

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 17

2016

№ 12

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Редакционный совет:

CHYI-YEU LIN, PhD, prof.
GROUMPOS P. P., prof.
JEN-HWA GUO, PhD, prof.
KATALINIC B., PhD, prof.
SUBUDHI B., PhD, prof.
АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.
ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН, проф.,
КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН, проф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
СЕБЯЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.
СОЙФЕР В. А., акад. РАН, проф.
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.
ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.
ЮЩЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.
БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.
ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.
ЕРМОЛОВ И. Л., д. т. н., доц.
ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.
КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.
ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.
ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.
ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф.
РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.
ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.
ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.
ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Синтез следящих систем на основе аппарата линейно-квадратичной оптимизации 795
- Тютиков В. В., Вершинин И. В., Соколов А. Б.** Метод больших коэффициентов при синтезе параметрически грубых систем модального управления 801
- Краснодубец Л. А., Олейников А. М.** ПИД регулятор как платформа для реализации адаптивных законов управления электроприводом 809
- Холопов Ю. А., Ле Ба Чунг, Нгуен Тхань Чунг.** Согласованная информационная среда для высокودинамичной системы управления 816

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Рыбак Л. А., Гапоненко Е. В., Малышев Д. И.** Разработка алгоритмов и управляющих программ для реализации движений выходного звена робота-гексапода для 3D-печати прецизионных изделий 821
- Афанасьев Р. А., Ермолов И. Л.** О перспективах роботизации точного земледелия 828

МЕТОДЫ КОМБИНАТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

- Ченцов А. Г., Григорьев А. М.** Динамическое программирование в задаче маршрутизации: схема независимых вычислений 834

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫМИ ПРОЦЕССАМИ

- Нугаев И. Ф., Васильев В. И.** Повышение энергоэффективности параллельных технологических систем на основе оптимального координированного управления процессами 847
- Буряк Ю. И., Скрынников А. А.** Алгоритмы оптимального распределения ресурсов в задаче планирования изготовления протяжного инструмента для производства авиационных двигателей 853

- Указатель** статей, опубликованных в журнале "Мехатроника, автоматизация, управление" в 2016 г. 860

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editorial Council:

ALIEV T. A., prof., Azerbaijan, Baku
 ANSHAKOV G. P., Russia, Samara
 BOLOTNIK N. N., Russia, Moscow
 CHENTSOV A. G., Russia, Ekaterinburg
 CHERNOUSKO F. L., Russia, Moscow
 CHYI-YEU LIN, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 FEDOROV I. B., Russia, Moscow
 GROUMPOS P. P., prof., Greece, Patras
 JEN-HWA GUO, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 KALYAEV I. A., Russia, Taganrog
 KATALINIC B., PhD, Prof., Austria, Vienna
 KRASNEVSKIY L. G., Belarus, Minsk
 KUZNETSOV N. A., Russia, Moscow
 LEONOV G. A., Russia, S.-Peterburg
 MATVEENKO A. M., Russia, Moscow
 MIKRIN E. A., Russia, Moscow
 PESHEKHONOV V. G., Russia, S.-Peterburg
 REZCHIKOV A. F., Russia, Saratov
 SCHERBATYUK A. F., Russia, Vladivostok
 SEBRYAKOV G. G., Russia, Moscow
 SIGOV A. S., Russia, Moscow
 SOJFER V. A., Russia, Samara
 SOLOMENTSEV Yu. M., Russia, Moscow
 SOLOVJEV V. A., Russia, Moscow
 SUBUDHI B., PhD, Prof., India, Sundargarh
 VASILYEV S.N., Russia, Moscow
 YUSUPOV R. M., Russia, S.-Peterburg
 ZHELTOV S. Yu., Russia, Moscow

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Russia, Moscow

Deputy Editor-in-Chief:

PODURAEV Yu. V., Russia, Moscow
 PUTOV V. V., Russia, S.-Peterburg
 YUSCHENKO A. S., Russia, Moscow

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu., Russia, Moscow

Editorial Board:

ALEXANDROV V. V., Russia, Moscow
 ANTONOV B. I., Russia, Moscow
 ARSHANSKY M. M., Russia, Tver
 BUKOV V. N., Russia, Zhukovsky
 ERMOLOV I. L., Russia, Moscow
 FILARETOV V. F., Russia, Vladivostok
 FRADKOV A. L., Russia, S.-Peterburg
 FURSOV V. A., Russia, Samara
 GRADETSKY V. G., Russia, Moscow
 ILYASOV B. G., Russia, Ufa
 IVCHENKO V. D., Russia, Moscow
 KOLOSOV O. S., Russia, Moscow
 KOROSTELEV V. F., Russia, Vladimir
 LEBEDEV G. N., Russia, Moscow
 LOKHIN V. M., Russia, Moscow
 PAVLOVSKY V. E., Russia, Moscow
 PROKHOROV N. L., Russia, Moscow
 PSHIKHOPOV V. Kh., Russia, S.-Peterburg
 RAPOPORT E. Ya., Russia, Samara
 SERGEEV S. F., Russia, S.-Peterburg
 VITTIKH V. A., Russia, Samara
 YUREVICH E. I., Russia, S.-Peterburg

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E.V., Russia, Moscow

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Synthesis of Servosystems on the Basis of the Apparatus of Linear-Quadratic Optimization 795
- Tyutikov V. V., Vershinin I. V., Sokolov A. B.** Method of Large Coefficients in Synthesis of the Parametrically Robust Systems of Modal Control 801
- Krasnodubets L. A., Oleynikov A. M.** PID Controller as a Platform for Implementation of the Adaptive Laws of the Electric Drive Control 809
- Holopov Ju. A., Le Ba Chung, Nguyen Thanh Trung.** Consistent Information Environment for Highly Dynamic Control System 816

ROBOTIC SYSTEMS

- Rybak L. A., Gaponenko E. V., Malyshev D. I.** Development of Algorithms and Control Programs for Implementation of the Movements of the Output Link of a Robot-Hexapod for 3D Printing of Precision Products 821
- Afanasiev R. A., Ermolov I. L.** Prospects for Robots in Precision Agriculture 828

METHODS OF COMBINATORIAL OPTIMIZATION

- Chentsov A. G., Grigoryev A. M.** Dynamic Programming Method in a Routing Problem: a Scheme of Independent Computations 834

AUTOMATION AND CONTROL INDUSTRIAL PROCESS

- Nugaev I. F., Vasilyev V. I.** Increase of the Energy Efficiency of the Parallel Technological Systems on the Basis of the Optimal Coordinated Control of the Processes 847
- Buryak Yu. I., Skrynnikov A. A.** Algorithms for the Optimal Distribution of Resources in the Task of Manufacturing of the Broaching Tool for Production of the Aircraft Engines . . . 853

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

А. Б. Филимонов, д-р техн. наук, проф., filimon_ab@mail.ru,

Московский технологический университет, г. Москва,

Н. Б. Филимонов, д-р техн. наук, проф., nbfilimonov@mail.ru,

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, г. Москва

Синтез следящих систем на основе аппарата линейно-квадратичной оптимизации

Предлагается методология решения задач следящего регулирования, основанная на аппарате линейно-квадратичной (ЛК) оптимизации процессов управления. Ее основу составляют два решения: во-первых, обобщенная схема следящей системы, сочетающая принципы построения классических одноконтурных систем регулирования и систем стабилизации с обратной связью по состоянию; во-вторых, идея конвертирования задачи ЛК стабилизации в задачу синтеза астатической следящей системы.

Ключевые слова: синтез автоматических следящих систем, обобщенная схема следящего регулирования, качество процессов слежения, линейно-квадратичная оптимизация

Для многих задач вопросы оптимальности совсем не существенны. Это просто математический инструмент, который помогает формализовать слово "можно". Введение квадратичного критерия — вопрос математического удобства и часто диктуется желанием применить для решения задачи аналитические методы и получить решение в явном виде.

Беллман (R. E. Bellman)

Автоматизация процессов управления техническими объектами и технологическими процессами в различных областях промышленности, энергетики и транспорта сопровождается широким использованием систем следящего регулирования [1—3], предназначенных для воспроизведения на выходе с определенной точностью задающего воздействия, произвольно изменяющегося по заранее неизвестному закону. К данному классу систем автоматического регулирования относятся дистанционные системы воспроизведения угловых и линейных перемещений, приводы систем автоматического сопровождения целей, рулевые приборные приводы, приводы управления станками, антеннами, системы управления маневром летательных аппаратов и др.

В теории автоматического управления широкое распространение получила методология аналитического конструирования регуляторов (АКОР), именуемая также линейно-квадратичной (ЛК) оптимизацией, достоинствами которой являются простота формализации задач, законченность, аналитичность и вычислительная эффективность получаемых решений. В классическом варианте постановки задач АКОР связаны со стабилизацией невозмущенного движения (целевого равновесного состояния) объекта. Однако за пределами данной постановки оказывается важнейший для инженерных приложений класс задач следящего регулирования: здесь неотъемлемым структурным фактором автоматической системы является канал ввода уставки, который

определяет целевое значение управляемого выхода объекта.

Известны попытки распространить методологию АКОР на процессы управления с целевым поведением объекта, заданным экзогенными (внешними) эталонными моделями, которые включаются в процесс управления и выполняют функцию генератора эталонного выхода объекта (см., например, [4, с. 385—386; 5; 6, с. 379—382; 7, с. 483—484; 8, с. 240—242; 9, с. 704—707; 10, с. 166—169; 11, с. 672—680]). В этом случае оптимизируемый функционал содержит интегральную квадратичную ошибку отработки системой управления поступающего от генератора задающего воздействия, так что ЛК-оптимизация направлена на обеспечение максимальной близости действительного и желаемого (эталонного) переходных процессов в системе. Необходимо отметить, что в данных работах речь идет, фактически, об объединении принципов программного управления и стабилизации, вследствие чего предлагаемые решения неприемлемы для задач синтеза систем следящего регулирования, в которых задающее воздействие является произвольной неизвестной функцией времени. В настоящей работе обсуждается методология применения аппарата ЛК-оптимизации именно для задач управления такого типа — задач синтеза следящих систем (СС), функция которых состоит в слежении за изменениями а priori неизвестного командного сигнала.

Класс объектов управления

Далее рассматривается класс линейных стационарных динамических объектов управления, описываемых в переменных состояния уравнениями вида

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_0 \mathbf{x} + \mathbf{B}_0 u, \quad (1)$$

$$y = \mathbf{C}_0 \mathbf{x}, \quad (2)$$

где $t \geq 0$, $u \in \mathbf{R}$ — управляющий вход, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ — состояние, $y \in \mathbf{R}$ — управляемый выход, $\mathbf{A}_0$, $\mathbf{B}_0$, $\mathbf{C}_0$ — числовые матрицы соответствующих размеров.

Полагаем, что объект обладает свойствами полной управляемости и наблюдаемости. Обозначим $W_0(s)$ его передаточную функцию (ПФ), которая в силу (1) и (2) равна

$$W_0(s) = \mathbf{C}_0(\mathbf{E}s - \mathbf{A}_0)^{-1}\mathbf{B}_0 = \frac{M_0(s)}{L_0(s)}. \quad (3)$$

Здесь s — комплексная частота, $\mathbf{E}$ — единичная матрица соответствующего размера; $M_0(s)$ и $L_0(s)$ — многочлены:

$$L_0(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^i, \quad M_0(s) = \sum_{j=0}^m b_j s^j, \quad (4)$$

где $m < n$, a_i , b_j — вещественные константы.

Динамические процессы в объекте могут быть описаны моделью "вход—выход", т.е. дифференциальным уравнением n -го порядка:

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_j u^{(j)}(t). \quad (5)$$

Введем в рассмотрение дифференциальный оператор k -го порядка D^k : $D^k f(t) \equiv \frac{d^k}{dt^k} f(t)$.

Уравнение (5) с учетом (4) можно переписать в операторной форме:

$$L_0(D)y(t) = M_0(D)u(t), \quad (6)$$

где $L_0(D)$ и $M_0(D)$ — операторные многочлены:

$$L_0(D) = \sum_{i=0}^n a_i D^i, \quad M_0(D) = \sum_{j=0}^m b_j D^j.$$

Вводя в рассмотрение операторную передаточную функцию (ОПФ)

$$W_0(D) = \frac{B_0(D)}{A_0(D)},$$

связь входа и выхода объекта можно формально выразить следующим операторным уравнением:

$$y(t) = W_0(D)u(t).$$

Системы слеящего регулирования

Отличительной структурной особенностью систем автоматического регулирования и, в частности, СС по сравнению с системами стабилизации является наличие канала ввода уставки (рис. 1).

Целевое значение выхода объекта определяется задатчиком, который генерирует уставку, т.е. задающий (командный) сигнал. Задача слежения — отработка (отслеживание) СС задающего сигнала, т.е. обеспечение близости выхода $y(t)$ к его заданному входу $y^*(t)$ в соответствии с заданными (желаемыми) требованиями качества процессов управления:

$$y(t) \approx y^*(t).$$

Оценка качества СС основана на анализе процессов отработки системой тестирующих командных сигналов, в качестве которых, как правило, выбирают алгебраические полиномы. Важнейшим показателем качества СС является динамическая ошибка $\varepsilon_d(t)$, являющаяся вынужденной составляющей ошибки слежения ε — рассогласования между уставкой и выходом объекта:

$$\varepsilon(t) = y^*(t) - y(t). \quad (7)$$

Характерное свойство СС с астатизмом ν -го порядка — отработка без вынужденной погрешности командных сигналов, являющихся полиномами степени $< \nu$. Таким образом, если командные сигналы подчиняются условию

$$D^\nu y^*(t) \equiv 0, \quad (8)$$

то

$$\varepsilon_d(t) \equiv 0.$$

Отметим следующий фундаментальный результат классической теории управления.

Утверждение 1. Порядок астатизма замкнутой системы равен кратности нулевого полюса $s = 0$ прямой цепи, т.е. числу интегрирующих звеньев в контуре регулирования. ■

Таким образом, если порядок астатизма СС равен ν , то ПФ ее прямой цепи имеет вид

$$V(s) = \frac{1}{s^\nu} V_0(s), \quad V(0) \neq 0.$$

Обозначим $R(s)$ ПФ регулятора астатической СС. Если у объекта управления отсутствуют нулевые

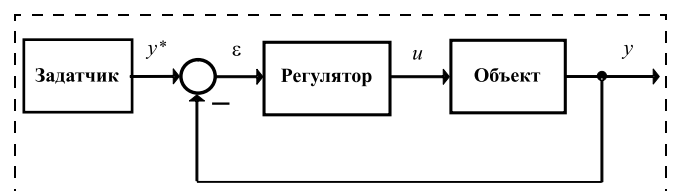


Рис. 1

передаточные полюса, то она будет иметь вид несократимой дроби

$$R(s) = \frac{Q(s)}{s^v P(s)}, \quad (9)$$

где $P(s)$ и $W(s)$ — взаимно простые многочлены, причем $P(0) \neq 0$.

Закон управления можно представить в операторной форме:

$$u(t) = R(D)(y^*(t) - y(t)), \quad (10)$$

где $R(D)$ — ОПФ регулятора.

Из соотношений (6), (7), (10) с учетом (9) следует уравнение

$$L_0(D)D^v y(t) = \frac{M_0(D)Q(D)}{P(D)} \varepsilon(t).$$

Отсюда и из условий (7), (8) вытекает равенство

$$L_0(D)D^v \varepsilon(t) = -\frac{M_0(D)Q(D)}{P(D)} \varepsilon(t). \quad (11)$$

Рассматривая свободное движение замкнутой СС

$$y^*(t) \equiv 0, \quad (12)$$

согласно (7) и (11) получим уравнение

$$L_0(D)D^v y(t) = -\frac{M_0(D)Q(D)}{P(D)} y(t). \quad (13)$$

Сравнение уравнений (11) и (13) приводит к следующему выводу.

Утверждение 2. В астатических СС динамика ошибки слежения описывается тем же уравнением, что и ее свободное движение. ■

Задача ЛК-стабилизации

Вкратце остановимся на формализме задачи ЛК-стабилизации.

Считаем, что целевым стабилизируемым состоянием объекта является его нулевое состояние, которому отвечает невозмущенный выход: $y(t) \equiv 0$.

Полагаем также, что точность и энергозатраты процесса стабилизации оцениваются следующими классическими интегральными квадратичными критериями:

$$J_y = \int_0^\infty y^2(t)dt, \quad J_u = \int_0^\infty u^2(t)dt. \quad (14)$$

Пусть оптимизация процессов стабилизации осуществляется согласно критерию оптимальности, образованному сверткой данных частных критериев с весовым множителем $p > 0$:

$$J = pJ_y + J_u = \int_0^\infty [py^2(t) + u^2(t)]dt \rightarrow \min. \quad (15)$$

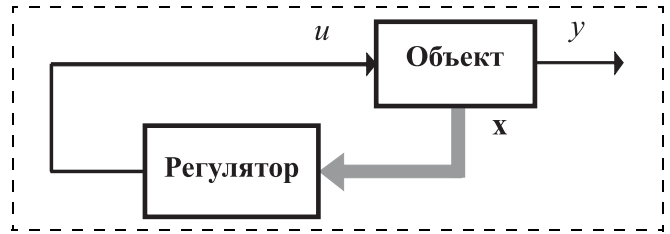


Рис. 2

Как известно [12, п. 9.6.4], решением задачи оптимальной стабилизации (1), (2), (15) является закон регулирования

$$u = -Kx, \quad K = B_0^T P, \quad (16)$$

где $P \in \mathbf{R}^{n \times n}$ — симметрическая матрица, являющаяся решением алгебраического матричного уравнения Риккати

$$PB_0B_0^T P - PA_0 - A_0^T P - pC_0^T C_0 = 0$$

(здесь символ "Т" означает операцию транспонирования).

На рис. 2 показана схема рассматриваемой системы стабилизации.

Обобщенная схема системы следящего регулирования

Будем синтезировать СС согласно обобщенной схеме, представленной на рис. 3. Она сочетает в себе структурные свойства классической одноконтурной схемы регулирования (см. рис. 1) и схемы стабилизации с обратной связью по состоянию (см. рис. 2). Таким образом, предлагаемая схема синтезируемой СС унаследует от первой *последовательное корректирующее звено* (ПКЗ), а от второй — *корректирующую обратную связь* (КОС).

КОС описывается уравнением

$$u_0(t) = -K_0 x(t), \quad (17)$$

где $K_0 \in \mathbf{R}^{1 \times n}$ — матрица коэффициентов КОС.

Полагаем, что ПКЗ имеет динамический порядок $n_1 \geq 1$ и описывается уравнениями состояния вида

$$\dot{z} = A_1 z + B_1 \varepsilon, \quad (18)$$

$$u_1 = C_1 z, \quad (19)$$

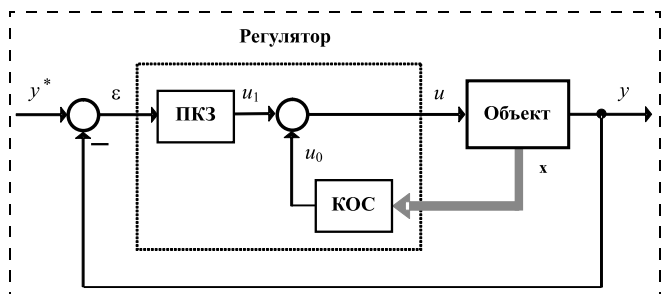


Рис. 3

где $\mathbf{z} \in \mathbf{R}^{n_1}$ — состояние, а $\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_1, \mathbf{C}_1$ — числовые матрицы соответствующих размеров.

ПФ $R(s)$ данного звена равна

$$R(s) = \mathbf{C}_1(\mathbf{E}_1 s - \mathbf{A}_1)^{-1} \mathbf{B}_1, \quad (20)$$

где $\mathbf{E}_1$ — единичная матрица соответствующего размера.

Управляющее воздействие (рис. 3) определяется равенством

$$u = u_0 + u_1. \quad (21)$$

Утверждение 3. Требование астатизма СС будет выполняться, если ПФ ПКЗ $R(s)$ имеет ν нулевых передаточных полюсов, т.е. она представляется выражением (9). ■

Пример 1. Пусть $n_1 = 2$,

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_1 = [q_0 \ q_1].$$

Тогда

$$R(s) = \frac{q_1 s + q_0}{s^2}, \quad (22)$$

т.е. ПКЗ включает два интегрирующих звена. ■

Конвертирование задачи ЛК-стабилизации в задачу слежения

Динамическую часть СС, включающую каскадно-соединенные объект управления и ПКЗ, будем трактовать как *расширенную модель объекта* (РМО).

Считаем входом РМО управляющий вход объекта u . Ее состояние определяется блочным вектором $\tilde{\mathbf{x}}$:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

т.е. $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbf{R}^{\tilde{n}}$, $\tilde{n} = n + n_1$, причем динамика состояния РМО описывается уравнениями (1), (18).

Будем рассматривать свободное движение РМО, т.е. предполагаем выполнение условия (12). Тогда с учетом соотношений (2), (7) и (12) динамику РМО можно представить уравнениями, записанными в векторно-матричной форме:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}} u, \quad (24)$$

$$y = \tilde{\mathbf{C}} \tilde{\mathbf{x}}, \quad (25)$$

где матрицы $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{B}}$ и $\tilde{\mathbf{C}}$ имеют следующую блочную структуру:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}_1 \mathbf{C}_0 & \mathbf{A}_1 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{C}_0 \ \mathbf{0}].$$

Положим, что для РМО получено решение задачи оптимальной стабилизации (24), (25), (15) в виде закона регулирования:

$$u = -\tilde{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{x}}, \quad (26)$$

где $\tilde{\mathbf{K}} \in \mathbf{R}^{1 \times \tilde{n}}$ — матричный коэффициент усиления.

Представим полученную матрицу $\tilde{\mathbf{K}}$ в блочной форме:

$$\tilde{\mathbf{K}} = [\tilde{\mathbf{K}}_0 \ \tilde{\mathbf{K}}_1], \quad (27)$$

где $\tilde{\mathbf{K}}_0 \in \mathbf{R}^{1 \times n}$, $\tilde{\mathbf{K}}_1 \in \mathbf{R}^{1 \times n_1}$.

Теперь с учетом соотношений (21), (23), (17), (19) получаем выражения для искоемых матричных коэффициентов КОС и ПКЗ:

$$\mathbf{K}_0 = \tilde{\mathbf{K}}_0, \mathbf{C}_1 = -\tilde{\mathbf{K}}_1. \quad (28)$$

Предлагаемая методология применения формализма ЛК-оптимизации для структурно-параметрического синтеза СС основывается на утверждениях 1—3 и складывается из следующих процедур: в структуру СС вводится ПКЗ с нулевыми полюсами; неизменяемая часть ПКЗ вместе с объектом управления образует РМО; далее решается стандартная задача оптимальной стабилизации свободных движений РМО средствами ЛК-формализма; наконец, полученная функциональная структура системы стабилизации *конвертируется* в функциональную структуру СС.

Пусть $u^*(t)$ и $\mathbf{z}^*(t)$ — вынужденные составляющие соответственно управляющего воздействия и состояния ПКЗ, инициированные задающим воздействием $y^*(t)$. Переходная составляющая в динамике СС характеризуется переменными $\varepsilon(t)$, $\Delta u(t)$ и $\Delta \mathbf{z}(t)$:

$$\varepsilon(t) = y^*(t) - y(t), \Delta u(t) = u(t) - u^*(t), \\ \Delta \mathbf{z}(t) = \mathbf{z}(t) - \mathbf{z}^*(t).$$

Полагаем, что критерием точности процессов слежения служит квадратичный функционал

$$J_y = \int_0^\infty \varepsilon^2(t) dt.$$

Прямое применение функционала J_u вида (14) в качестве критерия энергозатрат невозможно, поскольку в режиме отработки тестовых командных сигналов полиномиальной структуры этот несобственный интеграл будет расходиться. В связи с этим в качестве критерия энергозатрат воспользуемся следующим квадратичным функционалом:

$$J_u = \int_0^\infty (\Delta u(t))^2 dt.$$

Кстати, именно данный функционал является критериальной оценкой степени усиления сигналов в цепях обратной связи синтезируемой системы.

Необходимо также формально учесть эффект демпфирования динамических процессов в ПКЗ. Для этой цели воспользуемся квадратичным функционалом вида

$$J_z = \int_0^{\infty} (\Delta \mathbf{z}(t))^T \mathbf{Q} \Delta \mathbf{z}(t) dt,$$

где $\mathbf{Q}$ — симметрическая положительно определенная матрица размера $n_1 \times n_1$.

В результате свертки критериев J_y , J_u и J_z получаем обобщенный квадратичный критерий оптимальности:

$$J = pJ_y + J_z + J_u = \int_0^{\infty} [p\epsilon^2(t) + (\Delta \mathbf{z}(t))^T \mathbf{Q} \Delta \mathbf{z}(t) + (\Delta u(t))^2] dt. \quad (29)$$

Для решения задачи синтеза СС в силу высказанных соображений можно ограничиться рассмотрением свободных (отвечающих условию (12)) движений замкнутой системы. Тогда критерий оптимальности (29) принимает вид

$$J = \int_0^{\infty} [py^2(t) + \mathbf{z}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + u^2(t)] dt \rightarrow \min. \quad (30)$$

Введем в рассмотрение блочную матрицу $\tilde{\mathbf{Q}} \in \mathbf{R}^{\tilde{n} \times \tilde{n}}$:

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix}.$$

Посредством применения аппарата ЛК-оптимизации получаем закон регулирования (26), матричный коэффициент которого $\tilde{\mathbf{K}}$ равен

$$\tilde{\mathbf{K}} = \tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{P}},$$

где $\tilde{\mathbf{P}} \in \mathbf{R}^{\tilde{n} \times \tilde{n}}$ — симметрическая матрица, являющаяся решением алгебраического матричного уравнения Риккати

$$\tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{P}} - \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}} - p \tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{C}} - \tilde{\mathbf{Q}} = 0.$$

По найденной матрице коэффициентов $\tilde{\mathbf{K}}$ в соответствии с выражениями (27) и (28) определяем искомые матричные коэффициенты СС $\mathbf{K}_0$ и $\mathbf{C}_1$.

Пример 2. Рассмотрим объект управления 3-го порядка ($n = 3$), описываемый уравнениями (1), (2) с параметрами

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} -0,2 & 0 & 0 \\ 0,5 & -0,5 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_0 = [0 \ 0 \ 1]. \quad (31)$$

Его ПФ по каналу "вход—выход" равна

$$W_0(s) = \frac{1}{(5s+1)(2s+1)(s+1)}.$$

Пусть $\nu = 1$ — требуемая степень астатизма СС. Возьмем структуру ПКЗ (9) из примера 1 вида (22). В функционале (30) положим:

$$p = 10, \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Решая ЛК-задачу оптимальной стабилизации (24)—(26), (31), (32), (30), получим коэффициентную матрицу

$$\tilde{\mathbf{K}} = [5,05 \ 7,11 \ 5,58 \ -6,52 \ -1].$$

Спектр замкнутой СС оказывается равным

$$\Lambda = \{-1,04; -0,51 \pm 0,13j; -0,33 \pm 0,49j\}.$$

Далее согласно (27), (28) находим коэффициенты КОС (17) и ПКЗ (19):

$$\mathbf{K}_0 = [5,05 \ 7,11 \ 5,58], \mathbf{C}_1 = [-6,52 \ -1],$$

так что параметры q_0 и q_1 ПФ ПКЗ (22) равны

$$q_0 = 6,52, q_1 = 1.$$

На рис. 4 представлена реакция СС y (сплошная линия) на три типа тестовых воздействий y^* (пунктирная линия): постоянного (рис. 4, а), линейно нарастающего (рис. 4, б) и кусочно-линейного (рис. 4, в). ■

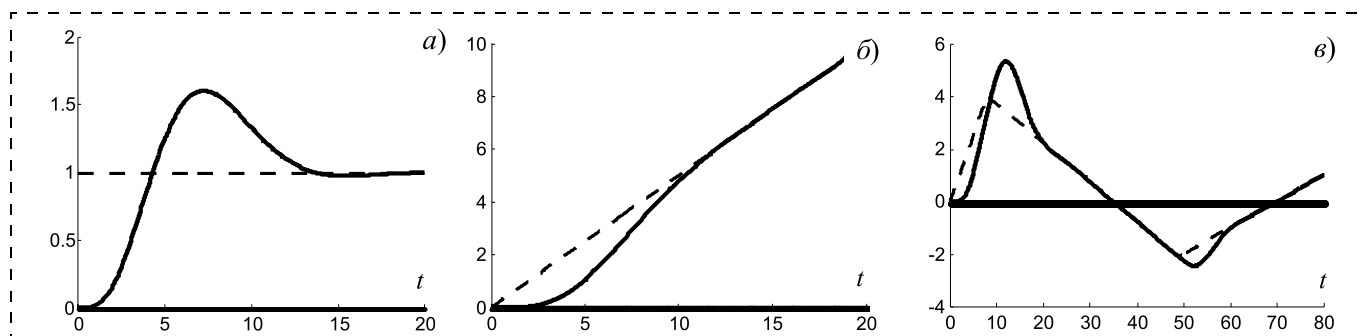


Рис. 4

Список литературы

1. **Основы** проектирования следящих систем / Под ред. Н. А. Лакоты. М.: Машиностроение, 1978.
2. **Younkin G. W.** Industrial Servo Control Systems: Fundamentals and Applications. Marcel Dekker, NY, 2003.
3. **Nakamura M., Goto S., Kyura N.** Mechatronic Servo System Control: Problems in Industries and their Theoretical Solutions. Springer-Verlag, NY, 2004.
4. **Андреев Ю. Н.** Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976.
5. **Смагин В. И., Параев Ю. И.** Синтез следящих систем управления по квадратичным критериям. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1996.
6. **Справочник** по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987.
7. **Машиностроение.** Энциклопедия в 40 т. Т. I-4. Автоматическое управление. Теория / Е. А. Федосов, А. А. Красовский, Е. П. Попов и др. Под общ. ред. Е. А. Федосова. М.: Машиностроение, 2000.
8. **Современная** прикладная теория управления. В 3-х ч. Ч. I. Оптимизационный подход в теории управления / Под ред. А. А. Колесникова. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000.
9. **Методы** классической и современной теории автоматического управления. В 5 т. Т. 4. Теория оптимизации систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004.
10. **Naidu D. S.** Optimal control systems. CRC Press LLC, NY, 2003.
11. **Bhattacharyya S. P., Datta A., Keel L. H.** Linear Control Theory: Structure, Robustness, and Optimization. CRC Press LLC, NY, 2009.
12. **Ким Д. П.** Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

Synthesis of Servosystems on the Basis of the Apparatus of Linear-Quadratic Optimization

A. B. Filimonov, filimon_ab@mail.ru,
Moscow Technological University, Moscow, 119454, Russian Federation,
N. B. Filimonov, nbfilimonov@mail.ru✉,
Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation

Corresponding author: **Filimonov Nikolay B.**, Professor, Dr. Sci. Tech.,
Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation,
e-mail: nbfilimonov@mail.ru

Received on August, 15, 2016
Accepted on September, 29, 2016

The automation of control processes by technical objects and technological processes in the different fields of industry, energetics and transport is accompanied by the broad use of tracking regulation systems intending for the reproduction at the output with the definite precision of the giving action, arbitrarily varying from the law which is unknown in advance. The methodology of the analytical synthesis of the optimal regulators (ASOR) called also as linear-quadratic (LQ) optimization has got the wide propagation in the automatic control theory. In the classical variant of setting up the ASOR problems are connected with stabilization of unperturbed motion of the object. The given settings don't take into account the wide class of the problems connected with the completeness (tracking) of the dynamic processes in environmental influences: here the channel of reference input defining the goal meaning of the directed output of the object is the integral structural factor of the automatic system. There are well known the tries to extend the ASOR methodology to control processes with the goal behavior of the object given by external (outer) standard models which are included themselves in control process and carry out the function of the generator of the standard output of the object. But the analysis of papers of the given direction shows its inapplicability for the wide class of control problems where the given action may be the arbitrary time function. In the given paper the methodology of use of LQ optimization for synthesis of servosystems, the function of which consists in tracking for variations a priori of unknown command order signal is discussed.

Keywords: synthesis of servosystems, general scheme of tracking control, quality tracking processes, linear-quadratic optimization

Acknowledgements: The work was supported by grant of the Russian Foundation for Basic Research (Project No. 16-08-00313-a).

For citation: **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Synthesis of Servosystems on the Basis of the Apparatus of Linear-Quadratic Optimization, *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 12, pp. 795–801.

DOI: 10.17587/mau.17.795-801

References

1. **Lakota N. A.** ed. *Osnovy proektirovaniya sledyashchih sistem* (Foundation of Design Servosystems), Moscow, Mashinostroenie, 1978 (in Russian).
2. **Younkin G. W.** Industrial Servo Control Systems: Fundamentals and Applications, Marcel Dekker, NY, 2003.
3. **Nakamura M., Goto S., Kyura N.** Mechatronic Servo System Control: Problems in Industries and their Theoretical Solutions, Springer-Verlag, NY, 2004.
4. **Андреев Ю. Н.** *Upravlenie konechnomernymi lineynymi ob"ektami* (Control of Finite-Dimensional Linear Objects), Moscow, Nauka, 1976 (in Russian).
5. **Smagin V. I., Paraev Yu. I.** *Sintez sledyashchih sistem upravleniya po kvadraticnym kriteriyam* (Synthesis of Control Servosystems via Quadratic Criteria), Tomsk, Publishing house of Tomskij Universitet, 1996 (in Russian).
6. **Krasovskij A. A.** ed. *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya* (Handbook of Automatic Control Theory), Moscow, Nauka, 1987 (in Russian).
7. **Fedosov E. A., Krasovskij A. A., Popov E. P.** i dr. *Mashinostroenie. Enciklopediya v 40 tt. T. I-4. Avtomaticheskoe upravlenie. Teoriya* (Engineering. Encyclopedia in 40 volumes. Vol. 1-4. Automatic control. Theory), Moscow, Mashinostroenie, 2000 (in Russian).
8. **Kolesnikov A. A.** ed. *Sovremennaya prikladnaya teoriya upravleniya. V 3-h chch. Ch. I. Optimizatsionnyj podhod v teorii upravleniya* (Modern Applied Control Theory. 3 CC. Part I. Optimization Approach in Control Theory), Taganrog, Publishing house of TRTU, 2000 (in Russian).

9. Pupkov K. A., Egupov N. D. ed. *Metody klassicheskoy i sovremennoj teorii avtomaticheskogo upravleniya. V 5 t. T. 4. Teoriya optimizacii sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Methods of Classical and Modern Theory of Automatic Control. Tutorial in 3 vol. Vol. 2. The Synthesis of Regulators and Optimization Theory of Automatic Control), Moscow, Publishing house of MGTU im. N. E. Bauman, 2004 (in Russian).

10. Naidu D. S. Optimal control systems, CRC Press LLC, NY, 2003.

11. Bhattacharyya S. P., Datta A., Keel L. H. Linear Control Theory: Structure, Robustness and Optimization, CRC Press LLC, NY, 2009.

12. Kim D. P. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. T. 2. Mnogomernye, nelinejnye, optimal'nye i adaptivnye sistemy* (Theory of Automatic Control. Vol. 2. Multidimensional, Nonlinear, Optimal and Adaptive Systems). Moscow, FIZMATLIT, 2004 (in Russian).

УДК 62-50

DOI:10.17587/mau.17.801-809

В. В. Тютиков, д-р техн. наук, проф., tvv@ispu.ru,
И. В. Вершинин, аспирант, vershinin.ivan@list.ru, **А. Б. Соколов**, доц.,
Ивановский государственный энергетический университет, г. Иваново

Метод больших коэффициентов при синтезе параметрически грубых систем модального управления¹

Решается задача обеспечения параметрической грубости систем модального управления с полиномиальными регуляторами с использованием метода больших коэффициентов усиления.

Ключевые слова: параметрическая грубость, модальное управление, полиномиальный регулятор, метод больших коэффициентов

Введение

Вопросы параметрической грубости САУ, синтезируемых аналитическими методами, интересуют исследователей достаточно давно. Одной из первых работ, посвященной этой тематике, является статья [1]. Позднее анализу таких систем было посвящено значительное число публикаций [2–10]. Синтез параметрически грубых систем также вызывал значительный интерес у исследователей [8, 9, 11–18]. В работе [8] содержится обширная библиография по этой тематике.

Среди направлений синтеза грубых САУ можно выделить два, основу которых составляет комбинация производных выходного сигнала и большого коэффициента усиления: метод больших коэффициентов усиления В. М. Меерова [11] и метод локализации (управления с использованием высшей производной) А. С. Вострикова [12].

В работе [11] показано, что большой коэффициент усиления в контуре позволяет обеспечить не только высокую статическую точность, но и низкую чувствительность к вариациям параметров объекта управления. Введение большого коэффициента усиления осуществляется в два этапа. Вначале проводится синтез основного регулятора (в терминологии автора — "стабилизирующего устройства", состоящего из звеньев с передаточными функциями

вида $H(s) = \frac{\tau s}{1 + \tau s}$), обеспечивающего в зоне суще-

ственных частот необходимые свойства системы, дающие возможность последующего введения в контур "большого" коэффициента усиления. Затем выбирается необходимый коэффициент усиления. При этом качество (характер и темп) переходных процессов САУ с изменением коэффициента усиления также может меняться.

Методы локализации [12] также используют двухэтапную процедуру синтеза САУ, включающую синтез контура, обеспечивающего робастные свойства, и основного контура, придающего САУ необходимые качественные показатели функционирования. Особенностью метода является использование в регуляторе информации о производных, включая высшую (порядка, равного порядку объекта управления).

В последнее время большое число работ посвящено обеспечению параметрической грубости систем, синтезированных методами модального управления, в частности систем с динамическими (полиномиальными) регуляторами в цепи главной обратной связи, поскольку известно, что использование данных методов также может приводить к получению САУ с высокой чувствительностью к вариациям параметров [8, 10, 17]. Причины ее могут быть различны.

Например, большое влияние на параметрическую грубость оказывает наличие нулей в передаточной функции математической модели объекта управления [8, 17], причем это может быть связано как с образованием так называемых "диполей" (близко расположенных нулей полюсов), так и с расположением нулей и полюсов на значительном удалении друг от друга.

¹ Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда (проект № 14-19-00972) и при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках базовой части госзадания в сфере научной деятельности на 2014–2016 гг.

Также к негрубым решениям может приводить учет при синтезе так называемых "малых постоянных времени", определяющих движения значительно более быстрые, чем в синтезируемой САУ [17].

И в том и в другом случае признаком негрубости будут служить или сильные положительные безынерционные обратные связи в многоконтурных САУ или неминимальнофазовые или неустойчивые динамические звенья в одноконтурных системах. Неустойчивость САУ при этом может наблюдаться при незначительных вариациях параметров объекта управления.

И, наконец, параметрическая грубость системы может быть недостаточной при возможных вариациях параметров даже при отсутствии влияния указанных выше факторов.

Поставим задачу повышения параметрической грубости систем модального управления с полиномиальными регуляторами (ПР) на основе использования метода больших коэффициентов усиления. Синтезируемый регулятор должен обеспечивать как требуемое качество (темп и характер) процессов в САУ на основе соответствующего расположения корней характеристического полинома, так и снижение параметрической чувствительности посредством большого (неограниченного) коэффициента усиления.

1. Системы модального управления с полиномиальными регуляторами

САУ (рис. 1, а) описывается следующими уравнениями:

$$A(s)y(s) = B(s)u(s), \quad C(s)u(s) = R(s)\Delta(s), \\ \Delta(s) = y_0^*(s) - y(s), \quad y_0^*(s) = R(s)^{-1}y_0(s),$$

где $A(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0$, $B(s) = b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0$ — полиномы знаменателя и числителя передаточной функции ОУ (далее будут рассматриваться объекты со строго правильными передаточными функциями, т.е. $n > m$);

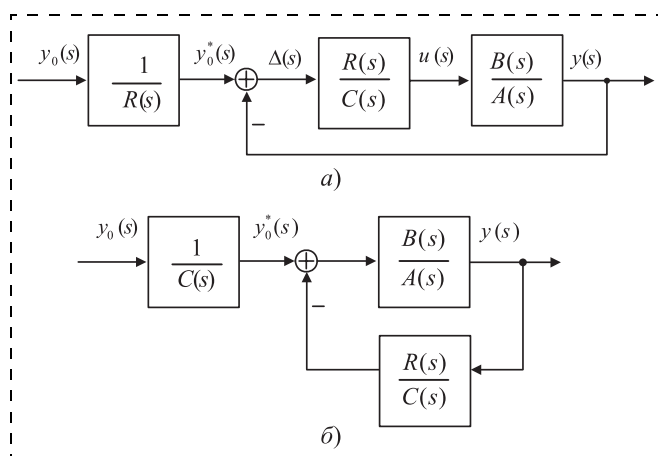


Рис. 1

$C(s) = c_ls^l + c_{l-1}s^{l-1} + \dots + c_1s + c_0$, $R(s) = r_k s^k + r_{k-1}s^{k-1} + \dots + r_1s + r_0$ — полиномы знаменателя и числителя передаточной функции регулятора, степени которых выбираются на этапе синтеза; s — комплексная переменная Лапласа; n — порядок математической модели объекта; $y(s)$ — управляемая координата, $u(s)$ — сигнал выхода регулятора, $y_0(s)$ — сигнал задания.

Синтез полиномиального регулятора осуществляют по уравнению синтеза

$$A(s)C(s) + B(s)R(s) = D(s), \quad (1)$$

обычно принимая

$$\deg R(s) = \deg A(s) - 1;$$

$$\deg C(s) = \begin{cases} 0, & \text{при } \deg B(s) = 0; \\ \deg B(s) - 1, & \text{при } \deg B(s) > 0 \end{cases} \quad (2)$$

— при синтезе дифференцирующего регулятора или

$$\deg C(s) = \deg R(s)$$

— при синтезе физически реализуемого регулятора (дальнейшее увеличение степени полинома $C(s)$ возможно, но приведет к усложнению управляющего устройства и с практической точки зрения может быть нецелесообразным);

$$\deg D(s) = \deg A(s) + \deg C(s),$$

где

$$D(s) = s^{n+l} + d_{n+l-1}s^{n+l-1} + \dots + d_1s + d_0 = \\ = s^{n+l} + d_{n+l-1}^* \Omega_0 s^{n+l-1} + \dots + \\ + d_1^* \Omega_0^{n+l-1} s + \Omega_0^{n+l} \quad (3)$$

— полином знаменателя передаточной функции САУ

$$H(s) = \frac{y(s)}{y_0(s)} = \frac{B(s)}{A(s)C(s) + B(s)R(s)} = \frac{B(s)}{D(s)},$$

в основном определяющий качество переходных процессов. Полиномы $A(s)$ и $D(s)$ нормированы, т.е. коэффициенты при старшей степени s равны единице. Ω_0 и d_i^* — среднегеометрический корень, определяющий быстродействие, и коэффициенты, устанавливающие характер переходных процессов, соответственно.

САУ, структура которой приведена на рис. 1, б, синтезируется аналогичным образом.

Префильтры с передаточными функциями $1/C(s)$ и $1/R(s)$ вводятся для компенсации "лишних" нулей, появляющихся в главном контуре САУ (рис. 1). Если влияние таких нулей на качество переходных процессов невелико, то для упрощения технической реализации префильтры можно не использовать.

2. Синтез параметрически грубых систем модального управления

Система с дифференцирующим регулятором.

Для упрощения изложения положим $B(s) = b_0$ (это ограничение не является жестким, поскольку спра-

ведливо для многих технических объектов и систем) и $C(s) = c_0 = 1$ (дифференцирующий регулятор), тогда уравнение (1) синтеза ПР примет вид

$$A(s) + b_0 R(s) = D(s). \quad (4)$$

Анализируя систему уравнений, составленную из коэффициентов при равных степенях s уравнения синтеза (4) в условиях (2)

$$\begin{cases} a_{n-1} + r_{n-1} = d_{n-1}; \\ \dots\dots\dots; \\ a_1 + r_1 = d_1; \\ a_0 + r_0 = d_0, \end{cases}$$

можно сделать вывод о том, что увеличение значений коэффициентов d_i полинома $D(s)$ (что может быть, согласно (3), легко обеспечено увеличением значения среднегеометрического корня Ω_0) приведет к соответствующему увеличению коэффициентов регулятора r_i :

$$\begin{cases} r_{n-1} = d_{n-1} - a_{n-1}; \\ \dots\dots\dots; \\ r_1 = d_1 - a_1; \\ r_0 = d_0 - a_0, \end{cases}$$

т.е. увеличению коэффициента усиления (r_0) в контуре управления. Это позволит не только снизить статическую ошибку, но и повысить параметрическую грубость САУ.

Связь между коэффициентами и корнями полинома описывается формулами Виета:

$$\begin{aligned} -d_{n-1} &= s_1 + s_2 + \dots + s_n = \sum_{1 \leq j \leq n} s_j; \\ d_{n-2} &= s_1 s_2 + s_1 s_3 + \dots + s_2 s_3 + \dots + s_{n-2} s_{n-1} = \\ &= \sum_{1 \leq j_1 < j_2 \leq n} s_{j_1} s_{j_2}; \\ -d_{n-3} &= s_1 s_2 s_3 + s_1 s_2 s_4 + \dots + s_{n-2} s_{n-1} s_n = \\ &= \sum_{1 \leq j_1 < j_2 < j_3 \leq n} s_{j_1} s_{j_2} s_{j_3}; \\ (-1)^{n-1} d_1 &= s_1 s_2 \dots s_{n-1} + s_1 s_2 \dots s_{n-2} s_n + \dots + s_2 s_3 \dots s_n; \\ (-1)^n d_0 &= s_1 s_2 \dots s_n. \end{aligned}$$

Очевидно, что увеличение модуля одного или нескольких корней приведет к соответствующему увеличению коэффициентов полинома, а следовательно, и к увеличению коэффициентов полиномов регулятора.

Отметим также, что при степени полинома $B(s)$, отличной от нуля, указанный эффект сохраняется, однако в этом случае ряд коэффициентов полиномов $C(s)$ и/или $R(s)$ (при определенном взаимном расположении корней полиномов $A(s)$, $B(s)$ и $D(s)$) может принимать отрицательные значения [17]. Это значит, что в контур управления будут вводиться неустойчивые или неминимальнофазовые звенья, что нежелательно с точки зрения обеспечения низкой параметрической чувствительности. Поэтому

случай $\deg B(s) > 0$ в дальнейшем рассматриваться не будет.

Система с физически реализуемым регулятором.

Если принять $\deg C(s) = \deg R(s)$ для обеспечения физической реализуемости регулятора, то эффект увеличения коэффициентов полиномов регулятора при увеличении значений коэффициентов характеристического полинома замкнутой системы вследствие роста среднегеометрического корня также сохраняется. Доказательство для случая "физически реализуемого" регулятора приведено в приложении 1.

Итак, увеличение коэффициентов полинома $D(s)$ приводит к росту коэффициентов $R(s)$ и $C(s)$. Однако остается открытым вопрос: увеличится ли коэффициент усиления в контуре, поскольку указанные полиномы являются полиномами числителя и знаменателя передаточной функции регулятора, и увеличение их коэффициентов играет, на первый взгляд, противоположную роль. Эффект увеличения коэффициента петлевого усиления при увеличении коэффициентов полинома $D(s)$ доказан в приложении 2.

Следует заметить, что в приложении доказан эффект увеличения значений полиномов $R(s)$ и $C(s)$ с ростом Ω_0 полинома $D(s)$, если он представим в виде (3).

Однако необходимо учитывать, что использование в качестве характеристического $D(s)$ полинома САУ стандартных полиномов (Ньютона, Баттерворта и т.п.) позволит сохранить лишь характер процессов. Темп процессов будет изменяться пропорционально увеличению Ω_0 . Последнее может быть недопустимо по техническим причинам (ограниченные механическая прочность исполнительных устройств, мощность приводных устройств и т.п.). Поэтому использование таких полиномов при задании свойств САУ не позволяет в полной мере использовать потенциал модального управления.

Для обеспечения параметрической грубости систем предлагается формировать полином $D(s)$ следующим образом:

$$D(s) = D_1(s) D_2(s), \quad (5)$$

используя свойство, что полином $D(s)$ будет содержать все корни полиномов $D_1(s)$ и $D_2(s)$. При этом первая составляющая $D_1(s)$ (и соответствующая ей группа корней) будет обеспечивать повышение коэффициента петлевого усиления и формировать "быстрые процессы", а вторая составляющая $D_2(s)$ (полином 1...2 порядка) — требуемые быстродействие ("низкое") и характер процесса. Обе составляющие могут быть, например, полиномами Ньютона. В этом случае сформированный полином (5) также будет представим в виде (3).

Данный подход позволяет формировать любой коэффициент усиления в контуре при сохранении качества (быстродействия и характера) процессов.

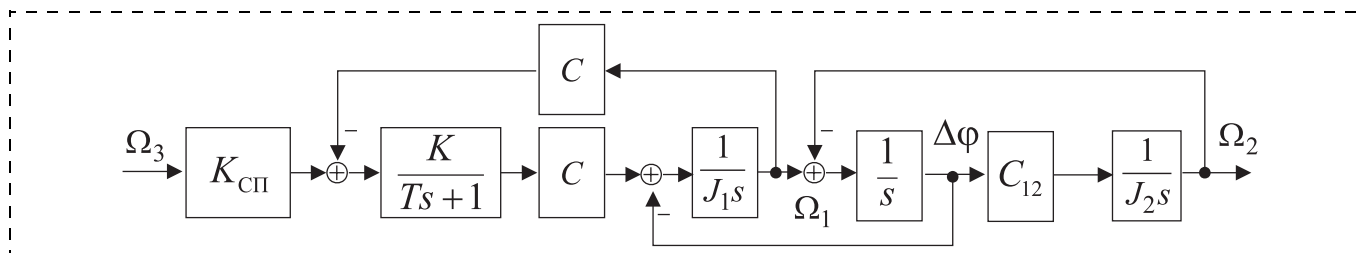


Рис. 2

Пример

Исследования предложенного подхода выполним на математической модели объекта, соответствующей типовой упругой двухмассовой электро-механической системе (рис. 2) с полиномиальным регулятором.

Приняты следующие обозначения: $K_{СП}$ — коэффициент усиления силового преобразователя; K, T — коэффициент передачи и постоянная времени якорной цепи; C, J_1 — конструктивная постоянная и момент инерции якоря электродвигателя; C_{12}, J_2 — коэффициент жесткости кинематической передачи и момент инерции исполнительного органа. В расчетах принято: $K_{СП} = 100$, значения остальных параметров равны единице.

Векторно-матричное описание объекта при векторе состояния $\mathbf{x} = [I \ \Omega_1 \ \Delta\varphi \ \Omega_2]$, где переменными состояния являются ток I якорной цепи, частота Ω_1 вращения вала электродвигателя, разность углов $\Delta\varphi$ поворота валов электродвигателя и исполнительного механизма и частота Ω_2 вращения исполнительного механизма, имеет вид

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u; \\ y = \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = [0 \ 0 \ 0 \ 1],$$

а соответствующая ему передаточная функция равна

$$H(s) = \frac{\Omega_2(s)}{u(s)} = \mathbf{C}(\mathbf{I}s - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \frac{100}{s^4 + s^3 + 3s^2 + 2s + 1}.$$

Исследовалась вариация момента инерции исполнительного механизма как параметра, наиболее подверженного изменениям. Структура исследуемой САУ приведена на рис. 1.

Пусть при номинальных параметрах объекта управления требуется обеспечить аperiodический переходный процесс с временем не более 1,5 с.

Тогда при синтезе полиномиального регулятора в условиях:

$$\begin{aligned} \deg A(s) &= 4, \deg B(s) = 0, \\ \deg R(s) &= 4 - 1 = 3, \deg C(s) = R(s) = 3, \\ \deg D(s) &= \deg A(s) + \deg C(s) = 7 \end{aligned}$$

в случае использования в качестве $D(s)$ полинома Ньютона $D(s) = (s + 10)^7$ ($s_{1-7} = -10$) получаем передаточную функцию регулятора

$$\begin{aligned} H_{p1}(s) &= \frac{R(s)}{C(s)} = \\ &= \frac{3110s^3 + 19\,975s^2 + 69\,324s + 99\,672}{s^3 + 69s^2 + 2026s + 32\,763}, \end{aligned}$$

а при использовании предлагаемого подхода для $s_{1-6} = -20$ (быстрая составляющая), $s_7 = -3,3$ (медленная составляющая):

$$\begin{aligned} H_{p2}(s) &= \frac{R(s)}{C(s)} = \\ &= \frac{27\,358s^3 + 265\,878s^2 + 1\,270\,074s + 2\,110\,268}{s^3 + 122s^2 + 6270s + 173\,160}. \end{aligned}$$

Графики переходных процессов при номинальных параметрах объекта управления приведены на рис. 3, а (сплошная линия для $H_{p1}(s)$, пунктирная линия — для $H_{p2}(s)$).

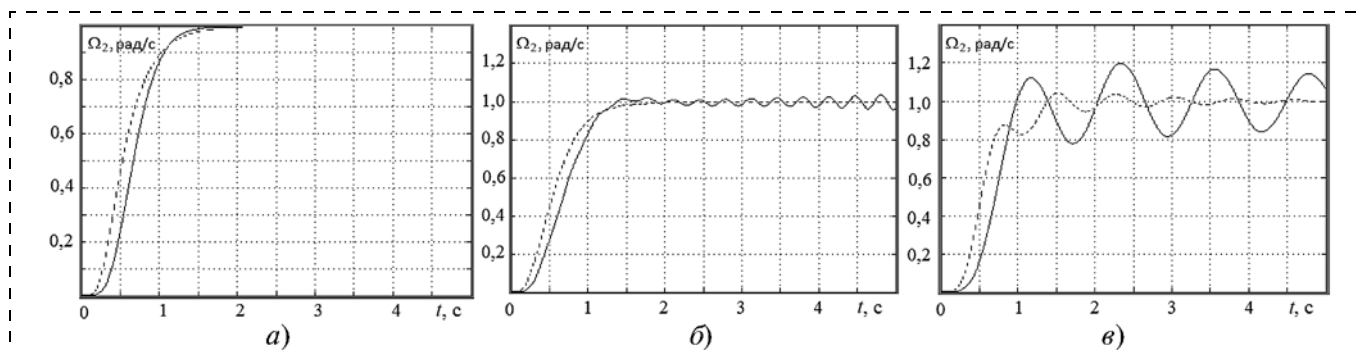


Рис. 3

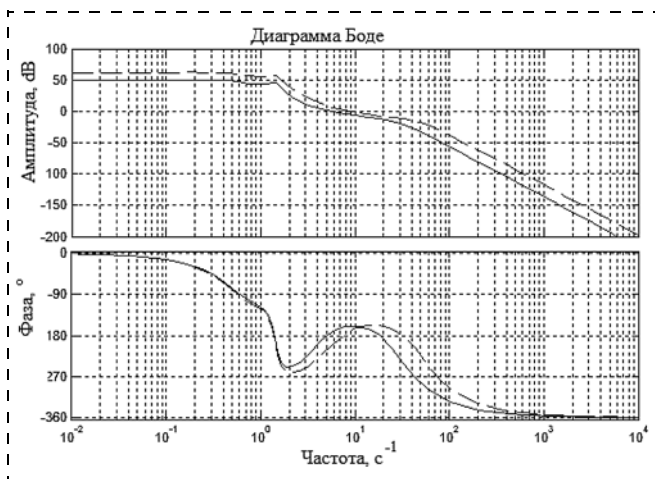


Рис. 4

Графики, полученные при уменьшении момента инерции рабочего органа в два раза, приведены на рис. 3, б; при увеличении в два раза — на рис. 3, в (сплошная линия для $H_{p1}(s)$). Очевидно, что система, синтезированная по предложенному принципу, обладает значительно большей параметрической грубостью (влияние параметрических возмущений приводит к значительно меньшему влиянию на переходный процесс).

Дальнейшее увеличение значений корней характеристического полинома "быстрой" подсистемы обеспечит соответствующий рост коэффициента петлевого усиления, а значит, и усиление эффекта "грубости" САУ. "Побочным" эффектом этого будет повышение статической точности.

Диаграммы Бode для разомкнутого главного контура систем с регуляторами $H_{p1}(s)$ (непрерывная линия) и $H_{p2}(s)$ (штриховая линия) приведены на рис. 4.

Очевидно, что частотные свойства систем очень близки. Это свидетельствует о том, что помехоустойчивость САУ, синтезированной предложенным методом, будет мало отличаться от системы, регулятор которой получен на основе стандартных полиномов.

Следует заметить, что положительность коэффициентов полиномов $R(s)$ и $C(s)$ при степенях выше второй не гарантирует их устойчивости. А включение в контурную, а тем более внеконтурную часть систем (см. рис. 1), неустойчивых звеньев не позволит обеспечить параметрическую грубость САУ. Поэтому необходимо оценивать свойства полиномов регулятора в каждом отдельном случае.

В рассматриваемом примере значения корней полиномов числителя и знаменателя передаточных функций $H_{p1}(s)$ и $H_{p2}(s)$ соответственно равны

- $R(s)$: $s_1 = -38,5$, $s_{2,3} = -15,5 \pm i24,9$;
 $C(s)$: $s_1 = -1,32$, $s_{2,3} = -2,55 \pm i4,21$;
- $R(s)$: $s_1 = -67$, $s_{2,3} = -27,5 \pm i43,8$;
 $C(s)$: $s_1 = -2,89$, $s_{2,3} = -3,41 \pm i3,88$.

Заключение

1. Использование разбиения характеристического полинома САУ на "быструю" и "медленную" части в рамках метода модального управления в полиномиальной трактовке позволяет обеспечить динамическим системам свойство параметрической грубости.

2. Возможность варьирования темпа "быстрых" процессов дает возможность рационального выбора значения коэффициентов регулятора для его последующей технической реализации.

3. Связь коэффициента петлевого усиления и статической точности САУ позволяет также повысить статическую точность синтезируемых систем.

Список литературы

1. Надеждин П. В. О практической неустойчивости (негрубости) систем, полученных по методу статьи [1] // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1973. № 5. С. 196—198.
2. Поляк Б. Т., Цыпкин Я. З. Частотные критерии робастной устойчивости и апериодичности линейных систем // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1990. № 9. С. 45—54.
3. Браверман М. Э., Розоноэр Л. И. О грубости линейных динамических систем. Ч. 1 // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1991. № 11. С. 17—23.
4. Браверман М. Э., Розоноэр Л. И. О грубости линейных динамических систем. Ч. 2 // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1992. № 1. С. 41—52.
5. Петров Ю. П. Устойчивость линейных систем при вариациях параметров // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1994. № 11. С. 186—189.
6. Волгин Л. Н. О грубых системах управления // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1989. № 4. С. 186—187.
7. Джури Э. И. Робастность дискретных систем // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1999. № 3. С. 3—28.
8. Гайдук А. Р. Синтез систем управления при слабо обусловленной полноте объектов // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1997. № 4. С. 133—144.
9. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Трудные задачи линейной теории управления. Некоторые подходы к решению // Автоматика и телемеханика. 2005. № 5. С. 7—46.
10. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. О проблеме неробастности спектра в задачах модального управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 10. С. 8—13.
11. Мееров М. В. Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности. М.: Наука, 1967. 424 с.
12. Востриков А. С. Синтез нелинейных систем методом локализации. Новосибирск: Изд-во Новосибир. ун-та, 1990. 120 с.
13. Киселев О. Н., Поляк Б. Т. Синтез регуляторов низкого порядка по критерию H^∞ и по критерию максимальной робастности // Изв. РАН. Автоматика и телемеханика. 1999. № 3. С. 119—132.
14. Гончаров В. И., Лиепиньш А. В., Рудницкий В. А. Синтез робастных регуляторов низкого порядка // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2001. № 4. С. 36—43.
15. Колесников А. А. Основы теории синергетического управления. М.: Испо-сервис, 2000. 264 с.
16. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.
17. Тютюков В. В., Тарарыкин С. В. Робастное модальное управление технологическими объектами. Иваново: ИГЭУ, 2006. 256 с.
18. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Метод больших коэффициентов усиления и эффект локализации движений в задачах синтеза систем автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 2. С. 2—10.
19. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Робастная коррекция в системах управления с большим коэффициентом усиления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 12. С. 3—10.
20. Гайдук А. Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. 360 с.
21. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Физматлит, 2004.

Приложение 1

Пусть $A(s) = \sum_{k=0}^n a_k s^k$ — полином степени n от s , причем $a_n = 1$; $D(s) = \sum_{k=0}^{2n-1} d_k s^k$ — полином степени $2n-1$ от s , причем коэффициенты $d_k = d_k(\Omega)$ зависят от положительного параметра Ω : $d_k = d'_k \Omega^{2n-1-k}$ при каждом $k = 0, 1, \dots, 2n-1$, где $d'_k > 0$.

Рассмотрим уравнение

$$A(s)C(s) + b_0 R(s) = D(s), \quad (*)$$

где $C(s) = \sum_{k=0}^{n-1} c_k s^k$, $R(s) = \sum_{k=0}^{n-1} r_k s^k$ — неизвестные полиномы степени $n-1$ от s , $b_0 > 0$ — положительное число.

Теорема

1. При каждом $\Omega \in (0; +\infty)$ уравнение (*) имеет единственное решение, т.е. уравнение (*) однозначно определяет $2n-1$ функций $c_k = c_k(\Omega)$, $r_k = r_k(\Omega)$, $k = 0, 1, \dots, n-1$.

2. Существует Ω_0 , зависящее только от a_k , b_0 и d'_k , такое что

- а) $c_k(\Omega) > 0$, $r_k(\Omega) > 0$ при $\Omega > \Omega_0$, $k = 0, 1, \dots, n-1$;
- б) функции $c_k(\Omega)$, $r_k(\Omega)$ возрастают к $+\infty$ на промежутке $\Omega \in (\Omega_0; +\infty)$ при каждом $k = 0, 1, \dots, n-1$.

Потребуется следующие вспомогательные утверждения и определения.

Утверждение 1. Пусть $\mathbf{T} = \{t_{ki}\}_{k,i}^m$ — нижнетреугольная матрица с определителем, равным произведению ее элементов, стоящих на главной диагонали: $\det \mathbf{T} = \prod_{k=1}^m t_{kk}$ [21], причем $t_{kk} > 0$ при всех $k = \overline{1, m}$. Зафиксируем номер столбца $1 \leq i_0 \leq m$.

Тогда

1) $A_{ki} = 0$ для всех k таких, что $i_0 \leq k \leq m$;

2) $A_{i_0 i_0} = \frac{1}{t_{i_0 i_0}} \prod_{k=1}^m t_{kk} > 0$.

Из 1), 2) следует, что наибольший индекс k , для которого $A_{ki_0} \neq 0$, равен i_0 , при этом $A_{i_0 i_0} > 0$. Здесь $A_{ki} = (-1)^{k+i} \Delta_{ki}$ — алгебраические дополнения соответствующих элементов t_{ki} матрицы $\mathbf{T}$.

Доказательство утверждения 1.

Зафиксируем номер строки k_0 такой, что $i_0 \leq k_0 \leq m$, и рассмотрим матрицу $\mathbf{T}' = \{t'_{ki}\}_{k,i=1}^{m-1}$, получающуюся из матрицы $\mathbf{T}$ путем вычеркивания i_0 -го столбца и k_0 -й строки, тогда $\Delta_{k_0 i_0} = \det \mathbf{T}'$ — соответствующий минор элемента $t_{k_0 i_0}$ исходной матрицы.

Докажем, что тогда $\mathbf{T}'$ — нижнетреугольная матрица, т.е. что $t'_{ki} = 0$, если $k \neq i$.

Неравенства

$$\begin{cases} i_0 \leq k_0; \\ k < i \end{cases} \quad (+)$$

означают, что при $k > k_0$ имеет место неравенство $i > i_0$ (либо тогда $i_0 \leq k_0 \leq k < i$), поэтому при выполнении (+) могут иметь место только три случая:

$$\begin{cases} k < k_0; \\ i < i_0; \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} k < k_0; \\ i \geq i_0; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} k \geq k_0; \\ i > i_0. \end{cases} \quad (3)$$

В случае (1): $t'_{ki} = t_{ki} = 0$ (так как $k < i$) и $\mathbf{T}'$ — нижнетреугольная.

В случае (2): $t'_{ki} = t_{k, i+1} = 0$ (так как $k < i < i+1$).

В случае (3): $t'_{ki} = t_{k+1, i+1} = 0$ (так как $k+1 < i+1$).

Таким образом, в любом случае из неравенства $k < i$ следует, что $t'_{ki} = 0$, и матрица $\mathbf{T}'$ — нижне-

треугольная. Тогда $\Delta_{k_0 i_0} = \det \mathbf{T}' = \prod_{k=1}^{m-1} t'_{kk}$.

Предположим, что $i_0 < k_0 \leq m$. Тогда $i_0 \leq m-1$ и $t'_{i_0 i_0} = |\text{Случай 2}| = t_{i_0, i_0+1} = 0$, поэтому $\Delta_{k_0 i_0} = \prod_{k=1}^{m-1} t'_{kk} = 0$ (произведение содержит множитель

$t'_{i_0 i_0} = 0$), следовательно и $A_{k_0 i_0} = (-1)^{k_0+i_0} \Delta_{k_0 i_0} = 0$, если $k_0 > i_0$, и 1) доказано.

Предположим, что $k_0 = i_0$, тогда либо $k < k_0$ и $t'_{kk} = t_{kk}$, либо $k \geq k_0$, и тогда $t'_{kk} = t_{k+1, k+1}$, поэтому в случае 2) ($k_0 = i_0$) будем иметь $A_{i_0 i_0} = (-1)^{i_0+i_0} \Delta_{i_0 i_0} = \det \mathbf{T}' = \prod_{k \neq i_0} t_{kk} = \frac{1}{t_{i_0 i_0}} \prod_{k=1}^m t_{kk} > 0$.

Утверждение 1 доказано.

Так как предполагается исследовать зависимость коэффициентов полиномов регулятора от Ω , введем в рассмотрение полином $P(\Omega)$.

Утверждение 2. Пусть $P(\Omega) = \sum_{k=0}^m \alpha_k \Omega^k$ — полином от Ω с положительным старшим коэффициентом $\alpha_m > 0$. Тогда существует $\Omega_0 > 0$ такое, что:

1) $P(\Omega) > 0$ при всех $\Omega > \Omega_0$;

2) полином $P(\Omega)$ возрастает к $+\infty$ на интервале $\Omega \in (\Omega_0; +\infty)$.

Доказательство утверждения 2.

Так как $\alpha_k > 0$, то $\lim_{\Omega \rightarrow +\infty} P(\Omega) = \lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^m \alpha_k \Omega^k = \lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \Omega^m \sum_{k=0}^m \alpha_k \Omega^{k-m} = +\infty$ (так как $\lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^m \alpha_k \times \Omega^{k-m} = \alpha_m$). Следовательно, найдется число $\Omega_1 > 0$ такое, что $P(\Omega) > 0$ при всех $\Omega \in (\Omega_1; +\infty)$.

Рассмотрим производную $P'(\Omega) = \sum_{k=1}^m k\alpha_k \Omega^{k-1}$ — полином степени $m-1$ с положительным старшим коэффициентом $k\alpha_k > 0$.

$$\begin{aligned} \lim_{\Omega \rightarrow +\infty} P'(\Omega) &= \lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^m k\alpha_k \Omega^{k-1} = \\ &= \lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \Omega^{m-1} \sum_{k=1}^m k\alpha_k \Omega^{k-m} = +\infty, \end{aligned}$$

значит, найдется число $\Omega_2 > 0$ такое, что $P'(\Omega) > 0$ при всех $\Omega \in (\Omega_2; +\infty)$.

Обозначим $\Omega_0 = \max\{\Omega_1; \Omega_2\}$. Тогда $P'(\Omega) > 0$ при всех $\Omega \in (\Omega_0; +\infty)$, и функция $P(\Omega)$ монотонно возрастает на промежутке $(\Omega_0; +\infty)$. Кроме того, $P(\Omega) > 0$ при $\Omega \in (\Omega_0; +\infty)$ и $\lim_{\Omega \rightarrow +\infty} P(\Omega) = +\infty$.

Утверждение 2 доказано.

Доказательство теоремы.

Подставим в уравнение (*)

$$\begin{aligned} A(s) &= \sum_{k=0}^n a_k s^k, \quad D(s) = \sum_{k=0}^{2n-1} d_k s^k, \\ C(s) &= \sum_{k=0}^{n-1} c_k s^k, \quad R(s) = \sum_{k=0}^{n-1} r_k s^k. \end{aligned}$$

$$\left(\sum_{k=0}^n a_k s^k \right) \left(\sum_{k=0}^{n-1} c_k s^k \right) + b_0 \left(\sum_{k=0}^{n-1} r_k s^k \right) = \sum_{k=0}^{2n-1} d_k s^k. \quad (**)$$

Приравняв в уравнении (**) коэффициенты при одинаковых степенях s , стоящих в левой и правой частях, получим систему из $2n$ линейных уравнений относительно $2n$ неизвестных $c_{n-1}, c_{n-2}, \dots, c_0, r_{n-1}, r_{n-2}, \dots, r_0$.

Матрица $\mathbf{T}$ данной системы размерности $2n \times 2n$ — нижнетреугольная:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} a_n & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_{n-1} & a_n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} & b_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_1 & \dots & a_{n-2} & 0 & b_0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_0 & \dots & a_{n-3} & 0 & 0 & b_0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & b_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & b_0 \end{pmatrix}.$$

По главной диагонали матрицы $\mathbf{T}$ стоят n чисел a_n и n чисел b_0 . Обозначив $c_{n-1} = x_1, c_{n-2} = x_2, \dots, c_0 = x_n, r_{n-1} = x_{n+1}, \dots, r_0 = x_{2n}$,

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_{2n} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{2n-1} \\ d_{2n-2} \\ \dots \\ d_0 \end{pmatrix},$$

получим запись системы в матричном виде [20]:

$$\mathbf{TX} = \mathbf{D}. \quad (***)$$

Так как $\mathbf{T}$ — нижнетреугольная матрица, то [21]

$$\Delta = \det \mathbf{T} = \prod_{k=1}^{2n} t_{kk} = a_n^n b_0^n > 0,$$

и по теореме Крамера система (***) для любого столбца $\mathbf{T}$ имеет единственное решение, опреде-

ляемое по формуле Крамера: $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$, где Δ_i — определитель матрицы, полученной из матрицы $\mathbf{T}$ путем замены i -го столбца на $\mathbf{D}$.

При каждом $i = \overline{1, 2n}$ разложим определитель Δ_i по i -му столбцу:

$$\Delta_i = \sum_{k=1}^{2n} d_{2n-k} A_{ki} = \sum_{k=1}^{2n} d'_{2n-k} \Omega^{k-1} A_{ki},$$

где A_{ki} — алгебраические дополнения соответствующих элементов t_{ki} матрицы $\mathbf{T}$.

Матрица $\mathbf{T}$ удовлетворяет условиям утверждения 1, так как она нижнетреугольная и по ее главной диагонали стоят числа $a_n > 0$ и $b_0 > 0$. Следовательно, по утверждению 1 $A_{ki} = 0$ при $k > i$ и $A_{ki} = A_{ii} > 0$ при $k = i$.

Таким образом, $\Delta_i = \sum_{k=1}^i d'_{2n-k} \Omega^{k-1} A_{ki}$ при каж-

дом $i = 1, 2, \dots, 2n$ и $x_i(\Omega) = \frac{\Delta_i}{\Delta} = \sum_{k=1}^i \frac{d'_{2n-k}}{\Delta} \Omega^{k-1} A_{ki}$ — полином степени $i-1$ со старшим коэффициентом $\frac{d'_{2n-k}}{\Delta} A_{ii} > 0$.

Тогда по утверждению 2 для каждого $i = 1, 2, \dots, 2n$ найдется число $\Omega_{0i} > 0$ такое, что

- 1) $x_i(\Omega) > 0$ при всех $\Omega \in (\Omega_{0i}; +\infty)$;
- 2) функция $x_i(\Omega)$ возрастает к $+\infty$ на промежутке $(\Omega_{0i}; +\infty)$.

Пусть $\Omega_0 = \max_{1 \leq i \leq 2n} \Omega_{0i} > 0$.

Тогда при $\Omega \in (\Omega_0; +\infty)$ $x_i(\Omega) > 0$ при всех $i = 1, 2, \dots, 2n$; функции $x_i(\Omega)$ возрастают к $+\infty$ на $(\Omega_0; +\infty)$ при каждом $i = 1, 2, \dots, 2n$.

Теорема доказана.

Приложение 2

Утверждение

При каждом $i = 0, 1, \dots, n-1$ имеет место равенство $\lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \frac{r_i(\Omega)}{c_i(\Omega)} = +\infty$, в частности $\lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \frac{r_0(\Omega)}{c_0(\Omega)} = +\infty$.

Доказательство

$$c_i(\Omega) = x_{n-i} = \frac{\Delta_{n-i}}{\Delta} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^{n-i} \gamma_{2n-k} A_{k, n-i} \Omega^{k-1} -$$

полином степени $n-1-i$ со старшим коэффициентом $\frac{1}{\Delta} \gamma_{n+i} A_{n+i, n-i} > 0$,

$$r_i(\Omega) = x_{2n-i} = \frac{\Delta_{2n-i}}{\Delta} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^{2n-i} \gamma_{2n-k} A_{k, 2n-i} \Omega^{k-1} -$$

полином степени $2n-1-i$ со старшим коэффициентом $\frac{1}{\Delta} \gamma_i A_{2n-i, 2n-i} > 0$.

Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{r_i(\Omega)}{c_i(\Omega)} &= \frac{\sum_{k=1}^{n-i} \gamma_{2n-k} A_{k, 2n-i} \Omega^{k-1}}{\sum_{k=1}^{n-i} \gamma_{2n-k} A_{k, n-i} \Omega^{k-1}} = \\ &= \frac{\gamma_i A_{2n-i, 2n-i} \Omega^{2n-1-i} (1 + 0(1))}{\gamma_{n+i} A_{n+i, n-i} \Omega^{n-1-i} (1 + 0(1))} = \\ &= \frac{\gamma_i}{\gamma_{n+i}} \frac{A_{2n-i, 2n-i}}{A_{n+i, n-i}} \Omega^n \frac{(1 + 0(1))}{(1 + 0(1))} \end{aligned}$$

при $\Omega \rightarrow +\infty$, следовательно

$$\frac{r_i(\Omega)}{c_i(\Omega)} \approx \frac{\gamma_i A_{2n-i, 2n-i}}{\gamma_{n+i} A_{n+i, n-i}} \Omega^n \rightarrow +\infty$$

при $\Omega \rightarrow +\infty$.

Значит и

$$\lim_{\Omega \rightarrow +\infty} \frac{r_i(\Omega)}{c_i(\Omega)} = +\infty.$$

Method of Large Coefficients in Synthesis of the Parametrically Robust Systems of Modal Control

V. V. Tyutikov, tv@ispu.ru, I. V. Vershinin, vershinin.ivan@list.ru, A. B. Sokolov, higher@math.ispu.ru, Ivanovo State Power University, Ivanovo, 153003, Russian Federation

Corresponding author: Tyutikov Vladimir V., D. Sc., Professor, Ivanovo State Power University, Ivanovo, 153003, Russian Federation, e-mail: tvv@ispu.ru

Received on June 17, 2016

Accepted on June 27, 2016

Parametric robustness is an important property of the systems synthesized by analytical methods. The article presents a solution to the problem of the parametrical robustness of the modal control systems with polynomial regulators, during which the parameters can vary in a wide range. The authors investigate a possible application of the approach, the basis of which is the use of a high coefficient of amplification in the control path. They also analyze certain methods of the robust systems' synthesis: the method of high coefficients of amplification by V. M. Meerov and the method of localization (control with the use of higher derivative) by A. S. Vostrikov. Their advantages and disadvantages are noted. The methodology of the synthesis of the automatic control single-loop system with polynomial regulators is proposed, it guarantees both a high coefficient of amplification in the control path and the necessary quality of the transients (operating speed and nature of the process). A high coefficient of amplification ensures the parametrical robustness and high static accuracy for the system. The methodology is based on the formation of a characteristic system of a polynomial with two groups of roots: "fast" and "slow", the former one ensures a high coefficient of amplification and, consequently, a parametrical robustness, the latter ensures the quality of the transients. A possibility of variation within the magnitude of the "fast" roots of the characteristic polynomial allows us to choose the rate of the automatic control of the system's robustness. The article presents versions of synthesis of the regulators with an irregular (physically unrealizable, differential), and a regular (physically realizable) transfer functions. The research based on a computing experiment with the use of the mathematical model of the typical dual-mass electromechanical object and variation of the control member moment of inertia as a parameter, most susceptible to alternation, confirmed the efficiency of the proposed synthesis methodology. In the supplement the authors provide confirmation of the given approach allowing one to increase the coefficient of amplification with preservation of the quality of the transients.

Keywords: parametric robustness, modal control, polynomial controller, method of large coefficients

Acknowledgements: This research was done due to a grant from the Russian Scientific Fund (project № 14-19-00972) and with financial support from the RF Ministry of Education as part of the base part goszadaniya in scientific activities for 2014–2016.

For citation:

Tyutikov V. V., Vershinin I. V., Sokolov A. B. Method of Large Coefficients in Synthesis of the Parametrically Robust Systems of Modal Control, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 12, pp. 801–809.

DOI: 10.17587/mau.17.801-809

References

1. Nadezhdin P. V. *O prakticheskoy neustojchivosti (norobustness) sistem, poluchennykh po metodu stat'i [1]* (On the practical instability (norobust) systems obtained by the method described in [1]), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1973, no. 5, pp. 196–198 (in Russian).
2. Polyak B. T., Tsyppin Ya. Z. *Chastotnye kriterii robustnoj ustojchivosti i aperiodichnosti lineynykh sistem* (Frequency domain criteria for robust stability and aperiodicity of linear systems), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1990, no. 9, pp. 45–54 (in Russian).

3. Braverman M. Eh., Rozonoehr L. I. *O grubosti lineynykh dinamicheskikh sistem. ch. 1.* (About the rudeness of linear dynamic systems. part 1.), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1991, no. 11, pp. 17–23 (in Russian).
4. Braverman M. Eh., Rozonoehr L. I. *O grubosti lineynykh dinamicheskikh sistem. ch.2* (About the rudeness of linear dynamic systems. part 2.), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1992, no. 1, pp. 41–52 (in Russian).
5. Petrov Yu. P. *Ustojchivost' lineynykh sistem pri variatsiyakh parametrov* (Stability of linear systems with parameter variations), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1994, no. 11, pp. 186–189 (in Russian).
6. Volgin L. N. *O grubykh sistemakh upravleniya* (About the robust control systems), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1989, no. 4, pp. 186–187 (in Russian).
7. Dzhuri E. H. I. *Robastnost' diskretnykh sistem* (The robustness of discrete-time systems), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1999, no. 3, pp. 3–28 (in Russian).
8. Gajduk A. R. *Sintez sistem upravleniya pri slabo obuslovennoy polnote ob'ektov* (Synthesis of control systems under weak due to the completeness of objects), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1997, no. 4, pp. 133–144 (in Russian).
9. Polyak B. T., Scherbakov P. S. *Trudnye zadachi lineynoy teorii upravleniya. Nekotorye podkhody k resheniyu* (Hard problems of linear control theory. Some approaches to the solution of), *Avtomatika i Telemekhanika*, 2005, no. 5, pp. 7–46 (in Russian).
10. Filimonov A. B., Filimonov N. B. *O probleme nerobastnosti spektra v zadachakh modal'nogo upravleniya* (The problem of probastat of the spectrum in problems of modal control), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, no. 10, pp. 8–13 (in Russian).
11. Meerov M. V. *Sintez struktur sistem avtomaticheskogo regulirovaniya vysokoy tochnosti* (The synthesis of structures of automatic control systems of high precision), Moscow, Nauka, 1967, 424 p. (in Russian).
12. Vostrikov A. S. *Sintez nelineynykh sistem metodom lokalizatsii* (The synthesis of nonlinear systems by the localization method), No-

- vosibirsk, Publishing house of Novosib. university, 1990, 120 p. (in Russian).
13. Kiselev O. N., Polyak B. T. *Sintez regulyatorov nizkogo poryadka po kriteriyu i po kriteriyu maksimal'noj robastnosti* (The synthesis of low-order controllers on the criterion and on the criterion of maximum robustness), *Izv. RAN. Avtomatika i Telemekhanika*, 1999, no. 3, pp. 119–132 (in Russian).
14. Goncharov V. I., Liepin'sh A. V., Rudnitskiy V. A. *Sintez robastnykh regulyatorov nizkogo poryadka* (Synthesis of robust controllers of low order), *Izv. RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 2001, no. 4, pp. 36–43 (in Russian).
15. Kolesnikov A. A. *Osnovy teorii sinergeticheskogo upravleniya* (Fundamentals of the theory of synergetic control), Moscow, Isposervis, 2000, 264 p. (in Russian).
16. Polyak B. T., Scherbakov P. S. *Robastnaya ustojchivost' i upravlenie* (Robust stability and control), Moscow, Nauka, 2002, 303 p. (in Russian).
17. Tyutikov V. V., Tararykin S. V. *Robastnoe modal'noe upravlenie tekhnologicheskimi ob'ektami* (Robust modal control of technological objects), Ivanovo, IGEHU, 2006, 256 p. (in Russian).
18. Filimonov A. B., Filimonov N. B. *Metod bol'shikh koefffitsientov usileniya i ehffekt lokalizatsii dvizhenij v zadachakh sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Method of large gains and the effect of localization movements in problems of synthesis of systems of automatic control), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2009, no. 2, pp. 2–10 (in Russian).
19. Filimonov A. B., Filimonov N. B. *Robastnaya korrektsiya v sistemakh upravleniya s bol'shim koefffitsientom usileniya* (Robust correction in control systems with high gain), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 12, pp. 3–10 (in Russian).
20. Gajduk A. R. *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polinomial'nyj podkhod)* (Theory and analytical methods of synthesis of automatic control systems (polynomial approach)), Moscow, FIZMATLIT, 2012, 360 p. (in Russian).
21. Gantmakher F. R. *Teoriya matrits* (The theory of matrices), Moscow, Fizmatlit, 2004 (in Russian).

УДК 621.316.71

DOI:10.17587/mau.17.809-816

Л. А. Красnodубец, д-р техн. наук, проф., lakrasno@gmail.com,

А. М. Олейников, д-р техн. наук, проф., oma091041@gmail.com,

Севастопольский государственный университет

ПИД регулятор как платформа для реализации адаптивных законов управления электроприводом

Ставится и решается задача аналитического конструирования закона прямого адаптивного управления электроприводом. Показано, что сконструированный закон может быть реализован на аналоговой либо компьютерной платформе ПИД регулятора. При этом традиционный ПИД регулятор преобразуется в адаптивный просто путем изменения параметров его настройки при неизменном элементном составе, включающем интегратор, дифференциатор и усилители.

Ключевые слова: адаптация, градиентный метод, закон управления, локальная оптимизация, адаптивный регулятор, ПИД регулятор, электропривод

Введение

Новые технологии проектирования алгоритмического обеспечения систем управления движением [1], основанные на концепциях обратных задач динамики и локальной оптимизации, приводят к аналитическим выражениям для законов адаптивного управления с неявными эталонными моделями, предназначенных для управления такими динамическими объектами, которые имеют неполное описание или параметры которых могут существ-

венно изменяться в процессе функционирования. Регуляторы, реализующие такие законы управления, придают построенным на их основе замкнутым системам адаптивные свойства, а их структурная интерпретация позволяет увидеть знакомые очертания традиционного ПИД регулятора. Это наводит на мысль о возможной реализации новых законов адаптивного управления для существующих электроприводов постоянного тока, оборудованных традиционными регуляторами. При этом процедура

смены закона управления сводится просто к установке новых значений параметров настройки входящего в состав электропривода ПИД регулятора. Важно отметить, что построенный таким образом регулятор не имеет ничего общего (кроме структуры) с традиционным ПИД регулятором, история которого начинается с работы [2] и насчитывает множество научных статей и патентов, среди которых можно выделить публикации [3–5], изданные компанией Springer—Verlag. Главное отличие ПИД регулятора с адаптивным законом управления от традиционного ПИД регулятора заключается в том, что для синтеза параметров его настройки не требуется идентификация параметров модели объекта управления. При этом платформа ПИД регулятора рассматривается как вычислительное устройство, содержащее линейные операторы алгебраического сложения, интегрирования и дифференцирования. Например, в случае реализации непрерывного закона управления такая платформа играет роль АВМ (аналоговой вычислительной машины). Таким образом, если закон адаптивного управления может быть представлен суперпозицией операторов, входящих в состав платформы ПИД регулятора, то она может быть использована в качестве адаптивного регулятора без каких-либо конструктивных изменений.

В настоящее время общепринятой можно считать концепцию адаптивного управления как управления в условиях неполной информации о моделях объекта и учитываемых воздействий внешней среды на систему [6]. В статье авторы придерживаются концепции прямой адаптации как текущей численной оптимизации. При этом в отличие от адаптивных систем управления электроприводом с сигнальной самонастройкой, а также с самонастройкой параметров регулятора [7] применяется активная автоматическая оптимизация основного контура системы по локальному критерию в процессе текущего управления (локальная оптимизация). Основная проблема такого подхода заключается в формировании обобщенной ошибки управления, совокупно содержащей информацию обо всех неконтролируемых изменениях характеристик объекта и воздействиях внешней среды, которая включается в выбранный критерий оптимизации. Другая проблема состоит в необходимости гарантированной достижимости целевых условий, в первую очередь, условий устойчивости всех траекторий системы при заданных начальных условиях в допустимой области параметров и состояния. Эти проблемы сняты путем представления обобщенной ошибки управления в виде разности (невязки) производной управляемой координаты объекта и соответствующей производной переменной эталонной модели и выбора в роли локальных критериев оптимизации соответствующих выражений для квадрата такой невязки [1].

Применение новой технологии в статье иллюстрируется на примере проектирования адаптив-

ного следящего электропривода, предназначенного для регулирования скорости двигателя постоянного тока с независимым возбуждением в условиях неконтролируемого изменения его параметров и нагрузки на валу. При этом целью являлось получение и исследование закона управления для адаптивного регулятора и на этой основе построение соответствующей структуры, пригодной для реализации на платформе традиционного ПИД регулятора, а также синтез его параметров, определяющих желаемые статические и динамические свойства проектируемого адаптивного электропривода. Результаты демонстрируются на примерах моделирования адаптивного электропривода с помощью виртуальных моделей элементов силовой электроники и электродвигателей, а также виртуальных моделей аналоговых вычислительных устройств в виде усилителей, интеграторов, дифференциаторов и сумматоров, образующих вычислительную платформу ПИД регулятора, которые входят в состав библиотеки среды визуального моделирования *SIMULINK*.

Постановка задачи адаптивного управления слежением

Пусть объект управления описывается дифференциальным уравнением

$$\ddot{x}(t) + a_1 \dot{x}(t) + a_0 x(t) = b_0 u(t) \quad (1)$$

с начальными условиями

$$t = 0: x(0) = x_0, \dot{x}(0) = \dot{x}_0, \quad (2)$$

где $u(t)$ — управляющее воздействие; $x(t)$ — управляемая переменная; b_0 — коэффициент усиления объекта управления; a_1, a_0 — неизвестные параметры.

Ставится задача найти такое управление $u(x, \dot{x}, t)$ в форме обратной связи, которое обеспечит режим слежения выхода $x(t)$ за произвольным входным сигналом $r(t)$. При этом потребуем, чтобы возможное отклонение

$$\delta(t) = r(t) - x(t) \quad (3)$$

было исчезающей функцией времени, поведение которой в процессе управляемого движения соответствовало бы некоторому эталонному процессу, определяемому дифференциальным уравнением

$$\ddot{\delta} + h_1 \dot{\delta} + h_0 \delta = 0, h_0, h_1 > 0, \quad (4)$$

где коэффициенты h_0 и h_1 выбираются такими, чтобы длительность и характер затухания эталонного процесса соответствовали заданным техническим условиям.

Степень приближения выходного и входного процессов будем оценивать в ходе функционирования следящей системы значением целевой функции

$$G(u) = \frac{1}{2} [\ddot{x}^*(t) - \ddot{x}(t, u)]^2, t \geq 0, \quad (5)$$

где $G(u)$ можно рассматривать как нормированное по массе значение энергии ускорения [1]; $\ddot{x}^*(t)$ — требуемое ускорение, обеспечивающее в соответствии с выбранными коэффициентами h_0 и h_1 уравнения (4) желаемое поведение $\delta(t) \rightarrow 0$; $\ddot{x}(t, u)$ — ускорение выходной координаты, вызванное действием управляющей функции $u(x, \dot{x}, t)$. Чем меньше величина $G(u)$, тем в большей степени процессы $x(t)$ и $r(t)$ в системе сближаются. Целевая функция (5), играющая роль локального критерия оптимизации, в рассматриваемом случае служит одновременно критерием управления и целевым условием адаптации, а в роли физически реализуемого аргумента целевой функции выступает текущее значение сигнала, соответствующего функции управления.

Конструирование адаптивного закона управления слежением

Решение поставленной задачи конструирования закона управления, определяющего управляющую функцию $u(t)$, обеспечивающую желаемое поведение $\delta(t) \rightarrow 0$ в процессе функционирования замкнутой системы, будем выполнять исходя из требования, чтобы на траекториях управляемого движения значения критерия (5) в каждый момент времени принадлежали малой окрестности его минимума. Решение этой обратной задачи динамики выполним путем минимизации (5) методом градиентного спуска. В соответствии с этим методом отыскания $\min G(u)$ алгоритм вычисления оптимального управления примет вид [8]

$$\frac{du}{dt} = -\lambda \frac{\partial G(u)}{\partial u}, \quad (6)$$

где $\lambda = \text{const}$ — характеризует скорость, с которой управление $u(t)$ приближается к оптимальному значению u_{opt} . Уравнение (6) можно преобразовать к виду, определяющему искомый закон управления как решение дифференциального уравнения

$$\frac{du}{dt} = \lambda b_0 [\ddot{x}^* - \ddot{x}(t, u)] \quad (7)$$

с начальными условиями, задающими начальное состояние системы.

Анализ уравнения (1) показывает, что изменение какого-либо из параметров объекта a_0 , a_1 (или всех вместе) приводит к изменению производной (ускорения) $\ddot{x}(t, u)$, что в соответствии с алгоритмом решения уравнения (7) обеспечит расчет оптимального управления на текущий момент времени для новых условий функционирования системы. При этом важно отметить, что действие внешних воздействий на объект в виде возмущений также приводит к изменению этого ускорения относительно его эталонного значения $\ddot{x}^*$ и, следовательно, к изменению значения $G(u)$.

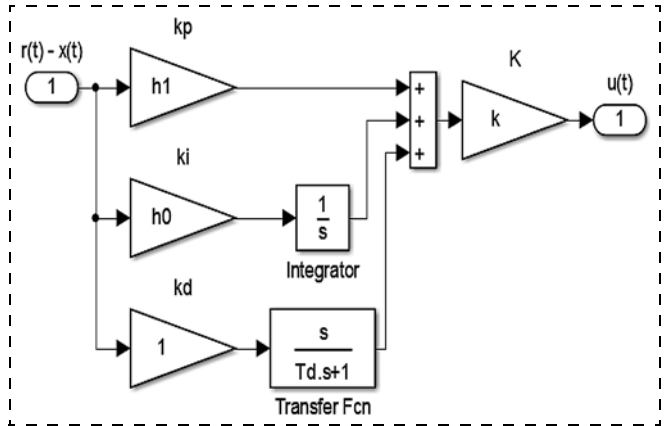


Рис. 1. Структурная схема (S-модель) блока адаптивного регулятора с законом управления (9)

Далее определим значение производной $\ddot{x}^*$, при котором в процессе управления теоретически точно выполняется равенство

$$r(t) - x(t) = 0.$$

С учетом (4) имеем

$$\ddot{x}^* = \ddot{r} + h_1(\dot{r} - \dot{x}) + h_0(r - x). \quad (8)$$

Подставляя выражение (8) в уравнение (7) и выполняя интегрирование левой и правой частей полученного дифференциального уравнения при нулевых начальных условиях, получаем искомый закон адаптивного управления в виде

$$u(t) = k[h_1(r - x) + h_0 \int_0^t (r - x)dt + (\dot{r} - \dot{x})], \quad (9)$$

где $k = \lambda b_0$ — коэффициент усиления адаптивного регулятора.

Структурная схема адаптивного регулятора, соответствующая закону управления (9), приведена на рис. 1, где элемент структуры, выполняющий операцию дифференцирования, представлен в виде реального дифференцирующего устройства с постоянной времени T_d .

Как следует из рис. 1, структура адаптивного регулятора в точности повторяет структурную схему традиционного ПИД регулятора.

Синтез параметров и настройка адаптивного регулятора

Задача синтеза сводится к выбору параметра λ , коэффициента усиления k , а также вычислению параметров h_0 , h_1 эталонного процесса (4), которые одновременно являются параметрами адаптивного регулятора. Влияние параметра λ на свойства замкнутой системы управления с регулятором, реализующим сконструированный закон управления (9), можно исследовать, рассматривая функцию

$$\tilde{u}(t) = u(t) - u_{\text{opt}}, \text{ где } u_{\text{opt}} = \text{const},$$

характеризующую текущее отклонение $\tilde{u}(t)$ управляющей функции $u(t)$ относительно ее оптимального значения u_{opt} и удовлетворяющую дифференциальному уравнению

$$\frac{d\tilde{u}}{dt} + \lambda b_0^2 \tilde{u} = 0; \tilde{u}(t_0) = \tilde{u}_0; t \in [t_0, t_f],$$

решение которого с указанными начальными условиями имеет вид

$$\tilde{u}(t) = \tilde{u}_0 \exp(-\lambda b_0^2 t), t \in [t_0, t_f]. \quad (10)$$

Из выражения (10) следует, что при $t \rightarrow \infty$ отклонение управляющей функции $\tilde{u}(t)$ от ее оптимального значения u_{opt} по экспоненте стремится к нулю, причем скорость этого стремления определяется величиной

$$\lambda b_0^2 = 1/\tau_a, \quad (11)$$

где τ_a — постоянная времени процесса адаптации, который характеризует движение управляющей функции от ее начального значения до оптимального. При этом необходимым и достаточным условием устойчивости этого процесса является выполнение неравенства $\lambda > 0$. Если задать желаемое время адаптации t_{pa} , соответствующее времени переходного процесса в динамической системе первого порядка, связанного с адаптацией, то значение постоянной времени адаптации определится известным соотношением

$$\tau_a = t_{pa}/3. \quad (12)$$

Учитывая (11) и (12), можно записать выражение для значения параметра λ в виде

$$\lambda = 3/b_0^2 t_{pa}, \quad (13)$$

где b_0 — коэффициент усиления объекта управления; t_{pa} — время адаптации.

Вычисление параметров h_0, h_1 , соответствующих эталонному процессу, которые определяются требуемыми показателями качества переходной характеристики проектируемой системы управления, можно выполнить методами, приведенными в работе [9]. Например, если эталонный процесс (4) выбран в форме дифференциального уравнения второго порядка, то параметры h_0, h_1 эталонного процесса можно вычислить по формулам

$$h_1 = 2\zeta/\tau, h_0 = 1/\tau^2, \quad (14)$$

где ζ и τ — декремент затухания и постоянная времени эталонного процесса.

При настройке замкнутой системы управления электроприводом на технический оптимум (оптимум по модулю) [10] параметры эталонной модели следует выбирать из следующих соотношений:

$$\zeta = 0,707 \text{ и } \tau = t_p/8,4 \text{ (с),}$$

где t_p — желаемое время переходной характеристики проектируемого привода.

Если принять, что время адаптации t_{pa} должно быть на порядок меньше времени t_p переходной характеристики, то коэффициент k , входящий в выражение (9), вычисляется с учетом формулы (13) следующим образом:

$$k = \frac{30}{b_0 t_p}, \quad (15)$$

где b_0 — коэффициент усиления объекта управления; $t_p = 10t_{pa}$.

Можно показать, что неограниченное увеличение коэффициента усиления k не приводит к потере устойчивости замкнутой системы с адаптивным регулятором. Рассмотрим уравнение объекта управления (1), дифференциальный закон управления в форме (7) и соотношение (4). В целях получения уравнения замкнутой системы управления, содержащей в своем составе адаптивный регулятор, продифференцируем обе части уравнения (1), предполагая дифференцируемость функции $u(t)$, а также принимая $b_0 \neq 0$, и перепишем его в виде

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{b_0} \ddot{x} + \frac{a_1}{b_0} \dot{x} + \frac{a_0}{b_0} \dot{x}. \quad (16)$$

Приравнявая (16) и (7), разделим на $\lambda > 0$ обе части полученного уравнения. Имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda b_0} \ddot{x} + \frac{a_1}{\lambda b_0} \dot{x} + \frac{a_0}{\lambda b_0} \dot{x} = \\ = \ddot{r} + h_1(\dot{r} - \dot{x}) + h_0(r - x) - \ddot{x}. \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнение (17), в состав которого входит постоянный параметр b_0 , соответствующий коэффициенту усиления объекта управления, и настраиваемый параметр λ , характеризует динамические и статические свойства замкнутой системы с адаптивным регулятором. Принимая во внимание, что в соответствии с законом (9) $k = \lambda b_0$, рассмотрим поведение (17) при $k \rightarrow \infty$. Имеем

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} (\ddot{x} + a_1 \dot{x} + a_0 \dot{x}) = \\ = (\ddot{r} - \ddot{x}) + h_1(\dot{r} - \dot{x}) + h_0(r - x), \end{aligned}$$

откуда с учетом (4) следует

$$\ddot{\delta} + h_1 \dot{\delta} + h_0 \delta = 0. \quad (18)$$

Уравнение (18) полностью совпадает с однородным дифференциальным уравнением эталонного процесса (4), решение которого при выборе параметров $h_0, h_1 > 0$ является асимптотически устойчивым. Это означает, что при $t \rightarrow \infty$ эталонный процесс $\delta(t) \rightarrow 0$. Таким образом, увеличение коэффициента усиления k адаптивного регулятора приводит к сближению поведения выходной переменной следящего электропривода до соответ-

вующего поведения задающего (ведущего) процесса вследствие $\delta(t) \rightarrow 0$. При этом динамика этого сближения (слежения) будет определяться не только выбором параметров $h_0, h_1 > 0$, а также и выбором параметра k , который теоретически может принимать бесконечные значения при сохранении устойчивости адаптивного электропривода.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что теоретически коэффициент усиления k для адаптивного регулятора можно выбирать без использования формулы (13). Это является актуальным, если параметр b_0 неизвестен. В таком случае при настройке адаптивных регуляторов можно предварительно установить $k \gg \lambda b_0$, а в процессе наладки при работе с конкретным объектом в составе замкнутой системы управления довести его до приемлемых значений. Использование формулы (13) в значительной степени сокращает процесс наладки и позволяет достичь желаемых результатов при минимальных значениях коэффициента усиления k , что снижает возможность возникновения нежелательных колебательных процессов, характерных для больших усиления в контуре управления адаптивным электроприводом. Следует отметить, что параметр b_0 может быть найден по регулировочной характеристике электродвигателя как коэффициент усиления на ее линейном участке.

Моделирование адаптивного электропривода

Рассмотрим известную модель двигателя постоянного тока (ДПТ) с независимым возбуждением, процессы в которой описываются уравнениями:

$$u_a = R_a \left(T_a \frac{di_a}{dt} + i_a \right) + e_a, \quad J \frac{dn}{dt} = M - M_H, \quad n = \frac{d\theta}{dr},$$

$$e_a = k_E n, \quad M = k_M i_a,$$

где u_a, i_a, e_a — напряжение, ток и противоЭДС цепи якоря; $L_a, R_a, T_a = L_a/R_a$ — индуктивность, сопротивление и постоянная времени цепи якоря; n, M, M_H, θ — угловая скорость вращения ротора, электромагнитный момент, момент нагрузки и угол поворота ротора; J, k_E, k_M — момент инерции ротора и конструктивные постоянные.

Вид соответствующей виртуальной модели системы управления угловой скоростью ДПТ с ПИД регулятором, а также значения ее параметров приведены в работе [10] и изображены на рис. 2.

На схеме, изображенной на рис. 2, помимо ПИД регулятора (*PID Controller*) и ДПТ (*DC Machine*) изображен силовой регулятор, состоящий из мостового транзисторного широтно-импульсного преобразователя (*Universal Bridge*) с управляющим блоком (*Control System*), модель которого

взята из библиотеки *Simulink*. Для приведенной на рис. 2 виртуальной модели параметры ПИД регулятора, рассчитанные на модульный оптимум, имеют следующие значения [10]:

$$k_p = 8,3/11; k_i = 3,86/11; k_d = 0. \quad (19)$$

Исследования скоростной системы с традиционным ПИД регулятором и следящей системы с адаптивным регулятором проводили методом моделирования с помощью одной и той же виртуальной модели, изображенной на рис. 2. При этом исследуемые системы различались только параметрами настройки платформы ПИД регулятора, на базе которой в первом случае реализовывался ПИД закон управления, а во втором случае — адаптивный.

Принимая параметр переходной характеристики электропривода с ПИД регулятором $t_p = 0,4$ с и $\sigma = 5\%$ за исходные данные для расчета адаптивного электропривода, можно найти его параметры настройки по формулам (14) и (15).

Далее для использования платформы ПИД регулятора как основы для реализации адаптивного алгоритма управления следует присвоить его типовым параметрам k_p, k_i, k_d и K значения в соответствии со структурной схемой, изображенной на рис. 1:

$$k_p = h_1, k_i = h_0, k_d = 1, K = k.$$

Практика показала, что при использовании ПИД регулятора в составе виртуальной модели, изображенной на рис. 2, его расчетные параметры следует уменьшить на порядок (точнее, в 11 раз), как сделано, например, в работе [10]. Это объясняется тем, что в виртуальных моделях *Sim Power System*, входящих в библиотеку *Simulink*, электрическая и механическая постоянные k_E, k_M принимаются одинаковыми.

Искомые параметры, соответствующие адаптивному закону управления, вычислены с помощью специальной программы, размещенной в m-файле системы *MATLAB*, и получили следующие значения:

$$k_p = 2,97, k_i = 44,1, k_d = 0,1; K = 26. \quad (20)$$

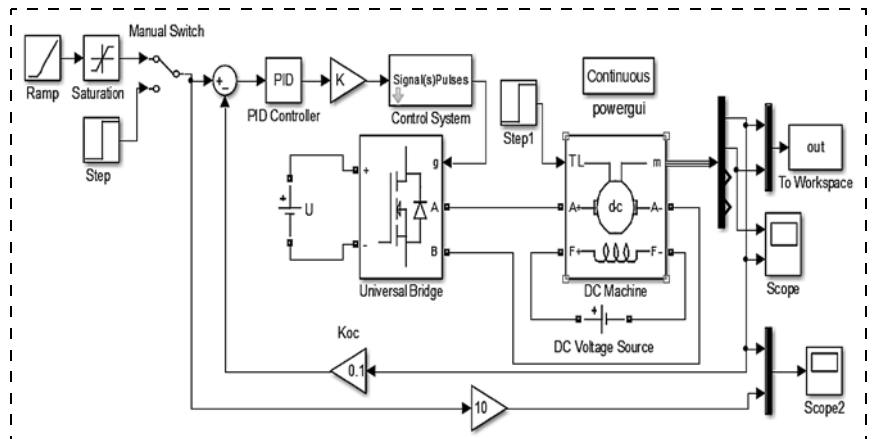


Рис. 2. Схема виртуальной модели одноконтурной скоростной системы постоянного тока с широтно-импульсным силовым преобразователем

Результаты моделирования приведены на рис. 3, где в виде графиков переходных процессов по угловой скорости изображены реакции исследуемых систем (переходные характеристики) на типовое воздействие в виде единичного скачка, реализуемого блоком *Step*, а также на возмущающее воздействие (момент нагрузки на валу) ступенчатой формы, реализуемое блоком *Step1* и приложенное в момент времени $t = 0,6$ с (на графиках, изображенных на рис. 3 и далее на рис. 4, 5: 1 — кривые, соответствующие процессам на входе исследуемой системы управления, 2 — кривые процессов на выходе).

На левом графике рис. 3 представлена переходная характеристика скоростной системы с традиционным ПИД регулятором, а на правом — переходная характеристика следящей системы (по скорости) с адаптивным регулятором.

На рис. 4 представлены графики реакций обеих систем на воздействие в виде линейной функции

времени с ограничением, которое моделируется с помощью блоков *Ramp* и *Saturation*, а также на ступенчатое возмущение, смоделированное блоком *Step1* и приложенное в момент времени $t = 0,6$ с. На левом графике изображены переходные процессы в системе с традиционным ПИД регулятором, а на правом — с адаптивным.

На рис. 5 приведены графики переходных процессов в исследуемых системах для случая, когда объект управления — ДПТ с номинальной мощностью $P_n = 0,45$ кВт — заменен другим, имеющим вдвое большую мощность. При этом параметры исследуемых регуляторов оставались неизменными.

Как следует из графиков, изображенных на рис. 3, переходная характеристика системы с традиционным ПИД регулятором соответствует техническому оптимуму, но от действия возмущения возникает статическая ошибка. Переходная характеристика системы с адаптивным регулятором не отвечает условиям технического оптимума. Однако статическая ошибка отсутствует как по управляющему, так и по возмущающему воздействиям.

Анализ процессов, изображенных на графиках рис. 4, показал, что система с традиционным ПИД регулятором в режиме слежения имеет заметное отставание, а действие нагрузки в виде момента на валу двигателя приводит к появлению статической ошибки. Система с адаптивным регулятором, со значениями параметров (20) обладает хорошим качеством и может использоваться как в режиме слежения (по скорости), так и в режиме стабилизации угловой скорости. При этом к возмущающим воздействиям она проявляет малую чувствительность.

Анализ переходных процессов, представленных в виде графиков на рис. 5, позволяет сделать вывод о том, что замена объекта управления в системе электропривода с адаптивным регулятором не приводит к существенному ухудшению качества динамических и статических характеристик замкнутой системы и не требует перенастройки параметров регулятора. В аналогичной ситуации поведение электропривода с традиционным ПИД или ПИ регулятором значительно отличается от поведения электропривода с адаптивным регулятором. Очевидно, что для восстановления требуемых показателей качества после замены ДПТ необходимо заново выполнять расчет параметров настройки ПИД регулятора с учетом коэффициентов модели нового объекта управления.

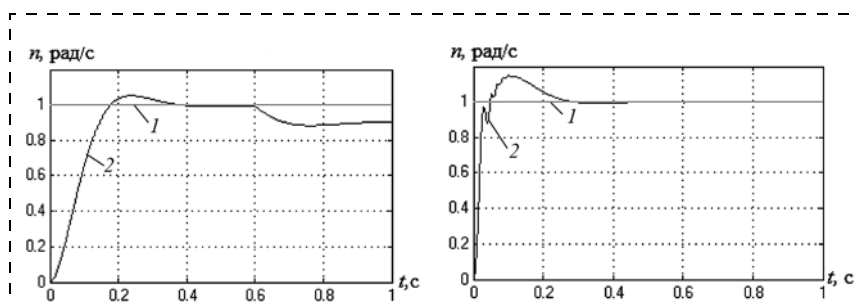


Рис. 3. Переходные характеристики в скоростных системах постоянного тока с традиционным ПИД регулятором (слева) и адаптивным (справа)

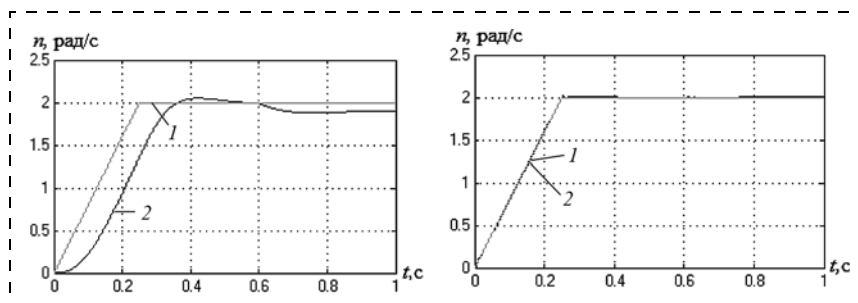


Рис. 4. Переходные процессы в системе с традиционным ПИД регулятором (слева) и адаптивным (справа) как реакции на задающее воздействие и возмущение, приложенное в момент $t = 0,6$ с

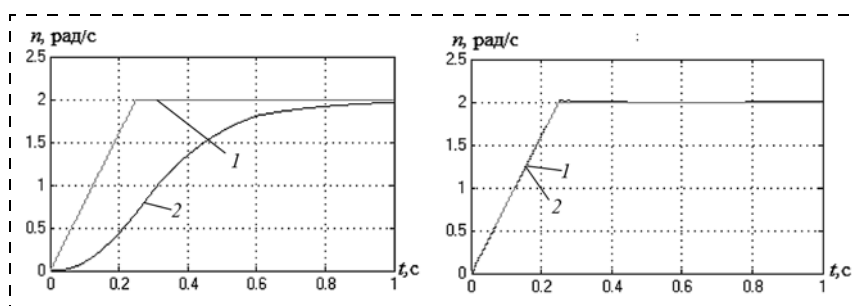


Рис. 5. Переходные процессы в системе с традиционным ПИД регулятором (слева) и с адаптивным регулятором (справа) после замены в их структурах исполнительных двигателей

Как было показано, структура адаптивного регулятора, предназначенного для обеспечения работы адаптивного электропривода в следящем режиме, полностью повторяет структуру традиционного ПИД регулятора. При этом структурная схема адаптивной следящей системы (по скорости) аналогична структуре системы стабилизации угловой скорости, изображенной на рис. 2 в виде виртуальной модели. Отличие только в параметрах настройки платформы ПИД регулятора. Таким образом, замена параметров традиционного ПИД регулятора (19), работающего в системе электропривода в режиме стабилизации скорости ДПТ, на параметры адаптивного регулятора (20) придает ей новые адаптивные свойства и позволяет ей работать не только в режиме стабилизации с нулевой статической ошибкой, но и в следящем режиме. Это наглядно демонстрируют результаты моделирования, приведенные на рис. 4 и рис. 5.

Заключение

Сравнительный анализ графиков переходных процессов, изображенных на рис. 4 и рис. 5, приводит к выводу, что замещение параметров настройки ПИД регулятора, синтезированных из условия технического оптимума, параметрами, обеспечивающими оптимизацию контура управления в соответствии с локальным критерием (5), переводит систему стабилизации скорости ДПТ в следящий режим с нулевой статической ошибкой. При этом исследуемая система приобретает адаптивные свойства, которые наблюдаются при действии параметрических и координатных возмущений.

Дальнейшие исследования предполагается проводить в направлении обобщения полученных резуль-

татов для цифрового адаптивного электропривода. При этом можно говорить о создании универсальной вычислительной платформы, не только обеспечивающей реализацию законов управления типа (9), но также позволяющей выполнять ввод исходных данных в виде показателей желаемого качества процессов в электроприводе, на основе которых будут автоматически рассчитываться параметры настройки адаптивного регулятора.

Список литературы

1. Крутько П. Д. Новые технологии аналитического проектирования алгоритмического обеспечения систем управления движением // Управление, автоматизация и окружающая среда: Матер. междунар. науч.-техн. конф., г. Севастополь, 8–13 сентября 2008. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2008. — С. 4–24.
2. Ziegler J. G., Nichols N. B. Optimum settings for automatic controllers // Trans. ASME, 1942, Vol. 64, pp. 759–768.
3. Choi Y., Chung W. K. PID Trajectory Tracking Control for Mechanical Systems // Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer, 2004. 108 p.
4. Johnson M. A., Mohammad H. Moradi M. H. PID control: new identification and design methods. Springer, 2005. 543 p.
5. Visoli A. Practical PID Control // Advances in Industrial Control. Springer, 2006. 310 p.
6. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
7. Фролов Ю. М. Адаптивная система с самонастройкой параметров // Электротехнические комплексы и системы управления. 2008. № 4. С. 29–31.
8. Антонов В. Н., Терехов В. А., Тюкин И. Ю. Адаптивное управление в технических системах. СПб.: Изд-во СПб университета, 2001. 244 с.
9. Krasnodubets L. A. Terminal Control in Sea Observation Systems with Mobile Platforms for Data Collection // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2008. Vol. 47, N. 2. P. 296–307.
10. Герман-Галкин С. Г. MATLAB & SIMULINK. Проектирование мехатронных систем на ПК. СПб.: Корона—Век, 2008. 368 с.

PID Controller as a Platform for Implementation of the Adaptive Laws of the Electric Drive Control

L. A. Krasnodubets, lakrasno@gmail.com✉, A. M. Oleynikov, oma091041@gmail.com, Sevastopol State University, Sevastopol, 299053, Russian Federation

Corresponding author: Krasnodubets Leonid A., D. Sc., Professor, Sevastopol State University, Sevastopol, 299053, Russian Federation, e-mail: lakrasno@gmail.com

Received on June 17, 2016

Accepted on June 27, 2016

Innovations in designing of the algorithmic supply of the moving control systems, based on the ideas of the inverse dynamic problem and local optimization, lead to analytic expressions for the automatic control laws of the dynamic objects with an incomplete description or with the parameters, which may be essentially changed during operation. The controllers, which implement such control laws, provide a closed loop system of the adaptive properties, and their structural interpretation allows us to see a familiar outline of a traditional PID controller. This gives us a chance to realize the new adaptive control laws for the existing DC electric drives equipped with the traditional PID controllers. Thus, the procedure of changing of the control law results in new parameters of setting of PID controller in the electric drive. In this paper the authors adhere to the concept of a direct adaptation, current numerical optimization for the local criterion of the main loop of the control system. The main problem of such an approach is to summarize the control error containing the data about all the uncontrolled changes of the object characteristics and environment included into the chosen optimization criterion. This problem is solved by introduction of a generalized control error as a difference between the derivative controlled coordinate and the respective derivative variable of the model reference, and by the use of the local quadratic criterion. Application of the new technology is demonstrated by construction of the control law for the adaptive controller of the electric drive designed to control the speed of DC motor with an independent excitation in the

conditions of the uncontrollable change of its parameters and shaft load. Therefore, the aim is construction and investigation of the adaptive control laws, and designing on its basis of an appropriate structure available for use of the traditional PID controller platform, and also the synthesis of its parameters determining the desired static and dynamic properties of the projected electric drive. The authors present a statement and a solution to this problem. They demonstrate that the designed adaptive control law can be implemented on a conventional PID controller platform. At the same time, a traditional PID controller is converted into an adaptive one simply by changing of the parameter of its tuning with a constant element structure including integrator, differentiator and amplifiers. The results are presented using the construction of the adaptive electric drive with the use of the virtual units of the power electronic elements and electric DC motors included into SIMULINK library.

Keywords: adaptation, gradient method, control law, local optimization, adaptive controller, PID controller, electric drive

For citation:

Krasnodubets L. A., Oleynikov A. M. PID Controller as a Platform for Implementation of the Adaptive Laws of the Electric Drive Control, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 11, pp. 809–816.

DOI: 10.17587/mau.17.809-816

References

1. **Krut'ko P. D.** Novye tehnologii analiticheskogo proektirovaniya algoritmicheskogo obespecheniya sistem upravleniya dvizheniem (New technologies of analytical designing the algorithmic support of the system of movement control), *Upravlenie, avtomatizatsiya i okruzhayushchaya sreda: Materialy mezhdunar. nauch.-tehn. konf., 8–13 sentyabrya 2008*, Sevastopol, Publishing House of SevNTU, 2008, pp. 4–24 (in Russian).
2. **Ziegler J. G., Nichols N. B.** Optimum settings for automatic controllers, *Trans. ASME*, 1942, Vol. 64, pp. 759–768.
3. **Choi, Y., and Chung, W. K.** PID Trajectory Tracking Control for Mechanical Systems, *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Springer, 2004, 108 p.

4. **Johnson M. A. and Mohammad H. Moradi M. H.** PID control: new identification and design methods, Springer, 2005, 543 p.
5. **Visioli A.** Practical PID Control, *Advances in Industrial Control*. Springer, 2006. 310 p.
6. **Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L.** *Nelinejnoe i adaptivnoe upravlenie slozhnymi dinamicheskimi sistemami* (Nonlinear and adaptive control of complex dynamic systems), Pod Red. G. A. Leonova i A. L. Fradkova., SPb., Nauka, 2000, 549 p. (in Russian).
7. **Frolov Ju. M.** Adaptivnaya sistema s samonastroykoj parametrov (Adaptive system with an auto tuning of parameters), *Elektrotehnicheskie Komplekсы i Sistemy Upravleniya*, 2008, no. 4, pp. 29–31. (in Russian).
8. **Antonov V. N., Terehov V. A., Tjukin I. Ju.** *Adaptivnoe upravlenie v tehnikeskikh sistemah* (Adaptive control in technical systems), SPb., Publishing House of S. Peterburgskiy universitet, 2001, 244 p. (in Russian).
9. **Krasnodubets L. A.** Terminal control in sea observation systems with mobile platforms for data collection, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, vol. 47, no. 2, pp. 296–307.
10. **German-Galkin S. G.** MATLAB & SIMULINK. Proektirovanie mehatronnykh sistem na PK (Designing mechatronic systems on the PC), SPb., Korona — Vek, 2008, 368 p. (in Russian).

УДК 004.451.1, 004.032.324

DOI:10.17587/mau.17.816-820

Ю. А. Холопов, вед. инж.,

Институт точной механики и вычислительной техники им. С. А. Лебедева

Российской академии наук, Москва,

Ле Ба Чунг, аспирант, chungbaumanvietnam@gmail.com, **Нгуен Тхань Чунг**, аспирант, Московский физико-технический институт (ГУ), Долгопрудный

Согласованная информационная среда для высокодинамичной системы управления

Рассмотрен вопрос рациональной организации операций ввода—вывода для высокодинамичной цифровой системы управления (ЦСУ). Требуемая динамика ЦСУ достигнута за счет вынесения операций ввода—вывода в отдельный аппаратный узел — активную периферийную подсистему. Разработанная модель согласованной информационной среды для ЦСУ позволяет точнее оценивать длительности всех фаз цикла регулирования и упрощает логику взаимодействия частей программного обеспечения цикла управления.

Ключевые слова: высокодинамичная система управления, активная периферийная подсистема, модель согласованной информационной среды, периферийные устройства

Введение

Современные цифровые системы управления (ЦСУ) представляют собой иерархические информационные структуры, элементами которых являются вычислители, слабозависимые составные части объекта управления (ОУ), датчики (Д), исполнительные устройства (ИУ) и совокупность информационных связей узлов — сеть.

Предыдущие поколения систем управления строились на основе аналоговых узлов. С ростом вычислительной мощности и увеличением объема памяти микропроцессоров (МП) появилась воз-

можность использования их как активных элементов в цифровых системах управления. Класс задач управления, который решается с помощью микропроцессоров, достаточно широк и по сложности объектов управления, и по их динамике.

Параллельно с ростом функциональных возможностей микропроцессоров росли ожидания по улучшению качества управления, в том числе — высокодинамичными объектами, ведь со времени начала использования МП в цифровых системах управления их тактовая частота и объем адресуемой памяти увеличились больше чем в 1000 раз [1].

Но столь же существенного скачка в качестве управления высокودинамичными объектами не произошло. Логично предположить, что причина этого кроется не в свойствах программно управляемого ядра МП, а в способе подготовки данных и организации вычислений в единой информационной среде цифровой системы управления.

Программно управляемое ядро — самый быстрый узел микропроцессора, скорость которого традиционно рассматривается как основная характеристика, определяющая динамику системы управления. Следующий элемент микропроцессора, влияющий на скорость исполнения задач управления, — система интерфейсов с периферийными устройствами [2]. Широко используемое в настоящее время программное управление интерфейсами ввода—вывода не рационально, так как с помощью программно управляемых ядер сложно анализировать и синтезировать временные интервалы, а работа с интерфейсами (т.е. с периферийными устройствами) как раз происходит во временной области. Поэтому перенос функции управления интерфейсами в отдельную аппаратуру, по нашему мнению, позволит решить задачу быстрого управления периферийными устройствами. Чтобы соответствовать новым скоростным параметрам периферийной подсистемы, другого решения потребует реализация функции обмена данными между ней и программно управляемым ядром.

Отсутствие рациональной методики комплексирования разнообразных периферийных устройств в высокودинамичных цифровых системах управления затрудняет достижение нужного масштаба реального времени в системах управления все более сложными объектами, с постоянно увеличивающимся числом периферийных устройств. Поэтому основное внимание в работе будет уделено возможности построения подсистемы ввода—вывода как единого типового узла центрального вычислителя ЦСУ. Как будет показано ниже, выделение подсистемы ввода—вывода в отдельный, автономно работающий узел, позволяет упростить программную обработку в цикле управления и при той же вычислительной мощности микропроцессора повысить качество и динамику системы управления.

Далее проведем анализ информационных процессов в цифровых системах управления.

Общая структура систем управления

Современные системы управления могут сочетать в себе не только механические, но и электрические, оптические и т.п. элементы. Сложность систем управления увеличивается не только статически, с точки зрения структуры и физических связей, но и динамически, в смысле поведения систем во времени [3].

Рассмотрим обобщенную структуру замкнутой цифровой системы управления (рис. 1).

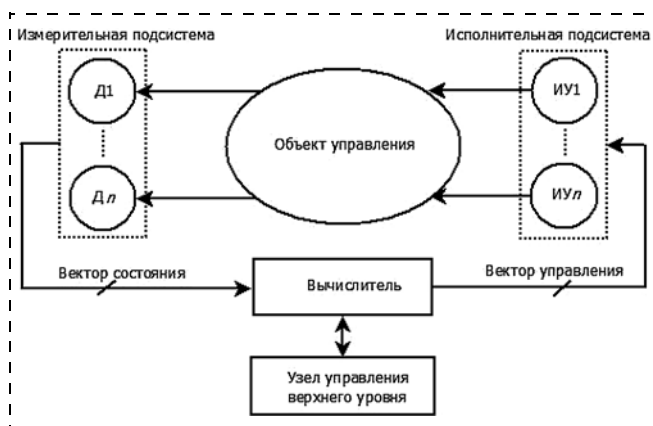


Рис. 1. Обобщенная структурная схема замкнутой системы управления

От набора датчиков ($D_1...D_n$) после аналого-цифрового преобразования в память вычислителя доставляются данные о состоянии объекта управления — вектор состояния. На основе модели объекта управления и уставок от узла управления верхнего уровня вычислитель рассчитывает управляющие воздействия — вектор управления — и пересылает его компоненты исполнительным устройствам ($ИУ_1...ИУ_n$), осуществляющим воздействия на объект управления. Описанная последовательность событий замыкания обратной связи контура регулирования ЦСУ составляет цикл управления. Длительность цикла замкнутой ЦСУ задается разработчиком системы управления объектом и определяется в большей степени динамикой объекта управления.

Фазы цикла регулирования цифровой системы управления

Периодичность информационных процессов в цифровой системе управления иллюстрирует рис. 2.

В каждом цикле управления можно различить пять фаз:

- ✓ измерения (измерительная фаза или фаза ввода параметров, в которой происходит фиксация состояния объекта управления в сенсорах, преобразование аналоговых параметров в цифровые коды — вектор состояния);
- ✓ передачи вектора состояния в память центрального вычислителя цифровой системы управления;
- ✓ расчета (вычисление управляющих воздействий на объект управления);
- ✓ выдачи вектора управления на исполнительные устройства;
- ✓ обработки новых управляющих воздействий, ожидания реакций объекта управления перед началом следующего цикла управления.

Вышеперечисленные фазы повторяются в каждом цикле управления с постоянным периодом — периодом регулирования. Обратим внимание на то, что для расчета управляющих сигналов в памяти вычислителя должны быть размещены параметры текущего состояния объекта, т.е. в каждом цикле

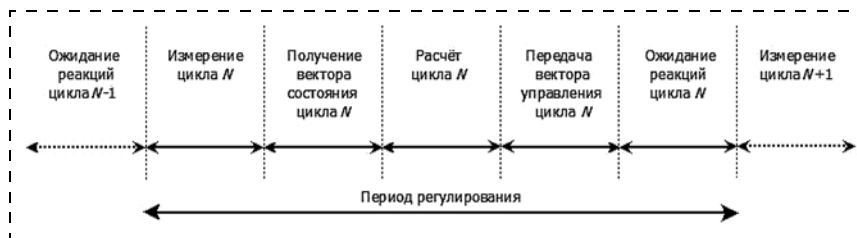


Рис. 2. Фазы циклов регулирования систем управления

управления вычислитель должен опросить все датчики. Аналогично, в каждом цикле управления нужно обновлять уставки для большей части исполнительных устройств.

Следующий цикл управления логично начинать после отработки объектом предыдущего управляющего воздействия, поэтому имеет место существенная задержка между окончанием выдачи уставок на ИУ и началом измерительной фазы следующего цикла управления [4].

При проектировании цифровых систем управления стремятся уменьшить длительности всех фаз, кроме последней, чтобы уменьшить фазовые искажения. Это особенно актуально при построении ЦСУ с максимально высокой частотой цикла управления объектом.

Особенности информационных процессов в цифровой системе управления

Перечислим некоторые основные характеристики информационных процессов в цифровой системе управления:

- ✓ работа в режиме реального времени, с заданным временем реакции на совокупность входных событий;
- ✓ цикличность информационных процессов;
- ✓ статичность набора компонент векторов состояния и управления.

События в цифровой системе управления носят упорядоченный, циклический характер [5]. Поэтому целесообразно рассмотреть возможность перехода от асинхронной модели организации вычислений к частично синхронной. Синхронный характер можно придать функции периодического ввода и вывода параметров между памятью вычислителя и периферийными устройствами. Функции ввода и вывода данных можно перенести на отдельный узел, который будет формировать измеряемые параметры как вектор состояния объекта и передавать этот вектор в память вычислителя, и также получать вектор управления от вычислителя и раздавать его компоненты исполнительным устройствам.

Контур регулирования в цифровой системе управления

Система управления сложными объектами представляет собой иерархическую совокупность контуров регулирования по степеням свободы объекта управления, причем масштаб реального времени ЦСУ

определяется скоростью работы контуров регулирования нижнего уровня (КРНУ).

Фактически, схема любого контура регулирования повторяет обобщенную структуру ЦСУ. Наличие в цифровой системе управления нескольких контуров регулирования вызывает необходимость решения задач: приема вектора состояния, расчета, выдачи сигналов управления во

всех контурах регулирования за один цикл управления. Общепринятой является модель поконтурного обсчета функций управления степенями свободы объекта. При аппаратной реализации общих для всех КРНУ функций взаимодействия с периферией рационально и остальные, однотипные фазы работы контуров регулирования объединить в единые — групповые — функции обработки.

Рассмотрим систему управления, в которой к объекту управления подключено несколько датчиков. При организации вычислений в асинхронной манере перед расчетом вычислителю необходимо последовательно опросить датчики для получения параметров состояния объекта. Как правило, датчики не являются активными устройствами, и измерение параметра начинается после запуска работы центральным вычислителем. Время готовности измеренных параметров в основном определяется скоростью работы датчиков, имеющих разные структуры и задержки аналого-цифрового преобразования.

Вместе с тем, последовательное обращение вычислителя к датчикам в большей или меньшей степени вносит рассогласование в фазы их прочтения. Выделение функции опроса датчиков в отдельный аппаратный узел позволит исключить фазовые искажения при измерении состояния объекта управления.

Для выработки управляющего воздействия по одной степени свободы объекта управления вычислитель использует только часть параметров состояния. Данные от соответствующих датчиков размещаются в памяти вычислителя с использованием механизма аппаратных прерываний. Для передачи каждого параметра объемом в 1...2 байта используется отдельное прерывание. Таким образом, для вычисления одного параметра управления необходимо обработать в среднем 3...4 прерывания.

При обработке каждого прерывания выполняется известная последовательность действий:

- ✓ восприятие запроса на прерывание;
- ✓ запоминание состояния прерванного процесса;
- ✓ передача управления задаче обработки прерывания;
- ✓ обработка прерывания, запись измеренных параметров в память;
- ✓ восстановление прерванной задачи.

Общие затраты времени на обработку каждого прерывания оказываются весьма заметными, поэтому одиночные операции ввода данных по прерываниям приводят к нерациональному расходу счетного ресурса микропроцессора. Аналогичная

картина имеет место в ходе процесса выдачи уставок. На универсальном микропроцессоре такие одиночные операции используются для разовых асинхронных взаимодействий, когда точно неизвестно, в какой момент то или иное взаимодействие произойдет, и неизвестно их число.

В системе управления события взаимодействия с периферийным окружением не случайны, все они заранее predetermined. Аппаратный состав периферийных устройств системы управления статичен, т.е. в системе заранее известен перечень датчиков и исполнительных устройств. Неизменный набор переменных ввода—вывода и цикличность работы системы управления позволяют перейти от одиночных операций ввода—вывода на групповые, циклические. Аппаратная реализация операций ввода—вывода в циклических автоматах позволяет реализовать функцию синхронной, одновременной фиксации состояния всех датчиков в текущем цикле регулирования — получение "мгновенного снимка" состояния объекта управления. Стабильность фазовых задержек в такой реализации позволяет передать состояние ОУ в расчетную подсистему с минимальными временными искажениями.

Надо отметить, что в отличие от ситуации с "мгновенным снимком" состояния объекта управления одновременная выдача уставок и их отработка могут приводить к возникновению критических режимов в системе управления, а именно, к большой пиковой нагрузке на источник энергии. Проблемы можно избежать, если для каждого исполнительного устройства заранее рассчитать необходимую для отработки уставки энергию и передавать уставки исполнительным устройствам не одновременно, а со сдвигами по фазе (учитывая ограничения по максимальной мощности локального источника энергии). Такая дисциплина отработки уставок будет нагружать источник энергии равномерно, без кратковременных перегрузок. Именно аппаратная реализация позволяет легко и точно реализовать заданные сдвиги по фазе при отработке уставок.

Модель согласованной информационной среды для цифровых систем управления

На основе проведенного анализа разработана модель согласованной информационной среды для ЦСУ (рис. 3). Согласно этой модели функция управления периферийными устройствами выносится в отдельный аппаратный узел — активную периферийную подсистему. Вычислитель освобождается от непрофильной для него задачи программного управления периферийными устройствами и теперь занимается только расчетом управляющих воздействий и связью с узлом управления верхнего уровня.

Память, используемая для хранения параметров состояния и управления, имеет два порта доступа. Один из них включен в адресное пространство центрального вычислителя. Память работает на скорости системной памяти вычислителя [6, 7].

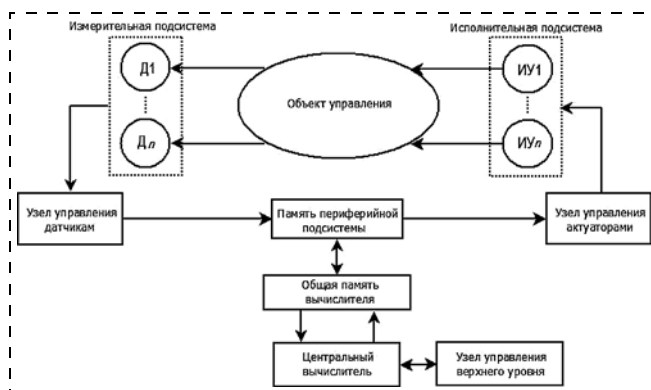


Рис. 3. Модель согласованной информационной среды для цифровых систем управления

Все узлы системы управления работают по фиксированному, заранее сформированному расписанию. Отсутствие асинхронности во взаимодействии с периферийными устройствами позволяет упростить адресацию абонентов и исключить конфликты в коммуникационной среде цифровой системы управления. Вынесение операций ввода—вывода в отдельный, автономно работающий узел, позволяет ускорить все выше перечисленные фазы и исключить взаимовлияние между ними.

Отметим некоторые характеристики разработанной модели согласованной информационной среды для ЦСУ:

- ✓ мгновенный снимок — одновременная фиксация всех параметров состояния объекта управления;
- ✓ бесконфликтная коммуникационная среда передачи данных с минимальными задержками в канале связи;
- ✓ групповой обмен данными с центральным вычислителем с использованием контрольного кода пакета;
- ✓ доступность для обработки всех параметров состояния объекта управления одновременно;
- ✓ возможность распараллеливания обработки на нескольких ядрах.

Выводы

В предлагаемой модели согласованной информационной среды для ЦСУ общее быстродействие системы достигнуто за счет выделения в отдельные аппаратные подсистемы и раздельной обработки фаз: ввода, расчета и вывода. Организация ввода—вывода данных простыми, циклическими операциями в бесконфликтном режиме позволяет максимально увеличить скорость выполнения каждой из этих фаз.

Предлагаемый способ организации информационной среды для ЦСУ освобождает микропроцессор от непрофильных для него действий — функций программно управляемого обмена данными с периферийными устройствами. Освобожденный от операций ввода—вывода счетный ресурс МП

может использоваться для других целей, например, для уточнения модели объекта управления.

Модель согласованной организации вычислений для ЦСУ позволяет точнее оценивать длительности фаз цикла регулирования, так как все фазы, кроме расчетной, реализованы аппаратно. В расчетной же фазе элементы асинхронной модели организации вычислений минимизированы благодаря отсутствию фоновых, программно-управляемых операций ввода—вывода. Также упрощается логика взаимодействия частей программного обеспечения цикла управления, что должно облегчить процессы разработки и отладки системы управления.

Список литературы

1. **Суворов Д. Н.** Структура и устройство микропроцессорных систем управления: учеб. для вузов. М.: МАДИ, 1998. С. 23—86.

2. **Павлов В. А.** Интерфейсы периферийных устройств: учеб. для вузов. Саров: СарФТИ, 2010. С. 78—98.

3. **Чан Ван Хань.** Исследование и разработка перспективных методов оптимизации бортовых распределенных систем управления реального времени // Международный научно-исследовательский журнал. 2014. № 9 (28). С. 56—59.

4. **Ле Ба Чунг.** Способ подключения периферийных устройств к системе управления через интерфейс USB 2.0 // Интеллектуальные системы. Научные труды одиннадцатого международного симпозиума. М.: РУДН, 2014. С. 118—122.

5. **Холопов Ю. А., Преображенский Н. Б.** Циклическое цифровое управление // Международный Научный Институт "Educatio". Ежемесячный научный журнал. Часть 3. Технические науки. 2014. № 7. С. 39—41.

6. **Кожин А. С., Сахин Ю. Х.** Коммутация соединений процессорных ядер с общим кэшем третьего уровня микропроцессора "Эльбрус — 4С+" // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ЭВТ. 2013. № 3. 11 с.

7. **Шербина Н. А.** Системный коммутатор для микропроцессора "МЦСТ — 4R" // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ЭВТ. 2010. № 3. 12 с.

Consistent Information Environment for a Highly Dynamic Control System

Ju. A. Holopov, Lebedev Institute of Precision Mechanics and Computer Engineering,
Moscow, 119992, Russian Federation,

Le Ba Chung, chungbaumanvietnam@gmail.com✉, **Nguyen Thanh Trung**,
Moscow Institute of Physics and Technology (State University),
Dolgoprudny, Moscow Region, 141701, Russian Federation

Corresponding author: **Chung Le Ba**, Ph. D. Student,
e-mail: chungbaumanvietnam@gmail.com

Received on May 25, 2016

Accepted on June 23, 2016

The article discusses the question of a rational organization of the input — output operations for a highly dynamic digital control system (DCS). The required dynamics of DCS is achieved through a transfer of the input — output operations into a separate hardware node — an active peripheral subsystem. The developed model of the consistent information environment for DCS allows a more precise evaluation of all the phase durations of the control cycle and simplifies the logic of interaction between the parts of the software management cycle. Organization of the input — output data with simple cyclic operations in a non-conflict mode allows us to maximize the speed of operation in all the phases. Another advantage of the architecture of the input-output subsystem is the ability to simultaneously capture the state of all sensors in the current cycle regulation — getting a "snapshot" of the state of the controlled object. This result also demonstrates a rational improvement of the overall performance of all the operations of the exchanges with the periphery, but not of the speed of operation of the individual transactions with in one control cycle.

Keywords: highly dynamic control system, active peripheral subsystem, model of the consistent information environment, peripherals

For citation:

Holopov Ju. A., Le Ba Chung, Nguyen Thanh Trung. Consistent Information Environment for a Highly Dynamic Control System, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 11, pp. 816—820.

DOI: 10.17587/mau.17.816-820

References

1. **Suvorov D. N.** *Struktura i ustrojstvo mikroprocessornykh sistem upravleniya: ucheb. dlja vuzov* (The structure and device of microprocessor control systems: textbook for higher education institutions), Moscow, Publishing house of MADI, 1998, pp. 23—86 (in Russian).

2. **Pavlov V. A.** *Interfejsy periferijnykh ustroystv: ucheb. dlja vuzov* (Interfaces of peripheral devices: textbook for higher education institutions), Sarov, SarFTI, 2010, pp. 78—98 (in Russian).

3. **Tran Van Khanh.** *Issledovanie i razrabotka perspektivnykh metodov optimizacii bortovykh raspredelennykh sistem upravleniya real'nogo vremeni* (Research and development of advanced optimization methods for on-Board distributed control systems for real-time),

Mezhdunarodnyj Nauchno-Issledovatel'skij Zhurnal, 2014, no. 9 (28), pp. 56—59 (in Russian).

4. **Le Ba Chung.** *Sposob podkljuchenija periferijnykh ustroystv k sisteme upravleniya cherez interfejs USB 2.0* (The method of connecting peripheral devices to the control system via USB 2.0 interface), *Sbornik "Intellektual'nye sistemy. Nauchnye trudy odinnadcatogo mezhdunarodnogo simpoziuma"*, Moscow, Publishing house of RUDN, 2014, pp. 118—122 (in Russian).

5. **Holopov Ju. A., Preobrazhenskij N. B.** *Ciklicheskoje cifrovoe upravlenie* (Cyclic digital control), *Mezhdunarodnyj Nauchnyj Institut "Educatio"*, *Ezhemesjachnyj Nauchnyj Zhurnal. Chast' 3. Tehnicheskie Nauki*, 2014, no. 7, pp. 39—41 (in Russian).

6. **Kozhin A. S., Sahin Ju. H.** *Kommutacija soedinenij processornykh jader s obshhim kjeshem tret'ego urovnja mikroprocessora "Elbrus — 4S+"* (Switching the connections of the processor cores with the shared cache of the third level of the microprocessor "Elbrus — 4C+"), *Voprosy Radioelektroniki. Ser. JeVT*, 2013, no. 3, 11 pp. (in Russian).

7. **Shherbina N. A.** *Sistemnyj kommutator dlja mikroprocessora "MCST — 4R"* (The system switch for microprocessor "MCST — 4R"), *Voprosy Radioelektroniki. Ser. JeVT*, 2010, no. 3, 12 pp. (in Russian).

Л. А. Рыбак, д-р техн. наук, проф., **Е. В. Гапоненко**, канд. техн. наук, доц.,
Д. И. Малышев, аспирант, rl_bgtu@intbel.ru,
Белгородский государственный технологический университет имени В. Г. Шухова

Разработка алгоритмов и управляющих программ для реализации движений выходного звена робота-гексапода для 3D-печати прецизионных изделий*

Рассмотрена задача компьютерного моделирования движений, выполняемых роботом-гексаподом для реализации аддитивных технологий послойной 3D-печати изделий. Синтезированы алгоритмы для реализации возвратно-поступательных и вращательных движений выходного звена, имеющие циклическую архитектуру. Разработан программный комплекс, являющийся аналогом дорогостоящего специализированного программного обеспечения, включающего комплекс САЕ-модулей и постпроцессоров. Представлены результаты визуализации с отображением траектории движения выходного звена робота в виртуальной среде.

Ключевые слова: алгоритм, робот-гексапод, моделирование, 3D-печать, контроллер, программный модуль

Введение

Одним из актуальных вопросов в современном машиностроении, строительстве и других сферах является использование новых технологий и материалов, обеспечивающих высокие эксплуатационные характеристики деталей. Решение данной задачи вместе с достижением роста технико-экономических показателей возможно путем разработки прогрессивных технологических процессов проектирования 3D-моделей и реализации исполнения их непосредственно в реальном масштабе, что позволяет с наибольшей эффективностью использовать достоинства трехмерной печати, существенно снизить затраты на подготовку производства новых деталей и перейти от крупносерийного и массового производства продукции к производственным системам нового поколения для серийного производства высокотехнологичного строительства под индивидуальный заказ.

Основные решения, направленные на создание роботизированных комплексов для автоматической печати сооружений, деталей конструкций и зданий, в настоящий момент сосредоточены за пределами России. При этом среди имеющихся образцов технических решений, которые являются конечными продуктами для потребителей, можно назвать лишь несколько единичных экземпляров. Как было отмечено в статье [1], будущие системы проектирования с автоматизированными комплексами должны решить множество задач, стоящих на данный момент перед человечеством, в том числе проблему

отсутствия достаточного обеспечения, средств и методик для эффективного и дешевого способа возведения домов. Среди российских публикаций наблюдаются поверхностные описания технологий [2–4]. Известны разработки подобных принтеров в России фирмы ЗАО "Спецавиа" (г. Ярославль) [5].

Одним из решений в области автоматизации строительства путем применения 3D робототехнических комплексов является прототип принтера компании Contour Crafting, которую возглавляет профессор университета Южной Калифорнии Behrokh Khoshnevis, имеющий большое число статей, посвященных различным вопросам 3D-печати строительных конструкций, описанных, например, в работе [6]. В работе [7] рассматриваются вопросы создания роботизированных комплексов для автоматизированного строительства. Кроме того, описывается достаточно новаторский проект по возможности печати колонии на других объектах помимо Земли, при этом, как заявлено, NASA уже поддержало проект строительства такой колонии на Луне.

Перспективным направлением в робототехнике является использование роботов с параллельной кинематикой (параллельных роботов), у которых все координаты связаны, и движение по какой-либо одной координате требует согласованного изменения всех других.

Большинство ведущих производителей роботов с параллельной кинематикой и систем управления ими, как правило, предлагают собственные разработки, что, с одной стороны, является плюсом с точки зрения производственной эксплуатации и обслуживания, а с другой стороны, является существенным недостатком. Все производители подобного оборудования комплектуют свои механизмы

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, Соглашение № 16-19-00148.

системами управления, которые работают либо по заранее определенному алгоритму, либо имеют ряд надстроек от производителя с узкоограниченной областью применения. Возможности формировать собственные программные интерфейсы и менять структуру системы управления для выполнения более широкого круга задач не предусмотрено.

В настоящее время существуют предприятия, которые выпускают оборудование на основе механизмов с параллельной кинематикой, однако, как правило, оно имеет ограниченную функциональность. В частности, корпорация "ФАНУК Роботикс Россия" [8] занимается изготовлением роботизированных станочных приспособлений на основе механизмов с параллельной кинематикой. Однако существенным недостатком является то, что данное приспособление программируется производителем на выполнение конкретной технологической операции и не имеет возможности быстрой перенастройки. Система управления имеет закрытую программно-аппаратную архитектуру, таким образом, любое изменение технологического процесса приводит к необходимости постоянного обращения к производителю данной продукции для изменения программных настроек. Аппаратно-программная часть не имеет библиотек для программирования функционала под конкретные нужды технологического процесса. Система управления отрабатывает только заранее запрограммированную производителем траекторию перемещения и позиционирования.

Компания "Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. KG" (Германия) [9] специализируется на производстве гексаподов и триподов для прецизионного позиционирования с использованием различных структурных схем. Компания предлагает к продаже готовые системы управления механизмами, которые имеют закрытую аппаратно-программную архитектуру. Возможности настройки сведены к установке конечного положения платформы, на которую она должна выйти при заданных кинематических характеристиках. Система управления не предусматривает подключения сторонних программных модулей и компонентов, в том числе тех, которые могли быть разработаны заказчиком. Следует отметить, что максимально возможные смещения подвижной части данных механизмов не превышают 50 мм, что делает невозможным использование данных механизмов во многих технологических процессах.

В связи с этим поставлена задача создания алгоритмов, позволяющих универсализировать каждую из управляющих программ для выполнения сходных технологических задач, с возможностью удобного перенастраивания в зависимости от исходных данных и необходимых траекторий движения выходного звена.

Особенности робота-гексапода при использовании для 3D-печати

Наряду с традиционными "последовательными" кинематическими схемами роботов, допускающими независимое изменение узлов по одной из координат при неизменном значении других координат, в последние годы появился новый класс роботов с "параллельной" кинематикой, у которых все координаты связаны, и перемещение по любой одной координате требует одновременного согласованного изменения всех других. Отличительной особенностью робота является способность воспринимать и передавать нагрузки подобно пространственным фермам и обеспечивать шесть степеней свободы выходному звену (платформе) в сочетании с его высокоточным позиционированием относительно основания. Рабочая платформа и неподвижная платформа связаны между собой шестью приводными механизмами, каждая из которых представляет собой поступательную пару (рис. 1, см. вторую сторону обложки). Приводные механизмы соединены с неподвижной и рабочей платформой сферическими шарнирами.

Инновационный характер роботов с параллельной кинематикой, помимо оригинальности, определяется их существенными преимуществами в некоторых областях использования перед роботами с традиционной кинематикой, а именно:

- высокой точностью, так как приводные механизмы работают только на растяжение—сжатие, отсутствуют изгибательные нагрузки;
- оптимальными условиями хранения (значительно меньшей массой подвижных частей и постоянством их массы);
- значительным упрощением конструкции (простое основание, значительное уменьшение числа узлов и общего числа деталей, отсутствие "наслоения" одних узлов на другие, все приводы перемещения узлов и измерительные системы одинаковы, повторяемость деталей);
- значительным уменьшением общей массы робота;
- высокой жесткостью несущей системы робота;
- легкой сборкой робота.

Образец робота-гексапода, находящийся в распоряжении лаборатории мехатроники и робототехники БГТУ им. В. Г. Шухова, имеет высокие технические характеристики: грузоподъемность более 100 кг, точность позиционирования $\pm 0,1$ мм, а также достаточно большую рабочую область в пределах 700 мм для выполнения широкого спектра задач. В зависимости от выполняемых различных операций в качестве рабочего органа робота может быть целый ряд исполнительных механизмов.

Рассмотрим задачу программирования робота, предусматривающую выполнение операций, включающих возвратно-поступательное движение выходного звена вдоль определенной оси, а также по-

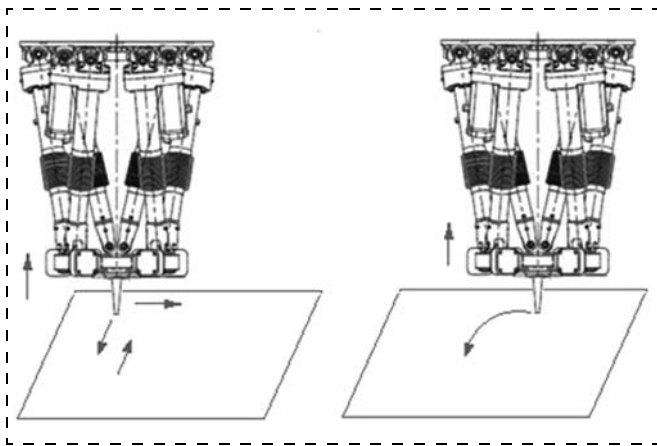


Рис. 2. Схема основных движений, выполняемых роботом

ступательные движения вдоль оставшихся осей после каждого цикла серии возвратно-поступательных движений, либо цикла серии вращательных движений (рис. 2).

Построение управляющего алгоритма для реализации возвратно-поступательных движений

Особенностью разрабатываемого алгоритма для послойной печати является использование циклического метода построения управляющей программы, а также регистров, которым присвоены, либо присваиваются в ходе выполнения программы определенные значения [10]. Большое число процессов, а также условий, входящих в алгоритм, имеют внутри себя циклы и счетчики, которые позволяют выполнить поставленную перед блоком задачу. Кроме этого, в алгоритм входят элементы, отвечающие за выставление регистрам стандартных значений в начале управляющей программы, либо, при необходимости, в ином месте, а также за выполнение команд, таких как возвращение выходного звена в "домашнюю" точку, расположенную выше зоны, в которой движется звено в ходе работы.

Робот-гексапод, на котором реализуется разрабатываемый алгоритм, имеет 200 числовых регистров, 16 регистров являются служебными для данного алгоритма и используются для счетчиков и разграничителей слоев. Остальные 184 числовые регистра используются для ввода исходных данных, характеризующих рабочий инструмент и геометрию получаемого покрытия, либо печатаемой детали. Ввод значений регистров может осуществляться вручную на пульте управления робота, либо с компьютера с помощью специальной программы, анализирующей геометрию и записывающей числовые значения в регистры робота. Алгоритм имеет большое число циклов, осуществляющих проверку и поиск необходимых значений в числовых регистрах на всех "уровнях", начиная от координат точек отдельно взятой линии и направления

движения с включенным либо выключенным экстрадером и заканчивая числом слоев, которые должен выполнить робот. Ввиду громоздкости блок-схема алгоритма в статье не приводится.

Для выполнения алгоритма используются исходные данные в числовых регистрах ($R_1, R_2, \dots, R_{200}$) и позиционных регистрах ($PR_1, PR_2, \dots, PR_{100}$), использованных частично. В каждом числовом регистре записано определенное число. Для первых 20 числовых регистров и последнего регистра эти числа позволяют характеризовать основные параметры выполнения программы, такие как диаметр сопла, высота вертикального смещения после каждого слоя, число слоев, а также представляют собой различные счетчики, использующиеся по ходу выполнения алгоритма. Остальные 179 регистров ($R_{21}, R_{22}, \dots, R_{199}$) используются для специальной записи координат рабочих точек. Рабочая точка — точка с координатой, при достижении которой начинается или прекращается подача вещества. В ячейке записано число, состоящее из двух частей.

В разрабатываемом алгоритме применена система упрощенной записи значений координат. Рассмотрим запись координат геометрической фигуры (рис. 3). Примем ширину распыляющего сопла равной 10 мм. Регистр R1 имеет значение 3110, что означает, что 110 мм от начала координат будет первой точкой в линии в ходе трех проходов распыляющего сопла. Регистр R11 имеет значение 2000, что, в свою очередь, значит, что два раза третья точка в линии будет отсутствовать. Данный способ записи регистров значительно облегчает задачу оператора и не перегружает систему числовыми значениями в случаях, когда требуется работать с линейными гранями, имеющими одинаковое значение по оси возвратно-поступательного движения исполнительного механизма.

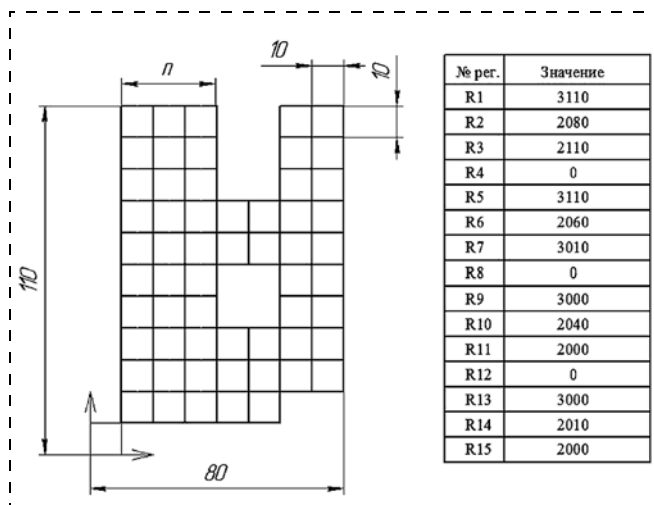


Рис. 3. Значения диапазона регистров для геометрической фигуры

Алгоритм используется для выполнения программы по траектории, предполагающей четыре диапазона однотипных слоев (имеющих абсолютно одинаковую геометрию). Числа, описывающие геометрию каждого из четырех слоев, записаны в диапазонах $R_{21}...R_{64}$, $R_{66}...R_{109}$, $R_{111}...R_{154}$, $R_{156}...R_{199}$ соответственно.

Перед шагами, предполагающими непосредственные вычисления и условия, выполняется обнуление необходимых регистров-счетчиков. Например, если регистр R_{14} номера слоя в ходе выполнения прерванной программы на 28 слое получил значение 28 либо имел любое другое, он принимает значение 1, так как программа начинает печать с первого слоя. Работает алгоритм следующим образом.

Шаг 1. Вычисление базовой точки слоя. Изменение значения позиционного регистра (PR_1), имеющего координату базовой точки слоя с учетом значения вертикального смещения (R_3) на каждый слой и значения регистра (R_{14}), использующегося как счетчик номеров слоев. При выполнении первого слоя данная координата базовой точки слоя совпадает с базовой точкой печати ($\Delta z_1 = (R_{14} - 1) \times R_3 = 0$).

Шаг 2. Нахождение диапазона регистров слоя. В соответствии с текущим диапазоном однотипных слоев происходит выбор диапазонов регистров среди регистров $R_{21}...R_{64}$, $R_{66}...R_{109}$, $R_{111}...R_{154}$, $R_{156}...R_{199}$. Для этого вычисляется регистр $R_{10} = 21 + (45 \times R_5 - 45) - (43 \times R_{13} - 43)$.

Шаг 3. Проверка условия реверсивного направления. Значение числового регистра направления движения (R_{13}) изменяется после достижения крайней точки направления. Значение "0" означает реверсивное направление, значение "1" означает прямое направление. Проверяется, какое значение имеет числовой регистр направления движения.

Шаг 3.1 (для прямого движения). Нахождение диапазона n -й точки линии. Перебор числовых регистров в диапазоне рабочего слоя для вычисления рабочего диапазона n -й точки линии. Перебор происходит на основании значений регистров, использующихся как счетчик номера линии слоя (R_1) и счетчик номера точки в линии (R_2).

Шаг 3.1 (для реверсивного движения). Нахождение начала диапазона точек. Механизм перебора регистров для реверсивного движения усложнен тем, что, например, координата смещения первой точки линии для прямого направления записана, соответственно, в первом регистре R_{21} диапазона слоя, а координата первой точки линии для реверсивного направления записана последней, и требуется перебором вычислить номер данного регистра.

Шаг 3.2 (для реверсивного движения). Проверка завершения линии. Проверка наличия оставшихся рабочих числовых регистров диапазона для данной линии. В случае завершения линии происходит переход к шагу 10.

Шаг 3.2.1 (для незавершенного реверсивного движения). Нахождение диапазона n -й точки линии. Перебор числовых регистров в диапазоне рабочего слоя для вычисления рабочего диапазона n -й точки линии. Перебор происходит на основании значений регистров, использующихся как счетчик номера линии слоя (R_1) и счетчик номера точки в линии (R_2).

Шаг 4. Вычисление координаты смещения. Разбиение значения числового регистра n -й точки линии на две составляющие: число раз наличия этой точки в качестве рабочей подряд, а также координата смещения.

Шаг 5. Проверка условия реверсивного направления. Проверяется, какое значение имеет числовой регистр направления движения.

Шаг 5.1 (для прямого движения). Проверка завершения линии. Проверка наличия оставшихся рабочих числовых регистров для данной линии. В случае завершения линии происходит переход к шагу 10.

Шаг 5.2 (для реверсивного движения). Проверка начала линии. Проверка наличия координаты смещения для n -й точки линии. В случае отсутствия координаты смещения, например значения регистра $R_{33} = 3000$, происходит переход к шагу 3.2 для реверсивного движения.

Шаг 6. Изменение координаты точки. Изменение координат рабочей точки на вычисленную координату смещения.

Шаг 7. Проверка подачи вещества. Значение числового регистра (0 или 1) подачи вещества (рабочее и холостое движение) изменяется после достижения рабочей точки. Проверяется, какое значение имеет числовой регистр подачи вещества.

Шаг 7.1 (для рабочего движения). Медленное выполнение точки. Движение в рабочую точку на пониженной скорости.

Шаг 7.2 (для холостого движения). Быстрое выполнение точки. Движение в рабочую точку на повышенной скорости.

Шаг 8. Включение/выключение подачи вещества. Изменение значения числового регистра подачи вещества на противоположное.

Шаг 9. Проверка завершения линии. Проверка наличия оставшихся рабочих числовых регистров для данной линии.

Шаг 9.1 (в случае незавершенной линии). Проверка условия реверсивного направления. Проверяется, какое значение имеет числовой регистр направления движения. В случае если направление реверсивное, происходит переход к шагу 3.2 для реверсивного движения. В случае если направление прямое, происходит переход к шагу 3.1 для прямого движения.

Шаг 10. Проверка завершения слоя. Проверка числа пройденных линий в слое. В случае незавершенного слоя происходит переход к шагу 3.

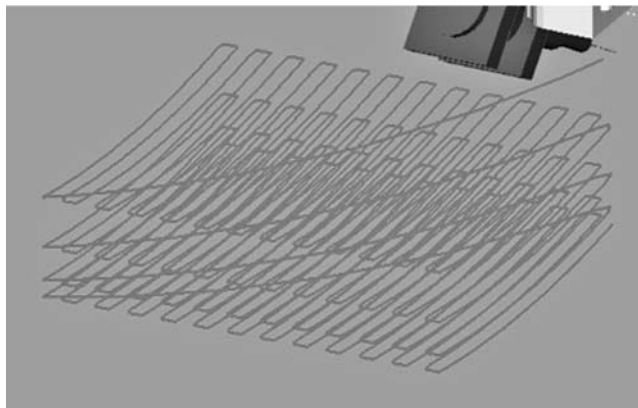


Рис. 4. Визуализированная траектория алгоритма возвратно-поступательных движений

Шаг 11. Проверка выполнения всех слоев. Проверка числа выполненных слоев. В случае наличия оставшихся слоев происходит переход к шагу 1.

Визуализированная траектория (рис. 4) позволяет оценить правильность алгоритма. Выходное звено робота движется в плоскости возвратно-поступательно, смещаясь на шаг, также задаваемый пользователем в регистрах. После выполнения слоя робот переходит в начальную точку следующего слоя без распыления рабочего вещества.

Построение алгоритма для реализации вращательных движений

Алгоритм для реализации вращательных движений (рис. 5) имеет более простую структуру по сравнению с алгоритмом возвратно-поступательного движения. Это обусловлено отсутствием реверсивных движений и записью геометрии окружностей с занятием меньшего объема памяти числовых регистров. Алгоритм также основан на цикличности, включающей изменяющийся параметр радиуса окружности, по которой движется рабочее звено с приращением по вертикальной оси координат. Визуализированная траектория выполнения блок-схемы вращательных движений показана на рис. 6.

Разработка программного обеспечения

Разработан специализированный комплекс программного обеспечения, предназначенный для связи между роботом-гексаподом и персональным компьютером, открывающий широкий спектр возможностей перед пользователем. Контроллер в системе управления робота связан с компьютером с помощью Ethernet-соединения. Состав программного комплекса показан на рис. 7.

Для полной визуализации процесса выполнения роботом управляющей программы предназначен графический модуль 1, который позволяет воссоздать реальные объекты и окружающую среду,



Рис. 5. Блок-схема для реализации вращательных движений

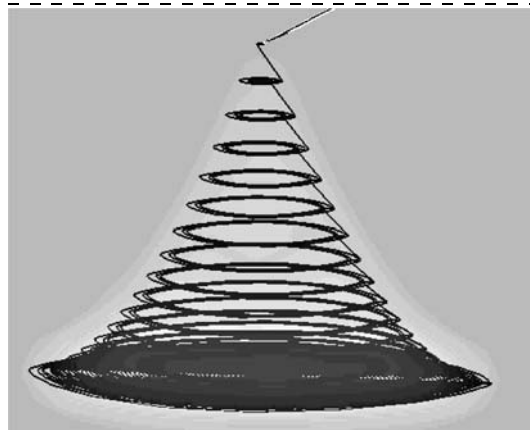


Рис. 6. Визуализированная траектория выполнения алгоритма вращательных движений



Рис. 7. Состав программного комплекса

в которой работает робот. Также визуализируются и устанавливаются в виртуальной среде приспособления, рабочий инструмент и другое оборудование, так или иначе связанное с работой робота (рис. 8, см. вторую сторону обложки). В интерфейсе программы отображается виртуальная копия управляющего пульта, осуществляющего ручное управление. Виртуальный пульт полностью идентичен реальному. Данная функция открывает полный функционал работы и настройки робота с персонального компьютера.

Настройка объектов окружающей среды, а также построение модели рабочего инструмента связано с деревом проекта. В специальном окне задаются координаты, углы поворота осей координат инструмента, а также масштаб трехмерных CAD-моделей, импортируемых в программный комплекс (рис. 9, см. третью сторону обложки).

В состав программного комплекса входит программирующий модуль 2, позволяющий создавать управляющие программы, а также прорабатывать их, учитывая геометрические ограничения по траектории и рабочей зоне.

В программном комплексе в модуле 3 реализована возможность создания, редактирования и сохранения на персональном компьютере проектов, включающих в себя информацию об используемых роботах, их настройках в данный момент времени, всех управляющих программах контроллера, окружающей среде, добавленной в данный проект. Создание проекта возможно без соединения с роботом, с помощью набора файлов, передаваемых с контроллера на USB-накопитель, подключаемый к ручному пулту управления, либо другому USB-выходу на контроллере. Установив на любом компьютере программный комплекс, можно работать с проектами, либо создавать проекты с помощью файлов, получаемых от контроллера.

Запуск управляющей программы сопровождается визуализацией перемещения робота с рабочим инструментом, а при необходимости и оборудования, например, конвейера. Пользователь может наблюдать и сделать выводы о правильности траектории конечной точки рабочего органа, также визуализируемой в рабочем окне программы. Указанные возможности реализованы в модуле симулирования управляющего ручного пульта 4.

Результаты 3D-печати некоторых изделий с заданной точностью в пределах 0,2 мм с использованием экспериментального комплекса представлены на рис. 10 (см. третью сторону обложки).

Заключение

Разработаны и реализованы алгоритмы в составе управляющих программ, позволяющие универ-

сализировать их для выполнения сходных технологических задач, в частности, послойной печати различных прецизионных изделий сложной формы с высокой точностью в пределах 0,2 мм. Возможность удобного перенастраивания в зависимости от исходных данных и необходимых траекторий движения выходного звена реализована через использование числовых регистров робота.

Разработанные алгоритмы являются аналогами используемого дорогостоящего специализированного программного обеспечения, производства компании Фанук (Япония), включающего комплекс САЕ-модулей и постпроцессоров. Управляющая программа, построенная по разработанным алгоритмам, имеет ряд преимуществ и отличительных особенностей, среди которых использование одной программы с изменением регистров, а также простота перенастройки программы при выполнении простейших задач получения покрытий и 3D-печати.

Созданные управляющие программы экспериментально проверены с использованием робота-гексапода, а также визуализированы в комплексе программного обеспечения с отображением траектории движения выходного звена робота в виртуальной среде, дублирующей реальную окружающую среду в лабораторных условиях, включающую приспособления и другие объекты, находящиеся в непосредственной близости от рабочей зоны.

Список литературы

1. John G. E., Hiroshi S. Construction automation: demands and satisfiers in the United States and Japan // Journal of construction Engineering and Management. 1996. Vol. 122. P. 147—151.
2. Веевник И. С. 3D Принтеры // Матер. 70-й науч.-техн. конф. студентов и аспирантов "Актуальные проблемы энергетики. СНТК 70", Минск 2014. С. 230.
3. Шейко Т. И., Литвинова Ю. С., Максименко-Шейко К. В. Аналитическая идентификация 3D-дома для реализации технологий 3D-печати // XII Всеросс. совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. С. 9364—9373.
4. Малышева В. Л., Красимирова С. С. Возможности 3d принтера в строительстве // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2013. № 12-2. URL: <http://cyberleninka.ru/article/n/vozmozhnosti-3d-printera-v-stroitelstve> (дата обращения 25.05.2016).
5. Строительные 3D принтеры. URL: <http://specavia.pro/catalog/stroitelnye-3d-printery/> (дата обращения 24.05.2016).
6. Khoshnevis B. D. Hwang, K. Yao, Z. Yeh. Mega-Scale Fabrication using Contour Crafting // International Journal of Industrial & Systems Engineering. 2006. Vol. 1, N. 3. P. 301—320.
7. Behrokh K. Automated construction by contour crafting-related robotics and information technologies // Automation in Construction. The best of ISARC 2002. January 2004. Vol. 13, Iss. 1. P. 5—19.
8. URL: <http://www.fanuc.eu/ru/ru/> (дата обращения 24.03.2016).
9. URL: <http://www.physikinstrumente.com/> (дата обращения 24.03.2016).
10. Магергут В. З., Игнатенко В. А., Бажанов А. Г., Шалтала В. Г. Подходы к построению дискретных моделей непрерывных технологических процессов для синтеза управляющих автоматов // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В. Г. Шухова. 2013. № 2. С. 100—102.

Development of Algorithms and Control Programs for Implementation of the Movements of the Output Link of a Robot-Hexapod for 3D Printing of Precision Products

L. A. Rybak, rl_bgtu@intbel.ru✉, E. V. Gaponenko, D. I. Malyshev, rl_bgtu@intbel.ru,
Belgorod State Technological University named after V. G. Shukhov, Belgorod

Corresponding author: Rybak Larisa A., D. Sc., Professor,
Belgorod State Technological University named after V. G. Shukhov,
Belgorod, 308012, Russian Federation, e-mail: rl_bgtu@intbel.ru

Received on May 31, 2016

Accepted on June 27, 2016

The article deals with modeling of the movements performed by a hexapod robot. The aim of development is creation of the control programs, making possible production of layered volume 3D-press products or obtaining of coatings without the use of post-processors. The objective is to develop special algorithms used in the control programs. Algorithms were constructed on the basis of the principle of a cyclic program. Due to the internal robot-hexapod's numeric registers a possibility was realized of a simplified data input to the path of movement of the tool, which can act as an extruder, or another tool with a nozzle for spraying of the working substance. With the help of the cycles in the control program sorting out of values was done within certain ranges of the numeric registers. As a result of the sorting, the control program determines a correct setting of the program, or coordinate, which is to be followed at the moment. The obtained algorithms are intended for the reciprocating and rotational movement of the working body on the trajectory. The control program is small and can easily be reconfigured for other dimensions of the resulting surface, or other parameters such as the diameter of the nozzle, number of layers, starting point and spray rate. The operation control programs were tested on a real hexapod robot in a laboratory. In addition, with the help of the software a system project, including a copy of the virtual environment, was created, in which the robot operated, as well as a virtual remote control, which made it possible to write a control program or change the numerical value of the registers. This control program was tested in a virtual environment, with a clear visualization of the robot and display of the motion path of the output link.

Keywords: algorithm, robot-hexapod, modeling, 3D-printing, controller, program module

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation, Agreement number 16-19-00148.

For citation:

Rybak L. A., Gaponenko E. V., Malyshev D. I. Development of Algorithms and Control Programs for Implementation of the Movements of the Output Link of a Robot-Hexapod for 3D Printing of Precision Products, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 12, pp. 821–827.

DOI: 10.17587/mau.17.821-827

References

1. John G. E., Hiroshi S. Construction automation: demands and satisfiers in the United States and Japan, *Journal of construction Engineering and Management*, 1996, vol. 122, pp. 147–151.
2. Veevnik I. S. 3D Printery (3D Printers), *Materialy 70-j nauchno-tehnicheskoy konferencii studentov i aspirantov "Aktual'nye problemy jenergetiki. SNTK 70"*, Minsk, 2014, p. 230 (in Russian).
3. Shejko T. I., Litvinova Ju. S., Maksimenko-Shejko K. V. Analiticheskaja identifikacija 3D-doma dlja realizacii tehnologij 3D-pechatii (Analytical identification of 3D-house for implement 3D-printing technology), *XII Vserossijskoe soveshhanie po problemam upravlenija VSPU-2014*, pp. 9364–9373.

4. Malysheva V. L., Krasimirova S. S. *Vozmozhnosti 3d printera v stroitel'stve* (Possibilities of the 3D printer in construction), *Aktual'nye problemy gumanitarnyh i estestvennyh nauk*, 2013, no. 12-2, available at: <http://cyberleninka.ru/article/n/vozmozhnosti-3d-printera-v-stroitelstve> (date of access 25.05.2016).

5. *Stroitel'nye 3D printery* (Construction 3D printers), available at: <http://specavia.pro/catalog/stroitelnye-3d-printery/> (date of access 24.05.2016).

6. Khoshnevis B. D. Hwang, K. Yao, Z. Yeh. Mega-Scale Fabrication using Contour Crafting, *International Journal of Industrial & Systems Engineering*, 2006, vol. 1, no. 3, pp. 301–320.

7. Behrokh K. Automated construction by contour crafting-related robotics and information technologies, *Automation in Construction*, *The best of ISARC 2002*, January 2004, vol. 13, iss. 1, pp. 5–19.

8. Available at: <http://www.fanuc.eu/ru/ru/> (date of access 24.03.2016).

9. Available at: <http://www.physikinstrumente.com/> (date of access 24.03.2016).

10. Magergut V. Z., Ignatenko V. A., Bazhanov A. G., Shap-tala V. G. *Podhody k postroeniju diskretnyh modelej nepreryvnyh tehnologicheskikh processov dlja sinteza upravljajushhih avtomatov* (Approaches to the construction of discrete models of continuous processes for the synthesis of automatic control) / V. Z. Magergut, *Vestnik Belgorodskogo Gosudarstvennogo Tehnologicheskogo Universiteta im. V. G. Shuhova*, 2013, no. 2, pp. 100–102 (in Russian).

Р. А. Афанасьев, д-р техн. наук, проф., rafail-afanasev@mail.ru,
ВНИИ агрохимии им. Д. Н. Прянишникова, г. Москва,
И. Л. Ермолов, д-р техн. наук, проф., ermolov@ipmnet.ru,
ИПМех им. А. Ю. Ишлинского РАН, МГТУ "СТАНКИН", г. Москва

О перспективах роботизации точного земледелия*

Статья посвящена применению роботов в сельском хозяйстве применительно к технологии точного земледелия. Упор сделан на технологию роботизированного внесения удобрений в соответствии с фактическим уровнем плодородия почвы на различных участках поля. Сформулированы различные компоненты данной технологии. Рассмотрены полученные результаты в отечественном земледелии, обсуждена эффективность данных технологий. Представлена информация по ключевым исследованиям данной тематики в России.

Ключевые слова: роботы, сельскохозяйственное производство, точное земледелие

В сравнительно недавней истории как отечественного, так и мирового земледелия наблюдался переход от конной тяги к тракторной, а теперь уже к более полной механизации и автоматизации производственных процессов. Перспективной тенденцией современного земледелия является переход на технологии возделывания сельскохозяйственных культур с использованием роботизированных сельскохозяйственных машин и комплексов [1–4]. При роботизации сельскохозяйственного производства в наиболее осязаемом, явном проявлении роботизация присуща так называемому точному земледелию (Precision Agriculture), отличительной чертой которого служит проведение технологических операций с учетом внутрипольной неоднородности (вариабельности, пестроты) почвенного покрова, его плодородия. Если в традиционном земледелии все технологические приемы, в том числе внесение удобрений и других агрохимических средств, выполнялись единообразно (как правило, усреднено) для всего поля (обрабатываемого участка), то в точном земледелии упор делается на корректировку различных агроприемов в зависимости от особенностей плодородия отдельных участков поля (агроконтуров). Актуальность данного направления подтверждается словами основоположника отечественной агрохимии академика Д. Н. Прянишникова, сказанными им в середине XX века и имеющими непосредственное отношение к теме настоящей статьи: "Определение содержания в почвах подвижных форм азота, фосфора и калия может быть использовано для дифференцировки доз и соотношений азотистых, фосфорнокислых и калийных удобрений, вносимых под одну и ту же культуру, в одном и том же поле севооборота, но на участках поля, различающихся по почвенным условиям... Отсюда большое значение приобретают разнообразные способы учета этих изменяющихся во вре-

мени и пространстве свойств почвы в целях наиболее эффективного применения удобрений" [5].

По существующим методикам удобрения вносятся соответственно усредненным показателям плодородия почвы на всем поле севооборота. Однако и отечественные, и зарубежные исследования показали, что варьирование агрохимического состава почв внутри одного и того же поля может быть весьма значительным [6]. Отличия показателя плодородия почвы в различных частях поля могут достигать 300 %. На рис. 1 (см. третью сторону обложки) представлен пример карты плодородия почв опытного участка в условиях Подмоскovie, на котором содержание гумуса в пахотном слое почвы колеблется в пределах 1,2...2,8 %, т.е. различается на сравнительно небольшой площади (4 га) более чем в 2 раза. При внесении на поле усредненных доз удобрений часть почв недополучит требуемые удобрения, а другая часть будет переудобрена. Опыт показал, что это влияет на колебания урожайности культур до 150 % и снижает экологичность выращиваемых продуктов.

Учесть разнообразие внутрипольных агроконтуров при использовании традиционных методов обследования и картографирования полей, расчете доз удобрений и их внесения, определении норм высева семян, проведении других операций для каждого выделенного агроконтура на практике почти невозможно. Эффективным решением этой проблемы является роботизация всего комплекса работ от агромониторинга до уборки урожая. Во многих странах, в том числе и в России, в этом направлении с последних десятилетий прошлого столетия по настоящее время ведется активный поиск эффективных научных и технических решений [7]. В настоящее время можно выделить следующие научные и технические задачи, которые необходимо решить для применения роботов в технологии точного земледелия (рис. 2).

Первой задачей является задача определения фактического уровня плодородия. Она заключается в выделении на сельскохозяйственных полях

* Работа поддержана Программой Президиума РАН № I.31 "Актуальные проблемы робототехники".

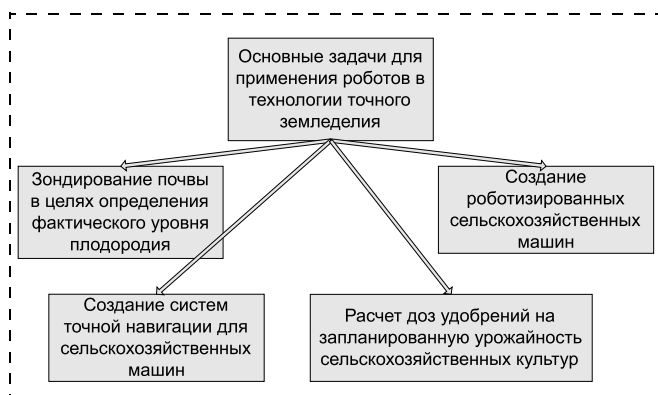


Рис. 2. Перечень основных научно-технических задач роботизации технологий точного земледелия

внутрипольных участков, различающихся по своему плодородию. Способы выявления агроконтуров можно разделить на дистанционные и наземные. Дистанционные способы идентификации пестроты почвенного плодородия и посевов основаны на использовании авиакосмических снимков или снимков, выполненных с беспилотных летательных аппаратов. Исследования показали, что дистанционное зондирование в радио- и фотодиапазонах электромагнитных волн может проводиться и по открытой (вспаханной), и по покрытой растительностью почве. Например, ВНИИ агрохимии им. Д. Н. Прянишникова (ВНИИА) использовал радиолокатор, установленный на космическом аппарате НПО Машиностроения "Алмаз-1". Этот датчик позволил выявить на полях ОПХ "Газырское" Краснодарского края внутрипольные участки, на которых при отборе и анализе почвенных проб установлена определенная корреляция между отдельными агрохимическими показателями плодородия почвы и результатами радиолокационного сканирования. Важно отметить, что радиолокация позволяет проводить обследование вегетирующих посевов независимо от погоды и времени суток. Сходные результаты получены при дистанционном зондировании полей ОПХ Смоленского НИИСХ с космического аппарата "Ресурс-01" при использовании на нем фотоаппаратуры МСУ-Э, сканирующей электромагнитное излучение сельскохозяйственных полей в красном и ближнем инфракрасном диапазоне. Однако применение спутниковой аппаратуры является достаточно дорогостоящим и малооперативным. Альтернативное дистанционное обследование посевов озимой пшеницы в ОПХ "Газырское" в обычных (мелкоделяночных) полевых опытах с удобрениями осуществлено с применением вертолета, оснащенного фотометром. Коэффициент корреляции показаний фотометра с уровнем обеспеченности растений азотным питанием составил 0,9, что подтверждает высокую эффективность проведенного диагностического обследования. В связи с этим представляется весьма перспективным использование БПЛА, фиксирующих состояние посевов

с небольшой высоты, которое характеризуется повышенной точностью и оперативностью диагностического обследования, низкой себестоимостью диагностических работ.

К наземным же способам выявления внутрипольных контуров плодородия почв относится автоматическое определение урожайности сельскохозяйственных культур, главным образом зерновых, в процессе их уборки, так как урожайность сельскохозяйственных культур тесно связана с уровнем почвенного плодородия. Специальные датчики, устанавливаемые на комбайнах и регистрирующие поток собираемого зерна, должны быть связаны с системой позиционирования и бортовым компьютером машины. Это позволяет при обработке полученных данных разделять поля на участки по уровню урожайности, используя их для последующего отбора почвенных проб. По результатам их агрохимического анализа можно составлять агрохимические картограммы полей (рис. 3, см. третью сторону обложки и рис. 4, см. четвертую сторону обложки).

Другой весьма перспективной технологией является выделение агропочвенных контуров по результатам топографической съемки рельефа полей. Установлена непосредственная связь мезо- и микро-рельефа полей с плодородием почвы, т.е. с различиями в агрохимических и агрофизических ее свойствах в разных местоположениях на рельефе. Исследования ВНИИА на агрополигоне Центральной опытной станции позволили установить вполне определенную зависимость агрохимических показателей — кислотности почвенной среды, содержания в ней отдельных элементов питания от топографии поля. Так, на повышенных участках агрополигона содержание нитратов в пахотном слое почвы превалировало над аммонием, а в пониженных, наоборот, содержание аммонийного азота было выше по сравнению с нитратным, что обусловлено внутрипочвенной миграцией высокоподвижных нитрат-ионов с водными потоками в пониженные участки и восстановлением их до менее подвижного аммония. Разработанный ВНИИА роботизированный способ ускоренной топографической съемки местности с использованием GPS-или ГЛОНАСС-навигаторов позволяет успешно использовать ее в технологиях точного земледелия.

Еще одним способом определения на полях различных уровней плодородия является сканирование электропроводности почвы. Это становится возможно, поскольку при почти диэлектрических, в целом, свойствах пород и минералов, образующих почвенный скелет, электропроводность почвы зависит, главным образом от ионов, являющихся преимущественно элементами питания растений (рис. 5). Кондуктометрическими устройствами электропроводность определяется или непосредственно путем пропускания электрического тока между электродами, присоединенными к погружаемому в почву диск, или по вторичной электро-

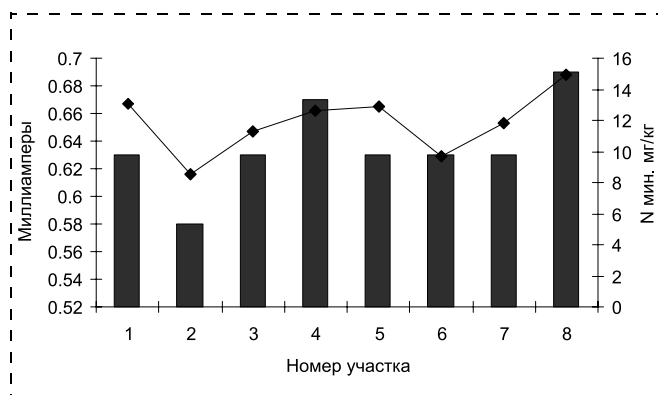


Рис. 5. Зависимость электропроводности почвы (столбцы) от содержания в ней минерального азота (линия)

магнитной индукции, наводимой в почве движущимся над ее поверхностью электрическим модулем прибора и считываемой кондуктометром сканирующего устройства (рис. 6, см. четвертую сторону обложки). Роботизация процесса сканирования электропроводности почвы позволяет на выходе получить картограмму поля с выделенными на ней агроконтурами для отбора для агрохимического анализа почвенных образцов и последующего использования для составления карт-заданий по дифференцированному внесению удобрительных средств (рис. 7, см. четвертую сторону обложки).

Дистанционное зондирование, сканирование урожайности и электросканирование почвы, ускоренное топографирование рельефа полей в сочетании с автоматизированным отбором проб почвы и использованием ГИС-технологий для обработки картографического материала полей позволяют существенно сократить затраты на агрохимическое обследование полей по сравнению с традиционным методом схематического отбора проб по элементарным участкам за счет уменьшения числа отбираемых почвенных проб, так как их отбор проводится не схематически, вслепую, а на агроконтурах, априори различающихся по своему плодородию и заранее выделенных на электронных картах полей. При этом отбор почвенных проб по новым технологическим принципам относится к роботизированным технологиям, поскольку выполняется пробоотборником автоматически с движением по выбранному маршруту и фиксацией мест отбора на дисплее и в памяти бортовой ЭВМ, например как на установке ВНИИА (рис. 8, см. четвертую сторону обложки). В целом разработанные методы агрохимического обследования и картографирования характеризуются высокой степенью автоматизации, т.е. могут считаться роботизированными методами агрохимического мониторинга.

Следующий этап роботизации агрохимического обслуживания состоит в создании автоматизированных интерактивных программ расчета доз удобрений на запланированную урожайность сельскохозяйственных культур. Суть его заключается в

компьютеризации расчетных методов, основанных на результатах полевых опытов Географической сети ВНИИА и агрохимслужбы РФ. По разработанной в ВНИИА автоматизированной программе "Интерагрохим" расчет доз удобрений проводится в соответствии с полученными электронными агрохимическими картограммами плодородия почвы, планируемой урожайностью культуры, с учетом качества предыдущих урожаев, влагообеспеченности, особенностей рельефа полей, агрофизических свойств почвы, ряда других факторов, перечисленных ниже:

- 1) адрес объекта (субъект РФ и т.д.);
- 2) тип (подтип) почвы;
- 3) гранулометрический состав почвы;
- 4) агрохимические свойства почвы;
- 5) экспозиция склона поля (участка);
- 6) степень эродированности почвы;
- 7) доза органических удобрений (примененных или планируемых к применению);
- 8) вид применяемых (планируемых) органических удобрений;
- 9) год внесения органических удобрений (под предшественник или культуру);
- 10) вид и форма доступных для применения минеральных удобрений;
- 11) характер погодных условий (по уровню увлажнения);
- 12) планируемая сельскохозяйственная культура (из перечня районированных в данном регионе);
- 13) планируемая урожайность культуры;
- 14) вынос NPK 1 т урожая с учетом побочной продукции для расчета общей потребности культуры в питательных веществах;
- 15) поправочные коэффициенты к общей потребности с учетом агрохимических свойств почвы и других агроэкологических показателей;
- 16) действующие цены на минеральные удобрения и сельскохозяйственную продукцию.

Разрабатываются способы бесконтактного (дистанционного) обращения пользователей (сельхозпроизводителей, специалистов, руководителей различного иерархического уровня) с сервером ВНИИА, который по запросу в течение нескольких минут должен в автоматическом режиме выдавать клиентам требуемую информацию. В настоящее время запрос на информацию об оптимальных расчетных дозах азотных, фосфорных и калийных удобрений осуществляется через интернет с компьютера заказчика на сервер ВНИИА. Помимо расчета оптимальных доз азотных, фосфорных и калийных удобрений, во ВНИИА разработана интерактивная программа по расчету доз серных удобрений, которые особенно необходимы для масличных и высокобелковых культур. Запрос и результат расчета может передаваться со смартфона на смартфон, что облегчает потребителям практическое использование программы. Институтом ведется также разработка интерактивной программы для автоматизированного расчета оптимальных доз микро-

удобрений под сельскохозяйственные культуры, в частности бора, меди, цинка, молибдена, марганца и кобальта. Важность автоматизации расчетов обусловлена тем, что вручную, даже с использованием современных вычислительных средств, правильный расчет требуемых растениям оптимальных доз удобрений представляет собой трудно разрешимую задачу из-за сложных взаимозависимостей в биосистеме почва—удобрение—растение, тем более, для технологий точного земледелия. Только комплексный подход, реализуемый в роботизированной программе, способен максимально учесть эти взаимосвязи. Кроме того, даже современный уровень кадровой обеспеченности сельхозпроизводства специалистами-агрохимиками также является одной из причин полагаться не только на хозяйственный опыт земледельцев, но и на научно обоснованные методы регулирования минерального питания растений. Освоение программ автоматизированного расчета доз минеральных удобрений под сельскохозяйственные культуры, возделываемые в различных земледельческих регионах страны, послужит важнейшим фактором повышения их эффективности и экологической безопасности.

Завершающим этапом агрохимического обслуживания точного земледелия служит именно дифференцированное внесение удобрений. В настоящее время в соответствии с имеющимися разработками эта функция возлагается на роботизированные агрегаты, состоящие из трактора, навесного или прицепного разбрасывателя удобрений (аппликатора), электронного оборудования, включающего бортовой компьютер, систему спутниковой навигации GPS/ГЛОНАСС, систему автоматического вождения (автопилот), а для дифференцированной подкормки вегетирующих посевов удобрениями — дополнительные сенсоры (рис. 9, см. четвертую сторону обложки). По заложенной в бортовой компьютер карте-заданию, составленной по итогам агромониторинга и расчета оптимальных доз удобрений, роботизированный агрегат вносит их в соответствии с фактической потребностью растений на различных участках поля. В вопросах точной навигации сельскохозяйственных машин хорошие результаты получены в Институте проблем управления РАН [8].

В целом, эффективность технологий роботизированного, прежде всего дифференцированного, применения удобрений в условиях точного земледелия во многом зависит от выраженности внутрипольной пестроты почвенного плодородия. На полях, отличающихся выровненным плодородием, дифференцированное внесение агрохимических средств априори не требуется. По данным полевых опытов, проведенных в нескольких регионах страны, достоверные прибавки урожайности зерновых от территориальной дифференциации доз удобрений получали, как правило, при уровне вариабельности агрохимических показателей плодородия выше 20 %. По данным ВНИИА от дифференциации доз органических удобрений прибавка урожайности зерно-

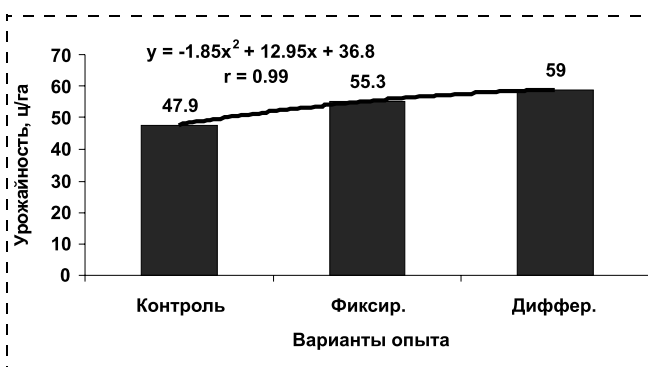


Рис. 10. Эффективность дифференцированного применения азотных удобрений под яровой ячмень на дерново-подзолистой почве (2015 г.)

вых культур в зависимости от содержания гумуса в почве колебалась в пределах 5,4...18 %, а в среднем составила 9,5 %. Дифференцированное внесение минеральных азотных удобрений повышало их окупаемость зерновой продукцией в разных почвенно-климатических условиях от 10 до 30 %. В частности, в условиях Нечерноземной зоны дифференцированное внесение азотных удобрений повышало урожайность зерновых культур на 3,7...4,9 ц/га, или, округленно, на 7...12 % по сравнению с внесением равновеликих, но усредненных по всей удобряемой площади (фиксированных) доз (рис. 10, см. таблицу). При этом в контрольном варианте опыта удобрения не применялись, в варианте усредненной дозы из расчета на 1 га удобряемой площади равномерно вносили аммиачную селитру из расчета 80 кг/га элементарного азота (в аммиачной селитре содержание азота составляет около 34 %), в варианте дифференцированного применения азотных удобрений они распределялись по удобряемой площади неравномерно, с учетом неоднородного содержания азотистых веществ (нитратов) в пахотном слое почвы. Показатель $НСР_{05}$ — это наименьшая существенная разность при 5 %-ном уровне значимости, или 95 %-ном уровне вероятности (общепринятый метод доказательства фактической достоверности получаемых результатов в сельскохозяйственных опытах, введенный в начале прошлого века Фишером). Этот статистический

Влияние дифференцированного внесения азотных удобрений на урожайность озимой пшеницы

Варианты опыта	Урожайность, ц/га	Прибавка урожая			
		всего		от дифференциации доз	
		ц/га	%	ц/га	%
Контроль	30,5	—	—	—	—
Усредненная доза (N80)	40,1	9,6	31,5	—	—
Дифференцированные дозы (в среднем N80)	45,0	14,5	47,5	4,9	12,2
$НСР_{05}$		4,8 ц/га			

показатель означает достоверность разницы между данными сравниваемых вариантов, в нашем случае — достоверную прибавку урожая озимой пшеницы как по сравнению с неудобренным контролем (9,6 ц/га), так и от дифференцированного внесения удобрений по сравнению с внесением удобрений средней для всего поля дозой (4,9 ц/га). При $НСР_{05} = 4,8$ ц/га обе прибавки урожая считаются статистически достоверными. Если бы они были меньше 4,8, их можно было бы считать положительными только на уровне тенденции.

При этом существенно, на 10 % и более, снижалась внутривариационная изменчивость урожайности, что имеет существенное значение для улучшения условий уборки урожая и повышения качества продукции. По результатам дифференцированной подкормки озимой пшеницы, выращенной на обыкновенном черноземе в ООО "Восток-Агро" Воронежской области роботизированным агрегатом, ее урожайность возросла в среднем на 3 ц/га, что окупало затраты на приобретение технических средств для дифференцированного внесения удобрений за один год их эксплуатации.

Ниже представлены техническая характеристика и ориентировочная стоимость разбрасывателя удобрений AMAZON ZA-M и оборудования для дифференцированного внесения удобрений:

Ширина захвата, м	10...36
Производительность, га/ч	до 30...45
Норма внесения, кг/га	20...1500
Емкость бункера, л	1500
Общая масса (без загрузки), кг	295
Мощность трактора, л.с.	от 80
Стоимость разбрасывателя, тыс. руб.	400
Стоимость N-сенсора и терминалов управления, тыс. руб.	до 1000

Можно рассчитать срок окупаемости затрат на приобретение разбрасывателя удобрений AMAZON ZA-M и оборудования для дифференцированного внесения азотных удобрений:

Дневная производительность, га	100...200
Обслуживаемая площадь, га	1000
Прибавка урожайности озимой пшеницы, т/га	0,3
Дополнительный сбор зерна, т	300
Стоимость 1 т зерна пшеницы, тыс. руб.	5
Дополнительный доход, млн руб.	1,5
Стоимость AMAZON ZA-M и оборудования для дифференцированного внесения азотных удобрений, млн руб.	1,4
Срок окупаемости, годы	1

В целом, роботизация как основа точного земледелия может быть эффективной практически повсеместно, поскольку она направлена, прежде всего, на повышение производительности труда. Что же касается дифференцированного применения удобрений, то оно эффективно лишь на полях с выраженной вариативностью почвенного плодородия. Но так как поля России почти повсеместно характеризуются высокой пестротой почвенного плодородия, роботизированные технологии точного земледелия, включая дифференцированное применение удобрений, имеют в нашей стране несомненную перспективу.

Современные исследования роботизации сельского хозяйства ведутся особенно активно в ЕС и Японии. В рамках действующей Рамочной программы "Horizon 2020" приложения в области сельского хозяйства указаны в качестве одних из приоритетных для финансирования в области робототехники [9].

В нашей стране работы в настоящее время по роботизации технологии точного земледелия проводятся во Всероссийском научно-исследовательском институте агрохимии имени Д. Н. Прянишникова, Всероссийском научно-исследовательском институте механизации сельского хозяйства, Институте почвоведения и агрохимии Сибирского отделения РАН, в некоторых других исследовательских центрах. Для координации проводимых исследований формируется специализированная комплексная программа научных исследований ФАНО России.

Список литературы

1. Крупеников И. А. История почвоведения. М.: Наука, 1981.
2. Grau J. B., Anton J. M., Packianather M. S., Ermolov I., Afanasiev R., Cisneros J. M., Cortina-Januchs M. G., Jevtic Aleksandar, Andina D. Sustainable Agriculture Using an Intelligent Mechatronic System // Proc. IECON: 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics. 2009. Vol. 1—6.
3. Афанасьев Р. А. Дифференцированное применение удобрений — настоящее и будущее // Плодородие. 2002. № 4 (7).
4. Afanasiev R., Groumpos P., Ermolov I., Iljuchin J., Poduraev J. Minimisation Of Soil Resources Use By Mechanised Differential Soil Fertilisation // Proc. Of Protek-98 International Conference, Moscow, Russia. 1998.
5. Прянишников Д. Н. Избранные сочинения. Т. 1. М.: Колос, 1965. С. 72.
6. Hess J. R., Hoskinson R. L. Methods for Characterization and Analysis of Spatial and Temporal Variability for Researching and Managing Integrated Farming Systems // Precision Agriculture. Proc. 3rd Intern. Conference. June 23—26 1996. Minneapolis, Minnesota. P. 641—649.
7. Anderson G. L., Yang C. Multispectral Videography and Geographic Information Systems for Site = Specific Farm Management / Proc. 3rd Intern. Conference. Minneapolis, Minnesota. June 23—26 1996. P. 681—691.
8. Leick A., Rapoport L., Tatarnikov D. GPS Satellite Surveying. Wiley & Sons, 2015.
9. URL: <http://ec.europa.eu/programmes/horizon2020/en/h2020-section/robotics> (дата обращения: 23.07.2016).

Prospects for Robots in Precision Agriculture

R. A. Afanasiev, rafail-afanasev@mail.ru,

State Research Institute for Agrochemistry, Moscow, Russian Federation,

I. L. Ermolov, ermolov@ipmnet.ru✉, Institute for Problems in Mechanics of RAS,
Moscow, 119526, Russian Federation, MSTU "STANKIN", Moscow, Russian Federation

Corresponding author: **Ermolov Ivan L.**, D. Sc., Senior Researcher, Institute for Problems
in Mechanics of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, 119526, Russian Federation, Professor, MSTU "STANKIN", Moscow, Russian Federation,
e-mail: ermolov@ipmnet.ru

Received on June 07, 2016

Accepted on June 27, 2016

In this paper the authors discuss the prospects of robots in agriculture. According to the authors, the most challenging area of agriculture is the use of robots in the technology of Precision Agriculture (or Target Farming). The main idea of this technology is fertilization of the soil in accordance with the actual fecundity level of each specific area of a field (in contrast to the widely accepted field fertilization according to the average fecundity level of the overall field). The advantages of the Precision Agriculture technology are higher productivity level and better ecology of the food produced and of the field used for food production. In such case this technology consists of four main components: 1. Remote sensing of the soil for estimation of its actual fecundity level; 2. Calculation of the amount of the fertilizers needed for each part of the field; 3. Development of new agricultural machinery; 4. Precision navigation systems for the agricultural machinery. The authors believe that most of these components (except component 2) are typical robotics tasks. Within this paper they discuss various approaches to realization of these components, their advantages and drawbacks. The concluding part of the paper presents the preliminary results of application of the Precision Agriculture technology in the Russian Federation. According to the experimental tests performed by the State Research Institute for Agrochemistry, the winter wheat production increased by 3 metric centners per hectare in Voronezh Region. This covered all the costs involved in the Precision Agriculture project within one year. The last paragraph of the paper is devoted to the key players in this area of research in Russia.

Keywords: robots, agricultural production, precision agriculture

Acknowledgements: The work was supported by the Program of the Presidium of RAS number I.31 "Topical Problems of Robotics."

For citation:

Afanasiev R. A., Ermolov I. L. Prospects for Robots in Precision Agriculture, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 11, pp. 828—833.

DOI: 10.17587/mau.17.828-833

References

1. **Krupennikov I. A.** *Istoriya Pochvovedeniya* (History of Pedology), Moscow, Nauka, 1981 (in Russian).
2. **Grau J. B., Anton J. M., Packianather M. S., Ermolov I., Aphanasiev R., Cisneros J. M., Cortina-Januchs M. G., Jevtic Aleksandar, Andina D.** Sustainable Agriculture Using an Intelligent Mechatronic System, *Proc. IECON: 2009 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, 2009, vol. 1—6.
3. **Afanasiev R. A.** *Differentsirovannoe vnesenie udobrenij — nastoyashee i budushee* (Differential Soil Fertilization — Present and Future), *Plodorodie*, 2002, no. 4 (7) (in Russian).

4. **Afanasiev R., Groumpos P., Ermolov I., Iljuchin J., Poduraev J.** Minimisation of Soil Resources Use by Mechanised Differential Soil Fertilisation, *Proc. of Protek-98 International Conference*, Moscow, Russia, 1998.

5. **Pryanichnikov D. N.** *Izbrannye Sochineniya* (Selected Works), vol. 1, Moscow, Kolos, 1965 (in Russian).

6. **Hess J. R., Hoskinson R. L.** Methods for Characterization and Analysis of Spatial and Temporal Variability for Researching and Managing Integrated Farming Systems, *Precision Agriculture. Proc. 3rd Intern. Conference*, June 23—26 1996, Minneapolis, Minnesota, pp. 641—649.

7. **Anderson G. L., Yang C.** Multispectral Videography and Geographic Information Systems for Site = Specific Farm Management, *Proc. 3rd Intern. Conference*, June 23—26, 1996, Minneapolis, Minnesota, pp. 681—691.

8. **Leick A., Rapoport L., Tatarnikov D.** GPS Satellite Surveying, Wiley & Sons, 2015.

9. **Available at:** <http://ec.europa.eu/programmes/horizon2020/en/h2020-section/robotics>.

А. Г. Ченцов^{1, 2}, чл.-корр. РАН, гл. науч. сотр., проф., chentsov@imm.uran.ru,

А. М. Григорьев¹, зав. отделом, ag@uran.ru,

¹ Институт математики и механики имени Н. Н. Красовского УрО РАН, г. Екатеринбург,

² Уральский Федеральный Университет, г. Екатеринбург

Динамическое программирование в задаче маршрутизации: схема независимых вычислений

Рассматривается реализация схемы независимых вычислений для решения маршрутной задачи с условиями предшествования и (в теоретической части) с функциями стоимости, зависящими от списка заданий. Используется метод динамического программирования. Отдельно рассматривается параллельный алгоритм определения значения задачи (глобальный экстремум) и алгоритм "полного" решения, включающего построение оптимального маршрута. Последний алгоритм реализован на супервычислителе "Уран" при использовании (конечной) системы узлов, каждый из которых является совокупностью нескольких процессоров. В свою очередь, вся совокупность узлов образует вычислительный кластер. Допускается возможность вычисления некоторых значений функции Беллмана разными процессорами.

Ключевые слова: динамическое программирование, маршрут, условия предшествования, существенные списки (заданий), слои пространства позиций, независимые вычисления, функция Беллмана

Введение

Настоящая работа является продолжением работы [1]. В ней исследуются вопросы построения параллельных алгоритмов на основе схемы независимых вычислений [2, 3]. Рассматривается задача курьера, т.е. задача коммивояжера (ЗК), осложненная условиями предшествования; в теоретической части допускается также зависимость матрицы стоимостей от списка заданий. Подобная зависимость может возникать при рассмотрении некоторых задач, возникающих в атомной энергетике в связи с соображениями минимизации дозовой нагрузки работников при выполнении ими того или иного комплекса работ; см. в связи с этим работы [4–6]. Отметим, что зависимость стоимостей перемещений от списка заданий может возникать также в задачах, связанных с машиностроением; имеются в виду вопросы управления инструментом при листовой резке деталей на машинах с ЧПУ [7–9]. Введение в этих задачах упомянутой зависимости может быть связано с учетом технологических ограничений (жесткости листа, тепловых допусков) посредством соответствующих штрафов.

Как уже отмечалось, рассматриваемая задача имеет своим прототипом известную NP-полную ЗК (в англоязычной литературе — TSP). В связи с исследованием ЗК отметим работы [10–15]; в частности, в работах [14, 15] исследовалось применение для решения ЗК метода динамического программирования (ДП).

В настоящей работе используется вариант ДП, восходящий к работе [16] и не предусматриваю-

щий построение полного массива значений функции Беллмана. Используется схема независимых вычислений слоев данной функции, предложенная в работах [2, 3], а также вариант данной схемы, предложенный в работе [1]. В настоящей статье построен параллельный алгоритм вычисления значений функции Беллмана с применением суперкомпьютера. Данный алгоритм реализован на вычислительном кластере супервычислителя "Уран", проведен вычислительный эксперимент, показывающий работоспособность предлагаемого алгоритма.

Обозначения общего характера

Ниже используется стандартная теоретико-множественная символика (кванторы, связи; $\emptyset$ — пустое множество). Семейством называем множество, все элементы которого — множества (семейство — множество, "составленное" из множеств). Если x и y — объекты, то $\{x; y\}$ обозначаем (единственное) множество, содержащее в качестве своих элементов x , y и не содержащее никаких других элементов ($\{x; y\}$ — неупорядоченная пара объектов x , y). Тогда, в частности, для произвольного объекта z в виде $\{z\} \triangleq \{z; z\}$ имеем одноэлементное множество (синглетон), содержащее z . Каждое множество является объектом. С учетом этого, следуя работе [17, с. 67], для произвольных объектов a и b обозначаем (a, b) упорядоченную пару (УП) упомянутых объектов: $(a, b) \triangleq \{\{a\}; \{a, b\}\}$. Если же z — какая-либо УП, то $pr_1(z)$ и $pr_2(z)$ обозначаем соответственно первый и второй элементы УП z , однозначно определяемые условием $z = (pr_1(z), pr_2(z))$.

Если H — множество, то $\mathcal{P}(H)$ и $\mathcal{P}'(H)$ обозначаем соответственно семейства всех и всех непустых подмножеств (п/м) H ; $\text{Fin}(H)$ обозначаем семейство всех конечных множеств из $\mathcal{P}'(H)$ ($\text{Fin}(H)$ есть, следовательно, семейство всех непустых конечных п/м H).

Как обычно [18, с. 17] определяем триплеты, "составленные" из произвольных объектов: если a, b и c — объекты, то $(a, b, c) \triangleq ((a, b), c)$. В связи с этим следуем также известному [18, с. 17] правилу: $A \times B \times C \triangleq (A \times B) \times C$ для произвольных непустых множеств A, B и C . Если, кроме того, D есть непустое множество, φ — отображение, действующие из $A \times B \times C$ в D (т.е. $\varphi: A \times B \times C \rightarrow D$), $x \in A \times B$ и $y \in C$, то определено значение $\varphi(x, y) \in D$ отображения φ в точке $(x, y) \in A \times B \times C$, для которого также используем обозначение $\varphi(pr_1(x), pr_2(x), y)$.

Для произвольных непустых множеств $\mathbb{U}$ и $\mathbb{V}$ обозначаем $(Bi)[\mathbb{U}; \mathbb{V}]$ множество всех биекций [19, с. 87] множества $\mathbb{U}$ на множество $\mathbb{V}$. Если Y и Z — непустые множества, а $\psi \in (Bi)[Y; Z]$, то обозначаем ψ^{-1} биекцию Z на Y , т.е. $\psi^{-1} \in (Bi)[Z; Y]$, обратную по отношению к ψ [19, с. 87]. Для каждого непустого множества L в виде $(Bi)[L; L]$ имеем множество всех перестановок L [19, с. 87].

Обозначаем $\mathbb{R}$ вещественную прямую с положительной полуосью

$$[0, \infty] \triangleq \{\xi \in \mathbb{R} \mid 0 \leq \xi\}, \mathbb{N} \triangleq \{1; 2; \dots\} \in \mathcal{P}'(\mathbb{R}), \\ \mathbb{N}_0 \triangleq \{0\} \cup \mathbb{N} = \{0; 1; 2; \dots\} \text{ и}$$

$$\overline{p, q} \triangleq \{i \in \mathbb{N}_0 \mid (p \leq i) \ \& \ (i \leq q)\} \ \forall p \in \mathbb{N}_0 \ \forall q \in \mathbb{N}_0$$

(заметим, что $\overline{1, 0} = \emptyset$ и $\overline{1, m} = \{i \in \mathbb{N} \mid i \leq m\} \neq \emptyset$ при $m \in \mathbb{N}$). Непустому конечному множеству K сопоставляем его мощность $|K| \in \mathbb{N}$; тогда определено множество $\overline{1, |K|} = \{i \in \mathbb{N} \mid i \leq |K|\}$ и непустое множество $(bi)|K| \triangleq (Bi)[\overline{1, |K|}; K]$ всех биекций $\overline{1, |K|}$ на K . Кроме того, полагаем $|\emptyset| \triangleq 0$. Всюду в дальнейшем для каждого непустого множества S обозначаем $\mathcal{R}_+[S]$ множество всех функций из S в $[0, \infty]$.

1. Некоторые специальные обозначения; постановка задачи

Фиксируем число $N \in \mathbb{N}$, $N \geq 2$. Нашей целью является исследование перемещений

$$0 \rightarrow \alpha(1) \rightarrow \dots \rightarrow \alpha(N), \quad (1.1)$$

где α — перестановка индексов из $\overline{1, N}$. В дальнейшем упомянутые перестановки именуем маршрутами. Полагаем, что выбор α может быть стеснен дополнительными ограничениями (условиями предшествования). В связи с этим фиксируем отношение

$$\mathbb{K} \in \mathcal{P}(\overline{1, N} \times \overline{1, N}), \quad (1.2)$$

определяющее условия предшествования. Итак, $\mathbb{K}$ есть п/м $\overline{1, N} \times \overline{1, N}$ (случай $\mathbb{K} = \emptyset$ из рассмотрения не исключается и соответствует отсутствию усло-

вий предшествования). Элементами $\mathbb{K}$ (1.2) являются УП; если $z \in \mathbb{K}$, то будем условно именовать $pr_1(z) \in \overline{1, N}$ отправителем, а $pr_2(z) \in \overline{1, N}$ — получателем z ; сами же элементы $\mathbb{K}$ называем адресными парами. Всюду в дальнейшем полагаем, что

$$\forall \mathbb{K}_0 \in \mathcal{P}'(\mathbb{K}) \ \exists z_0 \in \mathbb{K}_0: pr_1(z_0) \neq pr_2(z) \ \forall z \in \mathbb{K}_0. \quad (1.3)$$

Тогда [16, часть 2] в виде

$$\mathbb{A} \triangleq \{\alpha \in \mathbb{P} \mid \forall z \in \mathbb{K} \ \forall t_1 \in \overline{1, N} \ \forall t_2 \in \overline{1, N} \\ (z = (\alpha(t_1), \alpha(t_2))) \Rightarrow (t_1 < t_2)\} = \{\alpha \in \mathbb{P} \mid \alpha^{-1}(pr_1(z)) < \\ < \alpha^{-1}(pr_2(z)) \ \forall z \in \mathbb{K}\} \in \mathcal{P}'(\mathbb{P}), \quad (1.4)$$

где (здесь и ниже) $\mathbb{P} \triangleq (bi)[\overline{1, N}]$, имеем множество всех допустимых маршрутов (ДМ) в смысле условий предшествования, определяемых посредством $\mathbb{K}$ (1.2). Итак, $\mathbb{A}$, как и в работе [1], определяет множество допустимых решений формулируемой ниже задачи.

Пусть $\mathfrak{N} \triangleq \mathcal{P}'(\overline{1, N})$; элементы $\mathfrak{N}$ называем ниже списками (заданий). Полагаем заданными отображения

$$\mathbf{c} \in \mathcal{R}_+[\overline{0, N} \times \overline{1, N} \times \mathfrak{N}], f \in \mathcal{R}_+[\overline{1, N}], \quad (1.5)$$

участвующие в формировании аддитивного критерия. Следуя работе [1], введем аддитивный критерий качества маршрутов. Итак, если $\alpha \in \mathbb{P}$, то $[1, (1)]$

$$\mathfrak{C}_\alpha \triangleq \mathbf{c}(0, \alpha(1), \overline{1, N}) + \sum_{t=1}^{N-1} \mathbf{c}(\alpha(t), \alpha(t+1), \\ \{\alpha(j): j \in \overline{t+1, N}\}) + f(\alpha(N)). \quad (1.6)$$

В качестве основной рассматриваем задачу

$$\mathfrak{C}_\alpha \rightarrow \min, \alpha \in \mathbb{A}. \quad (1.7)$$

Поскольку $\mathbb{A}$ — непустое конечное множество (см. (1.4)), то задаче (1.7) сопоставляется значение (экстремум)

$$V \triangleq \min_{\alpha \in \mathbb{A}} \mathfrak{C}_\alpha, \quad (1.8)$$

и непустое множество оптимальных ДМ:

$$\mathbb{A}_{\text{opt}} \triangleq \{\alpha_0 \in \mathbb{A} \mid \mathfrak{C}_{\alpha_0} = V\} \in \mathcal{P}'(\mathbb{A}). \quad (1.9)$$

Нашей целью является определение значения V (1.8) и какого-либо элемента множества (1.9). Для решения задачи (1.7) будем использовать аппарат ДП, действуя в духе работ [1, 16, 20, 21]. В следующем разделе конструкция решения на основе ДП излагается в краткой форме.

2. Динамическое программирование, 1

Для использования аппарата ДП в задаче с возможными ограничениями в виде условий предшествования, определяемых множеством $\mathbb{K}$, мы прежде всего осуществляем редукцию соответствующих ограничений [16, § 4.9]: допустимость по пред-

шествованию заменяется допустимостью по вычеркиванию. С этой целью введем в рассмотрение оператор вычеркивания $\mathbf{I}$, действующий в множестве (а, точнее, в семействе) $\mathfrak{N}$ по правилу

$$\mathbf{I}(K) \triangleq K \setminus \{pr_2(z): z \in \Xi[K]\}, \quad (2.1)$$

где $\Xi[K] \triangleq \{z \in \mathbb{K} \mid (pr_1(z) \in K) \& (pr_2(z) \in K)\}$ при $K \in \mathfrak{N}$. В терминах (2.1) вводятся частичные (вообще говоря) маршруты, допустимые по вычеркиванию: полагаем, что (см. [1, раздел 2], [16, § 4.9])

$$(\mathbf{I} - bi)[K] \triangleq \{\alpha \in (bi)[K] \mid \alpha(s) \in \mathbf{I}(\{\alpha(t): t \in \overline{s, |K|}\}) \forall s \in \overline{1, |K|}\} \forall K \in \mathfrak{N}. \quad (2.2)$$

В соотношении (2.2) имеем множество всех ДМ посещения "городов" с индексами из K . Согласно работе [16, предложения 2.2.2, 2.2.3] (при условии (1.3)) $(\mathbf{I} - bi)[K] \neq \emptyset \forall K \in \mathfrak{N}$. Стало быть, соотношение (2.2) определяет всякий раз непустое конечное множество, причем

$$\mathbb{A} = (\mathbf{I} - bi)[\overline{1, N}] = \{\alpha \in \mathbb{P} \mid (\alpha(1) \in \mathbf{I}(\overline{1, N})) \& (\alpha(k) \in \mathbf{I}(\overline{1, N} \setminus \{\alpha(t): t \in \overline{1, k-1}\}) \forall k \in \overline{2, N})\} \quad (2.3)$$

(имеется в виду случай $K = \overline{1, N}$). Посредством (2.2) вводим соответствующие частичные задачи: при $s \in \overline{0, N}$ и $K \in \mathfrak{N}$ со свойством $|K| \geq 2$ рассматриваем задачу

$$\begin{aligned} & \mathbf{c}(s, \alpha(1), K) + \sum_{t=1}^{|K|-1} \mathbf{c}(\alpha(t), \alpha(t+1), \{\alpha(j): j \in \\ & \in \overline{t+1, |K|}\}) + f(\alpha(|K|)) \rightarrow \min, \alpha \in (\mathbf{I} - bi)[K]. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Каждой задаче (2.4) сопоставляется значение $v(s, K)$ и непустое множество оптимальных ДМ. Итак, если $k \in \overline{0, N}$ и $K \in \mathfrak{N}$, $|K| \geq 2$, то

$$\begin{aligned} v(k, K) \triangleq \min_{\alpha \in (\mathbf{I} - bi)[K]} & [\mathbf{c}(k, \alpha(1), K) + \sum_{t=1}^{|K|-1} \mathbf{c}(\alpha(t), \\ & \alpha(t+1), \{\alpha(j): j \in \overline{t+1, |K|}\}) + f(\alpha(|K|))] \in [0, \infty]. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Если же $K \in \mathfrak{N}$ и $|K| = 1$, то $\exists! j \in \overline{1, N}: K = \{j\}$. Поэтому при $K \in \mathfrak{N}$ со свойством $|K| = 1$ мы для каждого $k \in \overline{0, N}$ полагаем, что

$$v(k, K) \triangleq \mathbf{c}(k, r, \{r\}) + f(r), \quad (2.6)$$

где $r \in \overline{1, N}$ таково, что $K \in \{r\}$ (индекс r определяется по K единственным образом). Таким образом, посредством соотношения (2.6) определены все значения $v(s, \{t\})$, $t \in \overline{1, N}$. Отметим, однако, что в задаче, осложненной условиями предшествования, в последнем случае можно будет исключать из рассмотрения ситуации, когда $t = pr_1(z)$ при некотором выборе УП $z \in \mathbb{K}$.

Как обычно [1, 16, 20, 21], полагаем также, что

$$v(s, \emptyset) \triangleq f(s) \forall s \in \overline{0, N}. \quad (2.7)$$

При $s \in \overline{0, N}$ введем в рассмотрение семейство $\mathfrak{N}_s \triangleq \{K \in \mathfrak{N} \mid s = |K|\}$. Тогда есть объединение всех множеств $\mathfrak{N}_s$, $s \in \overline{1, N}$.

При $k \in \overline{0, N}$, $l \in \overline{2, N}$ и $K \in \mathfrak{N}_l$ значение $v(k, K)$ определяется посредством (2.5). Если же $l = 1$ и $K \in \mathfrak{N}_l$, то при $k \in \overline{0, N}$ значение $v(k, K)$ определяется соотношением (2.6), где r соответствует K в смысле равенства $K = \{r\}$.

Полагаем здесь и ниже, что $N \triangleq \mathfrak{N} \cup \{\emptyset\}$, получая, конечно, равенство

$$N = \left(\bigcup_{s=1}^N \mathfrak{N}_s \right) \cup \{\emptyset\}. \quad (2.8)$$

Теперь значения $v(s, K)$ определены (см. (2.7), (2.8)) при $s \in \overline{0, N}$ и $K \in N$.

Иными словами, определена функция

$$v \in \mathcal{R}_+[\overline{0, N} \times N], \quad (2.9)$$

именуемая ниже функцией Беллмана.

Из общих результатов [20, 21] вытекает [1, с. 234] уравнение Беллмана

$$\begin{aligned} v(s, K) &= \min_{j \in \mathbf{I}(K)} [\mathbf{c}(s, j, K) + v(j, K \setminus \{j\})] \\ &\forall s \in \overline{0, N}, \forall K \in \mathfrak{N}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Из соотношений (1.6), (1.8), (2.3) и (2.5) вытекает важное равенство

$$\begin{aligned} V &= v(0, \overline{1, N}) = \\ &= \min_{j \in \mathbf{I}(\overline{1, N})} [\mathbf{c}(0, j, \overline{1, N}) + v(j, \overline{1, N} \setminus \{j\})]. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Поэтому построенную систему частичных задач можно рассматривать как расширение основной задачи (1.7).

3. Динамическое программирование, 2

В настоящем разделе излагается модификация схемы, предложенной в работе [16, § 4.9] (см. также более поздние варианты в работах [1, 20, 21]). Речь идет о том, чтобы (при условиях предшествования) использовать только "часть" массива значений функции Беллмана, а потому при реализации ДП оказывается возможным ограничиться этой "частью". Сначала введем в рассмотрение так называемые существенные списки заданий в виде элементов семейства

$$\mathbb{G} \triangleq \{K \in \mathfrak{N} \mid \forall z \in \mathbb{K} (pr_1(z) \in K \Rightarrow (pr_2(z) \in K))\}. \quad (3.1)$$

Кроме того, полагаем, что $\mathbb{G}_s \triangleq \{K \in \mathbb{G} \mid s = |K|\} \forall s \in \overline{1, N}$. Тогда в виде $\{\mathbb{G}_1; \dots; \mathbb{G}_N\}$ имеем разбиение $\mathbb{G}$ (3.1) в конечную сумму семейств. Легко

видеть, что $\mathbb{G}_N = \{\overline{1, N}\}$ (синглетон, содержащий множество $\overline{1, N}$).

Кроме того,

$$\mathbb{G}_1 = \{\{t\}: t \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1\}, \quad (3.2)$$

где $\mathbb{K}_1 \triangleq \{pr_1(z): z \in \mathbb{K}\}$. Наконец [20, 21],

$$\mathbb{G}_{s-1} = \{K \setminus \{t\}: K \in \mathbb{G}_s, t \in \mathbf{I}(K)\} \quad \forall s \in \overline{2, N}. \quad (3.3)$$

Свойства (3.2), (3.3) естественно связать с рекуррентной процедурой

$$\mathbb{G}_N \rightarrow \mathbb{G}_{N-1} \rightarrow \dots \rightarrow \mathbb{G}_1, \quad (3.4)$$

у которой семейства $\mathbb{G}_1$ и $\mathbb{G}_N$ были указаны выше. В терминах семейств $\mathbb{G}_1, \dots, \mathbb{G}_N$ определяются слои пространства позиций, обозначенные далее $D_0, D_1, \dots, D_N$. При этом

$$D_0 \triangleq \{(s, \emptyset): s \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1\}, \quad D_N \triangleq \{(0, \overline{1, N})\}; \quad (3.5)$$

D_N есть синглетон, содержащий УП $(0, \overline{1, N})$.

Если же $s \in \overline{1, N-1}$, то для построения D_s нам потребуются некоторые вспомогательные понятия, а именно, при $K \in \mathbb{G}_s$ последовательно определяем множества

$$J_s(K) \triangleq \{j \in \overline{1, N} \setminus K \mid K \cup \{j\} \in \mathbb{G}_{s+1}\}, \\ \mathbb{D}_s[K] \triangleq \{(j, K): j \in J_s(K)\}; \quad (3.6)$$

в терминах множеств (3.6) слой D_s определяется следующим образом:

$$D_s \triangleq \bigcup_{K \in \mathbb{G}_s} \mathbb{D}_s[K] \in \mathcal{P}'(\overline{1, N} \times \mathbb{G}_s). \quad (3.7)$$

Каждое множество (3.7) не пусто [16, § 4.9]. Итак, определены непустые множества $D_0, D_1, \dots, D_N$, для которых $D_s \subset \overline{0, N} \times N \quad \forall s \in \overline{0, N}$.

С учетом этого (см. также (2.9)) для каждого из слоев определено сужение функции Беллмана на данный слой. Итак, полагаем при $s \in \overline{0, N}$, что

$$v_s \in \mathcal{R}_+[D_s] \quad (3.8)$$

есть такая функция, что

$$v_s(x, K) = v(x, K) \quad \forall (x, K) \in D_s. \quad (3.9)$$

Функции (3.8), (3.9) называем слоями функции Беллмана, т.е. слоями функции (2.9). Для построения рекуррентной процедуры, доставляющей кортеж $(v_0, v_1, \dots, v_N)$, напомним известное [1, (6); 16, предложение 4.9.4] свойство:

$$(t, K \setminus \{t\}) \in D_{s-1} \\ \forall s \in \overline{1, N} \quad \forall (l, K) \in D_s \quad \forall t \in \mathbf{I}(K). \quad (3.10)$$

С учетом (3.8), (3.10) получаем теперь, что при $s \in \overline{1, N}$, $(l, K) \in D_s$, $t \in \mathbf{I}(K)$ определено значение

$v_{s-1}(t, K \setminus \{t\}) \in [0, \infty[$ функции v_{s-1} в "точке" $(t, K \setminus \{t\})$. Более того (см. [1, предложение 2]) при $s \in \overline{1, N}$ преобразование функции v_{s-1} в v_s определяется соотношениями

$$v_s(l, K) = \min_{t \in \mathbf{I}(K)} [c(l, t, K) + \\ + v_{s-1}(t, K \setminus \{t\})] \quad \forall (l, K) \in D_s. \quad (3.11)$$

Отметим конкретизацию (3.11) для случая $s = 1$. Иными словами, рассмотрим преобразование $v_0 \in \mathcal{R}_+[D_0]$ в $v_1 \in \mathcal{R}_+[D_1]$. Для этого прежде всего отметим, что согласно (3.5) и (3.8) v_0 полностью определяется значениями $f(s) = v_0(s, \emptyset)$, где $s \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1$. Иными словами, v_0 есть функция

$$(s, \emptyset) \rightarrow f(s): D_0 \rightarrow [0, \infty]. \quad (3.12)$$

Далее, согласно (3.6) мы при $K \in \mathbb{G}_1$ имеем равенство

$$J_1(K) = \{j \in \overline{1, N} \setminus K \mid K \cup \{j\} \in \mathbb{G}_2\}. \quad (3.13)$$

Из соотношений (3.2), (3.13) следует теперь, что при $t \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1$ определено множество $J_1(\{t\})$, причем

$$J_1(\{t\}) = \{j \in \overline{1, N} \setminus \{t\} \mid \{t, j\} \in \mathbb{G}_2\}. \quad (3.14)$$

С учетом (3.2) и (3.6) имеем также, что при $t \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1$ определено множество $\mathbb{D}_1[\{t\}]$, причем

$$\mathbb{D}_1[\{t\}] = \{(j, \{t\}): j \in J_1(\{t\})\}. \quad (3.15)$$

Из соотношений (3.2), (3.7), (3.14) и (3.15) вытекает, что

$$D_1 = \bigcup_{K \in \mathbb{G}_1} \mathbb{D}_1[K] = \bigcup_{t \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1} \mathbb{D}_1[\{t\}] = \\ = \bigcup_{t \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1} \{(j, \{t\}): j \in J_1(\{t\})\} = \\ = \{(j, \{t\}): t \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1, j \in J_1(\{t\})\}. \quad (3.16)$$

Вместе с тем, согласно (3.10) $(j, K \setminus \{j\}) \in D_0 \quad \forall (l, K) \in D_1 \quad \forall j \in \mathbf{I}(K)$. При этом, однако, согласно (3.7) $D_1 \subset \overline{1, N} \times \mathbb{G}_1$, а потому при $(l, K) \in D_1$ непременно $K \in \mathbb{G}_1$, т.е. (см. (3.2)) $K = \{t\}$ при $t \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1$, а тогда $\mathbf{I}(K) = \mathbf{I}(\{t\}) = \{t\}$ (см. [22, замечание 3.2]). Возвращаясь к (3.11), заметим, что

$$v_1(l, K) = \min_{t \in \mathbf{I}(K)} [c(l, t, K) + \\ + v_0(t, K \setminus \{t\})] \quad \forall (l, K) \in D_1. \quad (3.17)$$

С учетом (3.16) функция v_1 полностью определяется значениями

$$v_1(j, \{s\}), \quad s \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1, \quad j \in J_1(\{s\}).$$

Как следствие из соотношения (3.17) имеем при $s \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1$ и $j \in J_1(\{s\})$, что

$$\begin{aligned} v_1(j, \{s\}) &= \min_{t \in \mathbf{I}(\{s\})} [\mathbf{c}(j, t, \{s\}) + v_0(t, \{s\} \setminus \{t\})] = \\ &= \min_{t \in \{s\}} [\mathbf{c}(j, t, \{s\}) + v_0(t, \{s\} \setminus \{t\})] = \\ &= \mathbf{c}(j, s, \{s\}) + v_0(s, \emptyset) = \mathbf{c}(j, s, \{s\}) + f(s). \end{aligned} \quad (3.18)$$

В силу (3.16) имеем, что посредством (3.18) полностью определена функция v_1 . Итак, у нас полностью и достаточно просто определены функции v_0 и v_1 . Дальнейшее построение, т.е. определение функций $v_2, \dots, v_N$, осуществляется по правилу (3.11). Заметим, что согласно (2.11), (3.5), (3.9)

$$V = v_N(0, \overline{1, N}), \quad (3.19)$$

где v_N определяется на финальном этапе рекуррентной процедуры

$$v_0 \rightarrow v_1 \rightarrow \dots \rightarrow v_N,$$

в основе которой находится преобразование (3.11). После этого, следуя работе [1, раздел 4], мы конструируем оптимальный маршрут. В целях полноты изложения приведем данную процедуру построения оптимального маршрута.

Сначала заметим, что в силу (3.11) и (3.19)

$$V = \min_{t \in \mathbf{I}(\overline{1, N})} [\mathbf{c}(0, t, \overline{1, N}) + v_{N-1}(t, \overline{1, N} \setminus \{t\})] \quad (3.20)$$

(мы используем (3.11) при $s = N$, $l = 0$, $K = \overline{1, N}$). С учетом (3.20) выбираем $\mathbb{J}_1 \in \mathbf{I}(\overline{1, N})$ так, что при этом

$$V = \mathbf{c}(0, \mathbb{J}_1, \overline{1, N}) + v_{N-1}(\mathbb{J}_1, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1\}). \quad (3.21)$$

Отметим при этом, что согласно (3.10)

$$(\mathbb{J}_1, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1\}) \in D_{N-1}, \quad (3.22)$$

а потому $v_{N-1}(\mathbb{J}_1, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1\})$ определено корректно. Согласно (3.10) имеем

$$(t, (\overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1\}) \setminus \{t\}) \in D_{N-2} \quad (3.23)$$

при $t \in \mathbf{I}(\overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1\})$, а потому для данного случая определено

$$v_{N-2}(t, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1, t\}) \in [0, \infty[.$$

С учетом (3.11) и (3.22) имеем теперь, что

$$\begin{aligned} v_{N-1}(\mathbb{J}_1, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1\}) &= \\ &= \min_{t \in \mathbf{I}(\overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1\})} [\mathbf{c}(\mathbb{J}_1, t, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1\}) + \\ &+ v_{N-2}(t, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1, t\})]. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Используя соотношение (3.24), выберем $\mathbb{J}_2 \in \mathbf{I}(\overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1\})$ так, что

$$\begin{aligned} v_{N-1}(\mathbb{J}_1, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1\}) &= \\ &= \mathbf{c}(\mathbb{J}_1, \mathbb{J}_2, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1\}) + v_{N-2}(\mathbb{J}_2, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1, \mathbb{J}_2\}). \end{aligned} \quad (3.25)$$

Вместе с тем, из (3.23) следует, что

$$(\mathbb{J}_2, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1, \mathbb{J}_2\}) \in D_{N-2}, \quad (3.26)$$

и тогда согласно (3.9) определено значение $v_{N-2}(\mathbb{J}_2, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1, \mathbb{J}_2\}) \in [0, \infty[$. По выбору $\mathbb{J}_1$ и $\mathbb{J}_2$ имеем, что $\mathbb{J}_1 \in \overline{1, N}$, $\mathbb{J}_2 \in \overline{1, N}$, $\mathbb{J}_1 \neq \mathbb{J}_2$.

Теперь подставим выражение (3.25) в соотношение (3.21).

Тогда

$$\begin{aligned} V &= \mathbf{c}(0, \mathbb{J}_1, \overline{1, N}) + \mathbf{c}(\mathbb{J}_1, \mathbb{J}_2, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1\}) + \\ &+ v_{N-2}(\mathbb{J}_2, \overline{1, N} \setminus \{\mathbb{J}_1, \mathbb{J}_2\}). \end{aligned} \quad (3.27)$$

Замечание 3.1. Пусть $N = 2$. Тогда из (3.27) вытекает, что

$$\begin{aligned} V &= \mathbf{c}(0, \mathbb{J}_1, \overline{1, 2}) + \\ &+ \mathbf{c}(\mathbb{J}_1, \mathbb{J}_2, \overline{1, 2} \setminus \{\mathbb{J}_1\}) + v_0(\mathbb{J}_2, \emptyset). \end{aligned} \quad (3.28)$$

Согласно (3.26) $(\mathbb{J}_2, \emptyset) \in D_0$, а поэтому в силу (3.5) $\mathbb{J}_2 \in \overline{1, 2} \setminus \mathbb{K}_1$.

Тогда согласно (3.12) $v_0(\mathbb{J}_2, \emptyset) = f(\mathbb{J}_2)$, и в силу (3.28) имеем равенство

$$V = \mathbf{c}(0, \mathbb{J}_1, \overline{1, 2}) + \mathbf{c}(\mathbb{J}_1, \mathbb{J}_2, \{\mathbb{J}_2\}) + f(\mathbb{J}_2). \quad (3.29)$$

Отметим, что в нашем случае ($N = 2$)

$$J \triangleq (\mathbb{J}_t)_{t \in \overline{1, 2}} \in \mathbb{P},$$

а поэтому согласно (1.6) и (3.29)

$$\mathfrak{C}_J = \mathbf{c}(0, \mathbb{J}_1, \overline{1, 2}) + \mathbf{c}(\mathbb{J}_1, \mathbb{J}_2, \{\mathbb{J}_2\}) + f(\mathbb{J}_2) = V. \quad (3.30)$$

Согласно (2.3) имеем в нашем случае, что

$$\begin{aligned} \mathbb{A} &= \{\alpha \in \mathbb{P} \mid (\alpha(1) \in \mathbf{I}(\overline{1, 2})) \text{ \& } \\ &\& (\alpha(2) \in \mathbf{I}(\overline{1, 2} \setminus \{\alpha(1)\}))\}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Заметим, что по выбору $\mathbb{J}_1$ (в нашем случае $N = 2$) $\mathbb{J}_1 \in \mathbf{I}(\overline{1, 2})$.

Вместе с тем, по выбору $\mathbb{J}_2$, $\mathbb{J}_2 \in \mathbf{I}(\overline{1, 2} \setminus \{\mathbb{J}_1\})$.

Поскольку $J \in \mathbb{P}$, $J(1) = \mathbb{J}_1$ и $J(2) = \mathbb{J}_2$, имеем из (3.31), что

$$J \in \mathbb{A}. \quad (3.32)$$

Тогда из соотношений (1.9), (3.30) и (3.32) получаем, что $J \in \mathbb{A}_{opt}$, ч.т.д. ■

Если $N > 2$, то процедуру последовательного решения локальных задач, подобных (3.21) и (3.25), следует продолжать вплоть до исчерпывания всего списка. В результате будет построен ДМ $\eta = (\mathbb{J}_t)_{t \in \overline{1, N}} \in \mathbb{A}$ со свойством $\mathfrak{C}_\eta = V$ (см. (1.8)), что означает оптимальность маршрута η : $\eta \in \mathbb{A}_{opt}$.

4. Элементы параллельной структуры

В настоящем разделе излагается теоретическая конструкция, восходящая к [2–3, 22] (см. также более частный вариант в работе [1]). В связи с этим напомним, что (см. (3.3))

$$\mathbb{G}_{N-1} = \{\overline{1, N} \setminus \{t\} : t \in \mathbf{I}(\overline{1, N})\}. \quad (4.1)$$

С учетом свойства $\mathbb{A} \neq \emptyset$ и [16, предложение 4.9.2] получаем, что $\mathbb{G}_{N-1} \neq \emptyset$; элементами (4.1) являются множества $K \in \mathbb{G}$ такие, что $|K| = N-1$. Заметим, что в (3.20) используются значения v_{N-1} в позициях из D_{N-1} , у которых вторым элементом является всякий раз множество из семейства (4.1). С этой точки зрения наиболее важным представляется построение функции

$$v_{N-1} : D_{N-1} \rightarrow [0, \infty[. \quad (4.2)$$

(см. (3.8)). При этом, согласно (3.6) для $K \in \mathbb{G}_{N-1}$

$$\begin{aligned} J_{N-1}(K) &= \{j \in \overline{1, N} \setminus K \mid K \cup \{j\} \in \mathbb{G}_N\} = \\ &= \{j \in \overline{1, N} \setminus K \mid K \cup \{j\} = \overline{1, N}\} = \overline{1, N} \setminus K; \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{D}_{N-1}[K] &= \\ &= \{(j, K) : j \in J_{N-1}(K)\} \in \mathcal{P}'(\overline{1, N} \times \mathbb{G}_{N-1}). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Наконец, из (3.7) вытекает, что

$$D_{N-1} = \bigcup_{K \in \mathbb{G}_{N-1}} \mathbb{D}_{N-1}[K]. \quad (4.5)$$

Учтем (4.1). Тогда из (4.3) и (4.4) получаем при $t \in \mathbf{I}(\overline{1, N})$, что $\overline{1, N} \setminus \{t\} \in \mathbb{G}_{N-1}$, и определены множества

$$\begin{aligned} J_{N-1}(\overline{1, N} \setminus \{t\}) &= \overline{1, N} \setminus (\overline{1, N} \setminus \{t\}) = \{t\}, \\ \mathbb{D}_{N-1}[\overline{1, N} \setminus \{t\}] &= \\ &= \{(j, \overline{1, N} \setminus \{t\}) : j \in J_{N-1}(\overline{1, N} \setminus \{t\})\} = \\ &= \{(t, \overline{1, N} \setminus \{t\})\}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Наконец, из (4.1) и (4.5) получаем, что

$$\begin{aligned} D_{N-1} &= \bigcup_{t \in \mathbf{I}(\overline{1, N})} \mathbb{D}_{N-1}[\overline{1, N} \setminus \{t\}] = \\ &= \bigcup_{t \in \mathbf{I}(\overline{1, N})} \{(t, \overline{1, N} \setminus \{t\})\} = \\ &= \{(t, \overline{1, N} \setminus \{t\}) : t \in \mathbf{I}(\overline{1, N})\} \end{aligned} \quad (4.7)$$

(см. [1, (17)]). Из (3.20) и (4.7) следует, что глобальный экстремум полностью определяется значениями $v_{N-1}(t, \overline{1, N} \setminus \{t\})$, $t \in \mathbf{I}(\overline{1, N})$, в совокупности реализующими функцию v_{N-1} . Выражение (3.20) будем рассматривать в качестве окончательного для схемы независимых вычислений, излагаемой ниже.

Вспомогательные области достижимости. Всюду в дальнейшем полагаем, что $N \geq 3$. При этом условии, следуя работам [2, 3, 22], рассмотрим вспомогательные процессы с дискретным временем, фа-

зовое пространство которых составляют всевозможные списки заданий.

Если $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ (т.е. $K = \overline{1, N} \setminus \{t\}$, где $t \in \mathbf{I}(\overline{1, N})$), то $\mathcal{T}[K]$ обозначим множество всех таких кортежей

$$(K_t)_{t \in \overline{0, N-2}} : \overline{0, N-2} \rightarrow \mathbb{G}, \quad (4.8)$$

что

$$\begin{aligned} (K_0 = K) \ \& \ (K_t = K_{t-1} \setminus \{s\} \ \forall t \in \\ & \in \overline{1, N-2} \ \forall s \in \mathbf{I}(K_{t-1})). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Иными словами, начальному состоянию K мы сопоставим пучок траекторий (4.8), каждая из которых имеет динамику, определяемую в (4.9). Последнее можно связать с разностными включениями: полагая при $P \in \mathbb{G}$, что $\mathcal{K}[P] \triangleq \{P \setminus \{s\} : s \in \mathbf{I}(P)\}$, мы рассматриваем траектории (4.8), отвечающие начальному условию $K_0 = K$ и включениям

$$K_t \in \mathcal{K}[K_{t-1}], \ t \in \overline{1, N-2}. \quad (4.10)$$

Напомним, что $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ у нас зафиксировано; $\mathcal{T}[K]$ есть множество всех решений включения (4.10), где $K_0 = K$.

С процессами (4.9), (4.10) естественно связываются области достижимости (ОД) в конечный и промежуточные "моменты времени": если $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ и $t \in \overline{0, N-2}$, то

$$\tilde{\mathcal{T}}[K; t] \triangleq \{K_t : (K_t)_{t \in \overline{0, N-2}} \in \mathcal{T}[K]\} \in \mathcal{P}(\mathbb{G}). \quad (4.11)$$

В работе [3, предложение 12] установлено, что

$$\begin{aligned} \mathbb{G}_{N-(t+1)} &= \bigcup_{K \in \mathbb{G}_{N-1}} \tilde{\mathcal{T}}[K; t] = \\ &= \bigcup_{j \in \mathbf{I}(\overline{1, N})} \tilde{\mathcal{T}}[\overline{1, N} \setminus \{j\}; t] \ \forall t \in \overline{0, N-2}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Заметим в связи с (4.11) и (4.12), что $\tilde{\mathcal{T}}[K; 0] = \{K\}$ и $\tilde{\mathcal{T}}[K; N-2] \subset \mathbb{G}_1$ при $K \in \mathbb{G}_{N-1}$. Разумеется, в силу (4.1) последнее означает, что при $j \in \mathbf{I}(\overline{1, N})$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{T}}[\overline{1, N} \setminus \{j\}; 0] &= \{\overline{1, N} \setminus \{j\}\}, \\ \tilde{\mathcal{T}}[\overline{1, N} \setminus \{j\}; N-2] &\subset \mathbb{G}_1. \end{aligned} \quad (4.13)$$

При этом [1–3, 22] в условиях фиксированного списка $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ система ОД подчиняется следующей рекуррентной процедуре: $\tilde{\mathcal{T}}[K; 0] = K$ и при $t \in \overline{0, N-3}$

$$\tilde{\mathcal{T}}[K; t+1] = \{P \setminus \{s\} : P \in \tilde{\mathcal{T}}[K; t], s \in \mathbf{I}(P)\}. \quad (4.14)$$

Данная процедура позволяет нам построить при заданном начальном условии $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ всю систему ОД для наших вспомогательных процессов:

$$(\tilde{\mathcal{T}}[K; 0] = K) \rightarrow \tilde{\mathcal{T}}[K; 1] \rightarrow \dots \rightarrow \tilde{\mathcal{T}}[K; N-2]. \quad (4.15)$$

С учетом (4.1) получаем, что (4.15) определяет при фиксации $j \in \mathbf{I}(\overline{1, N})$ систему ОД

$$(\tilde{T}[\overline{1, N} \setminus \{j\}; t])_{t \in \overline{0, N-2}}.$$

С учетом (4.1) мы, следовательно, получаем, что при $j \in \mathbf{I}(\overline{1, N})$ имеет место $\tilde{T}[\overline{1, N} \setminus \{j\}; 0] = \{\overline{1, N} \setminus \{j\}\}$ и, кроме того, при $t \in \overline{0, N-3}$

$$\begin{aligned} \tilde{T}[\overline{1, N} \setminus \{j\}; t+1] &= \\ &= \{P \setminus \{s\}: P \in \tilde{T}[\overline{1, N} \setminus \{j\}; t], s \in \mathbf{I}(P)\}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Таким образом реализуется пошаговая процедура $(\tilde{T}[\overline{1, N} \setminus \{j\}; 0] = \{\overline{1, N} \setminus \{j\}\}) \rightarrow \tilde{T}[\overline{1, N} \setminus \{j\}; 1] \rightarrow \dots \rightarrow \tilde{T}[\overline{1, N} \setminus \{j\}; N-2].$ (4.17)

5. Представление слоев пространства позиций

Напомним, что при $s \in \overline{1, N}$ и $K \in \mathbb{G}_s$ определено множество $\mathbb{D}_s[K] \in \mathcal{P}'(\overline{1, N} \times \mathbb{G}_s)$. Данные множества условимся именовать клетками пространства позиций. С помощью клеток удастся [2, 3] построить некоторые новые слои пространства позиций. В связи с этим напомним, что при $s \in \overline{1, N-1}$, $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ и $H \in \tilde{T}[K; N-(s+1)]$ (отметим, что $N-(s+1) \in \overline{0, N-2}$) $\mathbb{D}_s[H] \subset D_s$. Как следствие при $s \in \overline{1, N-1}$ и $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ определено (см. [1, (28)])

$$\mathcal{D}_s[K] \triangleq \bigcup_{H \in \tilde{T}[K; N-(s+1)]} \mathbb{D}_s[H] \in \mathcal{P}'(D_s). \quad (5.1)$$

С учетом (4.1) и (5.1) получаем, как следствие, при $s \in \overline{1, N-1}$ и $j \in \mathbf{I}(\overline{1, N})$, что

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_s[\overline{1, N} \setminus \{j\}] &= \\ &= \bigcup_{H \in \tilde{T}[\overline{1, N} \setminus \{j\}; N-(s+1)]} \mathbb{D}_s[H] \in \mathcal{P}'(D_s). \end{aligned} \quad (5.2)$$

В силу [3, предложение 17] имеем теперь

$$\begin{aligned} D_s &= \bigcup_{K \in \mathbb{G}_{N-1}} \mathcal{D}_s[K] = \\ &= \bigcup_{j \in \mathbf{I}(\overline{1, N})} \mathcal{D}_s[\overline{1, N} \setminus \{j\}] \quad \forall s \in \overline{1, N-1}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Случай $s = 1$. Отдельно рассмотрим вариант, отвечающий случаю $s = 1$. В связи с этим напомним, что согласно (3.16)

$$D_1 = \{(k, \{t\}): t \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1, k \in J_1(\{t\})\}. \quad (5.4)$$

Вместе с тем из (4.12) вытекает, что при $K \in \mathbb{G}_{N-1}$

$$\tilde{T}[K; N-2] \subset \mathbb{G}_1, \quad (5.4')$$

и при этом $\tilde{T}[K; N-2] \neq \emptyset$. Из (5.1) вытекает (как частный случай), что при $K \in \mathbb{G}_{N-1}$

$$\mathcal{D}_1[K] = \bigcup_{H \in \tilde{T}[K; N-2]} \mathbb{D}_1[H] \in \mathcal{P}'(D_1), \quad (5.5)$$

где согласно (5.4') при всяком выборе $H \in \tilde{T}[K; N-2]$ для некоторого $t \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1$

$$H = \{t\}. \quad (5.6)$$

В интересах конкретизации индекса t в (5.6) введем [1, (36)] в рассмотрение при $K \in \mathbb{G}_{N-1}$

$$\mathbb{M}_0[K] \triangleq \{h \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1 | \{h\} \in \tilde{T}[K; N-2]\}. \quad (5.7)$$

Из (5.5)–(5.7) вытекает, что

$$\mathcal{D}_1[K] = \bigcup_{h \in \mathbb{M}_0[K]} \mathbb{D}_1[\{h\}], \quad (5.8)$$

где [1, предложение 6.1]

$$\tilde{T}[K; N-2] = \{\{h\}: h \in \mathbb{M}_0[K]\}. \quad (5.9)$$

Заметим, что множества $\mathbb{M}_0[K]$, $K \in \mathbb{G}_{N-1}$, определяются всякий раз после исполнения рекуррентной процедуры (4.15).

Заметим с учетом (3.2) и (5.4'), что

$$\begin{aligned} \forall K \in \mathbb{G}_{N-1} \quad \forall P \in \tilde{T}[K; N-2] \\ \exists h \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1: P = \{h\}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

С учетом (5.7) и (5.10) получаем, что

$$\begin{aligned} \forall K \in \mathbb{G}_{N-1} \quad \forall P \in \tilde{T}[K; N-2] \\ \exists h \in \mathbb{M}_0[K]: P = \{h\}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Замечание 5.1. В самом деле, пусть $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ и $P \in \tilde{T}[K; N-2]$. Используя (5.10), подберем $p \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1$ так, что $P = \{p\}$. Тогда по выбору P имеем, что $\{p\} \in \tilde{T}[K; N-2]$. Итак,

$$p \in \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1: \{p\} \in \tilde{T}[K; N-2]. \quad (5.12)$$

Из (5.7) и (5.12) вытекает, что $p \in \mathbb{M}_0[K]$, чем и завершается проверка (5.11). ■

С учетом [1, предложение 6.1] имеем, что (см. (5.9))

$$\tilde{T}[K; N-2] = \{\{h\}: h \in \mathbb{M}_0[K]\} \quad \forall K \in \mathbb{G}_{N-1}. \quad (5.13)$$

В свою очередь, из (5.5) и (5.13) вытекает свойство

$$\mathcal{D}_1[K] = \bigcup_{h \in \mathbb{M}_0[K]} \mathbb{D}_1[\{h\}], \quad \forall K \in \mathbb{G}_{N-1}. \quad (5.14)$$

Из (3.14) и (5.7) получаем, однако, что

$$\begin{aligned} J_1(\{t\}) &= \\ &= \{j \in \overline{1, N} \setminus \{t\} | \{t, j\} \in \mathbb{G}_2\} \quad \forall K \in \mathbb{G}_{N-1} \quad \forall t \in \mathbb{M}_0[K]. \end{aligned} \quad (5.15)$$

В свою очередь, из (3.15) вытекает, что (см. (5.7))

$$\begin{aligned} \mathbb{D}_1[\{t\}] &= \{(j, \{t\}): j \in J_1(\{t\})\} \\ \forall K \in \mathbb{G}_{N-1} \forall t \in \mathbb{M}_0[K]. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Из (5.14) и (5.16) вытекает следующее положение (см. (5.15)):

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_1[K] &= \bigcup_{h \in \mathbb{M}_0[K]} \{(j, \{h\}): j \in J_1(\{h\})\} = \\ &= \{(j, \{h\}): h \in \mathbb{M}_0[K], j \in J_1(\{h\})\} \forall K \in \mathbb{G}_{N-1}. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Вернемся к соотношению (5.1). С учетом (3.8) и (5.1) корректно определяется при $s \in \overline{1, N-1}$ и $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ функция

$$\mathcal{W}_s[K] \in \mathcal{R}_+[\mathcal{D}_s[K]] \quad (5.18)$$

посредством следующего правила:

$$\mathcal{W}_s[K](j, P) \triangleq v_s(j, P) \vee (j, P) \in \mathcal{D}_s[K]. \quad (5.19)$$

Тогда, в частности, из (3.9) и (5.19) следует, что

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_s[K](j, P) &= \\ &= v(j, P) \vee s \in \overline{1, N-1} \vee K \in \mathbb{G}_{N-1} \vee (j, P) \in \mathcal{D}_s[K]. \end{aligned} \quad (5.20)$$

В частности, посредством (5.19), (5.20) при $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ определена функция $\mathcal{W}_1[K]$.

Согласно (5.19) и (5.20) имеем

$$\mathcal{W}_1[K](j, P) = v_1(j, P) = v(j, P) \vee (j, P) \in \mathcal{D}_1[K]. \quad (5.21)$$

С учетом (5.17) и (5.21) получаем при $K \in \mathbb{G}_{N-1}$, что функция

$$\mathcal{W}_1[K] \in \mathcal{R}_+[\mathcal{D}_1[K]] \quad (5.21')$$

полностью определяется значениями

$$\mathcal{W}_1[K](j, \{h\}) \in [0, \infty[, h \in \mathbb{M}_0[K], j \in J_1(\{h\}).$$

При определении данных значений имеет смысл учитывать (3.18). Для этого заметим, что согласно (5.7)

$$\mathbb{M}_0[K] \subset \overline{1, N} \setminus \mathbb{K}_1 \vee K \in \mathbb{G}_{N-1}. \quad (5.22)$$

Тогда из (3.18), (5.21) и (5.22) вытекает, что

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_1[K](j, \{h\}) &= v_1(j, \{h\}) = \\ &= c(j, h, \{h\}) + f(h) \vee K \in \mathbb{G}_{N-1} \\ &\vee h \in \mathbb{M}_0[K] \vee j \in J_1(\{h\}). \end{aligned} \quad (5.23)$$

Из (5.17), (5.21') и (5.23) вытекает, что функции $\mathcal{W}_1[K]$ при $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ построены (учитываем (5.22), (5.7), (3.14)).

Рассмотрим теперь вопросы, связанные с преобразованиями

$$\mathcal{W}_t[K] \rightarrow \mathcal{W}_{t+1}[K], K \in \mathbb{G}_{N-1}, t \in \overline{1, N-2}. \quad (5.23')$$

Для этого заметим, прежде всего, что согласно работе [22, предложение 9.1]

$$\begin{aligned} (s, Q \setminus \{s\}) &\in \mathcal{D}_t[K] \vee K \in \mathbb{G}_{N-1} \vee t \in \\ &\in \overline{1, N-2} \vee (x, Q) \in \mathcal{D}_{t+1}[K] \\ &\vee s \in \mathbf{I}(Q). \end{aligned} \quad (5.24)$$

Из (5.18) и (5.24) вытекает, в частности, что при $K \in \mathbb{G}_{N-1}$, $t \in \overline{1, N-2}$, $(v, Q) \in \mathcal{D}_{t+1}[K]$ и $s \in \mathbf{I}(Q)$ определено

$$\mathcal{W}_t[K](s, Q \setminus \{s\}) \in [0, \infty[.$$

Как следствие, при $K \in \mathbb{G}_{N-1}$, $t \in \overline{1, N-2}$ и $(v, Q) \in \mathcal{D}_{t+1}[K]$ определено значение

$$\min_{s \in \mathbf{I}(Q)} [c(v, s, Q) + \mathcal{W}_t[K](s, Q \setminus \{s\})] \in [0, \infty[.$$

Согласно работе [22, (10.17)] имеем (см. также конкретизированный для рассматриваемого частного случая вариант [1, предложение 6.3]), что

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{t+1}[K](v, Q) &= \\ &= \min_{s \in \mathbf{I}(Q)} (c(v, s, Q) + \mathcal{W}_t[K](s, Q \setminus \{s\})) \end{aligned}$$

$$\forall K \in \mathbb{G}_{N-1} \forall t \in \overline{1, N-2} \vee (v, Q) \in \mathcal{D}_{t+1}[K]. \quad (5.25)$$

Посредством (5.23), (5.25) при каждом $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ реализуется следующая рекуррентная процедура:

$$\mathcal{W}_1[K] \rightarrow \mathcal{W}_2[K] \rightarrow \dots \rightarrow \mathcal{W}_{N-1}[K]. \quad (5.26)$$

Действительно, $\mathcal{W}_1[K]$ определяется посредством (5.23), а преобразование (5.23') определяется посредством (5.25). Отметим, что (5.26) можно с учетом (4.1) рассматривать как процедуру

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_1[\overline{1, N} \setminus \{j\}] &\rightarrow \mathcal{W}_2[\overline{1, N} \setminus \{j\}] \rightarrow \dots \\ &\dots \rightarrow \mathcal{W}_{N-1}[\overline{1, N} \setminus \{j\}], \end{aligned} \quad (5.27)$$

где $j \in \mathbf{I}(\overline{1, N})$. В виде (5.26), (5.27) имеем всякий раз процедуру, локализованную для использования того или иного процессора.

Вернемся к построению слоев $v_1, \dots, v_{N-1}$. Используя процедуру (5.26), мы при каждом $s \in \overline{1, N-1}$ получаем множества $\mathcal{D}_s[K]$, $K \in \mathbb{G}_{N-1}$, которые в объединении реализуют D_s (см. (5.3)); на каждом из этих множеств определена (после реализации процедуры (5.26)) соответствующая функция $\mathcal{W}_s[K]$.

Теперь (при $s \in \overline{1, N-1}$) построение слоя v_s функции Беллмана осуществляется по следующему правилу: если $(j, Q) \in D_s$, то используя (5.3), подбираем любое множество $\tilde{K} \in \mathbb{G}_{N-1}$, для которого

$$(j, Q) \in \mathcal{D}_s[\tilde{K}], \quad (5.28)$$

(такое множество $\tilde{K}$ существует в силу (5.3)), после чего, следуя (5.19), полагаем

$$v_s(j, Q) = \mathcal{W}_s[\tilde{K}](j, Q). \quad (5.29)$$

Итак, v_s конструируется посредством склеивания функций

$$\mathcal{W}_s[K], K \in \mathbb{G}_{N-1}.$$

Данная схема построения $v_1, \dots, v_{N-1}$ может быть реализована и в терминах рекуррентной процедуры (5.27). Здесь этап (5.28), (5.29) следует осуществлять в терминах подходящего индекса из $\mathbf{I}(\overline{1}, \overline{N})$.

Итак, пусть $s \in \overline{1}, \overline{N-1}$. Тогда для построения v_s применяем следующее рассуждение. Если $(l, Q) \in D_s$, то с учетом (5.3) подбираем любой индекс $j \in \mathbf{I}(\overline{1}, \overline{N})$, для которого

$$(l, Q) \in \mathcal{D}_s[\overline{1}, \overline{N} \setminus \{j\}],$$

(такой индекс непременно существует; см. (5.3)), после чего с учетом (5.3) и (5.19) имеем

$$v_s(l, Q) = \mathcal{W}_s[\overline{1}, \overline{N} \setminus \{j\}](l, Q). \quad (5.30)$$

В данной версии v_s получается склеиванием

$$\mathcal{W}_s[\overline{1}, \overline{N} \setminus \{j\}], j \in \mathbf{I}(\overline{1}, \overline{N}).$$

Таким образом, в терминах (5.29), (5.30) будут построены все нужные функции v_s , $s \in \overline{1}, \overline{N-1}$ (напомним, что функция v_0 известна; см. (3.12)). Теперь для определения v_N (см. (3.12)) следует использовать (3.20); напомним, что функция v_N полностью определяется (см. (3.19)) значением V в силу (3.5). Располагая набором $(v_0, v_1, \dots, v_N)$, мы можем теперь построить оптимальный маршрут, действуя в духе (3.21), (3.25); см. также заключение раздела 3.

Параллельный алгоритм определения глобального экстремума. Рассмотрим вариант процедуры (5.26), (5.27), ориентированный на определения V (2.11). Для этого модифицируем процедуру (5.26), имея своей целью экономию памяти. Будем следовать при этом идее работы [23, с. 48, 49] (в [23], однако, не рассматривались вопросы, связанные с распараллеливанием).

1⁰. Зафиксируем множество $\tilde{\mathbb{K}} \in \mathbb{G}_{N-1}$ и обсудим модификацию (5.26) при условии $K = \tilde{\mathbb{K}}$. Сначала определяем $\mathcal{W}_1[\tilde{\mathbb{K}}]$, используя нужный вариант (5.23), т.е. вычисляя при $h \in \mathbb{M}_0[\tilde{\mathbb{K}}]$ и $j \in J_1(\{h\})$

$$\mathcal{W}_1[\tilde{\mathbb{K}}](j, \{h\}) = \mathbf{c}(j, h, \{h\}) + f(h). \quad (5.31)$$

После выполнения всех вычислений вида (5.31) при переборе $h \in \mathbb{M}_0[\tilde{\mathbb{K}}]$ и $j \in J_1(\{h\})$ мы получаем функцию $\mathcal{W}_1[\tilde{\mathbb{K}}]$.

Пусть вообще $\tau \in \overline{1}, \overline{N-2}$, и функция $\mathcal{W}_\tau[\tilde{\mathbb{K}}]$ уже найдена. Тогда согласно (5.25) определяем

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\tau+1}[\tilde{\mathbb{K}}] &\in \mathfrak{R}_+[\mathcal{D}_{\tau+1}[\tilde{\mathbb{K}}]]: \\ \text{при } (v, Q) &\in \mathcal{D}_{\tau+1}[\tilde{\mathbb{K}}] \text{ вычисляем} \\ \mathcal{W}_{\tau+1}[\tilde{\mathbb{K}}](v, Q) &= \\ = \min_{s \in \mathbb{I}(Q)} [\mathbf{c}(v, s, Q) + \mathcal{W}_\tau[\tilde{\mathbb{K}}](s, Q \setminus \{s\})]. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Система значений (5.32) полностью определяет функцию $\mathcal{W}_{\tau+1}[\tilde{\mathbb{K}}]$.

Если $\tau = N-2$, то в виде $\mathcal{W}_{\tau+1}[\tilde{\mathbb{K}}]$ получаем $\mathcal{W}_{N-1}[\tilde{\mathbb{K}}]$ и останавливаем процедуру, являющуюся модификацией (5.26). Если же $\tau < N-2$, то заменяем в памяти вычислителя массив значений $\mathcal{W}_\tau[\tilde{\mathbb{K}}]$ массивом значений $\mathcal{W}_{\tau+1}[\tilde{\mathbb{K}}]$, который будет использоваться при построении $\mathcal{W}_{\tau+2}[\tilde{\mathbb{K}}]$ (действуем в духе (5.25) при очевидной смене обозначений).

В итоге реализации данной процедуры

$$\mathcal{W}_1[\tilde{\mathbb{K}}] \rightarrow \dots \rightarrow \mathcal{W}_{N-1}[\tilde{\mathbb{K}}]$$

мы получаем только "финальную" функцию $\mathcal{W}_{N-1}[\tilde{\mathbb{K}}]$.

2⁰. Полагаем теперь, что по правилу пункта 1⁰ при каждом множестве (списке) $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ выполнена процедура

$$\mathcal{W}_1[K] \rightarrow \dots \rightarrow \mathcal{W}_{N-1}[K] \quad (5.32')$$

с перезаписью слоев вплоть до построения $\mathcal{W}_{N-1}[K]$. В результате мы получаем набор функций

$$\mathcal{W}_{N-1}[K], K \in \mathbb{G}_{N-1}. \quad (5.33)$$

Теперь в терминах (5.33) конструируем v_{N-1} посредством склеивания, подобного (5.29). Итак, поскольку согласно (5.3)

$$D_{N-1} = \bigcup_{K \in \mathbb{G}_{N-1}} \mathcal{D}_{N-1}[K], \quad (5.34)$$

мы поступаем следующим образом при подсчете значений функции v_{N-1} . Если $(l, Q) \in D_{N-1}$, то с учетом (5.34) подбираем $\hat{K} \in \mathbb{G}_{N-1}$, для которого

$$(l, Q) \in \mathcal{D}_{N-1}[\hat{K}]$$

(такое множество $\hat{K}$ непременно существует в силу (5.34)), после чего полагаем (см. (5.29)), что

$$v_{N-1}(j, Q) = \mathcal{W}_{N-1}[\hat{K}](j, Q). \quad (5.35)$$

Подчеркнем, что функция $\mathcal{W}_{N-1}[\hat{K}]$ нам известна (см. (5.33)). Таким образом, удастся построить всю функцию v_{N-1} , после чего по формуле (3.20) определяется искомое значение V .

Заметим, что в случае, когда нам необходимо наряду с глобальным экстремумом V найти оптимальный маршрут, мы должны для каждого $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ построить все функции $\mathcal{W}_1[K], \dots, \mathcal{W}_{N-1}[K]$, после чего склеиванием в духе (5.29) найти все функции $v_1, \dots, v_{N-1}$ (и разместить их в памяти вычислителя), после чего определить (3.20) и выполнить процедуру построения оптимального маршрута, используя соотношения, подобные (3.21), (3.25).

6. Реализация процедуры построения слоев функции Беллмана независимыми процессорами

В этом разделе описана практическая реализация процедуры построения слоев функции Бел-

лмана независимыми друг от друга процессорами. Итак, рассмотрим схему реализации процедуры с использованием схемы независимых вычислений. Кроме того, мы изменяем здесь некоторые элементы нашей теоретической конструкции. А именно, в дальнейшем мы предполагаем, что каждый слой, связанный с $K \in \mathbb{G}_{N-1}$, обрабатывается несколькими процессорами с общей оперативной памятью (ОЗУ). Называем данную совокупность процессоров узлом кластера. Совокупность узлов образует вычислительный кластер. Такая конструкция (т. е. узел) используется вместо каждого отдельного процессора из предыдущего раздела.

Хранение данных

Рассмотрим вариант хранения данных для одного узла кластера. Для любого множества целевых точек K в хранилище может храниться набор кратчайших путей (далее НКП) (имеются в виду слои функции Беллмана $W_s[K]$, $K \in \mathbb{G}_{N-1}$), проходящих через это множество. Каждый кратчайший путь в НКП отличается от остальных путей этого НКП своей начальной точкой и является кратчайшим среди всех возможных путей с той же начальной точкой. В НКП может быть максимум столько путей, какова мощность соответствующего множест-

ва K , но, как правило, их меньше, так как какие-то точки данного множества не могут быть начальными из-за ограничений в виде условий предшествования. Ввиду этого в качестве контейнера для хранилища НКП используется хэш-таблица в целях экономии памяти по сравнению с массивом. Ключом в хэш-таблице является битовая маска множества, в которой каждый единичный бит в позиции i означает присутствие в данном множестве точки с номером i .

Основной алгоритм

1. Главный процессор формирует семейство $\mathbb{G}_{N-1}$ ($\mathbb{G}_{N-1} = \{1, N \setminus \{t\} : t \in I(1, N)\}$), для которого каждый элемент представляет собой множество мощности $N-1$. Множества $K \in \mathbb{G}_{N-1}$ распределяются между узлами с помощью протокола MPI. Каждый узел содержит k вычислительных ядер с общей оперативной памятью. На узле, связанном со списком $K \in \mathbb{G}_{N-1}$, слои функции Беллмана $W_s[K]$, $s \in 1, N-1$, равномерно распределены между процессорами. Поскольку оперативная память на узле общая, то обмена данными между процессорами не проводится. Распределение фрагментов слоев пространства позиций и слоев функции Беллмана

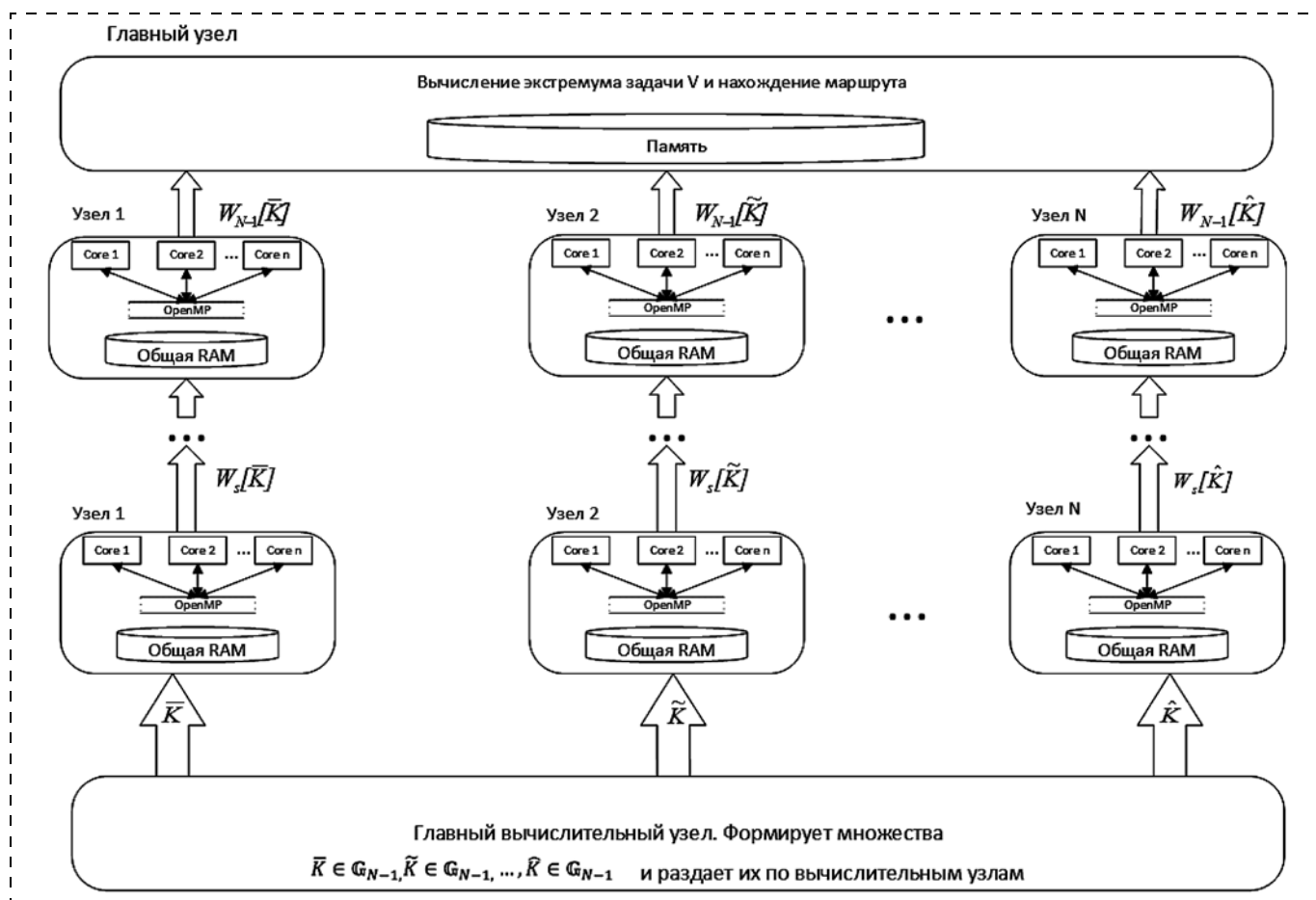


Рис. 1. Структура параллельного алгоритма

между процессорами внутри одного узла выполняется с помощью библиотеки OpenMP.

2. Слои значений функции Беллмана, полученные на первом шаге каждым вычислительным узлом, собираются на главный узел. После этого слой v_{N-1} вычисляется с помощью (5.34) и (5.35). И, наконец, рассчитывается значение экстремума задачи, т.е. V из (3.20).

3. Главный процессор строит оптимальный маршрут путем нахождения локальных экстремумов подобно (3.21) и (3.24).

Работу алгоритма иллюстрирует рис. 1.

7. Практическая реализация решения задачи маршрутизации, осложненной условиями предшествования

В данном разделе рассматривается решение задачи маршрутизации на плоскости с использованием супервычислителя "Уран". Функцию стоимости c полагаем сейчас для простоты не зависящей от списка заданий и определяем посредством евклидова расстояния на плоскости $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$, функцию f полагаем тождественно равной нулю. Будем рассматривать в данном разделе случай, когда число городов равно 45, т.е. $N = 45$. Города определяются точками на плоскости, базе отвечает стартовая точка $x^0 = (95,492; 87,568)$. Мы рассматриваем здесь множество $\mathbb{K}$, содержащее 35 адресных пар, определяющих условия предшествования: множество $\mathbb{K}$, задается следующими адресными парами: (5,25) (2,25) (29,28) (3,18) (43,30) (20,40) (25,38) (20,0) (29,2) (30,24) (20,7) (44,26) (27,18) (5,3) (11,5) (5,9) (18,29) (36,28) (15,34) (1,32) (7,39) (26,42) (27,21) (8,41) (32,4) (41,28) (5,29) (35,12) (39,4) (1,10) (32,15) (31,15) (44,32) (37,25) (34,6), где в качестве первого аргумента задается отправитель, а второй аргумент указывает на получателя.

В целях практической проверки теоретической работы была написана программа для суперкомпьютера "Уран" на языке программирования C++. Программа работает в среде 64-разрядной операционной системы семейства Linux. Вычислительный эксперимент проводили на вычислительных узлах кластера "Уран" со следующими характеристиками:

- два шестиядерных процессора Intel® Xeon® X5675 (3.07 GHz);
- оперативная память 192 GB;
- кэш-память 2×12 MB Level 2 cache;
- 8 GPU Tesla M2090 (6 GB Global Memory);
- локальный жесткий диск 400 GB.

В эксперименте было использовано 19 узлов кластера, каждый узел содержит 12 вычислительных ядер. Таким образом, в нашей практической реализации алгоритма было задействовано 228 вычислительных ядер.

В результате вычислений был найден маршрут: ($i_1 = 8, i_2 = 37, i_3 = 1, i_4 = 13, i_5 = 44, i_6 = 41, i_7 = 35, i_8 = 11, i_9 = 43, i_{10} = 16, i_{11} = 27, i_{12} = 17, i_{13} = 22,$

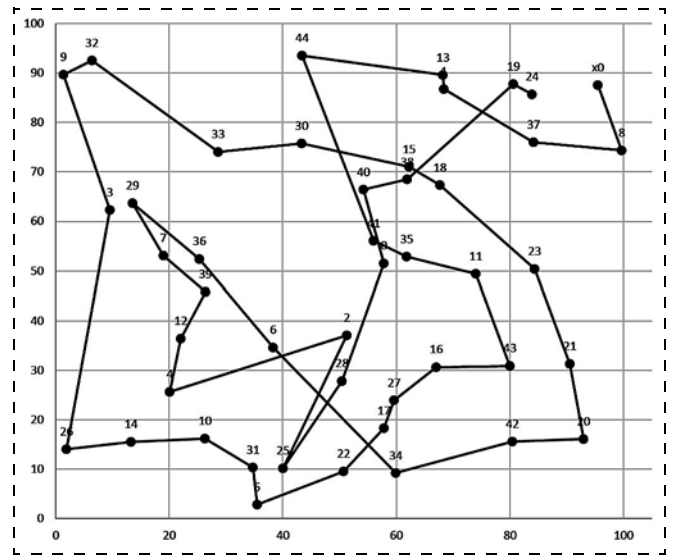


Рис. 2. Оптимальный маршрут в евклидовой задаче с условиями предшествования (стоимости перемещений не зависят от списка заданий)

$i_{14} = 5, i_{15} = 31, i_{16} = 10, i_{17} = 14, i_{18} = 26, i_{19} = 3, i_{20} = 9, i_{21} = 32, i_{22} = 33, i_{23} = 30, i_{24} = 15, i_{25} = 18, i_{26} = 23, i_{27} = 21, i_{28} = 20, i_{29} = 42, i_{30} = 34, i_{31} = 6, i_{32} = 36, i_{33} = 29, i_{34} = 7, i_{35} = 39, i_{36} = 12, i_{37} = 4, i_{38} = 2, i_{39} = 25, i_{40} = 28, i_{41} = 0, i_{42} = 40, i_{43} = 38, i_{44} = 19, i_{45} = 24)$ (рис. 2).

Были получены следующие результаты: $V = 777,322449$ (экстремум задачи), время счета 24 662 с, максимальный объем оперативной памяти, используемый на одном вычислительном узле, составил 94 620 Мбайт.

Заключение

В статье построен параллельный алгоритм для решения задачи курьера, т.е. задачи коммивояжера с условиями предшествования и функциями стоимости, допускающими зависимость от списка заданий. Такого рода зависимость может возникать, в частности, в задачах атомной энергетики, связанных со снижением облучаемости персонала АЭС. В основе алгоритма находится параллельный вариант метода ДП, реализующий построение слоев функции Беллмана (построение всего массива данной функции не предполагается).

Список литературы

1. Ченцов А. Г., Кошелева М. С. Динамическое программирование в задаче курьера со стоимостями, зависящими от списка заданий // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 4. С. 232–244.
2. Ченцов А. Г. Одна параллельная процедура построения функции Беллмана в обобщенной задаче курьера с внутренними работами // АиТ. 2012. № 3. С. 134–149.
3. Ченцов А. Г. Одна параллельная процедура построения функции Беллмана в обобщенной задаче курьера с внутренними работами // Вестник ЮУрГУ. Сер. Мат. моделирование и программирование. 2012. № 18. Вып. 12. С. 53–76.

4. **Ташлыков О. Л.** Методы оценки и снижения дозовых нагрузок при ремонте АЭС. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2009. 118 с.
5. **Ташлыков О. Л.** Дозовые затраты персонала в атомной энергетике. Анализ. Пути снижения. Оптимизация. Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. RG, 2011. 232 с.
6. **Коробкин В. В., Сесекин А. Н., Ташлыков О. Л., Ченцов А. Г.** Методы маршрутизации и их приложения в задачах повышения безопасности и эффективности эксплуатации атомных станций. М.: Новые технологии, 2012. 234 с.
7. **Петунин А. А.** О некоторых стратегиях формирования маршрута инструмента при разработке управляющих программ для машин термической резки материала // Вестник УГТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2009. Т. 13. № 2 (35). С. 280—286.
8. **Фроловский В. Д.** Автоматизация проектирования управляющих программ тепловой резки металла на оборудовании с ЧПУ // Информационные технологии в проектировании и производстве. 2005. № 4. С. 63—66.
9. **Петунин А. А., Ченцов А. Г., Ченцов П. А.** К вопросу о маршрутизации движения инструмента в машинах листовой резки с числовым программным управлением // Науч.-техн. ведомости СПбГПУ. Сер. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2013. № 2 (169). С. 103—111.
10. **Меламед И. И., Сергеев С. И., Сигал И. Х.** Задача коммивояжера. I. Вопросы теории; II. Точные алгоритмы; III. Приближенные алгоритмы // АИТ. 1989. № 9. С. 3—34; № 10. С. 3—29; № 11. С. 3—26.
11. **Gutin G., Punnen A. P.** The Traveling Salesman Problem and Its Variations // Kluwer. 2002. 830 p.

12. **William J. Cook.** In pursuit of the traveling salesman. Mathematics at the limits of computation. Princeton University Press, NJ. 2012. P. 248.
13. **Литл Дж., Мурти К., Суини Д., Кэрел К.** Алгоритм для решения задачи о коммивояжере // Экономика и математические методы. 1965. Т. 1 (Вып. 1). С. 94—107.
14. **Беллман Р.** Применение динамического программирования к задаче о коммивояжере // Кибернет. сборник. Т. 9. М.: Мир, 1964. С. 219—228.
15. **Хелд М., Карп Р. М.** Применение динамического программирования к задачам упорядочения // Кибернет. сборник. 1964. Т. 9. С. 202—218.
16. **Ченцов А. Г.** Экстремальные задачи маршрутизации и распределения заданий: вопросы теории. М., Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2008. 240 с.
17. **Куратовский К., Мостовский А.** Теория множеств. М.: Мир. 1970. 416 с.
18. **Дьедонне Ж.** Основы современного анализа. М.: Мир, 1964. 430 с.
19. **Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р.** Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦНМО, 1990. 960 с.
20. **Ченцов А. А., Ченцов А. Г., Ченцов П. А.** Элементы динамического программирования в экстремальных задачах маршрутизации // Проблемы управления. 2013. № 5. С. 12—21.
21. **Ченцов А. Г.** Задача последовательного обхода мегаполисов с условиями предшествования // АИТ. 2014. № 4. С. 170—190.
22. **Ченцов А. Г.** К вопросу о маршрутизации комплексов работ // Вестник Удм. ун-та. Математика. Механика. Комп. науки. 2013. № 1. С. 59—82.
23. **Ченцов А. Г., Ченцов А. А.** К вопросу о нахождении значения маршрутной задачи с ограничениями // Проблемы управления и информатики. 2016. № 1. С. 41—54.

Dynamic Programming Method in a Routing Problem: a Scheme of Independent Computations

A. G. Chentsov^{1, 2}, chentsov@imm.uran.ru✉, **A. M. Grigoryev**¹, ag@uran.ru,

N. N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, 620990, Ekaterinburg, Russian Federation

²Ural Federal University, 620002, Ekaterinburg, Russian Federation

Corresponding author: **Chentsov Aleksandr G.**, D. Sc., Professor,
N. N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics,
620990, Ekaterinburg, Russian Federation;
Ural Federal University, 620002, Ekaterinburg, Russian Federation
E-mail: chentsov@imm.uran.ru

Received on July 7, 2016

Accepted on July 14, 2016

The article is devoted to an implementation of the scheme of independent computations for solving the routing problem with precedence constraints and (in the theoretical part) with the cost functions depending on the list of tasks. The prototype of the considered statement is the well-known intractable traveling salesman problem, however, the considered statement is distinguished by the above-mentioned qualitative features. The problem is solved by the dynamic programming method. It is not necessary to construct the whole array of the values of the Bellman function, which is motivated by a desire to decrease the computational complexity. The parallel algorithm for determining the value of the problem value (the global extremum) and the "complete" solution algorithm, which includes the construction of an optimal route, are treated separately. The latter algorithm was realized on the Uran supercomputer; it made use of the (finite) nodes system. Every node had multiple processors, and the totality of the nodes formed the computational cluster. It was possible for certain values of the Bellman function to be (independently) computed by different processors. The developed methods may be applied to certain problems of the nuclear power generation, including the problem of minimization of the radiation exposure of the staff during the emergency situations, similar to Chernobyl and Fukushima. Another possible application may be connected with machine engineering problems, such as routing of a cutting tool of CNC cutting machines. And the last but not the least, this statement may be used to model many problems in the sea and air transportation, and also certain problems in the airborne wildfire detection.

Keywords: dynamic programming, route, precedence constraints, feasible sets (of tasks), state space layers, independent computations, Bellman function

For citation:

Chentsov A. G., Grigoryev A. M. Dynamic Programming Method in a Routing Problem: a Scheme of Independent Computations, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 12, pp. 834—846.

tions, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 12, pp. 834—846.

DOI: 10.17587/mau.17.834-846

References

1. Chentsov A. G., Kosheleva M. S. *Dinamicheskoe programmirovaniye v zadache kur'era so stoimostyami, zavisjashimi ot spiska zadaniy* (Dynamic Programming in the Precedence Constrained TSP with the Costs Depending on a List of Tasks), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 4, pp. 232–244 (in Russian).
2. Chentsov A. G. *Odná parallel'naja procedura postroenija funkicii Bellmana v obobshhennoj zadache kur'era s vnutrennimi rabotami* (One parallel procedure for the construction of the Bellman function in the generalized problem of the courier with the inner workings), *AiT*, 2012, no. 3, pp. 134–149 (in Russian).
3. Chentsov A. G. *Odná parallel'naja procedura postroenija funkicii Bellmana v obobshhennoj zadache kur'era s vnutrennimi rabotami* (One parallel procedure for the construction of the Bellman function in the generalized problem of the courier with the inner workings), *Vestnik JuUrGU. Ser. Mat. Modelirovanie i Programirovanie*, 2012, no. 18, vol. 12, pp. 53–76 (in Russian).
4. Tashlykov O. L. *Metody ocenki i snizhenija dozovyh nagruzok pri remonte AJeS* (Assessment methods and reduction radiation exposure at nuclear power plant repair), Ekaterinburg, UGTU-UIP, 2009, 118 p. (in Russian).
5. Tashlykov O. L. *Dozovye zatraty personala v atomnoj jenergetike. Analiz. Puti snizhenija. Optimizacija* (Personnel Dose Costs in the Nuclear Industry. Analysis. Ways to Decrease. Optimization.), Saarbrücken, Germany, LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co, RG, 2011, 232 p. (in Russian).
6. Korobkin V. V., Sesekin A. N., Tashlykov O. L., Chentsov A. G. *Metody marshrutizacii i ih prilozhenija v zadachah povyshenija bezopasnosti i jeffektivnosti jekspluatacii atomnyh stancij* (Routing Methods and Their Applications to the Enhancement of Safety and Efficiency of Nuclear Plant Operation), Moscow, Novye tehnologii, 2012, 234 p. (in Russian).
7. Petunin A. A. *O nekotoryh strategijah formirovanija marshruta instrumenta pri razrabotke upravljajushhih programm dlja mashin termicheskoj rezki materiala* (About some strategy of formation of a route of the cutting tool by development of the controlling programs for the thermal sheet cutting machines), *Vestnik UGATU. Serija: Upravlenie, Vychislitel'naja Tehnika i Informatika*, 2009, vol. 13, no. 2 (35), pp. 280–286 (in Russian).
8. Frolovskij V. D. *Avtomatizacija proektirovanija upravljajushhih programm teplovoj rezki metalla na oborudovanii s ChPU* (Automation of designing control programs for thermal cutting of metal by CNC equipment), *Informacionnye Tehnologii v Proektirovanii i Proizvodstve*, 2005, no. 4, pp. 63–66 (in Russian).
9. Petunin A. A., Chentsov A. G., Chentsov P. A. *K voprosu o marshrutizacii dvizhenija instrumenta v mashinah listovoj rezki s chislovym programmym upravleniem* (About routing of tool motion in the sheet cutting machines with numerical program control), *Nauch.-tehn. vedomosti SPbGPU. Serija: Informatika. Telekommunikacii. Upravlenie*, 2013, no. 2 (169), pp. 103–111 (in Russian).
10. Melamed I. I., Sergeev S. I., Sigal I. H. *Zadacha kommi-vojazhera. I. Voprosy teorii; II. Tochnye algoritmy; III. Priblizhennye algoritmy* (The traveling salesman problem. I. Issues in theory; II Exact methods; III Approximate algorithms), *AiT*, 1989, no. 9, pp. 3–34; no. 10, pp. 3–29; no. 11, pp. 3–26 (in Russian).
11. Gutin G., Punnen A. P. *The Traveling Salesman Problem and Its Variations*, Kluwer, 2002, 830 p.
12. William J. Cook. *In pursuit of the traveling salesman. Mathematics at the limits of computation*, Princeton University Press, NJ, 2012, pp. 248.
13. Litl Dzh., Murti K., Suini D., Kjerel K. *Algoritmy dlja reshenija zadachi o kommivojazhere* (Algorithms for Solving the Traveling Salesman Problem), *Jekonomika i Matematicheskie Metody*, 1965, vol. 1 (no. 1), pp. 94–107 (in Russian).
14. Bellman R. *Primenenie dinamicheskogo programmirovaniya k zadache o kommivojazhere* (Dynamic Programming Treatment of the Travelling Salesman Problem), *Kibernet. Sbornik*, vol. 9, 1964, pp. 219–228 (in Russian).
15. Held M., Karp R. M. *Primenenie dinamicheskogo programmirovaniya k zadacham uporyadochenija* (A Dynamic Programming Approach to Sequencing Problems. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics), *Kibernet. Sbornik*, 1964, vol. 9, pp. 202–218 (in Russian).
16. Chentsov A. G. *Jekstremal'nye zadachi marshrutizacii i raspredelenija zadaniy: voprosy teorii* (Extreme Problems of Routing and Tasks Distribution), Moscow, Izhevsk, NIC "Reguljarnaja i haoticheskaja dinamika", 2008, 240 p. (in Russian).
17. Kuratovskij K., Mostovskij A. *Teorija mnozhestv (Set Theory)*, Moscow, Mir. 1970. 416 p. (in Russian).
18. D'edonne Zh. *Osnovy sovremennogo analiza* (Foundations of modern analysis), Moscow: Mir. 1964. 430 p. (in Russian).
19. Kormen T., Lejzerson Ch., Rivest R. *Algoritmy: postroenie i analiz* (Introduction to Algorithms), Moscow, MCNMO, 1990, 960 p. (in Russian).
20. Chentsov A. A., Chentsov A. G., Chentsov P. A. *Jelementy dinamicheskogo programmirovaniya v jekstremal'nyh zadachah marshrutizacii* (Elements of dynamic programming in extremal route problems), *Problemy Upravlenija*, 2013, no. 5, pp. 12–21 (in Russian).
21. Chentsov A. G. *Zadacha posledovatel'nogo obhoda megapolisov s uslovijami predshestvovaniya* (Problem of successive megalopolis traversal with the precedence conditions), *AiT*, 2014, no. 4, pp. 170–190 (in Russian).
22. Chentsov A. G. *K voprosu o marshrutizacii kompleksov rabot* (To question of routing of works complexes), *Vestnik Udm. un-ta. Matematika. Mehanika. Komp. nauki*, 2013, no. 1, pp. 59–82 (in Russian).
23. Chentsov A. G., Chentsov A. A. *K voprosu o nahozhdenii znachenija marshrutnoj zadachi s ogranichenijami* (On the problem of obtaining the value of routing problem with constraints), *Problemy Upravlenija i Informatiki*. 2016, no. 1, pp. 41–54 (in Russian).

И. Ф. Нугаев, д-р техн. наук, проф., inugaev@yandex.ru,

В. И. Васильев, д-р техн. наук, зав. каф., vasilyev@ugatu.ac.ru,

Уфимский государственный авиационный технический университет, г. Уфа

Повышение энергоэффективности параллельных технологических систем на основе оптимального координированного управления процессами

Рассматривается подход к повышению энергоэффективности параллельных технологических систем, основанный на оптимальном координированном управлении процессами. Предложен принцип минимизации энергоемкости, основанный на оптимальном распределении производительностей процессов с учетом локальных возмущающих воздействий. Рассматривается способ реализации данного принципа на основе двухуровневой системы управления с координатором. Приведены аналитический и итерационный алгоритмы оптимального координирования. Рассматривается применение предложенного подхода для снижения энергоемкости нефтедобычи с использованием группы нефтедобывающих скважин.

Ключевые слова: энергоемкость производства, параллельная технологическая система, многоуровневая система управления, координированное управление, многопараметрическая оптимизация, группа нефтедобывающих скважин

Введение

Одним из основных показателей эффективности производства является его энергоемкость [1]. Актуальность снижения данного показателя связана как с вопросами снижения технологической себестоимости продукции, так и с общими вопросами энергосбережения. Снижение энергоемкости производства достигается, как правило, путем совершенствования технологических систем, включая разработку новых технологий, оборудования, материалов, инструментов и т.д. Наряду с указанным технологическим подходом, по мнению авторов, для снижения энергоемкости производства может быть успешно применен подход, основанный на оптимальном управлении элементами уже существующих технологических систем. При этом существенный эффект может быть достигнут при сравнительно низких материальных и временных затратах.

В статье рассматривается подход к снижению энергоемкости параллельных автоматизированных технологических систем на основе оптимального координированного управления локальными процессами. Согласно ГОСТ параллельная технологическая система — это технологическая система, подсистемы которой параллельно выполняют заданный технологический процесс или заданную технологическую операцию [2, 3, 9]. К подобным системам относятся такие системы, как группы производственных участков, цехов, энергетических и силовых установок, нефтедобывающих скважин и др. Производительность параллельной системы (объем

выпуска продукции в единицу времени) складывается из суммы производительностей всех ее процессов. Энергоемкость технологической системы определяется как отношение суммарной потребляемой энергии к суммарному объему ее продукции. Под автоматизированной параллельной системой понимается система, каждая подсистема которой имеет локальную систему автоматического управления (ЛСАУ) (рис. 1).

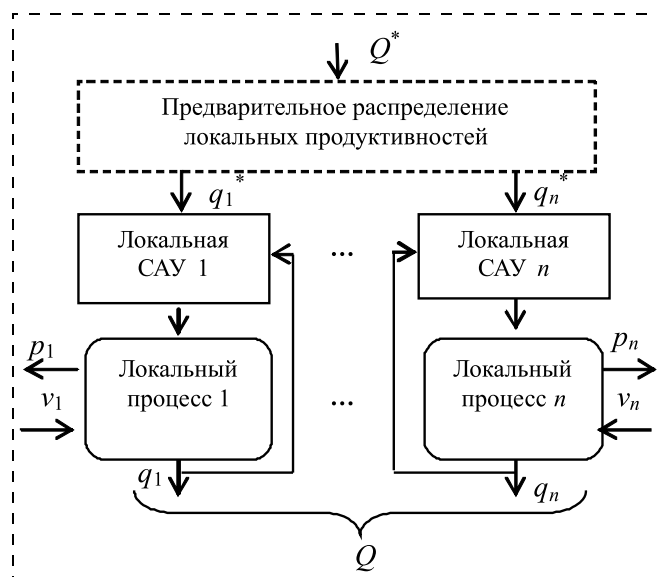


Рис. 1. Структура автоматизированной параллельной технологической системы

Задачами, регулируемые с помощью ЛСАУ, являются обеспечение соответствия значений локальных производительностей процессов q_i их требуемым значениям q_i^* , $i = 1, \dots, n$, в условиях локальных возмущающих воздействий $v_1, \dots, v_n^*$, таких как внешняя среда, засорение каналов потоков рабочих веществ, износ оборудования, качество сырья и др. Требуемые локальные производительности $q_1^*, \dots, q_n^*$ распределяются предварительно, как правило, равномерно, обеспечивая в сумме требуемую производительность Q^* всей технологической системы: $Q^* = \sum_{i=1}^n q_i^*$.

Энергоемкость продукции E технологической системы определяется как отношение суммарной потребляемой мощности P к суммарной производительности Q локальных подсистем:

$$E = \frac{P}{Q} = \sum_{i=1}^n p_i / \sum_{i=1}^n q_i. \quad (1)$$

Потребляемая мощность i -го локального процесса p_i зависит от уровня локальной производительности q_i и от уровня случайных локальных возмущающих воздействий v_i и, следовательно, является случайной величиной: $p_i = p_i(q_i, v_i)$. В связи с этим энергоемкость продукции технологической системы также носит случайный характер:

$$E(q_1, \dots, q_n, v_1, \dots, v_n) = \sum_{i=1}^n p_i(q_i, v_i) / \sum_{i=1}^n q_i.$$

Таким образом, общая постановка задачи оптимальной работы параллельной технологической системы сводится к минимизации энергоемкости E путем выбора оптимального распределения производительностей q_i ($i = 1, 2, \dots, n$) локальных процессов в условиях возможных возмущающих воздействий v_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

1. Принцип оптимального распределения производительностей

В основе предлагаемого принципа оптимального распределения производительностей локальных процессов лежит следующее утверждение: для уменьшения энергоемкости параллельной технологической системы E необходимо, в первую очередь, снизить производительности процессов с высоким уровнем возмущающих воздействий, обеспечивая при этом сохранение требуемой суммарной производительности Q^* за счет повышения производительности процессов с низким уровнем возмущающих воздействий. Данное утверждение основано на том, что процессы с высоким уровнем возмущающих воздействий, как правило, имеют повышенную локальную энергоемкость $E_i = p_i/q_i$ по

сравнению с локальной энергоемкостью процессов с низким уровнем возмущающих воздействий.

Формально данный принцип можно представить как решение задачи многопараметрической оптимизации:

$$q_1^*, \dots, q_n^* = \arg \min_{q_1, \dots, q_n} \{E(q_1, \dots, q_n, v_1, \dots, v_n)\} \quad (2)$$

при выполнении ограничения:

$$\sum_{i=1}^n q_i^* = Q^*.$$

2. Структура системы координированного управления

Для минимизации энергоемкости параллельных технологических систем на основе указанного принципа предлагается построение их систем управления в классе двухуровневых систем управления с координатором (рис. 2) [4, 5, 10, 11].

Задача координатора в данном случае заключается в вычислении значений оптимальных локальных производительностей $q_1^*, \dots, q_n^*$, обеспечивающих минимум суммарной энергоемкости E технологической системы, с учетом располагаемой информации о текущих значениях локальных возмущающих воздействий v_i ($i = 1, 2, \dots, n$). Результаты вычислений задающих воздействий (уставок) $q_1^*, \dots, q_n^*$ поступают в локальные САУ, которые реализуют их путем формирования соответствующих управляющих воздействий на локальные процессы.

3. Алгоритмы оптимального координирования

Формально координатор должен в реальном времени решать задачу многопараметрической оптимизации (2). Рассмотрим ниже аналитический и итерационный способы построения алгоритмов решения указанной задачи.

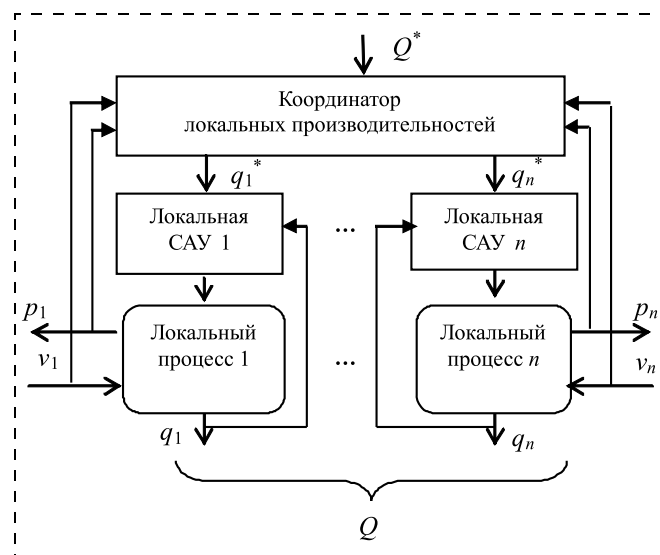


Рис. 2. Структура системы координированного управления параллельной технологической системой

♦ *Аналитический алгоритм координирования процессов*

Аналитически представленная выше задача многопараметрической оптимизации с ограничением (2) решается на основе метода неопределенных множителей Лагранжа. Применение данного метода сводится к решению следующей системы уравнений Лагранжа:

$$\begin{cases} \frac{\partial L(q_1, \dots, q_n, v_1, \dots, v_n, \lambda)}{\partial p_1} = 0; \\ \dots \\ \frac{\partial L(q_1, \dots, q_n, v_1, \dots, v_n, \lambda)}{\partial p_n} = 0; \\ \frac{\partial L(q_1, \dots, q_n, v_1, \dots, v_n, \lambda)}{\partial \lambda} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $L(q_1, \dots, q_n, v_1, \dots, v_n, \lambda)$ — функция Лагранжа:

$$\begin{aligned} L(q_1, \dots, q_n, v_1, \dots, v_n, \lambda) = \\ = E(q_1, \dots, q_n, v_1, \dots, v_n) + \lambda \left(\sum_{i=1}^n q_i - Q^* \right); \end{aligned} \quad (4)$$

λ — неопределенный множитель Лагранжа.

В результате решения полученной системы из $(n + 1)$ нелинейных уравнений (4) определяются оптимальные значения локальных производительностей $(q_1^*, \dots, q_n^*)$.

Практическая реализация аналитического алгоритма может вызвать затруднения, связанные с выполнением следующих условий:

а) в процессе работы системы требуется непрерывное измерение локальных возмущений $v_1, \dots, v_n$;

б) требуется знание аналитической зависимости (математической модели) энергоемкости от локальных возмущений и производительностей: $E(q_1, \dots, q_n, v_1, \dots, v_n)$.

В связи с вышесказанным вместо аналитического алгоритма может быть использован итерационный алгоритм координирования процессов, реализация которого не требует выполнения указанных условий.

♦ *Итерационный алгоритм координирования процессов*

Данный алгоритм реализуется на основе активного поиска минимума энергоемкости E с использованием пробных приращений локальных производительностей q_i ($i = 1, 2, \dots, n$) и состоит из следующих этапов:

1) задание множества текущих значений локальных производительностей $\{q_1^{(k)}, \dots, q_n^{(k)}\}$ в качестве начальных приближений ($k = 0$) и определение начальной энергоемкости $E^{(k)}$ путем измерения начальных потребляемых мощностей $p_1, \dots, p_n$:

$$E^{(k)} = (p_1^{(k)} + \dots + p_n^{(k)}) / Q^*;$$

2) определение множества вариантов комбинаций локальных производительностей $\{h_1, \dots, h_m\}$ с использованием малых приращений:

$$\{h_1, \dots, h_m\}; h_j = \{q_1^{(k)} \pm \Delta q_1, \dots, q_n^{(k)} \pm \Delta q_n\}_j \\ (j = 1, \dots, m),$$

для которых выполняются условия

$$h_i = Q^* (i = 1, \dots, m);$$

3) последовательная активная реализация каждого варианта комбинаций локальных производительностей $\{h_1, \dots, h_m\}$ с определением соответствующих энергоемкостей продукции $E(h_j)$, ($j = 1, \dots, m$);

4) выбор варианта комбинации

$h_{\text{opt}} = \{q_1^{(k)} \pm \Delta q_{1, \text{opt}}, \dots, q_n^{(k)} \pm \Delta q_{n, \text{opt}}\}_j \in \{h_1, \dots, h_m\}$, обеспечивающего минимальную энергоемкость:

$$E^{(k+1)} = \min(E(h_1), \dots, E(h_m));$$

5) если суммарное энергопотребление снизилось ($E^{(k+1)} < E^{(k)}$), то выполнение следующей итерации поиска:

- назначение следующего приближения значений локальных продуктивностей: $\{q_1^{(k+1)}, \dots,$

$q_n^{(k+1)}\}$, где $q_i^{(k+1)} = q_i^{(k)} \pm \Delta q_{i, \text{opt}}$, $i = 1, \dots$;

- переход к п. 2.

Если указанное условие не выполняется, то переход к п. 6;

6) остановка поиска:

$$\{q_1^*, q_n^*\} = \{q_1^{(k)}, \dots, q_n^{(k)}\}.$$

Для ускорения поиска при высокой размерности задачи могут быть применены генетические алгоритмы оптимизации [6].

4. Пример расчета

В качестве примера построения оптимального управления параллельной технологической системой на основе вышеописанного принципа рассмотрим добычу нефти с применением группы нефтескважин [7]. Здесь в качестве локальных технологических процессов выступают отдельные нефтескважины (рис. 3).

Целью управления технологической системы является обеспечение требуемого суммарного дебита (потока) Q^* ($\text{м}^3/\text{сутки}$) группы скважин:

$$Q = \sum_{i=1}^n q_i \rightarrow Q^*, \text{ где } q_i \text{ — дебит (поток жидкости)}$$

i -й скважины ($\text{м}^3/\text{сутки}$); n — число скважин в группе.

Каждая i -я скважина снабжена насосной установкой, потребляющей мощность p_i . Энергоемкость группы скважин определяется отношением суммарной потребляемой мощности к суммарному дебиту скважин группы: $E = \sum_{i=1}^n p_i / \sum_{i=1}^n q_i$.

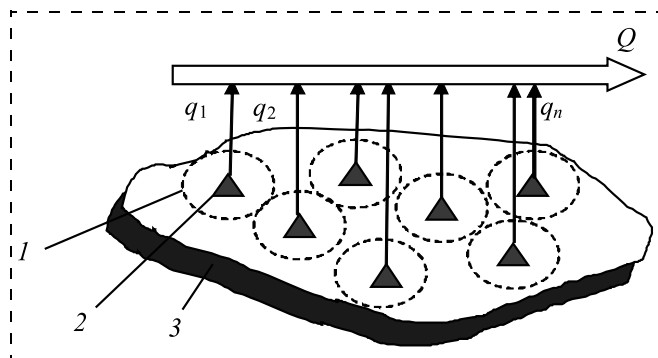


Рис. 3. Нефтедобыча с помощью группы скважин:
1 — зона дренирования скважины; 2 — нефтедобывающая скважина; 3 — нефтеносный пласт

Традиционно поставленная цель достигается путем предварительного распределения требуемых локальных дебитов q_i^* скважин, которые далее обеспечиваются с помощью локальных систем автоматического управления [8]. Локальные САУ обеспечивают требуемые дебиты q_i^* путем регулирования режимов работы насосных установок скважин, в условиях случайных локальных возмущающих воздействий (рис. 4).

Мощность p_i насосной установки, расходуемая на подъем потока добываемой жидкости из скважины на поверхность, определяется выражением

$$p_i = q_i h_i \rho g \frac{1}{\eta_i}, \quad (5)$$

где h_i — необходимая высота подъема добываемой жидкости (напор) (м); ρ , g , η — соответственно плотность (кг/м³), ускорение свободного падения (м/с²), КПД насосной установки.

Рассмотрим влияние возмущающих воздействий на мощность, потребляемую скважинами. В качестве основных возмущающих воздействий здесь выступают потоки частиц горных пород, вызываемые движением добываемых жидкостей. Данные частицы засоряют проводящие каналы пористых пород зон дренирования скважин, повышая их гидравлические сопротивления R_i (обратная величина общепринятого коэффициента продуктивности скважины): $R_i = (P_{\text{п}} - P_{3,i})/q_i$, где $P_{\text{п}}$ — давление жидкости в продуктивном пласте (на границе зоны дренирования); $P_{3,i}$ — давление жидкости в забое i -й скважины.

Повышение гидравлического сопротивления R_i приводит к снижению давления в забое скважин $P_{3,i} = P_{\text{п}} - R_i q_i$, что приводит к снижению динамического уровня жидкости в скважине $H_i = P_{3,i}/\rho g$ и повышению высоты ее подъема на поверхность $h_i = L_i - H_i$. На основе приведенных выше зависимостей можно выразить зависимость высоты подъема h_i от возмущающего воздействия R_i :

$$h_i = L_i - (P_{\text{п}} - q_i R_i) \frac{1}{\rho g}. \quad (6)$$

Очевидно, что увеличение высоты подъема жидкости h_i , вызванное увеличением гидравлического сопротивления R_i , приводит к увеличению потребляемой мощности p_i насоса скважины (5). Зависимость p_i от возмущающего воздействия R_i может быть представлена путем замены h_i в выражении (5) соотношением (6):

$$p_i = (q_i(L_i \rho g - P_{\text{п}}) + q_i^2 R_i) \frac{1}{\eta_i}. \quad (7)$$

Покажем возможность минимизации энергоемкости E процесса нефтедобычи с помощью группы скважин в условиях действия возмущений путем оптимального распределения их дебитов q_i . Для наглядности рассмотрим группу из двух скважин.

Допустим, что требуемый суммарный дебит двух скважин равен $Q^* = q_1 + q_2 = 100$ [м³/сутки]. Пусть на вторую скважину действует возмущение, приводящее к удвоению гидравлического сопротивления R_2 в ее зоне дренирования по сравнению с первой скважиной: $R_1 = 0,2 \cdot 10^{10}$ (Па/м³/с); $R_2 = 2R_1 = 0,4 \cdot 10^{10}$ (Па/м³/с).

Рассмотрим зависимость энергоемкости $E(q_1, q_2)$ от распределения требуемого суммарного дебита Q^* между дебитами q_1, q_2 скважин в условиях указанного возмущающего воздействия. Данная зависимость согласно выражению (7) определяется соотношениями

$$\begin{aligned} E &= (p_1 + p_2)/(q_1 + q_2) = \\ &= \left[\frac{1}{\eta_1} (q_1(L_1 \rho g - P_{\text{п}}) + q_1^2 R_1) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\eta_2} (q_2(L_2 \rho g - P_{\text{п}}) + q_2^2 R_2) \right] / (q_1 + q_2); \quad (8) \\ q_1 + q_2 &= Q^*. \end{aligned}$$

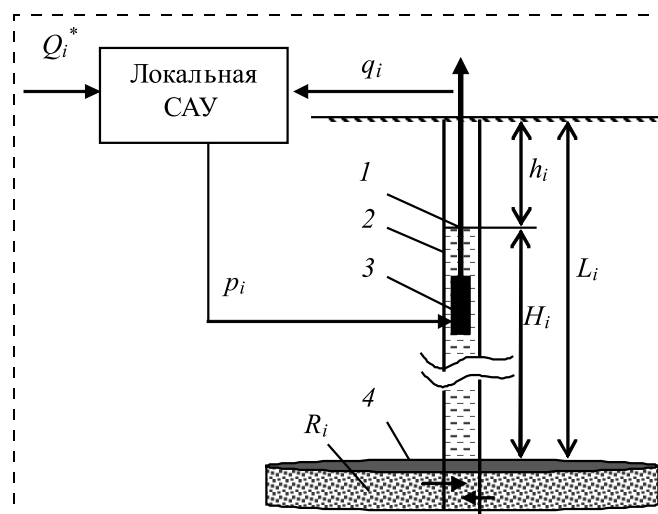


Рис. 4. Схема управления нефтедобывающей скважиной:
1 — насосно-компрессорные трубы; 2 — обсадная колонна; 3 — установка электроцентробежного насоса; 4 — зона дренирования скважины продуктивного пласта; H_i — динамический уровень жидкости в скважине; h_i — высота подъема жидкости на поверхность; L_i — длина скважины

Графики искомой зависимости энергоёмкости E от значений q_1, q_2 представлены на рис. 5.

Приведенные графики показывают существование единственного — глобального — минимума функции $E(q_1, q_2)$. Оптимальное распределение дебитов, обеспечивающее минимальную энергоёмкость, следующее: $q_{1, \text{опт}}^* = 80 \text{ м}^3/\text{сут}$; $q_{2, \text{опт}}^* = 20 \text{ м}^3/\text{сут}$.

Минимальная энергоёмкость: $E_{\min} = 6,4 \text{ кВт} \cdot \text{ч}/\text{м}^3$. Снижение энергопотребления по сравнению с энергопотреблением при равномерном распределении дебитов ($E = 6,8 \text{ кВт} \cdot \text{ч}/\text{м}^3, q_1 = q_2 = 50 \text{ м}^3/\text{сут}$) составляет: $E - E_{\min} = 6,8 - 6,4 = 0,4 \text{ кВт} \cdot \text{ч}/\text{м}^3$, или 5,8 %.

Поиск и реализация оптимального распределения дебитов в общем случае обеспечиваются с помощью двухуровневой системы управления группой из n скважин (рис. 6).

Координатор системы может применять описанные выше аналитический или итерационный алгоритмы оптимизации.

Для реализации аналитического алгоритма применительно к группе нефтедобывающих скважин необходима информация о текущих возмущениях R_i . Уравнения Лагранжа здесь принимают вид

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial q_1} = \frac{1}{Q^* \eta_1} (L_1 \rho g - P_{\Pi} + 2q_1 R_1) + \lambda = 0; \\ \dots \\ \frac{\partial L}{\partial q_n} = \frac{1}{Q^* \eta_n} (L_n \rho g \frac{1}{\eta_n} - P_{\Pi} + 2q_n R_n) + \lambda = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = Q^* - \sum_{i=1}^n q_i = 0, \end{cases}$$

где

$$L = \frac{1}{Q^*} \sum_{i=1}^n \left[(q_i L_i \rho g - P_{\Pi}) + q_i^2 R_i \right] \frac{1}{\eta_i} + \lambda \left(\sum_{i=1}^n q_i - Q^* \right).$$

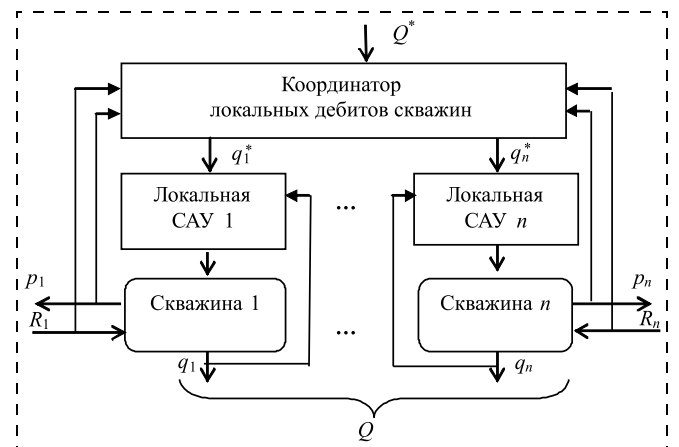
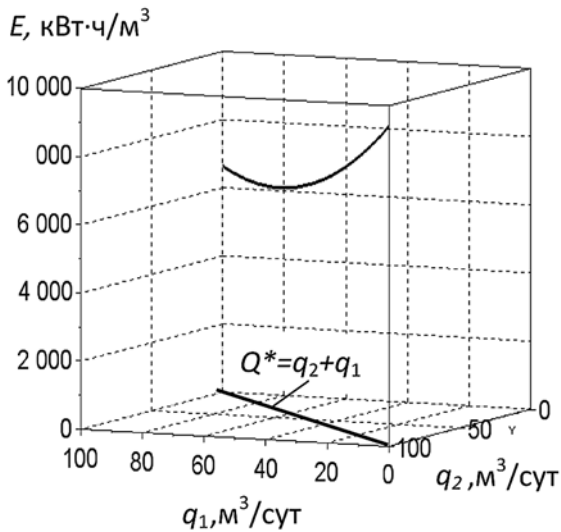
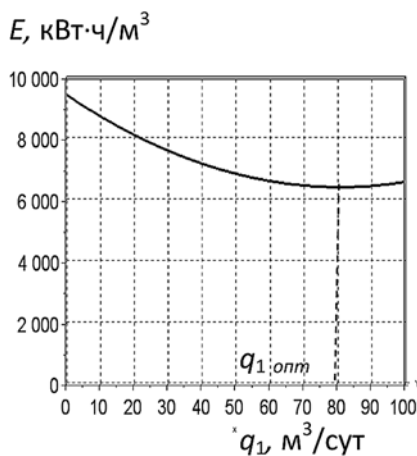


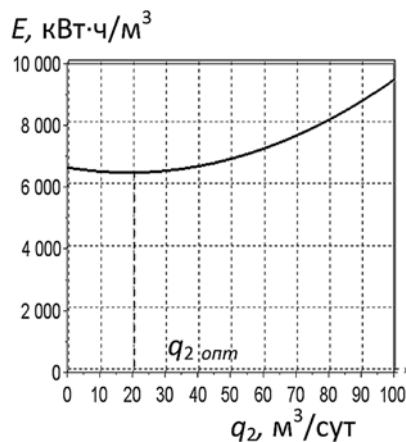
Рис. 6. Система координированного управления группой нефтедобывающих скважин



а)



б)



в)

Рис. 5. Зависимость энергоёмкости $E(q_1, q_2)$ группы из двух скважин от распределения их дебитов q_1, q_2 :

а — 3D-график; б — проекция зависимости на плоскость (E, q_1) ; в — проекция зависимости на плоскость (E, q_2)

В случае если информация о текущих возмущениях R_i недоступна, реализуется итерационный алгоритм активного поиска с использованием текущей информации о суммарном энергопотреблении скважин.

Таким образом, управление группой нефтедобывающих скважин обеспечивает возможность снижения энергоемкости параллельных технологических систем на основе координированного управления процессами с использованием оптимального распределения производительностей.

Заключение

В работе рассмотрен подход к повышению энергоэффективности параллельных технологических систем, находящихся под действием внешних распределенных возмущений, на основе оптимального координированного управления локальными процессами. Предложен принцип минимизации энергоемкости на основе оптимального распределения производительностей процессов, входящих в технологическую систему. Рассмотрен способ построения двухуровневой системы управления с координатором, реализующий данный принцип в реальном времени. Представлены аналитический и итерационный алгоритмы работы координатора, обеспечивающего поиск оптимального распределения локальных производительностей. На примере управления группой из двух нефтедобывающих скважин показана эффективность применения предложенного подхода, обеспечивающего значитель-

ное снижение энергоемкости параллельной технологической системы по сравнению с традиционным способом управления.

Список литературы

1. ГОСТ Р 51750—2001 Энергосбережение. Методика определения энергоемкости при производстве продукции и оказании услуг в технологических энергетических системах. Общие положения.
2. ГОСТ 27.004—85. Надежность в технике. Системы технологические. Термины и определения.
3. Садовский В. В., Самойлов М. В., Кохно Н. П. и др. Производственные технологии. Минск: БГЭУ, 2008. 431 с.
4. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973. 344 с.
5. Васильев В. И., Гусев Ю. М., Ефанов В. Н. и др. Многоуровневое управление динамическими объектами. М.: Наука, 1987. 309 с.
6. Васильев В. И., Ильясов Б. Г. Интеллектуальные системы управления. Теория и практика М.: Радиотехника, 2009. 392 с.
7. Владимиров И. В., Хисамутдинов Н. И., Тазиев М. М. Проблемы разработки водонефтяных и частично заводненных зон нефтяных месторождений. М.: ВНИИОЭНГ, 2007. 360 с.
8. Нугаев И. Ф., Васильев В. И. Управление процессами скважинной добычи нефти на основе каскадных алгоритмов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. № 5. С. 321—326.
9. Merlet J.-P., Gosselin C. Parallel Mechanisms and Robots // Springer Handbook of Robotics. Ref. Work. 2008. P. 269—285.
10. Baeten J., Bert van Beek, Markovski J., Somers L. Coordination Control of Complex Machines. In: Coordination Control of Distributed Systems // Lecture Notes in Control and Information Sciences. 2015. Vol. 456. P. 61—68.
11. Anderson D., Howard T., Apfelbaum D., Herman H., Kelly A. Coordinated Control and Range Imaging for Mobile Manipulation. — In: Lecture Notes in Control and Information Sciences // Proc. of the Eleventh International Symposium of Experimental Robotics (ISER), Athens, Greece. 2006. P. 547—556.

Increase of the Energy Efficiency of the Parallel Technological Systems on the Basis of the Optimal Coordinated Control of the Processes

I. F. Nugaev, Professor, Department of Electronics and Biomedical Technology, inugaev@yandex.ru✉,
V. I. Vasilyev, Head of Department of Computer Engineering and Information Security, vasilyev@ugatu.ac.ru,
Ufa State Aviation Technical University, Ufa, 450000, Russian Federation

Corresponding author: Nugaev Ildar F., D. Sc., Professor,
Ufa State Aviation Technical University
Ufa, 450000, Russian Federation, e-mail: inugaev@yandex.ru

Received on June 15, 2016

Accepted on June 24, 2016

The article presents an approach to increasing of the energy efficiency of the parallel technological systems based on optimal coordinated processes control and the principle of minimization of the energy consumption based on the optimal distribution of the capacities of the parallel processes with account of the local disturbances. The principle is based on the assumption that in order to reduce the energy consumption of a parallel system it is necessary to decrease its processes' capacities with a high level of local disturbances, preserving the required total system productivity by increasing the capacities of the processes with the low levels of the local disturbances. The assumption is based on the fact that, as a rule, the processes with a high level of the local disturbances have higher local energy consumption than the processes with a low level of disturbances. It is shown that the problem of the optimal capacities distribution is a task of a multiparameter optimization with constraints. The paper discusses implementation of this principle on the basis of a two-level control system with a coordinator. The coordinator's task is to compute the values of the optimal local capacities in real time based on information concerning the current values of the local disturbances. The values of the optimal local capacities are fed into the local automatic control systems, which implement the appropriate control actions concerning the local processes. The analytical and iterative algorithms for the optimal coordination of the local capacities values is considered. The analytical algorithm is based on Lagrange's method, while the iterative algorithm

is based on the search for an active gradient solution. The paper considers application of the proposed approach for saving the energy consumption of an oil-production wells group. Here, the parallel technological system includes the oil-production wells as the local processes. The results of the numerical experiments show feasibility of saving energy by more than 5 % in comparison with a technological system without the optimal distribution of the productive capacities. Thus, the proposed approach can reduce significantly the energy consumption of a parallel technological system without an expensive modernization of its technology.

Keywords: energy consumption, parallel technological system, multi-level control system, coordinated control, multiparameter optimization, oil-production wells group

For citation:

Nugaev I. F., Vasilyev V. I. Increase of the Energy Efficiency of the Parallel Technological Systems on the Basis of the Optimal Coordinated Control of the Processes, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 12, pp. 847–853.

DOI: 10.17587/mau.17.847-853

References

1. **GOST P 51750—2001** (state standard) Energy conservation. Methods for determination of energy capacity on production of output and rendering of services in technological energy systems. General principles (in Russian)
2. **GOST 27.004—85** (state standard) Industrial product dependability. Technological systems. Terms and definitions (in Russian)
3. **Sadovskii V. V., Samoilov M. V., Kohno N. P., Kovalev A. N., Perminov E. V., Panevchik V. V., Mironovich I. M., Tarasevich V. L.** Production technology: textbook, Minsk, BSEU, 2008. 431 p. (in Russian).
4. **Mesarovic M., Mako D., Takahara Y.** Theory of hierarchical multi-level systems, Moscow, Mir Pub., 1973. 334 p. (in Russian).

5. **Vasilyev V. I., Gusev Yu. M., Efanov V. N., Krymsky V. G.** Multi-level control of dynamic objects, Moscow, Nauka Pub., 1987, 309 p. (in Russian).

6. **Vasilyev V. I., Ilyasov B. G.** Intelligent control systems. Theory and practice, Moscow, Radiotekhnika, 2009, 392 p. (in Russian).

7. **Vladimirov I. V., Khisamutdinov N. I., Taziev M. M.** Problems of development of water-oil and partially flooded areas of oil fields, Moscow, VNIIOENG Pub., 2007, 360 p. (in Russian).

8. **Nugaev I. F., Vasilyev V. I.** Control of oil-well production on the basis of cascade algorithms, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, no. 5, pp. 321–326 (in Russian).

9. **Merlet J.-P., Gosselin C.** Parallel Mechanisms and Robots, *Springer Handbook of Robotics, Ref. Work*, 2008, pp. 269–285.

10. **Baeten J., Bert van Beek, Markovski J., Somers L.** Coordination Control of Complex Machines. — In: Coordination Control of Distributed Systems, *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 2015, vol. 456, pp. 61–68.

11. **Anderson D., Howard T., Apfelbaum D., Herman H., Kelly A.** Coordinated Control and Range Imaging for Mobile Manipulation, *Lecture Notes in Control and Information Sciences, Proceedings of the Eleventh International Symposium of Experimental Robotics (ISER)*, Athens, Greece, 2006, pp. 547–556.

УДК 004.942

DOI:10.17587/mau.17.853-859

Ю. И. Буряк, канд. техн. наук, нач. подразделения, buryak@gosniias.ru,

А. А. Скрынников, канд. техн. наук, вед. инженер, a1260@mail.ru,

Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, Москва

Алгоритмы оптимального распределения ресурсов в задаче планирования изготовления протяжного инструмента для производства авиационных двигателей¹

Предложен подход к решению задачи планирования воспроизводства протяжного инструмента с учетом использования остаточного ресурса его существующего состава. Разработан алгоритм расчета необходимого числа заказываемых новых протяжек, проведена оценка вероятности выполнения такого заказа с использованием математического аппарата статистического анализа. Приведены результаты формирования вариантов использования существующих протяжек с известным остаточным ресурсом, проведены расчеты надежности каждого варианта, а также сформированы рекомендации по выбору оптимального варианта, доказывающие применимость предложенного подхода.

Ключевые слова: планирование изготовления, протяжной инструмент, ресурс, цикл воспроизводства

Введение

Получение пазов сложно-фасонного профиля в дисках турбин сегодня является одним из самых трудоемких производственных процессов при изготовлении авиационных двигателей. Наиболее эффективным методом получения элементов такого типа является протягивание, выполняемое на специализированных станках с применением протяжного инструмента (протяжек). Протяжки раз-

личных конструкций являются одними из наиболее дорогих инструментов для выполнения металлообработки. Подчас каждая протяжка при своем изготовлении требует наивысшей точности и правильного расчета. Это обусловлено тем, что инструмент при протягивании работает в наиболее тяжелых и суровых условиях огромных нагрузок (растяжение, сжатие, изгиб, абразивное и адгезионное выкрашивание лезвий протяжки) [1].

Организация эффективного использования и своевременного воспроизводства сложно-профильного режущего инструмента (долбяки, протяжки,

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 15-08-04342а.

червячные фрезы и пр.) представляет собой одно из ключевых условий достижения плановых показателей (временных, ресурсных, качества и пр.) при изготовлении наиболее ответственных и дорогостоящих узлов и агрегатов (дисков турбин, компрессоров и пр.) сложных изделий авиационной техники (АТ).

В основу существующего порядка организации изготовления инструмента положены известные методы расчета его расхода, а именно: статистический, по нормам оснастки рабочих мест, по нормам расхода [2—4].

При использовании статистического метода расчет фактического расхода инструмента, приходящегося на единицу выпуска продукции в стоимостном выражении или на 1000 ч работы оборудования той группы, на которой используется соответствующий инструмент, проводится на основе отчетных данных за прошлый период (обычно год). Статистический метод расчета расхода инструмента может дать значительную погрешность, потому он находит применение лишь в единичном и мелкосерийном производстве (в том числе для вспомогательных производств) и для расчета расхода инструмента, по которому трудно установить сроки службы (слесарно-сборочный, некоторые виды мерительного).

В основе метода расчета по нормам оснастки принимается количество инструмента, которое должно одновременно находиться на соответствующем рабочем месте в течение всего планового периода. По этому методу рассчитывается, главным образом, инструмент долговременного пользования, выдаваемый рабочему по инструментальным книжкам, находящийся у него до полного износа (универсальный режущий, мерительный, вспомогательный, универсальный кузнечный, литейный и др.) и применяемый во вспомогательных производствах.

Метод расчета по нормам расхода используется для определения количества инструмента данного типоразмера, расходуемого (изнашиваемого) при обработке одной детали или изделия. Для удобства расчета часто норму расхода инструмента определяют на 100 или 1000 штук деталей (изделий).

При всех внешних различиях в способах оценки необходимого количества инструмента основная идея рассматриваемых методов предполагает гарантированное оснащение рабочих мест необходимым объемом средств без учета индивидуальных особенностей состояния его конкретного экземпляра, вызванного механическими характеристиками протягиваемого изделия, условиями использования инструмента, восстановления его ресурса и пр.

В этом случае, безусловно, имеет место минимизация рисков срыва производственных планов при изготовлении изделий АТ, однако такой подход сопровождается необоснованным превышением затрат и соответствующим снижением конкурентоспособности выпускаемой продукции.

Поэтому современное машиностроительное производство, реализующее концептуальные положе-

ния Lean-философии (так называемое "Бережливое производство") [5—8] развивается в направлении всестороннего устранения потерь, к которым относятся, в том числе: перепроизводство продукции, избыток запасов, производственные задержки и пр.

Полное использование остаточных ресурсов существующего состава протяжного инструмента (по номенклатуре и объему) на основе прослеживания его индивидуальных характеристик [9] при соответствующем сокращении количества вновь изготавливаемого инструмента рассматривается в качестве важного условия повышения экономической эффективности при изготовлении изделий АТ.

В связи с вышеизложенными особенностями протяжного инструмента (значимости для производства авиационных двигателей, повышенных требований к качеству, высокой стоимости и точности изготовления) задача оптимального распределения протяжного инструмента в производстве авиационных двигателей является актуальной.

Постановка задачи

Для выполнения производственного задания по выпуску N единиц изделий, например дисков турбин, используются I производственных линий (станков), на каждой из которых одновременно обрабатываются заготовки, например, протягиваются пазы дисков турбин. На каждой линии режущий инструмент (протяжки) комплектуется в кассеты; каждая кассета содержит m протяжек. После обработки заготовки кассета разбирается, протяжка перетачивается, и после этого протяжка подвергается контролю. Если протяжка проходит контроль, то она используется при обработке следующей заготовки. Число переточек ограничено заданным числом — при достижении предельного числа рабочих циклов протяжка снимается вне зависимости от ее состояния. По результатам обработки статистических данных закон распределения числа рабочих циклов протяжек известен.

Перед выполнением задания проводится расчет необходимого числа закупаемых новых протяжек. В силу того, что число рабочих циклов, выдерживаемых протяжкой, случайно, число закупаемых протяжек должно обеспечить выполнение задания с вероятностью не меньше заданной.

Однако при таком подходе неизбежно остаются протяжки с использованным не до конца (остаточным) ресурсом. Возникает вопрос обоснования числа закупаемых новых протяжек для выполнения следующего задания с учетом возможности использования протяжек с остаточным ресурсом.

Для решения поставленной задачи необходимо реализовать следующую последовательность действий:

- сформировать возможные варианты замены в кассете новой протяжки протяжкой или совокупностью протяжек с остаточным ресурсом;

- рассчитать вероятность выполнения задачи комплектом новых и "старых" протяжек для каждого из сформированных вариантов;
- выбрать вариант, который обеспечил бы выполнение задания с заданной вероятностью и с минимальным числом закупаемых новых протяжек.

Математическая постановка задачи заключается в следующем. На j -й линии должно быть отработано N_j заготовок, $N_1 + \dots + N_l = N$. Кассета содержит m однотипных протяжек. Закон распределения $P(X = k) = p_k$ числа X рабочих циклов протяжки известен; $k = 1, \dots, K$, где K — предельное число рабочих циклов. Задано число n протяжек с остаточным ресурсом, и для каждой такой протяжки известно число отработанных циклов, т.е. задан массив $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$.

Необходимо найти:

1) минимально допустимое число новых протяжек, необходимое для выполнения задания с заданной вероятностью;

2) оптимальную по минимальной стоимости заказа новых протяжек комплектацию кассеты протяжками с остаточным ресурсом при заданном уровне вероятности обеспечения выполнения планового задания.

Алгоритм расчета необходимого числа заказываемых новых протяжек

В случае, когда для выполнения заказа используются только новые протяжки, необходимое их число определяется следующим образом.

Первоначальная оценка числа r протяжек может быть проведена по формуле

$$r = mr_0, \quad (1)$$

где r_0 — число протяжек, последовательно используемых для замены каждой из m протяжек:

$$r_0 = \left\lceil \frac{N_j}{K} \right\rceil, \quad (2)$$

$\lceil \cdot \rceil$ — символ округления до ближайшего большего целого числа.

Вероятность того, что r_0 протяжек будет достаточно для выполнения N_j циклов, определяется как $P(Y \geq N_j)$, где Y — случайная величина — суммарное число отработанных циклов r_0 протяжками.

Случайная величина Y является суммой r_0 одинаково распределенных случайных величин $X_1, X_2, \dots, X_{r_0}$, которые составляют число рабочих циклов (до списания) первой, второй, ..., r_0 протяжки.

Перейдем к расчету вероятности $P(Y \geq N_j)$.

При $r_0 = 1$ максимально возможное число рабочих циклов равно K , тогда

$$P(Y \geq N_j) = P(X \geq N_j) = \begin{cases} \sum_{k=1}^K P(X = k) & \text{при } X \geq N_j \text{ и } N_j < K; \\ 0 & \text{при } X < N_j \text{ или } N_j > K; \end{cases}$$

или

$$P(Y \geq N_j) = \theta(K - N_j) \sum_{k=1}^K P(X = k) \theta(k - N_j), \quad (3)$$

где $\theta(\cdot)$ — функция Хевисайда: $\theta(n) = \begin{cases} 1 & \text{при } n \geq 0; \\ 0 & \text{при } n < 0. \end{cases}$

При $r_0 = 2$ максимально возможное число рабочих циклов равно $2K$, тогда

$$P(Y \geq N_j) = P(X_1 + X_2 \geq N_j) = \begin{cases} \sum_{k_1=1}^K \sum_{k_2=1}^K P(X_1 = k_1) P(X_2 = k_2) & \text{при } X_1 + X_2 \geq N_j \text{ и } N_j < 2K; \\ 0 & \text{при } X_1 + X_2 < N_j \text{ или } N_j > 2K \end{cases}$$

или

$$P(Y \geq N_j) = \theta(2K - N_j) \times \sum_{k_1=1}^K \sum_{k_2=1}^K P(X_1 = k_1) P(X_2 = k_2) \theta(k_1 + k_2 - N_j). \quad (4)$$

Сопоставив формулы (3) и (4), получим закономерность для произвольного значения r_0 в виде

$$P(Y \geq N_j) = \theta(r_1 K - N_j) \sum_{k_1=1}^K \dots \sum_{k_{r_1}=1}^K P(X_1 = k_1) \cdot \dots \cdot P(X_{r_1} = k_{r_1}) \theta\left(\sum_{i=1}^{r_1} k_i - N_j\right). \quad (5)$$

Рассмотрим пример. Пусть закон распределения случайной величины X задан при $K = 10$ (таблица, рис. 1).

Закон распределения числа рабочих циклов протяжки

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_k	0	0	0	0	0,01	0,02	0,03	0,05	0,20	0,69

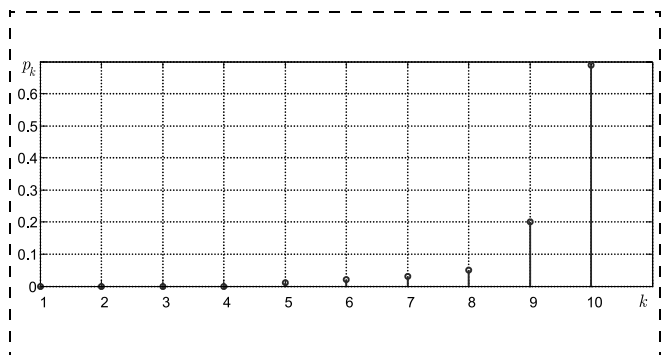


Рис. 1. Закон распределения числа рабочих циклов протяжки до списания

Алгоритм расчета надежности при использовании протяжек с остатком ресурса

Протяжка с остаточным ресурсом может быть однозначно охарактеризована числом отработанных циклов; число Z оставшихся до списания циклов — случайная величина, закон распределения которой будет зависеть от числа отработанных циклов. Обозначим v — число отработанных циклов, тогда максимально возможное число оставшихся циклов будет равно $K_v = K - v$, а случайная величина $Z = X - v$ будет изменяться в диапазоне от 1 до K_v .

Закон распределения случайной величины X известен; известно также, что протяжка уже отработала v циклов. По теореме умножения вероятностей [10]

$$P(X = k) = P(X > v)P(X = k|X > v),$$

откуда

$$P(X = k|X > v) = \frac{P(X = k)}{P(X > v)},$$

тогда условный закон распределения случайной величины Z будет иметь вид

$$P(Z = s|X > v) = \frac{P(X = s + v)}{P(X > v)}, \text{ где } s = 1, \dots, K_v. \quad (6)$$

На рис. 3 приведены результаты расчетов условного закона распределения $P(Z = s|X > v)$ для случайной величины X , закон распределения которой задан в таблице. Очевидно, что при $v = 9$ условная вероятность $P(Z = 1|X > v) = 1$.

Зная условный закон распределения $P(Z = s|X > v)$, можно найти вероятность того, что заданная комбинация, включающая r_0 новых протяжек, r_1 протяжек, отработавших 1 цикл, r_2 протяжек, отработавших 2 цикла, и т.д. будет достаточна для выполнения N_j циклов.

Рассмотрим одну протяжку, отработавшую v циклов. Вероятность того, что эта протяжка может быть использована при обработке еще N_j заготовок, равна

$$P(Y \geq N_j) = \theta(K_v - N_j) \times \sum_{k=1}^{K_v} P(Z = k|X > v) \theta(k - N_j), \quad (7)$$

где условная вероятность $P(Z = k|X > v)$ определяется по формуле (6), а $K_v = K - v$.

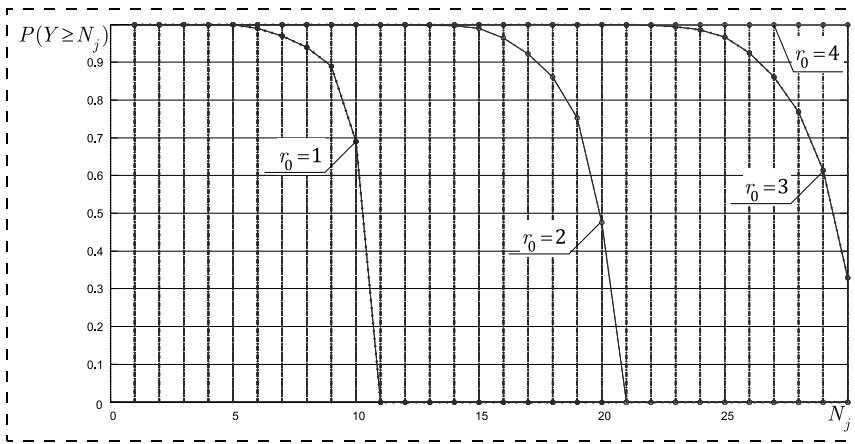


Рис. 2. Вероятность выполнения рабочего задания при использовании заданного числа протяжек

Рассчитаем на основе зависимости (5) вероятности $P(Y \geq N_j)$ для $N_j = 1 \dots 30$ при $r_0 = 1 \dots 4$ (рис. 2).

Полученные результаты позволяют оценить вероятность того, что заданного числа r_0 протяжек для замены каждой из m протяжек будет достаточно для выполнения задания. Так, например, для заданного распределения $P(X = k)$ при $N_j = 17$ две протяжки обеспечивают вероятность $P_d = 0,9225$, а три и более — вероятность 1.

Перейдем к кассете в целом. Вероятность P_k того, что $r = mr_0$ протяжек кассеты достаточно для выполнения задания, можно рассчитать по формуле произведения вероятностей: $P_k = (P_d)^m$. В результате, определив вероятности P_k для каждой из l производственных линий, можно найти конечную вероятность P_3 того, что заданный комплект новых протяжек будет достаточен для обработки N заготовок.

В случае, если полученная вероятность окажется ниже требуемой, необходимо рассмотреть вариант с большим числом протяжек.

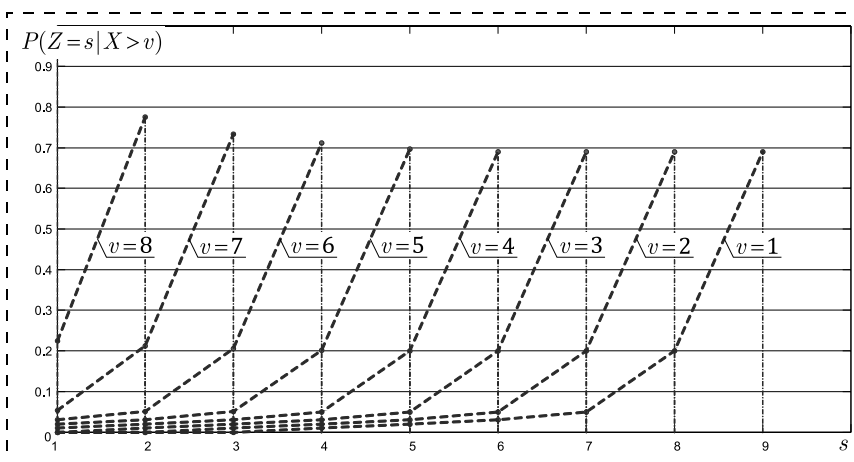


Рис. 3. Условный закон распределения числа рабочих циклов протяжки до списания для разного числа отработанных циклов

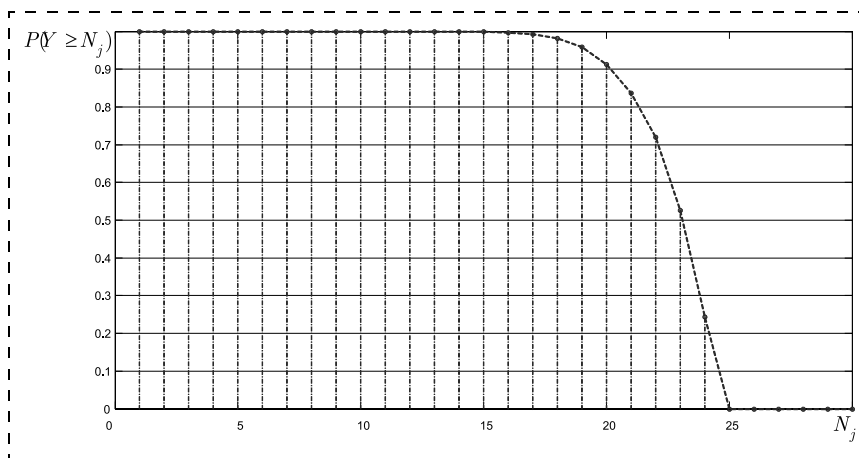


Рис. 4. Вероятность выполнения рабочего задания при использовании комплекта протяжек с заданным числом отработанных циклов

Для двух протяжек, отработавших v_1 и v_2 циклов соответственно, искомая вероятность может быть определена по формуле

$$P(Y \geq N_j) = \theta(K_{v_1} + K_{v_2} - N_j) \times \sum_{k_1=1}^{K_{v_1}} \sum_{k_2=1}^{K_{v_2}} P(Z_1 = k_1 | X > v_1) \times P(Z_2 = k_2 | X > v_2) \theta(k_1 + k_2 - N_j), \quad (8)$$

где случайные величины Z_1 и Z_2 — число оставшихся до списания циклов первой и второй протяжек соответственно.

Для произвольного числа протяжек:

$$P(Y \geq N_j) = \theta\left(\sum_{i=1}^n K_{v_i} - N_j\right) \times \sum_{k_1=1}^{K_{v_1}} \dots \sum_{k_n=1}^{K_{v_n}} P(Z_1 = k_1 | X > v_1) \cdot \dots \cdot P(Z_n = k_n | X > v_n) \theta\left(\sum_{i=1}^n k_i - N_j\right). \quad (9)$$

В качестве примера рассмотрим комплект четырех протяжек: $v_1 = 0$; $v_2 = 4$; $v_3 = 5$; $v_4 = 7$. Результаты расчета вероятности $P(Y \geq N_j)$ для $N_j = 1 \dots 30$ такого комплекта приведены на рис. 4.

Алгоритм генерирования перестановок с повторениями

Для формирования всех вариантов множества за счет перестановок его элементов и в случае наличия повторяющихся элементов воспользуемся алгоритмом, основанном на лексикографическом порядке.

Если в некотором линейно упорядоченном алфавите символ α стоит раньше символа β , то считается, что $\alpha < \beta$, т.е. α лексикографически меньше,

чем β [11]. Тогда слово a предшествует слову b , если первые m символов слов совпадают, а $(m + 1)$ -й символ слова a меньше $(m + 1)$ -го символа слова b . Применительно к цифровым перестановкам лексикографический порядок порождает возрастающую последовательность натуральных чисел [12], например, перестановки из цифр 1, 2, 3 образуют лексикографическую последовательность

$$(123) < (132) < (213) < (231) < (312) < (321).$$

Число перестановок из n различных элементов равно $n!$.

Если исходное множество содержит повторяющиеся элементы, например, n_1 элементов первого типа, n_2 элементов второго типа, ..., n_k элементов k -го типа, то число перестановок, которое можно образовать из n элементов, $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$, равно

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}.$$

В работах [11—13] рассмотрены различные методы генерирования перестановок без повторений. Для генерирования перестановок с повторениями модифицируем алгоритм генерирования перестановок без повторений, изложенный в работе [11].

Алгоритм генерирования перестановок с повторениями заключается в следующем.

1. Упорядочить элементы массива $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$.
2. Путем просмотра справа налево найти самый правый элемент v_i , который меньше своего соседа справа v_{i+1} .
3. Найти наименьший элемент v_j , расположенный справа от v_i , который больше v_i .
4. Поменять местами элементы v_j и v_i .
5. Упорядочить элементы справа от v_j (т.е. ячейки с номерами от $i + 1$ до n).

Например, исходный массив содержит четыре элемента (1233).

Первый вариант перестановки — исходный упорядоченный массив (1233). Находим самый правый элемент v_i , который меньше своего соседа справа v_{i+1} : $v_2 < v_3$ ($2 < 3$). Наименьший элемент v_j , расположенный справа от v_2 и, который больше v_2 : $v_3 = 3$. Меняем местами v_2 и v_3 , получаем (1323). Элементы v_3, v_4 уже получились упорядоченные, поэтому второй вариант — (1323).

Находим самый правый элемент v_i , который меньше своего соседа справа v_{i+1} : $v_3 < v_4$ ($2 < 3$). Справа элементов нет. Меняем местами v_3 и v_4 , получаем третий вариант (1332).

Находим самый правый элемент v_i , который меньше своего соседа справа v_{i+1} : $v_1 < v_2$ ($1 < 3$). Наименьший элемент v_j справа от v_1 , который

больше $v_1: v_4 = 2$. Меняем местами v_1 и v_4 , получаем (2331). Упорядочиваем элементы справа от v_1 (т.е. элементы $v_2...v_4$), получаем четвертый вариант (2331). И т.д.

В результате получим:

(1233), (1323), (1332), (2133), (2313), (2331),
(3123), (3132), (3213), (3231), (3312), (3321)

(12 упорядоченных вариантов).

Таким образом, результатом работы алгоритма является перечень всех возможных вариантов размещения n элементов, среди которых могут быть повторяющиеся. Каждый такой вариант может быть представлен в виде $(v_{i1}, v_{i2}, ..., v_{in})$, где v_{ij} — значение переменной v , стоящей на j -м месте в i -м варианте перестановок.

Расчет надежности различных вариантов использования протяжек с остатком ресурса

Рассмотрим возможные варианты использования протяжек с остатком ресурса и порядок оценки вероятности выполнения заказа для каждого из таких вариантов.

Пусть для выполнения заказа на j -й линии должно быть обработано N_j заготовок. Число протяжек r_0 , последовательно использованных для замены каждой из m протяжек, определяется по формуле (2), при этом проводится проверка вероятности $P(Y \geq N_j)$. Вероятность $P(Y \geq N_j)$ для комплекта новых протяжек определяется по формуле (5). Если вероятность $P(Y \geq N_j)$ окажется ниже требуемой, то значение r_0 увеличивается на единицу и так до тех пор, пока не будет достигнута требуемая вероятность.

Теперь рассмотрим i -й вариант перестановок $(v_{i1}, v_{i2}, ..., v_{in})$. Вместо новой протяжки возьмем первый элемент v_{i1} и рассчитаем вероятность $P(Y \geq N_j)$ для комплекта, включающего $r_0 - 1$ новых протяжек и первую по списку протяжку v_{i1} : $(v_0, ..., v_0, v_{i1})$.

Если $P(Y \geq N_j) \geq P_{\text{треб}}$, то переходим к следующей протяжке; в противном случае комплект пополняется протяжкой v_{i2} , проверяется условие $P(Y \geq N_j) \geq P_{\text{треб}}$ для комплекта $(v_0, ..., v_0, v_{i1}, v_{i2})$, и так до тех пор,

пока не будет достигнута требуемая вероятность, после чего переходим к следующей протяжке. Замена заканчивается, когда либо исчерпан ряд $(v_{i1}, v_{i2}, ..., v_{in})$, либо проведена замена всех r_0 новых протяжек.

После этого фиксируется число R сэкономленных новых протяжек, рассчитывается вероятность P_k для каждой линии и вероятность P_3 для задания в целом.

Таким образом, для каждого i -го варианта перестановок находятся значения R_i и P_{3i} .

Выбор оптимального варианта использования протяжек с остатком ресурса проводится следую-

щим образом. Сначала отбираются те варианты, у которых $P_{3i} > P_3$ треб, из них выбираются варианты с максимальным значением R_i , а затем из выбранных вариантов **выбирается один вариант, у которого значение P_{3i} — максимально.**

Закключение

Предложен подход к решению одной из задач повышения эффективности процессов при изготовлении изделий АТ за счет полного использования остаточных ресурсов существующего состава протяжного инструмента (по номенклатуре и объему) и сокращения числа вновь изготавливаемого инструмента. Разработаны алгоритмы расчета необходимого числа заказываемых новых протяжек (по номенклатуре и объему) и приведен расчет вероятности выполнения планового задания для такого заказа. Разработан алгоритм расчета вероятности выполнения планового задания при использовании протяжек с остатком ресурса. Рассмотрены алгоритмы формирования вариантов комплектования протяжек с учетом остаточного ресурса и приведен расчет надежности каждого варианта. Сформированы рекомендации по выбору оптимального по стоимости варианта, доказывающие применимость предложенного подхода.

Список литературы

1. Братухин А. Г., Язов Г. К., Карасев Б. Е., Елисеев Ю. С., Крымов В. В., Нежурин И. П. Современные технологии в производстве газотурбинных двигателей / Под ред. А. Г. Братухина, Г. К. Язова, Б. Е. Карасева. М.: Машиностроение, 1997. 408 с.
2. Организация и планирование машиностроительного производства / Под ред. Ю. В. Скворцова, Л. А. Некрасова. М.: Высшая школа 2003.
3. Экономика, организация и управление на предприятии / Корсаков М. Н., Ребрин Ю. И., Федосова Т. В., Макареня Т. А., Шевченко И. К.; Под ред. М. А. Боровской. Таганрог: Изд. ТТИ ЮФУ, 2008. 440 с.
4. Методические указания по нормированию расхода режущего инструмента на предприятиях автосельхозмаша / Под ред. Артемова С. Д., Баженова В. И., Воловича В. А., Полякова В. Г., Змиева А. И., Минск: Высшая школа, 1989.
5. Womack J. P., Jones D. T. Lean thinking. New York: Free Press, 2003.
6. ГОСТ Р 56020—2014 "Бережливое производство. Основные положения и словарь". М.: Стандартинформ, 2014.
7. Womack P. J., Jones D. T., Roos D. The Machine That Changed the World: The Story of Lean Production. New York: Harper Perennial, 1991.
8. Liker J. K., Meier D. The Toyota Way Fieldbook: A Practical Guide for Implementing Toyota's 4Ps. New York: McGraw-Hill, 2005.
9. Буряк Ю. И., Калинин В. Л. Оперативное управление состояниями авиационной техники и связанных с ними процессов жизненного цикла на базе концепции "совмещенных потоков" // Матер. 8-й Всеросс. мультиконф. по проблемам управления "Управление в интеллектуальных, эргадических и организационных системах". 2015. Т. 1. С. 127—129.
10. Ledermann W., Lloyd E. ed. Handbook of Applicable Mathematics, volume VI: Statistics. Part A, B. John Wiley & Sons, Inc., 1984.
11. Кнут Д. Искусство программирования. Т. 4, Вып. 2. М.: Вильямс, 2008. 160 с.
12. Волосатова Т. М., Родионов С. В. Методы комбинаторных вычислений. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. 103 с.
13. Липский В. Комбинаторика для программистов. М.: Мир, 1988. 200 с.

Algorithms for the Optimal Distribution of Resources in the Task of Manufacturing of the Broaching Tools for Production of the Aircraft Engines

Yu. I. Buryak, buryak@gosniias.ru✉, A. A. Skrynnikov, a1260@mail.ru,
State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, 125167, Russian Federation

Corresponding author: **Buryak Yuri I.**, Ph. D., Chief of Department,
State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, 125167, Russian Federation,
e-mail: buryak@gosniias.ru

Received on June 15, 2016

Accepted on August 16, 2016

An approach is proposed to solving of the task of planning of reproduction of the broaching tools with the use of the residual life of its present composition. A criterion was formed for selection of the optimal solution — the minimal number of the tools (broaches), needed for a guaranteed performance of the task. The authors considered a procedure for estimation of the probability of implementation of the work assignment by a kit of manufactured broaching tools, based on the law of distribution of the number of the working tool cycles. An algorithm was developed for calculation of the minimal number of the necessary broaches, which ensured performance of the task with a set guaranteed probability. The algorithm for evaluation of the possibility of using the broaches with a residual resource envisages construction of a conditional law of distribution of the number of the cycles remaining before their disposal, depending on the number of the used cycles. Knowing the law of distribution of the number of the operating cycles of the new broach and the conditional law of distribution of the remaining cycles of the broaches with the remaining resource, it is necessary to calculate the probability, that a set of a predetermined number of the new broaches and the broaches with the remaining resource of the known values of the used cycles ensure implementation of the work assignment. A formula was derived for calculation of the probability of performance of the task by a mixed kit of broaches. The authors presented an example of calculation of the sought probability for a cassette with a mixed kit of four broaches. The algorithm for selection of the optimal mixed sets is based on formation of all possible versions of the use of the broaches with remaining resource and estimation of the probability of performance of the work assignment for each of them. In order to form a complete set of options of different numbers of new broaches and broaches with different residual resources the authors proposed an algorithm for generation of permutations with repetitions based on the lexical order. For selection of the optimal use of the broaches with the remaining resources a calculation was done of the probability of performance of the work assignment for each of the possible configuration options. The optimal option is chosen from the condition of performance of the work assignment with a probability, which is not less than the required guaranteed probability at the lowest costs for the purchase of new broaches. The results were presented of formation of options of the use of the existing broaches with the known residual resources, the reliability of each option was calculated, and recommendations were formed for selection of the best option, proving applicability of the proposed approach.

Acknowledgements: This work was supported by RFBR, project number 15-08-04342a

For citation:

Buryak Yu. I., Buryak Yu. I. Algorithms for the Optimal Distribution of Resources in the Task of Manufacturing of the Broaching Tools for Production of the Aircraft Engines, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 12, pp. 853—859.

DOI: 10.17587/mau.17.853-859

References

1. **Bratukhin A. G., Yazov G. K., Karasev B. E., Eliseev Yu. S., Krymov V. V., Nezhurin I. P.** *Sovremennye tekhnologii v proizvodstve gazoturbinnnykh dvigatelei* (Modern technologies in the production of gas turbine engines), Edited by A. G. Bratukhin, G. K. Yazov, B. E. Karasev, Moscow, Mashinostroenie, 1997, 408 p. (in Russian).
2. **Skvorchov Yu. V., Nekrasov L. A.** ed. *Organizatsiya i planirovanie mashinostroitel'nogo proizvodstva* (Organization and planning of machine-building production), Moscow, Vysshaya shkola, 2003 (in Russian).
3. **Korsakov M. N., Rebrin Yu. I., Fedosova T. V., Makarenko T. A., Shevchenko I. K.** *Ekonomika, organizatsiya i upravlenie na predpriyatii* (Economics, organization and management in the enterprise), Edited by M. A. Borovskoy, Taganrog, Publishing house of TTIIYuFU, 2008, 440 p. (in Russian).
4. **Artemov S. D., Bazhenov V. I., Volovich V. A., Polyakov V. G., Zmeev A. I.** ed. *Metodicheskie ukazaniya po normirovaniyu raskhoda rezhushchego instrumenta na predpriyatiyakh avtosel'khozmashe* (Guidelines for standardizing of the cutting tool consumption in enterprises of Autosel'khozmashe), Minsk, Vysshaya shkola, 1989 (in Russian).

5. **Womack J. P., Jones D. T.** Lean thinking, New York, Rawson Associates, 2003.
6. **National Standard R 56020—2014** "Lean production. Fundamentals and vocabulary", Moscow, Standartinform, 2014 (in Russian).
7. **Womack J. P., Jones D. T., Roos D.** The Machine That Changed the World: The Story of Lean Production, Chicago, Free Press, 1990, 352 p.
8. **Liker J. K., Meier D.** The Toyota Way Fieldbook: A Practical Guide for Implementing Toyota's 4Ps., New York, McGraw-Hill, 2005.
9. **Buryak Yu. I., Kalinin V. L.** *Operativnoe upravlenie sostoyaniyami aviatsionnoi tekhniki i svyazannykh s nimi protsessov zhiznennogo tsikla na baze kontseptsii "sovmeshchennykh potokov"* (Operative control of the state of aviation equipment and related life cycle processes on the base of "associated streams" concept), *Materials of the 8th All-Russian multiconference management problems "Management in intellectual, ergodic and organizational systems"*, Rostov na Donu, Publishing house of the Southern Federal University, 2015, vol. 1, pp. 127—129 (in Russian).
10. **Ledermann W., Lloyd E.** ed. Handbook of Applicable Mathematics, vol. VI: Statistics. Part A, B. Chichester, John Wiley & Sons, Inc., 1984.
11. **Knut D.** *Iskusstvo programmirovaniya* (Art of Computer Programming), vol. 4, release 2, Moscow, Williams, 2008, 160 p. (in Russian).
12. **Volosatova T. M., Rodionov S. V.** *Metody kombinatornykh vychislenii* (Methods of combinatorial computing), Moscow, Publishing House of the MSTU Named N. E. Bauman, 2011, p. 103 (in Russian).
13. **Lipskiy V.** *Kombinatorika dlya programmistov* (Combinatorics for programmers), Moscow, Mir, 1988, 200 p. (in Russian).

УКАЗАТЕЛЬ СТАТЕЙ, опубликованных в журнале "Мехатроника, автоматизация, управление" в 2016 г.

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф., Саттарова У. Э., Рзаева Н. Э.** Технология формирования робастных корреляционных матриц математических моделей динамики объектов управления. № 3
- Атамуратов А. Ж., Михайлов И. Е., Муравей Л. А.** Проблема моментов в задачах управления упругими динамическими системами. № 9
- Афанасьев Г. Д., Афанасьева И. Г.** Расчет параметров распределенных систем автоматического регулирования с параллельным корректирующим устройством. № 4
- Васильев Е. М., Одношвикин А. С.** Гомеостатическое управление динамическими системами на основе нечетких регуляторов. № 11
- Гайдук А. Р., Плаксиенко Е. А.** Робастность редуцированных динамических систем автоматизации. № 5
- Григорьев В. В., Быстров С. В., Мансурова О. К., Першин И. М., Першин М. И.** Качественное распределение мод в системах с распределенными параметрами. № 7
- Дубовик С. А.** Использование квазипотенциалов для контроля больших отклонений управляемых процессов. № 5
- Жиравок А. Н., Соляник С. П., Павлов С. В.** Подход к диагностированию линейных систем непараметрическим методом. № 8
- Козлов О. С., Скворцов Л. М.** Решение задач теории автоматического управления в программном комплексе "МВТУ". № 1
- Колесников А. А., Колесников Ал. А., Кузьменко А. А.** Методы АКАР и бэкстеппинг в задачах синтеза нелинейных систем управления. № 7
- Колесников А. А., Колесников Ал. А., Кузьменко А. А.** Методы АКАР и АКОР в задачах синтеза нелинейных систем управления. № 10
- Ловчаков В. И., Ловчаков Е. В., Кретов Е. И.** Синтез быстродействующих систем управления с использованием теории аналитического конструирования оптимальных регуляторов. № 2
- Некрасов И. В.** Синтез интерполяционного цифрового регулятора для дискретной динамической системы. № 3

Оморов Т. Т., Такырбашев Б. К. Идентификация состояния распределительной электрической сети в системах автоматизации учета и управления энергопотреблением. № 10

Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Гайдук А. Р. Алгоритмы управления неоднородными группами подвижных объектов в двумерных средах с препятствиями. № 8

Тютиков В. В., Вершинин И. В., Соколов А. Б. Метод больших коэффициентов при синтезе параметрически грубых систем модального управления. № 12

Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Синтез следящих систем на основе аппарата линейно-квадратичной оптимизации. № 12

Филимонов Н. Б. Методологический кризис "всепобеждающей математизации" современной теории управления. № 5

Фуртат И. Б. Алгоритм робастного управления линейными объектами с векторными входами-выходами в условии насыщения сигнала управления. № 9

Холопов Ю. А., Ле Ба Чунг, Нгуен Тхань Чунг. Согласованная информационная среда для высокодинамической системы управления. № 12

Цыкунов А. М. Робастное управление объектом с распределенным запаздыванием и неизвестным порядком математической модели. № 4

Чебурахин И. Ф., Гавриш О. Н. Уточнение оценок показателей сложности схем и автоматизация их эффективного применения. № 2

Шэнь Кай, Неусыпин К. А. Исследование критериев степеней наблюдаемости, управляемости и идентифицируемости линейных динамических систем. № 11

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Алдошкин Д. Н., Царев Р. Ю. Поиск пути мобильного робота в условиях наличия препятствий и неполноты информации о среде. № 7

Алисейчик А. П., Орлов И. А., Колесниченко Е. Ю., Павловский В. Е., Павловский В. В., Платонов А. К. Реабилитационный экзоскелет БиоМех: модели, управление, конструкция, эксперименты. № 10

Афанасьев Р. А., Ермолов И. Л. О перспективах роботизации точного земледелия. № 12

Белоконь С. А., Золотухин Ю. Н., Котов К. Ю., Мальцев А. С., Нестеров А. А., Соболев М. А., Филиппов М. Н., Ян А. П. Управление мобильными роботами в составе группы лидер — ведомые. № 3

Бобков В. А., Машенцев В. Ю. Навигация подводного робота по стереоизображениям. № 2

Бобырь М. В., Кулабухов С. А., Якушев А. С. Нечеткая иерархическая система угловой ориентации мобильного робота. Часть I. № 7

Бобырь М. В., Кулабухов С. А., Якушев А. С. Нечеткая иерархическая система угловой ориентации мобильного робота. Часть II. № 8

Власов С. М., Борисов О. И., Громов В. С., Пыркин А. А., Бобцов А. А. Алгоритмы адаптивного и робастного управления по выходу роботизированным макетом надводного судна. № 1

Горитов А. Н. Алгоритм синтеза промышленных роботов на основе заданного набора модулей. № 11

Градецкий В. Г., Князьков М. М., Семенов Е. А., Суханов А. Н. Адаптивные захватные устройства мобильных роботов с миниатюрными эжекторами. № 3

Егоров О. Д., Буйнов М. А. Структурный анализ механизмов мехатронных и робототехнических устройств. № 4

Жданов А. А., Романов А. А., Романов А. А., Семенов С. С. Применение метода автономного адаптивного управления для группы робототехнических устройств на примере модели кластера наноспутников. № 1

Жога В. В., Дяшкин-Титов В. В., Несмиянов И. А., Воробьева Н. С. Задача позиционирования манипулятора параллельно-последовательной структуры с управляемым захватным устройством. № 8

Инсаров В. В., Тихонова С. В. Методика выделения прямых линий на изображениях стационарных наземных сцен. № 2

Каляев И. А., Каляев А. И., Коровин Я. С. Принципы организации и функционирования безлюдного роботизированного производства с децентрализованным диспетчером. № 11

Карпова И. П. Псевдоаналоговая коммуникация в группе роботов. № 2

Климов Д. Д., Подураев Ю. В. Синтез структуры робототехнического комплекса высокоскоростной съемки динамических объектов. № 5

Лопота А. В. Робототехника и образование в условиях перехода к высокотехнологичному обществу. № 10

Нгуен Туан Зунг, Щербатов И. А., Проталинский О. М. Система управления мобильным роботом на основе модифицированного алгоритма 3D-pointcloud. № 6

Павловский В. Е., Павловский В. В. Технологии SLAM для подвижных роботов: состояние и перспективы. № 6

Притыкин Ф. Н., Нефедов Д. И. Исследование поверхностей, задающих границы области разрешенных конфигураций механизма мобильного манипулятора при наличии запретных зон. № 6

Рыбак Л. А., Гапоненко Е. В., Малышев Д. И. Разработка алгоритмов и управляющих программ для реализации движений выходного звена робота-гексапода для 3D-печати прецизионных изделий. № 12

Сергиевский Н. А., Харламов А. А. Структурное детектирование зрительных образов для мобильного робота. № 3

Смирнов А. В., Беззубцев А. Ю. Автоматическое передвижение роботизированного подвижного технического средства с построением схемы исследуемого помещения. № 6

Страшнов Е. В., Торгашев М. А. Моделирование динамики электроприводов виртуальных роботов в имитационно-тренажерных комплексах. № 11

Тачков А. А., Калиниченко С. В., Малыхин А. Ю. Моделирование и оценка эффективности системы удержания малогабаритного автономного робота вертикального перемещения с вакуумными захватами. № 3

Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б., Тихонов В. Ю. Задача прохождения лабиринта интеллектуальными агентами. № 11

Шоланов К. С., Абжапаров К. А. Обоснование возможности применения нового платформенного робота в качестве активной управляемой опоры. № 5

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ДИАГНОСТИКА В ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Балакина Е. В., Зотов Н. М., Федин А. П. Рекомендации по выбору моделей для расчета $(\varphi_X - s)$ -диаграмм автомобильных шин по критерию дорожных условий. № 2

Еременко Ю. И., Полещенко Д. А., Глущенко А. И., Пожарский Ю. М., Солодов С. В. Нейросетевая альтернатива амплитудному анализу спектра в задаче определения уровня загрузки шаровой мельницы. № 8

Климина Л. А., Досаев М. З., Селюцкий Ю. Д. О динамике ветроэнергетической установки с рабочим элементом на основе механизма антипараллелограмма. № 8

Колосов О. С., Анисимов Д. Н., Хрипков Д. В. Формирование структуры и состава многоуровневых нечетких диагностических систем с использованием стохастической модели. № 6

Коренев П. С., Митришкин Ю. В., Патров М. И. Реконструкция равновесного распределения параметров плазмы токамака по внешним магнитным измерениям и построение линейных плазменных моделей. № 4

Массель Л. В., Жилиев А. С., Говорков А. С. Методика перехода от трехмерной модели к онтологическому представлению изделий авиационной техники. № 2

Подчукаев В. А. Квантово-волновой дуализм описания динамических систем. № 7

Потапов В. И. Новая математическая модель аппаратно-избыточной технической системы, участвующей в конфликтной ситуации. № 6

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Rzevski G. A., Knezevic J., Скобелев П. О., Боргест Н. М., Симонова Е. В., Лахин О. И. Новый подход к управлению жизненным циклом изделий аэрокосмической промышленности с использованием теории сложности. № 4

Аракчеев П. В., Безделов В. Л., Бурый Е. В. Определение параметров релейного регулятора системы термостабилизации оптико-электронной аппаратуры, используемой при пониженных температурах окружающей среды. № 10

Буряк Ю. И., Скрынников А. А. Алгоритмы оптимального распределения ресурсов в задаче планирования изготовления протяжного инструмента для производства авиационных двигателей. № 12

Люттов А. Г., Ильин А. Н., Филонина Е. А. Обеспечение качества свечей зажигания посредством управления их жизненным циклом. № 3

Майоров И. В. Применение мультиагентной платформы для создания интеллектуальных систем управления ресурсами в реальном времени. № 1

Нугаев И. Ф., Васильев В. И. Повышение энергоэффективности параллельных технологических систем на основе оптимального координированного управления процессами. № 12

Соловьев Д. С., Као В. З., Литовка Ю. В. Оптимальное управление технологическим процессом нанесения гальванического покрытия в ванне с дополнительными катодами и биполярными электродами. № 8

Ченцов А. Г., Григорьев А. М. Динамическое программирование в задаче маршрутизации: схема независимых вычислений. № 12

Щербаков В. С., Корытов М. С., Шершнева Е. О. Активный способ гашения колебаний груза после остановки мостового крана. № 6

ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ, ПРЕОБРАЗУЮЩИЕ И ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

Андрянов А. И., Михальцов Д. Ю. Экспериментальное исследование нелинейной динамики импульсных преобразователей напряжения с системой управления на основе метода направления на цель. № 10

Базылев Д. Н., Бобцов А. А., Пыркин А. А., Чежин М. С. Алгоритмы идентификации параметров синхронного двигателя с постоянными магнитами. № 3

Болотник Н. Н., Жуков А. А., Козлов Д. В., Корпухин А. С., Смирнов И. П. Перспективы использования полиимида в исполнительных устройствах мехатронных микросистем. № 4

Бурьян Ю. А., Сорокин В. Н., Галуза Ю. Ф., Поляков С. Н. Система активной виброизоляции с электродинамическим актуатором. № 2

Бусурин В. И., Коробков В. В., Йин Наинг Вин. Исследование характеристик кольцевого волнового оптоэлектронного преобразователя угловой скорости. № 5

Гулай А. В., Зайцев В. М. Достоверность передачи транзакций в мехатронных системах: выбор триплетов помехоустойчивого кода. № 1

Гулай А. В., Зайцев В. М. Особенности проектирования интеллектуальных компонентов систем оперативного управления и приборов цифровой автоматики. № 7

Жуков А. А., Аджибеков А. А., Кудров М. А., Зудов К. А., Гелиев А. В., Веселаго В. Г. Метаматериалы в бортовых беспроводных системах приема и преобразования СВЧ энергии мобильных автономных устройств. № 9

Иванов В. М. Исследование динамики следящего электропривода с вентильным двигателем в режиме автокоммутации. № 2

Краснодубец Л. А., Олейников А. М. ПИД регулятор как платформа для реализации адаптивных законов управления электроприводом. № 12

Мелентьев В. С., Батищев В. И., Иванов Ю. М. Анализ и совершенствование методов и систем измерения частоты гармонических сигналов. № 1

- Неусыпин К. А., Сизых В. В., Шахтарин Б. И., Шевцев В. А.** Анализ системы фазовой автоподстройки с квадратурными каналами при наличии аддитивных гармонических помех и широкополосного шума методом кумулянтов. № 9
- Новоселов Б. В.** Оценка предельно допустимых значений кинематических погрешностей механических передач регулируемых приводов. № 2
- Сидоров И. С., Лысов В. Е.** Анализ влияния частоты квантования цифрового регулятора положения позиционно-следающего электропривода на динамические показатели качества управления. № 10
- Шибанов Г. П.** Обеспечение функциональной надежности электронных систем при неполной информации о состоянии их блоков. № 7

ЭРГАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Бегичев Ю. И., Варочко А. Г., Котицын Л. О., Михайленко О. А., Сильвестров М. М.** Концепция построения эргатической воздушно-космической системы мониторинга окружающей среды, наземных и морских объектов. № 5
- Карташев В. А., Богуславский А. А., Соколов С. М.** Обеспечение безопасности работы оператора методом разделения рабочих зон робота и человека. № 4
- Колисниченко А. В., Федунев Б. Е.** Бортовая интеллектуальная информационная система "Ситуационная осведомленность экипажа вертолета". № 10
- Лохин В. М., Манько С. В., Александрова Р. И., Романов М. П., Диане С. А. К.** Принципы построения и программно-алгоритмическое обеспечение человеко-машинного интерфейса для автономных роботов и мультиагентных робототехнических систем. № 9
- Сергеев С. Ф.** Нейроадаптивные биоморфные интерфейсы в эргатических системах: проблемы и решения. № 9
- Тарасов Е. Н.** Управление в эргатических распределенных системах обработки данных. № 4

НАВИГАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ

- Большаков А. А., Кулик А. А., Скрипаль Е. Н., Сергушов И. В.** Разработка системы управления безопасностью полета вертолета. № 10
- Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г.** К задаче переориентации трехроторного гиростата при неконтролируемых внешних помехах. № 6

- Евдокимчик Е. А.** Синтез алгоритма управления для выполнения маневра уклонения летательного аппарата от столкновения с Землей. № 7
- Зенкевич С. Л., Галустян Н. К.** Децентрализованное управление группой квадрокоптеров. № 11
- Зубов Н. Е., Ли М. В., Ли Е. К., Микрин Е. А., Рябченко В. Н.** Алгоритм синтеза терминального управления выставкой в инерциальную систему координат космического аппарата. № 1
- Косов А. А., Ульянов С. А.** Об определении ориентации и стабилизации космического аппарата с помощью наблюдателя состояния. № 4
- Кулифеев Ю. Б., Миронова М. М.** Оптимизация траектории снижения тяжелого беспилотного летательного аппарата на этапе полной посадки. № 1
- Ляхин О. И.** Особенности реализации интерактивной мультиагентной системы построения программы полета, грузопотока и расчета ресурсов Российского сегмента Международной космической станции. № 1
- Лебедев Г. Н., Гончаренко В. И., Румакина А. В.** Модификация метода ветвей и границ для двумерной маршрутизации координированного полета группы летательных аппаратов. № 11
- Левский М. В.** Об одной задаче оптимального управления терминальной ориентацией космического аппарата. № 7
- Лобусов Е. С., Хоанг Мань Тьонг.** Использование средств инерциальной навигации для определения ориентации в пространстве и угла при вершине прямого кругового конуса. № 3
- Маркелов В. В., Шукалов А. В., Костишин М. О., Жаринов И. О., Нечаев В. А.** Алгоритм расчета навигационных параметров полета летательного аппарата по маршрутам зональной навигации. № 10
- Мельников В. Е., Петрухин В. А.** О возможности создания квазиневозмущаемого маятникового строителя вертикали. № 8
- Моисеев Д. В., Чинь В. М.** Маршрутизация полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра с учетом ограничения на продолжительность полета. № 3
- Молоденков А. В., Сапунков Я. Г., Молоденкова Т. В.** Точное решение приближенного уравнения Борца и построение на его основе кватернионного алгоритма определения ориентации БИНС. № 5
- Мышляев Ю. И., Тар Яр Мьо.** Алгоритмы скоростного биградиента с модифицированной эталонной моделью в задаче управления вибрационным гироскопом. № 1

- Нестеров В. А., Кадыров Я. Р.** Управление группой беспилотных летательных аппаратов в режиме радиомолчания. № 6
- Никитин А. В., Солдаткин В. В., Солдаткин В. М.** Построение и экспериментальные исследования системы измерения параметров вектора ветра на стартовых и взлетно-посадочных режимах вертолета. № 8
- Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю.** Децентрализованное управление группой однородных подвижных объектов в двумерной среде с препятствиями. № 5
- Раткин Л. С.** Сравнительный анализ промышленных и экологических беспилотных комплексов воздушного, наземного, подземного, надводного и подводного типа с защитой каналов связи методами компьютерной стеганографии. № 7
- Сапунков Я. Г., Челноков Ю. Н.** Исследование задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата посредством ограниченной или импульсной реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты. Часть 1. № 8
- Сапунков Я. Г., Челноков Ю. Н.** Исследование задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата посредством ограниченной или импульсной реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты. Часть 2. № 9
- Свердлов С. З.** Скороподъемность электрического мультикоптера. № 6
- Тарасов Н. Н., Данилова С. К., Кусков И. М.** Управление подводным аппаратом при неполной информации о модели движения и внешних возмущений. № 5
- Филимонов А. Б., Фам Фыонг Кыонг.** Методы формирования информативных признаков радиолокационных дальностных портретов воздушных целей. № 4
- Шибанов Г. П.** Автоматизация процесса защиты газотурбинных двигателей от помпажа. № 9

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Е. В. Комиссарова*.

Сдано в набор 29.09.2016. Подписано в печать 14.11.2016. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН1216. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.