

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 17
2016
№ 8

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Редакционный совет:

CHYI-YEU LIN, PhD, prof.
GROUMPOS P. P., prof.
JEN-HWA GUO, PhD, prof.
KATALINIC B., PhD, prof.
SUBUDHI B., PhD, prof.
АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.
КАЛЯЕВ И. А., чл.-корр. РАН, проф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.
СОЙФЕР В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.
ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.
ЮЩЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.
БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.
ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.
ЕРМОЛОВ И. Л., д. т. н., доц.
ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.
КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.
ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.
ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.
ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф.
РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.
ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.
ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.
ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Жиравок А. Н., Соляник С. П., Павлов С. В.** Подход к диагностированию линейных систем непараметрическим методом 507
- Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Гайдук А. Р.** Алгоритмы управления неоднородными группами подвижных объектов в двумерных средах с препятствиями 515

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Жога В. В., Дяшкин-Титов В. В., Несмиянов И. А., Воробьева Н. С.** Задача позиционирования манипулятора параллельно-последовательной структуры с управляемым захватным устройством 525
- Бобырь М. В., Кулабухов С. А., Якушев А. С.** Нечеткая иерархическая система угловой ориентации мобильного робота. Часть II 531

МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

- Климина Л. А., Досаев М. З., Селюцкий Ю. Д.** О динамике ветроэнергетической установки с рабочим элементом на основе механизма антипараллелограмма 536
- Еременко Ю. И., Полещенко Д. А., Глущенко А. И., Пожарский Ю. М., Солодов С. В.** Нейросетевая альтернатива амплитудному анализу спектра в задаче определения уровня загрузки шаровой мельницы 540
- Соловьев Д. С., Као В. З., Литовка Ю. В.** Оптимальное управление технологическим процессом нанесения гальванического покрытия в ванне с дополнительными катодами и биполярными электродами 547

УПРАВЛЕНИЕ В АВИАКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

- Мельников В. Е., Петрухин В. А.** О возможности создания квазиравновозмущаемого маятникового построителя вертикали 554
- Никитин А. В., Солдаткин В. В., Солдаткин В. М.** Построение и экспериментальные исследования системы измерения параметров вектора ветра на стартовых и взлетно-посадочных режимах вертолета 560
- Сапунков Я. Г., Челноков Ю. Н.** Исследование задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата посредством ограниченной или импульсной реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты. Часть 1 567

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editorial Council:

ALIEV T. A., prof., Azerbaijan, Baku
 ANSHAKOV G. P., Russia, Samara
 BOLOTNIK N. N., Russia, Moscow
 CHENTSOV A. G., Russia, Ekaterinburg
 CHERNOUSKO F. L., Russia, Moscow
 CHYI-YEU LIN, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 FEDOROV I. B., Russia, Moscow
 GROUMPOS P. P., prof., Greece, Patras
 JEN-HWA GUO, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 KALYAEV I. A., Russia, Taganrog
 KATALINIC B., PhD, Prof., Austria, Vienna
 KRASNEVSKIY L. G., Belarus, Minsk
 KUZNETSOV N. A., Russia, Moscow
 LEONOV G. A., Russia, S.-Peterburg
 MATVEENKO A. M., Russia, Moscow
 MIKRIN E. A., Russia, Moscow
 PESHEKHONOV V. G., Russia, S.-Peterburg
 REZCHIKOV A. F., Russia, Saratov
 SCHERBATYUK A. F., Russia, Vladivostok
 SEBRYAKOV G. G., Russia, Moscow
 SIGOV A. S., Russia, Moscow
 SOJFER V. A., Russia, Samara
 SOLOMENTSEV Yu. M., Russia, Moscow
 SOLOVJEV V. A., Russia, Moscow
 SUBUDHI B., PhD, Prof., India, Sundargarh
 VASILYEV S.N., Russia, Moscow
 YUSUPOV R. M., Russia, S.-Peterburg

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Russia, Moscow

Deputy Editor-in-Chief:

PODURAEV Yu. V., Russia, Moscow
 PUTOV V. V., Russia, S.-Peterburg
 YUSCHENKO A. S., Russia, Moscow

Responsible Secretary:

BEZMEENOVA M. Yu., Russia, Moscow

Editorial Board:

ALEXANDROV V. V., Russia, Moscow
 ANTONOV B. I., Russia, Moscow
 ARSHANSKY M. M., Russia, Tver
 BUKOV V. N., Russia, Zhukovsky
 ERMOLOV I. L., Russia, Moscow
 FILARETOV V. F., Russia, Vladivostok
 FRADKOV A. L., Russia, S.-Peterburg
 FURSOV V. A., Russia, Samara
 GRADETSKY V. G., Russia, Moscow
 ILYASOV B. G., Russia, Ufa
 IVCHENKO V. D., Russia, Moscow
 KOLOSOV O. S., Russia, Moscow
 KOROSTELEV V. F., Russia, Vladimir
 LEBEDEV G. N., Russia, Moscow
 LOKHIN V. M., Russia, Moscow
 PAVLOVSKY V. E., Russia, Moscow
 PROKHOROV N. L., Russia, Moscow
 PSYKHOPOV V. Kh., Russia, S.-Peterburg
 RAPOPORT E. Ya., Russia, Samara
 SERGEEV S. F., Russia, S.-Peterburg
 VITTIKH V. A., Russia, Samara
 YUREVICH E. I., Russia, S.-Peterburg

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E.V., Russia, Moscow

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospective development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Zhirabok A. N., Solyanik S. P., Pavlov S. V.** Approach to Fault Diagnosis in the Linear Systems by the Non-Parametric Method 507
- Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Yu., Gaiduk A. R.** Control Algorithms for the Heterogeneous Groups of Vehicles in the Two-Dimensional Environments with Obstacles 515

ROBOTIC SYSTEMS

- Zhoga V. V., Dyashkin-Titov V. V., Nesmiyanov I. A., Vorobjeva N. S.** Manipulator of a Parallel-Series Structure with a Controlled Gripper Positioning Task. 525
- Bobyry M. V., Kulabuhov S. A., Yakushev A. S.** Hierarchical Fuzzy Control System for a Mobile Robot Angular Orientation. Part II 531

SIMULATION AND CONTROL IN TECHNICAL OBJECTS AND TECHNOLOGICAL PROCESSES

- Klimina L. A., Dosayev M. Z., Selyutski Yu. D.** Dynamics of a Wind Turbine with the Working Element Based on an Antiparallel Link Mechanism 536
- Eremenko Y. I., Poleshchenko D. A., Glushchenko A. I., Pozharsky Y. M., Solodov S. V.** Neural Network as an Alternative to the Amplitude Spectrum Analysis for Measurement of the Ball Mill Fill Level 540
- Solovjev D. S., Cao V. Z., Litovka Yu. V.** Optimal Control for the Electroplating Process Based on the Supplementary Cathode and Bipolar Electrode 547

CONTROL IN AEROSPACE SYSTEMS

- Melnikov V. E., Petrukhin V. A.** Feasibility of Development of a Quasi-Imperturbable Pendulum Vertical Sensor 554
- Nikitin A. V., Soldatkin V. V., Soldatkin V. M.** Construction and Experimental Research of the System for Measurement of the Wind Vector Parameters in the Starting, Take-off and Landing Modes of a Helicopter 560
- Sapunkov Ya. G., Chelnokov Yu. N.** Investigation of the Task of the Optimal Reorientation of a Spacecraft Orbit through a Limited or Impulse Jet Thrust, Orthogonal to the Plane of the Orbit. Part 1 567

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

А. Н. Жирабок, д-р техн. наук, проф., zhirabok@mail.ru,
С. П. Соляник, канд. техн. наук, доц., **С. В. Павлов**, аспирант,
 Дальневосточный федеральный университет, Владивосток,
 Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток

Подход к диагностированию линейных систем непараметрическим методом¹

Рассматривается задача диагностирования непараметрическим методом технических систем, описываемых линейными динамическими моделями. На основе декомпозиции модели исходной системы предлагается подход, позволяющий проводить поиск дефектов. Теоретические результаты демонстрируются на иллюстративном и практическом примерах.

Ключевые слова: функциональное диагностирование, наблюдатели, непараметрический метод, декомпозиция, поиск дефектов, матрица синдромов

Введение

Функциональное диагностирование (ФД) является одним из мощных средств повышения эффективности эксплуатации сложных технических систем, поскольку оно позволяет проверять правильность функционирования системы в процессе выполнения ею своих основных функций и оперативно поставлять информацию о возникающих сбоях и дефектах. За несколько десятилетий были разработаны разнообразные методы ФД на основе диагностических наблюдателей, соотношений паритета и методов идентификации, изучены связи между ними; в значительной мере решены задачи обеспечения робастности на основе активных и пассивных методов, использования адаптивного порога и нечеткой логики, подхода H_∞ ; рассмотрены классы технических систем, описываемых различными моделями — линейными, нелинейными, сингулярными, гибридными [1, 2, 4, 7, 8].

В последнее десятилетие перспективным и активно используемым методом решения задач ФД стал так называемый непараметрический метод [5, 6, 9], особенность которого состоит в том, что все или некоторые параметры объекта диагностирования могут быть неизвестными. Как правило, этот метод излагается для систем с непрерывным временем, в данной работе он рассматривается применительно к дискретным системам на основе нового метода поиска дефектов.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-09-00046).

1. Непараметрический метод

Основные конструкции. Рассмотрим класс технических систем, описываемых линейной моделью

$$x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) + \sum_{i=1}^s D_i d_i(t), \quad y(t) = Hx(t). \quad (1.1)$$

Здесь $x \in R^n$, $u \in R^m$, $y \in R^l$ — векторы состояния, управления и выхода соответственно; F , G , H и $D_1, D_2, \dots, D_s$ — известные постоянные матрицы; $d_1(t), d_2(t), \dots, d_s(t)$ — скалярные функции, описывающие дефекты: при их отсутствии $d_i(t) = 0$, при появлении i -го дефекта $d_i(t)$ становится неизвестной функцией времени, $i = 1, 2, \dots, s$. Предполагается, что в системе возможны только однократные дефекты, возмущения для простоты не учитываются.

Будем полагать, что в состав некоторых элементов матриц F и G входят параметры, характеризующие вектором $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)^T$; i -й дефект в системе проявляется в виде отклонения i -го параметра от его номинального значения, что в модели (1.1) учитывается соответствующим элементом суммы

$$\sum_{i=1}^s D_i d_i(t).$$

Предполагается, что пара (F, H) наблюдаема. Известно [3], что в этом случае система может быть представлена в идентификационной канонической форме, когда все обратные связи выполнены с помощью вектора выхода. Рассмотрим одну из подсистем этой формы, реализуемую с помощью линейных преобразований

$$x_* = \Phi x, \quad y_* = Ry \quad (1.2)$$

для некоторой матрицы Φ и матрицы-строки R , что дает следующую модель этой подсистемы:

$$\begin{aligned} x_{*i}(t+1) &= x_{*i}(t) + J^{(i)}y(t) + G_*^{(i)}u(t), \\ i &= 1, 2, \dots, N-1, \\ x_{*N}(t+1) &= J^{(N)}y(t) + G_*^{(N)}u(t), \\ y_*(t) &= Ry(t) = x_{*1}(t) \end{aligned} \quad (1.3)$$

для матриц $J^{(1)}, \dots, J^{(N)}, G_*^{(1)}, \dots, G_*^{(N)}$, некоторые элементы которых зависят от параметров, характеризуемых вектором $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)^T$; x_{*i} — i -я компонента вектора состояния x_* , $x_{*i} = \Phi_i x$, Φ_i — i -я строка матрицы Φ , $i = 1, 2, \dots, N$.

Выполним в полученном представлении ряд временных сдвигов и подстановок одних уравнений в другие:

$$\begin{aligned} x_{*1}(t+2) &= J^{(1)}y(t+1) + G_*^{(1)}u(t+1) + \\ &+ x_{*3}(t) + J^{(2)}y(t) + G_*^{(2)}u(t), \\ x_{*1}(t+3) &= J^{(1)}y(t+2) + G_*^{(1)}u(t+2) + J^{(2)}y(t+1) + \\ &+ G_*^{(2)}u(t+1) + x_{*4}(t) + J^{(3)}y(t) + G_*^{(3)}u(t), \\ &\dots \\ y_*(t+N) &= x_{*1}(t+N) = \\ &= (J^{(1)}G_*^{(1)} \dots J^{(N)}G_*^{(N)}) \begin{pmatrix} y(t+N-1) \\ u(t+N-1) \\ \dots \\ y(t) \\ u(t) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Запишем выражение для значения величины y_* для T моментов времени:

$$\begin{aligned} Y_T(t) &= (y_*(t+N+T-1) \ y_*(t+N+T-2) \ \dots \\ &\dots y_*(t+N)) = (J^{(1)}G_*^{(1)} \dots J^{(N)}G_*^{(N)})V_T(t), \end{aligned} \quad (1.4)$$

где

$$\begin{aligned} V_T(t) &= \\ &= \begin{pmatrix} y(t+N+T-2) & y(t+N+T-3) & \dots & y(t+N-1) \\ u(t+N+T-2) & u(t+N+T-3) & \dots & u(t+N-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y(t+T-1) & y(t+T-2) & \dots & y(t) \\ u(t+T-1) & u(t+T-2) & \dots & u(t) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Характерной особенностью полученного выражения является то, что параметры, значения которых могут быть неизвестны, находятся в строке $(J^{(1)}G_*^{(1)} \dots J^{(N)}G_*^{(N)})$; строка $Y_T(t)$ и матрица $V_T(t)$ зависят только от измеряемых значений векторов управления и выхода. Последнее позволяет осуществлять ФД с использованием строки $Y_T(t)$ и матрицы $V_T(t)$, т.е. без знания значений параметров диагностируемой системы.

Генерация невязки. Для принятия решения о возникших дефектах значение T выбирается мини-

мальным, при котором $\text{rank}(V_T(t)) = \text{rank}(V_{T-1}(t))$ [5, 6]. Отсюда следует, что последний столбец матрицы $V_T(t)$ линейно выражается через предыдущие столбцы, т.е. существует ненулевой вектор $v_T(t)$, для которого $V_T(t)v_T(t) = 0$; это означает, что матрица $V_T(t)$ имеет непустое ядро. Из (1.4) тогда следует равенство $Y_T(t)v_T(t) = 0$, которое является соотношением паритета. Из сказанного следует, что правило генерации невязки

$$r_T(t) = Y_T(t)v(T), \quad v(T) \in \ker(V_T(t)), \quad (1.5)$$

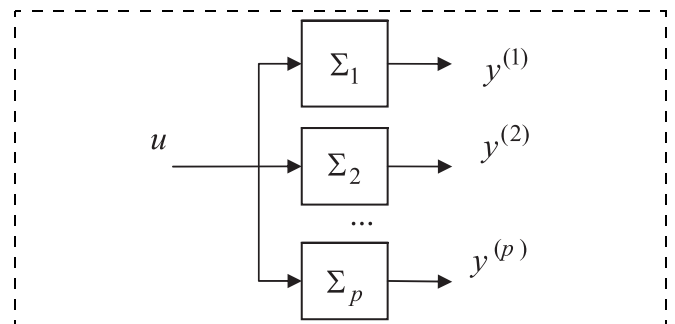
предложенное для непрерывных систем в работах [5, 6], является робастным в том смысле, что оно строится без знания значений элементов матриц системы. Для генерации невязки достаточно знать размерности векторов системы, но вычисление элементов соотношения (1.5) должно проводиться непосредственно в процессе ФД в реальном масштабе времени. Этим правило (1.5) отличается от известных методов генерации невязки, опирающихся на детальное описание системы, что дает возможность выполнить ряд вычислений предварительно — перед проведением процесса ФД. Отметим, что невязка $r_T(t)$ генерируется для каждого момента t , т.е. временное окно T является скользящим.

Ясно, что операции определения значения T , при котором $\text{rank}(V_T(t)) = \text{rank}(V_{T-1}(t))$, требуют определенных ресурсов времени и не всегда могут быть реализованы в реальном масштабе времени. Для устранения этого недостатка предлагается выбирать T заранее так, чтобы число столбцов матрицы $V_T(t)$ было больше числа ее строк. При известных матрицах J и G_* такое значение T можно определить следующим образом. Пусть $N(J, G_*)$ — число ненулевых элементов матриц J и G_* , тогда условие $\text{rank}(V_T(t)) = \text{rank}(V_{T-1}(t))$ выполняется при $T \geq N(J, G_*) + 1$.

2. Поиск дефектов

Главная идея поиска дефектов, предлагаемая в данной работе, основана на декомпозиции исходной системы, представленной на рисунке. Здесь $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_p$ — некоторые подсистемы, $y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(p)}$ — линейные функции компонент вектора выхода y :

$$y^{(1)} = R^{(1)}y, \quad y^{(2)} = R^{(2)}y, \quad \dots, \quad y^{(p)} = R^{(p)}y,$$



Декомпозиция исходной системы

где $R^{(1)}, \dots, R^{(p)}$ — матрицы-строки, $p \leq \min(l, s)$. Отметим, что каждая подсистема работает независимо от остальных.

В результате такой декомпозиции компоненты вектора параметров $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)^T$ раскладываются в семейство p множеств $\Gamma = \{\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_p\}$, где множество Γ_i содержит определенные параметры из вектора $(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)^T$ в соответствии с тем, какие параметры входят в описание подсистемы Σ_i .

Для поиска дефектов процедура обнаружения дефектов, рассмотренная выше, применяется к подсистемам $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_p$ путем формирования матриц $V_{T_1}^{(1)}(t), V_{T_2}^{(2)}(t), \dots, V_{T_p}^{(p)}(t)$, образованных измерениями $\{u(\tau), y^{(1)}(\tau)\}, \{u(\tau), y^{(2)}(\tau)\}, \dots, \{u(\tau), y^{(p)}(\tau)\}$ соответственно в пределах временного окна размера $T_\Sigma = \max(T_1, T_2, \dots, T_p)$. Невязки $r_{T_1}^{(1)}(t), r_{T_2}^{(2)}(t), \dots, r_{T_p}^{(p)}(t)$, генерируемые с помощью матриц $V_{T_1}^{(1)}(t), V_{T_2}^{(2)}(t), \dots, V_{T_p}^{(p)}(t)$ соответственно, строятся согласно соотношению (1.5). Ясно, что процедура поиска дефекта может быть реализована с точностью до множества $\Gamma_i, i = 1, 2, \dots, p$.

Построение подсистем. Опишем процесс построения подсистемы, не содержащей параметр γ_1 . Предполагается, что она описывается в общем виде линейной моделью

$$\begin{aligned} x_*(t+1) &= F_*x_*(t) + G_*u(t) + Jy_*(t), \\ y_*(t) &= H_*x_*(t). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Предполагается также, что при отсутствии дефектов векторы x_* и x связаны равенством (1.2). Тогда по аналогии с работами [2, 7] можно получить следующие матричные уравнения, которым подчиняются матрицы, описывающие системы (1.1) и (2.1):

$$RH = H_*\Phi, \Phi F = F_*\Phi + JH_*\Phi, G_* = \Phi G, \Phi D_1 = 0. \quad (2.2)$$

Решение этих уравнений дает минимальную размерность k подсистемы и матрицы R и J .

Для возможности применения непараметрического метода каждая подсистема должна быть реализована в канонической форме с матрицами F_* и H_* вида

$$F_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, H_* = (1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0). \quad (2.3)$$

Последнее связано с тем, что в этом случае для каждой подсистемы могут быть составлены соотношения паритета в виде выражений, получаемых на основе ее вход-выходного описания, а именно это требуется для решения задачи ФД непараметрическим методом. Из (2.3) следует, что два первых

уравнения в (2.2) можно представить в виде совокупности k уравнений:

$$\begin{aligned} RH &= \Phi_1, \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_i RH, i = 1, \dots, k-1, \\ \Phi_k F &= J_k RH. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Известно [2], что семейство последних уравнений можно свернуть в одно:

$$RHF^k = J_1 RHF^{k-1} + J_1 RHF^{k-2} + \dots + J_k RH. \quad (2.5)$$

Запишем это уравнение в виде

$$(R - J_1 R - J_2 R + \dots - J_k R)U^{(k)} = 0,$$

где

$$U^{(k)} = \begin{pmatrix} HF^k \\ HF^{k-1} \\ \dots \\ H \end{pmatrix}.$$

Необходимым условием существования нетривиального решения этого уравнения является неравенство

$$\text{rank}(U^{(k)}) < l(k+1). \quad (2.6)$$

Из него определяется минимальное значение размерности подсистем.

Из (2.4) можно получить выражения для первых строк матричного произведения ΦD_1 :

$$\begin{aligned} \Phi_1 D_1 &= RHD_1, \\ \Phi_2 D_1 &= (\Phi_1 F - J_1 RH)D_1 = RHF D_1 - J_1 RHD_1, \\ \Phi_3 D_1 &= (\Phi_2 F - J_2 RH)D_1 = ((RHF - J_1 H)F - \\ &- J_2 RH)D_1 = RHF^2 D_1 - J_1 RHF D_1 - J_2 RHD_1. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Поскольку по условию рассматриваемая подсистема не содержит параметр γ_1 , должно выполняться условие $\Phi D_1 = 0$, или $\Phi_i D_1 = 0, i = 1, 2, \dots, k$. Тогда из (2.7) следует $RHD_1 = 0, RHF D_1 = 0, \dots, RHF^{k-1} D_1 = 0$, что можно записать в виде

$$R(HD_1, HFD_1, \dots, HF^{k-1} D_1) = 0. \quad (2.8)$$

Из вида этого уравнения ясно, что оно выступает только в роли ограничения на выбор матрицы R , само решение находится из уравнения (2.5).

Обозначим k_0 — минимальное значение k , при котором выполняется условие (2.6). Поскольку рассматривается первый дефект, то для конкретности матрицы R, Φ и J , входящие в (2.7), отметим верхним индексом ⁽¹⁾.

Рассмотрим уравнение

$$R^{(1)}(HD_1, HFD_1, \dots, HF^{k_0-1} D_1) = 0 \quad (2.9)$$

и обозначим все его линейно независимые решения $R_1^{(1)}, \dots, R_{l_1}^{(1)}$; отсутствие решений означает, что подсистемы, не содержащей параметр γ_1 , не существует. Для каждой полученной строки $R_j^{(1)}, j = 1, 2, \dots, l_1$, и $k = k_0$ решается уравнение (2.5) и

определяется матрица $J_j^{(1)}$, $j = 1, 2, \dots, l_1$. Если для строки $R_j^{(1)}$ решение уравнения (2.5) существует только при некотором $k > k_0$, проверяются равенства $R_j^{(1)} H F^{k_0} D_1 = 0, \dots, R_j^{(1)} H F^{k-1} D_1 = 0$. При их выполнении строка $R_j^{(1)}$ сохраняется для дальнейшего анализа, в противном случае — отбрасывается. Если для строки $R_j^{(1)}$ решение уравнения (2.5) отсутствует, она отбрасывается.

Аналогичным образом рассматриваются параметры $\gamma_2, \dots, \gamma_s$, на основе чего определяется множество пар $(R_1^{(1)}, k_1^{(1)}), \dots, (R_{l_1}^{(1)}, k_{l_1}^{(1)}), \dots, (R_1^{(s)}, k_1^{(s)}), \dots, (R_{l_s}^{(s)}, k_{l_s}^{(s)})$, где $k_{l_j}^{(i)}$ — минимальное значение k , при котором уравнение (2.5) имеет решение для строки $R_{l_j}^{(i)}$; им соответствуют решения уравнения (2.5) в виде матриц $J_1^{(1)}, \dots, J_{l_1}^{(1)}, \dots, J_1^{(s)}, \dots, J_{l_s}^{(s)}$.

Сформируем множество всех пар $P = \{(R_1^{(1)}, k_1^{(1)}), \dots, (R_{l_s}^{(s)}, k_{l_s}^{(s)})\}$, для которых уравнение (2.5) имеет решение. Если имеются две пары $(R_i^{(a)}, k_i^{(a)}), (R_j^{(b)}, k_j^{(b)})$, такие что $R_i^{(a)} = R_j^{(b)}$, а $k_i^{(a)} \leq k_j^{(b)}$, то оставляем во множестве P первую пару, поскольку вторая дает подсистему размерности не меньше первой. Полученное в результате множество P является основой для построения семейства, состоящего из $p = |P|$ подсистем, описываемых моделью (2.1) с вектором состояния $x_{*j}^{(i)}$, размерность каждой из них определяется числом $k_j^{(i)}$. Матрицы $F_{*j}^{(i)}$ и $H_{*j}^{(i)}$ имеют канонический вид (2.3); $G_{*j}^{(i)} = \Phi_{*j}^{(i)} G$, где строки матрицы $\Phi_{*j}^{(i)}$ находятся из соотношений (2.4) на основе матриц $R_j^{(i)}$ и $J_j^{(i)}$; вектор выхода $y_{*j}^{(i)}$ формируется матрицей $R_j^{(i)}$ ($y_{*j}^{(i)} = R_j^{(i)}(y)$).

На основе подсистем по изложенным выше правилам генерируется совокупность невязок $r_{T_1}^{(1)}(t), r_{T_2}^{(2)}(t), \dots, r_{T_p}^{(p)}(t)$; для принятия решения о возникшем дефекте используется матрица синдромов S , которая определяется следующим образом. Для параметра γ_i строится вектор-синдром S_i по следующему правилу: если этот параметр входит в описание i -й подсистемы, полагаем $S_{i0} = 1$, в противном случае $S_{i0} = 0$, $i = 1, 2, \dots, s$.

Совпадение синдромов S_i и S_j для некоторых параметров γ_i и γ_j означает, что i -й и j -й дефекты в рамках рассматриваемого подхода неразличимы. В этом случае параметры γ_i и γ_j помещаются в одно множество Γ_c для некоторого c . Параметры, имеющие индивидуальные синдромы, образуют множества, включающие в себя только один параметр. В результате компоненты вектора параметров $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s)^T$ раскладываются в семейство непересекающихся множеств $\Gamma = \{\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_s\}$. Матрица синдромов S строится из множества векторов-синдромов, соответствующих различным дефектам, как из столбцов.

Представим сказанное выше в виде укрупненного алгоритма.

Алгоритм

1. Найти минимальное значение размерности k_0 , при котором выполняется условие (2.6).
2. Для параметра γ_i найти все решения уравнения (2.9) в виде набора векторов-строк $R_1^{(i)}, \dots, R_{l_i}^{(i)}$ и набор пар строка — число $(R_j^{(i)}, k_j^{(i)})$, удовлетворяющих уравнению (2.5).
3. Для каждой пары $(R_j^{(i)}, k_j^{(i)})$ решить уравнение (2.5) и определить матрицу $J_{l_s}^{(i)}$.
4. Сформировать множество пар вида $(R_j^{(i)}, k_j^{(i)})$ с линейно независимыми первыми компонентами.
5. Построить набор подсистем, описываемых моделью (2.1) с вектором состояния $x_{*j}^{(i)}$, $i = 1, \dots, k_j^{(i)}$, $j = 1, \dots, p$.
6. Построить семейство векторов-синдромов $\{S_j\}$ и матрицу синдромов S .

Модифицированный подход. Независимость подсистем декомпозиции друг от друга является ограничением, из-за чего в ряде случаев задача ФД может не иметь решения. Для устранения этого недостатка предлагается при построении каждой подсистемы использовать все выходы исходной системы, а не только выход рассматриваемой подсистемы. Следствием такой модификации является то, что первое уравнение в (2.1) принимает вид

$$x_*(t+1) = F_*x_*(t) + G_*u(t) + Jy(t).$$

Как результат, упрощаются формулы (2.4), (2.5) и (2.7):

$$RH = \Phi_1, \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_i H, \\ i = 1, \dots, k-1, \Phi_k F = J_k H, \quad (2.10)$$

$$RHF^k = J_1 HF^{k-1} + J_2 HF^{k-2} + \dots + J_k H, \quad (2.11)$$

$$\Phi_1 D_1 = RHD_1,$$

$$\Phi_2 D_1 = (\Phi_1 F - J_1 H)D_1 = RHFD_1 - J_1 HD_1,$$

$$\Phi_3 D_1 = (\Phi_2 F - J_2 H)D_1 = RHF^2 D_1 - J_1 HFD_1 - J_2 HD_1.$$

Перепишем две последние формулы в блочном виде:

$$\begin{aligned}\Phi_2 D_1 &= R H F D_1 - J_1 H D_1 = (R - J_1) \begin{pmatrix} H F D_1 \\ H D_1 \end{pmatrix}, \\ \Phi_3 D_1 &= R H F^2 D_1 - J_1 H F D_1 - J_2 H D_1 = \\ &= (R - J_1 - J_2) \begin{pmatrix} H F^2 D_1 \\ H F D_1 \\ H D_1 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Отсюда и из равенства $\Phi_1 D_1 = R H D_1$ нетрудно заключить, что

$$\Phi D_1 = (R - J_1 - J_2 \dots - J_k) B^{(k)},$$

где

$$B^{(k)} = \begin{pmatrix} H D_1 & H F D_1 & H F^2 D_1 & \dots & H F^{k-1} D_1 \\ 0 & H D_1 & H F D_1 & \dots & H F^{k-2} D_1 \\ 0 & 0 & H D_1 & \dots & H F^{k-3} D_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Условие $\Phi D_1 = 0$ полной развязки от первого дефекта теперь принимает вид $(R - J_1 - J_2 \dots - J_k) B^{(k)} = 0$; поскольку строка $(R - J_1 - J_2 \dots - J_k)$ также должна удовлетворять условию (2.11), в результате получаем уравнение

$$(R - J_1 - J_2 \dots - J_k)(U^{(k)} B^{(k)}) = 0. \quad (2.12)$$

Минимальное значение размерности k , при котором это уравнение имеет нетривиальные решения, определяется условием, аналогичным (2.6):

$$\text{rank}(U^{(k)} B^{(k)}) < l(k + 1). \quad (2.13)$$

При его выполнении найдется вектор-строка $(R - J_1 - J_2 \dots - J_k)$, удовлетворяющая уравнению (2.12). Далее по формулам (2.10) определяются строки матрицы Φ , рассчитывается матрица $G_* = \Phi G$ и строится подсистема в форме (1.3) при $N = k$.

3. Примеры

1. Рассмотрим систему, описываемую следующей моделью:

$$x_1^+ = \gamma_1 x_1 + \gamma_1 x_5 + \gamma_4 x_2 - x_6 + u_1 - \gamma_3 u_2;$$

$$x_2^+ = \gamma_2 x_1 + \gamma_2 x_5;$$

$$x_3^+ = \gamma_3 x_4 - \gamma_2 x_1 - \gamma_2 x_5 + \gamma_4 u_2;$$

$$x_4^+ = x_2 + x_3 + \gamma_3 u_1;$$

$$x_5^+ = x_6 + \gamma_3 u_2;$$

$$x_6^+ = \gamma_4 x_5 + u_1;$$

$$y_1 = x_1 + x_5; y_2 = x_2 + x_3; y_3 = x_5,$$

где для простоты используются обозначения $x^+ = x(t + 1)$, $x = x(t)$, $u = u(t)$. Нетрудно видеть, что система имеет следующее матричное описание:

$$F = \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_4 & 0 & 0 & \gamma_1 & -1 \\ \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & \gamma_2 & 0 \\ -\gamma_2 & 0 & 0 & \gamma_3 & -\gamma_2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_3 \\ 0 & 0 \\ 0 & \gamma_4 \\ \gamma_3 & 0 \\ 0 & \gamma_3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$D_1 = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T; D_2 = (0 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0)^T;$$

$$D_3 = (-1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0)^T; D_4 = (1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1)^T.$$

Для удобства дальнейших вычислений найдем матрицы

$$H F = \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_4 & 0 & 0 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$H F^2 = \begin{pmatrix} \gamma_1^2 + \gamma_2 \gamma_4 & \gamma_1 \gamma_4 & 0 & 0 & \gamma_1^2 + \gamma_2 \gamma_4 & 0 \\ 0 & \gamma_3 & \gamma_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно проверить, что $k_0 = 2$.

Выполним необходимые операции для параметра γ_1 . Поскольку $H D_1 = (1 \ 0 \ 0)^T$, $H F D_1 = (\gamma_1 \ 0 \ 0)^T$, то ясно, что уравнение (2.9) имеет решения для строк $R_1^{(1)} = (0 \ 1 \ 0)$ и $R_2^{(1)} = (0 \ 0 \ 1)$. Так как

$$R_1^{(1)} H F^2 = (0 \ \gamma_3 \ \gamma_3 \ 0 \ 0 \ 0)^T = \gamma_3 R_1^{(1)} H, \text{ то } J_1^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma_3 \end{pmatrix};$$

$$\text{по аналогии } J_2^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma_4 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим параметр γ_2 . Так как $H D_2 = (0 \ 0 \ 0)^T$ и $H F D_2 = (\gamma_4 \ 0 \ 0)^T$, ясно, что решение совпадает с полученным выше для параметра γ_1 .

Так как $H D_3 = (0 \ 1 \ 1)^T$ и $H F D_3 = (0 \ \gamma_3 \ 0)^T$, ясно, что уравнение (2.8) имеет только одно решение $R^{(3)} = (1 \ 0 \ 0)$. Из выражения

$$\begin{aligned}R^{(3)} H F^2 &= (\gamma_1^2 + \gamma_2 \gamma_4 \ \gamma_1 \gamma_4 \ 0 \ 0 \ \gamma_1^2 + \gamma_2 \gamma_4 \ 0)^T = \\ &= \gamma_1^2 R^{(3)} H F + \gamma_2 \gamma_4 R^{(3)} H\end{aligned}$$

$$\text{ясно, что } J^{(3)} = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \gamma_4 \end{pmatrix}.$$

Для четвертого дефекта $HD_4 = (1 \ 1 \ 0)^T$ и $HFD_4 = (\gamma_1 \ 0 \ 1)^T$; матрица R , удовлетворяющая условиям $RHD_4 = 0$ и $RHFD_4 = 0$, имеет вид $R = (1 \ -1 \ -\gamma_1)$. Нетрудно проверить, что она не является решением уравнения (2.5) при $k = 2$. Приняв $k = 3$, получаем $HF^2D_4 = (\gamma_1^2 + \gamma_2\gamma_4 \ \gamma_3 \ 0)^T$, откуда ясно, что матрицы R , удовлетворяющей условиям $RHF^2D_4 = 0$ при $j = 0, 1, 2$, не существует, и подсистему, инвариантную к γ_4 , построить невозможно.

Таким образом, существуют три линейно независимые строки

$$R^{(1)} = R^{(3)} = (1 \ 0 \ 0)^T, \quad R^{(2)} = R_1^{(1)} = (0 \ 1 \ 0)^T, \\ R^{(3)} = R_2^{(1)} = (0 \ 0 \ 1)^T.$$

На основе соотношений (2.2) и (2.4) найдем матрицы $\Phi^{(i)}$ и $G_*^{(i)}$, $i = 1, 2, 3$:

$$\Phi^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \gamma_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad G_*^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Phi^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_3 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad G_*^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_4 \\ \gamma_3^2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Phi^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad G_*^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Приведем описания всех подсистем:

- первая с $x_{*1}^{(1)} = x_1 + x_5$, $x_{*2}^{(1)} = \gamma_4 x_2$:

$$x_{*1}^{(1)+} = x_{*2}^{(1)} + \gamma_1 y_1 + u_1,$$

$$x_{*2}^{(1)+} = \gamma_2 \gamma_4 y_1,$$

$$y_{*1} = x_{*1}^{(1)} = y_1.$$

- вторая с $x_{*1}^{(2)} = x_2 + x_3$, $x_{*2}^{(2)} = \gamma_3 x_4$:

$$x_{*1}^{(2)+} = x_{*2}^{(2)} + \gamma_4 u_2,$$

$$x_{*2}^{(2)+} = \gamma_3 y_2 + \gamma_3^2 u_1,$$

$$y_{*2} = x_{*1}^{(2)} = y_2.$$

- третья с $x_{*1}^{(3)} = x_5$, $x_{*2}^{(3)} = x_6$:

$$x_{*1}^{(3)+} = x_{*2}^{(3)} + \gamma_3 u_2,$$

$$x_{*2}^{(3)+} = \gamma_4 y_3 + u_1,$$

$$y_{*2} = x_{*1}^{(3)} = y_3.$$

Из того, какие параметры входят в построенные модели подсистем, нетрудно получить матрицу синдромов

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

откуда следует, что дефекты, соответствующие параметрам γ_1 и γ_2 , неразличимы в рамках рассматриваемого подхода.

Приведем описание первой подсистемы к вход-выходному виду:

$$y_1(t+1) = x_{*1}^{(1)}(t+1) = x_{*2}^{(1)}(t) + \gamma_1 y_1(t) + u_1(t),$$

$$y_1(t+2) = x_{*2}^{(1)}(t+1) + \gamma_1 y_1(t+1) + u_1(t+1) = \\ = \gamma_2 \gamma_4 y_1(t) + \gamma_1 y_1(t) + u_1(t+1).$$

Так как $N(J, G_*) = 3$, то $T = 4$. Запишем последнее выражение для четырех моментов времени и скомпонуем полученные результаты:

$$(y_1(t+5) \ y_1(t+4) \ y_1(t+3) \ y_1(t+2)) = \\ = (\gamma_2 \gamma_4 \ \gamma_1 \ 1) V_4^{(1)}(t),$$

где

$$V_4^{(1)}(t) = \begin{pmatrix} y_1(t+3) & y_1(t+2) & y_1(t+1) & y_1(t) \\ y_1(t+4) & y_1(t+3) & y_1(t+2) & y_1(t+1) \\ u_1(t+4) & u_1(t+3) & u_1(t+2) & u_1(t+1) \end{pmatrix}.$$

Матрицы $V_4^{(2)}(t)$ и $V_4^{(3)}(t)$ строятся аналогичным образом.

Практический пример. Рассмотрим линейаризованную модель электропривода при отсутствии внешнего нагрузочного момента:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{i_p} x_2;$$

$$\dot{x}_2 = \frac{K_M}{J_H} x_3;$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{K_\omega}{L} x_2 - \frac{R}{L} x_3 + \frac{K_U}{L} u,$$

где x_1 — угол поворота вала нагрузки; x_2 — угловая скорость вращения вала двигателя; x_3 — ток якоря; i_p — передаточное отношение редуктора; J_H — приведенный момент инерции; K_M — коэффициент крутящего момента; K_ω — коэффициент противоЭДС; R — активное сопротивление цепи якоря; L — индуктивность цепи якоря; K_U — коэффициент усиления усилителя мощности.

Дискретизированную модель представим в виде

$$x_1^+ = k_1 x_2 + x_1;$$

$$x_2^+ = k_2 x_3 + x_2;$$

$$x_3^+ = k_3 x_2 + k_4 x_3 + k_5 u,$$

где коэффициенты $k_1, \dots, k_5$ представляют описанные выше параметры и интервал дискретизации.

Полагая, что измеряемыми являются переменные x_1 и x_3 , а дефекты моделируются изменениями коэффициентов $k_1, \dots, k_5$, рассматриваемую модель опишем следующими матрицами:

$$F = \begin{pmatrix} 1 & k_1 & 0 \\ 0 & 1 & k_2 \\ 0 & k_3 & k_4 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k_5 \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$D_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, D_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, D_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Для решения задачи будем использовать модифицированный подход. Нетрудно проверить, что условие (2.13) выполняется при $k = 2$.

Проведем необходимые операции для первого дефекта. Непосредственные вычисления дают следующий результат:

$$HD_1 = HFD_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(V^{(2)}, B^{(2)}) = \begin{pmatrix} 1 & 2k_1 & k_1 k_2 & 1 & 1 \\ 0 & k_3(1+k_4) & k_2 k_3 + k_4^2 & 0 & 0 \\ 1 & k_1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & k_3 & k_4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Можно проверить, что уравнение (2.12) имеет решение в виде

$$(R - J_1 - J_2) = (0 \ 1 \ 0 \ -(1+k_4) \ 0 \ -(k_2 k_3 - k_4)).$$

$$\text{Тогда } \Phi_1 = (0 \ 0 \ 1), \Phi_2 = (0 \ k_3 \ -1), G_* = \begin{pmatrix} k_5 \\ -k_5 \end{pmatrix}.$$

Подсистема описывается уравнениями

$$x_{*1}^+ = x_{*2} + (1+k_4)y_2 + k_5 u,$$

$$x_{*2}^+ = (k_2 k_4 - k_4)y_2 - k_5 u,$$

$$y_{*1} = x_{*1} = y_2,$$

где $x_{*1} = x_3, x_{*2} = k_2 x_2 - x_3$. Временные сдвиги дают:

$$y_2(t+1) = x_{*2}(t) + (1+k_4)y_2(t) + k_5 u(t);$$

$$y_2(t+1) = (k_2 k_3 - k_4)y_2(t) - k_5 u(t) + (1+k_4)y_2(t+1) + k_5 u(t+1).$$

Так как $N(J, G_*) = 4$, то $T = 5$. Запишем полученные выражения в виде (1.4), приняв $y_* = R_y = y_2$:

$$(y_2(t+6) \ y_2(t+5) \ y_2(t+4) \ y_2(t+3) \ y_2(t+2)) = (1+k_4 \ k_5 \ k_2 k_3 - k_4 \ k_5) \times$$

$$\times \begin{pmatrix} y_2(t+5) & y_2(t+4) & y_2(t+3) & y_2(t+2) & y_2(t+1) \\ u(t+5) & u(t+4) & u(t+3) & u(t+2) & u(t+1) \\ y_2(t+3) & y_2(t+3) & y_2(t+2) & y_2(t+1) & y_2(t) \\ u(t+4) & u(t+3) & u(t+2) & u(t+1) & u(t) \end{pmatrix}.$$

Таким образом,

$$Y_4^{(1)}(t) = (y_2(t+6) \ y_2(t+5) \ y_2(t+4) \ y_2(t+3) \ y_2(t+2));$$

$$V_4^{(1)}(t) =$$

$$= \begin{pmatrix} y_2(t+5) & y_2(t+4) & y_2(t+3) & y_2(t+2) & y_2(t+1) \\ u(t+5) & u(t+4) & u(t+3) & u(t+2) & u(t+1) \\ y_2(t+3) & y_2(t+3) & y_2(t+2) & y_2(t+1) & y_2(t) \\ u(t+4) & u(t+3) & u(t+2) & u(t+1) & u(t) \end{pmatrix},$$

$$\text{и } r_4^{(1)}(t) = Y_4^{(1)}(t) v(4), v(4) \in \ker(V_4^{(1)}(t)).$$

Опуская анализ дефектов во втором уравнении, для третьего дефекта получаем:

$$HD_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, HFD_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ k_4 \end{pmatrix},$$

$$(V^{(2)}, B^{(2)}) = \begin{pmatrix} 1 & 2k_1 & k_1 k_2 & 0 & 0 \\ 0 & k_3(1+k_4) & k_2 k_3 + k_4^2 & 1 & k_4 \\ 1 & k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_3 & k_4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Уравнение (2.12) имеет решение в виде

$$(R - J_1 - J_2) = (0 \ 1 \ -2 \ 0 \ 1 \ -k_1 k_2),$$

откуда $\Phi_1 = (1 \ 0 \ 0)$, $\Phi_2 = (-1 \ k_1 \ 0)$, $G_* = 0$. Подсистема описывается уравнениями

$$x_{*1}^+ = x_{*2} + 2y_1;$$

$$x_{*2}^+ = -y_1 + k_1 k_2 y_2;$$

$$y_{*1} = x_{*1} = y_1,$$

где $x_{*1} = x_1$, $x_{*2} = k_1 x_2 - x_1$; временные сдвиги дают:

$$y_2(t+1) = x_{*2}(t) + 2y_1(t),$$

$$y_2(t+1) = -y_1(t) + k_1 k_2 y_2(t) + 2y_1(t+1).$$

Поскольку $N(J, G_*) = 3$, то $T = 4$. Приведем выражение (1.4), приняв $y_* = y_1$:

$$(y_1(t+5) \ y_1(t+4) \ y_1(t+3) \ y_1(t+2)) = \\ = (2 \ -1 \ k_1 k_2) \begin{pmatrix} y_1(t+4) & y_1(t+3) & y_1(t+2) & y_1(t+1) \\ y_1(t+3) & y_1(t+2) & y_1(t+1) & y_1(t) \\ y_2(t+3) & y_2(t+2) & y_2(t+1) & y_2(t) \end{pmatrix}.$$

Таким образом,

$$T = 3, \ Y_3^{(2)}(t) = (y_1(t+5) \ y_1(t+4) \ y_1(t+3) \ y_1(t+2)),$$

$$V_3^{(2)}(t) = \begin{pmatrix} y_1(t+4) & y_1(t+3) & y_1(t+2) & y_1(t+1) \\ y_1(t+3) & y_1(t+2) & y_1(t+1) & y_1(t) \\ y_2(t+3) & y_2(t+2) & y_2(t+1) & y_2(t) \end{pmatrix}$$

$$\text{и } r_3^{(3)}(t) = Y_3^{(1)}(t)u(3), \ u(3) \in \ker(V_3^{(2)}(t)).$$

Нетрудно видеть, что матрица синдромов имеет вид

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

где строки соответствуют невязкам $r_4^{(1)}(t)$ и $r_3^{(3)}(t)$, столбцы — дефектам.

Заключение

В работе предложен новый метод решения задачи поиска дефектов для технических систем, описываемых линейными моделями, на основе непараметрического метода. Особенность этого метода состоит в том, что все или некоторые параметры объекта диагностирования могут быть неизвестными. Предлагаемый в работе подход к поиску дефектов базируется на декомпозиции исходной системы на подсистемы и решении задачи ФД для каждой из них.

Список литературы

1. Мироновский Л. А. Функциональное диагностирование динамических систем. М.-СПб.: МГУ-ГРИФ, 1998.
2. Жирабок А. Н., Кучер Д. Н., Филаретов В. Ф. Обеспечение робастности при диагностировании нелинейных систем // Автоматика и телемеханика. 2010. № 1. С. 159—173.
3. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. Москва: Мир, 1977.
4. Шумский А. Е., Жирабок А. Н. Методы и алгоритмы диагностирования и отказоустойчивого управления динамическими системами. Владивосток: ДВГТУ, 2009.
5. Шумский А. Функциональное диагностирование нелинейных динамических систем с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. 2009. № 2. С. 172—184.
6. Ding S. Data-driven Design of Fault Diagnosis and Fault-tolerant Control Systems. London: Springer-Verlag, 2014.
7. Frank P. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy. A survey and some new results // Automatica. 1990. V. 26. P. 459—474.
8. Simani S., Fantuzzi C., Patton R. Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identification. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2002.
9. Zhirabok A., Pavlov S. Data-driven method for fault isolation in technical systems // Proc. 2015 Int. Conference on Process Control. 9—12 June, 2015. Strbske Pleso, Slovakia. P. 290—295.

Approach to Fault Diagnosis in the Linear Systems by the Non-Parametric Method

A. N. Zhirabok, zhirabok@mail.ru ✉, S. P. Solyanik, S. V. Pavlov,
Far-East Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation

Corresponding author: Zhirabok Aleksey N., D. Sc., Professor,
Far-East Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation,
e-mail: zhirabok@mail.ru

Received on April 12, 2016

Accepted on April 21, 2016

The topic of the article is the problem of fault diagnosis in the technical systems described by the linear dynamic models based on the non-parametric method. A feature of this method for the linear system models is that for the purpose of diagnosis the knowledge of the system's constant parameters is not required; it is sufficient to know only the dimensions of the input, state, and output vectors of the system. Thus, this method ensures an active robustness, which is concentrated at the stage of the residual generation and makes the residual insensitive to the uncertainties and, simultaneously, sensitive to the faults. The objective of the present paper is to extend the known non-parametric method to the linear discrete-time systems taking into account the specific features of the linear models. In order to isolate the faults, special decomposition and canonical form of each subsystem are used and then the redundancy relations based on these subsystems are obtained. A feature of the proposed solution is that in order to check the redundancy relations it is necessary to find a kernel of some matrix of the functional, which is constructed by on-line processing the system's inputs and outputs measured over a finite time window, i.e. without knowledge of the system's parameters. In order to decrease the computational complexity, it is suggested to calculate the time window on the basis of the structure of the matrices describing each subsystem. For decision making, the matrix of the syndromes is used. The theoretical results are illustrated by practical examples.

Keywords: linear models, fault diagnosis, fault isolation, observer, non-parametric method, decomposition, matrix of syndromes

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Science Foundation (Project № 16-09-00046).

For citation:

Zhirabok A. N., Solyanik S. P., Pavlov S. V. Approach to Fault Diagnosis in the Linear Systems by the Non-Parametric Method, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 507–515.

DOI: 10.17587/mau.17.507-515

References

1. **Mironivskii L. A.** *Funktsional'noe diagnostirovanie dinamicheskikh sistem* (Functional diagnosis in dynamic systems), Moscow, Publishing house of MSU, 1998 (in Russian).
2. **Zhirabok A., Kucher D., and Filaretov V.** Achieving robustness at diagnosis of nonlinear systems, *Automation and Remote Control*, 2010, vol. 71, pp. 142–155.
3. **Kwakernaak H., Sivan R.** *Linear optimal control systems*, New York, A Division of John Sons Inc., 1972.

4. **Shumsky A., Zhirabok A.** *Metody i algoritmy diagnostirovaniya i otkazoustoichivogo upravleniya dinamicheskimi sistemami* (Methods and algorithms for fault diagnosis and fault tolerant control in dynamic systems), Vladivostok, Publishing house of FESTU, 2009 (in Russian).

5. **Shumsky A.** Functional diagnosis in time delay nonlinear dynamic systems динамических систем с запаздыванием, *Automation and Remote Control*, 2009, vol. 70, pp. 172–184.

6. **Ding S.** *Data-driven Design of Fault Diagnosis and Fault-tolerant Control Systems*, London, Springer-Verlag, 2014.

7. **Frank P.** Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy. A survey and some new results, *Automatica*, 1990, vol. 26, pp. 459–474.

8. **Simani S., Fantuzzi C., Patton R.** *Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identification*, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2002.

9. **Zhirabok A., Pavlov S.** Data-driven method for fault isolation in technical systems, *Proc. 2015 Int. Conference on Process Control*. 9–12 June, 2015, Strbske Pleso, Slovakia, pp. 290–295.

УДК 681.5.01

DOI: 10.17587/mau.17.515-524

В. Х. Пшихопов, д-р техн. наук, проф., pshichop@rambler.ru,
М. Ю. Медведев, д-р техн. наук, проф., medvmihal@sfnu.ru,
А. Р. Гайдук, д-р техн. наук, проф., gaiduk_2003@mail.ru,
Южный федеральный университет, г. Таганрог

Алгоритмы управления неоднородными группами подвижных объектов в двумерных средах с препятствиями¹

Рассматривается проблема распределенного управления группой неоднородных объектов в среде с препятствиями. Дается краткий обзор задач и методов группового управления. Ставится задача синтеза локальных алгоритмов управления, обеспечивающих движение неоднородной группы автономных объектов в двумерной среде с нестационарными препятствиями. В основу предлагаемых алгоритмов положен принцип, в соответствии с которым каждый объект группы воспринимает все соседние с ним объекты как репеллеры. При этом в отличие от известных методов формирования репеллеров, отталкивающие силы формируются специальными динамическими звеньями, что позволяет проводить синтез в пространстве состояний, а не в геометрическом пространстве. В работе выполнен анализ установившихся режимов движения и устойчивости планируемых траекторий движения. Получены выражения, позволяющие найти установившийся режим движения. Также проанализированы движения группы в среде с препятствиями, движущимися с постоянными скоростями. Определены смещения положения объектов, вызванные движущимися препятствиями, и проведен анализ устойчивости. Приведенные результаты моделирования подтверждают результаты анализа. Предлагаемый подход, в случае использования уравнений кинематики и уравнений динамики, позволяет совместить уровень планирования и управления движением.

Ключевые слова: неоднородные группы, групповое управление, подвижный объект, децентрализованное управление, репеллер

Введение

Для эффективного решения многих практических задач с успехом могут применяться подвижные безэкипажные (автономные) объекты. К ним относятся задачи, эффективность решения которых автономными объектами, по сравнению с человеком, существенно выше, а также задачи, решение которых человеком невозможно в связи с опасностью для его жизни [1]. Примером задач первого типа являются сборочные производства автомобилей, электронных приборов и т.п. К задачам второго типа относятся операции разминирования,

обезвреживания взрывоопасных предметов, исследование зараженных объектов и т.д. К задачам, которые наиболее эффективно решаются подвижными объектами, относятся задачи мониторинга и охраны крупных энергетических, химических, транспортных и оборонных объектов. При решении задач второго типа подвижные объекты, как правило, должны функционировать в недетерминированной, непредсказуемой среде, часто в условиях противодействия.

Во многих случаях требуется использовать группы подвижных объектов, что позволяет существенно расширить область их применения. Одним из основных факторов, обуславливающих групповое применение подвижных объектов, является цена их производства. Несмотря на то, что производство еди-

¹ Работа поддержана грантом Российского научного фонда 14-19-01533, выполняемого Южным федеральным университетом.

ничных опытных образцов мини- и микрообъектов является весьма затратным, при массовом производстве их цена существенно снижается. Например, стоимость одного полноразмерного истребителя составляет около 10 млн долларов США, в то время как стоимость летающего мини-робота лежит в пределах 20...30 тысяч долларов, а расчетная стоимость летающего микроробота при их массовом производстве оценивается в 10 долларов за единицу [2]. Особенности и преимущества применения групп автономных летательных аппаратов подробно рассматриваются в работе [3].

Группой объектов называется совокупность некоторого числа однотипных или разнотипных безэкипажных объектов, объединенных общей целевой задачей. Под однотипными понимаются объекты, имеющие одинаковую конструкцию, функциональное назначение и возможности, под разнотипными — объекты, имеющие разные конструкции, функциональное назначение и функциональные возможности [4, 5]. В группы обычно объединяются объекты, дополняющие функциональные возможности друг друга, так что возможности группы шире возможностей одиночного объекта любого типа.

Для решения поставленной перед группой задачи каждый из подвижных объектов группы или ее части должен выполнить ряд действий, направленных на решение общей задачи. Эти действия, очевидно, должны быть скоординированы, согласованы по времени, а часто, и в пространстве. Таким образом, возникает задача управления группой подвижных объектов, которая заключается либо в реализации заранее найденной последовательности действий, либо в оперативном формировании самими объектами рациональной последовательности действий по решению задачи и реализации этой последовательности. Задача группового управления подвижными объектами включает вопросы информационного обеспечения, вопросы мониторинга и восстановления состояния объектов группы [1, 4, 5].

В рамках данной формулировки задачи группового управления предполагается, что группа состоит из интеллектуальных подвижных объектов. К интеллектуальным принято относить либо системы, снабженные мощным вычислительным комплексом [6], либо системы, построенные на основе интеллектуальных методов, таких как аппарат нечеткой логики Л. Заде, искусственные нейронные сети и экспертные системы [7, 8]. Интеллектуальные методы управления требуют выполнения как математических, так и логических операций. Поэтому реализация интеллектуальных методов управления обуславливает необходимость широких возможностей вычислительного комплекса. В случае интеллектуальных подвижных объектов комплекс должен быть способен, во-первых, осуществлять мониторинг состояния объекта, решение локальных задач управления перемещением объекта и его действиями. Во-вторых, комплекс должен быть способен планировать действия подвижного объекта и решать

вопросы взаимодействия объектов друг с другом для совместного решения задачи, поставленной перед группой или ее частью [5, 6, 9].

В ряде случаев для решения конкретной задачи не требуются все объекты группы. В этих случаях в группе формируется подгруппа объектов — кластер, в состав которого входят подвижные объекты, ориентированные на решение данной задачи. Формирование кластеров происходит и в тех случаях, когда перед группой ставится несколько задач [5, 9, 10]. В общем случае формирование кластеров также является составной частью задачи группового управления подвижными объектами [5, 9].

Управление объектами группы осуществляется системой группового управления (СГУ) [5, 11]. В СГУ могут реализовываться методы централизованной, децентрализованной или гибридной стратегии управления, особенности которых рассмотрены в монографиях [1, 5] и многочисленных статьях. При реализации методов централизованного управления группа объектов имеет "объект-лидер", вычислительный комплекс которого является технической базой системы управления. На основе информации, поступающей от объектов группы, и информации о задачах, поставленных перед группой системой управления более высокого уровня, СГУ решает задачи формирования кластеров и распределения задач между ними. Она же планирует действия подвижных объектов группы или каждого кластера по решению поставленных задач [9, 10].

Другими словами, при централизованной стратегии система управления каждого подвижного объекта получает алгоритм действий по информационным каналам и реализует его. В этом случае системы управления объектов-исполнителей, фактически, решают лишь локальные задачи управления исполнительными механизмами, поэтому основная часть объектов группы могут иметь несложные вычислительные комплексы. Такого типа системы управления, в частности, применяются в случае мини- и микророботов, когда габаритные размеры робота не позволяют разместить на нем мощный вычислительный комплекс. Однако такая система управления имеет довольно низкую надежность и требует дублирования лидера группы.

Более перспективной представляется децентрализованная стратегия управления, которая приводит к распределенным системам группового управления. В этом случае СГУ реализуется путем информационного объединения вычислительных комплексов нескольких подвижных объектов или всех объектов группы. Решения по распределению задач, формированию соответствующих кластеров и по управлению действиями объектов принимаются самими объектами, точнее, локальными системами управления каждого из них [4, 5, 8, 11].

При построении СГУ применяются различные подходы к разработке методов группового управления: технология потенциальных полей; методы коллективного поиска оптимального решения; ме-

тоды многоагентного или поведенческого управления; методы рыночной экономики или нечеткой логики; принципы самоорганизации или стайного управления [9, 12–14].

Идея использования отталкивающих и притягивающих множеств в системах управления подвижными объектами впервые реализована в 1970 г. А. К. Платоновым в работах [15, 16], где был представлен метод потенциалов (потенциальных полей) для решения задачи выбора пути для мобильного робота. За рубежом основные ссылки делают на работы Брукса и Хатиба, вышедшие в свет в 1985 и 1986 гг. [17–19]. В настоящее время метод потенциальных полей получил широкое распространение. Обзор и анализ методов, использующих этот подход, можно найти в работе [20]. В работах [21–23] изложена идея преобразования точечных препятствий в репеллеры с использованием теоремы Ляпунова о неустойчивости. Такой подход позволяет реализовать движение в средах с препятствиями без картографирования. В статье [24] этот подход распространен на трехмерное пространство, а в работе [21] рассматривается задача движения в среде с препятствиями, которые могут образовывать различные конфигурации. В данной статье рассматривается задача управления неоднородной группой подвижных объектов в двумерной среде с препятствиями с использованием идеологии репеллеров.

Постановка задачи

Рассмотрим группу подвижных объектов (ПО), уравнения кинематики каждого из которых имеют вид

$$\dot{y}_{1i} = V_i \cos \varphi_i, \quad \dot{y}_{2i} = V_i \sin \varphi_i, \quad (1)$$

где y_{1i}, y_{2i} и V_i — координаты и скорость, а φ_i — угол курса i -го ПО; $i = \overline{1, n}$; n — число ПО в группе. Таким образом, положение i -го ПО в системе Oy_1y_2 характеризуется координатами y_{1i}, y_{2i} (рис. 1), а изменения скорости V_i и курсового угла φ_i являются

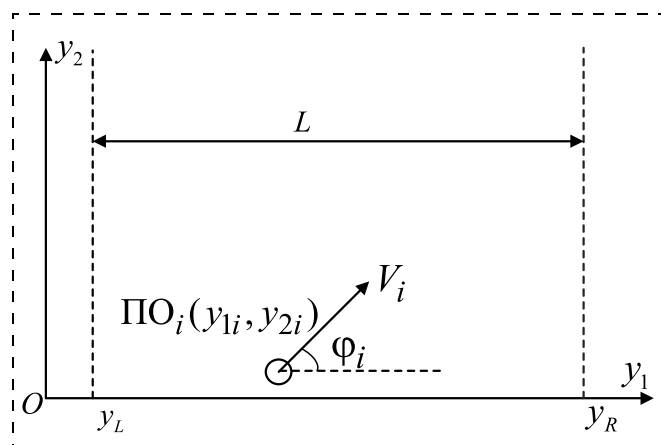


Рис. 1. Координаты ПО и система координат

управлениями его движением. Предполагается, что локальная система управления (ЛСУ_{*i*}) каждым объектом ПО_{*i*} располагает информацией о координатах и скоростях изменения координат соседних ПО, а также о координатах y_L, y_R области L , в которой функционирует группа. Информация о числе n подвижных объектов в группе локальным системам не доступна.

Ставится задача построения децентрализованного (распределенного) алгоритма управления группой при решении ею следующей задачи: совместное перемещение всей группы в направлении оси Oy_2 с заданной скоростью V_k и с равномерным распределением ПО вдоль оси Oy_1 .

Алгоритм управления

Пусть при $t = 0$ $y_{2i} = 0$, а $y_{1i} \neq y_{1j}, \forall j \neq i, j = \overline{1, n}$. Пронумеруем ПО таким образом, чтобы индекс $i = \overline{1, n}$ возрастал с увеличением координаты y_{1i} . Предположим, группа состоит из разнородных объектов, требующих поддержания различных расстояний друг от друга. С этой целью введем в рассмотрение линейные функции $f_{Ii}(y_{1i})$ и $f_{IIi}(y_{1i})$, представленные на рис. 2, на основе которых формируются репеллеры. На рис. 2 обозначено: y_{1i} — положение i -го ПО; y_{1i-1} — положение ближайшего слева ПО или препятствия; y_{1i+1} — положение ближайшего справа ПО или препятствия.

Уравнение прямой I_i , представленной на рис. 2 и проходящей через точки $(y_{1i+1} - L, 0)$, (y_{1i+1}, k_{1i}) , можно записать следующим образом:

$$\frac{y_{1i} - y_{1i+1} + L}{y_{1i+1} - y_{1i+1} + L} = \frac{f_{Ii} - 0}{k_{1i} - 0}.$$

Отсюда следует уравнение прямой I_i :

$$f_{Ii} = \frac{k_{1i}}{L}(y_{1i} - y_{1i+1} + L). \quad (2)$$

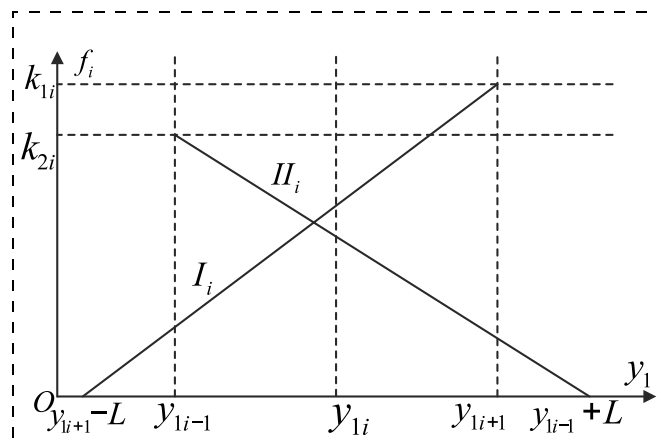


Рис. 2. Формирование линейных сил отталкивания

Аналогичным образом для прямой II_i , проходящей через точки (y_{1i-1}, k_{2i}) , $(y_{1i-1} + L, 0)$, получаем

$$\frac{y_{1i} - y_{1i-1}}{y_{1i-1} + L - y_{1i-1}} = \frac{f_{IIi} - k_{2i}}{0 - k_{2i}}$$

или

$$f_{IIi} = \frac{k_{2i}}{L}(-y_{1i} + y_{1i-1} + L). \quad (3)$$

Вычитая из правой части выражения (2) правую часть (3), получаем уравнения динамических звеньев, формирующих репеллеры в пространстве состояний группы подвижных объектов:

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= (k_{1i} - k_{2i}) + \\ &+ [c_i y_{1i} - k_{1i} y_{1i+1} - k_{2i} y_{1i-1}]/L = w_i, \end{aligned} \quad (4)$$

где $y_{10} = y_L$, $y_{1n+1} = y_R$, $c_i = k_{1i} + k_{2i}$, $i = \overline{1, n}$; z_i , w_i — вспомогательные переменные.

Отметим, что коэффициенты k_{1i} , k_{2i} определяют интенсивность функций отталкивания i -го ПО от соседних ПО или от препятствий и, как следствие, значения расстояний между ПО в установившемся режиме. Поэтому для обеспечения различных расстояний между соседними ПО численные значения этих коэффициентов должны быть различными.

Задача построения искомого алгоритма заключается в определении законов формирования СУ каждого ПО таких управлений V_i и φ_i , при которых обеспечивается стабилизация вспомогательных переменных z_i и движение группы ПО параллельно оси Oy_2 с заданной скоростью V_k . Для решения этой задачи введем в рассмотрение квадратичные функции вида

$$W_i = 0,5 z_i^2. \quad (5)$$

Производные по времени от функций (5) в силу уравнений (4) равны

$$\dot{W}_i = z_i \dot{z}_i = z_i w_i. \quad (6)$$

Чтобы обеспечить отрицательную определенность производной (6) и поддержание строя в группе, т.е. движение всех объектов группы на одной линии, параллельной оси Oy_1 , потребуем выполнения следующих функциональных соотношений:

$$\psi_{1i} = w_i + \alpha_i z_i = 0; \quad (7)$$

$$\psi_{2i} = \begin{cases} \dot{y}_{21} - V_k = 0, i = 1, \\ y_{2i} - y_{2i-1} = 0, i = \overline{2, n}. \end{cases} \quad (8)$$

При выполнении условия (7) производная (6) принимает вид

$$\dot{W}_i = -\alpha_i z_i^2, \quad (9)$$

а производная по времени функции ψ_{1i} (7) в силу уравнений (1), (4) равна

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_{1i} &= \frac{c_i \dot{y}_{1i} - k_{1i} \dot{y}_{1i+1} - k_{2i} \dot{y}_{1i-1}}{L} + \alpha_i \dot{z}_i = \\ &= \frac{c_i u_{ix} - v_i}{L} + \alpha_i w_i, \end{aligned} \quad (10)$$

где $v_i = k_{1i} \dot{y}_{1i+1} + k_{2i} \dot{y}_{1i-1}$.

Соответственно, производная по времени функции ψ_{2i} (8) (при $i > 1$) описывается выражениями

$$\dot{\psi}_{2i} = \dot{y}_{2i} - \dot{y}_{2i-1} = u_{iy} - \dot{y}_{2i-1}, i = \overline{2, n}. \quad (11)$$

В выражения (10) и (11) для краткости введены обозначения: $u_{ix} = V_i \cos \varphi_i$, $u_{iy} = V_i \sin \varphi_i$.

Потребуем, чтобы локальные замкнутые системы управления каждого i -го ПО удовлетворяли эталонным уравнениям [22–24] следующего вида:

$$\dot{\psi}_{1i} + T_{1i} \psi_{1i} = 0, i = \overline{1, n};$$

$$\psi_{21} = 0, \dot{\psi}_{2i} + T_{2i} \psi_{2i} = 0, i = \overline{2, n}. \quad (12)$$

Подставив в систему уравнений (12) выражения (7), (8), (10), (11) и решив полученную систему относительно функций u_{ix} и u_{iy} , найдем

$$\begin{bmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \end{bmatrix} = \begin{cases} \frac{L}{c_i} \left(\frac{v_i}{L} - \alpha_i w_i \right) - \frac{L T_{1i}}{c_i} (w_i + \alpha_i z_i), \\ V_k, i = 1, \\ \dot{y}_{2i-1} - T_{2i} (y_{2i} - y_{2i-1}), i = \overline{2, n} \end{cases}. \quad (13)$$

При этом связь функций u_{ix} , u_{iy} со скоростью и углом направления движения i -го ПО определяется, в соответствии с обозначениями $u_{ix} = V_i \cos \varphi_i$, $u_{iy} = V_i \sin \varphi_i$ и уравнениями (1), выражениями

$$\begin{bmatrix} V_i \\ \varphi_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{u_{ix}^2 + u_{iy}^2} \\ \arctan \left(\frac{u_{iy}}{u_{ix}} \right) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Выражения (4) и (13), (14) представляют искомый распределенный алгоритм управления движениями объектов группы. Этот алгоритм реализуется системой управления каждого i -го объекта, причем для его реализации, очевидно, достаточно данных о собственном положении y_{1i} , y_{2i} каждого i -го ПО, а также о координатах y_{1i-1} , y_{1i+1} и скоростях $\dot{y}_{1i-1}$, $\dot{y}_{1i+1}$, $\dot{y}_{2i-1}$ его соседних ПО. При этом скорости $\dot{y}_{1i-1}$, $\dot{y}_{2i-1}$, $\dot{y}_{1i+1}$ и положения y_{1i-1} , y_{1i+1} соседних подвижных объектов измеряются сенсорными системами каждого i -го ПО [21–24].

В соответствии с выражениями (4), (13), (14) уравнения движения i -го ПО, $i = \overline{1, n}$, имеют вид

$$\dot{y}_{1i} = \frac{L}{c_i} \left(\frac{v_i}{L} - \alpha_i w_i \right) - \frac{L T_{1i}}{c_i} (w_i + \alpha_i z_i), \quad (15)$$

$$\dot{z}_i = w_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (16)$$

$$\dot{y}_{2i} = \begin{cases} V_k, & i = 1, \\ \dot{y}_{2i-1} - T_{2i}(y_{2i} - y_{2i-1}), & i = \overline{2, n}. \end{cases} \quad (17)$$

Проведем анализ устойчивости систем (15)–(17). Для i -й подсистемы переменные y_{1i+1} , y_{1i-1} , фактически, являются внешними воздействиями. Кроме того, в силу линейности этой подсистемы можно ограничиться анализом устойчивости ее нулевого положения равновесия. Эта задача сводится к исследованию устойчивости системы уравнений

$$\dot{y}_{1i} = -(\alpha_i + T_{1i})y_{1i} - \frac{L T_{1i}}{c_i} \alpha_i z_i, \quad (18)$$

$$\dot{z}_i = \frac{c_i}{L} y_{1i}, \quad (19)$$

$$\dot{y}_{2i} = \begin{cases} V_k, & i = 1, \\ -T_{2i}y_{2i}, & i = \overline{2, n}. \end{cases} \quad (20)$$

Система уравнений (18)–(20), как и система (15)–(17), представляет собой две независимые подсистемы, одна из которых включает уравнения (18), (19), а вторая — уравнение (20).

Во второй подсистеме (20) первое уравнение, соответствующее $i = 1$, устойчиво по Ляпунову, а условия асимптотической устойчивости остальных, очевидно, имеют вид

$$T_{2i} > 0, \quad i = \overline{2, n}. \quad (21)$$

Характеристические уравнения подсистем уравнений (18), (19) имеют вид

$$p^2 + (\alpha_i + T_{1i})p + \alpha_i T_{1i} = 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (22)$$

Таким образом, условия устойчивости движений рассматриваемой группы ПО под управлением (4), (13), (14) имеют вид

$$\alpha_i > 0, \quad T_{1i} > 0, \quad T_{2i} > 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (23)$$

Рассмотрим теперь установившееся движение группы ПО. Так как система уравнений (15)–(17) устойчива, то в ней существует установившийся режим, характеризуемый нулевыми скоростями $\dot{y}_{1i}$, $\dot{z}_i$; тогда из соотношений (15), (16) следует

$$0 = -\alpha_i w_i - T_{1i}(w_i + \alpha_i z_i), \quad 0 = w_i, \quad i = \overline{1, n}.$$

Отсюда с учетом выражения для функции w_i (4) находим

$$y_{1i} = \frac{k_{1i}y_{1i+1} + k_{2i}y_{1i-1} - (k_{1i} - k_{2i})L}{k_{1i} + k_{2i}}, \quad z_i = 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (24)$$

Выражение (24) при $i = 1$ можно записать в виде

$$f_{11}y_{11} = k_{11}y_{12} + k_{21}y_{1L} - f_{21}L, \quad (25)$$

где $f_{11} = k_{11} + k_{21}$, $f_{21} = k_{11} - k_{21}$. Аналогично запишем выражение (24) при $i = 2$:

$$f_{12}y_{12} = k_{12}y_{13} + k_{22}y_{11} - f_{22}L, \quad (26)$$

где $f_{12} = k_{12} + k_{22}$, $f_{22} = k_{12} - k_{22}$. Подставив уравнение (25) в соотношение (26), найдем

$$f'_{12}y_{12} = f_{11}k_{12}y_{13} + k_{22}k_{11}y_{1L} - f'_{22}L. \quad (27)$$

Здесь $f'_{12} = f_{11}f_{12} - k_{22}k_{21}$, $f'_{22} = k_{22}f_{21} + f_{11}f_{22}$.

Продолжая аналогичные вычисления при $i = 3$ и $i = 4$, получаем

$$f'_{13}y_{13} = f'_{12}k_{13}y_{14} + k_{23}k_{22}k_{21}y_{1L} - f'_{23}L, \quad (28)$$

$$f'_{14}y_{14} = f'_{13}k_{14}y_{15} + k_{24}k_{23}k_{22}k_{21}y_{1L} - f'_{24}L, \quad (29)$$

где $f'_{13} = f'_{12}f_{13} - k_{23}k_{12}f_{11}$, $f'_{23} = k_{23}f'_{22} + f'_{12}f_{23}$,

$$f'_{14} = f'_{13}f_{14} - k_{24}k_{13}f'_{12}, \quad f'_{24} = k_{24}f'_{23} + f'_{13}f_{24},$$

$$f_{14} = k_{14} + k_{24}, \quad f_{24} = k_{14} - k_{24}.$$

Проводя анализ полученного ряда (25), (27)–(29), получаем, что при $i = \overline{1, 2}$ справедливы выражения (25), (27), а для $i = \overline{3, n}$ можно записать

$$f'_{1i}y_{1i} = f'_{1i-1}k_{1i}y_{1i+1} + \prod_{j=1}^i k_{2j}y_{1L} - f'_{2i}L, \quad (30)$$

где $f'_{1i} = f'_{1i-1}f_{1i} - f'_{1i-2}k_{2i}k_{1i-1}$, $f'_{2i} = k_{2i}f'_{2i-1} - f'_{1i-1}f_{2i}$, $f_{1i} = k_{1i} + k_{2i}$, $f_{2i} = k_{1i} - k_{2i}$, $f'_{11} = f_{11}$, $f'_{10} = 1$. Введем обозначение $f''_{1i} = f'_{1i-1}k_{1i}$ и запишем выражение (30) следующим образом:

$$f'_{1i}y_{1i} = f''_{1i}y_{1i+1} + \prod_{j=1}^i k_{2j}y_{1L} - f'_{2i}L. \quad (31)$$

Запишем выражение (31) при $i = n$ с учетом равенства $y_{1n+1} = y_{1R}$:

$$f'_{1n}y_{1n} = f''_{1n}y_{1R} + \prod_{j=1}^n k_{2j}y_{1L} - f'_{2n}L. \quad (32)$$

Аналогично при $i = n - 1$ получаем:

$$f'_{1n-1}y_{1n-1} = f''_{1n-1}y_{1n} + \prod_{j=1}^{n-1} k_{2j}y_{1L} - f'_{2n-1}L. \quad (33)$$

Подстановка выражения (31) в формулу (32) дает

$$f'_{1n} f'_{1n-1} y_{1n-1} = f''_{1n-1} f'_{1n} y_{1R} + f'_{1n-1} \prod_{j=1}^n k_{2j} y_{1L} + f'_{1n} \prod_{j=1}^{n-1} k_{2j} y_{1L} - f''_{1n-1} f'_{2n} L - f'_{1n} f'_{2n-1} L. \quad (34)$$

Проводя аналогичные вычисления для $i = n - 2$ и $i = n - 3$, получаем

$$f'_{1n} f'_{1n-1} f'_{1n-2} y_{1n-2} = f'_{1n-2} f'_{1n-1} f'_{1n} y_{1R} + f'_{1n-2} f'_{1n-1} \prod_{j=1}^n k_{2j} y_{1L} + f'_{1n-2} f'_{1n} \prod_{j=1}^{n-1} k_{2j} y_{1L} + f'_{1n-2} f'_{1n-1} \prod_{j=1}^{n-2} k_{2j} y_{1L} - f'_{1n-2} f'_{1n-1} f'_{2n} L - f'_{1n} f'_{1n-1} f'_{2n-2} L - f'_{1n-2} f'_{1n} f'_{2n-1} L - f'_{1n} f'_{1n-1} f'_{2n-2} L, \quad (35)$$

и

$$f'_{1n} f'_{1n-1} f'_{1n-2} f'_{1n-3} y_{1n-3} = f'_{1n-3} f'_{1n-2} f'_{1n-1} f'_{1n} y_{1R} + f'_{1n-3} f'_{1n-2} f'_{1n-1} \prod_{j=1}^n k_{2j} y_{1L} + f'_{1n-3} f'_{1n-2} f'_{1n} \prod_{j=1}^{n-1} k_{2j} y_{1L} + f'_{1n-3} f'_{1n-2} f'_{1n-1} \prod_{j=1}^{n-2} k_{2j} y_{1L} + f'_{1n-3} f'_{1n-1} f'_{1n-2} \prod_{j=1}^{n-3} k_{2j} y_{1L} - f'_{1n-3} f'_{1n-2} f'_{1n-1} f'_{2n} L - f'_{1n-3} f'_{1n-2} f'_{1n} f'_{2n-1} L - f'_{1n-3} f'_{1n-1} f'_{1n-2} f'_{2n-2} L - f'_{1n} f'_{1n-1} f'_{1n-2} f'_{2n-3} L. \quad (36)$$

На основе соотношений (35), (36) можно записать для $i = \overline{n-3, 1}$ следующее выражение:

$$y_{1i} \prod_{j=n}^i f'_{1j} = y_{1R} \prod_{j=n}^i f'_{1j} + y_{1L} \left(\prod_{j=n-1}^i f'_{1j} \times \prod_{j=1}^n k_{2j} + \prod_{j=n}^{i+1} f'_{1j} \times \prod_{j=1}^i k_{2j} + \sum_{k, l, m, j=k}^i \prod_{j=k}^i f'_{1j} \times \prod_{j=n}^l f'_{1j} \times \prod_{j=1}^m k_{2j} \right) - L \left(f'_{2n} \prod_{j=n-1}^i f'_{1j} + f'_{2i} \prod_{j=n}^{i+1} f'_{1j} + \sum_{k, l, m, j=k}^i \prod_{j=k}^i f'_{1j} \times \prod_{j=n}^l f'_{1j} \times f'_{2m} \right), \quad (37)$$

где $k = \overline{n-2, i}$, $l = \overline{n, i+2}$, $m = \overline{n-1, i+1}$, $i = \overline{n-3, 1}$.

Полученные выражения (32)–(37) определяют установившийся режим движения неоднородной группы объектов с различными коэффициентами отталкивания.

На рис. 3 представлены результаты моделирования замкнутой системы управления (15)–(17) при $\alpha_i = 2$, $T_{1i} = 3$, $T_{2i} = 3$, $i = \overline{1, 5}$, $V_k = 1,5$ м/с. Число объектов в группе равно 5. Когда в зоне функционирования группы объектов препятствия отсутствуют, коэффициенты k_{ji} полагаются одинаковыми: $k_{ji} = L$, $j = 1, 2$; $i = \overline{1, 5}$. Поэтому в начале движения роботы распределяются равномерно вдоль оси Oy_1 . При появлении препятствия ближайшие к нему слева и справа роботы изменяют свои коэффициенты отталкивания. В данном примере препятствие появляется между вторым и третьим объектом, поэтому при его обходе системы управления этих объектов изменяют значения коэффициентов k_{13} и k_{23} , полагая $k_{12} = 1,3L$, $k_{23} = 1,3L$. Значения остальных коэффициентов k_{ji} остаются прежними.

В силу того, что препятствие разделяет группу на две подгруппы, при его обходе можно выбирать коэффициенты k_{ji} не по размерам всей области функционирования, а по размерам подобластей, на которые область разделяется препятствиями.

На рис. 3 видно, что после старта объекты принимают заданный строй и движутся параллельно друг другу и оси Oy_2 с заданной скоростью. При появлении препятствия объекты обходят его, после чего снова движутся заданным строем. Таким образом, предложенный распределенный алгоритм управления (4), (13), (14) обеспечивает движение группы подвижных объектов (1) заданным образом, в том числе и в среде с препятствиями.

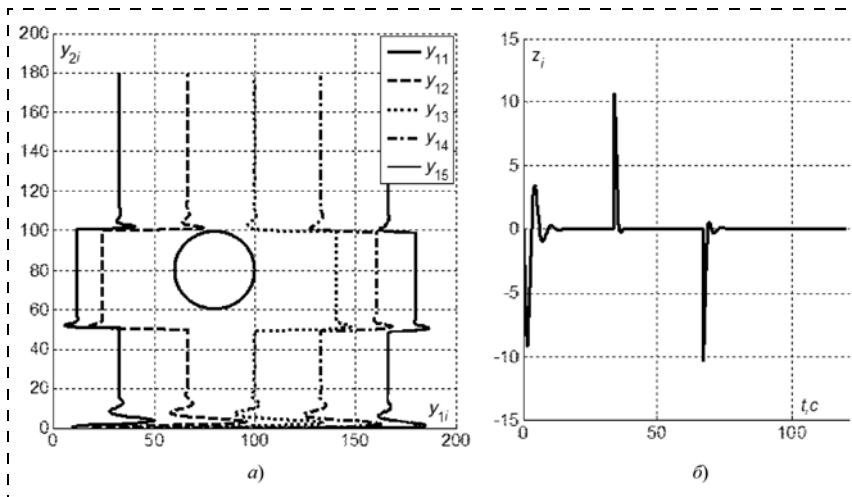


Рис. 3. Результаты моделирования системы (15)–(17): а — траектории подвижных объектов; б — переменная z_2

Анализ алгоритма управления в среде с подвижными препятствиями

В целях наглядности и простоты изложения далее рассматривается случай равных коэффициентов $k_{ji} = k$, однако все рассуждения могут быть применены и для случая неоднородной группы объектов, т.е. объектов, которые должны двигаться на различных расстояниях друг от друга. Это обеспечивается рассматриваемым алгоритмом, как показано выше, при задании различных значений коэффициентов отталкивания.

Предположим, в некоторый момент времени t_1 препятствие попадает в зону действия i -го объекта, а в момент времени $t_2 > t_1$ препятствие выходит из этой зоны. Полагая $k_{ji} = L$, $\alpha_i = k/L$, переменные y_{1i+1} , y_{1i-1} внешними для i -го объекта, а скорости препятствий и объектов постоянными, из соотношения (13) получаем следующую систему:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_i \\ \dot{y}_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2k}{L} \\ -\frac{T_{1i}}{2} & -\frac{k}{L} - T_{1i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_i \\ y_{1i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_1 t + A_2 \\ A_3 t + A_4 \end{bmatrix}, \quad (38)$$

где

$$A_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{k}{L} + T_{1i} \right) (V_{i-1} + V_{i+1}),$$

$$A_2 = \frac{1}{2} (V_{i-1} + V_{i+1}) + \frac{1}{2} \left(\frac{k}{L} + T_{1i} \right) (Y_{i-1}^0 + Y_{i+1}^0),$$

$$A_3 = -\frac{k}{L} (V_{i-1} + V_{i+1}), \quad A_4 = -\frac{k}{L} (Y_{i-1}^0 + Y_{i+1}^0),$$

$$\dot{y}_{1i-1} = V_{i-1}, \quad y_{1i-1} = V_{i-1}t + Y_{i-1}^0,$$

$$\dot{y}_{1i+1} = V_{i+1}, \quad y_{1i+1} = V_{i+1}t + Y_{i+1}^0,$$

а V_{i-1} , Y_{i-1}^0 , V_{i+1} , Y_{i+1}^0 — измеряемые константы, соответствующие моменту t_1 .

Система (38) является линейной системой дифференциальных уравнений с постоянными параметрами и внешним воздействием [25, 26]. Решив данную систему, получим

$$\begin{cases} z_i = C_1 e^{-\frac{k}{L}t} + C_2 e^{-T_{1i}t}; \\ y_{1i} = -\frac{C_1}{2} e^{-\frac{k}{L}t} - \frac{C_2 T_{1i} L}{2k} e^{-T_{1i}t} + \\ + \frac{V_{i-1} + V_{i+1}}{2} t + \frac{Y_{i-1}^0 + Y_{i+1}^0}{2}, \end{cases} \quad (39)$$

где C_1 , C_2 — постоянные интегрирования, определяющие интенсивность свободных составляющих, обусловленных значениями переменных при $t = t_1$.

Свободные составляющие выражений (39) при положительных значениях k/L и T_{1i} стремятся с течением времени к нулю. Вынужденная составляющая приводит к изменению положения i -го объекта на величину

$$\Delta y_{1i} = \frac{V_{i-1} + V_{i+1}}{2} (t_2 - t_1). \quad (40)$$

Как будет показано ниже, выражение (40) позволяет оценить смещение вдоль оси Oy_1 каждого объекта группы при появлении препятствия, двигающегося в течение времени $(t_2 - t_1)$ со скоростью V_p .

Приведенные выше соотношения можно использовать в системах управления группой объектов, движущихся в области с переменными границами. Рассмотрим, например, ситуацию, представленную на рис. 4. Предположим, что группа объектов (на рис. 4 показан один из них) движется с постоянной скоростью V_k , направленной вдоль оси Oy_2 .

Поперечные скорости объектов к моменту подхода к линии излома левой границы равны нулю. Тогда смещение границы области функционирования в рамках предлагаемого подхода интерпретируется локальной системой управления i -го объекта как подвижное препятствие,двигающееся с постоянной скоростью.

Рассмотрим треугольник ABC , представленный на рис. 4. Пусть роботы, двигаясь со скоростью V_k , проходят отрезок BC за время $(t_2 - t_1)$. Тогда из треугольника ABC получаем:

$$BC = V_k(t_2 - t_1), \quad AC = BC \operatorname{ctg} \gamma = V_k(t_2 - t_1) \operatorname{ctg} \gamma. \quad (41)$$

Вместе с тем, можно записать

$$AC = V_L(t_2 - t_1), \quad (42)$$

где V_L — скорость смещения левой границы области.

Приравняв левую и правую части (41) и (42), получаем

$$V_L = V_k \operatorname{ctg} \gamma. \quad (43)$$

Рассмотрим теперь ситуацию, когда между i^* -м и $(i^* - 1)$ -м объектами на интервале времени $(t_2 - t_1)$

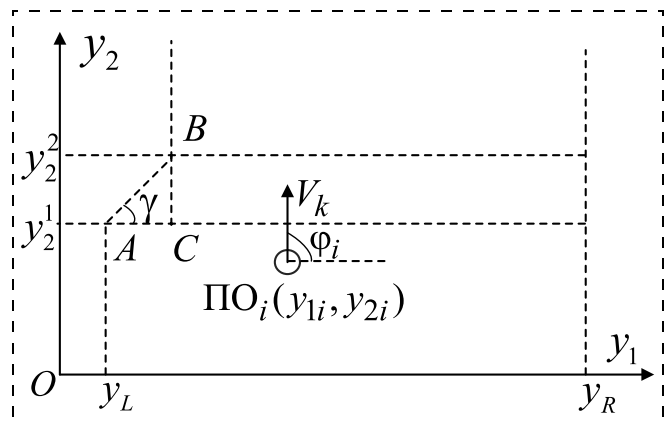


Рис. 4. Движение группы роботов в области с переменными границами

возникло подвижное препятствие, движущееся вправо со скоростью V_p . В этом случае группа роботов распадается на две подгруппы, каждая из которых слева или справа имеет препятствие. При этом препятствию присваивается i^* -й номер, а i^* -му объекту — $(i^* + 1)$ -й номер и т.д.

Рассмотрим одну из получившихся подгрупп, например, состоящую из объектов с 1-го по $i^* - 1$ -й. Для $j = 1$ по формуле (40), учитывая, что $V_{10} = V_L$, имеем:

$$\Delta \bar{y}_{11} = \frac{V_L + V_{12}}{2} \Delta t \rightarrow V_{11} = \frac{V_L + V_{12}}{2}, \quad (44)$$

где V_{11} — скорость собственного смещения первого объекта вдоль оси Oy_1 .

Для $j = 2$ аналогично получаем

$$\begin{aligned} \Delta \bar{y}_{12} &= \frac{V_{11} + V_{13}}{2} \Delta t \rightarrow V_{12} = \frac{V_{11} + V_{13}}{2} = \\ &= \frac{\frac{V_L + V_{12}}{2} + V_{13}}{2} \rightarrow V_{12} = \frac{V_L + 2V_{13}}{3}. \end{aligned} \quad (45)$$

Продолжая ряд, можно найти

$$\Delta \bar{y}_{1j} = \frac{V_L + jV_{1j+1}}{j+1} \Delta t; j = \overline{1, i^* - 1}. \quad (46)$$

Теперь, учитывая, что $V_{1i^*} = V_p$ и подставляя в формулу (46) $j = i^* - 1, j = i^* - 2, j = i^* - 3, \dots$, получаем выражение

$$V_{1i^* - j} = \frac{jV_L + (i^* - j)V_p}{i^*}, j = 0, 1, \dots, i^* - 1. \quad (47)$$

Для оценки корректности формулы (47), учитывая, что i^* -й объект — это, на самом деле, подвиж-

ное препятствие, движущееся со скоростью V_p , положим в (47) $j = 0$, тогда $V_{1i^*} = V_p$, что соответствует условиям синтеза и свидетельствует о корректности формулы (47).

На рис. 5 представлены результаты моделирования группы, состоящей из пяти роботов. Условия моделирования совпадают с условиями предыдущего примера. Левая граница области функционирования описывается выражением

$$y_L = \begin{cases} 0, \forall (y_2 > 100) \& (y_2 < 50); \\ 0,5t, \forall (50 \leq y_2 \leq 100), j = 1, i - 1. \end{cases}$$

На основе результатов моделирования заключаем, что реакция систем управления объектов на изменение формы области функционирования проявляется в смещении части объектов вдоль оси Oy_1 в соответствии с выражением (47).

Отметим, что ситуацию на рис. 5 можно также рассматривать как моделирование случая появления при $t = t_1$ слева от первого объекта группы подвижного препятствия, которое движется вдоль левой границы области функционирования роботов.

Заключение

В статье предложен и исследован алгоритм распределенного управления группой неоднородных ПО, функционирующих в среде с препятствиями. Алгоритм строится на основе принципа управления, интерпретирующего все соседние объекты как репеллеры. Предложен метод введения репеллеров, отличающийся тем, что силы отталкивания формируются динамическим звеном на основе информации о расстояниях до соседних объектов или препятствий.

Проведенный анализ и результаты моделирования позволяют говорить об эффективности предложенного алгоритма управления объектами, движущимися в средах с препятствиями. Предложенный подход может применяться и в случае нестационарных сред, так как движущиеся препятствия формально представляются как подвижные объекты.

Предлагаемый алгоритм может использоваться в системах планирования движений. При этом планируемые траектории обладают устойчивостью на уровне кинематики объекта. Реализация спланированных траекторий требует отдельного регулятора и учета динамики подвижных объектов и их исполнительных механизмов [25–27].

При использовании уравнений кинематики и динамики подвижных объектов предлагаемый метод позволяет объединить уровень планирования и управления движением. При этом возможно формирование репеллеров как функций положений, скоростей и ускорений подвижных объектов.

Список литературы

1. Интеллектуальные роботы. Е. И. Юревич и др. М.: Машиностроение, 2007. 360 с.

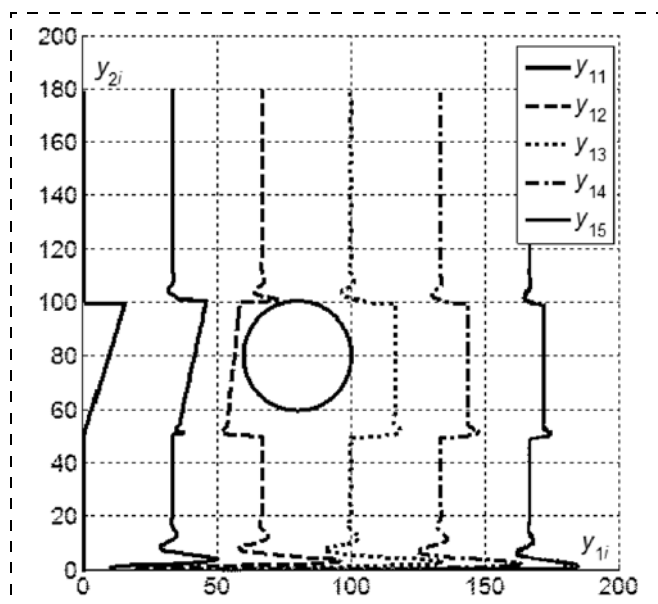


Рис. 5. Движение группы объектов в области с переменными границами

2. Соколов В. Б., Теряев Е. Д. Беспилотные летательные аппараты: некоторые вопросы развития и применения (обзор по материалам публикаций в Интернете) // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 2. С. 12–23.
3. Амелин К. С., Антал Е. И., Васильев В. И., Гранчина Г. О. Адаптивное управление автономной группой беспилотных летательных аппаратов // Стохастическая оптимизация в информатике. 2009. Т. 5. № 1–1. С. 157–166.
4. Юревич Е. И. О проблеме группового управления роботами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2004. № 2. С. 9–13.
5. Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: Физматлит, 2009. 278 с.
6. Saridis G. N. Self-Organizing Control Stochastic Systems. New York: Marcel Dekker, 1977.
7. Васильев С. Н. От классических задач регулирования к интеллектуальному управлению. I, II // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2001. № 1. С. 5–21; № 2. С. 5–22.
8. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Управление подвижными объектами в определенных и неопределенных средах. М.: Наука, 2011. 350 с.
9. Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г. Распределенные системы планирования действий коллективов роботов. М.: Янус-К, 2002. 292 с.
10. Ивченко В. Д., Корнеев А. А. Анализ методов распределения заданий в задаче управления коллективом роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 7. С. 36–42.
11. Гайдук А. Р., Шаповалов И. О. Структура и алгоритмы распределенных систем управления движением группы роботов // Матер. Восьмой Всеросс. науч.-практ. конф. "Перспективные системы и задачи управления", Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2013. С. 111–116.
12. Kapustyan C. G., Gaiduk A. R., Shapovalov I. O. Self-Organization in Groups of the Intelligent Robots // Advances in Intelligent Systems and Computing. 2015. Vol. 345. P. 177–181.
13. Gazi V. Swarm Aggregations Using Artificial Potentials and Sliding Mode Control // Proc. IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, December 2003. P. 2041–2046.
14. Назарова А. В., Рыжова Т. П. Система управления коллективом роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 4. С. 45–50.
15. Платонов А. К., Карпов И. И., Кирильченко А. А. Метод потенциалов в задаче прокладки трассы. М.: Препринт Института прикладной математики АН СССР, 1974. 27 с.
16. Платонов А. К., Кирильченко А. А., Колганов М. А. Метод потенциалов в задаче выбора пути: история и перспективы. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2001.
17. Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots // IEEE Int. Conf. Robotics and Automation. 1985. P. 500–505.
18. Khatib O. Real-Time Obstacles Avoidance for Manipulators and Mobile Robots // Int. Journal of Robotics Research. 1986. Vol. 5, № 1. P. 90–98.
19. Brooks R. A. Self calibration of motion and stereo vision for mobile robots // IEEE Int. Robotics and Automation. 1986.
20. Ichikawa Y., Fujie M., Ozaki N. On mobility and autonomous properties of mobile robots // Robot. 1984. № 44. P. 31–36.
21. Белоглазов Д. А., Гузик В. Ф., Косенко Е. Ю., Крухмалев В. А., Медведев М. Ю., Переверзев В. А., Пшихопов В. Х., Пьявченко А. О., Сапрыкин Р. В., Соловьев В. В., Финаев В. И., Чернухин Ю. В., Шаповалов И. О. Интеллектуальное планирование траекторий подвижных объектов в средах с препятствиями / Под ред. В. Х. Пшихопова. М.: Физматлит, 2014. 300 с.
22. Пшихопов В. Х. Атракторы и репеллеры в конструировании систем управления подвижными объектами // Известия ТРТУ. 2006. № 3(58). С. 117–123.
23. Пшихопов В. Х. Организация репеллеров при движении мобильных роботов в среде с препятствиями // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 2. С. 34–41.
24. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Крухмалев В. А. Позиционно-траекторное управление подвижными объектами в трехмерной среде с точечными препятствиями // Известия ЮФУ. Технические науки. 2015. № 1 (162). С. 238–250.
25. Шнейдер В. Е. и др. Краткий курс высшей математики. Учеб. пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1972. 640 с.
26. Гайдук А. Р. Математические методы анализа динамических систем. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. 281 с.
27. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Оценивание и управление в сложных динамических системах. М.: Физматлит, 2009. С. 295.
28. Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Yu., Gaiduk A. R., Gurenko B. V. Control system design for autonomous underwater vehicle // Proc. 2013 IEEE Latin American Robotics Symposium, LARS 2013. P. 77–82. doi: 10.1109/LARS.2013.61.
29. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Блочный синтез робастных систем при ограничениях на управления и координаты состояния // Мехатроника, автоматизация и управление. 2011. № 1. С. 2–8.

Control Algorithms for the Heterogeneous Groups of Vehicles in the Two-Dimensional Environments with Obstacles

V. Kh. Pshikhopov, pshichop@rambler.ru, M. Yu. Medvedev, medvmihal@sfedu.ru,
Southern Federal University, Taganrog, CSP-17A, 347928, Russian Federation,

A. R. Gaiduk, gaiduk_2003@mail.ru✉,

Southern Federal University, Taganrog, CSP-17A, 347928, Russian Federation,
Kislovodsk Humanitarian-Technical Institute, Kislovodsk, Pobedy prosp. 37a, 357700, Russian Federation

Corresponding author: Gaiduk Anatoly R., D. Sc., Professor,
Southern Federal University, Taganrog, CSP-17A, 347928, Russian Federation;
Kislovodsk Humanitarian-Technical Institute, Kislovodsk, Pobedy prosp. 37a, 357700, Russian Federation,
e-mail: gaiduk_2003@mail.ru

Received on February 17, 2016

Accepted on February 28, 2016

The article is devoted to the problem of the distributed control of a heterogeneous group of vehicles in the environment with obstacles. A brief overview is presented of the objectives and methods of the group control. A task is set of synthesis of the local control algorithms, ensuring movement of the heterogeneous groups in a two-dimensional environment with non-stationary obstacles. The model of the movements' planning is based on the equations of kinematics in a two-dimensional environment. The results of the algorithm are the desired speed and direction of movement of each object in the group. The proposed algorithms are based on the assumption that all the neighboring objects are repellers. At that, in contrast to the known methods for formation of the repellers, the repulsive forces are generated at the output of the dynamic system, which allows synthesis in the

state space, and not in the geometrical space. The proposed method allows us to introduce for consideration the repellers, which depend not only on the position of an object, but also on its speed and acceleration. The paper presents an analysis of the steady state motion and stability of the planned trajectories. Expressions were received allowing to determine a steady state of motion. Also an analysis was done of the movement of the robots' groups in the environments with the obstacles moving with constant velocities. Displacements of the robots' positions were defined, caused by the moving obstacles, and an analysis of sustainability was done. Similarly, it is possible to analyze the situation with the obstacles moving with constant accelerations. Simulation confirmed the results of the analysis. The proposed approach, in case the kinematics and dynamics equations are used, allows us to combine the level of planning and movement control.

Keywords: heterogeneous groups, group control, vehicle, decentralized control, repeller

Acknowledgements: This work was supported by a grant from the Russian Science Foundation 14-19-01533 for Southern Federal University.

For citation:

Pshikhov V. Kh., Medvedev M. Yu., Gaiduk A. R. Control Algorithms for the Heterogeneous Groups of Vehicles in the Two-Dimensional Environments with Obstacles, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 515–524.

DOI: 10.17587/mau.17.515-524

References

1. *Intellektual'nye roboty*. E. I. Yurevich i dr (Intelligent robots), Moscow, Mashinostroenie, 2007 (in Russian)
2. **Sokolov V. B., Teryaev E. D.** *Bespilotnye letatel'nye apparaty: nekotorye voprosy razvitiya i primeneniya (obzor po materialam publikuemij v Internet)* (Unmanned aerial vehicles: some questions of development and application (overview according to the materials of Internet), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2008, no. 2, pp. 12–23 (in Russian).
3. **Amelin K. S., Antal E. I., Vasil'ev V. I., Granchina G. O.** *Adaptivnoe upravlenie avtonomnoj gruppy bespilotnykh letatel'nykh apparatov* (Adaptive control of autonomous aerial vehicles group), *Stochastic optimization in Informatics*, 2009, vol. 5, no. 1–1, pp. 157–166 (in Russian).
4. **Yurevich E. I.** *O probleme gruppovogo upravleniya robotami* (About the problem of robots group control), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2004, no. 2, pp. 9–13 (in Russian).
5. **Kalyaev I. A., Gaiduk A. R., Kapustyan S. G.** *Modeli i algoritmy kollektivnogo upravleniya v gruppah robotov*, (Models and algorithms of collective control of robot groups), Moscow, Fizmatlit, 2009 (in Russian).
6. **Saridis G. N.** *Self-Organizing Control Stochastic Systems*, New York, Marcel Dekker, 1977.
7. **Vasil'ev S. N.** *Ot klassicheskikh zadach regulirovaniya k intellektual'nomu upravleniyu*, (From classical regulators to intelligent control), *Izvestiya RAS. Theory and control systems*, 2001, no. 1, pp. 5–21, no. 2, pp. 5–22 (in Russian).
8. **Pshihopov V. H., Medvedev M. Yu.** *Upravlenie podvizhnymi ob'ektami v opredelennykh i neopredelennykh sredakh* (Control of vehicles in certain and uncertain environments), Moscow, Nauka, 2011 (in Russian).
9. **Kalyaev I. A., Gaiduk A. R., Kapustyan S. G.** *Raspredelennyye sistemy planirovaniya deystvij kollektivov robotov* (Distributed planning systems teams of robots), Moscow, Yanus-K, 2002, pp. 292 (in Russian).
10. **Ivchenko V. D., Korneev A. A.** *Analiz metodov raspredeleniya zadaniy v zadache upravleniya kollektivom robotov* (Analysis of distribution tasks in the problem of robots group control) *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2009, no. 7, pp. 36–42 (in Russian).
11. **Gaiduk A. R., Shapovalov I. O.** *Struktura i algoritmy raspredelennykh sistem upravleniya dvizheniem gruppy robotov* (Structure and algorithms of decentralized control of robots group movement). *Materialy Vos'moj Vserossiyskoj nauchno-prakticheskoy konferencii "Perspektivnye sistemy i zadachi upravleniya"*, Taganrog, Izd-vo TTI YUFU, 2013, pp. 111–116 (in Russian).
12. **Kapustyan C. G., Gaiduk A. R., Shapovalov I. O.** *Self-Organization in Groups of the Intelligent Robots*, *Advances in Intelligent Systems and Computing*, vol. 345, 2015, pp. 177–181.
13. **Gazi V.** *Swarm Aggregations Using Artificial Potentials and Sliding Mode Control*, *Proceedings IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, December 2003*, pp. 2041–2046.
14. **Nazarova A. V., Ryzhova T. P.** *Sistema upravleniya kollektivom robotov* (Control system of robots group), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 4, pp. 45–50 (in Russian).
15. **Platonov A. K., Karpov I. I., Kiril'chenko A. A.** *Metod potentsialov v zadache prokladki trassy* (Potential method in problem of the path planning), *Preprint Instituta prikladnoy matematiki AN SSSR*, Moscow, 1974, 27 p. (in Russian).
16. **Platonov A. K., Kiril'chenko A. A., Kolganov M. A.** *Metod potentsialov v zadache vybora puti: istoriya i perspektivy* (Potential method in problem of the path planning: background and perspectives), *Institute of Applied Mathematics of M. V. Keldysh RAS*, Moscow, 2001 (in Russian).
17. **Khatib O.** *Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots*, *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, 1985, pp. 500–505.
18. **Khatib O.** *Real-Time obstacles avoidance for manipulators and mobile robots*, *Int. Journal of Robotics Research*, 1986, vol. 5, no. 1, pp. 90–98.
19. **Brooks R. A.** *Self calibration of motion and stereo vision for mobile robots*, *IEEE Int. Robotics and Automation*, 1986.
20. **Ichikawa Y., Fujie M., Ozaki N.** *On mobility and autonomous properties of mobile robots*, *Robot*, 1984, no. 44, pp. 31–36.
21. **Beloglazov D. A., i dr.** *Intellektual'noe planirovanie traektorij podvizhnykh ob'ektov v sredakh s prepyatstviyami* (Intelligent planning of vehicles path in the environment with obstacles), Moscow, Fizmatlit, 2014 (in Russian).
22. **Pshihopov V. H.** *Attraktory i repellery v konstruirovaniy sistem upravleniya podvizhnymi ob'ektami* (Attractors and repellers in design of control system of vehicles), *Izvestiya of TSURE*, 2006, no. 3 (58), pp. 117–123 (in Russian).
23. **Pshihopov V. H.** *Organizatsiya repellerov pri dvizhenii mobil'nykh robotov v srede s prepyatstviyami* (Repellers forming in the process of mobile robots movements in environment with obstacles), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2008, no. 2, pp. 34–41 (in Russian).
24. **Pshihopov V. H., Medvedev M. Yu., Kruhmalev V. A.** *Pozitsionno-traekornoe upravlenie podvizhnymi ob'ektami v trekhmernoy srede s tochechnymi prepyatstviyami* (Position-path control of vehicles in the three dimensional environment with point obstacles), *Izvestiya SFEDU. Technical sciences*, 2015, no. 1 (162), pp. 238–250 (in Russian).
25. **Shneider V. E.** i dr. *Kratkij kurs vysshey matematiki. Ucheb. posobie dlya vtuzov* (A brief course of higher mathematics. Tutorial) Moscow, Vysshaya Shkola, 1972 (in Russian).
26. **Gaiduk A. R.** *Matematicheskie metody analiza dinamicheskikh sistem* (Mathematical analysis of dynamic systems) Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, Deutschland, 2015, pp. 281 (in Russian).
27. **Pshihopov V. H., Medvedev M. Yu.** *Otsenivanie i upravlenie v slozhnykh dinamicheskikh sistemakh* (Estimation and control in complex dynamical systems), Moscow, Fizmatlit, 2009, pp. 295 (in Russian).
28. **Pshikhopov V. H., Medvedev M. Yu., Gaiduk A. R., Gurenko B. V.** *Control system design for autonomous underwater vehicle*, *Proceedings 2013 IEEE Latin American Robotics Symposium, LARS 2013*, pp. 77–82. doi: 10.1109/LARS.2013.61.
29. **Pshihopov V. H., Medvedev M. Yu.** *Blochnyi sintez robustnykh sistem pri ogranicheniyakh na upravleniya i koordinaty sostoyaniya* (Block design of robust systems with bounded control and state space variables), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, no. 1, pp. 2–8 (in Russian).

В. В. Жога, д-р физ.-мат. наук, проф., zhoga@vstu.ru,
Волгоградский государственный технический университет,
В. В. Дяшкин-Титов, канд. техн. наук, доц., s_43.52.00@mail.ru,
И. А. Несмиянов, канд. техн. наук, доц., ivan_nesmiyanov@mail.ru,
Н. С. Воробьева, канд. техн. наук, доц., vorobva@inbox.ru,
Волгоградский государственный аграрный университет

Задача позиционирования манипулятора параллельно-последовательной структуры с управляемым захватным устройством¹

Представлено решение задачи позиционирования управляемого трехстепенного захватного устройства манипулятора параллельно-последовательной структуры. Решение приведено для двух вариантов конструкций захватного устройства.

Ключевые слова: манипулятор, параллельно-последовательная структура, захват с тремя степенями подвижности, позиционирование

Введение

Манипуляторы с механизмами параллельной структуры находят все большее применение в различных отраслях промышленности: в машиностроении при механической обработке деталей сложной геометрии [1–3], приборостроении, при упаковке продукции [4], а также в технологических процессах при производстве и переработке сельскохозяйственной продукции [5]. Наиболее важными достоинствами таких механизмов по сравнению с традиционными, которые представляют собой совокупность последовательно соединенных звеньев, являются повышенная жесткость, что обеспечивает высокую точность реализации программных движений. Повышенные параметры мобильности и приемистости [6], определяемые предельно допустимыми скоростями перемещения захвата в рабочей зоне и ускорениями в момент трогания, обеспечивают высокую производительность технологических процессов. Кроме того, механизм таких манипуляторов совмещает функции металлоконструкции и приводных механизмов, что существенно снижает металлоемкость манипулятора [7].

Задача механизации и автоматизации погрузочно-разгрузочных работ хорошо решается применением манипулятора-трипода [8, 9].

Однако до настоящего времени в силу ограниченности рабочей зоны и относительно небольшой манипулятивности захвата манипулятора-трипода, измеряемой "свободой движения", какую имеет ра-

бочий орган [6], в наименьшей степени поддаются механизации и автоматизации технологические процессы при переработке сельскохозяйственной продукции: сортировка плодов и овощей, пакетирование и затаривание [10].

Схема манипулятора

Для увеличения манипулятивности в узле 6 (рис. 1) манипулятора-трипода (рука) устанавливается управляемый механизм. Механизм состоит из трех звеньев, последовательно соединенных друг с другом кинематическими парами пятого класса (захватное устройство) с рабочим органом (кистью). На рис. 2 представлена кинематическая схема манипулятора, оснащенного захватным устройством с тремя степенями подвижности. Как и в случае

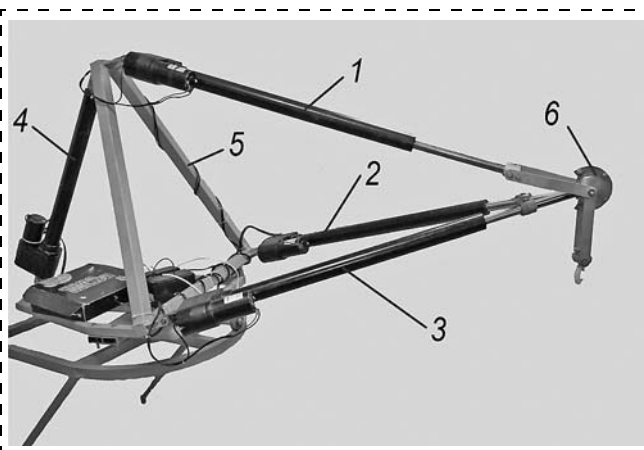


Рис. 1. Манипулятор-трипод на поворотном основании

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 15-01-04577-а, № 16-38-00485 мол_а.

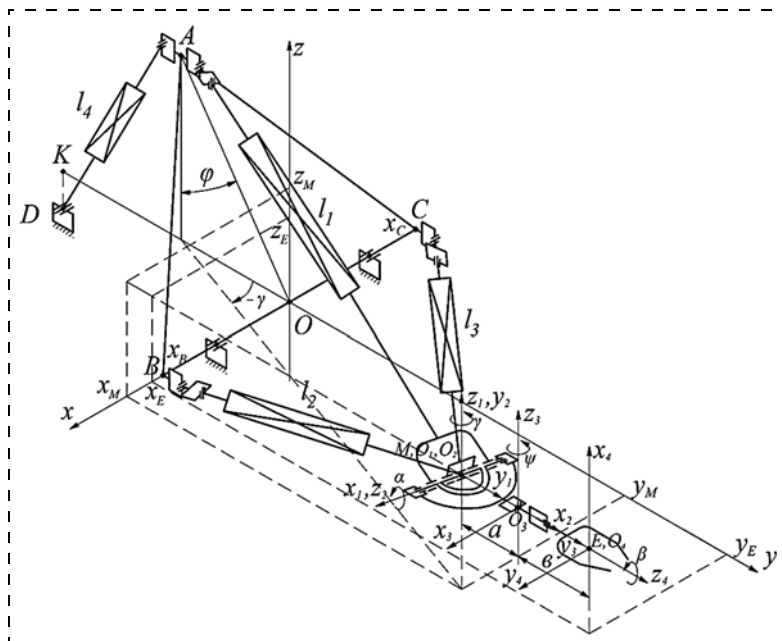


Рис. 2. Кинематическая схема манипулятора-трипода с антропоморфным манипулятором с тремя степенями подвижности

манипулятора-трипода, оси приводных звеньев линейного перемещения геометрически сходятся в одной точке посредством сферического пятиподвижного шарнирного узла.

Маневренность такого манипулятора, определяемая степенью подвижности его механизма при неподвижном захвате, равна единице, а конкретные значения манипулятивности определяются после конструкторской проработки. Манипулятор (рис. 2) при региональных перемещениях [11] точки крепления дополнительного антропоморфного механизма обладает преимуществами механизмов параллельной структуры, а локальные перемещения обеспечивают необходимую манипулятивность в объеме обслуживаемой зоны. Так как линейные размеры дополнительного механизма сравнительно небольшие, то жесткость всей манипуляционной системы остается достаточно большой.

Имеет право на существование и схема манипулятора, в которой расстояние ($O_2O_3 = a$) от точки подвеса до оси шарнира O_3z_3 равно нулю. В этом случае оси трех вращательных пар пересекаются в точке, и локальные движения конечной точки цепи происходят по поверхности. Однако за счет региональных движений точки подвеса захвата обеспечивается ее объемное движение.

Обобщенными координатами манипулятора являются длины звеньев $l_k(t)$, $k = \overline{1, 3}$, руки, угол $\varphi(t)$ наклона поворотного основания, углы относительных поворотов $\alpha(t)$, $\psi(t)$ звеньев захватного устройства, а также угол поворота кисти $\beta(t)$, пределы которых могут изменяться. Значения этих углов, определяют параметры манипулятивности манипулятора и его ориентирующие возможности, причем

в разных точках зоны обслуживания в силу особенностей кинематической структуры манипулятора и конструктивных параметров кинематических пар параметры манипулятивности разные. Угол $\varphi(t)$ изменяется в пределах $(-0,323 \leq \varphi(t) \leq 0,532)$ рад, углы $\alpha(t)$ и $\psi(t)$ — от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$.

Постановка задачи

Поскольку одним из основных требований, определяющих работоспособность манипуляторов, является обеспечение подхода рабочего органа манипулятора к точкам объекта обслуживания с заданной ориентацией рабочего органа, то ставятся задачи позиционирования рабочего органа манипулятора и оценки его функциональных возможностей в зоне обслуживания.

Для определения пространственного положения захвата манипулятора вводятся пять систем координат — абсолютная $Oxyz$, связанная с неподвижным основанием, и соответствующие каждому звену мани-

пулятора подвижные системы координат $O_ix_iy_iz_i$ ($i = \overline{1, 4}$). Ось O_iz_i каждого звена направлена по оси относительного вращения этого звена (рис. 3).

Задача позиционирования манипулятора состоит в определении обобщенных координат манипулятора $l_k(t)$, $k = \overline{1, 3}$, φ , α , ψ , β при заданном программном положении рабочего органа, определяемого координатами (x_E, y_E, z_E) его центра в неподвижной системе $Oxyz$ и направляющими косинусами a_{pq} последней системы координат $O_4x_4y_4z_4$ также относительно неподвижной системы координат [12]. Для решения этой задачи необходимо решить прямую задачу для руки манипулятора, т. е. определить декартовы координаты $x_M(t)$, $y_M(t)$, $z_M(t)$ точки подвеса M в абсолютной системе отсчета $Oxyz$ (см. рис. 2) и обратную задачу для захватного устройства — определение углов φ , α , ψ .

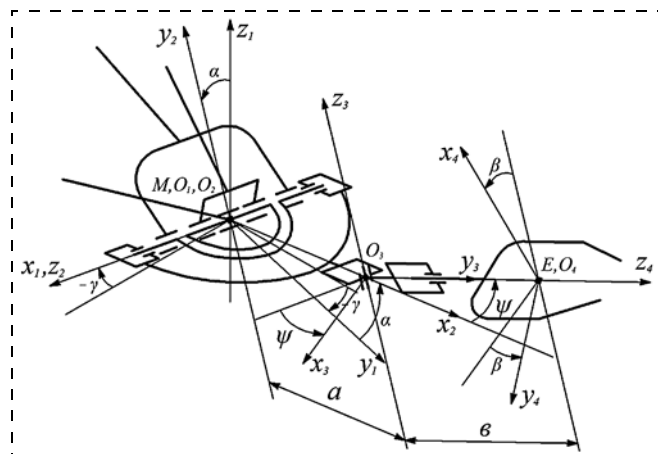


Рис. 3. Кинематическая схема антропоморфной руки с тремя степенями подвижности

Метод решения

Положение рабочего звена определяется произведением матриц перехода $\mathbf{M}_{i-1,i}$, описывающих положение i -го звена относительно $(i-1)$ -го [13].

$$\mathbf{M}_{04} = \mathbf{M}_{01}\mathbf{M}_{12}\mathbf{M}_{23}\mathbf{M}_{34}. \quad (1)$$

Связь между координатами точек в i -й и в $(i-1)$ -й системах координат осуществляется последовательным выполнением операций с помощью матриц перехода $\mathbf{M}_{i-1,i}$ [13]:

$$\begin{bmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \\ z_{i-1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(x_{i-1}, x_i) & \cos(x_{i-1}, y_i) & \cos(x_{i-1}, z_i) & x_{i-1,i} \\ \cos(y_{i-1}, x_i) & \cos(y_{i-1}, y_i) & \cos(y_{i-1}, z_i) & y_{i-1,i} \\ \cos(z_{i-1}, x_i) & \cos(z_{i-1}, y_i) & \cos(z_{i-1}, z_i) & z_{i-1,i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ — вектор-столбец координат точки в i -й подвижной системе координат; $\mathbf{x}_{i-1,i} = [x_{i-1,i}, y_{i-1,i}, z_{i-1,i}]^T$ — вектор-столбец координат начала i -й системы в $(i-1)$ -й системе координат; верхняя левая подматрица размером $[3 \times 3]$, образованная направляющими косинусами, определяет поворот i -й системы относительно $(i-1)$ -й.

В компактной форме это матричное преобразование имеет вид

$$\mathbf{x}_{i-1} = \mathbf{M}_{i-1,i}\mathbf{x}_i. \quad (3)$$

Поворот системы осей $O_1x_1y_1z_1$ вокруг оси O_1z_1 на угол γ , обеспечивающий параллельность осей Oz и O_1z_1 , характеризуется матрицей

$$\mathbf{M}_{01} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & x_M \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & y_M \\ 0 & 0 & 1 & z_M \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Угол γ определяется через обобщенные координаты руки манипулятора (см. рис. 2)

$$\gamma = \arctg \frac{-x_M}{y_M + OA \sin\varphi}. \quad (5)$$

Матрица поворота системы осей $O_2x_2y_2z_2$ вокруг оси O_2z_2 на угол α , обеспечивающая совпадение осей O_1x_1 и O_2z_2 , имеет вид

$$\mathbf{M}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Поворот системы осей $O_3x_3y_3z_3$ вокруг оси O_3z_3 на угол ψ , обеспечивающий параллельность осей O_2y_2 и O_3z_3 , характеризуется матрицей

$$\mathbf{M}_{23} = \begin{bmatrix} \sin\psi & \cos\psi & 0 & a \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \cos\psi & -\sin\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Матрица поворота системы осей $O_4x_4y_4z_4$ вокруг оси O_4z_4 на угол β , обеспечивающая совпадение осей O_3y_3 и O_4z_4 , имеет вид

$$\mathbf{M}_{34} = \begin{bmatrix} \sin\beta & \cos\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b \\ \cos\beta & -\sin\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

При последовательном переходе по цепочке шарнирно-соединенных звеньев от системы координат $O_4x_4y_4z_4$ к нулевой системе координат $Oxyz$ используем формулу (1) и выражения (4), (6)—(8), получаем

$$\mathbf{M}_{04} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & x_M - b \sin\psi \cos\gamma - (a + b \cos\psi) \cos\alpha \sin\gamma \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & y_M - b \sin\psi \sin\gamma + (a + b \cos\psi) \cos\alpha \cos\gamma \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & z_M + (a + b \cos\psi) \sin\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где $a_{11} = \sin\beta(\cos\gamma\cos\psi - \sin\gamma\cos\alpha\sin\psi) + \sin\gamma\cos\beta\sin\alpha$;
 $a_{12} = \cos\beta(\cos\gamma\cos\psi - \sin\gamma\cos\alpha\sin\psi) - \sin\gamma\sin\beta\sin\alpha$;
 $a_{13} = -\cos\gamma\sin\psi - \sin\gamma\cos\psi\cos\alpha$;
 $a_{21} = \sin\beta(\sin\gamma\cos\psi + \cos\gamma\cos\alpha\sin\psi) - \cos\gamma\cos\beta\sin\alpha$;
 $a_{22} = \cos\beta(\sin\gamma\cos\psi + \cos\gamma\cos\alpha\sin\psi) + \cos\gamma\sin\beta\sin\alpha$;
 $a_{23} = \cos\gamma\cos\psi\cos\alpha - \sin\gamma\sin\psi$;
 $a_{31} = \cos\beta\cos\alpha + \sin\psi\sin\beta\sin\alpha$;
 $a_{32} = \cos\beta\sin\psi\sin\alpha - \cos\alpha\sin\beta$;
 $a_{33} = \cos\psi\sin\alpha$ — направляющие косинусы, определяющие ориентацию в пространстве рабочего органа захватного устройства (рис. 4).

Из уравнения матрицы (9) видно, что координаты точки E центра кисти и ее ориентация не зависят от значения угла β . Закон изменения угла β собственного вращения является функцией технологического процесса.

Таким образом, для определения конфигурации манипулятора с управляемым захватным устройством необходимо из системы пяти уравнений

$$\begin{cases} x_E = x_M + ba_{13} - a \cos\alpha \sin\gamma; \\ y_E = y_M + ba_{23} + a \cos\alpha \cos\gamma; \\ z_E = z_M + ba_{33} + a \sin\alpha; \\ a_{33} = \cos\psi \sin\alpha; \\ a_{23} = \cos\gamma \cos\psi \cos\alpha - \sin\gamma \sin\psi, \end{cases} \quad (10)$$

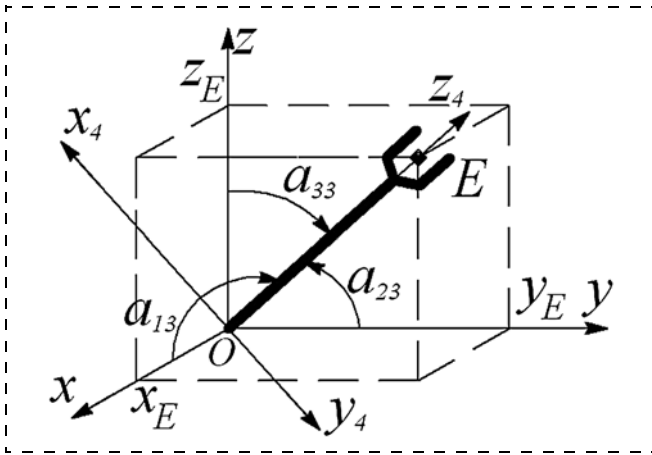


Рис. 4. Ориентация кисти манипулятора в пространстве

при известных задаваемых значениях координат (x_E, y_E, z_E) точки E кисти захвата и направляющих косинусов определить шесть неизвестных $x_M, y_M, z_M, \gamma, \alpha, \psi$.

Для захватного устройства, в котором оси трех вращательных пар пересекаются в одной точке ($a = 0$, см. рис. 3), из системы уравнений (10) определяются координаты (x_M, y_M, z_M) точки M подвеса. При этом в силу того, что $a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 = 1$, должно выполняться равенство

$$(x_E - x_M)^2 + (y_E - y_M)^2 + (z_E - z_M)^2 = b^2. \quad (11)$$

Из решения оптимизационной обратной задачи [14, 15] для механизма руки манипулятора находим его обобщенные координаты $l_k, k = \overline{1, 3}$, φ и угол γ (5). Совместное решение 4-го и 5-го уравнений системы (10) позволяет определить углы ψ и α

$$\psi_{1,2} = \arcsin(-a_{23}\sin\gamma \pm a_{13}\cos\gamma) \text{ и } \alpha = \arcsin \frac{a_{33}}{\cos\psi}. \quad (12)$$

Выбор корня для ψ осуществляется сравнением координат x_E и x_M . Если $x_E > x_M$, то значение угла ψ отрицательное, если $x_E < x_M$, то значение угла ψ положительное, при $x_E = x_M$ $\psi = 0$. Значение для угла α определяется сравнением координат z_E и z_M . При $z_E > z_M$ $\alpha > 0$, а для $z_E < z_M$ $\alpha < 0$, при $z_E = z_M$ $\alpha = 0$. Таким образом, конфигурация $l_k, k = \overline{1, 3}$, φ, α, ψ манипулятора (см. рис. 2) полностью определена.

Для схемы захватного устройства с непересекающимися осями (см. рис. 3) можно предложить следующий алгоритм определения конфигурации манипулятора.

1. Задаемся углом γ с учетом условий: $\gamma > 0$, если $x_E < 0$; $\gamma < 0$, если $x_E > 0$; $\gamma = 0$, если $x_E = 0$. В первом приближении можно принять $\gamma = \arctg \frac{-x_E}{y_E}$. Затем из 4-го и 5-го уравнений системы (10) по формулам

(12) определяем углы ψ и α , а из первых трех уравнений (10) находим координаты (x_M, y_M, z_M) точки M . Эти координаты должны удовлетворять уравнению $(x_E - x_M)^2 + (y_E - y_M)^2 + (z_E - z_M)^2 = (a + b\cos\psi)^2$.

Используя найденные значения (x_M, y_M, z_M) и применяя методику решения оптимизационной обратной задачи [16] для механизма руки манипулятора, находим его обобщенные координаты $l_k^*, k = \overline{1, 3}$, φ^* и угол γ^* (5).

2. Найденное значение угла γ^* принимается за новое начальное значение, и расчет повторяется в последовательности, изложенной в п. 1, до тех пор, пока не будет выполнено условие $|\gamma_{i+1}^* - \gamma_i^*| \leq \varepsilon$. Здесь $\varepsilon > 0$ — выбранная точность вычисления. Результаты последних вычислений и определяют искомую конфигурацию $l_k, k = \overline{1, 3}$, φ, α, ψ манипулятора (см. рис. 2).

Результаты решения

Для манипулятора (см. рис. 2, 3) с геометрическими параметрами $l_{10} = 1400$ мм, $l_{20} = 1500$ мм, $l_{30} = 1352$ мм, $\varphi_0 = 0,323$ рад и для задаваемых значений $x_E = 300$ мм, $y_E = 1500$ мм, $z_E = -600$ мм, $a_{23} = \cos \frac{\pi}{3}$, $a_{33} = \cos \frac{\pi}{4}$, $a = 100$ мм, $b = 100$ мм находим конфигурации манипулятора для двух типов захватного устройства.

Для схемы с пересекающимися осями трех вращательных пар: $x_M = 250$ мм, $y_M = 1450$ мм, $z_M = -670,7$ мм, $\alpha = 0,906$ рад, $\psi = -0,455$ рад, $l_1 = 1735,7$ мм, $l_2 = 1601,1$ мм, $l_3 = 1708,3$ мм, $l_4 = 1315,9$ мм, $\varphi = -0,438$ рад, $\gamma = -0,221$ рад.

Для схемы захватного устройства (см. рис. 3) задаемся углом $\gamma_0 = \arctg \frac{-x_E}{y_E} = -0,197$ и $\varepsilon = 0,01$. Из

4-го и 5-го уравнений системы (10) по формулам (12) определяем углы $\psi = -0,403$ рад и $\alpha = 0,877$ рад. Затем из первых трех уравнений (10) находим координаты точки M ($x_M = 237,5$ мм, $y_M = 1387,3$ мм, $z_M = -747,6$ мм). Решая оптимизационную задачу позиционирования манипулятора [14, 15], находим его обобщенные координаты $l_k^*, k = \overline{1, 3}$, φ^* и угол $\gamma^* = -0,226$ рад (5). Сравниваем вычисленное значение γ^* с первоначально принятым $|-0,226 - (-0,197)| = 0,029$ рад. Расхождение превышает выбранную точность вычислений ε . Тогда найденное значение угла $\gamma^* = -0,226$ рад принимается за новое начальное, и расчет повторяется. При повторном расчете получаем $|-0,224 - (-0,226)| = 0,002$ рад, что значительно меньше выбранной точности вычислений. Результаты последних вычислений и определяют искомую конфигурацию манипулятора $x_M = 235,5$ мм, $y_M = 1387$ мм, $z_M = -747$ мм,

$\alpha = 0,868$ рад, $\psi = -0,384$ рад, $l_1 = 1740,6$ мм, $l_2 = 1579,9$ мм, $l_3 = 1682,4$ мм, $l_4 = 1323,8$ мм, $\varphi = -0,464$ рад, $\gamma = -0,224$ рад.

Заключение

Предложенная схема манипулятора-трипода с дополнительным механизмом захватного устройства с тремя степенями подвижности позволяет обеспечить необходимые параметры манипулятивности и оптимальную конфигурацию манипулятора при переводе его из начального положения в заданное конечное. Разработана методика решения прямой и обратной задач кинематики манипулятора. Схема захватного устройства с тремя пересекающимися осями более жесткая и, хотя локальные перемещения захватного устройства приводят к движению кисти по поверхности, за счет региональных движений руки конечное движение кисти объемное. Для решения траекторной задачи с требуемыми параметрами мобильности и приемистости необходимо решить задачу динамики пространственного движения манипулятора.

Список литературы

1. Афонин В. Л., Подзоров П. В., Слепцов В. В. Обработка оборудования на основе механизмов параллельной кинематики. М.: Машиностроение, 2006.
2. Бушуев В. В., Хольшев И. Г. Механизмы параллельной структуры в машиностроении // СТН. 2001. № 1. С. 3—8.
3. Рыбак Л. А., Гриненко Г. П. Инновационное обрабатывающее оборудование на базе параллельных структур: перспективы и направления коммерциализации // Научные технологии в машиностроении. 2013. № 7 (25). С. 32—39.
4. Робот-манипулятор FlexPicker IRB 360 компании AAB www.abb.com/robotics. URL: http://www.roboticturnkeysolutions.com/robots/abb/datasheet/IRB_360.pdf.
5. Шипилевский Г. Б., Викторов А. И. Автоматизация мобильных сельскохозяйственных агрегатов // Механизация и электрификация сельского хозяйства. 2001. № 3. С. 28—29.

6. Кобринский А. А., Кобринский А. Е. Манипуляционные системы роботов. М.: Наука, 1985. 343 с.
7. Глазунов В. А., Колискор А. Ш., Крайнев А. Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука, 1991. 95 с.
8. Герасун В. М., Пындак В. И., Несмиянов И. А., Дяшкин-Титов В. В., Павловский В. Е. Манипуляторы для мобильных роботов. Концепции и принципы проектирования // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2012. № 44. 24 с.
9. Несмиянов И. А., Жога В. В., Дяшкин-Титов В. В., Воробьева Н. С. Манипулятор-трипод мобильного погрузочного робота // Робототехника в сельскохозяйственных технологиях. Матер. междуна. науч.-практ. конф. 2014. С. 230—238.
10. Герасун В. М., Несмиянов И. А., Жога В. В. Особенности сельскохозяйственных роботов и требования к ним // Робототехника и искусственный интеллект: матер. V Всеросс. науч.-техн. конф. с междуна. участием, г. Железнодорожск. Сибирский федеральный ун-т, Железнодорожский филиал СФУ. Железнодорожск, 2013. С. 26—28.
11. Корендяев А. И., Саламандра Б. Л., Тывес Л. И. и др. Манипуляционные системы роботов / Под общ. ред. А. И. Корендяева. М.: Машиностроение, 1989. — 472 с. ил.
12. Герасун В. М., Жога В. В., Несмиянов И. А., Воробьева Н. С., Дяшкин-Титов В. В. Исследование оптимальных конфигураций манипулятора-трипода с поворотным основанием // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 6. С. 21—26.
13. Корендяев А. И., Саламандра Б. Л., Тывес Л. И. Теоретические основы робототехники. Кн. 1. М.: Наука, 2006. 383 с.
14. Nesmiyanov I., Zhoga V., Skakunov V., Terekhov S., Vorob'eva N., Dyashkin-Titov V., Fares Ali Hussein Al-hadsha. Synthesis of Control Algorithm and Computer Simulation of Robotic Manipulator-Tripod // Communications in Computer and Information Science. Springer International Publishing Switzerland 2015: CIT & DS 2015, CCIS 535. P. 392—404.
15. Жога В. В., Герасун В. М., Несмиянов И. А., Воробьева Н. С., Дяшкин-Титов В. В. Динамический синтез оптимальных программных движений манипулятора-трипода // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2015. № 2. С. 85—92.
16. Zhoga V., Gavrilov A., Gerasun V., Nesmiyanov I., Pavlovsky V., Skakunov V., Bogatyrev V., Golubev D., Dyashkin-Titov V., Vorob'eva N. Walking Mobile Robot with Manipulator-Tripod // Proc. of Roman 2014 XX CISM-IFTOMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators. — Series: Mechanisms and Machine Science. Springer International Publishing Switzerland. 2014. Vol. 22. P. 463—471.

Manipulator of a Parallel-Series Structure with a Controlled Gripper Positioning Task

V. V. Zhoga, dtm@vstu.ru ✉, Volgograd State Technical University, Volgograd, 400005, Russian Federation,
V. V. Dyashkin-Titov, c_43.52.00@mail.ru, I. A. Nesmiyanov, ivan_nesmiyanov@mail.ru,
N. S. Vorobjeva, vorobva@inbox.ru,
Volgograd State Agrarian University, Volgograd, 400002, Russian Federation

Corresponding author: Zhoga Victor V., D. Sc., Professor,
Volgograd State Technical University, Volgograd, 400005, Russian Federation,
e-mail: dtm@vstu.ru

Received on March 22, 2016

Accepted on April 04, 2016

Manipulators with the mechanisms of a parallel structure are increasingly used in various industries: in mechanical engineering as parts of complex geometry mechanical processing, tool engineering, products packaging, as well as in the technological processes and in the production and processing of the agricultural products. Loading and unloading operations are well-suited for mechanization and automation with the use of a tripod manipulator. Till nowadays due to a limited working area, a relatively small degree of manipulation of a tripod manipulator, and, even less, the technological processes can be

subjected to mechanization and automation in processing of the agricultural products: sorting, packaging and canning of fruits and vegetables. In order to increase manipulation of the tripod manipulator (hand) in the joint, where the linear displacement drive units axis geometrically converge at a single point by a spherical five moveable hinge unit, a driven mechanism was designed consisting of three series-connected pairs of the fifth class of links (gripper) with a working body (brush). Since one of the basic requirements, which determine performance of the manipulators, is to ensure an approach of the manipulator's working body to the points of a service object with a given orientation of the working body, we define the tasks of positioning of the manipulator's working body and evaluation of its functional abilities in the service area. The task of a manipulator's positioning is to determine the manipulator's generalized coordinates at a given program position of the working body. In order to handle this problem it is necessary to solve the direct task for the hand of the manipulator, i.e. to determine the Cartesian coordinates of the suspension point in the absolute coordinate system of Oxyz and the inverse task for the gripper. Thus, the proposed scheme of a tripod manipulator with an additional mechanism for the gripper with three degrees of mobility allows us to ensure the necessary manipulation parameters and the optimal configuration of the manipulator in the transition from its initial position to the final one. A method for handling of the direct and inverse problems of the manipulator kinematics was developed. The solution is provided for two design options of the gripper.

Keywords: manipulator, parallel-serial structure, gripping, positioning

Acknowledgements: This work was financially supported by the RFBR on the basis of scientific projects № 15-01-04577-a, № 16-38-00485 mol_a.

For citation:

Zhoga V. V., Dyashkin-Titov V. V., Nesmijanov I. A., Vorob'eva N. S. Manipulator of a Parallel-Series Structure with a Controlled Gripper Positioning Task, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 525—530.

DOI: 10.17587/mau.17.525-530

References

1. Afonin V. L., Podzorov P. V., Slepcev V. V. *Obrabatyvayushhee oborudovanie na osnove mekhanizmov parallel'noj kinematiki* (Processing equipment on the basis of mechanisms of parallel kinematics), Moscow, Mashinostroyeniye, 2006 (in Russian).
2. Bushuev V. V., Hol'shev I. G. *Mekhanizmy parallel'noj struktury v mashinostroyenii* (The mechanisms of parallel structure in mechanical engineering), STIN, 2001, no. 1, pp. 3—8 (in Russian).
3. Rybak L. A., Grinenko G. P. *Innovacionnoe obrabatyvayushhee oborudovanie na baze parallel'nyh struktur: perspektivy i napravleniya kommercializatsii* (Innovative processing equipment on the basis of parallel structures: prospects and directions of commercialization), *Naukoemkie tekhnologii v Mashinostroyenii*, 2013, no. 7 (25), pp. 32—39 (in Russian).
4. **The handling robot FlexPicker IRB 360** company AAB. www.aab.com/robotics, available at: http://www.roboticturnkey-solutions.com/robots/abb/datasheet/IRB_360.pdf.
5. Shipilevskij G. B., Viktorov A. I. *Avtomatizatsiya mobil'nyh sel'skohozjajstvennyh agregatov* (Automation of mobile agricultural units), *Mekhanizatsiya i Jelektrifikatsiya Sel'skogo Hozjajstva*, 2001, no. 3, pp. 28—29 (in Russian).
6. Kobrinskij A. A., Kobrinskij A. E. *Manipulacionnye sistemy robotov* (Manipulation systems of robots), Moscow, Nauka, 1985, 343 p. (in Russian).
7. Glazunov V. A., Koliskor A. Sh., Krajnev A. F. *Prostranstvennyye mekhanizmy parallel'noj struktury* (Spatial mechanisms of parallel structure), Moscow, Nauka, 1991, 95 p. (in Russian).
8. Gerasun V. M., Pyndak V. I., Nesmijanov I. A., Djashkin-Titov V. V., Pavlovskij V. E. *Manipulyatory dlja mobil'nyh robotov. Konceptii i principy proektirovaniya* (Manipulators for mobile robots. The concept and design principles), *Preprinty IPM im. M. V. Keldysha*, 2012, no. 44, 24 p. (in Russian).
9. Nesmijanov I. A., Zhoga V. V., Djashkin-Titov V. V., Vorob'eva N. S. *Manipulyator-tripod mobil'nogo pogruzochnogo robota* (The tripod- manipulator mobile loading robot), *Robototekhnika v Sel'skohozjajstvennyh Tekhnologijah: Proc. of the international scientific-practical. conf.*, 2014, pp. 230—238 (in Russian).
10. Gerasun V. M., Nesmijanov I. A., Zhoga V. V. *Osobennosti sel'skohozjajstvennyh robotov i trebovaniya k nim* (Features of agricultural robots and their requirements), *Robototekhnika i Iskusstvennyj Intellekt: Proceedings of the V All-Russia Scientific and Engineering Conf. with Int. Participating*, Zheleznogorsk, 2013, pp. 26—28 (in Russian).
11. Korendjasev A. I., Salamandra B. L., Tyves L. I., et al. *Manipulacionnye sistemy robotov* (Robots' manipulation systems), Moscow, Mashinostroyeniye, 1989, 427 p. (in Russian).
12. Gerasun V. M., Zhoga V. V., Nesmijanov I. A., Vorob'eva N. S., Djashkin-Titov V. V. *Issledovanie optimal'nyh konfiguracij manipulyatora — tripoda s povorotnym osnovaniem* (A study of optimal configurations of a tripod- manipulator with swivel base), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 6, pp. 21—26 (in Russian).
13. Korendjasev A. I., Salamandra B. L., Tyves L. I. *Teoreticheskie osnovy robototekhniki* (Theoretical basis of robotics), Moscow, 2006, Nauka, vol. 1, 383 p. (in Russian).
14. Nesmijanov I., Zhoga V., Skakunov V., Terekhov S., Vorob'eva N., Dyashkin-Titov V., Fares Ali Hussein Al-hadsha. Synthesis of Control Algorithm and Computer Simulation of Robotic Manipulator-Tripod, *Communications in Computer and Information Science*, Springer International Publishing Switzerland 2015: CIT & DS 2015, CCIS 535, pp. 392—404 (in Russian).
15. Zhoga V. V., Gerasun V. M., Nesmijanov I. A., Vorob'eva N. S., Djashkin-Titov V. V. *Dinamicheskij sintez optimal'nyh programmnyh dvizhenij manipulyatora-tripoda* (Dynamic creation of the tripod — manipulator optimum program movement), *Problemy Mashinostroyeniya i Nadezhnosti Mashin*, 2015, no. 2, pp. 85—92 (in Russian).
16. Zhoga V., Gavrilov A., Gerasun V., Nesmijanov I., Pavlovskij V., Skakunov V., Bogatyrev V., Golubev D., Dyashkin-Titov V., Vorob'eva N. *Walking Mobile Robot with Manipulator-Tripod, Proceedings of Romansy 2014 XX CISM-IFTOMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators. Series: Mechanisms and Machine Science*, Springer International Publishing Switzerland, 2014, vol. 22, pp. 463—471 (in Russian).

М. В. Бобырь, д-р техн. наук, проф., fregat_mn@rambler.ru,
С. А. Кулабухов, аспирант, kulabuhov.sergei@yandex.ru,
А. С. Якушев, магистрант, alekseyakushev@yandex.ru,
Юго-Западный государственный университет, Курск

Нечеткая иерархическая система угловой ориентации мобильного робота. Часть II^{1, 2}

Описан второй уровень иерархической нечеткой системы управления угловой ориентацией мобильного робота при прохождении лабиринта. Доказана применимость нечетко-логического вывода в системе управления и возможность использования в робототехнических мини-платформах. Представлен механизм обработки информации, получаемой от датчиков, установленных на нем. Предложено использование метода разности площадей для дефазификации результата при расчете времени задержки, а также проведение адаптации термов выходной функции принадлежности для увеличения точности угловой ориентации. Рассмотрены экспериментальные результаты прохождения лабиринта мобильным роботом.

Ключевые слова: мобильный робот, лабиринт, Arduino, инфракрасный дальномер Sharp 2D120X, ультразвуковой дальномер HC-SR04, нечеткая логика, иерархическая нечеткая система управления, метод разности площадей, адаптация функции принадлежности, RMSE

Введение

Современная робототехника успешно развивается, и разработчики автоматизированных и автономных механизированных устройств сталкиваются с проблемой их координации при движении, так как при самостоятельном движении возникает необходимость определения углов поворотов для объезда препятствий. Некоторые зарубежные авторы в своих алгоритмах управления подобными системами используют сложные тригонометрические вычисления и матрицы [1–3] для определения углов. Это, в свою очередь, значительно увеличивает сложность программирования управляющих систем, и, как следствие, объем программного кода резко возрастает.

При навигации роботов по координатам известной карты ученые используют декартовую систему координат и матрицы с данными о каждой точке местности для точного определения положения робота. Однако использование большого числа переменных данных в вычислениях ведет к увеличению среднеквадратического отклонения при оценке точности расчетов, при этом сложность программного кода также увеличивается.

Мобильные системы, разработанные на микроплатах, таких как Arduino, в силу небольшого объема внутренней памяти (порядка 32 кбайт) не позволяют хранить такой объем данных, поэтому подобные вычисления не могут быть реализованы на таких микроплатах. Для сокращения объемов кодов программы разработчики прибегают к использованию нечеткой логики [4–5]. Но использование традиционных методов при угловой ориентации для объезда препятствий на основе жестких формул приводит к отсутствию свойства аддитивности системы в

целом и, как следствие, к отсутствию реакции системы в некоторых диапазонах входных значений [6, 7].

Исходя из вышесказанного авторами предлагается иерархическая нечеткая система управления мобильными роботами с использованием мягких арифметических операций в структуре нечеткого вывода. Она учитывает указанные выше недостатки и дает высокую точность расчетов и приемлемый размер программного кода для использования в автономных мобильных системах.

Обработка информации, получаемой с датчиков

Для работы иерархической системы угловой ориентации мобильного робота применяют датчики расстояний, передающие информацию о расстоянии до окружающих объектов [8]. Основными дальномерами, применяющимися в системе, являются инфракрасные датчики малой дальности Sharp 2D120X F 05 и ультразвуковой датчик HC-SR04 средней дальности.

В мобильном роботе, рассматриваемом в данной работе (см. Часть I) используются три инфракрасных датчика.

Подключение инфракрасных датчиков к управляющей плате Arduino с помощью установленной на ней платы Troyka Shield представлено на рис. 1 (см. вторую сторону обложки).

Правый и левый датчики закрепляются по бокам мобильного робота и отвечают за контроль стен углов лабиринта, третий — центральный датчик расстояния, закрепленный в передней части робота, — отслеживает появление объектов-препятствий впереди.

Ультразвуковой дальномер неподвижно закрепляется на сервоприводе, используемом для его поворота на 180°. Схема подключения сервопривода и датчика HC-SR04 к плате Arduino представлена на рис. 2 (см. вторую сторону обложки).

¹ Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ МД-2983.2015.8.

² Часть I опубликована в журнале "Механика, автоматизация, управление", 2016, т. 17, № 7, с. 458–464.

После запуска кода, управляющего движением, робот каждые 20 мс проверяет показания с инфракрасных датчиков.

Если датчики сообщают о том, что впереди свободно больше 8 см, а справа и слева — больше 10 см, то робот продолжает выполнять прямолинейное движение вперед. В случае, когда расстояние на одном из датчиков оказывается меньше допустимого, робот останавливается. Далее необходимо установить, какой из датчиков увидел препятствие, и согласно этим данным принять решение о следующем действии.

В ситуации, когда левый и центральный датчик сообщают о том, что расстояние для движения достаточно, а правый сигнализирует о наличии препятствия, система управления движением подает питание на двигатели и поворачивает робот на 30° влево. В ситуации, когда уже левый датчик сообщает о наличии препятствия, а два других говорят о возможности продолжения движения, робот поворачивается на 30°, но уже вправо. Подобная система контроля объектов, расположенных по бокам, позволяет роботу двигаться в узких коридорах, а также экономить время на поиске обходных путей и проходить лабиринт значительно быстрее. На рис. 3 представлен алгоритм выполнения описанных действий.

В случае, когда невозможно двигаться вперед, ситуация контролируется с помощью центрального лазерного датчика. Робот переходит в стадию поиска направления дальнейшего движения, и на этом этапе происходит определение входной лингвистической переменной второго уровня иерархии — угла поворота. Здесь в работу вступает ультразвуковой сенсор. Принцип поиска пути представлен в виде блок-схемы на рис. 4.

После выполнения всех действий по поиску пути объезда препятствия робот поворачивается на необходимый угол и продолжает движение [9–10]. Схема управления поворотом робота представлена на рис. 5.

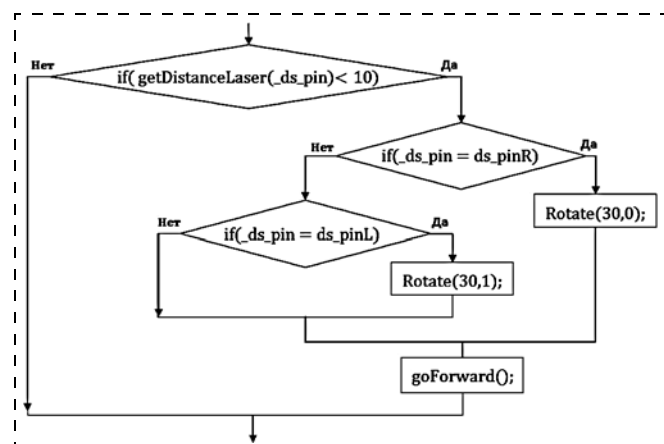


Рис. 3. Блок-схема алгоритма контроля препятствий при движении вперед: Rotate(30,0) — функция поворота (первый параметр (30) — угол, на который необходимо повернуться; второй параметр (0) — указание стороны (0 — влево, 1 — вправо)); goForward() — функция движения вперед



Рис. 4. Блок-схема алгоритма определения максимального расстояния и связанного с ним угла

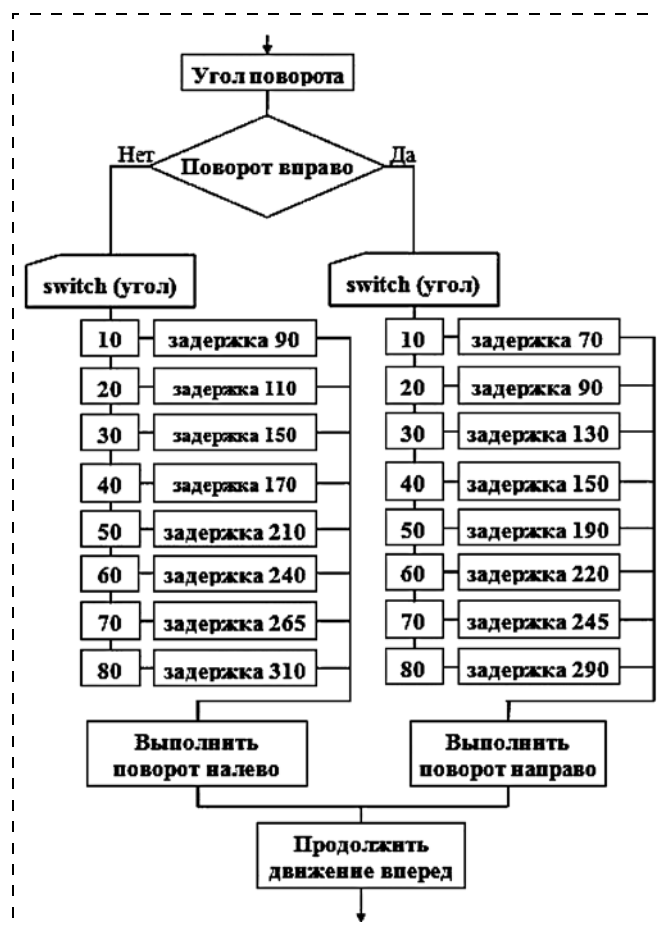


Рис. 5. Блок-схема управления поворотами мобильного робота

В блок-схеме показано, что каждый угол, на который необходимо совершить поворот, связан с конкретным временем задержки [11]. Данная взаимосвязь является следствием экспериментов, подробно описанных в первой части статьи.

Второй уровень иерархической системы управления мобильным роботом

Математическая модель нечеткой иерархической системы угловой ориентации мобильного робота может быть представлена в виде

$$t = f(\alpha; v) = f(\alpha; f(m; u)), \quad (1)$$

где $f(\alpha, v)$ — функция нечеткого вывода от входных параметров; t — время задержки; m — масса робота; u — напряжение; α — угол поворота; v — скорость движения [12].

Входными переменными второго уровня являются скорость v (м/с) движения и угол α (°), на который необходимо повернуть робот в случае обнаружения препятствия перед ним. Параметр скорости, как видно из формулы (1), формируется на выходе первого уровня иерархической системы.

Информация о скорости и угле поворота позволяют найти ключевой параметр для поворота робота в лабиринте при объезде препятствий — время задержки t (мс). Оно показывает, на какой временной промежуток требуется подача постоянного питания на моторы мобильного робота, чтобы он смог развернуться на необходимый угол для объезда препятствия.

Алгоритм адаптации функций принадлежности

Первым шагом нечеткого вывода является построение функции принадлежности (см. часть I, рис. 5). Проведенные исследования показали [13], что после обучения нечеткой системы увеличивается ее точность. Оценку осуществляли на основе расчета среднеквадратического отклонения (RMSE — root mean square error).

Метод заключается в перемещении вершин термов ФП вправо и влево до тех пор, пока не будет получено минимальное значение RMSE.

Дефазификация результата проводится на основе метода разности площадей [14], благодаря чему значительно сглаживается поверхность отклика результирующей переменной. Также в системе расчетов используется алгоритм адаптации выходной функции принадлежности, уменьшающий показатель RMSE результирующих значений от эталонной выборки. В результате было получено значение RMSE, равное 2,6 для жестких вычислений, а использование мягких арифметических операций позволило добиться $RMSE = 0,11$.

Эксперимент

С использованием построенной иерархической системы управления было проведено численное

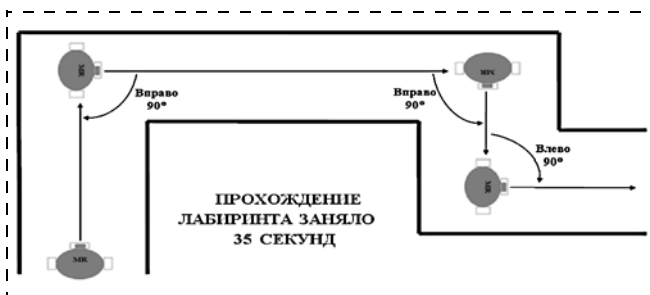


Рис. 8. Общий вид экспериментального лабиринта

моделирование работоспособности системы. При расчете были использованы жесткие и мягкие арифметические операции, выполнен полный перебор всех возможных входных значений и получены графики, представленные на рис. 6 (см. вторую сторону обложки).

Проведенное моделирование показало, что мягкие нечеткие вычисления дают более гладкую поверхность отклика и работают со всеми диапазонами значений, т.е. обладают свойством аддитивности в отличие от жесткой модели нечеткого вывода.

Разработанная нечеткая иерархическая система угловой ориентации была реализована в мобильном роботе на платформе Arduino. Результаты прохождения роботом лабиринта [15] представлены на слайдах рис. 7 (см. вторую сторону обложки).

Для наглядного представления всего лабиринта и движения робота на рис. 8 представлена схема движения с указанием остановок и поворотов мобильного робота.

В ходе прохождения лабиринта были сделаны три ключевые остановки. На полное прохождение роботу потребовалось 35 с.

Заключение

В результате исследования иерархической нечеткой системы управления мобильным роботом на практике следует отметить, что в целях минимизации RMSE целесообразно использовать мягкие арифметические операции в системе нечеткого вывода. Наличие мягких формул [16—17] увеличивает точность системы более, чем в 25 раз. На практике это было доказано с помощью расчета коэффициента среднеквадратического отклонения RMSE. Для системы с использованием мягких формул RMSE составил 0,11, в то время как при использовании жестких вычислений он составлял порядка 2,6.

На основании разработанной нечеткой иерархической системы создано алгоритмическое обеспечение для управления мобильным роботом, позволяющее ему ориентироваться в лабиринте и находить выход из него. Система угловой ориентации, применимая для роботов с различной массой и источниками питания, позволяет точно определять маршрут объезда препятствий [18].

Важно сказать о том, что использование алгоритма нечеткого вывода позволило сократить объ-

ем программного кода на 25 %, что свидетельствует в пользу применения подобных систем в системах управления мобильными роботами.

Список литературы

1. Гранский Н. И., Мальцевский В. В., Засед В. В., Михайлов А. А. Способ определения параметров, характеризующих ориентацию тележки транспортного средства. Патент на изобретение № 2300738 от 14.12.2005. Опубликовано 10.06.2007 Бюл. № 16.
2. Yung-Chang Luo, Wei-Xian Chen. Sensorless stator field orientation controlled induction motor drive with a fuzzy speed controller // Computers & Mathematics with Applications. 2012. Vol. 64, Iss. 5. P. 1206—1216.
3. Гранский Н. И., Мальцевский В. В., Засед В. В., Михайлов А. А. Способ определения пространственного положения и угловой ориентации тележки транспортного средства. Патент на изобретение № 2303240 от 02.03.2006. Опубл. 20.07.2007. Бюл. № 20.
4. Li Qin, Fucan Liu, Lihuan Liang, Jingfang Gao. Fuzzy adaptive robust control for space robot considering the effect of the gravity // Chinese Journal of Aeronautics. 2014. Vol. 27, Iss. 6. P. 1562—1570.
5. Fatemeh Fathinezhad, Vali Derhami, Mehdi Rezaeian. Supervised fuzzy reinforcement learning for robot navigation // Applied Soft Computing. 2016. Vol. 40. P. 33—41.
6. Бобырь М. В., Титов Д. В., Кулабухов С. А. Оценка влияния числа обучаемых точек на аддитивность нечетких систем // Промышленные АСУ и контроллеры. 2014. № 10. С. 30—35.
7. Бобырь М. В., Милостная Н. А. Нечеткая модель интеллектуальной системы управления мобильным роботом // Проблемы машиностроения и автоматизации (Engineering and automation problems). 2015. № 3. С. 57—67.
8. Щербатов И. А. Интеллектуальное управление робототехническими системами в условиях неопределенности // Вестник Астраханского государственного технического университета. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 1. С. 73—77.
9. Щербатов И. А. Коррекция глобальной цели в интеллектуальных системах управления сложными слабо-формализуемыми системами // Автоматизация. Современные технологии. 2014. № 6. С. 34—40.
10. Титов В. С., Бобырь М. В., Кулабухов С. А. Учет инерционности в нечетко-логических системах управления // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2014. № 12. С. 14—19.
11. Бобырь М. В., Титов Д. В., Кулабухов С. А. Оценка прогнозирования принятия решений в условиях неопределенности. Телекоммуникации. 2015. № 11. С. 39—44.
12. Бобырь М. В. Адаптация системы управления мобильным роботом на основе нечеткой логики // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 7. С. 449—455.
13. Бобырь М. В., Кулабухов С. А. Дефазификация вывода из базы нечетких правил на основе метода разности площадей // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2015. № 9. С. 32—41.
14. Седов В. А., Седова Н. А. Интеллектуальная система управления движением робота, движущегося по линии // Информационные технологии. Радиоэлектроника. Телекоммуникации. 2013. № 3. С. 262—267.
15. Бобырь М. В., Титов Д. В., Кулабухов С. А. О некоторых свойствах мягкого алгоритма нечетко-логического вывода // Известия Юго-Западного государственного университета. Сер. Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2015. № 2 (59). С. 39—51.
16. Бобырь М. В., Титов В. С., Милостная Н. А., Глобин П. В. Оценка достоверности при моделировании нечетко-логических систем // Промышленные АСУ и контроллеры. 2012. № 7. С. 32—38.
17. Бобырь М. В. Диагностика оборудования с ЧПУ методами нечеткой логики // Промышленные АСУ и контроллеры. 2010. № 1. С. 18—20.

Hierarchical Fuzzy Control System for a Mobile Robot Angular Orientation. Part II

M. V. Bobyr, fregat_mn@rambler.ru ✉, S. A. Kulabuhov, kulabuhov.sergei@yandex.ru,
A. S. Yakushev, alekseyakushev@yandex.ru,
South-West State University, Kursk, 305040, Russian Federation

Corresponding author: Bobyr Maksim V., D. Sc., Professor of Computer Engineering
in the South-West State University, Kursk, 305040, Russian Federation,
e-mail: fregat_mn@rambler.ru

Received on March 23, 2016

Accepted on March 30, 2016

The paper presents the method of the angular orientation for a mobile robot passing obstacles in a labyrinth. A small RAM of the microcontroller is one of the drawbacks in the mobile robots' control system. In order to compensate for it the authors suggest using fuzzy hierarchical system of the angular orientation of the mobile robots. An advantage of this system is a smaller number of computations. This is possible because the output information is supplied to the next level of the fuzzy hierarchical system without the use of defuzzification. The input information for the fuzzy hierarchical system of control of a mobile robot is the data, which comes from the laser and ultrasonic sensors. Proceeding from this information, the paper presents the algorithms, which allow a mobile robot to detect obstacles and bypass them. Besides, the circuits connecting the sensors to a mobile robot are shown. The second part of the paper presents the top level of the fuzzy hierarchical control system of the angular orientation of a mobile robot. A distinctive feature of the fuzzy hierarchical system is that the model difference areas are used in the defuzzification. Simulation of the fuzzy hierarchical system was realized, when hard and soft arithmetic operations were used in the fuzzy inference. The presented graphs of the results of the work of the fuzzy hierarchical system show the effectiveness of the proposed solutions. The experimental results of bypassing of the labyrinth by a mobile robot also confirmed the adequacy of the developed fuzzy hierarchical control system of the angular orientation for a mobile robot.

Keywords: mobile robot, maze, Arduino, infrared (Sharp 2D120X) range finder, ultrasonic range finder HC-SR04, fuzzy logic, hierarchical fuzzy control system, squares difference method, adaptation of the membership function, RMSE

Acknowledgements: This work was supported by the RF President Grant MD-2983.2015.8.

For citation:

Bobyр M. V., Kulabuhov S. A., Yakushev A. S. Hierarchical Fuzzy Control System for a Mobile Robot Angular Orientation. Part II, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 531—535.

DOI: 10.17587/mau.17.531-535

References

1. **Gransky N. I., Malyshevsky V. V., Zased V. V., Mikhailov A. A.** *Spособ opredeleniya parametrov, kharakterizuyushchikh orientatsiyu teleshki transportnogo sredstva* (Method for determining parameters characterizing the orientation of the vehicle bogie). The patent for the invention № 2300738 from 14.12.2005. Published 10.06.2007 Bull. № 16 (in Russian).
2. **Yung-Chang Luo, Wei-Xian Chen.** Sensorless stator field orientation controlled induction motor drive with a fuzzy speed controller, *Computers & Mathematics with Applications*, 2012, vol. 64, iss. 5, pp. 1206—1216.
3. **Granskov N. I., Malcev V. V., Zased V. V., Mikhailov A. A.** *Spособ opredeleniya prostranstvennogo polozheniya i uglovoi orientatsii teleshki transportnogo sredstva* (Method for determining the spatial position and angular orientation of the vehicle bogie). The patent for the invention № 2303240 from 02.03.2006. Published 20.07.2007 Bull. № 20 (in Russian).
4. **Li Qin, Fucui Liu, Lihuan Liang, Jingfang Gao.** Fuzzy adaptive robust control for space robot considering the effect of the gravity, *Chinese Journal of Aeronautics*, 2014, vol. 27, iss. 6, pp. 1562—1570.
5. **Fatemeh Fathinezhad, Vali Derhami, Mehdi Rezaeian.** Supervised fuzzy reinforcement learning for robot navigation, *Applied Soft Computing*, 2016, vol. 40, pp. 33—41.
6. **Bobyр M. V., Titov D. V., Kulabuhov S. A.** *Otsenka vliyaniya chisla obuchaemykh tocheк na additivnost' nechetkikh sistem* (Assessing the impact of the number of students points on additive fuzzy systems), *Industrial ACS and Controllers*, 2014, no. 10, pp. 30—35 (in Russian).
7. **Bobyр M. V., Milostnaya N. A.** *Nechetskaya model' intellektual'noi sistemy upravleniya mobil'nym robotom* (Fuzzy model of intellectual mobile robot control systems), *Problems of Mechanical Engineering and Automation (Engineering Andautomation Problems)*, 2015, no. 3, pp. 57—67 (in Russian).
8. **Shcherbatov I. A.** *Intellektual'noe upravlenie robototekhnicheskimi sistemami v usloviyakh neopredelennosti* (Intelligent robotic systems under uncertainty), *Journal of Astrakhan State Technical University. Series: Control, computer engineering and computer science*, 2010, no. 1, pp. 73—77 (in Russian).
9. **Shcherbatov I. A.** *Korreksiya global'noi tseli v intellektual'nykh sistemakh upravleniya slozhnymi slabo-formalizuemymi sistemami* (Correction of the global objectives of smart complex weakly formalizable systems control systems), *Automation. Modern technologies*, 2014, no. 6, pp. 34—40 (in Russian).
10. **Titov V. S., Bobyr M. V., Kulabuhov S. A.** *Uchet inertsionnosti v nechetko-logicheskikh sistemakh upravleniya* (Accounting for persistence in the fuzzy-logic control systems), *Instruments and Systems. Management, Monitoring, Diagnostics*, 2014, no. 12, pp. 14—19 (in Russian).
11. **Bobyр M. V., Titov D. V., Kulabuhov S. A.** *Otsenka prognozirovaniya prinyatiya reshenii v usloviyakh neopredelennosti* (Evaluation of forecasting decision-making under uncertainty), *Telecommunications*, 2015, no. 11, pp. 39—44 (in Russian).
12. **Bobyр M. V.** *Adaptatsiya sistemy upravleniya mobil'nym robotom na osnove nechetkoi logiki* (Adaptation of mobile robot control system based on fuzzy logic), *Mechatronics, Automation, Control*, 2015, vol. 16, no. 7, pp. 449—455 (in Russian).
13. **Bobyр M. V., Kulabuhov S. A.** *Defazzifikatsiya vyvoda iz bazy nechetkikh pravil na osnove metoda raznosti ploshchadei* (Defuzzification output from the base of fuzzy rules based on the method of squares difference), *Herald of computer and information technologies*, 2015, no. 9, pp. 32—41 (in Russian).
14. **Sedov V. A., Sedova N. A.** *Intellektual'naya sistema upravleniya dvizheniem robota, dvizhushchegosya po linii* (Intelligent robot motion control system, moving along the line), *Information technologies. Electronics. Telecommunications*, 2013, no. 3, pp. 262—267 (in Russian).
15. **Bobyр M. V., Titov D. V., Kulabuhov S. A.** *O nekotorykh svoistvakh myagkogo algoritma nechetko-logicheskogo vyvoda* (On some properties of soft algorithm fuzzy inference), *Proc. of the South-Western State University. Series management, computer engineering, computer science. Medical device*, no. 2 (59), 2015, pp. 39—51 (in Russian).
16. **Bobyр M. V., Titov V. S., Milostnaya N. A., Globin P. V.** *Otsenka dostovernosti pri modelirovanii nechetko-logicheskikh sistem* (Evaluation of reliability for modeling fuzzy logic systems), *Industrial ACS and controllers*, 2012, no. 7, pp. 32—38 (in Russian).
17. **Bobyр M. V.** *Diagnostika oborudovaniya s ChPU metodami nechetkoi logiki* (Diagnostics equipment CNC methods of fuzzy logic), *Industrial ACS and controllers*, 2010, no. 1, pp. 18—20 (in Russian).



СЕДЬМАЯ МЕЖОТРАСЛЕВАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ "АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВА — 2016"

г. Москва, 29 ноября 2016 г., ГК "ИЗМАЙЛОВО"

Организатор конференции
ООО "ИНТЕХЭКО"

Тематика конференции



- Актуальные задачи автоматизации в промышленности
- Современные информационные технологии повышения уровня эффективности, экономичности и промышленной безопасности промышленных предприятий
- Информационно-управляющие системы промышленной автоматизации (АСУТП, АСОДУ, ERP, MES-системы и др.)
- Автоматизация электроснабжения промышленных предприятий. Системы энергоменеджмента
- Практический опыт внедрения информационных систем на предприятиях различных отраслей
- Последние достижения в области контрольно-измерительной техники
- Новейшие типы газоанализаторов, расходомеров, спектрометров, средств мониторинга, контроля и учета, различные типы датчиков
- Системы управления нормативно-справочной информацией
- Автоматизация проектирования, измерений и испытаний

Контактная информация

admin@intecheco.ru

т.: + 7 (905) 567-8767

ф.: + 7 (495) 737-7079

www.intecheco.ru

Л. А. Климина, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., klimina@imec.mu.ru,
М. З. Досаев, канд. физ.-мат. наук, доц., вед. науч. сотр., dosayev@imec.msu.ru,
Ю. Д. Селюцкий, канд. физ.-мат. наук, доц., вед. науч. сотр., seliutski@imec.msu.ru,
НИИ механики МГУ, Москва

О динамике ветроэнергетической установки с рабочим элементом на основе механизма антипараллелограмма¹

Предложен новый тип конструкции ветроэнергетической установки. Установка представляет собой механизм антипараллелограмма, на шатуне которого закреплена пластина, взаимодействующая с потоком среды. На оси одного из кривошипов закреплён ротор электрогенератора. Построена математическая модель системы. С помощью асимптотического метода Пуанкаре—Понтрягина получены достаточные условия существования и устойчивости периодических режимов, оценена механическая мощность на этих режимах. Проведены эксперименты с лабораторным макетом установки.

Ключевые слова: ветроэнергетическая установка, механизм антипараллелограмма, электрогенератор, математическая модель, периодические режимы, орбитальная устойчивость, механическая мощность

Введение

Среди актуальных задач современной ветроэнергетики и гидроэнергетики можно выделить создание энергоустановок, предназначенных для работы в условиях агрессивной среды. Неизолированные элементы конструкции быстро изнашиваются под действием воды, воздуха с примесями твердых частиц и т.п. Особенно важно изолировать от вредного воздействия среды электрогенератор. Предпочтительна такая конструкция энергоустановки, при которой электрогенератор размещается вне потока среды.

Относительно недавно появились исследования [1–3] нового типа ветроэнергетических систем, в которых ветроприемный элемент совершает под действием потока колебательные движения, аналогичный принцип применяется и для гидроустановок. Вращающиеся элементы конструкции таких установок, а также электрогенератор могут размещаться вне потока. Однако использование механизмов, звенья которых совершают колебательные движения, приводит и к некоторым нежелательным эффектам. Траектории всех точек звена, совершающего колебательное движение, содержат возвратные точки, в которых абсолютная скорость обращается в ноль, соответственно на каждом цикле движения есть фазы торможения колебательного звена, что

не только снижает энергетическую эффективность установки, но и сопровождается нежелательными ударными эффектами.

В данной статье мы предлагаем принципиально новую конструкцию ветро/гидроприемного механизма. Движение ветроприемного элемента механизма не является ни вращательным, ни колебательным. Рабочий элемент (ветроприемная пластина) закреплён на середине шатуна антипараллелограмма. Таким образом, траектория центра пластины представляет собой лемнискатоиду. Принципиальное отличие механизма от предшествующих колебательных установок заключается в том, что траектории всех точек пластины не содержат возвратных точек. Таким образом, на рабочем режиме отсутствует фаза нулевой абсолютной скорости какой-либо точки ветроприемной пластины.

1. Постановка задачи

1.1. Описание механической системы

Схема механизма и фотография первого прототипа представлены на рис. 1. Кривошипы OA и O_1B длины r каждый вращаются вокруг вертикальных осей O и O_1 соответственно. Шатун AB длины l шарнирно соединен с кривошипами в точках A и B . Шатун расположен таким образом, что $OABO_1$ — антипараллелограмм.

На шатуне AB в его центре C жестко закреплена ветроприемная пластина (характерная площадь пластины S) так, что плоскость пластины вертикальна

¹ Работа выполнена в рамках работ по приоритетному направлению научных исследований НИИ механики МГУ № 10.1 "Динамика управляемых комплексных мехатронных систем".

и параллельна АВ. Пластина взаимодействует с потоком среды плотности ρ , имеющим на бесконечности скорость $\mathbf{V}$, направленную вдоль оси Ox , перпендикулярной отрезку OO_1 .

Ось O кривошипа OA соединена с ротором электрогенератора установки. Звено OA и ротор генератора образуют твердое тело T . Будем считать, что центр масс тела T находится в точке O .

Обозначим J — центральный момент инерции тела T . Момент инерции кривошипа O_1B относительно его центра масс O_1 будем считать также равным J . Обозначим J_2, m — центральный момент инерции и масса тела "шатун AB + пластина", центр масс этого тела находится в середине C отрезка AB .

Генератор подключен к локальной внешней цепи.

Система имеет одну степень свободы. В качестве обобщенной координаты выберем угол φ между осью Ox и кривошипом OA .

1.2. Модель активных сил

Будем считать, что система находится под действием аэродинамических сил, приложенных к пластине, и электромеханического момента. Электромеханический момент будем считать линейным по угловой скорости $\dot{\varphi}$ ротора генератора [3].

Считаем, что точка приложения аэродинамических сил — центр давления пластины — постоянно совпадает с точкой C . Значения аэродинамических сил определяются на основе квазистатического подхода (аналогично работе [3]). При численных расчетах были использованы зависимости коэффициентов $C_d(\alpha)$, $C_l(\alpha)$ силы сопротивления и подъемной силы от мгновенного угла атаки α , полученные на основе стационарных экспериментов с плоской пластиной удлинения 8 [5].

1.3. Динамические уравнения и постановка задачи

Уравнения движения в безразмерных переменных имеют следующий вид:

$$\begin{cases} d\varphi/d\tau = p/k(\varphi) = z; \\ dp/d\tau = 0,5k'(\varphi)k^{-2}(\varphi)p^2 + \varepsilon(Q(\varphi, z) - cz). \end{cases} \quad (1)$$

$$k(\varphi) = 2 + a^{-2}\psi'^2 + 2a^{-1}\psi'\cos(\varphi + \psi) + J_2J^{-1}\psi'^2 + m^2J^{-1}(1 + 0,25a^{-2}\psi'^2 + a^{-1}\psi'\cos(\varphi + \psi)),$$

$$Q(\varphi, z) = z^{-1}\sqrt{u_x^2 + u_y^2} \times (C_l(\alpha)u_y - C_d(\alpha)(u_x^2 + u_y^2 + u_x)).$$

Здесь $\tau = Vt/r$, $\alpha = \arctan(u_y/u_x) + \psi$; $u_x = -z\sin\varphi + 0,5a^{-1}z\psi'\sin\psi - 1$; $u_y = z\cos\varphi + 0,5a^{-1}z\psi'\cos\psi$;

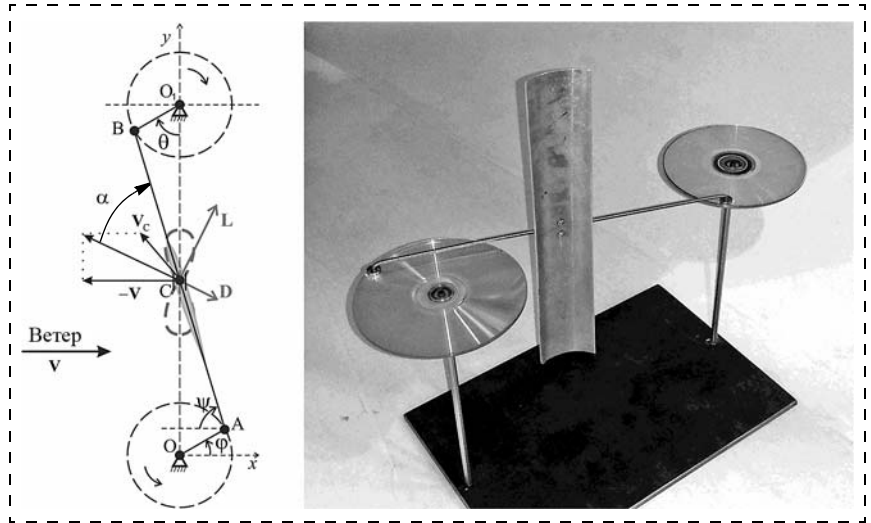


Рис. 1. Схема механизма и фотография лабораторного макета

$c = C^2/(R_e V \rho S r^2)$ — коэффициент электрической нагрузки; C — коэффициент электромеханического взаимодействия; R_e — внешнее сопротивление в цепи генератора; $a = r/l < 1$; $\varepsilon = \rho S r^3 J^{-1}$; $\psi = \psi(\varphi) = \pi/2 - 2\arcsin(\cos\varphi/\sqrt{(a^{-1} - \sin\varphi)^2 + \cos^2\varphi})$, $\psi' = d\psi/d\varphi$.

Правая часть системы (1) — 2π -периодическая по φ . Таким образом, фазовое пространство системы (1) — цилиндрическое. Притягивающая периодическая траектория системы (1), охватывающая фазовый цилиндр, соответствует рабочему режиму установки.

Получим достаточные условия существования притягивающих периодических траекторий системы (1) и оценим механическую мощность, отбираемую у потока на соответствующих режимах ветроэнергетической установки (ВЭУ). При этом будем рассматривать периодические траектории системы (1), целиком расположенные в верхней половине фазового цилиндра, (для траекторий, целиком лежащих в нижней половине фазового цилиндра, справедливы аналогичные рассуждения). Исследуем, как влияют на величину механической мощности следующие параметры модели: отношение a длины кривошипа к длине шатуна, коэффициент c электрической нагрузки (чем больше нагрузка на ВЭУ со стороны потребителей электрической энергии, тем больше коэффициент c).

2. Достаточные условия существования и орбитальной устойчивости периодической траектории

Для получения достаточных условий существования периодических траекторий системы (1) воспользуемся методом Пуанкаре—Понтрягина [6], описывающим возникновение периодических траекторий полной системы из траекторий "порождающей" консервативной системы. В качестве "порож-

дающей" консервативной системы рассмотрим систему (1) при $\varepsilon = 0$. Ее траектории имеют вид $p_h(\varphi) = k(\varphi)z_h(\varphi) = \sqrt{hk(\varphi)}$, где h — параметр, характеризующий уровень энергии.

Для системы (1) выполнены условия теоремы Пуанкаре—Понтрягина, следовательно, если для некоторого $h_0 > 0$ имеем

$$I(h_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (Q(\varphi, \sqrt{h_0/k(\varphi)}) - c\sqrt{h_0/k(\varphi)}) d\varphi = 0$$

$$\text{и } dI(h)/dh|_{h=h_0} \neq 0, \quad (2)$$

то для достаточно малых ε у системы (1) существует периодическая траектория $\tilde{p}_h(\varphi)$, охватывающая фазовый цилиндр, которая стремится к кривой $p_h(\varphi)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Более того, если $dI(h)/dh|_{h=h_0} < 0$, то периодическая траектория $\tilde{p}_h(\varphi)$ — притягивающая, если же $dI(h)/dh|_{h=h_0} > 0$, то $\tilde{p}_h(\varphi)$ — отталкивающая.

На практике достаточно малые значения параметра ε можно реализовать за счет уменьшения площади S пластины.

3. Бифуркационные диаграммы для механической мощности

Обозначим $\tilde{\lambda} = \langle V_C(\varphi, \tilde{p}_h(\varphi)) \rangle / V$ — средняя (за цикл движения ветроприемной пластины) безразмерная скорость точки С механизма на режиме движения, отвечающем периодической траектории $\tilde{p}_h(\varphi)$. Эта величина вводится как аналог быстроходности, характеризующей для традиционных ветротурбин пропеллерного типа отношение скорости конца лопасти к скорости ветра.

Поскольку при $\varepsilon \rightarrow 0$ $\tilde{p}_h(\varphi) \rightarrow p_h(\varphi)$, то при $\varepsilon \rightarrow 0$ $\tilde{\lambda} \rightarrow \lambda = \langle V_C(\varphi, p_h(\varphi)) \rangle / V$.

Обозначим $\tilde{c}_p = \tilde{P}/P_f$ — коэффициент мощности, отбираемой у потока на режиме, отвечающем траектории $\tilde{p}_h(\varphi)$. Здесь $\tilde{P}$ — средняя (за цикл движения ветроприемной пластины) механическая мощность ВЭУ на рабочем режиме, $P_f = 0,5\rho V^3 S_f$ — мощность потока, проходящего через характерное сечение ВЭУ, S_f — площадь характерного сечения (т.е. сечения, ометаемого пластиной за цикл движения). Далее будем считать $S/S_f = 0,1$.

При $\varepsilon \rightarrow 0$ имеем

$$\tilde{P} \rightarrow P = 0,5\rho S V^3 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} z_h(\varphi) Q(\varphi, z_h(\varphi)) d\varphi,$$

$$\tilde{c}_p \rightarrow c_p = P/P_f.$$

Используя условие (2), которое определяет соотношение между параметрами модели и характеристиками λ и c_p , построим асимптотические бифуркационные диаграммы для периодических траек-

торий $\tilde{p}_h(\varphi)$, возникающих при $\varepsilon \rightarrow 0$ из траекторий $p_h(\varphi)$ "порождающей" консервативной системы. Результат представлен на рис. 2 (см. третью сторону обложки), причем сплошные линии отвечают притягивающим периодическим траекториям, пунктирные — отталкивающим. При расчетах использованы следующие инерционно-массовые соотношения $m r^2 J^{-1} = 0,3$; $J_2 J^{-1} = 0,2$.

4. Зависимость обобщенного аэродинамического момента от быстроходности

На основе соотношения (2) определим зависимость обобщенного аэродинамического момента, осредненного по φ , $\langle Q \rangle$ от "быстроходности" λ : результат для различных значений параметра a представлен на рис. 3 (см. третью сторону обложки).

5. Обсуждение результатов

Итак, используя соотношение (2), мы получили семейство бифуркационных диаграмм, характеризующих периодические движения системы (1) при различных значениях конфигурационного параметра a .

Отметим, что при $a < 0,2$ полученные зависимости качественно близки к аналогичным зависимостям для ВЭУ пропеллерного типа и типа Дарье (см. например, работы [4, 7–9]). Это выражается в следующем: максимальная мощность и максимальные значения среднего обобщенного аэродинамического момента достигаются при λ , существенно превосходящем единицу (т.е. когда линейная скорость центра давления превосходит скорость ветра). При этом имеет место гистерезис коэффициента мощности в зависимости от направления изменения коэффициента внешней нагрузки.

В то же время, при $a > 0,3$ полученные зависимости качественно близки к аналогичным зависимостям для ВЭУ типа Савониуса (см. например, работы [7, 10]). Это выражается в том, что максимальная мощность и максимальные значения среднего обобщенного аэродинамического момента достигаются при $\lambda \leq 1$ (т.е. когда линейная скорость центра давления не превосходит скорость ветра). При этом отсутствует гистерезис мощности.

Таким образом, качественный характер поведения исследуемой ВЭУ при относительно малых значениях параметра a близок к характеру поведения ВЭУ, использующих преимущественно подъемную силу, а при относительно больших a — к поведению ВЭУ, использующих в основном силу сопротивления.

Первый лабораторный макет исследуемой ВЭУ был создан и протестирован в НИИ механики МГУ (см. рис. 1). При этом было выбрано значение $a = 0,2$. Размеры ветроприемной пластины составили 5×25 см. Эксперименты проводили в аэродинамической трубе НИИ механики при скорости потока 4...8 м/с. Были зарегистрированы только ре-

жимы движения с низкой быстроходностью: $\lambda \approx 0,2$. Стабильно наблюдался самостоятельный старт в потоке при определенном диапазоне значений начального угла ориентации ветроприемной пластины.

Заключение

Предложена конструктивная схема ветроустановки, основанная на шарнирном механизме антипараллелограмма. Ветроприемная пластина установлена на шатуне механизма. Построена динамическая модель системы. С помощью метода Пуанкаре—Понтрягина получены достаточные условия существования притягивающих периодических режимов. Получены асимптотические оценки коэффициента мощности на рабочих режимах ветроустановки. Экспериментально подтверждена работоспособность разработанного устройства.

Список литературы

1. Andronov P. R., Dosaev M. Z., Dynnikova G. Ya., Selyutskii Yu. D., Strekalov S. D. Modeling of oscillating wind turbine // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. August 2009. Vol. 38, Iss. 4. P. 383—387.

2. Isoc T., Leach F., Bobean C., Pavel V., Vadan I. Study and design of a wing oscillating wind system // Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE). 7th International Symposium. 2011. P. 1—4.
3. Klimina L. Dynamics of a slider-crank wave-type wind turbine // Proceedings of the Fourteenth International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science World Congress (2015 IFToMM World Congress). 7 p.
4. Досаев М. З., Линь Ч.-Х., Лю В.-Л., Самсонов В. А., Селюцкий Ю. Д. Качественный анализ стационарных режимов малых ветровых электростанций // Прикладная математика и механика. 2009. Т. 73, № 3. С. 368—374.
5. Табачников В. Г. Стационарные характеристики крыльев на малых скоростях во всем диапазоне углов атаки // Труды ЦАГИ. 1974. Вып. 1621. С. 79—93.
6. Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1990. 496 с.
7. Sathyajith M. Wind Energy: Fundamentals, Resource Analysis and Economics. Netherlands: Springer, 2006. 252 p.
8. Koki Kishinami, Hiroshi Taniguchi, Jun Suzuki, Hiroshi Ibano, Takashi Kazunou, Masato Turuhami. Theoretical and experimental study on the aerodynamic characteristics of a horizontal axis wind turbine // Energy. Elsevier, 2005. Vol. 30. P. 2089—2100.
9. Климина Л. А. Ротационные режимы движения аэродинамического маятника с вертикальной осью вращения // Вестник Московского университета. Сер. I. Математика. Механика. 2009. № 5. С. 71—75.
10. Kamoji M. A., Kedare S. B., Prabhu S. V. Performance tests on helical Savonius rotors // Renewable Energy. Elsevier, 2009. Vol. 34. P. 521—529.

Dynamics of a Wind Turbine with the Working Element Based on an Antiparallel Link Mechanism

L. A. Klimina, klimina@imec.msu.ru✉, M. Z. Dosayev, dosayev@imec.msu.ru,
Yu. D. Selyutski, seliutski@imec.msu.ru,

Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russian Federation

Corresponding author: Klimina L. A., Ph. D., Senior Scientific Researcher,
Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russian Federation,
e-mail: klimina@imec.msu.ru

Received on March 24, 2016

Accepted on March 29, 2016

A wind turbine with the working element based on an antiparallel link mechanism is proposed. A blade of the turbine is attached to the connecting rod. The flow acting on the blade is supposed to have a constant speed. A quasi-static model of an aerodynamic action is used. A rotor of the electric generator is attached to the axis of the crank. Electromechanical torque is supposed to be a linear function of the angular speed of the rotor of the generator. The mechanical system has one degree of freedom. The angle of rotation of the crank is chosen as a generalized coordinate. A mathematical model of the system was constructed. The attracting 2π —periodic trajectory of the dynamical system corresponds to the working periodic regime of the wind turbine. The Poincare—Pontryagin asymptotic approach is used to obtain the sufficient conditions for the existence and stability of the 2π —periodic trajectories and to estimate the mechanical power in the corresponding modes. Two types of asymptotic bifurcation diagrams of the trapped power were constructed: depending on the average speed of the center of pressure in the working modes, and depending on the coefficient of the external mechanical load. An asymptotic dependence of the average aerodynamic torque on the average speed of the center of pressure was constructed. A laboratory prototype of the turbine was constructed and tested. The prototype proved to be self-starting at the wind speed higher than 4m/s and with a sufficient initial position of a wind-receiving plate.

Keywords: wind turbine, antiparallel link mechanism, electric generator, mathematical model, periodic modes, orbital stability, trapped power

Acknowledgements: The work was performed as a part of the research priorities of the Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University № 10.1 "Dynamics of controlled complex mechatronic systems".

For citation:

Klimina L. A., Dosayev M. Z., Selyutski Yu. D. Dynamics of a Wind Turbine with the Working Element Based on an Antiparallel Link Mechanism, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 536—540.

DOI: 10.17587/mau.17.536-540

References

1. Andronov P. R., Dosaev M. Z., Dynnikova G. Ya., Selyutskii Yu. D., Strekalov S. D. Modeling of oscillating wind turbine, *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, August 2009, vol. 38, iss. 4, pp. 383—387.

2. Isoc T., Leach F., Bobean C., Pavel V., Vadan I. Study and design of a wing oscillating wind system, *Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE), 7th International Symposium*, 2011, pp. 1–4.
3. Klimina L. Dynamics of a slider-crank wave-type wind turbine, *Proceedings of the Fourteenth International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science World Congress (2015 IFToMM World Congress)*, 7 p.
4. Dosaev M. Z., Lin Ching-Huei, Lu Wen-Lung, Samsonov V. A., Selyutskii Yu. D. A qualitative analysis of the steady modes of operation of small wind power generators, *J. Appl. Math. Mech.*, 2009, vol. 73, no. 3, pp. 259–263.
5. Tabachnikov V. G. *Statsionarnie kharakteristiki kriliev na malikh skorostyakh vo vsem diapazone uglov ataki* (Steady characteristics of wings for small values of speed for the whole range of angle of attack), *Trudy TSAGI*, 1974, vol. 1621, pp. 79–93 (in Russian).
6. Bautin N. N., Leontovich E. A. *Metodi I priemi kachestvennogo issledovania dinamicheskikh system na ploskosti* (Methods and techniques of the qualitative research of the dynamic systems in the plane), Moscow, Nauka, 1990 (in Russian).
7. Sathyajith Mathew. *Wind Energy: Fundamentals, Resource Analysis and Economics*, Springer, Netherlands, 2006, 252 p.
8. Koki Kishinami, Hiroshi Taniguchi, Jun Suzuki, Hiroshi Imano, Takashi Kazunou, Masato Turuhami. Theoretical and experimental study on the aerodynamic characteristics of a horizontal axis wind turbine, Elsevier, *Energy*, 2005, vol. 30, pp. 2089–2100.
9. Klimina L. A. Rotational modes of motion for an aerodynamic pendulum with a vertical rotation axis, *Moscow University Mechanics Bulletin*, 2009, vol. 64, no. 5, pp. 126–129.
10. Kamoji M. A., Kedare S. B., Prabhu S. V. Performance tests on helical Savonius rotors, *Renewable Energy*, Elsevier, 2009, vol. 34, pp. 521–529.

УДК 004.896 + 622.732

DOI: 10.17587/mau.17.540-546

Ю. И. Еременко, д-р техн. наук, проф., зав. каф., **Д. А. Полещенко**, канд. техн. наук, доц.,
А. И. Глущенко, канд. техн. наук, доц., **Ю. М. Пожарский**, канд. техн. наук, доц.,
 Старооскольский технологический институт им. А. А. Угарова,
 филиал Национального исследовательского технологического университета "МИСиС"
С. В. Солодов, канд. техн. наук, зам. директора института
 "Информационных технологий и автоматизированных систем управления", доц.,
 Национальный исследовательский технологический университет "МИСиС"

Нейросетевая альтернатива амплитудному анализу спектра в задаче определения уровня загрузки шаровой мельницы

Рассматривается возможность применения современных интеллектуальных способов обработки информации для оценки степени заполнения шаровой мельницы.

Обсуждается разработка и исследование метода обработки информации, позволяющего выделять в спектре снимаемого сигнала виброускорения цапфы шаровой мельницы скрытые зависимости и закономерности, позволяющие эффективно оценивать уровень загрузки ее барабана, которые сложно выявить и проанализировать классическими методами, например амплитудным анализом спектра.

Ключевые слова: степень заполнения мельницы, акселерометр, спектральный анализ, шаровая мельница, виброускорение, нейронная сеть, обучение НС

Введение

Вращающаяся барабанная мельница представляет собой пустотелый цилиндрический барабан, закрытый торцевыми крышками, заполненный определенным количеством измельчающих тел и вращающийся вокруг горизонтальной оси. При вращении барабана измельчающие тела благодаря трению увлекаются внутренней поверхностью барабана и поднимаются на некоторую высоту, затем свободно падают или скатываются вниз.

В непрерывно работающей мельнице измельчаемый материал подается через центральное отверстие в одной из крышек внутрь барабана и, продвигаясь вдоль него, за счет подаваемой в то же отверстие воды подвергается воздействию измельчающих тел. При этом измельчение частиц материала происходит в результате ударов падающих измельчающих тел, истирания и раздавливания между телами.

У шаровых мельниц измельчающая среда состоит из стальных или чугунных шаров одного или нескольких размеров.

Корпус барабана и торцевые стенки внутри футеруются бронеплитами, изготовленными из износостойкого металла.

Мелющими телами являются литые стальные шары диаметром от 30 до 125 мм, шаровая загрузка в среднем составляет 42 % внутреннего объема барабана. Расход стальных шаров составляет примерно 0,09 кг на 1 кВт·ч энергии, затраченной на измельчение.

Разгрузка измельченного материала происходит свободным сливом через пустотелую разгрузочную цапфу, поэтому уровень пульпы в мельнице несколько выше нижней образующей поверхности отверстия разгрузочной цапфы, так как ее диаметр значительно меньше диаметра барабана.

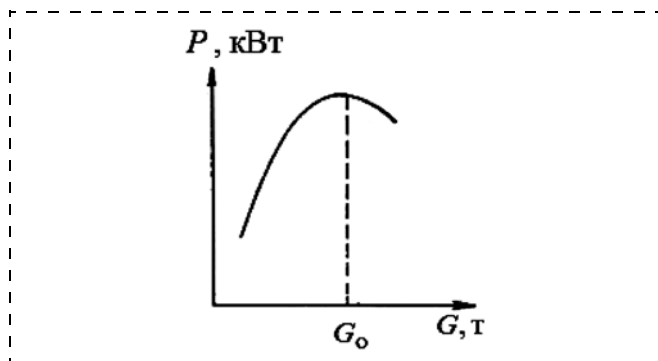


Рис. 1. Зависимость мощности привода от внутримельничного заполнения

Производительность мельницы пропорциональна расходу энергии на измельчение. Расход энергии связан со степенью заполнения объема мельницы дробящей средой. С ростом степени заполнения мельницы средой растет расход энергии на измельчение и достигает максимума при степени заполнения 45...50 %. Соответственно растет и производительность мельницы и достигает максимума на 45...50 %. Дальнейшее увеличение степени заполнения мельницы дробящей средой приводит к уменьшению расхода энергии и производительности мельницы (рис. 1). Степень заполнения ϕ связана с величиной внутримельничного заполнения G .

$$G = \pi R^2 L \rho \phi,$$

где L — длина барабана, R — радиус барабана, ρ — объемная масса шаров.

Внутримельничное заполнение G , в свою очередь, связано с мощностью, потребляемой приводным электродвигателем P .

Экстремальный характер характеристики можно объяснить тем, что с дальнейшим увеличением G происходит центрифугирование (мельница уподобляется маховому колесу). При этом уменьшается мощность и расход энергии [1].

Процесс измельчения сырья, который широко используется в различных отраслях промышленности, характеризуется высокой ресурсоемкостью и во многом определяет качество дальнейшей переработки сырья. Однако существующий уровень автоматизации процессов измельчения не обеспечивает ведения стабильного и оптимального по параметрам процесса.

На сегодняшний день на горно-обогатительных предприятиях при переработке рудного материала в шаровых мельницах операторы испытывают определенные трудности при управлении данными агрегатами. Суть проблемы заключается в том, что оптимальный по удельному расходу энергоресурсов режим работы объекта состоит в максимально возможной загрузке барабана мельницы рудным материалом. В свою очередь, данный режим характеризуется тем, что объект при подаче в мельницу излишнего объема руды может перейти в состоя-

ние перегруза, которое сопровождается выносом из мельницы крупной фракции и шаров и приводит к необходимости аварийной остановки объекта [2]. Как следствие, простой мельницы до устранения последствий перегруза ведет к существенным экономическим потерям предприятия. Чтобы избежать подобного негативного явления оператор мельницы вынужден работать в режиме недогрузки, объем которого может составлять до 15 %. При большой энергоемкости привода мельницы (3...4 МВт) повышение производительности даже на 1 % может принести существенную экономическую прибыль предприятию.

Постановка задачи исследования

На сегодняшний день на многих горно-обогатительных комбинатах работают шаровые мельницы, в которых измельчается рудная масса. На мельницу в загрузочную горловину поступают руда, вода и недоизмельченный концентрат (циркуляционная нагрузка) с классификаторов или гидроциклонов. Также ориентировочно один раз за смену выполняется загрузка 6...7 т шаров. Разгрузка мельницы осуществляется непрерывно через бутару разгрузочной горловины, в которую также подается вода.

Как уже отмечалось, производительность мельницы связана с уровнем заполнения ее барабана. К сожалению, на сегодняшний день ввиду сильных возмущений, таких как изменяющиеся свойства руды, истирание шаров и броне плит и т. п., отсутствует способ измерения данного уровня, способный в реальных условиях гарантировать требуемую точность измерений и работу объекта без перехода в состояние перегруза.

Давно известны методы определения степени заполнения барабана мельницы на базе анализа сигналов звука, возникающего в результате вращения барабана и вибрации ее цапф. Существует промышленный прибор, такой как ВАЗМ-1 [3], в основе работы которого лежит анализ спектра получаемых сигналов. Однако для управления загрузкой данное устройство не используется, так как его показания не обеспечивают требуемую точность, необходимую для целей управления, а показывают лишь направление изменения объема рудной массы в барабане мельницы. Это происходит вследствие того, что процесс помола руды достаточно сложен и многофакторен. На состояние спектра оказывают влияние твердость руды, объем и степень износа шаровой загрузки, механические составляющие зубчатых соединений узлов вращения барабана, состояние брони мельницы и т. д. Вследствие указанных причин спектр звука и вибрации процесса измельчения изменяются, что требует перенастройки параметров ВАЗМ. В реалиях производства подбором оптимальных параметров устройства не занимаются и работают на исходных настройках.

Аналогичный способ обработки информации предлагается в работе [4] с той лишь разницей, что

анализируется только сигнал виброускорения барабана мельницы. Также в работе предлагается алгоритм оптимизации для подбора весовых коэффициентов для соответствующих спектральных областей. Однако, как отмечают сами авторы, данный подход не способен установить нелинейную связь между гармониками спектра сигнала виброускорения и характеристиками мельницы.

В работах [5, 6] также рассматривается спектр сигнала виброускорения, для анализа которого предлагается использовать нейронные сети прямого распространения. Однако конкретизация параметров сети и алгоритмов обработки информации (формирование обучающей выборки, алгоритм обучения) в работе не приводится. Объектом исследований в данных работах является шаровая мельница по измельчению цемента.

Целью данной работы является поиск нового, более эффективного метода обработки данного сигнала за счет применения современных интеллектуальных алгоритмов [7, 8] с возможным выявлением зависимостей, характеризующих процесс загрузки барабана мельницы.

Сбор экспериментальных данных и их обработка методом, аналогичным реализованному в комплексе ВАЗМ

Для сбора экспериментальных данных для последующей разработки указанного метода был проведен ряд опытов в лабораторных условиях. В качестве объекта исследования была использована полупромышленная шаровая мельница (рис. 2).

В качестве датчика получения сигнала виброускорения использовался вибропреобразователь общего назначения AP 2037 с осевой чувствительностью 10,1 мВ/г и частотным диапазоном 0,5...15 000 Гц. Данный датчик был установлен на цапфе мельницы. Сигнал с датчика AP 2037 поступал на четырехканальный, 24-разрядный модуль аналогового ввода National Instruments NI 9234, имеющий четыре BNC коннектора для подключения четырех каналов аналогового ввода с одновременной оцифровкой сигналов. Данный модуль устанавливается в специальное шасси NI cDAQ-9191, подключаемое к ПК через USB-интерфейс.

В процессе эксперимента в барабан мельницы было загружено 8 кг шаров (опыт 1), что составляет 40 % от полной загрузки мельницы (G), после чего с шагом 400 г загружался рудный материал (опыт 2—4) до загрузки в барабан мельницы 9,2 кг и с шагом 200 г (опыт 5—12) до загрузки 2,8 кг рудной массы, что ориентировочно составляет 50 % загрузки барабана.

В целях последующей проверки адекватности разрабатываемого ме-

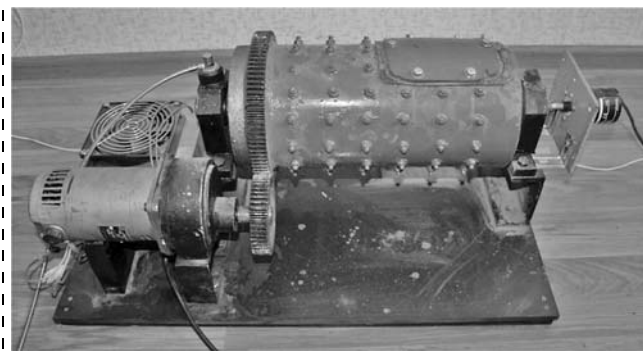


Рис. 2. Установка для проведения исследований

тода в условиях действия помех были проведены опыты с шумом. Для этого из мельницы выгружали 300 г шаров и проводили замеры на загрузке рудной массой от 2 кг до 2 кг 800 г с шагом 200 г. При этом для каждого из указанных режимов снимали сигналы виброускорения с частотой 30 кГц.

Для обработки результатов измерений и выявления закономерностей был проведен спектральный анализ полученных сигналов [9, 10]

$$X(k) = \sum_{n=1}^N x(n) e^{-j2\pi(k-1)(n-1)N^{-1}},$$

где $X(k)$ — дискретное Фурье-изображение сигнала виброускорения (амплитуда гармоник спектра); $x(n)$ — значения измеренного сигнала; n — номер точки от начала процесса; k — номер значения частоты.

В качестве примера на рис. 3, а приведен спектр сигнала виброускорения цапфы полупромышленной мельницы при загрузке 2 кг рудной массы. Видно, что примерно половина спектра неинформативна, поэтому для дальнейших исследований выделялась составляющая спектра в диапазоне от 0 до 6,5 кГц (рис. 3, б).

Для дальнейшей обработки спектра была применена методика, аналогичная вычислениям в вибро-

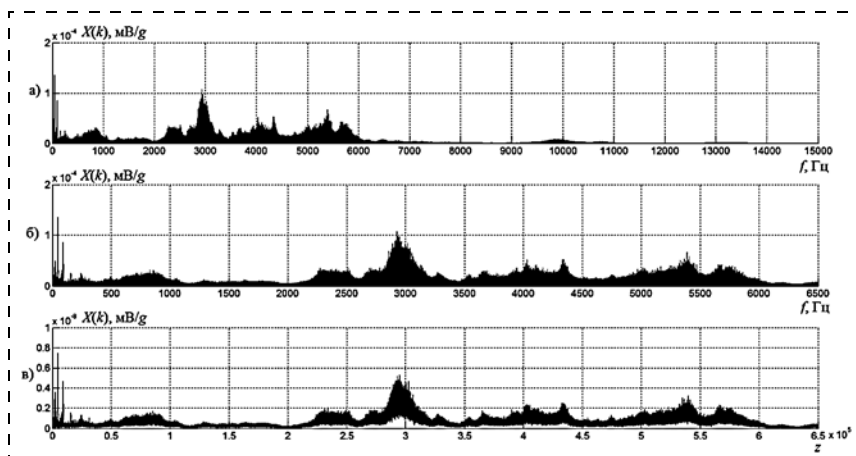


Рис. 3. Усредненные тренды сигналов виброускорения:

а, б — спектр сигнала виброускорения мельницы; в — усредненный спектр сигнала виброускорения мельницы

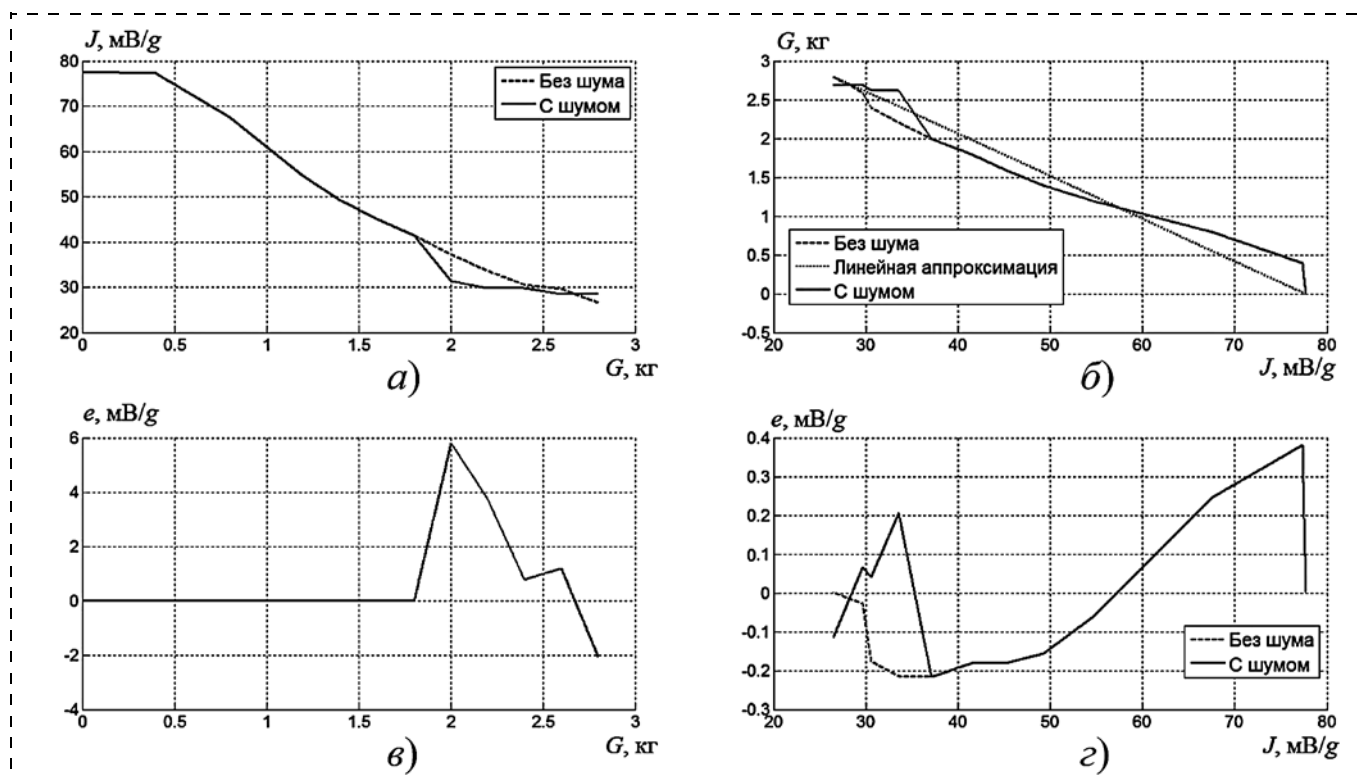


Рис. 4. Оценка корреляции значений вычисленного критерия J и загрузки, а также соответствующие рассогласования e

акустическом анализаторе (ВАЗМ). Для этого был сформирован критерий:

$$J = \int_{F_{\min}}^{F_{\max}} X(f) df,$$

где $f = k\delta$ — частота гармонической составляющей сигнала виброускорения цапфы мельницы; δ — шаг дискретизации спектра по частоте; $X(f)$ — амплитуда гармоники на частоте f ; $F_{\min}$ — нижняя граница исследуемого частотного диапазона (0 Гц); $F_{\max}$ — верхняя граница исследуемого частотного диапазона (6,5 кГц).

Для заданного диапазона частот для каждого уровня загрузки мельницы для опытов с шумом и без шума были построены графики изменения критерия J в зависимости от загрузки барабана мельницы, представленные на рис. 4, а. На основании данных опыта без шума была построена линейная зависимость критерия от загрузки относительно точек минимальной и максимальной загрузки, а затем по ней рассчитаны значения воспроизводимой загрузки относительно критерия в опытах с шумом (рис. 4, б). Тем самым моделировали ситуацию настройки системы по текущим параметрам с дальнейшим изменением условий работы объекта.

При тестировании системы в условиях шума значение критерия J носит нелинейный характер.

При этом существенно снизилась чувствительность метода, т. е. при разном уровне загрузки рудой значение критерия изменяется незначительно, либо остается постоянным, что в условиях производства может привести к перегрузу мельницы.

По результатам опытов показано, что методика обработки информации, базирующаяся сугубо на амплитудном анализе спектра сигнала виброускорения, сильно подвержена различным возмущениям. Данные возмущения вносят дополнительные нелинейности в и без того сложный процесс и искажают ту информативную составляющую, которая отвечает за соотношение между критерием J и уровнем заполнения барабана мельницы. В спектре сигнала виброускорения цапфы мельницы присутствует информация об уровне загрузки барабана, но в условиях возмущений она содержится в более сложных зависимостях между отдельными гармоническими составляющими спектра, чем это может выявить амплитудный анализ. Известно, что выявлять скрытые зависимости в данных могут нейронные сети [11, 12].

Таким образом, достаточно целесообразным выглядит применение аппарата нейронных сетей для обработки спектра сигнала виброускорения цапфы мельницы в целях установления зависимости между уровнем вибрации и степенью заполнения ее барабана.

Метод решения задачи с применением нейронной сети

В данной работе для решения указанных проблем предлагается использовать радиально-базисную (РБФ) нейронную сеть (НС) (рис. 5). Данная сеть состоит из трех слоев. Число входов связано со спецификой обработки спектра сигнала виброускорения, а именно с числом точек усреднения. Данные точки получаются в результате усреднения исходного спектра с определенной шириной окна (точностью) по формуле

$$a(z) = \frac{1}{\Delta} \left\{ \sum_{j=1+\Delta(z-1)}^{z\Delta} X_j \right\}, \quad z = \overline{1, Z_{\max}},$$

где Δ — число гармоник с шагом дискретизации спектра X , по которым проводится усреднение; z — номер усредненного значения спектра измеренного сигнала; $z_{\max}$ — общее число усредненных значений спектра измеренного сигнала.

$$z_{\max} = \frac{(F_{\max} - F_{\min})l}{\Delta},$$

где l — число экспериментальных точек сигнала, используемых для расчета спектра.

Исходный спектр при получении информации на указанном выше оборудовании с шириной окна для получения спектра $l = 900$ точек съема с частотой 30 кГц имеет $13,5 \cdot 10^6$ значений гармонических составляющих с дискретностью $\delta = 0,07$ мкГц. Для сокращения объема информации, подаваемой на нейронную сеть, без потери в качестве ее работы было проведено усреднение спектра по $\Delta = 20$ гармоникам (см. рис. 3, в). Таким образом, во входном слое использовали $z_{\max} = 650\,000$ нейронов с распределительными функциями. В скрытом слое сети использовались $M = 12$ нейронов с радиально-базисной функцией. Число нейронов в данном слое связано с методом обучения, при котором для каждого обучающего примера (12 опытов) создается нейрон в скрытом слое, который отвечает за расстояние между многомерными входными векторами, характеризующими текущий уровень загрузки барабана мельницы, и конкретным обучающим примером. В выходном слое использовался один ней-

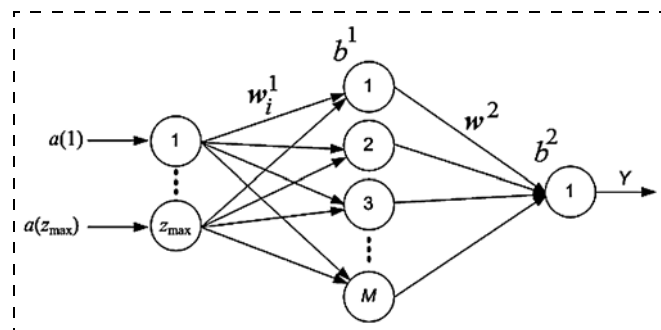


Рис. 5. Структура нейронной сети

рон для формирования сигнала уровня заполнения барабана полупромышленной мельницы.

Модель данной сети имеет следующий вид:

$$Y = K_{\text{лин}} \left(\sum_{i=1}^M e^{-\left(\| \mathbf{a} - \mathbf{w}_i^1 \| b^1 \right)^2 w_i^2} \right) + b^2,$$

$$b^1 = \frac{0,8326}{\alpha},$$

где Y — выход нейронной сети, характеризующий уровень заполнения барабана; $K_{\text{лин}}$ — коэффициент усиления линейной функции активации, принятый равным 1 ($K_{\text{лин}} = 1$); $\mathbf{a}$ — вектор усредненных значений спектра измеренного сигнала:

$\mathbf{a}(a(1), \dots, a(z_{\max}))$; $\mathbf{w}_i^1 = (w_{i1}^1, w_{i2}^1, w_{i3}^1, \dots, w_{iz_{\max}}^1)$ —

вектор весовых коэффициентов i -го нейрона радиального слоя; w_i^2 — весовой коэффициент связи выходного нейрона с i -м нейроном скрытого слоя; b^1 — смещение нейронов радиального слоя; b^2 — смещение нейрона выходного слоя; α — интервал значимости входа радиальной функции активации.

Обучение сети проводили стандартными методами языка MATLAB, а именно функцией `<newrb>` [6], с интервалом значимости $\alpha = 1,2$. На входы подавали усредненные спектры сигналов виброускорения цапфы полупромышленной мельницы для различных режимов загрузки: от 0 до 2,8 кг с указанным выше шагом, а в качестве целевых значений использовали соответствующие значения загрузки барабана. Работа сети на данных обучающей выборки представлена на рис. 6, а. Видно, что данная выборка идеально воспроизводится с порядком ошибки 10^{-6} (рис. 6, б).

После обучения на НС для тестирования были поданы входные данные, которые были получены в опытах с шумом. Полученный график представлен на рис. 6, в, а отклонение от целевых значений — на рис. 6, г.

Так как эксперимент проводили с фиксированными шагами, то было известно, какой объем руды находится в мельнице. На промышленном объекте провести подобный опыт практически невозможно, поэтому была предпринята попытка использовать минимальную обучающую выборку. Предложено использовать данные при чисто шаровой загрузке (их можно снять при пуске мельницы после ремонта); при максимально возможной загрузке (их можно снять при непосредственном контроле объекта машинистом мельницы в целях недопущения ее перегруза); при средней загрузке барабана мельницы (условно данное значение можно снять при среднем значении расхода руды в мельницу).

Результат работы нейронной сети, обученной по выборке, состоящей из набора данных для трех уровней загрузки: 0, 1,8 кг, 2,8 кг, представлен на рис. 6, д. По уровню ошибки (рис. 6, е) видно, что

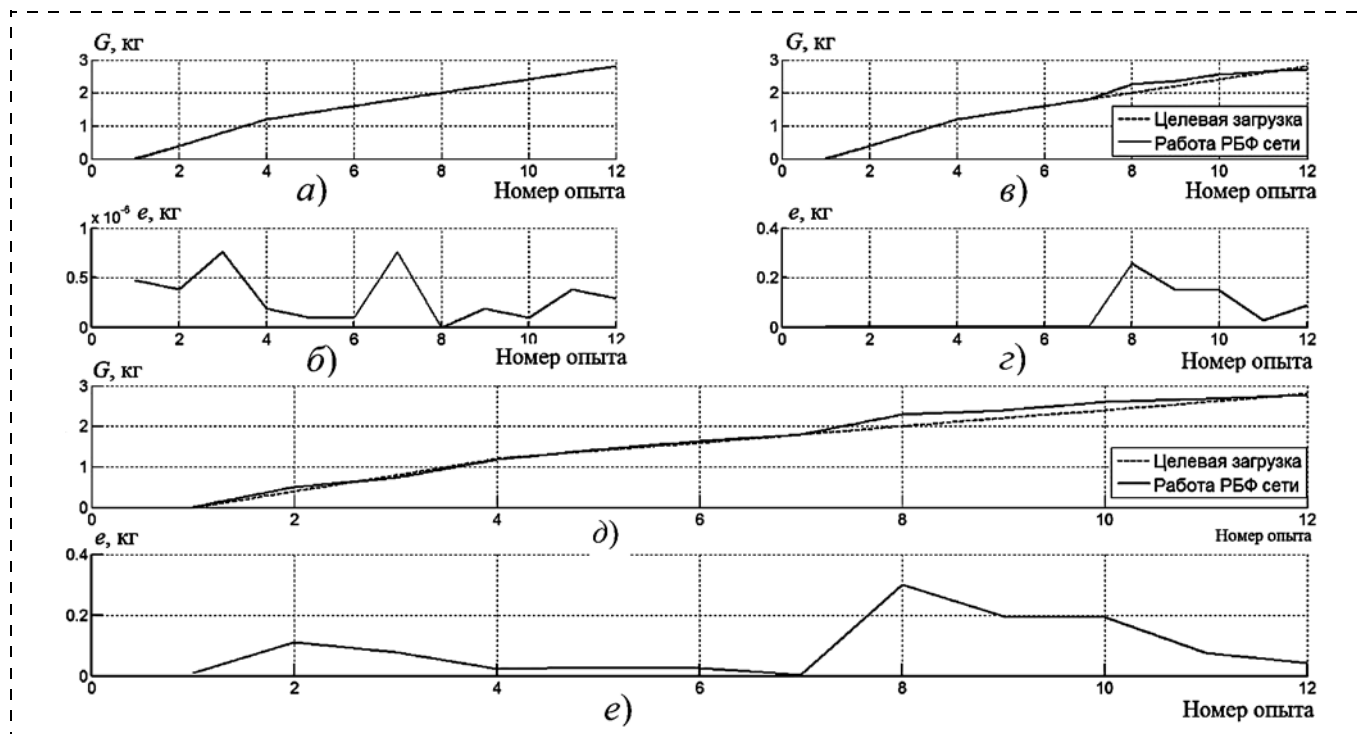


Рис. 6. Результаты использования нейронной сети для оценки загрузки

при ее увеличении относительно ошибки сети, обученной на полной выборке (рис. 6, з), аппроксимирующие свойства сохранились, и динамика загрузки передается без потери чувствительности, характерной для вибро-акустического анализа. При сходных по абсолютному значению ошибках между реальной загрузкой и рассчитанными значениями по обоим методам характер изменения более точно выдерживается для НС подхода. Таким образом, по результатам опытов можно утверждать, что НС подход способен обеспечить нечувствительность к 3,75 % изменению шаровой загрузки. Для промышленной мельницы этого достаточно, так как подгружают шары в режиме реального времени по одному кубелю, масса шаров в котором составляет 6...7 т, т. е. 2,6 % от шаровой загрузки мельницы, составляющей ориентировочно 270 т.

Заключение

По результатам опытов можно сделать вывод о том, что радиально-базисная нейронная сеть является более эффективным средством для обработки сигнала виброускорения в целях выявления зависимости между изменением его спектра и уровнем загрузки шаровой мельницы, чем амплитудный анализ, применяемый в комплексе ВАЗМ. Также вполне определенным является дальнейшее направление исследований, которое будет заключаться в оптимизации как структуры НС, так и, что более важно, в поиске наиболее информативных областей в спектре сигнала виброускорения, характеризующих уровень загрузки, для снижения погрешности формируемого НС выходного сигнала.

Список литературы

1. Инструкция по эксплуатации мельниц МШЦУ 5500×6500 № 2615.
2. Андреев С. Е. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых. М.: Недра, 1980. 320 с.
3. Улитенко К. Я., Маркин Р. П., Соколов И. В. Виброакустический анализ процессов дробления и измельчения на горно-обогатительных предприятиях // Горный журнал. 2009. № 10. С. 72–76.
4. Jian Tang, Tianyou Chaia, Lijie Zhaoa, etc. Soft sensor for parameters of mill load based on multi-spectral segments PLS sub-models and on-line adaptive weighted fusion algorithm // Neurocomputing. 2012. N. 78. P. 38–47.
5. Gugel K., Moon R. M. Automated mill control using vibration signal processing // IEEE Cement Industry Technical Conference, 2007. P. 17–25.
6. Gugel K., Palcios G., Ramirez J., Parra M. Improving ball mill control with modern tools based on digital signal processing technology // IEEE Cement Industry Technical Conference. Dallas, United States. 2003. P. 311–318.
7. Хайкин С. Нейронные сети. М.: ООО И. Д. Вильямс, 2006. 1104 с.
8. Еременко Ю. И., Полещенко Д. А., Глуценко А. И. Синтез системы управления чашевым окомкователем с нейросетевой надстройкой и оценка ее эффективности относительно шаговой системы экстремального управления // Мехатроника. Автоматизация. Управление. 2011. № 10. С. 56–61.
9. Юкио Сато. Без паники! Цифровая обработка сигналов: Пер. с яп. Т. Г. Селиной. М.: Додэка-XXI, 2010. 176 с.
10. Пожарский Ю. М., Полещенко Д. А., Подковыров И. Ю. Определение степени заполнения мельницы мокрого самоизмельчения с применением беспроводных технологий // Горный журнал. 2013. № 2. С. 115–118.
11. Hornick K., Stinchcombe M., White H. Multilayer feedforward networks are universal approximators // Neural Networks. 1989. Vol. 2, № 5. P. 359–366.
12. Cybenko G. Approximation by superposition of a sigmoidal function // Math. Control Systems and Signals. 1989. № 2. P. 303–314.

Neural Network as an Alternative to the Amplitude Spectrum Analysis for Measurement of the Ball Mill Fill Level

Y. I. Eremenko, erem49@mail.ru, **D. A. Poleshchenko**, po-dima@yandex.ru ✉,

A. I. Glushchenko, strondutt@mail.ru, **Y. M. Pozharsky**, pem31@mail.ru,

Sary Oskol Technological Institute named after A. A. Ugarov, Branch of the National University of Science and Technology "MIS & S", 309516, Belgorod Region, Russian Federation,

S. V. Solodov, saup.misis@gmail.com,

National University of Science and Technology "MIS & S", Moscow, 119049, Russian Federation

Corresponding author: **Poleshchenko Dmitry A.**, Ph. D., Associate Professor of the Department of Automated and Information Control Systems, Sary Oskol Technological Institute named after A. A. Ugarov, Branch of the National University of Science and Technology "MIS & S", 309516, Belgorod Region, Russian Federation, e-mail: po-dima@yandex.ru

Received on November 05, 2015

Accepted on January 27, 2016

Modern intelligent methods for information processing are used to estimate the filling level of the ball mills. This problem has been topical for a long time. Moreover, the increasing number of the used ball mills makes it even more important. The main objective is that the ball mill's functioning mode, which is optimal from the point of view of the energy efficiency, can be reached, if the mill is loaded with the ore as much as possible. In its turn, such a mode may cause an overloading in case of any additional ore supply. This leads to the balls' and ore grain's coarse blowout and, as a result, the mill emergency stopping. As a consequence, the mill downtime results in economic losses. The main aim of this research is to develop a method for processing of the vibration acceleration signal from the ball mill's pin in order to discover the hidden dependencies in it. Such dependencies will allow us to estimate the mills' filling level more effectively, but they cannot be discovered by the classical methods, like spectrum analysis of the signal amplitude. A pilot ball mill is used in the laboratory conditions in order to reach such results. A vibration acceleration sensor is set at its pin. A ball load is changed during experiments. A training set for a neural network is formed as a result of the spectrum analysis of the signal obtained from the sensor. The neural network helped to find a relation between the vibration acceleration spectrum and the ball mill filling level. After the conducted experiments a conclusion can be made that such a network is insensitive to the noise caused by a change of the ball load. This insensitivity is higher in comparison with the methods, which are used as a basis for the conventional vibration-acoustic analyzers.

Keywords: mill fill level, accelerometer, spectrum analysis, ball mill, vibration acceleration, neural network, neural network training process

For citation:

Eremenko Y. I., Poleshchenko D. A., Glushchenko A. I., Pozharsky Y. M., Solodov S. V. Neural Network as an Alternative to the Amplitude Spectrum Analysis for Measurement of the Ball Mill Fill Level, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 540–546.

DOI: 10.17587/mau.17.540-546

References

1. *Instruktsiya po ekspluatatsii mel'nits MShTsU 5500×6500 № 2615* (Central discharge ball mill 5500×6500 service manual № 2615) (in Russian).
2. **Andreev S. E.** *Droblenie, izmel'chenie i grohochenie poleznykh iskopaemykh* (Crushing, grinding and screening of minerals), Moscow, Nedra, 1980, 320 p. (in Russian).
3. **Ulitenko K. Ja., Markin R. P., Sokolov I. V.** *Vibroakusticheskij analiz processov droblenija i izmel'chenija na gorno-obogatitel'nykh predpriyatiyah* (Vibroacoustic analysis of crushing and grinding processes at mineral processing plants), *Gornyj Zhurnal*, 2009, no. 10, pp. 72–76 (in Russian).
4. **Jian Tang, Tianyou Chaia, Lijie Zhaoa**, etc. Soft sensor for parameters of mill load based on multi-spectral segments PLS sub-models and on-line adaptive weighted fusion algorithm, *Neurocomputing*, 2012, no. 78, pp. 38–47.
5. **Gugel K., Moon R. M.** Automated mill control using vibration signal processing, *IEEE Cement Industry Technical Conference*, 2007, pp. 17–25.
6. **Gugel K., Palcios G., Ramirez J., Parra M.** Improving ball mill control with modern tools based on digital signal processing technology, *IEEE Cement Industry Technical Conference*, Dallas, United States, 2003, pp. 311–318.
7. **Hajkin S.** *Nejronnye seti* (Neural networks), Moscow, OOO I. D. Vil'jams, 2006, 1104 p. (in Russian).
8. **Eremenko Y. I., Poleshchenko D. A., Glushchenko A. I.** *Sintez sistemy upravlenija chashevym okomkovatelem s nejrosetevoj nadstrojkoj i ocenka ee jeffektivnosti otositel'no shagovoj sistemy jekstremalnogo upravlenija* (On bowl pelletizer control system with neural tuner synthesis and its efficiency estimation according to step extremal control system), *Mekhatronika. Avtomatizacija. Upravlenie*, 2011, no. 10, pp. 56–61 (in Russian).
9. **Jukio Sato.** *Bez paniki! Cifrovaja obrabotka signalov* (Don't panic! Digital signal processing), Moscow, Dodjeka-HHI, 2010, 176 p. (in Russian).
10. **Pozharskij Y. M., Poleshchenko D. A., Podkovyrov I. Y.** *Opreделение stepeni zapolnenija mel'nicy mokrogo samoizmel'chenija s primeneniem besprovodnykh tehnologij* (Definition of the filling degree of wet autogenous mill, using the wireless technologies), *Gornyj Zhurnal*, 2013, no. 2, pp. 115–118 (in Russian).
11. **Hornick K., Stinchcombe M., White H.** Multilayer feedforward networks are universal approximators, *Neural Networks*, 1989, vol. 2, no. 5, pp. 359–366.
12. **Cybenko G.** Approximation by superposition of a sigmoidal function, *Math. Control Systems and Signals*, 1989, no. 2, pp. 303–314.

Д. С. Соловьев, канд. техн. наук, solovjevdenis@mail.ru, **В. З. Као**, аспирант, hanam17389@gmail.com,
Ю. В. Литовка, д-р техн. наук, проф., polychem@list.ru,
Тамбовский государственный технический университет, Тамбов

Оптимальное управление технологическим процессом нанесения гальванического покрытия в ванне с дополнительными катодами и биполярными электродами

Поставлена задача оптимального управления гальваническим процессом в ванне с дополнительными катодами и биполярными электродами по критерию неравномерности распределения толщины покрытия. Для поставленной задачи разработана математическая модель, учитывающая изменение концентрации компонентов электролита. Описан алгоритм решения поставленной задачи, который базируется на модификации прямого метода Рунца. Рассмотрен пример гальванического процесса хромирования детали V-образной формы, для которой найдены функции изменения анодного напряжения в виде полиномов различных степеней.

Ключевые слова: оптимальное управление, объект управления, математическая модель, дополнительные катоды, биполярные электроды, модифицированный метод Рунца, гальванический процесс, неравномерность толщины покрытия, концентрация компонентов электролита

Введение

Одним из эффективных методов защиты деталей от коррозии являются гальванические покрытия, используемые также для придания поверхности деталей специальных свойств: твердости, износостойкости, блеска, прочности сцепления покрытий с основой, пористости, декоративности [1]. За время нанесения гальванического покрытия состав электролита подвергается изменению в результате следующих внешних и внутренних воздействий [2]: унос компонентов электролита вместе с обработанными деталями; расходование компонентов при электрохимических и химических реакциях; испарение растворителя в составе воды; разбавление электролита водой, поступающей с деталями, полученными для обработки. Использование растворимого или нерастворимого анода также оказывает влияние на изменение состава электролита. Выход анодного и катодного тока с учетом текущей концентрации компонентов тоже оказывает влияние на скорость ее изменения при использовании как растворимого анода (например, в процессах цинкования в щелочном электролите или меднения в аммиачных электролитах), так и нерастворимого анода (например, в процессах хромирования в стандартном электролите). В связи с этим требуется периодическое пополнение убыли компонентов путем их непосредственного введения в электролит в необходимых количествах. Данная операция используется во всех технологических процессах на предприятиях.

Для осуществления динамического анализа содержания компонентов электролита в целях их автоматического дозирования существуют специальные устройства [3]. Однако стоимость таких устройств значительна, а применимость возможна только для некоторых видов компонентов. При этом проведение процессов при постоянном напряжении в течение всего периода до корректировки электро-

лита приводит к существенным негативным результатам, таким как ухудшение качественных показателей гальванических покрытий и невыполнение ограничения на минимальную толщину покрытия и, следовательно, к производственному браку. Альтернативой использованию подобных устройств может служить подход, описанный в работе [4] и заключающийся в управлении температурой электролита для повышения плотности тока, а следовательно, и толщины гальванического покрытия. Незначительный диапазон регламентированного изменения температуры электролита делает данный способ малоэффективным. Другой подход заключается в управлении параметрами импульсного тока [5] (частотой и амплитудой), подаваемого на ванну, с целью компенсировать потери в качестве гальванического покрытия с точки зрения достижения заданной толщины покрытия в результате изменения концентрации компонентов электролита. При этом использование источников питания, поддерживающих возможность задания импульсных режимов нанесения покрытия, является достаточно дорогостоящим, что заметно снижает распространенность данного подхода.

В свою очередь, для гальванического процесса в ванне с дополнительными катодами, используемыми для уменьшения толщины покрытия у краев изделия, и биполярными электродами, размещаемыми в сторону требующего усиления толщины покрытия углубления детали, описанного в работе [6], расходование компонентов электролита в процессе электрохимических и химических реакций выполняется не только на поверхностях основных деталей, но и на поверхностях дополнительных катодов и биполярных электродах, смена которых осуществляется при поступлении на покрытие детали новой геометрической формы.

В данной статье рассматриваются постановка и решение задачи оптимального управления техно-

логическим процессом нанесения гальванического покрытия в ванне с дополнительными катодами и биполярными электродами с учетом изменения концентрации компонентов в составе электролита за время нанесения.

Гальванический процесс с дополнительными катодами и биполярными электродами как объект управления

При учете изменения концентрации компонентов в составе электролита за время нанесения покрытия гальванический процесс целесообразно рассматривать как двупериодический. Малым периодом (T_1) является время, требуемое для нанесения покрытия на деталь, значение которого находится в диапазоне 0,5...6 ч, большим периодом (T_2) — диапазон работы ванны на одном электролите с последующей корректировкой его состава или полной заменой. Большой период зависит от типа покрытия и площади покрываемого изделия, продолжительность большого периода составляет от двух недель до двух месяцев.

Отличным от рассмотренных во введении вариантом воздействия на распределение толщины покрытия в условиях изменения компонентов электролита является анодное напряжение [7]. Почти все современные источники питания (например, "Пульсар Про", "Flex Kraft") снабжены возможностью программного задания данного управляющего воздействия, что делает его наиболее перспективным способом влияния на качество гальванического покрытия. Таким образом, представляется целесообразным компенсирование изменения концентрации электролита с использованием напряжения, подаваемого на ванну.

Для выбора оптимального, с точки зрения неравномерности толщины получаемого покрытия, режима электролиза в такой гальванической ванне необходимо поставить задачу оптимального управления предлагаемым процессом. В связи с этим представим данный технологический процесс как объект управления, на который оказывают влияние следующие воздействия:

1) входные воздействия — геометрические характеристики деталей (размеры, форма и площади поверхностей), их число и размещение в пространстве-ванне (S_a , S_k , $S_{k_add_ii}$, S_{be_jj}); уровень электролита (L); длительность гальванического процесса (T_1);

2) выходные управляемые воздействия — значение плотности тока на поверхности катода (i_k);

3) внешние возмущения — состояние покрываемой поверхности (K); вынос электролита в процессе промывки ($У$); концентрация посторонних ионов в электролите ($Л$);

4) управляющие воздействия — значение напряжения между анодом и катодом (U_a);

5) внутренние переменные состояния — концентрация основных компонентов электролита (C_j),

катодный выход по току (η), температура электролита (t).

Несмотря на то, что перечисленные возмущающие воздействия имеют стохастическую природу, их влияние нужно учитывать при управлении рассматриваемым гальваническим процессом. Для регулирования концентрации посторонних ионов ($Л$) применяются цифровые ареометры, уноса электролита ($У$) — устройства светозвуковой сигнализации верхнего и нижнего из заданных уровней электролита.

Ввиду того, что покрываемая деталь может иметь сложную геометрическую форму, а в процессе электролиза могут применяться электролиты с низкой рассеивающей способностью, плотность катодного тока i_k зависит от пространственных координат, и поэтому рассматриваемый гальванический процесс представляет собой объект с распределенными координатами. В свою очередь, за время нанесения покрытия происходит изменение внутренних переменных состояний, следовательно, изменяется плотность катодного тока, поэтому имеем нестационарный режим электролиза.

Постановка задачи оптимального управления гальваническим процессом с дополнительными катодами и биполярными электродами

Для оценки неравномерности распределения покрытия на поверхности изделия, полученной за время T_1 , используем отношение среднего значения толщины к минимальному, предложенное Л. И. Каданером:

$$R(T_1) = \frac{\bar{\delta}}{\delta_{\min}}, \quad (1)$$

где $\delta_{\min}$, $\bar{\delta}$ — минимальная и средняя толщина покрытия:

$$\delta_{\min} = \min_{\delta \in S^k} (\delta(x, y, z, T_1)), \quad (2)$$

$$\bar{\delta} = \frac{1}{\|S^k\|} \int_{S^k} \delta(x, y, z, T_1) dS^k, \quad (3)$$

где $\|S^k\|$ — площадь поверхности катода.

Тогда математическая постановка задачи оптимального управления рассматриваемым процессом может быть сформулирована следующим образом.

Для каждого малого периода T_1 найти функцию изменения анодного напряжения $U_a(\tau)$ при заданной форме детали-анода S_a для детали-катода S_k с дополнительными катодами $S_{k_add_ii}$ и биполярными электродами S_{be_jj} , завешенными в гальванической ванне, и значениях текущей концентрации компонентов электролита $C_j(\tau)$, доставляющего минимум критерию неравномерности распределения слоя покрытия:

$$R(T_1) = \frac{1}{\|S^k\|} \frac{\int_{S^k} \delta(x, y, z, T_1) dS^k}{\min_{\delta \in S^k} (\delta(x, y, z, T_1))}, \quad (4)$$

с учетом ограничения на минимальную толщину покрытия, которая должна быть обеспечена в любой точке поверхности детали:

$$\delta_{\min} \geq \delta_{\text{зад}}, \quad (5)$$

где $\delta_{\text{зад}}$ — заданная по регламенту технологического процесса и условиям эксплуатации изделия толщина покрытия.

Для связи критерия неравномерности покрытия (4) с управляющими воздействиями требуется составить математическую модель динамики с распределенными координатами для рассматриваемого технологического процесса.

Математическая модель гальванического процесса с дополнительными катодами и биполярными электродами

Перед составлением уравнений математической модели технологического процесса введем некоторые допущения и обозначения:

1) применяется декартова система координат с центром в нижнем углу внутренней области гальванической ванны, представляющей собой параллелепипед с длиной, шириной и высотой X , Y и Z соответственно;

2) существование устройств для крепления анода, катодов и биполярных электродов не учитывается;

3) на поверхности изделия-катода отсутствует шероховатость ($K = 0$).

Толщина покрытия в точке катода с координатами x, y, z определяется согласно закону Фарадея:

$$\delta(x, y, z, T_1) = \frac{\Theta}{\rho} \eta(x, y, z, \tau) i_k(x, y, z, \tau) T_1, \quad (6)$$

где Θ — электрохимический эквивалент металла покрытия; ρ — плотность металла покрытия; η — катодный выход металла по току; i_k — катодная плотность тока.

Катодный выход металла по току зависит от температуры, катодной плотности тока и концентрации компонентов электролита:

$$\eta(x, y, z, \tau) = \eta(t, i_k(x, y, z, \tau), C_1(\tau), \dots, C_j(\tau), \dots, C_n(\tau)), \quad (7)$$

где t — температура электролита; n — число компонентов электролита; τ — произвольный момент времени.

Для определения плотности тока используется закон Ома в дифференциальной форме:

$$i_a(x, y, z, \tau) = \chi \text{grad} \varphi(x, y, z, \tau), \quad (8)$$

$$i_k(x, y, z, \tau) = -\chi \text{grad} \varphi(x, y, z, \tau), \quad (9)$$

где χ — электропроводность электролита; $\varphi(x, y, z, \tau)$ — потенциал электрического поля в пространстве гальванической ванны в точке с пространственными координатами (x, y, z) в момент времени τ .

Отыскание распределения потенциала φ в объеме электролита возможно с использованием уравнения в частных производных параболического типа:

$$\frac{c^2}{4\pi\chi\mu} \left(\frac{\partial^2 \varphi(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial \varphi(x, y, z, \tau)}{\partial \tau}, \quad (10)$$

где c — скорость света в вакууме; μ — магнитная проницаемость электролита.

Краевое условие на границе электролит—изоляция (стенка гальванической ванны) описывается уравнением

$$\frac{\partial \varphi(x, y, z, \tau)}{\partial \rho} |_{S_{\text{и}}} = 0, \quad (11)$$

где ρ — нормаль к поверхности изолятора; $S_{\text{и}}$ — поверхность изолятора.

Краевое условие на аноде описывается уравнением

$$\varphi(x, y, z, \tau) + F_a(i_a(x, y, z, \tau)) |_{S_a} = U_a(\tau), \quad (12)$$

при этом на значение напряжения накладывается следующее условие:

$$U_{\min} \leq U_a(\tau) \leq U_{\max}, \quad (13)$$

где F_a — функции поляризации на аноде; i_a — плотность анодного тока; $U_{\min}$ — значение напряжения, требуемое для обеспечения минимально допустимой плотности тока на катоде; $U_{\max}$ — максимальное значение напряжения, поддерживаемое источником питания.

Краевое условие на основном катоде, дополнительных катодах и биполярных электродах описываются следующими уравнениями:

$$\varphi(x, y, z, \tau) - F_k(i_k(x, y, z, \tau)) |_{S_k} = 0, \quad (14)$$

$$\varphi(x, y, z, \tau) - F_k(i_k(x, y, z, \tau)) |_{S_{k_add_ii}} = 0, \quad (15)$$

$$\varphi(x, y, z, \tau) + F_{be}(i(x, y, z, \tau)) |_{S_{be_jj}} = U_{be_jj}, \quad (16)$$

где F_k , F_{be} — функции поляризации на катодах и биполярных электродах; ii, jj, II, JJ — номер и число дополнительных катодов и биполярных электродов соответственно; U_{be_jj} — напряжение на биполярных электродах.

Изменение концентрации j -го компонента электролита за длительность $\tau \in [0, T_2]$ нанесения покрытия описывается уравнением

$$\frac{dC_j(\tau)}{d\tau} = f_j(t, i_{k\text{cp}}(\tau), C_1(\tau), C_2(\tau), \dots, C_n(\tau)) \quad (17)$$

с начальным условием

$$C_j(\tau) = C_{0j} \quad (18)$$

и ограничением

$$C_{j\min} \leq C_j(\tau) \leq C_{j\max}, \quad (19)$$

где C_{0j} — концентрация j -го компонента в свежем приготовленном электролите; $C_{j\min}$, $C_{j\max}$ — допус-

тимые пределы концентрации j -го компонента согласно требованиям к электролиту; i_{kcp} — средняя катодная плотность.

Конкретный вид правой части уравнения (17) зависит, в том числе, от использования растворимого или нерастворимого анода. При использовании растворимого анода скорость уменьшения концентрации компонентов электролита будет компенсироваться поступлением ионов с анода. Использование нерастворимого анода увеличивает скорость уменьшения компонентов электролита, участвующих в электрохимических реакциях, из-за отсутствия их компенсации за счет растворения анода.

Следует заметить, что дополнительный унос частиц электролита с обработанными деталями также влияет на изменение концентрации и определяется согласно выражению

$$C_{ji} = C_{jd} \frac{1 - y_y S_k \rho_3}{M}, \quad (20)$$

где C_{ji} — концентрация j -го компонента после извлечения обработанных деталей из ванны; C_{jd} — концентрация j -го компонента перед извлечением обработанных деталей из ванны; y_y — удельный унос электролита на поверхности деталей, зависящий от типа загрузки деталей; ρ_3 — плотность электролита; M — масса электролита.

Ввиду того, что основная деталь-катод и дополнительные катоды соединяются последовательно, средняя катодная плотность i_{kcp} , содержащаяся в правой части уравнения (17), определяется в зависимости от распределения тока по поверхности детали-катада и дополнительных катодов:

$$i_{kcp}(\tau) = \frac{1}{\|S_k\|} \int_{S_k} i_k(x, y, z, \tau) S_k + \sum_{ii=1}^II \frac{1}{\|S_{k_add_ii}\|} \int_{S_{k_add_ii}} i_{k_add_ii}(x, y, z, \tau) S_{k_add_ii}. \quad (21)$$

Полученные уравнения (6)–(21) позволяют связать управляющее воздействие, задаваемое посредством краевого условия (12), с критерием (4) в целях реализации оптимального управления предлагаемым технологическим процессом с дополнительными катодами и биполярными электродами с учетом изменения концентрации компонентов в составе электролита. Для поиска оптимальных управляющих воздействий с точки зрения неравномерности распределения толщины покрытия необходимо разработать алгоритм решения поставленной задачи.

Алгоритм решения задачи оптимального управления гальваническим процессом с дополнительными катодами и биполярными электродами

Поставленная задача оптимального управления гальваническим процессом с дополнительными катодами и биполярными электродами относится к вариационной. Для ее решения целесообразно ис-

пользование прямого метод Ритца, который позволяет получить приближенное решение с заданной точностью [8]. Традиционное применение прямого метода Ритца предполагает отсутствие ограничений вида (13) на поиск функции, задающей управляющее воздействие, поэтому необходимо использовать модификацию данного метода.

Согласно идее классического метода Ритца значение функционала рассматривается не на произвольных допустимых кривых данной вариационной задачи, а лишь на всевозможных линейных комбинациях:

$$U_a(\tau) = \sum_{q=0}^Q b_q W_q(\tau), \quad (22)$$

где Q — степень управляющего полинома; b_q — постоянные коэффициенты; $W_q(\tau)$ — известные функции.

В качестве функций $W_q(\tau)$ предлагается использовать степенные функции, т.е. вид управляющего воздействия ищется в классе полиномов вида

$$U_a(\tau) = b_0 + b_1\tau + b_1\tau^2 + \dots + b_q\tau^q + \dots + b_Q\tau^Q. \quad (23)$$

Для определения степени Q управляющего полинома (23) предлагается сравнивать относительные уточнения значений критериев неравномерности вида (4), полученных при переходе к полиному более высокой степени:

$$\Delta R_{q+1} = \frac{|R_q - R_{1+q}|}{R_{q+1}} 100 \%, \quad (24)$$

пока выполняется условие

$$\Delta R_{q+1} \leq \varepsilon, \quad (25)$$

где ε — заранее заданная точность, при которой дальнейшее увеличение степени полинома нецелесообразно, и задача считается решенной.

В связи с этим преобразуем составленную математическую модель к квазистатическому виду, для этого разобьем длительность $[0, T_1]$ на отрезки $[\tau_0 = 0, \tau_1], [\tau_1, \tau_2], \dots, [\tau_r, \tau_{r+1}], [\tau_{r^{zad}-1}, \tau_{r^{zad}} = T_1]$,

на каждом из которых напряжение на аноде принимается постоянным и равным значению на левом конце отрезка, т.е. имеем:

$$U_a(\tau) = U_a(\tau_r) = \text{const}, \quad \tau \in [\tau_r, \tau_{r+1}], r = 0, 1, \dots, r^{zad}, \quad (26)$$

где r^{zad} — заданное число отрезков.

Тогда последовательность вычислительных операций для решения системы уравнений (6)–(21) математической модели будет следующей.

На отрезке $[\tau_0, \tau_1]$ для анода с заданными коэффициентами $b_0, \dots, b_q, \dots, b_Q$ и степенью управляющего полинома Q формируем $U_a(\tau)$, далее при $\tau = \tau_0$ находим значение $U_a(\tau_0)$, а затем с этим краевым условием (12) решаем уравнение (10). По уравнению (9) находим распределение плотности тока по поверхности катода, а по уравнению (21) — сред-

нее значение катодной плотности тока. При этом интегрируем систему дифференциальных уравнений (17) с найденным значением средней плотности тока. Далее для $\tau = \tau_1$ находим значение $U_a(\tau_1)$ и повторяем описанную выше процедуру до выполнения ограничения (5). В свою очередь, для рассмотренной системы уравнений проводится замена производных конечно-разностным шаблоном и применяется итерационная процедура определения потенциала в пространстве гальванической ванны [9]. Алгоритм определения функции поляризации на биполярных электродах рассмотрен в работе [10] и основывается на использовании значения линейного падения потенциала, установившегося на месте точки с наиболее удаленными от основного катода координатами по длине биполярного электрода.

В поисковом алгоритме решения задачи оптимального управления после каждого шага по коэффициенту b_q проверяется условие (13). Если оно не выполняется, осуществляется возврат к предыдущей точке с присваиванием штрафа управляющему полиному. Как только в момент времени τ перестает выполняться условие (13), дальнейшее управление принимается равным $U_{\max}$ или $U_{\min}$, в зависимости от того, какое ограничение нарушено.

Пример решения задачи оптимального управления гальваническим процессом с дополнительными катодами и биполярными электродами

Рассмотрим пример решения поставленной задачи для нанесения хромового покрытия на изделие-катод V -образной формы. Размеры гальванической ванны составляют $150 \times 200 \times 120$ мм ($X \times Y \times Z$), уровень электролита $L = 90$ мм. В ванне расположены прямоугольный анод размером 50×50 мм; основная деталь-катод размером 40×40 мм; дополнительные катоды размерами 20×70 мм; биполярный электрод размерами 20×20 мм. Расположение анода, изделия-катада, дополнительных катодов и биполярного электрода представлено на рис. 1. Состав стандартного электролита хромирования, г/л: хромовый ангидрид — 200, серная кислота — 2. Температура электролита $t = 50$ °С.

В работе [11] функция катодного выхода по току (7) имеет следующее аналитическое выражение:

$$\eta(\tau) = \frac{5,43 - 0,036t - 0,0005t^2 - 0,002657 C_1(\tau) +}{100 - 4,59 C_2(\tau) +} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{+ 2,054 \ln(0,001 i_{кр}(\tau)) + 0,0575 C_2(\tau)}{+ 0,074 C_2^2(\tau)},$$

где C_1, C_2 — концентрация хромового ангидрида и серной кислоты.

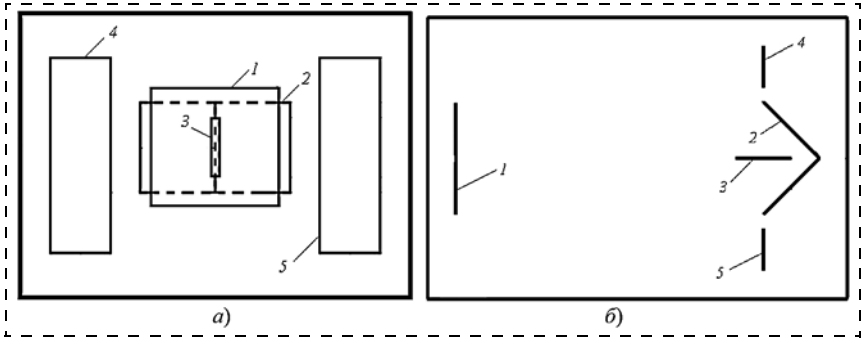


Рис. 1. Схема гальванической ванны с используемыми электродами: а — вид спереди ванны на плоскости XOZ; б — вид сверху ванны на плоскости XOZ; 1 — анод; 2 — основной катод; 3 — биполярный электрод; 4, 5 — дополнительные катоды

Уравнение (17) для описания изменения концентрации хромового ангидрида примет следующий вид:

$$\frac{dC_1(\tau)}{d\tau} = - \frac{\Theta \eta(\tau) \rho_{\Theta} i_{кр}(\tau)}{M_{\mu}},$$

где Θ — электрохимический эквивалент хрома; μ — молекулярная масса хромового ангидрида.

Значение анодной поляризации не учитывается, так как в гальваническом процессе хромирования используется нерастворимый свинцовый анод. Функция катодной поляризации на основном изделии-катоде и на дополнительных катодах определяется следующим образом:

$$F_k(i_k(x, y, z, \tau)) =$$

$$= \begin{cases} -0,357 i_k(x, y, z, \tau) - 0,958 & \text{при } F_k \in (-\infty, -1); \\ 0,866 i_k(x, y, z, \tau) - 1,0347 & \text{при } F_k \in (-1, -0,67); \\ -0,325 i_k(x, y, z, \tau) - 0,5337 & \text{при } F_k \in (-0,67, \infty). \end{cases}$$

В результате решения поставленной задачи оптимального управления гальваническим процессом хромирования детали V -образной формы при заданных условиях и ограничениях на заданную толщину гальванического покрытия $\delta_{зад} = 10$ мкм и на минимальное и максимальное значения напряжения $U_{\min} = 1$ В и $U_{\max} = 12$ В были получены функции изменения напряжения на аноде при различных степенях полиномов и значения критерия неравномерности при заданной точности решения задачи $\varepsilon = 0,1$ % и числе отрезков $r^{ад} = 6$, приведенные в таблице.

Результат решения задачи оптимального управления

Степень полинома, Q	Вид управляющих напряжений, $U_a, В, \tau, ч$	Значение критерия неравномерности, R	Относительное уточнение критерия, $\Delta R, \%$
0	$U_{a0}(\tau) = 4,33$	1,55679	
1	$U_{a1}(\tau) = 4,33 + 0,092\tau$	1,55567	0,2021
2	$U_{a2}(\tau) = 4,33 + 0,051\tau + 0,028\tau^2$	1,55561	0,0072

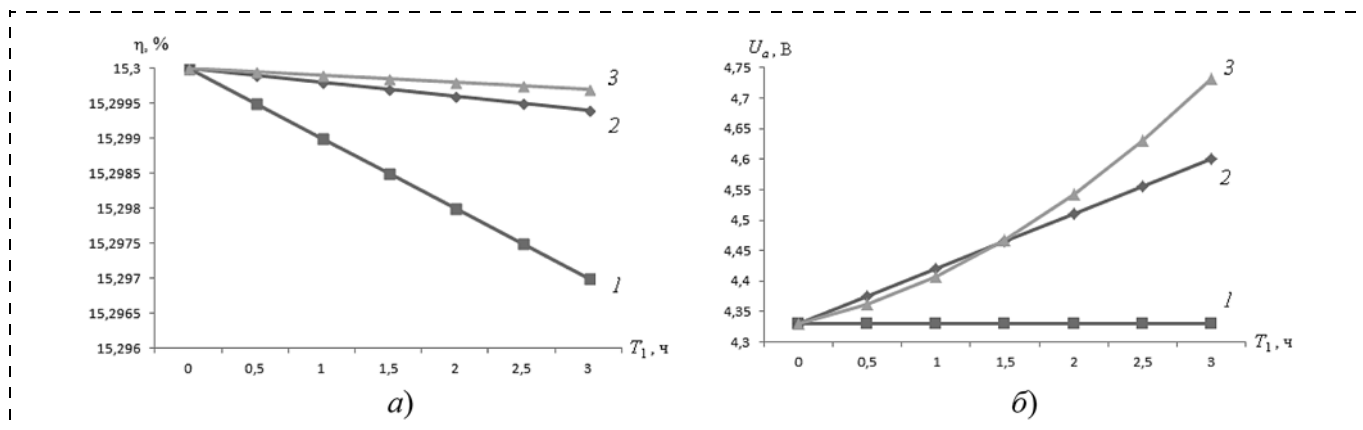


Рис. 2. Изменение катодного выхода по току (а) и напряжения на аноде (б) при различных степенях полиномов: 1 — полином нулевой степени; 2 — полином первой степени; 3 — полином второй степени

На рис. 2, а демонстрируется изменение катодного выхода по току за счет убыли концентрации хромового ангидрида и компенсирующего воздействия в виде анодного напряжения в форме полиномов различных степеней (рис. 2, б).

Из таблицы видно, что при заданной точности решения задачи оптимального управления $\varepsilon = 0,1\%$ переход от полинома нулевой степени к полиному первой степени целесообразен, так как дальнейшее увеличение степени полинома дает прирост точности $0,0072\%$, что меньше ε . В связи с этим при решении задачи оптимального управления процессом гальванического покрытия в гальванической ванне с дополнительными катодами и биполярными электродами с учетом изменения концентрации компонентов электролита, в данном случае, зависимость изменения анодного напряжения от времени целесообразно отыскивать среди полиномов первой степени, так как повышение степени ($Q > 1$) не дает существенного прироста критерия неравномерности покрытия, однако влечет за собой значительное увеличение длительности оптимизационного поиска.

Закключение

При нанесении гальванических покрытий в ванне с дополнительными катодами и биполярными электродами необходимо учитывать изменение компонентов состава электролита. Для этой цели поставлена задача поиска функции анодного напряжения в целях учета изменения состава электролита для оптимального управления гальваническим процессом по критерию неравномерности толщины покрытия. Доказано, что изменение анодного напряжения описывается полиномами первой степени, при этом полученные функции изменения напряжения на аноде для рассматриваемого примера не сильно зависят от времени, так как концентрация хромового ангидрида уменьшается незначи-

тельно за время малого периода T_1 протекания гальванического процесса. В рассматриваемом примере критерий неравномерности после решения поставленной задачи оптимального управления улучшился на $0,202\%$ по сравнению со стационарной задачей. Однако при анализе большого периода T_2 ведение процесса при постоянном напряжении может привести к существенным потерям в ожидаемом распределении толщины покрытия.

Список литературы

1. Герасименко А. А. Защита от коррозии, старения и биоповреждений машин, оборудования и сооружений. Справочник: В 2-х т. Т. 1 / Под ред. А. А. Герасименко. М.: Машиностроение, 1987. 688 с.
2. Антропов Л. И. Теоретическая электрохимия. М.: Высшая школа, 1975. 560 с.
3. А. с. № 717158 СССР, МКИ2 С 25 D 21/12. Способ автоматического регулирования состава электролита и устройство для осуществления этого способа / Н. В. Засько, В. И. Захаров. 1980. Бюл. № 7.
4. Tuaweri T. J., Adigio E. M., Jombo P. P. A Study of process parameters for zinc electrodeposition from a sulphate bath // International Journal of Engineering Science Invention. 2013. Vol. 2 (8). P. 17—24.
5. Khorasani S., Motieifar A., Rashidian B. Optimal pulse shapes for periodic reverse electroplating // Iranian Journal of Science & Transaction B. 2003. Vol. 27, No. B4. P. 701—711.
6. Литовка Ю. В., Као В. З. Моделирование и оптимизация гальванической ванны с дополнительными катодами // Вестник Тамбовского государственного технического университета. 2016. Т. 22. № 1. С. 68—74.
7. Maksimović M. D., Mišković-Stanković V. B., Krstajić N. V. The effect of applied voltage on the cathodic electrodeposition process // Surface and Coatings Technology. 1986. Vol. 27, Iss. 1. P. 89—94.
8. Бояринов А. И., Кафаров В. В. Методы оптимизации в химической технологии. М.: Химия, 1975. 576 с.
9. Гнусин Н. П., Поддубный Н. П., Маслий А. И. Основы теории расчета и моделирования электрических полей в электролитах. Новосибирск: Наука, 1972. 276 с.
10. Braun T. M., Schwartz D. T. Localized electrodeposition and patterning using bipolar electrochemistry // J. Electrochem. Soc. 2015. Vol. 162, Iss. 4. P. 180—185.
11. Литовка Ю. В. Математическое описание изменения концентрации электролита в гальванической ванне // Журнал прикладной химии. 1997. Т. 70, Вып. 10. С. 1631—1637.

Optimal Control for the Electroplating Process Based on the Supplementary Cathode and Bipolar Electrode

D. S. Solovjev, solovjevdenis@mail.ru✉, V. Z. Cao, hanam17389@gmail.com,
Yu. V. Litovka, polychem@list.ru,
Tambov State Technical University, Tambov, 392000, Russian Federation

Corresponding author: Solovjev Denis S., Ph. D, Assistant,
Department of Information Systems and Information Security,
Tambov State Technical University, Tambov, 392000, Russian Federation,
e-mail: solovjevdenis@mail.ru

Received on December 29, 2015

Accepted on April 11, 2016

The article describes the main approaches (including technical parameters and equipment) to taking into account the changes and correction of the electrolyte components of the bath with the supplementary cathodes and bipolar electrodes in the electroplating processing of products. A voltage change on the anode is proposed as a manipulated variable for the galvanic process as a control object for the electroplating bath. The task of optimal control of the electroplating process by the criterion of distribution of uniformity on the surface of the coating thickness of the product is set. A mathematical model is formulated of the dynamics of the distributed coordinates for the contact criterion of the uniformity coverage with the control action in the form of changes of the anode voltage, taking into account the structural and technological assumptions. This is based on the Faraday's law, Ohm's law of the differential form and a partial differential equation of a parabolic type describing the distribution built in the amount of the electroplating bath. An algorithm was invented for solving the equations of the mathematical model of the electroplating process, which considers the task as a quasi-static one and based on the modifications of the direct Ritz method for the search function of the anode voltage in the class of the polynomials of various degrees. A comparison is proposed of the relative values of the refinement criteria of the unevenness produced during the transition to a higher polynomial degree in order to obtain the required accuracy solutions for determination of the degree of the polynomial control. An example is described of solving the problem of chrome electroplating of V-shape parts in the electroplating bath with two side cathodes and one bipolar electrode. This example describes the function of the anode voltage in the form of the polynomials of the zero, first and second degrees. A rational solution describing the anode voltage changes as the polynomials of the first degree is shown. The further increase in the degree doesn't give a significant gain in the unevenness of the coverage criterion, however, it ensures a significant increase of the duration of the search optimization. Thus, the obtained feature of the voltage change on the anode does not depends strongly on time, so, the change of the concentration of the electrolyte components is reduced slightly during a short period of coating. However, when analyzing a longer period, the process under a constant stress might lead to significant losses in the expected distribution of the coating thickness.

Keywords: optimal control, control object, mathematical model, supplementary cathodes, bipolar electrodes, modified Ritz method, electroplating process, anode voltage, unevenness of the coating thickness, concentration of the electrolyte components

For citation:

Solovjev D. S., Cao V. Z., Litovka Yu. V. Optimal Control for the Electroplating Process Based on the Supplementary Cathode and Bipolar Electrode, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 547—553.

DOI: 10.17587/mau.17.547-553

References

1. Gerasimenko A. A. *Zashhita ot korrozii, starenija i biopovrezhdenij mashin, oborudovanija i sooruzhenij* (Protection from corrosion, aging and biodegradation of machinery, equipment and structures), vol. 1, Moscow, Mashinostroenie, 1987, 688 p. (in Russian).
2. Antropov L. I. *Teoreticheskaja elektrohimiya* (Theoretical electrochemistry), Moscow, Vysshaja shkola, 1975, 560 p. (in Russian).
3. Zas'ko N V., Zaharov V. I. A.s. № 717158 SSSR, MKI2 S 25 D 21/12. *Sposob avtomaticheskogo regulirovanija sostava jelektrolita i ustrojstvo dlja osushhestvlenija jetogo sposoba* (Method of automatic control of the electrolyte composition and a device for carrying out the method), 1980, Bjul. № 7 (in Russian).
4. Tuaweri T. J., Adigio E. M., Jombo P. P. A Study of process parameters for zinc electrodeposition from a sulphate bath, *International Journal of Engineering Science Invention*, 2013, vol. 2 (8), pp. 17—24.
5. Khorasani S., Motieifar A., Rashidian B. Optimal pulse shapes for periodic reverse electroplating, *Iranian Journal of Science & Transaction B*, 2003, vol. 27, no. B4, pp. 701—711.
6. Litovka Ju. V., Kao V. Z. *Modelirovanie i optimizacija gal'vanicheskoy vannы s dopolnitel'nymi katodami* (Modelling and optimization of the electroplating bath with supplementary cathodes), *Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta*, 2016, vol. 22, no 1, pp. 68—74 (in Russian).
7. Maksimović M. D., Mišković-Stanković V. B., Krstajić N. V. The effect of applied voltage on the cathodic electrodeposition process, *Surface and Coatings Technology*, 1986, vol. 27, iss. 1, pp. 89—94.
8. Bojarinov A. I., Kafarov V. V. *Metody optimizacii v himicheskoj tehnologii* (Methods for optimization of chemical technology), Moscow, Himija, 1975, 576 p. (in Russian).
9. Gnusin N. P., Poddubnyj N. P., Maslij A. I. *Osnovy teorii raschjota i modelirovanija jelektricheskikh polej v jelektrolitah* (Fundamentals of the theory of calculation and simulation of electric field in electrolytes), Novosibirsk, Nauka, 1972, 276 p. (in Russian).
10. Braun T. M., Schwartz D. T. Localized electrodeposition and patterning using bipolar electrochemistry, *J. Electrochem. Soc.*, 2015, vol. 162, iss. 4, pp. 180—185.
11. Litovka Ju. V. *Matematicheskoe opisanie izmenenija koncentracii jelektrolita v gal'vanicheskoy vanne* (The mathematical description of the change in electrolyte concentration in the electroplating bath), *Zhurnal prikladnoj himii*, 1997, vol. 70, no. 10, pp. 1631—1637 (in Russian).

В. Е. Мельников, д-р техн. наук, проф., ve_melnik@mail.ru,

В. А. Петрухин, мл. науч. сотр., riksorge@me.com,

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

О возможности создания квазиневозмущаемого маятникового построителя вертикали

Рассмотрены возможности построения квазиневозмущаемого маятникового построителя вертикали места на подвижном объекте. Результат достигается за счет компенсации возмущающего влияния горизонтальных ускорений объекта путем создания корректирующих воздействий на маятник, сформированных по сигналам инерциальных датчиков (акселерометров, датчиков угловых скоростей и угловых ускорений). Проведены теоретические исследования выходных характеристик маятникового построителя вертикали. Представлены результаты моделирования, подтверждающие возможности создания маятника, устойчивого к горизонтальным ускорениям основания. Рассмотрен один из каналов построителя вертикали при разных вариантах сочетаний корректирующих устройств, каждый из которых имеет свою область возможных применений, в том числе на летательных аппаратах различного класса и назначения.

Ключевые слова: квазиневозмущаемый маятник, акселерометр, коррекция, двухканальное управление, структура, построитель вертикали места

Постановка задачи

Маятник является естественным инструментом для моделирования вертикали места и находит ограниченное применение на борту летательных аппаратов (ЛА) в режиме равномерного прямолинейного движения без ускорений в качестве элемента коррекции для устранения ошибок гироскопических устройств [1]. В современных пилотажных и инерциальных навигационных системах (ИНС) построители вертикали (ПВ) реализуются путем физического или математического моделирования, и актуальной является задача совершенствования гировертикалей и авиагоризонтов (АГ), в том числе,

резервных. В этом плане попытка создания ПВ с использованием дополнительных возможностей физических и математических маятников с повышенной устойчивостью к возмущающим горизонтальным ускорениям основания является обоснованной и перспективной.

В работе анализируются возможные источники корректирующих сигналов на маятник от источников информации той же физической природы с использованием принципа двухканального управления маятником [2—4], например, с помощью акселерометра и иных устройств с более высокочастотными характеристиками по отношению к маятнику. На рис. 1 представлена блок-схема маятника с источниками корректирующей маятник информации, основным из которых является акселерометр. На рис. 1 показаны собственно физический маятник или эквивалентный ему математический маятник М, акселерометр А, дополнительные источники информации (ДИИ) и возможные обратные связи (ОС), необходимость которых выявляется в процессе анализа. При реализации такого корректируемого маятника могут быть различные возможности в зависимости от взаимного расположения маятника и акселерометра. Акселерометр может быть расположен либо на самом маятнике, либо на общем с маятником основании. От этого зависят конкретные алгоритмы формирования корректирующих воздействий с возможным привлечением дополнительной информации. В статье рассмотрена схема корректируемого маятника с акселерометром, расположенным на оси подвеса маятника.

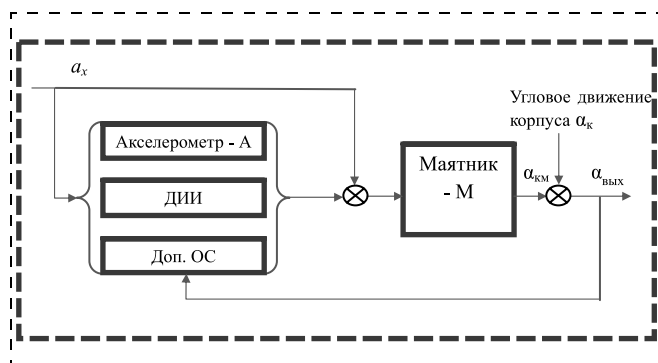


Рис. 1. Блок-схема корректируемого маятника:

a_x — горизонтальное ускорение основания; $\alpha_{км}$ — текущее отклонение маятника от местной вертикали; α_k — угол отклонения корпуса (основания) маятника относительно оси подвеса маятника; $\alpha_{вых} = \alpha_{км} \pm \alpha_k$ — выходной сигнал — относительный угол между плечом маятника и базовой осью корпуса маятника, совпадающей с плечом маятника в невозмущенном состоянии ($\alpha_k = 0$, $a_x = 0$)

Маятник с корректирующим акселерометром

На рис. 2 представлена структурная схема корректируемого маятника с акселерометром, расположенным на оси подвеса маятника. При таком расположении ось чувствительности акселерометра "уходит" из плоскости горизонта в соответствии с угловыми движениями маятника. Принято допущение, что угол отклонения маятника не превосходит $5...10^\circ$ и тогда $\sin \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$. Для наглядности ожидаемого эффекта звено суммирования 1 перенесено в точку структуры с размерностью ускорения.

На рис. 2 приняты следующие обозначения:

- $W_M(s) = \frac{m_M l_{\text{цм}}}{C_M(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)}$ — передаточная

функция нескорректированного математического маятника, где $C_M = m_M l_{\text{цм}} g$ — кинематическая жесткость маятника; ξ_M , T_M — соответственно относительный коэффициент демпфирования и постоянная времени;

- $W_a(s) = \frac{m_a l_{\text{ца}}}{C_a(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)}$ — передаточная

функция маятниковый акселерометра с эталонной или электрической жесткостью C_a , относительным коэффициентом демпфирования ξ_a и постоянной времени T_a ; $m_M l_{\text{цм}}$ и $m_a l_{\text{ца}}$ — масса и смещение центра масс маятника и чувствительного элемента акселерометра относительно осей подвеса соответственно;

- δ — безразмерный коэффициент, характеризующий уровень корректирующего сигнала: $0 < \delta < 1$;
- $\alpha_{\text{км}}$, $\alpha_{\text{к}}$, $\alpha_{\text{вых}}$ — соответственно угол отклонения маятника от вертикали, угол поворота ЛА относительно оси подвеса маятника (крен — тагаж), линейная комбинация этих углов $\alpha_{\text{вых}} = \alpha_{\text{км}} \pm \alpha_{\text{к}}$; a_x — горизонтальное ускорение;
- звено с передаточной функцией $C_a/m_a l_{\text{ца}}$ необходимо для того, чтобы для наглядности точку суммирования основного и корректирующих сигналов перенести в зону размерности входного сигнала.

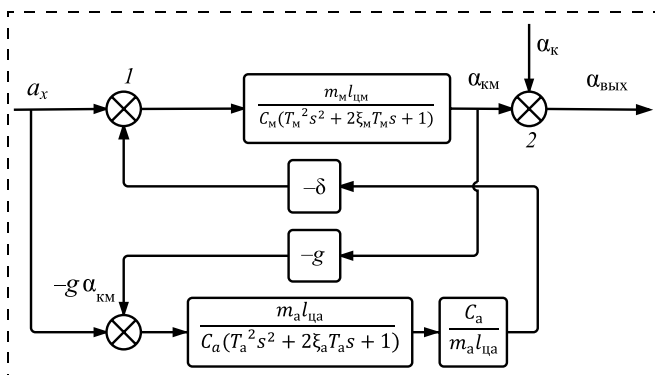


Рис. 2. Одноосный маятник с корректирующим акселерометром на маятнике

В соответствии с рис. 2 угол отклонения скорректированного маятника определяется выражением

$$\alpha_{\text{км}}(s) = \frac{a_x(s)(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1 - \delta)}{g[(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1) - \delta]} \quad (1)$$

Для выявления физической картины поведения в первом приближении примем акселерометр как безынерционное звено. Это обосновано, если принять, что $T_M \gg T_a$. Тогда из выражения (1) получим

$$\alpha_{\text{км}}(s) = \frac{a_x(s)(1 - \delta)}{g(T_{\text{экв}}^2 s^2 + 2\xi_M T_{\text{экв}} s + 1 - \delta)} \quad (2)$$

где $T_{\text{экв}} = T_M / \sqrt{1 - \delta}$ — эквивалентная постоянная времени маятника с коррекцией.

Видно, что скорректированный маятник существенно изменил свои характеристики. Его эквивалентная длина $l_{\text{экв}} = l_{\text{цм}} / (1 - \delta)$ и постоянная времени $T_{\text{экв}}$ увеличились, т. е. маятник стал более инерционным. Но в установившемся режиме он, как и исходный маятник, займет положение кажущейся вертикали: $\tan \alpha_{\text{км}} = a_x / g$.

Таким образом, если коэффициент обратной связи варьировать в пределах $\delta = 0,9...0,999$, то реальный маятник превращается в эквивалентный с координатой центра тяжести, увеличенной до 1000 раз с соответствующим увеличением постоянной времени примерно в 31 раз. Возникает необходимость рассмотреть возможности такого маятника и область практического применения.

На рис. 3 представлены результаты моделирования такого маятника, приведена относительная угловая погрешность ϵ отклонения маятника от вертикали.

Данный вариант не уменьшает статическое отклонение от вертикали, но значительно увеличивает постоянную времени в зависимости от глубины компенсации и значительно снижает скорость нарастания отклонения, что может быть использовано для ряда технических приложений. Видно, что при допустимой относительной погрешности вертикали $\Delta < 0,1$ от установившегося значения, равного 1, время, в течение которого отклонение маятника не превысит допустимого уровня, в зависимости от значений $\delta = 0,9...0,999$ составляет от 0,11 до 6 с. Абсолютная погрешность в зависимости от горизонтального ускорения, например 10 м/с^2 , составит $5,7^\circ$ при $\delta = 0,999$.

Для такого инерционного маятника, вероятно, можно найти область применения в ряде прикладных задач, в частности, в задачах управления и стабилизации рабочих органов роботов и манипуляторов, задействованных в различных технологических процессах и операциях, ограниченных во времени, работающих в динамичном режиме. В пределах нескольких секунд маятник будет держать заданную ориентацию относительно плоскости го-

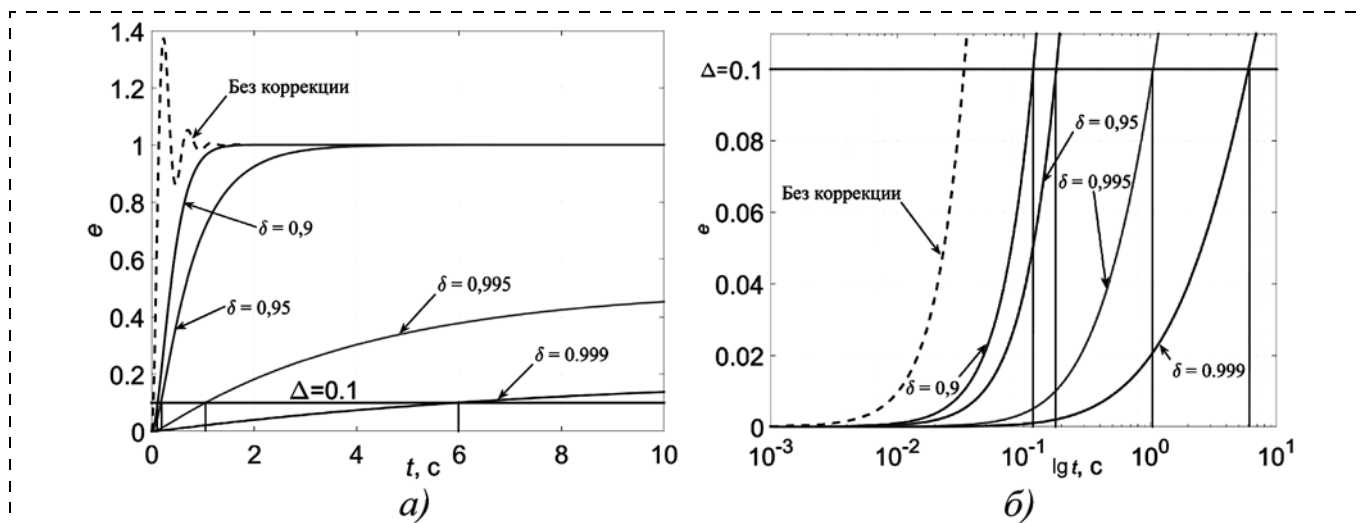


Рис. 3. Поведение одноосного маятника с корректирующим акселерометром на маятнике в зависимости от интенсивности δ компенсирующего воздействия:

a — динамические характеристики исходного маятника и скорректированных маятников при вариации уровня корректирующих воздействий в диапазоне $\delta = 0,9 \dots 0,999$; b — начальная область характеристик по рис. 3, a , где отмечено время "памяти" для каждого варианта, в течение которого отклонение маятника от вертикали достигнет предельно допустимого по ТЗ значения (для примера, условно обозначенного как десятая часть от установившегося отклонения от вертикали)

ризонта (вертикали) с допустимым отклонением Δ . Для расширения области возможного применения рассмотрим структуру с дополнительным каналом коррекции по выходному сигналу $\alpha_{\text{вых}} = \alpha_{\text{км2}} \pm \alpha_{\text{к}}$.

Маятник с корректирующим акселерометром и дополнительной обратной связью по выходному углу

Структурная схема такого маятника представлена на рис. 4.

Здесь $\alpha_{\text{км2}}$ — угол отклонения маятника от вертикали места:

$$\alpha_{\text{км2}}(s) \left[1 - \delta \frac{1 - (T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)} \right] = \frac{a}{g} \left[1 - \frac{\delta}{(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)} \right] \frac{1}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} \mp \frac{\alpha_{\text{к}} \delta}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)}. \quad (3)$$

При тех же допущениях, что были сделаны выше относительно соотношения между T_M и T_a , угол отклонения $\alpha_{\text{км2}}(s)$ маятника от вертикали составит

$$\alpha_{\text{км2}}(s) = \frac{a}{g} \frac{(1 - \delta)}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} \mp \frac{\alpha_{\text{к}} \delta}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)}. \quad (4)$$

Из выражения (4) можно сделать следующие предварительные выводы.

Если принять, что корректирующий акселерометр является безынерционным звеном, то при движении объекта с постоянным ускорением в го-

ризонтальной плоскости при отсутствии углов крена или тангажа ($\alpha_{\text{к}} = 0$) маятник становится квази-возмущаемым. В установившемся состоянии угол отклонения $\alpha_{\text{км2}}$ маятника от вертикали составит $\alpha_{\text{км2}} = a_x(1 - \delta)/g$.

Но при наличии отклонений ($\alpha_{\text{к}} \neq 0$) основания относительно оси подвеса маятника он будет увлекаться вслед за основанием (корпусом маятника), т. е. такой маятник может иметь лишь ограниченное применение, которое полезно проанализировать. Рис. 5 позволяет проиллюстрировать возможности такого варианта маятника.

Видно, что такой маятник при понятных ограничениях, накладываемых на динамику и режим углового движения ЛА, становится квази-возмущаемым ускорениями основания. При наличии горизонтального ускорения и при отсутствии углов отклонения корпуса маятника угол отклонения маятника в относительных единицах при ступенчатом ускорении определяется как $\alpha_{\text{км2}} = a_x(1 - \delta)/g$, где δ — глубина обратной связи, $0 < \delta < 1$. Абсолютная погрешность в зависимости от горизонтального

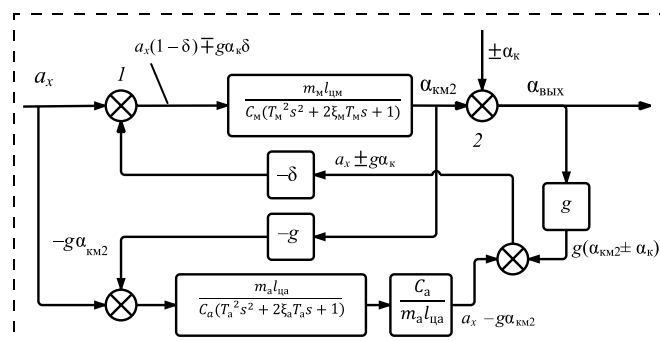


Рис. 4. Одноосный маятник с корректирующим акселерометром на маятнике и дополнительной обратной связью по выходному углу

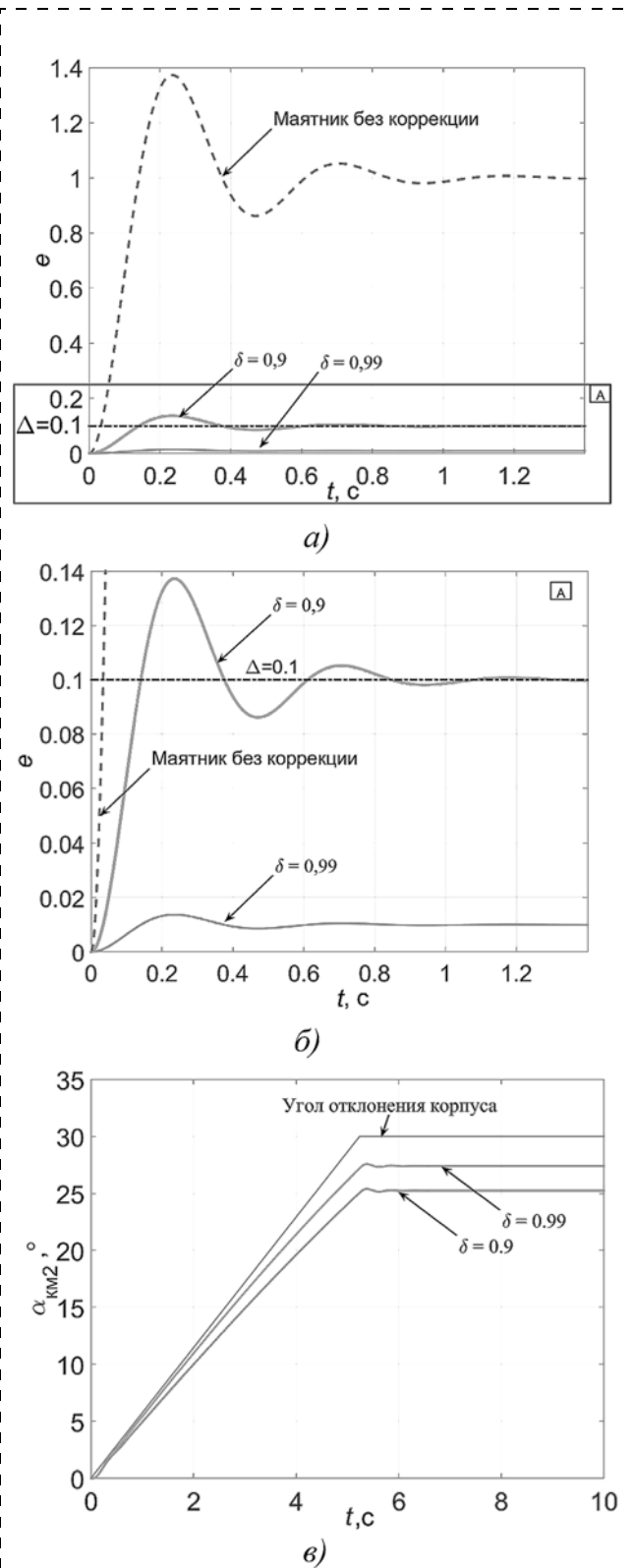


Рис. 5. Маятник с корректирующим акселерометром и дополнительной обратной связью по выходному углу: а — реакция маятника на единичное ступенчатое воздействие при отсутствии отклонения корпуса $\alpha_k = 0$; б — область графика по рис. 5, а в диапазоне отклонений $\Delta = 0,1$ при глубине обратной связи $\delta = 0,9$ и $0,99$ соответственно; в — процесс "ухода" маятника вслед за корпусом ($\alpha_k \neq 0$) маятника при отсутствии ускорения $a_x = 0$)

ускорения 10 м/с^2 при $\delta = 0,9$ составит $5,7^\circ$, при $\delta = 0,99$ составит $0,57^\circ$. Но при наличии угла отклонения корпуса α_k он становится практически не работоспособным из-за "утягивания" маятника корпусом.

Такой маятник может найти применение в качестве корректирующего элемента в системах горизонтальной коррекции, например, в гироскопических устройствах, при "плоском" режиме полета летательного аппарата, а также в составе гиростабилизированной платформы инерциальной навигационной системы.

Для компенсации погрешности, вызванной угловым движением корпуса, необходимо дополнительно ввести коррекцию по углу поворота корпуса. Информацию об угловом движении корпуса, в частности, можно получить от датчика угловой скорости (ДУС).

Маятник с корректирующими акселерометром, обратной связью по выходному углу и ДУС

На рис. 6 приведена кинематическая схема компенсационного слабовозмущаемого физического маятника с компенсацией погрешности, вызванной угловым движением корпуса, с помощью ДУС.

Исходное выражение для определения угла отклонения маятника от вертикали представим в виде

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{км3}}(s) \left[1 - \delta \frac{1 - (T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)} \right] = \\ = \frac{a}{g} \left[1 - \frac{\delta}{(T_a^2 s^2 + 2\xi_a T_a s + 1)} \right] \frac{1}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} \mp \\ \mp \frac{\alpha_k \delta}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} \pm \\ \pm \frac{\dot{\alpha}_k \delta}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} W_{\text{ДУС}}(s). \end{aligned} \quad (5)$$

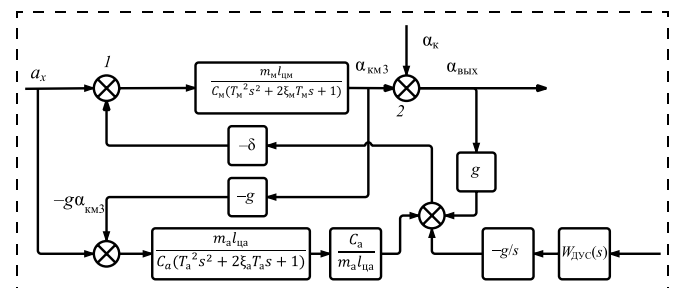


Рис. 6. Одноосный маятник с корректирующим акселерометром на маятнике и дополнительной обратной связью по выходному углу и дополнительной коррекцией от ДУС: $\alpha_{\text{км3}}$ — угол отклонения маятника от вертикали места, $W_{\text{ДУС}}(s)$ — передаточная функция датчика угловых скоростей, g/s — интегрирующее звено

При тех же допущениях, что были сделаны выше относительно соотношения между T_M и T_a , угол отклонения $\alpha_{KM3}(s)$ маятника от вертикали составит:

$$\alpha_{KM3}(s) = \frac{a}{g} \frac{(1-\delta)}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} \mp \frac{\alpha_K \delta}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} \pm \frac{\dot{\alpha}_K \delta}{(T_M^2 s^2 + 2\xi_M T_M s + 1)} W_{ДУС}(s). \quad (6)$$

В этом случае удастся скомпенсировать составляющую погрешности от поворота корпуса, и угол отклонения маятника относительно местной вертикали при принятых допущениях уже не зависит от угла поворота корпуса. На рис. 7 представлена переходная характеристика такого маятника.

Видно, что при таком наборе корректирующих элементов маятник становится квазииневозмущаемым ускорениями основания. Его установившееся значение, выраженное в относительных единицах, определяется величиной $(1 - \delta)$.

Таким образом, при горизонтальном ускорении, равном $1g$, угол отклонения составит $5,71^\circ$ при $\delta = 0,9$ и $0,57^\circ$ — при $\delta = 0,99$.

Такие выводы обнадеживают, но требуют дальнейших исследований, прежде всего, учета реальных динамических характеристик корректирующих элементов, динамических параметров ЛА, его реальных пространственных угловых отклонений от плоскости горизонта. Для таких ЛА, имеющих неограниченные углы поворота относительно оси подвеса маятника, потребуется двухкомпонентный вариант построителя вертикали и двухкоординатный следящий корпус.

Проводимые исследования в части учета реальных динамических характеристик корректирую-

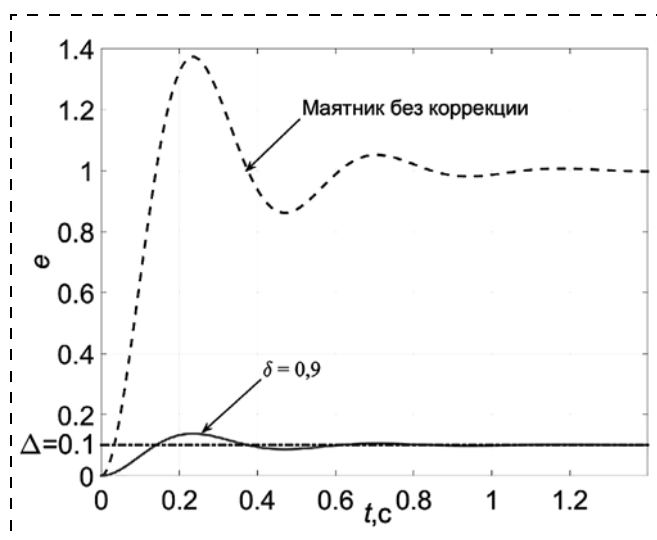


Рис. 7. Маятник с корректирующим акселерометром, дополнительной обратной связью по выходному углу и дополнительной коррекцией от ДУС

щих элементов показывают, что при правильном выборе динамических и частотных характеристик корректирующих устройств результаты практически не отличаются от представленных выше.

Проводятся работы по физическому моделированию квазииневозмущаемых маятниковых построителей вертикали для различных условий применения, в частности для динамичных малогабаритных объектов, как в качестве основного, так и резервного построителя вертикали или авиагоризонта.

Заключение

Показано, что физический или эквивалентный ему математический маятник может стать квазииневозмущаемым с требуемой точностью при использовании корректирующих воздействий на маятник, сформированных по сигналам акселерометров, датчиков угловой скорости (ДУС) или угловых ускорений корпуса ЛА относительно оси подвеса маятника, а также относительного угла отклонения маятника и корпуса маятника.

Такая возможность появляется, если источники корректирующих сигналов имеют более динамичные устройства. Рассмотрены варианты различных комбинаций корректирующих устройств, в частности:

- 1) базовый вариант — маятник и корректирующий акселерометр;
- 2) базовый вариант с дополнительной обратной связью по выходному сигналу;
- 3) вариант 2 с дополнительным корректирующим датчиком — ДУС.

Показано, что базовый вариант 1 не уменьшает статическое отклонение от вертикали, но значительно увеличивает постоянную времени в зависимости от глубины компенсации и значительно снижает скорость нарастания отклонения, что может быть использовано для ряда технических приложений.

Вариант 2 — промежуточный — убеждает, что "невозмущаемость" маятника может быть реализована в ряде ограниченных задач при отсутствии углов отклонения корпуса маятника. Маятник становится квазииневозмущаемым, и его угол отклонения в относительных единицах при единичном скачке ускорения определяется как $a_x(1 - \delta)/g$, где δ — глубина обратной связи $0 < \delta < 1$.

В варианте 3 маятник становится квазииневозмущаемым, и при любом ускорении основания установившееся значение будет $a_x(1 - \delta)/g$.

В дальнейших исследованиях целесообразно провести оценку влияния динамических характеристик корректирующих датчиков, которые должны быть более высокочастотными по отношению к исходному маятнику, расширить область возможного применения скорректированного маятника на объектах с неограниченными углами поворота относительно оси подвеса маятника, а также рассмотреть вариант двухкоординатного построителя вертикали.

Список литературы

1. Мельников В. Е., Мельникова Е. Н., Черноморский А. И., Гончаренко Г. Г. Датчики инерциальных систем. М.: МАИ-Принт, 2011. 354 с.
2. Мельникова Е. Н., Мельников В. Е. Маятниковый индикатор вертикали. // Авиакосмическое приборостроение. 2006. № 1. С. 12—19.

3. Белянин Л. Н., Якимова Е. В. О компенсированном физическом маятнике, не возмущаемом силами инерции // Современные техника и технологии. Тр. V-й областной науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. Томск: Изд-во ТПУ, 1999. С. 89—91.
4. Yoshida T., Ohata K., Ueba M. Highly accurate inclinometer robust to ultralow-frequency acceleration disturbances and applications to autotracking antenna systems for vessels // IEEE Trans. Instrum. Meas. 2001. Vol. 58, N. 8. P. 2525—2534.

Feasibility of Development of a Quasi-Imperturbable Pendulum Vertical Sensor

V. E. Melnikov, ve_melnik@mail.ru, V. A. Petrukhin, riksorge@me.com✉,
Moscow Aviation Institute (National Research University)

Corresponding author: Petrukhin Vladimir A., Junior Researcher, riksorge@me.com,
Moscow Aviation Institute (National Research University), Russian Federation,
e-mail: solovjevdenis@mail.ru

Received on February 25, 2016

Accepted on March 28, 2016

The authors consider feasibility of development of a quasi-imperturbable pendulum vertical sensor. The result is achieved due to compensation for the error caused by the acceleration of an object by means of the corrective actions on the pendulum formed by the signals of the inertial sensors. They also consider a possibility of reduction of the displacement of the pendulum from the vertical position under the influence of the horizontal acceleration of an object by formation of a reaction, which compensates for the inertial forces by the sensors of the same physical nature — an accelerometer and additional sources of information — rate gyro and additional feedback from the output signal. The article discusses versions of various combinations of the corrective devices, namely: 1) basic option — pendulum corrected by an accelerometer 2) basic option and additional feedback from the output signal 3) version of paragraph 2, with additional correction sensor — rate gyro. It was demonstrated that the basic option does not reduce the pendulum static displacement from the vertical, but significantly increases the time constant depending on the feedback factor, and significantly reduces the rate of the displacement increase from the vertical. It may be used in a number of technical applications. Version of paragraph 2 has the following features: in the presence of a horizontal acceleration and in the absence of the deviation angles of the housing of the pendulum it becomes quasi-imperturbable, and the steady-state value of the displacement angle in relative units at a single step unit of acceleration is defined as $\alpha_x(1 - \delta)/g$, where δ — feedback factor $0 < \delta \leq 1$, but, if the deviation angle of the housing of the pendulum is present, it becomes practically unworkable because the pendulum follows its housing. Therefore, there is a need to compensate for this effect using the information from the rate gyro. In this case the pendulum becomes quasi-imperturbable and any acceleration of an object will result in the steady-state value of displacement angle $\alpha_x(1 - \delta)/g$. The carried out physical experiments of modeling and simulation confirm the findings and possibility of development of a number of technical applications on this basis.

Keywords: quasi-imperturbable pendulum, accelerometer, rate gyro, correction, pendulum vertical sensor, feedback

For citation:

Melnikov V. E., Petrukhin V. A. Feasibility of Development of a Quasi-Imperturbable Pendulum Vertical Sensor, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 554—559.

DOI: 10.17587/mau.17.554-559

References

1. Mel'nikov V. E., Mel'nikova E. N., Chernomorskii A. I., Goncharenko G. G. *Datchiki inercial'nykh system* (Inertial systems sensors), Moscow, MAI-Print, 2011. 354 p. (in Russian).

2. Mel'nikova E. N., Mel'nikov V. E. *Majatnikovyyj indikator vertikali* (Pendulum vertical indicator), *Aviakosmicheskoe Priborostroenie*, 2006, no. 1, pp. 12—19 (in Russian).
3. Beljanin L. N., Jakimova E. V. *O kompensirovannom fizicheskom majatnike, ne vozmushhaemom silami inercii* (Compensated physical pendulum imperturbable by inertia forces), *Sovremennye Tehnika i Tehnologii: Trudy V-oj Oblastnoj Nauchno-Prakticheskoy Konferencii Studentov, Aspirantov i Molodyh Uchenyh*, Tomsk, 1999, pp. 89—91 (in Russian).
4. Yoshida T., Ohata K., Ueba M. Highly accurate inclinometer robust to ultralow-frequency acceleration disturbances and applications to autotracking antenna systems for vessels, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 2001, vol. 58, no. 8, pp. 2525—2534.

А. В. Никитин, канд. техн. наук, ассистент, nikitin.rf@mail.ru,

В. В. Солдаткин, д-р техн. наук, доцент, w-soldatkin@mail.ru,

В. М. Солдаткин, д-р техн. наук, зав. кафедрой, w-soldatkin@mail.ru,

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева-КАИ

Построение и экспериментальные исследования системы измерения параметров вектора ветра на стартовых и взлетно-посадочных режимах вертолета*

Рассматривается задача измерения скорости и угла направления ветра при обеспечении безопасности эксплуатации вертолета на стартовых и взлетно-посадочных режимах. Раскрываются особенности построения, алгоритмы обработки информации, результаты трубных испытаний экспериментального образца бортовой системы измерения параметров вектора ветра.

Ключевые слова: вертолет, ветер, параметры, измерение, система, построение, экспериментальный образец, трубные испытания

Введение

В различных отраслях народного хозяйства и для военных целей широко используются вертолеты различных классов и назначения. Вертолеты составляют значительную долю экспорта авиационной техники России. Повышение безопасности эксплуатации и эффективности применения вертолетов является важной для авиации задачей, имеющей существенное значение для развития страны.

Эксплуатация вертолетов происходит в приемном возмущенном слое атмосферы в условиях воздействия опасных внешних возмущений, влияющих на безопасность и эффективность выполнения полетных задач. При этом на стоянке до запуска силовой установки и при раскрутке несущего винта, при рулении и маневрировании по земной поверхности (стартовый режим), на этапах взлета, снижения, висения и посадки (взлетно-посадочные режимы) для обеспечения требований, регламентируемых Руководством по летной эксплуатации (РЛЭ) вертолета [1], и предотвращения авиационных происшествий, связанных с опрокидыванием вертолета на бок или на хвостовую балку, а также с соударением лопастей несущего винта с землей, рулевым винтом и между собой [2], экипажу необходима достоверная информация о текущих значениях скорости и угла направления вектора ветра относительно продольной оси вертолета при изменении его положения в азимуте в диапазоне $\pm 180^\circ$. Это определяет необходимость установки на вертолете бортовых средств измерения параметров вектора ветра на стоянке, стартовых и взлетно-посадочных режимах вертолета.

Известны средства измерения скорости и направления вектора ветра, реализующие флюгерно-тахометрический и аэрометрический методы, в которых

контролируемый воздушный поток вносят установленный на фюзеляже винтокрылый ветроприемник [3], неподвижный или ориентируемый по потоку аэрометрический приемник [4]. По частоте вращения винтокрылого ветроприемника и угловому положению флюгера или по давлениям, воспринимаемым аэрометрическим приемником, определяют скорость и направление вектора ветра в месте расположения приемников.

Известна автоматическая метеостанция с неподвижным ветроприемным устройством, реализующая кинематический метод измерения [5]. Метеостанция представляет собой сферу в виде двух ортогональных трубчатых колец, на которых закреплены восемь ультразвуковых пьезокерамических преобразователей, образующих четыре пары излучателей и приемников ультразвуковых колебаний, которые располагаются в противоположных вершинах куба на одинаковом расстоянии друг от друга. По разности прохождения ультразвуковых акустических сигналов от излучателей до приемников в вычислительном устройстве определяется скорость и угол направления горизонтального вектора ветра, другие метеорологические параметры.

Однако при установке рассмотренных средств измерения параметров вектора ветра на фюзеляже вертолета на их работу оказывают существенное влияние индуктивные потоки вихревой колонны несущего винта, ограничивающие возможность измерения скорости и угла направления ветра на стоянке при вращении несущего винта, на стартовых и взлетно-посадочных режимах вертолета.

Одним из направлений создания бортовой системы измерения параметров вектора ветра на стоянке, стартовых и взлетно-посадочных режимах вертолета является использование для целей измерения информации аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта и ее восприятие с помощью неподвижного многофункционального аэрометрического приемника [6–8].

* Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности Минобрнауки РФ № 2014/55 (НИР № 990).

Особенности формирования и восприятия информации аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта

В работе [6] в качестве информативного параметра аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта предложено использовать вектор скорости V_Σ результирующего воздушного потока вихревой колонны, который предложено представить в виде трех составляющих: стационарной составляющей V , обусловленной вектором ветра W и вектором истинной воздушной скорости V_B поступательного движения вертолета относительно окружающей воздушной среды, стационарной составляющей V_i индуктивного потока и воздушного потока за счет силы тяги несущего винта и флуктуационной составляющей V_ϕ , обусловленной маховыми движениями лопастей и работой автомата перекоса и приводящей к пульсациям скорости и углов скоса вихревой колонны.

Так как круговые частоты ω_ϕ флуктуационных составляющих V_ϕ вектора V_ϕ кратны угловой скорости ω_H вращения несущего винта, то для повышения помехоустойчивости каналов измерения параметров вектора ветра по информации аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта вектор флуктуационной скорости V_ϕ результирующего воздушного потока вихревой колонны может быть выделен и в значительной степени отфильтрован от составляющих V и V_i в каналах бортовой системы измерения параметров вектора ветра с помощью соответствующих фильтров.

Тогда вектор скорости V_Σ результирующего воздушного потока вихревой колонны несущего винта будет являться геометрической суммой вектора скорости V , формируемого вектором ветра W и вектором истинной воздушной скорости V_B движения вертолета относительно окружающей среды, и вектора V_i индуктивного воздушного потока, создаваемого несущим винтом вертолета:

$$V_\Sigma = W - V_B + V_i, \quad (1)$$

так как вектор истинной воздушной скорости V_B направлен в сторону, противоположную вектору скорости V набегающего воздушного потока.

Для восприятия информации о векторе скорости результирующего воздушного потока вихревой колонны несущего винта предлагается использовать неподвижный пространственно распределенный многофункциональный аэрометрический приемник, конструктивная схема которого приведена на рис. 1 [9, 10].

Многофункциональный аэрометрический приемник содержит неподвижный многоканальный проточный аэрометрический приемник 1, выполненный в виде двух разнесенных по высоте экранирующих дисков 2 и 3, между внутренними профилированными поверхностями которых в азимутальной плоскости под одинаковыми углами расположены трубки полного давления 4 для забора давлений P_i ,

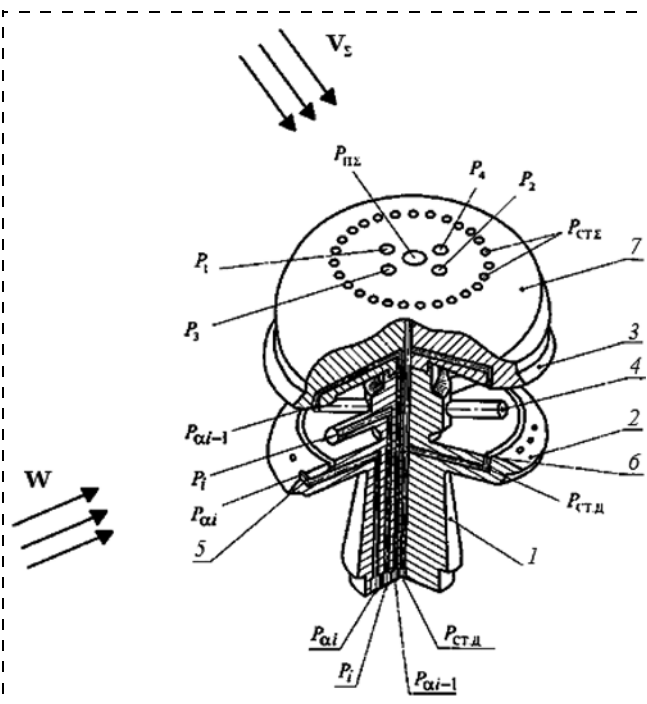


Рис. 1. Конструктивная схема неподвижного многофункционального аэрометрического приемника

определяющих модуль W и угол направления ψ вектора ветра W в азимутальной плоскости на стоянке до запуска силовой установки несущего винта.

На внутренних поверхностях экранирующих дисков 2 и 3 расположены кольцевые каналы 6 для забора дросселированного статического давления $P_{СТД}$ при наличии ветра. На внутренних профилированных поверхностях экранирующих дисков 2 и 3 расположены отверстия 5 для забора давлений $P_{\alpha i}$ и $P_{\alpha i-1}$, определяющих угол ветра в вертикальной плоскости.

Для восприятия аэрометрической информации при запуске силовой установки и вращении несущего винта, на режиме руления и маневрирования вертолета по земле и на взлетно-посадочных режимах, когда неподвижный многофункциональный аэрометрический приемник находится в створе вихревой колонны несущего винта, на наружной поверхности экранирующего диска 3 установлен дополнительный аэрометрический приемник 7 в виде полусферы с диаметром, равным диаметру верхнего экранирующего диска. На поверхности полусферы на оси симметрии расположено отверстие, являющееся приемником полного давления P_{Σ} результирующего воздушного потока вихревой колонны. В плоскости, параллельной плоскости симметрии вертолета, под углом ϕ_{01} к оси симметрии симметрично расположены отверстия, являющиеся приемниками давлений P_1 и P_2 . В плоскости, перпендикулярной плоскости симметрии вертолета, под углом ϕ_{02} к оси симметрии расположены отверстия, являющиеся приемниками давлений P_3 и P_4 . Перпендикулярно оси симметрии сферического

приемника на его поверхности, например по окружности, расположены отверстия, являющиеся приемниками статического давления $P_{ст\sum}$ результирующего воздушного потока вихревой колонны.

Функциональная схема и алгоритмы обработки информации бортовой системы измерения параметров вектора ветра

Давления P_1 и P_2 , P_3 и P_4 , $P_{п\sum}$ и $P_{ст\sum}$, воспринимаемые дополнительным аэрометрическим приемником, подключены ко входам пневмоэлектрических преобразователей 4 (рис. 2), выходы которых через последовательно соединенные мультиплексор 5 и аналого-цифровой преобразователь 6 подключены к микропроцессору 7. На вход мультиплексора 5 через электроизмерительную схему 8 также подключены выходы приемника температуры торможения $T_{т\sum}$ результирующего воздушного потока вихревой колонны несущего винта и выходы пневмоэлектрических преобразователей 9, на входы которых подаются давления P_i , $P_{\alpha i}$, $P_{\alpha i-1}$, $P_{ст.д.}$, воспринимаемые неподвижным многоканальным проточным аэрометрическим приемником 1. На вход мультиплексора 5 также поступают выходные сигналы доплеровского измерителя скорости и угла сноса (ДИСС) и спутниковой навигационной системы (СНС).

Выход микропроцессора является выходом бортовой системы по модулю W и направлению ψ (или продольной W_x и боковой W_z составляющим) вектора скорости ветра W , а также по модулю истинной воздушной скорости V_B , углам атаки α и скольжения β , составляющим V_x , V_y , V_z вектора V_B истинной воздушной скорости в связанной системе координат.

На стоянке до запуска силовой установки модуль W и угол направления ψ , а следовательно,

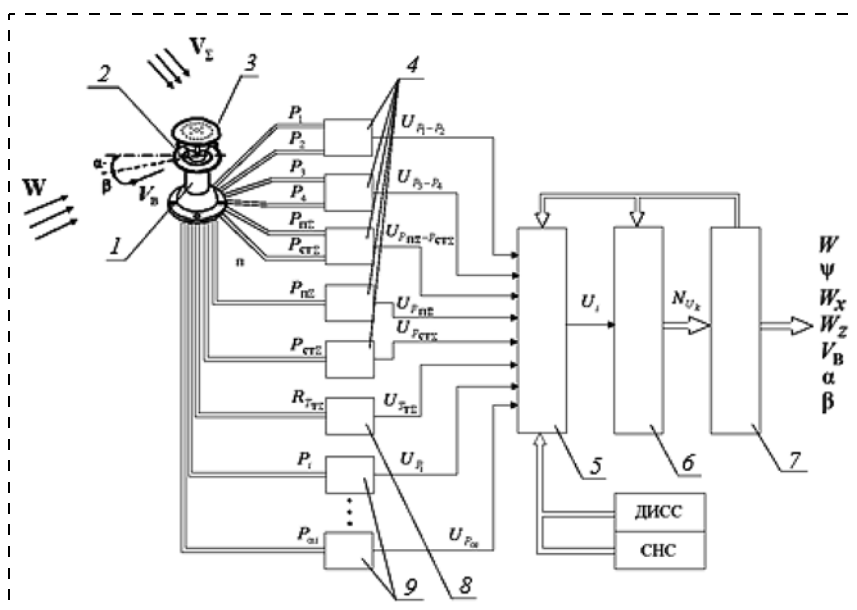


Рис. 2. Функциональная схема бортовой системы измерения параметров вектора ветра

продольная W_x и боковая W_z составляющие вектора ветра W , а также статическое давление P_{H_0} на высоте H_0 стоянки определяются по давлениям P_i и $P_{ст.д.}$, воспринимаемым посредством трубок полного давления 4 и кольцевого приемника 6 дросселированного статического давления неподвижного многоканального проточного аэрометрического приемника 1 (см. рис. 1).

Как показано в работе [4], угловые характеристики трубок полного давления симметричны относительно оси трубок. При этом угловые характеристики трубок полного давления с номерами $i-1$ и $i+1$ имеют точку пересечения, угловая координата которой совпадает с координатой максимума угловой характеристики i -й трубки полного давления при $P_i = P_{i\max}$. Пересекающиеся ветви угловых характеристик $(i-1)$ -й и $(i+1)$ -й трубок полного давления имеют участки с достаточно большой угловой протяженностью, в пределах которой воспринимаемые давления P_{i-1} , P_i и P_{i+1} зависят от угла направления ψ ветра, набегающего на неподвижный многоканальный проточный аэрометрический приемник.

На первом этапе обработки массива давлений P_i определяется номер i -й трубки полного давления, в пределах которой локализовано направление вектора ветра W . За такую i -ю трубку полного давления принимается трубка, в которой значение измеренного давления P_i является наибольшей из всех трубок полного давления (номера трубок полного давления обозначаются $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$). При этом принимается, что ось трубки полного давления под номером $i = 0$ совпадает с началом исходной системы координат отсчета угла направления ψ вектора ветра W .

По номеру i -й трубки полного давления, в которой давление P_i наибольшее, определяется первое

приближение ψ_{mi} угловой координаты направления вектора скорости ветра W в соответствии с соотношением $\psi_{mi} = \frac{360}{n} i$, где n — число рас-

положенных под одинаковым углом трубок полного давления (как правило $n = 6$ или $n = 8$).

Для определения точного значения угловой координаты ψ вектора скорости ветра осуществляется преобразование реальной угловой характеристики трубок полного давления в другую систему координат путем введения безразмерной угловой координаты θ , начало которой совпадает с точкой пересечения смежных ветвей угловых характеристик $(i-1)$ -й и $(i+1)$ -й трубок полного давления.

Тогда второе приближение угловой координаты ψ вектора скорости

ветра $\mathbf{W}$ в исходной системе координат будет определяться выражением

$$\psi = \psi_{mi} \pm (\theta_{\max} - \theta_x)t_0, \quad (2)$$

где t_0 — координатный шаг сплайн-функции, реализующей аппроксимирующий полином $P_i = f(\theta)$ в безразмерной системе координат (например, при $n = 6$ $t_0 = 60^\circ$); θ_x и $\theta_{\max}$ — безразмерные координаты углового положения i -й трубки полного значения и положения трубки, соответствующей давлению $P_{i\max}$.

Для определения модуля W вектора ветра по полученному значению $\theta_{\max}$ безразмерного углового положения i -й трубки полного давления вычисляется значение давления $P_{i\max}$, соответствующее совпадению направления вектора скорости ветра с осью i -й трубки полного давления [4].

По полученному значению $P_{i\max}$ определяется численное значение модуля W скорости ветра с использованием выражения вида [11]

$$W = \sqrt{\frac{2}{\rho_{H_0}}(P_{i\max} - P_{H_0})} = \sqrt{\frac{2P_0T_0}{P_{H_0}T_{H_0}\rho_{H_0}}(P_{i\max} - P_{H_0})}, \quad (3)$$

где $\rho_{H_0} = \rho_0 \frac{P_{H_0}T_{H_0}}{T_0P_0}$ — плотность воздуха на высоте

стоянки H_0 ; P_{H_0} и T_{H_0} — статическое давление и абсолютная температура на высоте стоянки H_0 ; $P_0 = 760$ мм рт. ст. = 101 325 Па, $T_0 = 288,15$ К и $\rho_0 = 1,225$ кг/м³ — статическое давление, абсолютная температура и плотность воздуха на высоте $H = 0$ стандартной атмосферы.

Статическое давление P_{H_0} и абсолютная температура T_{H_0} на высоте стоянки H_0 вертолета определяются по статическому давлению $P_{\text{ст.д.}}$, воспринимаемому неподвижным проточным аэрометрическим приемником 1 (см. рис. 1), и по показаниям приемника температуры торможения T_T .

При рулении и маневрировании по земной поверхности, на взлетно-посадочных режимах, в том числе на режиме висения, для определения параметров вектора ветра $\mathbf{W}$ и вектора истинной воздушной скорости $\mathbf{V}_B$ вертолета используется информация аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта. За меру составляющих вектора ветра $\mathbf{W}$ и вектора истинной воздушной скорости $\mathbf{V}_B$ вертолета принимаются углы φ_1 и φ_2 , определяющие угловое положение вектора скорости $\mathbf{V}_\Sigma$ результирующего воздушного потока вихревой колонны несущего винта относительно осей неподвижного многофункционального аэрометрического приемника,

которое регистрируется ортогонально расположенным приемником давлений P_1 и P_2 , P_3 и P_4 на поверхности полусферического приемника.

Для конкретного места установки неподвижного многофункционального аэрометрического приемника на фюзеляже вертолета составляющие V_{ix} , V_{iy} , V_{iz} вектора индуктивного потока $\mathbf{V}_i$ в связанной системе координат можно определить как [6]

$$\begin{aligned} V_{ix} &= k_{ix}|V_{i0}|; \\ V_{iy} &= k_{iy}|V_{i0}|; \\ V_{iz} &= k_{iz}|V_{i0}|, \end{aligned} \quad (4)$$

где k_{ix} , k_{iy} , k_{iz} — безразмерные коэффициенты, зависящие от модуля вектора скорости $\mathbf{V}_B$, угла атаки α , угла скольжения β и других параметров полета вертолета, определяемые по результатам летных испытаний системы на вертолете; $|V_{i0}| = \sqrt{\frac{Gn_y}{2\chi\rho_H F}}$ — модуль вектора скорости $\mathbf{V}_i$ индуктивного потока на режиме висения ($V_B = 0$); G — текущий вес вертолета;

n_y — нормальная перегрузка; $\rho_H = \frac{P_H T_H}{T_0 P_0} \rho_0$ — плотность воздуха на высоте полета H ; P_H и T_H — статическое давление и температура на высоте H ; F — площадь, ометаемая несущим винтом вертолета; χ — коэффициент заполнения несущего винта.

Поскольку неподвижный многофункциональный аэрометрический приемник расположен на фюзеляже на определенном радиус-векторе $\mathbf{R}$ от центра масс вертолета, то при вращении вертолета относительно центра масс имеет место кинематическое искажение вектора скорости $\mathbf{V}$ невозмущенного воздушного потока, набегающего на приемник, и проекции кинематически искаженного вектора $\mathbf{V}_K$, на оси связанной системы координат определяются как

$$\begin{aligned} V_{Kx} &= V_x + (\omega_y z - \omega_z y); \\ V_{Ky} &= V_y + (\omega_z x - \omega_x z); \\ V_{Kz} &= V_z + (\omega_x y - \omega_y x), \end{aligned} \quad (5)$$

где x , y , z — координаты места установки приемника; ω_x , ω_y , ω_z — угловые скорости вращения вертолета относительно связанной системы координат.

Тогда по давлениям P_1 и P_2 , P_3 и P_4 , $P_{\text{пз}}$ и $P_{\text{стз}}$ и по температуре торможения $T_{\text{тз}}$ после их преобразования в электрические сигналы с помощью пневмоэлектрических преобразователей 4 и 8 и ввода через мультиплексор 5 и аналого-цифровой преобразователь 6 в микропроцессор 7 (см. рис. 2) параметры вектора истинной воздушной скорости $\mathbf{V}_B$ вертолета при рулении и маневрировании по земной

поверхности и на взлетно-посадочных режимах вычисляются в соответствии с уравнениями вида [8]

$$\begin{aligned}
 V_x &= V_{\Sigma} \cos \left[90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{4}{9 \sin 2\varphi_{01}} \frac{P_1 - P_2}{P_{\Sigma} - P_{\Sigma\Sigma}} \right) \right] \times \\
 &\times \cos \left[90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{4}{9 \sin 2\varphi_{02}} \frac{P_3 - P_4}{P_{\Sigma} - P_{\Sigma\Sigma}} \right) \right] - \\
 &- K_{ix} |V_{i0}| - (\omega_y z - \omega_x y); \\
 V_y &= V_{\Sigma} \sin \left[90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{4}{9 \sin 2\varphi_{01}} \frac{P_1 - P_2}{P_{\Sigma} - P_{\Sigma\Sigma}} \right) \right] \times \\
 &\times \cos \left[90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{4}{9 \sin 2\varphi_{02}} \frac{P_3 - P_4}{P_{\Sigma} - P_{\Sigma\Sigma}} \right) \right] - \\
 &- K_{iy} |V_{i0}| - (\omega_z x - \omega_x z); \\
 V_z &= V_{\Sigma} \sin \left[90^\circ - \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{4}{9 \sin 2\varphi_{02}} \frac{P_3 - P_4}{P_{\Sigma} - P_{\Sigma\Sigma}} \right) \right] - \\
 &- K_{iz} |V_{i0}| - (\omega_x y - \omega_y x); \\
 V_B &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}; \alpha = \arctg \frac{V_y}{V_x}; \\
 \beta &= \arcsin \frac{V_z}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}} = \arcsin \frac{V_z}{V_B}.
 \end{aligned} \quad (6)$$

При наличии на вертолете приемника СНС можно определить скорость V_p движения вертолета по земной поверхности, в соответствии с которой вычисляется скорость ветра

$$W = V_B \pm V_p \quad (7)$$

при рулении и маневрировании вертолета по земле.

Направление ψ вектора ветра W будет определяться значением угла скольжения $\beta = \psi$.

Используя информацию о модуле путевой скорости V_{Π} и углу сноса ψ_c вертолета от ДИСС и информацию о составляющих вектора истинной воздушной скорости, можно определить модуль W и направление ψ вектора ветра W или продольную W_x и боковую W_z составляющие вектора ветра на взлетно-посадочных режимах:

$$\begin{aligned}
 \Psi &= \beta + \psi_c; W_x = V_x - V_{\Pi} \cos \psi; \\
 W_z &= V_z - V_{\Pi} \sin \psi; W = \sqrt{W_x^2 + W_z^2}.
 \end{aligned} \quad (8)$$

Разработка и трубные испытания экспериментального образца системы измерения параметров вектора ветра

В соответствии с выработанными рекомендациями по выполнению неподвижного многофункционального аэрометрического приемника и рассмотренными алгоритмами обработки первичной аэрометрической информации разработан и изго-

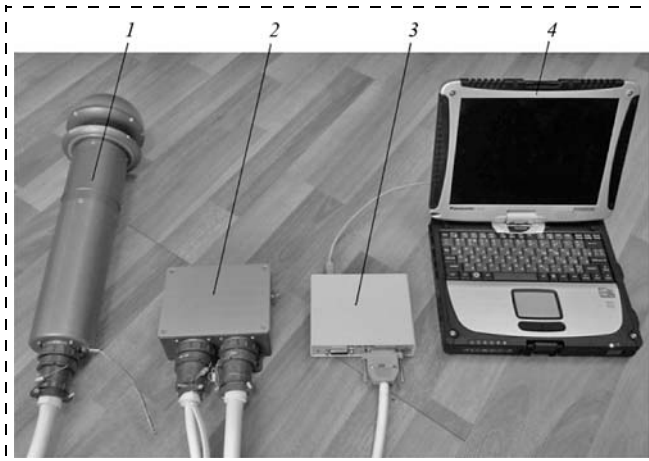


Рис. 3. Общий вид и состав экспериментального образца системы измерения параметров вектора ветра:

1 — датчик воздушных сигналов; 2 — электронный блок; 3 — устройство аналого-цифрового преобразования и передачи цифровых сигналов; 4 — промышленный ноутбук

товлен экспериментальный образец системы измерения параметров вектора ветра на стоянке, стартовых и взлетно-посадочных режимах вертолета, общий вид которого приведен на рис. 3.

В целях определения основных характеристик проведены испытания экспериментального образца системы в аэродинамической трубе ТЗ-К кафедры аэродинамики Казанского национального исследовательского технического университета им. А. Н. Туполева-КАИ, зарегистрированной в Государственном реестре средств измерений (№ 22835-02). Программа испытаний предусматривала два режима: режим, соответствующий режиму стоянки до запуска силовой установки вертолета, и режим, соответствующий стартовым и взлетно-посадочным режимам. При варьировании скорости воздушного потока в рабочем поле аэродинамической трубы от $V_{\min} = 10$ км/ч (2,8 м/с) до $V_{\max} = 90$ км/ч (25 м/с) с интервалом 10 км/ч, изменяя положение неподвижного многофункционального аэрометрического приемника в диапазоне изменения азимутального угла направления ветра, равного $\pm 180^\circ$, определяли скоростные и угловые характеристики экспериментального образца системы.

На рис. 4 (см. третью сторону обложки) иллюстрируется установка датчика воздушных сигналов экспериментального образца бортовой системы измерения параметров вектора ветра в рабочем поле аэродинамической трубы на режиме, соответствующем режиму стоянки до запуска силовой установки.

На рис. 5 приведены экспериментальная угловая характеристика канала угла направления вектора ветра (угла скольжения β) и ее отклонение $\Delta\beta = \Delta\psi$ от расчетной (задаваемой углом поворота приемника) при скорости $V = 50$ км/ч (13,9 м/с).

Как показали результаты испытаний экспериментального образца системы в аэродинамической трубе, инструментальная погрешность канала изме-

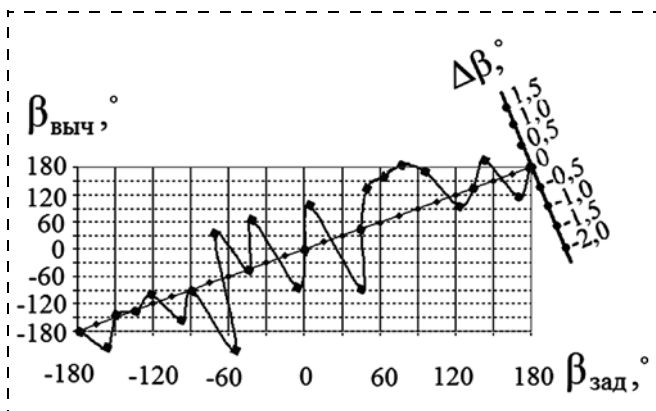


Рис. 5. Угловая характеристика канала угла направления вектора ветра и отклонение экспериментальной характеристики от расчетной при скорости $V = 50$ км/ч

рения скорости ветра на стоянке до запуска силовой установки с вероятностью 0,95 не превышает $\Delta W = \pm 0,55...0,83$ м/с, угла направления вектора ветра — $\Delta \psi = \pm 1,5...2^\circ$.

На рис. 6 (см. третью сторону обложки) показано положение датчика воздушных сигналов экспериментального образца бортовой системы измерения параметров вектора ветра в рабочем поле аэродинамической трубы на режиме, соответствующем взлетно-посадочным режимам вертолета, когда в качестве источника информации используется результирующий воздушный поток вихревой колонны несущего винта.

При проведении испытаний в аэродинамической трубе на режиме, имитирующем взлетно-посадочные режимы вертолета, определяются угловые характеристики датчика воздушных сигналов, определяющих положение неподвижного полусферического приемника относительно направления набегающего воздушного потока аэродинамической трубы, в вертикальной плоскости изменения угла φ_1 и в азимутальной плоскости изменения угла φ_2 , при раздельном их изменении и при одновременном изменении обоих углов (имитирующем изменение углов крена и тангажа вертолета).

Как показали трубные испытания, на взлетно-посадочных режимах и при полете на малых скоростях, когда датчик воздушных сигналов находится в створе вихревой колонны несущего винта, инструментальные погрешности измерения продольной V_x и боковой V_z составляющих вектора истинной воздушной скорости не превышают $\Delta V_x = \Delta V_z = \pm 2...4$ км/ч и в значительной степени определяют погрешности определения параметров вектора ветра с учетом высокой точности измерения скорости руления V_p и путевой скорости ДИСС и СНС.

Заключение

Использование информации аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта, ее восприя-

тие с помощью неподвижного multifunctional аэрометрического приемника и разработанные алгоритмы позволяют обеспечить помехоустойчивое измерение скорости и угла направления ветра относительно продольной оси вертолета на стоянке, при рулении и маневрировании по земной поверхности, при взлете, на режимах снижения, висения и посадки.

Как показали трубные испытания экспериментального образца системы измерения параметров ветра, инструментальные погрешности по каналу скорости ветра с вероятностью $P = 0,95$ не превышает $\Delta W = \pm 0,83$ м/с, по каналу угла скольжения в диапазоне $\pm 180^\circ$ — $\Delta \psi = \pm 2^\circ$, что удовлетворяет требованиям РЛЭ и позволяет экипажу обеспечить безопасность эксплуатации вертолета на стоянке, стартовых и взлетно-посадочных режимах.

Список литературы

1. **Руководство** по летной эксплуатации вертолета Ми-8 (издание 4-е). М.: Авторитет, 1996. 554 с.
2. **Ерусалимский М. А., Егоров В. Н.** Экипажам вертолетов информационную поддержку // Авиасоюз. 2011. № 2. С. 24—26.
3. **Приборы** и установки для метеорологических измерений на аэродромах / Под ред. Л. П. Афиногенова и Е. В. Романова. Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 448 с.
4. **Солдаткин В. М.** Методы и средства измерения аэродинамических углов летательных аппаратов. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2001. 448 с.
5. **Азбукин А. А., Ботушевич А. Я., Кобзов А. А., Корольков В. А., Тихомиров А. А., Шелевой В. Д.** Автоматические метеостанции АМК-03 и их модификации // Датчики и системы. 2012. № 3. С. 42—52.
6. **Солдаткин В. В.** Система воздушных сигналов вертолета на основе неподвижного аэрометрического приемника и информации аэродинамического поля вихревой колонны несущего винта. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2012. 284 с.
7. **Никитин А. В., Солдаткин В. В., Солдаткин В. М.** Система измерения параметров вектора ветра на стартовых и взлетно-посадочных режимах вертолета // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 6. С. 64—70.
8. **Никитин А. В., Солдаткин В. М.** Система измерения параметров вектора ветра истинной воздушной скорости на борту вертолета // Датчики и системы. 2015. № 4. С. 48—54.
9. **Патент РФ** на изобретение № 2426995, МПК G 01 P 5/00. Система измерения малых воздушных скоростей вертолета / В. В. Солдаткин, В. М. Солдаткин, Н. А. Порунов, Н. Н. Макаров, В. П. Белов, Д. А. Истомин. Заявл. 23.11.2009. Оpubл. 20.08.2011. Бюл. № 23.
10. **Патент РФ** на изобретение № 2427844, МПК G 01 P 5/14. Система воздушных сигналов вертолета / Солдаткин В. В., Солдаткин В. М., Порунов А. А., Никитин А. В., Макаров Н. Н., Кожевников В. И., Белов В. П., Истомин Д. А. Заявл. 09.06.2010. № 20102427844. Оpubл. 27.08.2011. Бюл. № 24.
11. **Порунов А. А., Солдаткин В. В., Солдаткин В. М.** Методология построения и модели информативных сигналов неподвижного многоканального проточного аэрометрического приемника системы воздушных сигналов вертолета // Известия вузов. Авиационная техника. 2010. № 4. С. 58—63.

Construction and Experimental Research of the System for Measurement of the Wind Vector Parameters in the Starting, Take-off and Landing Modes of a Helicopter

A. V. Nikitin, nikitin.rf@mail.ru,

V. V. Soldatkin, w-soldatkin@mail.ru, V. M. Soldatkin, w-soldatkin@mail.ru ✉,
Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev-KAI

Corresponding author: Soldatkin Vyacheslav M., D. Sc., Professor,
Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev — KAI,
Department of Instruments and Information-measuring Systems, e-mail: w-soldatkin@mail.ru

Received on March 17, 2015

Accepted on March 27, 2016

In order to ensure safe operation of a helicopter in a parking lot before the start of its power plant and promotion of the main rotor when taxiing and maneuvering on the earth's surface (the starting mode), at the stages of take-off, lowering, hovering and landing (take-off and landing modes), the crew needs reliable information about the current velocity and direction angle of the wind vector in relation to the longitudinal axis of the helicopter. However, if we set the known measurement of the wind vector on board of a helicopter, the inductive flows have a significant impact on the work of the vortex column of the main rotor, which limits the ability to measure. The authors consider the potential of the use for the purposes of measurement of the information aerodynamic field of the vortex column of the main rotor and its perception using the stationary multifunctional receiver. They also consider the theoretical basis for the formation and perception of the velocity of the resulting air flow of the vortex column of the main rotor by using a multifunctional aerometric receiver, functional diagram of the system and the algorithms for determination of the parameters of the wind vector in the take-off and landing modes of a helicopter. The methodology and the results of development and testing of the experimental model of the system for measurement of the wind vector in a wind tunnel are presented.

Keywords: helicopter, wind, parameters, measurement, system, construction, experimental model, pipe test

Acknowledgements: The work was implemented as a part of the basic tasks in the field of the scientific activities of the Ministry of Education of the Russian Federation № 2014/55 (NCI number 990).

For citation:

Nikitin A. V., Soldatkin V. V., Soldatkin V. M. Construction and Experimental Research of the System for Measurement of the Wind Vector Parameters in the Starting, Take-off and Landing Modes of a Helicopter, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 560—565.

DOI: 10.17587/mau.17.560-565

References

1. **Rukovodstvo po letnoi ekspluatatsii vertoleta Mi-8** (The aircraft flight manual of the Mi-8 (edition 4th)), Moscow, The Authority, 1996, 554 p. (in Russian).
2. **Erusalimsky A. M., Egorov V. N. Ekipazham vertoletov informatsionnuyu podderzhku** (To the crews of helicopter information support), *Aviasoyuz*, 2011, no. 2, pp. 24—26.
3. **Afinogenov L. P., Romanov E. V. ed. Pribory i ustanovki dlya meteorologicheskikh izmerenii na aerodromakh** (Instruments and systems for meteorological measurements at aerodromes), Leningrad, Gidrometeoizdat, 1981, 448 p. (in Russian).
4. **Soldatkin V. M. Metody i sredstva izmereniya aerodinamicheskikh uglov letatel'nykh apparatov** (Methods and means for measurement of aerodynamic angles of the aircraft), Kazan, Publishing house of Kazan state technical university press, 2001, 448 p. (in Russian).
5. **Azbukin A. A., Matusevich A. Y., Kobzov A. A., Korol'kov V. A., Tikhomirov A. A., Shelevoi V. D. Avtomaticheskie meteostantsii AMK-03 i ikh modifikatsii** (Automatic weather station AMK-03 and their modifications), *Sensors and Systems*, 2012, no. 3, pp. 42—52 (in Russian).
6. **Soldatkin V. V. Sistema vozdukhnykh signalov vertoleta na osnove nepodvizhnogo aerometricheskogo priemnika i informatsii aerodinamicheskogo polya vikhrevoi kolonny nesushchego vinta** (System air signals helicopter's on the basis stationary aerometric receiver and information aerodynamic field of vortex column of main rotor), Kazan, Publishing house of Kazan State Technical University, 2012, 284 p. (in Russian).
7. **Nikitin A. V., Soldatkin V. V., Soldatkin V. M. Sistema izmereniya parametrov vektora vetra na startovykh i vzletno-posadochnykh rezhimakh vertoleta** (System for measuring of parameters of the vector wind on the take-off and landing modes of helicopter), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 6, pp. 64—70 (in Russian).
8. **Nikitin A. V., Soldatkin V. M. Sistema izmereniya parametrov vektora vetra na startovykh i vzletno-posadochnykh rezhimakh vertoleta** (System for measuring wind vector and true air speed of helicopter), *Sensors and Systems*, 2015, no. 4, pp. 48—54 (in Russian).
9. **RF patent** for invention № 2426995, IPC G 01 P 5/00. Measurement of low airspeeds of helicopter, V. V. Soldatkin, V. M. Soldatkin, N. A. Porunov, N. N. Makarov, V. P. Belov, D. A. Istomin. Statement 23.11.2009. Publ. 20.08.2011. Bull. No. 23 (in Russian).
10. **RF patent** for invention № 2427844, IPC G 01 P 5/14. System air signals of helicopter, V. V. Soldatkin, V. M. Soldatkin, Porunov A. A., Nikitin A. V., Makarov N. N., Kozhevnikov V. I., Belov V. P., Istomin D. A. Statement 09.06.2010. No. 20102427844. Publ. 27.08.2011. Bull. No. 24 (in Russian).
11. **Porunov A. A., Soldatkin V. V., Soldatkin V. M. Metodologiya postroeniya i modeli informativnykh signalov nepodvizhnogo mnogokanal'nogo protochnogo aerometricheskogo priemnika sistemy vozdukhnykh signalov vertoleta** (Methodology of construction and models of informative signals of stationary multichannel flowing aerometric receiver of system air signals helicopter), *Izvestiya Vuzov. Aviation equipment*, 2010, no. 4, pp. 58—63 (in Russian).

Я. Г. Сапунков, канд. физ.-мат. наук, доц., ChelnokovYuN@gmail.com,

Ю. Н. Челноков, д-р физ.-мат. наук, проф., зав. лаб., ChelnokovYuN@gmail.com,

Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов,

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Исследование задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата посредством ограниченной или импульсной реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты. Часть 1

С использованием кватернионного дифференциального уравнения ориентации орбиты космического аппарата (КА) и принципа максимума Понтрягина изучается задача оптимальной переориентации орбиты КА с помощью ограниченной или импульсной реактивной тяги, ортогональной плоскости оскулирующей орбиты. В первой части статьи приводится обзор работ по дифференциальным уравнениям ориентации орбиты космического аппарата и изучаемой проблеме оптимальной переориентации орбиты КА в инерциальной системе координат посредством реактивной тяги, ортогональной плоскости оскулирующей орбиты КА. Излагается теория решения задачи оптимальной переориентации орбиты КА с использованием кватернионного дифференциального уравнения ориентации орбиты КА в нелинейной непрерывной постановке (с использованием ограниченной (малой) тяги).

Ключевые слова: космический аппарат, ориентация орбиты, ограниченная (малая) и импульсная (большая) реактивные тяги, оптимальное управление, кватернион

Введение

В работе с использованием кватернионного дифференциального уравнения ориентации орбиты космического аппарата (КА) и принципа максимума Понтрягина изучается задача оптимальной переориентации орбиты КА с помощью реактивной тяги, ортогональной плоскости оскулирующей орбиты. Частным случаем этой задачи является хорошо известная и имеющая большое практическое значение задача коррекции угловых элементов орбиты КА, когда изменения угловых элементов орбиты в процессе управления имеют малые значения. Использование управления, ортогонального плоскости оскулирующей орбиты КА, позволяет корректировать элементы орбиты КА, сохраняя форму и размеры орбиты КА неизменными. Это ценное свойство изучаемого процесса переориентации орбиты КА является полезным как при решении задачи коррекции угловых элементов орбиты КА, так и других задач механики космического полета, например, при управлении конфигурацией группировки спутников.

Комбинированный функционал, определяющий качество процесса управления, представляет собой свертку с весовыми множителями двух критериев: времени и суммарного импульса реактивной тяги, затраченных на процесс управления (частные случаи этого функционала — случай быстрогодействия и случай минимизации характеристической скорости). Рассмотрены случаи оптимальной переориентации орбиты КА с помощью ограниченной или импульсной реактивной тяги.

Излагается нелинейная теория решения задачи оптимальной переориентации орбиты КА в непрерывной и импульсной постановках (с использованием ограниченной (малой) или импульсной (боль-

шой) тяги). Приводятся алгоритмы численного решения краевых задач оптимальной импульсной переориентации орбиты КА, использующие для описания ориентации орбиты КА кватернионный оскулирующий элемент ориентации орбиты, для нефиксированного числа импульсов реактивной тяги.

Приводятся и анализируются примеры численного решения краевых задач оптимальной переориентации орбиты КА с ограниченной или импульсной реактивной тягой для различных значений весовых множителей в функционале качества процесса управления. В частности, приводятся примеры численного решения задач в случае минимизации характеристической скорости КА.

Отметим, что при решении задачи оптимальной переориентации орбиты КА в импульсной постановке в соответствии с известной методологией решения задач оптимальных импульсных перелетов КА нами используются кватернионные уравнения и соотношения, полученные в этой задаче с помощью принципа максимума Понтрягина в непрерывной постановке (для ограниченной (малой) тяги), и соответствующие предельные переходы в этих уравнениях. Поэтому в первой части нашей работы предварительно излагается известная кватернионная постановка задачи оптимальной переориентации орбиты КА посредством ограниченной тяги, ортогональной плоскости орбиты КА, принадлежащая авторам работы, приводятся основные уравнения и соотношения, полученные при решении этой задачи с помощью дифференциальных уравнений, содержащих кватернионное дифференциальное уравнение ориентации орбиты КА, и принципа максимума Понтрягина.

В первой части нашей работы приводится также обзор работ по дифференциальным уравнениям

ориентации орбиты космического аппарата и изучаемой проблеме оптимальной переориентации орбиты КА посредством реактивной тяги, ортогональной плоскости оскулирующей орбиты.

Во второй части работы излагается новая теория решения задачи оптимальной переориентации орбиты КА с помощью импульсной (большой) реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты. Приводятся структура и алгоритмы решения задачи оптимальной переориентации орбиты КА в импульсной постановке, а также приводятся и анализируются примеры численного решения краевых задач оптимальной переориентации орбиты КА с использованием ограниченной (малой) или импульсной (большой) реактивной тяги.

Дифференциальные уравнения ориентации орбиты КА и задача оптимальной переориентации орбиты КА

Будем считать, что вектор ускорения $\mathbf{u}^*$ от тяги реактивного двигателя во все время управляемого движения КА направлен ортогонально плоскости оскулирующей орбиты, т.е. ортогонально радиус-вектору $\mathbf{r}$ и вектору $\mathbf{v}$ скорости центра масс КА (коллинеарно вектору $\mathbf{c} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}$ момента скорости центра масс КА). Тогда дифференциальные уравнения движения центра масс КА в ньютоновском гравитационном поле, описывающие изменение размеров и формы мгновенной орбиты КА, интегрируются, давая уравнение конического сечения. Поэтому управляемое движение центра масс КА в этом случае описывается дифференциальными уравнениями, описывающими изменение мгновенной ориентации орбиты КА или используемой (например, орбитальной) вращающейся системы координат, в которой записываются исходные уравнения движения центра масс КА, и дифференциальным уравнением для истинной аномалии, характеризующей положение центра масс КА на орбите.

Орбита КА в процессе такого управления движением центра масс КА не меняет своей формы и своих размеров, а поворачивается в пространстве под действием управления $\mathbf{u}^*$ как неизменяемая (недеформируемая) фигура.

Движение центра масс КА будем рассматривать в инерциальной системе координат X — геоцентрической экваториальной системе координат $OX_1X_2X_3$ (X) с началом в центре O притяжения Земли. Ось OX_3 этой системы координат направлена вдоль оси суточного вращения Земли, оси OX_1 и OX_2 лежат в плоскости экватора Земли, ось OX_1 направлена в точку весеннего равноденствия для Земли, ось OX_2 дополняет систему до правой тройки векторов.

Введем также в рассмотрение систему координат ξ , связанную с плоскостью и перигентом орбиты КА. Начало этой системы координат находится в центре O (или в перигенте орбиты), ось ξ_1 направлена вдоль радиуса-вектора перигента орбиты, ось ξ_3 перпендикулярна плоскости орбиты

и имеет направление постоянного по модулю вектора $\mathbf{c}$ момента скорости центра масс КА относительно центра O , а ось ξ_2 образует правую тройку с осями ξ_1 и ξ_3 . Ориентация системы координат ξ в инерциальной системе координат X характеризует собой ориентацию орбиты КА в инерциальном пространстве и традиционно задается тремя угловыми оскулирующими элементами орбиты [1, 2]: долготой восходящего узла Ω_u , наклоном орбиты I и угловым расстоянием перигента от узла ω_π .

Дифференциальные уравнения, описывающие мгновенную ориентацию орбиты КА в инерциальной системе координат в угловых элементах орбиты в рассматриваемом случае ортогональности вектора реактивной тяги плоскости оскулирующей орбиты КА, имеют вид [1, 2]

$$\begin{aligned} d\Omega_u/dt &= (r/c)u^*\sin(\omega_\pi + \varphi)\operatorname{cosec} I, \\ dI/dt &= (r/c)u^*\cos(\omega_\pi + \varphi), \\ d\omega_\pi/dt &= -(r/c)u^*\sin(\omega_\pi + \varphi)\operatorname{ctg} I, \\ d\varphi/dt &= c/r^2, \quad r = p^*/(1 + e\cos\varphi), \quad c = \text{const}, \end{aligned} \quad (1)$$

где φ — истинная аномалия (угловая переменная, отсчитываемая в плоскости орбиты от ее перигента и характеризующая положение КА на орбите); $r = |\mathbf{r}|$ — модуль радиус-вектора центра масс КА; p^* и e — параметр и эксцентриситет орбиты; $c = |\mathbf{c}| = |\mathbf{r} \times \mathbf{v}|$ — постоянная площадей (модуль вектора момента скорости $\mathbf{v}$ центра масс КА); u^* — проекция вектора ускорения $\mathbf{u}^*$ на направление вектора момента скорости центра масс КА (алгебраическая величина реактивного ускорения, перпендикулярного плоскости оскулирующей орбиты КА).

Задача переориентации орбиты КА в угловых переменных формулируется следующим образом: требуется построить управление u^* , переводящее орбиту, изменение ориентации которой описывается уравнениями (1), из заданного начального положения

$$\begin{aligned} \Omega_u &= \Omega_u(t_0) = \Omega_u^0, \quad I = I(t_0) = I^0, \\ \omega_\pi &= \omega_\pi(t_0) = \omega_\pi^0, \quad I^0 \neq 0, \pi \end{aligned}$$

в требуемое конечное положение

$$\begin{aligned} \Omega_u &= \Omega_u(t_1) = \Omega_u^*, \quad I = I(t_1) = I^*, \\ \omega_\pi &= \omega_\pi(t_1) = \omega_\pi^*, \quad I^* \neq 0, \pi. \end{aligned}$$

При этом должен минимизироваться выбранный функционал качества процесса переориентации орбиты КА.

Частный случай этой задачи рассматривался в работах Ю. М. Копнина [3], В. Н. Лебедева [4], М. З. Борщевского, М. В. Иословича [5], Г. Л. Гродзовского, Ю. Н. Иванова, В. В. Токарева [6], Д. Е. Охочимского, Ю. Г. Сихарулидзе [7].

В работе В. Н. Лебедева [4] изучался поворот плоскости околоземной круговой орбиты с помощью тяги, нормальной к мгновенной плоскости

орбиты, с использованием усредненных уравнений в угловых элементах орбиты.

В работе Г. Л. Гродзовского, Ю. Н. Иванова, В. В. Токарева [6] исследовался поворот плоскости круговой орбиты спутника поперечной тягой (тягой, направленной перпендикулярно к мгновенной плоскости орбиты, называемой также в работе [6] "бинормальной тягой"). Для описания движения использованы уравнения (1), записанные в безразмерных переменных и имеющие в наших обозначениях вид (за безразмерными переменными сохранены прежние обозначения размерных переменных)

$$d\Omega_u/dt = u^* \sin(\omega_\pi + \varphi) \operatorname{cosec} I,$$

$$dI/dt = u^* \cos(\omega_\pi + \varphi),$$

$$d(\omega_\pi + \varphi)/dt = 1 - u^* \sin(\omega_\pi + \varphi) \operatorname{ctg} I.$$

Задача рассматривалась в предположении, что начальная орбита спутника лежит в плоскости экватора и что требуемый наклон орбиты является малым (поэтому в дальнейшем полагалось $\sin I \approx I$, $\cos I \approx 1$).

В работе Д. Е. Охочимского, Ю. Г. Сихарулидзе [7] рассматривалась задача поворота плоскости оскулирующей орбиты КА с помощью "бинормальной силы", создающей "бинормальное ускорение", с использованием уравнений для угловых оскулирующих элементов (1). Рассмотрение ограничивается случаем круговой орбиты, который, по словам авторов этой работы, был исследован в работах Ю. М. Копнина [3] и М. З. Борщевского, М. В. Иословича [5]. Анализируется оптимальный в смысле минимизации характеристической скорости поворот плоскости круговой орбиты на угол наклона орбиты ΔI за неограниченное время. Показывается, что для малых углов поворота ΔI одноимпульсный поворот плоскости орбиты, выполняемый на линии узлов, энергетически эквивалентен повороту плоскости орбиты с помощью "бинормального импульса скорости". Отметим, однако, что поворот орбиты на угол ΔI рассматривается в работе [7] в приближенной постановке с использованием лишь второго уравнения системы (1) для наклона орбиты.

В статье С. А. Ишкова и В. А. Романенко [8] рассматривается вековое изменение угловых элементов орбиты Ω_u , I , ω_π под действием реактивного ускорения, ортогонального плоскости оскулирующей орбиты КА. Эта задача называется в статье задачей коррекции элементов орбиты Ω_u , I , ω_π "бинормальным реактивным ускорением". Предполагается, что КА оснащен электрореактивным двигателем с нерегулируемой тягой, работающим без выключения.

Используемые в статье [8] исходные уравнения движения КА имеют вид уравнений в угловых элементах (1). Для решения задачи авторы статьи переходят в этих уравнениях к новой независимой переменной (истинной аномалии φ) по формуле

$dt = (r^2/c)d\varphi$. Полученные уравнения, дополненные уравнением для характеристической скорости v_{ch} , принимают вид [8]

$$d\Omega_u/d\varphi = u^*(p^{*2}/\mu)(1 + e \cos \varphi)^{-3} \sin(\omega_\pi + \varphi) \operatorname{cosec} I,$$

$$dI/d\varphi = u^*(p^{*2}/\mu)(1 + e \cos \varphi)^{-3} \cos(\omega_\pi + \varphi),$$

$$d\omega_\pi/d\varphi = -u^*(p^{*2}/\mu)(1 + e \cos \varphi)^{-3} \sin(\omega_\pi + \varphi) \operatorname{ctg} I,$$

$$dv_{ch}/d\varphi = |u^*|(p^{*2}/\mu)^{1/2}(1 + e \cos \varphi)^{-2},$$

где μ — постоянная Гаусса.

Граничные условия маневра коррекции записываются в виде

$$t = t_0 = t(\varphi_0) = 0, \Omega_u = \Omega_{u0},$$

$$I = I_0, \omega_\pi = \omega_{\pi 0}, v_{ch} = 0;$$

$$t = t_1 = t(\varphi_1), \Omega_u = \Omega_{u1},$$

$$I = I_1, \omega_\pi = \omega_{\pi 1}, v_{ch} = v_{ch1} \rightarrow \min.$$

Задача решается с помощью принципа максимума и усреднения уравнений. Из усредненных уравнений получен ряд аналитических соотношений для определения затрат характеристической скорости в частных случаях коррекции одного или двух элементов орбиты (наклона орбиты, долготы восходящего узла) при условии малости изменения наклона орбиты и долготы восходящего узла. По словам авторов статьи [8] уравнения задачи оптимизации в полном объеме не приведены и не проанализированы из-за большой громоздкости уравнений для сопряженных переменных.

Таким образом, решение задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата посредством реактивной тяги, ортогональной плоскости оскулирующей орбиты, с помощью уравнений (1) в угловых элементах орбиты в строгой нелинейной постановке достаточно сложно в силу нелинейности этих уравнений, наличия в них особых точек $I = 0, \pi$, а также в силу громоздкости уравнений для сопряженных переменных. Поэтому для решения этой задачи оптимальной переориентации орбиты КА вместо угловых элементов орбиты целесообразно использовать [9–16] параметры Эйлера (Родрига—Гамильтона).

Дифференциальные уравнения ориентации орбиты КА в параметрах Эйлера имеют вид [9–16]

$$2d\Lambda_0/dt = -\Omega_1\Lambda_1 - \Omega_2\Lambda_2; 2d\Lambda_1/dt = \Omega_1\Lambda_0 - \Omega_2\Lambda_3;$$

$$2d\Lambda_2/dt = \Omega_2\Lambda_0 + \Omega_1\Lambda_3; 2d\Lambda_3/dt = \Omega_2\Lambda_1 - \Omega_1\Lambda_2; (2)$$

$$d\varphi/dt = c/r^2, r = p^*/(1 + e \cos \varphi), c = \text{const}; (3)$$

$$\Omega_1 = (r/c)u^* \cos \varphi, \Omega_2 = (r/c)u^* \sin \varphi,$$

где Λ_j ($j = 0, 1, 2, 3$) — параметры Эйлера, характеризующие ориентацию орбиты КА (системы координат ξ) в инерциальной системе координат X ; $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3 = 0$ — проекции вектора Ω мгновенной

абсолютной угловой скорости орбиты на связанные с ней координатные оси $O\xi_i$.

Параметры Эйлера Λ_j связаны с угловыми элементами орбиты соотношениями

$$\begin{aligned}\Lambda_0 &= \cos(I/2)\cos((\Omega_u + \omega_\pi)/2), \\ \Lambda_1 &= \sin(I/2)\cos((\Omega_u - \omega_\pi)/2), \\ \Lambda_2 &= \sin(I/2)\sin((\Omega_u - \omega_\pi)/2), \\ \Lambda_3 &= \cos(I/2)\sin((\Omega_u + \omega_\pi)/2).\end{aligned}\quad (4)$$

Уравнения (2) в кватернионной записи принимают вид [9—16]

$$2d\Lambda/dt = \Lambda \circ \Omega_\xi, \\ \Omega_\xi = \Omega_1 i_1 + \Omega_2 i_2 = (r/c)u^*(\cos\varphi i_1 + \sin\varphi i_2), \quad (5)$$

где $\Lambda = \Lambda_0 + \Lambda_1 i_1 + \Lambda_2 i_2 + \Lambda_3 i_3$ — кватернион ориентации орбиты КА (кватернионный оскулирующий (медленно изменяющийся) элемент орбиты КА); Ω_ξ — отображение вектора Ω на базис ξ (вектор Ω мгновенной абсолютной угловой скорости орбиты направлен вдоль радиус-вектора $\mathbf{r}$ центра масс КА и определяется формулой: $\Omega = (u^*/c) \mathbf{r}$); i_1, i_2, i_3 — векторные мнимые единицы Гамильтона; $\circ$ — символ кватернионного умножения.

Отметим, что уравнения (2), (3) или (5), (3) — система пяти нелинейных стационарных дифференциальных уравнений первого порядка относительно параметров Эйлера Λ_j и истинной аномалии φ . Эти уравнения, в отличие от четырех нелинейных дифференциальных уравнений (1) ориентации орбиты в угловых элементах орбиты Ω_u, I, ω_π , не имеют особых точек $I = 0, \pi$, к тому же при переходе в них от времени t к новой независимой переменной φ в соответствии с дифференциальным соотношением $d\varphi = (c/r^2)dt$ мы получаем (при $u^* = u^*(\varphi)$) систему четырех линейных нестационарных дифференциальных уравнений относительно параметров Эйлера Λ_j (в то время как дифференциальные уравнения в угловых элементах орбиты остаются существенно нелинейными).

Отметим также, что система уравнений (2), (3) может рассматриваться как нестационарная система дифференциальных уравнений четвертого порядка относительно переменных Λ_j , так как последнее уравнение (3) в этой системе для истинной аномалии φ интегрируется в квадратурах независимо от других уравнений, в силу чего переменная φ может рассматриваться как известная функция времени t . При таком рассмотрении система уравнения (2) или (5) является (при $u^* = u^*(\varphi)$) линейной дифференциальной системой.

Указанные обстоятельства делают использование уравнений (2), (3) или (5), (3) для решения задач переориентации орбиты и коррекции угловых элементов орбиты более удобным и эффективным в сравнении с использованием уравнений в угловых оскулирующих элементах (1). Такое решение задачи переориентации орбиты КА в непрерывной постановке (с использованием ограниченной (ма-

лой) тяги) рассмотрено в работах [17—20]. В них в качестве функционала качества процесса переориентации орбиты КА рассмотрены комбинированный функционал, равный взвешенной сумме времени переориентации и интеграла от квадрата модуля управления, а также комбинированный функционал, равный взвешенной сумме времени переориентации и импульса управления (характеристической скорости) за время переориентации орбиты КА. Получены законы оптимального управления, удовлетворяющие необходимым условиям принципа максимума Понтрягина. Построены условия трансверсальности, не содержащие неопределенных множителей Лагранжа. Сформулированы соответствующие кватернионные дифференциальные краевые задачи переориентации орбиты КА с подвижным правым концом траектории, описываемые системами нелинейных (для первого функционала) или линейных (для второго функционала) нестационарных дифференциальных уравнений восьмого порядка, в которых роль независимой переменной играет истинная аномалия (при использовании вместо времени t в качестве независимой переменной истинной аномалии φ из рассмотренного уравнения исключается дифференциальное сопряженное уравнение, соответствующее истинной аномалии). Установлены первые интегралы дифференциальных уравнений краевых задач оптимизации, в том числе их кватернионный первый интеграл, существующий для любого (не только оптимального) управления. Отметим, что кватернионное сопряженное уравнение имеет форму кватернионного фазового уравнения (5), что делает дифференциальные уравнения краевых задач компактными и удобными для численного решения задачи оптимальной переориентации орбиты КА. В этих работах также приведены примеры численного решения задачи оптимальной переориентации орбиты КА в непрерывных постановках (с использованием ограниченной (малой) тяги), выявлены особенности и закономерности оптимальных траекторий и оптимальных управлений. Приведенные в работе [20] примеры содержат как варианты с минимизацией комбинированных функционалов качества, так и варианты с минимизацией времени (случай быстрогодействия) или характеристической скорости в отдельности.

Отметим, что исследованию задачи оптимальной переориентации орбиты КА в непрерывной постановке (с использованием двигателя малой тяги) и с использованием кватернионного дифференциального уравнения ориентации орбитальной системы координат посвящены работы [13, 14, 21—23]. Использование кватернионного дифференциального уравнения ориентации орбитальной системы координат более удобно при аналитическом исследовании задачи оптимальной переориентации орбиты КА в непрерывной постановке, так как оно в случае круговой орбиты и постоянного управления является линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами, в то время

как кватернионное дифференциальное уравнение ориентации орбиты КА в этом случае является линейным дифференциальным уравнением с переменными коэффициентами. Однако использование кватернионного дифференциального уравнения ориентации орбиты КА имеет преимущество при численном решении задачи оптимальной переориентации орбиты КА, поскольку кватернион ориентации орбиты КА является оскулирующим (медленно изменяющимся) элементом орбиты. Кватернион ориентации орбитальной системы координат таким свойством не обладает, так как является быстро меняющейся переменной.

Кватернионная постановка непрерывной задачи оптимальной переориентации орбиты КА

Ориентация орбиты и движение КА под действием тяги, ортогональной к плоскости орбиты, определяется системой дифференциальных уравнений (3), (5):

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{c}{r^2}, \quad \frac{d\Lambda}{dt} = \frac{1}{2} \frac{r}{c} u^* \Lambda \circ (\mathbf{i}_1 \cos \varphi + \mathbf{i}_2 \sin \varphi), \quad (6)$$

где по-прежнему u^* — отнесенная к единице массы КА проекция вектора реактивной тяги на ортогональное к орбите направление, которая является управляющим параметром, удовлетворяющим ограничению

$$|u^*| \leq u_m^*. \quad (7)$$

В начальный момент времени $t = 0$ ориентация орбиты и положение КА на ней определяются соотношениями

$$\varphi = \varphi_0, \quad \Lambda = \Lambda_0. \quad (8)$$

Ориентация орбиты в конечный момент времени, который заранее не задается, определяется соотношением

$$\Lambda = \Lambda_k. \quad (9)$$

Качество процесса управления переориентацией орбиты КА определяется функционалом, представляющим собой свертку двух критериев (времени и суммарного импульса тяги) с весовыми множителями α_1, α_2^* :

$$J^* = \int_0^{t_k} (\alpha_1 + \alpha_2^* |u^*|) dt, \quad \alpha_1 \geq 0, \quad \alpha_2^* \geq 0. \quad (10)$$

Требуется найти оптимальное управление тягой $u^* = u^*(t)$, удовлетворяющее ограничению (7), которое переводит управляемую систему (6) из начального состояния (8) на многообразие (9) и сообщает функционалу (10) минимальное значение.

Отметим, что при решении задачи оптимальной переориентации орбиты КА в импульсной постановке в соответствии с известной методологией решения задач оптимальных импульсных перелетов

КА [24] нами используются кватернионные уравнения и соотношения, полученные в этой задаче с помощью принципа максимума Понтрягина в непрерывной постановке (для ограниченной (малой) тяги), и соответствующие предельные переходы в этих уравнениях. Поэтому в нашей работе предварительно излагаются известная кватернионная постановка задачи оптимальной переориентации орбиты КА посредством ограниченной тяги, ортогональной плоскости орбиты КА, и основные уравнения и соотношения, полученные при решении этой задачи с помощью дифференциальных уравнений (6), содержащих второе кватернионное дифференциальное уравнение ориентации орбиты КА (см. также работы [17–20]).

Безразмерные переменные

Для перехода к безразмерным переменным вводится масштаб длины $R = p^*$, масштаб силы тяги, отнесенной к массе КА, c^2/R^3 ; масштаб времени и функционала R^2/c . Безразмерные величины $\rho, \tau, u, \alpha_2, J$ связаны с соответствующими размерными величинами $r, t, u^*, \alpha_2^*, J^*$ соотношениями

$$r = R\rho, \quad t = \frac{R^2}{c}\tau, \quad u^* = \frac{c^2}{R^3}u, \quad \alpha_2^* = \frac{R^3}{c^2}\alpha_2, \quad J^* = \frac{R^2}{c}J. \quad (11)$$

В безразмерных переменных движение управляемой системы (6) описывается системой уравнений

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = (1 + e \cos \varphi)^2, \quad \frac{d\Lambda}{d\tau} = \frac{u}{2(1 + e \cos \varphi)} \Lambda \circ (\mathbf{i}_1 \cos \varphi + \mathbf{i}_2 \sin \varphi). \quad (12)$$

На управляющий параметр u согласно (7) и (11) налагается ограничение

$$|u| \leq u_m = \frac{u_m^* R^3}{c^2}. \quad (13)$$

Начальное состояние управляемой системы (12) при $\tau = 0$ определяется соотношениями

$$\varphi = \varphi_0, \quad \Lambda = \Lambda_0, \quad (14)$$

а конечное многообразие в пространстве $\varphi \times \Lambda$, на котором управляемая система (12) должна находиться в конечный незадаанный момент времени $\tau = \tau_k$, описывается соотношением

$$\text{vect}(\tilde{\Lambda} \circ \Lambda_k) = 0, \quad (15)$$

в котором верхняя волна означает сопряженный кватернион, а $\text{vect}(\dots)$ — векторная часть кватерниона, заключенного в круглые скобки.

Четыре компоненты Λ_j кватерниона Λ удовлетворяют условию нормировки $\Lambda_0^2 + \Lambda_1^2 + \Lambda_2^2 + \Lambda_3^2 = 1$,

поэтому краевое кватернионное условие (9), эквивалентное четырем скалярным, заменено на условие (15), эквивалентное трем скалярным. Такая замена повышает эффективность численного решения задачи.

Качество процесса управления, которое в размерных переменных определялось функционалом (10), принимающим минимальное значение для оптимального процесса, в безразмерных переменных определяется значением функционала

$$J = \int_0^{\tau_k} (\alpha_1 + \alpha_2 |u|) d\tau. \quad (16)$$

В безразмерных переменных поставленную выше задачу оптимального управления можно сформулировать так: требуется найти оптимальное управление $u = u(\tau)$, удовлетворяющее ограничению (13), которое за заданный промежуток времени $0 \leq \tau \leq \tau_k$ переводит управляемую систему (12) из начального состояния (14) на многообразие (15) и сообщает функционалу (16) минимальное значение.

Решение непрерывной задачи оптимального управления с помощью принципа максимума Понтрягина

Функция Гамильтона—Понтрягина H для рассматриваемой задачи оптимального управления определяется по формуле

$$H = -(\alpha_1 + \alpha_2 |u|) + \chi(1 + e \cos \varphi)^2 + \frac{u}{2(1 + e \cos \varphi)} (\mathbf{M}, \mathbf{\Lambda} \circ (\mathbf{i}_1 \cos \varphi + \mathbf{i}_2 \sin \varphi)), \quad (17)$$

где сопряженная скалярная переменная χ , соответствующая скалярной фазовой переменной φ , и сопряженная кватернионная переменная $\mathbf{M}$, соответствующая кватернионной фазовой переменной $\mathbf{\Lambda}$, удовлетворяют системе уравнений

$$\frac{d\chi}{d\tau} = 2e\chi(1 + e \cos \varphi) \sin \varphi + \frac{u}{2(1 + e \cos \varphi)^2} (\mathbf{M}, \mathbf{\Lambda} \circ (\mathbf{i}_1 \sin \varphi - \mathbf{i}_2 (e + \cos \varphi))), \quad (18)$$

$$\frac{d\mathbf{M}}{d\tau} = \frac{u}{2(1 + e \cos \varphi)} \mathbf{M} \circ (\mathbf{i}_1 \cos \varphi + \mathbf{i}_2 \sin \varphi). \quad (19)$$

Здесь и далее $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \text{scal}((a_0 - \mathbf{a}_v) \circ \mathbf{b}) = a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$, где a_j и b_j — компоненты кватернионов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ (a_0 и $\mathbf{a}_v$ — скалярная и векторная части кватерниона $\mathbf{a}$).

Введем новую кватернионную переменную

$$\mathbf{N} = \tilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{M}, \quad (20)$$

имеющую компоненты

$$N_0 = \Lambda_0 M_0 + \Lambda_1 M_1 + \Lambda_2 M_2 + \Lambda_3 M_3;$$

$$N_1 = \Lambda_0 M_1 - \Lambda_1 M_0 - \Lambda_2 M_3 + \Lambda_3 M_2;$$

$$N_2 = \Lambda_0 M_2 + \Lambda_1 M_3 - \Lambda_2 M_0 - \Lambda_3 M_1;$$

$$N_3 = \Lambda_0 M_3 - \Lambda_1 M_2 + \Lambda_2 M_1 - \Lambda_3 M_0.$$

Функция H и уравнение (18), которому удовлетворяет сопряженная переменная χ , примут следующий вид:

$$H = -(\alpha_1 + \alpha_2 |u|) + \chi(1 + e \cos \varphi)^2 + \frac{u}{2(1 + e \cos \varphi)} (N_1 \cos \varphi + N_2 \sin \varphi), \quad (21)$$

$$\frac{d\chi}{d\tau} = 2e\chi(1 + e \cos \varphi) \sin \varphi + \frac{u}{2(1 + e \cos \varphi)^2} (N_1 \sin \varphi - N_2 (e + \cos \varphi)). \quad (22)$$

Из условия максимума для функции H следует, что оптимальное управление определяется через фазовые и сопряженные переменные по формулам

$$u = u_m \text{sign}(N_1 \cos \varphi + N_2 \sin \varphi),$$

$$\text{если } \frac{|N_1 \cos \varphi + N_2 \sin \varphi|}{2(1 + e \cos \varphi)} \geq \alpha_2,$$

$$u = 0, \text{ если } \frac{|N_1 \cos \varphi + N_2 \sin \varphi|}{2(1 + e \cos \varphi)} < \alpha_2. \quad (23)$$

Особый режим управления в настоящей работе не рассматривается.

Так как правый конец траектории в фазовом пространстве $\varphi \times \mathbf{\Lambda}$ является подвижным, то в конце движения, т.е. в момент $\tau = \tau_k$, должны выполняться условия трансверсальности [18—20]

$$\chi = 0, \quad (24)$$

$$(\mathbf{M}, \mathbf{\Lambda}) = \text{scal}(\tilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{M}) = N_0 = 0. \quad (25)$$

Кроме того, так как время окончания движения не задано, то функция H в конце движения должна удовлетворять условию

$$H_{opt}(\tau_k) = 0. \quad (26)$$

Таким образом, принцип максимума Понтрягина сводит решение задачи о переориентации орбиты к решению краевой задачи для системы дифференциальных уравнений (12), (19), (22) десятого порядка, в которых оптимальное управление определяется соотношениями (23), с начальными условиями (14) при $\tau = 0$ и условиями (15), (24)—(26) в конце движения.

Из уравнений (12) и структуры оптимального управления (23) следует, что оптимальное управление состоит из активных этапов ($u = \pm u_m$), на ко-

торых орбита КА вращается с угловой скоростью, направленной вдоль радиус-вектора КА и равной

$$\frac{u_m}{1 + e \cos \varphi} \operatorname{sign}(N_1 \cos \varphi + N_2 \sin \varphi), \quad (27)$$

и пассивных этапов ($u = 0$), на которых орбита остается неподвижной. Последний этап оптимального управления согласно функционалу (16) может быть только активным.

Так как система уравнений (12) автономная, то согласно условию (26) для оптимального процесса функция Гамильтона—Понтрягина равна нулю во все время движения. Отсюда следует, что на пассивных этапах сопряженная переменная χ согласно (21) определяется по формуле

$$\chi = \frac{\alpha_1}{(1 + e \cos \varphi)^2}. \quad (28)$$

Соотношение (28) для переменной χ на пассивных этапах удовлетворяет уравнению (22). Система уравнений (12), (19) имеет кватернионный первый интеграл [18—20]

$$\mathbf{M} \circ \tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{C} = \text{const}, \quad (29)$$

позволяющий перенести условие transversальности (25) с правого конца траектории на левый конец.

Используя соотношение (20) и уравнения (12), (19), можно показать, что компоненты N_1 , N_2 , N_3 кватерниона $\mathbf{N}$ удовлетворяют системе дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{d\tau} &= -\frac{u \sin \varphi}{1 + e \cos \varphi} N_3, \quad \frac{dN_2}{d\tau} = \frac{u \cos \varphi}{1 + e \cos \varphi} N_3, \\ \frac{dN_3}{d\tau} &= \frac{u}{1 + e \cos \varphi} (N_1 \sin \varphi - N_2 \cos \varphi). \end{aligned} \quad (30)$$

Сопряженную кватернионную переменную $\mathbf{M}$ можно исключить, если вместо нее и кватернионного уравнения (19) в постановке краевой задачи оптимального управления использовать новые переменные N_k ($k = 1, 2, 3$), являющиеся компонентами векторной переменной $\mathbf{N}_v = N_1 \mathbf{i}_1 + N_2 \mathbf{i}_2 + N_3 \mathbf{i}_3$ (т.е. компонентами векторной части кватерниона $\mathbf{N} = N_0 + \mathbf{N}_v$), и систему уравнений (30) для этих переменных. Действительно, скалярная составляющая N_0 кватерниона $\mathbf{N}$ является согласно (29) первым интегралом. В силу условия transversальности (25) эта составляющая равна нулю. В выражении для функции Гамильтона—Понтрягина (21), в законе управления (23) и в уравнении (22) для сопряженной переменной χ присутствуют лишь переменные N_1 , N_2 , которые вместе с переменной N_3 удовлетворяют системе дифференциальных уравнений (30). Поэтому вместо кватернионной сопряженной переменной $\mathbf{M}$ в постановке краевой задачи можно использовать векторную переменную $\mathbf{N}_v$, удовлетво-

ряющую согласно (30) векторному дифференциальному уравнению:

$$\frac{d\mathbf{N}_v}{d\tau} = \frac{u}{1 + e \cos \varphi} [\mathbf{N}_v, \mathbf{i}_1 \cos \varphi + \mathbf{i}_2 \sin \varphi], \quad (31)$$

в котором $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$ — векторное произведение векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$.

В результате решение поставленной задачи оптимального управления сводится к решению краевой задачи для системы дифференциальных уравнений (12), (22), (31) или (30) девятого порядка, в которых оптимальное управление определяется соотношениями (23), с начальными условиями (14) при $\tau = 0$ и условиями (15), (24), (26) в конце движения. Краевая задача оптимального управления решается нами с помощью комбинации метода Ньютона и метода градиентного спуска.

Результаты численного решения задачи оптимальной переориентации орбиты КА с использованием ограниченной тяги, ортогональной к плоскости орбиты, и их сравнение с численным решением задачи оптимальной переориентации орбиты КА с использованием импульсной тяги представлены во второй части статьи.

Заключение

В первой части статьи приведен обзор работ по дифференциальным уравнениям ориентации орбиты космического аппарата и изучаемой проблеме оптимальной переориентации орбиты КА в инерциальной системе координат посредством реактивной тяги, ортогональной плоскости оскулирующей орбиты КА. Изложена теория решения задачи оптимальной переориентации орбиты КА с использованием принципа максимума Понтрягина и кватернионного дифференциального уравнения ориентации орбиты КА в нелинейной непрерывной постановке (с использованием ограниченной (малой) тяги).

Частным случаем изучаемой задачи является хорошо известная и имеющая большое практическое значение задача коррекции угловых элементов орбиты КА. Использование указанного управления позволяет изменять элементы орбиты КА, сохраняя форму и размеры орбиты КА в процессе управления движением неизменными. Это ценное свойство изученного процесса переориентации орбиты КА является полезным как при решении задачи коррекции угловых элементов орбиты КА, так и других задач механики космического полета.

Список литературы

1. Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1968. 799 с.
2. Абалакин В. К., Аксенов Е. П., Гребенников Е. А., Демин В. Г., Рябов Ю. А. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М.: Наука, 1976. 864 с.
3. Копнин Ю. М. К задаче поворота плоскости орбиты спутника // Космические исследования. 1965. Т. 3, вып. 4.

4. Лебедев В. Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой. М.: ВЦ АН СССР, 1968. 108 с.
5. Борщевский М. З., Ислювич М. В. К задаче о повороте плоскости орбиты спутника при помощи реактивной тяги // Космические исследования. 1969. Т. 7, вып. 6.
6. Гродзовский Г. Л., Иванов Ю. Н., Токарев В. В. Механика космического полета. Проблемы оптимизации. М.: Наука, 1975. 702 с.
7. Охоцимский Д. Е., Сихарулидзе Ю. Г. Основы механики космического полета: Учеб. пособие. М.: Наука, 1990. 448 с.
8. Ишков С. А., Романенко В. А. Формирование и коррекция высокоэллиптической орбиты спутника земли с двигателем малой тяги // Космические исследования. 1997. Т. 35. № 3. С. 287—296.
9. Челноков Ю. Н. Применение кватернионов в теории орбитального движения искусственного спутника. Ч. 2 // Космические исследования. 1993. Т. 31. Вып. 3. С. 3—15.
10. Chelnokov Yu. N. Application of quaternions in the theory of orbital motion of an artificial satellite. II // Cosmic Research. 1993. Vol. 31. No. 3, pp. 409—418.
11. Челноков Ю. Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 512 с.
12. Челноков Ю. Н. Кватернионные модели и методы динамики, навигации и управления движением. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. 560 с.
13. Челноков Ю. Н. Оптимальная переориентация орбиты космического аппарата посредством реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты // Прикладная математика и механика. 2012. Т. 76. Вып. 6. С. 897—914.
14. Chelnokov Yu. N. Optimal reorientation of a spacecraft's orbit using a jet thrust orthogonal to the orbital plane, J. Appl. Math. Mech. 76 (6), 646—657 (2012).
15. Челноков Ю. Н. Кватернионная регуляризация в небесной механике и аэродинамике и управление траекторным движением. II // Космические исследования. 2014. Т. 52. № 4. С. 322—336.
16. Chelnokov Yu. N. Quaternion Regularization in Celestial Mechanics and Astrodynamics and Trajectory Motion Control. II // Cosmic Research, 2014, Vol. 52, No. 4, pp. 304—317.
17. Ненахов С. В., Челноков Ю. Н. Кватернионное решение задачи оптимального управления ориентацией орбиты космического аппарата // Бортовые интегрированные комплексы и современные проблемы управления: Сб. тр. междунар. конф. М.: МАИ, 1998. С. 59—60.
18. Сергеев Д. А., Челноков Ю. Н. Оптимальное управление ориентацией орбиты космического аппарата // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2001. Вып. 3. С. 185—188.
19. Сергеев Д. А., Челноков Ю. Н. Оптимальное управление ориентацией орбиты космического аппарата // Проблемы точной механики и управления: Сб. науч. тр. ИПТМУ РАН. Саратов: Изд-во СГТУ, 2002. С. 64—75.
20. Панкратов И. А., Сапунков Я. Г., Челноков Ю. Н. Об одной задаче оптимальной переориентации орбиты космического аппарата // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Информатика. 2012. Т. 12, вып. 3. С. 87—95.
21. Челноков Ю. Н. Оптимальная переориентация орбиты космического аппарата посредством реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты // Математика. Механика: Сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2006. Вып. 8. С. 231—234.
22. Челноков Ю. Н. Оптимальная переориентация орбиты космического аппарата: Кватернионный подход к решению задачи // Проблемы и перспективы прецизионной механики и управления в машиностроении: Материалы междунар. конф. / ИПТМУ РАН. Саратов: Изд-во СГТУ, 2006. С. 54—60.
23. Панкратов И. А., Сапунков Я. Г., Челноков Ю. Н. Решение задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата с использованием кватернионных уравнений ориентации орбитальной системы координат // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2013. Т. 13, вып. 1, ч. 1. С. 84—92.
24. Ильин В. А., Кузмяк Г. Е. Оптимальные перелеты космических аппаратов с двигателями большой тяги. М.: Наука, 1976. 741 с.

Investigation of the Task of the Optimal Reorientation of a Spacecraft Orbit through a Limited or Impulse Jet Thrust, Orthogonal to the Plane of the Orbit. Part 1

Ya. G. Sapunkov, Yu. N. Chelnokov, ChelnokovYuN@gmail.com✉,
Institute of Precision Mechanics and Control Problems, RAS, Saratov National Research State University,
Saratov, 410028, Russian Federation

*Corresponding author: Chelnokov Yury N., D. Sc.,
Head of the Laboratory of Mechanics, Navigation and Motion Control,
Laboratory of Mechanics, Navigation and Motion Control,
Institute of Precision Mechanics and Control Problems, RAS,
Saratov, 410028, Russian Federation, e-mail: ChelnokovYuN@gmail.com*

Received on March 29, 2016

Accepted on April 08, 2016

The paper presents the problem of the optimal reorientation of the spacecraft's orbit by a limited or pulse jet thrust, which is orthogonal to the plane of the osculating orbit, with the help of a quaternion differential equation of the spacecraft (SC) orbit orientation and the Pontryagin maximum principle. This kind of a jet thrust changes orientation of the spacecraft orbits while its shape and size are kept unchanged during the control process. The functional, which defines the quality of the control process, is a weighted convolution of two criteria: time and the total momentum of the jet thrust spent on the control process (special cases of this functional are the quick response problem and the problem of minimizing the characteristic velocity). In the first part of the article the authors present a review of the papers on the differential equations of the spacecraft orbit orientation and the problem of the optimal spacecraft orbit reorientation in the inertial coordinate system by a jet thrust, which is orthogonal to the plane of the osculating orbit of the spacecraft. The authors present the theory of solving the problem of the optimal reorientation of a spacecraft orbit using a quaternion differential equation of the spacecraft orbit orientation in the non-linear continuous formulation (using a limited (small) thrust).

Keywords: spacecraft, orbit orientation, limited (small) and impulse (large) jet thrust, optimal control, quaternion

For citation:

Sapunkov Ya. G., Chelnokov Yu. N. Investigation of the Task of the Optimal Reorientation of a Spacecraft Orbit through a Limited or Impulse Jet Thrust, Orthogonal to the Plane of the Orbit. Part 1, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 567–575.

DOI: 10.17587/mau.17.567-575

References

1. **Duboshin G. N.** *Nebesnaya mekhanika. Osnovnye zadachi i metody* (Celestial mechanics. Main problems and methods), Moscow, Nauka, 1968, 799 p. (in Russian).
2. **Abalakin V. K., Aksenov E. P., Grebenikov E. A., Demin V. G., Ryabov Yu. A.** *Spravochnoe rukovodstvo po nebesnoi mekhanike i astrodinamike* (Handbook on celestial mechanics and astrodynamics), Moscow, Nauka, 1976, 864 p. (in Russian).
3. **Kopnin Yu. M.** *K zadache povorota ploskosti orbity sputnik* (Handbook on celestial mechanics and astrodynamics), *Kosmicheskie Issledovaniya*, 1965, vol. 3, no. 4 (in Russian).
4. **Lebedev V. N.** *Raschet dvizheniya kosmicheskogo apparata s maloi tiagoi* (On the problem of the rotation of the satellite's orbital plane), Moscow, VC AN SSSR, 1968, 108 p. (in Russian).
5. **Borschevsky M. Z., Ioslovich M. V.** *K zadache o povorote ploskosti orbity sputnika pri pomoshchi reaktivnoi tiagi* (On the problem of the rotation of the satellite's orbital plane with the help of jet thrust), *Kosmicheskie Issledovaniya*, 1969, vol. 7, no. 6 (in Russian).
6. **Grodzovskii G. L., Ivanov Iu. N., Tokarev V. V.** *Mekhanika kosmicheskogo poleta. Problemy optimizatsii* (The mechanics of space flight. Optimization problems), Moscow, Nauka, 1975, 702 p. (in Russian).
7. **Okhotsimskii D. E., Sikharulidze Iu. G.** *Osnovy mekhaniki kosmicheskogo poleta* (Basics of space flight mechanics), Moscow, Nauka, 1990, 448 p. (in Russian).
8. **Ishkov S. A., Romanenko V. A.** *Formirovanie i korrektsiya vysokoellipticheskoi orbity sputnika zemli s dvigatelem maloi tiagi* (Forming and correction of a high-elliptical orbit of an Earth satellite with low-thrust engine), *Kosmicheskie Issledovaniya*, 1997, vol. 35, no. 3, pp. 287–296 (in Russian).
9. **Chelnokov Yu. N.** *Primenenie kvaternionov v teorii orbital'nogo dvizheniya iskusstvennogo sputnika. Ch. 2* (Application of quaternions in the theory of orbital motion of an artificial satellite. II), *Kosmicheskie Issledovaniya*, 1993, vol. 31, no. 3, pp. 3–15 (in Russian).
10. **Chelnokov Yu. N.** Application of quaternions in the theory of orbital motion of an artificial satellite. II, *Cosmic Research*, 1993, vol. 31, no. 3, pp. 409–418.
11. **Chelnokov Yu. N.** *Kvaternionnye i bikvaternionnye modeli i metody mekhaniki tverdogo tela i ikh prilozheniya. Geometriya i kinematika dvizheniya* (Quaternion and bi-quaternion models and methods of solid state mechanics and their applications. Geometry and kinematics of motion), Moscow, Fizmatlit, 2006, 512 p. (in Russian).
12. **Chelnokov Yu. N.** *Kvaternionnye modeli i metody dinamiki, navigatsii i upravleniya dvizheniem* (Quaternion models and methods of dynamics, navigation and motion control), Moscow, Fizmatlit, 2011, 560 p. (in Russian).
13. **Chelnokov Yu. N.** *Optimal'naya pereorientatsiya orbity kosmicheskogo apparata posredstvom reaktivnoi tiagi, ortogonal'noi ploskosti orbity* (Optimal reorientation of a spacecraft's orbit using a jet thrust orthogonal to the orbital plane), *Prikladnaya Matematika i Mekhanika*, 2012, vol. 76, no. 6, pp. 897–914 (in Russian).
14. **Chelnokov Yu. N.** Optimal reorientation of a spacecraft's orbit using a jet thrust orthogonal to the orbital plane, *J. Appl. Math. Mech.*, 2012, vol. 76, no. 6, pp. 646–657.
15. **Chelnokov Yu. N.** *Kvaternionnaya regularizatsiya v nebesnoi mekhanike i astrodinamike i upravlenie traektornym dvizheniem. II* (Quaternion Regularization in Celestial Mechanics and Astrodynamics and Trajectory Motion Control. II), *Kosmicheskie Issledovaniya*, 2014, vol. 52, no. 4, pp. 322–336 (in Russian).
16. **Chelnokov Yu. N.** Quaternion Regularization in Celestial Mechanics and Astrodynamics and Trajectory Motion Control. II, *Cosmic Research*, 2014, vol. 52, no. 4, pp. 304–317.
17. **Nenakhov S. V., Chelnokov Yu. N.** *Kvaternionnoe reshenie zadachi optimal'nogo upravleniya orientatsiei orbity kosmicheskogo apparata* (Quaternion solution of a task of an optimal control of spacecraft's orbit orientation), *Bortovye Integrirovannye Kompleksy i Sovremennyye Problemy Upravleniya: Sb. tr. mezhdunar. konf.*, Moscow, MAI, 1998, pp. 59–60 (in Russian).
18. **Sergeev D. A., Chelnokov Yu. N.** *Optimal'noe upravlenie orientatsiei orbity kosmicheskogo apparata* (Optimal control of spacecraft's orbit's orientation), *Matematika. Mekhanika: Sb. nauch. tr.* Saratov, Publishing house of Sarat. university, 2001, no. 3, pp. 185–188 (in Russian).
19. **Sergeev D. A., Chelnokov Yu. N.** *Optimal'noe upravlenie orientatsiei orbity kosmicheskogo apparata* (Optimal control of spacecraft's orbit's orientation), *Problemy Tochnoi Mekhaniki i Upravleniya: Sb. nauch. tr. IPTMU RAN*, Saratov, Publishing house of SGTU, 2002, pp. 64–75 (in Russian).
20. **Pankratov I. A., Sapunkov Ya. G., Chelnokov Yu. N.** *Ob odnoi zadache optimal'noi pereorientatsii orbity kosmicheskogo apparata* (About a problem of spacecraft's orbit optimal reorientation), *Izv. Sarat. un-ta. Nov. ser. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2012, vol. 12, no. 3, pp. 87–95 (in Russian).
21. **Chelnokov Yu. N.** *Optimal'naya pereorientatsiya orbity kosmicheskogo apparata posredstvom reaktivnoi tiagi, ortogonal'noi ploskosti orbity* (Optimal reorientation of spacecraft's orbit through thrust orthogonal to the plane of orbit), *Matematika. Mekhanika: Sb. nauch. tr.* Saratov, Publishing house of Sarat. university, 2006, no. 8, pp. 231–234 (in Russian).
22. **Chelnokov Yu. N.** *Optimal'naya pereorientatsiya orbity kosmicheskogo apparata: Kvaternionnyi podkhod k resheniyu zadachi* (Optimal reorientation of spacecraft's orbit. Quaternion approach to solving the problem), *Problemy i perspektivy pretsizionnoi mekhaniki i upravleniya v mashinostroenii: Materialy mezhdunar. konf.*, IPTMU RAN, Saratov, Publishing house of SGTU, 2006, pp. 54–60 (in Russian).
23. **Pankratov I. A., Sapunkov Ya. G., Chelnokov Yu. N.** *Reshenie zadachi optimal'noi pereorientatsii orbity kosmicheskogo apparata s ispol'zovaniem kvaternionnykh uravnenii orientatsii orbital'noi sistemy koordinat* (Solution of a problem of spacecraft's orbit optimal reorientation using quaternion equations of orbital system of coordinates orientation), *Izv. Sarat. un-ta. Nov. ser. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2013, vol. 13, no. 1, part 1, pp. 84–92 (in Russian).
24. **Il'in V. A., Kuzmak G. E.** *Optimal'nye perelety kosmicheskikh apparatov s dvigateliami bol'shoi tiagi* (Optimal flights of spacecraft with high-thrust engines), Moscow, Nauka, 1976, 741 p. (in Russian).



24—25 ноября 2016 г. в Санкт-Петербурге состоится 27-я конференция "Экстремальная робототехника (ЭР-2016)", и в этом году ее проведение приурочено к юбилею основателя ЦНИИ РТК и бессменного председателя программного комитета конференции — Е. И. Юревича.

Каждый год более двадцати пяти лет конференция "Экстремальная робототехника" собирает на своей площадке ведущих российских специалистов, молодых ученых в области робототехники, аспирантов, студентов крупнейших технических университетов. Вот уже несколько лет подряд конференция проходит в формате международного мероприятия, что позволяет в "открытом поединке" максимально оценить национальные составляющие мирового научно-исследовательского потенциала в области создания средств технической кибернетики и робототехники космического, воздушного, наземного и морского базирования.

В рамках конференции, как всегда, планируется рассмотреть широкий круг вопросов: от концептуальных проблем создания до практического применения уже существующих робототехнических комплексов. Тематика конференции посвящена актуальным вопросам, связанным с созданием робототехнических систем нового поколения для работы в экстремальных условиях и чрезвычайных ситуациях, включая борьбу с терроризмом, пожаротушение, решение оборонных задач, а также с задачами освоения космоса и глубин Мирового океана, медицины, атомной энергетики и опасных производств.

Работа конференции традиционно запланирована в формате пленарных и секционных заседаний, дискуссий, круглых столов, посвященных актуальным проблемам и задачам в сфере робототехнических систем и средств безопасности.

Международная конференция "ЭР-2016" открыта для всех желающих, а их организатор — ЦНИИ робототехники и технической кибернетики — всегда рад новым участникам и гостям.

Подробная информация о конференции на сайте: <http://er.rtc.ru>.

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Т. В. Пчелкина*.

Сдано в набор 26.05.2016. Подписано в печать 11.07.2016. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН816. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.