

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 17

2016

№ 7

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Редакционный совет:

CHYI-YEU LIN, PhD, prof.
GROUMPOS P. P., prof.
JEN-HWA GUO, PhD, prof.
KATALINIC B., PhD, prof.
SUBUDHI B., PhD, prof.
АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.
КАЛЯЕВ И. А., чл.-корр. РАН, проф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.
СОЙФЕР В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.
ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.
ЮЩЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.
БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.
ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.
ЕРМОЛОВ И. Л., д. т. н., доц.
ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.
КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.
ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.
ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.
ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф.
РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.
ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.
ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.
ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Колесников А. А., Колесников Ал. А., Кузьменко А. А. Методы АКАР и бэкстеппинг в задачах синтеза нелинейных систем управления 435

Григорьев В. В., Быстров С. В., Мансурова О. К., Першин И. М., Першин М. И. Качественное распределение мод в системах с распределенными параметрами . . . 445

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Подчукаев В. А. Квантово-волновой дуализм описания динамических систем 453

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Бобырь М. В., Кулабухов С. А., Якушев А. С. Нечеткая иерархическая система угловой ориентации мобильного робота. Часть I. 458

Алдошкин Д. Н., Царев Р. Ю. Поиск пути мобильного робота в условиях наличия препятствий и неполноты информации о среде. 465

ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ

Шибанов Г. П. Обеспечение функциональной надежности электронных систем при неполной информации о состоянии их блоков 471

Гулай А. В., Зайцев В. М. Особенности проектирования интеллектуальных компонентов систем оперативного управления и приборов цифровой автоматики 474

УПРАВЛЕНИЕ В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ

Левский М. В. Об одной задаче оптимального управления терминальной ориентацией космического аппарата 483

Евдокимчик Е. А. Синтез алгоритма управления для выполнения маневра уклонения летательного аппарата от столкновения с Землей 492

Раткин Л. С. Сравнительный анализ промышленных и экологических беспилотных комплексов воздушного, наземного, подземного, надводного и подводного типов с защитой каналов связи методами компьютерной стеганографии 498

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Published since 2000

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editorial Council:

ALIEV T. A., prof., Azerbaijan, Baku
 ANSHAKOV G. P., Russia, Samara
 BOLOTNIK N. N., Russia, Moscow
 CHENTSOV A. G., Russia, Ekaterinburg
 CHERNOUSKO F. L., Russia, Moscow
 CHYI-YEU LIN, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 FEDOROV I. B., Russia, Moscow
 GROUMPOS P. P., prof., Greece, Patras
 JEN-HWA GUO, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 KALYAEV I. A., Russia, Taganrog
 KATALINIC B., PhD, Prof., Austria, Vienna
 KRASNEVSKIY L. G., Belarus, Minsk
 KUZNETSOV N. A., Russia, Moscow
 LEONOV G. A., Russia, S.-Peterburg
 MATVEENKO A. M., Russia, Moscow
 MIKRIN E. A., Russia, Moscow
 PESHEKHONOV V. G., Russia, S.-Peterburg
 REZCHIKOV A. F., Russia, Saratov
 SCHERBATYUK A. F., Russia, Vladivostok
 SEBRYAKOV G. G., Russia, Moscow
 SIGOV A. S., Russia, Moscow
 SOJFER V. A., Russia, Samara
 SOLOMENTSEV Yu. M., Russia, Moscow
 SOLOVJEV V. A., Russia, Moscow
 SUBUDHI B., PhD, Prof., India, Sundargarh
 VASILYEV S.N., Russia, Moscow
 YUSUPOV R. M., Russia, S.-Peterburg

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Russia, Moscow

Deputy Editor-in-Chief:

PODURAEV Yu. V., Russia, Moscow
 PUTOV V. V., Russia, S.-Peterburg
 YUSCHENKO A. S., Russia, Moscow

Responsible Secretary:

BEZMEENOVA M. Yu., Russia, Moscow

Editorial Board:

ALEXANDROV V. V., Russia, Moscow
 ANTONOV B. I., Russia, Moscow
 ARSHANSKY M. M., Russia, Tver
 BUKOV V. N., Russia, Zhukovsky
 ERMOLOV I. L., Russia, Moscow
 FILARETOV V. F., Russia, Vladivostok
 FRADKOV A. L., Russia, S.-Peterburg
 FURSOV V. A., Russia, Samara
 GRADETSKY V. G., Russia, Moscow
 ILYASOV B. G., Russia, Ufa
 IVCHENKO V. D., Russia, Moscow
 KOLOSOV O. S., Russia, Moscow
 KOROSTELEV V. F., Russia, Vladimir
 LEBEDEV G. N., Russia, Moscow
 LOKHIN V. M., Russia, Moscow
 PAVLOVSKY V. E., Russia, Moscow
 PROKHOROV N. L., Russia, Moscow
 PSHIKHOPOV V. Kh., Russia, S.-Peterburg
 RAPOPORT E. Ya., Russia, Samara
 SERGEEV S. F., Russia, S.-Peterburg
 VITTIKH V. A., Russia, Samara
 YUREVICH E. I., Russia, S.-Peterburg

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E.V., Russia, Moscow

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospective development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Kolesnikov A. A., Kolesnikov Al. A., Kuz'menko A. A.** Backstepping and ADAR Method in the Problems of Synthesis of the Nonlinear Control Systems. 435
Grigoriev V. V., Bystrov S. V., Mansurova O. K., Pershin I. M., Pershin M. I. Qualitative Distribution of Modes in the Systems with Distributed Parameters. 445

SIMULATION OF DYNAMIC SYSTEMS

- Podchukayev V. A.** Quantum-Wave Dualism for Description of the Dynamic Systems . . . 453

ROBOTIC SYSTEMS

- Bobyр M. V., KulabuhoV S. A., Yakushev A. S.** Hierarchical Fuzzy Control System for a Mobile Robot Angular Orientation. Part I 458
Aldoshkin D., Tsarev R. Mobile Robot Path Planning in the Presence of Obstacles and Lack of Information about the Environment 465

ELEMENTS OF MECHATRONIC SYSTEMS

- Shibanov G. P.** Functional Reliability Support of Electronics Systems for Insufficient Information about Operational Status this Units 471
Gulay A., Zaitsev V. Design Peculiarities of the Intellectual Components of the Operational Control Systems and Digital Automation Devices. 474

CONTROL IN AEROSPACE AND MARINE SYSTEMS

- Levskii M. V.** Concerning a Special Problem of the Optimal Control of Spacecraft's Terminal Orientation 483
Evdokimchik E. A. Synthesis of the Control Algorithm for a Maneuver of Avoidance of a Collision with the Terrain 492
Rathkeen L. S. The Comparative Analyses for Industrial and Ecological Unmanned Complexes of Air, Land-On, Underground, Marine and Submarine with the Protection of Communication Channels Based on Methods of Computer Steganography. 498

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

А. А. Колесников, Засл. деятель науки и техники РФ, д-р техн. наук, проф., ankolesnikov@sfnu.ru,

Ал. А. Колесников, канд. техн. наук, доц., alkolesnikov@sfnu.ru,

А. А. Кузьменко, канд. техн. наук, доц., aakuzmenko@sfnu.ru,

Институт компьютерных технологий и информационной безопасности
Южного федерального университета, г. Таганрог

Методы АКАР и бэкстеппинг в задачах синтеза нелинейных систем управления¹

Проводится сравнение известного метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР), развитого в работах научной школы Южного федерального университета, с методом бэкстеппинга (обход интегратора), предложенного П. Котковичем и его сотрудниками. Приведены численные примеры и результаты компьютерного моделирования, иллюстрирующие преимущества метода АКАР для решения задач синтеза законов управления для произвольного класса нелинейных объектов.

Ключевые слова: нелинейные системы управления, синтез управления, бэкстеппинг, синергетическая теория управления, метод АКАР

Введение

Окружающая нас среда (природная, социально-экономическая, технологическая) — это мир сложных суперсистем разнообразной природы, которые представляют собой комплекс различных подсистем, выполняющих определенные функции и связанных между собой процессами интенсивного динамического взаимодействия и обмена энергией, веществом и информацией. Указанные суперсистемы являются нелинейными, многомерными и многосвязными, в которых протекают сложные переходные процессы и возникают критические и хаотические режимы. Проблемы системного синтеза, т.е. поиска общих объективных законов управления в такого рода динамических системах, по-прежнему являются весьма актуальными, трудными и во многом практически малодоступными для современной теории управления. Эта теория позволила успешно освоить методы централизованного внешнего воздействия на различные объекты, однако наступило время пересмотра силовых подходов в задачах управления и перехода на идеи самоорганизации — новой науки синергетики (в США — это хаосодинамика, во Франции — наука о диссипативных структурах, а в России и Германии — это синергетика и нелинейная динамика). Отсюда вытекает насущная потребность поиска путей целевого воздействия на процессы самоорганизации в конструируемых динамических системах. Другими словами, возникла необходимость создания способов формирования и резонансного возбуждения *внутренних* сил взаимодействия,

которые могли бы породить в фазовом пространстве синтезируемых систем желаемые структуры — аттракторы, адекватные физической сущности соответствующей системы.

Процессы управления и самоорганизации пронизывают окружающий нас мир систем разнообразной природы. Мировоззренческая значимость науки о процессах управления и самоорганизации определяется тем важным обстоятельством, что, как утверждают ученые Санкт-Петербургского государственного университета в своей работе "Достаточно общая теория управления", "...всякий процесс в Мироздании может быть интерпретирован в качестве *процесса управления или самоуправления*. По этой причине понятийный и терминологический аппарат именно теории управления как таковой является обобщающим, что позволяет с его помощью *единообразно описывать* разные процессы: *общеприродные, биологические, технические...*". С точки зрения современной науки о сложных системах с этим базовым утверждением невозможно не согласиться. По существу, это *концепция единства процессов самоорганизации и управления* (КЕПСУ), впервые развитая в работах научной школы кафедры синергетики и процессов управления Южного федерального университета и положенная в основу синергетической теории нелинейного системного синтеза [1, 2]. На основе этой теории разработан метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР), позволивший успешно решить проблему синтеза систем управления нелинейными, многомерными и многосвязными объектами [3—5].

В настоящее время в теории управления развит целый ряд методов синтеза нелинейных систем уп-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-00782-а).

равления, обладающих как своими достоинствами, так и значительными недостатками [6, 7]. В связи с этим в предлагаемом цикле работ сравниваются существующие методы современной теории управления (адаптивного, оптимального, робастного, интеллектуального и других видов управления) с методом АКАР, позволяющим в должной мере решить проблемы синтеза нелинейных систем управления.

Таким образом, одной из фундаментальных и актуальнейших проблем современной науки о сложных системах является развитие высокоэффективной прикладной теории и методов *нелинейного системного синтеза*.

О бэкстеппинге

В современной литературе трудно указать метод синтеза нелинейных систем, полностью сравнимый по своей эффективности с методом АКАР. К достаточно популярным методам нелинейного синтеза в настоящее время относится так называемый бэкстеппинг. Данный метод нашел свое развитие в модифицированных вариациях [9, 10], в совместном использовании с методами адаптивного и робастного управления, в том числе с использованием нейронных сетей и нечетких алгоритмов управления [11–14]. Однако определенная эффективность бэкстеппинга проявляется в основном в простых скалярных случаях синтеза нелинейных систем. Увеличение размерности и сложности модели объекта управления приводит к существенным трудностям получения аналитического выражения закона управления.

В научной литературе [8, 15] известен метод нелинейного преобразования координат динамических систем, математическая модель которых может быть представлена одной из возможных *канонических* форм. Предположим, что математическая модель объекта управления с одним входом u представлена в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})u; y = h(\mathbf{x}), \quad (1)$$

где $\mathbf{A}(\cdot)$, $\mathbf{B}(\cdot)$, $h(\cdot)$ — дифференцируемые нелинейные функции своих аргументов; $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$ — вектор состояния объекта; u — скалярное управление; y — скалярный измеряемый выход объекта.

Тогда можно поставить задачу приведения модели исходного объекта (1) к некоторой "типовой" форме. Эта задача решается применением такого преобразования $\mathbf{z} = \Gamma(\mathbf{x}) = \text{col}(\gamma_1(\mathbf{x}), \dots, \gamma_n(\mathbf{x}))$ координат объекта (1), чтобы уравнение состояния в новых переменных перешло в одну из возможных канонических форм, в частности, линейную в виде системы уравнений Коши. Для объекта (1) такой формой может служить система уравнений [15]:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= z_2, \quad \dot{z}_2(t) = z_3, \quad \dots, \quad \dot{z}_{p-1}(t) = z_p; \\ \dot{z}_p(t) &= a(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u. \end{aligned} \quad (2)$$

Более общей является каноническая форма:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= z_2, \quad \dot{z}_2(t) = z_3, \quad \dots, \quad \dot{z}_{p-1}(t) = z_p; \\ \dot{z}_p(t) &= a(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u; \\ \dot{z}_{p+1}(t) &= \dot{\phi}_{p+1}(\mathbf{z}); \quad \dots, \quad \dot{z}_n = \phi_n(\mathbf{z}), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\mathbf{z} \in \mathfrak{R}^n$ — новый вектор состояния объекта (1). Здесь функции $\phi_j(\cdot)$ необходимо определить, а новые переменные z_k , $k = 1, \dots, p$, находятся по формуле [15]

$$z_k = \gamma_k(\mathbf{x}) = L_f^k h, \quad (4)$$

где $L_f^1 h = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{A}(\mathbf{x})$, $L_f^k h = \frac{\partial (L_f^{k-1} h)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{A}(\mathbf{x})$ — производные Ли функции выхода по векторному полю $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ системы (1). Искомые функции $\phi_i(\mathbf{z})$, $p + 1 \leq i \leq n$, в соотношении (3) выбирают как

$$\phi_i(\mathbf{z}) = L_f \gamma_i(\Gamma^{-1}(\mathbf{z})). \quad (5)$$

Преобразования $\gamma_k(\mathbf{x})$ (4) и $\phi_i(\mathbf{z})$ (5) должны быть таковы, чтобы обратимое отображение $\Gamma(\mathbf{x})$ удовлетворяло условиям:

$$\text{rang} \Gamma(\mathbf{x}) = n, \quad (6)$$

$$L_g \gamma_i(\mathbf{x}) = 0. \quad (7)$$

В работе [15] показана принципиальная возможность приведения исходных уравнений движения объекта (1) к желаемой канонической форме (2) или (3) при выборе функций γ_i , удовлетворяющих условиям (6), (7). Такое преобразование координат получило название "feedback linearizable form", т.е. линеаризация обратной связью или "точная" линеаризация уравнений объекта [15]. Указанное преобразование означает, что можно найти некоторый закон обратной связи, обеспечивающий для объекта (1) в новой системе координат линейную динамику. Отличительной особенностью применения метода преобразования координат является необходимость выполнения рангового ограничения (6), (7), предполагающего существование обратного (гладкого) отображения $\Gamma^{-1}(\mathbf{z})$ в окрестности точки \mathbf{x}_0 . Такие условия выполняются далеко не всегда, в частности, для объекта (1) эти условия могут не выполняться при $p < n$. Сама по себе процедура поиска преобразования $\Gamma(\mathbf{x})$ трудоемка, а уравнения объекта (1) часто не могут быть полностью сведены к линейным уравнениям типа (2), которые нередко остаются нелинейными, хотя и более упрощенной структуры.

Метод АКАР-ОИ

В известном обзоре [15] задача синтеза законов управления нелинейными динамическими объектами (1), сводимыми путем описанного выше преобразования к уравнениям вида (2) или (3), названа задачей АКАР-ОИ. Суть аббревиатуры "АКАР-ОИ" сводится к следующему. Дело в том, что термин

АКАР — аналитическое конструирование агрегированных регуляторов — был впервые предложен в известных работах [16—19], а термин ОИ — обход интегратора (бэкстеппинг, *integrator backstepping*) — в работах [20—24]. В работе [15] показано, что оба метода — АКАР и ОИ для объектов вида (2) приводят к аналогичным законам управления. Действительно, для простейших нелинейных объектов, сводимых к структуре вида (2) или (3) из последовательно включенных интеграторов, охваченных обратными связями, оба метода формально приводят к совпадающим результатам. Однако это относится только лишь к простейшей, скалярной версии метода АКАР [16, 17], который был предложен значительно ранее метода ОИ. Что же касается векторной версии метода АКАР, впервые предложенной еще в работе [18], то такого аналога в методе ОИ практически не существует. Отметим, что в известном обзоре П. Кокотовича [23] бэкстеппинг отнесен к числу "эпохальных нововведений" теории управления 90-х годов XX века.

Следуя работе [15], конкретизируем метод синтеза нелинейных законов управления на основе процедуры АКАР-ОИ. Пусть для нелинейного объекта

$$\dot{x}_1(t) = f(x_1) + g(x_1)u, \quad x_1, u \in \mathfrak{R}, \quad (8)$$

найдено управление $u = \alpha_1(x_1)$, обеспечивающее асимптотическую устойчивость относительно $x_1 = 0$. Это устанавливается с помощью функции Ляпунова $V(x_1)$, производная которой по времени в силу (8) удовлетворяет следующему соотношению:

$$\frac{\partial V(x_1)}{\partial x_1} [f(x_1) + g(x_1)\alpha_1(x_1)] \leq -W(x_1), \quad (9)$$

где $W(x_1)$ — положительно определенная функция. Тогда для системы

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f(x_1) + g(x_1)x_2, \\ \dot{x}_2(t) &= u, \end{aligned} \quad (10)$$

где переменная x_2 доступна прямым измерениям, управление вида

$$\begin{aligned} u &= -(x_2 - \alpha_1(x_1)) + \\ &+ \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} [f(x_1) + g(x_1)x_2] - \frac{\partial V(x_1)}{\partial x_1} g(x_1) \end{aligned} \quad (11)$$

обеспечивает ограниченность $x_1(t)$, $x_2(t)$ и стремление $x_1 \rightarrow 0$, $(x_2 - \alpha_1) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Введем теперь в рассмотрение агрегированную макропеременную $\psi_1 \triangleq x_2 - \alpha_1(x_1)$ и перепишем систему (10) в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f(x_1) + g(x_1)(\alpha_1(x_1) + \psi_1), \\ \dot{\psi}_1(t) &= u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} [f(x_1) + g(x_1)x_2]. \end{aligned} \quad (12)$$

Тогда производная по времени функции Ляпунова $V_1 = V(x_1) + (1/2)\psi_1^2$ в силу (11), (12) будет иметь вид

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \frac{\partial V(x_1)}{\partial x_1} [f(x_1) + g\alpha_1(x_1)] + \\ &+ \frac{\partial V(x_1)}{\partial x_1} g\psi_1 - \psi_1^2 - \frac{\partial V(x_1)}{\partial x_1} g\psi_1 \leq -W(x_1) - \psi_1^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Неравенство (13) следует из теоремы Ла Салля [15].

Сравнение методов

Как указывал И. Ньютон, "при изучении наук примеры не менее поучительны, чем правила". В связи с этим, учитывая теоретическую и прикладную значимость рассматриваемой в статье проблемы системного синтеза для современной теории управления, важно провести сравнение метода АКАР с различными методами аналитического конструирования регуляторов на конкретных примерах синтеза систем. Разумеется, что такое сравнение тех или иных методов лучше всего проводить для объектов, обладающих особыми свойствами, например, желательно, чтобы они были нелинейными и многомерными. В этом отношении нет особого смысла показывать какие-то так называемые "достоинства" тех или иных методов синтеза линейных систем, как это до сих пор продолжается в работах многих авторов! Методы синтеза линейных систем — это вчерашний день теории управления. В связи с этим использование метода АКАР для синтеза линейных регуляторов имеет смысл только с точки зрения демонстрации его методических преимуществ. Покажем сравнение методов АКАР и бэкстеппинга на ряде широко известных задач синтеза нелинейного управления.

Пример 1. Для сравнительной иллюстрации методов АКАР и ОИ рассмотрим задачу синтеза стабилизирующего управления нелинейным объектом вида

$$\dot{x}_1(t) = x_2, \quad \dot{x}_2(t) = \sin x_1 + x_3, \quad \dot{x}_3(t) = u. \quad (14)$$

В соответствии с методом ОИ на первом шаге вводится макропеременная вида $\psi_1 = x_1$, и первая функция стабилизации (внутреннее управление) выбирается в виде $\alpha_1 = -\psi_1 = -x_1$. Назначая первую функцию Ляпунова $V_1 = (1/2)x_1^2$ и вводя вторую макропеременную $\psi_2 = x_2 - \alpha_1$, определяем вторую функцию стабилизации [15]:

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= -\psi_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial V_1}{\partial x_1} - \sin x_1 = \\ &= -2x_1 - 2x_2 - \sin x_1. \end{aligned}$$

Выбирая далее $V_2 = V_1 + (1/2)\psi_2^2$ и вводя третью макропеременную $\psi_3 = x_3 - \alpha_2$, определяем действительный закон управления:

$$u = -\psi_3 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} (\sin x_1 + x_3) - \frac{\partial V_1}{\partial x_1} - \frac{\partial V_2}{\partial \psi_2} = -4x_1 - (5 + \cos x_1)x_2 - 3x_3 - 3\sin x_1. \quad (15)$$

В соответствии с методом АКАР синтез стабилизирующего управления осуществляется в обратном порядке. Сначала вводится макропеременная вида $\psi_1 = x_3 - \alpha_2$ и задается сопровождающий функционал:

$$J_1 = \int_0^{\infty} [m_1^2 \psi_1^2 + c_1^2 \dot{\psi}_1^2(t)] dt, \quad (16)$$

где $m_1 > 0$, $c_1 > 0$ — постоянные коэффициенты. Управление, доставляющее минимум введенному функционалу, имеет вид [17]

$$u = \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} (\sin x_1 + x_3) - \frac{1}{T_1} (x_3 - \alpha_2), \quad (17)$$

где $T_1 = c_1/m_1$. Движение вдоль многообразия $\psi_1 = 0$ описывается уравнениями

$$\dot{x}_{1\psi}(t) = x_{2\psi}, \quad \dot{x}_{2\psi}(t) = \sin x_{1\psi} + \alpha_2.$$

Используя вторую макропеременную

$$\psi_2 = \beta_{21}x_1 + x_2 + \alpha_1(x_1),$$

находим внутреннее управление α_2 :

$$\alpha_2 = -\frac{\beta_{21}}{T_2} x_1 - \left(\beta_{21} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} + \frac{1}{T_2} \right) x_2 - \sin x_1 - \frac{1}{T_2} \alpha_1(x_1), \quad (18)$$

минимизируя функционал вида (16) с заменой ψ_1 на ψ_2 и $T_2 = c_2/m_2$. Движение вдоль многообразия $\psi_2 = 0$ описывается уравнением

$$\dot{x}_{1\psi}(t) = -\beta_{21}x_{1\psi} - \alpha_1(x_1),$$

и, следовательно, $\alpha_1(x_1)$ может быть положено тождественно равным нулю. Тогда, найдя α_2 (18) и подставив его в соотношение (17), определяем внешний закон управления:

$$u = -\frac{\beta_{21}}{T_1 T_2} x_1 - \left(\frac{\beta_{21}}{T_1} + \frac{\beta_{21}}{T_2} + \frac{1}{T_1 T_2} + \cos x_1 \right) x_2 - \left(\beta_{21} + \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) x_3 - \left(\beta_{21} + \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) \sin x_1. \quad (19)$$

Коэффициенты T_1 , T_2 и β_{21} могут быть выбраны для обеспечения желаемого характера и времени переходных процессов. Сравнивая выражение (15) и (19), убеждаемся, что закон (19) при соответствующем выборе коэффициентов β_{21} и T_i , $i = 1, 2$, совпадает с законом (15), т. е. методы АКАР и ОИ приводят для объекта (14) к законам управления

одинаковой структуры [15]. Следует подчеркнуть, что закон управления (19) имеет обобщенный характер, что позволяет сформировать разные свойства замкнутой системы.

Пример 2. Применим метод АКАР для решения задачи синтеза законов управления нелинейным объектом

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -x_1 + x_1^3 x_2^2; \\ \dot{x}_2(t) &= x_2(x_3 + x_4); \\ \dot{x}_3(t) &= x_4; \quad \dot{x}_4(t) = u. \end{aligned} \quad (20)$$

Задача синтеза законов управления объектом (20) на основе процедуры бэкстеппинга рассмотрена в работе [23]. Введем согласно методу АКАР следующую макропеременную:

$$\psi = x_3 + x_4 + \alpha |x_2^m| + \beta x_2^2 + \gamma x_1^4, \quad (21)$$

где $m \leq 1$. Тогда, подставляя ψ (21) в функциональное уравнение метода АКАР

$$T\dot{\psi}(t) + \psi = 0,$$

в силу уравнений объекта (20) находим базовый закон управления

$$u = -x_4 - (\alpha m |x_2^m| + 2\beta x_2^2)(x_3 + x_4) - 4\gamma x_1^4 (x_1^2 x_2^2 - 1) - \psi/T. \quad (22)$$

Этот закон переводит изображающую точку замкнутой системы (20), (21) в окрестность многообразия $\psi = 0$ (21), движение вдоль которого описывается следующими декомпозированными уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1\psi}(t) &= -x_{1\psi} + x_{1\psi}^3 x_{2\psi}^2; \\ \dot{x}_{2\psi}(t) &= -\alpha x_{2\psi} |x_{2\psi}^m| - \beta x_{2\psi}^3 - \gamma x_{1\psi}^4 x_{2\psi}. \end{aligned} \quad (23)$$

Для определения условий асимптотической устойчивости системы (23) введем в рассмотрение функцию Ляпунова

$$V(t) = 0,5x_{1\psi}^2 + 0,5x_{2\psi}^2,$$

производная которой в силу уравнений (23) равна

$$\dot{V}(t) = -x_{1\psi}^2 - \alpha x_{2\psi}^2 |x_{2\psi}^m| - \beta x_{2\psi}^4 - (\gamma - 1)x_{1\psi}^4 x_{2\psi}^2. \quad (24)$$

Из выражения (24) следует, что при выполнении условий

$$\alpha > 0; \beta \geq 0; \gamma \geq 1 \quad (25)$$

функция $\dot{V}(t)$ будет определено отрицательна для всех областей изменения координат $x_{1\psi}$ и $x_{2\psi}$. Это означает, что при выполнении неравенств (25) декомпозированная система (23) обладает свойством асимптотической устойчивости в целом. Отсюда следует, что и замкнутая система (20), (22) при $T > 0$ будет также асимптотически устойчива относительно состояния $x_{1\psi} = x_{2\psi} = 0$.

Выясним теперь условия устойчивости декомпозированной системы относительно координат $x_{2\psi}$ и $x_{4\psi}$. На инвариантном многообразии $\psi = 0$ (21) эти координаты равны

$$x_{3\psi} + x_{4\psi} = -\alpha|x_{2\psi}^m| - \beta x_{2\psi}^2 - \gamma x_{1\psi}^4, \quad (26)$$

откуда следует, что при $x_{1\psi} = x_{2\psi} = 0$ координаты $x_{3\psi}$ и $x_{4\psi}$ также равны нулю. Если же положить, например, $m = 0$, то, согласно соотношению (24), система (23) остается асимптотически устойчивой относительно состояния равновесия $x_{1\psi} = x_{2\psi} = 0$. Однако в этом случае, согласно процедуре метода АКАР и соотношению (26), координаты $x_{3\psi} = -\alpha$ и $x_{4\psi} = 0$. Заметим, кстати, что модель (20) в своей структуре имеет два последовательно включенных на входе интегратора, что редко встречается на практике. Тогда равенство $x_{3\psi} = -\alpha$ будет означать некоторое установившееся положение координаты x_3 на выходе второго интегратора. В выражениях для макропеременной ψ (21) и закона управления (22) можно положить $\beta = 0$, что не изменит условий асимптотической устойчивости замкнутой системы.

Если же в соотношениях (21) и (22) положить $\alpha = 0$, то в этом случае закон управления (22) примет вид

$$u_1 = -\frac{1}{T}x_3 - \left(1 + \frac{1}{T}\right)x_4 - 2\beta x_2^2 \left(x_3 + x_4 + \frac{0,5}{T}\right) + 4\gamma x_1^4 - 4\gamma x_1^4 \left(x_1^2 x_2^2 + \frac{0,25}{T}\right). \quad (27)$$

По своей структуре закон управления (27), за исключением последнего члена, совпадает с законом

$$u_B = -x_3 - 2x_4 - x_2^2(x_3 + x_4 + 2) + 4x_1^4, \quad (28)$$

полученным в работе [23] методом "бэкстеппинг" после доказательства теорем об асимптотической устойчивости с использованием двух функций Ляпунова. Заметим, что закон управления (22) получен методом АКАР в результате простых аналитических процедур.

Следует отметить, что при использовании законов управления u_1 (27) и u_B (28) переходный процесс по координате x_2 будет затянут. Об этом свидетельствует структура уравнений системы (23), в которой при быстром затухании координаты x_1 решение второго уравнения будет слабозависимым к малым значениям координаты x_2 , что и приведет к затягиванию переходного процесса.

На рис. 1–3 приведены результаты моделирования замкнутой системы (20), (22) для различных коэффициентов закона управления u (22), в том числе: на рис. 1 — для $\alpha = \beta = T = \gamma = m = 1$; на рис. 2 — для $\alpha = 10, \beta = 0, T = m = 1, \gamma = 20$; на рис. 3 — для $\alpha = \beta = T = \gamma = 1, m = 0$. Эти результаты в полной мере подтверждают теоретические положения и эффективность метода АКАР. Для сравнения на рис. 4 показаны результаты моделирования замкнутой системы (20), (28).

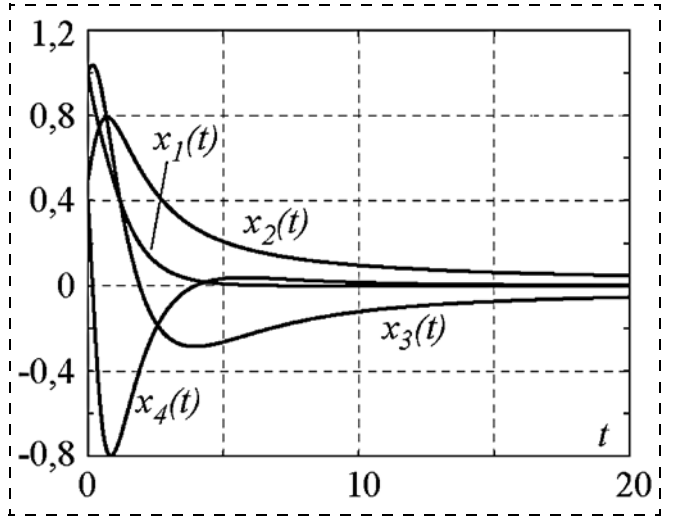


Рис. 1. Переходные процессы в системе (20), (22) при $\alpha = \beta = T = \gamma = m = 1$

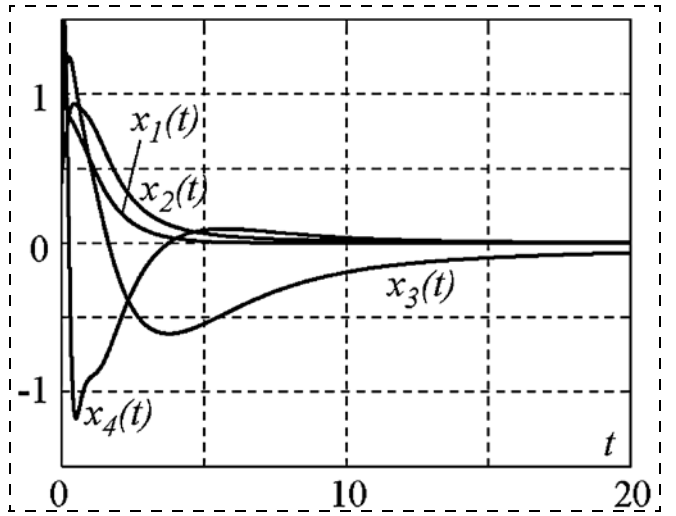


Рис. 2. Переходные процессы в системе (20), (22) при $\alpha = 10, \beta = 0, T = m = 1, \gamma = 20$

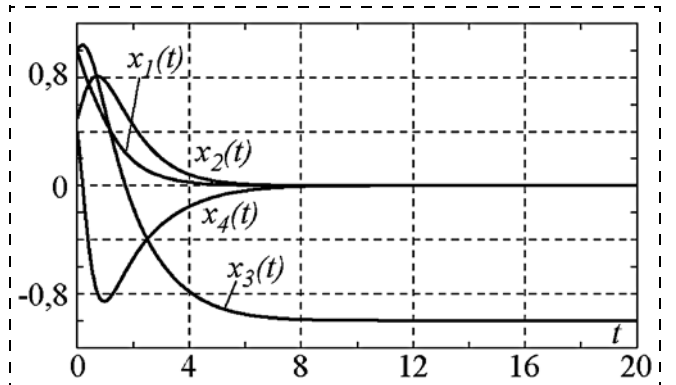


Рис. 3. Переходные процессы в системе (20), (22) при $\alpha = \beta = T = \gamma = 1, m = 0$

Пример 3. Как указывает П. Кокотович [23], бэкстеппинг обычно применяется к системам без обратных-прямых частей. Применение этого метода

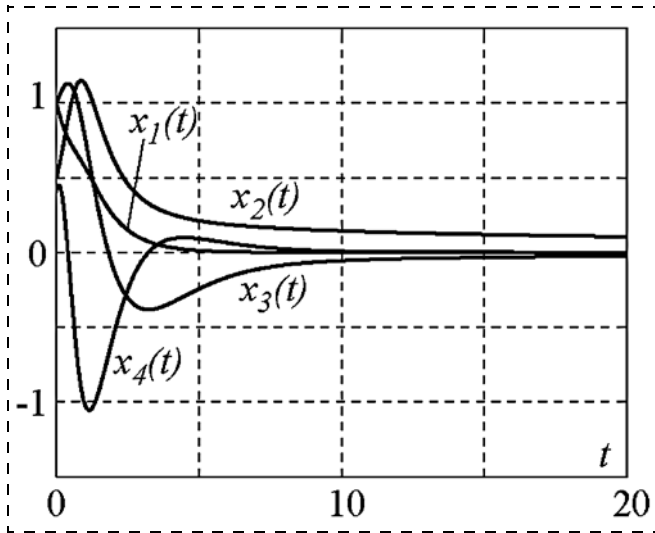


Рис. 4. Переходные процессы в системе (20), (28)

затруднено для систем, требующих повышенного быстродействия, например, вида

$$\dot{x}_1(t) = x_2 + x_3^2; \dot{x}_2(t) = x_3; \dot{x}_3(t) = u, \quad (29)$$

где x_3^2 в первом уравнении создает обратно-прямую часть в обход x_2 — интегратора. В связи с этим Тил [24] предложил использовать аналог бэкстеппинга в виде так называемой форвардинг-конструкции для решения задачи управления системами типа (29). При этом возникают затруднения с обеспечением достаточной области устойчивости. Применим метод АКАР для решения задачи эффективного управления системами вида (29) с обратными частями. Согласно методу АКАР введем макропеременную

$$\psi_1 = x_3 + \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 + \beta_1 x_2^3. \quad (30)$$

Тогда, подставляя ψ_1 (30) в функциональное уравнение

$$T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 = 0, \quad T_1 > 0, \quad (31)$$

в силу уравнений объекта (29) находим закон управления

$$u_1 = -\gamma_1 x_2 - \gamma_2 x_3^2 - (\gamma_2 + 3\beta_1 x_2^2) x_3 - \psi_1 / T_1. \quad (32)$$

Закон u_1 (32) переводит изображающую точку (ИТ) замкнутой системы (29), (32) на инвариантное многообразие $\psi_1 = 0$, движение вдоль которого относительно координаты $x_{2\psi}$ описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\ddot{x}_{2\psi}(t) + (\gamma_2 + 3\beta_1 x_{2\psi}^2 + \gamma_1 \dot{x}_{2\psi}(t)) \dot{x}_{2\psi}(t) + \gamma_1 x_{2\psi} = 0. \quad (33)$$

Условия устойчивости уравнения (33) и, следовательно, замкнутой системы (29), (32) имеют вид

$$\gamma_1 > 0, \quad \gamma_2 > 0 \quad (34)$$

в области малых отклонений ($\dot{x}_{2\psi}^2 \approx 0$ и $x_{2\psi}^2 \dot{x}_{2\psi} \approx 0$) и в области, где выполняется следующее неравенство:

$$\gamma_2 + 3\beta_1 x_2^2 + \gamma_1 x_3 \geq 0. \quad (35)$$

Это неравенство можно усилить при $\beta_1 = 0$, т. е.

$$x_{30} > -\gamma_2 / \gamma_1. \quad (36)$$

Условия (35), (36) означают, что синтезированная система (29), (32) чувствительна к отрицательным начальным условиям по координате $x_{30} < 0$ и, кроме того, введение члена $3\beta_1 x_2^2$ в закон управления u_1 (32) позволяет расширить область устойчивости замкнутой системы.

В области малых отклонений уравнение (33) принимает форму

$$\tau^2 \ddot{x}_{2\psi}(t) + 2\xi\tau \dot{x}_{2\psi}(t) + x_{2\psi} = 0,$$

где $\xi = 0,5\gamma_2 / \sqrt{\gamma_1}$ — декремент затухания, $\tau = 1 / \sqrt{\gamma_1}$ — постоянная времени. Отсюда следует, что с увеличением коэффициента γ_1 , с одной стороны, повышается быстродействие системы, однако с другой, согласно (35), уменьшается область устойчивости системы в случае отрицательных начальных условий по координате $x_{30} < 0$. При выборе декремента $\xi = 1$ между коэффициентами γ_1 и γ_2 можно установить связь $\gamma_2 = 2\sqrt{\gamma_1}$.

На рис. 5 представлены результаты моделирования замкнутой системы (29), (32) при $\beta_1 = 0$ и выполнении неравенства (36). На рис. 6 и 7 представлены результаты моделирования замкнутой системы (29), (32) при $\beta_1 = 1$ и $\beta_1 = 10$ соответственно.

Выявим условия повышения робастности к отрицательным начальным условиям по координате $x_{30} < 0$. Для замкнутой системы (29), (32) рассмот-

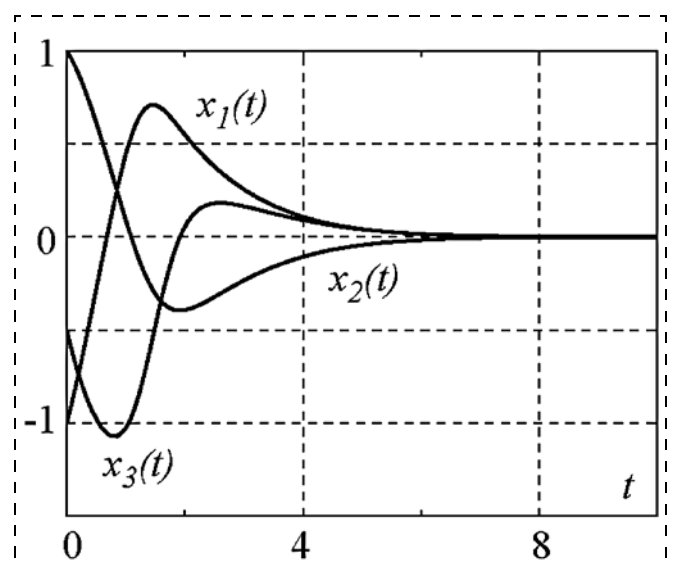


Рис. 5. Переходные процессы в системе (29), (32) при $\beta_1 = 0$ и выполнении неравенства (36)

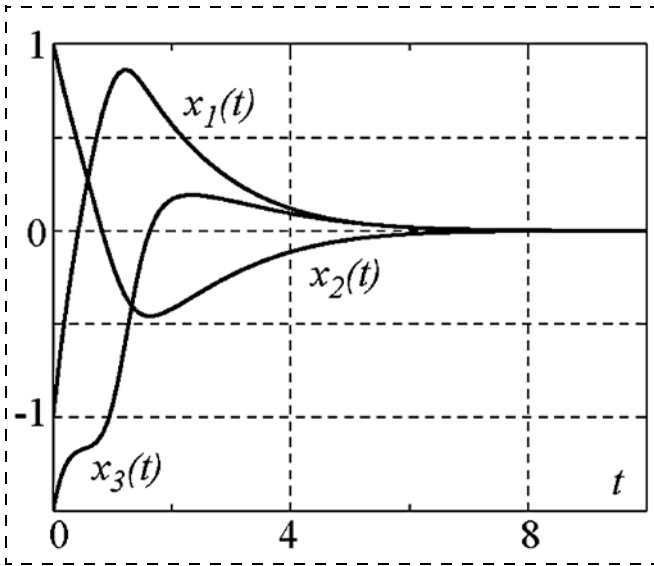


Рис. 6. Переходные процессы в системе (29), (32) при $\beta_1 = 1$

рим ее уравнение движения относительно координаты $x_{3\psi}$ на многообразии $\psi_1 = 0$ при $\beta_1 = 0$:

$$\ddot{x}_{3\psi}(t) + (2\gamma_1 x_3 + \gamma_2)\dot{x}_{3\psi}(t) + \gamma_1 x_{3\psi} = 0, \quad (37)$$

которое можно получить путем дифференцирования по времени уравнения (33). Очевидно, что уравнение (37) устойчиво относительно $x_{3\psi} = 0$ при выполнении неравенства

$$x_{3\psi} \geq -\frac{\gamma_2}{2\gamma_1}, \quad (38)$$

которое является более ограничительным по сравнению с условием (36).

Итак, для обеспечения условий устойчивости синтезированной системы (29), (32) необходимо, чтобы выполнялось неравенство (38). Это означает, что для выполнения условия (36) на координату x_3

следует наложить ограничение $|x_3| \leq b = \frac{\gamma_2}{2\gamma_1}$.

Согласно методу АКАР для этого введем следующую макропеременную: $\psi_2 = x_3 + b \operatorname{th}(\gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 + \beta_1 x_3^2)$. Тогда на основе функционального уравнения

$$T_2 \dot{\psi}_2(t) + \psi_2 = 0, \quad T_2 > 0$$

и уравнений объекта (29) можно найти закон управления

$$u_2 = -\frac{b(\gamma_1 x_2 + \gamma_1 x_3^2 + \gamma_2 x_3 + 3\beta_1 x_2^2 x_3)}{\operatorname{ch}^2(\gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 + \beta_1 x_3^2)} - \frac{1}{T_2} \psi_2. \quad (39)$$

Отметим, что в физическом плане координата x_3 — это положение интегрирующего исполнительного механизма, которое всегда ограничено. На рис. 8 приведены результаты моделирования замкнутой системы (29), (39) для $\beta_1 = 0$ и $x_{30} < 0$, а на рис. 9 — для $\beta_1 = 10$ и $x_{30} < 0$. Эти результаты подтверждают

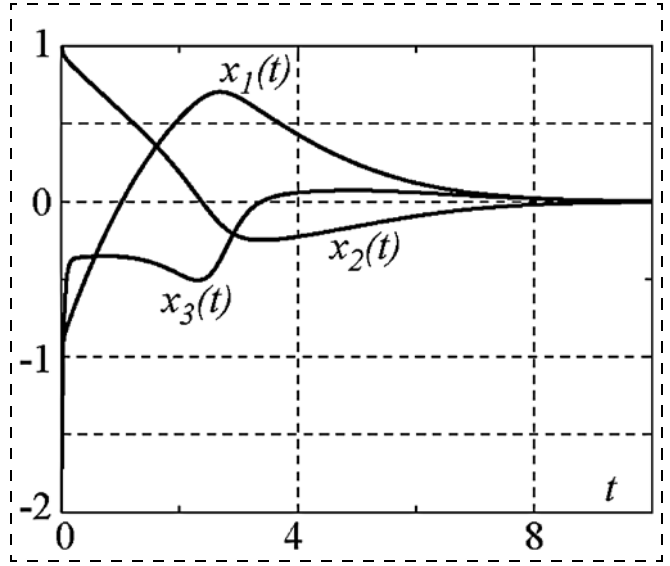


Рис. 7. Переходные процессы в системе (29), (32) при $\beta_1 = 10$

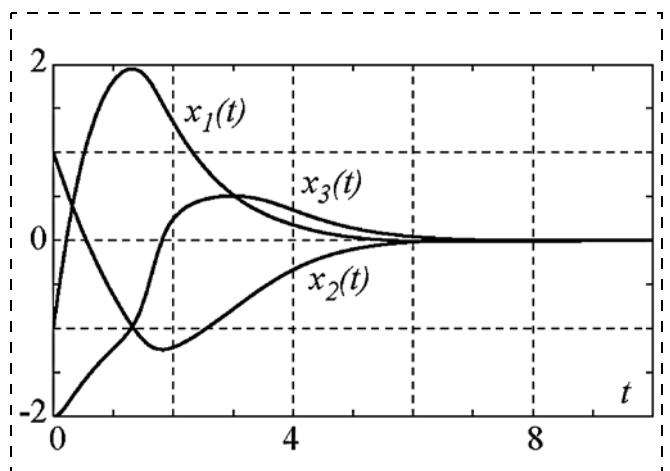


Рис. 8. Переходные процессы в системе (29), (39) при $\beta_1 = 0$ и $x_{30} < 0$

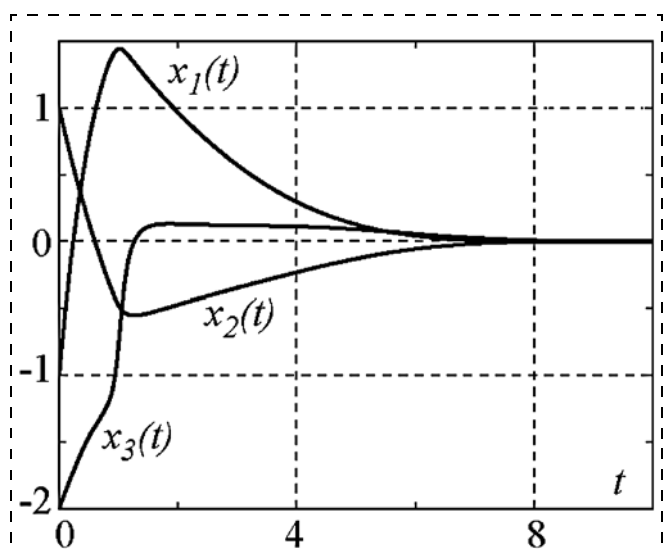


Рис. 9. Переходные процессы в системе (29), (39) при $\beta_1 = 10$ и $x_{30} < 0$

основные теоретические положения и эффективность метода АКАР.

Таким образом, применение метода АКАР для управления нелинейными системами, например вида (29), имеющими обратную-прямую часть, позволяет аналитически синтезировать эффективные законы управления, обеспечивающие асимптотическую устойчивость замкнутым системам.

Пример 4. Следующим примером, приведенным в работе [23] и вызвавшим затруднения с непосредственным применением бэкстеппинга, является задача синтеза стабилизирующего закона управления нелинейным объектом

$$\dot{x}_1(t) = x_1 + x_2 + x_3^3; \dot{x}_2(t) = x_3; \dot{x}_3(t) = u. \quad (40)$$

Объект (40) по своей структуре аналогичен объекту (29), за исключением того, что в первом уравнении системы (40) обратная-прямая часть представлена не квадратичной, а кубической нелинейностью x_3^3 и, кроме того, также добавлен член x_1 . В работе [23] на основе теоремы пассивности, линейного матричного неравенства и пакета программ предложена процедура численного определения коэффициентов нелинейного закона управления

$$u_B = k_1x_1 + k_2x_2 + k_3x_3 + \beta x_3^3. \quad (41)$$

Покажем здесь, что задача синтеза закона управления объектом (40) решается методом АКАР аналитически и весьма элегантно в результате простых и ясных процедур. Согласно методу АКАР введем следующую макропеременную:

$$\psi_1 = x_3 + \gamma_1x_1 + \sin\gamma_2x_2. \quad (42)$$

Тогда на основе функционального уравнения

$$T_1\dot{\psi}_1(t) + \psi_1 = 0, T_1 > 0 \quad (43)$$

и в силу уравнений объекта (40) найдем закон управления

$$u_1 = -\gamma_1(x_1 + x_2 + x_3^3) - \gamma_2x_3\cos\gamma_2x_2 - \frac{1}{T_1}\psi_1. \quad (44)$$

Этот закон, согласно (43), через время $t = (3-4)T_1$ переводит ИТ замкнутой системы (40), (44) из произвольных начальных условий x_{j0} в малую окрестность инвариантного многообразия $\psi_1 = 0$ (42). Движение системы вдоль $\psi_1 = 0$ описывается относительно координаты x_2 дифференциальным уравнением

$$\ddot{x}_{2\psi}(t) + (\gamma_2\cos\gamma_2x_{2\psi} - 1 + \gamma_1\dot{x}_{2\psi}^2(t))\dot{x}_{2\psi}(t) + \gamma_1x_{2\psi} - \sin\gamma_2x_{2\psi} = 0. \quad (45)$$

Декомпозированное уравнение (45) относится к классу уравнений маятникового типа, обладающих в зависимости от выбора коэффициентов γ_1 и γ_2 разнообразными движениями — от регулярных ко-

лебаний до аperiodических переходных процессов. Дивергенция поля этого уравнения равна

$$\operatorname{div}\dot{x}_{2\psi}(t) = 1 - \gamma_2\cos\gamma_2x_{2\psi} - 3\gamma_1\dot{x}_{2\psi}^2(t). \quad (46)$$

Из выражения (46) следует, что при $\gamma_2 > 0$ дивергенция всегда отрицательна, т.е. синтезированная система (40), (44) будет обладать некоторым притягивающим множеством. В случае же, когда $\gamma_2 < 1$ и, тем более, $\gamma_2 < 0$, дивергенция может изменить свой знак при некоторых значениях переменных $x_{2\psi}$ и $\dot{x}_{2\psi}(t)$. Согласно критерию Бендиксона, это означает, что в системе имеет место предельный цикл. Действительно, проведем линеаризацию функций $\sin\gamma_2x_2 \cong \gamma_2x_2$ и $\cos\gamma_2x_2 \cong 1$. Тогда макропеременная ψ_1 (42) и уравнение (45) примут соответственно вид

$$\psi_1 = x_3 + \gamma_1x_1 + \gamma_2x_2 \quad (47)$$

и

$$\ddot{x}_{2\psi}(t) + (\gamma_2 - 1 + \gamma_1\dot{x}_{2\psi}^2(t))\dot{x}_{2\psi}(t) + (\gamma_1 - \gamma_2)x_{2\psi} = 0. \quad (48)$$

Уравнение (48) — это известное в теории нелинейных колебаний уравнение Релея, которое при $\gamma_1 > \gamma_2$ и $\gamma_2 < 1$ или $\gamma_2 < 0$ обладает одним устойчивым предельным циклом, а при $\gamma_2 \geq 1$ будет асимптотически устойчивым относительно $x_{2\psi} = \dot{x}_{2\psi}(t) = 0$. В этом случае, согласно (47), закон управления (44) принимает частный вид

$$u_1 = -\gamma_1\left(1 + \frac{1}{T_1}\right)x_1 - \gamma_2\left(1 + \frac{1}{T_1}\right)x_2 - \left(\gamma_2 + \frac{1}{T_1}\right)x_3 - \gamma_1x_3^3, \quad (49)$$

который по своей структуре совпадает с законом (41), полученным в работе [23] на основе процедуры бэкстеппинга. Отметим, что закон (49) получен в результате простых аналитических процедур, а выбор его коэффициентов непосредственно связан со свойствами нелинейного декомпозированного уравнения (48), которое при $\gamma_1 > \gamma_2 > 1$ будет асимптотически устойчивым. В режиме малых отклонений уравнение (48) имеет декремент затухания

$$\xi = \frac{0,5(\gamma_2 - 1)}{\sqrt{\gamma_1 - \gamma_2}}, \gamma_1 > \gamma_2 > 1. \quad (50)$$

Если в соотношении (50) положить $\xi = 1$, то между коэффициентами γ_1 и γ_2 можно установить следующую связь:

$$\gamma_1 = \gamma_2 + 0,25(\gamma_2 - 1)^2. \quad (51)$$

Выражения (50) и (51) позволяют выбрать коэффициенты закона управления u_1 (49), при этом член $\gamma_1\dot{x}_{2\psi}^2$ усиливает демпферные свойства системы (48).

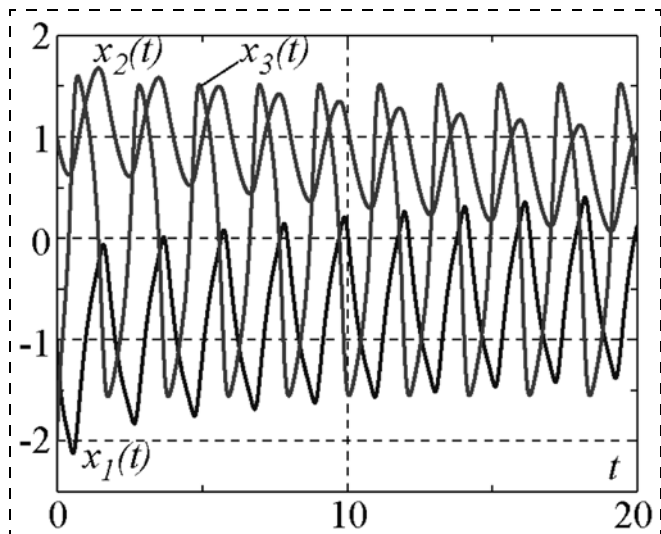


Рис. 10. Переходные процессы в системе (40), (41) при $T_1 = 1$ и $\gamma_2 = 2, \gamma_2 = 2,25$ соответственно

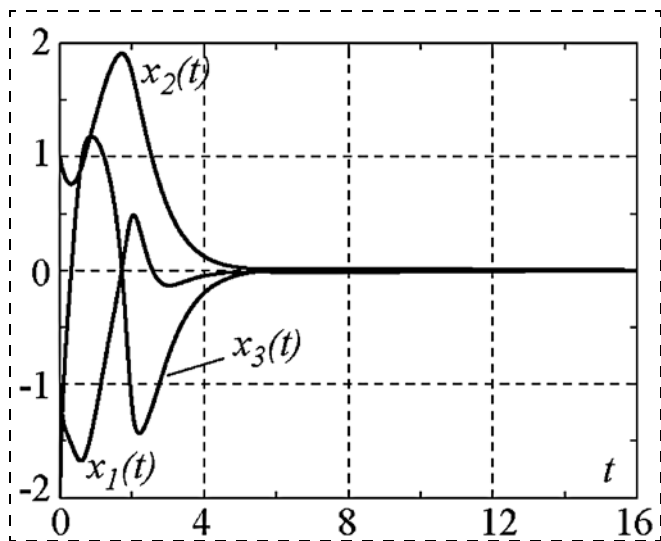


Рис. 11. Переходные процессы в системе (40), (44) при $T_1 = 1$ и $\gamma_2 = 2, \gamma_2 = 2,25$ соответственно

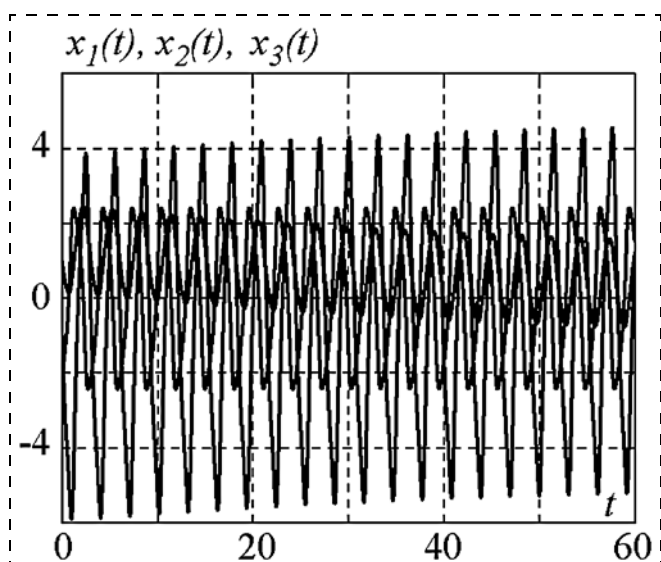


Рис. 12. Переходные процессы в системе (40), (41) при $T_1 = 1$ и $\gamma_2 = 0,5, \gamma_2 = 0,5625$ соответственно

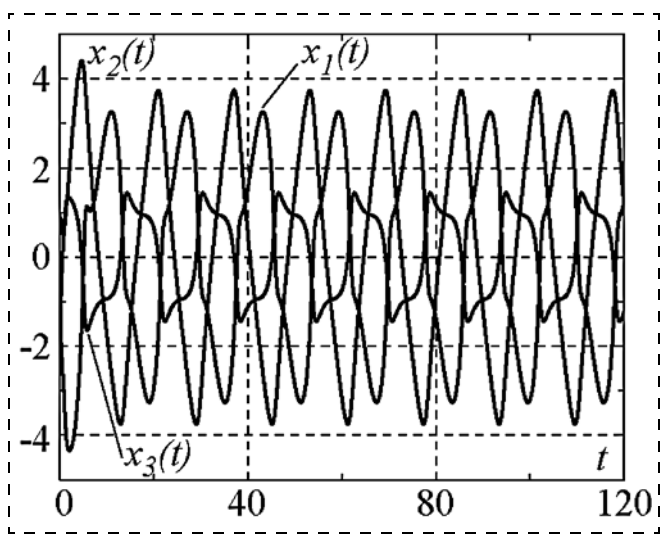


Рис. 13. Переходные процессы в системе (40), (44) при $T_1 = 1$ и $\gamma_2 = 0,5, \gamma_2 = 0,5625$ соответственно

На рис. 10, 11 представлены результаты моделирования при $T_1 = 1$ и $\gamma_2 = 2, \gamma_2 = 2,25$ соответственно, а на рис. 12, 13 — при $T_1 = 1$ и $\gamma_2 = 0,5, \gamma_2 = 0,5625$ соответственно, которые подтверждают теоретические положения и прикладную эффективность метода АКАР.

Таким образом, эффективно решена задача аналитического синтеза стабилизирующих законов управления объектом (40). Эти законы гарантируют асимптотическую устойчивость в целом замкнутой системы и обеспечивают желаемый характер переходных процессов. Следует подчеркнуть, что дело не столько в наличии нелинейности x_3^3 — обратной-прямой части в обход x_2 — интегратора, на что обращается особое внимание в работе [23], а в четности или нечетности степени указанной нелинейности. Если в задаче (29) нелинейность x_2^3 была четной степени, что привело к необходимости ограничения координаты $|x_3| \leq b$ по модулю, то в задаче (40) указанная нелинейность x_3^3 имеет нечетную степень, что позволило весьма элегантно разрешить методом АКАР задачу синтеза стабилизирующих законов управления.

Заключение

В работе проведено сравнение метода АКАР с бэкстепингом на конкретных примерах синтеза нелинейных систем. Данные примеры наглядно демонстрируют явные преимущества метода АКАР перед бэкстепингом как в отношении процедур аналитического конструирования нелинейных регуляторов и их физической обоснованности, обоснованности и однозначности выбора настроечных параметров регуляторов, так и обеспечения свойств асимптотической устойчивости замкнутых систем. В последующих статьях данного цикла нами будет продемонстрировано сравнение метода АКАР с методами оптимального, адаптивного и интеллектуального управления нелинейными объектами управления.

Список литературы

1. Колесников А. А. Синергетическая теория управления. М.: Энергоатомиздат, 1994. 344 с.
2. Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. М.: КомКнига, 2006. 240 с.
3. Колесников А. А., Веселов Г. Е., Попов А. Н. и др. Синергетические методы управления сложными системами: Механические и электромеханические системы. М.: КомКнига, 2006. 304 с.
4. Колесников А. А., Кузьменко А. А., Веселов Г. Е. Новые технологии проектирования современных систем управления процессами генерирования электроэнергии: учебное издание. М.: Издательский дом МЭИ, 2011. 280 с.
5. Колесников А. А. Новые нелинейные методы управления полетом. М.: Физматлит, 2013. 196 с.
6. Ioannou P. A., Sun J. Robust Adaptive Control. New York: Dover, 2012. 848 p.
7. Isidori A. Nonlinear control systems an introduction. Berlin: Springer-Verlag, 1989. 545 p.
8. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
9. Фуртат И. Б. Модифицированный алгоритм обратного обхода интегратора // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 10. С. 2—7.
10. Krstić M., Kanellakopoulos M., Kokotović P. V. Adaptive nonlinear control without overparametrization // Systems & Control Letters. 1992. Vol. 19, Iss. 3. P. 177—185.
11. Polycarpou M. M., Ioannou P. A. A robust adaptive nonlinear control design // Automatica. 1996. Vol. 32, Iss. 3. P. 423—427.
12. Li Y., Qiang S., Zhuang X., Kaynak O. Robust and adaptive backstepping control for nonlinear systems using RBF neural networks // IEEE Transactions on Neural Networks. 2004. Vol. 15, Iss. 3. P. 693—701.
13. Bouabdallah S., Siegwart R. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro Quadrotor // Proc. of IEEE Internat. Conf. on Robotics and Automation, 18—22 April 2005, Spain. Vol. 2005. P. 2247—2252.
14. Tong S., Liu C., Li Y. Fuzzy-adaptive decentralized output-feedback control for large-scale nonlinear systems with dynamical uncertainties // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 2010. Vol. 18, Iss. 5. P. 845—861.
15. Дружинина М. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Методы адаптивного управления нелинейными объектами по выходу // Автоматика и телемеханика. 1996. № 2. С. 3—33.
16. Колесников А. А. Аналитический синтез нелинейных систем, оптимальных относительно линейных агрегированных переменных // Известия вузов. Электромеханика. 1985. № 11. С. 9—18.
17. Колесников А. А. Аналитическое конструирование нелинейных агрегированных регуляторов по заданной совокупности инвариантных многообразий. I. Скалярное уравнение // Известия вузов. Электромеханика. 1987. № 3. С. 100—108.
18. Колесников А. А. Аналитическое конструирование нелинейных агрегированных регуляторов по заданной совокупности инвариантных многообразий. II. Векторное уравнение // Известия вузов. Электромеханика. 1987. № 5. С. 5—17.
19. Колесников А. А. Последовательная оптимизация нелинейных агрегированных систем. М.: Энергоатомиздат, 1987. 160 с.
20. Byrnes C. I., Isidori A. New results and examples in nonlinear feedback stabilization // Systems & Control Letters. 1989. Iss. 12. P. 437—442.
21. Tsiniias J. Sufficient Lyapunov-like conditions for stabilization // Mat. Contr. Signals Syst. 1989. Vol. 2, Iss. 12. P. 343—357.
22. Kokotovic P. V., Sussman H. J. A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems // Systems & Control Letters. 1989. Iss. 13. P. 125—133.
23. Kokotovic P. V., Arcak M. Constructive Nonlinear Control: progress in the 90'S // Prepr. 14th IFAC World Congress. Beijing, China, 1999.
24. Teel A. R. Global stabilization and restricted tracking for multiple integrators with bounded controls // Systems & Control Letters. 1992. Iss. 18. P. 165—171.

Backstepping and ADAR Method in the Problems of Synthesis of the Nonlinear Control Systems

A. A. Kolesnikov, ankolesnikov@sfedu.ru, Al. A. Kolesnikov, alkolesnikov@sfedu.ru,
A. A. Kuz'menko, aakuzmenko@sfedu.ru, Southern Federal University,
Institute of Computer Technologies and Information Security, Taganrog, 347922, Russian Federation

Corresponding author: Kuz'menko Andrew A., Ph. D., Associate Professor, Southern Federal University,
Institute of Computer Technologies and Information Security, Taganrog, 347922, Russian Federation
e-mail: aakuzmenko@sfedu.ru

Received on March 31, 2016

Accepted on April 07, 2016

In this paper the authors explore comparison of the famous method of analytical design of the aggregated regulators (ADAR), developed in the works of the scientific school of the Southern Federal University (Russia), and the method of backstepping. In a well-known review of P. Kokotović, the method of backstepping was mentioned as a milestone innovation in the control theory of the last decade of the 20th century. For the simplest nonlinear objects, which are derived to the structure of the serially connected integrators looped with feedbacks, the ADAR method and the backstepping method are formally deduced to the same results. But any variation of this structure, as well as an increase of the dimension and complexity of the control object model, leads to major difficulties for deriving of the analytical expression of the control law. The ADAR method of the Synergetic Control Theory is a way of forming and resonance exciting of the internal forces of co-interaction. These forces emerge in the desired structures, i.e. attractors, in a phase space of the designed systems, which are confirmed with a physical essence of the above system. In the paper the comparison of ADAR method with the backstepping method is presented with well-known examples of the nonlinear control systems' design problems. The provided numerical examples and computer simulation results clearly demonstrate the explicit advantages of ADAR method in comparison with the backstepping method by the following criteria: (i) the nonlinear regulators of the analytical design procedure and regulators of the physical validity; (ii) regulator settings of the selection validity and its value; and (iii) provision of the closed-loop system's asymptotic stability.

Keywords: control design, nonlinear control systems, backstepping technique, synergetic control theory, ADAR method

Acknowledgements: This work was supported by RFBR (grant № 14-08-00782-a).

For citation:

Kolesnikov A. A., Kolesnikov Al. A., Kuz'menko A. A. Backstepping and ADAR Method in the Problems of Synthesis of the Non-

linear Control Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 435—445.

DOI: 10.17587/mau.17.435-445

References

1. **Kolesnikov A. A.** *Sinergeticheskaja teorija upravlenija* (Synergetic control theory), Moscow, Jenergoatomizdat, 1994, 344 p. (in Russian).
2. **Kolesnikov A. A.** *Sinergeticheskie metody upravlenija slozhnymi sistemami: teorija sistemnogo sinteza* (Complex systems synergetic control methods: system synthesis theory), Moscow, KomKniga, 2006, 240 p. (in Russian).
3. **Kolesnikov A. A., Veselov G. E., Popov A. N.** et al. *Sinergeticheskie metody upravlenija slozhnymi sistemami: Mehanicheskie i jelektromechanicheskie sistemy* (Complex systems synergetic control methods: mechanical and electromechanical systems), Moscow, KomKniga, 2006, 304 p. (in Russian).
4. **Kolesnikov A. A., Kuz'menko A. A., Veselov G. E.** *Novye tehnologii proektirovanija sovremennyh sistem upravlenija processami generirovanija jelektroenergii* (New design technologies of modern process control systems for the electricity generating), Moscow, Publishing house "MEI", 2011, 280 p. (in Russian).
5. **Kolesnikov A. A.** *Novye nelinejnye metody upravlenija poletom* (New nonlinear methods of flight control), Moscow, Fizmatlit, 2013, 196 p. (in Russian).
6. **Ioannou P. A., Sun J.** *Robust Adaptive Control*, New York, Dover, 2012, 848 p.
7. **Isidori A.** *Nonlinear control systems an introduction*, Berlin, Springer-Verlag, 1989, 545 p.
8. **Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L.** *Nelinejnoe i adaptivnoe upravlenie slozhnymi dinamicheskimi sistemami* (Complex dynamic systems nonlinear and adaptive control), St. Petersburg, Nauka, 2000, 549 p. (in Russian).
9. **Furtat I. B.** *Modificirovannyj algoritm obratnogo obhoda integratora* (Modified algorithm of robust integrator backstepping), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2009, no. 10, pp. 2–7 (in Russian).
10. **Krstić M., Kanellakopoulos M., Kokotović P. V.** Adaptive nonlinear control without overparametrization, *Systems & Control Letters*, 1992, vol. 19, iss. 3, pp. 177–185.
11. **Polycarpou M. M., Ioannou P. A.** A robust adaptive nonlinear control design, *Automatica*, 1996, vol. 32, iss. 3, pp. 423–427.
12. **Li Y., Qiang S., Zhuang X., Kaynak O.** Robust and adaptive backstepping control for nonlinear systems using RBF neural networks, *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2004, vol. 15, iss. 3, pp. 693–701.
13. **Bouabdallah S., Siegwart R.** Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro Quadrotor, Proc. of IEEE Internat. Conf. on Robotics and Automation, 18–22 April 2005, Spain, vol. 2005, pp. 2247–2252.
14. **Tong S., Liu C., Li Y.** Fuzzy-adaptive decentralized output-feedback control for large-scale nonlinear systems with dynamical uncertainties, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2010, vol. 18, iss. 5, pp. 845–861.
15. **Druzhinina M. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L.** *Metody adaptivnogo upravlenija nelinejnymi ob'ektami po vyhodu* (Adaptive control methods for nonlinear objects output control), *Avtomatika i Telemekhanika*, 1996, no. 2, pp. 3–33 (in Russian).
16. **Kolesnikov A. A.** *Analiticheskij sintez nelinejnyh sistem, optimal'nyh odnositel'no linejnyh agregirovannyh peremennyh* (Analytical synthesis of nonlinear systems, which optimal regarding to nonlinear aggregate variables), *Izvestija Vuzov. Jelektromechanika*, 1985, no. 11, pp. 9–18 (in Russian).
17. **Kolesnikov A. A.** *Analiticheskoe konstruirovanie nelinejnyh agregirovannyh reguljatorov po zadannoju sovokupnosti invariantnyh mnogoo-brazij. I. Skaljarnoe uravnenie* (Nonlinear aggregated regulators analytical design for a given set of invariant manifolds. I. Scalar control), *Izvestija Vuzov. Jelektromechanika*, 1987, no. 3, pp. 100–108 (in Russian).
18. **Kolesnikov A. A.** *Analiticheskoe konstruirovanie nelinejnyh agregirovannyh reguljatorov po zadannoju sovokupnosti invariantnyh mnogoo-brazij. II. Vektornoe uravnenie* (Nonlinear aggregated regulators analytical design for a given set of invariant manifolds. II. Vector control), *Izvestija Vuzov. Jelektromechanika*, 1987, no. 5, pp. 5–17 (in Russian).
19. **Kolesnikov A. A.** *Posledovatel'naja optimizacija nelinejnyh agregirovannyh sistem* (Sequential optimization of nonlinear aggregated systems), Moscow, Jenergoatomizdat, 1987, 160 p. (in Russian).
20. **Byrnes C. I., Isidori A.** New results and examples in nonlinear feedback stabilization, *Systems & Control Letters*, 1989, iss. 12, pp. 437–442.
21. **Tsinias J.** Sufficient Lyapunov-like conditions for stabilization, *Mat. Contr. Signals Syst.*, 1989, vol. 2, iss. 12, pp. 343–357.
22. **Kokotovic P. V., Sussman H. J.** A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems, *Systems & Control Letters*, 1989, iss. 13, pp. 125–133.
23. **Kokotovic P. V., Arcak M.** Constructive Nonlinear Control: progress in the 90'S, *Prepr. 14th IFAC World Congress*, Beijing, China, 1999.
24. **Teel A. R.** Global stabilization and restricted tracking for multiple integrators with bounded controls, *Systems & Control Letters*, 1992, iss. 18, pp. 165–171.

УДК 28.50

DOI: 10.17587/mau.17.445-452

В. В. Григорьев, д-р техн. наук, проф., grigw@yandex.ru,
С. В. Быстров, канд. техн. наук, доц., sbystrov@mail.ru,
Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий механики и оптики,
О. К. Мансурова, канд. техн. наук, доц., erke7@mail.ru,
Национальный минерально-сырьевой университет "Горный",
И. М. Першин, д-р техн. наук, проф., ivmp@yandex.ru,
Северо-Кавказский федеральный университет,
М. И. Першин, аспирант, Pershinmaksim1992@yandex.ru,
Южный федеральный университет

Качественное распределение мод в системах с распределенными параметрами*

Обсуждается разработка методики качественного распределения мод, определяющих показатели качества процессов в линейных системах с распределенными параметрами. Для использования частотных методов исследования линейных распределенных систем выполнена модификация критерия Найквиста, которая позволяет проводить анализ параметров областей расположения пространственных мод, связанных с показателями качества процессов.

Ключевые слова: распределенные системы, пространственные моды, критерий Найквиста, качественное распределение

*Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01) Министерства образования и науки РФ (проект 14.Z).

Введение

Современные непрерывные технологические процессы большой мощности характеризуются сложными динамическими процессами, параметры которых изменяются не только во времени, но и в пространстве. В качестве примера могут служить гидrolитосферные процессы, процессы, связанные с термической обработкой, диффузией и т. п. (в теории управления этот класс процессов назван объектами с распределенными параметрами) [1–5]. Математические модели таких процессов либо не известны, либо описываются уравнениями в частных производных. Основные подходы, используемые при анализе линейных объектов с распределенными параметрами [6–14], основаны на использовании теории дифференциальных уравнений в частных производных и частотных методов.

Без потери общности для линейных объектов с распределенными параметрами рассматривается задача применения качественной теории распределения мод [15–18] для синтеза систем управления. Отметим, что для данного класса объектов имеет место разложение их математических моделей на совокупность собственных вектор-функций операторов объектов, собственное движение которых описывается бесконечномерными дифференциальными уравнениями.

Методика синтеза распределенных регуляторов, использующая качественную теорию распределения мод, рассмотрена на примере построения замкнутой системы управления процессом распространения теплоты в пластинке конечных размеров.

Постановка задачи

Основные подходы, применяемые при анализе линейных объектов с распределенными параметрами, основаны на использовании теории дифференциальных уравнений в частных производных и частотных методов. Поставим задачу применения качественной теории для синтеза систем управления с распределенными параметрами.

Под качественным распределением мод понимается расположение мод в круге радиуса $r > 0$, с центром в точке $(\beta, j0)$, причем значение $\beta + r$ должно быть меньше нуля, т. е. данный круг должен лежать в левой полуплоскости комплексной плоскости корней, где параметр β определяет среднюю скорость сходимости процессов к положению равновесия, а параметр r — отклонения траекторий движения от их средних значений.

Основной результат

Рассмотрим применение качественной теории к синтезу распределенных систем управления. Как известно [1–3, 5], передаточные функции многих распределенных объектов по отдельным модам могут быть представлены в виде

$$W_{\eta}(s) = \frac{K_{\eta}}{T_{\eta}s + 1} e^{-\tau_{\eta}s} \quad (\eta = 1, 2, \dots), \quad (1)$$

где s — оператор Лапласа; T_{η} , K_{η} , τ_{η} — параметры (постоянная времени, коэффициент усиления, запаздывание), определяемые с использованием результатов эксперимента.

Сведем поставленную задачу качественного расположения мод к классической задаче определения устойчивости, для чего введем конформное отображение левой полуплоскости комплексной плоскости в единичный круг с центром в начале координат вида [14–18]

$$s_0 = \frac{1+s}{1-s},$$

а затем применим еще одно конформное отображение, преобразующее единичный круг с центром в начале координат в круг произвольного радиуса r с центром в точке $(\beta, j0)$, посредством преобразования

$$s_1 = \frac{1+s}{1-s} r - \beta. \quad (2)$$

Тогда характеристический полином замкнутой системы по данной моде $D(s_1) = A(s_1) - B(s_1)$ должен иметь все корни характеристического полинома относительно переменной s_1 в круге радиуса $r > 0$, с центром в точке $(\beta, j0)$, причем значение $\beta + r$ должно быть меньше нуля, т. е. все корни относительно переменной s_1 должны иметь отрицательные вещественные части. При этом вспомогательная передаточная функция (1) с учетом (2) примет вид

$$W_{\eta}(s_1) = \frac{D_{\eta}(s_1)}{D_{1,\eta}(s_1)}. \quad (3)$$

Перейдем к частотным передаточным функциям, заменив оператор s_1 в передаточной функции (3) на

$$s_1 = \frac{1+j\omega}{1-j\omega} r - \beta = j\omega_1,$$

при этом

$$W_{\eta}(j\omega_1) = \frac{D_{\eta}(j\omega_1)}{D_{1,\eta}(j\omega_1)}. \quad (4)$$

Согласно принципу приращения аргумента, если разомкнутый контур имеет l корней, лежащих вне круга радиуса $r > 0$, с центром в точке $(\beta, j0)$, причем значение $\beta + r$ должно быть меньше нуля, а остальные $n - l$ корней располагаются в данном круге, то приращение аргумента вспомогательной частотной передаточной функции (4) должно быть равно

$$f_1 = \frac{n\pi}{2} - \frac{(n-l)\pi}{2} + \frac{l\pi}{2} = l\pi,$$

где f_1 — приращение аргумента вспомогательной частотной передаточной функции. Переходя к амплитудно-фазочастотной характеристике разомкнутого контура, получаем, что приращение аргумента частотной передаточной функции разомкнутого контура (4) относительно точки комплексной плоскости $(-1, j0)$ должно быть равно

$$f_2 = l\pi,$$

где f_2 — приращение аргумента разомкнутого контура. Если разомкнутый контур качественно экспоненциально устойчив с параметрами β и r , то $l = 0$ и приращение аргумента $f_2 = 0$, т. е. амплитудно-фазочастотная характеристика модифицированной частотной передаточной функции разомкнутого каждого контура $W_{\eta}(s = j\omega_1)$ не должна охватывать точку $(-1, j0)$ комплексной плоскости, при этом линейная система будет качественно экспоненциально устойчивой с параметрами β и r .

Сведем задачу установления факта качественного распределения мод к классической задаче определения устойчивости, для чего введем конформное отображение

$$s_1 = \frac{1+s}{1-s} r - \beta, \text{ или } s = \frac{s_1 - r + \beta}{r + s_1 + \beta}.$$

Полагая что $s = j\omega$; $s_1 = j\omega_1$ и преобразуя, получим

$$j\omega = j(2\omega_1 r / (\omega_1^2 + (r + \beta)^2)) + (\omega_1^2 - (r^2 - \beta^2)) / (\omega_1^2 + (r + \beta)^2).$$

Характеристический полином по каждой пространственной моде замкнутой системы должен иметь все корни относительно переменной s_1 в левой полуплоскости. Другими словами, все корни должны иметь отрицательные значения вещественных частей, а корни исходного объекта (системы) при этом должны лежать в круге радиуса $r > 0$, с центром в точке $(\beta, j0)$, причем значение $\beta + r$ должно быть меньше нуля (контур по каждой пространственной моде качественно экспоненциально устойчив с параметрами β и r). Таким образом, проведена модификация критерия Найквиста, позволяющего анализировать качественное расположение мод в замкнутой распределенной системе.

Примеры

Пример 1. Поясним процедуру определения коэффициента усиления регулятора для системы управления сосредоточенным объектом, передаточная функция которого задана в виде

$$W(s) = (1/(5s + 1)) \exp(-0,06s).$$

Полагая $s = j\omega$ и преобразуя, получим

$$W(j\omega_1) = \frac{1}{5[j(2\omega_1 r / (\omega_1^2 + (r + \beta)^2)) + (\omega_1^2 - (r^2 - \beta^2)) / (\omega_1^2 + (r + \beta)^2)] + 1} \times \exp[-0,06\{j(2\omega_1 r / (\omega_1^2 + (r + \beta)^2)) + (\omega_1^2 - (r^2 - \beta^2)) / (\omega_1^2 + (r + \beta)^2)\}].$$

С использованием данного соотношения построен модифицированный пространственный годограф, приведенный на рис. 1.

В соответствии с критерием устойчивости Найквиста [18, 19] определим статический коэффициент усиления регулятора $K = -1/(-0,05) = 20$ (рис. 2). Моделируя работу замкнутой системы, получены графики переходного процесса, приведенные на рис. 3.

Рассмотрим некоторые особенности систем с распределенными параметрами. При исследовании данных систем в работах [1–3, 5] введено по-

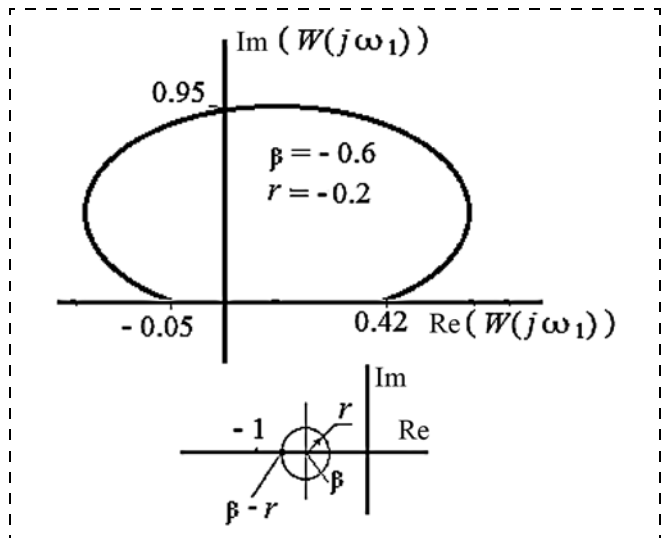


Рис. 1. Модифицированный годограф рассматриваемого объекта

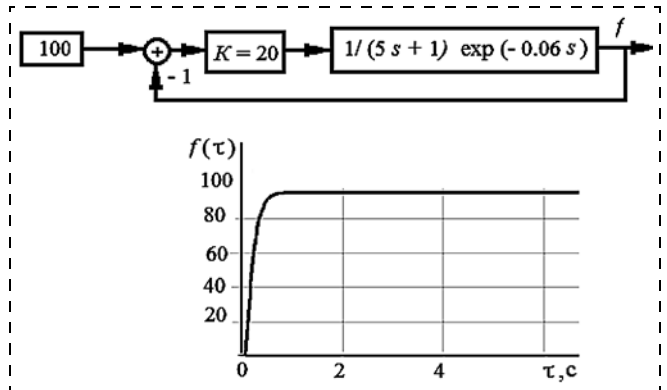


Рис. 2. Результаты моделирования замкнутой системы управления

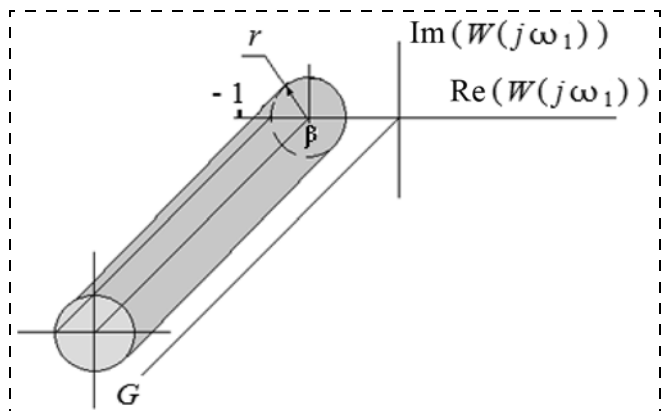


Рис. 3. Расположение цилиндра в комплексной области

нятие пространственных мод — собственных вектор-функций операторов объектов. Собственное движение таких пространственных мод описывается бесконечными дифференциальными уравнениями. Преобразование по Лапласу таких уравнений приводит к бесконечным полиномам (к бесконечному числу корней по каждой пространственной моде). При этом число собственных вектор-функций оператора объекта (пространственных мод) также бесконечно. Для описания динамических характеристик распределенного объекта управления в работах [1, 2, 5] введена обобщенная координата G . Она позволяет бесконечную совокупность годографов, описывающих динамические характеристики по каждой пространственной моде, свести к поверхности — пространственному годографу, с использованием которого разработана частотная процедура синтеза.

Будем теперь под качественным распределением мод для систем с распределенными параметрами понимать расположение мод в цилиндре радиуса $r > 0$, с центром в точке $(\beta, j0)$, причем значение $\beta + r$ должно быть меньше нуля, т. е. данный круг должен лежать в левой полуплоскости комплексной плоскости корней, где параметр β определяет среднюю скорость сходимости процессов к положению равновесия, а параметр r — отклонения траекторий движения от их средних значений (рис. 3), где G — обобщенная координата, с помощью которой учитывается бесконечная совокупность пространственных мод [1, 2].

Пример 2. Синтез распределенного регулятора для системы управления температурным полем многослойной пластинки (рис. 4).

Управляющим воздействием служит тепловой поток, распределенный по поверхности S_1 , а функцией выхода — температурное поле $T_3(x, y, Z^*, \tau)$. Здесь и далее τ — время.

Поверхности S_2, S_4, S_6 теплоизолированы, а поверхности S_3, S_5 поддерживаются при постоянной температуре, равной нулю.

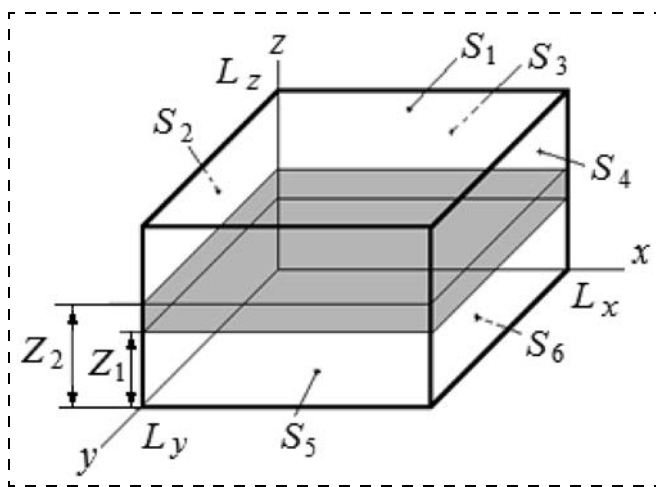


Рис. 4. Объект управления

Для оценки динамических характеристик сформируем математическую модель объекта управления.

$$\frac{\partial T_i(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = a_i \left(\frac{\partial^2 T_i(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_i(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_i(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right), \quad i = \overline{1, 3}, \quad (5)$$

$$0 < x < L_x, \quad 0 < y < L_y, \quad z_i < z < z_{i-1},$$

$$Z_0 = 0, \quad Z_3 = L_z.$$

Граничные условия для поверхностей S_3 и S_5 имеют вид

$$T_i(x, L_y, z, \tau) = 0, \quad 0 \leq x \leq L_x, \quad z_i \leq z \leq z_{i-1}. \quad (6)$$

Граничные условия для поверхностей S_2 и S_4 имеют вид

$$\frac{\partial T_i(0, y, z, \tau)}{\partial x} = 0, \quad 0 \leq y \leq L_y, \quad z_i \leq z \leq z_{i-1};$$

$$\frac{\partial T_i(L_x, y, z, \tau)}{\partial x} = 0, \quad 0 \leq y \leq L_y, \quad z_i \leq z \leq z_{i-1}. \quad (7)$$

Условия на границах раздела сред, отражающие равенство температур и тепловых потоков, выражаются соотношениями

$$T_1(x, y, Z_1, \tau) = T_2(x, y, Z_1, \tau);$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(x, y, Z_1, \tau)}{\partial z} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(x, y, Z_1, \tau)}{\partial z},$$

$$0 \leq x \leq L_x, \quad 0 \leq y \leq L_y; \quad (8)$$

$$T_2(x, y, Z_2, \tau) = T_3(x, y, Z_2, \tau);$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2(x, y, Z_2, \tau)}{\partial z} = \lambda_3 \frac{\partial T_3(x, y, Z_2, \tau)}{\partial z},$$

$$0 \leq x \leq L_x, \quad 0 \leq y \leq L_y. \quad (9)$$

Управляющее воздействие в виде теплового потока распределено по границе S_1 :

$$\lambda_3 \frac{\partial T_3(x, y, L_z, \tau)}{\partial z} = U(x, y, \tau), \quad 0 \leq x \leq L_x, \quad 0 \leq y \leq L_y. \quad (10)$$

Поверхность S_6 теплоизолирована:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(x, y, 0, \tau)}{\partial z} = 0, \quad 0 \leq x \leq L_x, \quad 0 \leq y \leq L_y. \quad (11)$$

Здесь $T_i(x, y, z, \tau)$ — температурное поле i -й среды; $U(x, y, \tau)$ — управляющее воздействие; x, y, z — пространственные координаты; τ — время.

Ставится задача выбора такого управляющего воздействия (теплового потока распределенного по поверхности S_1), которое обеспечивает качественное распределение выбранных для управления пространственных мод.

Рассмотрим некоторые особенности систем с распределенными параметрами на примере синтеза регуляторов для системы управления температурным полем многослойной пластинки (рис. 4), математическая модель которой описывается уравнениями (5)–(11).

Геометрические параметры пластины представлены ниже:

L_x	0,5
L_y	0,6
L_z	0,4
z_1	0,166
z_2	0,207
Z^*	0,262

Теплофизические параметры заданы следующими значениями:

$$a_1 = a_3 = 0,000004; a_2 = 0,000019;$$

$$\lambda_1 = \lambda_3 = 0,059; \lambda_2 = 20,11$$

(геометрические и теплофизические параметры заданы в системе СИ).

Рассматриваемый объект принадлежит к классу пространственно-инвариантных [1, 2]. В качестве собственных вектор-функций (пространственных мод) выберем функции вида

$$U_{\eta, \gamma}(x, y, \tau) = C_{\eta, \gamma}(\tau) \cos(\psi_{\eta} x) \sin(\psi_{\gamma}^* y);$$

$$\psi_{\eta} = \pi \eta / L_x; \psi_{\gamma}^* = \pi \gamma / L_y, \eta, \gamma = \overline{1, \infty}.$$

Вид собственных вектор функций оператора объекта обусловлен граничными условиями (8)–(9).

Определим реакцию объекта на выбранные моды входного воздействия:

$$U(x, y, \tau) = U_{\eta, \gamma}(x, y, \tau), \eta = \eta^*, \gamma = \gamma^*.$$

Реакция объекта на выбранную пространственную моду входного воздействия может быть представлена в виде

$$T_3(x, y, Z^*, \tau) = T_{\eta, \gamma}(x, y, Z^*, \tau) =$$

$$= H_{\eta, \gamma}(\tau) \cos(\psi_{\eta} x) \sin(\psi_{\gamma}^* y).$$

Преобразуя по Лапласу при нулевых начальных условиях функцию выхода и входное воздействие и взяв их отношение, получим передаточную функцию рассматриваемого объекта по выбранной пространственной моде. В рассматриваемом случае эта передаточная функция может быть записана в виде

$$W_{\eta, \gamma}(s) = H_{\eta, \gamma}(s) / C_{\eta, \gamma}(s).$$

Записывая передаточную функцию рассматриваемого объекта с использованием обобщенной координаты, получим

$$W(G, s) = H(G/s) / C(G, s),$$

$$G = (\psi_{\eta})^2 + (\psi_{\gamma}^*)^2; \psi_{\eta} = \pi \eta / L_x; \psi_{\gamma}^* = \pi \gamma / L_y, \eta, \gamma = \overline{1, \infty}.$$

В рассматриваемом случае поставленная задача решалась численно. Для этого с использованием математической модели объекта была составлена численная модель и определена реакция объекта на выбранные пространственные моды входного воздействия (определена функция $H(G/\tau)$ для выбранных значений η и γ). Схема дискретизации объекта управления приведена на рис. 5.

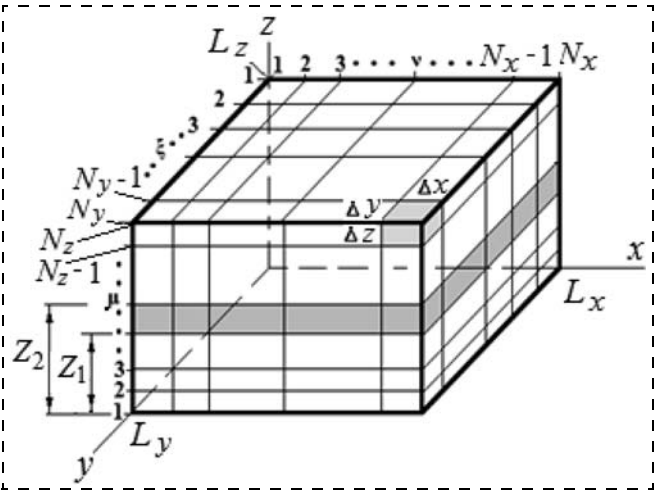


Рис. 5. Схема дискретизации

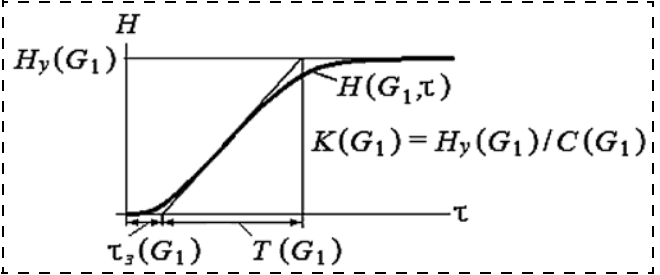


Рис. 6. График функции $H(G_1, \tau)$

При моделировании объекта управления были выбраны следующие значения переменных: $C(G) = 1000$; $N_x = 8$; $N_y = 8$; $N_z = 30$;
 $\Delta x = L_x / (N_x - 1)$; $\Delta y = L_y / (N_y - 1)$; $\Delta z = L_z / (N_z - 1)$.

Как известно, в методике синтеза распределенных регуляторов используют динамические характеристики двух пространственных мод.

Положим, что в результате моделирования определены функции $H(G_1, \tau)$ и $H(G_3, \tau)$. График функции $H(G_1, \tau)$ приведен на рис. 6.

Аппроксимируем передаточную функцию по выбранным пространственным модам передаточной функцией вида

$$W(G, s) = \frac{k(G)}{T(G)s + 1} e^{-s\tau_3(G)}, \quad (12)$$

где τ_3 — запаздывание.

В результате численного моделирования получены следующие значения параметров передаточной функции:

$$\eta = 1, \gamma = 1, G_1 = 66,87, K(G_1) = 0,28224,$$

$$T(G_1) = 2058,18858, \tau_3(G_1) = 449,3909;$$

$$\eta = 3, \gamma = 3, G_3 = 602,06, K(G_3) = 0,04322,$$

$$T(G_3) = 1120,09085, \tau_3(G_3) = 314,6384.$$

С использованием вычисленных параметров и соотношений (12) были построены годографы для выбранных пространственных мод (рис. 7, 8).

Модифицированный пространственный годограф объекта управления приведен на рис. 9.

Формулировка критерия устойчивости Найквиста для рассматриваемых систем приведена в работе [19]. Получено, что для устойчивости замкнутых систем достаточно, чтобы модифицированный пространственный годограф не охватывал линию: $\text{Re} = -1, \text{Im} = 0, G$.

В работах [1, 2] разработан специальный набор распределенных звеньев, из которых формируется структура распределенного регулятора. Использу-

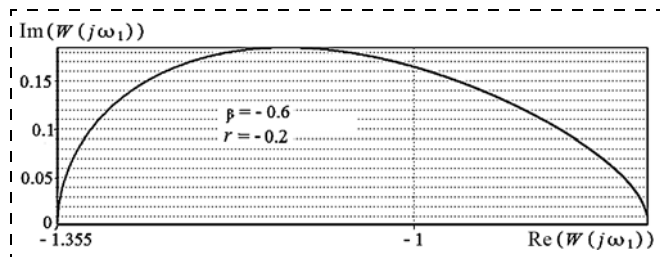


Рис. 7. Модифицированный годограф для G_1

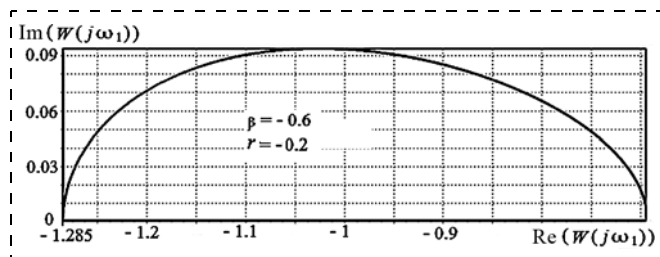


Рис. 8. Модифицированный годограф для G_3

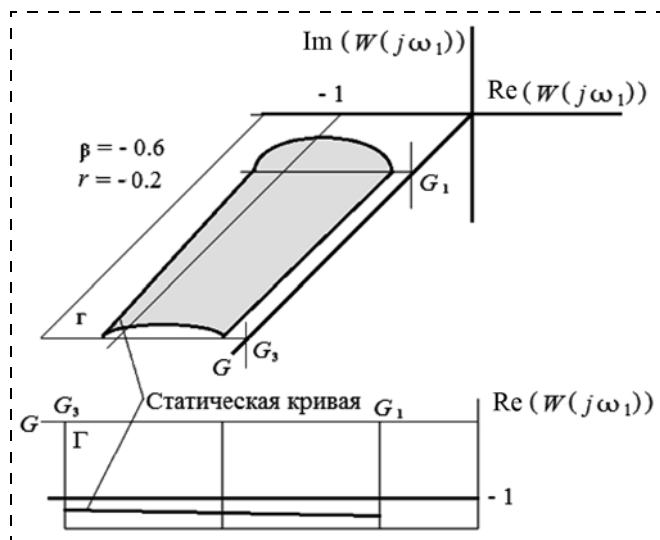


Рис. 9. Модифицированный пространственный годограф объекта управления

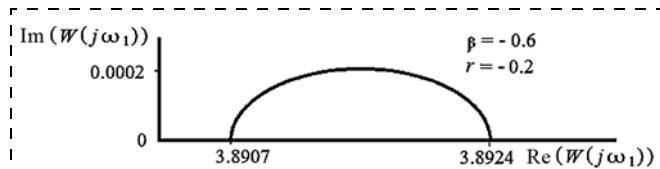


Рис. 10. Модифицированный годограф регулятора $W_{\text{ПИ}}$

ем рассмотренные звенья в процедуре синтеза. Передаточная функция пространственно-усилительного звена записывается в виде

$$W(x, y) = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right], 1 \leq n_1 < \infty.$$

Рассматриваемое звено с использованием обобщенной координаты G [1–5] может быть записано в виде

$$W(G) = E_1 [(n_1 - 1)/n_1 + G/n_1], 1 \leq n_1 < \infty. \quad (13)$$

Рассмотрим **методику синтеза распределенного пропорционально-интегрального закона управления**. Эта методика использует методы синтеза регуляторов для сосредоточенных и распределенных систем управления и распадается на следующие этапы.

1. Синтезируем пропорционально-интегральный закон управления. В процессе синтеза пропорционально-интегрального закона управления по первой пространственной моде ($\eta = 1, \gamma = 1, G_1 = 66,87, K(G_1) = 0,28224, T(G_1) = 2058,18858, \tau_3(G_1) = 449,3909$) частотным методом сосредоточенных систем [19] получен регулятор, передаточная функция которого имеет вид

$$W_{\text{ПИ}} = K + 1/(Ts),$$

где $K = 3,889, T = 1168,70456$.

Модифицированный годограф рассматриваемого регулятора приведен на рис. 10.

2. Определяем параметры пространственно-усилительного звена.

2.1. Синтезируемый регулятор состоит из двух блоков — распределенного пространственно-усилительного звена и $W_{\text{ПИ}}$, параметры которого определены выше:

$$R = E_1 \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] (3,889 + 1/(1168,70456s)).$$

Вычислим желаемые коэффициенты усиления пространственно-усилительного звена (\bar{M}_i) по выбранным пространственным модам (G_1 и G_3). При этом воспользуемся годографами объекта управления для выбранных пространственных мод (см. рис. 7, 8), модифицированным годографом регулятора $W_{\text{ПИ}}$ (рис. 10) и критерием устойчивости Найквиста:

$$\bar{M}_1 = -1/(-1,3155 \cdot 3,8907) = 0,1897,$$

$$\bar{M}_3 = -1/(-1,285 \cdot 3,8907) = 0,1999.$$

2.2. Для определения параметров распределенного регулятора воспользуемся соотношениями (13):

• для G_1 :

$$W(G_1) = \bar{M}_1 = E_1 [(n_1 - 1)/n_1 + G_1/n_1]; \quad (14)$$

• для G_3 :

$$W(G_3) = \bar{M}_3 = E_1 [(n_1 - 1)/n_1 + G_3/n_1]. \quad (15)$$

Решая систему уравнений (14), (15), определим значения параметров пространственно-усилительного звена:

$$n_1 = \frac{-1 + \Delta M - \Delta M G_1 + G_3}{\Delta M - 1} =$$

$$= \frac{-1 + 1,054 - 1,054 \cdot 66,87 + 602,06}{0,054} = 9243;$$

$$E_1 = \bar{M}_1 / [(n_1 - 1)/n_1 + G_1/n_1] =$$

$$= 0,1999 / \left[(9243 - 1)/9243 + \frac{66,89}{9243} \right] = 0,186, \quad (16)$$

где $\Delta M = \frac{\bar{M}_3}{\bar{M}_1} = \frac{0,1999}{0,1897} = 1,054$.

Структурная схема синтезированной системы управления приведена на рис. 11.

По результатам моделирования замкнутой системы управления построен график функции расхождения

$$\Delta T(x, y, z = Z^*, \tau) = 100 - T(x, y, z = Z^*, \tau)$$

для заданной точки $z = Z^*$, $x = 0,2$, $y = 0,3$ (рис. 12). Аналогичные графики могут быть построены и для других точек.

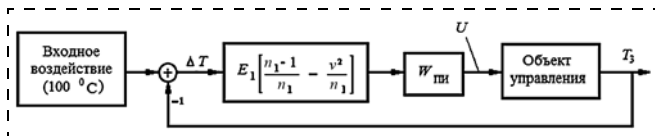


Рис. 11. Структурная схема системы управления

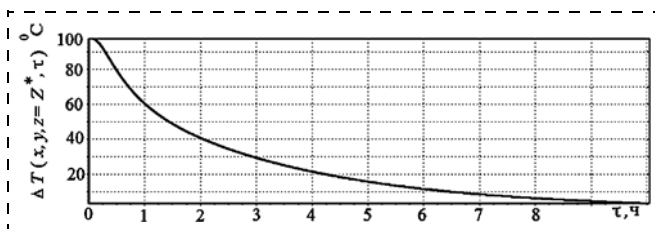


Рис. 12. График функции расхождения

Как показывают результаты моделирования, методика качественного распределения пространственных мод может быть с успехом использована при анализе и синтезе распределенных систем управления.

Заключение

Необходимость формирования областей качественного расположения пространственных мод, параметры которых связаны с показателями качества процессов проектируемой системы, диктуется практической необходимостью повышения качества процессов управления в распределенных системах. Результаты моделирования показывают, что предлагаемая методика синтеза, использующая моди-

фицированный годограф и частотные методы синтеза сосредоточенных и распределенных систем, может быть использована при синтезе различных законов управления для систем с распределенными параметрами. По сути, эта методика распадается на два этапа: на первом этапе методами сосредоточенных систем синтезируется заданный закон управления, на втором этапе с использованием модифицированного годографа разомкнутой системы синтезируются параметры пространственно-усилительного блока.

Список литературы

1. Першин И. М. Синтез систем с распределенными параметрами. Пятигорск: РИО КМВ, 2002. 212 с.
2. Малков А. В., Першин И. М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир, 2012. 476 с.
3. Бутковский А. Г. Структурная теория распределенных систем. М.: Наука, 1977. 320 с.
4. Сиразетдинов Т. К. Оптимизация систем с распределенными параметрами. М.: Наука, 1977. 479 с.
5. Григорьев В. В., Быстров С. В., Першин И. М. Синтез распределенных регуляторов: учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПб. ГУИТМО, 2011. 200 с.
6. Martirosyan A. V., Martirosyan K. V., Pershin I. M. Analysis of the Caucasus Mineral Waters' Field's Modeling // Modern Applied Science. 2015. Vol. 9, N. 1. P. 204–210.
7. Chernyshev A. B., Martirosyan K. V. Analysis of the nonlinear distributed control system's sustainability // Journal of Mathematics and Statistics. 2014. 10 (3). P. 316–321.
8. Martirosyan A. V., Martirosyan K. V., Kaplyova T. S. The model of mineral water deposits sustainable management using the decision support system // World Applied Sciences Journal. 2013. N. 27. P. 101–106.
9. Martirosyan A. V., Martirosyan K. V. Modeling of information system "Caucasus Mineral Water's hydromineral resources" // 4th International Scientific and Practical Conference "Science and Society". London: SCIEURO, 2013. P. 16–24.
10. Martirosyan A. V., Yanukyan E. G., Martirosyan K. V. Methods of complex object's transfer function calculation for distributed control system // Journal of Mathematics and Statistics. 2014. N. 10 (3). P. 23–27.
11. William By Porter A. Sensitivity problems in distributive systems // Int. J. Control. 1976. V. 5. P. 159–177.
12. Першин И. И. Исследование погрешностей динамических характеристик распределенных объектов при аппроксимации // Современная наука и инновации. 2014. Вып. № 4 (8). С. 46–50.
13. Pasca La., Levis A. H. and Jin V. Y.-Y. On the design of Distributed Organisational structures // Automatica. 1988. V. 24, N. 1. P. 81–86.
14. Grigoriev V. V., Mansurova O. K. Qualitative exponential stability and instability of dynamical systems. Preprints of 5th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS'01). St.-Petersburg, 2001.
15. Григорьев В. В., Быстров С. В., Рабыш Е. Ю., Мансурова О. К. Использование условий качественной неустойчивости для оценки динамических процессов // Научно-технический вестник СПбГУИТМО. Санкт-Петербург. 2012. Т. 77. № 1. С. 41–46.
16. Быстров С. В., Григорьев В. В., Рабыш Е. Ю., Мансурова О. К. Анализ качества переходных процессов в непрерывных и дискретных системах на основе условий качественной экспоненциальной устойчивости // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 9. С. 32–36.
17. Григорьев В. В., Быстров С. В., Наумова А. К., Рабыш Е. Ю., Черевко Н. А. Использование условий качественной экспоненциальной устойчивости для оценки динамических процессов // Изв. вузов. Приборостроение. 2011. Т. 54, № 6. С. 24–30.
18. Григорьев В. В., Быстров С. В., Мансурова О. К., Першин И. М. Анализ устойчивости линейных систем с распределенными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 9. С. 2–5.
19. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления. Особые линейные и нелинейные системы. М.: Энергия, 1981. 303 с.

Qualitative Distribution of Modes in the Systems with Distributed Parameters

V. V. Grigoriev, grigw@yandex.ru✉, **S. V. Bystrov**, sbystrov@mail.ru,
ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation,

O. K. Mansurova, erke7@mail.ru,

National Mineral Resources University (Mining University), St. Petersburg, 199106, Russian Federation,

I. M. Pershin, ivmp@yandex.ru,

North-Caucasian Federal University, Pyatigorsk Branch, Pyatigorsk, 357501, Russian Federation,

M. I. Pershin, Pershinmaksim1992@yandex.ru,

Southern Federal University, Taganrog, 347928, Russian Federation

Corresponding author: **Grigoriev V. V.**, D. Sc., Professor,
ITMO University, St. Petersburg, 197101, Russian Federation
e-mail: grigvv@yandex.ru

Received on November 11, 2016

Accepted on February 24, 2016

There are many continuous technological processes of high power, with huge material and energy flows. Their parameters can change not only in time, but also in space. The hydrolithospheric processes, the processes connected with heat treatment, diffusion, etc. (in the control theory this class of processes is called objects with the distributed parameters), can serve as an example. Mathematical models of such processes either are not known, or described by the equations in private derivatives. The main approaches, used for analysis of the linear objects with the distributed parameters [6–14] are based on the theory of differential equations in private derivatives and frequency methods. Without a loss of the linear objects with the distributed parameters we will set the task of application of the qualitative theory [15–19] for a synthesis of the control systems with the distributed parameters. We should note that for the distributed objects a decomposition of their mathematical models on the own vector — functions of the operators of objects, the own movement of which is described by large dimensional differential equations, takes place. The technique of synthesis of the distributed regulators using the qualitative theory is considered on the example of construction of the closed control systems of the heat distribution process in a plate of the final sizes.

Keywords: distributed systems, areas location parameters, Nyquist criterion, qualitative distribution

Acknowledgements: This work was supported by the leading universities of Russian Federation (grant 074-U01) the Ministry of Education and Science of the Russian Federation, Project no. 14.Z50.31.0031.

For citation:

Grigoriev V. V., Bystrov S. V., Mansurova O. K., Pershin I. M., Pershin M. I. Qualitative Distribution of Modes in the Systems with Distributed Parameters, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 445–452.

DOI: 10.17587/mau.17.445-452

References

1. **Pershin I. M.** *Sintez sistem s raspredelennymi parametrami* (Synthesis of distributed parameter systems), RIO KVM, Piatigorsk, 2002, 212 p. (in Russian).
2. **Malkov A. V., Pershin I. M.** *Sistemy s raspredelennymi parametrami. Analiz i sintez* (Distributed-parameter systems. Analysis and Synthesis), Moscow, Nauchnyi mir, 2012, 476 p. (in Russian).
3. **Butkovsky A. G.** *Strukturnaya teoriya raspredelennykh sistem* (Structural Theory of Distributed Systems), Moscow, Nauka, 1977, 320 p. (in Russian).
4. **Sirazetdinov T. K.** Optimization of distributed parameter systems, Moscow, Nauka, 1977, 479 p. (in Russian).
5. **Grigoriev V. V., Bystrov S. V., Pershin I. M.** *Optimizatsiya sistem s raspredelennymi parametrami* (Synthesis of distributed controllers. (Tutorial)), Saint-Petersburg, Publishing house of Saint-Petersburg SU ITMO, 2011, 200 p. (in Russian).
6. **Martirosyan A. V., Martirosyan K. V., Pershin I. M.** Analysis of the Caucasus Mineral Waters' Field's Modeling, *Modern Applied Science*, 2015. vol. 9, no. 1, pp. 204–210.
7. **Chernyshev A. B., Martirosyan K. V.** Analysis of the nonlinear distributed control system's sustainability, *Journal of Mathematics and Statistics*, 2014, no. 10 (3), pp. 316–321.
8. **Martirosyan A. V., Martirosyan K. V., Kapylova T. S.** The model of mineral water deposits sustainable management using the decision support system, *World Applied Sciences Journal*, 2013, no. 27, pp. 101–106.
9. **Martirosyan A. V., Martirosyan K. V.** Modeling of information system "Caucasus Mineral Water's hydromineral resources", *4th International Scientific and Practical Conference "Science and Society"*, London, SCIEURO, 2013, pp. 16–24.
10. **Martirosyan A. V., Yanukyan E. G., Martirosyan K. V.** Methods of complex object's transfer function calculation for distributed control system, *Journal of Mathematics and Statistics*, 2014, no. 10 (3), pp. 23–27.
11. **William By Porter A.** Sensitivity problems in distributive systems, *Int. J. Control*, 1976, vol. 5, pp. 159–177.
12. **Pershin I. M.** *Issledovanie pogreshnosti dinamicheskikh kharakteristik raspredelennykh ob'ektov pri approksimatsii* (Investigation of dynamic characteristics of errors in the approximation of distributed objects), *Modern science and innovation*, 2014, iss. № 4 (8), pp. 46–50 (in Russian).
13. **Pasca La., Levis A. H., Jin V. Y.-Y.** On the design of Distributed Organisational structures, *Automatica*, 1988, vol. 24, no. 1, pp. 81–86.
14. **Grigoriev V. V., Mansurova O. K.** Qualitative exponential stability and instability of dynamical systems, *Preprints of 5th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS'01)*, St. Petersburg, 2001.
15. **Grigoriev V. V., Bystrov S. V., Mansurova O. K., Rabish E. Y.** *Ispol'zovanie uslovii kachestvennoi neustoiichivosti dlya otsenki dinamicheskikh protsessov* (Using terms of quality of instability for the evaluation of dynamic processes), *Scientific and Technical Gazette SPBGUITMO*, St. Petersburg, 2012, vol. 77, no. 1, pp. 41–46 (in Russian).
16. **Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Rabish E. Y., Mansurova O. K.** *Analiz kachestva perekhodnykh protsessov v nepreryvnykh i diskretnykh sistemakh na osnove uslovii kachestvennoi eksponentsial'noi ustoiichivosti* (Analysis of the quality of transition processes in continuous and discrete systems based on high-quality conditions for exponential stability), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2012, no. 9, pp. 32–36 (in Russian).
17. **Grigoriev V. V., Bystrov S. V., Naumov A. K., Rabish E. Y., Cherevko N. A.** *Ispol'zovanie uslovii kachestvennoi eksponentsial'noi ustoiichivosti dlya otsenki dinamicheskikh protsessov* (Using qualitative conditions of exponential stability for the evaluation of dynamic processes), *Izv. Vuzov. Priborostroenie*, 2011, vol. 54, no. 6, pp. 24–30 (in Russian).
18. **Grigoriev V. V., Bystrov S. V., Mansurova O. K., Pershin I. M.** *Analiz ustoiichivosti lineinykh sistem s raspredelennymi parametrami* (Stability analysis of linear systems with distributed parameters), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 9, pp. 2–5 (in Russian).
19. **Voronov A. A.** *Osnovy teorii avtomaticheskogo upravleniya. Osobyne lineinye i nelineinye sistemy* (Fundamentals of the theory of automatic control. Special linear and nonlinear systems), Moscow, Energia, 1981, 303 p. (in Russian).

Памяти моего школьного друга
Н. Н. Береды

В. А. Подчукаев, д-р техн. наук, проф., sstu85@yandex.ru,
Саратовская государственная юридическая академия,
Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов

Квантово-волновой дуализм описания динамических систем¹

Рассматривается введенное автором пространство возможных состояний динамической системы, описываемое скалярным полем в виде гиперболы со смещенным центром. Показано, что это поле квантовано выколотыми точками центра смещения, что в дополнение к известным квантованию по времени и по уровню является новым приемом квантования на основе введенного автором понятия кванта движения. Квант движения определен как интервал знакопостоянства знакопеременных компонент ротора векторного поля от одной выколотой точки до другой. Доказано, что пространство возможных состояний является пульсирующей гиперсферической волной переменной кривизны, координаты центра которой представляют собой алгебраическую сумму скалярных волн кручения по ветви равнобочной гиперболы и обратных им скалярных волн экспоненциального движения к точкам смены знака. Доказательство основано на предложенной процедуре отображения фазового пространства на евклидову плоскость.

Ключевые слова: скалярное поле, выколотая точка, центр смещения, квант движения, прямое движение, обратное движение, гиперпространство состояний, отображение пространства, гиперсфера, псевдосфера

Введение

Объектом исследований в статье в рамках теории автоматического управления является корпускулярно-волновой дуализм (квантово-волновой дуализм) или принцип, согласно которому любой физический объект может быть описан как с использованием математического аппарата, основанного на волновых уравнениях, так и с помощью формализма, основанного на представлении об объекте как о частице или как о системе частиц.

В современной теории автоматического управления превалирует второй способ представления об объекте, в то время как волновое описание практически не используется.

Поясним сказанное на примере свободного движения стационарной линейной системы 3-го порядка в форме Фробениуса, коэффициенты нижней строки которой имеют вид $[-\alpha_3, -\alpha_2, -\alpha_1]$, где $\alpha_i > 0, i = \overline{1, 3}$, — коэффициенты характеристического уравнения. Этим уравнением описывается физический объект, в механике классифицируемый как тело-точка с массой, занимающей нулевой объем.

Вторым способом описания этого же объекта является описание с помощью конструкций теории поля, в роли которых выступают кинематические конструкции У. К. Клиффорда (дивергенция div и ротор rot) и градиент Д. К. Максвелла grad .

С использованием обозначений p_{ij} ($i, j = \overline{1, 3}$) для элементов матрицы Фробениуса P эти конструкции в рассматриваемом примере имеют вид:

1) индикатор наличия или отсутствия внутренних источников ($\text{div} > 0$) или стоков ($\text{div} < 0$) кинетической энергии движения (здесь Sp обозначает след матрицы)

$$\text{div} P = \text{Sp} P(x, t) = p_{11} + p_{22} + p_{33} = -\alpha_1;$$

2) индикатор спирного движения (индикатор вращения)

$$\begin{aligned} \text{rot} P &= \text{col}[p_{32} - p_{23}; p_{13} - p_{31}; p_{21} - p_{12}] = \\ &= \text{col}[-\alpha_2 - 1; \alpha_3; -1]; \end{aligned}$$

3) индикатор знака и величины производных от компонент вектора состояний

$$\text{grad} P = \text{diag} P = \text{col}[0, 0, -\alpha_1].$$

Таким образом, на языке теории поля даже простейшая задача модального управления является задачей управления угловыми скоростями ротора векторного поля $\text{rot} P = 2\text{col}[\omega_1, \omega_2, \omega_3]$, а вовсе не показателями точности и качества управления, как это справедливо для второй трактовки физического объекта.

Цель статьи состоит в наполнении принципа квантово-волнового дуализма описания движения динамических систем волновым содержанием.

При этом из трех математических парадигм:

1) парадигма И. Ньютона: дано уравнение, найти решение;

2) парадигма Пуанкаре—Ляпунова: дано уравнение, найти свойства решений, не решая само уравнение;

3) парадигма Андронова—Понтрягина: не дано уравнение. При самых общих предположениях о правых частях уравнения описать свойства его решений, — использована последняя парадигма для решения следующей задачи.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 15-08-00181а.

Постановка задачи

Дано: единственное решение (обозначим его $x(t, t_0, x_0, F) \in R^n$) некоего векторного уравнения (описывающего динамическую систему), проходящее через точку (t_0, x_0) векторного поля пространства состояний $R^n \times [0, \infty)$, не являющуюся состоянием равновесия. Здесь F — заданный на полуоси $[t_0, \infty)$ ограниченный ненулевой вектор внешних воздействий; t_0 — заданный начальный момент времени; x_0 — заданный вектор начальных состояний.

Другими словами, задано тождество, определяющее понятие единственного решения

$$\dot{x}(t, t_0, x_0, F) \equiv f[x(t, t_0, x_0, F), t, F], \quad (1)$$

где $f[x(t, t_0, x_0, F), t, F]$ — правая часть уравнения, порождающего это решение.

Требуется найти волновое описание решения.

Историческая справка. Поставленная задача в известной мере перекликается с понятием полной интегрируемости, использованным в XIX веке такими математиками и механиками, как Якоби, Пуассон, Лиувиль, Лагранж и другие, а позднее В. И. Арнольдом и другими авторами. Но в их постановках задачи ставились применительно к четному пространству, принятому в классической литературе по механике, базирующейся на канонических уравнениях первого порядка гамильтоновой механики, описывающих движение динамических систем с помощью n обобщенных координат и n обобщенных импульсов, в сумме дающих размерность $2n$. Сформулированная же выше задача никаких ограничений на размерность фазового пространства не накладывает, что и предполагает парадигма Андронова—Понтрягина.

Вспомогательные сведения

Поставленная задача решена в работах [1, 2], где доказано, что в общем случае всякое векторное поле пространства состояний $R^n \times [0, \infty)$ в фазовом пространстве R^n (или пространстве решений) порождает скалярное поле в виде гиперсферы со смещенным центром, которой принадлежит изображающая точка всякого решения уравнения (1):

$$x^T(t, t_0, x_0, F)x(t, t_0, x_0, F) + 2G^T[x(t, t_0, x_0, F), x_0]x(t, t_0, x_0, F) = x_0^T x_0, \quad (2)$$

где $G[x(t, t_0, x_0, F), x_0] \in R^n$ — обозначение вектора центра смещения гиперсферы (2), движение которого подчинено алгебраическим уравнениям

$$G_i[x(t, t_0, x_0, F), x_0] = -\frac{1}{2} \operatorname{col} \left[x_i(t, t_0, x_0, F) - \frac{x_{0,i}^2}{x_i(t, t_0, x_0, F)} \right], \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Исключением из общего случая является случай кососимметрической матрицы Якоби в векторно-матричном представлении динамической сис-

темы, когда в выражении (2) отсутствует второе слагаемое [3, с. 100].

Отметим, что впервые формула (2) была приведена в работе [4], где описываемое ею пространство названо пространством возможных состояний динамической системы (в теоретической физике для этого используется термин "горизонт событий"). Размерность пространства возможных состояний будет определена ниже.

Уравнение (3) описывает сложное движение всех компонент вектора центра смещения в плоскостях (G_i, x_i) , оси которых x_i ($i = \overline{1, n}$) образуют фазовое пространство R^n . Таким образом, формализма только двух пространств (пространства состояний и фазового пространства) недостаточно для полного описания всех движений векторного и скалярного полей, поскольку для описания движения изображающей точки вектора центра смещения необходимо введение в рассмотрение третьего (дополнительного) пространства с взаимно ортогональными осями G_i ($i = \overline{1, n}$).

Определение 1. Будем называть пространство движений центра смещения гиперсферы (2) гиперпространством состояний вектора центра смещения.

Обозначение этого пространства будет приведено ниже.

Квантово-волновой дуализм описания скалярных полей динамических систем

В отличие от пространства состояний $R^n \times [0, \infty)$, где движение совершает изображающая точка решения динамической системы (в дальнейшем это движение будем называть прямым), в пространстве решений (или фазовом пространстве R^n) движение совершает изображающая точка не только решения, но и центра смещения скалярного поля, имеющего вид гиперсферы со смещенным центром.

Движение вектора $G[x(t, t_0, x_0, F), x_0]$ можно описать полученной из соотношения (3) формулой скалярной волны:

$$G_i = \frac{[x_{0,i} - x_i(t, t_0, x_0, F)][x_{0,i} + x_i(t, t_0, x_0, F)]}{2x_i(t, t_0, x_0, F)}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

которую можно трактовать как уравнение ранее не описанной равнобочной гиперболы с переменным (числитель) коэффициентом и как новое определение геометрического места точек равнобочной гиперболы на полуоси $[0, x_i)$.

Особенностью движения (4) является тот факт, что точкам смены знака компонентами вектора состояний прямого движения (иначе особым или нулевым точкам векторного поля) соответствуют бесконечно большие разрывы второго рода в знаменателе (4), которые названы выколотыми точками, означающими скачкообразный переход (иначе — квантовый скачок после прохождения выколотой точки) соответствующей изображающей точки

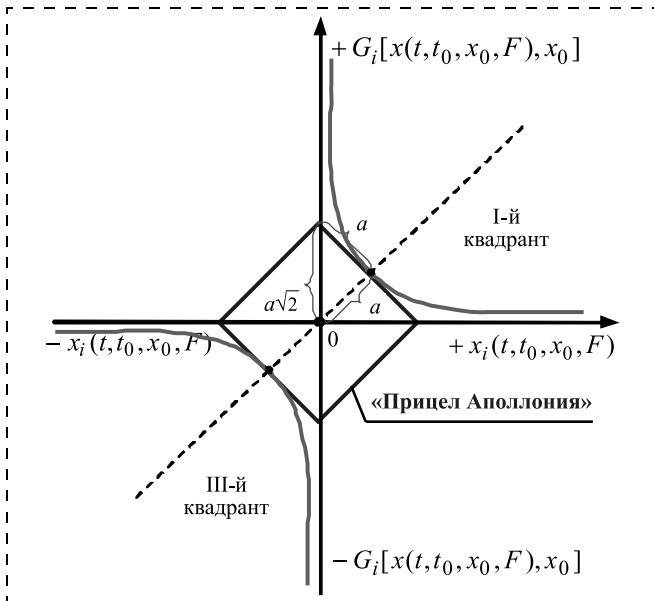


Рис. 1. Равнобочная гипербола на плоскости (G_i, x_i)

компоненты вектора центра смещения на другую ветвь равнобочной гиперболы (рис. 1).

Тем самым, скалярное поле (2) оказывается квантованным выколотыми точками вектора центра смещения, что позволяет в дополнение к известным в теории автоматического управления квантованию по времени и по уровню ввести понятие квантования движения выколотыми точками центра смещения.

Определение 2. Квантом движения (или неделимой порцией движения) назовем интервал знакопостоянства знакопеременной компоненты ротора векторного поля, заканчивающийся выколотой точкой соответствующей компоненты вектора центра смещения, порожденной особой точкой вектора состояний.

В отличие от фотона (или кванта света в теоретической физике) квант движения охватывает весь диапазон угловых скоростей.

Полученную для него формулу (4) можно рассматривать как новое решение "задачи трех тел" или трех изображающих точек, расположенных на одной прямой, относительно которых по ветви равнобочной гиперболы движется изображающая точка компоненты вектора центра смещения. Этими точками являются:

1) изображающая точка $x_{0, i}$ начального состояния векторного поля;

2) изображающая точка $x_i(t, t_0, x_0, F)$ прямого движения векторного поля;

3) особая точка $x_i(t, t_0, x_0, F) = 0$ векторного поля.

Сказанное облечем в форму леммы.

Лемма. На интервале кванта движения (4) возвратно-поступательное движение изображающей точки компоненты вектора состояний относительно особой точки $x_i(t, t_0, x_0, F) \rightarrow 0$ для соответствующей компоненты вектора центра смещения преобразуется в кручение центра смещения по ветви равнобочной гиперболы путем:

1) мультипликации (умножения) в числителе (4) двух противоположно направленных движений изображающей точки прямого движения относительно точки $x_{0, i}$ начального состояния;

2) обратно пропорционального движения в знаменателе (4) изображающей точки прямого движения $x_i(t, t_0, x_0, F)$.

Отличие гиперпространства состояний от классического пространства состояний состоит в том, что роль времени в нем выполняет упорядоченная последовательность номеров квантов движения. Последовательность прохождения выколотых точек образует натуральный ряд чисел N номеров квантов движения, что позволяет квантованное выколотыми точками гиперпространство состояний вектора центра смещения обозначить как $R^n \times [N]$.

Квантовый механизм порождения гиперсферических волн

Если представить гиперсферу (2) в виде центральной гиперсферы переменного радиуса

$$\begin{aligned} x_0^T x_0 + G^T[x(t, t_0, x_0, F), x_0]G[x(t, t_0, x_0, F), x_0] &= \\ &= \{x(t, t_0, x_0, F) + G[x(t, t_0, x_0, F), x_0]\}^T \times \\ &\times \{x(t, t_0, x_0, F) + G[x(t, t_0, x_0, F), x_0]\}, \quad (2^*) \end{aligned}$$

то на языке квадратов евклидовых норм векторов (2*) можно записать в виде теоремы Пифагора для прямоугольного треугольника:

$$\begin{aligned} \|x_0\|^2 + \|G[x(t, t_0, x_0, F), x_0]\|^2 &\equiv \\ &\equiv \|x(t, t_0, x_0, F) + G[x(t, t_0, x_0, F), x_0]\|^2, \quad (2^{**}) \end{aligned}$$

где $\|x_0\|^2 = \text{const}$, $\|G[x(t, t_0, x_0, F), x_0]\|^2 \equiv \text{var}$ — квадраты катетов, $\|x(t, t_0, x_0, F) + G[x(t, t_0, x_0, F), x_0]\|^2 = \text{var}$ — квадрат гипотенузы.

Треугольник Пифагора можно вписать в окружность радиуса, равного половине гипотенузы.

Тем самым, на интервале кванта движения скалярного поля тождество (2**) описывает проекцию на евклидову плоскость пульсирующей гиперсферы переменного радиуса (2*) (или гиперсферическую волну). Радиус кривизны этой волны равен половине гипотенузы треугольника Пифагора, а сама кривизна χ_1 вычисляется по формуле

$$\chi_1 = \frac{2}{\sqrt{\|x(t, t_0, x_0, F) + G[x(t, t_0, x_0, F), x_0]\|^2}}. \quad (5)$$

В выколотых точках переменная кривизна $\chi_1 = 0$ в силу бесконечно большого радиуса в знаменателе (5), чем объясняются пульсации гиперсферической волны.

Определение 3. Процедуру перехода от вида (2*) к виду (2**) назовем отображением пространства возможных состояний $\{R^n + R^n \times [N]\}$ на евклидову плоскость E^2 .

Отметим, что в отличие от понятия полной интегрируемости (см. "Историческую справку" настоящей статьи) пространство возможных состояний нечетномерно и имеет размерность $(2n + 1)$.

Аналогии с дифференциальной геометрией

Субъектами волнового описания скалярного поля (2) являются гиперсфера (первое слагаемое левой части (2)) и смещенный центр — сомножитель билинейного произведения во втором слагаемом (2). Движения изображающих точек решения и центра смещения обоих субъектов являются спинорными (вращательными). Инструментом описания обоих вращений является ротор векторного поля, квантованный выколотыми точками центра смещения. Представим его в виде $\text{rot}f = 2\text{col}[\omega_1, k(t), \dots, \omega_n, k(t)]$, $k \in N$, где $\omega_i, k(t)$, $i = \overline{1, n}$, — угловые скорости k -го кванта движения.

Двойственность использования угловых скоростей ротора для описания обоих вращений заключена в различной трактовке этих вращений с позиций дифференциальной геометрии, а именно:

1) для гиперсферы (2), которой принадлежит изображающая точка решения, — это траектория вращения с постоянной кривизной, радиус кривизны которой определяется вектором начальных состояний

$$\bar{\chi}_1 = 1/\sqrt{\chi_0^T \chi_0} = \text{const}; \quad (6)$$

2) для изображающей точки центра смещения — это траектория кручения центра смещения χ_2 , представляемая формулой (4) и рис. 1.

В свете изложенного справедливо утверждение.

Утверждение. *Пространство возможных состояний $\{R^n + R^n \times [N]\}$, описываемое скалярным полем (2) в виде гиперсферы со смещенным центром, представляет собой пульсирующую гиперсферу переменной кривизны (5), квантованную точками смены знака компонентами ротора векторного поля.*

Эта волна порождена скалярными волнами кривизны переходных процессов прямого движения изображающей точки вектора состояний $x(t, t_0, x_0, F \in R^n \times [0, \infty)$ и кручения (4) траекторий обратного движения вектора центра смещения в гиперпространстве $G[x(t, t_0, x_0, F), x_0] \in R^n \times [N]$.

Замечание. *Если каждую плоскость (G_i, x_i) на рис. 1 гиперпространства вектора центра смещения повернуть на 360° относительно оси G_i и x_i соответственно, то для каждого i ($i = \overline{1, n}$) результатом обоих вращений будут две крестообразные псевдосферы, вписанные в окружность (2^{**}), визуализацией которых является рис. 2 (см. вторую сторону обложки).*

Тем самым, пространство возможных состояний на каждом кванте движения представляет собой колесо с крестообразной ступицей в виде двух перекрещивающихся псевдосфер геометрии Лобачевского.

Градиент как инструмент описания экспоненциальных и гиперболических движений в гиперпространстве

Градиент каждой производной от соответствующей компоненты вектора состояний ставит ей во

взаимно однозначное соответствие следующее уравнение свободного движения по этой компоненте:

$$dx_i/dt = p_{ii}(x, t)x_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad x_i(t_0) = x_{i0},$$

которое в случае $p_{ii} = \text{const}$ имеет решение $x_i(t, t_0, x_{i0}) = \exp(p_{ii}t)x_{i0}$, в случае $p_{ii} = p_{ii}(t) = \text{var}$ — решение

$$x_i(t, t_0, x_{i0}) = [\exp \int_{t_0}^t p_{ii}(\tau) d\tau] x_{i0}, \quad \text{а в нелинейном случае } p_{ii}[x(t, t_0, x_0, F), t] \text{ — решение } x_i(t, t_0, x_{i0}) = [\exp \int_{t_0}^t \{p_{ii}[x(\tau, t_0, x_0, F), \tau]\} d\tau] x_{i0}.$$

Эти экспоненты для стационарных и нестационарных линейных (а в отдельных случаях и нелинейных) динамических систем позволяют аналитически записать интеграл Коши и, если этот интеграл является табличным, получить аналитическое решение (см., например, [5]).

Полученные таким образом аналитические решения можно использовать в формуле (4), тем более, что гиперболы первого и третьего квадрантов на рис. 1 представляют собой кривые, описывающие сразу две функции $G_i(x_i)$ и $x_i(G_i)$. Так, при движении по гиперболе первого квадранта сверху вниз кривая этого квадранта описывает монотонно убывающую экспоненту (для отрицательных показателей), т. е. функцию $x_i(G_i)$ при $G_i \rightarrow 0$, а при движении снизу вверх — гиперболу, т. е. функцию $G_i(x_i)$ при $x_i \rightarrow 0$.

Обе описанные выше функции являются функциями пространственных переменных x_i и G_i , что можно использовать при конструировании решений уравнений в частных производных, которые, как известно, имеют неединственное решение и, как следствие, отвечают условию некорректно поставленных по Ж. Адамару связанных с ними задач.

Обсуждение результатов

Совместное рассмотрение движений в векторных и скалярных полях позволяет избавиться от ряда заблуждений, среди которых на первом месте стоит гравитация.

Ее принято отождествлять с искривлением пространства. В отношении сил гравитации А. Эйнштейн высказал предположение, что гравитация есть геометрическое свойство пространства—времени [6—8].

С поправкой на то, что гипотеза А. Эйнштейна справедлива не в пространстве—времени (как в теоретической физике называется пространство состояний), а в пространстве возможных состояний $\{R^n + R^n \times [N]\}$, описываемом скалярным полем в виде гиперсферы со смещенным центром, настоящая статья и формула (5) доказывают справедливость его гипотезы.

Без возможности наделения скалярных полей известными физическими свойствами результаты статьи можно было бы расценивать как очередной математический экзерсис типа поля Хиггса или волн де Бройля, если бы не угловые скорости, описываемые ротором векторного поля.

С частотой f_i угловая скорость связана формулой $\omega_i(t) = 2\pi f_i(t)$. На интервале кванта движения частоту легко вычислить. В интервале 20 Гц...20 кГц скалярные поля описывают звук, а в интервале 385...780 ТГц — цвет. Между ними лежат диапазоны радиочастот и СВЧ. Так что известный частотный диапазон позволяет идентифицировать скалярное поле в соответствии с физическим характером описываемого им движения.

В условиях, когда тактовая частота процессора современного компьютера не превышает нескольких ГГц, рассчитывать на то, что с их помощью можно смоделировать скалярные поля, выходящие за этот диапазон, не приходится. Поэтому требуется математический аппарат переменных угловых скоростей и переменной частоты.

Такой аппарат хорошо известен. Это аппарат частотных передаточных функций нестационарных линейных систем [9]. Применение этого аппарата в SISO-варианте для одномерных компонент вектора состояний и вектора центра смещения позволяет выполнить более глубокий анализ квантово-волнового описания скалярных полей.

Список литературы

1. Подчукаев В. А. Математическая модель динамического хаоса // Изв. Сарат. ун-та, Нов. Сер. Т. 12. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2012. Вып. 4. С. 27—31.
2. Podchukaev V. A., Peredelskii G. I., Filonovich A. V. The geometric properties of free motion the dynamical systems in phase space // Proc. of 12th Internat. Conf. on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE). Novosibirsk, October 2—4, 2014. Vol. 1. P. 35—40.
3. Подчукаев В. А. Аналитические методы теории автоматического управления. М.: Физматлит, 2002. 256 с.
4. Подчукаев В. А. К задаче определения области возможных состояний нестационарной линейной системы // Автоматика и телемеханика. 1976. № 7. С. 187—189.
5. Подчукаев В. А. Теория автоматического управления (аналитические методы). М.: Физматлит, 2005. 392 с.
6. Will C. M. Living Rev. Relat. 9, 3 (2006). URL: <http://www.livingreviews.org/lrr-2006-3>; gr-qc/0510072.
7. Dicke R. H. New Research on Old Gravitation // Science. 1959. Vol. 129, Iss. 3349. P. 621—624.
8. Подчукаев В. А. Анализ скалярных полей динамических систем // Известия ВУЗов. Приборостроение. 2016. Т. 59. № 1. С. 5—24.
9. Александров А. Г., Подчукаев В. А. Численный метод определения передаточных функций систем с переменными параметрами // Известия ВУЗов. Приборостроение. 1976. № 7. С. 37—42.

Quantum-Wave Dualism for Description of the Dynamic Systems

V. A. Podchukayev, sstu85@yandex.ru✉,

Institute of Problems of the Precise Mechanics and Control of RAS, Saratov,
410028, Russian Federation, Saratov State Law Academy, Saratov, 410056, Russian Federation

Corresponding author: Podchukayev Vladimir A., D. Sc., Professor, Chief Researcher,
Institute of Problems of the Precise Mechanics and Control of RAS, Saratov, 410028, Russian Federation,
Saratov State Law Academy, Saratov, 410056, Russian Federation, e-mail: sstu85@yandex.ru

Received on February 26, 2016

Accepted on March 14, 2016

On the basis of the new formulation of the problem of three bodies were obtained: 1) a new definition of the locus of the points of an equilateral hyperbola; 2) a new "dynamic formula of the golden section" to the representative point of a scalar field displacement of the center; 3) a new interpretation of the deleted point as the point preceding the transition to another branch of the rectangular hyperbola. It is shown that the author introduced the space of possible states of a dynamical system described by a scalar field as a hypersphere with a displaced center — quantized punctures offset center. That is in addition to the known quantization of time and the level of quantization is proposed a new method based on the quantization introduced by the author of the concept of the quantum motion, which is in contrast to the "photon" of theoretical physics is filled with rigorous mathematical content. Thus, the overall dimension of the state space and the space of possible states is $(3n + 2)$. It is proved that the curvature of the space of possible states (phase space + hyperspace displacement of the center), as predicted by Einstein, is a geometric property of the scalar field. The space of possible states is a pulsating wave hyperspherical variable curvature center coordinates which are the algebraic sum of scalar waves of torsion on the branch of an equilateral hyperbola and scalar waves exponential motion. The proof is based on the quantum analogue of the Pythagorean theorem.

Keywords: scalar field, deleted point, center of displacement, quantum motion, direct motion, retrograde motion, hyper-space conditions, display space, hypersphere, pseudosphere

Acknowledgement: This work was supported by RFBR, project № 15-08-00181a.

For citation:

Podchukayev V. A. Quantum-Wave Dualism for Description of the Dynamic Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 453—457.

DOI: 10.17587/mau.17.453-457

Reference

1. Podchukaev V. A. *Matematicheskaja model' dinamičeskogo haosa* (Mathematical model of dynamic chaos), *Izvestiya Saratovskogo universiteta, Nov. Ser. T. 12. Ser. Matematika. Mehanika. Informatika*. 2012, iss. 4, pp. 27—31 (in Russian).
2. Podchukaev V. A., Peredelskii G. I., Filonovich A. V. The geometric properties of free motion the dynamical systems in phase space, *12th International Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE) — 34006 Proceedings "APEIE-2014"*, vol. 1, Novosibirsk, October 2—4, 2014, pp. 35—40.

3. Podchukaev V. A. *Analiticheskie metody teorii avtomatičeskogo upravlenija* (Analytical methods of control theory), Moscow, Fizmatlit, 2002, 256 p. (in Russian).
4. Podchukaev V. A. On determination of the region of feasible states for a nonstationary linear system, *Autom. Remote Control*, **37**: 7 (1976), 1134—1136.
5. Podchukaev V. A. *Teorija avtomatičeskogo upravlenija (analiticheskie metody)* (The theory of automatic control (analytical methods)), Moscow, Fizmatlit, 2005, 392 p. (in Russian).
6. Will C. M. Living Rev. Relat. 9 3 (2006), available at: <http://www.livingreviews.org/lrr-2006-3>; gr-qc/0510072.
7. Dicke R. H. New Research on Old Gravitation, *Science*, 1959, vol. 129, iss. 3349, pp. 621—624.
8. Podchukaev V. A. *Analiz skaljarnyh polej dinamičeskikh sistem* (Analysis of scalar fields of dynamical systems), *Izvestija vuzov. Priborostroenie*, 2016, vol. 59, no. 1, pp. 5—24 (in Russian).
9. Aleksandrov A. G., Podchukaev V. A. *Chislennyj metod opredelenija peredatočnyh funkcij sistem s peremennymi parametrami* (A numerical method for determination of the transfer functions of systems with variable parameters), *Izvestija vuzov. Priborostroenie*, 1976, no. 7, pp. 37—42 (in Russian).

М. В. Бобырь, д-р техн. наук, проф., fregat_mn@rambler.ru,
С. А. Кулабухов, аспирант, kulabuhov.sergei@yandex.ru,
А. С. Якушев, магистрант, alekseyakushev@yandex.ru,
Юго-Западный государственный университет, Курск

Нечеткая иерархическая система угловой ориентации мобильного робота. Часть I*

Представлена программно-аппаратная реализация автоматизированной системы управления угловой ориентацией мобильного робота. Описаны компоненты, входящие в структуру робота, и схема их подключения. Предложен алгоритм прохождения лабиринта роботом, основанный на анализе поступающей информации от его сенсоров. Для повышения интеллектуализации процесса управления роботом в его системе управления используются нечеткие вычисления, основанные на мягких арифметических операциях.

Ключевые слова: мобильный робот, Arduino Uno, ультразвуковой (HC-SR04) и инфракрасный (Sharp 2D120X) дальномеры, нечеткая логика, иерархическая нечеткая система управления, мягкие вычисления

Введение

Современная робототехника направлена на решение задач управления движением мобильных роботов в сложных условиях (например, в лабиринтах, на пересеченной местности), где трудность заключается в поиске путей объезда препятствий.

На практике используются несколько алгоритмов нахождения путей в лабиринтах, наиболее известный из них — алгоритм "правой руки", заключающийся в том, что робот, привязываясь к правой стенке, двигается вдоль нее и следит, есть ли проход справа. Если проход есть, он идет по нему, не отрываясь от стены. Если прохода нет — впереди стена — робот поворачивает налево. Если прохода снова нет, он еще раз поворачивает налево, таким образом разворачиваясь на 180°, и идет в обратном направлении. Основным недостатком данного подхода является то, что многосвязные лабиринты (такие, в которых существуют отдельно стоящие стенки и замкнутые маршруты) данным методом пройти нельзя [1].

Универсальным алгоритмом прохождения лабиринта считается алгоритм Люка—Тремо [2]. В нем отмечается каждая развилка лабиринта, и робот проходит все маршруты в прямом и обратном направлении, ориентируясь по отметкам на стенках лабиринта. Недостаток алгоритма заключается в том, что для его реализации необходимы дополнительные механизмы, позволяющие делать отметки и затем считывать их, что увеличивает сложность процесса принятия управляющих решений роботом.

* Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ МД-2983.2015.8.

В условиях прохождения лабиринта всегда присутствует неопределенная информация, т. е. нет заранее определенного маршрута и неизвестно число препятствий впереди робота. Поэтому применение нечеткой логики для алгоритмов поиска пути является актуальным решением. Ряд зарубежных ученых для решения данной задачи использовали алгоритмы на основе нечеткой логики. Однако они обладают рядом систематических ошибок, более подробно описанных в работах [3—5].

Авторами данной статьи для прохождения лабиринта роботом предлагается использовать систему принятия решений, основанную на нечеткой логике с использованием при операции глобальной агрегации мягких арифметических операций. Это позволит сделать поверхность отклика результирующей переменной более гладкой.

Функциональная схема мобильного робота и его элементы

Основными этапами разработки системы управления мобильным роботом являются создание робота, его программирование, настройка и тестирование функций, выполняемых им. Трудности в реализации вышеуказанных этапов заключаются в следующем:

1. Чем больше элементов (сенсоров, элементов системы технического (СТЗ) и т. п.) находится на роботе, тем он тяжелее. Следовательно, энергии, затрачиваемой на его движение, будет тратиться больше, что скажется на уменьшении времени автономной работы без подзарядки элементов питания [6]. Поэтому необходимо найти такой минимальный набор компонентов мобильного робота, который бы обеспечивал решение поставленных перед ним задач.

2. На сегодняшний день не существуют конкретные принципы и правила создания систем управления мобильными роботами, позволяющие решать поставленные перед роботом задачи. Следовательно, проектировщикам необходимо самостоятельно выбрать базу программных продуктов и разрабатывать собственную систему управления, которая свяжет элементы робота между собой и будет принимать решение о его действиях [7—8].

3. Современные платы, используемые в роботах, имеют ограниченный запас памяти для хранения процедур управления. Поэтому необходимо разработать новый метод программирования системы управления мобильным роботом, отличающийся минимальным набором команд, необходимых для успешного выполнения задач, поставленных перед роботом. При этом важно, чтобы результат работы алгоритма не только давал максимально точные результаты об окружающих робот объектах за приемлемое время, но и был простым.

На рис. 1 (см. вторую сторону обложки) представлена экспериментальная модель мобильного робота, используемого для прохождения лабиринта.

Робот включает двухколесную платформу miniQ, два цифровых датчика линии, три инфракрасных дальномера Sharp 2D120X F 05, ультразвуковой дальномер HC-SR04, сервопривод FS90, аппаратно-программную платформу ArduinoUno, плату на базе мостовой H-схемы L298P Motor Shield и плату TroykaShield.

Схема подключения и соединения компонентов мобильного робота представлена на рис. 2.

Платы, представленные на рис. 2, *б*, *в*, *г*, устанавливаются последовательно одна на другую.

Алгоритм прохождения мобильного робота в лабиринте

Поиск мобильным роботом маршрута в лабиринте сведен к пяти шагам, которые выполняются в зависимости от того, какие препятствия находятся или отсутствуют вокруг него.

Шаг 1. Прямолинейное движение вперед.

Шаг 2. Контроль расстояния перед собой.

Шаг 3. В случае обнаружения препятствия определение нового направления движения.

Шаг 4. Поворот робота в лабиринте при обнаружении препятствия перед собой для его объезда.

Шаг 5. Выход из лабиринта.

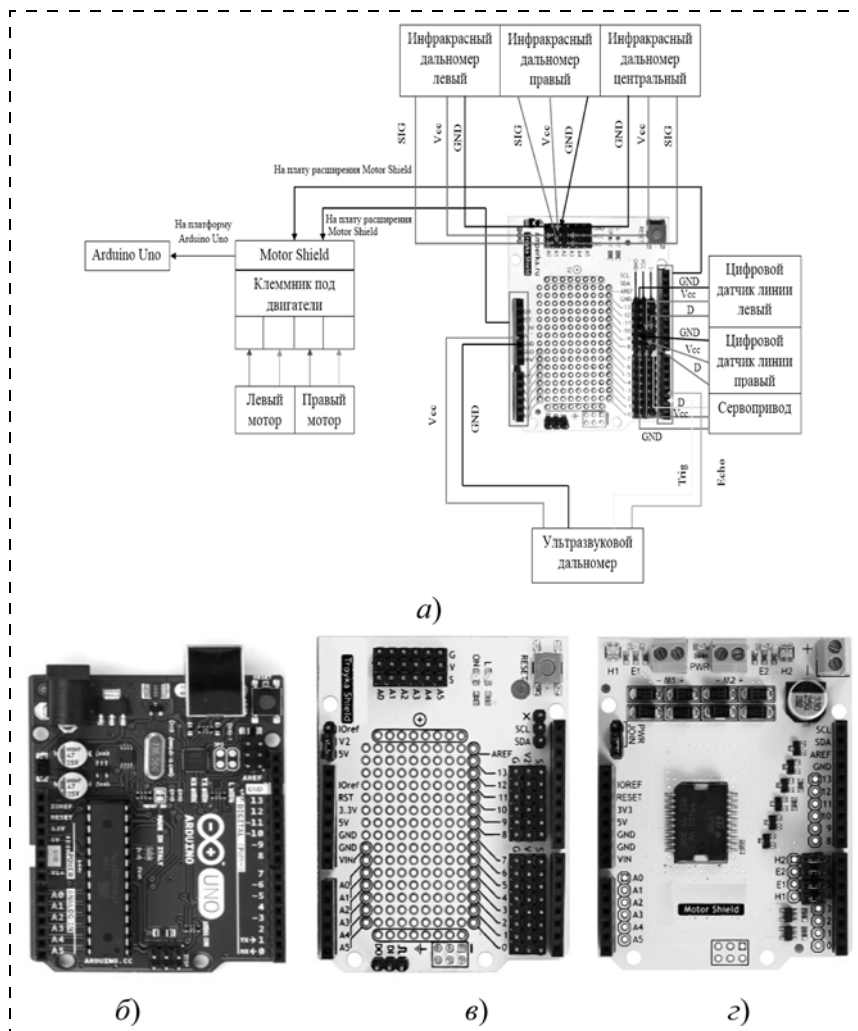


Рис. 2. Функциональная схема мобильного робота:

а — схема подключения датчиков к платам; *б* — плата ArduinoUno; *в* — плата TroykaShield; *г* — плата MotorShield

Прямолинейное движение вперед является основным действием, которое выполняется в начале работы мобильным роботом. Двигаясь, робот постоянно отслеживает расстояние впереди себя по показаниям инфракрасного датчика. В случае обнаружения препятствия робот останавливается и ищет новое направление маршрута. Программа управления переходит к шагу 3, на котором с использованием ультразвукового дальномера, закрепленного на сервоприводе, определяется направление последующего движения. При вращении сервопривода ультразвуковой датчик определяет максимальное расстояние вокруг робота (рис. 3, расстояние L_1). После этого робот разворачивается на угол, соответствующий выбранному максимальному расстоянию. Для определения угла поворота используется нечеткая иерархическая система управления, которую рассмотрим ниже. Далее робот снова перемещается в прямолинейном направлении. При прохождении прямых длинных участков используется ускорение, т. е. программный таймер отслеживает, как долго робот движется прямолинейно и без остановок, и постепенно увеличивает

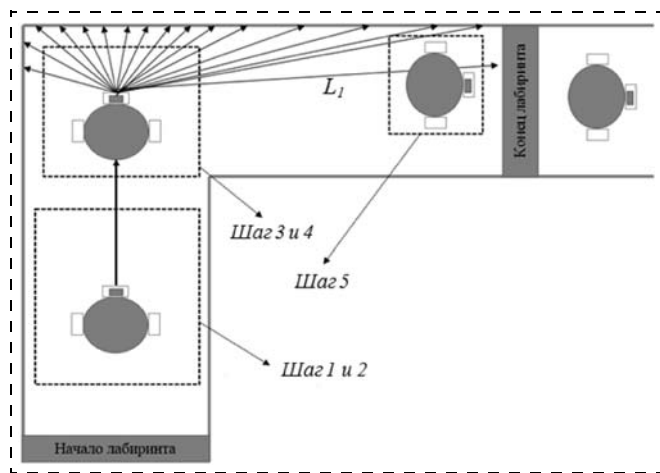


Рис. 3. Принцип прохождения роботом лабиринта

значение текущей скорости до тех пор, пока робот не обнаружит новое препятствие/стену или финишную черту. Факт пересечения финишной черты отслеживается датчиками линии, закрепленными под платформой miniQ робота. После этого система управления роботом прекращает его движение.

Пример работы алгоритма прохождения робота в лабиринте представлен на рис. 3.

Нечеткая иерархическая система управления мобильным роботом

Сложности с выбором системы управления связаны с тем, что плата Atmega32, используемая в аппаратной реализации робота, ограничена объемом памяти 32 кБ. Это обстоятельство вынуждает экономить на объемах программного кода для управления движением мобильного робота.

Иерархическая нечеткая система управления мобильным роботом, в которой значение выхода предыдущего уровня является входной величиной последующего, позволяет сократить объем программного кода за счет исключения ряда операций в структуре нечеткого вывода и является эффективным решением в подобной ситуации. Также включение алгоритмов нечетко-логического вывода в систему управления мобильным роботом позволяет использовать один и тот же вычислительный код на разных уровнях иерархии с разными параметрами и при этом экономить объем памяти, используемой в контроллере.

На основании модели движения мобильного робота, сформированной в виде пяти шагов, выделенные переменные, с помощью которых система управления мобильным роботом позволяет определять маршрут его движения в лабиринте. Входными переменными являются масса мобильного робота m и напряжение питания u робота. На основании этих данных рассчитывается скорость v (м/с) движения робота. Так как в микроконтроллере используется восьмиразрядный АЦП, то аналоговый сигнал, передаваемый от ArduinoUno с помощью

платы Motor Shield на микродвигатели платформы miniQ для управления скоростью вращения колес робота, находится в диапазоне от 0 до 255. Данный сигнал получается с помощью широтно-импульсной модуляции, которая представляет собой отношение периода к длительности импульса в последовательности прямоугольных импульсов. Например, при 50 %-ной скважности половина периода сигнала имеет высокий уровень, другая половина — низкий. При этом уровень сигнала меняется от высокого (5 В), до низкого (0 В) около 500 раз в секунду. Это значит, что когда скважность равняется 50 %, на выходе сигнал составит 2,5 В. При 100 %-ной скважности на выходе будет 5 В, причем чем больше уровень этого сигнала, тем больше скорость вращения двигателя.

На следующем этапе движения происходит определение угла α , на который необходимо повернуться роботу в случае обнаружения препятствия перед ним. Для определения максимального расстояния вокруг используется ультразвуковой дальномер, закрепленный на сервоприводе. Путем вращения шпинделя сервопривода от 0 до 180° с шагом 10° дальномер проверяет расстояние до ближайшего препятствия в текущем направлении. В результате определяется 18 значений расстояний в сантиметрах, каждое из которых соответствует углу поворота шпинделя сервопривода.

В случае обнаружения максимального расстояния робот поворачивает на угол, соответствующий максимально найденной дистанции. Так, на рис. 3 это расстояние L_1 , следовательно, робот должен развернуться вправо на 90°. Для поворота требуется подача постоянного питания на двигатели с определенной временной задержкой t . При этом, чем больше скорость и напряжение, определенная на начальном этапе работы, тем меньшее время задержки требуется для поворота на один и тот же угол. Для расчета времени задержки на выходе нечеткой иерархической системы используем на входе ее второго уровня иерархии значения скорости и рассчитанного угла поворота.

На основании входных (масса, напряжение, скорость, угол) и выходной (время задержки) переменных организуем двухуровневую иерархическую нечетко-логическую систему управления мобильным роботом (рис. 4).

На первый уровень иерархии вынесен расчет скорости перемещения в зависимости от массы и напряжения на источнике питания [9], на второй

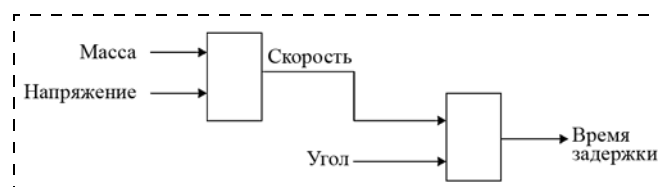


Рис. 4. Иерархическая нечетко-логическая система для управления мобильным роботом

уровень иерархии — определение времени задержки в миллисекундах от скорости и угла поворота [10—13].

Данные параметры задаются нечеткими функциями принадлежности, представленными на рис. 5.

Предложенная иерархическая система позволит мобильному роботу определять пути прохождения лабиринта.

Мягкий алгоритм управления мобильным роботом

Иерархическая нечеткая система управления мобильным роботом после разделения на уровни иерархии запишется в виде двух нечетких MISO-систем, что упрощает вычисление значения времени задержки, необходимой для поворота робота на требуемый угол. Основой иерархической нечеткой системы является мягкий алгоритм управления мобильным роботом [14—16]. Механизм работы мягкого алгоритма сформируем в виде последовательности из семи шагов.

Шаг 1. Фаззификация входных переменных. Первый уровень иерархии представлен нечеткой MISO-системой, у которой на входе — масса робота $M = [m_1] + [m_2] + [m_3]$ и напряжение $U = [u_1] + [u_2] + [u_3]$ на источнике питания, а на выходе — скорость движения $V = [v_1] + [v_2] + [v_3] + [v_4] + [v_5]$. Каждая из входных лингвистических переменных имеет три терма, а выходная — пять термов (рис. 5).

Шаг 2. Далее происходит определение степеней принадлежности для каждой из входных переменных на основе информации о массе и напряжении питания робота.

Шаг 3. Формирование базы знаний, в которой содержатся нечеткие правила вида "Если ... То" (табл. 1).

Шаг 4. Построение матрицы нечетких отношений. В качестве мягких арифметических операций

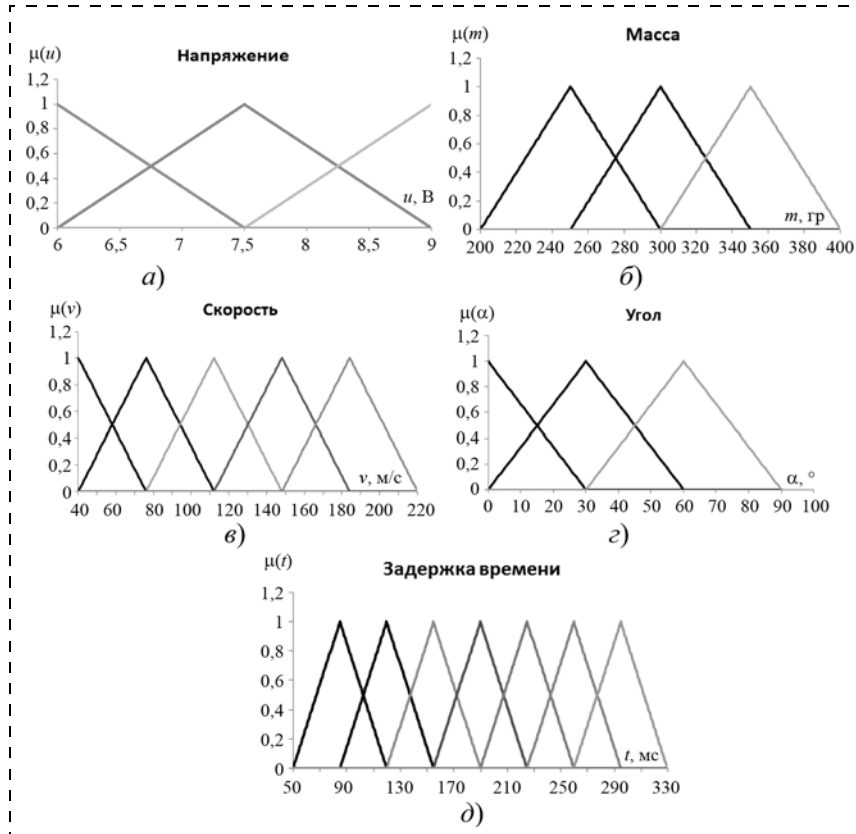


Рис. 5. Функции принадлежности переменных алгоритма нечетко-логического вывода иерархической системы:

a — входная переменная "напряжение"; *б* — входная переменная "масса"; *в* — выходная переменная для первого уровня иерархии "скорость" и входная переменная для второго уровня иерархии "скорость"; *г* — входная переменная "угол"; *д* — выходная переменная на втором уровне иерархии "задержка времени"

использовалась формула нахождения мягкого минимума (soft-min)

$$\text{soft-min}(u, m) = \frac{u + m + \delta^2 - \sqrt{(u - m)^2 + \delta^2}}{2}, \quad (1)$$

где $\delta = 0,05$.

Формула взятия параметризованного мягкого максимума (soft-max) имеет вид

$$\text{soft-max}(u, m) = |\gamma \max(u, m) + 0,5(1 - \gamma)(u + m)|, \quad (2)$$

где γ — оператор параметризации.

В результате при $\gamma = 1$ формула (2) сводится к операции жесткого максимума, при $\gamma = 0$ формула (2) сводится к операции среднего арифметического. Выражение (2) использует только два операнда, тогда для использования с большим числом операндов применяется оператор soft-MAX:

$$\text{soft-MAX} = \bigvee_{i=1}^n \text{soft-max}(u_i, m_i). \quad (3)$$

На основании формул (1)—(3) матрица нечетких отношений принимает вид, представленный в табл. 2.

Таблица 1

Нечеткая база знаний

НП	Если	То	НП	Если	То	НП	Если	То			
НП ₁	u_1	m_1	v_5	НП ₄	u_2	m_1	v_4	НП ₇	u_3	m_1	v_3
НП ₂	u_1	m_2	v_4	НП ₅	u_2	m_2	v_3	НП ₈	u_3	m_2	v_2
НП ₃	u_1	m_3	v_3	НП ₆	u_2	m_3	v_2	НП ₉	u_3	m_3	v_1

Матрица нечетких отношений

Выходной терм	Композиция			Максимум
v'_5	$b_1 = \text{soft-min}(u_1; m_1)$	$b_4 = \text{soft-min}(u_2; m_1)$ $b_5 = \text{soft-min}(u_2; m_2)$ $b_8 = \text{soft-min}(u_3; m_2)$	$b_7 = \text{min}(u_3; m_1)$	b_1
v'_4	$b_2 = \text{soft-min}(u_1; m_2)$			$\text{soft-max}(b_2, b_4)$
v'_3	$b_3 = \text{soft-min}(u_1; m_3)$			$\text{soft-MAX}(b_3, b_5, b_7)$
v'_2	$b_6 = \text{soft-min}(u_2; m_3)$			$\text{soft-max}(b_6, b_8)$
v'_1	$b_9 = \text{soft-min}(u_3; m_3)$			b_9

Следует заметить, что число заключений нечетко-логического вывода в матрице нечетких отношений будет равняться числу термов выходной переменной, т. е. пяти. В традиционной модели нечеткого вывода число заключений равняется числу правил. Тем самым, рациональное расположение элементов в матрице нечетких отношений позволяет уменьшить сложность вычислений.

Шаг 5. Усечение термов выходной переменной согласно формуле

$$\mu(v)'_i = \text{soft-min}(v_i; \mu(v_i)), \quad (4)$$

где $i = \overline{1, n}$ — номер заключения нечетко-логического вывода; n — число заключений нечетко-логического вывода.

Шаг 6. Объединение усеченных термов выходной переменной

$$\mu(v)' = \text{soft-MAX}[\mu(v)'_1; \mu(v)'_2; \mu(v)'_3; \mu(v)'_4; \mu(v)'_5], \quad (5)$$

$$i = \overline{1, n}.$$

Шаг 7. Дефаззификация осуществляется на основе метода центра тяжести

$$v' = \frac{\sum_{i=1}^n v_i \mu(v)'_i}{\sum_{i=1}^n \mu(v)'_i}. \quad (6)$$

Таким образом, формулы (1)–(6) реализуют мягкий алгоритм нечетко-логического управления мобильным роботом.

Результаты моделирования

Важным этапом разработки системы управления мобильным роботом для прохождения лабиринта явилась экспериментальная настройка тестовых параметров соотношения времени задержки со скоростью движения и напряжения на источнике питания для последующего обучения нечетко-логической системы управления мобильного робота (более подробно рассмотрено во второй части статьи). Проблема заключалась в том, чтобы при определенных уровнях напряжения питания мобильного робота и различных значениях его скорости определить времена задержек, необходимые для

поворота мобильного робота влево или вправо на конкретный угол. Результаты эксперимента нахождения времен задержки при повороте робота на заданный угол сведены в табл. 3.

Опыты нахождения времени задержки выполнялись на проградуированной поверхности, представленной на рис. 6.

После изменения напряжения на 9 В, как и предполагалось, робот перестал поворачиваться на заданный угол, соответствующий напряжению в 6,5 В. Очередные экспериментальные тесты показали, что изменение напряжения на источнике меняет значение сигнала, подаваемое на двигатели мобильного робота. В результате была сформирована таблица задержек по времени для напряжения в 9 В (табл. 4).

Таблица 3

Время задержки для напряжения 6,5 В и скорости 120

Угол, °	Задержка, мс	
	при повороте вправо	при повороте влево
10	70	90
20	90	110
30	130	150
40	150	170
50	190	210
60	220	240
70	245	265
80	290	310

Таблица 4

Время задержки для напряжения 9 В и скорости 120

Угол, °	Задержка, мс	
	при повороте вправо	при повороте влево
10	60	75
20	80	95
30	110	125
40	140	155
50	165	180
60	205	220
70	230	245
80	260	275

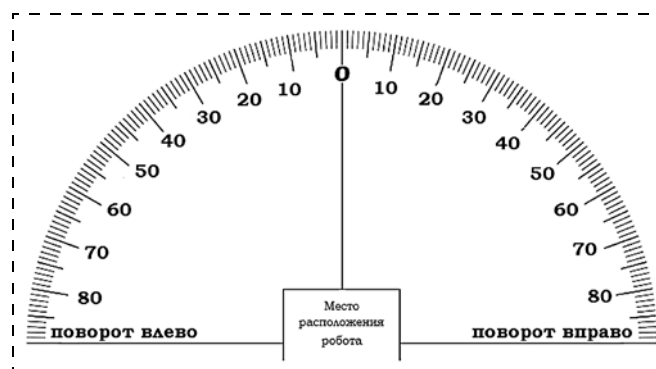


Рис. 6. Поверочная проградуированная поверхность

Из табл. 3 видно, что задержка по времени различается для всех соответствующих углов при повороте вправо и влево. Подобная закономерность видна и в табл. 4. Это стало подтверждающим фактом того, что информация об управлении элементами мобильного робота носит неопределенный характер, поэтому использование нечеткой логики актуально при решении задачи управления мобильным роботом.

Вторым этапом экспериментального исследования было моделирование работы первого уровня иерархической нечеткой системы управления мобильного робота. Моделирование было проведено на основе предложенного мягкого алгоритма, причем в структуре нечеткого вывода мягкого алгоритма использовались как жесткие, так и мягкие арифметические операции. Графическая интерпретация полученных результатов представлена на рис. 7 (см. вторую сторону обложки).

Анализ графиков, представленных на рис. 7, показал, что при использовании в структуре нечеткого вывода жестких формул нахождения минимума и максимума при глобальной агрегации на основе композиционного правила имеются зоны нечувствительности, что говорит об отсутствии свойства аддитивности у нечеткой системы в случае использования жестких арифметических операций в структуре нечеткого вывода.

Заключение

При настройке автоматизированной системы угловой ориентации мобильного робота, перемещающегося внутри лабиринта с обходом препятствий, следует отметить как основную проблему нехватки памяти аппаратной платформы для хранения сложных вычислительных алгоритмов. Решение данной проблемы представляется возможным за счет использования иерархической нечетко-логической системы вывода с использованием мягких арифметических операций в структуре нечеткого вывода, что позволяет системе реагировать на незначительные изменения входных значений любой из переменных [17—18]. Таким образом, нечеткая система будет аддитивна во всем диапазоне входных переменных.

Проведенные исследования доказали, что изменение напряжения влияет на скорость движения мобильного робота. Это влечет за собой изменение и времени задержки при поворотах. Поэтому следует отметить, что разработка иерархической системы угловой ориентации является актуальной. Дальнейшие исследования описаны во второй части статьи.

Список литературы

1. **Перельман Я. И.** Занимательная физика. Книга 1. М.: РИММИС, 2015.
2. **Кравченко А. В.** Робот-лабиринт // Радиоаматор. Практическая радиоэлектроника. 2010. № 2. С. 30—32.
3. **Takeshi Morishita, Osamu Tojo.** Integer inverse kinematics method using Fuzzy logic // Intelligent Service Robotics. 2013. Vol. 6, Iss. 2. P. 101—108.
4. **Nasiba A. Sabto, Khalib Al Mutib.** Autonomous mobile robot localization based on RSSI measurements using an RFID sensor and neural network BPANN / Journal of King Saud University // Computer and Information Sciences. 2013. N. 25. P. 137—143.
5. **Hongwei Mo, Qirong Tang, Longlong Meng.** Behavior-Bases Fuzzy Control for Mobile Robot Navigation // Mathematical Problems in Engineering. Vol. 2013. Article ID 561451. 10 p.
6. **Бобырь М. В., Милостная Н. А.** Нечеткая модель интеллектуальной системы управления мобильным роботом // Проблемы машиностроения и автоматизации (Engineering and automation problems). 2015. № 3. С. 57—67.
7. **Титов В. С., Бобырь М. В., Кулабухов С. А.** Учет инерционности в нечетко-логических системах управления // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2014. № 12. С. 14—19.
8. **Бобырь М. В., Титов В. С., Милостная Н. А., Глобин П. В.** Оценка достоверности при моделировании нечетко-логических систем // Промышленные АСУ и контроллеры. 2012. № 7. С. 32—38.
9. **Бобырь М. В.** Адаптация системы управления мобильным роботом на основе нечеткой логики // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 7. С. 449—455.
10. **Титов В. С., Бобырь М. В., Милостная Н. А.** Особенности оценки точности измерений размеров при использовании высокоточных автоматизированных систем // Промышленные АСУ и контроллеры. 2005. № 6. С. 17—19.
11. **Бобырь М. В., Титов Д. В., Кулабухов С. А.** Оценка влияния числа обучаемых точек на аддитивность нечетких систем // Промышленные АСУ и контроллеры. 2014. № 10. С. 30—35.
12. **Бобырь М. В., Кулабухов С. А.** Дефазификация вывода из базы нечетких правил на основе метода разности площадей // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2015. № 9. С. 32—41.
13. **Титов В. С., Бобырь М. В., Милостная Н. А.** АСУ прогнозированием точности обработки деталей // Автоматизация в промышленности. 2008. № 4. С. 3—4.
14. **Емельянов С. Г., Титов В. С., Бобырь М. В.** Интеллектуальные системы на основе нечеткой логики и мягких арифметических операций: учеб. пособие. М.: АРГАМАК-МЕДИА, 2014. 341 с.
15. **Титов В. С., Бобырь М. В., Кулабухов С. А.** Нечетко-логическая система управления стабилизацией процесса резания деталей // Известия Юго-Западного государственного университета. 2013. № 3. С. 54—58.
16. **Бобырь М. В., Титов Д. В., Кулабухов С. А.** Оценка прогнозирования принятия решений в условиях неопределенности // Телекоммуникации. 2015. № 11. С. 39—44.
17. **Бобырь М. В., Титов Д. В., Кулабухов С. А.** О некоторых свойствах мягкого алгоритма нечетко-логического вывода // Известия Юго-Западного государственного университета. Сер. "Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение". 2015. № 2 (59). С. 39—51.
18. **Бобырь М. В.** Диагностика оборудования с ЧПУ методами нечеткой логики // Промышленные АСУ и контроллеры. 2010. № 1. С. 18—20.

Hierarchical Fuzzy Control System for a Mobile Robot Angular Orientation. Part I

M. V. Bobyr, fregat_mn@rambler.ru✉, **S. A. Kulabuhov**, kulabuhov.sergei@yandex.ru,
A. S. Yakushev, alekseyakushev@yandex.ru,
South-Western State University, Kursk, 305040, Russian Federation

Corresponding author: **Bobyr Maksim V.**, D. Sc.,
Professor of the Computer Engineering South-Western State University,
Kursk, 305040, Russian Federation, e-mail: fregat_mn@rambler.ru

Received on March 23, 2016

Accepted on March 30, 2016

The paper presents the existing algorithms and ways of passing labyrinths. Hardware and software were developed for an automated control system of a mobile robot angular orientation in labyrinths. The paper describes the elements included into the robot, as well as a scheme of their linking-up. One of the factors, which limit the use of the robotic systems in industry, is a small memory size of the microcontrollers. In order to compensate for this shortage, a fuzzy algorithm of passing based on analysis of the incoming information from the sensors was presented. In order to process the information coming from the sensors an articulated mobile robot control concept is used, based on a hierarchical fuzzy synthesized MISO-system. Its distinguishing feature is that the parameters of the previous level of the output are the input to the next level. A concept is presented for processing information coming from the sensors of the mobile robot control. It is based on a hierarchical fuzzy synthesized MISO-system. They make the system additive, and ensure its higher levels of accuracy and functionality. They make the system additive, and ensure higher levels for accurate events. Assessment of accuracy is carried out by the standard deviation (RMSE). The best system has a minimal value of RMSE. The experimental modeling presented in the paper confirms the adequacy of the developed fuzzy system.

Keywords: mobile robot, ArduinoUno, IDEArduino, mobile robot control program, ultrasonic range finder (HC-SR04), infrared range finder (Sharp 2D120X F 05), fuzzy logic, hierarchical fuzzy control system, soft computing

Acknowledgements: This work was supported by the RF President grant the MD-2983.2015.8.

For citation:

Bobyr M. V., Kulabuhov S. A., Yakushev A. S. Hierarchical Fuzzy Control System for a Mobile Robot Angular Orientation. Part I, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 458–464.

DOI: 10.17587/mau.17.458-464

References

1. **Perelman Y. I.** *Zanimatel'naya fizika. Kniga 1* (Interesting physics. Book 1), Moscow, Rimmis, 2015 (in Russian).
2. **Kravchenko A. V.** *Robot-labirint* (Robot maze), *Radioamator. Practical electronics*, 2010, no. 2, pp. 30–32 (in Russian).
3. **Takeshi Morishita, Osamu Tojo.** Integer inverse kinematics method using Fuzzy logic, *Intelligent Service Robotics*, 2013, vol. 6, iss. 2, pp. 101–108.
4. **Nasiba A. Sabto, Khalib Al Mutib.** Autonomous mobile robot localization based on RSSI measurements using an RFID sensor and neural network BPANN, *Journal of King Saud University. Computer and Information Sciences*, 2013, no. 25, pp. 137–143.
5. **Hongwei Mo, Qirong Tang, Longlong Meng.** Behavior-Bases Fuzzy Control for Mobile Robot Navigation, *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, Article ID 561451, 10 p.
6. **Bobyr M. V., Milostnaya N. A.** *Nechetkaya model' intellektual'noi sistemy upravleniya mobil'nym robotom* (Fuzzy model of intellectual system of mobile robot), *Problems of Mechanical Engineering and Automation (Engineering Andautomation Problems)*, 2015, no. 3, pp. 57–67 (in Russian).
7. **Titov V. S., Bobyr M. V., Kulabuhov S. A.** *Uchet inertsiionnosti v nechetko-logicheskikh sistemakh upravleniya* (Accounting for persistence in fuzzy logic control systems), *Instruments and Systems. Management, Monitoring, Diagnostics*, 2014, no. 12, pp. 14–19 (in Russian).
8. **Bobyr M. V., Titov V. S., Milostnaya N. A.** *Otsenka dostovernosti pri modelirovaniy nechetko-logicheskikh sistem* (Global PV Evaluation of the reliability of the simulation fuzzy logic systems), *Industrial ACS and controllers*, 2012, no. 7, pp. 32–38 (in Russian).
9. **Bobyr M. V.** *Adaptatsiya sistemy upravleniya mobil'nym robotom na osnove nechetkoi logiki* (Adaptation of mobile robot control system based on fuzzy logic), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 7, pp. 449–455 (in Russian).
10. **Titov V. S., Bobyr M. V., Milostnaya N. A.** Features evaluate the accuracy of measurements of the dimensions using high-precision automated systems, *Industrial ACS and Controllers*, 2005, no. 6, pp. 17–19 (in Russian).
11. **Bobyr M. V., Titov D. V., Kulabuhov S. A.** *Adaptatsiya sistemy upravleniya mobil'nym robotom na osnove nechetkoi logiki* (Assessing the impact of the number of trainees at the points additive fuzzy systems), *Industrial ACS and Controllers*, 2014, no. 10, pp. 30–35 (in Russian).
12. **Bobyr M. V., Kulabuhov S. A.** *Defuzzifikatsiya vyvoda iz bazy nechetkikh pravil na osnove metoda raznosti ploshchadei* (Defuzzification output from the base of fuzzy rules on the basis of the difference between the areas), *Herald of Computer and Information Technologies*, 2015, no. 9, pp. 32–41 (in Russian).
13. **Titov V. S., Bobyr M. V., Milostnaya N. A.** *ASU prognozirovaniem tochnosti obrabotki detalei* (ACS prediction precision machining), *Automation in the Industry*, 2008, no. 4, pp. 3–4 (in Russian).
14. **Emelyanov S. G., Titov V. S., Bobyr M. V.** *ASU prognozirovaniem tochnosti obrabotki detalei* (Intelligent systems based on fuzzy logic and soft arithmetic, Textbook), Moscow, ARGAMAK MEDIA, 2014, 341 p. (in Russian).
15. **Titov V. S., Bobyr M. V., Kulabuhov S. A.** *Nechetko-logicheskaya sistema upravleniya stabilizatsiei protsessa rezaniya detalei* (Fuzzy logic control system of the stabilization process of cutting parts), *Proc. of the South-Western State University*, 2013, no. 3, pp. 54–58 (in Russian).
16. **Bobyr M. V., Titov D. V., Kulabuhov S. A.** *Otsenka prognozirovaniya prinyatiya reshenii v usloviyakh neopredelennosti* (Evaluation of forecasting for decision making under uncertainty), *Telecommunications*, 2015, no. 11, pp. 39–44 (in Russian).
17. **Bobyr M. V., Titov D. V., Kulabuhov S. A.** *O nekotorykh svoistvakh myagkogo algoritma nechetko-logicheskogo vyvoda* (On some properties of soft algorithm fuzzy inference), *Proc. of the South-Western State University. A series of management, computer engineering, computer science. Medical device*, no. 2 (59), Kursk, 2015, pp. 39–51 (in Russian).
18. **Bobyr M. V.** *Diagnostika oborudovaniya s ChPU metodami nechetkoi logiki* (Diagnosis of CNC equipment methods of fuzzy logic), *Industrial ACS and Controllers*, 2010, no. 1, pp. 18–20 (in Russian).

Д. Н. Алдошкин, аспирант, aldoshkind@gmail.com, **Р. Ю. Царев**, канд. техн. наук, доц., tsarev.sfu@mail.ru, Институт космических и информационных технологий, Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

Поиск пути мобильного робота в условиях наличия препятствий и неполноты информации о среде

Рассматривается задача поиска пути мобильного робота в недетерминированной среде. Приводится описание предлагаемого вычислительно-эффективного решения задачи поиска пути в среде, которая априори неизвестна мобильному роботу. Приводится постановка задачи поиска пути мобильного робота при одновременной локализации и картировании. При этом информация о среде робот оперативно получает исключительно посредством собственных датчиков. Приводится краткий обзор существующих решений, а также их сравнительный анализ с предложенным алгоритмом, показавший превосходство в быстродействии последнего.

Ключевые слова: одновременная локализация и картирование, мобильный робот, поиск пути, построение маршрута, планирование траектории

Введение

При одновременной локализации и картировании среды, информация о которой на момент начала работы мобильного робота отсутствует, основными задачами являются задача построения карты окружающего пространства, задача определения собственного положения мобильного робота в пространстве и задача обеспечения беспрепятственного его передвижения к целевой точке. Решение этих задач предоставляет базис для решения задач более высокого уровня.

На сегодняшний день существует множество публикаций, описывающих алгоритмы решения задачи управления передвижением робота [1–4]. Данные алгоритмы можно разделить на следующие группы:

1) алгоритмы, не планирующие траекторию. В этом случае направление движения в каждый момент (такт) времени вычисляется как некоторая функция от данных, полученных от датчиков окружающего пространства [1];

2) алгоритмы, планирующие траекторию, среди которых можно выделить

2.1) алгоритмы, использующие для описания среды (картографирования) периодические структуры (сетки) [2, 3];

2.2) алгоритмы, использующие для картографирования неперіодические графовые формализации [4].

Алгоритмы первой группы применимы для первоначального сбора картографической информации (в случае начала работы, либо ориентирования в неразведанной области среды), а также для избегания столкновений с динамическими препятствиями.

Алгоритмы второй группы используют всю доступную информацию об окружающем пространстве. Применение периодических сеток требует принятия компромиссного решения: высокая плотность сетки позволяет получить большую детализацию, но приводит к чрезмерным затратам на описание пространства, и наоборот — низкая плотность сетки имеет следствием снижение детализации описания пространства. Этому недостатка лишены алгоритмы, использующие неперіодические графовые формализации: они позволяют ми-

нимизировать затраты на описание пространства, сохраняя при этом контроль над детализацией.

Наиболее общим и широко известным алгоритмом, реализующим подход неперіодических графовых формализаций, является алгоритм, описанный О'Рурком в работе [4]. Этот алгоритм в качестве абстракции данных картографирования использует граф видимости препятствий. Для решения задачи поиска пути на графе используется алгоритм Дейкстры в обобщенной формулировке, что позволяет для решения конкретной задачи с ее ограничениями выбрать подходящую модификацию алгоритма. Далее в работе алгоритм О'Рурка используется в качестве эталонного как для теоретического анализа, так и для сравнения производительности с предлагаемым алгоритмом.

Формализация задачи

В данной работе рассматривается задача в ее классической постановке, которую можно сформулировать следующим образом: в окружающем пространстве $\Omega = E \cup K$, содержащем как препятствия $E = \{E_i, i = 1, e\}$ (e — число препятствий), так и свободное пространство $K = \{K_i, i = 1, k\}$ (k — число взаимно недоступных областей свободного пространства), $E \cap K = \emptyset$, найти такой путь $M = \{M_i | M_i \in K, i = 1, m\}$ (m — число точек пути) в свободном пространстве, чтобы при движении робота из начальной точки M_1 в конечную точку M_m ни в одной точке M_i этого пути он не сталкивался с препятствиями: $M \cap E = \emptyset$ (рис. 1).

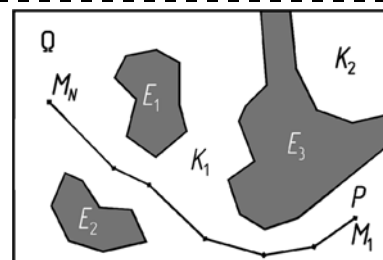


Рис. 1. Схема пространства с препятствиями и возможная траектория движения робота

Формальное описание алгоритма

Целью работы алгоритма является построение траектории движения M . Исходными данными являются данные картографирования, содержащие информацию о геометрии известного на данный момент окружающего пространства, а также информация о геометрии известных препятствий.

В предлагаемом алгоритме, равно как и в эталонном, можно выделить два этапа:

- 1) преобразование исходных данных к графовому представлению;
- 2) поиск пути на графе.

В соответствующих разделах оба этих этапа рассматриваются подробно, описываются ограничения на исходные данные, приводятся теоретические и экспериментальные оценки быстродействия их возможных реализаций.

Предлагаемый алгоритм разделяется на следующие шаги:

- 1) построение многоугольника свободного пространства $P(K)$:

- 1.1) инициализация пустого $P(K)$;
- 1.2) построение контура окружающего пространства $C(\Omega)$ в виде ломаной кривой;
- 1.3) дополнение $P(K)$ ломаной $C(\Omega)$ как ограничивающей многоугольник кривой;
- 1.4) для каждого препятствия E_i в E :
 - 1.4.1) построение контура препятствия $C(E_i)$;
 - 1.4.2) дополнение $P(K)$ ломаной $C(E_i)$ как дыркой;

- 2) построение триангуляции многоугольника свободного пространства $T = T(P(K))$;

- 3) построение дуального графа триангуляции $G(T)$;
- 4) определение вершин графа $G(T)$, соответствующих текущему положению и целевому положению;
- 5) определение пути W из текущего положения в целевое через поиск пути на графе $W = \text{Dijkstra}(G(T))$;

- 6) преобразование графового представления пути W в геометрическое представление M .

Шаги 1 и 6 зависят от конкретной постановки задачи, и их выполнение в данной статье не рассматривается. Шаги 2 и 3 составляют первый этап работы алгоритма, шаги 4 и 5 — второй.

Преобразование исходных данных к графовому представлению

Без потери общности можно сказать, что наземные мобильные роботы имеют две степени свободы по перемещению, поэтому для решения задачи построения траектории достаточным является анализ двумерной карты среды.

Исходными данными для процедуры построения траектории движения мобильного робота являются текущие данные картографирования окружающей среды, положение мобильного робота в ней (начальная точка), координаты конечной точки и геометрические параметры робота.

Для того чтобы данные картографирования были пригодными для работы предлагаемого алгоритма,

они должны быть предварительно обработаны и представлены в виде совокупности контуров объектов окружающего пространства (с учетом координат объектов).

В рамках предлагаемого алгоритма на форму представления этих данных налагается следующее ограничение: всякий контур i -го препятствия $C(E_i)$ должен быть аппроксимирован ломаной кривой, т. е. представлять собой совокупность двух множеств: множества вершин $D_i = \{D_{ij}, j = \overline{1, d_i}\}$ (d_i — число вершин контура i -го препятствия) и множества соединяющих вершины ребер $F_i = \{F_{ij}, j = \overline{1, f_i}\}$ (f_i — число ребер контура i -го препятствия): $C(E_i) = \{D_i, F_i\}$. Контур не должен иметь самопересечений: $F_{ia} \cup F_{ib} = \emptyset$; $a, b = \overline{1, f_i}$; $a \neq b$. Самопересечение контуров не допускается по двум причинам: а) контуры с самопересечениями не имеют физического смысла и свидетельствуют об ошибочной работе алгоритмов обработки данных датчиков пространства; б) контуры с самопересечениями не поддерживаются большим числом алгоритмов триангуляции по причине неоднозначности трактовки подобных контуров.

Геометрия робота может быть представлена в виде:

- точечного объекта;
- ограничивающей окружности ненулевого радиуса;
- ограничивающего выпуклого многогранника;
- многогранника, детально описывающего форму робота.

Наиболее часто рассматриваемый случай — ограничивающая окружность. Это обусловлено тем, что в этом случае можно построить траекторию, исключая столкновения при сравнительно высокой производительности. Решение задачи с описанием робота в виде точечного объекта в чистом виде на практике не применимо, однако к этой задаче несложными преобразованиями сводится задача с описанием робота в виде окружности [4]. Полноценное же решение задачи с применением представлений в виде ограничивающего выпуклого многогранника и многогранника, детально описывающего форму робота, является существенно более сложной в алгоритмическом смысле задачей, поэтому не применяется на практике в силу таких причин, как ограниченность вычислительных ресурсов мобильного робота и избыточная точность результата.

Таким образом, и алгоритм О'Рурка, и предлагаемый алгоритм используют точечное представление геометрии мобильного робота.

Предлагаемый алгоритм для решения задачи поиска пути использует графовую абстракцию исследуемого пространства. Этот подход к описанию среды выбран по той причине, что на данный момент чрезвычайно хорошо разработан и исследован аппарат анализа графов, в том числе поиска путей.

Как было сказано выше, вершинами графа могут выступать как узлы периодической сетки, так и непериодические элементы, характеризующие среду с достаточной точностью.

Периодические сетки были исключены из рассмотрения на ранних этапах анализа поставленной задачи по следующим причинам:

- для построения сетки необходимо выбрать шаг, что является нетривиальной задачей;
- периодические сетки обладают существенной избыточностью: для описания одного физически непрерывного сегмента пространства могут использоваться несколько ячеек, которые при переходе к графовому представлению увеличат объем графа.

В эталонном алгоритме предлагается в качестве узлов выбирать вершины контуров препятствий, а в качестве ребер графа использовать отношения видимости между вершинами (т. е. все множество диагоналей полигонов свободного пространства). Такая формализация позволяет обнаруживать путь из начальной точки в целевую. При этом данный путь будет являться оптимальным в смысле геометрической длины. К минусам алгоритма можно отнести:

- большой объем графа: число его вершин равно числу N всех вершин всех контуров препятствий, а число ребер графа в худшем случае достигает $\frac{N^2 - 3N}{2}$ (случай выпуклого многоугольника), т. е. можно считать, что число ребер графа (диагоналей) имеет оценку [4]

$$R = O(N^2); \quad (1)$$

- большое число циклов на графе, что налагает ограничения на алгоритмы обхода графа и поиска путей.

Следствием большого объема информации, на основании которой строится граф, является большая алгоритмическая сложность его построения. Наилучшими оценками обладают алгоритм Велзля ($O(N^2)$) [5] и алгоритм Гоша и Маунта ($O(N \log N + R)$) [4]. Сложность последнего зависит от числа ребер, имеющего оценку $R = O(N^2)$. С учетом данной оценки сложность алгоритма построения графа видимости в худшем случае составляет $O(N \log N + N^2)$. По этой причине далее рассматривается алгоритм Велзля.

Как будет показано ниже, поставленную задачу поиска пути без ограничений на его оптимальность можно решить существенно меньшими вычислительными затратами. Чтобы достигнуть этого, необходимо выбрать такую абстракцию свободного пространства, которая бы описывала его исчерпывающим образом и имела существенно меньший объем, нежели в эталонном алгоритме. В качестве такой абстракции выберем триангуляцию полигонов свободного пространства. Для всякой триангуляции существует дуальный граф, который и будет в дальнейшем использован для поиска пути. Дуальный граф представляет собой граф, вершины которого соответствуют треугольникам триангуляции, а ребрами выступают отношения смежности между треугольниками (наличия общего ребра).

Дуальный граф триангуляции, с одной стороны, полностью описывает структуру свободного пространства, а с другой, имеет объем, меньший объема графа, получаемого при использовании эталонного алгоритма. Число вершин дуального графа является величиной, зависящей от входных данных (в первую очередь от числа препятствий), и составляет $N + 2e - 2$, где e — число препятствий. Оценка числа вершин составляет $O(N)$, что совпадает с таковой для вышеописанного алгоритма. Число ребер также зависит от входных данных и составляет $N + 3e - 3$ (с оценкой $O(N)$), что существенно превосходит оценку (1).

Таким образом, объем графа в рамках предлагаемого алгоритма существенно меньше в смысле наилучших оценок, нежели в эталонном алгоритме. Этот факт имеет значимость в рамках анализа алгоритмов поиска путей на графах, который будет приведен далее.

Не менее существенным вопросом является вопрос алгоритмической сложности построения триангуляции. Существует множество алгоритмов построения триангуляции с различными оценками сложности [4]. Оценка сложности лучшего алгоритма составляет $O(N)$, что существенно превосходит оценку $O(N^2)$ в алгоритме О'Рурка для решения задачи поиска пути. Однако на практике реализация такого алгоритма является чрезвычайно сложной и медленной, поэтому применение находят алгоритмы с теоретически незначительно худшей производительностью. В рамках компьютерной апробации, результаты которой описаны далее, применяется алгоритм Зейделя с оценкой сложности $O(N \log^* N + k \log N)$ [6] (здесь и далее $\log^* N$ — итерированный логарифм).

Поиск пути на графе

На сегодняшний день задача поиска пути на графах изучена чрезвычайно хорошо. Среди предлагаемых алгоритмов в первую очередь следует отметить алгоритм Дейкстры, предназначенный для обнаружения кратчайшего пути на графе. Другим широко известным алгоритмом является алгоритм A^* — модификация алгоритма Дейкстры, основывающаяся на применении эвристик [7]. A^* в общем случае превосходит алгоритм Дейкстры, однако в худшем случае оценки их быстродействия совпадают. Как существенный минус A^* можно указать стремление его к выходу в локальные минимумы с исчерпывающим там пребыванием, что приводит к существенному снижению производительности в задачах поиска пути в условиях наличия большого числа препятствий сложной невыпуклой формы. В силу своей эвристической природы алгоритм A^* имеет множество модификаций и разновидностей: взвешенный WA^* [8], декомпозирующий HGA^* [8], R^* [9].

В рамках предлагаемого алгоритма применяется алгоритм Дейкстры по той причине, что он не обладает склонностью к длительному пребыванию в локальном минимуме. При этом оценка сложности

данного алгоритма, реализованного с использованием кучи Фибоначчи, составляет [10]

$$O(V \log V + R), \quad (2)$$

где V — число вершин графа, R — число ребер.

Переход от алгоритма Дейкстры к алгоритму A^* (или его модификациям) не составляет труда, однако требует построения эвристик, специфичных для ограничений конкретной постановки задачи. Вопрос построения таких эвристик не является предметом описания данной работы.

Как было указано ранее, число вершин для графа видимости $V = N$ (где N — число вершин всех контуров препятствий), число ребер графа видимости оценивается как $R = O(N^2)$. В этом случае оценка сложности (2) работы алгоритма Дейкстры будет составлять $O(N \log N + N^2)$.

Для дуального графа триангуляции оценка числа вершин составляет $V = O(N)$, оценка числа ребер $R = O(N)$, что в итоге дает оценку быстродействия $O(N \log N + N)$.

Алгоритм поиска пути состоит из двух этапов: построения графа свободного пространства и поиска пути на этом графе. Сложность данного алгоритма можно подсчитать как сумму сложностей его этапов. Таким образом, очевидно, что сложность алгоритма, описанного О'Рурком, составляет $O(N \log N + N^2)$. Сложность же предлагаемого алгоритма оценивается как $O(N \log N + N)$. Данная теоретическая разница подтверждается результатами компьютерной апробации, результаты которой приводятся ниже.

Компьютерная апробация

Целью компьютерной апробации является подтверждение работоспособности предлагаемого алгоритма, а также демонстрация превосходства его в производительности в сравнении с известными алгоритмами.

В рамках апробации проведено сравнение функционирования двух алгоритмов: алгоритма, основывающегося на графе видимости [4] (эталонного), и предлагаемого алгоритма.

В качестве алгоритма построения графа видимости, как уже было упомянуто, применяется алгоритм Велзля, обладающий оценкой сложности $O(N^2)$. В силу отсутствия открытой реализации данного алгоритма он был реализован автором с применением языка программирования C++.

В качестве реализации алгоритма триангуляции применяется алгоритм Зейделя, имеющий сложность $O(N \log^* N + k \log N)$, которая слабо отличается от линейной при постоянном k в силу чрезвычайно медленного роста итерированного логарифма. Реализация данного алгоритма предоставляется библиотекой *poly2tri*.

Алгоритм Дейкстры также реализован авторами по той причине, что существующие открытые реализации либо чрезвычайно обобщены, либо сложно стыкуются с реализациями описанных выше алгоритмов.

Апробацию проводили на синтетических данных. Причиной этому является большая трудоемкость подготовки выборок реальных данных с контролируемым шагом размерности выборок. Синтетические же данные генерируются процедурно, вследствие чего контроль над размерностью и иными параметрами выборок не составляет проблемы.

В апробационном эксперименте использовалась сцена следующего вида: окружающее пространство Ω прямоугольной формы, в котором в строках и столбцах располагаются препятствия E_i шестиугольной формы (рис. 2). Минимальная выборка содержит два столбца и одну строку. Число препятствий в каждой следующей выборке увеличивается на один столбец и одну строку. Такой подход, с одной стороны, обеспечивает шаг размерности выборок данных, позволяющий продемонстрировать закономерность роста времени работы того или иного алгоритма, а с другой стороны, позволяет не затрачивать большое количество времени на обработку выборок, различающихся по размеру не существенно, и, тем самым, быстро перейти к анализу выборок большего размера.

В результате апробации получен ряд зависимостей, демонстрирующих существенные характеристики работы алгоритмов, а именно:

- время работы первого этапа (построение графа) (рис. 3);
- объем результирующего графа в вершинах и ребрах (рис. 4);
- время работы второго этапа (поиск пути на графе) (рис. 5);
- общее время работы (рис. 6).

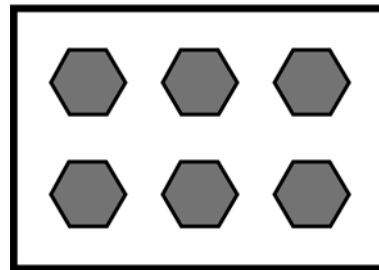


Рис. 2. Образец экспериментальной сцены. Серые области соответствуют препятствиям E_i , белая область — окружающему пространству Ω

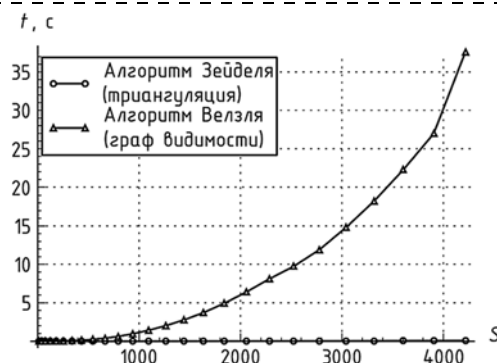


Рис. 3. Сравнение времени работы первого этапа (построение графа)

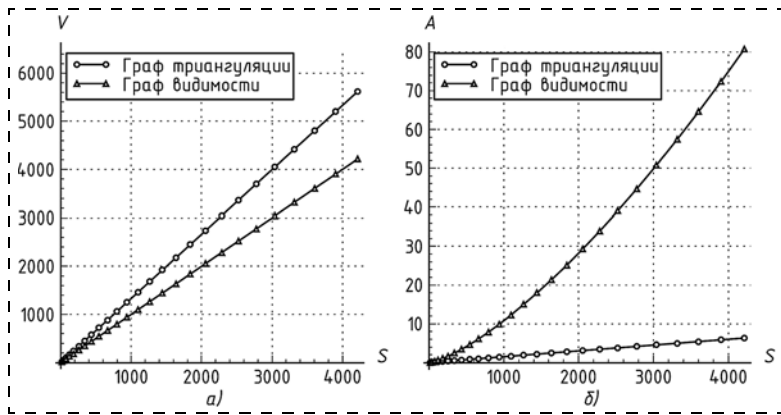


Рис. 4. Сравнение объема графа: a — вершины; b — ребра

Здесь на рисунках введены следующие обозначения: S — объем выборки (в точках сцены); t — время (в секундах); V — объем графа (в вершинах); A — объем графа (в тысячах ребер).

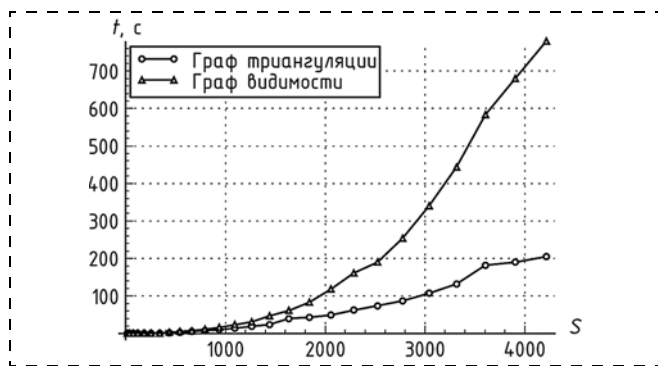


Рис. 5. Сравнение времени работы второго этапа (поиск на графе)

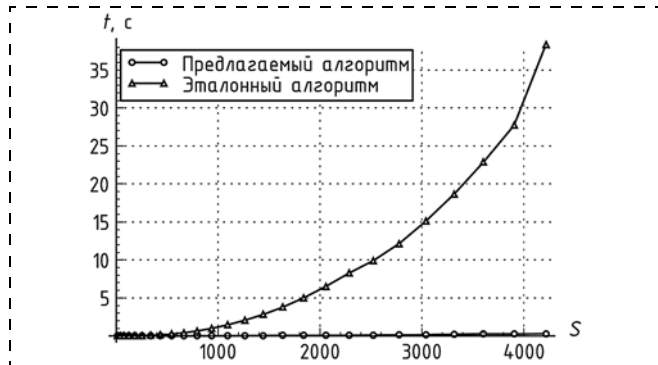


Рис. 6. Сравнение общего времени работы алгоритмов

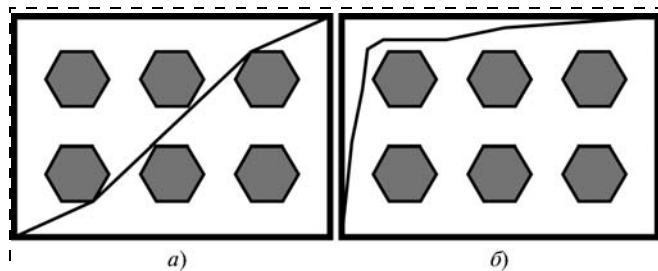


Рис. 7. Траектории, построенные согласно: a — эталонного алгоритма; b — предлагаемого алгоритма

На основании данных, приведенных на рис. 6, можно сделать вывод о существенном преимуществе в быстродействии предлагаемого алгоритма.

Быстродействие предлагаемого алгоритма обусловлено тем, что первый его этап выполняется быстрее соответствующего этапа эталонного алгоритма и вносит наибольший вклад в относительное повышение быстродействия (см. рис. 3). Кроме этого, второй этап также выполняется с меньшими затратами времени (см. рис. 5). Несмотря на то что на втором этапе используется тот же алгоритм (алгоритм Дейкстры), что и в эталонном алгоритме, он выполняется за меньшее время. Это обусловливается тем, что число вершин графа влияет на время ра-

боты алгоритма существеннее, нежели число ребер (о чем можно сделать вывод из оценки сложности алгоритма Дейкстры): число вершин анализируемого графа существенно ниже, нежели в эталонном алгоритме (см. рис. 4, a), хотя число ребер и превосходит число ребер в случае эталонного алгоритма (см. рис. 4, b), что в результате приводит к меньшему времени работы (см. рис. 5).

Рис. 7, a , b позволяет оценить качество конечного решения. Предлагаемый алгоритм не дает решения, оптимального в смысле геометрической длины траектории, он позволяет построить траекторию, длина которой оптимальна в смысле метрики графовой абстракции.

В общем случае такая траектория будет существенно отличаться от оптимальной, однако разница может быть минимизирована рядом средств: за счет выбора в качестве вершин графа других геометрических элементов триангуляционной сетки; детектирования выпуклых многоугольников и объединения соответствующих треугольников в графе в единую вершину; геометрической оптимизации результирующей траектории.

Заключение

В данной работе предложен алгоритм решения задачи поиска пути мобильного робота в двумерном пространстве с препятствиями. Показано, что предлагаемый алгоритм обладает существенным преимуществом в быстродействии в сравнении с эталонным алгоритмом. Данное теоретическое преимущество подтверждено на практике вычислительным экспериментом, в рамках которого проведено сравнение отдельных этапов предлагаемого и эталонного алгоритмов.

Однако эксперимент показал, что, несмотря на преимущество в быстродействии, предлагаемый алгоритм не позволяет достичь качества решения, получаемого при использовании эталонного алгоритма.

Таким образом, предлагаемый алгоритм не способен полностью вытеснить эталонный подход, однако его применение целесообразно в ряде случаев: для решения задачи определения существования пути между двумя точками пространства;

для вычисления траектории движения мобильного робота, когда временные затраты на построение решения являются более критичными, нежели оптимальность траектории.

Список литературы

1. Чернухин Ю. В., Бутов П. А. Синтез тормозных квазиполей препятствий для бортовой системы автономного планирования траектории движения малогабаритных мобильных роботов // Инженерный вестник Дона. 2014. № 2. Т. 29. С. 66–76.
2. Михайлов Б. Б. Техническое зрение мобильных роботов // Техническое зрение в системах управления мобильными объектами. Тр. науч.-техн. конф.-семинара. М.: Книжный дом "Университет", 2011. С. 191–201.
3. Хрущ А. В. Управление мобильным роботом с бортовой системой объемного зрения // Техническое зрение в системах управления. Сб. тр. науч.-техн. конф. 2012. С. 62–67.

4. O'Rourke J. Computational Geometry in C. Cambridge University Press, 1998.
5. O'Rourke J. Art gallery theorems and algorithms. New York: Oxford university press, 1987.
6. Seidel R. A simple and fast incremental randomized algorithm for computing trapezoidal decompositions and for triangulating polygons // Computational Geometry: Theory and Applications. 1991. Vol. 1. N. 1. P. 51–64.
7. Бутов П. А. Разработка и исследование элементов систем управления, реализующих автономные режимы навигации для малогабаритных мобильных роботов: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.05. Таганрог, 2014.
8. Яковлев К. С., Сарафанов В. Ю., Храмоин И. В. Об одной проблеме, возникающей при планировании траектории на плоскости // Тринадцатая национальная конф. по искусственному интеллекту с междунар. участием КИИ-2012. Тр. конф. Т. 3. Белгород: Изд-во БГТУ, 2012. С. 256–267.
9. Likhachev M., Stentz A. R* Search // Proc. of the National Conference on Artificial Intelligence, 2008.
10. Левитин А. Алгоритмы: введение в разработку и анализ. М.: Вильямс, 2006.

Mobile Robot Path Planning in the Presence of Obstacles and Lack of Information about the Environment

D. Aldoshkin, Postgraduate Student, aldoshkind@gmail.com✉,

R. Tsarev, Ph.D., Associate Professor, tsarev.sfu@mail.ru,

Institute of Space and Information Technologies, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, 660100, Russian Federation

Corresponding author: Aldoshkin Dmitry N., Postgraduate Student, Institute of Space and Information Technologies, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, 660100, Russian Federation, e-mail: aldoshkind@gmail.com

Received on March 10, 2016

Accepted on March 24, 2016

Mobile robot motion is a complex field of research intensively studied during the recent decades. In this article the authors consider the problem of path planning for a mobile robot with two degrees of freedom (ground vehicle) in a priori undetermined environment. The authors formulate the path planning problem and propose a computationally effective algorithm for solving the problem of movement path construction in a priori unknown environment. The proposed algorithm decomposes the path planning problem in two main phases: construction of a graph-based presentation of a free space and graph search. The authors propose a dual graph of a free space polygon triangulation as a means of a free space presentation. This approach allows us to minimize the graph size without an uncontrollable loss of accuracy of environment representation. This approach uses Dijkstra algorithm for the conduct path search on a free space graph, but it is possible to replace this algorithm by another one with account of the particular constraints. The proposed algorithm envisages a continuous collection of the environment information by a robot using its sensors. A brief review of the existing approaches to the problem is presented, as well as a theoretical comparison of these approaches with the proposed one in terms of the computational complexity theory. The proposed algorithm's computational efficiency is demonstrated via a computational experiment, where the proposed and reference algorithms operate on a set of synthetic environment models of different geometric size, but with a similar structure. An experiment proved the algorithm's supremacy in speed.

Keywords: simultaneous localization and mapping, mobile robot, path finding, trajectory planning, path planning

For citation:

Aldoshkin D., Tsarev R. Mobile Robot Path Planning in the Presence of Obstacles and Lack of Information about the Environment, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 465–470.

DOI: 10.17587/mau.17.465-470

References

1. Chernuhin Ju. V., Butov P. A. Sintez tormoznykh kvazipolej prepyatstvij dlja bortovoj sistemy avtonomnogo planirovaniya traektorii dvizhenija malogabaritnyh mobil'nyh robotov (Synthesis of brake obstacle quazifields for onboard autonomous movement trajectory planning system of compact mobile robot), *Inzhenernyj Vestnik Dona*, 2014, vol. 29, no. 2, pp. 66–76 (in Russian).
2. Mihajlov B. B. Tehnicheskoe zrenie mobil'nyh robotov (Mobile robot technical vision), *Tehnicheskoe Zrenie v Sistemah Upravlenija Mobil'nyimi Obektami: Trudy Nauchno-Tehnicheskoj Konferencii-Seminara*, Knizhnyj dom "Universitet", 2011, pp. 191–201 (in Russian).
3. Hrushh A. V., Mihajlov B. B. Upravlenie mobilnym robotom s bortovoj sistemoj obemnogo zrenija (Controlling mobile robot with onboard volumetric vision system), *Tehnicheskoe Zrenie v Sistemah Upravlenija: Sbornik Trudov Nauchno-Tehnicheskoj Konferencii*, 2012, pp. 62–67 (in Russian).

4. O'Rourke J. Computational Geometry in C. 2 ed. Cambridge University Press, 1998.
5. O'Rourke J. Art gallery theorems and algorithms, New York, Oxford university press, 1987.
6. Seidel R. A simple and fast incremental randomized algorithm for computing trapezoidal decompositions and for triangulating polygons, *Computational Geometry: Theory and Applications*, 1991, vol. 1, no. 1, pp. 51–64.
7. Butov P. A. Razrabotka i issledovanie jelementov sistem upravlenija, realizujushhijh avtonomnye rezhimy navigacii dlja malogabaritnyh mobil'nyh robotov (Development and analysis of control system elements, which implement autonomous navigation modes for compact mobile robots): dis. ... kand. tehn. nauk: 05.13.05, Taganrog, 2014 (in Russian).
8. Jakovlev K. S., Sarafanov V. Ju., Hramoin I. V. Ob odnoj probleme, vznikajushhej pri planirovanii traektorii na ploskosti (On the problem of trajectory planning on the plane), *Proc. of the 13th National Conf. on Artificial Intelligence with International Participation KII-2012* (16–20 oktjabrja 2012 g., Belgorod, Rossija), vol. 3, Belgorod: Izd-vo BGTU, 2012, pp. 256–267 (in Russian).
9. Likhachev M., Stentz A. R* Search, *Proc. of the National Conference on Artificial Intelligence*, 2008.
10. Levitin A. Algoritmy: vvedenie v razrabotku i analiz (Algorithms: introduction and analysis), Moscow, Vil'jams, 2006 (in Russian).

Г. П. Шибанов, д-р техн. наук, проф., вед. науч. сотр., gpshibanov@mail.ru,
Государственный летно-испытательный центр им. В. П. Чкалова

Обеспечение функциональной надежности электронных систем при неполной информации о состоянии их блоков

Рассмотрена математическая модель, в основу которой положена поглощающая марковская цепь, описывающая процессы появления отказов блоков электронного оборудования и накопления в них скрытых неисправностей. В модели принято допущение о том, что если неисправность не появилась в заданный короткий промежуток времени, то она не появится и в течение всего времени эксплуатации оборудования. При этом предполагается, что к моменту отказа основных блоков системы все скрытые неисправности уже проявились в процессе проведенных заводских и государственных испытаний.

Ключевые слова: модель, электронная система, летательный аппарат, состояние блоков, неполная информация

В процессе эксплуатации электронного оборудования, например бортовых электронных систем летательных аппаратов, обычно ограничиваются глубиной поиска мест неисправности до сменного блока. Вместе с тем, неблагоприятное воздействие различных факторов эксплуатации, например, вибрации, перегрузок, пыли, колебаний температуры и давления окружающей газовой среды приводит со временем к изменению физико-химических свойств материалов и функциональных характеристик отдельных элементов. Такого типа изменения постепенно ведут к накоплению отрицательных эффектов и нарушению работоспособности элементов, узлов, схем, блоков и, как следствие, к полному их отказу. Поэтому для повышения функциональной надежности электронного оборудования целесообразно использовать не только традиционные пути резервирования и введения избыточности с перестройкой структуры, но и стремиться к уменьшению интенсивности накопления отрицательных эффектов в элементной базе, т. е. к уменьшению скорости старения элементов под воздействием неблагоприятных факторов эксплуатации.

С учетом сказанного оценка функциональной надежности электронного оборудования может быть получена с помощью математической модели, в основу которой положена поглощающая марковская цепь [1, 2]. Такая модель описывает процессы появления отказов блоков электронного оборудования и накопления в них скрытых неисправностей. Модель составлена при допущении, что если неисправность не появилась в заданный короткий промежуток времени, то она не появится и в течение всего времени эксплуатации оборудования. При этом предполагается, что к моменту отказа основных блоков системы должны проявиться все скрытые неисправности. Данное предположение

не противоречит практике, поскольку к окончанию всех видов испытаний (лабораторных, заводских, государственных и др.), как правило, все скрытые неисправности и дефекты электронного оборудования проявляются, и причины их устраняются. Вместе с тем, в принятой модели отказ хотя бы одного из основных блоков оборудования отождествляется с отказом электронной системы в целом. Предполагается также, что неисправности, в том числе и скрытые, влияют на работоспособность оборудования независимо, и не учитывается тот факт, что они могут накапливаться в редко используемых блоках и проявляться лишь на одном очень редко применяемом режиме работы оборудования, но на таком режиме, который, например применительно к бортовым электронным системам летательного аппарата, обеспечивает вывод последнего из аварийной ситуации и гарантирует безопасность полета в экстремальных случаях [3—11].

В соответствии с рассматриваемой моделью доля d выявленных в процессе технической диагностики неисправностей принята равной 90 % и более от общего их числа. Соответственно, за тот же отрезок времени доля скрытых неисправностей $(1 - d)$ составляет в данной модели не более 10 % от общего числа неисправностей. Для наглядности, эту модель будем строить применительно к бортовому электронному оборудованию летательных аппаратов. Применительно к такому оборудованию предполагается, что все выявленные в полете неисправности устраняются при проведении технического обслуживания летательного аппарата, и что перед каждым очередным полетом бортовое оборудование полностью восстанавливается. Оставшиеся не выявленными скрытые неисправности учитываются в модели как потенциально опасные.

Интенсивность появления отказов блоков и накопления скрытых неисправностей и дефектов принимается постоянной по времени и равной λ .

Если $P_i(S)$ обозначить вероятность пребывания системы перед началом i -го полета в S -м состоянии ($S \rightarrow A, B, C, D$), то начальные условия для выполнения первого полета применительно, например, к бортовой электронной системе, состоящей из пяти блоков, можно представить в виде системы равенств

$$\begin{aligned} P_1(A) &= 1; \\ P_1(C_1) &= P_1(C_2) = P_1(B_1 C_1) = \\ &= P_1(B_1) = P_1(B_2) = P_1(D) = 0, \end{aligned}$$

где $P_1(A)$ — вероятность того, что все блоки системы перед первым полетом будут исправны; $P_1(C_1)$, $P_1(C_2)$ — соответственно, вероятности того, что перед полетом в одном (C_1) и в двух блоках (C_2) будут иметь место скрытые неисправности, обнаружить которые в процессе подготовки системы к полету не удалось; $P_1(B_1)$, $P_1(B_2)$ — соответственно, вероятности того, что выявленные в процессе подготовки к первому полету в одном (B_1) и в двух блоках одновременно (B_2) неисправности не были устранены перед полетом; $P_1(B_1 C_1)$ — вероятность того, что перед первым полетом в одном из блоков электронного оборудования имеется скрытая неисправность (B_1) и выявленная в этом же блоке неисправность (C_1) перед полетом не была устранена; $P_1(D)$ — вероятность того, что система в целом перед первым полетом оказалась неисправной.

Система уравнений, описывающая состояние электронного оборудования перед $(n + 1)$ -м полетом, будет иметь вид

$$P_{n+1}(A) = \frac{E_n(A) + E_n(B_1) + E_n(B_2)}{1 - E_n(D)}; \quad (1)$$

$$P_{n+1}(C_1) = \frac{E_n(C_1) + E_n(B_1 C_1)}{1 - E_n(D)}; \quad (2)$$

$$P_{n+1}(C_2) = \frac{E_n(C_2)}{1 - E_n(D)}; \quad (3)$$

$$P_{n+1}(B_1) = P_{n+1}(B_2) = P_{n+1}(B_1 C_1) = P_{n+1}(D) = 0.$$

Здесь $E_n(D)$ — вероятность того, что после окончания n -го полета бортовая электронная система окажется в неисправном состоянии D ($D \rightarrow B_1, B_2, C_1, C_2, B_1 C_1$).

Деление правой части уравнений (1), (2), (3) на $1 - E_n(D)$ позволяет получить оценку вероятности начала n -го полета при исправном состоянии электронного оборудования летательного аппарата.

На рис. 1 и 2 представлены графы марковских моделей появления неисправностей в полете для электронных систем с неизменной и изменяемой структурами, применительно к которым и были составлены приведенные выше уравнения состояний.

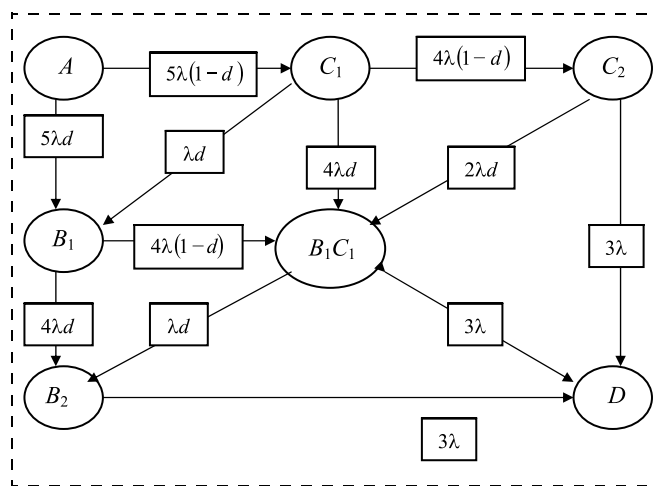


Рис. 1. Граф марковской модели появления неисправностей (дефектов) в полете для электронной системы, состоящей из пяти блоков и имеющей неизменную структуру

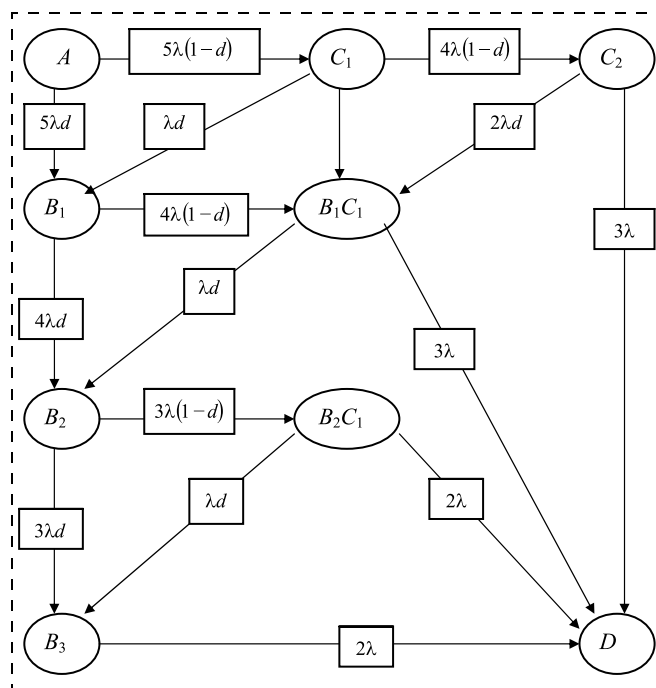


Рис. 2. Граф марковской модели появления неисправностей (дефектов) в полете для электронной системы, состоящей из пяти блоков и имеющей изменяемую структуру

Узлы, расположенные в левом верхнем углу графов (рис. 1, 2), обозначенные буквой A , соответствуют полностью исправному состоянию электронной системы. Узлы, обозначенные буквой D и расположенные в правом нижнем углу графов, отображают состояние электронной системы, при котором она полностью потеряла работоспособность. Все остальные узлы — вершины графов — отображают состояния, в которых оказывается бортовая электронная система при появлении неисправностей, практически мгновенно обнаруживаемых человеком или автоматическими средствами контроля (B_1, B_2, B_3) и скрытых неисправностей (C_1, C_2) или комбинации тех и других ($B_1 C_1; B_2 C_1$).

Дуги графов отображают интенсивности переходов системы из одного состояния в другое и характеризуют степень достоверности таких переходов. Сопоставительный анализ переходов графов, приведенных на рис. 1 и 2, показывает, что за счет избыточности и изменения структуры контролируемой системы при появлении неисправности отдельных блоков можно существенно повысить функциональную надежность бортового электронного оборудования летательных аппаратов. Однако следует помнить, что данный путь повышения функциональной надежности приводит к существенному увеличению стоимости бортового электронного оборудования и не всегда может быть оправдан с экономической точки зрения. Поэтому окончательному выбору путей повышения функциональной надежности должен предшествовать всесторонний комплексный анализ систем по критерию "эффективность — стоимость".

Список литературы

1. **Вентцель Е. С.** Теория вероятности. Второе издание, переработанное и дополненное. М.: Физматгиз, 1962. 564 с.
2. **Шибанов Г. П.** Основные понятия и количественные оценки, используемые в авиации и космонавтике. Англо-русский словарь-справочник для русскоязычных специалистов. М.: Издательский дом Академии им. Н. Е. Жуковского, 2013. 472 с.

3. **Авакян А. А.** Физическая модель и закон распределения отказов элементов и систем электроники // Сб. докл. Всеросс. НТК "XI научные чтения, посвященные памяти Н. Е. Жуковского. М.: Издательский дом Академии им. Н. Е. Жуковского, 2014. С. 371—380.

4. **Ашарина И. В.** Системное взаимное информационное согласование при параллельном, распределенном и отказоустойчивом решении в системе совокупности взаимодействующих целевых задач // Сб. докл. Всеросс. НТК "XII научные чтения, посвященные памяти Н. Е. Жуковского. М.: Издательский дом Академии им. Н. Е. Жуковского, 2015. С. 416—420.

5. **Беллман Р., Заде Л.** Принятие решений в расплывчатых условиях // Сб. переводов с англ. под ред. И. Ф. Шахнова. М.: Мир, 1976. 229 с.

6. **Герасимов О. Н., Беринезов Н. А., Юрков Н. К.** К вопросу защиты электронных средств ЛА от внешних воздействий // Сб. докл. Всеросс. НТК "XII научные чтения, посвященные памяти Н. Е. Жуковского. М.: Издательский дом Академии им. Н. Е. Жуковского, 2015. С. 386—390.

7. **Дианов В. Н.** Интегро-дифференциальная диагностика сбоев в цифровой аппаратуре // Сб. докл. Всеросс. НТК "XI научные чтения, посвященные памяти Н. Е. Жуковского. М.: Издательский дом Академии им. Н. Е. Жуковского, 2014. С. 408—414.

8. **Ллойд Д., Липов М.** Надежность: организация исследований, методы, математический аппарат / Пер. с англ. И. Н. Коваленко и Г. А. Русакова под ред. Н. П. Бусленко. М.: Сов. радио, 1964. 685 с.

9. **Надежность и живучесть систем связи** / Под ред. В. Ф. Уткина и Ю. В. Крючкова. М.: Машиностроение, 1988. 328 с.

10. **Шаракшанэ А. С., Халецкий А. К., Морозов И. А.** Оценка характеристик сложных автоматизированных систем. М.: Машиностроение, 1993. 272 с.

11. **Шибанов Г. П.** Распознавание в системах автоконтроля. М.: Машиностроение, 1973. 424 с.

Functional Reliability Support of Electronics Systems for Insufficient Information about Operational Status this Units

G. P. Shibanov, gpshibanov@mail.ru✉,

Government Test-flight Center named after V. P. Chkalov, Akhtubinsk, Russian Federation

Corresponding author: **Shibanov Georgy P.**, D.Sc., Professor, Leading Science Worker, Government Test-flight Center named after V. P. Chkalov, Akhtubinsk, Russian Federation, e-mail: gpshibanov@mail.ru

Received on March 04, 2016

Accepted on March 14, 2016

At the paper considered mathematical model of process appearance and accumulation of hidden faulty of electronic units. In reference to hypothetical electronic system of aircraft consists of five units receive the systems of equation. According to the systems of equation composition and construct two the graphs. One of them construct for avionics systems with constant structure in flight of aircraft. Another graph construct for avionics systems with changeable structure in flight of aircraft. Nodal points at left-hand upper angle of graphs (capital letter A) correspond to the facts of full in good working order of electronic system. Nodal points which mark capital letter D at right-hand lower angle of graphs correspond to the facts of full loss serviceability of electronic system. All the rest nodal points of graphs to represent intermediate condition (state). This intermediate state be discovered man-operator or automatic equipment of control (capital letter B₁, B₂, B₃) and latent disturbance (capital letter C₁, C₂), either combination that or the other (capital letter at combination B₁C₁; B₂C₁). Arcs of graphs to represent intensity of transition system from a state to another, transition between states. Analysis of graphs demonstrate, what changeable structure avionics systems make it possible raise functional reliability of electronics systems. But considered mathematical model suitable only for production-type of avionics systems, which the remote past government test and experimental study of operation.

Keywords: model, electronic system, airplane, operational status of units, insufficient information

For citation:

Shibanov G. P. Functional Reliability Support of Electronics Systems for Insufficient Information about Operational Status this Units, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 471—474.

DOI: 10.17587/mau.17.471-474

References

1. **Ventcel E. S.** *Teoriya veroyatnosti* (Theory of probability), Moscow, Fizmatgiz, 1962, 564 p. (in Russian).
2. **Shibanov G. P.** *Osnovnye ponyatiya i kolichestvennye otsenki, ispol'zuemye v aviatsii i kosmonavtike* (Principles concepts and quantitative estimations used at aviation and cosmonautics), English-Russian dictionary for Russian-language worker, Moscow, Publishing house of Academy named after N. E. Jukovskij, 2013, 472 p. (in Russian).

3. **Avakyan A. A.** *Fizicheskaya model' i zakon raspredeleniya otkazov elementov i sistem elektroniki* (The physical model and the distribution law of failures of elements and electronics systems), *Proc. of the All-Russian NTK "XI Scientific Conference dedicated to the memory Zhukovsky*, Moscow, Publishing house of Academy named after N. E. Jukovskij, 2014, pp. 371—380 (in Russian).

4. **Asharina I. V.** *Sistemnoe vzaimnoe informatsionnoe soglasovanie pri paralel'nom, raspredelennom i otkazoustoichivom reshenii v sisteme sovokupnosti vzaimodeistviyuyuschikh tselevykh zadach* (System coordination of mutual information in parallel, a distributed and fault-tolerant solutions in the system set of interacting targets), *Proceedings of the All-Russian NTK "XII Scientific Readings dedicated to the memory Zhukovsky*, Moscow, Publishing house of Academy named after N. E. Jukovskij, 2015, pp. 416—420 (in Russian).

5. **Bellman R., Zade L.** *Prinyatie reshenii v raspivchatelykh usloviyakh* (Decision-making in vague terms), Moscow, Mir, 1976, 229 p. (in Russian).

6. **Gerasimov O. N., Berineyazov N. A., Yurkov N. K.** *K voprosu zashchity elektronnykh sredstv LA ot vneshnikh vozdeystvii* (For the protection of electronic aircraft from external influences), *Proceedings of the All-Russian NTK "XII Scientific Readings dedicated to the memory Zhu-*

kovsky, Moscow, Publishing house of Academy named after N. E. Jukovskij, 2015, pp. 386—390 (in Russian).

7. **Dianov V. N.** *Integro-differentsial'naya diagnostika sboev v tsifrovoy apparature* (Integro-differential diagnostics of failures in digital equipment), *Proc. of the All-Russian NTK "XI Scientific Conference dedicated to the memory Zhukovsky*, Moscow, Publishing house of Academy named after N. E. Jukovskij, 2014, pp. 408—414 (in Russian).

8. **Lloid D., Lipov M.** *Nadezhnost': organizatsiya issledovaniy, metody, matematicheskii apparat* (Reliability: the organization of research methods, mathematical apparatus), Moscow, Sov. radio, 1964, 685 p. (in Russian).

9. **Utkin V. F., Kryuchkov Yu. V.** *Nadezhnost' i zhivuchest' sistem svyazi* (Reliability and survivability of communications systems), Moscow, Mashinostroenie, 1988, 328 p. (in Russian).

10. **Sharakshane A. S., Khaletskii A. K., Morozov I. A.** *Otsenka kharakteristik slozhnykh avtomatizirovannykh sistem* (Evaluation of characteristics of complex automated systems), Moscow, Mashinostroenie, 1993, 272 p. (in Russian).

11. **Shibanov G. P.** *Raspoznivanie v sistemakh avtokontrolya* (Recognition in the continuous measuring system), Moscow, Mashinostroenie, 1973, 424 p. (in Russian).

УДК 681.5.09

DOI: 10.17587/mau.17.474-482

А. В. Гулай, канд. техн. наук, зав. кафедрой, is@bntu.by, **В. М. Зайцев**, канд. техн. наук, доц., is@bntu.by, Белорусский национальный технический университет, Минск

Особенности проектирования интеллектуальных компонентов систем оперативного управления и приборов цифровой автоматики

Рассмотрены инженерные вопросы создания интеллектуальных компонентов, которые предназначаются для встраивания в системы оперативного управления и приборы цифровой автоматики. С использованием логико-математической модели управления выделены наиболее распространенные варианты распределения функций между интеллектуальными аппаратно-программными компонентами и персоналом при реализации циклов управления. Специфицированы важнейшие аспекты применения процессоров, операционных систем, программных средств и технологий обработки информации, анализ которых позволяет учитывать фактор времени, а также обеспечивать функционирование систем управления в условиях реально действующих ресурсных и иных ограничений.

Ключевые слова: системы управления, приборы автоматики, цифровые устройства, интеллектуальные компоненты, оперативный контроль, ресурсные ограничения

Введение

В последние десятилетия в научно-техническую литературу прочно вошло и утвердилось понятие "интеллектуальные системы", которое в большинстве случаев связывается с использованием различных технологий инженерии знаний [1, 2]. При достаточно широком в смысловом отношении исходном охвате интеллектуальных систем различного типа и функционального назначения область действия указанного понятия авторами публикаций в процессе анализа этих систем, как правило, значительно сужается. В ходе исследования конкретных инженерных вопросов в эту категорию в большинстве случаев отбираются системы, в которых с помощью специальных методов осуществляется представление и накопление знаний и фактов из рассматриваемых проблемных областей [3—5]. В пределах этих областей по соответствующим правилам обеспечивается выполнение выводов, а также синтез заключений и решений как резуль-

татов обработки запросов конечных потребителей информации.

В известной мере используется подход, который можно назвать академическим (в отличие от инженерного, проективного подхода), когда решение задач рассматривается вне каких-либо ограничений, налагаемых на времена реализации процессов, на ресурсные и массогабаритные характеристики аппаратуры и условия ее эксплуатации. При этом основное внимание в исследовании проблемы концентрируется преимущественно на тех или иных применяемых информационных технологиях. При такой постановке вопроса подобные системы могут рассматриваться как средства интеллектуальной поддержки процессов научных исследований или функционирования стационарных органов системного стратегического управления [6—8]. Из поля зрения исследователя и разработчика в данном случае выпадает крайне важное (особенно в практическом отношении) множество интеллектуальных компонентов, которые предназ-

начаются для встраивания в системы оперативного управления и приборы цифровой автоматики [5].

Структурное построение современных интеллектуальных компонентов для встраивания в системы оперативного управления и приборы цифровой автоматики требует применения таких типов процессоров, операционных систем, средств программного обеспечения и технологий обработки информации, которые способны учитывать фактор времени, а также обеспечивать функционирование систем в условиях реально действующих ресурсных и иных ограничений. В этих компонентах в качестве неотъемлемой составной части процессов выработки заключений и решений, разумеется, должен выступать обоснованный и осмысленный выбор между различными вариантами, что и приближает порядок реализации указанных процессов к структуре систем с искусственным интеллектом.

Логико-математическая модель анализа функций интеллектуальных компонентов системы

Анализ разнообразных интеллектуальных модулей для систем оперативного управления и приборов цифровой автоматики и их разделение по функциональному признаку на группы, имеющие самостоятельное применение, позволяет следующим образом классифицировать указанные компоненты [5]:

- аппаратно-программные средства для обеспечения функционирования цифровых измерительно-информационных трактов;
- компоненты цифровой аппаратуры анализа спектров сигналов;
- цифровые блоки управления модуляторами, демодуляторами, излучателями и приемниками электромагнитных (в том числе инфракрасных) и ультразвуковых сигналов;
- цифровая аппаратура для установки в регуляторы и исполнительные механизмы;
- средства обеспечения требуемой достоверности передачи/приема цифровой информации по каналам связи в условиях помех;
- средства защиты информации от несанкционированного перехвата, использования или навязывания.

В системах оперативного управления и в приборах цифровой автоматики при любых обстоятельствах внешнего и внутреннего характера интеллектуальные компоненты должны создавать и поддерживать условия для выработки адекватных заключений и решений, направленных на достижение требуемых целей функционирования и управления. Здесь, прежде всего, следует учитывать возможность активного и своевременного воздействия на реальные физические процессы, а также наличие ресурсов, необходимых для эффективного функционирования, подготовки и осуществления управления.

Основная трудность в исследовании систем управления заключается в том, что даже при ограни-

ченной размерности системных уравнений достаточно сложно достоверно определить (идентифицировать) истинное текущее состояние объекта и системы управления и, следовательно, точно установить и оценить практическую достижимость более благоприятного состояния. Это обусловило объективную необходимость введения определенных допусков, налагаемых на значения параметров и характеристик реальных систем, а также установления уровней доверия к результатам инструментальных и субъективных измерений и оценок текущих состояний. Указанные допуски и уровни доверия могут быть сформированы только высококвалифицированными системными аналитиками в области создания и использования систем и приборов конкретного назначения.

В связи с этим возникает потребность в построении логико-математической модели функционирования систем оперативного управления и приборов цифровой автоматики [9, 10], которая позволяла бы выделить циклически повторяющиеся процессы с последующей их функциональной декомпозицией и определением места и роли интеллектуальных компонентов в схемах обработки информации. В общей логико-математической модели функционирования систем целесообразно использовать постановку основной задачи исследования операций и следующие положения (А—Д) схемы циклического адаптивного управления [7—11].

А. В систему регулярно поступают актуальные значения результатов инструментального или субъективного наблюдения текущих объемно-временных параметров вещества, энергии и информации, параметров состояний объекта управления и системы, а также параметров воздействий внешней среды $X = \{X_i(t)\}$, $i = 1, 2, \dots, m$.

Б. Для достижения требуемой цели органом управления на интервалах времени T циклически вырабатываются управленческие решения $V_r(t)$, которые должны быть обоснованы и выбраны из некоторого множества возможных альтернативных управлений $\{V_r(t)\}$, $r = 1, 2, \dots, R$, в соответствии с оценками текущих состояний $S(t)$ объекта управления и системы.

В. Текущее состояние $S(t)$ объекта управления и системы должно удовлетворять некоторому уравнению или группе уравнений, которые в общем случае зависят от текущих наблюдений $X = \{X_i(t)\}$ и от управленческих решений $V_r(t - \tau_{цв})$, принятых в предыдущих циклах управления: $S(t) = S[X = \{x(t)\}; V_r(t - \tau_{цв})]$; $\tau_{цв}$ — длительность цикла управления.

Г. В системе планируются и вырабатываются управляющие воздействия $Y = \{Y_q(t)\}$, $q = 1, 2, \dots, n$, — реакции системы, соответствующие управленческим решениям $V_r(t)$, принятым на интервалах времени T .

Д. Для системы определен или задан интегральный критерий эффективности управления E .

Управленческое решение $V_r(t)$ на интервале времени T должно обеспечивать достижение требуе-

мой цели (группы целей) при условии выполнения действий за допустимое время, равное длительности цикла управления $\tau_{цУ}$, получения экстремального значения (максимума или минимума) интегрального критерия эффективности управления E_{extr} или размещения его значения в требуемом интервале значений (E_{inf}, E_{sup}). В общей логико-математической модели функционирования объект управления, систему и внешнюю среду при их взаимодействиях в процессах функционирования следует рассматривать как единый системотехнический комплекс.

Конкретное применение общей логико-математической модели зависит от специфических особенностей построения систем оперативного управления и приборов цифровой автоматики, а также от применяемых схем разделения функций в органах управления. В табл. 1 представлены наиболее распространенные варианты распределения функций между интеллектуальными аппаратно-программными компонентами и персоналом при реализации циклов управления.

Для формирования управленческих решений могут применяться как безлюдные технологии, так и рациональные комбинированные варианты, сочетающие интеллектуальные возможности аппаратно-программных средств и интеллект персонала. Системы, в которых используется интеллект персонала, относятся к категории эргатических. В своем составе они должны содержать и предоставлять в распоряжение операторов пульта, дисплеи, панели, а также программные средства поддержки информационного взаимодействия и контроля проводимых операций.

Предварительно до начала процесса штатной эксплуатации в технологическом режиме в интеллектуальные компоненты должны быть введены: необходимая нормативно-справочная информация;

значения допустимых диапазонов изменения физических величин; различные системные константы. Результаты инструментального или субъективного наблюдения текущих параметров $X = \{X_i(t)\}$ в процессе штатной эксплуатации, как правило, поступают в интеллектуальные компоненты в виде последовательностей фактографических транзакций. Их совокупность обеспечивает развертывание по времени каждого параметра $X_i(t)$ значения (отсчеты) соответствующей решетчатой функции $X_i[t_0(Q), t = t_0(Q) + k\Delta t]$ с образованием окна сканирования. Здесь $Q = 1, 2, \dots$ — текущий номер полосы сканирования; $t_0(Q) = (Q - 1)K\Delta t$ — значение начального времени отсчета полосы сканирования с номером Q ; K — число отсчетов в полосе сканирования; Δt — шаг по времени формирования отсчетов, определяемый теоремой Котельникова—Найквиста. Для ряда систем используется одна полоса сканирования, при этом $Q = 1$.

Приведенные сведения, а также алгоритмы обработки, нормативно-справочные данные и необходимые технические характеристики, системные константы и другие подобные информационные объекты должны быть специальным образом организованы в интеллектуальных компонентах и должны храниться в виде декларативных знаний, допускающих непосредственный доступ [3]. Правильная смысловая интерпретация значений параметров в интеллектуальных компонентах в течение установленных допустимых интервалов времени может быть достигнута путем обеспечения на стадиях проектирования полного соответствия логических структур внешних транзакций и внутренних информационных структур [12]. Они должны обладать свойством однозначного взаимного отображения (т. е. быть биективными).

Наилучший эффект по скорости поиска и отбора необходимых сведений при выполнении операций

Таблица 1

Распределение функций между интеллектуальными аппаратно-программными компонентами и персоналом

Приборы систем оперативного управления и цифровой автоматики	Аппаратно-программные интеллектуальные компоненты органа управления	Роль и участие персонала в реализации управления
Цифровые приборы измерительных и информационных трактов	Компонент цифровой обработки сигналов	Оперативный контроль; проведение периодических тестовых проверок
Цифровая аппаратура анализа спектров сигналов	Компонент реализации дискретного разложения и дискретного преобразования Фурье	Оперативный контроль; управление экспериментами; задание режимов спектрального анализа
Цифровые блоки управления модуляторами, демодуляторами, излучателями и приемниками физических сигналов	Компонент цифрового канального кодирования и фильтрации сигналов	—
Цифровая аппаратура для установки в регуляторы и исполнительные механизмы	Компонент реализации алгоритмов цифрового управления и регулирования	Оперативный контроль; проведение периодических тестовых проверок; задание режимов функционирования
Цифровые средства обеспечения требуемой достоверности передачи/приема информации по различным каналам в условиях помех	Компонент цифрового канального кодирования и фильтрации сигналов, а также алгоритмы обработки сигналов локации	—
Цифровые средства защиты информации от несанкционированного перехвата, использования или навязывания	Компонент криптографической защиты	Оперативный контроль; проведение периодических тестовых проверок; установка и замена ключей криптографической защиты

обработки, накопления или обновления значений параметров может быть достигнут при использовании в качестве ключей поиска обычных числовых кодов информационных объектов (например, порядковых номеров), но не символьных идентификаторов. Нормативно-справочным данным, необходимым техническим характеристикам и системным константам целесообразно присваивать статус условно-постоянной информации и размещать их в унарных отношениях с доменными числами $d = 1$ для предоставления возможности изменения хранимых значений с помощью команд-предписаний в технологическом режиме.

Для записи, хранения, обработки, передачи и использования декларативных знаний в процессах системного управления проводится их предварительная формализация [3, 12]. Процедурные и неформализованные знания следует использовать крайне редко, по крайней мере, на стадиях проектирования целесообразно принять меры по минимизации потребностей в этой информации. Введение процедурных и неформализованных видов знаний в интеллектуальные компоненты обычно сопровождается увеличением времени доступа к виртуальным информационным элементам.

Все интеллектуальные компоненты включают в свой состав аппаратно-программные средства, обладающие свойствами дедуктивного формирования адекватных решений. Данные решения формируются за счет использования фактографической системной информации, а также схем семантического и логического анализа, предварительно обобщенных и представленных в виде алгоритмов и соответствующих процессорных программ.

Обоснование выбора алгоритма обработки информации в интеллектуальных компонентах системы

Алгоритмы обработки и преобразования информации, применяемые в различных интеллектуальных компонентах систем оперативного управления и приборов цифровой автоматики, непосредственно связаны с их функциональной направленностью и, по сути, реализуют процессы анализа текущих состояний и выработки управленческих решений. Наиболее используемый состав указанных алгоритмов представлен в табл. 2.

Предположим, что для обработки отсчетов окна сканирования каждого типа параметров X_i применяется индивидуальный алгоритм A_j . Структурный анализ показал, что практически все представленные алгоритмы обладают специфическим и достаточно полезным свойством: они допускают функциональную декомпозицию с выделением одного набора или ограниченного числа наборов типовых функциональных действий и преобразований, индивидуальных для каждого алгоритма, которые могут в определенной последовательности связываться друг с другом и образовывать структуру алгоритма. Последнее означает, что каждый алгоритм A_j в принципе может быть интерпретирован как L_j — шаговый процесс выполнения индивидуального базового набора процессорных инструкций B_j , при этом $A_j \in \{A_{ij}\}$, $L_j \in \{L_{ij}\}$, $B_j \in \{B_{ij}\}$; $j, i = 1, 2, \dots, m$.

Для эффективной реализации алгоритмов интеллектуальных компонентов принципиальное значение имеет обоснованный выбор типов процессоров $\{Prc_h\}$, $h = 1, 2, 3, \dots$, по совокупности технических характеристик. Из всех характеристик

Таблица 2

Состав алгоритмов обработки и преобразования информации в интеллектуальных компонентах систем

Аппаратно-программные интеллектуальные компоненты органа управления	Наиболее используемый состав алгоритмов обработки и преобразования информации
Компонент цифровой обработки сигналов	1. Алгоритмы точечного контроля нахождения значений параметров или характеристик, поступивших на обработку или преобразование, в заданных границах (предупредительных и аварийных). 2. Дискретные алгоритмы предварительного сглаживания и фильтрации. 3. Дискретные алгоритмы вычисления корреляции
Компонент реализации дискретного разложения и дискретного преобразования Фурье	1. Дискретизированное по времени разложение Фурье с использованием схемы Бесселя. 2. Дискретное быстрое преобразование Фурье с прореживанием по времени. 3. Дискретное быстрое преобразование Фурье с прореживанием по частотам. 4. Дискретное преобразование Хартли
Компонент цифрового канального кодирования и фильтрации сигналов, а также обработки сигналов локации	1. Алгоритмы управления импульсно-кодовой модуляцией/демодуляцией и N-QAM манипулированием сигналов. 2. Дискретные алгоритмы реализации линейных фильтров. 3. Дискретные алгоритмы оптимальной фильтрации Винера—Хопфа
Компонент реализации алгоритмов цифрового управления и регулирования	1. Дискретные алгоритмы сглаживания. 2. Дискретные алгоритмы вычисления свертки с предварительным рациональным секвестированием импульсных характеристик звеньев управления и регулирования
Компонент помехоустойчивого кодирования и декодирования информации	1. Алгоритмы реализации непрерывного помехоустойчивого кодирования дискретной информации. 2. Алгоритмы реализации блочного кодирования дискретной информации
Компонент криптографической защиты	1. Алгоритм шифрования дискретной информации — ГОСТ 28147—84. 2. Алгоритмы шифрования дискретной информации Data Encryption Standard (DES) и Advanced Encryption Standard (AES)

необходимо особо выделить: архитектуру процессора; длину его разрядной сетки; состав процессорных команд (инструкций); тактовую частоту; объемы оперативной и постоянной памяти; число и типы портов для обеспечения ввода—вывода информации; уровень потребления электроэнергии; уровень выделения тепловой энергии; массогабаритные характеристики; допустимые электромагнитные, механические и климатические воздействия; наличие технологических средств разработки и отладки программ с использованием универсальных компьютеров; стоимость.

В этом перечне выделяются характеристики доминирующей группы, которая включает архитектуру процессора, длину его разрядной сетки, состав процессорных команд и тактовую частоту. Следует отметить, что объемы адресного пространства оперативной и внешней памяти зависят от разрядности процессора. Достаточно самостоятельными техническими характеристиками являются число портов, наличие технологических средств разработки и отладки программ. Практически все остальные технические показатели зависят от доминирующей группы характеристик и устанавливаются паспортными данными процессора. Большинство современных процессоров имеет гарвардскую архитектуру и реализует различные схемы конвейерной обработки процессорных инструкций (команд). Длина разрядной сетки и состав процессорных команд определяют точность вычислений.

В процессорах, применяемых для оснащения интеллектуальных компонентов, которые ориентированы на реализацию алгоритмов управления импульсно-кодовой модуляцией/демодуляцией и N-QAM манипулированием сигналами, а также алгоритмов помехоустойчивого кодирования/декодирования информации и ее криптографической защиты, целесообразно использование разрядных сеток процессоров длиной 16 или 32 бита и редуцированный набор команд (reduced instruction set computing — RISC). За счет применения фиксированного формата команд, большого числа универсальных регистров и минимизации обращений к памяти в RISC-процессорах удается существенно сократить продолжительность командных циклов. При этом для рассматриваемых алгоритмов команды выполнения операций с плавающей точкой и операции над октетами (символами) практически оказываются не востребованными и могут не входить в набор инструкций процессора.

В процессорах, применяемых для оснащения интеллектуальных компонентов, которые ориентированы на реализацию всех остальных типов алгоритмов, для обеспечения требуемой точности вычислений необходимо использование 32-, 48-, 64-битовых разрядных сеток и полного комплекта команд (complex instruction set computing — CISC). Такой выбор обусловлен тем, что редуцированный набор команд и дополнительный отказ от применения операций с плавающей точкой при проекти-

ровании программного обеспечения оборачивается усложнением логики процессов и необходимостью введения в алгоритмы коэффициентов масштабирования. Это существенно удлиняет программы, что при больших объемах вычислений делает программное обеспечение трудночитаемым и тяжело модифицируемым. В той или иной степени может наблюдаться потеря ожидаемого выигрыша по времени реализации алгоритмов.

Особую значимость имеет обоснование требуемой тактовой частоты процессора, от значения которой зависит не только время реализации алгоритмов, но и объемы потребления процессором электрической и рассеивания тепловой энергии. Эти характеристики, в свою очередь, влияют на конструкторско-технологическое построение интеллектуальных компонентов.

Будем полагать, что для интеллектуального компонента задано множество алгоритмов $\{A_j\}$ обработки и преобразования информации, а также нормативные времена реализации указанных алгоритмов на процессоре $\{\tau_j\}$. Если расщепление алгоритмов на индивидуальные базовые наборы процессорных инструкций проведено, для любого алгоритма A_j число повторений L_j базового набора фиксированных по составу процессорных инструкций $B_j = \{I_{j\alpha}, I_{j\beta}, I_{j\gamma}, \dots, I_{j\delta}\}$ должно быть выполнено за время, не превышающее нормативное $\tau_j \in \{\tau_j\}$.

Значение L_j — это вычислительная сложность алгоритма A_j , измеренная в числе индивидуальных базовых наборов процессорных инструкций B_j . Для различных типов процессоров $\{Prc_h\}$, как правило, имеются паспортные или иные документальные сведения о числе тактов в циклах выполнения конкретных процессорных инструкций. Это позволяет определить ожидаемое число тактов $D_{hj} = \{D_{hj\alpha}, D_{hj\beta}, D_{hj\gamma}, \dots, D_{hj\delta}\}$, необходимое для реализации процессорных инструкций из наборов B_j с учетом конкретной архитектуры процессоров $\{Prc_h\}$. Таким образом, можно оценить ожидаемую тактовую емкость базовых наборов для каждого из типов процессоров, т. е. число тактов D_{hj} процессора Prc_h с конкретной архитектурой, которые необходимо выполнить для реализации того или иного набора B_j :

$$\{D_{hj} = D_{hj\alpha} + D_{hj\beta} + D_{hj\gamma} + \dots + D_{hj\delta}\}.$$

Тактовая частота в расчете на реализацию алгоритма A_j за нормативное время τ_j оценивается следующим соотношением:

$$F_{hj} = L_j D_{hj} / \tau_j,$$

где $D_{hj} = D_{hj\alpha} + D_{hj\beta} + D_{hj\gamma} + \dots + D_{hj\delta}$.

Поскольку процессор Prc_h может быть ориентирован на реализацию нескольких алгоритмов, следует выбирать максимальное значение из соответствующих тактовых частот. Последнее расчетное соотношение дает верхнее значение тактовой частоты процессора для последовательного исполнения тактов в каждом командном цикле процессора

и последовательного исполнения инструкций в пределах каждого набора V_j . В это соотношение могут вводиться коэффициенты сжатия, которые для определенных типов процессоров непосредственно задаются в эксплуатационной документации и отражают возможные деформации командных циклов за счет применения конвейерной обработки инструкций. Дополнительные уточнения могут быть сделаны в процессе предварительного компьютерного моделирования алгоритмов и оценки возможностей по распараллеливанию вычислений. Выявление базовых наборов процессорных инструкций V_j , основанное на анализе алгоритмов, при устоявшейся алгоритмической основе, как правило, дает хорошие или, по крайней мере, удовлетворительные результаты.

Пример расчета минимально допустимой тактовой частоты. Для алгоритма вычисления дискретной свертки решетчатого оригинала $\{X_i[t = t_0 + k\Delta t]\}$, $k = 0, 1, 2, \dots, K_X$, и секвестированной решетчатой импульсной характеристики звена управления $\{H[k\Delta t]\}$, $k = 0, 1, 2, \dots, K_H$, индивидуальный базовый набор процессорных инструкций может иметь следующий состав:

- инструкция чтения требуемого значения решетчатого оригинала $X_i[t = t_0 + k\Delta t]$ на один из регистров процессора;
- инструкция чтения соответствующего значения решетчатой импульсной характеристики $\{H[(k - q)\Delta t]\}$, $k = 0, 1, 2, \dots, K_H$, на один из регистров процессора;
- инструкция умножения с плавающей точкой требуемого значения решетчатого оригинала на соответствующее значение решетчатой импульсной характеристики;
- инструкция сложения с плавающей точкой полученного произведения $\{X_i[t = t_0 + k\Delta t]\{H[(k - q)\Delta t]\}$ со значением накапливаемой текущей суммы.

Вычислительная сложность алгоритма вычисления дискретной свертки для $(K_X + 1) + (K_H + 1) - 1$ значений, которая измеряется числом индивидуальных базовых наборов приведенных выше процессорных инструкций, определяется следующим выражением:

$$L = L_{i1} + L_{i2} + L_{i3},$$

где L_{i1} , L_{i3} — частные суммы двух арифметических прогрессий;

$$L_{i1} = \{1 + \min(K_X + 1, K_H + 1)\} \times \{\min(K_X + 1, K_H + 1)\}/2,$$

$$L_{i2} = |K_X - K_H|\{\min(K_X + 1, K_H + 1)\},$$

$$L_{i3} = \{1 + |K_X - K_H|\}K_X - K_H/2.$$

При $K_X = 12$, $K_H = 7$, $\tau = 25,0$ мкс свертка будет представляться 20 дискретными значениями с $L_{i1} = 36$, $L_{i2} = 40$, $L_{i3} = 15$, а общая вычислительная сложность может быть оценена на уровне $L = 91$. Для многих типов процессоров тактовая емкость приведенных выше инструкций составляет 3; 3; 4;

6 тактов соответственно, а $D_h = 16$. При этих параметрах тактовая частота процессора должна быть не ниже расчетного значения $F_{hj} = 582,4$ МГц.

Этот алгоритм теоретически допускает распараллеливание на $(K_X + 1) + (K_H + 1) - 1$ независимых ветвей, соответствующих расчетам отдельных значений свертки. При теоретически полном распараллеливании максимальная вычислительная сложность одной ветви составит $L_{\max} = \min(K_X + 1, K_H + 1) = 5$, а необходимая расчетная тактовая частота будет равна минимально допустимому значению $F_{hj \min} = 32,0$ МГц. В частотном отношении это самый благоприятный вариант реализации алгоритма свертки.

Однако применение многоядерных процессоров приводит к росту энергетических затрат и к необходимости поиска рациональных компромиссов. Этот вывод относится и к случаю использования многих других алгоритмов. (Здесь уместно отметить, что из всех рассматриваемых в данной работе алгоритмов наиболее высокой вычислительной емкостью обладают алгоритмы фильтрации Винера—Хопфа.)

Выбор процессоров и операционных систем для реализации высокопроизводительных интеллектуальных модулей

Сведения о целесообразных составах базовых наборов процессорных инструкций и об ожидаемой вычислительной сложности для алгоритмов точечных преобразований, для быстрого преобразования Фурье с прореживанием по времени и по частотам, для преобразования Хартли и некоторых других алгоритмов изложены в работе [13]. Указанные сведения целесообразно, по нашему мнению, дополнить анализом типов операционных систем процессоров, которые могут обеспечить реализацию функций управления в условиях реально действующих ресурсных (в первую очередь временных) ограничений.

В настоящее время на рынке процессоров для высокопроизводительных систем оперативного управления и приборов цифровой автоматики представлен широкий спектр продукции ряда компаний США (Intel, IBM, Analog Devices, Atmel Corp., MicroChip, Motorola, Hewlett—Packard), Японии (NEC Electronics Corp., Renesas, Mitsubishi Electric Corp.), России (ГП "НИИ электронной техники"). В высокопроизводительные вычислительные системы и приборы цифровой автоматики начинают активно внедряться 64-разрядные процессоры, что позволяет значительно увеличить объемы памяти с прямым адресованием, повысить скорость и точность вычислений.

Анализ обобщенных характеристик, доступных для использования в интеллектуальных компонентах типовых представителей семейства сигнальных процессоров компаний Analog Devise и Texas Instruments, а также встраиваемых процессоров компаний Intel и AMD, выполненный по материалам на-

Основные характеристики типовых сигнальных и встраиваемых процессоров для высокопроизводительных систем

Модель процессора	Кодовое наименование процессорного ядра	Тактовая частота процессора, МГц	Разрядность, бит	Объем адресного пространства памяти, Кбайт	Быстродействие, Мflops/ММАС	Рассеиваемая мощность, Вт
Analog Devise ADSP 21060	SHARC SISD	100	32	4000	300/—	0,1...0,5
Analog Devise ADSP 21060	SHARC SIMD	100	32	4000	600/—	0,1...0,5
Analog Devise ADSP—TS001	Tiger SHARC	150	32	4000	900/—	0,1...0,5
Analog Devise ADSP—BF533	Blackfin	600	32	4000	—/1200	0,1...0,5
Texas Instruments TMS 320C6X	—	200	32	4000	600/—	0,1...0,5
Intel Atom N270, D150	Atom	1600	64	1024	3200/—	20...30
Intel Core i3—2350M	Core	2300	64	1024	36 800/—	60...65
AMD Athlon 64 X2 5400	Athlon	2800	64	1024	8000/—	60...65
AMD Athlon II X4 640	Athlon	3000	64	1024	37 400/—	65...75

учно-технических публикаций, представлен в табл. 3. Приведенные значения основных параметров (тактовой частоты, разрядности, быстродействия и других) вполне характеризуют функциональные возможности современных процессорных технологий.

Создание интеллектуальных компонентов систем оперативного управления и приборов цифровой автоматики существенно упрощается за счет системного применения встраиваемых процессоров. Однако замещение сигнальных процессоров встраиваемыми сопровождается ростом стоимости и энергопотребления интеллектуальных средств, причем приведенные характеристики для указанных процессоров могут различаться на порядок. Кроме того, следует указать на оценочный характер значений рассеиваемой мощности, так как производители обычно публикуют "типичные" и "максимальные" значения характеристики, не уточняя смысл этих понятий.

Характеристики проектируемых систем оперативного управления и приборов цифровой автоматики прямым образом зависят от типа операционных систем, применяемых для оснащения процессоров. Операционная система является комплексом привилегированных программ, обеспечивающих управление ресурсами процессора и выполнением программ прикладных функциональных задач, использующих эти ресурсы при реализации вычислений. Ресурсами в данном контексте являются процессорное время, оперативная память, каналы и аппаратура ввода/вывода данных и различные сведения из состава декларативных знаний.

Управление ресурсами сводится к рациональному их распределению между активными функциональными задачами. Реализация указанных функций позволяет "спрятать" аппаратные особенности процессора и, тем самым, предоставить в распоряжение программиста виртуальную машину с существенно облегченным управлением. Управление программами предполагает их активизацию в соответствии с заранее установленными приоритетами запросов на решение тех или иных функциональных задач [14]. Платой за внедрение этих программных механизмов общего назначения явля-

ется сложность комплексирования и отладки всего программного обеспечения интеллектуального компонента системы.

В настоящее время существует большое разнообразие операционных систем, но для интеллектуальных компонентов оперативного управления и приборов цифровой автоматики первостепенное значение имеет использование операционных систем реального времени (RTOS — real time operating system), которые должны обеспечивать гарантированное время ответа на внешние события. Интеллектуальный компонент работает в реальном времени, если времена выработки реакций системы адекватны скорости протекания физических процессов и лежат в интервале 10...100 мкс, а для некоторых менее ответственных процессов этот интервал расширяется до 1 мс.

Среди современных операционных систем имеется класс продуктов, разработанных специально для построения систем жесткого реального времени, в том числе VxWorks, Nucleus, OS9, QNX, LynuxOS, OSE. Эти системы содержат необходимый состав управленческих программных инструментов, состав и значения времени реакции которых в большинстве случаев определяют выбор операционной системы. Однако достаточно часто требования к функции реального времени допускают компромиссы, особенно если необходимо добиться только нужной средней производительности процессора и установленного в нем программного обеспечения. Среди указанных систем наиболее удачными эксплуатационными характеристиками обладают операционные системы VxWorks [15] и Nucleus [16].

Операционная система реального времени VxWorks и инструментальная среда Tornado компании Wind River Systems предназначены для разработки программного обеспечения встраиваемых интеллектуальных компонентов, работающих в системах жесткого реального времени. Она является системой с кросс-средствами разработки прикладного программного обеспечения, при этом разработка ведется на инструментальном компьютере в среде Tornado для последующего переноса исполнения программ на штатный процессор.

Операционная система VxWorks построена по технологии микроядра; на нижнем непрерываемом уровне ядра выполняются только базовые функции планирования функциональных задач и их управления коммуникацией и синхронизацией. Все остальные функции операционной системы более высокого уровня (управление памятью, вводом/выводом, сетевые средства) базируются на простых функциях нижнего уровня. Это позволяет обеспечить приоритетную обработку запросов, быстрое действие и детерминированность ядра, а также строить необходимую конфигурацию операционной системы.

Все аппаратно-зависимые части VxWorks вынесены в отдельные модули для того, чтобы разработчик встраиваемой процессорной системы мог портировать VxWorks на свой целевой процессор. Специально для систем, использующих процессоры с сильно ограниченными объемами памяти, компания Wind River Systems разработала редуцированное ядро WindStream, которое требует для работы не более 8 Кбайт постоянного запоминающего устройства и 2 Кбайт оперативной памяти.

Операционная система реального времени Nucleus подразделения Accelerated Systems компании Mentor Graphic является системой с открытыми и документированными кодами для разработки программного обеспечения, работающего в системах жесткого реального времени. Она обеспечивает приоритетную обработку запросов, обладает масштабируемостью, гибкостью и переносимостью. Поддерживается функционирование более чем на 70 типах процессорных платформ. Система располагает кросс-средствами разработки прикладного программного обеспечения на инструментальном компьютере и средствами последующего переноса на штатный процессор. Как и в системе VxWorks, все аппаратно-зависимые части Nucleus разработчик может портировать на свой целевой процессор.

Заключение

В последнее время специалисты по интеллектуальным системам сосредоточены преимущественно на создании средств интеллектуальной поддержки процессов научных исследований и функционирования органов системного стратегического управления. При этом из поля зрения выпадает важное в практическом отношении множество интеллектуальных компонентов, которые предназначены для встраивания в системы оперативного управления и приборы цифровой автоматики. Структурное построение указанных интеллектуальных модулей требует применения таких типов процессоров, операционных систем, средств программного обеспечения и технологий обработки информации, которые способны учитывать фактор времени, а также обеспечивать функционирование систем в условиях реально действующих ограничений.

С учетом этого проведен комплексный анализ особенностей проектирования интеллектуальных компонентов для систем оперативного управления и приборов цифровой автоматики. Определен наиболее употребительный состав алгоритмов обработки и преобразования информации указанными интеллектуальными модулями, а также выделены наиболее распространенные варианты распределения функций между интеллектуальными аппаратно-программными компонентами и персоналом при реализации циклов управления. Для выбора процессора по его тактовой частоте при реализации указанных алгоритмов предложена технология расщепления алгоритмов на индивидуальные базовые наборы процессорных инструкций и оценки необходимого числа процессорных тактов их реализации.

Проведен анализ основных характеристик типовых процессоров, доступных для использования в интеллектуальных компонентах рассматриваемых систем. Замещение сигнальных процессоров на встраиваемые упрощает создание интеллектуальных модулей, однако это сопровождается ростом стоимости и энергопотребления интеллектуальных средств, причем эти характеристики для указанных типов процессоров могут различаться на порядок. Показано, что интеллектуальные модули работают в режиме реального времени, если время выработки реакции адекватно скорости протекания физических процессов и лежит в интервале от 10 до 100 мкс, а для менее ответственных процессов — до 1 мс. Анализ состава управленческих программных инструментов, состава и времени реакции операционных систем позволил сделать выбор вариантов систем, обладающих наиболее удачными эксплуатационными характеристиками.

Список литературы

1. Хант Э. Искусственный интеллект. М.: Мир, 1978. 558 с.
2. Дейт Д. Введение в системы баз данных. М.: Вильямс, 2006. 1328 с.
3. Рыбина Г. В. Основы построения интеллектуальных систем. М.: Финансы и статистика, 2010. 432 с.
4. Лорьер Ж.-Л. Системы искусственного интеллекта. М.: Мир, 1991. 570 с.
5. Гулай А. В., Зайцев В. М. Интеллектуальные системы технического назначения: функциональная классификация // Матер. IX междунар. науч.-практ. конф. "Ключевые вопросы современной науки", София. 17–25 апреля 2013. Т. 34. С. 5–11.
6. Гулай А. В., Зайцев В. М. Интеллектуальные технологии синтеза стратегических решений при создании сложных систем // Электроника-инфо. 2014. № 5. С. 24–27.
7. Гулай А. В., Зайцев В. М. Эвристико-алгоритмические методы в интеллектуальных технологиях проектирования системотехнических комплексов // Новый университет. 2014. № 2. С. 7–11.
8. Гулай А. В., Зайцев В. М. Экспертная логико-вероятностная модель интеллектуальной системы управления // Наука и техника. 2014. № 1. С. 30–37.
9. Дружинин В. В., Конторов Д. С. Системотехника. М.: Радио и связь, 1985. 200 с.
10. Николаев В. И., Брук В. М. Системотехника: методы и приложения. Л.: Машиностроение, 1985. 199 с.
11. Вентцель Е. С. Исследование операций. М.: Наука, 1988. 208 с.

12. Гулай А. В., Зайцев В. М. Интеллектуальные мехатронные системы с дистанционной организацией транзакций: особенности построения // Доклады БГУИР. 2015. № 7. С. 92—98.

13. Тропченко А. Ю., Тропченко А. А. Цифровая обработка сигналов. Методы предварительной обработки. СПб.: ГУИТМО, 2009. 100 с.

14. Танненбаум Э. Современные операционные системы. СПб.: Питер, 2002. 1041 с.

15. Сайлер Г. Операционная система VxWorks и Wind River Linux: подходы к реализации реального времени // Современные технологии автоматизации. 2011. № 3. С. 14—18.

16. Операционная система Nucleus—PC Week/RE. URL: www.pcweek.ru/industrial/article/detail.php?ID=47517.

Design Peculiarities of the Intellectual Components of the Operational Control Systems and Digital Automation Devices

A. Gulay, is@bntu.by✉, V. Zaitsev, is@bntu.by,
Belorussian National Technical University, Minsk, 220013, Belarus

Corresponding author: **Gulay Anatoly V.**, Ph. D., Associate Professor, Chief of Department, Belorussian National Technical University, Minsk, 220013, Belarus
e-mail: is@bntu.by

Received on January 27, 2015

Accepted on February 10, 2015

Presently, when intellectual systems are being established, the solutions to certain logical problems are considered without any limitations concerning the periods of implementation, the resource and mass-dimensional specifications of the equipment, as well as its operation terms. Being so, numerous practically important intellectual components, intended for functioning as a part of the operational control systems and digital automation devices, fall out of the vision field. Therefore, this paper is aimed at determination of the design peculiarities of the intellectual modules of the above systems, which are capable of taking into account the time factor, as well as functioning in the conditions of the really existing resources and other limitations. Distribution of functions for information processing between the software-hardware and the personnel of the system is an original solution of the set problem. By using the logical and mathematical control model a list of the most widespread options of functions' distribution and a list of algorithms were formed for the use in the intellectual components of highly productive systems. Engineering approaches were proposed for assessment of the specifications of the processors, operational systems, software and information processing technologies, when the time factor is taken into account and prerequisites are provided for functioning of the intellectual modules in the conditions of limited resources.

Keywords: control systems; automation devices; digital devices; intellectual components; operational control; resource limitations

For citation:

Gulay A., Zaitsev V. Design Peculiarities of the Intellectual Components of the Operational Control Systems and Digital Automation Devices, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 474—482.

DOI: 10.17587/mau.17.474-482

References

1. **Hunt E.** *Iskusstvennyy intellekt* (Artificial Intelligence), Moscow, Mir, 1978, 560 p. (**Hunt E.** Artificial Intelligence, N. Y., Academic Press, 1975, 468 p.)

2. **Date D.** *Vvedenie v sistemy baz dannykh* (Introduction to Database Systems), Moscow, Vil'jams, 2006, 1328 p. (**Date C. J.** Introduction to Database Systems, N. J., Pearson Education, 2004, 983 p.)

3. **Rybina G. V.** *Osnovy postroeniya intellektual'nykh sistem* (Fundamentals of Intellectual System Construction), Moscow, Finansy i statistika, 2010, 432 p.

4. **Lor'er G.-L.** *Sistemy iskusstvennogo intellekta* (Intelligence artificielle), Moscow, Mir, 1991, 570 p. (**Lauriere J.-L.** Intelligence artificielle, Paris, Eurolles, 1987, 485 p.)

5. **Gulaj A. V., Zajcev V. M.** *Intellektual'nye sistemy tekhnikeskogo naznacheniya: funktsional'naya klassifikatsiya* (Intellectual systems of technical intention: functional classification), *Proc. of IXth Internat. Research-to-Practical Conf. "Key issues of the contemporary science"*, 17—25 April 2013, Sofija, vol. 34, pp. 5—11.

6. **Gulaj A. V., Zajcev V. M.** *Intellektnyye tehnologii sinteza strategicheskikh reshenij pri sozdanii slozhnykh sistem* (Intellectual technologies of synthesis of strategic solutions when complex systems are created), *Elektronika-info*, 2014, no. 5, pp. 24—27.

7. **Gulaj A. V., Zajcev V. M.** *Evrstiko-algoritmicheskie metody v intellektnykh tehnologiyakh proektirovaniya sistemotehnicheskikh kompleksov* (Heuristic and algorithmic methods in intelligent technologies of systems engineering complex design), *Novyy universitet*, 2014, no. 2, pp. 7—11.

8. **Gulaj A. V., Zajcev V. M.** *Ekspertnaya logiko-veroyatnostnaya model' intellektual'noy sistemy upravleniya* (Expert logical and probabilistic model of intellectual control system), *Nauka i Tekhnika*, 2014, no. 1, pp. 30—37.

9. **Druginin V. V., Kontorov D. S.** *Sistemotekhnika* (System Engineering), Moscow, Radio i svjaz', 1985, 200 p.

10. **Nikolaev V. I., Bruck V. M.** *Sistemotekhnika: metody i prilozheniya* (System Engineering: Methods and Applications), Leningrad, Mashinostroenie, 1985, 199 p.

11. **Ventcel E. S.** *Issledovanie operacij* (Investigation of Operations), Moscow, Nauka, 1988, 208 p.

12. **Gulaj A. V., Zajcev V. M.** *Intellektual'nye mehatronnye sistemy s distantsionnoy organizatsiej tranzakcij: osobennosti postroeniya* (Intellectual mechatronic systems with remote organization of transactions: design features), *Doklady BGUIR*, 2015, no. 7, pp. 92—98.

13. **Troptshenko A. J., Troptshenko A. A.** *Cifrovaya obrabotka signalov. Metody predvaritel'noj obrabotki* (Digital procession of signals. Preliminary processing methods), SPb., Publishing house of GUITMO, 2009, 100 p.

14. **Tannenbaum E.** *Sovremennye operatsionnye sistemy* (Modern operating systems), SPb., Piter, 2002, 1041 p.

15. **Sajler G.** *Operatsionnaya sistema VxWorks i Wind River Linux: podhody k realizatsii real'nogo vremeni* (Wind River Linux and VxWorks real-time capabilities: a comparison), *Sovremennye Tekhnologii Avtomatizatsii*, 2011, no. 3, pp. 14—18.

16. **Operatsionnaya sistema Nucleus-PC Week/RE** (Operational systems Nucleus-PC Week/RE), available at: www.pcweek.ru/industrial/article/detail.php?ID=47517.

М. В. Левский, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., dp940@mail.ru,
Научно-исследовательский институт космических систем имени А. А. Максимова —
филиал ГКНПЦ им. М. В. Хруничева

Об одной задаче оптимального управления терминальной ориентацией космического аппарата

Рассматривается задача оптимального управления пространственной переориентацией космического аппарата (КА) из произвольного начального в заданное конечное угловое положение, когда минимизируемый функционал объединяет время и интегральную величину модуля кинетического момента, затраченные на разворот КА. С использованием необходимых условий оптимальности в форме принципа максимума и метода кватернионов для решения задач управления движением получено аналитическое решение поставленной задачи. Решение задачи оптимального управления основано на кватернионном дифференциальном уравнении, связывающем вектор кинетического момента КА с кватернионом ориентации связанной системы координат. Представлены формализованные уравнения и даны расчетные выражения для построения оптимальной программы управления. Установлена (в явном виде) зависимость управляющих переменных от фазовых координат. С использованием условия трансверсальности как необходимого условия оптимальности определено оптимальное значение ключевого параметра оптимальных функций. Для динамически симметричного твердого тела задача пространственной переориентации решается до конца: получены как явные функции времени зависимости для оптимального закона изменения кинетического момента КА. Приводятся результаты математического моделирования движения КА при оптимальном управлении, которые демонстрируют практическую реализуемость разработанного алгоритма управления пространственной ориентацией.

Ключевые слова: космический аппарат, ориентация, оптимальное управление, управляющая функция, условия трансверсальности

Проблеме управляемых вращений твердого тела посвящено достаточно много работ [1—10]. Наиболее детально задача оптимального управления угловым движением космического аппарата (КА) решена лишь для двух частных случаев — плоских вращений КА вокруг одной из главных центральных осей инерции [2, 3] и пространственного вращения сферически симметричного тела [1, 4]. Вопросы создания эффективных режимов и алгоритмов управления ориентацией КА остаются актуальными и сегодня. Например, КА дистанционного зондирования Земли, мониторинга, а также астрофизические и другие научные КА требуют периодической смены ориентации для наведения научных приборов и целевой аппаратуры на интересующие участки земной поверхности или область небесной сферы. Задача оптимального разворота формулировалась неоднократно, при этом большинство существующих решений соответствуют вращению вокруг неподвижной оси [1, 5—7]. И хотя принципы оптимизации и алгоритмы управления различны (в том числе использующие прогнозирующие модели [5, 6]), результирующее управление приводит к развороту вокруг оси Эйлера. В то же время разворот в плоскости наименьшего угла разворота во многих практических случаях не является оптимальным, как бы точно он не исполнялся.

Ниже исследуется задача управления ориентацией КА, когда управляющей функцией является

вектор кинетического момента КА (как твердого тела). Такие задачи представляют не только теоретический, но и практический интерес в связи с широким распространением систем управления пространственной ориентацией КА, использующих управляющие силовые гироскопы (или двигатели-маховики) [3]. Для построения такого типа систем необходимо знание оптимальных в том или ином смысле программных законов изменения кинетического момента КА, позволяющих эффективно исполнять режим переориентации.

Уравнения движения и постановка задачи управления

Под пространственной переориентацией понимают перевод связанных осей КА из одного известного углового положения в другое известное (обычно заданное) угловое положение за конечное время T . Для описания пространственного движения КА используем формализм кватернионов (параметров Родрига — Гамильтона). Движение связанного базиса E (связанной системы координат), образованного главными центральными осями инерции КА, относительно опорного базиса I будем задавать кватернионом Λ [1]. Угловое положение начальной и конечной ориентации КА относительно опорного базиса I определяется кватернионами Λ_H и Λ_K соответственно. Для определенности базис I считается

инерциальным, и имеют место следующие кинематические уравнения:

$$\begin{aligned} 2\dot{\lambda}_0 &= -\lambda_1 L_1/J_1 - \lambda_2 L_2/J_2 - \lambda_3 L_3/J_3; \\ 2\dot{\lambda}_1 &= \lambda_0 L_1/J_1 + \lambda_2 L_3/J_3 - \lambda_3 L_2/J_2; \\ 2\dot{\lambda}_2 &= \lambda_0 L_2/J_2 + \lambda_3 L_1/J_1 - \lambda_1 L_3/J_3; \\ 2\dot{\lambda}_3 &= \lambda_0 L_3/J_3 + \lambda_1 L_2/J_2 - \lambda_2 L_1/J_1, \end{aligned} \quad (1)$$

где L_i ($i = \overline{1, 3}$) — проекции вектора \mathbf{L} кинетического момента КА на оси связанного базиса \mathbf{E} ; J_i — главные центральные моменты инерции КА; λ_j ($j = \overline{0, 3}$) — компоненты кватерниона Λ , причем $\|\Lambda\| = \lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1$. Кватернион Λ , задающий текущую ориентацию КА, принят нормированным [1] для удобства ($\|\Lambda\| = 1$). Зададим граничные условия маневра пространственного разворота:

$$\Lambda(0) = \Lambda_{\text{Н}}; \quad (2)$$

$$\Lambda(T) = \Lambda_{\text{К}}; \quad (3)$$

где T — время окончания процесса переориентации.

Кватернионы $\Lambda_{\text{Н}}$ и $\Lambda_{\text{К}}$, задающие ориентацию КА в начальный и конечный моменты времени, имеют произвольные наперед заданные значения, удовлетворяющие условию $\|\Lambda_{\text{Н}}\| = \|\Lambda_{\text{К}}\| = 1$ (предполагается, что $\Lambda_{\text{К}} \neq \pm \Lambda_{\text{Н}}$). Эффективность управления будем оценивать интегральным функционалом качества

$$G = \int_0^T (a_1 + a_2 \|\mathbf{L}\|) dt, \quad (4)$$

где $a_1, a_2 > 0$ — постоянные коэффициенты.

Задачу управления сформулируем следующим образом: необходимо перевести КА из положения (2) в положение (3) в соответствии с уравнениями (1) с минимальным значением функционала (4); при этом время разворота T не фиксировано (оно также подлежит оптимизации и определяется одновременно со значением G). При определении оптимального по критерию (4) закона движения считается, что $\mathbf{L}(t)$ — кусочно-непрерывная функция времени.

Данная задача достаточно актуальна (в том числе для КА, оборудованных силовыми гироскопами — гироскопами или двигателями-маховиками). Задачи оптимального управления ориентацией КА с использованием комбинированных критериев оптимальности исследовались и раньше [4, 8]. Но в отличие от известных работ исследуемая в статье задача оптимального управления разворотом решена применительно к произвольному КА (т.е. когда для формы эллипсоида инерции КА ограничения отсутствуют).

Решение задачи оптимального управления

Значение функционала оптимальности (4) в явном виде не зависит от момента \mathbf{M} управляющих сил (выражение (4) не содержит составляющих M_j). Поэтому управляющими переменными принимаем компоненты кинетического момента L_i . Наличие фазового ограничения $\|\Lambda\| = 1$ несущественно, так как оно всегда выполняется (при любых движениях КА вокруг центра масс). Переменные λ_j (как компоненты кватерниона Λ) обладают характерным свойством — в силу уравнений (1) норма $\|\Lambda\|$ кватерниона Λ есть величина постоянная: $\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = \text{const}$. В начальный момент времени $\|\Lambda(0)\| = \|\Lambda_{\text{Н}}\| = 1$, поэтому $\|\Lambda(t)\| = 1$ в любой момент времени $t \in [0, T]$.

Будем решать поставленную задачу, используя принцип максимума Л. С. Понтрягина [11]. Введем сопряженные переменные ψ_j ($j = \overline{0, 3}$), соответствующие компонентам кватерниона λ_j . Функция Гамильтона H имеет вид:

$$\begin{aligned} H &= -0,5\psi_0(\lambda_1 L_1/J_1 + \lambda_2 L_2/J_2 + \lambda_3 L_3/J_3) + \\ &+ 0,5\psi_1(\lambda_0 L_1/J_1 + \lambda_2 L_3/J_3 - \lambda_3 L_2/J_2) + \\ &+ 0,5\psi_2(\lambda_0 L_2/J_2 + \lambda_3 L_1/J_1 - \lambda_1 L_3/J_3) + \\ &+ 0,5\psi_3(\lambda_0 L_3/J_3 + \lambda_1 L_2/J_2 - \lambda_2 L_1/J_1) - a_1 - a_2 \|\mathbf{L}\|. \end{aligned}$$

Уравнения для сопряженных функций ψ_j имеют следующий вид [11]:

$$\dot{\psi}_j = -\frac{\partial H}{\partial \lambda_j} \quad (j = \overline{0, 3}).$$

Запишем сопряженную систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_0 &= -0,5(\psi_1 L_1/J_1 + \psi_2 L_2/J_2 + \psi_3 L_3/J_3); \\ \dot{\psi}_1 &= 0,5(\psi_0 L_1/J_1 + \psi_2 L_3/J_3 - \psi_3 L_2/J_2); \\ \dot{\psi}_2 &= 0,5(\psi_0 L_2/J_2 + \psi_3 L_1/J_1 - \psi_1 L_3/J_3); \\ \dot{\psi}_3 &= 0,5(\psi_0 L_3/J_3 + \psi_1 L_2/J_2 - \psi_2 L_1/J_1). \end{aligned} \quad (5)$$

Функция Гамильтона H составлена без учета ограничения $\|\Lambda\| = 1$ для фазовых переменных, так как предполагается $\|\Lambda(0)\| = 1$. Сгруппировав в выражении для H слагаемые, содержащие фазовые переменные λ_j , и выделив в них в явном виде множители при управляющих переменных L_i , получим

$$H = L_1 r_1/J_1 + L_2 r_2/J_2 + L_3 r_3/J_3 - a_1 - a_2 \|\mathbf{L}\|,$$

где

$$\begin{aligned} r_1 &= 0,5(\lambda_0 \psi_1 + \lambda_3 \psi_2 - \lambda_1 \psi_0 - \lambda_2 \psi_3); \\ r_2 &= 0,5(\lambda_0 \psi_2 + \lambda_1 \psi_3 - \lambda_2 \psi_0 - \lambda_3 \psi_1); \\ r_3 &= 0,5(\lambda_0 \psi_3 + \lambda_2 \psi_1 - \lambda_3 \psi_0 - \lambda_1 \psi_2). \end{aligned}$$

Полагаем, что r_1, r_2, r_3 есть проекции некоторого вектора \mathbf{r} на оси связанного базиса \mathbf{E} . Система (5) идентична системе (1). Поэтому совокупность переменных $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3$ обладает свойствами ква-

тернионов. Принимаем, что сопряженные переменные $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3$ являются компонентами кватерниона Ψ , у которого ψ_0 — скалярная часть; ψ_1, ψ_2, ψ_3 — компоненты векторной части. Тогда введенный выше вектор $\mathbf{r} = \{r_1, r_2, r_3\}$ запишем в кватернионной форме:

$$\mathbf{r} = 0,5\text{vect}(\tilde{\Lambda} \circ \Psi).$$

Так как уравнения (1) для кватерниона Λ и уравнения (5) для кватерниона Ψ являются кинематическими уравнениями для одного и того же кинетического момента \mathbf{L} , то оптимальные функции $\Psi(t)$ и $\Lambda(t)$ отличаются на постоянный кватернионный множитель ($\Psi(t)$ и $\Lambda(t)$ подчиняются правилу $\Psi \circ \tilde{\Lambda} = \text{const} = C_E$).

Для того чтобы $\mathbf{r}(t) \neq 0$, необходимо и достаточно, чтобы $\text{vect} C_E \neq 0$. В противном случае $\mathbf{r} \equiv 0$, и решение задачи теряет смысл. Поэтому при нахождении оптимального управления считается, что функции ψ_j не пропорциональны переменным λ_j , и рассматривается только вариант $\mathbf{r} \neq 0$. Дифференцируя по времени выражения для r_i ($i = \overline{1, 3}$) с учетом уравнений (1), (5) для функций λ_j и ψ_j ($j = \overline{0, 3}$), получим дифференциальные уравнения для компонент r_i вектора \mathbf{r} (как функций времени). Оптимальное изменение вектора \mathbf{r} определяется решением следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{r}_1 &= L_3 r_2 / J_3 - L_2 r_3 / J_2; \quad \dot{r}_2 = L_1 r_3 / J_1 - L_3 r_1 / J_3; \\ \dot{r}_3 &= L_2 r_1 / J_2 - L_1 r_2 / J_1. \end{aligned} \quad (6)$$

Имея в виду зависимости $L_i = J_i \omega_i$, где ω_i ($i = \overline{1, 3}$) — проекции вектора $\boldsymbol{\omega}$ абсолютной угловой скорости КА на оси связанного базиса \mathbf{E} , перепишем уравнения (6) в векторной форме:

$$\dot{\mathbf{r}} = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (7)$$

(символ \times обозначает операцию векторного произведения векторов).

Полученное дифференциальное уравнение (7) для вектора \mathbf{r} отражает его вращение с угловой скоростью $-\boldsymbol{\omega}$ относительно связанного базиса \mathbf{E} . В свою очередь, сам связанный базис \mathbf{E} совершает угловое движение относительно опорного базиса \mathbf{I} с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$. В результате вектор \mathbf{r} оказывается неподвижным относительно инерциального базиса \mathbf{I} (в соответствии с теоремой сложения скоростей). Как следствие, $|\mathbf{r}| = \text{const} \neq 0$.

Задача определения оптимального управления сводится к решению системы уравнений углового движения КА (1) и уравнений (6) при условии, что само управление выбрано из требования максимизации гамильтониана. Система уравнений (6) заменяет сопряженную систему уравнений (5). Решение $\mathbf{r}(t)$ системы (6) определяется начальным Λ_n и ко-

нечным Λ_k положениями КА. Оптимальная функция $\mathbf{r}(t)$ вычисляется через кватернион $\Lambda(t)$ [1]:

$$\mathbf{r} = \tilde{\Lambda} \circ \mathbf{c}_E \circ \Lambda,$$

где $\mathbf{c}_E = \Lambda_n \circ \mathbf{r}(0) \circ \tilde{\Lambda}_n = \text{const}$, причем $\mathbf{c}_E = 0,5\text{vect} C_E = 0,5\text{vect}(\Psi \circ \tilde{\Lambda})$, а составляющие вектора \mathbf{c}_E — проекции вектора \mathbf{r} на оси инерциального базиса \mathbf{I} . Система (6) совместно с требованием максимальной гамильтониана H являются необходимыми условиями оптимальности. Условия максимума функции H определяют искомое решение $\mathbf{L}(t)$; граничные условия по положению $\Lambda(0)$ и $\Lambda(T)$ определяют решения $\Lambda(t)$ и $\mathbf{r}(t)$.

Краевая задача принципа максимума заключается в определении значения $\mathbf{r}(0)$ (или кватерниона $\Psi(0)$), при котором решение системы дифференциальных уравнений (1), (6) с одновременной максимизацией в каждый момент времени функции Гамильтона H удовлетворяет условиям разворота (2), (3).

Оптимальные сопряженные переменные должны удовлетворять условиям трансверсальности. Так как решаемая задача управления движением КА — это задача оптимального управления с закрепленными левым и правым концами траектории $\Lambda(t)$, то условия трансверсальности, которые присутствуют при решении задач оптимального управления с фиксированным временем T , выполняются автоматически. Поясним это. Представим граничное условие (2) в форме равенств $\lambda_j(0) - \lambda_{j_n} = 0$ для всех

$j = \overline{0, 3}$; условия трансверсальности для сопряженных переменных ψ_j на момент времени $t = 0$ имеют вид [12]: $\psi_j(0) = w_j, j = \overline{0, 3}$, где w_0, w_1, w_2, w_3 — некоторые числа, одновременно не равные нулю. Очевидно, что для оптимального решения эти условия удовлетворяются (в противном случае сопряженные функции $\psi_j(t) \equiv 0$ в силу уравнений (5), и решение задачи оптимального управления теряет смысл). Записав граничное условие (3) в форме

$\lambda_j(T) - \lambda_{j_k} = 0$ ($j = \overline{0, 3}$), получим аналогичные условия трансверсальности для сопряженных переменных ψ_j на момент времени $t = T$: $\psi_j(T) = z_j, j = \overline{0, 3}$, где хотя бы одно из чисел z_j отлично от нуля. Сопряженные функции $\psi_j(t)$ являются решением системы

(5), поэтому $\|\Psi\| = \psi_0^2 + \psi_1^2 + \psi_2^2 + \psi_3^2 = \text{const}$ (это легко доказать). Поскольку $\|\Psi(0)\| \neq 0$, то $\|\Psi(T)\| \neq 0$; а значит, вышеуказанные условия трансверсальности для оптимальных функций $\psi_j(t)$ будут выполнены. Так как в рассматриваемой задаче оптимального управления время окончания маневра T не фиксировано, то необходимо выполнение еще одного условия трансверсальности [12]: $H(T) = 0$ (если граничное условие (3) для правого конца предста-

вить в виде $\Phi_j = 0, j = \overline{0, 3}$, где $\Phi_j = \lambda_j(T) - \lambda_{jк}$, то $\partial\Phi_j/\partial T \equiv 0$ для всех j).

Для построения управляющей функции $\mathbf{L}(t)$ (оптимальной программы управления) и оптимального сопряженного вектора \mathbf{r} введем вектор \mathbf{l} такой, что $|\mathbf{l}| = 1$ и $\mathbf{L} = K\mathbf{l}$, где $K > 0$ — скалярная функция времени. Для новых переменных K и l_i ($i = \overline{1, 3}$) функция Гамильтона H запишется в следующем виде:

$$H = hK - a_1,$$

где $h = l_1 r_1 / J_1 + l_2 r_2 / J_2 + l_3 r_3 / J_3 - a_2$.

Необходимое условие оптимальности заключается в максимальной функции Гамильтона H . Произведение hK максимально, если максимальны каждый из множителей h и K (естественно, при этом величины h и K являются неотрицательными). Нетрудно видеть, что сумма h максимальна, если

$$l_i = \frac{r_i}{J_i \sqrt{r_1^2 / J_1^2 + r_2^2 / J_2^2 + r_3^2 / J_3^2}}, \quad i = \overline{1, 3}.$$

Поскольку оптимальные управляющие функции L_i не зависят от $|\mathbf{r}|$, удобнее перейти к нормированному вектору $\mathbf{p} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$. Обозначим $r_0 = |\mathbf{r}|$. В силу того, что $|\mathbf{r}| = \text{const} = |\mathbf{r}(0)| \neq 0$, для проекций p_i орта \mathbf{p} на оси связанного базиса \mathbf{E} справедливы уравнения

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= L_3 p_2 / J_3 - L_2 p_3 / J_2, \quad \dot{p}_2 = L_1 p_3 / J_1 - L_3 p_1 / J_3, \\ \dot{p}_3 &= L_2 p_1 / J_2 - L_1 p_2 / J_1. \end{aligned} \quad (8)$$

В дальнейшем будем использовать компоненты p_i вектора \mathbf{p} ; переменные $r_i = r_0 p_i$, где r_0 — константа, которую необходимо определить в процессе оптимизации. Необходимое условие оптимальности запишем в виде

$$L_i = b p_i / J_i, \quad (9)$$

где $b > 0$ — скалярная величина. Кинетический момент \mathbf{L} и величина b связаны соотношением

$$\mathbf{L}^2 = b^2 (p_1^2 / J_1^2 + p_2^2 / J_2^2 + p_3^2 / J_3^2).$$

Покажем, что при соблюдении равенств (9) для всех t ($0 \leq t \leq T$) имеет место равенство:

$$p_1^2 / J_1^2 + p_2^2 / J_2^2 + p_3^2 / J_3^2 = \text{const}.$$

Для этого достаточно продифференцировать по времени левую часть указанного равенства с учетом свойств движения вектора \mathbf{p} . Используя соотношения (8) для производных компонент p_i векто-

ра \mathbf{p} , а затем формулы (9), для компонент L_i кинетического момента \mathbf{L} , получим

$$\begin{aligned} p_1 \dot{p}_1 / J_1^2 + p_2 \dot{p}_2 / J_2^2 + p_3 \dot{p}_3 / J_3^2 &= \\ &= p_1 (p_2 L_3 / J_3 - p_3 L_2 / J_2) / J_1^2 + \\ &+ p_2 (p_3 L_1 / J_1 - p_1 L_3 / J_3) / J_2^2 + \\ &+ p_3 (p_1 L_2 / J_2 - p_2 L_1 / J_1) / J_3^2 = \\ &= p_3 L_1 p_2 / J_3^2 J_1 - p_1 p_3 L_2 / J_1^2 J_2 + p_1 L_2 p_3 / J_1^2 J_2 - \\ &- p_2 p_1 L_3 / J_2^2 J_3 + p_2 L_3 p_1 / J_2^2 J_3 - p_3 p_2 L_1 / J_3^2 J_1 \equiv 0 \end{aligned}$$

так как $(L_1 p_2 / J_2) p_3 / J_1 J_2 = p_1 p_3 L_2 / J_1^2 J_2$, $(L_2 p_3 / J_3) p_1 / J_2 J_3 =$
 $= p_1 p_2 L_3 / J_2^2 J_3$, $(L_3 p_1 / J_1) p_2 / J_1 J_3 = p_2 p_3 L_1 / J_3^2 J_1$ (равенства $L_1 p_2 / J_2 = L_2 p_1 / J_1$, $L_2 p_3 / J_3 = L_3 p_2 / J_2$, $L_1 p_3 / J_3 = L_3 p_1 / J_1$ являются следствием соотношений (9)). Значит $h = \text{const}$ независимо от изменения величины b .

Если $a_1 = 0$, то из-за наличия условия трансверсальности $H(T) = 0$ оптимальное управление должно обеспечить максимум $h \equiv 0$ при произвольном изменении величины K , тождественно не равной нулю, чтобы можно было выполнить граничное условие (3) (в случае $a_1 = 0$ максимум функции H , а следовательно, и значение минимизируемого функционала (4) не зависят от функции $K(t)$).

Если $a_1 \neq 0$, то функция H есть линейная возрастающая функция величины K (соответствующим выбором оптимального значения $|\mathbf{r}|$ всегда можно добиться, чтобы $h > 0$). Очевидно, что если вектор \mathbf{L} не ограничить, то максимум функции H будет при $K \rightarrow \infty$ (при этом время T станет бесконечно малым). Но мгновенных разворотов не бывает. Обычно кинетический момент \mathbf{L} ограничивают сферой, т.е. требованием

$$L_1^2 + L_2^2 + L_3^2 \leq L_0^2, \quad (10)$$

где $L_0 > 0$ — максимально допустимый модуль кинетического момента (ограничение в форме (10) достаточно актуально для КА, управляемых инерционными исполнительными органами [9]).

В случае $a_1 \neq 0$ и $|\mathbf{L}| \leq L_0$ максимум функции H будет достигнут при $|\mathbf{L}| = L_0$ и в случае, если $h \rightarrow \max$ (при наличии ограничения (10) оптимальный модуль кинетического момента K не зависит от l_i). Поэтому оптимальные функции L_i определяются зависимостями

$$L_i = \frac{L_0 p_i}{J_i \sqrt{p_1^2 / J_1^2 + p_2^2 / J_2^2 + p_3^2 / J_3^2}}, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (11)$$

Задача определения оптимального управления свелась к решению системы уравнений углового движения КА (1) и уравнений (8) при условии, что управление \mathbf{L} выбрано в соответствии с (11). Сфор-

мулированная задача управления (1)—(4) решается до конца. Условия максимума функции H определили оптимальное решение $\mathbf{L}(t)$. На всем интервале движения $0 < t < T$ КА вращается с постоянным по модулю кинетическим моментом $|\mathbf{L}| = \text{const}$, поэтому во время оптимального разворота величина $b = \text{const}$. Уравнения (1) и (8) совместно с соотношениями (9) образуют замкнутую систему уравнений. Для получения функциональной зависимости управляющих функций $L_i(t)$ от фазовых координат необходимо решить уравнения (8), которые для закона (9) принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= b \frac{J_2^2 - J_3^2}{J_2^2 J_3^2} p_2 p_3; \quad \dot{p}_2 = b \frac{J_3^2 - J_1^2}{J_1^2 J_3^2} p_1 p_3; \\ \dot{p}_3 &= b \frac{J_1^2 - J_2^2}{J_1^2 J_2^2} p_1 p_2, \end{aligned} \quad (12)$$

где $b = L_0 / \sqrt{p_1^2/J_1^2 + p_2^2/J_2^2 + p_3^2/J_3^2} = \text{const}$. Траектория движения вектора \mathbf{p} в связанной системе координат определяется системой двух уравнений:

$$\begin{aligned} p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 &= 1 \\ \text{и } (p_1/J_1)^2 + (p_2/J_2)^2 + (p_3/J_3)^2 &= \text{const} = C^2, \end{aligned}$$

где $C = \sqrt{(p_{10}/J_1)^2 + (p_{20}/J_2)^2 + (p_{30}/J_3)^2}$; p_{10}, p_{20}, p_{30} — компоненты вектора $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$.

Траектория, по которой передвигается конец вектора \mathbf{p} при вращении КА в процессе маневра переориентации, представляет собой линию пересечения единичной сферы с эллипсоидом, имеющим полуоси размера $J_1 C, J_2 C, J_3 C$ по осям OX, OY, OZ соответственно. Размер эллипсоида определяется требованием прохождения линии пересечения через векторы $\mathbf{p}(0)$ и $\mathbf{p}(T)$, которые связаны между собой посредством граничных условий $\Lambda(0) = \Lambda_H$ и $\Lambda(T) = \Lambda_K$:

$$\Lambda_K \circ \mathbf{p}(T) \circ \tilde{\Lambda}_K = \Lambda_H \circ \mathbf{p}(0) \circ \tilde{\Lambda}_H \quad (13)$$

или $\mathbf{p}(T) = \tilde{\Lambda}_p \circ \mathbf{p}(0) \circ \Lambda_p$, где $\Lambda_p = \tilde{\Lambda}_H \circ \Lambda_K$ — кватернион разворота. Значение параметра C зависит от вектора $\mathbf{p}(0)$, который, в свою очередь, определяется граничными значениями $\Lambda(0), \Lambda(T)$ и моментами инерции КА J_1, J_2, J_3 . Определение вектора $\mathbf{p}(0)$ — самостоятельная и достаточно непростая задача.

Так как время T не фиксировано, то необходимым условием оптимальности является требование $H(T) = 0$, из которого следует, что $h = a_1/|\mathbf{L}| > 0$ (далее всюду считается, что $a_1 \neq 0$). Исходя из этого условия выбирается оптимальное значение r_0 . При оп-

тимальном движении (в смысле минимума (4)) функция H постоянна и равна

$$H = L_0(r_0 \sqrt{p_1^2/J_1^2 + p_2^2/J_2^2 + p_3^2/J_3^2} - a_2) - a_1 = \text{const}.$$

Решив уравнение

$$r_0 \sqrt{p_1^2/J_1^2 + p_2^2/J_2^2 + p_3^2/J_3^2} - a_2 = a_1/L_0,$$

получим $r_0 = (a_1/L_0 + a_2)/C$ — оптимальное значение характеристики $r_0 = |\mathbf{r}|$.

Таким образом, задача построения оптимального управления $\mathbf{L}(t)$ заключается, главным образом, в нахождении такого значения вектора $\mathbf{p}(0)$, при котором в результате движения КА в соответствии с уравнениями (1), (8), (9) и $\Lambda(0) = \Lambda_H$ выполняется равенство $\Lambda(T) = \Lambda_K$. Общее решение приведенной системы уравнений определить практически невозможно. Трудность заключается в определении граничных значений $\mathbf{p}(0)$ и $\mathbf{p}(T)$, которые связаны выражением (13).

Режим движения КА в соответствии с условиями (8), (11) таков, что в интервале времени $0 < t < T$ КА вращается с постоянным модулем кинетического момента. Искомое решение $\mathbf{L}(t)$ во время оптимального разворота обладает следующими свойствами (интегралами движения):

$$\begin{aligned} L_1^2 + L_2^2 + L_3^2 &= \text{const}; \\ J_1^2 L_1^2 + J_2^2 L_2^2 + J_3^2 L_3^2 &= \text{const}. \end{aligned} \quad (14)$$

Задача оптимального управления (1)—(4) с учетом ограничения (10) будет решена, если мы найдем решение системы уравнений (1), (8), (11), удовлетворяющее граничным условиям (2), (3). Оптимальный кинетический момент \mathbf{L} связан с кватернионом ориентации Λ равенством

$$\mathbf{L} = \mathcal{J}^{-1} L_0 \tilde{\Lambda} \circ \mathbf{c}_p \circ \Lambda / C, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_p &= \text{const} = \Lambda_H \circ \mathbf{p}_0 \circ \tilde{\Lambda}_H; \\ C &= \sqrt{p_{10}^2/J_1^2 + p_{20}^2/J_2^2 + p_{30}^2/J_3^2} \end{aligned}$$

(напомним $p_{i0} = p_i(0)$); $\mathcal{J} = \text{diag}(J_1, J_2, J_3)$ — тензор инерции КА. Ключевой искомой характеристикой является значение вектора $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$. Уравнения для управляющих функций L_i формализуются так:

$$\begin{aligned} \dot{L}_1 &= L_2 L_3 (J_2^2 - J_3^2) / J_1 J_2 J_3; \\ \dot{L}_2 &= L_1 L_3 (J_3^2 - J_1^2) / J_1 J_2 J_3; \\ \dot{L}_3 &= L_1 L_2 (J_1^2 - J_2^2) / J_1 J_2 J_3. \end{aligned} \quad (16)$$

Поскольку управлением считается вектор \mathbf{L} кинетического момента КА, то поставленную задачу оптимального управления (кинематическую задачу разворота) можно считать решенной — уравнения (1), (8) и (9) с учетом граничных условий (2), (3) полностью определяют искомое решение $\mathbf{L}(t)$.

Нетрудно показать, что для вращений твердого тела, удовлетворяющих зависимостям (9), в которых $b > 0$ — скалярная величина, а функции p_i являются решением системы (8) с удовлетворением условия (13), значение интеграла

$$S = \int_0^T |\mathbf{L}(t)| dt$$

не зависит от длительности разворота T и равно

$$\int_0^T |\mathbf{L}(t)| dt = K_c t_{\text{пр}},$$

где $t_{\text{пр}}$ — прогнозируемое время достижения положения Λ_K (т.е. когда выполнится равенство $\Lambda = \Lambda_K$) при вращении твердого тела с кинетическим моментом $|\mathbf{L}| = K_c$ из положения $\Lambda(0) = \Lambda_H$ в соответствии со свойствами (14) и уравнениями (1). Характеристика S определяется только условиями разворота Λ_H, Λ_K и инерционными характеристиками КА J_1, J_2, J_3 .

Так как при оптимальном управлении (в смысле минимума (4)) разворот КА (как твердого тела) происходит с постоянным модулем кинетического момента $|\mathbf{L}| = \text{const} = L_0$, то $G = S(a_1/L_0 + a_2)$, где $S = K_c t_{\text{пр}}$. Значение показателя (4) и время разворота T связаны соотношением $G = T(a_1 + a_2 L_0)$. Время оптимального разворота равно $T_{\text{опт}} = K_c t_{\text{пр}}/L_0$. Для вращений, которые обеспечивают минимум интеграла (4), время разворота T минимально (если $a_1 \neq 0$).

Если $a_1 = 0$, то величина $|\mathbf{L}|$ — любая (модуль кинетического момента КА может изменяться произвольным образом, не меняя при этом значение функционала (4), если удовлетворяются соотношения (9) с учетом уравнений (8) для переменных p_i).

Построение оптимальной программы пространственного разворота

Задача построения оптимального управления сводится к нахождению закона изменения вектора $\mathbf{p}(t)$, при котором в результате движения КА согласно уравнениям (1), (8), (9) с начальным условием (2) было выполнено граничное условие (3). Вектор $\mathbf{p}(0)$ зависит от параметров разворота Λ_p и моментов инерции КА J_1, J_2, J_3 . Для произвольных значений $J_1 \neq J_2 \neq J_3$ решение поставленной задачи пространственного разворота КА найти достаточно сложно. Система уравнений (1), (8), (9) имеет аналитическое решение в элементарных функциях только для динамически симметричного и динами-

чески сферического тел (для произвольного КА решение системы уравнений (1), (8), (9) находится только численными методами, например, методом последовательных приближений).

Для сферически симметричного КА (когда $J_1 = J_2 = J_3$) решение задачи (1)–(4) значительно упрощается. В этом случае уравнения (12) принимают вид $\dot{p}_i = 0$ ($i = \overline{1, 3}$), откуда оптимальным является вектор $\mathbf{p} = \text{const} = \mathbf{p}_0$. Кинематические уравнения (1) также приводятся к более простой форме $2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \mathbf{L}/J_1$. Учитывая условия оптимальности (11), которые будут выглядеть как $\mathbf{L} = L_0 \mathbf{p}_0$, приходим к выводу, что для КА, у которого $J_1 = J_2 = J_3$, оптимальным разворотом (в смысле минимума (4) с учетом (10)) является вращение вокруг оси Эйлера в направлении наименьшего угла поворота из положения Λ_H в положение Λ_K , причем оптимальный вектор \mathbf{p} совпадает с ортом положительного направления оси Эйлера. Решение задачи (1)–(4), (10) имеет следующий вид:

$$p_i = v_i / \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2};$$

$$L_i = L_0 v_i / \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2} = L_0 p_{i0},$$

где v_0, v_1, v_2, v_3 — компоненты кватерниона разворота $\Lambda_p = \Lambda_H \circ \Lambda_K$.

Для динамически симметричного КА (когда, например, $J_2 = J_3$) задача оптимального управления также решается до конца. В этом частном случае решение системы (8), (11) находится в форме регулярной прецессии, для которой справедливо соотношение

$$\Lambda_K = \Lambda_H \circ \mathbf{e}^{\mathbf{p}_0 \beta / 2} \circ \mathbf{e}^{\mathbf{e}_1 \alpha / 2}, \quad (17)$$

где $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$; \mathbf{e}_1 — орт продольной оси КА; α — угол поворота КА вокруг своей продольной оси; β — угол поворота КА вокруг вектора \mathbf{p} . При этом считается, что $|\alpha| \leq \pi$, $0 \leq \beta \leq \pi$.

Из (12) и (16) имеем: $p_1 = \text{const}$ и $L_1 = \text{const}$. Решение $\mathbf{p}(t)$ будет следующим:

$$p_1 = p_{10} = \cos \vartheta, \quad p_2 = p_{20} \cos \kappa + p_{30} \sin \kappa,$$

$$p_3 = -p_{20} \sin \kappa + p_{30} \cos \kappa,$$

а программные значения управляющих функций L_i ($i = \overline{1, 3}$) равны

$$L_1 = L_{10} = J_1(\dot{\alpha} + \dot{\beta} p_{10}) = \text{const};$$

$$L_2 = J_2 \dot{\beta} p_2, \quad L_3 = J_3 \dot{\beta} p_3 \quad \text{или}$$

$$L_1 = J_1(\dot{\alpha} + \dot{\beta} \cos \vartheta), \quad L_2 = J_2 \dot{\beta} \sin \vartheta \sin(\dot{\alpha} t + \sigma_0);$$

$$L_3 = J_3 \dot{\beta} \sin \vartheta \cos(\dot{\alpha} t + \sigma_0),$$

где $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$, $\kappa = \dot{\alpha} t$ ($\dot{\alpha} = \text{const}$ — скорость собственного вращения); ϑ — угол отклонения продоль-

ной оси КА от вектора \mathbf{p} ; $\sigma_0 = \text{arctg}(p_{20}/p_{30})$; $\dot{\beta}$ — угловая скорость прецессии (вокруг вектора \mathbf{p}). Угловые скорости $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$ равны

$$\dot{\alpha} = \alpha/T, \quad \dot{\beta} = \beta/T \text{ (так как } |\mathbf{L}| = \text{const,} \\ \text{а значит, } \dot{\alpha} = \text{const и } \dot{\beta} = \text{const).}$$

Оптимизация в этом частном случае сводится к нахождению таких значений ϑ , α , β и \mathbf{p}_0 , удовлетворяющих условиям разворота (2), (3), чтобы (4) было минимальным. Когда КА совершает регулярную прецессию, интеграл S равен

$$S = T \sqrt{J_1^2 (\dot{\alpha} + \dot{\beta} \cos \vartheta)^2 + J_2^2 \dot{\beta}^2 \sin^2 \vartheta} = \\ = \sqrt{J_1^2 (\alpha + \beta \cos \vartheta)^2 + J_2^2 \beta^2 \sin^2 \vartheta}.$$

Поэтому оптимальные углы α , β , ϑ должны удовлетворять (17) и условию

$$J_1^2 (\alpha + \beta \cos \vartheta)^2 + J_2^2 \beta^2 \sin^2 \vartheta \rightarrow \min.$$

Таким образом, кинематическая задача разворота КА (как твердого тела) полностью решена. Оптимальное управление угловым положением КА реализуется по способу, рассмотренному в работе [10]. Оптимальные значения углов α , β , ϑ , удовлетворяющие заданным граничным значениям Λ_H и Λ_K , определяются устройством [13].

Подведем некоторые итоги. Главный вывод — независимо от значений коэффициентов a_1 , a_2 оптимальное движение КА подчиняется уравнениям (9), в которых $b > 0$ — скалярная функция времени, а p_i — решение системы уравнений (8) с удовлетворением условия (13). Коэффициент a_2 никак не влияет на оптимальное управление $\mathbf{L}(t)$. Ключевым в результирующем решении $\mathbf{L}(t)$ оказывается значение коэффициента a_1 . Если $a_1 \neq 0$, то оптимальным является разворот с постоянным модулем кинетического момента за минимальное время. Оптимальное управление формализуется зависимостью (15), в которой \mathbf{c}_p и C — постоянные параметры закона управления, определяемые значениями Λ_H , Λ_K и моментами инерции J_1 , J_2 , J_3 . Если $a_1 = 0$, то оптимальным является любое вращение КА, которое удовлетворяет уравнениям (8), (9) независимо от модуля кинетического момента (т. е. в случае $a_1 = 0$ модуль кинетического момента может изменяться произвольным образом, но не тождественно равным нулю).

В случае $\omega(0) = \omega(T) = 0$ и $a_1 \neq 0$ близкое к оптимальному движение состоит из кратковременного сообщения КА расчетной угловой скорости (номинального кинетического момента), вращения КА с постоянным по модулю кинетическим моментом и кратковременного (импульсного) гашения угловой скорости до нуля. Для оптимального разворота КА интеграл G и время разворота T связаны линейной

зависимостью, а модуль кинетического момента $|\mathbf{L}|$ во время вращения КА соотносится с временем разворота T уравнением $|\mathbf{L}|/T = \text{const}$.

Результаты математического моделирования

Рассмотрим разворот КА на 150° из начального положения Λ_H , когда оси КА совпадают с осями опорного базиса \mathbf{I} , в заданное конечное положение Λ_K , элементы которого равны: $\lambda_0 = 0,2598202$; $\lambda_1 = 0,6834345$; $\lambda_2 = 0,5913393$; $\lambda_3 = 0,3401890$. Пусть $L_0 = 50 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$, а $a_1 = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$, $a_2 = 0,2$. Считалось, что $J_1 = 1760 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $J_2 = 6320 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $J_3 = 6010 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. После решения краевой задачи принципа максимума были получены $\mathbf{p}_0 = \{0,107354; -0,031616; 0,993718\}$ и $\mathbf{c}_p = \mathbf{p}_0$ (так как $\Lambda_H = 1$). Оптимальное значение $r_0 = (a_1/L_0 + a_2) / \sqrt{p_{10}^2/J_1^2 + p_{20}^2/J_2^2 + p_{30}^2/J_3^2} = 1248 \text{ (кг} \cdot \text{м}^2)$.

Результаты математического моделирования процесса разворота при оптимальном управлении представлены на рис. 1—3. Оптимальный разворот

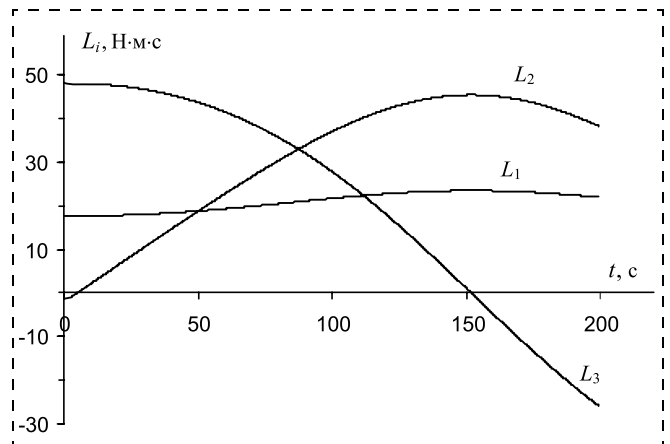


Рис. 1

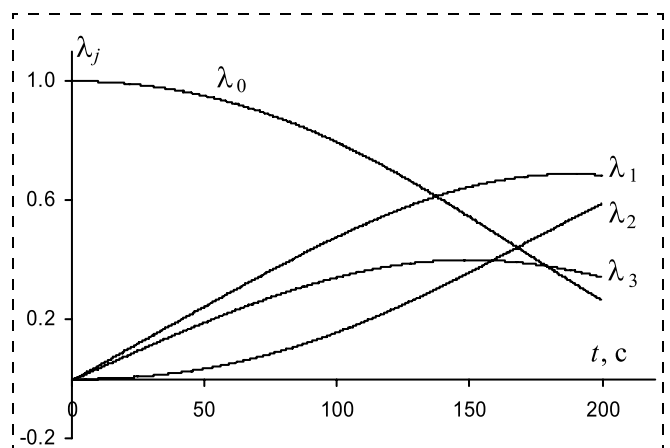


Рис. 2

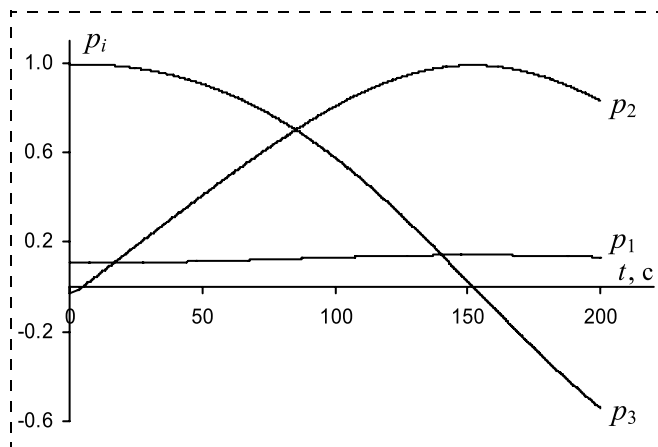


Рис. 3

КА происходит с максимально допустимым кинетическим моментом, время разворота составило $T = 200$ с. На рис. 1 изображены графики изменения управляющих функций $L_1(t)$, $L_2(t)$, $L_3(t)$ по времени; на рис. 2 отображены графики изменения компонент кватерниона $\Lambda(t)$ текущей ориентации. На рис. 3 приведена динамика изменения составляющих $p_1(t)$, $p_2(t)$, $p_3(t)$ вектора \mathbf{p} во времени (характер изменения компонент r_1 , r_2 , r_3 сопряженного вектора \mathbf{g} имеет такой же качественный вид). Необходимо отметить, что переменные $L_1(t)$ и $p_1(t)$, соответствующие продольной оси КА, — знакопостоянные функции времени (это свойство наблюдается при любых сочетаниях граничных значений Λ_H и Λ_K).

Заключение

В статье рассмотрена и решена задача оптимального разворота КА из произвольного начального в требуемое конечное угловое положение, в которой функционал качества есть линейная комбинация двух показателей: времени и интегральной величины модуля кинетического момента (как вектора управляющего воздействия), затраченных на разворот КА, которые умножены на свои весовые коэффициенты. В отличие от известных работ в нашей задаче управляющей функцией является кинетический момент КА. В принятой нами математической модели кватернион ориентации КА и вектор кинетического момента связаны посредством постоянного тензора инерции, в силу чего рассматриваемая задача управления переориентацией приобретает динамическую окраску, а ее решение меняется кардинально (по сравнению с известным решением [1], где управлением является угловая скорость).

Оптимальная программа разворота и величина (4) целиком зависят от коэффициента a_1 . В случае

$a_1 \neq 0$, при наличии ограничения (10), свойства оптимального по критерию (4) разворота совпадают со свойствами того же разворота за минимальное время. Если $a_1 = 0$, то оптимальный разворот происходит согласно уравнениям (8), (9) с произвольным изменением величины $|\mathbf{L}|$ (интеграл (4) не зависит от модуля кинетического момента). Коэффициент a_2 не влияет на оптимальное управление. Хотя исследуемая задача оптимального управления решена в кинематической постановке, полученное решение полезно как отправная точка для изучения более точных постановок задачи управления, а в сочетании с методом обратных задач динамики управляемых систем [14] оно позволяет создать эффективные законы управления ориентацией, учитывающие динамику КА.

Список литературы

1. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973.
2. Красовский А. А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. М.: Наука, 1973.
3. Раушенбах Б. В., Токарь Е. Н. Управление ориентацией космических аппаратов. М.: Наука, 1974.
4. Молоденков А. В., Сапунков Я. Г. Особые режимы управления в задаче оптимального разворота сферически симметричного космического аппарата // Известия РАН. Теория и системы управления. 2009. № 6.
5. Зубов Н. Е. Оптимальное управление терминальной переориентацией КА на основе алгоритма с прогнозирующей моделью // Космические исследования. 1991. Т. 29. Вып. 3.
6. Ваньков А. И. Адаптивное робастное управление угловым движением КА с использованием прогнозирующих моделей // Космические исследования. 1994. Т. 32. Вып. 4—5.
7. Велищанский М. А., Крищенко А. П., Ткачев С. Б. Синтез алгоритмов переориентации космического аппарата на основе концепции обратной задачи динамики // Известия РАН. Теория и системы управления. 2003. № 5.
8. Молоденков А. В., Сапунков Я. Г. Решение задачи оптимального разворота осесимметричного космического аппарата с ограниченным и импульсным управлением при произвольных граничных условиях // Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. № 2.
9. Левский М. В. Особенности управления ориентацией космического аппарата, оборудованного инерционными исполнительными органами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 3.
10. Левский М. В. Способ управления разворотом космического аппарата. Патент на изобретение РФ № 2093433 // Бюллетень "Изобретения. Заявки и патенты". 1997. № 29.
11. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983.
12. Моисеев Н. Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971.
13. Левский М. В. Система определения параметров регулярной прецессии твердого тела. Патент на изобретение РФ № 2103736 // Бюллетень "Изобретения. Заявки и патенты". 1998. № 3.
14. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Нелинейные модели. М.: Наука, 1988.

Concerning a Special Problem of the Optimal Control of Spacecraft's Terminal Orientation

M. V. Levskii, dp940@mail.ru✉,

Maximov Research Institute of Space Systems, Branch of the Khronichev State Research and Production Space Center, Korolev, Moscow Region, 141091, Russian Federation

Corresponding author: Levskii Mikhail V., Ph.D., Leading Researcher, Maximov Research Institute of Space Systems, Branch of the Khronichev State Research and Production Space Center, Korolev, Moscow Region, 141091, Russian Federation e-mail: dp940@mail.ru

Received on January 20, 2016

Accepted on February 04, 2016

The topic of the article is a problem of optimal control of a spacecraft reorientation from an arbitrary initial attitude to a prescribed angular attitude. The case is studied, when the minimized functional combines the time and the integral value of the modulus of the angular momentum for the spacecraft reorientation. Using the necessary conditions of optimality in the form of Pontryagin's maximum principle and the quaternion method for the spacecraft motion control, an analytical solution to this problem was obtained. Solution to the optimal control problem is based on the quaternion equation connecting the angular momentum vector and the orientation quaternion of the body coordinate system. Formal equations were derived and expressions for construction of the optimal control program were given. The dependence of the control variables from the phase coordinates was found (in an explicit form). Using the transversality condition as the necessary condition of optimality, optimum value of key parameter of optimum functions is determined. For a dynamically symmetric solid body, the problem of the spatial reorientation was completely solved — the optimal law of variation of the spacecraft angular momentum (as an explicit function of time) was obtained in an analytical form. The results of the mathematical simulation of the spacecraft motion under the optimal control are presented and demonstrate practical usefulness of the proposed algorithm for the spacecraft attitude control.

Keywords: spacecraft, attitude, optimal control, control function, transversality conditions

For citation:

Levskii M. V. Concerning a Special Problem of the Optimal Control of Spacecraft's Terminal Orientation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 483—491.

DOI: 10.17587/mau.17.483-491

References

1. Branets V. N., Shmyglevskii I. P. *Primenenie kvaternionov v zadachakh orientatsii tverdogo tela* (The use of quaternions in problems of orientation of a rigid body), Moscow, Nauka, 1973, 320 p. (in Russian).
2. Krasovskii A. A. *Sistemy avtomaticheskogo upravleniya polyetom i ih analiticheskoe konstruirovaniye* (Flight automatic control systems and their analytical design), Moscow, Nauka, 1973 (in Russian).
3. Raushenbakh B. V., Tokar' E. N. *Upravlenie orientatsiei kosmicheskikh apparatov* (Spacecraft attitude control), Moscow, Nauka, 1974 (in Russian).
4. Molodenkov A. V., Sapunkov Ya. G. *Osobye rezhimy upravleniya v zadache optimal'nogo razvorota sfericheskoi simmetrichnogo kosmicheskogo apparata* (Special control modes in an optimal rotation of a spherically symmetric spacecraft), *Izvestiya RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya*. 2009. no. 6 (in Russian).
5. Zubov N. E. *Optimal'noe upravlenie terminal'noi pereorientatsiei KA na osnove algoritma s prognoziruyushchei model'yu* (Optimal control of the spacecraft re-orientation of the terminal based on the algorithm model predictive), *Kosmicheskie Issledovaniya*, 1991, vol. 29, iss. 3, p. 340 (in Russian).
6. Van'kov A. I. *Adaptivnoe robastnoe upravlenie uglovym dvizheniem KA s ispol'zovaniem prognoziruyushchikh modelei* (Adaptive robust control angular motion of the spacecraft using predictive models), *Kosmicheskie Issledovaniya*, 1994. vol. 32, iss. 4—5 (in Russian).
7. Velishchanskii M. A., Krishchenko A. P., Tkachev S. B. *Sintez algoritmov pereorientatsiei kosmicheskogo apparata na osnove kontseptsii*

obratnoi zadachi dinamiki (Synthesis algorithms reorientation of the spacecraft based on the concept of inverse dynamics problem), *Izvestiya RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya*. 2003. no. 5 (in Russian).

8. Molodenkov A. V., Sapunkov Ya. G. *Reshenie zadachi optimal'nogo razvorota osesimmetrichnogo kosmicheskogo apparata s ograniченным i impul'snym upravleniem pri proizvol'nykh granichnykh usloviyakh* (The solution of the optimal rotation axially symmetric spacecraft with limited impulse control, and for arbitrary boundary conditions), *Izvestiya RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya*. 2007. no. 2 (in Russian).

9. Levskii M. V. *Osobennosti upravleniya orientatsiei kosmicheskogo apparata, oborudovannogo inertsiionnymi ispolnitel'nymi organami* (Features of Attitude Control of a Spacecraft, Equipped with Inertial Actuators), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 3, pp. 188—195 (in Russian).

10. Levskii M. V. *Sposob upravleniya razvorotom kosmicheskogo apparata. Patent na izobretenie RF № 2093433* (A method for controlling spacecraft reversal. The patent for the invention of the Russian Federation № 2093433), *Byulleten' "Izobreteniya. Zayavki i patenty"*, 1997, no. 29 (in Russian).

11. Pontryagin L. S., Boltyanskii V. G., Gamkrelidze R. V., Mishchenko E. F. *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh processov* (The mathematical theory of optimal processes), Moscow, Nauka, 1983 (in Russian).

12. Moiseev N. N. *Chislennyye metody v teorii optimal'nykh sistem* (Numerical methods in optimal systems theory), Moscow, Nauka, 1971 (in Russian).

13. Levskii M. V. *Sistema opredeleniya parametrov regul'yarnoi pretsessii tverdogo tela. Patent na izobretenie RF № 2103736* (The system of determining the parameters of a regular solid-state precession. The patent for the invention of the Russian Federation № 2103736), *Byulleten' "Izobreteniya. Zayavki i patenty"*, 1998, no. 3 (in Russian).

14. Krut'ko P. D. *Obratnye zadachi dinamiki upravlyaemykh sistem. Nelineinye modeli* (Inverse problems of controlled systems dynamics: nonlinear models), Moscow, Nauka, 1988 (in Russian).

Е. А. Евдокимчик, инженер, АО "РСК "МиГ", г. Москва

Синтез алгоритма управления для выполнения маневра уклонения летательного аппарата от столкновения с Землей

Рассмотрен синтез алгоритма управления для выполнения автоматического маневра уклонения от столкновения с Землей с учетом текущего пространственного положения и маневренных характеристик летательного аппарата с системой автоматического управления. Проведен анализ влияния параметров алгоритма управления на потерю высоты за маневр. Предложена логика выбора направления вращения вокруг продольной оси для сокращения времени приведения к горизонтальному полету.

Ключевые слова: автоматический маневр уклонения от столкновения с Землей, синтез алгоритмов управления

Введение

Столкновение с Землей в управляемом полете остается серьезной проблемой для летательных аппаратов (ЛА) гражданской и военной авиации.

Необходимость постоянного контроля высоты и других параметров движения при действиях вблизи Земли повышает нагрузку на летчика, отвлекая его от выполнения конкретной задачи. На траекторию движения ЛА во время выполнения маневра уклонения от столкновения с Землей оказывает влияние большое число факторов: углы крена и тангажа, скорость сближения с поверхностью Земли, ускорения. Летчик не всегда может предсказать изменения в располагаемой и допустимой перегрузках при изменении параметров движения (скорости, высоты, массы и др.). Все это приводит к тому, что для летчика затруднительно адекватно оценить маневренные возможности и степень безопасности в условиях стрессовых ситуаций и острого дефицита времени. В результате возникает необходимость в создании систем, автоматически определяющих потенциально опасное сближение с Землей и осуществляющих предупреждение летчика об опасности или даже выполняющих автоматический маневр уклонения.

Известны системы автоматического предотвращения столкновений с Землей [1–4], в которых активация автоматического контура осуществляется на основе прогнозирования траектории движения ЛА и вычисления высоты, которая будет потеряна за маневр уклонения. Основное внимание в этих системах уделяется способам вычисления упомянутой потери высоты. Однако при формировании алгоритмов управления при выполнении маневра уклонения необходимо учитывать располагаемые динамические характеристики ЛА.

Постановка задачи

Требуется синтезировать алгоритмы управления заданными значениями нормальной перегрузки и угла крена с учетом динамических характеристик ЛА для выполнения автоматического маневра уклонения от столкновения с Землей, применение которых возможно на ЛА самолетного типа с заранее

сформированными контурами управления нормальной и поперечной перегрузками и углом крена, и проанализировать влияние параметров алгоритмов управления на потерю высоты за маневр уклонения.

Решение задачи

Решение поставленной задачи может быть разделено на два этапа: формирование алгоритма управления

- 1) заданным значением нормальной перегрузки;
- 2) заданным значением угла крена.

Формирование этих алгоритмов управления проведем, полагая, что поперечная перегрузка стабилизируется на нулевом значении соответствующим контуром управления.

Формирование алгоритма управления заданным значением нормальной перегрузки

Конечной целью управления при выполнении маневра уклонения от столкновения с Землей является прекращение снижения ЛА или перевод его в набор высоты.

Уравнения движения центра масс ЛА в траекторной системе координат имеют вид [5, 6]

$$\begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= R_{x_a} - G \sin \theta; \\ mV \frac{d\theta}{dt} &= R_{y_a} \cos \gamma_a - R_{z_a} \sin \gamma_a - G \cos \theta; \\ -mV \cos \theta \frac{d\Psi}{dt} &= R_{y_a} \sin \gamma_a + R_{z_a} \cos \gamma_a, \end{aligned} \quad (1)$$

где $R_{x_a} = P_{x_a} - X_a$, $R_{y_a} = P_{y_a} + Y_a$, $R_{z_a} = P_{z_a} + Z_a$; X_a , Y_a , Z_a — сила лобового сопротивления, подъемная сила и боковая сила соответственно; P_{x_a} , P_{y_a} , P_{z_a} — проекции силы тяги на скоростные оси координат; θ , Ψ , γ_a — угол наклона траектории, угол пути и скоростной угол крена соответственно; V — скорость полета; m — масса ЛА.

С учетом известных выражений для тангенциальной, нормальной скоростной и боковой перегрузок приведем уравнения (1) к виду

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= g(n_{x_a} - \sin\theta); \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{g}{V}(n_{y_a} \cos\gamma_a - n_{z_a} \sin\gamma_a - \cos\theta); \\ -\cos\theta \frac{d\Psi}{dt} &= \frac{g}{V}(n_{y_a} \sin\gamma_a + n_{z_a} \cos\gamma_a). \end{aligned} \quad (2)$$

Дополним систему уравнений кинематическими уравнениями движения центра масс:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= V \cos\theta \cos\Psi; \\ \frac{dH}{dt} &= V \sin\theta; \\ \frac{dZ}{dt} &= -V \cos\theta \sin\Psi, \end{aligned} \quad (3)$$

где X, Z — составляющие горизонтального перемещения ЛА в нормальной системе координат; H — высота полета.

Наибольшей возможностью по созданию перегрузки ЛА самолетной схемы имеют по оси подъемной силы. По этой причине именно нормальная перегрузка должна использоваться для искривления траектории ЛА. Для предотвращения столкновения с Землей необходимо сформировать управляющие воздействия, направленные на создание положительной вертикальной скорости $\frac{dH}{dt}$. Из уравнений (2) и (3) видно, что создание положительной производной $\frac{dH}{dt}$ достигается изменением

угла наклона траектории на положительный. Это, в свою очередь, достигается путем обнуления скоростного угла крена и обработкой положительной нормальной перегрузки. При $\gamma_a = 0^\circ$ и максимальном положительном значении нормальной перегрузки изменение угла наклона траектории будет происходить с наибольшей эффективностью. При углах γ_a , больших по модулю 90° , обработка нормальной перегрузки будет приводить к росту отрицательного угла наклона траектории, что не согласуется с целью управления. По этой причине необходимо определить закон изменения заданной перегрузки в зависимости от пространственного положения ЛА.

Из второго уравнения системы (2) следует, что при положительном значении нормальной перегрузки на знак производной $\frac{d\theta}{dt}$ влияет только значение угла γ_a . Следовательно, алгоритм управления заданной нормальной перегрузкой не будет зависеть от углов рыскания ψ и тангажа θ . Положитель-

ный знак производной $\frac{d\theta}{dt}$ при углах γ_a , больших по модулю 90° , может быть получен и созданием отрицательных значений нормальной перегрузки. Однако ограниченное быстродействие контура обработки нормальной перегрузки может привести к тому, что при достижении угла крена 90° перегрузка будет отрицательной. В качестве минимальной нормальной перегрузки при выполнении маневра уклонения целесообразно принять единичную нормальную перегрузку. С увеличением производной $\frac{d\theta}{dt}$ время обнуления угла наклона траектории сокращается и, как следствие, сокращается величина потери высоты за маневр. Для увеличения производной $\frac{d\theta}{dt}$ необходимо обрабатывать максимально возможную перегрузку, допустимую при автоматическом управлении $n_{y_{\max}}^{AY}$. Как результат, формирование заданного значения нормальной перегрузки сводится к определению угла крена γ_1 , при котором начинается обработка перегрузки, и угла крена γ_2 , при котором заданное значение нормальной перегрузки становится равным максимально допустимому при автоматическом управлении. С учетом вышесказанного закон управления принимает сравнительно простой вид, представленный на рис. 1.

Для исследования влияния динамических характеристик контуров автоматического управления ЛА на высоту, которая будет потеряна за маневр уклонения от столкновения, и для выбора параметров алгоритма управления γ_1 и γ_2 воспользуемся методом математического моделирования.

Так как современные маневренные ЛА обладают существенной располагаемой угловой скоростью крена $\omega_x^{\text{расп}}$ и высоким быстродействием при обработке заданной перегрузки, изменением скорости полета за время переходного процесса по названным параметрам можно пренебречь. Будем полагать, что переходные процессы при обработке

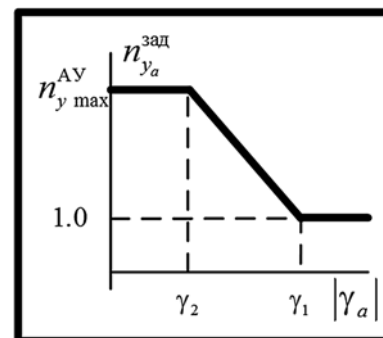


Рис. 1. Формирование заданной нормальной перегрузки

перегрузки близки к аperiodическим с постоянной времени T_{n_y} , и тогда

$$\frac{dn_{y_a}}{dt} = -\frac{1}{T_{n_y}} n_{y_a} + \frac{1}{T_{n_y}} n_{y_a}^{\text{зад}}. \quad (4)$$

Изменение угла крена будем считать происходящим с постоянной угловой скоростью $\omega_x^{\text{расп}}$ от начального значения γ_0 до нулевого значения, т. е.

$$\frac{d\gamma_a}{dt} = -\omega_x^{\text{зад}} \text{sign}(\gamma_a);$$

$$\omega_x^{\text{зад}} = \begin{cases} \omega_x^{\text{расп}} & \text{при } |\gamma_a| > 0, \\ 0 & \text{при } \gamma_a = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Математическую модель для определения потери высоты ΔH получим путем объединения второго уравнения системы (2) (при $n_{z_a} \approx 0$), второго уравнения системы (3), уравнений (4) и (5).

Исследования влияния параметров γ_1 и γ_2 на потерю высоты проведем последовательно. На первом этапе зафиксируем значение $\gamma_2 = 90^\circ$. Варьируя параметр γ_1 по набору значений γ_{1i} , $i = 1, \dots, n$, при фиксированных значениях θ_0 , $\omega_x^{\text{расп}}$ и T_{n_y} , определим потери высоты ΔH_i . Определяя наименьшую потерю высоты из найденных значений, вычислим разницу в потере высот по отношению к наименьшей $\Delta \Delta H_i = \min_{i=1..n} (\Delta H_i) - \Delta H_i$, нулевое значение величины $\Delta \Delta H$ будет соответствовать значению параметра γ_1 , при котором потеря высоты минимальна (обозначим его γ_{1b}). Изменяя набор значений θ_0 , $\omega_x^{\text{расп}}$, T_{n_y} , можно определить их влияние на величину γ_{1b} . Варьирование параметра γ_1 ограничим диапазоном значений от 90 до 120° . В этом случае в качестве начального значения угла крена может быть использовано значение $\gamma_0 = 120^\circ$. Начальное значение нормальной перегрузки будем считать единичным.

На рис. 2–4 представлена разница в потере высот при $n_{y_a}^{\text{расп}} = 5$, $V = 300$ м/с в зависимости от значения γ_1 при начальных значениях угла наклона траектории $-15^\circ, -30^\circ, -60^\circ$; при располагаемых угловых скоростях крена $15^\circ/\text{с}, 30^\circ/\text{с}, 60^\circ/\text{с}$; при постоянных времени контура отработки нормальной перегрузки $0,66$ с, $0,50$ с, $0,33$ с. На графиках линии, соответствующие угловой скорости крена $15^\circ/\text{с}$, обозначены пунктирными линиями, $30^\circ/\text{с}$ — сплошными, $60^\circ/\text{с}$ — штриховыми; линии, соответствующие начальному углу наклона траектории -15° , обозначены линиями с квадратными маркерами, -30° — треугольными маркерами, -60° — круглыми маркерами.

Анализ приведенных графиков позволяет сделать вывод о том, что увеличение по модулю начального

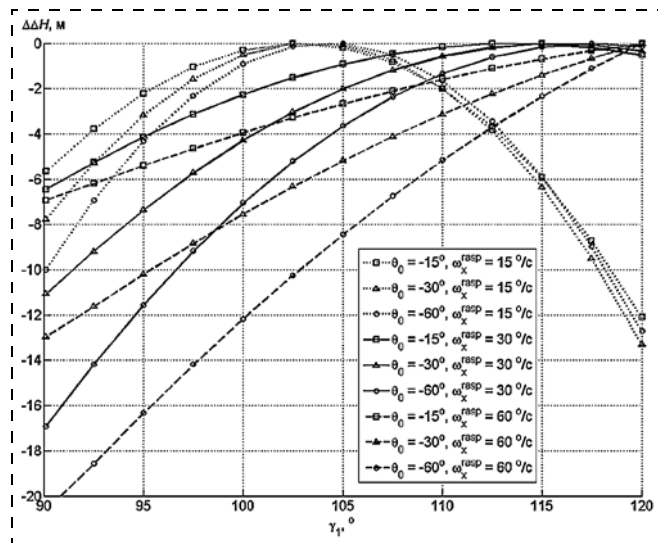


Рис. 2. Разница в потере высот при вариации параметров ($T_{n_y} = 0,66$ с)

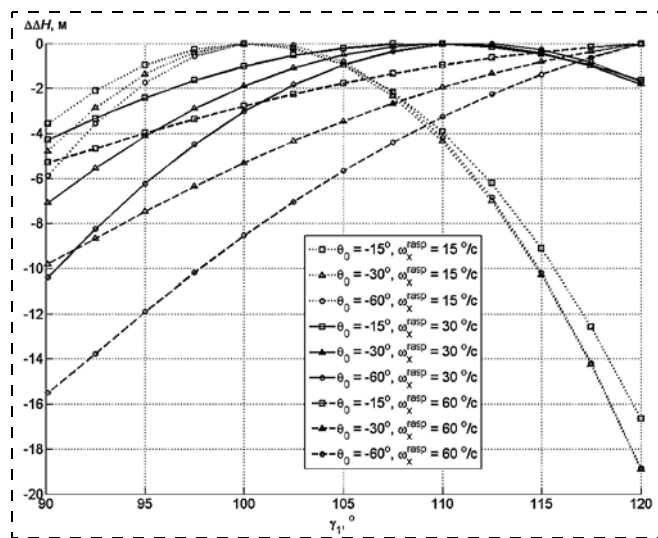


Рис. 3. Разница в потере высот при вариации параметров ($T_{n_y} = 0,50$ с)

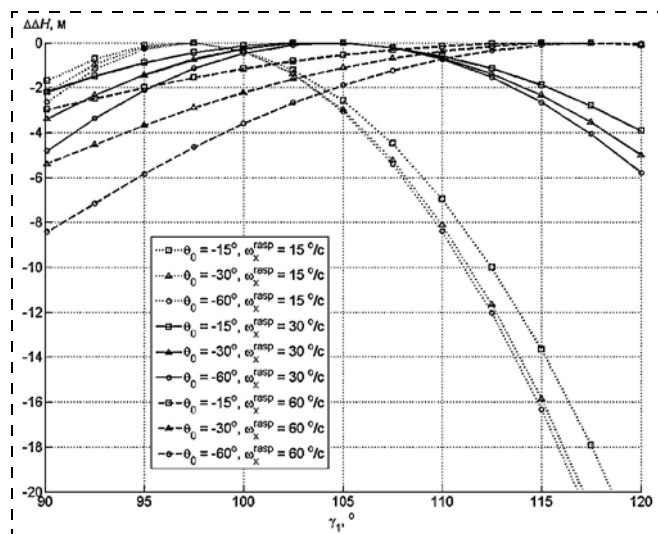


Рис. 4. Разница в потере высот при вариации параметров ($T_{n_y} = 0,33$ с)

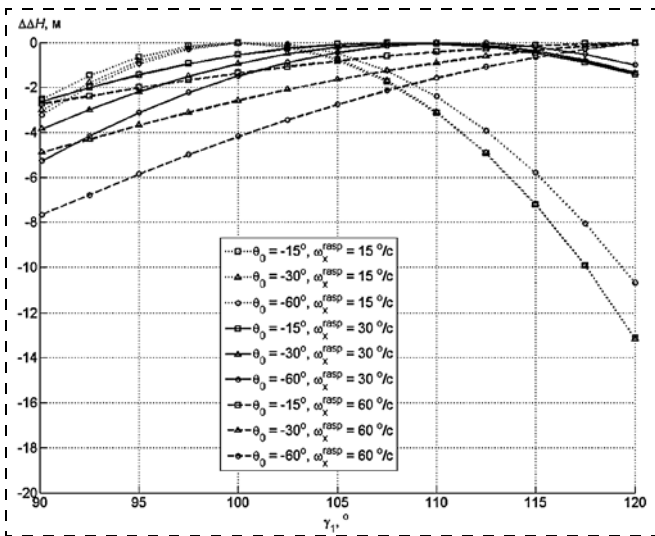


Рис. 5. Разница в потере высот при $T_{n_y} = 0,50$ с, $n_{y_a}^{\text{расп}} = 5$, $V = 150$ м/с

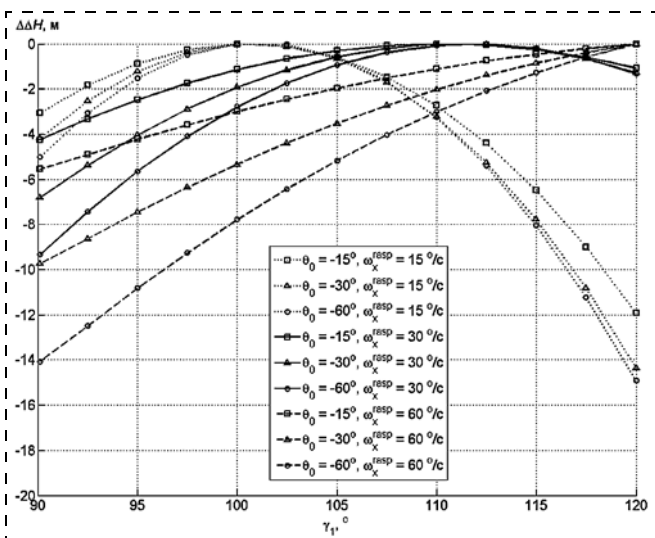


Рис. 6. Разница в потере высот при $T_{n_y} = 0,50$ с, $n_{y_a}^{\text{расп}} = 3$, $V = 300$ м/с

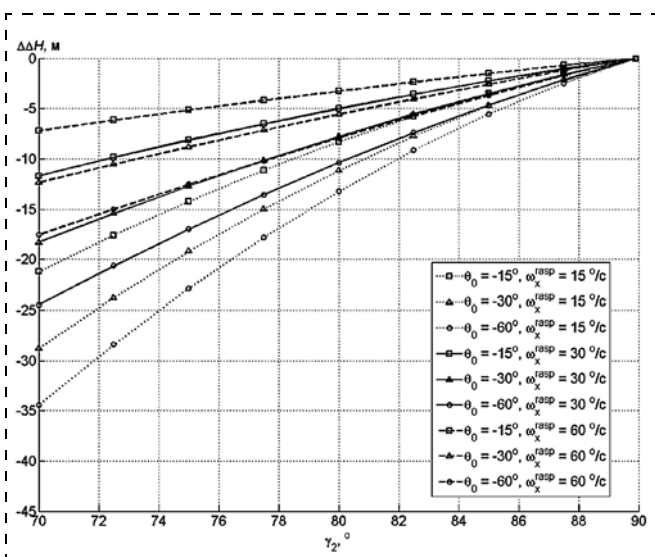


Рис. 7. Влияние параметра γ_2 на разницу в потере высот

угла наклона траектории при прочих равных условиях не приводит к смещению значения параметра γ_{1b} , при котором достигается минимальная потеря высоты. Чем выше значение располагаемой скорости крена, тем больше γ_{1b} . Чем выше быстродействие контура отработки нормальной перегрузки, тем меньше γ_{1b} .

Изменение скорости полета и располагаемой перегрузки не приводят к смещению значения γ_{1b} . Уменьшение скорости полета и располагаемой перегрузки приводят к уменьшению разницы в потерях высот при вариации параметра γ_1 . В качестве примера на рис. 5 представлена разница в потере высот при $T_{n_y} = 0,50$ с, $n_{y_a}^{\text{расп}} = 5$, $V = 150$ м/с; на рис. 6 представлена разница в потере высот при $T_{n_y} = 0,50$ с, $V = 300$ м/с, $n_{y_a}^{\text{расп}} = 3$. Сравнение графиков рис. 3 и 5, а также графиков рис. 3 и 6 подтверждает сделанное заключение.

Таким образом, на летательных аппаратах, обладающих существенной располагаемой угловой скоростью крена при автоматическом управлении и имеющих малое и умеренное быстродействие контура отработки нормальной перегрузки, целесообразно увеличивать значение параметра γ_1 . В то же время при умеренных значениях располагаемой угловой скорости крена и быстродействия отработки нормальной перегрузки выигрыш в уменьшении потери высоты за маневр уклонения является незначительным. Так, разница в потере высоты при $\gamma_1 = 90^\circ$ от минимальной в условиях $\theta_0 = -60^\circ$, $\omega_x^{\text{расп}} = 30^\circ/\text{с}$, $T_{n_y} = 0,5$ с, $V = 300$ м/с составляет лишь $\Delta\Delta H = -9,3$ м. При этом полная потеря высоты составляет $\Delta H = -2754$ м. В таких случаях в качестве значения параметра γ_1 может быть принято значение 90° .

На втором этапе зафиксируем значение γ_1 на значении 90° . Проведем аналогичные исследования при вариации параметра γ_2 . Очевидно, приближенные величины γ_2 к γ_1 будет приводить к уменьшению потери высоты за счет более ранней отработки нормальной перегрузки. На рис. 7 представлена разница в потере высот в зависимости от значения γ_2 при начальных значениях угла наклона траектории -15° , -30° , -60° ; при располагаемых угловых скоростях крена $15^\circ/\text{с}$, $30^\circ/\text{с}$, $60^\circ/\text{с}$; при постоянной времени контура отработки нормальной перегрузки $0,50$ с. Моделирование проведено при $V = 300$ м/с, $n_{y_a}^{\text{расп}} = 5$, $\gamma_0 = 90^\circ$.

Анализ графиков приводит к выводу о том, что в качестве значения параметра γ_2 целесообразно принять значение 90° . В случае использования значения $\gamma_1 = 90^\circ$ алгоритм формирования заданного значения нормальной перегрузки становится релейным.

Непосредственно измеряемыми координатами на борту являются углы ψ , ϑ и γ . При малых углах атаки и скольжения угол крена γ мало отличается от скоростного угла крена γ_a . Различия в потере высот при малых вариациях от значений γ_1 и γ_2 малы.

Эти соображения позволяют сделать заключение о возможности использования угла крена γ в алгоритме формирования заданного значения нормальной перегрузки.

Формирование алгоритма управления заданным значением угла крена

При активации системы автоматического уклонения с начальными значениями угла крена, близкими по модулю к 180° , при выборе направления вращения необходимо оценивать текущее и располагаемое значения угловой скорости крена. Такая оценка позволит сократить время приведения к нулевому значению угла крена и, как следствие, сократить потерю высоты за автоматический маневр уклонения.

Рассмотрим контур обработки угловой скорости крена $\omega_x^{\text{зад}}$ по апериодическому закону с постоянной времени T_{ω_x} , описываемый дифференциальным уравнением $\frac{d\omega_x}{dt} = -\frac{1}{T_{\omega_x}}\omega_x + \frac{1}{T_{\omega_x}}\omega_x^{\text{зад}}$. Его решение при начальных условиях ω_{x0} и $\omega_x^{\text{зад}} = \text{const}$ имеет вид

$$\omega_x(t) = \omega_x^{\text{зад}} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{\omega_x}}} \right) + \omega_{x0} e^{-\frac{t}{T_{\omega_x}}}. \quad (6)$$

Полагаем

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x \quad (7)$$

и, интегрируя уравнение (7) с учетом (6) за время переходного процесса $t_{\text{пп}} = 3T_{\omega_x}$, найдем изменение угла крена от начального значения:

$$\Delta\gamma = \gamma - \gamma_0 = T_{\omega_x} (2\omega_x^{\text{зад}} + \omega_{x0}). \quad (8)$$

Найдем изменение угла крена при формировании заданной угловой скорости крена, направленной на увеличение ($\omega_x^{\text{зад}} = (\text{sign}\gamma_0)\omega_x^{\text{расп}}$) и уменьшение ($\omega_x^{\text{зад}} = -(\text{sign}\gamma_0)\omega_x^{\text{расп}}$) угла крена:

$$\begin{aligned} \Delta\gamma_1 &= T_{\omega_x} (\omega_{x0} + 2(\text{sign}\gamma_0)\omega_x^{\text{расп}}); \\ \Delta\gamma_2 &= T_{\omega_x} (\omega_{x0} - 2(\text{sign}\gamma_0)\omega_x^{\text{расп}}). \end{aligned} \quad (9)$$

Найдем начальное значение угла крена $\gamma_{\text{ГР}}$, при котором вращение в сторону увеличения и уменьшения угла крена приведет после завершения переходного процесса по отработке заданной угловой скорости в положения $\gamma_{1\text{к}}$ и $\gamma_{2\text{к}}$, равные по модулю. Рассмотрим рис. 8.

Из условия равенства углов с учетом выражения (9) запишем:

$$\Delta\gamma_1 - \gamma_{\text{см}} = \gamma_{\text{см}} - \Delta\gamma_2 \Rightarrow \gamma_{\text{см}} = \frac{\Delta\gamma_1 + \Delta\gamma_2}{2} = T_{\omega_x} \omega_{x0}. \quad (10)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{ГР}} &= 180 - T_{\omega_x} \omega_{x0} \text{ при } \omega_{x0} > 0; \\ \gamma_{\text{ГР}} &= -180 - T_{\omega_x} \omega_{x0} \text{ при } \omega_{x0} < 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Найденные начальные значения угла крена представляют собой граничные условия для выбора направления вращения при отработке заданной угловой скорости крена. Сформируем закон управления:

$$\begin{aligned} &\text{если } |\gamma_0| > (180 - T_{\omega_x} \omega_{x0} \text{sign}\gamma_0), \\ &\omega_x^{\text{зад}} = (\text{sign}\gamma_0)\omega_x^{\text{расп}}; \\ &\text{иначе } \omega_x^{\text{зад}} = -(\text{sign}\gamma_0)\omega_x^{\text{расп}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Применительно к контуру управления углом крена, где заданное значение угла крена составляет 0° , выбор направления вращения может быть осуществлен путем логической обработки текущего угла крена с учетом выражения (12). Будем иметь:

$$\gamma_{\text{Л}} = \begin{cases} \text{если } |\gamma| \leq 90, \gamma_{\text{Л}} = \gamma; \\ \text{иначе если } |\gamma_0| > (180 - T_{\omega_x} \omega_{x0} \text{sign}\gamma_0), \\ \gamma_{\text{Л}} = -90 \text{sign}\gamma_0; \\ \text{иначе } \gamma_{\text{Л}} = 90 \text{sign}\gamma_0. \end{cases} \quad (13)$$

Применение указанной логики выбора направления вращения позволяет сократить время приведения плоскости симметрии ЛА к вертикальной плоскости и раньше осуществить отработку заданной перегрузки, что сокращает потерю высоты за выполнение маневра уклонения от столкновения с Землей. Максимальное значение угла крена, кото-

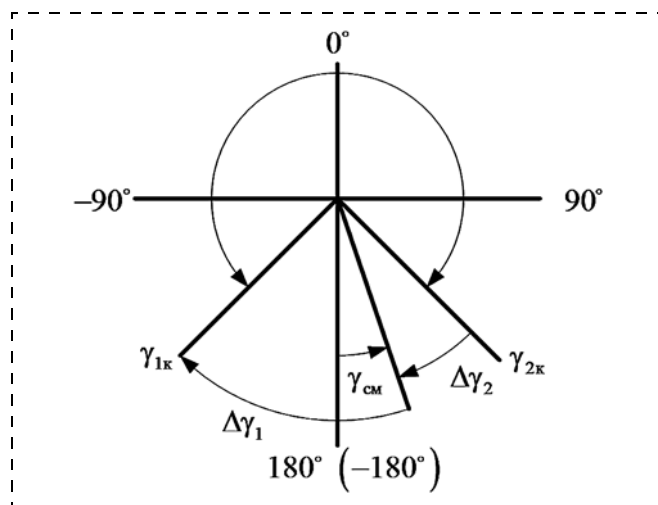


Рис. 8. Определение угла крена смещения

рый может быть дополнительно отработан за время переходного процесса, составляет $2 T_{\omega_x} \omega_{x0}$. При предполагаемой скорости крена $\omega_x^{\text{расп}}$ это дает уменьшение времени перед началом отработки нормальной перегрузки $t_{\text{см}} = \frac{2 T_{\omega_x} \omega_{x0}}{\omega_x^{\text{расп}}}$. При $\omega_x^{\text{расп}} = \omega_{x0} = 30^\circ/\text{с}$

и при длительности переходного процесса по отработке угловой скорости крена 1 с сокращение времени составит 0,6 с. При скорости полета 150 м/с и угле наклона траектории -30° это дает выигрыш в уменьшении потери высоты 45 м. Увеличение потери высоты из-за неиспользования упреждения по отработке нормальной перегрузки в тех же условиях составляет лишь 3,7 м.

При формировании алгоритма учтем также следующие практические аспекты. При углах тангажа, близких к -90° , угол крена становится трудноопределимым, при угле тангажа, равном -90° , понятие угла крена теряет смысл. По этой причине управление в боковом канале при больших углах тангажа

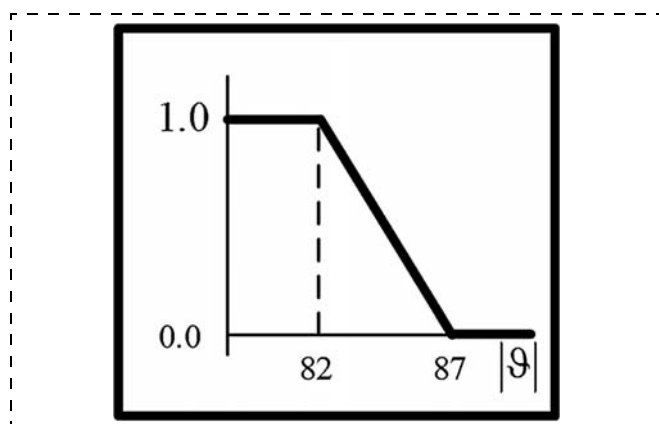


Рис. 9. Подключение контура отработки угла крена

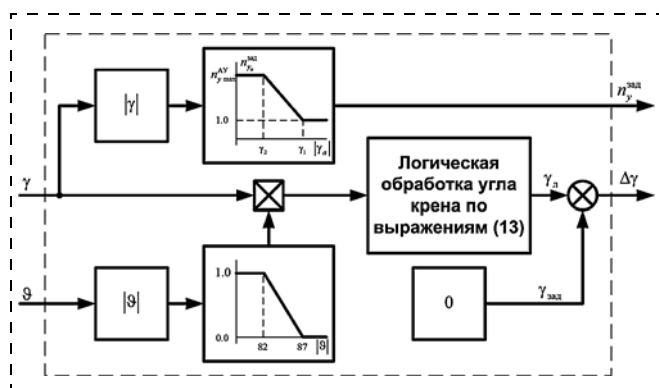


Рис. 10. Структурная схема алгоритмов управления при выполнении автоматического маневра уклонения от столкновения с Землей

организуем аналогично [2]. Подключение контура отработки угла крена осуществим с помощью функции, имеющей вид, показанный на рис. 9.

Таким образом, алгоритм управления при выполнении маневра уклонения от столкновения с Землей заключается в отработке заданной нормальной перегрузки, значение которой зависит от угла крена, и обнулении угла крена, причем рассогласование между заданным значением угла крена, равным 0, и текущим определяется с учетом выражений (13). Формирование упомянутых заданных значений может быть отражено структурной схемой, представленной на рис. 10.

Заключение

Рассмотрен синтез алгоритма управления для выполнения автоматического маневра уклонения ЛА от столкновения с Землей с учетом пространственного положения и маневренных характеристик контуров автоматического управления нормальной перегрузкой и углом крена.

Проведен анализ влияния параметров алгоритма управления заданным значением нормальной перегрузки при различных начальных условиях и различных характеристиках быстродействия контуров управления нормальной перегрузкой и углом крена. Предложена логика, позволяющая выбрать направление вращения при углах крена, близких по модулю к 180° , что сокращает время приведения к горизонтальному полету.

Предложенные алгоритмы могут быть использованы на ЛА самолетного типа со сформированными контурами управления нормальной и поперечной перегрузками и углом крена.

Список литературы

1. Пат. 4058710 США. Process for preventing undesired contact with land or water by low-flying aircraft / Altmann H. Оpubл. 15.11.1977. URL: <http://www.google.com/patents/US4058710> (дата обращения: 07.12.2015).
2. Пат. 4924401 США. Aircraft ground collision avoidance and autorecovery systems device / Vice G., Skoog M., Howard J. Оpubл. 08.05.1990. URL: <https://www.google.com.ar/patents/US4924401> (дата обращения: 07.12.2015).
3. Swihart D. Automatic Ground Collision Avoidance System (Auto GCAS), ICS 09 // 13th World Scientific and Engineering Academy and Society International Conference on Systems. Rodos Island, Greece, 2009. URL: <http://www.wseas.us/e-library/conferences/2009/rodos/SYSTEMS/SYSTEMS63.pdf> (дата обращения 19.12.2015).
4. Евдокимчик Е. А. Система автоматического увода от опасной высоты с прогнозированием высоты завершения маневра // Труды МАИ. 2015. Вып. № 80. URL: <http://www.mai.ru/upload/iblock/56b/56b53d1e6edc3dcc106f3b10a1d5ec83.pdf> (дата обращения 19.02.2016).
5. Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1973. 616 с.
6. Бюшгенс Г. С., Студнев Р. В. Динамика самолета. Пространственное движение. М.: Машиностроение, 1983. 320 с.

Synthesis of the Control Algorithm for a Maneuver of Avoidance of Collision with the Terrain

E. A. Evdokimchik, obstwasser@mail.ru✉,
MiG Co., Moscow, 125284, Russian Federation

Corresponding author: **Evdokimchik E. A.**, Engineer of the 1st Category, MiG Co., Moscow, 125284, Russian Federation, e-mail: obstwasser@mail.ru

Received on February 26, 2016

Accepted on March 14, 2016

A controlled flight into terrain remains a serious problem for the commercial and military aircraft. Necessity of monitoring the height and other parameters of movement during operations near the ground increases load on a pilot and diverts him from his specific tasks. So, the efficiency of the task implementation is reduced. It is difficult for a pilot to adequately estimate the degree of maneuverability and safety on a modern maneuverable aircraft. To improve the flight safety applies systems which warns the pilot of the ground proximity and performs an automatic collision avoidance maneuver. We have ground collision avoidance systems based on the trajectory prediction and calculation of the height lost during the automatic collision avoidance maneuver. The available dynamic characteristics of an aircraft should be taken into account for development of the control algorithms in such systems. The article deals with the synthesis of the control algorithms for performance of the automatic maneuvers intended to avoid collision with the ground in accordance with the current parameters of movement and maneuvering characteristics of the aircraft. Analysis was done of the influence of the parameters of the control algorithms in different initial conditions and different characteristics of g-load and roll angle control loops. The logic for selection of the direction of rotation to achieve the wings' level position in the shortest time was considered. The proposed algorithm is applied in the aircraft with control loops of g-load and roll angle.

Keywords: automatic maneuvers intended to avoid collision with the ground, synthesis of the control algorithm

For citation:

Evdokimchik E. A. Synthesis of the Control Algorithm for a Maneuver of Avoidance of a Collision with the Terrain, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 492–498.

DOI: 10.17587/mau.17.492-498

References

1. **Patent** 4058710 USA, *Process for preventing undesired contact with land or water by low-flying aircraft*, Altmann H., 15.11.1977, available at: <http://www.google.com/patents/US4058710> (date of access 07.12.2015).

2. **Patent** 4924401 USA, *Aircraft ground collision avoidance and autorecovery systems device*, Bice G., Skoog M., Howard J., 08.05.1990, available at: <https://www.google.com.ar/patents/US4924401> (date of access 07.12.2015).

3. **Swihart D.** Automatic Ground Collision Avoidance System (Auto GCAS), ICS 09, *13th World Scientific and Engineering Academy and Society International Conference on Systems*, Rodos Island, Greece, 2009, available at: <http://www.wseas.us/e-library/conferences/2009/rodos/SYSTEMS/SYSTEMS63.pdf> (date of access 19.12.2015).

4. **Evdokimchik E. A.** *Sistema avtomaticheskogo uvoda ot opasnoj vysoty s prognozirovaniem vysoty zavershenija manevra* (Automatic removal system from a dangerous height prediction altitude maneuver is complete), *Trudy MAI*, 2015, no. 80, available at: <http://www.mai.ru/upload/iblock/56b/56b53d1e6edc3dccc106f3b10a1d5ec83.pdf> (date of access 19.02.2016).

5. **Lebedev A. A., Chernobrovkin L. C.** *Dinamika poleta bespilotnykh letatel'nikh apparatov* (Flight dynamics of pilotless flight vehicles), Moscow, Mashinostroenie, 1973, 616 p. (in Russian).

6. **Bjushgens G. S., Studnev R. V.** *Dinamika samoleta. Prostranstvennoe dvizhenie* (The dynamics of the aircraft. Spatial movement), Moscow, Mashinostroenie, 1983, 320 p. (in Russian).

УДК 004.932.2:681.51

DOI: 10.17587/mau.17.498-504

Л. С. Раткин, канд. техн. наук, зам. генерального директора,
ООО "АРГМ", г. Москва

Сравнительный анализ промышленных и экологических беспилотных комплексов воздушного, наземного, подземного, надводного и подводного типов с защитой каналов связи методами компьютерной стеганографии

В соответствии с предлагаемой классификацией кратко характеризуются современные разработки в области беспилотных многоцелевых комплексов. Кратко рассмотрены промышленные и экологические беспилотных многоцелевых комплексов воздушного, наземного, подземного, надводного и подводного типов с защитой каналов связи методами компьютерной стеганографии.

Ключевые слова: беспилотные многоцелевые комплексы, промышленный мониторинг, экологический мониторинг, стеганография, автоматизация

Среди множества направлений развития современных беспилотных многоцелевых комплексов (БМК) наиболее инвестиционно-привлекательными для производственных предприятий являются применения, связанные, в частности, с промышленной безопасностью и экологическим мониторингом. Инвестиционные проекты, связанные с разработкой промышленных и экологических БМК, часто реализуются по заданиям конкретных компаний с участием их собственных средств и государственной поддержки как гарантии возврата кредита при реализации крупной госпрограммы. Как правило, такие проекты быстро окупаемы (срок окупаемости часто не превышает 12 месяцев), а получаемое разработчиком по заказу генерального подрядчика решение становится основой для создания нового поколения БМК, которое можно использовать при создании изделия для других заказчиков. Другой отличительной особенностью промышленных и экологических БМК является их невысокая стоимость (по сравнению с БМК двойного назначения или военного применения), предполагающая их серийное производство с последующим гарантийным и постгарантийным техническим обслуживанием. Третья особенность БМК связана с их уязвимостью: блокировка хакером основных систем управления и перехват контроля над БМК может привести к техногенной катастрофе или террористическому акту. Например, за рубежом с 2013 г. квантовые компьютеры применяются для взлома криптографических систем защиты данных: скорость их работы на основе анализа результатов 50 базовых тестов на три порядка превышает скорость современных вычислительных систем. Это накладывает важное дополнительное условие по оснащению БМК системами защиты каналов связи методами, отличными от криптографических, например, стеганографическими.

Компьютерная стеганография — перспективное направление, принципиально отличающееся от криптографии. Если в криптографии происходит передача сообщения, зашифрованного ключом, то в стеганографии скрывается сам факт передачи сообщения! В стеганографии между приемником и передатчиком формируется поток сообщений, в каждом из которых может присутствовать лишь часть сообщения, которое также может быть зашифровано. Поскольку шифрование сообщений выборочно, а местонахождение частей скрываемого сообщения между приемником и передатчиком неизвестно, задача перехвата управления БМК многократно усложняется. Хакеру, пытающемуся перехватить контроль над БМК, видна лишь последовательность сообщений, в каждом из которых, как в контейнере, присутствует зашифруемая или нешифруемая инструкция (или ее часть) по управлению БМК. Извлечение из информационных контейнеров (называемых стеганографическим) и восстановление последовательности управляющих инструкций возможно только на БМК, а перехватчик-хакер получает постоянно растущий объем данных, из которого выборочно (алгоритм извлечения ему неизвестен) по определенным

адресам (также неизвестным) происходит скрытая передача информации. В такой ситуации при постоянно растущем информационном объеме задача выборочного извлечения зашифруемых по уникальным ключам частей управляющих инструкций для БМК многократно усложняется, что повышает уровень защиты каналов связи БМК.

По сравнению с криптографией компьютерная стеганография предоставляет дополнительные преимущества в защите данных, так как шифроваться может каждая часть сообщения со своим уникальным ключом, который, как и другое сообщение, может также передаваться, но уже в другом контейнере (группе контейнеров). Последовательность стеганографических контейнеров (стегоконтейнеров), в которых выборочно размещается часть управляющих инструкций для БМК, сочетается с информационными системами криптографической защиты данных, что снижает стоимость интеграции стеганографических и криптографических систем защиты каналов связи БМК, повышает уровень их информационной защиты от перехвата управления по каналам связи и увеличивает надежность применяемых программно-технических решений. Кратко рассмотрим промышленные и экологические БМК воздушного, наземного, подземного, надводного и подводного типов с защитой каналов связи методами компьютерной стеганографии.

Авиационные БМК

БМК вертолетного типа. В рамках программы по созданию беспилотного комплекса для решения сложных задач в опасных для человека зонах Московским вертолетным заводом имени М. Л. Миля [2] разработан беспилотный вертолет Ми-34БП (рис. 1, см. третью сторону обложки), предназначенный для контроля безопасности движений на автодорогах, ледовой разведки, обеспечения спасательных операций, теле-, фото- и кино съемки, круглосуточного обзора земной поверхности с передачей на Землю телевизионного и тепловизионного изображения конкретных объектов или местности, мониторинга нефтегазопроводов и АЭС, экомониторинга, выполнения функций сельхозавиации, трансляции и ретрансляции информации. В состав базового комплекса входят системы управления вертолетом, траекторного управления и посадки, наземная часть комплекса — станция управления (СУ), автопилот, радиолинии связи Ми-34БП-Су, а также стационарное или съемное целевое оборудование в зависимости от вариантов применения, в том числе для интеграции в информационную систему мониторинга и контроля за состоянием воздушных судов [3]. При массе пустого вертолета в базовой комплектации 900 кг целевая нагрузка составляет не более 300 кг. Максимальная взлетная масса составляет 1450 кг, мощность — 500 л. с. Практический потолок при полетной массе 1,350 т — 3,5 км, 1,28 т и менее — 4 км. Диаметр несущего винта 10 м с двигателем ГТД АИ-450 (Arrius-2) обеспечивает максимальную скорость полета —

225 км/ч, крейсерскую — 190 км/ч. При сроке вертолета не менее 30 лет средний межремонтный ресурс составляет 1200...1500 ч. Дальность полета с полной заправкой — 520 км. Возможно применение стеганографии для защиты каналов связи.

БПЛА вертолетного типа производства фирмы "Schiebel" [4] с дублирующими друг друга инерционной и географической информационной системами навигации (INS и GPS) применяется для топографической съемки и точного мониторинга, охраны границ, дневного/ночного патрулирования, обеспечения безопасности на море, точечного и масштабного наблюдения и мониторинга состояния нефтегазопроводов (рис. 2, см. третью сторону обложки). Передача данных и видеоизображения обеспечивается в сжатом виде (до 4 параллельных видеоканалов) с дальностью передачи 80/180 км (43/97 нм). Применяемая для увеличения радиуса полета крейсерская скорость составляет 55 узлов (102 км/ч) при максимальной скорости 120 узлов (220 км/ч). При массе без топлива и аппаратуры 100 кг максимальная взлетная масса составляет 200 кг, загрузка — 50 кг и время полета — 6 ч с загрузкой 25 кг. Диаметр главного винта — 3,4 м. В системе управления допустимо применение компьютерной стеганографии.

Вертолетные БМК ZALA 421-02 (рис. 3, см. третью сторону обложки) и ZALA 421-05H (рис. 4, см. третью сторону обложки) производства ижевской фирмы "Беспилотные системы" [5] предназначены для выполнения технологических операций по биологической, инженерной, химической и радиационной разведке, а также контроля технического состояния нефтегазовых и химических магистралей с применением компьютерной стеганографии. Тактико-технические характеристики (ТТХ) перечисленных БМК представлены в таблице.

Сопоставляя характеристики в таблице, необходимо отметить, что в отличие от многочисленного класса самолетных БМК в БМК других типов чис-

ло моделей *значительно* меньше, и нередко сравнение модельного ряда затруднительно по причине отсутствия данных о некоторых характеристиках ряда моделей. Существующая подклассификация БМК внутри каждого вида по ключевым ТТХ (массе дальности полета и т. д.) предполагает сопоставление преимуществ и недостатков каждой модели *только* внутри каждого подкласса. При этом сравнение даже двух моделей из разных подклассов нецелесообразно и дезориентирует покупателя, поскольку они нередко имеют принципиально различные цели и задачи и, соответственно, системы обеспечения — функциональное оборудование и аппаратные комплексы. Например, в приведенной таблице при сравнении по массе полезной нагрузки модели значения различаются почти в 100 раз, так как в таблице собраны данные о моделях БМК трех разных классов. Поэтому в настоящей публикации данные о БМК других типов не приводятся в табличном формате, а распределены по тексту.

БМК аэростатного типа. Создаваемые технические решения на платформе аэростата отличаются от самолетных и вертолетных БМК более низкими ТТХ и, следовательно, финансово-экономическими показателями соответствующих проектов на их создание и, вместе с тем, значительным упрощением в эксплуатации. Производимые американской фирмой "Raytheon" (старт-ап Массачусетского технологического института) [6] аэростаты обладают грузоподъемностью 68 кг полезной нагрузки на высоту до 300 м и передают данные на расстояние до 12 км в течение пяти суток дежурства. Управление аэростатом с установленным на борту лазерным и ИК оборудованием с мобильного наземного пункта осуществляется экипажем из трех человек [7].

БМК на базе аэростата ИРКУТ-1А производства корпорации "ИРКУТ" [8] обеспечивают непрерывный мониторинг районов наблюдения, в частности, нефтегазопроводов или нефтегазохранилищ. На расстоянии до 5 км по радиоканалу ТВ и ИК изображения передаются на наземный пункт управления с одновременным приемом и отображением информации от четырех аэростатных систем. В отличие от заправляемых топливом БМК самолетного и вертолетного типа максимальная продолжительность наблюдения с БМК аэростатного типа не ограничена, а в стандартный комплект входит стабилизированная ТВ/тепловизионная оптико-электронная система. Допустимо применение компьютерной стеганографии для защиты телекоммуникационных каналов.

БМК на технической платформе привязного аэростата "ПУМА" длиной 60,7 м, высотой 35,8 м и объемом 11 809 м³ при объеме газа (гелия) 8600 м³, производимый RosAeroSystems [9], применяется для экомониторинга, патрулирования участков нефтегазопроводов, обнаружения потенциально опасных для путепроводов низколетящих целей, телекоммуникации и охраны спецобъектов (рис. 5, см. третью сторону обложки). Осуществляя наблюдение в течение 25 дней на высотах от 2 до 5 км при скорости ветра 35...46 м/с, БМК способен нести на борту по-

Параметры	ТТХ БМК/Модель			
	ZALA 421-05H	ZALA 421-02	Schiebel	Ми-34БП-Су
Радиус действия, км	До 40	До 50	Нет данных	Нет данных
Продолжительность полета, мин	До 180	До 360	До 360	До 170
Максимальная скорость, км/ч	80	90	220	225
Максимальная высота полета, км	2	3	Нет данных	3,5—4
Ширина БМК, см	40	67	1040	Нет данных
Длина БМК, см	157	264	311	Нет данных
Высота БМК, см	67	94	1249	Нет данных
Диаметр основного ротора, м	1,77	3,064	Нет данных	Нет данных
Масса полезной нагрузки, кг	До 3,5	До 40	До 60	300
Взлет/посадка	Вертикально	Вертикально	Вертикально	Вертикально

лезную нагрузку, гораздо бóльшую, чем современные самолетные БМК аналогичного класса, — до 2,25 т. Автоматическая стеганографически защищенная система поддержания давления и радиоканальная коммутация с электропитанием по тросу-кабелю позволяет запитывать бортовые силовые установки мощностью до 32,5 кВт и подъемно-спускаемый комплекс скоростью от 100 до 180 м/мин.

Сухопутные БМК

Наземные БМК. Поскольку основные объекты нефтегазовой инфраструктуры имеют, как правило, наземное и подземное залегание, по-прежнему ключевыми техническими проблемами для наземных БМК, принципиально отличающимися сухопутные "беспилотники" от воздушных и водных БМК, являются выбор шасси и оптимизация систем управления движением. К числу сухопутных, в частности, относятся система мониторинга Kinesys производства фирмы "SEW Eurodrive". БМК перемещается по монорельсу, развивая скорость до 80 км/ч с 50 кг полезной нагрузки, и фиксирует подозрительные объекты с помощью лазерного дальномера и непрерывной видеосъемки. Отметим, что если прокладка рельса при движении вдоль путепровода предполагает пересечение водной преграды, то перемещение по трассе происходит с помощью не только основного (в том числе колес или гусениц), но и вспомогательного механизма (в частности, винта). БМК на гусеничном шасси "Negotiator" производства фирмы "iRobot" [10], основанной в 1990 г. при Массачусетском технологическом институте, также предназначен для решения задач мониторинга состояния объектов и обеспечения их безопасности: малая скорость машины (5 км/ч) и ее малая масса (3,8 кг) упрощают ее интеграцию в инфраструктуру транспортных продуктопроводов.

Смешанной схемой питания "обычное топливо — электроэнергия", способствующей значительному увеличению продолжительности автономной работы БМК при приемлемой цене, обладает наземный робот-гибрид LandShark производства фирмы "Black-I Robotics". Базовая комплектация с электропитанием обеспечивает движение БМК со скоростью 8 км/ч в течение 8 ч, а при интеграции в схему топливного модуля длительность непрерывной работы без подзарядки возрастает втрое — до одних суток. В предназначенном для патрулирования спецобъектов и мониторинга состояния технических объектов БМК используется механизм автоматического переключения двигателя на электропотребление. Для мониторинга состояния технических объектов при перемещении по холмистой местности и ровным участкам со скоростью до 30 км/ч фирмой "QuinetiQ" разработан модульный наземный робот Dragon Runner массой 7 кг [3], совместимый с технологиями защиты каналов связи методами компьютерной стеганографии.

В классе наземных БМК отечественного производства можно выделить разработанные в МГТУ

им. Н. Э. Баумана [11] мобильные робототехнические комплексы (МРК) разведки и пожаротушения (РП), предназначенные для проведения визуальной и приборной разведки при аварийно-восстановительных и спасательных работах, в частности, на нефтегазопроводах и трубопроводных системах, а также для ликвидации очагов возгораний на спецобъектах, в том числе энергетической сферы. Комплекс оснащен датчиками температуры и газоанализаторами, ИК и телевизионной камерами. Помимо базовой в качестве дополнительной комплектации в состав МРК-РП могут включаться стегозащищенный комплекс средств пожаротушения и аварийно-спасательного инструмента, комплект средств охлаждения и тепловой защиты и тепловизор. При скорости передвижения до 1 м/с зона действия в условиях среднепересеченной местности составляет не менее 1 км при управлении по радиоканалу и не менее 200 м — по кабельной линии. Длительность непрерывной работы — не менее 3 ч с номинальной грузоподъемностью 30 кг и максимальной — 50 кг. Габаритные размеры МРК: 1300/950 × 650 × 800 мм, масса — не более 200 кг.

Созданный также в МГТУ им. Н. Э. Баумана [11] подвижный робототехнический комплекс для ликвидации последствий техногенных аварий предполагает использование в условиях химического заражения, разливов нефти и в других случаях (например, при работе в зонах с высоким уровнем радиации) проведение визуальной разведки и поиск образцов и проб для их транспортировки к местам хранения и проведения исследований. В состав дистанционно-управляемого робототехнического электромеханического комплекса входят два мобильных робота типа МРК-46, оснащенных фронтальным погрузчиком и пятиступенным манипулятором, бортовые системы энергообеспечения и управления, пост дистанционного управления и телевизионная система, аппаратура обеспечения бесперебойной работы канала связи и дополнительное оборудование. Грузоподъемность манипулятора/фронтального погрузчика составляет 100/130 кг, наибольший радиус действия по радиоканалу — 3 км.

Изготавливаемая на ОАО "КЭМЗ" совместная разработка МГТУ им. Н. Э. Баумана и ОАО "СПБ ПА" — многофункциональный робототехнический комплекс легкого класса "Варан" — также относится к классу сухопутных БМК, нацеленных, в частности, на антитеррористическую защиту нефтегазопроводов и промышленных трубопроводных систем. Для визуальной разведки, поиска и первичного диагностирования подозрительных предметов применяется специализированное теле- и навесное оборудование. Разработанный БМК является высокоманевренным гусеничным транспортным средством с большим диапазоном регулирования и инструментами высокоточного позиционирования БМК на местности, перерасчета координат и траектории движения с помощью встроенных компьютерных стегосистем.

Подземные БМК. БМК-спелеологи не так часто применяются в нефтегазовой отрасли в силу специфики технологий прокладки путепроводных систем. Тем не менее, иногда при прокладке и эксплуатации нефтегазопроводов возникает необходимость анализа глубины залегания путепроводов, распределения нагрузки на грунт и проникновения в их труднодоступные участки. В связи с этим наибольший интерес представляют работы по проекту Chemical Robots военного агентства передовых исследований США DARPA. Предлагаемая корпорацией iRobot [10] концептуальная модель "мягких" роботов (МР) предполагает создание мобильных устройств, способных пробираться в отверстия, меньшие, чем диаметр самого робота. Возможно использование МР при технологических и экологических катастрофах для поиска и спасения людей, например в мегаполисах, и для сбора, систематизации и стеганографической защиты информации о состоянии технических коммуникаций и систем. К классу МР также относится способный к перемещению в трубах и по камням робот-змея OmniGread диаметром 7 см с "подвижной кожей" [3].

Среди российских аналогов МР можно отметить разработанный в ГНЦ РФ "Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт робототехники и технической кибернетики" [12] многофункциональный мобильный робот (ММР) "Змеелок-2" (рис. 6, см. третью сторону обложки), предназначенный для перемещения по поверхностям со сложным рельефом, мониторинга технического состояния путепроводных систем и манипулирования в труднодоступных местах объектами, как сопоставимыми, так и превосходящими ММР по массе. Благодаря длительному изучению особенностей функционирования отечественных и зарубежных мультимодульных систем (ММС) и отработке комплекса алгоритмов и программ для согласованного (синхронного) управления компонентами ММС в состав базовой модели вошли пятнадцать последовательно соединенных унифицированных автономных модулей (УАМ) с тридцатью степенями свободы. Коммутиация ПЭВМ с ММС осуществляется через установленный в хвостовом УАМ приемопередатчик Bluetooth, в частности, управляющий работой лазерной подсветки и мини-телекамеры в головном модуле ММС. При общей массе 3,6 кг диаметр УАМ составляет 8 см, длина ММС — 1,05 м. Для базовой модели питания в 6 В хватает на 1 ч автономной работы в супервизорном режиме управления, позволяя достигать максимального момента по оси тангажа 16,5 кг/см, по оси курса — 5,5 кг/см. Допустима стегозащита каналов связи.

Водные БМК

Среди новых разработок БМК водного типа можно отметить пятиметровый беспилотный катер производства ижевской фирмы "Беспилотные системы" [5] с массой полезной нагрузки до 250 кг и скоростью до 150 км/ч, применяемый в том числе

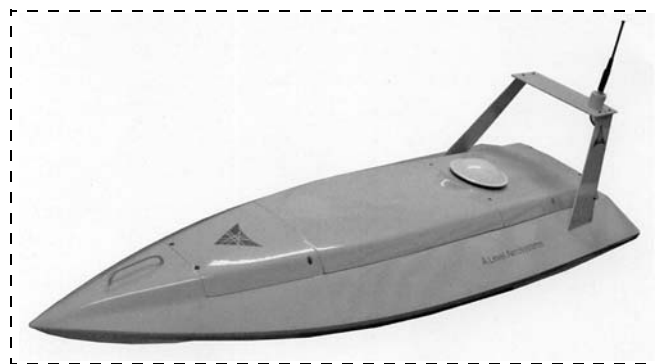


Рис. 7

для охраны береговых объектов нефтегазовой сферы. Имеющиеся в комплекте оборудования два БПЛА с автоматическим стартом могут использоваться для патрулирования подводных трубопроводных систем (рис. 7) со стегозащитой.

Проектируемые ФГУП "ЦНИИ "Гидроприбор" беспилотные малогабаритные телеуправляемые подводные аппараты применяются для проведения обследований и технических работ в свободной воде и освоения пространств Мирового океана. На роботизированной платформе оборудование БМК массой до 90 кг погружается на глубину до 250 м, обеспечивая поиск, добычу, переработку и трубопроводную транспортировку нефти и газа. Наиболее известные аналоги изделия по проекту — изделия серии "МТПА-РАПАН", среди зарубежных — продукция шведской фирмы "SEA-EAGLE". Согласно оценкам экспертов, потребности российских нефтегазовых предприятий в аппаратах составляют от 20...30 штук/год. Имеется стегоканал связи.

Также во ФГУП "ЦНИИ "Гидроприбор" разрабатывается беспилотный малогабаритный телеуправляемый подводный аппарат для проведения технических осмотров, обследовательских работ во внутренних полостях подводных объектов, в том числе трубопроводного транспорта. Отметим, БМК ФГУП дополняют друг друга (первый предназначен для работы в свободной воде, второй — в полостях объектов), поэтому различны применяемые телекоммуникационные технологии для осуществления связи беспилотных систем с сетью базовых приемопередающих станций и комплекты оборудования, входящие в состав аппаратов. Продукция оснащена ТВ камерами, гидролокатором и системой сбора данных в автоматическом режиме с записью информации на встроенный носитель при погружении на глубину до 300 м. Аппараты оснащены современным телекоммуникационным оборудованием во взрывозащищенном исполнении с дублированием опасных действий (например, при маневре с возможностью столкновения). Предусмотрен канал связи для стеганографической защиты управления.

Самоходный роботизированный беспилотный подводный аппарат размером 1,2 × 1,6 × 0,6 м массой 400 кг, состоящий из двигательного комплекса, гидравлической насосной станции, систем электро-

питания, управления движением со стегозащитой контроля магнитного курса и гидроакустических маяков, ТВ системы, гидролокаторов секторного обзора, датчиков угловых перемещений и глубины, разработанный ЦНИИ "Гидроприбор", позволяет погружаться на глубину до 600 м с маршевой скоростью хода до 3 узлов и лаговой и вертикальной скоростью хода до 1,5 узлов.

Вообще, для подводных БМК характерно использование как различных сменных типов шасси, так и стартовых платформ. Например, подводный колесный робот LBV 150SE производства "SeeBotix" применяется для обследования подводных областей причалов и нефтеналивных терминалов и днищ танкеров. Записываемая на жесткий диск сонарная и видеоинформация доступна оператору в реальном времени. Устанавливаемая на БМК система формирования и анализа панорамных изображений производства фирмы "Augusta Systems" предназначена для охраны портов и нефтеналивных терминалов с размещением модулей слежения на подводных БМК и стационарных объектах. Во время саммита G8 в японской столице для охраны близлежащей береговой зоны и области вокруг АЭС Tomari применялся сонарный комплекс SeaBat производства корпорации TOYO со стегозащитой.

В настоящее время ведутся разработки БМК подводного старта и воздушного или подводного перемещения. В частности, БМК Volans производства "EMT" (Германия) запускаются с подводных аппаратов (ПА) и/или катапультируются с перископа подводной лодки и совершают часовой полет со скоростью 45...90 км/ч [7].

Выводы

1. Особенностью современного рынка многоцелевых комплексов по-прежнему является неустойчивость и неполнота терминологии¹ и современной системы классификации. Следствием этого является не только отсутствие регулирующей деятельности БМК в РФ внутренне непротиворечивой нормативно-правовой базы и единой технологической платформы, препятствующее интеграции всего комплекса водных, сухопутных и воздушных БМК, но и несоответствие стандартов передачи данных, в том числе стеганографических: данная проблема приобретает угрожающие масштабы в связи с экспоненциальным характером роста числа разработок БМК.

2. До сих пор разработчиками не решен вопрос об однозначном использовании в БМК открытого или закрытого программного кода, поскольку от-

¹ Например, термин "многоцелевые" в аббревиатуре БМК может рассматриваться как "выбирающий и поддерживающий несколько целей — объектов наблюдения (т. е. более одного)", и вместе с тем как "мультифункциональный". Если в первом случае предполагается наличие специализированного целевого оборудования, то во втором возможно использование универсальных многофункциональных систем.

крытый код упрощает интеграцию разнородных технических решений и систем, соответственно снижая защиту систем БМК, а закрытый код повышает защиту программного обеспечения (ПО) БМК, одновременно усложняя интеграцию. Поэтому нередко процедура согласования окончательного варианта ПО для БМК тормозит время выхода новой продукции на рынок БМК, снижая эффективность разработки и прибыль от ее реализации.

3. Поскольку ряд продуктовых линеек БМК является многофункциональным, т. е. применимым, например, не только для нефтегазового комплекса, но и для патрулирования ядерных объектов, защиты территории, экологического мониторинга и т. д., в ближайшие годы планируется переход на новый интерфейс с заменой джойстиков и рулей на устройства управления нового поколения — трекболы и сенсорные экраны с системой выпадающих меню. Различные элементы интегрированного механизма управления БМК Advanced Cockpit в настоящее время отрабатываются в различных компьютерных играх и симуляторах и уже в следующем десятилетии станут доступны операторам БМК [13, 14].

Для согласованного управления группами беспилотных аппаратов [15] применима авторская технология компьютерной стеганографии, защищенная патентом на изобретение [16]. Применение компьютерной стеганографии в квадрокоптерах (поликоптерах) и внутритрубных снарядах будет рассмотрено в следующей публикации.

Список литературы

1. Раткин Л. С. Сравнительный анализ беспилотных летательных аппаратов самолетного типа, применяемых для решения задач автоматизированного промышленного и экологического мониторинга состояний объектов // Мехатроника, автоматизация, управление. С. 58—62.
2. **Официальный** сайт холдинга "Вертолеты России". URL: www.mi-helicopter.ru.
3. Ратникова Н. А. Теоретические основы, аппаратные средства и программно-математическое обеспечение информационной системы мониторинга и контроля по состоянию воздушных судов. Дисс. ... на соискание ученой степени д.т.н. М., 2005.
4. **Официальный** сайт концерна "Schiebel". URL: www.schiebel.net.
5. **Официальный** сайт группы компаний ZALA AERO (г. Ижевск). URL: www.zala.aero.
6. **История** компании Raytheon. URL: <http://www.raytheon.com/ourcompany/history/>.
7. **Военные известия** // PC WEEK/RE. 2016. № 1—5. С. 6.
8. **Официальный** сайт Корпорации "ИРКУТ" — www.irkut.com.
9. **Официальный** сайт RosAeroSystems — <http://www.rosaero-systems.ru/>.
10. **История** компании iRobot. URL: <http://www.irobot.com/About-iRobot/Company-Information/History.aspx>.
11. **Официальный** сайт МГТУ им. Н. Э. Баумана. URL: www.bmstu.ru.
12. **Официальный** сайт ГНЦ РФ "Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт робототехники и технической кибернетики". URL: www.rtc.ru.
13. Шилов А. Е. Комплексный подход к созданию интегрированных глобальных навигационных спутниковых систем. Дисс. ... на соискание ученой степени к. т. н. М., 2007.
14. Мирзоян Л. А. Нейросетевая система планирования полета группы беспилотных летательных аппаратов. Дисс. ... на соискание ученой степени к. т. н. М., 2007.
15. Гайдук А. Р. Управление группой беспилотных летательных аппаратов с ограничением на управление и переменные состояния // Мехатроника, автоматизация, управление. С. 52—57.
16. Раткин Л. С. Патент на изобретение № 2322693.

The Comparative Analyses for Industrial and Ecological Unmanned Complexes of Air, Land-On, Underground, Marine and Submarine with the Protection of Communication Channels Based on Methods of Computer Steganography

L. S. Rathkeen, rathkeen@bk.ru, ARGM LLC, Moscow, 119049, Russian Federation,

Corresponding author: Rathkeen Leonid S., Ph. D., ARGM LLC, Moscow, 119049, Russian Federation, e-mail: maybe78@gmail.com

Received on February 29, 2016

Accepted on March 20, 2016

The significant excess of demand over supply initiates the speed increasing of world market of unmanned multi-purposes complexes (MPC) last years. Except space unmanned systems and unmanned flying systems of aircraft type [1], also exists helicopter and balloon (zeppelin) aviation MPC, land-on and underground MPC, also marine and submarine MPC. According with the proposed classification shortly define and determine the modern MPC applications. The article is devoted to the helicopter, balloon (zeppelin), land-on and underground, marine and submarine MPC, designed by Russian and foreign scientific and industrial organizations and enterprises, including Moscow Mile helicopter plant, "Schiebel", "Unmanned systems", "Raytheon", "IRKUT", "RosAeroSystems", "SEW Eurodrive", "iRobot", "Black-I Robotics", "QuinetiQ", "KEMZ", "SPB PA" companies, "Central scientific researching and experience construction institute of robot-technique and technical cybernetics", "Central scientific research institute "Hydrodevice", "SEA-EAGLE", "SeeBotix", "Augusta Systems", "TOYO", "EMT", Bauman State University, Massachusetts technological institute, Harvard university and DARPA. This MPC may be used in different spheres, such as oil and gas monitoring, fire-protection systems, industrial safety, ecological equipment, bogy guard and other civil applications. The comparing of air, land-on, underground, marine and submarine MPC by financial and economical parameters supports the realization of regional investment projects. Much attention is paid for industrial and ecological monitoring with protection of communication channels based on computer steganographic technologies, which are protected by author's Russian patent for invention.

Keywords: multi-purposes complexes (MPC), air MPC, unmanned aviation, land-on MPC, underground MPC, marine MPC, submarine MPC, industrial monitoring, ecological monitoring, data protection, communication channels, computer steganographic technologies systems, automatization

For citation:

Rathkeen L. S. The Comparative Analyses for Industrial and Ecological Unmanned Complexes of Air, Land-On, Underground, Marine and Submarine with the Protection of Communication Channels Based on Methods of Computer Steganography, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 6, pp. 498–504.

DOI: 10.17587/mau.17.498-504

References

1. Rathkeen L. S. *Sravnitel'nyi analiz bespilotnykh letatel'nykh apparatov samoletnogo tipa, primenyaemykh dlya resheniya zadach avtomatizirovannogo promyshlennogo i ekologicheskogo monitoringa sostoynaniya ob'ektov* (The comparable Analyses of Aircraft Unmanned Flying Systems for Automatic Industrial and Ecological Monitoring of Object State), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2012, no. 7, pp. 58–62.
2. Web-site of Holding "Helicopters of Russia", available at: www.mi-helicopter.ru.
3. Ratnikova N. A. *Teoreticheskiye osnovy, apparatnye sredstva i programmno-matematicheskoye obespechenie informatsionnoy systemy monitoringa i kontrolya po sostoyaniyu vozdukhnykh sudov* (Theoretical basis, device meanings and software-mathematical supporting of information systems for monitoring and checking of aircraft systems), Dissertation for scientific degree of Doctor of Technical Sciences, Moscow, 2005 (in Russian).
4. Web-site of "Schiebel", available at: www.schiebel.net.
5. Web-site of ZALA AERO, available at: www.zala.aero.
6. The history of Raytheon, available at: <http://www.ravtheon.com/ourcompany/history/>.
7. Voennye izvestiya (Military news), PC WEEK/RE, 2016, no. 1–5, p. 6 (in Russian).
8. Web-site of IRKUT, available at: www.irkut.com.
9. Web-site of RosAeroSystems, available at: www.rosaeosystems.ru.
10. The history of iRobot, available at: <http://www.irobot.com/About-iRobot/Company-Information/History.aspx>.
11. Web-site of Bauman State University, available at www.bmstu.ru.
12. Web-site of State National Center of Russian Federation "Central scientific-researching and experience-construction institute of robot-technique and technical cybernetics", available at: www.rtc.ru.
13. Shilov A. E. *Kompleksnyy podkhod k sozdaniyu integrirovannykh globalnykh navigatsionnykh sputnikovyykh system* (Complex approach for creation of integrative global navigation satellite systems), Dissertation for scientific degree of Candidate of Technical Sciences, Moscow, 2007 (in Russian).
14. Mirzoyan L. A. *Neirosetevaya systema planirovaniya poleta gruppy bespilotnykh letatel'nykh apparatov* (Neuronet system for planning of fly of group of unmanned aircrafts), Dissertation for scientific degree of Candidate of Technical Sciences, Moscow, 2007 (in Russian).
15. Gaiduk A. R. *Control by Group of Unmanned Aerial Vehicles with Restriction on Control Actions and State Variables*, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2012, vol. 14, no. 7, pp. 52–57.
16. Rathkeen L. S. Patent for invention no. 2322693.

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5397, тел./факс: (499) 269-5510

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор Е. В. Комиссарова.

Сдано в набор 28.04.2016. Подписано в печать 15.06.2016. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН716. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.