve leakage (SVL), pump pipes leakage, and slackening leading to sucker rod breakage. The authors developed algorithms for calculation of the noise probability density function, its maximum and the coordinates of the inflection points, and proposed algorithms for identifying the degree of SRPU fault by means of the noise probability density function, and the relevant analysis was carried out. A bank was established, comprising a bank of the graphic images and a databank of the discrete values of the noise probability density function corresponding to various degrees of faults.

Keywords: sucker rod pumping units, degree of fault, noise-contaminated process, noise probability density function

For citation:

Aliev T. A., Musayeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I. Sensitive Algorithms for Identifying the Degree of Fault Growth in Sucker Rod Pumping Units, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 2, pp. 94–102.

DOI: 10.17587/mau.18.94-102

References

1. **Maksimov V. M.** O sovremennom sostojanii neftedobychi, kojefficiente izvlechenija nefti i metodah uvelichenija nefteotdachi (State of the art in oil production, oil recovery factor and advanced recovery method), *Burenie i Neft'*, 2011, no. 2, available at: http://burneft.ru/ archive/issues/2011-02/6 (in Russian).

2. Ibatullin R. R., Ibragimov N. G., Tahautdinov Sh. F., Hisamov R. S. Uvelichenie nefteotdachi na pozdnej stadii razrabotki mestorozhdenij (Enhanced oil recovery at the advanced stage of field development), Moscow, Nedra, 2004, 292 p. (in Russian).

3. Lysenko V. D., Grajfer V. I. *Racional'naja razrabotka neftjanyh mestorozhdenij* (Improved oilfield development), Moscow, Nedra, 2005, 607 p. (in Russian).

4. *Marketingovoe* issledovanie rynka ustanovok shtangovyh glubinnyh nasosov (UShGN). Analiticheskij otchet (Marketing research of the market of sucker rod pumping units. Analytical report), *Research.Techart*, 2010, available at: http://www.techart.ru/files/research/walkingbeam-pumping-unit.pdf (in Russian).

5. Aliev T. A., Nusratov O. G., Guluev G. A., Rzaev As. G., Pashaev F. G., Rizvanov M. G., Kerimov A. B. Algoritmy diagnostiki neispravnostej shtangovyh glubinno-nasosnyh ustanovok (Diagnostic algorithms for faults of sucker rod pumping units), Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie, 2015, vol. 16, no. 5, pp. 314–320 (in Russian).

6. Aliev T. A., Nusratov O. G., Rzaev As. G., Guluev G. A., Pashaev F. G. Sistema kontrolja, diagnostiki i robastnogo upravlenija zakachkoj vody v plast (System of control, diagnostics and robust management of water injection into reservoir), VI ALL-Ukranian Scientific-Practical conference "Informatics and Systems sciences", Poltava, 2015, pp. 16–19 (in Russian).

7. Aliev T. A., Musaeva N. F., Sattarova U. E. The technology of forming the normalized correlation matrices of the matrix equations of multidimensional stochastic objects, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2013, vol. 45 (1), no. 6, pp. 1–15.

8. Aliev T. A., Guluyev G. A., Pashayev F. H., Abbasov A., Rzayev As. H. Position-Binary and Spectral indicators of micro changes in the technical states of control objects, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2009, vol. 49, no. 3, pp. 156–165.

9. Aliev T. A., Guluyev G. A., Pashayev F. H., Rzayev As. H. Correlation indicators of microchanges in technical states of control objects, *Cybernetics and Systems Analysis*, Springer New York, 2009. vol. 45, no. 4, pp. 655–662.

10. Aliev T. A., Musaeva N. F., Guluyev G. A., Sattarova U. E., Rzaeva N. E. System of Monitoring of Period of Hidden Transition of Compressor Station to Emergency State, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2011, vol. 43 (11), no. 6, pp. 61–81.

11. **Musaeva N. F.** Technology for determining the magnitude of robustness as an estimate of statistical characteristic of noisy signal, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2005, vol. 39, no. 5, pp. 53–62.

12. **Musaeva N. F.** Robust correlation coefficients as initial data for solving a problem of confluent analysis, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2007, vol. 41, no. 2, pp. 76–87.

13. Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I. Analytic representation of the density function of normal distribution of noise, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2015, vol. 47 (8), no. 4, pp. 24–40.

14. **Ventcel' E. S.** *Teorija verojatnostej* (Probability theory), Moscow, Nauka, 1969, 576 p. (in Russian).

15. **Solodovnikov V. V.** ed. *Tehnicheskaja kibernetika. Kniga 2* (Technical cybernetics. Book 2. / Ed. Solodovnikov V. V.), Moscow, Mashinostroenie, 1967, 682 p. (in Russian).

К. Ю. Лепетухин, аспирант, lepkon@gmail.com, А. В. Малолетов, д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., maloletov@gmail.com, Е. С. Брискин, д-р физ.-мат. наук, проф., dtm@vstu.ru, Волгоградский государственный технический университет

Об оптимальном управлении взаимным расположением секций дождевальной машины кругового действия при обработке некруглых полей*

Рассмотрено движение дождевальной машины кругового действия. С использованием методов вариационного исчисления, получена зависимость для определения оптимальной конфигурации дождевальной машины в плоскости поля при введении критерия оптимальности, соответствующего минимуму работы, затрачиваемой на перемещение машины. Показана возможность применения дождевальной машины кругового действия для полей сложной формы.

Ключевые слова: шагающие машины, оптимизация, дождевальные машины кругового типа действия, некруглые поля

Введение

Дождевальные машины кругового действия распространены по всему миру: в России, США, Саудовской Аравии, Израиле и других странах. На рис. 1 (см. третью сторону обложки) приведены снимки полей, обрабатываемых такими машинами. Их достоинством является простота инфраструктуры: подвод воды и электроэнергии к одной неподвижной центральной опоре позволяет сократить затраты на обслуживание всей системы.

При исследовании работы дождевальных машин кругового действия обычно рассматривается влияние различных факторов на производительность орошения, качество полива [1, 2], даются рекомендации по конструкции таких машин [3]. Однако работы по устранению такого существенного недостатка дождевальных машин кругового действия, как нерациональность использования посевных площадей, практически отсутствуют.

Дождевальные машины кругового действия состоят из шарнирно соединенных между собой секций, имеющих возможность поворачиваться друг относительно друга в пределах заданного небольшого угла. Их система управления построена таким образом, чтобы сохранять приближенно прямолинейную форму в плоскости движения. Поэтому они могут обрабатывать поля, форма которых представляет собой круг или сектор круга. Таким образом, между полями остаются значительные участки необрабатываемой земли. Одним из способов устранения указанного недостатка является такая модификация конструкции дождевальных машин, при которой диапазон угла поворота секций друг относительно друга был бы существенным [4].

Для этого конструкция опор должна обеспечивать возможность их движения в произвольном направлении. Опоры на основе шагающих движите-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (проект № 862) и РФФИ (проект № 16-48-340957 р_а). лей, в отличие от колесных, позволяют выполнить это требование благодаря обеспечению "идеальной" маневренности, под которой понимается способность корпуса машины совершать произвольное плоскопараллельное движение в плане местности.

Разработаны конструкции опор [5—7] для дождевальных машин типа "Кубань" со сдвоенными лямбдаобразными четырехзвенными механизмами шагания [8], эффективность которых была проверена экспериментально [9, 10]. Преимущество таких движителей по сравнению с колесными состоит в меньшем давлении на грунт, что влечет за собой меньшее колееобразование (рис. 2, см. третью сторону обложки) и меньшие энергозатраты [11, 12].

Более совершенные шагающие движители, использованные, например, в шагающей машине "Ортоног" [13], обеспечивают практически "идеальную" маневренность, что позволяет формировать из таких аппаратов различные структурные группы кинематически связанных шагающих машин, в том числе соединенных в линию аналогично структуре дождевальной машины [14].

При обработке поля произвольной формы система управления дождевальной машиной должна обеспечивать последовательное изменение взаимного расположения секций согласованно с движением периферийной тележки по кромке поля. Следует иметь в виду, что при любой конфигурации дождевальной машины можно обеспечить требуемую норму полива единицы площади, что является отдельной задачей управления [10].

Законы управления движением опор могут быть синтезированы с учетом различных критериев оптимальности, одним из которых являются энергозатраты на перемещение машины при различных ее конфигурациях.

Постановка задачи

В каждый момент времени рассматривается замороженная конфигурация дождевальной машины, которая поворачивается вокруг центральной точки как одно твердое тело. Энергозатраты A на перемещение тележки дождевальной машины определяются силами сопротивления ее движению при этом перемещении. Поскольку в установившемся движении все тележки разворачиваются относительно секций таким образом, что перемещаются по дугам окружностей, а силы F_i , развиваемые приводами, одинаковы и не зависят от конфигурации в силу одинаковых нагрузок, действующих на каж-



Рис. 3. Силы, действующие на дождевальную машину при повороте:

a – дискретная модель дождевальной машины; δ – непрерывная модель дождевальной машины; 1 - i-я секция; 2 - i-я опора; 3 – кромка поля (траектория периферийной тележки); 4 – первая недеформируемая секция; 5 – деформируемая кривая

дую тележку, и предполагаемой однородности грунта в пределах одного поливного участка (рис. 3, *a*), энергозатраты определяются выражением

$$A = \sum F_i r_i \Delta \varphi, \tag{1}$$

где r_i — расстояние от оси O до i тележки; $\Delta \phi$ — перемещение тележки.

Следовательно, задача сводится к определению такого управления конфигурацией дождевальной машины, которое обеспечивает минимум критерия

$$I = \sum r_i \tag{2}$$

при постоянстве суммарной длины *L* всех секций дождевальной машины и удовлетворяет условию движения последней периферийной тележки по заданной траектории (рис. 3), определяемой формой поля.

Дискретная система шарнирно соединенных прямолинейных секций (рис. 3, a) заменяется непрерывной деформируемой кривой (рис. 3, δ). Чем больше число звеньев (секций), тем с большей точностью непрерывная кривая заменяет последовательно соединенные отрезки прямой, при этом первая секция длиной R_0 деформируемой кривой не заменяется, а остается прямолинейной.

Тогда на единицу длины непрерывной кривой действует постоянная распределенная нагрузка f, перпендикулярная отрезку, соединяющему неподвижный центр O с точкой кривой, имеющей координаты (x, y).

Критерий (2) принимает вид

$$I = \int_{0}^{L} r ds \tag{3}$$

при изопериметрическом условии

$$\int_{0}^{L} dS = L. \tag{4}$$

Условия в форме (3) и (4) удобно представить в полярных координатах (r, φ) и определять зависимость $\varphi = \varphi(r)$. Тогда, с учетом прямолинейности начального участка длиной R_0 , выражения (3) и (4) преобразуются к виду

$$I = \int_{R_0}^{R} \sqrt{r^2 \varphi_r^2 + 1} \, r dr;$$
 (5)

$$\int_{R_0}^{R} \sqrt{r^2 \varphi_r^2 + 1} \, dr + R_0 = L, \tag{6}$$

где R — расстояние от центра до крайней тележки на кромке поля, $\varphi_r = d\varphi/dr$.

Следует отметить, что форма представления условий (5) и (6) ограничивает область поиска оптимума такими кривыми, для которых каждому значению r соответствует только одна точка (одно значение φ).

Метод решения

В соответствии с методами вариационного исчисления [12] задача сводится к решению уравнения Эйлера—Лагранжа:

$$\frac{d}{dr}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi_r} - \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} = 0, \tag{7}$$

где Ф определяется выражением

$$\Phi(r, \phi(r), \phi_r) = \sqrt{r^2 \phi_r^2 + 1} (r + \mu), \qquad (8)$$

μ — неопределенный множитель Лагранжа.

Поскольку функция Ф не зависит явно от φ , первый интеграл уравнения (7) принимает вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_r} = c, \tag{9}$$

где *с* — постоянная интегрирования, откуда следует

$$\varphi_r = \frac{c}{r\sqrt{r^2(r+\mu)^2 - c^2}}.$$
 (10)

Из (10) следует, что функция φ_r не меняет своего знака во всей области определения (r > 0), и функция $\varphi(r)$ монотонно возрастает (или убывает) в зависимости от знака *с*.

Дифференциальное уравнение (10) совместно с изопериметрическим условием (6) решается численными методами. Решение (10) позволяет синтезировать законы оптимального управления опорами дождевальной машины.

Анализ результатов

Для $c \neq 0$ уравнение (10) имеет решение при выполнении условия

$$|r(r+\mu)| > |c| \tag{11}$$

для любых $r \in [R_0; R]$. Отсюда следует, что областью определения для µ является объединение интервалов $(-\infty; -R) \cup (-R_0; \infty)$.

На рис. 4 представлены области и границы допустимых значений *с* и μ , определяемых неравенством (11). Штриховой линией показана зависимость $|c| < |R(R + \mu)|$, сплошной — зависимость $|c| < |R_0(R_0 + \mu)|$, а заштрихованная область — множество допустимых значений *с* и μ .

Пересечение этих графиков происходит в точке $\mu = -R - R_0$.

Таким образом, можно выделить четыре зоны, одна из которых (зона II) вырождается в линию. Диапазон возможных значений константы *c* определяется границами зон. Так, для зон I и IV константа *c* должна лежать в диапазоне от $-|R_0(R_0 + \mu)|$ до $|R_0(R_0 + \mu)|$; для зоны III — в диапазоне от $-|R(R + \mu)|$ до $|R(R + \mu)|$. Для зоны II эти условия совпадают. При этом значение *c* = 0 соответствует максимальному радиусу обрабатываемого поля — прямой



Рис. 4. Области и границы допустимых значений с и µ



Рис. 5. Размещение дождевальной машины для критических значений с и µ, близких к граничной точке зоны II: 1 — первая секция; 2 — деформируемая кривая; 3 — кромка поля (траектория периферийной тележки)

линии для всех μ . Значения, близкие к границам диапазона — минимально возможному радиусу соответствуют наибольшей кривизне кривой. Положительные и отрицательные значения *с* приводят к симметричным решениям, закрученным, соответственно, против и по часовой стрелке.

Наибольший диапазон изменения радиуса поля обеспечивается в зоне II, при $\mu = -R - R_0$. Например, при общей длине *L* дождевальной машины, равной 600 м, в соответствии с выбранным критерием оптимальности возможна обработка поля, диапазон изменения радиуса *R* которого лежит в пределах от 487 до 600 м. Это достигается при $\mu = -537$ м и c = 24349 м². Форма кривой, соответствующая указанным значениям, приведена на рис. 5.

Заключение

Используя методы вариационного исчисления и рассматривая дождевальную машину как непрерывную деформируемую кривую, с учетом постоянства нагрузки получено уравнение, описывающее оптимальную форму искомой кривой согласно критерию минимума суммарного расстояния до центральной точки при сохранении длины кривой.

Полученная зависимость позволяет за счет управления относительным положением секций обеспечивать оптимальное движение дождевальной машины по критерию минимума затрат механической работы на перемещение. Полученные результаты справедливы для установившегося режима движения дождевальной машины при ее перемещении в пределах сектора постоянного радиуса и при наложении ограничения, что каждая точка машины не может быть ближе к центру, чем предыдущая.

Показана принципиальная возможность обработки полей произвольной формы дождевальными машинами кругового типа действия. Предложенная модель может быть уточнена при введении других критериев оптимизации и учете погрешностей, возникающих при замене дискретной системы шарнирно соединенных прямолинейных секций непрерывной деформируемой кривой.

Список литературы

1. Effect of the start—stop cycle of center-pivot towers on irrigation performance: Experiments and simulations [Electronic resourse]. Ouazaaa, B. Latorrea, J. Burguetea, A. Serretab, E. Playána, R. Salvadora, P. Paniaguaa, N. Zapata. 2015. Доступ по подписке на Science Direct.

2. Autonomous precision agriculture through integration of wireless underground sensor networks with center pivot irrigation systems [Electronic resourse]. Xin Dong, Mehmet C. Vuran, Suat Irmak. 2013. Доступ по подписке на Science Direct.

3. **DEPIVOT**: A model for center-pivot design and evaluation [Electronic resourse] / M. I. Valín, M. R. Cameira, P. R. Teodoro, L. S. Pereira. 2012. Доступ по подписке на Science Direct.

4. Малолетов А. В., Лепетухин К. Ю. Управление движением опор дождевальной машины кругового действия при движении по полям сложной формы // Известия ВолгГТУ. Сер. Актуальные проблемы управления, вычислительной техники и информатики в технических системах. Волгоград, 2015. № 14 (178). С. 143—147.

5. Пат. 2108708 РФ, МПК 6 А 01 G 25/09, В 62 D 57/02 Самоходная тележка многоопорной дождевальной машины / Брискин Е. С., Русаковский А. Е., Чернышев В. В., Жога В. В., Попов А. Н., Вавилин Г. Д., Аксенов Н. И., Шерстобитов С. В., Черкасов В. В., Умнов Н. В.; ВолгГТУ. 1998.

6. Пат. 2496304 РФ, МПК А01G25/09, B62D57/02. Самоходная шагающая тележка многоопорной дождевальной машины / Чернышев В. В., Брискин Е. С., Малолетов А. В., Вершинина И. П.; ВолгГТУ. 2013.

7. Пат. 2496305 РФ, МПК А01G25/09, B62D57/02. Самоходная шагающая тележка многоопорной многосекционной дождевальной машины / Чернышев В. В., Брискин Е. С., Шаронов Н. Г., Вершинина И. П.; ВолгГТУ. 2013.

8. Six Link Mechanisms for the Legs of Walking Machines Bessonov A. P., Umnov N. V., Korenovsky V. V. and others // Thirteenth CISM — IFToMM Symposium on the Theory and Practice of Robots and Manipulators — Ro. Man. Sy. 2000: Book of Abstracts, July 3–6, 2000. Zakopane, Poland, 2000. P. 347–354.

9. Брискин Е. С., Чернышев В. В., Малолетов А. В., Шерстобитов С. В. On Dynamics of Movement of Walking Machines with Gears on the Basis of Cycle Mechanisms // Theory and Practice of Robots and Manipulators. ROMANSY 13: Proc. of the 13-th CISM-IFToMM Symposium. International Centre for Mechanical Sciences. Wien; New York, 2000. C. 313–322.

10. Брискин Е. С., Чернышев В. В., Жога В. В., Малолетов А. В. Опыт разработки и испытаний шагающих опор дождевальной машины // Тракторы и сельхозмашины. 2011. № 9. С. 27—31.

11. Брискин Е. С., Калинин Я. В., Малолетов А. В., Чернышев В. В. Об энергетической эффективности цикловых механизмов // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2014. № 1. С. 18—25.

12. Брискин Е. С., Чернышев В. В., Жога В. В., Малолетов А. В., Шаронов Н. Г., Фролова Н. Е. Концепция проектирования, динамика и управление движением шагающих машин. Ч. 3. Алгоритмы управления движением шагающих машин серии "Восьминог" и экспериментальные исследования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 7. С. 13–18.

13. Брискин Е. С., Вершинина И. П., Малолетов А. В., Шаронов Н. Г. Об управлении движением шагающей машины со сдвоенными ортогонально-поворотными движителями // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2014. № 3. С. 168—176.

14. Малолетов А. В., Лепетухин К. Ю., Шаронов Н. Г., Брискин Е. С. Управление группой кинематически связанных шагающих машин // Экстремальная робототехника. Тр. междунар. науч.-техн. конф. (г. Санкт-Петербург, 8—9 окт. 2015 г.), ЦНИИ робототехники и технической кибернетики. — Санкт-Петербург, 2015. С. 315—320.

15. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. 424 с.
Concerning the Optimal Control of the Relative Positions of the Sections of a Center-Pivot Irrigation Machine for Processing of the Fields of Non-Circular Shapes

K. Yu. Lepetukhin, lepkon@gmail.com, A. V. Maloletov, maloletov@gmail.com,
 E. S. Briskin, dtm@vstu.ru⊠,
 Volgograd State Technical University, Volgograd, 400131, Russian Federation

Corresponding author: **Briskin Evgenii S.**, D. Sc., Professor, Volgograd State Technical University, Volgograd, 400131, Russian Federation, e-mail: dtm@vstu.ru

> Received on April 11, 2016 Accepted on April 29, 2016

A center-pivot irrigation system is widely used all over the world. Its main drawback is its applicability only to the round fields. In order to avoid this limitation a possibility of changing the mutual arrangement of the sections of the center-pivot irrigation machine was proposed. So, the sections of the machine must be able to rotate one around the other. In order to achieve such a feature, the traditional wheeled vehicles must be replaced with the walking machines. The walking machines based on the rotary-orthogonal movers (for example, Orthonog walking robot developed in Volgograd State Technical University) have almost perfect maneuverability. This allows a machine to take the form of an arbitrary curved line. The optimality criterion was introduced, which was a minimal work of the drive motors during movement of the machine. The system of rigid sprinkling sections was replaced with a continuous curve, wherein each subsequent point was not closer to the center than the previous one. The optimal configuration of a sprinkler in a field plane was found by using the methods of calculus of variations. The resulting equation was solved by the numerical method. An analysis of the results was done in order to find the maximal range of the length change. The results are valid for the steady driving mode in the sector of constant radius. The proposed model can be improved by introduction of another optimality criterion and taking into account the errors arising from the replacement of a discrete system with a continuous curve. Thus, a possibility of the use of a center-pivot sprinkler for the fields of non-circular shape is substantiated.

Keywords: walking machines, optimization, center-pivot sprinkler irrigation, nonelementary fields

Acknowledgements: The study was sponsored by the Russian Ministry of Education (project number 862) and RFBR (project number 16-48-340957 r_a).

For citation:

Lepetukhin K. Yu., Maloletov A. V., Briskin E. S. Concerning the Optimal Control of the Relative Positions of the Sections of a Center-Pivot Irrigation Machine for Processing of the Fields of Non-Circular Shapes, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2017, vol. 18, no. 1, pp. 103–107.

DOI: 10.17587/mau.18.103-107

References

1. **Effect** of the start—stop cycle of center-pivot towers on irrigation performance: Experiments and simulations [Electronic resourse], Ouazaaa, B. Latorrea, J. Burguetea, A. Serretab, E. Playána, R. Salvadora, P. Paniaguaa, N. Zapata — 2015.

2. **Autonomous** precision agriculture through integration of wireless underground sensor networks with center pivot irrigation systems [Electronic resourse], Xin Dong, Mehmet C. Vuran, Suat Irmak – 2013.

3. **DEPIVOT**: A model for center-pivot design and evaluation [Electronic resourse], M. I. Valín, M. R. Cameira, P. R. Teodoro, L. S. Pereira -2012

4. Maloletov A. V., Lepetuhin K. Y. Upravlenie dvizheniem opor dozhdeval'noj mashiny krugovogo dejstvija pri dvizhenii po poljam slozhnoj formy (Control of center-pivot irrigation system on fields of nonelementary shape), Izvestija Volggtu. Ser. Aktual'nye Problemy Upravlenija, Vychislitel'noj Tehniki i Informatiki v Tehnicheskih Sistemah, Volgograd, 2015, no. 14 (178), pp. 143–147 (in Russian).

5. **Pat.** 2108708 RF, MPK 6 A 01 G 25/09, V 62 D 57/02 *Samohodnaja telezhka mnogoopornoj dozhdeval'noj mashiny* (Self-propelled trolley of multisupporting irrigation system), Briskin E. S., Rusakov-skij A. E., Chernyshev V. V., Zhoga V. V., Popov A. N., Vavilin G. D., Aksenov N. I., Sherstobitov S. V., Cherkasov V. V., Umnov N. V.; VolgGTU. 1998 (in Russian).

6. **Pat.** 2496304 RF, MPK A01G25/09, B62D57/02. *Samohod-naja shagajushhaja telezhka mnogoopornoj dozhdeval'noj mashiny* (Self-propelled gradient trolley of multisupporting irrigation system), Chernyshev V. V., Briskin E. S., Maloletov A. V., Vershinina I. P.; VolgGTU. 2013 (in Russian).

7. **Pat.** 2496305 RF, MPK A01G25/09, B62D57/02. Samohodnaja shagajushhaja telezhka mnogoopornoj mnogosekcionnoj dozhdeval'noj mashiny (Self-propelled gradient trolley of multisupporting multisectional irrigation system), Chernyshev V. V., Briskin E. S., Sharonov N. G., Vershinina I. P.; VolgGTU. 2013 (in Russian).

8. **Bessonov A. P., Umnov N. V., Korenovsky V. V.** et al. Six Link Mechanisms for the Legs of Walking Machines, *Thirteenth CISM* – *IFToMM Symposium on the Theory and Practice of Robots and Manipulators* – *Ro. Man. Sy.* 2000: Book of Abstracts, July 3–6, 2000. Zakopane, Poland, 2000. P. 347–354.

9. Briskin E. S., Chernyshev V. V., Maloletov A. V., Sherstobitov S. V. On Dynamics of Movement of Walking Machines with Gears on the Basis of Cycle Mechanisms, *Theory and Practice of Robots and Manipulators. ROMANSY 13: Proc. of the 13-th CISM-IFTOMM Symposium*, International Centre for Mechanical Sciences, Wien; New York, 2000, P. 313–322.

10. **Briskin E. S., Chernyshev V. V., Zhoga V. V., Maloletov A. V.** *Opyt razrabotki i ispytanij shagajushhih opor dozhdeval'noj mashiny* (An experience of developing and testing the walking supports for sprinkling machines), *Traktory i Sel'hozmashiny*, 2011, no 9, pp. 27–31 (in Russian).

11. Briskin E. S., Kalinin Y. V., Maloletov A. V., Chernyshev V. V. On the energy efficiency of cyclic mechanisms, *Mechanics of Solids*, 2014, vol. 49, no. 1, pp. 11–17.

12. Briskin E. S., Chernyshev V. V., Zhoga V. V., Maloletov A. V., Sharonov N. G., Frolova N. E. Koncepcija proektirovanija, dinamika i upravlenie dvizheniem shagajushhih mashin. P. 3. Algoritmy upravlenija dvizheniem shagajushhih mashin serii "Vos'minog" i jeksperimental'nye issledovanija (Design concept, dynamics and movement control of walking machines. P. 3 Walking machines "Vos'minog" series movement control algorithms and experimental research), Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie, 2005, no. 7, pp. 13–18.

13. Briskin E. S., Vershinina I. P., Maloletov A. V., Sharonov N. G. On the control of motion of a walking machine with twin orthogonal rotatory movers, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2014, vol. 53, no. 3, pp. 464–471. 14. Maloletov A. V., Lepetuhin K. Y., Sharonov N. G., Briskin E. S.

14. Maloletov A. V., Lepetuhin K. Y., Sharonov N. G., Briskin E. S. Upravlenie gruppoj kinematicheski svjazannyh shagajushhih mashin (The control of cinematically related walking machines group), Jekstremal'naja robototehnika: tr. mezhdunar. nauch.-tehn. konf., Sankt-Peterburg, 8–9 oct. 2015, CNII robototehniki i tehnicheskoj kibernetiki, Sankt-Peterburg, 2015, pp. 315–320 (in Russian).

15. **Jel'sgol'c L. Je.** *Differencial'nye uravnenija i variacionnoe is-chislenie* (Differential equations and the calculus of variation), Moscow, Nauka, 1969, 424 p. (in Russian).

УДК 621.865.8:519

DOI: 10.17587/mau.18.108-112

О. Д. Егоров, канд. техн. наук, доц., egorovod@yandex.ru, **М. А. Буйнов,** аспирант, mak5273@yandex.ru Московский государственный технологический университет "СТАНКИН"

Исследование механизмов мехатронных устройств с помощью графов

Предложен новый метод структурного анализа механизмов с помощью графов, позволяющий определять число избыточных и метрических связей, лишних подвижностей и лишних звеньев, возникающих в контурах механизмов. Показана реализация данного метода в виде компьютерной программы для автоматизированного структурного анализа механизмов на ЭВМ. Представлен пример анализа механизма с помощью разработанной программы.

Ключевые слова: механизм, структурный анализ, граф, избыточная связь, лишняя подвижность, метрическая связь

Введение

Мехатронные устройства предназначены для преобразования энергии, материалов и информации в целях замены или облегчения физического и умственного труда человека. Они построены на принципах синергетической интеграции механических, электротехнических, электронных и компьютерных компонентов [1—3]. Механическими компонентами являются механизмы — это системы твердых тел, подвижно соединенных между собой различными видами связей, реализующие управляемые двигательные функции, т.е. осуществляющие преобразования управляемого движения одного или нескольких тел системы в требуемые управляемые движения других тел.

Структурный анализ механизма — исследование его свойств по структурной схеме. Основная задача анализа состоит в определении числа степеней подвижности механизма и собственно его подвижности, а также числа замкнутых контуров, числа избыточных контурных связей (ИКС) и лишних контурных подвижностей (ЛКП), метрических связей (МС) и лишних звеньев (ЛЗ).

ИКС обращают механизм в статически неопределимую систему [4], что вызывает увеличение трения и износа в кинематических парах [5]. Наличие ЛКП дает возможность звеньям механизма поворачиваться вокруг своих продольных осей, не оказывая влияния на его функциональные возможности, что приводит к усложнению конструкции механизма. МС — связи, которые повторяют ограничения на относительные движения звеньев в механизме [6]. Наличие МС может привести к заклиниванию механизма в случае неточности изготовления его звеньев. Лишние звенья улучшают качественные характеристики механизма, но не влияют на его функциональные преобразования.

Наличие ИКС, ЛКП, МС в механизме отрицательно сказывается на его эксплуатационных характеристиках. Такие механизмы нежелательно применять в мехатронных устройствах [7—9], где требуется высокая точность их функционирования.

Определение структурных свойств механизмов с помощью графов

В работах [10, 11] предложен метод структурного анализа механизмов, позволяющий с помощью структурных формул определять число ИКС и ЛКП механизма, а также его подвижность. Такой метод сложно применить для автоматизированного определения структурных свойств механизмов на ЭВМ.

Поэтому в данной статье предложен новый метод структурного анализа механизмов с помощью графов. Суть метода заключается в переходе от структурной схемы механизма к его графу, по которому можно определить число его ИКС, ЛКП, ЛЗ, МС, а также число степеней подвижности и его подвижность.

Понятие графа было введено венгерским математиком Денешем Кенигом в 1936 г. Графом G называется пара множеств (V; E), где V — непустое конечное множество элементов, называемых вершинами графа; E — конечное множество неупорядоченных пар элементов из V, называемых ребрами графа [12].

При составлении графа механизма будем каждому его звену сопоставлять вершину графа (m_j) , а кинематической паре — отрезок, соединяющий вершины (т.е. ребро графа v_j). Все звенья механизма, включая стойку, нумеруем цифрами, начиная с 0. Число подвижностей каждой кинематической пары записываем цифрой на соответствующем ей ребре.

На рис. 1 приведены примеры структурных схем разомкнутого (рис. 1, *a*) [13] и замкнутого (рис. 1, *в*) механизма мехатронного устройства, а на рис. 1, δ и рис. 1, *г* показаны соответствующие им графы.



Рис. 1. Структурные схемы механизмов и соответствующие им графы

Источником ИКС, ЛКП, ЛЗ и МС в механизме являются замкнутые контуры. Число контуров определяют по формуле Эйлера [12]

$$K = v - m + 1, \tag{1}$$

где v — число ребер графа механизма; m — число вершин графа механизма.

При анализе графа механизма число ИКС и ЛКП *j*-го контура предлагаем определять по формуле

$$S_j = 3 - \sum_{g=1}^{l} (r_g - 6 + l_g), \qquad (2)$$

где t — число ребер в контуре; r_g — число подвижностей кинематической пары, соответствующей g-му ребру контура; l_g — модификатор, зависящий от числа подвижностей кинематической пары:

$$l_g = \begin{cases} 5 - для r_g = 1, 2 \text{ и } 3; \\ 4 - для r_g = 4 \text{ и } 5. \end{cases}$$

Положительное значение S_j соответствует числу ИКС *j*-го контура, а отрицательное значение — числу ЛКП.

Число ЛЗ в *j*-м контуре предлагаем определять по формуле

$$Z_{j} = \sum_{g=1}^{t} (5 - l_{g}) v_{g},$$
(3)

где v_g — число ребер контура, которые имеют подвижность r_g .

Формула (3) применима только для контуров графа механизма, состоящих из трех и более вершин. В контуре графа механизма, состоящем из двух вершин, не может быть лишних звеньев, так как минимальное число подвижных звеньев механизма, образующих замкнутый контур, равно двум. Число МС механизма по его графу определяем в виде

$$T = 4 + 2(K - 1) - m.$$
(4)

Положительное значение, получаемое по формуле (4), соответствует числу МС механизма; отрицательное значение и ноль свидетельствуют о том, что МС в механизме нет. Зависимость (4) позволяет определить число МС механизма, но она не дает возможности найти контуры механизма, в которых они находятся. Для их поиска предлагаем использовать следующее правило: МС появляется в контуре, содержащем только одно подвижное звено с двумя кинематическими парами, которое не входит в другие ранее рассмотренные контуры механизма. При использовании данного правила необходимо рассмотреть все контуры механизма, начиная с того, который имеет минимальное число подвижных звеньев, и далее рассматривать остальные контуры в порядке их увеличения.

Подвижность механизма с учетом ИКС, ЛКП, ЛЗ и МС, таким образом, можно определять по формуле

$$W = 6(m - v - 1) + \sum_{i=1}^{v} r_i + \sum_{j=1}^{K} S_j - \sum_{s=1}^{K} Z_s + T.$$
 (5)

Подвижность механизма указывает на то, сколько управляемых обобщенных координат необходимо задать, чтобы привести механизм в движение, т.е. сколько необходимо установить приводов в кинематических парах (КП). Все КП в механизме можно условно разделить на пассивные и активные. Пассивная КП — соединение двух звеньев, не позволяющее осуществлять заданное управляемое движение одного звена пары относительно другого. Активная КП или степень подвижности (СП) соединение двух звеньев, позволяющее обеспечивать одному из них управляемые обобщенные координаты. СП в отличие от КП включает в себя приводы и, в общем случае, может задавать несколько обобщенных координат механизма. Общее число СП механизма по его графу предлагаем определять по формуле

$$H = m - 2K - 1 + f,$$

где *f* — модификатор, зависящий от соотношения числа вершин и контуров графа механизма:

$$f = \begin{cases} 0, \text{ если } m \ge 2K + 2; \\ 4 + 2(K - 1) - m, \text{ если } m < 2K + 2. \end{cases}$$

Структурный анализ механизмов на ЭВМ

Для автоматизированного структурного анализа механизмов с помощью графов была написана программа на ЭВМ. Разработка программы велась в интегрированной среде Microsoft Visual Studio 2015 с использованием языка программирования Visual C#. Графический интерфейс программы построен с помощью библиотечных компонентов Net Framework 4 (рис. 2).

1cxo	одные дан Число з Число к	ные: веньев механизм инематических па	а, включая стойку: ар (КП) механизма:	9 12
		Ввод подвижн соединяемых и	остей КП и ми звеньев	
	Nº K⊓	Подвижность	Соединяемые -	звенья
	1-ая	1	1	0
	2-ая	4	1	2
	3-ая	1	2	3
	4-ая	1	3	0
	5-ая	1	4	3
	12-ая	3	4	5
	7-ая	1	5	0
	8-ая	1	5	6
	9-ая	1	6	7
	10-ая	1	7	0
	11-ая	3	6	8
1	6-ая	1	8	0
		Начать	расчет	

Рис. 2. Окно ввода исходных данных

Рассмотрим пример структурного анализа механизма (рис. 1, *в*) с помощью разработанной программы.

В программе граф механизма представлен в виде своей матрицы смежности [14] — квадратной матрицы размерности $m \times m$ (m — число вершин графа механизма), элемент которой, стоящий в *i*-й строке и *j*-м столбце, определяют по правилу: $a_{ij} = 0$, если вершины m_i и m_j не имеют соединяющего их ребра v_i , и $a_{ij} = r_g$, если вершины m_i и m_j соединены ребром v_i с подвижностью, равной r_g .

После ввода исходных данных программа автоматически составляет матрицу смежности графа анализируемого механизма по указанному выше правилу. Матрица смежности для графа механизма на рис. 1, *в* имеет вид

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Формула (1) позволяет определить только число контуров механизма по его графу, но для анализа необходимо также знать, какими звеньями и кинематическими парами они образованы.

В разработанной программе для поиска контуров механизма по его графу применен алгоритм, основанный на поиске "в глубину" (англ. depth-first search, DFS) [15, 16]. Методика поиска в глубину состоит в том, чтобы идти "в глубь" по ребрам графа, насколько это возможно. Алгоритм работает рекурсивно, перебирая все исходящие из рассматриваемой вершины ребра. Если ребро ведет в вершину, которая не была рассмотрена ранее, то запускаем алгоритм вновь от этой вершины, а после этого возвращаемся и продолжаем перебирать оставшиеся ребра. Конец работы алгоритма происходит в том случае, если в вершине не осталось ребер, которые ведут в нерассмотренную вершину.

Рассмотрим работу алгоритма DFS на примере графа (рис. 3). Стартовая вершина графа может быть выбрана произвольно, но для определенности будем считать, что в качестве таковой выбрана вершина *A*. На рис. 3 цифра у каждой вершины обозначает число итераций алгоритма, за которое он пришел в нее. За 11 итераций алгоритм обошел все вершины графа. В результате этого обхода в памяти программы сохранились семь последовательностей вершин, соединенных ребрами: *A-B-C-D*; *A-B-C-E*; *A-B-F*; *A-G*; *A-H-I-J*; *A-H-I-K*; *A-H-L*.

После обхода всего графа программа проверяет все полученные последовательности вершин на замкнутость, т.е. проверяет, имеет ли граф ребро, соединяющее их начальную и конечную вершины. В рассмотренном примере графа (рис. 3) нет замкнутых контуров.

Таким образом, разработанный алгоритм нахождения контуров позволяет определять вершины (т.е. звенья механизма) и ребра (кинематические пары механизма), которыми они образованы.

Для каждого найденного контура программа по формулам (2)—(4) находит число избыточных связей, лишних подвижностей, лишних звеньев и метрических связей.

Окно вывода результатов (рис. 4) содержит рисунок графа анализируемого механизма и результат его расчета. В нем отражена информация о контурном составе механизма. Для каждого контура приводится список звеньев, которыми он образован, число его избыточных связей или лишних подвижностей. Если контур содержит лишние звенья или метрические связи, то информация об этом также выводится в результатах расчета.



Рис. 3. Пример работы алгоритма DFS на графе



Рис. 4. Окно вывода результатов расчета

Анализируемый механизм (см. рис. 1, e), как видно из результатов расчета (рис. 4), состоит из четырех контуров. В двух контурах *DEFG* и *LMFG* имеются по три ИКС, в контуре *ABCD* — одна ИКС, а в контуре *LMHK* содержится одна ЛКП (возможность звена 8 проворачиваться вокруг своей продольной оси). Механизм имеет одно лишнее звено — ролик 2, который предназначен для замены трения скольжения на трение качения, но не влияет на его функциональные преобразования. Также механизм имеет одну метрическую связь, вызванную звеном 8.

Заключение

Предложенный метод структурного анализа механизмов с помощью графов дает возможность определять число ИКС, ЛКП, ЛЗ и МС каждого замкнутого контура, а также число степеней подвижности механизма и его подвижность. Применение данного метода обеспечивает рациональное конструирование механизмов [17], приводящее к уменьшению трения и износа в кинематических парах, улучшению условий их функционирования и повышению качества работы механизма.

Список литературы

1. Подураев Ю. В. Мехатроника: основы, методы, применение. М.: Машиностроение, 2006. 256 с.

2. Илюхин Ю. В. Методы научного познания в процессе исследования и создания мехатронных систем // Вестник МГТУ "СТАНКИН", 2012. № 1. С. 145—147.

3. Егоров О. Д., Буйнов М. А. Эволюционный алгоритм многокритериальной оптимизации параметров механизмов мехатронных устройств и роботов // Вестник МГТУ "СТАНКИН". 2015. № 3. С. 90–96.

4. Решетов Л. Н. Самоустанавливающиеся механизмы: Справочник. М.: Машиностроение, 1979. 334 с.

5. **Егоров О. Д., Подураев Ю. В.** Расчет и конструирование мехатронных модулей. М.: ГОУ ВПО МГТУ "СТАНКИН", 2012. 422 с.

6. Гущин В. Г., Балтаджи С. А., Соболев А. Н., Бровкина Ю. И. Проектирование механизмов и машин. Старый Оскол: ТНТ, 2014. 488 с.

7. Егоров О. Д. Прикладная механика робототехнических устройств: учебное пособие. М.: ФГБОУ ВПО МГТУ "СТАНКИН", 2014. 372 с.

8. **Егоров О. Д., Буйнов М. А.** Проектирование мехатронного модуля захватного устройства робота с преобразователем движения реечного типа // Вестник МГТУ "СТАНКИН". 2013. № 2. С. 8—12.

9. Григорьев С. Н., Кутин А. А., Долгов В. А. Принципы построения цифровых производств в машиностроении // Вестник МГТУ "СТАНКИН". 2014. № 3. С. 8—14.

10. Егоров О. Д. Структурный анализ механизмов мехатронных устройств // Вестник МГТУ "СТАНКИН". 2012. № 2. С. 16—19.

11. Егоров О. Д. Структурный анализ рычажных механизмов // Технология машиностроения. 2012. № 4. С. 54—58.

12. Goodrich M. T., Tamassia R. Graph terminology and representations. Boston: Addison-Wesley, 2015. 360 p.

13. Егоров О. Д. Конструирование механизмов роботов. М.: Абрис, 2012. 443 с.

14. **Харари Ф.** Теория графов / Пер. с англ. и предисл. В. П. Козырева. Под ред. Г. П. Гаврилова. Изд. 2-е. М.: Едиториал УРСС, 2003. 296 с.

15. Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, and Clifford Stein. Introduction to Algorithms, Second Edition. MIT Press and McGraw-Hill, 2001. 549 p.

16. **Knuth Donald E.** The Art of Computer Programming. Vol. 1. Boston: Addison-Wesley, 1997. 560 p.

17. **Некрасов А. Я., Арбузов М. О.** Логика поиска рациональных инженерных решений при конструировании // Вестник МГТУ "СТАНКИН". 2014. № 3. С. 20–24.

Investigation of the Mechanisms of the Mechatronic Devices by Using Graphs

O. D. Egorov, egorovod@yandex.ru⊠, **M. A. Buynov,** mak5273@yandex.ru, Moscow State University of Technology "STANKIN", Moscow, 127055, Russian Federation

> Corresponding author: Egorov Oleg D., Ph. D., Associate Professor of Robotic and Mechatronics Sub-department MSTU STANKIN, Moscow, 127055, Russian Federation, e-mail: egorovod@yandex.ru

> > Received on October 05, 2016 Accepted on October 14, 2016

The article presents a new method of the structural analysis of the mechanisms using graphs, which allows us to determine the number of the excess and metric relationships, extra mobility and extra links, occurring in the circuits of the mechanisms. It shows implementation of this method in the form of a computer program for an automated structural analysis by computer mechanisms. The program was developed in the integrated environment of Microsoft Visual Studio, 2015. The program language was Visual C#. The graphical interface was built using the library component Net Framework 4. The authors' program for searching of the contours' mechanism applied to the graph algorithm is based on the search of "the depth". According to the formulas proposed by the authors, for each contour the program finds the number of the redundant ties, extra mobility, extra links, and metric connections. The calculation results of the program present the number of the circuits of the mechanism, their composition, the number of the redundant links or redundant mobility of the contours, the number of extra units and metric relations, as well as the number of the degrees of freedom of the mechanism and its mobility. The article presents an analysis of the mechanism of the mechatronic device with the developed program. Application of this method of analysis of the mechanisms ensures a rational construction of the mechanisms leading to reduction of friction and wear in the kinematics pairs, and improvement of the conditions of their functioning and the quality of operation of the mechanisms.

Keywords: mechanism, structural analysis, graph, excess communication, excess mobility, metric connection

For citation:

Egorov O. D., Buynov M. A. Investigation of the Mechanisms of the Mechatronic Devices by Using Graphs, *Mekhatronika, Avtoma-tizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 1, pp. 108–112.

DOI: 10.17587/mau.18.108-112

References

1. **Poduraev Yu. V.** *Mekhatronika: osnovy, metody, primenenie* (Mechatronics: fundamentals, methods, application), Moscow, Mashinostroenie, 2006, 256 p. (in Russian).

2. **Ilyukhin Yu. V.** *Metody nauchnogo poznaniya v protsesse issledovaniya i sozdaniya mekhatronnykh system* (Methods of scientific cognition in the process of research and creation of mechatronic systems), *Vestnik MGTU "STANKIN*", 2012, no. 1, pp. 145–147 (in Russian).

3. Egorov O. D., Buynov M. A. Evolyutsionnyy algoritm mnogokriterial'noy optimizatsii parametrov mekhanizmov mekhatronnykh ustroystv i robotov (Evolutionary algorithm of multicriteria optimization of mechanisms of mechatronic devices and robots), Vestnik MGTU "STANKIN", 2015, no. 3, pp. 90–96 (in Russian).

4. **Reshetov L. N.** *Samoustanavlivayushchiesya mekhanizmy* (Selfaligning mechanisms), Moscow, Mashinostroenie, 1979, 334 p. (in Russian).

5. Egorov O. D., Poduraev Yu. V. Raschet i konstruirovanie mekhatronnykh moduley (Calculation and design of mechatronic modules), Moscow, GOU VPO MGTU "STANKIN", 2012, 422 p. (in Russian).

6. **Gushchin V. G., Baltadzhi S. A., Sobolev A. N., Brovkina Yu. I.** *Proektirovanie mekhanizmov i mashin* (The design of mechanisms and machines), Staryy Oskol, TNT, 2014, 488 p. (in Russian).

7. **Egorov O. D.** *Prikladnaya mekhanika robototekhnicheskikh ustroystv* (Applied mechanics of robotic devices), Moscow, FGBOU VPO MGTU "STANKIN", 2014, 372 p. (in Russian). 8. **Egorov O. D., Buynov M. A.** *Proektirovanie mekhatronnogo modulya zakhvatnogo ustroystva robota s preobrazovatelem dvizheniya reechnogo tipa* (Designing mechatronic module of the grasp of the robot with the Converter of movement lath type), *Vestnik MGTU "STANKIN"*, 2013, no. 2, pp. 8–12 (in Russian).

9. Grigor'ev S. N., Kutin A. A., Dolgov V. A. Printsipy postroeniya tsifrovykh proizvodstv v mashinostroenii (The principles of digital industries in the engineering), Vestnik MGTU "STANKIN", 2014, no. 3, pp. 8–14 (in Russian).

10. Egorov O. D. Strukturnyy analiz mekhanizmov mekhatronnykh ustroystv (Structural analysis of lever mechanisms), Vestnik MGTU "STANKIN", 2012, no. 2, pp. 16–19 (in Russian).

11. **Egorov O. D.** *Strukturnyy analiz rychazhnykh mekhanizmov* (Structural analysis of lever mechanisms), *Tekhnologiya Mashinostroe-niya*, 2012, no. 4, pp. 54–58 (in Russian).

12. Goodrich M. T., Tamassia R. Graph terminology and representations, Boston: Addison-Wesley, 2015, 360 p.

13. Egorov O. D. Konstruirovanie mekhanizmov robotov (Designing of mechanisms of robots), Moscow, Abris, 2012, 443 p. (in Russian).

14. **Kharari F.** *Teoriya grafov* (Graph theory), G. P. Gavrilova ed., Moscow, Editorial URSS, 2003, 296 p. (in Russian).

15. Cormen Th. H., Leiserson Ch. E., Rivest R. L., Stein C. Introduction to Algorithms, Second Edition, MIT Press and McGraw-Hill, 2001, 549 p.

16. Knuth D. E. The Art of Computer Programming, vol. 1, 3rd edition, Boston, Addison-Wesley, 1997, 560 p.

17. Nekrasov A. Ya., Arbuzov M. O. Logika poiska ratsional'nykh inzhenernykh resheniy pri konstruirovanii (The search logic of rational engineering solutions in the design), Vestnik MGTU "STANKIN", 2014, no. 3, pp. 20–24 (in Russian).

УДК 534.2:621.3

DOI: 10.17587/mau.18.112-121

С. М. Афонин, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., доц., eduems@mail.ru, Национальный исследовательский университет "Московский институт электронной техники"

Параметрические структурные схемы пьезоактюаторов нано- и микроперемещений при продольном пьезоэффекте

Исследованы параметрические структурные схемы пьезоактюаторов нано- и микроперемещений, получены структурно-параметрические модели пьезоактюаторов при продольном пьезоэффекте с учетом противоэлектродвижущей силы, определены передаточные функции.

Ключевые слова: пьезоактюатор, деформация, нано- и микроперемещения, параметрическая структурная схема, структурно-параметрическая модель, продольный пьезоэффект, противоэлектродвижущая сила, передаточная функция

Введение

Применение пьезоактюаторов (пьезодвигателей, пьезопреобразователей), работающих на продольном пьезоэффекте и развивающих высокие усилия, перспективно для реализации нано- и микроперемещений в области нанотехнологий, нанобиологии, фотонике, энергетике, микроэлектронике и астрономии [1—11]. Пьезоактюатор — пьезомеханическое устройство, предназначенное для приведения в действие механизмов, систем или управления ими на основе пьезоэлектрического эффекта, которое преобразовывает электрические сигналы в механическое перемещение или силу [1].

При использовании пьезоактюаторов в точных электромеханических системах необходимо учитывать особенности электромеханического преобразования энергии пьезоактюатором при продольном и поперечном пьезоэффектах и соответствующие коэффициенты полезного действия. Пьезоактюатор нано- и микроперемещений из пьезоэлектрической керамики на основе цирконата и титаната свинца марок ЦТС или РZТ, например, ЦТС-19, ЦТС-21, ЦТС-23, ЦТС-26, ЦТБС-3, ПКР-7, ПКР-7М или PZT-4, PZT-5H, обеспечивает диапазон перемещения от единиц нанометров до единиц микрометров с точностью до десятых долей нанометров в статических и квазистатических режимах эксплуатации. В фотонике используются пьезоактюаторы для нано- и микроперемещений зеркал лазеров при применении оптических методов передачи информации и энергии. Пьезоактюаторы нано- и микроперемещений применяются для юстировки зеркал лазерных кольцевых гироскопов, для совмещения и сканирования в электронных, зондовых, атомно-силовых микроскопах [1-11]. Для синтеза системы управления проводится математическое моделирование и построение структурно-параметрических моделей пьезоактюаторов.

В расчетах по аналогии с классическим электроприводом нужно учитывать противоЭДС пьезоактюатора, соответствующую противоЭДС якоря двигателя постоянного тока. Для этого в структурно-параметрических моделях и параметрических структурных схемах пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте вводятся отрицательные обратные связи, учитывающие прямой пьезоэффект в пьезоактюаторе, и рассматривается их влияние в статике и динамике на характеристики пьезоактюатора.

В результате совместного решения волнового уравнения пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте, уравнений обратного и прямого пьезоэффекта и граничных условий на двух нагруженных рабочих поверхностях пьезоактюатора определяется его структурно-параметрическая модель и соответствующая параметрическая структурная схема пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте. Из этой структурно-параметрической модели пьезоактюатора определяются передаточные функции пьезоактюатора нано- и микроперемещений. В зависимости от граничных условий, частотного диапазона работы, вида управления показано преобразование параметрических структурных схем пьезоактюатора с учетом противоЭДС из-за прямого пьезоэффекта.

Из-за реакции пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте с учетом противоЭДС пьезоактюатора в зависимости от вида управления по напряжению или току изменяются упругая податливость и жесткость пьезоактюатора, которые наряду с пьезомодулем являются основными параметрами пьезоактюатора. Для учета влияния нагрузки на характеристики пьезоактюатора необходимо исследовать изменение упругой податливости пьезоактюатора. При высокой скорости перемещения торца пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте также необходимо учитывать влияние противоЭДС пьезоактюатора на ток через пьезоактюатор.

Для расчетов и практического использования пьезоактюаторов в системах управления требуется решать волновое уравнение при продольном пьезоэффекте при различных граничных условиях и проводить построение соответствующих структурно-параметрических моделей пьезоактюатора и его передаточных функций в различных частотных диапазонах работы.

Полученные в данной работе параметрические структурные схемы пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте наглядно отображают преобразование электрической энергии в механическую при продольном пьезоэффекте и взаимную зависимость электромеханических параметров пьезоактюатора.

Структурно-параметрическая модель пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте

Пьезоактюатор при продольном пьезоэффекте представляет собой пьезопластину (рис. 1) толщиной δ с электродами, нанесенными на грани, перпендикулярные оси 3, площадь которых равна S_0 .

Уравнение электроупругости для обратного продольного пьезоэффекта при управлении пьезоактюатора по напряжению [2, 3] имеет вид

$$S_3 = d_{33}E_3(t) + s_{33}^E T_3(x, t), \tag{1}$$

где $S_3 = \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial x}$ — относительное смещение сечения пьезоактюатора по оси 3; d_{33} — пьезомодуль при продольном пьезоэффекте; $E_3(t) = U(t)/\delta$ — напряженность электрического поля; U(t) — напряжение на электродах пьезоактюатора; s_{33}^E — упругая податливость по оси 3; T_3 — механическое напряжение по оси 3; δ — толщина пьезоактюатора.

Рассмотрим влияние реакции пьезоактюатора из-за создания пьезоактюатором противоЭДС за счет прямого пьезоэффекта при статической де-



Рис. 1. Структурная схема пьезоактюатора нано- и микроперемещений при продольном пьезоэффекте

формации пьезоактюатора. В статическом режиме при зажатом пьезоактюаторе (при неподвижных торцах пьезоактюатора) деформация пьезоактюатора равна нулю, а сила, развиваемая им, максимальна.

Упругие податливости пьезоактюаторов $s_{33}^E > s_{33}^D$, причем $s_{33}^E / s_{33}^D \leqslant 1,2$. Индекс *E* соответствует измерениям при постоянной напряженности электрического поля в пьезоактюаторе или измерениях с замкнутыми электродами. Индекс *D* соответствует измерениям при постоянной индукции при управлении от источника тока или при измерениях с разомкнутыми электродами пьезоактюатора. Измерения проводили на прессе марки УММ-5 в диапазоне рабочих нагрузок при механических напряжениях в пьезоактюаторе до 50 МПа.

Соответственно имеем $C_{33}^E = S_0/(s_{33}^E \delta)$ — жесткость пьезоактюатора с управлением по напряжению при продольном пьезоэффекте, S_0 — площадь поперечного сечения пьезоактюатора, $C_{33}^D = S_0/(s_{33}^D \delta)$ —

жесткость пьезоактюатора с управлением по току при продольном пьезоэффекте. При разомкнутых электродах жесткость пьезоактюатора возрастает по сравнению с его жесткостью при замкнутых электродах. Увеличение сопротивления источника питания и согласующих цепей приводит к уменьшению упругой податливости пьезоактюатора [6].

При управлении пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте от источника питания с конечным сопротивлением источника с учетом прямого пьезоэффекта получаем в статике выражение

$$F_{\max} = U_{\overline{\delta}}^{1} d_{33} \frac{S_{0}}{s_{33}^{E}} + F_{\max} \frac{1}{S_{0}} d_{33} S_{0} \frac{S_{0}}{\varepsilon_{33}^{T} S_{0}/\delta} k_{u} \frac{1}{\delta} d_{33} \frac{S_{0}}{s_{33}^{E}}, (2)$$

откуда

$$F_{\max}\left(1 - \frac{d_{33}^2 k_u}{\epsilon_{33}^T s_{33}^E}\right) = E_3 d_{33} \frac{S_0}{s_{33}^E}$$

или

$$T_3(1 - k_{33}^2 k_u) s_{33}^E = E_3 d_{33}$$

 k_u — коэффициент управления от электрического источника питания $0 \le k_u \le 1$.

При управлении от источника тока с бесконечно большим сопротивлением источника

$$k_u|_{R\to\infty}=1,$$

при управлении от источника напряжения с бес-конечно малым сопротивлением источника

$$k_u|_{R\to\infty}=0$$

Соответственно, имеем k_s — коэффициент изменения упругой податливости:

$$s_{33} = (1 - k_{33}^2 k_u) s_{33}^E = k_s s_{33}^E, \qquad (3)$$
$$k_s = 1 - k_{33}^2 k_u, \, k_s > 0,$$

$$(1 - k_{33}^2)|_{R \to \infty} \le k_s \le 1|_{R \to 0},$$
$$k_s|_{R \to \infty} = 1 - k_{33}^2,$$
$$k_s|_{R \to 0} = 1.$$

Запишем уравнение сил, действующих на пьезоактюатор, с учетом рабочей нагрузки:

$$T_3 S_0 = F + M \frac{\partial^2 \xi(t)}{\partial t^2},$$

где F — внешняя сила, приложенная к пьезоактюатору; M — перемещаемая масса; ξ — перемещение торца пьезоактюатора.

Для составления структурно-параметрической модели пьезоактюатора с управлением по напряжению решим совместно волновое уравнение, уравнение обратного продольного пьезоэффекта и уравнения сил на гранях пьезоактюатора.

При расчете пьезоактюаторов с управлением по напряжению используется волновое уравнение [2—5], описывающее распространение волны в длинной линии с затуханием без искажений:

$$\frac{1}{\left(c^{E}\right)^{2}}\frac{\partial^{2}\xi(x,t)}{\partial t^{2}} + \frac{2\alpha}{c^{E}}\frac{\partial\xi(x,t)}{\partial t} + \alpha^{2}\xi(x,t) = \frac{\partial^{2}\xi(x,t)}{\partial x^{2}}, \quad (4)$$

где c^E — скорость распространения упругой волны при E = const (например, при распространении волны в пьезоактюаторе при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению по оси 3 имеем $c^E = c_{33}^E$); α — коэффициент затухания колебаний из-за рассеивания энергии на тепловые потери при распространении волны.

С помощью преобразования Лапласа [7] исходная задача для уравнения с частными производными гиперболического типа — волнового уравнения (4) — сводится к более простой задаче для линейного обыкновенного дифференциального уравнения с параметром *p*, где *p* — параметр преобразования.

Применим к волновому уравнению (4) преобразование Лапласа [7]:

$$\Xi(x, p) = L\{\xi(x, t)\} = \int_{0}^{\infty} \xi(x, t) \mathbf{e}^{-pt} dt, \qquad (5)$$

полагая начальные условия нулевыми, т. е.

$$\xi(x, t)|_{t=0} = \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0.$$

В результате получим линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^{2}\Xi(x,p)}{\partial x^{2}} - \left[\frac{1}{(c^{E})^{2}}p^{2} + \frac{2\alpha}{c^{E}}p + \alpha^{2}\right]\Xi(x,p) = 0, (6)$$

или

$$\frac{d^2 \Xi(x, p)}{\partial x^2} - \gamma^2 \Xi(x, p) = 0,$$

решением которого будет функция

$$\Xi(x, p) = C \mathbf{e}^{-x\gamma} + B \mathbf{e}^{x\gamma}, \qquad (7)$$

где $\Xi(x, p)$ — преобразование Лапласа смещения сечения пьезоактюатора; $\gamma = p/c^E + \alpha$ — коэффициент распространения волны в пьезоактюаторе при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению.

Постоянные С и В определим из граничных условий:

 $\Xi(0, p) = \Xi_1(p)$ при x = 0;

 $\Xi(\delta, p) = \Xi_2(p)$ при $x = \delta$.

Следовательно, постоянные

 $C = (\Xi_1 \mathbf{e}^{\delta \gamma} - \Xi_2) / [2 \mathrm{sh}(\delta \gamma)],$ $B = (\Xi_1 \mathbf{e}^{-\delta \gamma} - \Xi_2) / [2 \mathrm{sh}(\delta \gamma)].$

Решение (7) запишется в виде

$$\Xi(x, p) = \{\Xi_1(p) \text{sh}[(\delta - x)\gamma] + \\ + \Xi_2(p) \text{sh}(x\gamma)\}/\text{sh}(\delta\gamma).$$
(8)

Уравнения для сил, действующих на торцах пьезоактюатора, будут иметь вид

$$T_{3}(0, p)S_{0} = F_{1}(p) + M_{1}p^{2}\Xi_{1}(p) при x = 0;$$

$$T_{3}(\delta, p)S_{0} = -F_{2}(p) + M_{2}p^{2}\Xi_{1}(p) при x = \delta,$$
(9)

где соответствующие преобразования Лапласа для выражений механических напряжений $T_3(0, p)$ и $T_3(\delta, p)$ определяются из уравнения обратного пьезоэффекта.

Следовательно, получаем систему уравнений для механических напряжений в пьезоактюаторе с управлением по напряжению при x = 0 и $x = \delta$:

$$T_{3}(0, p) = \frac{1}{s_{33}^{E}} \frac{d\Xi(x, p)}{\partial x} \Big|_{x=0} - \frac{d_{33}}{s_{33}^{E}} E_{3}(p);$$

$$T_{3}(\delta, p) = \frac{1}{s_{33}^{E}} \frac{d\Xi(x, p)}{\partial x} \Big|_{x=\delta} - \frac{d_{33}}{s_{33}^{E}} E_{3}(p).$$
(10)

Из соотношений (9) и (10) найдем уравнения для структурно-параметрической модели пьезоактюатора с управлением по напряжению

$$\Xi_{1}(p) = [1/(M_{1}p^{2})]\{-F_{1}(p) + (1/\chi_{33}^{E})[d_{33}E_{3}(p) - [\gamma/\text{sh}(\delta\gamma)][\text{ch}(\delta\gamma)\Xi_{1}(p) - \Xi_{2}(p)]]\};$$

$$\Xi_{2}(p) = [1/(M_{2}p^{2})]\{-F_{2}(p) + (1/\chi_{33}^{E})[d_{33}E_{3}(p) - [\gamma/\text{sh}(\delta\gamma)][\text{ch}(\delta\gamma)\Xi_{2}(p) - \Xi_{1}(p)]]\},$$
(11)

причем $\chi_{33}^E = s_{33}^E / S_0 = \delta / [m(c^E)^2]$, где m — масса пьезоактюатора.



Рис. 2. Параметрическая структурная схема пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению

Системе уравнений (11) соответствует параметрическая структурная схема пьезоактюатора с управлением по напряжению (рис. 2, 3).

Аналогично получаем уравнения для структурно-параметрической модели пьезоактюатора с управлением по току и параметрическую структурную схему (рис. 4) пьезоактюатора с управлением по току:

$$\Xi_{1}(p) = [1/(M_{1}p^{2})]\{-F_{1}(p) + (1/\chi_{33}^{D})[d_{33}E_{3}(p) - [\gamma/\text{sh}(\delta\gamma)][\text{ch}(\delta\gamma)\Xi_{1}(p) - \Xi_{2}(p)]]\};$$

$$\Xi_{2}(p) = [1/(M_{2}p^{2})]\{-F_{2}(p) + (1/\chi_{33}^{D})[d_{33}E_{3}(p) - [\gamma/\text{sh}(\delta\gamma)][\text{ch}(\delta\gamma)\Xi_{2}(p) - \Xi_{1}(p)]]\},$$
(12)

причем $\chi_{33}^D = s_{33}^D/S_0$; $\gamma = p/c^D + \alpha$ — коэффициент распространения волны в пьезоактюаторе при продольном пьезоэффекте с управлением по току; c^D — скорость распространения упругой волны по оси 3 при D = const в пьезоактюаторе, $c^D = c_{33}^D$.

В результате преобразований получаем систему уравнений структурно-параметрической модели и преобразованную параметрическую структурную схему (см. рис. 3) пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению:

$$\Xi_{1}(p) = [1/(M_{1}p^{2})]\{-F_{1}(p) + (1/\chi_{33}^{E})[d_{33}E_{3}(p) - \gamma\Xi_{1}(p)/\text{th}(\delta\gamma) + \gamma\Xi_{2}(p)/\text{sh}(\delta\gamma)]\};$$

$$\Xi_{2}(p) = [1/(M_{2}p^{2})]\{-F_{2}(p) + (1/\chi_{33}^{E})[d_{33}E_{3}(p) - \gamma\Xi_{2}(p)/\text{th}(\delta\gamma) + \gamma\Xi_{1}(p)/\text{sh}(\delta\gamma)]\}.$$
(13)

Аналогично получаем систему уравнений структурно-параметрической модели и преобразованную параметрическую структурную схему (рис. 4) пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте с управлением по току:

$$\Xi_{1}(p) = [1/(M_{1}p^{2})]\{-F_{1}(p) + (1/\chi_{33}^{D})[d_{33}E_{3}(p) - \gamma\Xi_{1}(p)/\text{th}(\delta\gamma) + \gamma\Xi_{2}(p)/\text{sh}(\delta\gamma)]\};$$

$$\Xi_{2}(p) = [1/(M_{2}p^{2})]\{-F_{2}(p) + (1/\chi_{33}^{D})[d_{33}E_{3}(p) - \gamma\Xi_{2}(p)/\text{th}(\delta\gamma) + \gamma\Xi_{1}(p)/\text{sh}(\delta\gamma)]\}.$$
(14)

Параметрическая структурная схема пьезоактюатора дополнена уравнениями внешней цепи, например, $U(p) = U_0(p)/(RC_0p + 1)$ или $U(p) = I(p)/C_0p$, где U(p), $U_0(p)$, I(p) — соответственно преобразования Лапласа для выражений напряжения на обкладках пьезоактюатора, напряжения источника и тока пьезоактюатора; R — сопротивление внешней цепи; C_0 — статическая емкость пьезоактюатора (рис. 3, 4).

Уравнения (11) для структурно-параметрической модели пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению преобразуются к следующему виду:

$$\Xi_{1}(p) = [1/(M_{1}p^{2})]\{-F_{1}(p) + C_{33}^{E}\delta[d_{33}E_{3}(p) - [\gamma/sh(\delta\gamma)][ch(\delta\gamma)\Xi_{1}(p) - \Xi_{2}(p)]]\};$$

$$\Xi_{2}(p) = [1/(M_{2}p^{2})]\{-F_{2}(p) + C_{33}^{E}\delta[d_{33}E_{3}(p) - [\gamma/sh(\delta\gamma)][ch(\delta\gamma)\Xi_{2}(p) - \Xi_{1}(p)]]\},$$
(15)

где $C_{33}^E = S_0/(s_{33}^E \delta) = 1/(\chi_{33}^E \delta)$ — жесткость пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению.

Аналогично уравнение (12) для структурно-параметрической модели пьезоактюатора при про-



Рис. 3. Параметрическая структурная схема пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению при конечном сопротивлении источника

дольном пьезоэффекте с управлением по току преобразуются к следующему виду:

$$\Xi_{1}(p) = [1/(M_{1}p^{2})]\{-F_{1}(p) + C_{33}^{D} \delta[d_{33}E_{3}(p) - [\gamma/\text{sh}(\delta\gamma)][\text{ch}(\delta\gamma)\Xi_{1}(p) - \Xi_{2}(p)]]\};$$

$$\Xi_{2}(p) = [1/(M_{2}p^{2})]\{-F_{2}(p) + C_{33}^{D} \delta[d_{33}E_{3}(p) - [\gamma/\text{sh}(\delta\gamma)][\text{ch}(\delta\gamma)\Xi_{2}(p) - \Xi_{1}(p)]]\},$$
(16)

где $C_{33}^D = S_0/(s_{33}^D \delta) = 1/(\chi_{33}^D \delta)$ — жесткость пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте с управлением по току.

Структурно-параметрическая модель пьезоактюатора позволяет получить его передаточные функции как отношение преобразованных по Лапласу перемещений торцов пьезоактюатора к выражению соответствующего входного электрического параметра или соответствующей силы при нулевых начальных условиях. Совместное решение вышеприведенных уравнений (11) для перемещений двух граней пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению дает

$$\Xi_{1}(p) = W_{11}(p)E_{3}(p) + W_{12}(p)F_{1}(p) + W_{13}(p)F_{2}(p);$$

$$\Xi_{2}(p) = W_{21}(p)E_{3}(p) + W_{22}(p)F_{1}(p) + W_{23}(p)F_{2}(p),$$
 (17)

где обобщенные передаточные функции

$$W_{11}(p) = \Xi_{1}(p)/E_{3}(p) =$$

$$= d_{33}[M_{2}\chi_{33}^{E}p^{2} + \gamma \text{th}(\delta\gamma/2)]/A_{33}, \ \chi_{33}^{E} = s_{33}^{E}/S_{0};$$

$$A_{33} = M_{1}M_{2}(\chi_{33}^{E})^{2}p^{4} + \{(M_{1} + M_{2})\chi_{33}^{E}/[c^{E}\text{th}(\delta\gamma)]\}p^{3} +$$

$$+ [(M_{1} + M_{2})\chi_{33}^{E}\alpha/\text{th}(\delta\gamma) + 1/(c^{E})^{2}]p^{2} + 2\alpha p/c^{E} + \alpha^{2};$$

$$W_{21}(p) = \Xi_{2}(p)/\Psi_{m}(p) = d_{33}[M_{1}\chi_{33}^{E}p^{2} + \gamma \text{th}(\delta\gamma/2)]/A_{33};$$

$$W_{12}(p) = \Xi_{1}(p)/F_{1}(p) = -\chi_{33}^{E}[M_{2}\chi_{33}^{E}p^{2} + \gamma/\text{th}(\delta\gamma)]/A_{33};$$



Рис. 4. Параметрическая структурная схема пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте с управлением по току

$$W_{13}(p) = \Xi_1(p)/F_2(p) = W_{22}(p) = \Xi_2(p)/F_1(p) =$$

= $[\chi_{33}^E \gamma/\text{sh}(\delta \gamma)]/A_{33};$
 $W_{23}(p) = \Xi_2(p)/F_2(p) = -\chi_{33}^E [M_1 \chi_{33}^E p^2 + \gamma/\text{th}(\delta \gamma)]/A_{33}.$

В свою очередь, из соотношения (16) получаем параметрическую структурную схему пьезоактюатора (см. рис. 2) и матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} \Xi_1(p) \\ \Xi_2(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & W_{12}(p) & W_{13}(p) \\ W_{21}(p) & W_{22}(p) & W_{23}(p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_3(p) \\ F_1(p) \\ F_2(p) \end{pmatrix}.$$
(18)

При подаче напряжения $U(t) = U_0 \cdot 1(t)$ на обкладки пьезоактюатора, напряженности электрического поля по оси 3 $E_3(t) = E_{30} \cdot 1(t) = (U_0/\delta) \cdot 1(t)$ и $F_1(t) = F_2(t) = 0$ определим в установившемся режиме и инерционной нагрузке пьезоактюатора при продольном пьезоэфекте статическое перемещение его торцов

$$\xi_{1}(\infty) = \lim_{t \to \infty} \xi_{1}(t) = \lim_{\substack{p \to 0 \\ \alpha \to 0}} pW_{11}(p)(U_{0}/\delta)/p =$$

= $d_{33}U_{0}(M_{2} + m/2)/(M_{1} + M_{2} + m);$ (19)

$$\xi_{2}(\infty) = \lim_{t \to \infty} \xi_{2}(t) = \lim_{\substack{p \to 0 \\ \alpha \to 0}} pW_{21}(p)(U_{0}/\delta)/p =$$

= $d_{33}U_{0}(M_{1} + m/2)/(M_{1} + M_{2} + m);$ (20)

$$\xi(\infty) + \xi_2(\infty) = \lim_{t \to \infty} (\xi_1 \langle t \rangle + \xi_2(t)) = d_{33} U_0.$$
 (21)

При $m \ll M_1$ и $m \ll M_2$ статическое перемещение торцов пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте в зависимости от напряжения имеет вид

$$\xi_{1}(\infty) = \lim_{t \to \infty} \xi_{1}(t) = \lim_{\substack{p \to 0 \\ \alpha \to 0}} p W_{11}(p) (U_{0}/\delta)/p =$$
$$= d_{33} U_{0} M_{2}/(M_{1} + M_{2});$$
(22)

$$\xi_{2}(\infty) = \lim_{t \to \infty} \xi_{2}(t) = \lim_{\substack{p \to 0 \\ \alpha \to 0}} p W_{21}(p) (U_{0}/\delta)/p =$$
$$= d_{33} U_{0} M_{1}/(M_{1} + M_{2}),$$
(23)

где m — масса пьезоактюатора, M_1 , M_2 — массы нагрузки.

Для пьезоактюатора из пьезокерамики ЦТС-19 при продольном пьезоэффекте при $m \ll M_1$ и $m \ll M_2$ в случае $d_{33} = 4 \cdot 10^{-10}$ м/В, $U_0 = 500$ В, $M_1 = 10$ кг и $M_2 = 40$ кг получаем статическое перемещение торцов $\xi_1(\infty) = 160$ нм, $\xi_2(\infty) = 40$ нм, $\xi_1(\infty) + \xi_2(\infty) =$ = 200 нм.

Передаточные функции пьезоактюатора, закрепленного одним торцом, при продольном пьезоэффекте

Рассмотрим определение передаточных функций пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте, когда один торец жестко закреплен, например при $x = 0, M_1 \rightarrow \infty$, тогда при продольном пьезоэффекте из соотношения (18) получаем передаточные функции пьезоактюатора в виде

$$W_{21}(p) = \Xi_{2}(p)/E_{3}(p) =$$

= $d_{33}\delta th(\delta\gamma)/[M_{2}\delta\chi_{33}^{E} th(\delta\gamma)p^{2} + \delta p/c^{E} + \delta\alpha];$ (24)
 $W_{23}(p) = \Xi_{2}(p)/F_{2}(p) =$
= $-\delta\chi_{33}^{E} th(\delta\gamma)/[M_{2}\delta\chi_{33}^{E} th(\delta\gamma)p^{2} + \delta p/c^{E} + \delta\alpha].$ (25)

Из выражения (24) следует

$$W_{21}(p) = \Xi_2(p)/E_3(p) =$$

= $d_{33}\delta/[M_2\delta\chi^E_{33}p^2 + \delta\gamma cth(\delta\gamma)],$ (26)

откуда при $M_2 = 0$ имеем передаточную функцию ненагруженного пьезоактюатора

$$W_{21}(p) = \Xi_2(p)/E_3(p) = d_{33}/[\gamma \operatorname{cth}(\delta \gamma)].$$
 (27)

Определим при продольном пьезоэффекте и с одним жестко закрепленным торцом пьезоактюатора перемещение $\xi_2(\infty)$ в установившемся режиме при $U(t) = U_0 \cdot 1(t)$ и $F_2(t) = 0$ или $F_1(t) = F_0 \cdot 1(t)$ и U(t) = 0.

Соответственно, статическое перемещение $\xi_2(\infty)$ пьезоактюатора в зависимости от напряжения или силы имеет вид

$$\xi_{2}(\infty) = \lim_{t \to \infty} \xi_{2}(t) = \lim_{p \to 0} pW_{2}(p)U_{0}/p =$$

=
$$\lim_{\substack{p \to 0 \\ \alpha \to 0}} d_{33}U_{0}(h(\alpha\delta)/(\alpha\delta)) = d_{33}U_{0}; \qquad (28)$$

$$\xi_{2}(\infty) = \lim_{p \to 0} pW_{23}(p)F_{0}/p =$$

$$= -\lim_{\substack{p \to 0 \\ \alpha \to 0}} [\delta^2 F_0 \text{th}(\alpha \delta)] / [m(c^E)^2 \alpha \delta] = -\delta s_{33}^E F_0 / S_0.$$
(29)

Для пьезоактюатора из пьезокерамики ЦТС-19 при продольном пьезоэффекте в случае $d_{33} =$ = 4 · 10⁻¹⁰ м/В, $U_0 = 500$ В получаем статическое перемещение $\xi_2(\infty) = 200$ нм. При $\delta = 6 \cdot 10^{-4}$ м, $s_{33}^E =$ = 3,5 · 10⁻¹¹ м²/Н, $F_0 = 1000$ Н, $S_0 = 1,75 \cdot 10^{-4}$ м² значение $\xi_2(\infty) = -120$ нм. Экспериментальные и расчетные характеристики пьезоактюатора совпадают с погрешностью 5 %.

Рассмотрим работу пьезоактюатора на низких частотах при жестко закрепленном торце при x = 0, когда $M_1 \rightarrow \infty$ и $m \ll M_2$. Передаточные функции $W_{21}(p)$ и $W_{23}(p)$ имеют вид

$$W_{21}(p) = \Xi_2(p)/E_3(p) =$$

= $d_{33}\delta/[M_2\delta\chi^E_{33}p^2 + \delta\gamma cth(\delta\gamma)];$ (30)
 $W_{23}(p) = \Xi_2(p)/F_2(p) =$

$$= -\delta \chi_{33}^E / [M_2 \delta \chi_{33}^E p^2 + \delta \gamma \text{cth}(\delta \gamma)].$$
(31)

Для учета влияния реакции пьезоактюатора за счет возникновения противоЭДС из-за прямого пьезоэффекта необходимо дополнить его параметрическую структурную схему обратными связями с учетом прямого пьезоэффекта (рис. 3, 4), соответствующими следующим уравнениям

$$U_i(p) = \frac{1}{S_0} d_{33} S_0 \frac{1}{C_0} F_i(p) = \frac{d_{33}}{C_0} F_i(p), (32)$$

где i = 1, 2 — номер торца пьезоактюатора, $U_i(p)$ — изображение Лапласа противоЭДС напряжения обратной связи. Если за входную величину принять напряжение $U_0(t)$, то с учетом внешней цепи передаточные функции пьезоактюатора $W_{11}(p)$, $W_{21}(p)$ необходимо умножить на выражение

$$W_0(p) = \frac{E_3(p)}{U_0(p)} = \frac{1}{\delta(RC_0p+1)}.$$
(33)

Для учета влияния усилия, развиваемого пьезоактюатором, за счет возникновения противоЭДС из-за прямого пьезоэффекта при продольном пьезоэффекте и управлении от источника тока необходимо дополнить структурно-параметрическую модель и параметрическую структурную схему пьезоактюатора с учетом прямого пьезоэффекта обратными связями, соответствующими уравнениям

$$U_{i}(p) = \frac{1}{S_{0}} d_{33}S_{0} \frac{1}{C_{0}} F_{i}(p) = \frac{d_{33}}{C_{0}} F_{i}(p); \qquad (34)$$
$$C_{0} = \frac{\varepsilon_{33}^{T}S_{p}}{\delta}, S_{p} = S_{0} = b\delta,$$

где i = 1, 2 — номер торца пьезоактюатора, $U_i(p)$ — изображение Лапласа противоЭДС напряжения обратной связи.

При управлении пьезоактюатором при продольном пьезоэффекте от источника питания с конечным сопротивлением источника получаем выражения для обратных связей по усилию в виде

$$U_i(p) = \frac{1}{S_0} d_{33} S_0 \frac{1}{C_0} k_u F_i(p) = \frac{d_{33}}{C_0} k_u F_i(p).$$
(35)

Для учета влияния скорости пьезоактюатора за счет возникновения противоЭДС из-за прямого пьезоэффекта при продольном пьезоэффекте необходимо дополнить структурно-параметрическую модель и параметрическую структурную схему пьезоактюатора обратными связями:

$$U_{i}(p) = \frac{d_{33}S_{0}R}{\delta s_{33}^{E}} \dot{\Xi}_{i}(p).$$
(36)

Рассмотрим различные режимы работы пьезоактюатора, если один из торцов пьезоактюатора жестко закреплен, например, при x = 0, причем $W_{11}(p) = 0$, $\Xi_1(p) = 0$. Тогда при инерционной нагрузке и продольном пьезоэффекте получаем передаточные функции при питании пьезоактюатора от



Рис. 5. Параметрическая структурная схема пьезоактюатора, закрепленного одним торцом, при продольном пьезоэффекте и инерционной нагрузке с управлением по напряжению

источника напряжения (рис. 5) с бесконечно малым сопротивлением источника:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33} \text{th}(\delta\gamma)}{M_2 \delta \text{th}(\delta\gamma) p^2 / (m(c^E)^2) + \gamma}; \quad (37)$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{\delta th(\delta \gamma) / (m(c^E)^2)}{M_2 \delta th(\delta \gamma) p^2 / (m(c^E)^2) + \gamma}.$$
 (38)

Если за входную величину принять изображение Лапласа напряжения U(p), то

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{d_{33} \text{th}(\delta\gamma)}{M_2 \delta^2 \text{th}(\delta\gamma) p^2 / (m(c^E)^2) + \delta\gamma}.$$
 (39)

Соответственно для учета влияния реакции пьезоактюатора за счет возникновения противо-ЭДС из-за прямого пьезоэффекта необходимо дополнить параметрическую структурную схему пьезоактюатора, закрепленного одним торцом, при продольном пьезоэффекте обратной связью, описывающейся следующим уравнением:

$$U_2(p) = \frac{1}{S_0} d_{33} S_0 \frac{1}{C_0} F_2(p) = \frac{d_{33}}{C_0} F_2(p).$$
(40)

Тогда при инерционной нагрузке и продольном пьезоэффекте получаем его передаточные функции при питании от источника тока с бесконечно большим сопротивлением источника

$$W_{21}(p) =$$

$$= \frac{\Xi_{2}(p)}{E_{3}(p)} = \frac{d_{33} \text{th}(\delta\gamma)}{M_{2}\delta(1 - k_{33}^{2})\text{th}(\delta\gamma)p^{2}/(m(c^{E})^{2}) + \gamma}; \quad (41)$$

$$W_{23}(p) =$$

$$= \frac{\Xi_{2}(p)}{F_{2}(p)} = -\frac{\delta(1 - k_{33}^{2})\text{th}(\delta\gamma)/(m(c^{E})^{2})}{M_{2}\delta(1 - k_{33}^{2})\text{th}(\delta\gamma)p^{2}/(m(c^{E})^{2}) + \gamma}, \quad (42)$$

где
$$\frac{m(c^E)^2}{\delta(1-k_{33}^2)} = \frac{S_0}{s_{33}^E(1-k_{33}^2)} = \frac{S_0}{s_{33}^D}$$

Если за входную величину принять изображение Лапласа напряжения U(p), то

$$W_{2}(p) = \frac{W_{2}(p)}{U(p)} = \frac{d_{33} \text{th}(\delta\gamma)}{M_{2}\delta^{2}(1-k_{33}^{2})\text{th}(\delta\gamma)p^{2}/(m(c^{E})^{2}) + \delta\gamma}.$$
(43)

Рассмотрим работу пьезоактюатора при инерционной нагрузке на низких частотах при $\omega \to 0$ для пьезоактюатора при $M_1 \to \infty$ и $M_2/m \gg 1$. При управлении по напряжению представим $W_{21}(p)$ и $W_{23}(p)$ в удобном для преобразования виде:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}}{M_2 \delta p^2 / (m(c^E)^2) + \gamma \text{cth}(\delta \gamma)}; (44)$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{\delta/(m(c^E)^2)}{M_2 \delta p^2 / (m(c^E)^2) + \gamma \operatorname{cth}(\delta \gamma)}.$$
(45)

Используя аппроксимацию гиперболического котангенса двумя членами степенного ряда, получаем в диапазоне частот $0 < \omega < 0,01c^E/\delta$ при $M_2/m \gg 1$ и инерционной нагрузке следующие выражения передаточных функций при управлении по напряжению и при питании пьезоактюатора (рис. 5) от источника напряжения с бесконечно малым сопротивлением источника:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}\delta}{\left(T_{33}^E\right)^2 p^2 + 2T_{33}^E \xi_{33}^E p + 1};$$
 (46)

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{1/C_{33}^E}{(T_{33}^E)^2 p^2 + 2T_{33}^E \xi_{33}^E p + 1}; \quad (47)$$

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{d_{33}}{\left(T_{33}^E\right)^2 p^2 + 2T_{33}^E \xi_{33}^E p + 1},$$
 (48)

где $T_{33}^E = \sqrt{M_2/C_{33}^E}$ — постоянная времени; $\xi_{33}^E = \alpha \delta \sqrt{m/M_2}/3 = \alpha \delta^2 C_{33}^E/(3c^E \sqrt{M_2 C_{33}^E})$ — коэффициент затухания; $C_{33}^E = S_0/(s_{33}^E \delta) = m(c^E)^2/\delta^2$ — жесткость пьезоактюатора; причем при упруго-инерционной нагрузке постоянная времени $T_{33}^E = \sqrt{M_2/(C_{33}^E + C_e)}$.

При питании пьезоактюатора от источника напряжения с конечным сопротивлением получаем упругую податливость $s_{33} = k_s s_{33}^E$ и выражения (46)—(48) передаточных функций при управлении по напряжению в виде

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}\delta}{T_{33}^2 p^2 + 2T_{33}\xi_{33}p + 1}; \quad (49)$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{1/C_{33}}{T_{33}^2 p^2 + 2T_{33}\xi_{33}p + 1};$$
 (50)

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{d_{33}}{T_{33}^2 p^2 + 2T_{33}\xi_{33}p + 1},$$
 (51)

где $T_{33} = \sqrt{M_2/C_{33}}$ — постоянная времени; $\xi_{33} = \alpha \delta \sqrt{m/M_2}/3 = \alpha \delta^2 C_{33}/(3c^E \sqrt{M_2C_{33}})$ — коэффициент затухания; $C_{33} = S_0/(s_{33}\delta) = S_0/(k_s s_{33}^E \delta)$ — жесткость пьезоактюатора, причем при упруго-инерционной нагрузке постоянная времени $T_{33} = \sqrt{M_2/(C_{33}+C_e)}$.

Заключение

Полученные структурно-параметрические модели, параметрические структурные схемы и передаточные функции пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте определяют динамические и статические характеристики пьезоактюатора нано- и микроперемещений с учетом граничных условий, вида управления, физических параметров пьезоактюатора, внешней нагрузки и электрического сопротивления согласующих цепей.

Решение волнового уравнения дает структурно-параметрическую модель пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте в системе управления при различных граничных условиях и описывает его динамические и статические характеристики с учетом физических параметров, внешней нагрузки и электрического сопротивления при работе в составе электромеханической системы наноперемещений.

Из-за реакции пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте с учетом противоэлектродвижущей силы пьезоактюатора уменьшается упругая податливость и повышается жесткость пьезоактюатора. Увеличение сопротивления источника питания и согласующих цепей приводит к уменьшению упругой податливости пьезоактюатора. При высокой скорости перемещения пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте учитываем влияние этой скорости на ток пьезоактюатора.

Список литературы

1. Панич А. Е. Пьезокерамические актюаторы. Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2008. 159 с. 2. **Физическая** акустика. Т. 1. Часть А. Методы и приборы ультразвуковых исследований / Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1966. 592 с.

3. Афонин С. М. Решение матричных уравнений в задачах электроупругости для многослойных актюаторов наноперемещений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 8. С. 39—45.

4. Афонин С. М. Исследование статических и динамических характеристик пьезодвигателя нано- и микроперемещений // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2008. № 5. С. 114—121.

5. Afonin S. M. Structural-parametric model and transfer functions of electroelastic actuator for nano- and microdisplacement // Chapter 9 in: Piezoelectrics and Nanomaterials: Fundamentals, Developments and Applications. Editor: Parinov I. A. New York: Nova Science Publisher. 2015. P. 225–242.

6. Афонин С. М. Статические характеристики и упругие податливости многослойных пьезоактюаторов нано- и микроперемещений // Нано- и микросистемная техника. 2016. Т. 18, № 1. С. 40-48.

7. Полянин А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит. 2001. 576 с.

8. Estanbouli Y., Hayward G., Radamas S., Barbenel J. A block diagram model of the thickness mode piezoelectric transducer containing dual oppositely polarized piezoelectric zones // IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control. 2006. Vol. 53. № 5. P. 1028–1036.

9. Smyth K., Kim S.-G. Experiment and simulation validated analytical equivalent circuit model for piezoelectric micromachined ultrasonic transducers // IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2015. Vol. 62, N° 4, P. 744–765.

10. Uchino K. Piezoelectric actuator and ultrasonic motors. Boston, MA: Kluwer Academic Publisher, 1997. 347 p.

11. **Borboni A.** Meso- to micro-actuators: a theoretical and practical approach. New York: CRC Press. 2008. 400 p.

Parametric Structural Schemes of Piezoactuators for Nanoand Micrometric Movements at a Longitudinal Piezoeffect

S. M. Afonin, eduems@mail.ru⊠,

National Research University of Electronic Technology MIET, Moscow, Zelenograd, 124498, Russian Federation,

Corresponding author: Afonin Sergey M., Ph. D., Senior Researcher, National Research University of Electronic Technology MIET, Moscow, Zelenograd, 124498, Russian Federation, e-mail:: eduems@mail.ru

> Received on June 23, 2016 Accepted on July 11, 2016

Solutions to the wave equation and structural-parametric models of piezoactuators at a longitudinal piezoeffect were obtained. Effects of the geometric and physical parameters of the piezoactuators and external load on its static and dynamic characteristics were determined. The parametric structural schemes for piezoactuators for nano- and micrometric movements at a longitudinal piezoeffect were obtained. The transfer functions were determined. The parametric structural schemes and the transfer functions of the piezoactuators were obtained for calculation of the automatic control systems for nano- and micrometric movements with piezoactuators at a longitudinal piezoeffect. The static and dynamic characteristics of the piezoactuators were determined. Application of the piezoactuators solves the problems of precise matching in microelectronics and nanotechnology, compensation for the temperature and gravitational deformations, atmospheric turbulence by a wave front correction. By solving the wave equation with allowance for the corresponding equations of the piezoactuator structural schemes of the piezoactuator, the strains along the coordinate axes, it is possible to construct a structural parametric model of a piezoactuator. The transfer functions and the parametric structural schemes of the piezoactuators for nano- and micrometric movements at a longitudinal piezoeffect.

Keywords: piezoactuator, deformation, nano- and micrometric movements, parametric structural scheme, structural-parametric model, longitudinal piezoelectric effect, transfer function

For citation:

Afonin S. M. Parametric Structural Schemes of Piezoactuators for Nano- and Micrometric Movements at a Longitudinal Piezoeffect, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2017, vol. 18, no. 1, pp. 112–121.

DOI: 10.17587/mau.18.112-121

References

1. **Panich A. E.** *P'ezokeramicheskie aktjuatory* (Piezoceramic actuators), Rostov-on-Don, Southern Federal University, 2008, 159 p. (in Russian).

2. **Mason W.** ed. Physical Acoustics: Principles and Methods, vol. 1, part A. Methods and Devices, New York: Academic Press, 1964, 515 p.

3. Afonin S. M. Reshenie matrichnyh uravnenij v zadachah jelektrourugosti dlja mnogoslojnyh aktjuatorov nanoperemeshhenij (The solution of matrix equations in problems of electroelasticity for a multilayer actuators nanodisplacement), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravleni*e, 2010, no. 8, pp. 39–45 (in Russian).

4. Afonin S. M. Investigation of static and dynamic characteristics of a piezomotor for nano- and micrometric movements, *Journal* of *Computer and Systems Sciences International*, New York, Pleiades publishing, Inc., Springer, 2008, vol. 47, no. 5, pp. 778–785. 5. Afonin S. M. Structural-parametric model and transfer functions of electroelastic actuator for nano- and microdisplacement, *Piezoelectrics and Nanomaterials: Fundamentals, Developments and Applications*, New York, Nova Science Publisher, 2015, pp. 225–242.

6. Afonin S. M. Staticheskie haracteristiki i uprugie podatlivosti mnogoslojnyh p'iezoaktjuatorov nano- i microperemewenij (Static characteristics and elastic compliances of the multilayer piezoactuators for nano- and nicrodisplacements), *Nano- i Mikrosistrmnaia Tehnika*. 2016, vol. 18, no. 1, pp. 40–48 (in Russian).

7. **Polyanin A. D.** Spravochnik po lineynym uravneniyam matematicheskoy fiziki (Handbook of linear partial differential equations), Moscow, Fizmatlit, 2001, 576 p. (in Russian).

8. Estanbouli Y., Hayward G., Radamas S., Barbenel J. A block diagram model of the thickness mode piezoelectric transducer containing dual oppositely polarized piezoelectric zones, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2006, vol. 53, no. 5, pp. 1028–1036.

9. Smyth K., Kim S.-G. Experiment and simulation validated analytical equivalent circuit model for piezoelectric micromachined ultrasonic transducers, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2015, vol. 62, no. 4, pp. 744–765.

10. Uchino K. Piezoelectric actuator and ultrasonic motors. Boston, MA, Kluwer Academic Publisher, 1997, 347 p.

11. **Borboni A.** Meso- to micro-actuators: a theoretical and practical approach, New York, CRC Press, 2008, 400 p. УДК 629.7

DOI: 10.17587/mau.18.122-127

Г. П. Шибанов, д-р техн. наук, проф., вед. науч. сотр., gpshibanov@mail.ru, Государственный летно-испытательный центр им. В. П. Чкалова

Методический подход к процессу испытаний вооружения и военной техники в условиях ресурсных ограничений

Рассматриваются возможности получения необходимых результатов испытаний вооружения и военной техники (BBT) в условиях жестких ресурсных ограничений. В связи с сильно ограниченным числом экземпляров опытных изделий BBT, поступающих на испытания, а также в связи с существенным сокращением объема испытаний каждого образца BBT предлагается на базе накопленного полигонного опыта испытаний авиационной техники военного назначения оценку боевой эффективности поступающего на испытания BBT и качества его в эксплуатации осуществлять на основе статистического анализа малых выборок с учетом каждой отдельной реализации этих выборок.

Ключевые слова: методический подход, процесс испытаний, военная техника, ресурсные ограничения, малая выборка, статистический анализ, эффективность, качество

В современных условиях экономического спада и существенного сокращения возможностей оборонной промышленности по созданию новейших образцов вооружения и военной техники (ВВТ) теория планирования эксперимента в классическом виде не может быть использована для составления планов всех видов испытаний. В настоящее время испытания могут планироваться лишь исходя из соображений здравого смысла с учетом реально складывающихся условий по финансированию процесса создания конкретного образца ВВТ и состояния соответствующего опытного производства, причем в любом случае число поступающих на испытания образцов опытного изделия не превышает нескольких десятков (для сравнительно простых изделий типа неуправляемых средств поражения или личного стрелкового оружия) и даже нескольких единиц (для более сложных изделий типа летательных аппаратов или зенитных ракетных комплексов). Наиболее сложные и дорогостоящие образцы ВВТ (типа авианосцев или тяжелых крейсеров) могут поступать на испытания и в единственном экземпляре.

Ограничения, налагаемые на процесс испытаний в целом по линии материально-технического обеспечения (отсутствие необходимого количества горючесмазочных материалов, сокращение выделяемых на испытания энергоресурсов и различных расходных материалов и т.д.) приводят к значительному сокращению числа и объема испытаний каждого из выделяемых для этого опытных экземпляров подлежащего испытаниям образца BBT.

Полигонный опыт последнего десятилетия говорит о том, что число реализаций по каждому виду испытаний в лучшем случае не превышает нескольких десятков. В этих же пределах оказывается и число реализаций при проведении войсковых испытаний образцов BBT в целях оценки эксплуатационных качеств и подтверждения показателей эффективности в условиях, максимально приближенных к боевым. Вместе с тем, при резком сокращении объема испытаний в значительной мере усложняется процедура оценки их результатов, и в максимально возможной степени приходится прибегать к замене натурных экспериментов математическим и полунатурным моделированием процессов боевого применения и эксплуатации образцов BBT.

Применительно к изделиям, поступающим на испытания малыми сериями, оценка их боевой эффективности и качества в эксплуатации базируется на статистическом анализе малых выборок. т.е. выборок, при обработке которых методами, основанными на группировке наблюдений и предназначенными для больших выборок, нельзя достигнуть заданных точности и достоверности. Особенность такого анализа состоит в том, что построение оценок плотностей распределения по выборкам параметров, характеризующих боевую эффективность или эксплуатационные качества изделия, осуществляется с учетом каждой отдельной реализации этих выборок. Указанные оценки плотностей распределения используются затем для получения численных значений показателей боевой эффективности и эксплуатационных качеств изделия, заданных тактико-техническими требованиями.

В настоящее время известно несколько методов оценивания плотности распределения случайных величин по выборкам малого объема, в частности, методы прямоугольных вкладов, уменьшения неопределенности, сжатия области существования интегральных законов распределения, априорно-эмпирических функций и др. Подробные сведения о них, их положительных качествах и недостатках можно найти в работе [1]. Для большинства из этих методов оценка плотности распределения обобщенно выражается линейной суммой априорной и эмпирической компонент:

$$f'(x) = \alpha_0 f_0(x) + \frac{1 - \alpha_0}{N} \sum_{i=1}^N p(x - x_i),$$

где $f_0(x)$ — априорная компонента; $p(x - x_i)$ — составляющая эмпирической компоненты, связанная с *i*-й реализацией выборки; α_0 — вес априорной компоненты; N — суммарное число реализаций.

При этом априорная компонента $f_0(x)$ определяется по результатам всех видов испытаний образца ВВТ, проводившихся в условиях завода-изготовителя, полигонов заказчика и на базе эксплуатирующей организации (в процессе войсковых испытаний и эксплуатационной оценки образца).

Для обработки накапливаемых в процессе таких испытаний статистических данных, характеризующих боевую эффективность и эксплуатационные качества мелкосерийных опытных изделий, наибольшее распространение получил метод прямоугольных вкладов. При его использовании в качестве априорной информации предполагается знание интервала $[x_{\min}, x_{\max}]$ изменения случайной величины *x*, непрерывность оцениваемой функции распределения $f_0(x)$ на заданном интервале и соблюдение условий

 $f_0(x) \ge 0$ при $x_{\min} \le x \le x_{\max};$ $f(x) \equiv 0$ при $x \le x_{\min}, x \ge x_{\max}.$

Наличие такой априорной информации позволяет построить оценку плотности распределения f(x) даже при отсутствии реализации x.

На начальном этапе испытаний и опытной эксплуатации образца ВВТ ни одной из возможных реализаций внутри интервала $[x_{\min}, x_{\max}]$ нельзя отдать предпочтение, и поэтому считается, что в пределах данного интервала имеет место равномерное распределение случайной величины x, т.е.

$$f_0(x) = \begin{cases} \frac{1}{x_{\max} - x_{\min}}, x_{\min} \le x \le x_{\max}; \\ 0, x \le x_{\min}, x \ge x_{\max}. \end{cases}$$
(1)

Оптимальное значение вклада в зависимости от объема выборки и закона распределения оцениваемого параметра

Объем	Закон распределения оцениваемого параметра				
выборки	Нормальный	Экспоненциальный	Релея		
10	0,409	0,210	0,400		
20	0,312	0,167	0,350		
30	0,276	0,150	0,309		
40	0,260	0,138	0,280		
50	0,249	0,132	0,250		
60	0,243	0,126	0,243		
70	0,241	0,120	0,232		
80	0,240	0,116	0,223		
90	0,240	0,112	0,214		
100	0,240	0,110	0,209		

В связи с этим при отсутствии статистических данных $(x_1, ..., x_N)$ оценка плотности f'(x) представляется в виде априорной плотности распределения $f_0(x)$:

$$f'(x) = f_0(x).$$
 (2)

Появление реализаций случайной величины (выборки) дает возможность уточнить оценку (2). Это осуществляется путем индивидуального подхода к каждой отдельной реализации x_i выборки $(x_1, ..., x_N)$, при которой ей приписывается элементарная равномерная плотность или так называемая функция вклада

$$\Psi_{x_i}(x) = \begin{cases} \frac{1}{d} \text{ при } x_i - \frac{d}{2} \leq x \leq x_i + \frac{d}{2}; \\ 0 \text{ при остальных значениях } x, \end{cases} (3)$$

где *d* — ширина функции вклада.

Функция вклада задается симметрично относительно точки $x = x_i$ на конечном интервале длиной d, что является "размазыванием" информации о случайной величине, полученной от этой реализации.

Линейное суммирование с равными весами априорной плотности (1) и вкладов (3) для всех N элементов выборки (x_1 , ..., x_N) приводит в итоге к искомой оценке плотности:

$$f'(x) = \frac{1}{N+1} \left[f_0(x) + \sum_{i=1}^N \psi_{x_i}(x) \right], \tag{4}$$

где $\frac{1}{N+1}$ — весовой коэффициент, с помощью которого осуществляется нормирование оценки плот-

ности f'(x). При построении оценки плотности f'(x) по выражению (4) для вкладов, выходящих за одну из границ интервала $[x_{\min}, x_{\max}]$, рекомендуется отбрасывать части, выходящие за эти границы. Над оставшейся частью вклада, лежащей внутри интервала $[x_{\min}, x_{\max}]$ как над основанием, следует равномерно надстраивать прямоугольник, площадь которого равна отброшенной.

При практическом использовании метода прямоугольных вкладов следует помнить, что для каждого объема выборки существует такое оптимальное значение вклада α_{opt} , при котором получается наилучшая оценка закона распределения.

Применительно к наиболее распространенным при оценке боевой эффективности и эксплуатационных качеств изделий мелкосерийного производства законам распределения (нормальному, экспоненциальному и Релея) О. П. Березиным, как это указано в работе [1], были найдены и рекомендованы в качестве оптимальных для выборок от 10 до 100 реализаций значения α_{opt} , для удобства сведенные в таблицу. Используя приведенные в таблице данные, ширину функции вклада можно представить в виде

$$d' = L\alpha_{\rm opt},\tag{5}$$

где L — величина интервала $[x_{\min}, x_{\max}]$, выраженная в единицах измерения случайной величины x.

Тогда выражение (3) примет вид

$$\psi_{x_i}(x) = \begin{cases} \frac{L f_0(x_i)}{d'} & \text{при } x_i - \frac{d'}{2} \le x \le x_i + \frac{d'}{2}; \\ 0 & \text{при остальных значениях } x, \end{cases}$$
(6)

где $f_0(x_i)$ — плотность вероятности предполагаемого теоретического распределения в центре вклада.

Суммируя пересекающиеся вклады, получаем ломаную линию функции суммарного вклада $\psi_{\Sigma}(x)$.

Значение эмпирической функции плотности распределения вычисляется по формуле

$$F^{\Im}(x) = \frac{2}{N+1} \left[Rf_0(x) + (1-R)\psi_{\Sigma}(x) \right],$$

где R — коэффициент значимости априори, вычисляемый из условия попадания случайной величины x на заданный интервал $[x_{\min}, x_{\max}]$ с вероятностью 0,997.

После определения эмпирической функции плотности распределения по известным формулам теории вероятностей вычисляются сглаженные числовые характеристики исследуемой выборки (математические ожидание, дисперсия, среднеквадратичное отклонение) и ее интегральная функция.

Практические приемы применения метода прямоугольных вкладов сводятся к следующему.

1. Используя априорное предположение о виде искомой функции распределения и полученные экспериментальные значения случайной величины x, оценивают область существования функции f(x). Для этого классическими методами статистического анализа вычисляют математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение исследуемой выборки:

$$m_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}; \ D_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - m_i)^2}{N - 1}.$$

Длина интервала [*x*_{min}, *x*_{max}] принимается равной: • для нормального распределения

 $L = 6\sigma_0$; $x_{\min} = m_0 - 3\sigma_0$; $x_{\max} = m_0 + 3\sigma_0$;

• для экспоненциального закона распределения

$$L = 5,8\sigma_0$$
; $x_{\min} = 0$; $x_{\max} = 5,8m_0$;

• для распределения Релея

$$L = 2,72m_0$$
; $x_{\min} = 0$; $x_{\max} = 2,72m_0$.

2. Исходя из объема полученной выборки определяется оптимальная ширина прямоугольного вклада. При этом для промежуточных значений *N* величи-

на α_{opt} находится посредством линейного интерполирования.

По формуле (5) в единицах измерения случайной величины вычисляется ширина вклада.

3. По формуле (6) для каждой *i*-й реализации выборки вычисляется функция вклада, причем входящие в данную формулу значения функции плотности предполагаемого распределения определяются из следующих выражений:

• для нормального закона

$$f_0(x_i) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - m_0)^2}{2\sigma_0^2}};$$

• для экспоненциального закона

$$f_0(x_i) = \frac{1}{m_0} \mathbf{e}^{-\frac{x_i}{m_0}};$$

• для закона Релея

$$f_0(x_i) = \frac{x_i}{\sigma_p^2} \mathbf{e}^{-\left(\frac{x_i^2}{2\sigma_p^2}\right)}$$

где σ_p принимается равным 0,8 m_0 .

В процессе вычисления функции вклада при значениях x_i , отстоящих от концов интервала $[x_{\min}, x_{\max}]$ на расстояние меньше d/2, часть вклада, выходящая за пределы интервала, отсекается. В этом случае получим

$$d'' = x_i - x_{\min} + d'/2$$
 или $d'' = x_{\max} - x_i + d'/2.$

4. На вспомогательном графике строятся все функции прямоугольных вкладов. Суммируя все пересекающиеся вклады, получаем ломаную линию суммарного вклада $\psi_{\Sigma}(x)$. На этой линии отыскиваются точки, в которых имеет место скачок функции суммарного вклада, и находятся соответствующие данным точкам значения x_q (q = 1, 2, ..., Q).

 По приведенной ниже фор³муле вычисляется коэффициент значимости априори:

$$R = \frac{\sum_{q=1}^{Q} [\psi_{\Sigma}(x_q) + \psi_{\Sigma}(x_{q+1})] \Delta x_q - 0,997(N+1)}{\sum_{q=1}^{Q} \{ [\psi_{\Sigma}(x_q) + \psi_{\Sigma}(x_{q+1})] - [f_0(x_q) + f_0(x_{q+1})] \} \Delta x_q},$$
(7)

где $f_0(x_q)$ — значение функции плотности предполагаемого теоретического распределения в точке q-го скачка; $\psi_{\Sigma}(x_q)$ — значение функции суммарного вклада в точке q-го скачка; $\Delta x_q - q$ -й интервал между скачками функции суммарного вклада $\Delta x_q = x_{q+1} - x_q$; N — число реализаций в исследуемой выборке; 0,997 — принятая вероятность попадания случайной величины x на интервал $[x_{\min}, x_{\max}]$.

6. Из выражения (8) находится значение эмпирической функции плотности исследуемой выборки:

$$f^{9}(x_{q}) = \frac{2}{N+1} \left[Rf_{0}(x_{q}) + (1-R)\psi_{\Sigma}(x_{q}) \right].$$
(8)

7. Вычисляются сглаженные числовые характеристики исследуемой выборки:

• математическое ожидание

$$m = \sum_{q=1}^{Q} [f^{9}(x_{q}) + f^{9}(x_{q+1})] \left(x_{q} + \frac{\Delta x_{q}}{2}\right) \frac{\Delta x_{q}}{2};$$

• дисперсия

$$D = \sum_{q=1}^{Q} [f^{9}(x_{q}) + f^{9}(x_{q+1})] \left(x_{q} + \frac{\Delta x_{q}}{2} - m\right)^{2} \frac{\Delta x_{q}}{2};$$

• среднеквадратичное отклонение $\sigma = \sqrt{D}$.

8. Отыскивается значение эмпирической интегральной функции исследуемого массива статистических данных:

$$F^{9}(x_{q+1}) = \sum_{q=1}^{Q} [f^{9}(x_{q}) + f^{9}(x_{q+1})] \frac{\Delta x_{q}}{2}$$
при $x_{q+1} < x_{q} \le x_{q=Q};$
 $F^{9}(x) = 0$ при $x \le x_{q=1};$
 $F^{9}(\infty) = 1.$

При практическом использовании описанных методических приемов необходимо особое внимание уделять вопросу априорного выбора вида искомой функции распределения параметров, характеризующих боевую эффективность и эксплуатационные качества испытываемого образца BBT, например, вероятность поражения цели заданного типа, распределение времени его безотказного функционирования или времени между отказами. В частности, полезно помнить, что экспоненциальное распределение целесообразно применять для анализа эксплуатационных качеств образцов ВВТ, состоящих из разнородных элементов и прошедших период приработки, а нормальное — для анализа боевой эффективности и эксплуатационных качеств образцов, у которых имеет место постепенное изменение значений параметров во времени, или образцов, для которых доля внезапных отказов весьма мала. Распределение Релея рационально применять при анализе эксплуатационных качеств и боевой эффективности сложных изделий, когда происходит их интенсивное старение и снижение точности функционирования основных систем. Имеется специфика применения и других известных законов распределения. Достаточно полно она, например, отражена применительно к задачам оценки надежности опытных изделий в работе [2].

Для проверки согласия эмпирического и теоретического распределений значений параметров, полученных в процессе испытаний опытных образцов BBT, можно воспользоваться критериями χ^2 и ω^2 [3]. Применительно к выборкам небольшого объема, характерным для опытных образцов BBT, критерий ω^2 является более мощным, чем χ^2 . Если же в выборке оказались несколько наблюдений, равных по величине, то лучше использовать критерий χ^2 .

Исходными данными для проверки согласия эмпирического и теоретического распределений являются: значения наблюдаемых параметров испытываемого образца ВВТ $(x_1, x_2, ..., x_n)$, например, вероятности захвата цели и ее сопровождения в условиях противодействия вероятного противника или наработки данного образца на отказ; число значений *n*; уровень значимости α , при котором проводится проверка гипотезы о том, что неизвестная функция распределения генеральной совокупности (к которой принадлежит выборка $x_1, x_2, ..., x_n$) совпадает с заданной функцией распределения F(x); вид функции теоретического распределения F(x).

Проверка проводится при нескольких уровнях значимости, например, при $\alpha = 0,1$ и $\alpha = 0,05$.

Критерий χ² применяют для проверки согласия следующим образом.

Результаты наблюдений $x_1, x_2, ..., x_n$ располагают в вариационный ряд и определяют максимальное (x_{\max}) и минимальное (x_{\min}) числа в этом ряду. Интервал $[x_{\min}, x_{\max}]$ разбивают на k равных по величине подынтервалов, длительность каждого из которых равна

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} \,,$$

где k определяют по формуле $k = 5 \ln n$.

Подсчитывают число 9^{i} наблюдений, находящихся в каждом из подынтервалов $(9_1 + 9_2 + ... + 9_k) = n$, и вычисляют частоты попадания наблюдений в каждый подынтервал, которые служат оценками для неизвестных вероятностей того, что значение наблюдаемого в процессе испытаний параметра окажется в данном подынтервале.

Для каждого подынтервала вычисляют теоретическую вероятность того, что значение наблюдаемого параметра не выходит за пределы соответствующего подынтервала

 $p_i = F(i\Delta x) - F[(i-1)\Delta x], i = 1, 2, ..., k.$

Статистикой критерия χ^2 является величина η , вычисляемая по формуле

$$\eta = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(\vartheta_i - np_i\right)^2}{np_i} = \sum_{i=1}^{k} \frac{\vartheta_i^2}{np_i} - n.$$

При достаточно большом *n* статистика η приближенно подчиняется распределению χ^2 с k - 1 степенями свободы. Вычисляют интеграл

$$P(\chi^2) = \frac{1}{2^{k/2}} \frac{1}{\Gamma(k/2)} \int_{0}^{\chi^2 = \eta} y^{\frac{k}{2} - 1} \mathbf{e}^{\frac{y}{2}} dy,$$

где $\Gamma(k/2)$ — гамма-функция величины k/2.

На основе полученного значения интеграла принимают решение о проверяемой гипотезе. При

 $\alpha/2 < P(\chi^2) < 1 - \frac{\alpha}{2}$ гипотезу принимают, и согласие

считают удовлетворительным. Если же $P(\chi^2) < 1 - \frac{\alpha}{2}$

или $P(\chi^2) \leq \frac{\alpha}{2}$, то гипотезу отвергают.

Статистикой критерия ω^2 является величина $n\omega_n^2$, вычисляемая по формуле

$$n\omega_n^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F(x_i) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2.$$

При достаточно большом *n* величина $n\omega_n^2$ подчиняется распределению, функция которого определяется из выражения

$$A(x) = P(n\omega_n^2 < x) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2x}} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Gamma(i+1/2)}{\Gamma(1/2)\Gamma(i+1)} \sqrt{4i+1} e^{-\frac{(4i+1)^2}{16x}} \times \left\{ I_{-\frac{1}{4}} \left[\frac{(4i+1)^2}{16x} \right] - I_{\frac{1}{4}} \left[\frac{(4i+1)^2}{16x} \right] \right\},$$

где *I* — модифицированная функция Бесселя.

Затем вычисляют значение $n\omega^2$ и A(x), где в качестве *x* используют значение $n\omega_n^2$, и принимают решение о проверяемой гипотезе. Если $\frac{\alpha}{2} < A(x) < 1 - \frac{\alpha}{2}$, то гипотеза принимается. При $A(x) \leq \frac{\alpha}{2}$ или $A(x) \geq$

$$\geq 1 - \frac{\alpha}{2}$$
 — отвергается.

Подробные пояснения по блок-схеме, в соответствии с которой реализуется описанный алгоритм проверки согласия эмпирического и теоретического распределения на цифровых вычислительных машинах, можно найти в работе [3], а также в работах [4—6].

Список литературы

1. Гаскаров Д. В., Шаповалов В. И. Малая выборка. М.: Статистика, 1976. 248 с.

2. Войнов К. Н. Прогнозирование надежности механических систем. М.: Машиностроение, 1978. 208 с.

3. Методика статистической обработки информации о надежности технических изделий на ЭВМ. М.: Издательство стандартов, 1974. 55 с.

4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука. Физматгиз, 1974. 564 с.

5. Пугачёв В. С. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. 496 с.

6. Королюк В. С., Портенко Н. И., Скороход А. В., Турбин А. Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. 640 с.

7. Шибанов Г. П., Адгамов Р. И., Дмитриев С. В., Кожевников Ю. В. Автоматизация испытаний и контроля авиационных ГТД. М.: Машиностроение, 1977. 280 с.

8. Зажигаев Л. С., Кишьян А. А., Романиков Ю. И. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента. М.: Атомиздат, 1978. 232 с.

9. Адгамов Р. И., Боровик В. О., Дмитриев С. В., Кожевников Ю. В., Шибанов Г. П. Обработка и анализ информации при автоматизированных испытаниях газотурбинных двигателей. М.: Машиностроение, 1987. 216 с.

10. Адгамов Р. И., Дмитриев С. В., Кожевников Ю. В., Хайруллин А. Х., Шибанов Г. П. Автоматизированные испытания в авиастроении. М.: Машиностроение, 1989. 426 с.

Methodological Approach to Testing of the Arms and Military Equipment in the Conditions of Limited Resources

G. P. Shibanov, gpshibanov@mail.ru

Government Test-flight Center named after V. P. Chkalov, Akhtubinsk, Russian Federation

Corresponding author: Shibanov Georgi P., D. Sc., Professor, Leading Researcher, Government Test-flight Center named after V. P. Chkalov, Akhtubinsk, Russian Federation, e-mail: gpshibanov@mail.ru

> Received on September 29, 2016 Accepted on October 14, 2016

The present conditions of economic crisis essentially limit the opportunities for the military industry, and the country's industrial potential. The resources allocated for production of the military equipment have been cut. The test specimens of the military equipment are provided in single units. There are no agreed-upon methods for testing of the military equipment by single units. In our case the accuracy rating may be expressed as a percentage of the indication or as a percentage of the fullscale value. The accuracy rating is given as the limit, which the errors will not exceed. The theory is based on the facts, the reliability of which was verified more than once. The given conditions are characterized by a limited number of the experimental test specimens, amount of the power-generating fuel, lubricants, oil, energy, accumulated energy, wear and depreciation charges, and so on. All this to a great extent limits the number and volume of tests of every specimen of military equipment. Evaluation of the engineering and fighting efficiency, maintenance and service properties, statistical acceptance quality control are put into practice by every test-specimen. Processing and treatment of the evaluation results demand application of special instruments. Let us choose such an instrument as the method of a small sample. The use of this method makes it possible to obtain evaluations of the power density function. Experimental data are represented by the following distributions: distribution of the fighting efficiency, distribution of maintenance and service properties. Evaluation of the distribution used under these conditions receive a numerical value (quantity) of the fighting efficiency and operating quality of the test-specimen of the military equipment.

Keywords: methodology principle, test-process, military equipment, limited resources, small sample, statistical analysis, effectiveness, quality

For citation:

Shibanov G. P. Methodological Approach to Testing of the Arms and Military Equipment in the Conditions of Limited Resources, *Mekha-tronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2017, vol. 18, no. 2, pp. 122–127.

DOI: 10.17587/mau.18.122-127

References

1. Gaskarov D. V., Shapovalov V. I. *Malaya vyborka* (Small sample), Moscow, Statistics, 1976, 248 p. (in Russian).

2. Voinov K. N. Prognozirovanie nadezhnosti mekhanicheskikh sistem (Forecast the reliability of mechanical systems), Moscow, Mashinostroenie, 1978, 208 p. (in Russian).

3. **Metodika** statisticheskoi obrabotki informatsii o nadezhnosti tekhnicheskikh izdelii na EVM (Procedure of statistical working of information about the reliability of engineering article on electronic computer), Moscow, Publication of standards, 1974, 55 p. (in Russian).

4. Ventcel E. S. *Teoriya veroyatnostei* (Theory of probability), Moscow, Nauka, Fismatgis, 1974, 564 p. (in Russian).

5. **Pugachev V. S.** *Teoriya veroyatnostei i matematicheskaya statistika* (Theory of probability and mathematical statistics), Moscow, Nauka, Fismatgis, 1979. 496 p. (in Russian). 6. Korolijk V. S., Portenko N. I., Skorohod A. V., Turbin A. F. *Spravochnik po teorii veroyatnostei i matematicheskoi statistike* (Reference book by theory of probability and mathematical statistics), Moscow, Nauka, Fismatgis, 1985, 640 p. (in Russian).

7. Shibanov G. P., Adgamov R. I., Dmitriev S. V., Kojevnikov J. V. Avtomatizatsiya ispytanii i kontrolya aviatsionnykh GTD (Automatization of testing and control aviation gas-turbine engines), Moscow, Mashinostroenie, 1977, 280 p. (in Russian).

8. Zajigaev L. S., Kishijn A. A., Romanikov J. I. *Metody planirovaniya i obrabotki rezul'tatov fizicheskogo eksperimenta* (Methods of planning and Processing of results physical experiment), Moscow, Atomizdat, 1978, 232 p. (in Russian).

9. Adgamov R. I., Borovik V. O., Dmitriev S. V., Kojevnikov J. V., Shibanov G. P. Obrabotka i analiz informatsii pri avtomatizirovannykh ispytaniyakh gazoturbinnykh dvigatelei (Processing and analysis information under automatization testing of gas-turbine engine), Moscow, Mashinostroenie, 1987, 216 p. (in Russian).

10. Adgamov R. I., Dmitriev S. V., Kojevnikov J. V., Hairullin A. H., Shibanov G. H. Avtomatizirovannye ispytaniya v aviastroenii (Automatization testing at aircraft industry), Moscow, Mashinostroenie, 1989, 426 p. (in Russian).

УДК 519.68:15:681.5

DOI: 10.17587/mau.18.127-134

В. М. Гриняк, канд. техн. наук, доц., victor.grinyak@gmail.com,

Дальневосточный федеральный университет,

О. А. Горошко, канд. физ.-мат. наук, доц.,

Владивостокский государственный университет экономики и сервиса,

А. С. Девятисильный, д-р техн. наук, гл. науч. сотр., devyatis@iacp.dvo.ru,

Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН

Система экспертного оценивания и визуализации параметров траектории безопасного движения судна¹

Рассмотрена модель информационной системы, оценивающей возможность опасного сближения морских судов и обеспечивающей поддержку принятия решений по предотвращению опасного сближения. Предложен метод визуализации информации о навигационной обстановке на акватории, сочетающий в себе классические подходы построения "области маневра" и многоуровневую оценку риска опасного сближения судов. Метод позволяет наглядно представлять информацию об опасных и безопасных параметрах движения судов на рабочем месте оператора береговой системы управления движением судов и судоводителя, что соответствует современной тенденции развития в направлении углубления интеграции береговых и судовых систем (е-навигация). Работа сопровождается результатами вычислительного эксперимента и натурных испытаний.

Ключевые слова: управление движением судов, опасное сближение, траектория движения, маневрирование судна, нечеткая система

Введение

Навигационная безопасность коллективного движения судов является актуальной проблемой эксплуатации водных транспортных путей [1]. В ограниченных водах ее обеспечение возложено на особый класс технических средств — береговые системы управления движением судов (СУДС). Их задачи реализуются с использованием измерительной информации, доставляемой радарами и спутниковыми средствами траекторных измерений — транспондерами Автоматической идентификационной системы (АИС) [2, 3].

¹ Работа поддержана грантом РФФИ, проект 15-08-00234.

Движение морского транспорта имеет свою особую отраслевую специфику. В судоводительской практике считается, что каждая навигационная ситуация является по-своему уникальной и зависящей от множества факторов: Международных правил предупреждения столкновений судов (МППСС), правил судоходства на конкретной акватории, состояния водной среды (течение, волнение), погодных условий, характера движения других судов, находящихся на акватории и т.д. [1]. Кроме того, динамика судна как объекта, движущегося в жидкой среде, исключительно сложна. Поэтому береговые СУДС не являются системами управления судном в классическом понимании. Задача СУДС общая диспетчеризация движения путем выдачи оператором СУДС указаний (например, о снижении скорости или изменении полосы движения), а способ выполнения этих указаний выбирает капитан судна. Другими словами, СУДС является системой поддержки принятия решений [4].

В настоящее время в организационном плане развитие береговых СУДС идет по пути интеграции с судовыми системами и береговыми службами; концепция такой интеграции получила название "е-навигация" [5]. С точки зрения технических аспектов е-навигации СУДС должны обеспечивать механизмы координации движения судов и работы соответствующих береговых служб, в том числе за счет представления комплексных данных и обмена ими в форматах, которые будут наиболее удобны и понятны для операторов береговых служб, обеспечивающих безопасность движения.

Одним из перспективных подходов к представлению навигационной информации в обсуждаемом контексте являются диаграммы типа "скорость курс" [6, 7]. Они традиционно используются бортовыми навигационными средствами для визуализации данных об опасных и безопасных скоростях и курсах движения с точки зрения задачи "судно судно".

Диаграммы типа "скорость—курс", как правило, оперируют двухуровневой оценкой опасности типа "опасный/безопасный". В работах [8—10] и др. авторами исследовались модели экспертного оценивания степени опасности ситуации в задаче "судно судно" с выделением множества уровней опасности типа "очень опасный/опасный/почти безопасный/" и т.п. Комплексирование традиционных диаграмм типа "скорость—курс" с многоуровневыми моделями оценки опасности ситуации представляет исследовательский и прикладной интерес.

Известна работа [11], в которой предлагается наиболее близкий из известных аналог такого подхода; градации уровней опасности в нем обусловлены допустимым минимальным расстоянием между судами и правилами судоходства. С учетом результатов, полученных авторами ранее, в настоящей работе предлагается альтернативный способ построения многоуровневых диаграмм типа "скорость—курс" путем разделения уровней опасности на основе траекторных свойств движения судов. Это отвечает особенностям внешнего наблюдения береговой СУДС и характеру задач, возложенных на нее. Рассматриваемая модель системы оценки степени опасности параметров движения судна позволяет обеспечить поддержку принятия согласованных решений операторами СУДС и судоводителями.

Основные модельные представления

При моделировании навигационной безопасности коллективного движения будем использовать традиционный подход — построение модели в задаче "судно—судно" для каждой пары судов; это является обычной практикой [12].

Примем, что в качестве информационной базы СУДС используется приемопередатчик автоматической идентификационной системы (АИС), передающий информацию GPS/ГЛОНАСС; измерение траектории каждого судна включает в себя его координаты и компоненты вектора скорости.

Рассмотрим два судна с координатами $x^{(1)}$, $y^{(1)}$ и $x^{(2)}$, $y^{(2)}$ и скоростями $v_x^{(1)}$, $v_y^{(1)}$ и $v_x^{(2)}$, $v_y^{(2)}$. Будем описывать их коллективное движение набором величин $s = (r_x, r_y, v_x, v_y)$ — вектором состояния коллективного движения двух судов, где $r_x = x^{(2)} - x^{(1)}$, $r_y = y^{(2)} - y^{(1)}$ — компоненты вектора относительного положения судов r; $v_x = v_x^{(1)} - v_x^{(2)}$, $v_y = v_y^{(1)} - v_y^{(2)}$ — компоненты вектора относительной скорости движения судов v (рис. 1).

Главным условием безопасного движения является недопущение опасного сближения судов. Это обеспечивается соблюдением некой "зоны безопасности" вокруг судна, называемой также "корабельным доменом" [1]. В настоящей работе рассматривается корабельный домен статического типа, жестко привязанный к судну с номером n и интерпретируемый окружностью заданного радиуса R_n . Совокупность величин r_x , r_y , v_x , v_y свидетельствует о потенциально опасном движении двух судов в



Рис. 1. Модель относительного движения пары "судно-судно"



Рис. 2. Принцип построения диаграммы типа "скорость—курс". Окружностью радиуса $v_{\max}^{(1)}$ показаны максимальные возможные значения скорости судна 1

случае выполнения следующих неформальных условий [13]:

- направление вектора скорости относительного движения судов таково, что вектор *v* находится внутри сектора, определяемого размером корабельного домена и расстоянием между судами;
 суда движутся прямолинейно и равномерно;
- время, оставшееся до максимального сближения судов, ниже допустимого.

Будем считать судно 1 управляемым судном. Переходя при определении потенциально опасного движения от относительного движения судов к абсолютному, будем иметь множество значений вектора скорости первого судна $v^{(1)}$, соответствующих "опасным" значениям вектора v (заштрихованная область, рис. 2). Сектор, соответствующий потенциально опасным значениям скорости и курса судна 1, получается путем параллельного переноса сектора "опасных" значений вектора v на вектор $v^{(2)}$. Такая визуализация помогает оператору СУДС и судоводителю не только распознать потенциально опасную ситуацию, но и оценить возможности по предотвращению опасного сближения судов. Например, в данном случае следует либо уменьшить скорость судна 1, либо изменить его курс таким образом, чтобы вектор $v^{(1)}$ вышел из заштрихованной зоны.

Введем следующие величины (см. рис. 1): $|r| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$ — расстояние между судами; $|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ — скорость относительного движения судов; $\theta = \arcsin \frac{R_1 + R_2}{|r|}$ — угол, определяемый расстоянием между судами и размерами их доменов; $\eta = \arccos \frac{r_x v_x + r_y v_y}{|r||v|}$ — угол между векторами *r* и *v*; $\frac{d|r|}{dt} = -\frac{r_x v_x + r_y v_y}{|r|}$ — скорость изменения расстояния между судами; *D* — функция-детектор маневра, причем если D > 0, то наблюдаемое судно маневрирует, если D < 0 — судно движется прямолинейно и равномерно (функция D может быть построена множеством известных способов, см.,

например, работу [8]);
$$T = -\frac{|r|^2}{r_x v_x + r_y v_y}$$
 — прибли-

женное время, оставшееся до максимального сближения судов (необходимо доопределить функцию для случая относительно неподвижных судов).

Потенциально опасное сближение двух судов может быть формализовано следующим образом:

$$\eta < \theta; \tag{1}$$

$$D < 0; \tag{2}$$

$$0 < T < T^*, \tag{3}$$

где T^* — пороговое значение. Условия (1) и (2) формализуют опасную ситуацию при равномерном и прямолинейном движении судов; условие (3) отбирает из общего массива лишь те суда, время до сближения которых меньше порогового. В случае маневренного движения судов (т.е. при D > 0) примем, что маневрирование судна свидетельствует о попытке судоводителя придать движению безопасный характер и о его контроле над ситуацией [14]. Поэтому при внешнем наблюдении маневрирующие объекты характеризуются невысоким вербальным уровнем опасности.

С учетом сказанного можно сформулировать систему правил для оценки степени опасности навигационной ситуации u в зависимости от истинности условия (1)—(3), представленную в табл. 1.

Степень опасности 0 (минимальная) соответствует безопасной ситуации; степень опасности 1 (средняя) — суда могут опасно сблизиться, но при этом они маневрируют, т. е. судоводитель скорее всего контролирует ситуацию; степень 2 (максимальная) — суда опасно сблизятся, если не начнут маневр уклонения. При реализации рассматриваемой модели "на борту" или в береговой СУДС множества значений вектора $v^{(1)}$, соответствующие различным уровням опасности, визуализируются на соответствующей диаграмме "скорость—курс" различными способами (например, различным цветом или стилем).

Система правил для дискретной оценки уровня опасности					
Nº	(1)	(2)	(3)	и	
1	-	-	-	0	
2	-	-	+	0	
3	-	+	-	0	
4	-	+	+	0	
5	+	-	-	0	
6	+	-	+	1	
7	+	+	-	0	
8	+	+	+	2	

Таблица 1 Система правил для дискретной оценки уровня опасности

Фаззификация задачи

Возможно представление степени опасности "судно—судно" непрерывной величиной. Для этого оказываются продуктивными идеи, реализованные в системах нечеткой логики. В этом случае правила (1), (2), (3) представляются лингвистическими переменными с соответствующими термами и функциями принадлежности, а система правил (табл. 1) трансформируется в систему нечетких правил.

Рассмотрим интерпретацию задачи нечеткой системой типа Сугено. Введем отношение $f = \frac{\eta}{\theta}$ и соответствующую ей лингвистическую переменную P_f с термами "Big" ("большое", безопасная ситуация) и "Little" ("малое", опасная ситуация) и функциями принадлежности типа "дополнение":

$$\rho_{\text{Little}}(f) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(-a_f(f - c_f))};$$

$$\rho_{\text{Big}}(f) = \frac{1}{1 + \exp(-a_f(f - c_f))},$$

где *a_f*, *c_f* — настраиваемые параметры.

Введем лингвистическую переменную P_D , определяющую характер движения судна с термами "Маneuverable" (маневренное) и "Constant" (равномерное) и функциями принадлежности типа "скачок":

$$\mu_{\text{Maneuverable}}(D) = \frac{1 + \text{sign}D}{2};$$
$$\mu_{\text{Constant}}(D) = \frac{1 - \text{sign}D}{2},$$

где *D* — функция детектора маневра.

Наконец, пусть лингвистическая переменная P_T описывает величину T (время, оставшееся до сближения) с термами "Little" ("малое"), "Average" ("среднее") и "Large" ("большое") с функциями принадлежности типа "кластер":

$$v_{\text{Little}}(T) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(-a_1^T(T - c_1^T))};$$

$$v_{\text{Average}}(T) = \exp\left(-\frac{(T - c_2^T)^2}{a_2^T}\right);$$

$$v_{\text{Large}}(T) = \frac{1}{1 + \exp(-a_3^T(T - c_3^T))},$$

где a_1^T , c_1^T , a_2^T , c_2^T , a_3^T , c_3^T — настраиваемые параметры. Описание лингвистической переменной P_T тремя термами соответствует трем принятым в судоводительской практике значениям времени T [15]: время, когда существует возможность принять только одно решение, которое поможет избежать столкновения (терм "Little"); время, которое требу-

Система правил машины нечеткого вывода типа Сугено

Таблица 2

	P_f	P_D	P_T	и
1	Little	Maneuverable	Little	1
2	Little	Maneuverable	Average	0
3	Little	Maneuverable	Large	0
4	Little	Constant	Little	2
5	Little	Constant	Average	1
6	Little	Constant	Large	0
7	Big	Maneuverable	Little	0
8	Big	Maneuverable	Average	0
9	Big	Maneuverable	Large	0
10	Big	Constant	Little	0
11	Big	Constant	Average	0
12	Big	Constant	Large	0

ется для грамотного проведения оптимального маневра, когда уже можно начинать маневрирование, но еще есть время "исправить" результат ошибочного маневрирования, есть время на "вторую попытку (терм "Average"); время, когда пока не нужно предпринимать какие-либо действия, так как ситуация может измениться (терм "Large").

Величины *f*, *D* и *T* подаются на вход машины нечеткого вывода типа Сугено, на выходе которой формируется числовое значение $u \in [0, 2]$ — уровень опасности навигационной ситуации "судно судно"; значение u = 0 соответствует наименьшему уровню опасности, u = 2 — наибольшему. Машина нечеткого вывода реализует систему нечетких правил (табл. 2).

Правило 1 (табл. 2) соответствует ситуации, когда суда могут недопустимо сблизиться, но судоводитель скорее всего уже начал маневр уклонения (средний уровень опасности). Правила 4 и 5 соответствуют ситуации, когда суда могут недопустимо сблизиться, если не начнут маневр уклонения (правило 4 соответствует высокому уровню опасности). Обучение описанной нечеткой системы состоит в настройке параметров функций принадлежности и может быть проведено как экспертным способом, так и на обучающей выборке [16, 17]. Последний способ позволяет настроить параметры системы с учетом особенностей движения на конкретной акватории. Вместе с тем, формирование обучающей выборки для рассмотренной задачи достаточно трудоемко и само по себе требует привлечения экспертов. Поэтому здесь ограничимся только первым вариантом. При построении диаграммы "скорость-курс" множества значений вектора $v^{(1)}$, соответствующие различным уровням опасности, визуализируются, например, различными оттенками цветов.

Результаты численного моделирования задачи

Примем, что функции принадлежности термов переменных P_f и P_T имеют вид, представленный на рис. 3. При этом принимаются во внимание сле-

дующие соображения. Параметры a_f , c_f (рис. 3, a) выбраны так, чтобы учесть влияние ошибок измерений на определение отношения $f = \frac{\eta}{\theta}$; в идеале при f < 1 ситуация опасная, при f > 1 ситуация безопасная. Параметры a_1^T , c_1^T , a_2^T , c_2^T , a_3^T , c_3^T (рис. 3, δ) отражают правила и особенности судоходства на конкретной акватории с точки зрения времени принятия решения и совершения маневра уклонения.

Для демонстрации построения диаграммы "скорость—курс" с учетом различных уровней опасности ситуации рассмотрим модельный пример для трех судов (рис. 4). Одно из них — I — будем считать управляемым судном. Судно II находится в точке с относительными координатами (3000, 3000) м, движется прямолинейно и равномерно с вектором скорости (-5, -5) м/с; судно III — в точке с относительными координатами (1000, 400) м, движется с вектором скорости (-5, 0) м/с и маневрирует. Радиус корабельного домена всех судов равен 150 м.

Визуализация степени опасности возможных скоростей и курсов движения (диаграмма "скоростькурс") управляемого судна I для навигационной ситуации рис. 4 показана на рис. 5: рис. 5, а — значения вектора скорости, соответствующие дискретной оценке уровня опасности (табл. 1) при $T^* = 300$ с; светло-серая область соответствует средней степени опасности u = 1, темная область соответствует высокой степени опасности u = 2; рис. 5, δ — значения вектора скорости, соответствующие непрерывной оценке уровня опасности (табл. 2) с функциями принадлежности, представленными на рис. 3. При этом интенсивность оттенка серого цвета рисунка равна степени опасности $u \in [0, 2]$, деленной на 2. Оба варианта рис. 5, будучи представленными на рабочем месте оператора СУДС, позволяют наглядно оценить параметры безопасного движения судна и, в свою очередь, дать корректные рекомендации судоводителям.

Результаты натурных исследований

Было проведено моделирование предлагаемой методики визуализации опасных и безопасных параметров движения судна на данных о реальном движении судов [18]. На рис. 6 показано положение и скорости судов в заливе Находка. Темными кружками показаны покоящиеся суда, а также суда, движущиеся прямолинейно и равномерно. Светло-серыми кружками показаны маневрирующие суда. Длина стрелки соответствует скорости движения судна, направление стрелки — курсу судна. Выколотыми кружками (1, 2 и 3) показано моделируемое положение управляемых судов, для которых выполняется визуализация.

На рис. 7 показаны результаты визуализации опасных и безопасных возможных скоростей и курсов движения моделируемых управляемых судов *1—3* (рис. 6; примечание: некоторые суда-цели,



Рис. 3. Функции принадлежности термов переменных P_f и P_T . Рисунок (*a*): $\rho_{\text{Little}}(f)$ — сплошная, $\rho_{\text{Big}}(f)$ — штриховая. Рисунок (*b*): $\nu_{\text{Little}}(T)$ — сплошная, $\nu_{\text{Average}}(T)$ — штриховая, $\nu_{\text{Large}}(T)$ — пунктир



Рис. 4. Моделируемое расположение и скорости судов



Рис. 5. Визуализация опасных и безопасных скоростей и курсов движения для навигационной ситуации рис. 4



Рис. 6. Расположение судов в заливе Находка



тис. 7. визуализация опасных и осзопасных скоростей и кур движения для навигационной ситуации рис. 6

по которым также проводился расчет, находятся за границами рис. 6). Рис. 7, *a*, *б* соответствуют судну 1, рис. 7, *в*, *г* – судну 2, рис. 7, *д*, *е* – судну 3. При этом в первой колонке рис. 7 (рис. 7, а, в, д) показаны значения компонент вектора скорости моделируемого судна, соответствующие уровням опасности u = 1 (светло-серые области) и u = 2 (темные области), определенным трехуровневой моделью табл. 1 для порогового значения времени $T^* =$ = 300 с. Во второй колонке (рис. 7, δ , e, e) — значения компонент вектора скорости моделируемого судна, соответствующие различным уровням опасности, определенными нечеткой системой табл. 2 с функциями принадлежности, представленными на рис. 3; интенсивность оттенка серого цвета на рис. 7 равна степени опасности $u \in [0, 2]$, деленной на 2.

Видно, что, например, для судна 1 окружающая навигационная обстановка такова, что безопасным является лишь движение курсом северо-восток и юго-запад (рис. 7, a, δ); для судна 2 безопасный выход из залива на юг сильно затруднен, хотя и возможен (рис. 7, e, e); для судна 3 вполне возможно безопасное движение в сторону пирса на юго-восток, но при этом скорость движения должна быть невелика (рис. 7, d, e). В целом предлагаемая методика визуализации опасных и безопасных параметров движения управляемого судна применима как в береговых СУДС, так и в бортовой системе поддержки принятия решений, и позволяет решить задачу о выборе оператором СУДС и судоводителем той или иной траектории движения судна. Кроме того, по степени заполнения диаграммы "скорость—курс" элементами и насыщенности их цветов можно судить о психологической нагрузке на судоводителей в той или иной навигационной обстановке.

Заключение

В условиях высокой интенсивности трафика судоводителям и операторам СУДС требуются особые инструменты поддержки принятия решений. В работе предложен метод визуализации информации о навигационной обстановке на акватории, сочетающий в себе классические подходы Митрофанова [7] и Дегрэ, Лефевра [6] и комплекс математических моделей многоуровневой оценки риска опасного сближения судов [8—10]. Предложенный подход позволяет наглядно представлять информацию об опасных и безопасных параметрах движения судов на рабочем месте оператора СУДС и судоводителя. Одновременная визуализация полученных данных "на берегу" и "на борту" дает возможность обеспечить согласование действий оператора СУДС и судоводителя, что соответствует современной тенденции развития СУДС по пути углубления интеграции с судовыми системами и береговыми службами (е-навигация). Кроме того, разработанная модель представления информации о навигационной обстановке на акватории позволяет оценить эмоциональную нагрузку на судоводителей. Это открывает перспективную возможность постановки и решения задачи оценки степени опасности той или иной схемы движения конкретной акватории и выработки рекомендаций по изменению схемы движения в сторону менее опасных конфигураций.

Результаты работы ориентированы на расширение функций современных систем управления движением судов.

Список литературы

1. **Tam Ch. K., Bucknall R., Greig A.** Review of collision avoidance and path planning methods for ships in close range encounters // Journal of Navigation. 2009. Vol. 62, N. 3. P. 455–476.

2. Акмайкин Д. А., Хоменко Д. Б. Совместное определение параметров цели с помощью судовой РЛС и транспондера АИС // Эксплуатация морского транспорта. 2010. № 4. С. 48—51.

3. Сметанин С. И., Игнатюк В. А., Евстифеев А. А. Способ реализации программной веб-части системы спутникового мониторинга // Информационные технологии. 2015. Т. 21, № 6. С. (in Russian).448—455.

4. Huges C. T. When is a VTS is not a VTS // Journal of Navigation. 2009. Vol. 62, N. 3. P. 439-442.

5. Малеев П. И., Леденев Н. И. Особенности, состояние и перспективы развития е-навигации морских объектов // Навигация и гидрография. 2012. № 33. С. 16—20. 6. Degre T., Lefevre X. A collision avoidance system // Journal of Navigation. 1981. Vol. 34. P. 294–302.

7. Mitrofanov O. An anti-collision indicator // Journal of Navigation. 1968. Vol. 21. Р. 163—170.
8. Гриняк В. М., Девятисильный А. С. Прогнозирование

8. **Гриняк В. М., Девятисильный А. С.** Прогнозирование опасных ситуаций при управлении движением на море // Известия РАН. Теория и системы управления. 2004. № 3. С. 127–136.

9. Гриняк В. М., Девятисильный А. С. Система экспертного оценивания состояния навигационной безопасности морской акватории на основе нейро-нечеткой сети // Проблемы управления. 2015. № 4. С. 58—65.

10. Гриняк В. М., Девятисильный А. С. Нечеткая система распознавания опасного сближения судов на морских акваториях // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2014. № 11. С. 36—42.

гий. 2014. № 11. С. 36-42. 11. **Szlapczynski R., Szlapczynska J.** A target information display for visualising collision avoidance manoeuvres in various visibility conditions // Journal of Navigation. 2015. Vol. 68. P. 1041-1055.

12. Бурмака А. И. Стратегия расхождения судов в ситуации чрезмерного сближения // Вестник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. 2014. № 1. С. 20–22.

13. Дорожко В. М., Лебедева А. Н. Экспертные представления об основных ситуационных моделях коллективного движения судов // Проблемы управления. 2006. № 4. С. 43—49.

14. Девятисильный А. С., Дорожко В. М., Гриняк В. М. Информационно-технологические аспекты обеспечения безопасности движения на морских акваториях // Научно-техническая информация. Сер. 2: Информационные процессы и системы. 2003. № 7. С. 11–14.

15. **Коноплев М. А.** Применение аппарата нечеткой логики для определения уровня опасности столкновения // Эксплуатация морского транспорта. 2009. № 2. С. 34—39.

16. Бобырь М. В. Влияние числа правил на обучение нечетко-логической системы // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2014. № 11. С. 28—35.

17. **Лелеков С. Г., Лях А. М.** Нечеткий вывод в адаптивных таксономических экспертных системах // Информационные технологии. 2015. Т. 21, № 12. С. 890—895.

18. Головченко Б. С., Гриняк В. М. Информационная система сбора данных трафика морской акватории // Научно-техническая информация. Сер. 2: Информационные процессы и системы. 2014. № 8. С. 24—28.

Expert System for Evaluation and Visualization of the Parameters of the Marine Traffic Safety

V. M. Grinyak, victor.grinyak@gmail.com,

Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690922, Russian Federation,

O. A. Goroshko, olga.goroshko@vvsu.ru,

Vladivostok State University of Economics and Service, Vladivostok, 690014, Russian Federation, **A. S. Devyatisilny,** devyatis@iacp.dvo.ru,

Institute of Automation and Control Processes, FEBRAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation

Corresponding author: Devyatisilny Aleksandr S., D. Sc., Chief Researcher, Institute of Automation and Control Processes, FEBRAS,

e-mail: devyatis@iacp.dvo.ru

Received on May 30, 2016 Accepted on June 24, 2016

The topic of the paper is the problem of marine traffic control. A model of a relative motion of two vessels is considered. Marine traffic control is an exceptionally large scientific and technical challenge. In practice, such control is implemented by the onshore vessel traffic systems (VTSs), i.e., by specialized companies, whose main task is to prevent dangerous situations, such as ship collisions. Estimation of the parameters of the path of the motion of each vessel (coordinates, velocity, etc.) and their extrapolation are the methodological basis for recognition of the dangerously close approach of vessels. If the vessels are identified to be approaching each other dangerously, the traffic control system generates an alarm and recommendations to modify their motion paths. The control decision, which ensures the traffic safety, depends on a number of factors: the velocity of the vessels, the distance between them, their size, maneuverability, and the characteristics of their paths. The prediction of the shipping traffic always has an element of uncertainty, which requires a formalization of the verbal concept of a "dangerous situation" with the identification of different danger levels such as "very dangerous," "dangerous," and "safe." The danger levels are determined on the basis of the experience and navigation practice. This approach allows the ship driver and the coastal VTS operator to control their actions: to make different types of decisions in the situations with different danger levels and, thereby, to reduce the degree of uncertainty in making specific decisions. This paper is devoted to the study of a collision avoidance system for ships, which makes it possible to detect dangerous situations and estimate the danger level by a continuous value using the ideas of the fuzzy logic systems. The paper introduces a new approach to displaying information on targets. The proposed display visualizes three types of information: targets' motion parameters (typical for target tracking), combinations of the own course and speed, of colliding with those targets (typical for Collision Threat Parameters Area display by Mitrofanov and Degree, Lefevre model) and combinations of the own course and speed, which in this case are not compliant with the fuzzy logic risk assessment systems (based on the ships' motion parameters). A superposition of the last two types of data enables a navigator to quickly choose a collision avoidance maneuver, which would be sufficient. Additionally, the displayed data may be filtered on the basis of the remaining Time To Collision (TTC), so that the navigators can concentrate on the direct threats. The paper includes a description of the proposed visualization technique, as well as examples of the visualized data for some encounter situations in Nakhodka Bay.

Keywords: vessel traffic control, collision avoidance, trace, ship maneuver, fuzzy system

 Acknowledgements: This work was supported by RFBR grant, project 15-08-00234
 Traffic Safety, Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2017, vol. 18, no. 2, pp. 127–134.

 For citation:
 DOI: 10.17587/mau.18.127-134

 Grinyak V. M., Goroshko O. A., Devyatisilny A. S. Expert System for Evaluation and Visualization of the Parameters of the Marine
 DOI: 10.17587/mau.18.127-134

References

1. Tam Ch. K., Bucknall R., Greig A. Review of collision avoidance and path planning methods for ships in close range encounters, *Journal of Navigation*, 2009, vol. 62, no. 3, pp. 455–476.

2. Akmaykin D. A., Homenko D. B. Sovmestnoye opredeleniye parametrov tseli s pomoshyu sudovoy RLS I transpondera AIS (The joint definition of the parameters of the goal with the help of the ship's radar and AIS transponder), *Ekspluatatsiya morskogo transporta*, 2010, no. 4, pp. 48–51 (in Russian).

3. Smetanin S. I., Ignatyuk V. A., Evstifeev A. A. Sposob realisatsii programmnoy veb-chasti sistemy sputnikovogo monitoring (The method for implementing the program Web Parts satellite monitoring system), *Informatsionniye tehnologii*, 2015, vol. 21, no. 6, pp. 448–455 (in Russian).

4. Huges C. T. When is a VTS is not a VTS, *Journal of Navigation*, 2009, vol. 62, no. 3, pp. 439–442.

5. Maleev P. I., Ledenev N. I. Osobennosti, sostoyaniye I perspektivi rasvitiya e-navigatsii morskih objektov (Features, the state and prospects of development of e-navigation offshore facilities), Navigatsiya i Gidrografiya, 2012, no. 33, pp. 16–20 (in Russian).

6. **Degre T., Lefevre X.** A collision avoidance system, *Journal of Navigation*, 1981, vol. 34, pp. 294–302.

7. **Mitrofanov O.** An anti-collision indicator, *Journal of Navigation*, 1968, vol. 21, pp. 163–170.

8. Grinyak V. M., Devyatisilny A. S. *Prognosirovaniye opasnih* situatsiy pri upravlenii dvizheniyem na more (Prediction of dangerous situations in the management of sea traffic), *Izvestiya RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 2004, no. 3, pp. 127–136 (in Russian).

9. Grinyak V. M., Devyatisilny A. S. Sistema ekspertnogo otsenivaniya sostoyaniya navigatsionnoy besopasnosti morskoy akvatorii na osnove neyro-nechetkoy seti (Expert estimation of navigation safety system state marine waters based on neuro-fuzzy network), Problemy Upravleniya, 2015, no. 4, pp. 58–65 (in Russian).

10. Grinyak V. M., Devyatisilny A. S. Nechetkaya sistema rasposnavaniya opasnogo sblizheniya sudov na morskih akvatoriyah (Fuzzy dangerous proximity detection system on ships offshore), Vestnik Ko*mputernih i Informatsionnih Tehnologiy*, 2014, no. 11, pp. 36–42 (in Russian).

11. Szlapczynski R., Szlapczynska J. A target information display for visualising collision avoidance manoeuvres in various visibility conditions, *Journal of Navigation*, 2015, vol. 68, pp. 1041–1055.

12. Burmaka A. I. Strategiya rashozhdeniya sudov v situatsii chresmernogo sblizheniya (Strategy vessels differences in the situation of excessive proximity), Vestnik Gosudarstvennogo Universiteta Morskogo i Rechnogo Flota Imeni Admiral S. O. Makarova, 2014, no. 1, pp. 20–22 (in Russian).

13. **Dorozhko V. M., Lebedeva A. N.** *Ekspertniye predstavleniya ob* osnovnikh situatsionnih modelyah kollektivnogo dvizheniya sudov (Expert understanding of the basic situational models of collective movements of ships), Problemy Upravleniya, 2006, no. 4, pp. 43–49 (in Russian).

14. Devyatisilny A. S., Dorozhko V. M., Grinyak V. M. Informatsionno-tehnologicheskiye aspecty obespecheniya besopasnosti dvizheniya na morskih akvatoriyah (Information-technological aspects of safety in the offshore), Nauchno-Tehnicheskaya Informatsiya. Seriya 2: Informatsionniye Processy i Sistemy, 2003, no. 7, pp. 11–14 (in Russian).

15. **Konoplev M. A.** Primeneniye apparata nechetkoy logiki dlya opredeleniya urovnya opasnosti stolknoveniya (Application of Fuzzy Logic to determine the level of danger of collision), *Ekspluatatsiya Morskogo Transporta*, 2009, no. 2, pp. 34–39 (in Russian).

16. **Bobyr M. V.** Vliyaniye chisla pravil na obucheniye nechetkologicheskoy sistemy (The impact of the rules on the training of fuzzy logic system), Vestnik Komputernih i Informatsionnih Tehnologiy, 2014, no.11, pp. 28–35.

17. Lelekov C. G., Lyah A. M. Nechetkiy vivod v adaptivnih taksonomicheskih ekspertnih sistemah, Informatsionniye tehnologii (Fuzzy adaptive output in taxonomic expert systems), 2015, vol. 21, no. 12, pp. 890–895 (in Russian).

18. Golovchenko B. S., Grinyak V. M. Informatsionnaya sistema sbora dannyh trafika morskoy akvatorii (Information system of sea area of traffic data collection), Nauchno-Tehnicheskaya Informatsiya. Seriya 2: Informatsionniye Processy i Sistemy, 2014, no. 8, pp. 24–28 (in Russian).

УДК 629.78

DOI: 10.17587/mau.18.134-143

Я. Г. Сапунков, канд. физ.-мат. наук, доц., **А. В. Молоденков**, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., iptmuran@san.ru, Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов

Алгоритм оптимального по энергии разворота осесимметричного космического аппарата в классе конических движений

Рассматривается задача оптимального в смысле минимума энергетических затрат разворота космического аппарата как твердого тела с одной осью симметрии в кватернионной постановке. С помощью замен переменных исходная задача упрощается (в смысле динамических уравнений Эйлера) до задачи оптимального разворота твердого тела со сферическим распределением масс, содержащей одно дополнительное скалярное дифференциальное уравнение. Для этой задачи представлено новое аналитическое решение в классе конических движений, при этом возникают ограничения на вид начального и конечного значений вектора угловой скорости. Дается алгоритм оптимального разворота космического аппарата. Приводится числовой пример.

Ключевые слова: оптимальное управление, космический аппарат, осесимметричное твердое тело, коническое движение

Введение

Построение управления пространственной переориентацией космического аппарата (КА) как твердого тела в традиционной постановке включает задачи нахождения программного углового движения (разворота), программного управления и поиска управления, стабилизирующего программу углового движения в малом. Задача расчета программного углового движения и реализующего его управления во многих случаях решается с помощью методов теории оптимального управления. Точное аналитическое решение этой задачи для наиболее часто используемых функционалов оптимизации при произвольных граничных условиях по угловому положению и угловой скорости КА не найдено даже в случае сферической симметрии КА, не говоря уже о его произвольной динамической конфигурации. Известны лишь некоторые частные случаи решения задачи (см., например, работы [1—11], среди которых по приоритету в отечественных исследованиях следует выделить работы [1, 3, 4], а также [5—9, 11]); в общем случае приходится рассчитывать только на приближенные численные методы. Между тем аналитическое решение задачи оптимального разворота КА (твердого тела) в замкнутой форме имеет не только теоретический, но и большой практический интерес, так как позволяет использовать на борту КА готовые законы программного управления и изменения оптимальной траектории.

В настоящей статье (разделы 1—5 и приложение) рассматривается задача оптимального в смысле минимума энергетических затрат разворота КА как твердого тела с одной осью симметрии при произвольных граничных условиях по угловому положению и угловой скорости КА без ограничения на управление. Время переориентации КА произвольно и зафиксировано. С помощью замен переменных исходная задача упрощается (в смысле динамических уравнений Эйлера) до задачи оптимального разворота твердого тела со сферическим распределением масс, содержащей одно дополнительное скалярное дифференциальное уравнение. С использованием кватернионов и принципа максимума Л. С. Понтрягина получено новое аналитическое решение этой задачи в классе конических движений. Представлено явное выражение для оптимального управления и постоянного по модулю оптимального вектора угловой скорости КА. Траектория движения осесимметричного КА представляет собой регулярную прецессию (в этом отличие предлагаемого решения от работы [4]). Векторы начального и конечного значений угловой скорости КА должны принадлежать конической поверхности, порождаемой произвольно заданными постоянными условиями задачи. В разделе 6 приводится числовой пример решения задачи оптимальной в смысле минимума энергетических затрат переориентации КА с одной осью симметрии в классе конических движений (в виде регулярной прецессии).

Статья продолжает исследования, начатые в работах [11—14]. Отметим, что в работе [11] были получены аналитические решения традиционной и модифицированной задач оптимального в смысле минимума энергетических затрат разворота сферически-симметричного КА в классах конических и обобщенных конических движений. В работах [12, 13] получены аналитические алгоритмы решения задач оптимального по быстродействию и в смысле комбинированного функционала разворотов сферически-симметричного КА в классе конических движений. В работе [14] предложено аналитическое приближенное решение задачи оптимального по энергии разворота КА (твердого тела) произвольной динамической конфигурации при произвольных граничных условиях.

1. Постановка задачи

Движение КА с одной осью симметрии вокруг центра масс описывается дифференциальными уравнениями [1]:

$$2\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{L} \circ \mathbf{w}; \tag{1.1}$$

$$I_1 \dot{w}_1 = M_1;$$

$$I_2 \dot{w}_2 = M_2 - (I_1 - I_2) w_1 w_3;$$

$$I_2 \dot{w}_3 = M_3 + (I_1 - I_2) w_1 w_2,$$

(1.2)

где $\mathbf{L}(t) = l_0(t) + l_1(t)i_1 + l_2(t)i_2 + l_3(t)i_3$ (кватернион поворота KA), $\mathbf{w}(t) = w_1(t)\mathbf{i}_1 + w_2(t)\mathbf{i}_2 + w_3(t)\mathbf{i}_3$ (вектор угловой скорости КА) — фазовые координаты; $\mathbf{M}(t) = [M_1(t), M_2(t), M_3(t)]^{\mathrm{T}} - (\mathrm{вектор \ внешнего \ мо-}$ мента, действующего на КА) — управление. Кватернион **L**(*t*) нормирован, т.е. $\|\mathbf{L}\| = l_0^2 + l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 = 1$, *i*₁, *i*₂, *i*₃ — орты гиперкомплексного пространства (мнимые единицы Гамильтона), которые можно идентифицировать с ортами трехмерного векторного пространства i_1, i_2, i_3 , символ " \circ " означает кватернионное умножение. Фазовые координаты и управление подчинены требованиям задачи понтрягинского типа ($\mathbf{L}(t)$, $\mathbf{w}(t)$ — функции непрерывные, M(t) — кусочно-непрерывная функция). В динамических уравнениях Эйлера (1.2) для твердого тела (КА) с одной осью симметрии (направленной в нашем случае вдоль орта i₁ связанной с КА системы координат) I₁, I₂ — главные центральные моменты инерции твердого тела, I_1 , $I_2 = \text{const} > 0$.

В начальный t = 0 и в конечный t = T моменты времени заданы произвольные граничные условия по угловому положению

$$\mathbf{L}(0) = \mathbf{L}_0, \ \mathbf{L}(T) = \mathbf{L}_T \tag{1.3}$$

и угловой скорости КА

$$\mathbf{w}(0) = \mathbf{w}_0, \, \mathbf{w}(T) = \mathbf{w}_T. \tag{1.4}$$

Требуется определить оптимальное управление $\mathbf{M}^{\text{опт}}(t)$ системой (1.1),(1.2) при граничных условиях (1.3), (1.4), доставляющее минимум функционалу

$$J = \int_{0}^{T} (M_1^2 + M_2^2 + M_3^2) dt, \qquad (1.5)$$

где время Т произвольно и зафиксировано.

Следуя работе [15], можно полагать, что функционал (1.5) пропорционален энергетическим затратам на создание управляющего момента КА.

2. Переход к безразмерным переменным

Перейдем от размерных переменных задачи к безразмерным по формулам

$$t^{6e3pa3} = t/T, \mathbf{w}^{6e3pa3} = \mathbf{w}T, \mathbf{M}^{6e3pa3} = \mathbf{M}T^2/I^{\text{Macuu}},$$
$$J^{6e3pa3} = JT^3/(I^{\text{Macuu}})^2, I_k^{6e3pa3} = I_k/I^{\text{Macuu}}, k = 1, 2,$$
$$I^{\text{Macuu}} = ((I_1^2 + 2I_2^2)/3)^{1/2},$$

при этом вид формул (1.1)—(1.4) не изменится, а функционал (1.5) запишется следующим образом:

$$J = \int_{0}^{1} (M_1^2 + M_2^2 + M_3^2) dt.$$
 (2.1)

Далее будем иметь в виду постановку задачи (1.1)-(1.4) (где T = 1), (2.1) в безразмерных переменных, и верхние индексы у них будут опущены.

2. Замены переменных

В целях упрощения (в смысле динамических уравнений Эйлера) задачи (1.1)—(1.4), (2.1) осуществим замены переменных аналогично выполненным в работах [16, 17], сводящие исходную задачу к задаче оптимального разворота твердого тела со сферическим распределением масс. Для этого перепишем уравнения (1.2) в виде

$$\dot{w}_1 = m_1;$$

 $\dot{w}_2 = b_1 m_1 - b w_1 w_3;$
 $\dot{w}_3 = b_1 m_3 - b w_1 w_2,$

где $m_1 = M_1/I_1, m_2 = M_2/I_1, m_3 = M_3/I_1, b = (I_1 - I_2)/I_2,$ $b_1 = I_1/I_2.$

Заменим переменные w_1 , w_2 , w_3 на новые переменные ω_1 , ω_2 , ω_3 :

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta(t) & -\sin\theta(t) \\ 0 & \sin\theta(t) & \cos\theta(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

тогда уравнения (1.2) преобразуются следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 \cos\theta(t) & b_1 \sin\theta(t) \\ 0 & b_1 \sin\theta(t) & b_1 \cos\theta(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

или в кватернионной записи

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \widetilde{\mathbf{B}} \circ b_1 \mathbf{m} \circ \mathbf{B}; \qquad (3.3)$$

$$\mathbf{B}(t) = \exp\{\mathbf{i}_1 \theta(t)/2\},\tag{3.4}$$

где "~" — сопряжение кватерниона, "**ехр**{.}" — кватернионная экспонента,

$$\Theta(t) = b_2 \int_0^t \omega_1(\tau) d\tau, \qquad (3.5)$$

 $b_2 = b b_1^{-1} = 1 - I_2/I_1 = 1 - b_1^{-1}$. Отметим, что $|\mathbf{B}(t)| = 1, \ \forall t.$

Кватернионное уравнение углового движения КА (1.1) при этом запишется в виде

$$2\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{L} \circ \mathbf{B} \circ (b_1^{-1} \omega_1 \mathbf{i}_1 + \omega_2 \mathbf{i}_2 + \omega_3 \mathbf{i}_3) \circ \widetilde{\mathbf{B}}, \quad (3.6)$$

где кватернион В определяется соотношением (3.4).

С учетом первого уравнения системы (3.2) и начального условия по угловой скорости КА (1.4) уравнение (3.3) можно переписать следующим образом:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \widetilde{\boldsymbol{\beta}} \circ b_1 \mathbf{m} \circ \boldsymbol{\beta}; \qquad (3.7)$$

$$\boldsymbol{\beta}(t) = \exp\left\{\mathbf{i}_1 b_2 \int_0^t \left(\int_0^\tau m_1(\xi) d\xi + w_{0_1}\right) d\tau/2\right\}.$$
 (3.8)

Нелинейное выражение, стоящее в правой части уравнения (3.7) и зависящее только от переменных $m_k(t)$, $k = \overline{1, 3}$, примем за новое управление **u**(*t*):

$$\mathbf{u} = \widetilde{\boldsymbol{\beta}} \circ b_1 \mathbf{m} \circ \boldsymbol{\beta}, \qquad (3.9)$$

где β определяется выражением (3.8). Отметим, что $u_1(t) = b_1 m_1(t)$, и, поэтому, в замене переменных (3.9) всегда можно совершить обратный ход: по новой векторной переменной **u**(*t*) (когда она будет известна) восстановить управление **m**(*t*) задачи (1.1)—(1.4), (2.1).

Модуль вектора нового управления связан с модулем вектора управляющего момента КА следующим образом:

$$|\mathbf{u}| = |\widetilde{\boldsymbol{\beta}} \circ b_1 \mathbf{m} \circ \boldsymbol{\beta}| =$$
$$= b_1 |\widetilde{\boldsymbol{\beta}} ||\mathbf{m}||\boldsymbol{\beta}| = b_1 |\mathbf{m}| = b_1 |\mathbf{M}| / I_1 = |\mathbf{M}| / I_2.$$

Исходя из (3.6) осуществим еще одну замену переменных:

$$\mathbf{L} = \mathbf{\Lambda} \circ \mathbf{B}, \qquad (3.10)$$

где $\Lambda = \Lambda(t)$ — новая кватернионная переменная, описывающая угловое положение КА.

С учетом всех указанных выше замен переменных задача оптимального разворота КА (1.1)-(1.4), (2.1) примет вид

$$2\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}; \tag{3.11}$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{u}; \tag{3.12}$$

$$\dot{\theta} = b_2 \omega_1; \qquad (3.13)$$

$$\theta(0) = 0; \tag{3.14}$$

$$\boldsymbol{\omega}(0) = \boldsymbol{\omega}_0 = b_1 w_{0_1} \mathbf{i}_1 + w_{0_2} \mathbf{i}_2 + w_{0_3} \mathbf{i}_3;$$

$$\boldsymbol{\omega}(T) = \boldsymbol{\omega}_T =$$

$$= \widetilde{\mathbf{B}} (\theta(T)) \circ (b_1 w_{T_1} \mathbf{i}_1 + w_{T_2} \mathbf{i}_2 + w_{T_3} \mathbf{i}_3) \circ \mathbf{B}(\theta(T)); (3.15)$$

$$\mathbf{\Lambda}(0) = \mathbf{\Lambda}_0 = \mathbf{L}_0, \ \mathbf{\Lambda}(T) = \mathbf{\Lambda}_T = \mathbf{L}_T \circ \mathbf{B}(\theta(T)), \ T = 1; \ (3.16)$$

$$J = I_2^2 \int_0^1 \mathbf{u}^2 dt \to \min, \qquad (3.17)$$

где w_{0_1} , w_{0_2} , w_{0_3} , w_{T_1} , w_{T_2} , w_{T_3} — компоненты

вектора $\mathbf{w}(t) = [w_1(t), w_2(t), w_3(t)]^{\mathrm{T}}$ в начальный и конечный моменты времени соответственно, а кватернион **B**($\theta(T)$) определяется по формуле (3.4).

Из этой задачи найдем оптимальные управление $\mathbf{u}^{\text{опт}}$ и траекторию $\Lambda^{\text{опт}}$, $\omega^{\text{опт}}$. Как видно, векторное дифференциальное уравнение (3.12) имеет структуру, соответствующую динамическим уравнениям Эйлера для сферически симметричного твердого тела. Это существенно облегчает исследование задачи.

Далее будем рассматривать задачу (3.11)—(3.17).

4. Применение принципа максимума

Выполним процедуру принципа максимума Л. С. Понтрягина [1, 18]. Введем вспомогательные функции $\Psi(t)$ (кватернион), $\varphi(t)$ (вектор) и $\rho(t)$, сопряженные к фазовым координатам $\Lambda(t)$, $\omega(t)$ и θ(*t*). Составим функцию Гамильтона—Понтрягина

$$H = -\psi^* I_2^2 \mathbf{u}^2 + (\Psi, \mathbf{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega})/2 + (\boldsymbol{\varphi}, \mathbf{u}) + b_2 \omega_1 \rho, (4.1)$$

где постоянная $\psi^* \ge 0$, а (.,.) — скалярное произведение векторов.

Будем рассматривать невырожденные решения краевой задачи принципа максимума, для которых $\psi^* > 0$. В силу однородности функции Гамильтона-Понтрягина Н [18] в формуле (4.1) положим $\psi^* I_2^2 = 1.$

Сопряженная система имеет вид

$$\begin{cases} 2\dot{\Psi} = \Psi \circ \omega; \\ \dot{\rho} = 0; \\ \dot{\phi} = -\text{vect}(\widetilde{\Lambda} \circ \Psi)/2 - b_2 \rho \mathbf{i}_1, \end{cases}$$
(4.2)

где vect(.) обозначает векторную часть кватерниона. Построение которых приведено в Приложении.

Как видно, уравнения для переменных Ψ и Λ совпадают с точностью до константы. Используя этот факт и введя обозначение [1]

$$\mathbf{p} = \operatorname{vect}(\widetilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{\Psi}) = \widetilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{c}_{v} \circ \mathbf{\Lambda}, \qquad (4.3)$$

где **с**_v — произвольная векторная постоянная, сопряженную систему запишем в виде

$$\begin{cases} \mathbf{p} = \widetilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{c}_{v} \circ \mathbf{\Lambda}, \ \rho = \rho_{0} = \text{const}; \\ \dot{\mathbf{\phi}} = -\mathbf{p}/2 - b_{2}\rho_{0}\mathbf{i}_{1}. \end{cases}$$
(4.4)

Следует отметить, что применение этого приема [1], основанного на самосопряженности дифференциальной кватернионной системы уравнений (3.11) (замена кватернионной сопряженной переменной Ψ на векторную переменную **р** (3.3)), позволяет понизить размерность краевой задачи, получаемой после применения принципа максимума, на четыре.

Условие максимума функции Гамильтона—Понтрягина (4.1) дает следующую структуру оптимального управления:

$$\mathbf{u}^{\mathrm{OIIT}} = \mathbf{\phi}/2. \tag{4.5}$$

Как видно, вектор-функция управления в задаче носит непрерывный характер.

Из соотношений (3.11), (3.12), (4.4), (4.5) имеем:

$$\dot{\mathbf{p}} = [\mathbf{p}, \,\boldsymbol{\omega}]; \tag{4.6}$$

$$\mathbf{p} = -4\ddot{\boldsymbol{\omega}} + 2b_2\rho_0\mathbf{i}_1,\tag{4.7}$$

где [.,.] означает векторное произведение.

Подставляя выражение (4.7) в (4.6), получим

$$\ddot{\boldsymbol{\omega}} = [\ddot{\boldsymbol{\omega}} - b_2 \rho_0 \mathbf{i}_1 / 2, \, \boldsymbol{\omega}]. \tag{4.8}$$

Таким образом, оптимальная угловая скорость твердого тела на всем интервале времени движения удовлетворяет векторному дифференциальному уравнению третьего порядка (4.8). Решение поставленной задачи оптимального управления сводится, тем самым, к решению краевой задачи (3.11), (4.8), (3.13) - (3.16).

Из постановки задачи видно, что конечные значения фазовых координат $\Lambda(t)$, $\omega(t)$ не являются фиксированными величинами, а принадлежат многообразию, определяемому выражениями (3.5), (3.15), (3.16). Поэтому для фазовых координат **Л**(t),ω(t), θ(t) и сопряженных переменных Ψ(t), φ(t), $ρ_0$ в момент времени t = T = 1 выполняются условия трансверсальности:

$$\operatorname{scal}(\widetilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{\Psi}(t)) = 0,$$
 (4.9)

где scal(.) обозначает скалярную часть кватерниона. и

$$\rho_0 + p_1(T)/2 + \varphi_2(T)\omega_3(T) - \varphi_3(T)\omega_2(T) = 0, (4.10)$$

Относительно условия (4.9) отметим, что оно выполняется автоматически при переходе к вектору сопряженных переменных **р** (4.3). Условие (4.10) вытекает из первого интеграла задачи (3.11)—(3.17), (4.2)—(4.8), который справедлив для оптимального управления и оптимальной траектории и получается на основе выражений (3.12), (4.4)—(4.6). Покажем это.

Из соотношений (3.12), (4.5) следует, что $[\dot{\boldsymbol{\omega}}, \boldsymbol{\varphi}] = 0$, $\forall t \in [0, T]$. Тогда с учетом выражения для $\dot{\boldsymbol{\varphi}}$ (4.4) и $\dot{\boldsymbol{p}}$ (4.6) можем записать

$$\dot{\omega}_2 \phi_3 - \dot{\omega}_3 \phi_2 + \omega_2 \dot{\phi}_3 - \omega_3 \dot{\phi}_2 = \dot{p}_1/2$$

или

$$p_1(t)/2 + \omega_3(t)\varphi_2(t) - \omega_2(t)\varphi_3(t) =$$

= const = ρ_0 , $\forall t \in [0, T]$. (4.11)

Это выражение и есть первый интеграл задачи (3.11)—(3.17), (4.2)—(4.8).

5. Аналитическое решение задачи оптимального разворота КА в классе конических движений

Будем искать решение уравнений (3.11), (4.8) в классе конических движений. Для этого оптимальную угловую скорость КА представим в виде

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \mathbf{i}_1 \boldsymbol{\gamma} + \alpha \, \widetilde{\mathbf{e}}_{\delta} \, \circ \, (\mathbf{i}_2 \sin \Omega t + \mathbf{i}_3 \cos \Omega t) \, \circ \, \mathbf{e}_{\delta}, \quad (5.1)$$

где α , δ , γ , Ω — неопределенные постоянные, а $\mathbf{e}_{\delta} = = \exp{\{\mathbf{i}_1 \delta/2\}}$.

Последовательно дифференцируя уравнение (5.1) три раза по переменной *t*, получим:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \alpha \Omega \, \widetilde{\boldsymbol{e}}_{\delta} \, \circ \, (\boldsymbol{i}_2 \cos \Omega t - \boldsymbol{i}_3 \sin \Omega t) \, \circ \, \boldsymbol{e}_{\delta}; \qquad (5.2)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\omega}} = -\alpha \Omega^2 \, \widetilde{\boldsymbol{e}}_{\delta} \circ (\boldsymbol{i}_2 \sin \Omega t - \boldsymbol{i}_3 \cos \Omega t) \circ \boldsymbol{e}_{\delta}; \qquad (5.3)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\omega}} = -\alpha \Omega^3 \, \tilde{\mathbf{e}}_{\delta} \, \circ \, (\mathbf{i}_2 \cos \Omega t - \mathbf{i}_3 \sin \Omega t) \, \circ \, \mathbf{e}_{\delta}. \tag{5.4}$$

Подставляя выражения (5.1)—(5.4) в (4.8) и учитывая выражения (3.12), (4.5), (4.11), убедимся в выполнении равенства в (4.8); при этом

$$\gamma = \Omega - b_2 \alpha^2 / ((1 + b_2)\Omega), \rho_0 = 2\alpha^2 \Omega / (1 + b_2).$$
 (5.5)

Отметим, что

$$\vec{\boldsymbol{\omega}} = [\vec{\boldsymbol{\omega}} - b_2 \rho_0 \mathbf{i}_1/2, \, \boldsymbol{\omega}] = = ((\vec{\boldsymbol{\omega}} - b_2 \rho_0 \mathbf{i}_1/2) \circ \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \circ (\vec{\boldsymbol{\omega}} - b_2 \rho_0 \mathbf{i}_1/2))/2.$$

Траектория движения КА при угловой скорости (5.1) из соотношений (3.11), (3.16) находится явно и имеет вид регулярной прецессии:

$$\mathbf{\Lambda}(t) = \mathbf{\Lambda}_0 \circ \widetilde{\mathbf{e}}_{\delta} \circ \exp\{(\mathbf{i}_3 \alpha + \mathbf{i}_1(\gamma - \Omega))t/2\} \circ \\ \circ \exp\{\mathbf{i}_1(\Omega t + \delta)/2\}.$$
(5.6)

Вектор оптимального управления **u** определяется из формул (3.12), (5.2).

Возвращаясь к исходным безразмерным переменным задачи (1.1)—(1.4), (2.1), запишем окончательные выражения для вектора оптимальной угловой скорости:

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{i}_1 b_1^{-1} \gamma + \alpha (\mathbf{i}_2 \sin((\Omega - b_2 \gamma)t + \delta) + \mathbf{i}_3 \cos((\Omega - b_2 \gamma)t + \delta)), \qquad (5.7)$$

кватерниона оптимальной траектории

$$\mathbf{L}(t) = \mathbf{L}_0 \circ \widetilde{\mathbf{e}}_{\delta} \circ \exp\{(\mathbf{i}_3 \alpha + \mathbf{i}_1(\gamma - \Omega))t/2\} \circ \\ \circ \exp\{\mathbf{i}_1(b_2 \gamma + \Omega)t + \delta))/2\}$$
(5.8)

и вектора оптимального управляющего момента КА

$$\mathbf{M}(t) = I_2 \alpha \Omega(\mathbf{i}_2 \cos((\Omega + b_2 \omega_1)t - \delta) - \mathbf{i}_3 \sin((\Omega + b_2 \omega_1)t - \delta)), \qquad (5.9)$$

где γ определяется первым из выражений (5.5). При t = 0 из соотношения (5.7) имеем

$$\mathbf{w}(0) = \mathbf{i}_1 b_1^{-1} \left(\Omega - b_2 \alpha^2 / ((1 + b_2) \Omega) \right) + + \alpha (\mathbf{i}_2 \sin \delta + \mathbf{i}_3 \cos \delta).$$
(5.10)

При t = T = 1 из выражений (5.7), (5.8), (1.3) имеем:

$$\mathbf{w}(T) = \mathbf{i}_1 b_1^{-1} (\Omega - b_2 \alpha^2 / ((1 + b_2)\Omega)) + + \alpha (\mathbf{i}_2 \sin((\Omega - b_2 \gamma) T + \delta)) + \mathbf{i}_3 \cos((\Omega - b_2 \gamma) T + \delta)), (5.11)$$

$$\operatorname{vect}(\widetilde{\mathbf{e}}_{\delta} \circ \exp\{(\mathbf{i}_{3}\alpha + \mathbf{i}_{1}b_{2}\alpha^{2}/((1+b_{2})\Omega))T/2\} \circ$$
$$\circ \exp\{\mathbf{i}_{1}(\Omega T(1+b_{2})-b_{2}\alpha^{2}T/((1+b_{2})\Omega))+\delta)/2\} \circ$$
$$\circ \widetilde{\mathbf{L}}_{T} \circ \mathbf{L}_{0}) = 0.$$
(5.12)

В выражения (5.10)—(5.12) входят три произвольные постоянные α , δ , Ω . Определяя их из системы трех нелинейных алгебраических уравнений (5.12), удовлетворим граничные условия по угловому положению КА (1.3) (α , δ , Ω будут зависеть от компонент кватернионов L₀, L₇, главных центральных моментов инерции КА (твердого тела) I_1 , I_2 и времени переориентации T = 1). Из-за недостаточного числа произвольных постоянных в решении задачи на величины w₀, w_T (1.4) налагаются требования вида (5.10), (5.11).

Таким образом, в случаях, когда на граничные условия по угловой скорости КА наложены ограничения вида (5.10), (5.11) (это означает, что вектор угловой скорости **w**(*t*) на всем интервале времени движения принадлежит некоторой конической поверхности, определяемой в пространстве заданными постоянными задачи I_1 , I_2 , T = 1, \mathbf{L}_0 , \mathbf{L}_T), траектория углового движения осесимметричного КА находится в классе конических движений и определяется явными аналитическими выражениями (5.7), (5.8), управляющий момент КА определяется выражением (5.9).

Оптимальное значение функционала качества в безразмерных переменных (2.1) равно

$$J = \int_{0}^{1} |\mathbf{M}|^2 dt = I_2^2 \alpha^2 \Omega^2.$$
 (5.13)

Из выражений разделов 3—5 ((3.4), (3.6), (3.9), (3.10), (4.3), (4.5), (4.7), (5.5), (5.7) и (5.8)) можно найти сопряженные переменные. Тем самым, задача при существующих ограничениях решена полностью.

Приведем алгоритм решения задачи оптимального разворота осесимметричного КА (1.1)—(1.4), (2.1) в безразмерных переменных в классе конических движений.

Шаг 1. По заданным кватернионам L_0 , L_T (1.3), главным центральным моментам инерции КА (твердого тела) I_1 , I_2 , времени переориентации T = 1 и формуле (5.12) определяются величины α , δ , Ω .

Шаг 2. Используя а, б, Ω , I_1 , I_2 , T = 1, по формуле (5.10)

$$\mathbf{w}_{0}^{\text{BbIY}} = \mathbf{i}_{1}(\Omega - b_{2}\alpha^{2}/((1 + b_{2})\Omega))I_{2}/I_{1} + \alpha(\mathbf{i}_{2}\text{sin\delta} + \mathbf{i}_{3}\text{cos\delta})$$

и формуле (5.11)

$$\begin{split} \mathbf{w}_{T}^{\text{BbIY}} &= \mathbf{i}_{1}(\Omega - b_{2}\alpha^{2}/((1 + b_{2})\Omega))I_{2}/I_{1} + \\ &+ \alpha(\mathbf{i}_{2}\text{sin}((\Omega - b_{2}\gamma)T + \delta)) + \mathbf{i}_{3}\text{cos}((\Omega - b_{2}\gamma)T + \delta)), \\ &b_{2} = 1 - I_{2}/I_{1} \end{split}$$

вычисляются значения векторов $\mathbf{w}_0^{\text{выч}}$, $\mathbf{w}_T^{\text{выч}}$.

Шаг 3. Полученные значения $\mathbf{w}_0^{\text{выч}}$, $\mathbf{w}_T^{\text{выч}}$ сравниваются с заданными в выражении (1.4) величинами \mathbf{w}_0 , \mathbf{w}_T .

Шаг 4. Если равенство на шаге 3 алгоритма выполняется, то оптимальное решение задачи находится в классе конических движений; при этом угловая скорость КА, траектория его углового движения, вектор управляющего момента и значение функционала оптимизации вычисляются по формулам (5.7)—(5.9), (5.13) и шагу 1 алгоритма.

Шаг 5. Сопряженные переменные задачи находятся по формулам (3.4), (3.6), (3.9), (3.10), (4.3), (4.5), (4.7), (5.5), (5.7) и (5.8).

6. Числовой пример

В данном разделе на примере КА "Спейс Шаттл" [19] приводятся результаты численного решения задачи оптимального разворота осесимметричного КА в классе конических движений по формулам раздела 5. Ниже на рисунке представлены графики изменения во времени компонент угловой скорости $w_i(t), i = \overline{1, 3}$, векторной части кватерниона ориентации $L_i(t), i = \overline{1, 3}$, и компонент вектора управляющего момента $M_i(t), i = \overline{1, 3}$ КА. Расчеты проводили для следующих значений:

$$I_1 = 3\ 400\ 648\ {
m kr}\cdot {
m m}^2,\ I_2 = 21\ 041\ 672\ {
m kr}\cdot {
m m}^2,\ I_3 = I_2 = 21\ 041\ 672\ {
m kr}\cdot {
m m}^2$$

или $I_1 = 0,1967,\ I_2 = 1,2168,\ I_3 = I_2$
(безразмерные моменты инерции);

 $\mathbf{L}_0 = [0,79505, 0,29814, -0,39752, 0,34783]^{\mathrm{T}},$

 $\mathbf{L}_T = [0,84434, 0,39846, -0,3260, 0,14848]^{\mathrm{T}}, (6.1)$

 $\mathbf{w}_0 = [0,03268, 0,10119, -0,47492]^{\mathrm{T}},$

$$\mathbf{w}_T = [0,03268, -0,17132, -0,45435]^{\mathrm{T}},$$

где граничные условия по угловой скорости KA удовлетворяют ограничениям раздела 5.

Вначале по формулам (5.12) находили величины α , δ , Ω ($\alpha = 0.48558$, $\delta = -3.35152$, $\Omega = 0.54311$), затем по формулам (5.7)—(5.9), (5.13) определяли векторы **w**, **M** и кватернион **L**.

Отметим, что кватернион ориентации КА L(t) может быть двузначным [1], т.е. L и -L соответствуют одному и тому же угловому положению КА в пространстве.

Заключение

Представленное в статье аналитическое решение задачи оптимального разворота осесимметричного КА (твердого тела) в классе конических движений (в виде регулярной прецессии) может найти свое применение при построении систем управления КА, как и известное аналитическое решение задачи оптимального разворота сферически-симметричного КА, полученное в классе плоских эйлеровых разворотов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Построение условий трансверсальности

При построении условий трансверсальности воспользуемся работой [18] и подходом, представленным в статье [20]. Для этого перепишем конечные условия (3.15), (3.16) ($\theta(T) = \theta_T$):

$$\boldsymbol{\omega}(T) - \widetilde{\mathbf{B}}(\boldsymbol{\theta}_T) \circ$$

$$\circ (b_1 w_{T_1} \mathbf{i}_1 + w_{T_2} \mathbf{i}_2 + w_{T_3} \mathbf{i}_3) \circ \mathbf{B}(\boldsymbol{\theta}_T) = 0, \quad (\Pi. 1)$$

$$\operatorname{vect}(\widetilde{\mathbf{A}}(T) \circ \mathbf{L}_T \circ \mathbf{B}(\boldsymbol{\theta}_T)) = 0$$

или, записывая кватернион **B** (θ_T) в явном виде,

$$\boldsymbol{\omega}(T) \circ (\cos(\theta_T/2) - \mathbf{i}_1 \sin(\theta_T/2)) \circ (b_1 w_{T_1} \mathbf{i}_1 + w_{T_2} \mathbf{i}_2 + w_{T_3} \mathbf{i}_3) \circ (\cos(\theta_T/2) + \mathbf{i}_1 \sin(\theta_T/2)) = 0, (\Pi. 2)$$

$$\operatorname{vect}(\mathbf{\Lambda}(T) \circ \mathbf{L}_T \circ (\cos(\theta_T/2) + \mathbf{i}_1 \sin(\theta_T/2)) = 0.$$



Фазовые координаты ω, Λ, θ должны удовлетворять условиям трансверсальности

$$\varphi_i + \sum_{k=1}^{6} a_k \frac{\partial G_k}{\partial \omega_i} = 0, \ t = T; \ i = \overline{1, 3};$$

$$\psi_i + \sum_{k=1}^{6} a_k \frac{\partial G_k}{\partial \lambda_j} = 0, \ t = T; \ j = \overline{0, 3};$$

$$\rho_0 + \sum_{k=1}^{6} a_k \frac{\partial G_k}{\partial \theta} = 0, \ t = T,$$

где $a_k (k = \overline{1, 6})$ — множители Лагранжа, подлежащие определению; соотношения

$$G_k(t; \omega_1, \omega_2, \omega_3; \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3; \theta) = 0 \ (t = T; k = \overline{1, 6})$$

задают многообразие конечного состояния и соответствуют условиям (П. 1):

$$G_{1} = \omega_{1} - w_{T1}b_{1} = 0;$$

$$G_{2} = \omega_{2} - w_{T2}\cos\theta_{T} - w_{T3}\sin\theta_{T} = 0;$$

$$G_{3} = \omega_{3} + w_{T2}\sin\theta_{T} - w_{T3}\cos\theta_{T} = 0;$$

$$G_{4} = F_{1}\cos(\theta_{T}/2) + F_{0}\sin(\theta_{T}/2);$$

$$G_{5} = F_{2}\cos(\theta_{T}/2) + F_{3}\sin(\theta_{T}/2);$$

$$G_{6} = F_{3}\cos(\theta_{T}/2) + F_{2}\sin(\theta_{T}/2),$$

где

$$F_{0} = L_{T0}\lambda_{0} + L_{T1}\lambda_{1} + L_{T2}\lambda_{2} + L_{T3}\lambda_{3};$$

$$F_{1} = L_{T1}\lambda_{0} - L_{T0}\lambda_{1} - L_{T3}\lambda_{2} + L_{T2}\lambda_{3};$$

$$F_{2} = L_{T2}\lambda_{0} + L_{T3}\lambda_{1} - L_{T0}\lambda_{2} - L_{T1}\lambda_{3};$$

$$F_{3} = L_{T3}\lambda_{0} - L_{T2}\lambda_{1} + L_{T1}\lambda_{2} - L_{T0}\lambda_{3}.$$

Условия трансверсальности примут вид

$$\varphi_1 + a_1 = 0, \ \varphi_2 + a_2 = 0, \ \varphi_3 + a_3 = 0, \ (\Pi. 3)$$

$$\Psi(T) - \mathbf{L}_T \circ \left(\cos(\theta_T/2) + \mathbf{i}_1 \sin(\theta_T/2)\right) \circ \\ \circ \left(a_4 \mathbf{i}_1 + a_5 \mathbf{i}_2 + a_6 \mathbf{i}_3\right) = 0, \qquad (\Pi. 4)$$

$$\rho_{0} + a_{2}(w_{T2}\sin\theta_{T} - w_{T3}\cos\theta_{T}) + a_{3}(w_{T2}\cos\theta_{T} + w_{T3}\sin\theta_{T}) + a_{4}[F_{0}\cos(\theta_{T}/2) - F_{1}\sin(\theta_{T}/2)]/2 + a_{5}[F_{3}\cos(\theta_{T}/2) - F_{2}\sin(\theta_{T}/2)]/2 - a_{6}[F_{2}\cos(\theta_{T}/2) + F_{3}\sin(\theta_{T}/2)]/2 = 0. \quad (\Pi. 5)$$

Исключим из полученных условий <u>тр</u>ансверсальности множители Лагранжа a_k ($k = \overline{1, 6}$). Из условий (П. 3) имеем

$$a_1 = -\varphi_1, a_2 = -\varphi_2, a_3 = -\varphi_3.$$
 (II. 6)

Учитывая (3.9), (П. 4) перепишем в виде

$$(a_4\mathbf{i}_1 + a_5\mathbf{i}_2 + a_6\mathbf{i}_3) = \mathbf{\tilde{\Lambda}}(T) \circ \mathbf{\psi}(T).$$

Поскольку в левой части равенства стоит кватернион с нулевой скалярной частью (вектор), то

1/2 /7

$$\operatorname{scal}(\mathbf{\Lambda}(T) \circ \mathbf{\Psi}(T)) = 0,$$

$$(a_4 \mathbf{i}_1 + a_5 \mathbf{i}_2 + a_6 \mathbf{i}_3) = \operatorname{vect}(\widetilde{\mathbf{\Lambda}}(T) \circ \mathbf{\Psi}(T)). \quad (\Pi. 7)$$

Таким образом, имеем первое условие трансверсальности, не содержащее неизвестных констант. Запишем его в кватернионной и скалярной формах:

$$\operatorname{scal}(\widetilde{\Lambda}(T) \circ \psi(T)) = 0 \qquad (\Pi. 8)$$

или (П.8)

$$\lambda_0(T)\psi_0(T) + \lambda_1(T)\psi_1(T) + \\ + \lambda_2(T)\psi_2(T) + \lambda_3(T)\psi_3(T) = 0.$$

Используя соотношения (3.1), (3.9), (3.10), (П. 7), а также выражения для первой компоненты вектора **р** (4.3) $p_1 = \psi_1 \lambda_0 - \psi_0 \lambda_1 + \psi_2 \lambda_3 - \psi_3 \lambda_2$, второе условие трансверсальности (П. 5) преобразуем в выражение

$$\rho_0 + p_1(T)/2 + \varphi_2(T)\omega_3(T) - \varphi_3(T)\omega_2(T) = 0. \ (\Pi. 9)$$

Таким образом, условия трансверсальности, связывающие основные фазовые и сопряженные переменные задачи (3.11)—(3.17) (исключена переменная θ), представляются выражениями (П. 8), (П. 9).

Список литературы

1. **Бранец В. Н., Шмыглевский И. П.** Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973. 320 с.

2. Scrivener S. L., Thompson R. C. Survey of Time-Optimal Attitude Maneuvers // J. Guidance, Control, and Dynamics. 1994. V. 17. \mathbb{N} 2. P. 225–233.

3. Петров Б. Н., Боднер В. А., Алексеев К. Б. Аналитическое решение задачи управления пространственным поворотным маневром // ДАН СССР. 1970. Т. 192. № 6. С. 1235–1238.

4. **Бранец В. Н., Черток М. Б., Казначеев Ю. В.** Оптимальный разворот твердого тела с одной осью симметрии // Космич. исслед. 1984. Т. 22. Вып. 3. С. 352—360.

5. Сиротин А. Н. Оптимальное управление переориентацией симметричного твердого тела из положения покоя в положение покоя // Изв. АН СССР. МТТ. 1989. № 1. С. 36—46.

6. Сиротин А. Н. Об оптимальной по быстродействию пространственной переориентации в положение покоя вращающегося сферически-симметричного твердого тела // Изв. РАН. МТТ. 1997. № 3. С. 18—27.

7. Левский М. В. Применение принципа максимума Л. С. Понтрягина к задачам оптимального управления ориентацией космического аппарата // Изв. РАН. ТиСУ. 2008. № 6. С. 144—157.

8. **Левский М. В.** Синтез оптимального управления терминальной ориентацией космического аппарата с использованием метода кватернионов // Изв. РАН. МТТ. 2009. № 2. С. 7–24.

9. Молоденков А. В. Кватернионное решение задачи оптимального в смысле минимума энергетических затрат разворота твердого тела // Проблемы механики и управления. Сб. научн. трудов. Пермь: ПГУ, 1995. С. 122—131.

10. Молоденков А. В. Решение задачи оптимального разворота сферически симметричного космического аппарата для одного частного случая // Сб. тр. 6-й Междунар. конф. "Системный анализ и управление космическими комплексами". Крым, Евпатория. М.: МАИ, 2001. С. 42.

11. Молоденков А. В., Сапунков Я. Г. Аналитическое решение задачи оптимального разворота сферически-симметрично-

го космического аппарата в классе конических движений // Изв. РАН. ТиСУ. 2013. № 3. С. 167—176.

12. Сапунков Я. Г., Молоденков А. В. Алгоритм оптимального по быстродействию разворота космического аппарата в классе конических движений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 10. С. 66—70.

13. Сапунков Я. Г., Молоденков А. В. Алгоритм оптимального в смысле комбинированного функционала разворота космического аппарата в классе конических движений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 7. С. 67—72.

14. Сапунков Я. Г., Молоденков А. В. Алгоритм оптимального по энергии разворота космического аппарата при произвольных граничных условиях // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Том 16. № 8. С. 536—544.

15. Черноусько Ф. Л., Акуленко Л. Д., Соколов Б. Н. Управление колебаниями. М.: Наука, 1980. 383 с.

16. **Челноков Ю. Н.** Об осцилляторном и ротационном движениях одного класса механических систем // Изв. АН СССР. МТТ. 1989. № 1. С. 28—35.

17. Молоденков А. В., Сапунков Я. Г. Решение задачи оптимального разворота осесимметричного космического аппарата с ограниченным и импульсным управлением при произвольных граничных условиях // Изв. РАН. ТиСУ. 2007. № 2. С. 90–105.

граничных условиях // Изв. РАН. ТиСУ. 2007. № 2. С. 90—105. 18. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1961. 384 с.

19. Li. F., Bainum P. M. Numerical Approach for Solving Rigid Spacecraft Minimum Time Attitude Maneuvers // J. Guidance, Contr., and Dynamics. 1990. V. 13. \mathbb{N} 1. P. 38–45.

20. Зелепукина О. В., Челноков Ю. Н. Кватернионное решение задач управления угловым движением динамически симметричного космического аппарата // Сб. тр. Междунар. конф. "Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении". Саратов: ИПТМУ РАН, 2002. С. 180–188.

Algorithm of the Optimal in the Sense of Minimum of Energy Loss Turn of an Axially Symmetric Spacecraft in the Class of Conical Motions

Ya. G. Sapunkov, iptmuran@san.ru⊠, A. V. Molodenkov, iptmuran@san.ru, Precision Mechanics and Control Problems Institute of RAS, Saratov, 410028, Russian Federation

Corresponding author: Molodenkov A. V., Ph. D., Senior Researcher, Laboratory of Mechanics, Navigation and Motion Control, Precision Mechanics and Control Problems Institute, RAS, Saratov, 410028, Russian Federation,

e-mail: iptmuran@san.ru

Received on July 05, 2016 Accepted on July 1, 2016

The problem of the optimal turn in the sense of minimum of energy loss of a spacecraft as a rigid body with one axis of symmetry is considered in the quaternion statement. For simplifying problem (concerning dynamic Euler equations), we change the variables reducing the original optimal turn problem of axially symmetric spacecraft to the problem of optimal turn of the rigid body with spherical mass distribution including one new scalar equation. Using the Pontryagin maximum principle, a new analytical solution of this problem in the class of conical motions is obtained. Algorithm of the optimal turn of a spacecraft is regular precession. The conditions for the initial and terminal values of a spacecraft angular velocity wector are formulated, which make it possible to solve the problem analytical surface generated by arbitrary given constant conditions of the problem angular velocity must be on the conical surface generated by arbitrary given constant in the class of conical example is presented. The example contain reorientation of the Space Shuttle in the class of conical motions.

Keywords: optimal control, spacecraft, axially symmetric rigid body, conical motion

For citation:

Sapunkov Ya. G., Molodenkov A. V. Algorithm of the Optimal in the Sense of Minimum of Energy Loss Turn of an Axially Symmetric Spacecraft in the Class of Conical Motions, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 1, pp. 134–143.

DOI: 10.17587/mau.18.134-143

References

1. **Branets V. N., Shmyglevskij I. P.** *Primenenie kvaternionov v zadachax orientacii tverdogo tela* (The Use of Quaternions in Problems of Orientation of Solid Bodies), Moscow, Nauka, 1973. 320 p. (in Russian).

2. Scrivener S. L., Thompson R. C. Survey of time-optimal attitude maneuvers, *J. guidance, control, and dynamics,* 1994, vol. 17. N. 2. P. 225–233.

 Petrov B. N., Bodner V. A., Alekseev K. B. Analiticheskoe reshenie zadachi upravleniya prostranstvennym povorotnym manevrom (Analytical Solution of the Spatial Slew Manuever), Doklady Akademii Nauk SSSR, 1970, vol. 192, no. 6, pp. 1235–1238 (in Russian).
 Branets V. N., Chertok M. B., Kaznacheev Yu. V. Optimal'nyj

a. **Branets v. N., Chertok M. B., Kaznacheev Tu. V.** Optimal hyj razvorot tverdogo tela s odnoj osyu simmetrii (Optimal Slew of a Solid

Body with a Single Symmetry Axis), *Kosmicheskie Issledovaniya*, 1984, vol. 22, no. 3, pp. 352–360 (in Russian).

5. Sirotin A. N. Optimal'noe upravlenie pereorientaciej simmetrichnogo tverdogo tela iz polozheniya pokoya v polozhenie pokoya (Optimal Reorientation of a Symmetric Solid Body from a State of Rest to Another State of Rest), *Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Mekh. Tverd. Tela*, 1989, no. 1, pp. 36–46 (in Russian).

6. Sirotin A. N. Ob optimal'noj po bystrodejstviyu prostranstvennoj pereorientacii v polozhenie pokoya vrashhayushhegosya sfericheski-simmetrichnogo tverdogo tela/(On the Time-Optimal Spatial Reorientation of a Rotating Spherically Symmetric Solid Body to a State of Rest), Izvestiya Rossiyskoi Akademii Nauk. Mekh. Tverd. Tela. 1997, no. 3, pp. 18–27 (in Russian).

7. Levskij M. V. Primenenie principa maksimuma L. S. Pontryagina k zadacham optimal'nogo upravleniya orientaciej kosmicheskogo apparata (Pontryagin's Maximum Principle in Optimal Control Problems of Orientation of a Spacecraft, *Izvestiya Rossiyskoi Akademii Nauk*. *Teoriya i Sistemy Upravleniya*. 2008, no. 6, pp. 144–157 (in Russian).

8. Levskij M. V. Sintez optimal'nogo upravleniya terminal'noj orientacii kosmicheskogo apparata s ispolzovaniem metoda kvaternionov (Synthesis of Optimal Control of Spacecraft Terminal Orientation Using the Quaternion Method), *Izvestiya Rossiyskoi Akademii Nauk.* Mekh. Tverd. Tela. 2009, no. 2, pp. 7–24 (in Russian).
9. **Molodenkov A. V.** *Kvaternionnoe reshenie zadachi optimal'nogo v smysle minimuma energeticheskix zatrat razvorota tverdogo tela* (Quaternion-Based Solution of the Energy Optimal Slew of a Solid Body), *in Collected Papers "Problems of Mechanics and Control"*, Perm Gos. Univ., Perm, 1995, pp. 122–131 (in Russian).

10. Molodenkov A. V. Solution of the Optimal Slew Problem for a Sperically Symmetric Spacecraft for a Specific Case (Reshenie zadachi optimal'nogo razvorota sfericheski simetrichnogo kosmicheskogo apparata dlya odnogo chastnogo sluchaya), in Proc. of 6-th Int. Conf. on System Analysis and Control of Space Systems, Evpatoriya, Ukraine, Moscow Institute of Aviation, Moscow, 2001, p. 42 (in Russian).

11. Molodenkov A. V., Sapunkov Ya. G. Analiticheskoe reshenie zadachi optimal'nogo razvorota sfericheski-simmetrichnogo kosmicheskogo apparata v klasse konicheskix dvizhenij (Analytical Solution of the Optimal Slew Problem of a Spherically Symmetric Spacecraft in the Class of Conical Motion), Izvestiya Rossiyskoi Akademii Nauk. Teoriya i Sistemy Upravleniya, 2013, no. 2, pp. 167–176 (in Russian).

12. Sapunkov Ya. G., Molodenkov A. V. Algoritm optimal'nogo po bystrodejstviyu razvorota kosmicheskogo apparata v klasse konicheskix dvizhenij (Solution of the Problem of the Time-Optimal Turn of a Spacecraft in the Class of Conical Motion), Mexatronika, Avtomatizaciya, Upravlenie, 2013, no. 10, pp. 66–70 (in Russian).

13. **Sapunkov Ya. G., Molodenkov A. V.** Algoritm optimal'nogo v smysle kombinirovannogo funkcionala razvorota kosmicheskogo apparata v klasse konicheskix dvizhenij (Algorithm of the Optimal in the Sense of Combined Functional Turn of a Spacecraft in the Class of Conical Motion), Mexatronika, Avtomatizaciya, Upravlenie, 2014, no. 7, pp. 67–72 (in Russian).

14. Sapunkov Ya. G., Molodenkov A. V. Algoritm optimal'nogo po energii razvorota kosmicheskogo apparata pri proizvol'nyx granichnyx usloviyax (Algorithm for the Optimal Turn of a Spacecraft in the Sense of Minimal Energy Loss under Arbitrary Boundary Conditions), *Mexatronika, Avtomatizaciya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 8, pp. 536–544 (in Russian).

15. Chernous'ko F. L., Akulenko L. D., Sokolov B. N. Upravlenie kolebaniyami (Control of Oscillations), Moscow, Nauka, 1980. 383 p. (in Russian).

16. Chelnokov Yu. N. Ob oscillyatornom i rotacionnom dvigenii odnogo klassa mehanicheskih system (About Oscillator and Rotational Motion of the One Class of Mechanic System), Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Mekh. Tverd. Tela. 1989, no. 1, pp. 28–35 (in Russian). 17. Molodenkov A. V., Sapunkov Ya. G. Reshenie zadachi opti-

17. Molodenkov A. V., Sapunkov Ya. G. Reshenie zadachi optimal'nogo razvorota ose-simmetrichnogo kosmicheskogo apparata s ogranichennym i impulsnym upravleniem pri proizvol'nyx granichnyx usloviyax (A Solution of the Optimal Turn Problem of an Axially Symmetric Spacecraft with Bounded and Pulse Control under Arbitrary Boundary Conditions), Izvestiya Rossiyskoi Akademii Nauk. Teoriya i Sistemy Upravleniya, 2007, no. 2, pp. 90–105 (in Russian).

i Sistemy Upravleniya, 2007, no. 2, pp. 90–105 (in Russian). 18. **Pontryagin L. S., Boltyanskij V. G., Gamkrelidze R. V., Mi-shhenko E. F.** *Matematicheskaya teoriya optimal'nyx processov* (The Mathematical Theory of Optimal Processes), Moscow, Nauka, 1961. 384 p. (in Russian).

19. Li. F., Bainum P. M. Numerical Approach for Solving Rigid Spacecraft Minimum Time Attitude Maneuvers, *J. Guidance, Control, and Dynamics*, 1990, vol. 13, no. 1, pp. 38–45.

20. Zelepukina O. V., Chelnokov Yu. N. Kvaternionnoe reshenie zadach upravleniya uglovym dvizheniem dinamicheski simmetrichnogo kosmicheskogo apparata (Quaternion Solution of Control Problems of Angular Motion of Dynamically Symmetric Spacecraft), in Proc. of Int. Conf. of Problems and Perspectives of Precision Mechanics, Precision Mech. and Cont. Problems. Inst., Rus. Acad. of Sci., Saratov, 2002, p. 180–188 (in Russian).





Международная IEEE-Евразийская конференция по энергетике, приуроченная к международной выставке ASTANA EXPO—2017 и тринадцатая IEEE-Сибирская конференция, посвященная достижениям в области разработки и создания систем управления и связи, регулярно организуется Красноярской и Томской группой и студенческим отделением IEEE, компанией National Instruments для того, чтобы поддерживать междисциплинарные дискуссии и взаимодействие среди ученых и инженеров, развивать международное сотрудничество через участие в деятельности профессиональных сообществ Института IEEE.

Конференция будет проходить в Казахском агротехническом университете им. Сакена Сейфуллина (КАТУ), являющемся старейшим вузом в Астане.

НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ КОНФЕРЕНЦИИ

- 1. Фундаментальные проблемы теории управления и связи.
- 2. Энергосбережение и энергетика будущего.
- 3. Компьютерные измерительные технологии, датчики и системы.

Подробную информацию о конференции см. на сайте: sibcon.sfu-kras.ru, www.kazatu.kz, ieee.tpu.ru/sibcon

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5397, тел./факс: (499) 269-5510

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор Е. В. Комиссарова.

Сдано в набор 30.11.2016. Подписано в печать 12.01.2016. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН217 Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Адвансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Адвансед солюшнз".

119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.

Рисунки к статье К. Ю. Лепетухина, А. В. Малолетова, Е. С. Брискина «ОБ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ВЗАИМНЫМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ СЕКЦИЙ ДОЖДЕВАЛЬНОЙ МАШИНЫ КРУГОВОГО ДЕЙСТВИЯ ПРИ ОБРАБОТКЕ НЕКРУГЛЫХ ПОЛЕЙ»

Обрабатываемое поле

Обрабатываемое поле



Необрабатываемый участок а)

Необрабатываемый участок

Рис. 1. Круглые поля. Вид из космоса: *a* – США, Канзас; *б* – Россия, Волгоградская область



Рис. 2. Колееобразование в зависимости от типа движетелей: *a* – колея от колесных движетелей; *б* – колея от шагающих движетелей

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ" выпускает научно-технические журналы



Теоретический и прикладной научно-технический журнал

программная инженерия

В журнале освещаются состояние и тенденции развития основных направлений индустрии программного обеспечения, связанных с проектированием, конструированием, архитектурой, обеспечением качества и сопровождением жизненного цикла программного обеспечения, а также рассматриваются достижения в области создания и эксплуатации прикладных программно-информационных систем во всех областях человеческой деятельности.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 22765; «Пресса России» – 39795

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ





Ежемесячный теоретический и прикладной

научно-технический журнал

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития основных направлений в области разработки, производства и применения информационных технологий.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 72656; «Пресса России» – 94033

Научно-практический и учебно-методический журнал БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В журнале освещаются достижения и перспективы в области исследований, обеспечения и совершенствования защиты человека от всех видов опасностей производственной и природной среды, их контроля, мониторинга, предотвращения, ликвидации последствий аварий и катастроф, образования в сфере безопасности жизнедеятельности.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 79963; «Пресса России» – 94032



Ежемесячный междисциплинарный теоретический и прикладной научно-технический журнал

НАНО- и МИКРОСИСТЕМНАЯ ТЕХНИКА

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития нано- и микросистемной техники, рассматриваются вопросы разработки и внедрения нано- и микросистем в различные области науки, технологии и производства.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» - 79493; «Пресса России» - 27849

Все журналы распространяются только по подписке.

Оформить подписку можно через подписные агентства либо непосредственно в редакции журналов. Адрес редакции журналов для авторов и подписчиков: 107076, Москва, Стромынский пер., 4. Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ" Тел.: (499) 269-55-10, 269-53-97. Факс: (499) 269-55-10. E-mail: antonov@novtex.ru