

Редакционный совет:

CHYI-YEU LIN, PhD, prof.
GROUMPOS P. P., prof.
JEN-HWA GUO, PhD, prof.
KATALINIC B., PhD, prof.
SUBUDHI B., PhD, prof.
АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.
КАЛЯЕВ И. А., чл.-корр. РАН, проф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.
СОЙФЕР В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.
ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.
ЮЩЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.
БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.
ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.
ЕРМОЛОВ И. Л., д. т. н., доц.
ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.
КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.
ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.
ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.
ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф.
РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.
ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.
ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.
ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Филимонов Н. Б.** Методологический кризис "всепобеждающей математизации" современной теории управления. 291
- Дубовик С. А.** Использование квазипотенциалов для контроля больших отклонений управляемых процессов. 301
- Гайдук А. Р., Плаксиенко Е. А.** Робастность редуцированных динамических систем автоматизации. 308

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Климов Д. Д., Подураев Ю. В.** Синтез структуры робототехнического комплекса высокоскоростной съемки динамических объектов. 316
- Шоланов К. С., Абжапаров К. А.** Обоснование возможности применения нового платформенного робота в качестве активной управляемой опоры. 320

ЭРГАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

- Бегичев Ю. И., Варочко А. Г., Котицын Л. О., Михайленко О. А., Сильвестров М. М.** Концепция построения эргатической воздушно-космической системы мониторинга окружающей среды, наземных и морских объектов. 325

НАВИГАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ПОДВИЖНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

- Молоденков А. В., Сапунков Я. Г., Молоденкова Т. В.** Точное решение приближенного уравнения Борца и построение на его основе кватернионного алгоритма определения ориентации БИНС. 335
- Бусурин В. И., Коробков В. В., Йин Наинг Вин.** Исследование характеристик кольцевого волнового оптоэлектронного преобразователя угловой скорости. 340
- Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю.** Децентрализованное управление группой однородных подвижных объектов в двумерной среде с препятствиями. 346
- Тарасов Н. Н., Данилова С. К., Кусков И. М.** Управление подводным аппаратом при неполной информации о модели движения и внешних возмущений. 354

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editorial Council:

ALIEV T. A., prof., Azerbaijan, Baku
 ANSHAKOV G. P., Russia, Samara
 BOLOTNIK N. N., Russia, Moscow
 CHENTSOV A. G., Russia, Ekaterinburg
 CHERNOUSKO F. L., Russia, Moscow
 CHYI-YEU LIN, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 FEDOROV I. B., Russia, Moscow
 GROUMPOS P. P., prof., Greece, Patras
 JEN-HWA GUO, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 KALYAEV I. A., Russia, Taganrog
 KATALINIC B., PhD, Prof., Austria, Vienna
 KRASNEVSKIY L. G., Belarus, Minsk
 KUZNETSOV N. A., Russia, Moscow
 LEONOV G. A., Russia, S.-Peterburg
 MATVEENKO A. M., Russia, Moscow
 MIKRIN E. A., Russia, Moscow
 PESHEKHONOV V. G., Russia, S.-Peterburg
 REZCHIKOV A. F., Russia, Saratov
 SCHERBATYUK A. F., Russia, Vladivostok
 SEBRYAKOV G. G., Russia, Moscow
 SIGOV A. S., Russia, Moscow
 SOJFER V. A., Russia, Samara
 SOLOMENTSEV Yu. M., Russia, Moscow
 SOLOVJEV V. A., Russia, Moscow
 SUBUDHI B., PhD, Prof., India, Sundargarh
 VASILYEV S.N., Russia, Moscow
 YUSUPOV R. M., Russia, S.-Peterburg

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Russia, Moscow

Deputy Editor-in-Chief:

PODURAEV Yu. V., Russia, Moscow
 PUTOV V. V., Russia, S.-Peterburg
 YUSCHENKO A. S., Russia, Moscow

Responsible Secretary:

BEZMEANOVA M. Yu., Russia, Moscow

Editorial Board:

ALEXANDROV V. V., Russia, Moscow
 ANTONOV B. I., Russia, Moscow
 ARSHANSKY M. M., Russia, Tver
 BUKOV V. N., Russia, Zhukovsky
 ERMOLOV I. L., Russia, Moscow
 FILARETOV V. F., Russia, Vladivostok
 FRADKOV A. L., Russia, S.-Peterburg
 FURSOV V. A., Russia, Samara
 GRADETSKY V. G., Russia, Moscow
 ILYASOV B. G., Russia, Ufa
 IVCHENKO V. D., Russia, Moscow
 KOLOSOV O. S., Russia, Moscow
 KOROSTELEV V. F., Russia, Vladimir
 LEBEDEV G. N., Russia, Moscow
 LOKHIN V. M., Russia, Moscow
 PAVLOVSKY V. E., Russia, Moscow
 PROKHOROV N. L., Russia, Moscow
 PSHIKHOPOV V. Kh., Russia, S.-Peterburg
 RAPOPORT E. Ya., Russia, Samara
 SERGEEV S. F., Russia, S.-Peterburg
 VITTIKH V. A., Russia, Samara
 YUREVICH E. I., Russia, S.-Peterburg

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E.V., Russia, Moscow

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospective development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Filimonov N. B. Methodological Crisis of the "All Winning Mathematization" of the Modern Control Theory. 291
 Dubovik S. A. Use of Quasipotentials for Monitoring of Large Deviations in the Control Processes 301
 Gaiduk A. R., Plaksienko E. A. Robustness of the Reduced Automation Dynamic Systems 308

ROBOTIC SYSTEMS

- Klimov D. D., Poduraev Yu. V. Synthesis of a Robotic System Structure for a High-Speed Recording of the Dynamic Objects. 316
 Sholanov K. S., Abzhaparov K. A. Feasibility Study of Application of the New Robot Platform as an Active Controllable Support 320

ERGATIC CONTROL SYSTEMS

- Begichev Y. I., Varochko A. G., Kotitsin L. O., Mikhaylenko O. A., Silvestrov M. M. Concept for Construction of the Ergatic Airspace System for Monitoring of the Environment, Maritime and Land-Based Facilities 325

NAVIGATION AND CONTROL OF MOBILE OBJECTS

- Molodenkov A. V., Sapunkov Ya. G., Molodenkova T. V. The Exact Solution of the Bortz Approximate Equation and Construction of the Quaternion Orientation Algorithm of SINS on its Basis. 335
 Busurin V. I., Korobkov V. V., Yin Naing Win. Investigation of Characteristics of the Optoelectronic Ring Wave Angular Velocity Transducer 340
 Pshikhopov V. Kh., Medvedev M. Ju. Decentralized Control of a Group of Similar Objects Moving in a Two-Dimensional Environment with Obstacles 346
 Tarasov N. N., Danilova S. K., Kuskov I. M. Control of the Underwater Vehicles with Incomplete Information about the Model of Motion of the Exogenous Disturbances 354

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

Н. Б. Филимонов, д-р техн. наук, проф., nbfilimonov@mail.ru,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

Методологический кризис "всепобеждающей математизации" современной теории управления

Обсуждаются феномен "непостижимой эффективности" математизации науки и особенности методологического кризиса "чрезмерной математизации" современной теории управления. Рассмотрены причины сложившегося кризиса и показано, что "ключом" к его преодолению является достижение в задачах управления органического единства математической строгости и физического смысла.

Ключевые слова: математизация науки, математическая строгость или физический смысл, методологический кризис теории управления, причины и пути выхода из кризиса

*Кризис современной теории управления
в последней четверти XX века очевиден.*
А. А. Красовский

*Современная теория управления по многим признакам
как наука оказалась в методологическом кризисе.*
А. А. Колесников

Важная закономерность развития современной науки — повышение сложности и нарастание абстрактности научного знания. В связи с этим одной из характерных тенденций в науке является процесс математизации, т. е. все более широкое и глубокое проникновение средств математики (языка математики и математических методов исследования) в практику научного познания [1, 2]. Как выразился Б. В. Гнеденко: "В наше время математизация знаний совершает своеобразный победный марш". При этом важно подчеркнуть, что речь идет об использовании методов математики не столько для вычислений и расчетов, сколько для формализации постановки задач, построения математических моделей, выдвижения гипотез, эвристического поиска законов и теорий.

Одной из относительно молодых, успешных и быстроразвивающихся областей знаний, подверженных широкой математизации, является теория управления (ТУ) — наука о принципах построения, методах анализа и синтеза систем управления и закономерностях протекающих в них процессов [3, 4].

Современная ТУ [5—10], сформировавшаяся как точная наука в середине XX в., сегодня совершает свое триумфальное шествие, охватывая все более сложные объекты различной физической природы во всех сферах человеческой деятельности. Магистральный путь ее развития характеризуется такими передовыми фундаментальными направлениями, как [11—17] упреждающее, ситуационное,

многорежимное, координирующее, робастное, гомеостатическое, гибридное, адаптивное, иерархическое, групповое, синергетическое, интеллектуальное (экспертное, ассоциативное, нейросетевое, нечеткое, эволюционное, мультиагентное) и другие виды управления. Весь этот впечатляющий прогресс ТУ основывается на нарастающем уровне ее математизации, расширении и усложнении используемого математического аппарата — от дифференциального и интегрального исчисления до топологии и теории алгебраических систем. Состояние ТУ полностью согласуется с критерием "хорошей" теории Р. Фейнмана, согласно которому качество теории определяется возможностью ее представления на языке различных математических формализмов.

Именно процесс "всепобеждающей математизации" явился необходимым и достаточным условием прогресса ТУ. Однако несмотря на это, уже на рубеже XX—XXI вв. стало ясно, что она, по точной оценке А. А. Колесникова, "оказалась в методологическом кризисе". Следует подчеркнуть, что здесь используется понятие частнонаучной методологии со следующей трактовкой [18]: *методология* — это система приемов, способов и методов исследовательской деятельности, на которые опирается ученый в ходе получения научных знаний в рамках какой-либо конкретной науки.

Впервые методологический кризис ТУ предсказал один из ее основоположников А. А. Красовский,

который еще в 1990 г. прямо заявил, что "кризис современной ТУ в последней четверти XX века очевиден" [19]. При этом в качестве основных признаков кризиса были выделены, во-первых, увеличение разрыва теории с практикой и, во-вторых, уменьшение ее способности оказать содействие прикладникам в решении практических задач. В настоящей работе обсуждаются феномен "непостижимой эффективности" математизации науки, порожденный ею методологический кризис современной ТУ, пути его преодоления. Приводятся многочисленные высказывания выдающихся философов, математиков, физиков и управленцев, касающиеся обсуждаемых вопросов.

"Всеобщая математизация науки" и феномен ее необъяснимой эффективности

Утверждение о том, что природа выражает свои законы на языке математики, было высказано 400 лет назад. Сторонниками математизации научного знания во времена античности и средневековья явились: Евклид, Архимед, Птолемей, Р. Бэкон, Н. Коперник и др. Собственно *принцип математизации* познания был сформулирован еще в XVII веке Г. Галилеем, который был глубоко убежден, что "книга природы написана на языке математики". Среди философов последним из схоластов и первым из представителей науки нового времени, кто провозгласил особое значение математики как инструмента познания мира, был Р. Декарт. Его убеждение разделяли выдающиеся философы, естествоиспытатели и основатели современной математики: Б. Спиноза, И. Кеплер, Дж. Бруно, Х. Гюйгенс, И. Ньютон, Ф. Бэкон, Г. Лейбниц и др.

"На мой взгляд, — писал выдающийся математик, физик и философ Дж. фон Нейман, — наиболее характерная отличительная черта математики состоит в ее особом отношении к естественным наукам и вообще любой науке". Математика была взята за эталон ввиду того, что она считалась образцом стройности и истинности. И. Р. Шафаревич считает, что в науке математизация играет ту же роль, что и стандартизация в технике. По мнению ряда выдающихся мыслителей (Л. да Винчи, Г. Галилей, И. Кант и др.), уровень развития любой науки может быть установлен, в первую очередь, по степени использования в ней математики. Так, А. Пуанкаре рассматривает математизацию окончательной, идеальной фазой развития любой научной концепции, а Ф. Дайсон рассматривает математику как "главный источник представлений и принципов, на основе которых зарождаются новые теории".

История познания мира и его современный уровень служат убедительным подтверждением "*непостижимой эффективности математики в естественных науках*", как образно назвал бурный процесс математизации научного знания [20] "тихий гений" Ю. Вигнер. Например, А. Эйнштейн удивленно спрашивал: "Как математика, продукт чело-

веческой мысли, не зависящая от опыта, может так превосходно соответствовать объектам реальности?" Кстати, известный ученый в области управления А. Г. Бутковский, признавая "непостижимую эффективность" математизации, даже выдвинул "Принцип 100 %-ной эффективности математики" со следующей формулировкой: "Для любой реальности и любой наперед заданной точности существует математическая структура, описывающая эту реальность с этой точностью".

Однако приходится констатировать, что упомянутая эффективность математики все же переоценивается. Математика создает иллюзию эффективности, если мы концентрируем свое внимание на удачных примерах, хотя существует намного больше примеров ее неэффективности. Даже Ю. Вигнер считал эффективность математики загадочной, неподдающейся рациональному объяснению, "нечто граничащее с мистикой" и "являющееся удивительным даром, который мы не в состоянии понять". Он описал эту проблему как "необоснованную эффективность математики". В ответ на эту фразу Д. Эббот назвал свою работу "Разумная неэффективность математики" [21], и в ней он утверждает, что "математика кажется чудесным универсальным языком потому, что мы выбираем именно те задачи, которые можно успешно решать с ее помощью. Но на миллионы неудачных математических моделей никто не обращает внимания. Есть много случаев, когда математика неэффективна". Обе позиции основаны на идее о том, что математика является человеческим изобретением.

Взаимосвязь математики с реальным миром

Центральным философским вопросом математики является вопрос об ее отношении к реальному миру [22]. Группа ведущих французских математиков, известных под коллективным псевдонимом Н. Бурбаки (А. Вейль, А. Картан, Ж. Дьедонне и др.), особо подчеркивала, что "основная проблема состоит во взаимоотношении мира экспериментального и мира математического: считать ли математику наукой, изучающей определенные отношения действительности, или же утверждать, что она имеет дело лишь с формальными преобразованиями символов, не отражающих никакие реальные отношения?" При этом они утверждали, что "расцвели уродливые математические структуры, полностью лишенные приложений", и связь между математическими структурами и экспериментальными явлениями представляется случайным, входящим и непознаваемым обстоятельством.

Природу математики и ее взаимосвязь с реальным миром оценивают по-разному, нередко со взаимоисключающих позиций. Так, еще древнегреческие философы дали два прямо противоположных взгляда на природу математических объектов: *пифагорийско-платоновский* (реальность), рассматривающий тождественность реального мира и мира математи-

ческих сущностей, и *аристотелевский* (абстракции), рассматривающий последние как абстрактные умозрительные построения, весьма далекие от реальности.

Пифагорийско-платоновская философия математического реализма зиждется на одной из древнейших гипотез, согласно которой реальный мир устроен по математическим законам, и поэтому математические теории адекватно описывают его строение. Действительно, именно столь далекие от реальности математические абстракции позволили проникнуть в самые глубокие горизонты материи, вывести самые сокровенные ее тайны, разобраться в сложных и разнообразных процессах объективной действительности. По этому поводу П. Дирак писал: "Наши математические усилия позволяют пока понять во Вселенной лишь немного. Но развивая все более совершенные математические методы, мы можем надеяться на лучшее понимание Вселенной".

И все же ряд современных естествоиспытателей и математиков склонны придерживаться аристотелевского воззрения на природу математических объектов как на мысленные конструкции, не имеющие какого-либо отношения к реальности. Так, согласно А. Рейтингу математическая мысль "не выражает истину о внешнем мире, а связана исключительно с умственными построениями", а согласно М. Стоуну "подлинный переворот в наших представлениях о математике — открытие полной ее независимости от физического мира".

Зарождение и развитие математики происходило путем решения прикладных задач, что, по мнению Ю. И. Янова, "послужило распространению прагматической точки зрения на математику, хотя при более глубоком анализе обнаруживается принципиальная независимость математики от реального мира". В связи с этим Д. Эббот прямо подчеркивает, что математика определенно не "чудо", которому стоит поражаться, а продукт человеческого воображения, который мы подгоняем под описание реальности. "Рыцарь физики" Р. Пенроуз считает, что математические понятия часто выглядят глубоко реальными, но эта реальность выходит далеко за пределы мыслительных процессов любого математика. Ту же мысль высказывал А. Эйнштейн: "Предложения, полученные с помощью чисто логических средств, при сравнении с реальностью оказываются совершенно пустыми", причем "до тех пор, пока законы математики связаны с реальностью, они вызывают сомнения, и пока они не вызывают сомнений, они не связаны с реальностью". О том же говорил и Г. Е. Шиллов (Кацивели): "Я могу привести десяток примеров великолепных математических результатов, не имеющих никакого отношения к действительному миру".

Многие "чистые" и "прикладные" математики озабочены тем, что математические объекты, в частности модели, во многих случаях оказываются заметно оторванными от реальности. Неслучайно

Н. Н. Красовский математическую модель назвал "карикатурой на реальность". Здесь же напомним полушутливую реплику А. Эйнштейна: "Математика — это единственный совершенный метод водить самого себя за нос". Приведем ряд соответствующих высказываний известных ученых:

- ✓ Д. Гильберт: "Математика — всего лишь игра, в которую играют согласно простым правилам и пользуются при этом ничего не значащими обозначениями", так что она "является учением об отношениях между формулами, лишенными какого бы то ни было содержания";
- ✓ Б. Рассел: "Математику можно определить как предмет, в котором никогда не известно ни то, о чем мы говорим, ни истинно или ложно то, что мы говорим";
- ✓ Р. Фейнман: "Математики отправляются от аксиом, строго рассуждают и у них все хорошо выходит, только, может быть, все это не имеет никакого отношения к реальности";
- ✓ Р. Калман: "Математика не может дать базисную научную информацию в отношении реального мира";
- ✓ Р. Музиль: "Математика есть роскошь броситься вперед, очертя голову, потому математики предаются самому отважному и восхитительному авантюризму, какой доступен человеку";
- ✓ Х. Штейнхаус: "Из дома реальности легко забрести в лес математики, но лишь немногие способны вернуться обратно";
- ✓ Ю. Вигнер: "Математика — это наука о хитроумных операциях, производимых по специально разработанным правилам над специально придуманными понятиями";
- ✓ К. Вильсон: "Эквилибристикой математики можно внушить доверие даже к самой ложной теории".

Один из величайших математиков всех времен Дж. фон Нейман писал: "Так как математическая дисциплина далеко уходит от своих эмпирических истоков, ее подстерегают очень серьезные опасности: она становится все более эстетической, все более приближается к чистому искусству для искусства. В процессе своего развития она может слишком удалиться от своего эмпирического источника или же подвергнуться усиленному "абстрактному" бридингу, что может привести к ее вырождению". Близкие мысли высказывали Л. С. Понтрягин: "Математика — в представлениях горе-философов — вырождается в лингвистику" и А. А. Марков: "Математика, в сущности, наука гуманитарная, потому что она изучает то, что человек напридумывал". Сегодня об этом серьезно говорят В. А. Успенский и А. В. Гладкий: "Математика — это гуманитарная наука", а основатель квантовых вычислений Ю. И. Манин прямо заявляет, что "Математика — это отрасль лингвистики или филологии, занимающаяся преобразованием конечных цепочек символов некоторого алфавита в другие цепочки при помощи конечного числа "грамматических" правил".

Математический сверхабстракционизм — пропуск науки в математизированный "научный рай"

Говоря о стремлении "охватить науку математикой", В. И. Вернадский писал, что оно "несомненно, в целом ряде областей способствовало огромному прогрессу науки... Но математические символы далеко не могут охватить всю реальность, и стремление к этому в ряде определенных отраслей знания приводит не к углублению, а к ограничению силы научных достижений". Как справедливо заметил Л. С. Понтрягин, "высокий уровень абстракций современной математики способен гипнотизировать тех, кто не является в ней специалистом, и, очевидно, порождать в их среде досужие мнения, неверные представления, особое почтение лишь к кабелистическим формулировкам; для математики обидно, что иногда ее привлекают для бутафории, для того, чтобы спрятать бедность и немощность той или иной работы".

Кстати, Дж. Шварц, будучи чистым математиком, один из первых заявил "о пагубном влиянии математики на науку", обратив внимание на нелепости и абсурдные идеи, которые, будучи облечены в импозантный математический мундир формул и теорем, выглядят гораздо убедительней, чем обнаженная нелепость. Он особо подчеркнул, что математические методы надо применять разумно, чтобы они не "загоняли ученого в клетку" искусственных знаковых систем. Действительно, абстрактный математический аппарат не должен заслонять, а тем более вытеснять, реальное содержание изучаемых процессов. Применение математики нельзя превращать в игру формул, за которой не стоит объективная действительность. В то же время, как замечает А. И. Орлов, "математик, как правило, не обдумывает реальные задачи, поскольку не вникает в конкретные прикладные области, его абсолютно не волнует, имеют ли какое-либо реальное содержание доказанные теоремы, могут ли они принести какую-либо пользу; его интересует лишь реакция математической общественности".

К сожалению, при нынешней моде на чрезмерную математизацию язык формул и символов, строгость и точность математических утверждений нередко оказывают гипнотическое влияние на ученых, при котором красота математических построений воспринимается как свидетельство их абсолютной достоверности. Необходимо, как выразился А. Эйнштейн, "освободить теорию от математического наряда". Это согласуется с остроумным замечанием В. В. Новожилова: "Борьба с чрезмерным распространением математического формализма является проблемой экологической", т. е. это борьба со своего рода "математическим спамом". В связи с этим выдающийся математик В. И. Арнольд предостерегал: "Если математики не образуются сами, то потребители, сохранившие как нужду в современной математической теории, так и свойственный каждому здравомыслящему человеку иммунитет к

бесполезной аксиоматической болтовне, в конце концов, откажутся от услуг схоластов-недоучек".

В результате "всеобщей математизации" в некоторых областях знаний, включая математику и физику, сложилась критическая ситуация, обусловленная их непомерной формализацией: математический "перебор" обострил вопрос о соотношении сложных математических конструкций и объективной реальности, которую они призваны отображать. Речь идет о подмене сущности формой, при которой применение большой и сложной математики чревато уходом от содержательных, сущностных вопросов в сферу формалистики.

"Ученый среди ученых", абстракция для которого была его стихией, Дж. фон Нейман, еще полвека тому назад предупреждал, что "излишняя формализация и символизация математической теории опасна для здорового развития математической науки". Данное пророческое предупреждение сбылось: лауреат Филдсовской премии С. П. Новиков заявил о глубоком кризисе в конце XX в. физико-математического сообщества России и Запада [23], вызванном "непомерной формализацией математики": "В естественных науках математическая строгость требует такого уточнения модели, которое уводит от реальности гораздо дальше, чем физическая ясность, и тем самым приводит к общенаучно менее строго обоснованному результату. Бесплезная всеусложняющая алгебраическая формализация языка математики, экранирующая суть дела, — это слишком широко распространившаяся болезнь". Он особо подчеркивает, что математики оторвались от внешнего мира: все более понимают прикладную математику как набор строгих доказательств, вопросы обоснования, причем "используя терминологию, взятую из реальности, доказывают строгие теоремы о чем-то внешне похожем на реальность, но на самом деле от реальности бесконечно далеко". Кстати, и В. И. Арнольд обвинял современную математику в опасной склонности к абстрактному мышлению, или в так называемом левополушарном абстракционизме. По его мнению, именно "левополушарная преступность" ("бурбакизм") вот уже больше века правит бал во владениях "королевы всех наук". "Только постоянное взаимодействие между реальным и абстрактным, — утверждал Р. Беллман, — обеспечивает математике ее жизнеспособность. Без этого возникает опасность бесплодности, атрофии и, в конце концов, вырождения".

Кризис, связанный с излишней математизацией, коснулся и физики. Здесь ситуация, очень схожая с математикой. Известный французский ученый А. Рей еще сто лет назад был крайне обеспокоен "завоеванием физики духом математики". Данное предостережение сбылось: В. А. Ацюковский констатирует [24], что физика находится в глубоком кризисе, "современные физические теории потеряли всякую связь с реальностью, развиваясь по пути математической абстракции", выполняя программу П. Дирака, в которой целью развития физики был

объявлен обобщенный математический формализм. По мнению известных ученых, современная физическая теория стремится к максимальной абстракции, оторванности от реального мира: математика превозносится как источник физических знаний о мире, ей придается особое и главенствующее значение, а физика оттесняется на второй план, хотя главное — это физическая сущность явлений. Теоретическая физика стала математической физикой, начался период формальной физики не как отрасли физики, а как отрасли математики.

Известный лозунг "В науке столько науки, сколько в ней математики", функционируя в качестве некоего критерия демаркации, вывел за пределы научности гигантские области знания даже в сфере естественных наук, побуждая иной раз прибегать к тотальным математическим абстракциям, чтобы получить пропуск в математизированный "научный рай".

Несколько слов о практической пользе математики. Об этом ярко высказался еще Б. Франклин — первый американский иностранный член Российской академии наук: "Какая наука может быть более благородна, более восхитительна, более полезна для человечества, чем математика?" Эту же мысль высказали М. Кац и С. Улам: "Математика — это замкнутый в себе микрокосм, обладающий, однако, мощной способностью отражать и моделировать любые процессы мышления и, вероятно, всю науку вообще. Она всегда приносила большую пользу и еще в большей мере продолжает приносить ее сейчас".

Приведем прямо противоположные взгляды на практическую пользу математики. Здесь уместно процитировать П. Вопенка: "Современная математика изучает конструкцию, отношение которой к реальному миру, по меньшей мере, проблематично. Более того, эта конструкция не единственно возможная, да и на самом деле не самая подходящая с точки зрения самой математики. Это ставит под вопрос роль математики как научного и полезного метода". Здесь же можно привести высказывание основателя группы Бурбаки Ж. А. Э. Дьедонне: "Современная математика в основе своей не имеет какой-либо утилитарной цели, а представляет собой интеллектуальную дисциплину, практическая польза которой сводится к нулю... математик в своих исследованиях никогда не руководствуется мыслью о степени полезности полученных результатов в будущем, скорее, он руководствуется желанием проникнуть в понимание математического явления, заканчивающегося на себе самом".

Известный математик Г. Харди считал, что настоящая, "чистая" математика "настоящих" математиков (П. Ферма, Л. Эйлера, Ф. Гаусса, Н. Абеля, Б. Римана) не имеет никаких приложений, и она почти полностью бесполезна. Эту же мысль высказывал и Б. Паскаль: "Ни одна наука, созданная людьми, не может соблюсти порядок. Математика его соблюдает, но она бесполезна при всей своей глубине". Однако более критично на эту тему не-

давно высказался выдающийся математик современности Ю. И. Манин: "Я убежден, что математика не является движущей силой нашей цивилизации". Он опубликовал свою теорию, согласно которой основная цель математики — отвлекать умников от опасных для человечества задач науки и техники в сторону совершенно бесполезных исследований никому неинтересных вопросов. Прочитав его: "Польза от математики состоит не в способствовании какому-либо прогрессу, а в том, чтобы этот прогресс всеми силами тормозить. Действительно, если бы умники, занимавшиеся проблемой Ферма, усовершенствовали вместо этого самолеты и автомобили, то вреда для человечества было бы куда больше".

Кстати, по оценкам ученых, практически используется не более 15 % математических разработок. Иначе говоря, математики ушли далеко вперед по отношению к реальным запросам науки и техники. Они создали формальный аппарат, примерно всемерно превышающий потребности сегодняшней науки и цивилизации в целом.

"Всепообеждающая математизация" современной теории управления

Математическая экспансия составляет неотъемлемую часть практически всех наук, включая ТУ, которая немыслима без использования довольно сложного математического аппарата, и чем больше она использует математику, тем более фундаментальной становится. Р. Беллман особо подчеркивал, что теоретические разработки систем управления "требуют применения самых современных и сложных математических методов".

Еще в период зарождения ТУ один из ее основоположников Р. Калман подчеркивал, что она "не занимается исследованием реального мира, а лишь математическими моделями его определенных аспектов. В связи с этим аппарат, а также результаты ТУ являются математическими; каждое эффективное средство управления представляет собой некоторый математический результат". А. А. Красовский по этому поводу писал: "Существование абстрактно-математической ТУ неизбежно. Привлечение новых результатов математики к проблемам управления будет продолжаться вне зависимости от общественного или иного мнения и желания". Действительно, абстрагирование позволило придать ТУ большую общность, выработать единую концепцию.

Математика сыграла ключевую роль в становлении и развитии современной ТУ: она всегда была и продолжает оставаться основным универсальным действенным средством описания и исследования процессов управления. Однако все чаще встречается критика процесса "всепообеждающей математизации" ТУ. Даже математик-управленец Р. Калман констатировал, что "большая часть математики стала настолько абстрактной, что иногда ее пригодность для проблем мира становится сомнительной".

Среди отечественных и зарубежных классиков точных наук немало сторонников прикладного применения здравого смысла в использовании математики. Ю. И. Алимов заметил: "Математиков стали упрекать даже самые близкие к ним естествоиспытатели — теоретики и теоретики". ТУ является инженерной научной дисциплиной, хотя изначально ее основы закладывались механиками и математиками. Свойственный используемому математическому аппарату высокий уровень абстракции делает многие современные разделы ТУ труднодоступными для инженеров-управленцев и порождает тревожную тенденцию — "размывание" ее инженерного фундамента и "выхолащивание" инженерного смысла решаемых задач. "Объяснение этому, — утверждает В. Я. Ротач, — видится в математизации ТУ, ее пресыщенности сложными математическими выкладками". Действительно, нельзя не заметить, что успехи математизации внушают порой желание "испещрить" свое сочинение цифрами и формулами (нередко без надобности), чтобы придать ему "солидность и научность". Анализируя данную ситуацию, Е. П. Попов настаивал, чтобы "применение математических методов было удачно увязано с основами ТУ, понятными инженерам, и доведено до инженерных методов расчета".

Среди известных ученых все чаще высказываются опасения: не приведет ли "триумф" интенсивной математизации ТУ к поглощению ее математикой. Еще Е. С. Вентцель предостерегала: "Математика рассматривается как некий образец, по которому должны равняться все другие науки. Нетрудно увидеть со стороны математиков в отношении ТУ позицию завоевателя. Данная позиция ложная и вредная". Здесь уместно привести также предостережение Т. Мак-Рея: "Если научное управление удалится в математическую раковину, оно превратится в отрасль математики, а не управления". Об этом же пишет и А. А. Колесников: "Математическое аксиомофильство все в большей мере доминирует в современной ТУ", явно угрожает ее развитию как науки, и она "в лучшем случае превратится в некоторую область прикладной математики".

Несмотря на утверждение В. А. Трапезникова: "ТУ — это не раздел математики; это технико-теоретическая дисциплина", приходится констатировать, что приведенные предостережения, фактически, давно уже свершились [25]. Так, известный ученый-управленец Ю-Чи Хо прямо заявляет, что ТУ "является математической дисциплиной" — это "самостоятельная ветвь чистой и прикладной математики", для которой "есть все основания быть высокоматематической теорией" с литературой, "сравнительно сильно насыщенной теоремами, леммами и доказательствами". Аналогично, Р. Калман рассматривает ТУ как научную дисциплину в области прикладной математики, как "совокупность математических результатов и методов, относящихся к решению задач управления". Близкие мысли высказывает и В. Я. Ротач: "Фактическое

содержание современных пособий по ТУ свидетельствует, что преподносится некоторый специальный раздел математики, в котором математиками для математиков решаются задачи, сформулированные по мотивам управленческих задач".

Можно согласиться с мнением А. А. Красовского: "Нельзя отрицать права на существование математической современной ТУ как раздела математики, развивающегося по собственным законам и находящего применение по мере возникновения соответствующих потребностей". Но такая теория "должна быть достаточно четко выделена по отношению к прикладной современной ТУ".

Успехи ТУ все чаще приписываются процессу ее "всепообеждающей математизации". Здесь следует указать на замеченные И. А. Фетом ложные предубеждения математизации любой области знаний, включая науку об управлении: принято думать, что "будто одна лишь математическая трактовка предмета сообщает результатам бесспорную научную объективность", и что "математика, к чему бы ее ни применить, оказывается магическим орудием, принципиально более сильным, чем все другие". Можно указать на многочисленные весьма вредные злоупотребления математикой, апеллирующие к указанным предубеждениям. Здесь уместно процитировать Е. С. Вентцель: "Печально положение, когда математика начинает глушить здравый смысл. Из двух крайностей: "математика без здравого смысла" и "здравый смысл без математики" предпочтение, безусловно, надо отдать второй". Математический аппарат имеет некое гипнотическое свойство, вызывающее у некоторых ученых синдром "математического ослепления": исследователи часто склонны безоговорочно верить своим расчетам, и тем больше верить, чем "кудрявее" примененный аппарат". Как заметил Дж. Шварц, "всякая поспешность в математизации, игнорирование качественного анализа явлений, их тщательного исследования средствами и методами конкретных наук ничего, кроме вреда, принести не могут".

"Кризис роста" современной теории управления: "избыточная математизация" и подмена сущности формой

Ряд известных ученых считают состояние современной ТУ, с точки зрения ее применения на практике, неудовлетворительным и даже критическим. Так, Дж. Коулс констатировал: "Существует большой разрыв между теорией и практикой управления". Об этом прямо говорил и А. А. Красовский, подчеркивая, что в развитии современной ТУ "с точки зрения практики далеко не все обстоит благополучно", "наблюдаются диспропорции и перекосы", "налицо отрыв ряда направлений от учета реальных ограничений и закономерностей". При этом "главное негативное влияние на практическое внедрение методов современной ТУ оказывает масса оторванных от практических потребностей и возможных работ и даже направлений, интересных

в математическом отношении, но бесплодных в отношении современных приложений". Как справедливо замечает А. С. Ключев, "современная ТУ, достигнув высочайшего уровня фундаментального теоретического развития, к сожалению, не может быть использована для решения практических задач управления сложными технологическими процессами". Действительно, несмотря на большой контингент ученых и число публикаций, новых эффективных концепций и крупных открытий в ТУ за последние десятилетия не отмечалось. Прогресс сводится, главным образом, к компьютеризации задач управления с применением современных информационных технологий, но на основе уже известных принципов и подходов.

В настоящее время в ТУ наблюдаются две характерные тенденции: все возрастающий интерес инженеров к отдельным разделам математики и все более усиливающийся интерес самих математиков к задачам управления. При этом журналы переполнены потоком математических работ, в которых, по выражению А. А. Колесникова, ТУ "стала полигоном для упражнений", не имеющих отношения к прикладным проблемам управления. Кстати, выдающиеся отечественные ученые, включая математиков (П. Л. Чебышев, А. Н. Крылов, Н. Е. Жуковский и др.), считали излишний формализм недопустимым, а прикладную направленность — обязательной. Именно "это явилось одной из причин мирового лидерства СССР в классической инженерной ТУ".

Заметим, что классическую ТУ в основном создавали инженеры для инженеров, а современную — в основном математики для инженеров и, в большей мере, для математиков. При этом не случайно в теории оптимального управления значительных успехов добились не столько чистые математики, сколько управленцы, получившие наряду с инженерным также и математическое образование (А. А. Фельдбаум, А. Я. Лернер, Л. И. Розоноэр, А. Г. Бутковский, В. Ф. Кротов, В. И. Гурман, А. Д. Иоффе и многие другие).

Причиной создавшейся кризисной ситуации в ТУ является преувеличение роли и значимости фактора ее "всепобеждающей математизации": математика, фактически, "поглотила" науку об управлении. "Я уверен, — утверждает Л. А. Заде, — что чрезмерное увлечение математической точностью и строгостью рассуждений для обоснования значимости утверждений стало сводить на нет ТУ". Неслучайно В. А. Успенский подчеркивает, что "действительное значение математической строгости не следует преувеличивать и доводить до абсурда; здравый смысл в математике не менее уместен, чем во всякой другой науке". В связи с этим А. Н. Колмогоров выдвинул в качестве одной из ключевых следующую цель математического исследования: "Уничтожить расхождение между "строгими" методами чистых математиков и "нестрогими" приемами математических рассуждений, применяемых прикладными математиками, физиками и техниками".

Как справедливо замечает А. А. Колесников, все дело в принципиальном игнорировании многими математиками такой индивидуальной особенности объекта управления, как его "физическая сущность". Современный уровень математизации ТУ породил у некоторых ученых специфическую аномалию: математическое описание объектов управления они стали ставить выше собственно свойств объектов управления, проявляющихся в тех или иных феноменах. Они, следуя концепции "черного ящика" У. Р. Эшби, сознательно отвлекаются от внутренней структуры, строения и вещественного состава управляемой системы, сосредоточиваясь на выполняемых ею функциях и результатах ее функционирования. В результате "математический формализм во многом подавляет физическое начало", которое отсутствует в самой формулировке задачи управления и, что особенно важно, в подходах к ее решению.

Н. Д. Егупов отмечает, что "изучение ТУ без учета физических процессов, протекающих в проектируемой системе, может привести к полной беспомощности в постановке и решении практических задач", а Е. П. Попов подчеркивал, что для ТУ "принципиальным является вопрос о правильном взаимоотношении ее с математикой и физикой", причем важно "поставить задачу математически так, чтобы она соответствовала данной реальной системе и сути происходящих в ней физических процессов". Здесь же следует процитировать члена группы Л. С. Понтрягина, чистого математика В. Г. Болтянского: "Постановка прикладных задач управления относится не к компетенции математики, а к ведению инженеров-разработчиков", а также автора до сих пор не превзойденного учебного пособия по ТУ А. А. Первозванского: "Без освоения технического аспекта изучение ТУ недопустимо и может привести лишь к полной беспомощности в постановке и решении практических задач даже при хороших формально-математических знаниях". "Самое главное — это "сочетание инженерной направленности с обновляющимся математическим аппаратом".

Если на начальном этапе развития ТУ математическое абстрагирование от физического содержания задачи управления было оправданно с точки зрения разработки фундаментальных основ теории, то на современном этапе развития "кризисная ситуация требует учета основополагающих естественных свойств объекта". Действительно, обычно молчаливо подразумевается, что если задача сформулирована на математическом языке, то она полностью переходит в сферу математики, глубоко разработанной и строго обоснованной науки, и о дальнейшей судьбе задачи беспокоиться не нужно. С одной стороны, математический формализм позволяет систематизировать, уточнить и методологически прояснить содержание ТУ, выяснить характер взаимосвязи между собой различных ее положений, выявить и сформулировать еще не решенные проблемы. С другой стороны, именно непомерная

формализация ТУ фактически превратила ее в одну из областей математики (теории матриц и дифференциальных уравнений). Как справедливо замечает А. А. Колесников, в основу ТУ "целесообразно положить не только математическое содержание, получившее значительное развитие, но и физическое начало задач управления, которое в настоящее время выдвигается на первый план". Все большую актуальность приобретает вопрос о соотношении концептуальных математических построений и объективной реальности, которую они должны отображать, о физическом (прикладном) содержании получаемых математических результатов. Здесь речь должна идти, прежде всего, о математических соотношениях, отражающих естественные свойства объекта, технико-технологические требования задачи управления в виде критериев качества и ограничений. Как выразился А. Хевисайд: "Следует все время не упускать из виду физику, чтобы придать задаче жизнь и реальное значение", поскольку "главное в физике не формулы, — особо подчеркивал А. Б. Мигдал, — а их интерпретация", понимание.

Возникает естественный вопрос: что же важнее в задачах управления — математическая строгость или физический смысл? Для ответа на данный вопрос еще раз обратимся к физике, которая уже давно находится в кризисной ситуации из-за ее "избыточной" математизации. Математика превратилась из вспомогательного инструмента количественного описания явлений в самостоятельный инструмент исследований — в генератор фундаментальных физических понятий и теоретических построений.

Неслучайно физики утверждают, что неким непостижимым образом понятия математики "отражают объективные закономерности материального мира". Именно данный феномен интенсивной математизации физики Ю. Вигнер образно назвал "необоснованной эффективностью математики в естественных науках".

Спор ученых о том, что важнее — математика или физика — продолжался весь XX век. Приведем ряд высказываний выдающихся ученых современности:

- ✓ Ж.-П. Серр: "У математики и физики нет ничего общего";
- ✓ В. И. Арнольд: "Математика — это просто часть физики";
- ✓ Л. Д. Фаддеев: "Математическая строгость важнее физической интуиции";
- ✓ Ю. И. Манин: "Знания о мире, полученные физиками, можно выразить только на языке математики";
- ✓ Д. Гильберт: "Теоретическая физика — это часть математики";
- ✓ В. Л. Гинзбург: "Математики вообще ничего в физике понять не могут".

Очевидно, что, если физическая сущность явлений является вторичной, т. е. физика оказывается следствием математики, то о пользе последней не может быть и речи, поскольку она ведет к абстрак-

циям и уводит от реальной действительности. Кстати, именно в связи с этим некоторые физики считают, что математика — лишь "формалистическая одежда" для важнейших физических открытий, тогда как сами эти открытия и не нуждаются в этой бесполезной с их точки зрения науке. Так, например, Л. Д. Ландау утверждал, что "из математики, изучаемой физиками, должны быть полностью изгнаны теоремы существования, слишком строгие доказательства и т. п.". В. Паули в письме М. Борну писал: "Да, я знаю Вашу любовь к утомительному и сложному формализму. Вы собираетесь подпортить физические идеи В. Гейзенберга Вашей бесполезной математикой". А. Эйнштейн заявил: "С тех пор, как математики взялись за Теорию относительности, я сам перестал ее понимать".

Реальным и, возможно, единственным путем преодоления кризисной ситуации современной ТУ является переход от математической к физической научной парадигме управления, обусловленной необходимостью учета как математической стороны, так и физического содержания процессов управления. При этом ключевым в новой парадигме управления должна стать *физикализация* — одно из первых общенаучных методологических направлений в истории науки, предполагающее интеграцию научного знания на основе содержательного аспекта физики. О принципиальной возможности физикализации писал еще М. Планк: "Среди общих понятий физики нет ни одного, которое с большим или меньшим успехом не было бы уже перенесено на другие области". Физикализация мыслится в виде некоторого синтеза "математической формализованности" и "физической содержательности", обеспечивающего достижение в задачах управления органического единства математической строгости и физического смысла?

Выходом из создавшейся кризисной ситуации ТУ явилась выдвинутая в 1990 г. А. А. Красовским проблема создания *физической теории управления* [19], которая, фактически, реализует идею физикализации управления. Данная теория должна базироваться "на фундаменте физических законов, учете ресурсов и приоритетах реального мира". Проблема создания физической ТУ, по мнению А. А. Колесникова, "призвана вернуть науку об управлении к естественным началам". При этом отличие физической ТУ от математической начинается с математических моделей систем и критериев качества процессов управления. Она должна строиться так, чтобы заложенные в математических моделях и критериях реальные ограничения фигурировали и в конечных результатах, определяя границы возможного и невозможного в процессе управления.

Несмотря на актуальность проблемы разработки физической ТУ, она, фактически, так и осталась без внимания и не вызвала никакой реакции со стороны ни отечественных, ни зарубежных специалистов. За прошедшие четверть века не опубликована ни одна работа, посвященная данной проблеме.

Можно указать лишь на обсуждение актуальности последней проблемы в работах А. А. Колесникова, посвященных синергетической ТУ [26]. Здесь уместно напомнить, что еще в начале 60-х годов прошлого столетия И. Б. Новик провозгласил весьма перспективную концепцию "физикализации" кибернетики, которая сразу же была предана забвению. Пытаясь это как-то объяснить, можно согласиться с мнением Т. С. Куна: "Новая научная истина не достигает триумфа путем убеждения своих оппонентов и их просветления, но это, скорее, происходит оттого, что ее оппоненты в конце концов умирают и вырастает новое поколение, с ней знакомое", а также со сходным мнением выдающегося физика-теоретика Л. Д. Ландау: "Новая теория начинает господствовать, когда вымрут сторонники старой".

Здесь важно замечание А. А. Красовского о перспективах физической ТУ: "Большое прикладное значение этой теории может проявиться в управлении разнообразными физическими процессами". Данное "предвидение" уже через десять лет сбылось: в работах А. Л. Фрадкова сформировалось новое научное направление на стыке физики и ТУ — "кибернетическая физика".

"Победный марш" математизации науки продолжается и, несмотря на незатухающий методологический кризис ТУ, ее современное состояние вполне позитивно. Данный кризис можно рассматривать как форму развития ТУ, поскольку это явление не только закономерное, но и плодотворное. Кризисные фазы в развитии науки являются неизбежными, составными частями ее циклической динамики, причем они носят не только болезненный и разрушительный, но и созидательный характер, открывая простор и давая импульс новым перспективным направлениям на следующих фазах циклической динамики. Проведенный анализ показывает, что для вывода современной ТУ из методологического кризиса необходимо восстановить взаимнообратную связь между теорией и практикой, сочетая инженерную направленность с обновляющимся математическим аппаратом, обеспечивая в задачах управления наряду с математической и физической строгостью — правильный учет всех существенных в данной задаче факторов. В заключение уместно привести высказывания двух выдающихся отечественных ученых-однофамильцев, одних из создателей теории оптимального управления, — разъяснение Н. Н. Красовского: "Все свои немалые возможности математика реализует лишь тогда, когда выступает в союзе с другими науками, имеющими более, так сказать, непосредственное отношение к той конкретной сфере, к которой принадлежит изучаемая проблема" и обнадеживающий прогноз А. А. Красовского: "Несмотря на тяжелейшие проблемы, в науке управления подспудно зреют некоторые новые прогрессивные

направления, способные восстановить и развить прикладное значение этой области знания".

Список литературы

1. Математизация современной науки: предпосылки, проблемы, перспективы // Сб. трудов. М.: Центр совет филос. (методол.) семинаров при Президиуме АН СССР, 1986.
2. Рузавин Г. И. Математизация научного знания. М.: Мысль, 1984.
3. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987.
4. Машиностроение. Энциклопедия в 40 т. Т. 1—4. Автоматическое управление. Теория / Е. А. Федосов, А. А. Красовский, Е. П. Попов и др. Под общ. ред. Е. А. Федосова. М.: Машиностроение, 2000.
5. Современная прикладная теория управления. В 3 ч. / Под ред. А. А. Колесникова. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000.
6. Методы классической и современной теории автоматического управления. В 5 т. / Под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004.
7. Гудвин Г. К., Гребен С. Ф., Сальгадо М. Э. Проектирование систем управления. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004.
8. Панкратов В. В., Зима Е. А., Нос О. В. Специальные разделы современной теории автоматического управления: учеб. пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007.
9. Успенский В. Б., Шипулина Л. В. Современная теория управления. Методы синтеза и оптимизации систем управления: Конспект лекций. Харьков: НТУ "ХПИ", 2013.
10. Хижняков Ю. Н. Современные проблемы теории управления: учеб. пособие. Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2014.
11. Красовский А. А. Развитие и становление современной теории управления / Синергетика и проблемы теории управления. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. С. 13—34.
12. Поляк Б. Т. Развитие теории автоматического управления // Проблемы управления. Спец. выпуск. 2009. № 3.1. С. 13—18.
13. Куржанский А. Б. О некоторых новых тенденциях в современной теории управления // XI Междунар. конф. Устойчивость и колебания нелинейных систем управления. М.: ИПУ РАН, 2010. С. 1—3.
14. Финаев В. И. Тенденции развития систем автоматического и автоматизированного управления // Проблемы автоматизации. Региональное управление. Связь и автоматика: Сб. трудов II Всеросс. науч. конф. Т. 1. Геленджик: Изд-во ЮФУ, 2013. С. 5—10.
15. Fernandez-Cara E., Zuazua E. Control Theory: History, mathematical achievements and Perspectives // Bol. Soc. Esp. Mat. Apl. 2003. N. 26. P. 79—140.
16. Neculai A. Modern Control Theory — A Historical Perspective. Retrieved 2007-10-10-2005.
17. Ivancevic V. G., Ivancevic T. T., Guran A. Series on Stability, Vibration and Control of Systems, Series A. New Trends in Control Theory. Vol. 19. NJ: World Scientific, 2013.
18. Ревко-Линардато П. С. Методы научных исследований: учеб. пособие. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2012.
19. Красовский А. А. Проблемы физической теории управления // Автоматика и телемеханика. 1990. № 11. С. 3—28.
20. Вигнер Е. Непостижимая эффективность математики в естественных науках // Успехи физических наук. 1968. Т. 94, Вып. 3. С. 535—546.
21. Abbott D. The Reasonable Ineffectiveness of Mathematics // Procs. of the IEEE. 2013. Vol. 101, N. 10. P. 2147—2153.
22. Жуков Н. И. Философские основания математики. М.: Университетское, 1990.
23. Новиков С. П. Вторая половина XX века и ее итог: кризис физико-математического сообщества в России и на Западе // Вестник ДВО РАН. 2006. Вып. 4. С. 3—22.
24. Ацюковский В. А. Начала эфиродинамического естествознания. Кн. 1. Методологический кризис современной теоретической физики. М.: Петит, 2009.
25. Гинсберг К. С. Проектирование и теория автоматического управления: девять точек зрения на теорию управления как науку // Труды 12-й междунар. конф. "Системы проектирования технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта". М.: ООО "Аналитик", 2012. С. 87—92.
26. Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. М.: Едиториал УРСС, 2005.

Methodological Crisis of the "All Winning Mathematization" of the Modern Control Theory

N. B. Filimonov, nbfilimonov@mail.ru✉,

Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation,
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

Corresponding author: **Filimonov Nikolay B.**, D. Sc., Professor,
Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation,
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation
e-mail: nbfilimonov@mail.ru

Received on January 19, 2016

Accepted on January 22, 2016

The topic of the discussion is a trend, typical for development of the modern science, namely the process of "universal mathematization", i.e. of a wider and deeper penetration of mathematics into the practice of scientific knowledge. The emphasis is put on the phenomenon of "the incredible effectiveness" of mathematization of science. It is the matter of the central philosophical question of mathematics — its interconnection with the real world. The examples of the critical situation in mathematics and physics are given, which are the result of their extreme formalization, i.e. the maximal abstraction. The opposite views on the practical use of mathematics are presented. The main problem of the work is connected with the specific features of the process of "the all winning mathematization" of the modern control theory, one of the relatively young, successful and quickly developing areas of knowledge. It has been demonstrated that mathematics is of key importance for formation and development of the control theory. The author considers the problems of the methodological crisis of "the extreme mathematization" of the control theory. Among the main indications of the crisis the author points out the following: firstly, it is an increasing gap between the theory and practice, and, secondly, — its decreasing ability to help the specialists, involved in applied mathematics, with solving of the problems of a practical control. It is demonstrated that "the key" to overcoming of the existing crisis of the control theory is achievement of an organic unity of the mathematical strictness and physical sense.

Keywords: mathematization of science, mathematical rigor or physical sense, methodological crisis of control theory, the reasons and ways out of the crisis

For citation:

Filimonov N. B. Methodological Crisis of the "All Winning Mathematization" of the Modern Control Theory, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 17, no. 5, pp. 291—301.

DOI: 10.17587/mau/16.291-301

References

1. **Matematizatsiya sovremennoy nauki:** predposylki, problemy, perspektivy (The mathematization of modern science: preconditions, problems, prospects), Sb. trudov, Moscow, Tsentr. sovet filos. (metodol.) seminarov pri Prezidiume AN SSSR, 1986 (in Russian).
2. **Ruzavin G. I.** *Matematizatsiya nauchnogo znaniya* (Mathematization of scientific knowledge), Moscow, Myisl, 1984 (in Russian).
3. **Krasovskiy A. A.** ed. *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya* (Handbook of automatic control theory), Moscow, Nauka, 1987 (in Russian).
4. **Fedosov E. A., Krasovskiy A. A., Popov E. P.** i dr. *Mashinostroyeniye. Entsiklopediya v 40 tt.* (Engineering. Encyclopedia in 40 volumes). T. 1—4. *Avtomaticheskoe upravleniye. Teoriya* (Vol. 1—4. Automatic control. Theory), Moscow, Mashinostroyeniye, 2000 (in Russian).
5. **Kolesnikov A. A.** ed. *Sovremennaya prikladnaya teoriya upravleniya* (Modern applied control theory), Taganrog, Publishing house of TRTU, 2000 (in Russian).
6. **Pupkov K. A., Egupov N. D.** ed. *Metody klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya* (Methods of classical and modern theory of automatic control), Moscow, Publishing house of N. E. Bauman MGTU, 2004 (in Russian).
7. **Gudvin G. K., Grebe S. F., Salgado M. E.** *Proektirovaniye sistem upravleniya* (Control system design). Moscow, BINOM. Laboratoriya znaniy, 2004 (in Russian).
8. **Pankratov V. V., Zima E. A., Nos O. V.** *Spetsialnyye razdelyi sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya* (Special divisions of modern automatic control theory), Novosibirsk, Publishing house of NGTU, 2007 (in Russian).
9. **Uspenskiy V. B., Shipulina L. V.** *Sovremennaya teoriya upravleniya. Metody sinteza i optimizatsii sistem upravleniya* (Modern control theory. Methods of synthesis and optimization of control systems), Harkov, NTU "HPI", 2013 (in Russian).
10. **Hizhnyakov Yu. N.** *Sovremennyye problemy teorii upravleniya* (Modern problems of control theory), Perm, Publishing house of Perm. nats. issled. politehn. un-ta, 2014 (in Russian).
11. **Krasovskiy A. A.** *Razvitiye i stanovleniye sovremennoy teorii upravleniya* (Development and formation of modern control theory), Sinergetika i problemy teorii upravleniya, Moscow, FIZMATLIT, 2004, pp. 13—34 (in Russian).
12. **Polyak B. T.** *Razvitiye teorii avtomaticheskogo upravleniya* (Development of automatic control theory), *Problemy upravleniya. Spets. vyipusk*, 2009, no. 3.1, pp. 13—18 (in Russian).
13. **Kurzanskiy A. B.** *O nekotorykh novykh tendentsiyakh v sovremennoy teorii upravleniya* (Concerning some new tendencies in modern control theory), *XI Mezhdunar. konf. Ustoychivost i Kolebaniya Nelineynykh Sistem Upravleniya*, Moscow, IPU RAN, 2010, pp. 1—3 (in Russian).
14. **Finaev V. I.** *Tendentsii razvitiya sistem avtomaticheskogo i avtomatizirovannogo upravleniya* (Tendencies of the development of automatic and computer-aided control systems), *Problemy avtomatizatsii. Regionalnoye upravleniye. Svyaz i avtomatika: Sb. trudov II Vseross. nauch. konf.* Vol. 1. Gelendzhik, Publishing house of YuFU, 2013, pp. 5—10 (in Russian).
15. **Fernandez-Cara E., Zuazua E.** Control Theory: History, mathematical achievements and Perspectives, *Bol. Soc. Esp. Mat. Apl.*, 2003, no 26, pp. 79—140.
16. **Neculai A.** Modern Control Theory — A Historical Perspective. Retrieved 2007-10-10.2005.
17. **Ivancevic V. G., Ivancevic T. T., Guran A.** Series on Stability, Vibration and Control of Systems, Series A. *New Trends in Control Theory*, vol. 19, NJ, World Scientific, 2013.
18. **Revko-Linardato P. S.** *Metody nauchnykh issledovaniy* (Methods of the scientific researches), Taganrog, Publishing house of TTI YuFU, 2012.
19. **Krasovskiy A. A.** *Problemy fizicheskoy teorii upravleniya* (Problems of physical control theory), *Avtomatika i Telemekhanika*, 1990, vol. 11, pp. 3—28 (in Russian).
20. **Vigner E.** *Nepostizhimaya effektivnost matematiki v estestvennykh naukakh* (The Inconceivable effectiveness of mathematics in the natural sciences), *Uspehi Fizicheskikh Nauk*, 1968, vol. 94, iss. 3, pp. 535—546 (in Russian).
21. **Abbott D.** The Reasonable Ineffectiveness of Mathematics, *Proc.s of the IEEE*. 2013, vol. 101, no. 10, pp. 2147—2153.
22. **Zhukov N. I.** *Filosofskie osnovaniya matematiki* (Philosophical foundations of mathematics), Minsk, Universitetskoe, 1990 (in Russian).

23. **Novikov S. P.** *Vtoraya polovina XX veka i ego itog: krizis fiziko-matematicheskogo soobshchestva v Rossii i na Zapade* (The second half of the XX century and its outcome: the crisis of physico-mathematical community in Russia and in the West), Vestnik DVO RAN, 2006, iss. 4, pp. 3–22 (in Russian).

24. **Atsyukovskiy V. A.** *Nachala efirodinamicheskogo estestvoznaniya. Kn. 1. Metodologicheskij krizis sovremennoy teoreticheskoy fiziki* (The beginnings of efiro-dynamic natural science. Book 1. The methodological crisis of modern theoretical physics), Moscow, Petit, 2009 (in Russian).

25. **Ginsberg K. S.** *Proektirovanie i teoriya avtomaticheskogo upravleniya: devyat tochek zreniya na teoriyu upravleniya kak nauku* (De-

sign and automatic control theory: nine points of view on the control theory as a science: Nine points of view on the theory of management as a science), Proc. of 12th Intern. conf. "Sistemy proektirovaniya tehnologicheskoy podgotovki proizvodstva i upravleniya etapami zhiznennogo tsikla promyshlennogo produkta", Moscow, OOO "Analitik", 2012, pp. 87–92 (in Russian).

26. **Kolesnikov A. A.** *Sinergeticheskie metody upravleniya slozhnyimi sistemami: teoriya sistemnogo sinteza* (Synergetic methods of control by complex systems: the theory of sytem synthesis), Moscow, Editorial URSS, 2005(in Russian).

УДК 681.5:517.935

DOI: 10.17587/mau/17.301-307

С. А. Дубовик, д-р техн. наук, проф., duboviksa@gmail.com,
Севастопольский государственный университет

Использование квазипотенциалов для контроля больших уклонений управляемых процессов*

Получены соотношения для квазипотенциальных экстремалей задачи Лагранжа, возникающей в анализе больших уклонений диффузионных процессов. На этой основе предлагается алгоритм прогноза критических состояний слабо возмущенных динамических систем. Приводятся примеры применения метода в задачах управления морскими судами, летательными аппаратами, а также в финансовой математике — при моделировании двухкомпонентного рынка Блэка—Шоулса.

Ключевые слова: асимптотический анализ, функционал действия, большие уклонения, экстремаль, оптимальное управление

Введение

Роль асимптотических методов (АМ) возрастает вместе с ростом интереса к управлению в условиях неопределенности. Метод малого параметра широко и давно используется для упрощения алгоритмов: в асимптотическом анализе систем и задач управления известны работы по декомпозиции [1, 2], композитным регуляторам [2, 3], композиционному синтезу [4, 5]. Во многих случаях сингулярно возмущенную задачу управления удастся с достаточной точностью представить как совокупность более простых частных задач, после чего синтез регулятора превращается в простую сборку. Именно с этим связана важнейшая роль АМ — этот последний этап синтеза (сборку или ее элементы) можно распространить на процесс управления, т. е. совершать (или завершать) его в режиме online. Необходимость в такой реконфигурации системы управления обычно связана с появлениями больших уклонений по тем или иным координатам состояния; понятно, что возможность решений online связана не только с малыми параметрами, но и со способностью АМ существенно обогатить "интеллект" таких управлений.

Не ставя перед собой целью анализ указанных процессов во всей их полноте, в данной работе основное внимание уделим ключевой проблеме — прогнозу больших уклонений (БУ), опираясь на фунда-

ментальные результаты Д. Вентцеля и М. Фрейдлина [6, 7]. Для этого необходимо ввести некоторые базовые результаты анализа БУ в форме, более удобной для теории управления [8–10].

Квазипотенциалы динамических систем

Пусть необходимо выбрать r -мерный вектор управления $U = U(t)$ объектом, движения которого описываются слабо возмущенным дифференциальным уравнением для n -мерного вектора состояния $x = x(t)$:

$$\dot{x} = \alpha(x, U) + \varepsilon \sigma(x)w, \quad x(0) = x_0 \in E, \quad (1)$$

где $\varepsilon > 0$ — малый параметр; w — k -мерный вектор возмущений типа "белого шума"; α, σ — гладкие матричные функции.

Управления $U(t)$ в соотношении (1) формируются в виде обратных связей

$$U = Kx \quad (2)$$

таким образом, чтобы обеспечить состояние равновесия χ (аттрактор) невозмущенной системы, которая получается из уравнения (1) при $\varepsilon = 0$:

$$\dot{x} = \alpha(x, U), \quad x(0) = x_0 \quad (3)$$

с областью притяжения O_χ . Далее будем считать, что $\chi = 0$, а качество стабилизирующего управления (2) определяется линеаризованной системой:

$$\dot{x} = Ax + BU, \quad (4)$$

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 15-08-06859а.

где матрицы A, B — суть матрицы частных производных $\alpha(x, U)$ по аргументам (соответственно) в нуле. В результате замыкания исходной системы (1) таким стабилизирующим управлением получим автономную систему

$$\dot{\tilde{x}} = a(\tilde{x}) + \varepsilon \sigma(\tilde{x})w. \quad (5)$$

Здесь важно отметить, что малый параметр в уравнении (5) означает не малость возмущений, а именно то, что существенные проявления возмущений в стабилизированной системе (5) являются редкими событиями и обнаруживают себя только на достаточно больших промежутках времени. Фактически это формальное свидетельство и следствие удовлетворительной стабилизации системы (5) — стабилизация уменьшает неприятные последствия от шума. Тем не менее, они фиксируются, хотя и в качестве редких событий (выходы из области, большие отклонения). В физике для оценки такого рода редких событий (например, в задачах о движении диффундирующей частицы против потока, о преодолении квантово-механической частицей потенциального барьера) используется ВКБ-метод [7]: искать решение обыкновенного дифференциального уравнения в виде $\exp\{-S/\varepsilon^2 + \dots\}$, позволяющем выписать хотя бы главный член асимптотики (S не зависит от ε , а точки обозначают члены, малые по сравнению с первым). Для стохастического уравнения (5), возмущенного гауссовским шумом, вероятности выхода состояния из области имеют при $\varepsilon \rightarrow 0$ асимптотику вида $\exp\{-C/\varepsilon^2\}$ [7]. Оказывается, можно ввести функционал $S_{0T}(\varphi)$, определенный на функциях $\varphi \in R^n$, более гладких, чем траектории (5) на $[0, T]$, такой, что при достаточно малых $\varepsilon, \delta > 0$ $P\{\rho(\tilde{x}, \varphi) < \delta\} \approx \exp\{-S_{0T}(\varphi)/\varepsilon^2\}$, где ρ — расстояние в пространстве функций $C_{0T}(R^n)$, непрерывных на рассматриваемом отрезке $[0, T]$. Вероятность маловероятного события составляется из вкладов $\exp\{-S_{0T}(\varphi)/\varepsilon^2\}$, соответствующих окрестностям различных функций, из которых при $\varepsilon \rightarrow 0$ существенным остается лишь слагаемое с наименьшим $S_{0T}(\varphi)$. Это вполне аналогично оценкам интегралов методом Лапласа. Точные результаты содержатся в работах [6, 7], и применительно к уравнению (5) сформулируем их в терминах оптимального управления. Для этого наряду с системой (5) запишем обыкновенное дифференциальное уравнение [8, 9] — систему отклонений:

$$\dot{\varphi} = a(\varphi) + \sigma(\varphi)v, \quad \varphi(0) = x_0 \in E, \quad (6)$$

функционал

$$S_{t_0 t_f}(\varphi, v) = \int_{t_0}^{t_f} v^T v dt. \quad (7)$$

Для того чтобы охватить все случаи, введем область D , такую что $E \subset D \subset O_x$, и условие принад-

лежности траектории множеству F_D (реализующему событие ∂_D , вероятность которого оценивается) из семейства функций, непрерывных на отрезке: $F_D = \{\varphi \in S_{t_0 t_f}(R^n): \varphi_t \in D \cup \partial D \forall t \in [t_0, t_f]\}$. Для множества F_D и системы (6) справедливо равенство [6, 7]

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^2 \ln P\{\tilde{x}_t \in D\} = - \min_{\varphi \in F_D} S_{t_0 t_f}(\varphi, v), \quad (8)$$

где функционал $S_{t_0 t_f} = S_{t_0 t_f}(\varphi, v)$ определен в соответствии с соотношением (7) на решениях управляемой системы (6), для которой запишем еще граничное условие выхода в критическое состояние:

$$\varphi(t_f) \in \Delta \subset \partial D. \quad (9)$$

Таким образом, для оценки вероятности события ∂_D , связанного с процессом (6), получаем задачу оптимального управления Лагранжа—Понтрягина (ЛП) (6), (7), (9) в отличие от соответствующей вариационной задачи, сформулированной в работах [6, 7]. Результатом решения задачи ЛП является тройка $(\hat{v}, \hat{\varphi}, \hat{t}_f)$, т. е. экстремаль $\hat{\varphi} = \hat{\varphi}(t, \Delta)$, $t \in [t_0, t_f]$, определяющая минимальное значение функционала (7) и функционала действия (ФД): $\hat{I} = I_{t_0 \hat{t}_f}(\hat{\varphi}, \hat{v}) = \varepsilon^{-2} \hat{S}_{t_0 \hat{t}_f}(\hat{\varphi}, \hat{v})$. По ФД определяется квазипотенциал [6, 7] системы (6) — функция точки x и состояния равновесия:

$$V(x, x) = \inf\{S_{t_0 t_f}(\varphi): \varphi \in C_{t_0 t_f}(R^n), \varphi_{t_0} = x, \varphi_{t_f} = x\}.$$

Соответствующую экстремаль $\hat{\varphi}$, удовлетворяющую уравнению (6) и ведущую из состояния равновесия x , будем называть квазипотенциальной.

Примем следующую терминологию: пусть $\hat{\varphi}_1, \hat{\varphi}_2$ — два решения задачи ЛП, соответствующие двум условиям (9): $\hat{\varphi}_i = \hat{\varphi}(t, \Delta_i)$, $i = 1, 2$, где $\Delta_2 \subset \Delta_1 \subset \partial D$. В силу оценки (8) соответствующие решения (6) будем называть прогнозом критического состояния системы (6). Если Δ — подмножество границы ∂D , то решение $\hat{\varphi}_2$ будем считать более слабым прогнозом по сравнению с $\hat{\varphi}_1$. Наконец, предельно слабому (или просто предельному) прогнозу будет соответствовать случай одноточечного множества $\Delta = \Delta^* = x^*$.

Большие отклонения диффузионного процесса, линейная устойчивая система

Пусть в уравнении (4) $a(x) = Ax$, $\sigma(x) = \sigma$, т. е. имеем

$$\dot{\varphi}_t = A\varphi_t + \sigma v_t. \quad (10)$$

Пусть также $x_f \in \Delta$ означает, что некоторый выход системы $y = Cx_f$ достигает критического значения. Задача (7), (9), (10) в этом случае хорошо известна. Она лежит в основе конструктивного доказательства управляемости системы (10) при выполнении со-

ответствующих условий ([11], стр. 47—50) и построения ее множества достижимости ([11], стр. 93—95). Другой способ ее решения представлен в работе [10]. Не останавливаясь на деталях, приведем результат, где через ψ обозначен n -мерный вектор сопряженных переменных для системы уклонений (10) и $\psi_f = \psi(t_f)$.

Теорема 1. При условии гурвицевости матрицы A и управляемости пары (A, σ) квазипотенциал системы (10) равен

$$V(0, x_f) = \psi_f^T D \psi_f = x_f^T D^{-1} x_f \quad (11)$$

где положительно определенная матрица D удовлетворяет уравнению Ляпунова:

$$\sigma \sigma^T = -AD - DA^T.$$

Квазипотенциал (11) достигается только на бесконечной экстремали, т. е. при $t_0 \rightarrow -\infty$. Более того, в условиях теоремы 1 система (10), где $v = \hat{v}$, является конвергентной [12], т. е. имеет для каждого $x = x_f$ единственное ограниченное решение на прямой. Это единственное решение названо в работе [12] предельным, оно же определяет предельный прогноз. Последнее равенство в соотношении (11) показывает, что множество достижимости линейной системы (10), о котором шла речь выше, можно определить как совокупность векторов с квазипотенциалами, не превышающими 1 (иначе говоря, квазипотенциальный единичный шар). Соотношение (8) показывает, что ФД и предельное решение (ПР) позволяют для каждой точки этого множества оценивать вероятность ее достижения из состояния равновесия.

Прежде всего, необходимо учесть, что ПР соответствует одноточечное терминальное множество в (9), т. е. $\Delta = x_* = x_f$. Вместе с тем, ПР, как и любое другое решение (10), имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(t, \Delta) &= \exp\{A(t - t_f)\}x_f + \\ &+ (D \exp\{A^T(t_f - t)\} - \exp\{A(t - t_f)\}D)\psi_f = \\ &= \exp\{A(t - t_f)\}(x_f - D\psi_f) + D \exp\{A^T(t_f - t)\}\psi_f, \end{aligned} \quad (12)$$

откуда, в силу ограниченности этого решения на всей прямой (т. е. при $t \rightarrow -\infty$), получаем

$$x_f - D\psi_f = 0. \quad (13)$$

В соответствии с принципом Лагранжа [13], в составе необходимых условий экстремума для ПР имеем задачу минимизации (11) при ограничениях (13) и $y = Cx_f$.

Лемма 1. Для положительно определенной матрицы D и матрицы C полного ранга решение задачи

$$x^T D x \rightarrow \min_x, \quad CDx - y = 0$$

имеет вид

$$\hat{x} = C^T y (CDC^T)^{-1}. \quad (14)$$

Суммируем изложенное в виде следующего результата.

Теорема 2. В условиях теоремы 1 квазипотенциальная экстремаль для задачи (7), (9), (10) определяется равенством

$$\tilde{\varphi}(t) = D \exp\{A^T(t_f - t)\} C^T y (CDC^T)^{-1}, \quad (15)$$

а нормированный ФД (7) для системы (6) в линейном случае (10) равен

$$S_{t_0 t_f}(\tilde{\varphi}) = V(0, x_f) - V(0, x_0). \quad (16)$$

Доказательство. Достаточно заметить, что из соотношений (12), (13) следует

$$\tilde{\varphi}(t) = D \exp\{A^T(t_f - t)\} \psi_f, \quad (17)$$

где для $x = \psi_f$ имеет место лемма 1. Подставляя решение (14) в (17), получим равенство (15). Еще раз учитывая соотношение (17), равенство (16) получим из соотношений

$$\begin{aligned} S_{t_0 t_f}(\tilde{\varphi}) &= \int_{t_0}^{t_f} \psi_f^T \exp\{A(t_f - \tau)\} \sigma \sigma^T \exp\{A^T(t_f - \tau)\} \psi_f d\tau = \\ &= \psi_f^T [D - \exp\{A(t_f - t_0)\} D D^{-1} (D \exp\{A^T(t_f - t_0)\})] \psi_f = \\ &= \psi_f^T D \psi_f - \tilde{\varphi}(t_0) D^{-1} \tilde{\varphi}^T(t_0), \end{aligned}$$

где остается учесть теорему 1.

Задача Лагранжа—Понтрягина для билинейных систем

Другой важный частный случай анализа БУ связан с билинейными уравнениями. Часто такие системы оказываются в том или ином смысле близки к линейным, что и позволяет воспользоваться результатами предыдущего раздела. Рассмотрим на промежутке $[0, t_f]$ систему

$$\dot{x} = \gamma(x, u) = Ax + Bu + \{xM\}u, \quad (18)$$

где

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n, \quad u \in R^m, \quad \{xM\} = \sum_{i=1}^n x_i M_i -$$

в соответствии с обозначениями работы [14], и для данной системы — задачу приведения:

$$Cx(t_f) = y_f$$

при минимальном расходе управления

$$J = \int_0^{t_f} u^T u dt.$$

Обозначим

$$f_i = M_i u \in R^n, \quad F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\} \in R^{n \times n}. \quad (19)$$

Тогда можно записать

$$\{xM\}u = \sum_{i=1}^n x_i f_i = Fx,$$

и для рассматриваемой задачи ЛП, вычисляя частные производные от $\dot{x} = \gamma(x, u)$ по аргументам $\gamma_x = A + F$, $\gamma_u = B + \{xM\}$, получим уравнения для сопряженных переменных

$$\dot{\psi} = -(A + F)^T \psi, \quad \psi(t_f) = \psi_f \quad (20)$$

и оптимального управления

$$\hat{u} = (B^T + \{xM\}^T) \psi. \quad (21)$$

Рассмотрим простой пример, в котором система (6) оказывается билинейной, и для построения оптимального управления (контруправления, в данном случае) следует использовать соотношения (19)–(21).

Пример 1. Бортовая качка судна в условиях волнения и ветра может быть представлена системой (6) второго порядка, если не учитывать уравнения фильтров, формирующих ветроволновые возмущения заданных спектров из белых шумов. Для упрощения мы не будем учитывать формирующие фильтры, тем более что это линейные системы, а учтем здесь другой эффект, связанный с приращением плеч статической остойчивости на волне [15], в результате чего модель качки оказывается билинейной. Уравнение (6) в этом случае можно представить в виде (18), где $x = (x_1, x_2)^T = (\vartheta, \omega_x)^T$ — угол и угловая скорость крена:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2h \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \varepsilon \\ 0 & \gamma & 0 \end{pmatrix}, \quad M_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \mu & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

и в данном случае принято: $\omega_0^2 = 0,36$, $h = 0,0315$, $\gamma = \mu = 0,1$, $\varepsilon = 0,001$. Задача состоит в прогнозе критического значения угла крена $y = Sx_f = \vartheta_f$, $\vartheta_f = 0,5$ рад.

Теоремами 1, 2 напрямую воспользоваться нельзя, но можно их использовать для численных расчетов. Так, для построения предельного прогноза из леммы 1 имеем оценку граничных условий для сопряженной системы:

$$\psi_f = C^T \psi_{f1} = \begin{pmatrix} \psi_{f1} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_{f1} = 0,5(CDC^T)^{-1}, \quad (22)$$

а для оценки матрицы ковариаций D на основе линейного приближения и уравнения Ляпунова получим

$$D = \begin{pmatrix} D_1 & D_2 \\ D_2 & D_3 \end{pmatrix}, \quad D_3 \cong \frac{\gamma^2}{4h}, \quad D_1 \cong D_3/\omega_0^2.$$

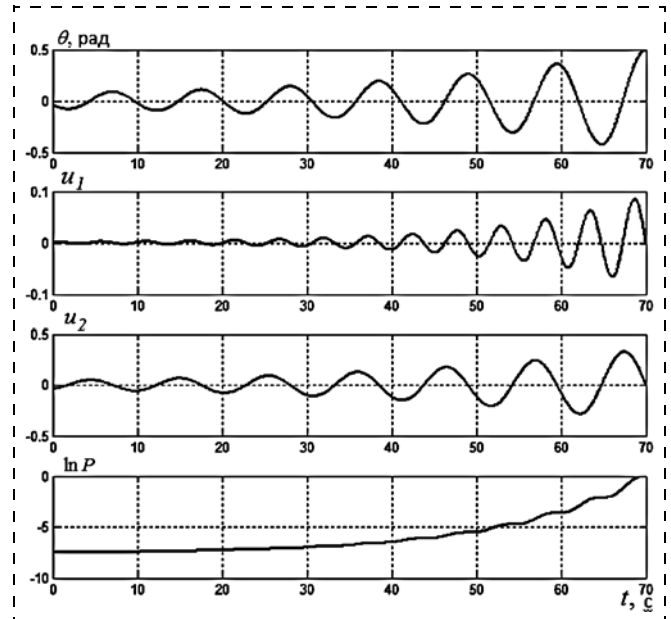


Рис. 1. Результаты расчетов для примера 1

Теперь в соотношении (22) имеем

$$\psi_{f1} = 0,5 D_1^{-1} = 2h \left(\frac{\omega_0}{\gamma} \right)^2 \cong 2,27. \quad (23)$$

При моделировании, результаты которого приведены на рис. 1, окончательно выбрано значение $\psi_{f1} = 2,15$; в нелинейных задачах выбор граничных условий для сопряженных переменных — наиболее трудоемкая операция, поэтому оценка (22), (23) весьма полезна. На рис. 1 u_1 , u_2 — соответственно возмущения от волнения и флуктуационного ветра. Выше уже отмечалось, что экстремали ЛП — существенно более гладкие функции, чем траектории и воздействия исходных стохастических систем, осциллограммы рис. 1 демонстрируют этот факт. Нижняя кривая — это функционал действия, дающий в силу (8) оценку логарифма вероятности критического крена.

Следующий пример позволяет проанализировать некоторые ситуации БУ, принципиально отличные от задач с гурвицевыми матрицами, рассмотренных выше.

Пример 2. Оценим возможности прогноза эффективности инвестиций в рамках двухкомпонентной модели рынка (рынок Блэка—Шоулса): B_t — банковский счет, S_t — цена акции [16, 17]. Пусть для (B_t, S_t) -рынка и самофинансируемого портфеля $\pi = (\beta, \gamma)$ соответствующий им капитал имеет вид

$$X_t^\pi = \beta B_t + \gamma S_t. \quad (24)$$

Для (B_t, S_t) -компонент имеют место стохастические уравнения

$$\dot{B}_t = rB_t + \varepsilon w_{1t}, \quad \dot{S}_t = \mu S_t + bS_t w_{2t} + \varepsilon w_{3t}, \quad (25)$$

где $w_t = (w_{1t}, w_{2t}, w_{3t})^T$ — вектор независимых белых шумов; $\beta = 0,3$, $\gamma = 0,4$, $r = 0,1$, $\mu = 0,51$, $b = 0,005$, $\varepsilon = 10^{-5}$. Уравнения (24), (25) преобразуются к системе (6) для вектора $x_t = (X_t^\pi, B_t)^T$, система уклонений для которой имеет вид (18). Терминальное событие — разорение до уровня $x_1(t_f) = X_{t_f}^\pi = -0,1$.

Матрица линейной части здесь не является гурвицевой:

$$A = \begin{pmatrix} \mu & \beta(r-\mu) \\ 0 & r \end{pmatrix},$$

и результат оказывается, на первый взгляд, несколько неожиданным: контруправление $v_t = (v_{1t}, v_{2t}, v_{3t})^T \equiv 0$, т. е. вероятность кризиса $P_D \equiv 1$. Нетрудно показать при этом, что система уклонений в инвертированном времени с большой точностью представляется аperiодическими звеньями первого порядка по второй координате (с постоянной времени $1/r$) и второго порядка по первой координате (с постоянными времени $1/r$ и $1/\mu$), а решения — их реакции на начальные (в обычном времени конечные) значения: $X_{t_f}^\pi = -0,1$ и $B_{t_f} = 1$. Это и демонстрируют осциллограммы на рис. 2. Может быть, не зря в связи с такого рода кризисными явлениями говорят о "финансовых пузырях"?

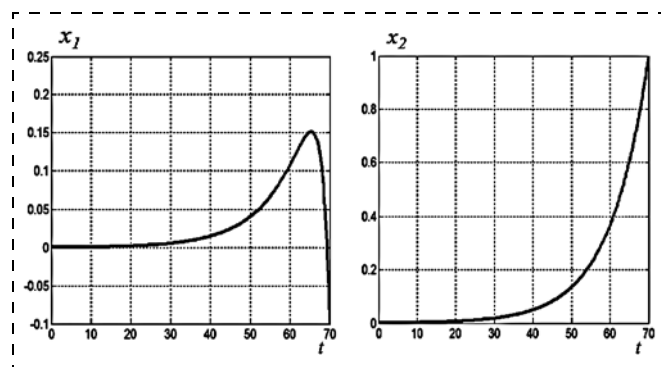


Рис. 2. Результаты расчетов для примера 2

Алгоритм прогноза

Как обычно, алгоритмы, основанные на асимптотических методах, оказываются зависящими от некоторого набора параметров, значения которых устанавливаются опытным путем. Не является исключением и предлагаемый алгоритм прогноза и принятия решений в условиях неопределенности, имеющей статистический характер.

Алгоритм основывается на понятии проекции на квазипотенциальную экстремаль текущего со-

стояния x , т. е. такое значение $\tilde{\varphi}_X = \tilde{\varphi}(t_X)$ функции (15), при котором обеспечивается

$$\|x - \tilde{\varphi}(t_X)\| = \inf_{t \in (-\infty, t_f]} \|x - \tilde{\varphi}(t)\|.$$

Чем меньше $t_f - t_X$, тем больше вероятность кризиса: $t_X = t_X(P_D)$, поэтому проекция $\tilde{\varphi}(t_X) = \hat{\varphi}(t_X, P_D)$ также является функцией вероятности $P_D = e^{-\varepsilon^{-2} \hat{S}}$.

Обозначив

$$x - \tilde{\varphi}(t_X) = \Delta_X, \quad (26)$$

получаем, что в состоянии $X_{t_f}^\varepsilon = x$, определившись

с проекцией x на $\tilde{\varphi}$ и, следовательно, с моментом $t_X = t_X(P_D)$, мы имеем также оценку вероятности критического события P_D и интервал доверия (26) этой оценке. Таким образом, параметры, которые необходимо выбрать в данном случае, это ε и значение Δ_X доверительного интервала оценки.

В итоге получаем следующий алгоритм контроля.

1. Определяется единственное положительно определенное решение уравнения Ляпунова.

2. Вычисляется квазипотенциальная экстремаль (15).

3. Определяется проекция на квазипотенциальную экстремаль текущего состояния системы (5), причем аргумент совмещается с текущим, так как квазипотенциальная экстремаль определяется с точностью до сдвига.

4. Вычисляется соответствующее моменту $t = t_X$ значение функционала действия (7) и оценка веро-

ятности $P_D = e^{-\varepsilon^{-2} \hat{S}}$ на уровне доверия Δ_X .

Основу алгоритма составляет вычисление квазипотенциалов и соответствующих экстремалей. Приведем еще один пример построения предельного прогноза в некоторой типичной ситуации, возникающей при управлении летательными аппаратами (ЛА).

Пример 3. Рассмотрим возможность применения указанного подхода в задаче контроля движений ЛА, близких к сваливанию. Такой режим, с одной стороны, характеризуется взаимосвязью продольного и бокового движений, с другой — возможностью его возникновения при весьма малых отклонениях координат состояния от равновесных значений. Задачу прогноза критических углов атаки рассмотрим на основе системы линейных уравнений пространственного движения ЛА [18] в режиме горизонтального полета с постоянной скоростью. Вектор состояния этой системы имеет вид

$$x = (\alpha, \omega_z, \theta, h, \omega_x, \varphi, \beta, \omega_y, \psi, z)^T \in R^{10},$$

где элементами соответственно являются (отклонения от балансирующих значений): угол атаки, скорость и угол тангажа, вертикальное смещение (продольное движение), скорость и угол крена,

угол скольжения, скорость и угол рыскания, боковое смещение (боковое движение).

В указанном номинальном режиме движение описывается уравнением (10) с гурвицевой матрицей $A = \{a_{ij}\}$, $i, j = 1, 2, \dots, 10$, для которой приведем только ненулевые элементы:

$a_{11} = -0,915$; $a_{12} = 0,97$; $a_{13} = -0,117$; $a_{16} = 0,012$;
 $a_{17} = -0,07$; $a_{19} = -0,07$; $a_{21} = 6,14$; $a_{22} = -4,07$;
 $a_{23} = -19,65$; $a_{24} = 0,05$; $a_{25} = -0,007$; $a_{26} = 0,15$;
 $a_{27} = -0,79$; $a_{28} = 0,25$; $a_{29} = -0,88$; $a_{2,10} = -0,003$;
 $a_{32} = 1,0$; $a_{41} = 226,5$; $a_{43} = -226,5$; $a_{46} = 0,196$;
 $a_{47} = -0,125$; $a_{4,10} = -0,07$; $a_{51} = 8,26$; $a_{52} = -0,025$;
 $a_{53} = -12,86$; $a_{54} = 0,025$; $a_{55} = -6,27$; $a_{56} = 6,28$;
 $a_{57} = -188,16$; $a_{58} = -71,0$; $a_{59} = -162,32$;
 $a_{5,10} = -0,28$; $a_{65} = 1,0$; $a_{71} = 0,067$; $a_{73} = -0,067$;
 $a_{75} = 0,187$; $a_{76} = 0,177$; $a_{77} = -0,176$; $a_{78} = -0,975$;
 $a_{79} = 0,04$; $a_{81} = 0,4$; $a_{82} = -0,107$; $a_{83} = -0,61$;
 $a_{84} = 0,001$; $a_{85} = -0,122$; $a_{86} = 0,4$; $a_{87} = -2,18$;
 $a_{88} = -4,63$; $a_{89} = -8,4$; $a_{8,10} = -0,014$; $a_{98} = 1,0$;
 $a_{10,4} = 0,07$; $a_{10,6} = -43,21$; $a_{10,7} = 230,7$; $a_{10,9} = 226,6$.

В качестве возмущений рассмотрим флуктуации по углам атаки и скольжения, что в уравнениях (5), (6) и (10) приводит к матрице

$$\sigma = \text{diag}(1, \varepsilon, \varepsilon, \varepsilon, \varepsilon, \varepsilon, 1, \varepsilon, \varepsilon, \varepsilon).$$

Малый параметр ε обеспечивает невырожденность матрицы диффузии и формальное требование метода ФД. Результаты моделирования системы уклонений, управляемой квазипотенциальной экстремалью, приведены на рис. 3. Характерно, что движения крена (φ) несколько опережают по фазе продольные вращения (θ), в чем, в частности, и проявляется оптимальность контруправлений.

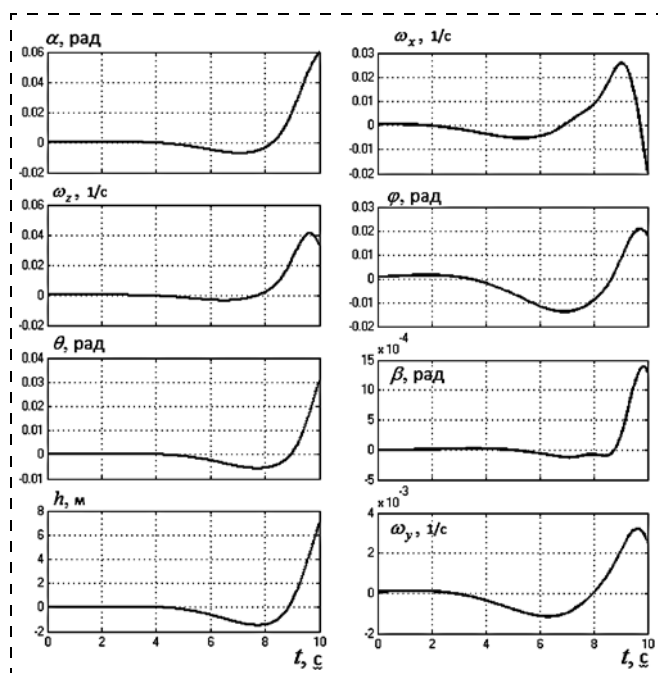


Рис. 3. Результаты расчетов для примера 3

Заключение

Полученные результаты показывают, что квазипотенциальные экстремали могут эффективно использоваться в задачах стабилизации как средство дополнительного контроля качества управления: попадание состояния стохастической системы в малую окрестность квазипотенциальной экстремали сигнализирует о нештатном развитии управляемого процесса. Более точные выводы о степени опасности и необходимости перехода на антикризисное управление могут быть сделаны по оценкам критической вероятности (8) и ФД, вычисляемым по квазипотенциалам на основании соотношения (16). В негурвицевых случаях вопрос может решаться проще — непосредственно по оценкам ФД, как это и демонстрирует пример с моделью из финансовой математики.

Список литературы

1. Kokotovic P. V., Yackel R. A. Singular perturbation of linear regulators: Basic theorem // IEEE Trans. on AC. 1972. Vol. 17. P. 29—37.
2. Васильева А. Б., Дмитриев М. Г. Сингулярные возмущения в задачах оптимального управления // Итоги науки и техники, мат. анализ. 1982. Т. 20.
3. Дмитриев М. Г., Макаров Д. А. Композитный регулятор в линейной нестационарной системе управления // Изв. РАН, Теория и системы управления. 2014. № 6. С. 3—13.
4. Дубовик С. А. Композиционный синтез линейно-квадратических регуляторов // Проблемы управления и информатики. 1999. № 2. С. 50—62.
5. Дубовик С. А. Метод композиции в синтезе регуляторов для сингулярно возмущенных систем // Динамические системы. 2001. Вып. 17. С. 12—17.
6. Вентцель А. Д., Фрейдлин М. И. Флуктуации в динамических системах под действием малых случайных возмущений. М.: Наука, 1979. 424 с.
7. Вентцель А. Д., Фрейдлин М. И. О малых случайных возмущениях динамических систем // УМН. 1970. Т. 25. Вып. 1 (151). С. 3—55.
8. Zabczyk J. Exit problem and control theory // Systems & Control Letters, North-Holland. 1985. V. 6. N. 3. P. 165—172.
9. Нечаев Ю. И., Дубовик С. А. Анализ устойчивости нелинейной стохастической модели динамики корабля на волнении с помощью функционала действия // Нелинейные краевые задачи мат. физики и их приложения. Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1993. С. 101—103.
10. Дубовик С. А. О возможности прогноза и предотвращения критических состояний при управлении процессами диффузионного типа // Тр. XII Всеросс. совещ. по проблемам управления (ВСПУ XII). 2014. С. 1443—1454.
11. Поляк Б. Т., Шербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.
12. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967. 472 с.
13. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979. 430 с.
14. Aganovic Z., Gajic Z. Linear Optimal Control of Bilinear Systems. Springer-Verlag, 1995. 133 p.
15. Нечаев Ю. И. Моделирование устойчивости на волнении. Современные тенденции. Л.: Судостроение, 1989. 240 с.
16. Афанасьев В. Н., Колмановский В. Б., Носов В. Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высш. шк., 2003. 614 с.
17. Ширяев А. Н. О некоторых понятиях и стохастических моделях финансовой математики // ТВП. 1994. Т. 39. Вып. 1. С. 5—22.
18. Vukobratovic M., Stojic R. Modern Aircraft Flight Control. Springer-Verlag, 1988. 288 с.

Use of Quasipotentials for Monitoring of Large Deviations in the Control Processes

S. A. Dubovik, duboviksa@gmail.com✉,

Sevastopol State University, Sevastopol, 299053, Russian Federation

Corresponding author: **Dubovik Sergey A.**, D. Sc., Professor,
Head of Department of Informatics and Control in Technical Systems,
Sevastopol State University, Sevastopol, 299053, Russian Federation
e-mail: duboviksa@gmail.com

Received on January 11, 2016

Accepted on January 20, 2016

The Lagrange problem arising in the analysis of large deviations in the states of dynamical systems was analyzed with the use of Wentzell-Freidlin method. For the linear case and Hurwitz state matrix of an unperturbed system the author obtained relations for quasipotential extremals, providing estimates of the probabilities of events for the initial conditions close to zero. On this basis, the author proposes an algorithm for prediction of the critical states of the dynamical systems, with the perturbed vector, "white noise", multiplied by a small parameter. Examples of application of the method to the task of controlling the angle of heel for a marine vessel in rough seas, and the angle of attack of an aircraft are presented. The case of lack of Hurwitz is analyzed on the example of the financial mathematics — instruments known as the Black-Scholes model. The results show that the quasipotential extremals can be effectively used for the tasks of stabilization as a means of additional quality assurance management: passage of the stochastic system state through a small neighborhood of a quasipotential extremal signalizes about an abnormal movement of the controlled process. More accurate conclusions about the danger rate and the need to switch to the crisis management can be made with the estimated probability of a crisis and action functional, calculated on the basis of the quasipotential (equations included). In case of instability the question can be solved directly on the action functional, as an example of a financial mathematics model shows.

Keywords: asymptotic analysis, action functional, large deviations, extremal, optimal control

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 15-08-06859a.

For citation:

Dubovik S. A. Use of Quasipotentials for Monitoring of Large Deviations in the Control Processes, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, vol. 17, no. 5, pp. 301—307.

DOI: 10.17587/mau/17.301-307

References

1. **Kokotovic P. V., Yackel R. A.** Singular perturbation of linear regulators: Basic theorem, *IEEE TRANS. on AC*, 1972, vol. 17, pp. 29—37.
2. **Vasil'eva A. B., Dmitriev M. G.** *Singulyarnye vozmushheniya v zadachah optimal'nogo upravleniya* (Singular perturbations in optimal control), Moscow, VINITI, *Itogi Nauki i Tehniki, Mat. Analiz*, 1982, vol. 20 (in Russian).
3. **Dmitriev M. G., Makarov D. A.** *Kompozitnyy reguljator v linejnoy nestacionarnoy sisteme upravleniya* (Composite regulator in a linear time variant control system), *Izv. RAN, Teorija i Sistemy Upravleniya*, 2014, no. 6, pp. 3—13 (in Russian).
4. **Dubovik S. A.** *Kompozicionnyy sintez linejno-kvadrateskikh reguljatorov* (Compositional synthesis of linear-quadratic regulator), *Problemy Upravleniya i Informatiki*, 1999, no. 2, pp. 50—62 (in Russian).
5. **Dubovik S. A.** *Metod kompozicii v sinteze reguljatorov dlja singulyarno vozmushhjonnyh sistem* (The method of composition in the synthesis of controllers for singularly perturbed systems), *Dinamicheskie Sistemy*, 2001, vol. 17, pp. 12—17 (in Russian).
6. **Wentzell A. D., Freidlin M. I.** *Random Perturbations of Dynamical Systems*. Springer-Verlag, 1998, 427 p.
7. **Wentzell A. D., Freidlin M. I.** *O malyh sluchajnyh vozmushhenijah dinamicheskikh sistem* (On small random perturbations of dynamical systems), *UMN*, 1970, vol. 25, no. 1 (151), pp. 3—55 (in Russian).
8. **Zabczyk J.** Exit problem and control theory, *Systems & Control Letters*, North-Holland, 1985, vol. 6, no. 3, pp. 165—172.
9. **Nechaev Ju. I., Dubovik S. A.** *Analiz ustojchivosti nelinejnoj stohasticheskoj modeli dinamiki korablja na volnenii s pomoshh'ju funkcionala dejstviya* (Stability analysis of nonlinear stochastic dynamics model of the ship in rough seas with the help of the action functional), *Nelinejnye Kraevye Zadachi Mat. Fiziki i ih Prilozhenija*, Kiev, Published by Institute of Mathematics of NAN Ukrainy, 1993, pp. 101—103 (in Russian).
10. **Dubovik S. A.** *O vozmozhnosti prognoza i predotvrashhenija kriticheskikh sostojanij pri upravlenii processami diffuzionnogo tipa* (On the possibility of prediction and prevention of critical states in the management of the processes of diffusion type), *Trudy XII Vsesosijskogo Soveshhanija po Probl. Upravleniya* (VSPU XII), Moscow, IPU RAN, 2014, pp. 1443—1454 (in Russian).
11. **Poljak B. T., Shherbakov P. S.** *Robastnaja ustojchivost' i upravlenie* (Robust stability and control), Moscow, Nauka, 2002, 303 p. (in Russian).
12. **Demidovich B. P.** *Lekcii po matematicheskoj teorii ustojchivosti* (Lectures on mathematical theory of stability), Moscow, Nauka, 1967, 472 p. (in Russian).
13. **Alekseev V. M., Tihomirov V. M., Fomin S. V.** *Optimal'noe upravlenie* (Optimal Control), Moscow, Nauka, 1979, 430 p. (in Russian).
14. **Aganovic Z., Gajic Z.** *Linear Optimal Control of Bilinear Systems*, Springer-Verlag, 1995, 133 p.
15. **Nechaev Ju. I.** *Modelirovanie ostoichivosti na volnenii. Sovremennye tendencii* (Modeling stability in rough seas. Modern tendencies), Leningrad. Sudostroenie, 1989, 240 p. (in Russian).
16. **Afanas'ev V. N., Kolmanovskij V. B., Nosov V. R.** *Matematicheskaja teorija konstruirovaniya sistem upravleniya* (The mathematical theory of designing control systems), Moscow, Vyssh. shk., 2003, 614 p. (in Russian).
17. **Shiryayev A. N.** *O nekotorykh ponjatijah i stohasticheskikh modeljah finansovoj matematiki* (Some concepts and stochastic models of financial mathematics), *TVP*, 1994, vol. 39, no. 1, pp. 5—22. (in Russian).
18. **Vukobratovic M., Stojic R.** *Modern Aircraft Flight Control*, Springer-Verlag, 1988, 288 p.

А. Р. Гайдук, д-р техн. наук, проф., gaiduk_2003@mail.ru,

Южный федеральный университет, Кисловодский гуманитарно-технический институт,

Е. А. Плаксиенко, канд. техн. наук, доц., putka@mail.ru,

Таганрогский институт управления и экономики

Робастность редуцированных динамических систем автоматизации

Исследуется влияние динамики быстрой подсистемы, отсекаемой при синтезе, на робастную устойчивость динамических систем автоматизации, синтезированных на основе редуцированных различными методами моделей. Редуцированные системы получены методом аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям. Анализ робастной устойчивости осуществляется на основе критерия В. Л. Харитонова. Установлено, что отсекаемая динамика оказывает существенное влияние на робастную устойчивость редуцированных систем.

Ключевые слова: линейная динамическая система, математическая модель, спектральная декомпозиция, редукция, аналитический синтез, робастная устойчивость

Введение

Как известно, динамические системы автоматизации и управления высоких порядков, как правило, имеют регуляторы повышенной сложности. Эти системы характеризуются более высокой чувствительностью к изменениям структуры и параметров, т. е. пониженной робастностью [1–4]. В целях получения менее сложных систем автоматизации и повышения их робастной устойчивости часто осуществляют такие изменения моделей технологических процессов, при которых происходит уменьшение (редукция) числа дифференциальных уравнений, используемых при описании рассматриваемых процессов [1, 4–8]. При этом уменьшаются степени характеристических уравнений, т. е. порядки математических моделей. Это позволяет упростить устройства управления систем автоматизации, а также уменьшить сложность как решения задач синтеза и анализа, так и практической реализации редуцированных систем.

К настоящему времени разработано много методов редукции моделей линейных систем автоматизации, в основе которых лежит исключение "слабо влияющих связей", "малых постоянных времени", "быстро затухающих мод", а также балансировка моделей управляемых систем, синтез неполных систем и др. [1, 6–12]. Одним из наиболее ранних является метод обнуления малых постоянных времени (МПВ) [5–8], который применяется, когда знаменатели передаточных функций динамических систем имеют множители типа $(Tp + 1)$, с малыми значениями постоянных времени T . Эти множители соответствуют быстро затухающим составляющим переменных состояния и практически не влияют на качество систем автоматизации. При обнулении МПВ происходит понижение степени знаменателей передаточных функций, т. е. редукция модели системы. Для краткости в дальнейшем данный метод редукции будем называть *временной редукцией*.

Развитие методов исследования динамических систем в переменных состояния привело к разра-

ботке процедуры балансировки моделей линейных систем, основанной на таком преобразовании переменных системы, которое диагонализует ее матрицы управляемости и наблюдаемости [9–12]. Эта процедура позволяет осуществить "балансную редукцию" модели динамической системы в переменных состояния путем отсекающей части переменных, доставляющих меньшие вклады в динамику системы. При этом понижение порядка модели осуществляется с минимизацией нормы разности переходных матриц исходной и редуцированной динамических моделей [11, 12].

В работе [1] предложен новый метод *модальной редукции*, который заключается в спектральной декомпозиции моделей динамических систем в переменных состояния на "быструю" и "доминирующую" подсистемы и в последующей замене динамики быстрой подсистемы ее установившимся режимом. При этом предполагается, что быстрая подсистема включает быстро затухающие моды исходной модели, а доминирующая подсистема — все остальные ее моды. Однако если два предыдущих метода при одной и той же степени редукции приводят к единственной редуцированной модели, то метод модальной редукции, как правило, приводит к различным моделям.

Это связано с особенностью описания динамических систем в переменных состояния. Дело в том, что одной и той же динамической системе можно поставить в соответствие множество систем дифференциальных уравнений (моделей) в переменных состояния даже одного и того же порядка. Эти модели равнозначны с точки зрения соотношений "вход—выход", но имеют различные переменные состояния, обусловленные различными матрицами преобразования, посредством которых осуществляется спектральная декомпозиция исходной модели. Поэтому одной и той же исходной модели в переменных состояния соответствует множество "модально редуцированных" моделей, имеющих различные переменные состояния как быстрой, так и доминирующей подсистем. Редукция всех этих де-

композированных моделей осуществляется, естественно, путем исключения мод, соответствующих одним и тем же корням характеристического уравнения исходной модели системы, поскольку при линейных преобразованиях корни не меняются.

На основе изложенного нетрудно заключить, что и временная, и балансная, и модальная редукции фактически приводят к исключению динамики быстрой подсистемы рассматриваемого процесса из процедуры синтеза системы автоматизации или управления. Однако в действительности влияние исключенной динамики на устойчивость и другие свойства синтезированной редуцированной системы, естественно, сохраняется. В связи с этим представляет интерес сравнение различных методов редукции по тем свойствам, которые имеют системы автоматизации и управления, синтезированные на основе различных редуцированных моделей.

В данной работе на численных примерах изучается влияние указанных выше методов редукции на робастную устойчивость замкнутых систем. При этом рассматриваются редуцированные системы автоматизации, полученные методом аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям (АСС с УВВ) [13, 14].

1. Постановка задачи

Рассмотрим исходную математическую модель управляемого динамического объекта третьего порядка, которая описывается в переменных состояния уравнением вида

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \quad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}, \quad (1)$$

где, например,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0,6358 & 0,7254 & 0,5709 \\ 13,4134 & 8,0531 & 9,5669 \\ -16,0835 & -15,7079 & -18,4173 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0,689 \\ 0,5118 \\ 0,2205 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 5,6 \\ 5,5 \\ 3,75 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

При этом передаточная функция системы (1), (2) имеет вид

$$W_{yu}(s) = \frac{7,5s^2 + 81s + 188}{s^3 + 11s^2 + 8s - 20} = \frac{7,5s^2 + 81s + 188}{(s+10)(s+2)(s-1)}. \quad (3)$$

Далее на основе указанных выше методов редукции находится ряд редуцированных моделей управляемой системы (1), (2), и для каждой из них синтезируется методом АСС с УВВ замкнутая система. При исследовании робастной устойчивости синтезированных систем принимается, что передаточные функции (ПФ) редуцированных моделей имеют вид $W_{red}(s) = B_{red}(s)/A_{red}(s)$, и вводятся интервалы коэффициентов β_i и α_i полиномов $B_{red}(s)$ и

$A_{red}(s)$. С этой целью полагается $\beta_i = (1 \pm \tilde{\Delta}_{\beta_i})\beta_i^\circ$, $\alpha_i = (1 \pm \tilde{\Delta}_{\alpha_i})\alpha_i^\circ$, где β_i° , α_i° — расчетные значения коэффициентов указанных полиномов, а $\tilde{\Delta}_{\alpha_i}$, $\tilde{\Delta}_{\beta_i}$ — максимальные относительные отклонения, обусловленные погрешностями определения коэффициентов в выражениях (2). Оценка робастной устойчивости редуцированных замкнутых систем проводится по критерию В. Л. Харитонова с учетом отсеченной при синтезе динамики, а влияние методов редукции — путем построения границ робастной устойчивости этих систем.

2. Редукция и синтез систем

Временная редукция. В случае динамической системы (1), (2) ее ПФ (3) представим в виде

$$W_{yu}(s) = \frac{0,75s^2 + 8,1s + 18,8}{(Ts+1)(s+2)(s-1)},$$

где $T = 1/10$ можно считать малой постоянной времени. Поэтому, выполняя временную редукцию, т. е. полагая в последнем выражении $T = 0$, получим ПФ редуцированной модели в виде

$$W_{BP}(s) = \frac{0,75s^2 + 8,1s + 18,8}{(s+2)(s-1)} = \frac{B_{red}(s)}{A_{red}(s)}. \quad (4)$$

Для сравнения на рис. 1 приведены графики переходных функций, причем кривая 1 соответствует исходной модели, а кривая 2 — редуцированной модели (4). Так как исходная модель неустойчива, то приводятся лишь начальные участки переходных функций. Как видно, кривые 1 и 2 несколько отличаются.

Переходя к синтезу редуцированной системы, отметим, что в соответствии с методом аналитического синтеза систем с управлением по выходу и воздействиям [13, 14] искомое устройство управления описывается уравнением

$$R(s)u(s) = Q(s)g(s) - L(s)y(s), \quad (5)$$

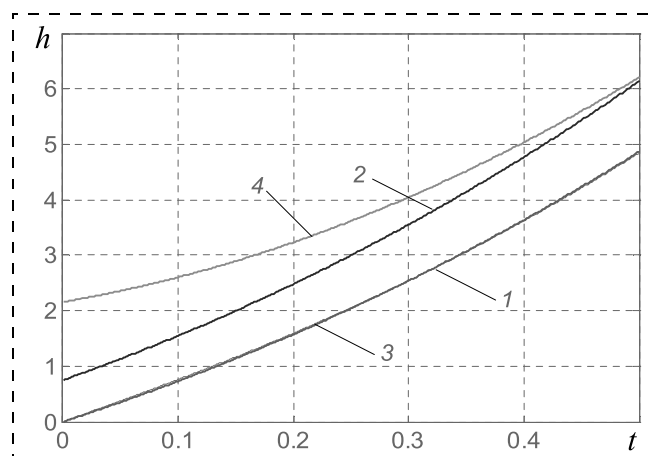


Рис. 1. Переходные функции исходной и редуцированных моделей

где $R(s)$, $Q(s)$, $L(s)$ — некоторые полиномы; $u(s)$, $g(s)$, $y(s)$ — изображения по Лапласу управления, задающего воздействия, и выходной переменной синтезируемой системы. Вид и степени полиномов $R(s)$, $Q(s)$, $L(s)$ определяются исходя из требований к качеству системы, условий разрешимости задачи синтеза, а также условий физической реализуемости уравнения (5).

На основе модели (4) синтезируем неполную, с астатизмом первого порядка к задающему воздействию систему управления с перерегулированием $\sigma^* \leq 2\%$ и длительностью переходного процесса не более $t_p^* = 0,85$ с. С этой целью, следуя работам [13, 14], положим $R(s) = sB_{\Omega}(s)\tilde{R}(s)$, где $B_{\Omega}(s)$ — нормированный полином, корни которого равны достаточно левым корням s_{Bi} полинома $B_{red}(s)$, т. е. таким, что $\text{Res}_{B_i} \leq -\eta_{sys}^*$, где $\eta_{sys}^* = 1,25$ — желаемая степень устойчивости синтезируемой системы. Множитель s в принятом выражении для полинома $R(s)$ обусловлен требованием астатизма первого порядка, так как $A_{red}(0) \neq 0$.

В общем случае $B_{red}(s) = \beta_m B_{\Omega}(s) B_{\bar{\Omega}}(s)$, здесь $B_{\bar{\Omega}}(s)$ — также нормированный полином, корни которого равны корням полинома $B_{red}(s)$, но не включен в число корней полинома $B_{\Omega}(s)$; β_m — коэффициент при старшей степени s^m полинома $B_{red}(s)$. Фактически в результате замыкания системы полином $B_{\Omega}(s)$ становится множителем характеристического полинома синтезируемой системы, теоретически делая ее неполной [14].

Примем также, что устройство управления (5) физически реализуемо, если его относительный порядок $\mu_{yy} \geq 1$, где $\mu_{yy} = \max\{r-l, r-q\}$, а $r = \deg R(s)$, $q = \deg Q(s)$ и $l = \deg L(s)$. При этих условиях расчетное уравнение "вход—выход" замкнутой редуцированной системы имеет вид

$$B_{\Omega}(s)\tilde{D}(s)y(s) = B_{\Omega}(s)Q(s)g(s), \quad (6)$$

где

$$\tilde{D}(s) = [A_{red}(s)s\tilde{R}(s) + \beta_m B_{\bar{\Omega}}(s)L(s)]. \quad (7)$$

Коэффициенты полинома $\tilde{D}(s)$ определяются методом стандартных передаточных функций (СПФ) на основе заданных показателей качества синтезируемой системы. Коэффициенты полиномов $\tilde{R}(s)$ и $L(s)$ находятся путем решения системы алгебраических уравнений, соответствующей полиномиальному уравнению (7) [13, 14].

- ♦ В случае передаточной функции (4) $\beta_m = \beta_2 = 0,75$, $B_{\Omega}(s) = s^2 + 10,8s + 25,067$, $B_{\bar{\Omega}}(s) = 1$, поэтому из условий разрешимости уравнения (7) и указанных условий физической реализуемости следует, что $\deg \tilde{R}(s) = 0$; $\deg L(s) = 2$, $\deg \tilde{D}(s) = n_{\tilde{D}} = 3$ [13, 14]. По значениям $v_g^* = 1$, $n_{\tilde{D}} = 3$ и $\sigma^* \leq 2\%$ из таблицы СПФ [14, с. 346] находим: $\Delta_0 = 1$,

$\Delta_1 = 2,2$, $\Delta_2 = 1,9$, $\Delta_3 = 1$, $\sigma_{таб} = 1,65\%$, $t_{таб} = 4,04$ с. Это позволяет найти коэффициенты полинома $\tilde{D}(s) = \delta_3 s^3 + \delta_2 s^2 + \delta_1 s + \delta_0$ по формуле

$\delta_i = \Delta_i \omega_0^{n_d - i}$, где $\omega_0 = t_{таб}/t_p^*$. В данном случае с некоторым запасом примем $\omega_0 = 5$, тогда $\delta_3 = 1$, $\delta_2 = 9,5$, $\delta_1 = 55$, $\delta_0 = 125$, а система алгебраических уравнений, соответствующая уравнению (7), здесь имеет вид

$$\begin{bmatrix} 0,75 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,75 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0,75 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \rho_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 125 \\ 55 \\ 9,5 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Ее решение определяет полиномы $\tilde{R}(s) = 1$, $L(s) = 11,333s^2 + 76s + 166,67$. Поэтому полиномы $R(s) = s^3 + 10,8s^2 + 25,067s$, $Q(s) = 166,67$, а уравнение устройства управления (5) в случае временной редукции (ВР) имеет вид

$$\begin{aligned} \text{УУ}_{\text{ВР}}: (s^3 + 10,8s^2 + 25,067s)u(s) = \\ = 166,67g(s) - (11,333s^2 + 76s + 166,67)y(s). \end{aligned} \quad (9)$$

Уравнение (9) описывает устройство, относительный порядок которого, очевидно, равен 1, что соответствует принятым условиям синтеза. Нетрудно убедиться, например, с помощью пакета MATLAB, что замкнутая редуцированная система (4), (9) имеет заданные показатели качества.

Балансная редукция. Эту операцию удобно выполнять в MATLAB с помощью функции "balancmr" [11, 12]. Применяя эту функцию к системе уравнений (1), (2), получим редуцированную модель

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_b = \begin{bmatrix} -1,474 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_b + \begin{bmatrix} 1,268 \\ 3,678 \end{bmatrix} u, \\ y = [-1,268 \ 2,278] \mathbf{x}_b. \end{aligned} \quad (10)$$

Передаточная функция полученной методом балансной редукции модели (10) имеет вид

$$W_{\text{бал}}(s) = \frac{6,71(s + 2,0617)}{s^2 + 0,474s - 1}. \quad (11)$$

Переходная функция балансной модели (10), (11) также приведена на рис. 1 (кривая 3), причем она практически совпадает с переходной функцией исходной модели (кривая 1). В этом заключается одна из особенностей балансных моделей, отличающих их от других редуцированных моделей динамических систем.

Замкнутая система синтезируется по передаточной функции (11) тем же методом, что и в случае временной редукции, но при $\tilde{D}(s) = s^4 + 7,7s^3 + 42,88s^2 + 120s + 150$, так как здесь полином $B_{\Omega}(s) = s + 2,0617$ имеет первую степень; коэффициент $\beta_m = \beta_1 = 6,771$, а полином $B_{\bar{\Omega}}(s) = 1$, по-

прежнему. В результате получим следующее уравнение "вход—выход" балансной редукции (БР):

$$\begin{aligned} & \mathcal{U}_{\text{БР}}: (s^3 + 8,762s^2 + 13,813s)u(s) = \\ & = 22,153g(s) - (5,638s^2 + 19,716s + 22,153)y(s). \end{aligned} \quad (12)$$

Отметим, что замкнутая система (10), (12) имеет те же заданные показатели качества.

Модальная редукция. Наиболее быстро затухающей модой рассматриваемой системы (1), (2), очевидно, является мода $c_1 e^{-10t}$, соответствующая корню $s_1 = -10$. Остальным корням характеристического полинома этой системы соответствуют "доминирующие (сравнительно медленно затухающая $c_2 e^{-2t}$ и возрастающая $c_3 e^t$) моды". Для краткости быстро затухающие моды далее будем называть быстрыми модами, а остальные — доминирующими модами.

В соответствии с методом спектральной декомпозиции проводится замена в уравнениях (1), (2) вектора $\mathbf{x}$ по формуле: $\mathbf{x} = \mathbf{P}_1 \mathbf{z}_1$ так, чтобы новый вектор $\mathbf{z}_1$ состоял из двух компонент: быстрой $-\mathbf{z}_1^{**}$ и доминирующей $-\mathbf{z}_1^*$ [1, 10].

В рассматриваемом случае быстрая компонента $\mathbf{z}_1^{**} = \mathbf{z}_1$ должна зависеть только от корня $s_1 = -10$, т. е. только от быстрой моды $c_1 e^{-10t}$, а доминирующая компонента $\mathbf{z}_1^*$ — от остальных корней характеристического полинома, т. е. от остальных мод системы.

Для этой цели можно воспользоваться, например, линейным преобразованием $\mathbf{x} = \mathbf{P}_1 \mathbf{z}_1$, где матрица $\mathbf{P}_1^{-1}$ — обратная к $\mathbf{P}_1$ — имеет вид

$$\mathbf{P}_1^{-1} = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,34 & 0,4 \\ -0,6667 & -0,0684 & 0,0874 \\ 0,2667 & -1,1465 & -1,7998 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Подвергая вектор состояния системы (1), (2) преобразованию $\mathbf{x} = \mathbf{P}_1 \mathbf{z}_1$, получим уравнения относительно переменных z_{i1} , $i = 1, 2, 3$. Для удобства дальнейшего рассмотрения запишем их в скалярной форме:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{11} &= -10z_{11} + 0,4u, \\ \dot{z}_{21} &= -8z_{11} + 0,335z_{21} - 0,291z_{31} - 0,475u, \\ \dot{z}_{31} &= 51z_{11} - 5,334z_{21} - 1,333z_{31} - 0,8u, \\ y &= 54z_{11} + 12z_{21} + 10,5z_{31}. \end{aligned} \quad (14)$$

Для проведения модальной редукции модели (14) быстрая компонента $z_{11} = z_{11}(t)$ в уравнениях доминирующих компонент z_{21} и z_{31} заменяется ее установившимся значением $z_{11}^\circ = \lim_{t \rightarrow \infty} z_{11}(t)$, при котором $\dot{z}_{11} = 0$. При этом условии из первого уравнения (14) вытекает равенство $z_{11}^\circ = 0,04u$. Полагая в остальных уравнениях (14) $z_{11} = z_{11}^\circ = 0,04u$, полу-

чим уравнения модально редуцированной модели, которые в векторно-матричной форме имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_1^* &= \begin{bmatrix} 0,335 & -0,291 \\ -5,334 & -1,333 \end{bmatrix} \mathbf{z}_1^* + \begin{bmatrix} -0,795 \\ 1,24 \end{bmatrix} u, \\ y &= [12 \ 10,5] \mathbf{z}_1^* + 2,16u. \end{aligned} \quad (15)$$

Как видно, полученная модель имеет более низкий порядок по сравнению с исходной моделью системы. ПФ модально редуцированной модели (15)

$$W_{\text{МР1}}(s) = \frac{2,16s^2 + 5,636s + 18,8}{s^2 + s - 2}. \quad (16)$$

Переходная функция модально редуцированной модели (15), (16) также приведена на рис. 1 (кривая 4). Как видно, она довольно сильно отличается от переходной функции исходной модели (1), (2).

Выполняя, как и выше, процедуру синтеза замкнутой системы по ПФ (16) при тех же условиях, найдем уравнение устройства управления для данного случая модальной редукции (МР):

$$\begin{aligned} & \mathcal{U}_{\text{МР1}}^*: (s^3 + 2,61s^2 + 8,704s)u(s) = \\ & = 57,87g(s) - (3,9352s^2 + 26,389s + 57,87)y(s). \end{aligned} \quad (17)$$

Однако аналогичную спектральную декомпозицию модели (1), (2) можно осуществить и с помощью других матриц, в частности, с помощью матриц, обратные к которым имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_2^{-1} &= \begin{bmatrix} 1 & 1,7 & 1 \\ -1,8 & -0,4 & -0,25 \\ 2 & -1,4 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_4^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1,7 & 2 \\ 0,4 & 1,2 & 0,5 \\ 2 & 1 & 0,5 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{P}_3^{-1} &= \begin{bmatrix} 0,2 & 0,34 & 0,4 \\ -0,1167 & 0,1317 & -0,0167 \\ 0,2667 & -0,3467 & -0,6333 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Подвергая уравнения системы (1), (2) преобразованиям $\mathbf{x} = \mathbf{P}_v \mathbf{z}_v$, получим уравнения относительно переменных z_{iv} , $v = 2, 3, 4$. Как и выше, запишем их в скалярной форме:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{12} &= -10z_{12} + 2u, \\ \dot{z}_{22} &= -z_{12} - z_{22} - 0,5z_{32} - 1,5u, \\ \dot{z}_{32} &= 21z_{12} - 4z_{22}, \\ y &= 6z_{12} + 3z_{22} + 2,5z_{32}; \\ \dot{z}_{13} &= -10z_{13} + 0,4u, \\ \dot{z}_{23} &= 6,542z_{13} - 2,677z_{23} + 1,833z_{33} - 0,0167u, \\ \dot{z}_{33} &= 23,833z_{13} - 1,333z_{23} + 1,667z_{33} - 0,133u, \\ y &= 21,5z_{13} + 6z_{23} + 7,5z_{33}; \\ \dot{z}_{14} &= -10z_{14} + 2u, \\ \dot{z}_{24} &= z_{14} - 3z_{24} + 4z_{34} + u, \\ \dot{z}_{34} &= 0,5z_{14} - z_{24} + 2z_{34} + 2u, \\ y &= z_{14} + 1,5z_{24} + 2z_{34}. \end{aligned} \quad (18)$$

Выполняя модальную редукцию моделей (18) по аналогии с моделью (14), получим еще три модально редуцированные модели системы (1), (2):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_2^* &= \begin{bmatrix} -1 & -0,5 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z}_2^* + \begin{bmatrix} -1,7 \\ 4,2 \end{bmatrix} u, \\ y &= [3 \ 2,5] \mathbf{z}_2^* + 1,2u; \\ \dot{\mathbf{z}}_3^* &= \begin{bmatrix} -2,667 & 1,833 \\ -1,333 & 1,667 \end{bmatrix} \mathbf{z}_3^* + \begin{bmatrix} 0,245 \\ 1,002 \end{bmatrix} u, \\ y &= [6 \ 7,5] \mathbf{z}_3^* + 0,86u; \\ \dot{\mathbf{z}}_4^* &= \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{z}_4^* + \begin{bmatrix} 1,2 \\ 2,1 \end{bmatrix} u, \\ y &= [1,5 \ 2] \mathbf{z}_4^* + 0,2u. \end{aligned} \quad (19)$$

Модально редуцированным моделям (19) соответствуют следующие ПФ:

$$\begin{aligned} W_{MP2}(s) &= \frac{1,2s^2 + 6,6s + 18,8}{s^2 + s - 2}, \\ W_{MP3}(s) &= \frac{0,86s^2 + 9,844s + 24,44}{s^2 + s - 2}, \\ W_{MP4}(s) &= \frac{0,2s^2 + 6,8s + 22,4}{s^2 + s - 2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Переходные функции модально редуцированных вариантов (19), (20) исходной системы (1), (2) приведены на рис. 2, где кривая 1 — это по-прежнему переходная функция исходной системы, а цифрами 2, 3 и 4 обозначены переходные функции, соответствующие моделям (19), (20). С учетом рис. 1 нетрудно заключить, что переходные функции модально редуцированных моделей могут отличаться как друг от друга, так и от переходной функции исходной системы довольно сильно. Вместе с тем, они могут быть и достаточно близкими к последней.

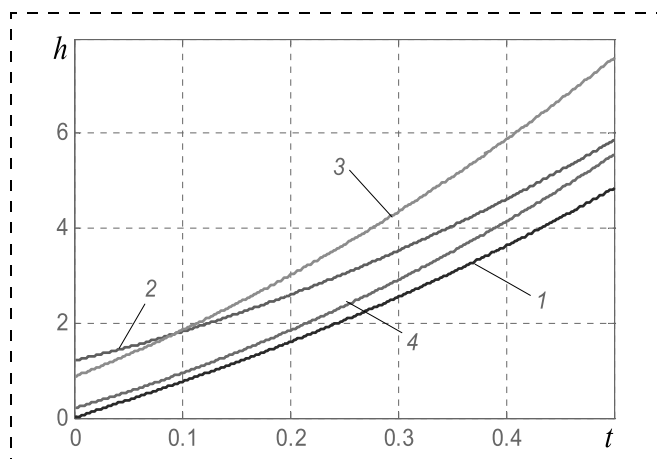


Рис. 2. Переходные функции исходной и модально редуцированных моделей

Для модально редуцированных моделей (19), (20) тем же методом [13, 14] и при тех же условиях, что и выше, получены три соответствующих варианта УУ:

$$\begin{aligned} \text{УУ}_{MP2}^*: (s^3 + 5,5s^2 + 15,667s)u(s) = \\ = 104,167g(s) - (7,0833s^2 + 47,5s + 104,167)y(s), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \text{УУ}_{MP3}^*: (s^3 + 11,45s^2 + 28,37s)u(s) = \\ = 145,349g(s) - (9,884s^2 + 66,28s + 145,349)y(s), \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \text{УУ}_{MP4}^*: (s^3 + 34s^2 + 112s)u(s) = \\ = 625g(s) - (42,5s^2 + 285s + 625)y(s). \end{aligned} \quad (23)$$

Судя по уравнениям (17) и (21)—(23), процедура модальной редукции может приводить к УУ_{MP}^* , параметры которых отличаются более чем в десять раз. Подчеркнем, что при этом показатели качества модально редуцированных замкнутых систем со всеми приведенными вариантами УУ_{MP}^* (при расчетных значениях параметров) одни и те же. Именно поэтому представляет значительный интерес вопрос о том, как различия модально редуцированных моделей сказываются на робастности соответствующих замкнутых систем.

3. Исследование робастной устойчивости

При исследовании влияния методов редукции управляемых систем на робастную устойчивость редуцированных систем, с учетом отсеченной при синтезе быстрой динамики исходной модели, используется, как отмечалось выше, критерий В. Л. Харитонова. С этой целью характеристический полином $D_{rs}(s, T)$ редуцированной замкнутой системы берется в виде

$$D_{rs}(s, T) = (Ts + 1)A_{red}(s)R(s) + B_{red}(s)L(s), \quad (24)$$

а все коэффициенты α_i и β_i полиномов $A_{red}(s)$, $B_{red}(s)$ заменяются выражениями $\alpha_i^\circ (1 \pm \Delta_{\alpha_i}/100)$ и $\beta_i^\circ (1 \pm \Delta_{\beta_i}/100)$, отражающими неточности в определении параметров управляемой системы (1), (2). При этом предполагается, что параметры реальных УУ равны расчетным значениям с пренебрежимо малой ошибкой.

Постоянная времени T , которая в соотношении (24) отражает влияние динамики быстрой подсистемы, отсеченной при синтезе, в процессе исследования изменяется от нуля до такого значения $T_{m, red}$, при котором замкнутая редуцированная система теряет устойчивость уже при $\Delta_{\alpha_i} = 0$ и $\Delta_{\beta_i} = 0$, т. е. при расчетных значениях параметров α_i° , β_i° .

В данной работе использовалась упрощенная компьютерная программа, позволяющая вводить одинаковые относительные отклонения параметров управляемой системы, т. е. $\Delta_{\alpha_i} = \Delta_{\beta_i} = \Delta$. Построение четырех интервальных полиномов В. Л. Хари-

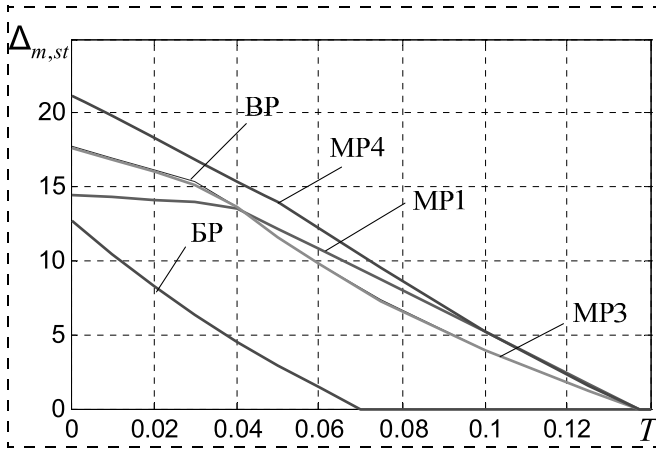


Рис. 3. Границы робастной устойчивости редуцированных систем

тонова, соответствующих заданным значениям Δ , а также проверка условий робастной устойчивости реализуются соответствующими подпрограммами.

На рис. 3 представлены соответствующие различным методам редукции графики, отражающие зависимость относительных отклонений $\Delta = \Delta_{m, st}$ от значений постоянной времени T . Здесь $\Delta_{m, st}$ — это отклонения параметров в % к расчетным значениям, критические по робастной устойчивости замкнутой редуцированной системы, т. е. если в выражении (24) $\Delta = \Delta_{m, st}$, то замкнутая система оказывается на границе робастной устойчивости.

На рис. 3 символами БР, ВР и МР обозначены границы устойчивости, соответствующие системам, синтезированным на основе балансной, временной и модальной редукции. При этом график, соответствующий системе, синтезированной по модели МР2 (с вектором состояния $\mathbf{z}_2^*$), не приведен, так как он практически полностью совпадает с графиком, соответствующим системе, синтезированной по модели МР1 (с вектором состояния $\mathbf{z}_1^*$).

Таблица 1

Допустимые отклонения $\Delta_{m, st}$

T, c	0,0	0,01	0,05	0,10	$T_{m, red}, c$
БР	17,80	17,0	11,58	3,92	0,137
ВР	12,78	10,40	2,92	0,00	0,0705
МР 1	14,46	14,29	12,17	5,25	0,137
МР 2	14,93	14,46	10,57	3,83	0,137
МР 3	17,69	16,85	11,55	3,89	0,137
МР 4	21,22	19,78	13,93	5,15	0,137

Таблица 2

Допустимые отклонения $\Delta_{m, st}$

T, c	0,0	0,01	0,05	0,10	$T_{m, red}, c$
БР	14,40	12,86	7,44	2,05	0,123
ВР	11,30	10,04	7,35	4,45	0,215
МР 1	11,31	10,41	7,37	4,48	0,217
МР 2	13,93	12,49	7,37	2,10	0,123

Практически совпадают и границы устойчивости редуцированных систем, синтезированных по моделям ВР и МР3.

Для большей наглядности полученных результатов в столбцах со 2-го по 5-й табл. 1 представлены критические значения отклонений $\Delta_{m, st}$ в %, соответствующие различным вариантам редукции и значениям T , равным: 0,0 с; 0,01 с; 0,05 с и 0,10 с.

Подчеркнем, что значения $\Delta_{m, st}$ на рис. 3 при $T = 0$ и второй столбец табл. 1 соответствуют отклонениям, критическим по робастной устойчивости расчетных замкнутых редуцированных систем.

В последнем столбце табл. 1 приведены значения постоянной времени T , при которых замкнутые редуцированные системы оказываются на границе устойчивости уже при расчетных значениях параметров. Как видно, в этом случае редуцированные системы, полученные методами временной и модальной редукции, характеризуются одним и тем же граничным значением $T_{m, red}$, которое в рассмотренных случаях равно 0,137 с.

В случае же балластной редукции это значение равно 0,0705 с, т. е. намного меньше. Меньшими, по сравнению с другими методами редукции, являются и значения критических отклонений $\Delta_{m, st}$ при $T \leq T_{m, red}$. Этот факт является наиболее неожиданным, так как при балластной редукции переходные функции редуцированной и исходной управляемой систем, как видно на рис. 1, являются наиболее близкими. Вероятнее всего, это обусловлено тем, что при балластной редукции изменяется динамика устойчивой части доминирующей подсистемы, в то время как при временной и модальной редукции динамика доминирующей подсистемы полностью соответствует динамике сохраняемой части исходной модели.

Рассмотренная выше система (1), (2), является неустойчивой. Кроме того, соответствующие ей редуцированные системы имеют передаточные функции (4), (16) и (20), у которых степени числителей и знаменателей одинаковы. В связи с этим аналогичные операции, т. е. редукция, синтез УУ и исследование робастной устойчивости, были выполнены и для другой исходной модели, в уравнениях (1) которой матрица и векторы имели вид

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0,1140 & -0,8637 & -0,2260 \\ 6,0874 & 7,5882 & 10,6909 \\ -10,1170 & -14,5180 & -18,9742 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -0,8270 \\ 3,3859 \\ -1,4646 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} -5,6 \\ -1,8 \\ -1,0 \end{bmatrix},$$

а передаточная функция

$$W_{yu}(s) = \frac{18s + 223}{s^3 + 11,5s^2 + 15,5s + 5} = \frac{18s + 223}{(s + 10)(s + 1)(s + 0,5)}.$$

В этом случае виды редукций и условия синтеза редуцированных устройств управления использовались те же, что и в первом случае. Аналогично, в столбцах со 2-го по 5-й табл. 2 приведены соответствующие этому случаю критические значения отклонений $\Delta_{m, st}$ в процентах, соответствующие различным методам редукции и при тех же значениях T , что и в табл. 1.

Общий характер изменения допустимых значений $\Delta_{m, st}$ при различных значениях постоянной времени T и в первом, и во втором случаях, очевидно, одинаков, т. е. с увеличением значения T допустимые по робастной устойчивости значения отклонений параметров уменьшаются. При этом система, полученная при балансной редукции, также имеет меньшую степень робастной устойчивости по сравнению с модально редуцированными системами.

Фактически влияние множителя $(Tr + 1)$ в рассмотренных случаях является структурным возмущением редуцированной системы [4, 14]. Таким образом, как и в случае нередуцированных систем, при достаточной интенсивности структурных возмущений редуцированные системы также теряют устойчивость даже при расчетных значениях параметров.

Заключение

Проведенное исследование робастной устойчивости редуцированных систем свидетельствует о существенном влиянии отсеченной при синтезе динамики на робастную устойчивость замкнутых динамических систем, уменьшая ее. Большинство методов редукции динамических систем заключается в отсечении быстрой динамики управляемых систем в процессе синтеза. Различные методы редукции, как правило, приводят к различным характеристикам робастности результирующих систем.

Практически все методы редукции применимы лишь при очень малой длительности отсекаемой динамики. В рассмотренных выше случаях отсеченная динамика незначительно уменьшала робастную устойчивость редуцированных систем, если только ее длительность примерно на порядок меньше длительности доминирующей динамики.

Полученные выше результаты позволяют также сделать следующие выводы.

1. Допустимые по робастной устойчивости отклонения $\Delta_{m, st}$ параметров технологических процессов и объектов управления могут служить "оценкой степени робастной устойчивости" как редуцированных, так и нередуцированных синтезируемых систем.

2. Чем больше длительность "быстрой динамики", отсеченной при синтезе замкнутых систем, тем меньше степень робастной устойчивости редуцированных систем.

3. Метод модальной редукции является неоднозначным и может приводить к редуцированным системам как с большей, так и с меньшей степенью робастной устойчивости по сравнению с временной редукцией.

4. Метод балластной редукции приводит к редуцированным системам с наименьшей степенью робастной устойчивости по сравнению с другими методами редукции.

5. Существует оптимальная модальная редукция линейных динамических управляемых систем, при которой степень робастной устойчивости замкнутых редуцированных систем является наибольшей.

С учетом широкой распространенности на практике редуцированных систем представляется целесообразной разработка метода синтеза модально редуцированных систем, обеспечивающего в заданных условиях наибольшую степень робастной устойчивости.

Список литературы

1. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Концепция модальной редукции моделей динамических систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 12. С. 2—8.
2. Тарарыкин С. В., Аполонский В. В. Методы синтеза редуцированных полиномиальных регуляторов динамических систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 2. С. 75—80.
3. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. О проблеме неробастности спектра в задачах модального управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 10. С. 8—13.
4. Гайдук А. Р., Бесклубова К. В. Исследование влияния структурных возмущений на устойчивость динамических систем // Наука и образование на рубеже тысячелетий. Сб. науч.-исслед. работ. Вып. 1. Кисловодск: Изд-во КГТИ, 2014. С. 42—49.
5. Топчиев Ю. И. Атлас для проектирования систем автоматического регулирования. М.: Машиностроение, 1989.
6. Тютиков В. В., Тарарыкин С. В. Робастное модальное управление технологическими объектами. Иваново: Изд-во ИГЭУ, 2006.
7. Gaiduk A. R., Stojkovic N. M. Formation of Transfer Function for Control Systems under Implementation Conditions // FACTA UNIVERSITATIS. Series: Automatic Control and Robotics. 2014. Vol. 13, N. 1. P. 15—25.
8. Нейдорф Р. А., Сашенко Д. С. Параметрический синтез законов управления на основе обобщенных корневых ограничений // Математические методы в технике и технологиях — ММТТ-16: Сб. тр. Междунар. науч. конф. Т. 2. СПб.: Изд-во СПбГТИ (ТУ), 2003. С. 67—69.
9. Балберин В. В. Сбалансированные модели скалярных систем // Электронное моделирование. 1988. Т. 10. № 5. С. 6—10.
10. Алиев Ф. А., Ларин В. Б., Ясинский С. А. О блочной диагонализации граммианов и редукции линейных управляемых систем // Известия РАН. Теория и системы управления. 1995. № 4. С. 16—24.
11. Glover K. All Optimal Hankel Norm Approximation of Linear Multivariable Systems and their L_∞ -error Bounds // International Journal Control. 1984. Vol. 39, N. 6. P. 1145—1193.
12. Safonov M. G., Chiang R. Y., Limebeer D. J. N. Optimal Hankel Model Reduction for Nonminimal Systems // IEEE Transaction on Automation Control. 1990. Vol. 35, N. 4. P. 496—502.
13. Гайдук А. Р., Плаксиенко Е. А. Синтез динамических систем по требуемым показателям качества // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 4. С. 7—12.
14. Гайдук А. Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (Полиномиальный подход). М.: Физматлит, 2012.

Robustness of the Reduced Automation Dumanic Systems

A. R. Gaiduk, gaiduk_2003@mail.ru✉,

Southern Federal University, Taganrog, 347928, Russian Federation;
Kislovodsk Humanitarian-Technical Institute, Kislovodsk, 337700, Russian Federation,

E. A. Plaksienko, pumkad@mail.ru,

Taganrog Institute of Management and Economics, Taganrog, 347900, Russian Federation

Corresponding author: **Gaiduk A. R.**, D. Sc., Professor,
Southern Federal University, Taganrog, 347928, Russian Federation;
Head of Department, Kislovodsk Humanitarian-Technical Institute,
Kislovodsk, 337700, Russian Federation, e-mail: gaiduk_2003@mail.ru

Received on January 08, 2016

Accepted on January 14, 2016

The article is devoted to the influence of various reduction methods of the mathematical models on the robust stability of the automation systems of the technological processes. As is known, these automation systems are designed on the basis of the reduced models. The automation systems of a high order are usually characterized by an increased complexity and high sensitivity to the parameters of deviations from the calculated values. Since the known parameters of the systems are always inexact, a high sensitivity (or low robustness) of the systems lowers sharply the quality of the automated technological processes. Reduction of the dynamic models of the technological processes is frequently applied to eliminate this drawback. The reduction of the models can be carried out by various methods such as elimination of the poorly influencing bonds and small time constants due to removal of the quickly changing variables (cutting of the quick dynamics), etc. The reduced models also allow us to design simpler regulators and more robust automation systems of the lower orders. Besides, a solution to the problem of the automation systems design becomes much easier. However, in a real automation system the cut off quick dynamics influences the properties of the reduced system. Exactly the influence of this cut off quick dynamics on the robust stability of the reduced automation systems is the subject of this work. The robust stability is estimated with the help of V. L. Kharitonov criteria. For solving of the problem the models are reduced by three various methods. The reduced automation systems are created by the analytical design method. The maximal admissible deviations of their parameters for the robust stability are studied with account of the quick dynamics cut off at the stage of designing. It was established, that the cut off quick dynamics rendered an essential influence on the robust stability of the reduced automation systems. The received results can be applied for development of the automation systems for the technological processes in the chemical, power engineering, aviation, machine-building and other sectors.

Keywords: technological process, linear dynamic system, mathematical model, spectral decomposition, reduction, analytical design, robust stability

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 13-08-00249.

For citation:

Gaiduk A. R., Plaksienko E. A. Robustness of the Reduced Automation Dynamic Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 17, no. 5, pp. 308–315.

DOI: 10.17587/mau/16.308-315

References

1. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *Koncepciya modal'noy redukcii modelei dinamicheskikh sistem* (The conception of modal reduction of models of controlled systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 12, pp. 2–8 (in Russian).
2. **Tararykin S. V., Apolonskiy V. V.** *Metody sinteza reduktirovannykh polinomial'nykh regulyatorov dinamicheskikh sistem* (Methods of synthesis of reduced polynomial controls dynamic systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 2, pp. 75–80 (in Russian).
3. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *O probleme nerobastnosti spektra v zadachakh modal'nogo upravleniya* (Concerning the problem of nonrobust of spectrum in tasks of modal control), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, no. 10, pp. 8–13 (in Russian).
4. **Gaiduk A. R., Besklubova K. V.** *Issledovanie vliyaniya strukturnykh vozmushcheniy na ustoychivost' dinamicheskikh sistem* (Research of influence perturbations on the stability of dynamical systems), *Nauka i Obrazovanie na Rubezhe Tysyacheletiy. Sbornik Nauchno-Issledovatel'skikh Rabot*, vol. 1, Kislovodsk, 2014, pp. 42–49 (in Russian).
5. **Topcheev Yu. I.** *Atlas dlya proektirovaniya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* (Atlas for the design of automatic control systems), Moscow, Mashinostroenie, 1989 (in Russian).
6. **Tyutikov V. V., Tararykin S. V.** *Robastnoe modal'noe upravlenie tekhnologicheskimi ob'ektami* (Robust modal control of technological plants), Ivanovo, 2006 (in Russian).
7. **Gaiduk A. R., Stojkovic N. M.** Formation of Transfer Function for Control Systems under Implementation Conditions, *FACTA UNIVERSITATIS. Series: Automatic Control and Robotics*, 2014, vol. 13, no. 1, pp. 15–25.
8. **Neydorf R. A., Sashenko D. S.** *Parametricheskiiy sintez zakonov upravleniya na osnove obobshchennykh kornevnykh ogranicheniy* (Parametric synthesis of control laws based on the generalized root restrictions), *Proceedings of the International Scientific Conference Mathematical Methods in Engineering and Technology MMET-16*, Russia, St. Petersburg, 2003, vol. 2, pp. 67–69 (in Russian).
9. **Balberin V. V.** *Sbalansirovannyye modeli skalyarnykh sistem* (Balanced model of scalar systems), *Elektronnoe Modelirovanie*, 1988, vol. 10, no. 5, pp. 6–10 (in Russian).
10. **Aliev F. A., Larin V. B., Yasinitskiy S. A.** *O blochnoy diagonalizatsii gramianov i redukcii lineynykh upravlyaemykh sistem* (About gramians' block diagonalization and reduction of linear control systems), *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Teoriya i Sistemy Upravleniya*, 1995, no. 4, pp. 16–24 (in Russian).
11. **Glover K.** All Optimal Hankel Norm Approximation of Linear Multivariable Systems and their L_∞ -error Bounds, *International Journal of Control*, 1984, vol. 39, no. 6, pp. 1145–1193.
12. **Safonov M. G., Chiang R. Y., Limebeer D. J. N.** Optimal Hankel Model Reduction for Nonminimal Systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, vol. 35, no. 4, pp. 496–502.
13. **Gaiduk A. R., Plaksienko E. A.** *Sintez dinamicheskikh sistem po trebuemym pokazatelyam kachestva* (The synthesis of dynamic systems on the required performances), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2008, no. 4, pp. 7–12 (in Russian).
14. **Gaiduk A. R.** *Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (Polinomial'nyy podkhod)* (The theory and analytical methods of automatic control systems design (polynomial approach), Moscow, Fizmatlit, 2012 (in Russian).

Д. Д. Климов, аспирант, daniil.klimov@gmail.com,
Ю. В. Подураев, д-р техн. наук, проф., проректор,
 Заслуженный работник высшей школы РФ, зав. каф., y.poduraev@stankin.ru,
 Московский государственный технологический университет "СТАНКИН"

Синтез структуры робототехнического комплекса высокоскоростной съемки динамических объектов

На основе изучения классических подходов к построению автоматизированных комплексов высокоскоростной съемки предложена оригинальная структура с двумя зеркалами, нивелирующая ряд недостатков известных структур. Приведены математические зависимости габаритных параметров, решение обратной задачи кинематики, алгоритм минимизации скоростей элементов комплекса. Также предлагается метод оценки параметров рабочей зоны.

Ключевые слова: робот, динамический объект, высокоскоростная камера, съемка, зеркало, оптимизация, оптические измерения

Введение

Во многих областях знаний, в частности, в военной и спортивной областях, а также в кинематографии и телевидении, существуют задачи, требующие фиксировать поведение динамического объекта с помощью высокоскоростной камеры. Например, для того чтобы правильно определить причины отказов снарядов, часто необходимо фиксировать его поведение на значительном участке траектории полета. Другим примером может быть изучение вращения спортивного мяча во время его полета или изучение полета птицы. Высокоскоростная съемка динамических объектов представляется актуальной задачей, различные ее применения последнее время демонстрировались на многих мировых выставочных площадках, в частности НАТ-Экспо [1] и RAE-2015 [2]. В существующих промышленных системах нередко не совмещены большой объем рабочей зоны и высокая скорость вектора поля зрения съемочного оборудования. В связи с этим

на сложных траекториях страдают показатели качества получаемой видеоинформации, такие как изобразительная способность, микросдвиг, освещенность кадра, глубина резкости, угловая разрешающая способность. Например, российские комплексы Вереск-ЭК и МАИК "Траектория" [3] обладают большой рабочей зоной, однако их максимальная азимутальная скорость вектора поля зрения находится в пределах $100^\circ/\text{с}$ и 80% соответственно. Напротив, такие промышленные системы, как Tracker² Flight Follower [4] или TrackEye Trajectory Tracker [5], использующие подвижное зеркало, имеют заметно более высокие скоростные параметры ($9000^\circ/\text{с}$), но рабочая зона ограничена исключительно азимутальной степенью подвижности. Японские ученые из токийского университета, применяя два зеркала (азимут/угол места), создали систему, позволяющую отслеживать объект со скоростями до $11\,400^\circ/\text{с}$, однако угол обзора системы также относительно мал — он не превышает 40° [6].

Основной задачей было совместить большой объем рабочей зоны, присущий системам с подвижной оптической частью, и высокую скорость, характерную для структур с подвижным зеркалом. В данной работе предлагается оригинальная двухзеркальная оптическая схема для робототехнического комплекса, которая позволяет выиграть в объеме рабочей зоны, скорости, а также, опционально, компенсировать искажения ориентации объекта в кадре.

Оптическая схема

В схему входят два зеркала (рис. 1). Вторичное зеркало установлено перпендикулярно плоскости xu в точке O' ($0, 0, l_m$) и имеет одну вращательную степень свободы,

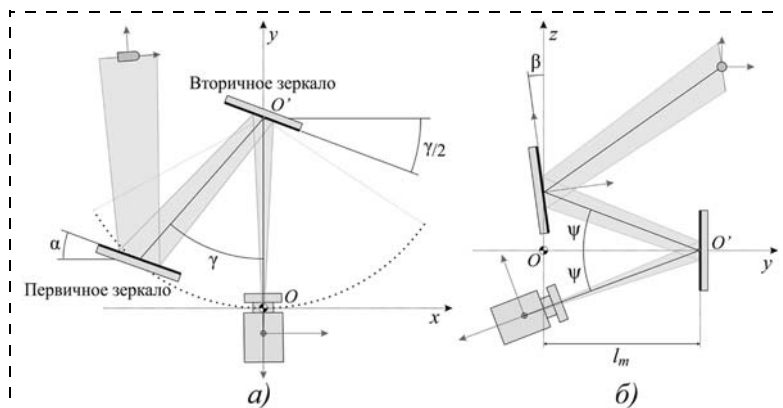


Рис. 1. Оптическая схема:
 а — вид сверху; б — вид сбоку

параллельную оси z . Первичное зеркало может перемещаться по круговой траектории вокруг центра вторичного зеркала на угол γ . Оно имеет две вращательные степени свободы — α (азимут) и β (возвышение). Траектория смещена по оси z на $l_m \sin \psi$. Оптическая ось камеры повернута вокруг точки O' на угол ψ .

Оба зеркала ориентируются в пространстве таким образом, чтобы свет от объекта съемки отражался в объектив камеры в каждый момент времени. Непараллельность плоскостей первичного и вторичного зеркал вводит искажение в ориентацию снимаемого объекта в кадре. Пользуясь тем фактом, что система позволяет наводиться на одну и ту же точку в пространстве под разным углом γ , искажение можно компенсировать, меняя этот угол в процессе съемок. В данной оптической схеме эффект тем более заметен, чем больше угол возвышения.

Структура робототехнического комплекса

В робототехническом комплексе оптическую схему предлагается реализовывать на базе промышленного манипулятора (рис. 2). При этом первичное зеркало устанавливается на фланец манипулятора таким образом, чтобы ось вращения шестой степени подвижности робота совпадала с азимутальной (α) степенью подвижности первичного зеркала. Вторичное зеркало устанавливается на дополнительную ось, также управляемую контроллером робота, для обеспечения синхронизации. Высокоскоростная камера устанавливается на неподвижном штативе перед вторичным зеркалом.

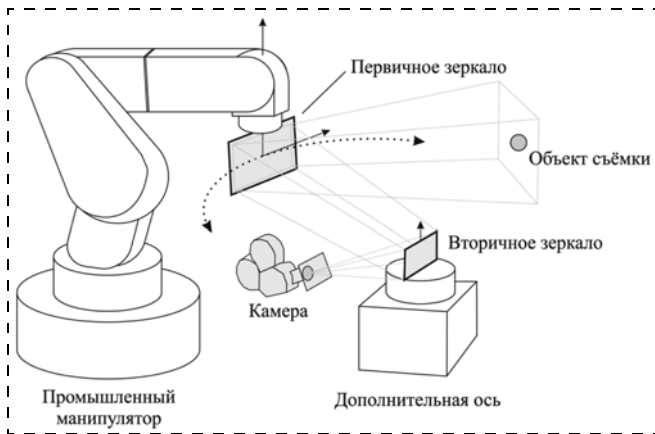


Рис. 2. Структура робототехнического комплекса

Обратная задача кинематики

Координаты первичного зеркала определяются следующим образом:

$$x_{mir} = l_m \sin \gamma; y_{mir} = l_m - l_m \cos \gamma; z_{mir} = -l_m \sin \psi, \quad (1)$$

где ψ — угол наклона оптической оси камеры; γ — угол поворота первичного зеркала вокруг центра вторичного зеркала. Вектор направления на объект съемки имеет вид

$$v = \begin{bmatrix} (x_{obj} - x_{mir}) \cos \gamma - (y_{obj} - y_{mir}) \sin \gamma \\ (x_{obj} - x_{mir}) \sin(-\gamma) + (y_{obj} - y_{mir}) \cos \gamma \\ z_{obj} - z_{mir} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где x_{obj} , y_{obj} , z_{obj} — координаты объекта съемки; x_{mir} , y_{mir} , z_{mir} — координаты первичного зеркала (1).

Вектор оптической оси камеры имеет вид

$$c = \begin{bmatrix} 0 \\ -l_m \cos \psi \\ -l_m \sin \psi \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Вектор нормали к поверхности первичного зеркала определяется векторной суммой нормализованных векторов направления на объект съемки (2) и оптической оси камеры (3):

$$m = \hat{v} + \hat{c}, \quad (4)$$

где $\hat{v}$ — нормализованный вектор направления на объект съемки, $\hat{c}$ — нормализованный вектор оптической оси камеры.

Вращательные степени подвижности первичного зеркала можно записать в виде

$$\begin{cases} \alpha = \gamma - \arctg\left(\frac{m_x}{m_y}\right) + \psi; \\ \beta = 90 - \arctg\left(\frac{m_z}{\sqrt{m_x^2 + m_y^2}}\right), \end{cases} \quad (5)$$

где m_x , m_y , m_z — компоненты вектора нормали к поверхности первичного зеркала (4); ψ — угол наклона оптической оси камеры; γ — угол поворота первичного зеркала вокруг центра вторичного зеркала, а углы α и β — вращательные степени подвижности первичного зеркала, которые ограничиваются конструктивными параметрами и должны входить в определенный диапазон.

Рабочая зона

Введем функцию видимости по направлению $V(\theta, \phi, \gamma)$, определенную как

$$V(\theta, \phi, \gamma) = \begin{cases} 1, & \alpha \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}] \wedge \beta \in [\beta_{\min}, \beta_{\max}]; \\ 0 & \text{в других случаях,} \end{cases} \quad (6)$$

где α и β считаются по формуле (5).

Так как из-за второго зеркала появляется возможность наводиться на одну и ту же точку в пространстве под разным углом, в сферической системе координат степень достижимости $A(\theta, \phi)$ по направлению предлагается определять процентом углов гамма (от общего диапазона), при которых функ-

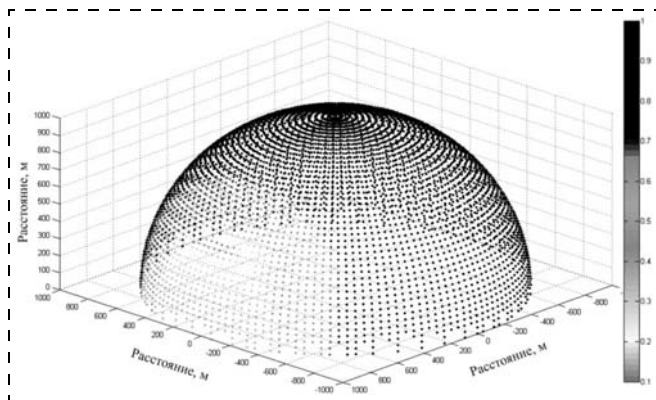


Рис. 3. Коэффициент достижимости рабочей зоны

ция видимости $V(\theta, \phi, \gamma)$ (6) дает ненулевой результат. Это можно выразить следующей формулой:

$$A(\theta, \phi) = \frac{\int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} V(\theta, \phi, \gamma) d\gamma}{\gamma_{\max} - \gamma_{\min}}. \quad (7)$$

В способе определения параметров рабочей зоны можно провести параллель с "коэффициентом сервиса" в промышленной робототехнике. На рис. 3 показана рабочая зона комплекса с двухзеркальной структурой. Для того чтобы комплекс был в состоянии навестись на любую точку на полусфере вокруг нулевой точки при условии, что угол между первичным и вторичным зеркалом не превышал 90° , диапазон угла γ должен быть равен (минимум) $\pm 60^\circ$.

Габаритные параметры

Минимальные требуемые размеры первичного и вторичного зеркал определяются (минимальным) фокусным расстоянием объектива и физическим размером матрицы высокоскоростной камеры, использующейся для съемок. Для вторичного зеркала верны следующие соотношения:

$$W_{SMir} = \frac{\left(\frac{L}{\cos\psi} - 1\right) W_m}{\cos(\gamma_{\max}/2)}; \quad (8)$$

$$H_{SMir} = \frac{W_{SMir}}{A \cos\psi},$$

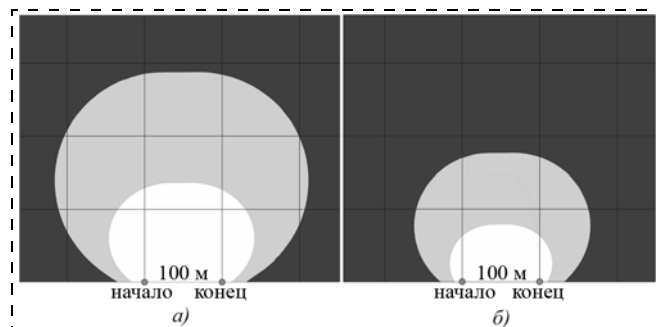


Рис. 4. Зона, разрешенная для установки системы:
а — однозеркальная структура; б — двухзеркальная структура

где W_{SMir} — ширина вторичного зеркала; H_{SMir} — высота вторичного зеркала; W_m — ширина матрицы (пленки); A — аспект матрицы (пленки); F — фокусное расстояние.

Для первичного зеркала верны следующие соотношения:

$$W_{PMir} = \frac{\left(\frac{2L}{\cos\psi} - 1\right) W_m}{\cos\left(\alpha - \frac{\gamma_{\max}}{2}\right)}; \quad (9)$$

$$H_{PMir} = \frac{W_{PMir}}{A \cos(\psi + \beta_{\max})},$$

где W_{PMir} — ширина первичного зеркала; H_{PMir} — высота первичного зеркала; W_m — ширина матрицы (пленки); A — аспект матрицы (пленки); F — фокусное расстояние.

Скоростные характеристики

Одним из преимуществ предлагаемой оптической схемы является возможность использования угла γ для уменьшения максимальной угловой скорости вращения первичного зеркала. При зафиксированном угле γ схема превращается в однозеркальную. Изменяя угол γ во время слежения за объектом, можно понизить максимальную угловую скорость α . Теперь встает задача создания алгоритма минимизации угловых скоростей элементов комплекса путем согласованного движения зеркал. Так как траектория может быть произвольной, возможен исключительно локальный подход. В данном случае для каждой соседних точек траектории в некой зоне поиска определяется такое смещение γ , при котором максимум скорости всех элементов комплекса (α, β, γ) минимален. Использование этого метода локальной оптимизации дает снижение максимальных угловых скоростей до 50 % для линейных траекторий и около 35 % — в среднем.

В качестве демонстрации полезности этого подхода было проведено сравнение классической однозеркальной и новой двухзеркальной структур.

Для этого взят участок горизонтальной траектории от точки "начало" до точки "конец" длиной 100 м при скорости объекта 1000 м/с. На рис. 4 темный участок — разрешенная зона установки для системы при максимальной угловой скорости элементов комплекса $100^\circ/\text{с}$. Как видно, двухзеркальная схема позволяет снимать динамический объект с расстояния 170 м, при однозеркальной — почти 300 м (размер сетки 100×100 м). Без применения зеркал зона увеличивается в два раза по сравнению с однозеркальной схемой.

Так как качество изображения изделия на снимке требует наиболее близкого расположения регистрирующей аппаратуры к исследуемому участку траектории [7], предложенная структура с двумя зеркалами представляется более предпочтительной.

Закключение

Повышение скорости вектора поля зрения, при прочих равных, позволит снимать динамические объекты с более близкого расстояния, что положительно повлияет на показатели качества получаемой видеoinформации, такие как микросдвиг, освещенность, глубина резкости, угловая разрешающая способность. Увеличенная рабочая зона удлинит участок видеофиксации и позволяет реализовывать сложные пространственные траектории.

Предложенная оптическая схема может применяться не только для съемок, но и для проецирования изображений на динамические объекты. При этом камера заменяется проектором. В отличие от некоторых промышленных аналогов, робототехнический комплекс с новой структурой позволит проводить съемку динамических объектов, двигающихся не только по линейным, но и по более сложным траекториям, в широком диапазоне скоростей, со-

вмещающая в себе преимущества систем как с подвижной оптической частью, так и с подвижным зеркалом.

Список литературы

1. URL: http://www.rusrs.ru/news-sirius/vysokoskorostnoe_oborudovanie_dlya_televeshchaniya_i_kinoproizvodstva_na_natexpo_2015/ (дата обращения 12.12.15)
2. URL: <http://www.ntiim.ru/info.php?x=traektor> (дата обращения 11.12.15)
3. Чупахин А. П., Савин М. Л. Особенности построения оптоэлектронных регистрирующих систем для траекторных измерений // Известия ТулГУ. Технические науки. 2014. Вып. 11. Ч. 2. С. 273—279.
4. URL: <http://specialised-imaging.com/products/tracker2-award-winning-flight-follower-system> (дата обращения 03.12.15)
5. URL: <http://www.imagesystems.se/image-systems-motion-analysis/products/track-eye.aspx> (дата обращения 10.12.15)
6. Okumura K., Oku H., Ishikawa M. High-speed gaze controller for millisecond-order pan/tilt camera // Robotics and Automation (ICRA). 2011 IEEE International Conference. P. 6186—6191.
7. Елисеев А. К., Чупахин А. П., Лебедев А. А. Расчет параметров работы наземных следящих оптических видеорегистраторов для испытаний боеприпасов // Матер. 3-й Всеросс. науч.-техн. конф. Рдудтовские чтения—2012. СПб.: Балт. гос. техн. ун-т., 2013. 240 с.

Synthesis of a Robotic System Structure for a High-Speed Recording of the Dynamic Objects

D. D. Klimov, daniil.klimov@gmail.com, Yu. V. Poduraev, poduraev@stankin.ru✉,
Moscow State Technological University "STANKIN", Moscow 127994, Russian Federation

Corresponding author: Poduraev Yuri V., D. Sc., Professor,
Head of Robotics and Mechatronics Sub-department,
Moscow State Technological University "STANKIN", Moscow, 127994, Russian Federation
e-mail: poduraev@stankin.ru

Received on January 18, 2015

Accepted on February 01, 2015

In many fields of knowledge there are tasks, which require filming of the behavior of a dynamic object with the use of high-speed cameras. Usually, the existing industrial systems do not combine a large work area and a high speed of filming of the equipment's field of view. In this regard, the quality parameters of the resulting footage, such as motion blur, illuminance, depth of field, angular resolution, suffer on complex trajectories. The goal of our work was to design a new robotic system structure, based on a study of the classical approaches of the automated high-speed flight follower systems. An original structure with two mirrors, leveling several disadvantages of the known structures, was proposed. The paper describes the mathematical dependencies of the size parameters, inverse kinematics and an algorithm for minimizing the velocity of the elements of the system. It also offers a method for estimation of the parameters of the work area. A robotic system based on the proposed optical layout will allow filming objects moving not only along the linear, but also more complex trajectories, in a wide range of speeds, combining the advantages of both the optical system with a moving camera and the panning mirror systems. The proposed optical layout allows us to reduce the angular velocities of the primary mirror during tracking, and it can be used not only for filming, but also for projecting images on dynamic objects.

Keywords: robot, flight follower, dynamic object, high speed camera, optical layout, mirror, optical measurements

For citation:

Klimov D. D., Poduraev Yu. V. Synthesis of a Robotic System Structure for a High-Speed Recording of the Dynamic Objects, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 17, no. 5, pp. 316—319.

DOI: 10.17587/mau/16.316-319

References

1. Available at: http://www.rusrs.ru/news-sirius/vysokoskorostnoe_oborudovanie_dlya_televeshchaniya_i_kinoproizvodstva_na_natexpo_2015/ [12.12.15]
2. Available at: <http://www.ntiim.ru/info.php?x=traektor> [11.12.15]
3. Chupahin A. P., Savin M. L. Osobennosti postroeniya optoelektronnykh registrirujushhih sistem dlja traektornykh izmerenij (Features of construction of optoelectronic registration systems for trajectory

measurments), *Izvestija TulGU. Tehnicheskie Nauki*, 2014, vol. 11, no. 2, pp. 273—279 (in Russian).

4. Available at: <http://specialised-imaging.com/products/tracker2-award-winning-flight-follower-system> [03.12.15]

5. Available at: <http://www.imagesystems.se/image-systems-motion-analysis/products/track-eye.aspx> [10.12.15]

6. Okumura K., Oku H., Ishikawa M. High-speed gaze controller for millisecond-order pan/tilt camera, *Robotics and Automation (ICRA)*, 2011 IEEE International Conference on, 2011, vol. 9—13, pp. 6186—6191.

7. Eliseev A. K., Chupahin A. P., Lebedev A. A. Raschjot parametrov raboty nazemnykh sledjashhih opticheskikh videoregistratorov dlja ispytaniy boeprispasov (The calculation of the parameters of the range optical tracking recorders for ammunition testing), *Rdultovskie Chtenija—2012: Materialy Tret'ej Vserossijskoj Nauchno-Tehnicheskoy Konferencii*, 2013, 240 p. (in Russian).

К. С. Шоланов, д-р техн. наук, проф., sholkor@jandex.kz, **К. А. Абжапаров**, Ph. D. студент, Казахский Национальный Исследовательский Технический Университет им. К. И. Сатпаева, г. Алматы, 05040, ул. Сатпаева, 22, Республика Казахстан

Обоснование возможности применения нового платформенного робота в качестве активной управляемой опоры

Рассматривается возможность применения нового платформенного робота в качестве активной шестиосной управляемой опоры для защиты объектов, технических устройств, сооружений от нештатных механических воздействий. Показано, что такая возможность может быть реализована, если механическая часть платформенного робота представляет собой шестиподвижный параллельный манипулятор с новой топологией структуры.

Представлены результаты экспериментов, подтверждающие возможность использования платформенного робота в качестве активной управляемой опоры и позволяющие сформулировать рекомендации для применения нового платформенного робота в качестве активной опоры. Показан пример применения платформенного робота в активной системе сейсмозащиты здания.

Ключевые слова: платформенный робот, функциональные возможности, двигательная реакция, гидропривод, активная управляемая опора

Введение

В настоящее время в различных сферах человеческой деятельности применяются платформенные роботы с топологией структуры параллельного манипулятора, подобной платформам Гофа—Стюарта (Gough—Stewart) [1—3]. Для параллельных манипуляторов этих роботов не существует в явном виде решения прямой задачи кинематики [3—6]. В таких платформенных роботах возникают проблемы, связанные с топологией структуры, при управлении, а также при эксплуатации, например, отказ одного привода ведет к нарушению работоспособности всего робота.

В данной статье рассматривается использование платформенных роботов в системе защиты объектов, технических устройств и сооружений от нештатных механических воздействий. Под нештатным механическим воздействием подразумевается силовое или кинематическое воздействие, приводящее к нежелательным последствиям. К нештатным механическим воздействиям можно отнести колебания земной коры в различных плоскостях с большой амплитудой при землетрясениях, колебание водной поверхности, воздействующее на плавающие средства, удары при посадке летающих средств и др.

Данная статья представляет собой продолжение работы [7], в которой был проведен кинематический анализ параллельного манипулятора SHOLKOR, а также на действующей модели выявлены его особенности и преимущества, обусловленные особенностями топологии структуры.

В данной статье ставится задача исследования возможности использования нового платформенного робота на базе манипулятора SHOLKOR в качестве шестиосной активной управляемой опоры, устанавливаемой между защищаемыми объектами и источником нештатных механических воздействий. Используемый в качестве активной управляемой опоры платформенный робот должен своевременно реагировать на действия источника нештатных возмущений и защитить объект от нежелательных последствий. С учетом этого платформенный робот

должен обладать определенной совокупностью функциональных возможностей и иметь требуемую двигательную реакцию, причем под двигательной реакцией понимается [8] время наиболее быстрого ответа в виде простого и заранее известного движения на внезапно появляющийся, но известный сигнал.

Функциональные особенности параллельного манипулятора

Механическая часть конструкции платформенного робота представляет собой шестиподвижный параллельный манипулятор SHOLKOR [9] с топологией структуры, представленной на рис. 1. Здесь показана нижняя платформа 1 и верхняя платформа 2, соединенные соединительными звеньями (СЗ) 3—8, имеющими возможность изменять свои длины. При этом соединительные звенья образуют с платформами в узлах A_1 , A_2 двухзвенные сферические соединения; в узлах B_1 , B_2 — трехзвенные сферические соединения; в узлах C_1 , C_2 — четырехзвенные сферические соединения. Именно особенности параллельного манипулятора SHOLKOR, описанные в статье [7], определяют важные функциональные возможности нового платформенного робота и являются основанием для выбора этого робота в качестве активной управляемой опоры. Отдельно отметим эти функциональные возможности.

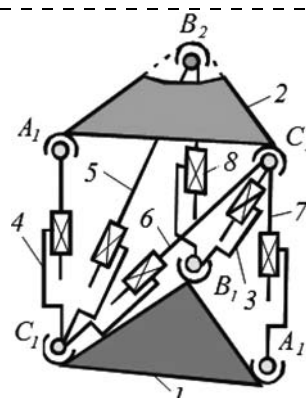


Рис. 1. Структурная схема параллельного манипулятора

Во-первых, с помощью управляемых приводов можно изменять длину любого из шести СЗ независимо от других. При этом в зависимости от длины СЗ подвижная платформа занимает строго определенное положение по отношению к неподвижной платформе.

Во-вторых, изменяя с помощью управляемых приводов заданным образом длины определенной совокупности СЗ одновременно или в произвольной последовательности, можно получить любое требуемое пространственное положение подвижной платформы. Следует отметить, что область возможных положений подвижной платформы ограничивается предельными (максимальными, минимальными) длинам СЗ или предельными углами поворотов звеньев в сферических соединениях.

В-третьих, топология структуры нового платформенного манипулятора, на базе которого создан платформенный робот, обеспечивает возможность пространственного движения любой платформы робота как ведущего звена. Из решения прямой задачи кинематики [7] следует, что можно получить пространственные движения верхней платформы относительно нижней двумя способами:

- (по Эйлеру) путем перемещения в пространстве заданной точки — узла C_2 — путем изменения длин СЗ 3, 6, 7, затем, выполняя сферическое вращение относительно узла C_2 , путем изменения длин СЗ 4, 5, 8. Так как каждому положению подвижной платформы соответствуют вполне определенные длины соединительных звеньев, то, наоборот, представляется возможным перемещать платформу как ведущее звено, при этом в зависимости от положения подвижной платформы длины СЗ как ведомых звеньев будут однозначно изменяться;
- аналогично можно перемещать нижнюю платформу относительно верхней, при этом будет изменяться другая совокупность СЗ.

Перечисленными выше возможностями не обладает ни одна из известных платформ Гофа—Стюарта. Именно благодаря этим функциональным возможностям рассматриваемый платформенный робот может быть использован в качестве активной управляемой опоры, в которой нижняя платформа как ведущее звено под действием источника механических воздействий может совершать пространственные движения относительно верхней платформы, связанной с защищаемым объектом.

Описание конструкции нового платформенного робота и его функционирования в качестве активной управляемой опоры

Для анализа возможности использования платформенного робота в качестве шестиосной активной опоры создана действующая модель платформенного робота (рис. 2, см. вторую сторону обложки).

Для того чтобы использовать робот в качестве активной опоры и обеспечить большую грузоподъемность в платформенном роботе применяются автоматически управляемые гидравлические приводы (функционально подобные управляемым амортизаторам). Платформенный робот оснащен тремя тен-

зометрическими датчиками 1, шестью магнитострикционными датчиками перемещения 2, шестью датчиками давления 3. Исполнительными устройствами робота являются шесть сливных 4 и шесть нагнетательных 5 электромагнитных клапанов, которые управляют шестью гидроприводами поступательного движения, имеющими одинаковые схемы функционирования. Гидросистема робота питается от единого гидронасоса 6.

Функциональная схема одного из гидроприводов в составе робота, установленного между защищаемым объектом 1 и источником 2 механических воздействий, представлена на рис. 3, где показаны нижняя 3 и верхняя 4 платформы. Привод состоит из гидроцилиндра 5 одностороннего действия с поршнем 6 и штоком 7. Между нижней платформой 3 и источником 2 установлен тензометрический датчик 8, измеряющий усилие, действующее на нижнюю платформу. Перемещение штока измеряется с помощью датчика перемещения 9.

Гидравлическая система состоит из насосной станции 10, нормально открытого нагнетательного электромагнитного клапана 11 и нормально закрытого сливного электромагнитного клапана 12, резервуара 13. Давление в полости цилиндра определяется с помощью цифрового датчика давления 15, верхняя и нижняя платформы соединены с гидроцилиндром сферическими шарнирами 14.

Механизм гашения нештатных механических воздействий основан на том, что в любой момент времени, управляя давлениями в верхних полостях шести гидроцилиндров, можно добиться уравнивания сил, действующих на верхнюю платформу, т. е. неподвижности верхней платформы, в то время как нижняя платформа может совершать нежелательные движения совместно с источником, оказывающим нештатные механические воздействия. Необходимые давления в верхних полостях гидроцилиндров поддерживаются с помощью нагнетательных 11 и сливных 12 управляемых электромагнитных клапанов. В зависимости от внешней нагрузки, определяемой тензометрическим датчиком 8, и от положения верхней платформы, определяемой датчиком перемещения 9, вычисляется требуемое давление жидкости в надпоршневой полости гидроцилиндра, которое сравнивается с действительным давлением, определяемым датчиком 15. Сигналом для срабатывания системы является сигнал рассогласования данных, поступивших от датчика давления 15, и требуемого значения давления. С по-

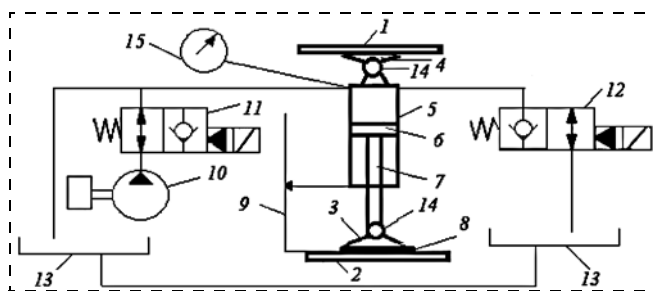


Рис. 3. Схема гидравлического привода в составе робота

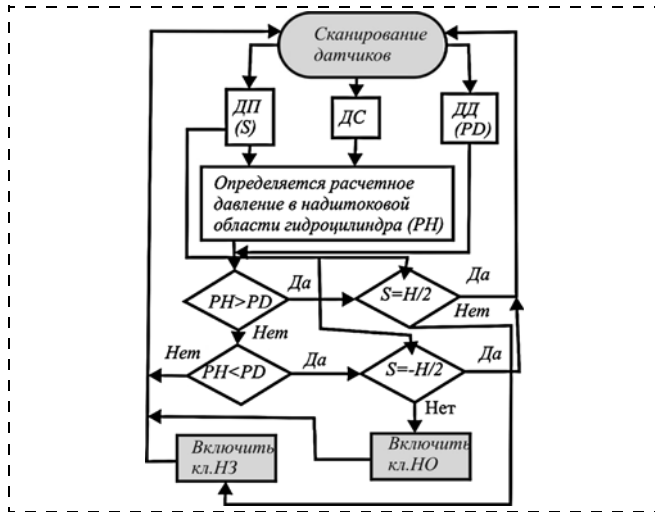


Рис. 4. Блок-схема алгоритма функционирования привода в режиме активной опоры

мощью нагнетательного 11 и сливного 12 клапанов устанавливается требуемое давление в полости гидроцилиндра.

Автоматизированное функционирование каждого из приводов робота, когда робот используется в качестве активной опоры, выполняется по алгоритму, блок-схема которого представлена на рис. 4, на котором приняты следующие обозначения: ДП — датчик перемещения; ДС — тензометрический датчик силы; ДД — датчик давления; НО — нагнетательный клапан (нормально открытый); НЗ — нормально закрытый сливной клапан. В начальном положении штоки гидроприводов перемещены на $1/2 H$ (H — ход). В соответствии с алгоритмом система управления сканирует датчики верхней платформы ДС, а также ДП, ДД в каждом приводе и определяет фактическое значение перемещения S , усилия и давления PD в надштоковой области гидроцилиндра. При известном положении робота (по датчикам положения) и усилиях, возникающих между нижней платформой в соединительных узлах, путем кинестатического расчета робота определяется расчетное значение PH давления в надпоршневой области в каждом приводе. Расчетные значения PH давления в полостях гидроцилиндров сравниваются с действительными значениями давления PD , и подается бинарный сигнал на один из клапанов. Если $PH > PD$, то открывается нагнетательный клапан НО, а сливной закрывается; если наоборот, то открывается сливной клапан НЗ, а нагнетательный закрывается. В случае когда давления равны, то состояние клапанов не изменяется. В случае когда шток находится в крайнем верхнем или в крайнем нижнем положении, состояние клапанов может изменяться только определенным образом или не меняться совсем. Например, шток достиг нижнего крайнего положения $S = -1/2 H$ при $PH > PD$, наливной клапан включать бессмысленно, следовательно, состояние этого клапана не должно меняться. Наоборот, при $PH < PD$ и $S = 1/2 H$ нет необходимости включать сливной клапан, что следует из блок-схемы.

Платформенный робот, используемый в качестве активной управляемой опоры, должен быстро реагировать на действие источника нештатных воздействий и не допускать, чтобы вредные возмущения оказывали действия на защищаемый объект. При этом эффективность функционирования активной опоры в значительной мере определяется двигательной реакцией платформенного робота. Вместе с тем, двигательная реакция робота зависит от двигательной реакции управляемых гидроприводов. В связи с этим ниже проводится экспериментальное исследование двигательной реакции управляемых приводов с применением действующей модели робота (см. рис. 2 на второй стороне обложки).

В управляемом гидроприводе присутствуют различные по физической природе и по выполняемым функциям элементы, например, программные и аппаратные средства автоматизированного управления; электромагнитный клапан; магистраль, по которой перемещается рабочая жидкость (РЖ); гидродвигатель в виде гидроцилиндра одностороннего действия со штоком и возвратной пружиной. Указанные элементы в совокупности оказывают влияние на двигательную реакцию гидропривода. При этом ввиду значительного быстродействия современной микропроцессорной техники и, как следствие, малости времени реакции (запаздывания) аппаратных и программных средств управления основное внимание уделено исследованию двигательной реакции гидропривода. Следует отметить, что при проектировании приводов платформенного робота оценивать двигательную реакцию гидропривода можно на основе компьютерного моделирования динамических звеньев, а именно: электромагнитного клапана, магистрали, по которой перемещается РЖ, гидродвигателя в виде гидроцилиндра одностороннего действия со штоком и возвратной пружиной. В этом случае двигательная реакция управляемого гидропривода равна некоторой сумме двигательных реакций составляющих элементов, которые могут быть оценены по их динамическим характеристикам, например по некоторой доле от постоянной времени. Двигательная реакция — это время, намного меньшее, чем постоянная времени, так как характеризует время, при котором выходная величина достигает минимально заметного значения. Поэтому в первом приближении можно считать, что двигательная реакция равна $1/3$ постоянной времени. Двигательная реакция, полученная на основе моделирования, может использоваться в качестве сравнительной характеристики при выборе и проектировании приводов. Так как методы анализа динамических звеньев тривиальны, то ниже основное внимание уделяется экспериментальному исследованию двигательных реакций гидроприводов двух разновидностей.

Для анализа двигательной реакции реальных приводов проведено экспериментальное исследование зависимостей от времени давления РЖ в напорной магистрали и перемещения штоков гидропривода. Для проведения экспериментов на верхнюю

платформу робота помещали груз заданной массы 15 кг. Датчики перемещения устанавливали в среднем положении штоков, когда они выдвинуты на половину рабочего хода. С помощью тензометрических датчиков и датчиков давления определяли значения усилий, действующих на шток, и давлений в надпоршневых полостях гидроцилиндров. Эти значения обрабатывались в контроллере и использовались программой, управляющей роботом. Затем, в соответствии с заданной последовательностью, блок управления осуществлял управление движением платформы робота. Данные, полученные от информационно-измерительной системы, обрабатывались контроллером по заданной программе, и на экран монитора в системе SCADA выводились графики зависимости перемещения штока и давления в гидроцилиндре. На рис. 5 (см. вторую сторону обложки) приведены графики экспериментальных исследований, полученные для двух приводов платформенного робота, а именно для гидроприводов 6 (рис. 5, а) и 7 (рис. 5, б), показанных на рис. 1. На графиках, полученных в SCADA, показаны зависимости перемещения (красной линией) и давления (синей линией) от времени за период времени 2 мин. При этом показаны соответствующие фазы открытия нагнетательного клапана.

Следует отметить, что в гидроприводе 6 диаметр поршня гидроцилиндра $d_1 = 16$ мм, а в гидроприводе 7 диаметр поршня $d_2 = 20$ мм, причем оба гидропривода являются односторонними с возвратной пружиной. В гидроприводе 7 поршень имеет дросселирующие отверстия, а в гидроприводе 6 дросселирование не предусмотрено.

Для масштабирования времени на графиках, полученных в реальном масштабе времени, ось разбита на 620 равноудаленных отрезков. Таким образом, введена шкала с ценой деления 0,19 с. В результате из данных графиков на рис. 5, а следует, что перемещение штока в гидроприводе 6 начинается через 0,76 с после появления давления РЖ в полости гидроцилиндра. При проведении экспериментов с гидроприводом 7 дополнительно наблюдалось состояние нагнетательного клапана. На рис. 5, б показано время открытия нагнетательного клапана, которое соответствует окончанию жирной красной полосы. Из графиков следует, что через 4,5 с после открытия клапана наблюдается изменение давления в полости гидроцилиндров. Очевидно, это запаздывание объясняется сопротивлением магистрали РЖ. Сравнение графиков давления и перемещения показывает, что перемещение штока начинается через 4,56 с после того, как появляется давление в полости гидроцилиндра. Полученные временные показатели, характеризующие двигательные реакции элементов, входящих в состав гидроприводов, позволяют сделать следующие заключения: наибольшим временем двигательной реакции обладает магистраль РЖ; время двигательной реакции гидропривода с дросселирующими отверстиями в поршне в 6 раз больше, чем в гидроприводе без дросселирования.

Результаты экспериментальных исследований показали, что для улучшения двигательной реак-

ции привода необходимо совместное исполнение в гидроприводе исполнительных устройств и гидравлической аппаратуры управления, т. е. необходимо применение мехатронных гидравлических приводов исключения влияния магистрали РЖ. Вместе с тем, эксперименты показали, что неэффективно применение дросселирующих элементов в гидроприводах платформенных роботов, используемых в качестве активных управляемых опор.

Пример применения платформенного робота в системе активной сейсмозащиты

В настоящее время рекомендуется применение активной системы сейсмозащиты зданий и сооружений, использующей активные управляемые опоры. Таким образом, платформенный робот, рассмотренный в данной работе, может быть применен в системе активной сейсмозащиты. В качестве примера использования платформенного робота на рис. 6 представлена комбинированная система сейсмозащиты [10], состоящая из пассивных и активных систем сейсмозащиты. В этой системе между наземной частью здания 1 и фундаментом 2 с нижней части основания 3 устанавливаются пассивные сейсмоизолирующие устройства, например кинематический фундамент 4 (могут быть использованы шары). Кроме того, с боковых сторон нижней части здания для погашения горизонтальных сил действия земной коры (в основном приводящих к разрушениям) применяется система активной сейсмозащиты. Эта система образуется платформенными роботами 5, число которых устанавливают расчетным путем. В данной системе часть платформ роботов связана с фундаментом 2, при землетрясении эти платформы совершают пространственные движения вследствие движения земной коры. Другая часть платформ роботов связана со зданием. Благо-

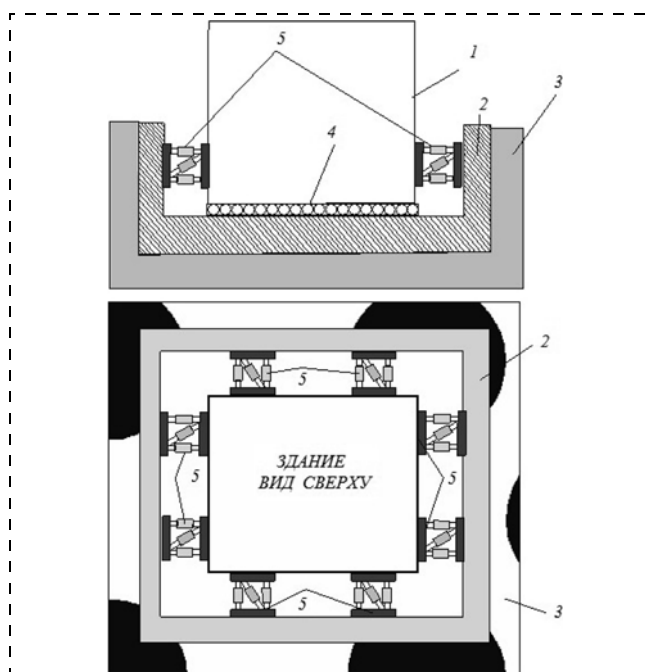


Рис. 6. Схема комбинированной системы сейсмозащиты

даря действиям автоматической системы управления роботов в качестве активной опоры, описанной выше, эти платформы остаются неподвижными, тем самым движение земной коры при землетрясении не передается на здание.

Заключение

Платформенный робот, механическая часть которого представляет параллельный манипулятор с новой топологией структуры, имеет функциональные возможности, позволяющие использовать робот в качестве активной управляемой опоры для защиты технических объектов, зданий, сооружений от нештатных механических воздействий.

Для обоснования возможности применения платформенного робота в качестве активной опоры создана действующая модель робота. Этот робот оснащен шестью гидроприводами с одинаковыми составными элементами. Создан алгоритм управления приводами в режиме активной опоры. Функциональная возможность платформенного робота своевременно реагировать на действие источника нештатных воздействий определяется его двигательной реакцией, которая зависит от двигательных реакций управляемых приводов. Из результатов экспериментального исследования значения двигательных реакций гидроприводов следует, что для улучшения двигательной реакции привода необходимо

применение мехатронных гидравлических приводов без дросселирующих элементов. Значение двигательной реакции, равное 0,76 с, полученное для гидропривода без дросселирующих отверстий, свидетельствует о том, что платформенный робот можно использовать в качестве активной управляемой опоры.

Приведенная схема комбинированной системы сейсмозащиты демонстрирует применение в перспективе платформенных роботов в качестве управляемых активных опор.

Список литературы

1. Gough V. E. Contribution to discussion of papers on research in Automobile Stability, Control and Tyre performance // *Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng.* 1956. P. 392–394.
2. Stewart D. A platform with six degrees of freedom // *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers*. London. 1965. Vol. 180, N. 15. P. 371–385.
3. Dasgupta B., Mruthyunjaya T. S. The Stewart platform manipulator: a review // *Mechanism and Machine Theory*. 2000. P. 15–40.
4. Merlet J. P. *Parallel Robots*, Springer, Dordrecht, 2006.
5. Angeles J. *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods and Algorithms* (Second Ed.). Springer, 2002. 520 p.
6. Nanua P., Waldron K. J., Murthy V. Direct Kinematic Solution of a Stewart platform // *IEEE Trans. On Robotics and Automation*. 1990. Vol. 6. P. 438–444.
7. Шоланов К. С. Синтез схемы строения и решение задачи позиционирования параллельного манипулятора платформенного типа // *Мехатроника, автоматизация и управление*. 2014. № 11. С. 44–50.
8. Малинецкий Г. Г. *Робототехника, прогноз, программирование*. М.: Изд. ЛКИ, 2008.
9. Sholanov K. S. Platform robot manipulator WO/2015/016692 05.02.2015.
10. Sholanov K. S. Combined earthquake protection system (variants). WO2015/099519A1, 02.07.2015

Feasibility Study of Application of the New Robot Platform as an Active Controllable Support

K. S. Sholanov, sholkor@jandex.kz✉, K. A. Abzhaparov,

Kazakh National Science Technical University, Almaty, 05040, Republic of Kazakhstan

Corresponding author: Sholanov Korganbai S., D. Sc., Professor, Kazakh National Science Technical University, Almaty, 05040, Republic of Kazakhstan, e-mail: sholkor@jandex.kz

Received on December 09, 2015

Accepted on December 15, 2015

The article presents results of the feasibility study of a new robotic platform as an active six-axis-driven support for protection of the facilities, technical equipment and structures from the extraordinary mechanical influences. It was demonstrated that such a system can be realized, if the mechanical part of the platform of the robot is a six-movable parallel arm with a new topology structure. In order to substantiate the use of a platform robot as an actively controllable support, a working model was created of the robot platform with the hydraulic drives, which ensured functioning of the robot platform as a controllable support. In order to evaluate the reaction of the robot to the changing external perturbations, the indicator of the motor reaction was used. For analysis of the motor reactions of the real-sided spring return actuator with throttling holes in the piston and without throttling apertures, an experimental study was done on the current model of the robot platform. The experimental results confirmed the possibility of using the robot as a platform for an actively controllable support and allowed to formulate recommendations for application of the new platform as an active support. An example is presented of the use of the robot platform system in an active seismological protection system for buildings.

Keywords: robot platform, functionality, motor response, hydraulic, active controllable support

For citation:

Sholanov K. S., Abzhaparov K. A. Feasibility Study of Application of the New Robot Platform as an Active Controllable Support, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, vol. 17, no. 5, pp. 320–324.

DOI: 10.17587/mau/17.320-324

References

1. Gough V. E. Contribution to discussion of papers on research in Automobile Stability, Control and Tyre performance, *Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng.*, 1956, pp. 392–394.
2. Stewart D. A platform with six degrees of freedom, *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers*, London, 1965, vol. 180, no. 15, pp. 371–385.
3. Dasgupta B., Mruthyunjaya T. S. The Stewart platform manipulator: a review, *Mechanism and Machine Theory*, 2000, pp. 15–40.

4. Merlet J. P. *Parallel Robots*, Springer, Dordrecht, 2006.
5. Angeles J. *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory, Methods and Algorithms* (Second Ed.), Springer, 2002, 520 p.
6. Nanua P., Waldron K. J., Murthy V. Direct Kinematic Solution of a Stewart platform, *IEEE Trans. On Robotics and Automation*, 1990, vol. 6, pp. 438–444.
7. Sholanov K. S. Synthesis of the Schematic Structure and Solving the Task of Positioning of a Parallel Platform Manipulator, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 11, pp. 44–50 (in Russian).
8. Malinetsky G. G. *Robotechnics, Prediction, Programming* / under the editorship of, Moscow, LKI Publishing House, 2008.
9. Sholanov K. S. Platform robot manipulator WO/2015/016692 05.02.2015.
10. Sholanov K. S. Combined earthquake protection system (variants). WO2015/099519A1, 02.07.2015.

Ю. И. Бегичев¹, канд. техн. наук, доц., науч. сотр., begichevy@mail.ru,

А. Г. Варочко², д-р экон. наук, директор и гл. конструктор,

Л. О. Котицын¹, канд. техн. наук, нач. лаб., burlenka@list.ru,

О. А. Михайленко³, канд. техн. наук, директор, moa@mvsplus.ru,

М. М. Сильвестров¹, д-р техн. наук, проф., гл. науч. сотр.

¹ АО "НИИ авиационного оборудования",

² ФГУП "ЦЕНКИ" — "КБ Мотор",

³ ЗАО "МВС глобальные телекоммуникации+"

Концепция построения эргатической воздушно-космической системы мониторинга окружающей среды, наземных и морских объектов

Обоснована концепция построения воздушно-космической системы мониторинга окружающей среды, содержащей многоцелевые беспилотные и пилотируемые летательные аппараты, наземный передвижной комплекс мониторинга стационарных и подвижных наземных объектов, системы спутниковой навигации и связи (ГЛОНАСС, "Гонец", "Ямал", Indium, Galileo), многофункциональную космическую систему "Арктика", космические аппараты связи ФГУП "Космическая связь", наземный мобильный пункт управления системой мониторинга, воздушный пункт контроля и дистанционного управления многоцелевыми беспилотными летательными аппаратами, при решении задач защиты окружающей среды.

Ключевые слова: система мониторинга, мобильная спутниковая связь, информационно-управляющая система, эргатический интерфейс, модуль эталонного маневрирования, информационная командно-лидерная индикация, информационно-управляющее поле, образ цели управления, мнемокадр

Введение

Изменения, вносимые человеком в природную среду, и экологические эффекты, порождаемые его деятельностью, имеют крупномасштабный региональный, а часто и глобальный характер. Это приводит к необходимости комплексного проведения долгосрочных наблюдений, оценки и прогноза изменения состояния окружающей среды под влиянием антропогенных факторов [5, 7, 8].

Основными задачами мониторинга окружающей среды являются:

- наблюдение за состоянием биосферы;
- оценка и прогноз состояния окружающей природной среды;
- выявление факторов и источников антропогенных воздействий на окружающую среду;
- оценка последствий изменения показателей состояния окружающей среды;
- предупреждение о возникающих критических ситуациях, вредных или опасных для жизнедеятельности и здоровья людей и других живых организмов;
- принятие решений для ликвидации причин отклонения показателей и обеспечение заблаговременного предупреждения негативных ситуаций.

Рациональное природопользование предполагает управление природными процессами, а чтобы

управление было достаточно эффективным, необходимо иметь данные о динамических свойствах этих объектов, их изменении в результате антропогенного воздействия и предвидеть последствия вмешательства человека в ход естественных процессов. Эта информация нужна в повседневной жизни людей, при ведении хозяйства, в строительстве, при чрезвычайных обстоятельствах — для оповещения о надвигающихся опасных явлениях природы.

Анализ характеристик антропогенного изменения промышленно-экологической среды показал, что изменения, вносимые человеком в природную среду, и экологические эффекты, порождаемые его деятельностью, имеют глобальный характер. Как показывают аэрокосмические снимки, воздействие хозяйственной активности людей заметно на почти 60 % суши, а в некоторых зонах эта цифра достигает 98 %.

Очевидно, что из-за большой размерности районов антропогенного воздействия без воздушно-космических средств мониторинга окружающей среды нельзя своевременно ни выявить эти районы, ни проследить динамику изменения окружающей среды, ни дать полной картины происходящего вокруг нас, что свидетельствует об актуальности дальнейшего совершенствования методов, средств и систем мониторинга.

В соответствии с этим в настоящее время остро стоит проблема создания системы воздушно-космического мониторинга и защиты окружающей среды и наземных объектов с использованием спутниковых систем навигации и мобильной спутниковой связи, пилотируемых летательных аппаратов, многоцелевых беспилотных летательных аппаратов (МБЛА) с большой дальностью и продолжительностью полета, передвижного комплекса мониторинга стационарных и подвижных наземных объектов, а также средств получения и передачи данных в натуральном масштабе времени.

Концепция построения эргатической воздушно-космической системы мониторинга

Авторами разработана концепция эргатической воздушно-космической системы мониторинга окружающей среды, основанной на:

- иерархическом принципе построения системы;
- аппаратной, функциональной и алгоритмической интеграции наземной и воздушной составляющих системы;
- использовании всех ресурсов системы для решения текущей задачи и полетного задания в целом;
- наличии интегрированного наземного пункта управления;
- обеспечении рационального взаимодействия наземного пункта управления с группой беспилотных и пилотируемых летательных аппаратов, а также с мобильной спутниковой связью;
- обеспечении комфортных условий работы операторов;

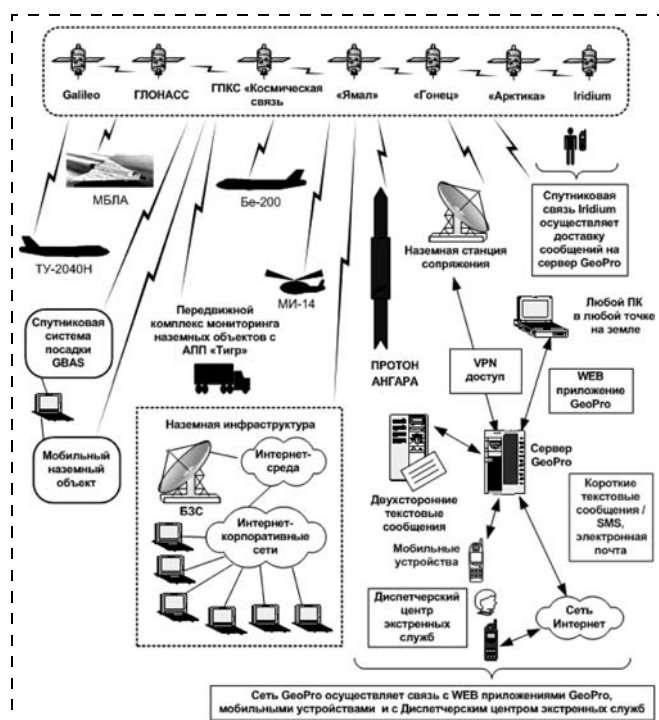


Рис. 1. Схема аэрокосмического мониторинга окружающей среды и наземных объектов

- использовании систем интеллектуальной поддержки операторов;
- применении защищенных каналов связи операторов с наземным пунктом управления, потребителями результатов мониторинга, группой МБЛА и пилотируемыми летательными аппаратами;
- применении интегрированного комплекса бортового оборудования МБЛА с учетом отсутствия на борту МБЛА человека;
- максимальном уровне автоматизации функционирования (автономности работы в условиях отсутствия аэродромной сети);
- использовании интеллектуальных алгоритмов управления в комплексе бытового оборудования (КБО) МБЛА;
- возможности транспортировки и перебазирования своим ходом;
- обеспечении многократности применения системы.

На рис. 1 представлена схема аэрокосмического мониторинга окружающей среды и наземных объектов с использованием спутниковых систем, беспилотных и пилотируемых авиационных комплексов.

Обоснованы принципы комплексирования эргатической воздушно-космической системы мониторинга на базе беспилотных и пилотируемых летательных аппаратов, спутниковых навигационных систем, мобильной спутниковой связи и передвижного комплекса мониторинга стационарных и подвижных наземных объектов, структура которой представлена рис. 2.

Применение воздушно-космической системы мониторинга в соответствии со схемами рис. 1 и 2 обеспечивает решение следующих гражданских задач:

- мониторинг чрезвычайных ситуаций и их последствий;
- патрулирование сухопутных и морских границ;
- геологоразведка;
- цифровая картография;
- производственно-экологический мониторинг;
- мониторинг земной поверхности и загрязнений;
- обнаружение возгораний и контроль за пожарами;
- спасение на море;
- сбор информации в интересах мероприятий по ликвидации последствий стихийных бедствий;
- аэрофотосъемка для создания карт;
- дистанционный контроль нефтегазопроводов и хранилищ, линий электропередачи и теплотрасс, железных и автомобильных дорог, лесных массивов и сельскохозяйственных угодий;
- мониторинг урожая и борьба с вредителями, контроль за стадами животных;
- аэросъемка (фото-, видео- и т. д.);
- сбор данных и анализ атмосферы для прогноза и т. д.;
- контроль за дорожным движением и управление им;
- поиск без вести пропавших, контроль безопасности и наблюдение за инцидентами;

- контроль за уровнем и скоростью течения рек, наводнений и борьба с загрязнением;
- задачи, возникающие перед географической, геологической службами, археологами;
- контроль за состоянием акваторий;
- мониторинг космодромов, районов приземления и приводнения космических летательных аппаратов;
- охрана объектов и районов;
- мониторинг природных чрезвычайных ситуаций.

Система предназначена для воздушно-космического мониторинга окружающей среды с использованием спутниковых систем, бортовых средств МБЛА и пилотируемых летательных аппаратов, наземного передвижного комплекса мониторинга стационарных и подвижных объектов, аппаратуры для наблюдения за состоянием биосферы, оценки и прогноза состояния природной среды, выявления факторов и источников антропогенных воздействий на окружающую среду, предупреждения о создающихся критических ситуациях, вредных или опасных для жизнедеятельности и здоровья людей и других живых организмов с представлением данных в заинтересованные инстанции для принятия решения и создания эффективного противодействия угрожающему состоянию [2–4].

Наиболее эффективной системой наблюдения и мониторинга является объединение бортовых средств наблюдения и терминалов пилотируемых и беспилотных летательных аппаратов, транспортных систем и космических систем наблюдения и спутниковой навигации через наземный мобильный пункт управления в единую эргатическую воздушно-космическую систему мониторинга и защиты окружающей среды (ЭВКСМ).

В состав разрабатываемой ЭВКСМ окружающей среды входят группа МБЛА, пилотируемые летательные аппараты: гидросамолет *Бе-200*, транспортный самолет *Ту-204ОН* и вертолет-амфибия *Ми-14*, передвижной комплекс мониторинга наземных объектов с АПП *"Тигр"*. В эргатической воздушно-космической системе мониторинга окружающей среды, наземных и морских объектов используются также спутниковые системы навигации ГЛОНАСС/GPS и системы мобильной спутниковой связи: *"Гонец"*, *"Ямал"*, многофункциональная космическая система (МКС) *"Арктика"*, *"Экспресс-АТ"*, *"Экспресс-АМ"* (космические аппараты связи ФГУП "Космическая связь" (ГПКС)), *"Galileo"*, *"Iridium"* [6, 9, 10].

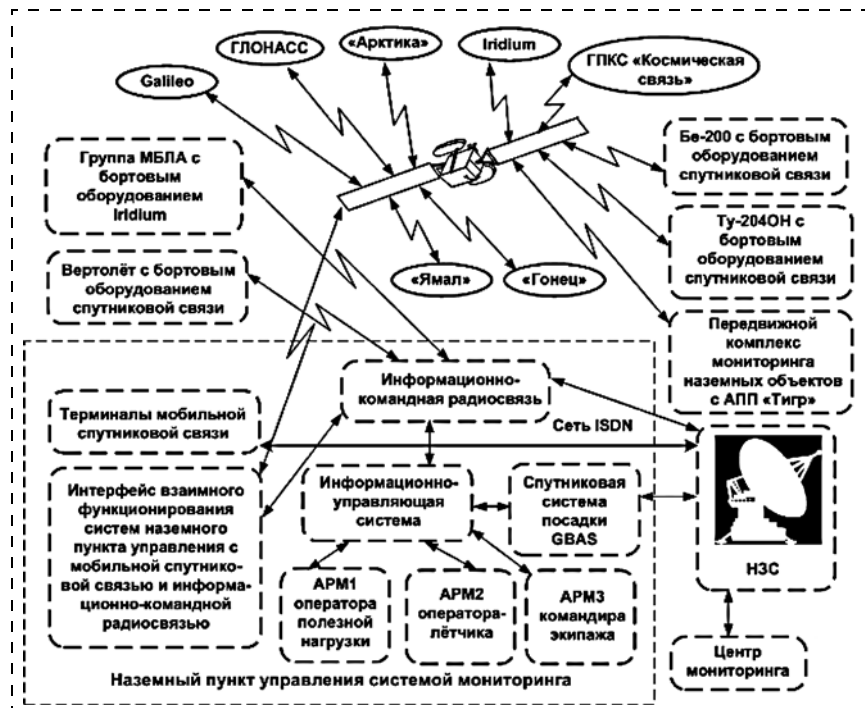


Рис. 2. Структура эргатической воздушно-космической системы мониторинга

Особенности использования спутниковых систем навигации и мобильной спутниковой связи в структуре ЭВКСМ

Комплексное использование технологий ГЛОНАСС/GPS и многофункциональной системы спутниковой связи и передачи данных "Гонец-Д1М" в ЭВКСМ обеспечивает эффективное решение задач мониторинга и защиты окружающей среды Российской Федерации, государств СНГ и стран-партнеров.

С помощью спутниковой системы "Гонец" могут быть построены различные системы мониторинга стационарных объектов, в частности:

- охраняемых объектов;
- объектов электросетевых комплексов;
- газотранспортных сетей, нефтепроводов, буровых, скважинных кустов;
- объектов атомной промышленности;
- метеорологических станций;
- прочих экологических и промышленных объектов.

Комплексное использование технологий ГЛОНАСС/GPS и спутниковой связи и вещания "Ямал", созданной ОАО "Газпром космические системы", обеспечивает эффективное решение задач мониторинга окружающей среды Российской Федерации, государств СНГ, таких как:

- авиационное беспилотное патрулирование трасс магистральных трубопроводов ОАО "Газпром";
- авиационное беспилотное обследование вдоль трассовых линий электропередачи;
- аэрокосмическое обследование линейной части магистральных газопроводов по материалам авиационной беспилотной и космической съемки;

- картографирование объектов реконструкции и строительства по материалам авиационной беспилотной и космической съемки;
- информационное обеспечение кадастровых работ по материалам авиационной беспилотной и космической съемки;
- мониторинг деформаций Земной поверхности и объектов территорий на базе космической и радиолокационной съемки.

Спутниковая связь ГПКС "Космическая связь" обеспечивает возможность организации телерадиовещания, широкополосного доступа в сеть Интернет, передачи данных, видеоконференцсвязи, создания сетей VSAT, организации ведомственных и корпоративных сетей связи в любом регионе Земного шара.

Мониторинг городской окружающей среды, направленный на решение таких глобальных проблем, как оценка экологической обстановки, влияющей на жизнь и здоровье большого числа людей, обеспечивается с использованием полярно-орбитальных искусственных спутников Земли серии "Арктика". МКС "Арктика" дает возможность определять распределение всплесков температуры, обнаруживать промышленные предприятия и ТЭЦ, ответственные за экологические выбросы и загрязнения городской среды.

Разработанные принципы построения системы мониторинга окружающей среды и наземных объектов обеспечивают рациональное взаимодействие операторов наземного мобильного пункта управления и мобильного воздушного пункта контроля и дистанционного управления при решении задач мониторинга и защиты окружающей среды, а также расширение области применения ЭВКСМ и повышение ее народно-хозяйственного значения.

Функциональное назначение и структура наземного мобильного пункта управления системой мониторинга

Управление процессом мониторинга окружающей среды осуществляется с наземного и воздушного пунктов управления. Функциональным назначением разработанного мобильного наземного пункта управления воздушно-космической системы мониторинга является информационное и командно-лидерное обеспечение операторов на режимах общего самолетовождения, высокоточного маневрирования и мониторинга окружающей среды. Такое обеспечение дает возможность сосредоточения на экранных индикаторах основной пилотажной и управляющей информации в виде информационного командно-лидерного представления состояния процесса управления и заданной (желаемой) цели управления, информации о результатах мониторинга окружающей среды в виде изображения зон опасных экологических состояний и отображения параметров опасных состояний приближения к рельефу Земной поверхности, а также формирования управляющих и заданных сигналов для комплексной системы управления МБЛА [1—4].

Созданный макетный образец унифицированного наземного мобильного пункта управления и диагностики состояния оборудования МБЛА дает возможность решения задач:

- автономного автоматического управления МБЛА при мониторинге окружающей среды;
- дистанционного командно-лидерного управления группой МБЛА в особых случаях полета;
- эталонного маневрирования при изменении целевых задач мониторинга;
- комбинированного управления, при котором МБЛА следуют в район применения автономно по программе, а применение целевой нагрузки выполняется использованием дистанционного командного управления.

В состав оборудования наземного мобильного пункта управления (НМПУ) входит информационно-управляющая система с вычислительным модулем связи, предназначенная для формирования команд управления и преобразования их в управляющие сигналы в соответствии с заданной программой полета, которые передаются на борт МБЛА посредством оборудования связи через антенну оператора.

Информационно-управляющая система НМПУ содержит программные модули:

- эргатического интерфейса;
- бортовой геоинформационной системы;
- предупреждения опасных состояний траекторного маневрирования;
- интеллектуальной поддержки операторов системы мониторинга окружающей среды;
- прогнозирования, комплексной обработки и преобразования информации;
- "эталонного" управления маневрированием;
- формирования командно-лидерной индикации;
- электронной карты и навигационно-тактической обстановки;
- формирования предупреждающей сигнализации;
- формирования базы геоинформационных данных;
- ввода и вывода информации.

Модулем "эталонного" управления маневрированием формируются модели процессов рационального (желаемого) управления и мониторинга, информация о заданных параметрах пространственного положения и движения, а также информация о критических состояниях, предписывающих действия по устранению критических состояний, что обеспечивает представление оператору образа цели управления в виде отображения заданного (желаемого) пространственного положения "лидера" и изменения его конфигурации в соответствии с принципом эталонного управления "делай, как я".

В качестве средств дальней связи и координаторирования используется унифицированная аппаратура информационно-командной радиосвязи. В комплект оборудования передачи и приема данных мониторинга и радиоконандной информации входит информационная радиоперелиния и радиоперелиния управления.

Использование аппаратуры мобильной спутниковой связи позволяет изменить маршрут полета и характер барражирования заданной зоны мониторинга на любом удалении от наземного пункта управления, а также от борта вертолета — воздушного мобильного пункта управления.

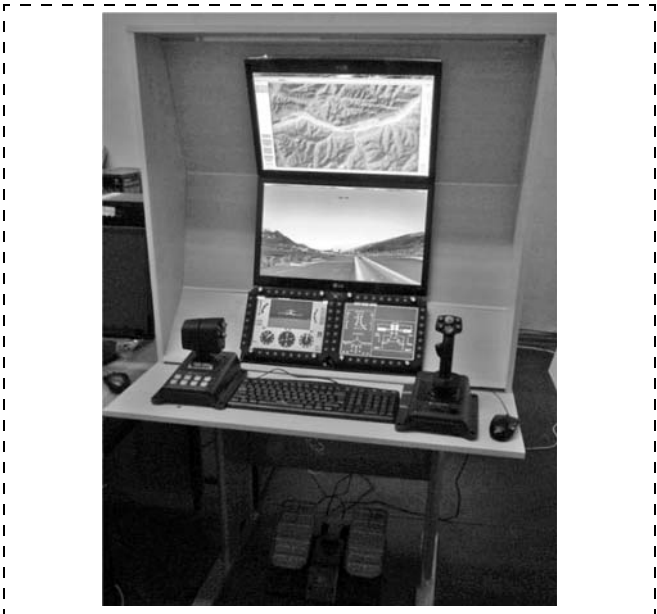


Рис. 3. Макет АРМ оператора-пилота с информационной командно-лидерной индикацией

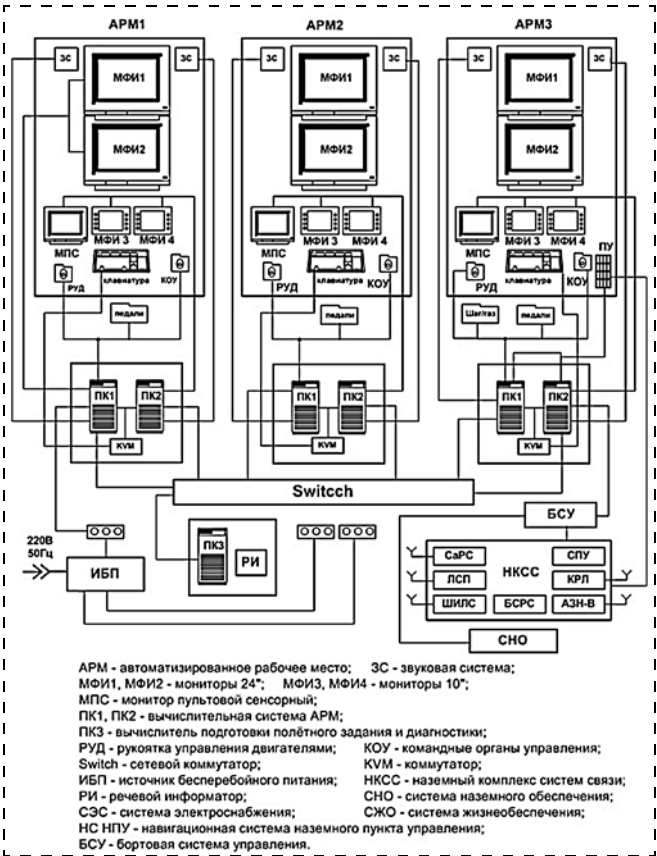


Рис. 4. Структура автоматизированных рабочих мест оператора-пилота, оператора мониторинга и руководителя системы мониторинга

Для дистанционного управления полетом одиночного МБЛА или группы взаимодействующих МБЛА используются автоматизированные рабочие места (АРМ) операторов: АРМ оператора-пилота, АРМ оператора мониторинга, АРМ командира (руководителя системы мониторинга). В составе АРМ используются компьютеры, дисплеи, органы управления (РУС, педали управления, РУД, кнопочные пульты управления), многофункциональный пульт управления и другая аппаратура.

Макетный образец автоматизированного рабочего места оператора-пилота с информационной командно-лидерной индикацией представлен на рис. 3, а структура автоматизированных рабочих мест оператора-пилота, оператора мониторинга и руководителя системы мониторинга приведена на рис. 4.

Формирование информационной командно-лидерной индикации наземного мобильного пункта управления системы мониторинга

Для индикационного обеспечения безопасного и высокоточного маневрирования МБЛА при решении задач дистанционного мониторинга на предельно малых высотах разработан мнемокадр экранного пилотажного индикатора с информационной командно-лидерной индикацией (ИКЛИ) (рис. 5) [1, 2, 4].

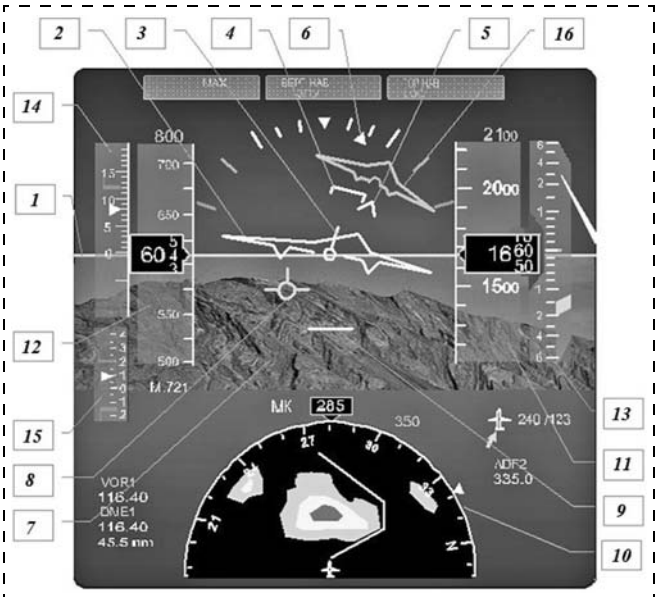


Рис. 5. Формат пилотажного кадра "вид с самолета (с платформы в нормальной инерциальной системе координат) на дистанционно-управляемый МБЛА и образ цели управления" с 3D-изображением рельефа местности:
1 — линия авиагоризонта; 2 — псевдообъемный символ самолета; 3 — киль переменной длины, указатель угла атаки; 4 — прямоугольная скоба, указатель предельного значения угла атаки и угла скольжения; 5 — уголок, символ заданного вектора перегрузки n_y ; 6 — шкала крена и указатель отсчета крена; 7 — синтезированное изображение впереди лежащего рельефа местности; 8 — символ вектора текущей скорости; 9 — индикатор опасной высоты; 10 — шкала курса; 11 — шкала барометрической высоты; 12 — шкала приборной скорости полета; 13 — шкала вариомера; 14 — шкала угла атаки; 15 — шкала перегрузки; 16 — псевдообъемный символ "Лидер"

При создании кадров ИКЛИ мы опирались на психофизиологические закономерности отражения летчиком обстановки полета:

- визуальный "зримый" характер образа;
- предметное содержание образа, обеспечивающее формирование управляющих воздействий и создание представлений о пространственной ориентировке;
- геоцентрическое содержание пространственного представления летчика.

Были проведены исследования автоматизированных рабочих мест операторов наземного мобильного пункта управления ЭВКСМ, целью которых являлось:

- создание наиболее естественного интерфейса с комплексом управления;

- погружение оператора-пилота в процесс пилотирования за счет создания эффекта "присутствия на борту";
- расширение сенситивных возможностей оператора за счет использования интегрированных систем искусственного видения, звуковых и речевых подсказок экспертных систем, формирования графического образа текущего положения МБЛА и состояния его комплекса бортового оборудования, а также формирование образа цели управления;
- динамическая координация и синхронизация всей совокупности информации и результатов деятельности с возможностями систем восприятия оператора;
- представление оператору непротиворечивой информации, необходимой для решения текущей задачи в конкретный момент времени, а также результатов прогноза текущей ситуации на ближайший отрезок времени;

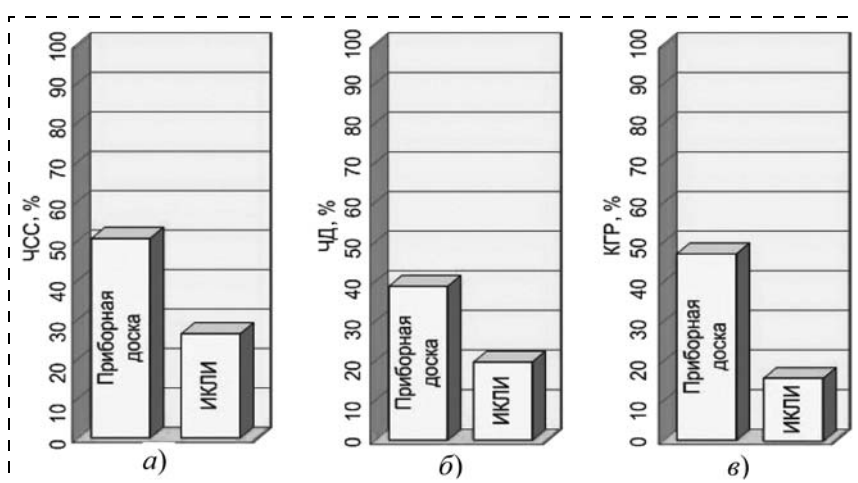


Рис. 6. Характеристики психофизиологической напряженности в процессе пилотирования по отношению к фоновым значениям физиологических параметров при управлении с использованием штатной приборной доски и ИКЛИ:

а — изменения частоты сердечных сокращений; б — изменения частоты дыхания; в — изменения показателей кожно-гальванической реакции

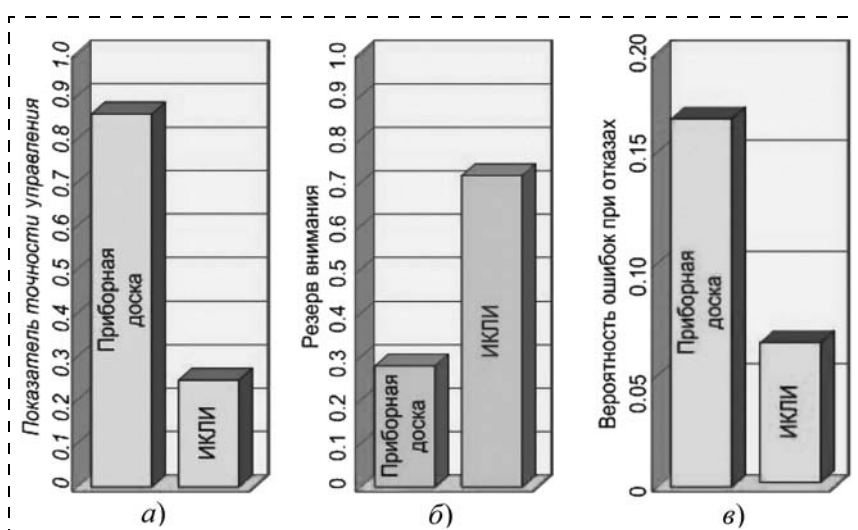


Рис. 7. Показатели качества деятельности при пилотировании МБЛА на ДМК по электромеханическим приборам и ИКЛИ:

а — характеристики точности управления; б — показатели резерва внимания; в — вероятность ошибочных действий при возникновении отказов

задачи в конкретный момент времени, а также результатов прогноза текущей ситуации на ближайший отрезок времени;

- разгрузка оператора от наблюдения за техническим состоянием комплекса бортового оборудования и систем МБЛА (за счет использования бортовой экспертной системы "электронный инженер");
- создание речевого, графического и тактильного диалогового интерфейса оператора с информационно-управляющей системой НМПУ.

Для индикационного обеспечения безопасного и высокоточного маневрирования МБЛА на предельно малой высоте и на режимах захода на посадку, полета по "коробочке" и посадке предлагается использовать формат экранного пилотажного индикатора, в котором применяется принцип "вид дистанционно управляемого беспилотного летательного аппарата и "лидера" (образа цели управления) с платформы в нормальной инерциальной системе координат, находящейся позади МБЛА на одной и той же высоте и движущейся с той же путевой скоростью" [1—4].

Информационная картина о пространственном положении управляемого объекта (рис. 5) содержит символ объекта в виде треугольника (летающего крыла) с шасси, килем переменной длины 3 и с прямоугольной скобой 4 — указателем предельного значения угла атаки и угла скольжения (боковые риски скобы) или перегрузки (при достижении предельных значений скоба начинает мигать). Символ управляемого

объекта меняет свою конфигурацию в зависимости от изменения угла скольжения и поворачивается относительно центра кадра авиагоризонта в зависимости от фактического угла крена, при этом вместе с символом объекта поворачиваются символы векторно-директорного управления (киль переменной длины и скоба).

Лидерный треугольник аналогично меняет форму, но в зависимости от заданного угла скольжения, заданного угла тангажа поворачивается в зависимости от заданного крена и, кроме того, перемещается по экрану в зависимости от отклонения по высоте и бокового отклонения от заданной траектории. Размер треугольника меняется в зависимости от отклонения скорости полета от заданной. Если скорость полета V равна заданной, основания треугольников одинаковы. Если $V < V_{\text{зад}}$, то основание треугольника-лидера меньше основания треугольника-объекта управления. Если $V > V_{\text{зад}}$, то основание треугольника-лидера больше основания треугольника-объекта управления. На мнемокадре символ "лидера" представляет собой образ цели управления в виде отображения заданного (желаемого) пространственного положения и движения.

Комплексные инженерно-психологические исследования системы дистанционного управления моделью МБЛА проводились на диалоговом моделирующем стенде с использованием психофизиологической аппаратуры и системы автоматической обработки и анализа данных. Результаты приведены на рис. 6–8. В частности, на рис. 6 показано, что такие физиологические параметры, как частота сердечных сокращений (ЧСС), частота дыхания (ЧД), кожно-гальваническая реакция (КГР) операторов, при использовании типовых электромеханических пилотажно-навигационных приборов (приборная доска) хуже, чем при использовании пилотажного индикатора с информационной командно-лидерной индикацией. На рис. 7 и 8 видно, что показатели качества деятельности операторов при использовании ИКЛИ лучше.

Для обеспечения информационной поддержки командно-лидерной индикации разработана группа алгоритмов, содержащая типовые характеристики аэродрома с базовыми точками, обеспечивающими взлет, выход на маршрут, возврат, заход на посадку и посадку МБЛА.

Вид аэродрома в плане и соответствующие обозначения приведены на рис. 9.

Алгоритмы выполнения полета ЛА разделены на следующие этапы: взлет, набор высоты, выход на маршрут, возврат, заход на посадку, посадка, повторный заход.

Каждый из этапов имеет группу идентификационных параметров, однозначно определяющих данный этап. К таким параметрам относятся:

- $\delta_{\text{ш}}$ — положение шасси;
- $\delta_{\text{зк}}$ — положение закрылков;
- $(\varphi_{\text{ла}}, \lambda_{\text{ла}})$ — координаты МБЛА;

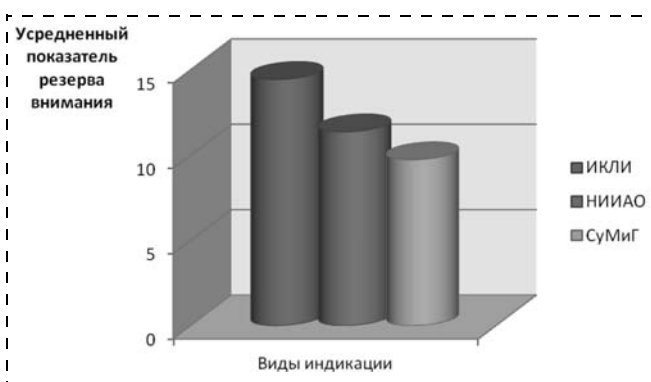


Рис. 8. Показатель резервов внимания пяти операторов МБЛА на режимах "Взлет", "Набор высоты и скорости", "Возврат", "Полет по коробочке", "Заход на посадку" и "Посадка" при различных вариантах системы индикации — ИКЛИ, вид с ЛА на Землю (НИИАО) и вид с Земли на ЛА (МиГ) в условиях плохой видимости аэродрома

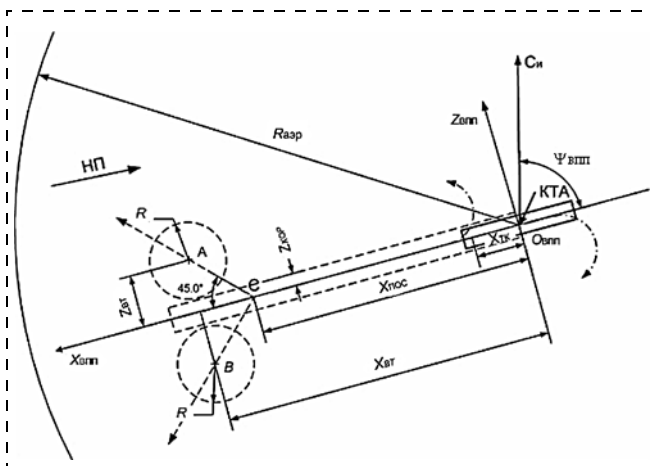


Рис. 9. Схема захода на аэродром посадки:

НП — текущее направление посадки для целевого аэродрома; $O_{\text{впп}}$ — центр взлетно-посадочной полосы, определяется координатами КТА; КТА — контрольная точка аэродрома — центр ВПП с координатами (φ, λ) , где φ — широта; λ — долгота; $X_{\text{впп}}, O_{\text{впп}}, Z_{\text{впп}}$ — система координат аэродрома, нормальная земная система координат; $C_{\text{и}}$ — вектор, направленный на истинный полюс Земли; $\Psi_{\text{впп}}$ — курс ВПП; A, B, C — базовые навигационные точки, связанные с системой координат аэродрома; $A(X_{\text{вт}}, Z_{\text{вт}}), B(X_{\text{вт}}, -Z_{\text{вт}}), C(X_{\text{вт}}, 0)$; $R_{\text{аэр}}$ — радиус зоны аэродрома; $X_{\text{тк}}$ — координата точки касания ВПП при посадке; $X_{\text{пос}}$ — координата точки начала посадки; $Z_{\text{кор}}$ — ширина "коридора" посадки

- $(X_{\text{ла}}, Z_{\text{ла}})$ — положение МБЛА относительно контрольной точки аэродрома (КТА);
- $V_{\text{п}}$ — текущая приборная скорость МБЛА;
- $H_{\text{бар}}$ — текущая барометрическая высота относительно КТА;
- $H_{\text{рв}}$ — текущая геометрическая высота;
- $\Psi_{\text{ла}}$ — текущий истинный курс МБЛА;
- $\Psi_{\text{ла}}$ — текущий истинный путевой угол ЛА;
- $V_{\text{у}}$ — вертикальная скорость МБЛА.

На этапе *взлета* решается задача выдерживания курса взлета, разгона скорости, определения момента отрыва носового колеса и начала набора высоты.

На этапе *набора высоты* выполняется реконфигурация МБЛА (уборка шасси и механизации крыла), выдерживание заданной скорости полета и набор заданной барометрической высоты.

На этапе *выхода на маршрут* в боковом канале управления решается задача выхода в точку исходного пункта маршрута (ИПМ), а в продольном канале управления — набор заданной скорости полета по маршруту и заданной высоты полета.

На этапе *возврата* в боковом канале управления решается задача выхода в район аэродрома (определяется радиусом зоны аэродрома $R_{\text{аэр}}$), при этом КТА используется как навигационная точка. В продольном канале решается задача "пробивания облачности", выхода на заданную барометрическую высоту относительно "высоты" КТА, а также снижения скорости до значения, обеспечивающего выпуск шасси и механизации крыла.

На этапе *захода на посадку* в боковом канале решается задача выхода в точку третьего разворота (точка *A* или *B*) при заданном посадочном курсе, с последующим выходом в створ ВПП (точка *C*), а в продольном канале — выдерживание заданной скорости предпосадочного маневрирования (в процессе выпуска механизации крыла в промежуточное положение) и высоты круга.

На этапе *посадки* в боковом канале решается задача выдерживания заданного курса и ликвидации отклонения от оси ВПП, а в продольном канале — выдерживания заданной приборной скорости полета (в том числе после выпуска шасси и механизации крыла в посадочное положение) и заданной глиссады снижения. При этом этап посадки делится на подэтапы: полет по глиссаде, этап выравнивания, этап выдерживания и этап касания ВПП.

Этап *повторного захода* может начаться на любом из подэтапов посадки, поэтому на этапе посадки постоянно определяются параметры движения МБЛА, и в случае выполнения необходимых условий повторный заход включается либо до пересечения среза ВПП, либо после. При этом в боковом канале решается задача выполнения разворота



Рис. 10. Траектория полета по "коробочке" при ручном управлении МБЛА с использованием информационной командно-лидерной индикации (оператор Котицын)

с заданным углом крена на заданный угол курса, а в продольном канале решается задача набора заданной приборной скорости полета (с учетом уборки шасси и механизации крыла) и заданной барометрической высоты полета относительно КТА.

Траектория полета при дистанционном управлении моделью МБЛА на диалоговом моделирующем стенде в условиях плохой видимости аэродрома (полет в густом тумане, дальность видимости менее 100 м) с использованием мнемокадра информационной командно-лидерной индикации в проекциях на горизонтальную плоскость представлена на рис. 10.

Результаты инженерно-психологических исследований дистанционного управления моделью МБЛА на режимах захода на посадку, полета по "коробочке" и посадке показывают, что разработанный и представленный на рис. 5 пилотажный кадр ИКЛИ обеспечивает:

- формирование у оператора-летчика образа цели управления по наблюдаемому изображению лидера;
- наглядное представление оператору командно-лидерной информации о заданных параметрах движения по принципу "делай, как я";
- улучшение условий безопасности полета и точности траекторного маневрирования за счет сосредоточения информации о критических состояниях в лидерном изображении и наличия в нем командной информации об управляющих воздействиях для коррекции параметров процесса управления и о направлении парирования опасных отклонений;
- улучшение условий безопасности полета при сближении с рельефом местности, наземными препятствиями и объектами, представляющими угрозу столкновения в полете при ограниченной видимости внекабинной обстановки, за счет псевдообъемного представления картографической информации с мажорантой преимущественных высот рельефа местности в окне авиаторизонта и на многофункциональном индикаторе пилотажно-навигационной информации, а также электронной карты при полете над сложным рельефом местности с использованием картографической информации.

Заключение

1. Анализ антропогенного изменения промышленно-экологической среды и состояния аэрокосмического мониторинга показал, что изменения, вносимые человеком в природную среду, и экологические эффекты, порождаемые его деятельностью почти на 60 % суши, свидетельствуют о необходимости:

- использования аэрокосмических средств наблюдения, контроля и своевременного выявления антропогенных изменений, их динамики и приня-

тия решения о противодействии опасным широкомасштабным изменениям окружающей среды;

- дальнейшего совершенствования методов и средств мониторинга;
- создания ЭВКСМ на основе использования пилотируемых и беспилотных летательных аппаратов, наземных средств перемещения, спутниковых навигационных систем, мобильной спутниковой связи и специального оборудования, обеспечивающей аэрокосмический мониторинг окружающей среды и ее защиту в чрезвычайных состояниях.

2. Разработанная концепция построения ЭВКСМ базируется на:

- иерархическом построении архитектур комплекса;
- аппаратной, функциональной и алгоритмической интеграции наземной и воздушной составляющих комплекса;
- использовании всех ресурсов комплекса для решения текущей задачи мониторинга окружающей среды и полетного задания пилотируемых и летательных аппаратов в целом;
- рациональном взаимодействии операторов наземного мобильного пункта управления, комплекса бортового оборудования МБЛА и отображаемой модели образа цели управления;
- использовании надежной помехоустойчивой спутниковой радиоэлектронной связи с взаимодействующими объектами;
- интеллектуальных алгоритмах управления комплексом бортового оборудования МБЛА и обеспечения интеллектуальной поддержки операторов и технического персонала;
- потребности максимально возможной автономности полета МБЛА;
- обеспечении соответствия информационной командно-лидерной индикации автоматизированных рабочих мест операторов, средств интеллектуальной поддержки, систем автоматизации управления и органов управления бортовым оборудованием психофизиологическим возможностям операторов при решении профессиональных задач.

3. Обоснованные принципы комплексирования эргатической воздушно-космической системы мониторинга на базе беспилотных и пилотируемых летательных аппаратов, спутниковых навигационных систем, мобильной спутниковой связи и передвижного комплекса мониторинга стационарных и подвижных наземных объектов обеспечивают рациональное взаимодействие операторов наземного мобильного пункта управления и мобильного воздушного пункта контроля и дистанционного управления при решении задач мониторинга и защиты ок-

ружающей среды, наземных и морских объектов. Использование аппаратуры мобильной спутниковой связи позволяет изменять маршрут полета и характер барражирования заданной зоны мониторинга на любых дальностях от наземного пункта управления, а также с борта вертолета — мобильного пункта управления, осуществлять оперативное вмешательство в управление транспортным средством, принимать конкретные решения по информационным данным мониторинга и дает возможность расширения области применения ЭВКСМ.

4. Комплексное использование технологий спутниковых систем навигации ГЛОНАСС/GPS и систем мобильной спутниковой связи "Гонец", "Ямал", КС "Арктика", ГПКС "Космическая связь", "Galileo", "Iridium" обеспечивает эффективное решение задач мониторинга и защиты окружающей среды Российской Федерации, государств СНГ и стран-партнеров.

Список литературы

1. Сильвестров М. М., Бегичев Ю. И., Варочко А. Г., Козиоров Л. М., Луканичев В. Ю., Наумов А. И., Чернышов В. А. Эргатические интегрированные комплексы летательных аппаратов / Под. ред. М. М. Сильвестрова. М.: Филиал воениздата, 2007. 510 с.
2. Сильвестров М. М., Пономаренко А. В., Михайленко О. А., Чернышов В. А. Архитектура эргатического беспилотного авиационного комплекса для мониторинга окружающей среды // Полет. 2012. № 7. 13 с.
3. Сильвестров М. М., Бегичев Ю. И., Варочко А. Г., Воробьев А. В., Котицын Л. О., Михайленко О. А., Наумов А. И., Пономаренко А. В. Технология создания комплексов управления многоцелевых беспилотных и пилотируемых аэрокосмических систем. М.: Издательство МБА, 2014. 296 с.
4. Бегичев Ю. И., Воробьев А. В., Котицын Л. О., Михайленко О. А., Сильвестров М. М. Комплекс аэрокосмического мониторинга окружающей среды и наземных объектов с использованием мобильной спутниковой связи, беспилотных и пилотируемых летательных аппаратов // Сб. науч. статей "Академические Жуковские чтения", ВУНЦ ВВС "ВВА им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина, г. Воронеж, 2015. 5 с.
5. Герасимов И. П. Научные основы современного мониторинга окружающей среды. Л.: Гидрометеиздат, 1987. С. 13—25.
6. Низкоорбитальная космическая система персональной спутниковой связи и передачи данных / Под ред. президента ОАО "Спутниковая система "Гонец" А. И. Галькевича. Тамбов: ООО "Издательство Юлис", 2011. 169 с.
7. Горшков М. В. Экологический мониторинг: учеб. пособие / М. В. Горшков. Владивосток: Изд-во ТГЭУ, 2010. 313 с.
8. Израэль Ю. А. Глобальная система наблюдений. Прогноз и оценка окружающей природной среды. Основы мониторинга // Метеорология и гидрология. 1974. № 7. С. 3—8.
9. ГАЗПРОМ КОСМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ. URL: www.gazprom-spacesystems.ru.
10. Прохоров Ю. О. О перспективах развития спутниковой орбитальной группировки ФГУП "Космическая связь" // Технологии и средства связи. Спецвыпуск "Спутниковая связь и вещание 2014". № 6 (99). Ч. 2. 2013. С. 14—15.

Concept for Construction of the Ergatic Airspace System for Monitoring of the Environment, Maritime and Land-Based Facilities

Y. I. Begichev¹, begichevy@mail.ru✉, **A. G. Varochko**², **L. O. Kotitsin**¹, burlenka@list.ru, **O. A. Mikhaylenko**³, moa@mvsplus.ru, **M. M. Silvestrov**¹, IASO@inbox.ru,

¹ Public joint-stock company (PJSC) "Scientific Research Institute of Aviation Equipment", Zhukovsky, Moscow region, 140180, Russian Federation

² Federal State Unitary Enterprise "Center for exploitation of space ground-based infrastructure", branch "Design Bureau" Motor ", Moscow, 123100, Russian Federation

³ Closed joint-stock company (CJSC) "MVS global telecommunications +", Moscow, 127015, Russian Federation

Corresponding author: **Begichev Yury L.**, Ph. D., Associate Professor, Researcher, Scientific Research Institute of Aviation Equipment Co., Zhukovsky, Moscow Region, 140180, Russian Federation
e-mail: begichevy@mail.ru

Received on February 01, 2016

Accepted on February 05, 2016

The article presents substantiation of the concept for construction of the Ergatic Airspace System for monitoring of the environment. The system includes multi-purpose manned and unmanned aerial vehicles, a land mobile system for monitoring of the stationary and mobile land objects, satellite navigation and communication systems (GLONASS, Gonet, Yamal, Arktika, RSCC Space Communication, Iridium, Galileo), a station of ground mobile control of the monitoring system, a station of air control and remote control of the multi-purpose unmanned aerial vehicles for solving the problems of the environment protection. The principles were substantiated for complexation of the Ergatic Airspace System of monitoring on the basis of the manned and unmanned aerial vehicles, satellite navigation systems, mobile satellite communications and mobile system for monitoring of the stationary and mobile land objects. The developed layout sample of the unified land mobile station for control and diagnostics of the state of equipment for the multipurpose unmanned aerial vehicles allows to solve the following problems: autonomous automatic control of LUAV during environmental monitoring; remote command-leader control of LUAV groups in special flights; reference maneuvering in case of changing targets of monitoring; combined control, when LUAV groups go to the area of application autonomously under the program, while application of the target load is produced by the remote command control. Complex use of GLONASS/GPS technologies and multifunctional satellite communications and data transmission systems Gonet-DIM, Yamal, Arktika, RSCC Space Communication, Iridium, and Galileo in the Ergatic Airspace System of monitoring provides effective solutions to the problems of monitoring and environment protection in the Russian Federation, CIS States and partner countries.

Keywords: monitoring system, mobile satellite communication, information-management system, ergatic interface, module of reference maneuvering, information command-leading indication, module of intellectual support, control and navigational equipment, image of a control object, mnemonic frame

For citation:

Begichev Y. I., Varochko A. G., Kotitsin L. O., Mikhaylenko O. A., Silvestrov M. M. Concept for Construction of the Ergatic Airspace System for Monitoring of the Environment, Maritime and Land-Based Facilities, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, vol. 17, no. 5, pp. 325–334.

DOI: 10.17587/mau/17.325-334

References

1. **Silvestrov M. M., Begichev Y. I., Varochko A. G., Kozyrev L. M., Lucanica V. Y., Naumov A. I., Chernyshov V. A.** Ergonomics-integrated systems of aircraft. Under edition M. M. Silvestrov, Moscow, Branch book's office, 2007, 510 p. (in Russian).
2. **Silvestrov M. M., Ponomarenko A. V., Mikhailenko O. A., Chernyshov V. A.** Architecture of the ergatic multirole unmanned aircraft complex for environmental monitoring, *Polet*, 2012, no. 7, 13 p. (in Russian).
3. **Silvestrov M. M., Begichev Y. I., Varochko A. G., Vorobyov A. V., Kotitsin L. O., Mikhaylenko O. A., Naumov A. I., Ponomarenko V. A.** Technology of creation of complex multi-purpose manned and unmanned aerospace systems, Moscow, Publishing house of the IBA, 2014, 296 p. (in Russian).
4. **Begichev Y. A., Vorobyov A. V., Kotitsin L. O., Mikhaylenko O. A., Silvestrov M. M.** The complex of aerospace environmental monitoring and ground-based objects with the use of mobile satellite communications, unmanned and manned aircraft, Voronezh city, Academy of the Zhukovsky and the Gagarin, 2015, 5 p. (in Russian).
5. **Gerasimov I. P.** The Scientific basis of modern environmental monitoring, Leningrad, Gidrometeo-publishing house, 1987, p. 13–25 (in Russian).
6. **Galkevich A. I.** ed. Low-orbit space system of personal satellite communication and data transmission, Tambov, Publishing house Yulis, 2011, 169 p. (in Russian).
7. **Gorshkov M. V.** Ecological monitoring. Prog. tutorial, Vladivostok, 2010, 313 p. (in Russian).
8. **Israel Y. A.** The global observing system. Forecast and assessment of the natural environment. The basis of monitoring, *Meteorology and Hydrology*, 1974, no. 7, p. 3–8 (in Russian).
9. **GAZPROM SPACE SYSTEMS**, available at www.gazprom-spacesystems.ru.
10. **Prokhorov Y. O.** On prospects of development of satellite orbital group of the FGUE "Space communications", *Technology and communications, Special issue "Satellite communication and broadcasting 2014"*, 2013, no. 6 (99), part 2, pp. 14–15 (in Russian).

А. В. Молоденков¹, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., iptmuran@san.ru,

Я. Г. Сапунков¹, канд. физ.-мат. наук, доц., iptmuran@san.ru,

Т. В. Молоденкова², канд. физ.-мат. наук, доц., moltw@yandex.ru,

¹ Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов

² Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина

Точное решение приближенного уравнения Борца и построение на его основе кватернионного алгоритма определения ориентации БИНС*

На основе полученного точного решения приближенного линейного уравнения Борца (справедливого при малых углах поворота твердого тела) решена с помощью квадратур задача определения кватерниона ориентации твердого тела при произвольном векторе угловой скорости и малом угле поворота твердого тела. Исходя из этого решения предложен подход к построению нового алгоритма для вычисления ориентации БИНС.

Ключевые слова: ориентация, угловая скорость, твердое тело, бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС)

Введение

В процессе функционирования многих бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) периодически вычисляется вектор ориентации твердого тела относительно инерциального пространства путем приближенного решения приближенного линейного дифференциального уравнения Борца (в практике построения БИНС нелинейным членом в уравнении Борца при малых углах поворота пренебрегают). В уравнении Борца входной величиной является вектор угловой скорости твердого тела. Отметим, что полное нелинейное уравнение Борца относительно вектора ориентации твердого тела является аналогом кватернионного линейного уравнения; вектор и кватернион ориентации твердого тела связаны между собой известными соотношениями. Между тем, для некоторого нового вектора угловой скорости, который получается в задаче определения ориентации твердого тела (БИНС) на основе исходного произвольного вектора угловой скорости при осуществлении взаимно однозначных замен переменных в уравнениях движения твердого тела, приближенное уравнение Борца допускает точное аналитическое решение.

В данной работе на основе полученного точного решения приближенного линейного уравнения Борца (справедливого при малых углах поворота твердого тела) решена с помощью квадратур задача определения кватерниона ориентации твердого тела при произвольном векторе угловой скорости и малом

угле поворота твердого тела. Исходя из этого решения предложен подход к построению нового алгоритма для вычисления инерциальной ориентации БИНС:

1) по заданным компонентам вектора угловой скорости твердого тела на основе взаимно однозначных замен переменных в каждый момент времени вычисляется новый вектор угловой скорости твердого тела;

2) с использованием нового вектора угловой скорости и начального положения твердого тела находится с помощью квадратур точное решение приближенного линейного уравнения Борца (вектор ориентации твердого тела) с нулевым начальным условием;

3) по вектору ориентации определяется значение кватерниона ориентации твердого тела (БИНС).

Отметим, что при построении алгоритма ориентации БИНС на каждом последующем шаге замена переменных учитывает предыдущий шаг алгоритма таким образом, что начальное значение вектора ориентации твердого тела каждый раз будет нулевым.

Статья продолжает исследования, начатые в работах [1, 2].

1. Постановка общей задачи определения ориентации твердого тела

Рассмотрим задачу Коши для кватернионного кинематического уравнения [3, 4] с произвольной заданной вектор-функцией угловой скорости $\omega(t)$, записанную в следующей форме:

$$2\dot{\Lambda}(t) = \Lambda(t) \circ \omega(t); \quad (1.1)$$

$$\Lambda(t_0) = \Lambda_0. \quad (1.2)$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-01-00165).

Здесь $\Lambda(t) = \lambda_0(t) + \lambda_1(t)i_1 + \lambda_2(t)i_2 + \lambda_3(t)i_3$ — кватернион, описывающий положение твердого тела в инерциальном пространстве; $\omega(t) = \omega_1(t)i_1 + \omega_2(t)i_2 + \omega_3(t)i_3$ — вектор угловой скорости твердого тела, заданный своими проекциями на оси системы координат, связанной с твердым телом; i_1, i_2, i_3 — орты гиперкомплексного пространства (мнимые единицы Гамильтона), которые можно идентифицировать с ортами трехмерного векторного пространства i_1, i_2, i_3 ; символ "o" означает кватернионное произведение; Λ_0 — начальное значение кватерниона $\Lambda(t)$ при $t = t_0, t \in [t_0, \infty)$ (для простоты положим $t_0 = 0$). Требуется определить кватернион $\Lambda(t)$.

Кватернионной записи задачи эквивалентна запись в матричной форме с использованием, например, кватернионных матриц $\mathbf{n}$ -типа [5]:

$$\mathbf{n}(\Lambda) = \begin{bmatrix} \lambda_0 & -\lambda_1 & -\lambda_2 & -\lambda_3 \\ \lambda_1 & \lambda_0 & \lambda_3 & -\lambda_2 \\ \lambda_2 & -\lambda_3 & \lambda_0 & \lambda_1 \\ \lambda_3 & \lambda_2 & -\lambda_1 & \lambda_0 \end{bmatrix}; \mathbf{n}(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 \\ \omega_1 & 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_3 & \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix}; \quad (1.3)$$

$$2\mathbf{n}(\Lambda) = \mathbf{n}(\omega(t))\mathbf{n}(\Lambda); \quad (1.4)$$

$$\mathbf{n}(\Lambda(t_0)) = \mathbf{n}(\Lambda_0). \quad (1.5)$$

Задача (1.1), (1.2) ((1.4), (1.5)) и есть задача Дарбу об определении ориентации твердого тела по его известной угловой скорости и начальному положению в кватернионной постановке.

Известно несколько подходов к решению данной задачи: сведение с помощью замен переменных исходных уравнений к нелинейному дифференциальному уравнению первого порядка типа Риккати (подход Дарбу [3]) или к линейному дифференциальному уравнению второго порядка [6] с переменными коэффициентами относительно комплексной неизвестной; отождествление задачи Дарбу с задачей определения вектор-функции по известным модулям ее производных [7], когда задача Дарбу сводится к решению линейного дифференциального уравнения третьего порядка с переменными коэффициентами относительно действительной неизвестной. При этом аналитическое решение задачи Дарбу в замкнутой форме для произвольного вектора угловой скорости твердого тела при всех подходах не найдено. Найдено лишь несколько частных случаев, допускающих построение точного решения этой задачи [4, 8–13].

Вместе с тем, как показано в работе [14], система линейных дифференциальных уравнений первого порядка с кососимметрической матрицей коэффициентов является приводимой по Ляпунову, т. е. существует замена переменных (преобразование Ляпунова), приводящая данную систему к системе с постоянными коэффициентами. Система уравнений (1.4) задачи Дарбу имеет кососимметрическую матрицу коэффициентов, и, таким образом, задача Дарбу является приводимой по Ляпунову. Следовательно, поиск решения задачи Дарбу в замкнутой форме для общего случая заданной угловой скорости

твердого тела не является безнадежным. Также из-за отсутствия на настоящий момент точного решения задачи Дарбу продолжает быть актуальным построение новых высокоэффективных алгоритмов функционирования БИНС, реализующих интегрирование на бортовом вычислителе в реальном масштабе времени дифференциальных уравнений ориентации по информации чувствительных элементов БИНС.

С использованием подходов, связанных с поиском решения задачи Дарбу в замкнутой форме [1], в данной статье предлагается новый алгоритм оп-ределения ориентации твердого тела (БИНС).

2. Задача ориентации применительно к БИНС

В процессе функционирования многих БИНС периодически вычисляется вектор Φ ориентации тела относительно инерциального пространства на временном отрезке $t_{m-1} \leq t \leq t_m$ путем численного (приближенного) решения точного дифференциального уравнения Борца [15]

$$\dot{\Phi} = \omega + \frac{1}{2} \Phi \times \omega + \frac{1}{\Phi} \left(1 - \frac{\Phi \sin \Phi}{2(1 - \cos \Phi)} \right) \Phi \times (\Phi \times \omega), \quad (2.1)$$

где "×" означает векторное произведение. В уравнении (2.1) входной величиной является вектор угловой скорости ω . Отметим, что нелинейное уравнение Борца (2.1) для вектора ориентации твердого тела Φ является аналогом кватернионного линейного уравнения (1.1); вектор Φ и кватернион Λ связаны соотношениями

$$\Phi = \Phi e, \quad e = e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3,$$

$$|e| = (e_1^2 + e_2^2 + e_3^2)^{1/2} = 1,$$

$$\lambda_1 = \sin(\Phi/2)e_1, \quad \lambda_2 = \sin(\Phi/2)e_2,$$

$$\lambda_3 = \sin(\Phi/2)e_3, \quad \lambda_0 = \cos(\Phi/2), \quad (2.2)$$

где Φ является углом ориентации твердого тела, а e — эйлеровой осью вращения. В практике построения БИНС третьим членом в уравнении (2.1) при малых углах Φ пренебрегают [15] (нелинейный член уравнения (2.1) является величиной порядка Φ^2). Если полученное упрощенное дифференциальное уравнение

$$\dot{\Phi} = \omega + \frac{1}{2} \Phi \times \omega \quad (2.3)$$

решать итерационным методом Пикара, то вторая итерация этого метода принимается [15] в практике БИНС за окончательную:

$$\Phi_m = \int_{t_{m-1}}^{t_m} (\omega(t)dt + \frac{1}{2} \alpha(t) \times \omega(t))dt = \alpha_m + \beta_m, \quad (2.4)$$

где

$$\alpha(t) = \int_{t_{m-1}}^{t_m} \omega(\tau)d\tau, \quad \alpha_m = \alpha(t_m),$$

$$\beta(t) = \frac{1}{2} \int_{t_{m-1}}^{t_m} \alpha(\tau) \times \omega(\tau)d\tau, \quad \beta_m = \beta(t_m).$$

Вектор β в уравнении (2.4) называют вектором некоммутативного поворота, или "конингом". При определенных движениях твердого тела это слагаемое вносит существенный вклад в погрешность метода. Исследование некоммутативных поворотов (или "конинга") как вида механического движения тел, разделение численных алгоритмов определения ориентации твердого тела (БИНС) на быстрый и медленный циклы счета [15] направлены на компенсацию вредного влияния этого явления.

Между тем, для некоторого вектора угловой скорости $\mathbf{w}(t)$, который получается в задаче определения ориентации твердого тела (БИНС) с произвольным вектором $\omega(t)$ при осуществлении взаимно однозначных замен переменных в уравнении (1.1), приближенное уравнение Борца (2.3) допускает точное аналитическое решение. Используя это решение, можно получить новый аналитический алгоритм определения ориентации твердого тела (БИНС). Покажем это.

3. Приведение задачи Дарбу к удобной для изучения форме

Осуществим в задаче (1.1), (1.2) ряд замен переменных, упрощающих задачу. Замена зависимой переменной в уравнении типа (1.1) будет иметь следующий вид:

$$\Lambda = \mathbf{U} \circ \mathbf{V}; \quad (3.1)$$

$$2\mathbf{U}' = \mathbf{U} \circ \mathbf{B}; \quad (3.2)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{V} \circ \omega(t) \circ \mathbf{V}^{-1} - 2\mathbf{V}' \circ \mathbf{V}^{-1}, \quad (3.3)$$

где $\mathbf{U} = \mathbf{U}(t)$ — новая искомая кватернионная переменная; $\mathbf{V} = \mathbf{V}(t)$ — задаваемый оператор (кватернион) перехода к новому уравнению вида (3.2); $\mathbf{B} = \mathbf{B}(t)$ — кватернионный коэффициент уравнения (2.2), имеющий смысл угловой скорости некоторой новой системы координат.

Для большей наглядности проводимых ниже замен переменных типа (3.1), (3.2) ортогональное преобразование $\mathbf{V} \circ \omega(t) \circ \mathbf{V}^{-1}$, входящее в соотношение (3.3), приведем в координатной форме:

$$\mathbf{r} = \mathbf{V} \circ \omega(t) \circ \mathbf{V}^{-1} = r_1 \mathbf{i}_1 + r_2 \mathbf{i}_2 + r_3 \mathbf{i}_3;$$

$$r_1 = (\omega_1(v_0^2 + v_1^2 - v_2^2 - v_3^2) + 2\omega_2(v_1v_2 - v_0v_3) + 2\omega_3(v_1v_3 + v_0v_2))/\|\mathbf{V}\|;$$

$$r_2 = (2\omega_1(v_1v_2 + v_0v_3) + \omega_2(v_0^2 + v_2^2 - v_1^2 - v_3^2) + 2\omega_3(v_2v_3 - v_0v_1))/\|\mathbf{V}\|;$$

$$r_3 = (2\omega_1(v_1v_3 - v_0v_2) + 2\omega_2(v_2v_3 + v_0v_1) + \omega_3(v_0^2 + v_3^2 - v_1^2 - v_2^2))/\|\mathbf{V}\|;$$

$$\|\mathbf{V}\| = v_0^2 + v_1^2 + v_2^2 + v_3^2.$$

Рассмотрим замену зависимой переменной

$$\Lambda = \mathbf{U}_1 \circ \mathbf{V}, \quad (3.4)$$

$$\mathbf{V}(t) = \exp\left(\mathbf{i}_3 \frac{1}{2} \int_0^t v(\tau) d\tau\right) \circ \exp\left(\mathbf{i}_1 \frac{1}{2} \int_0^t \omega_1(\tau) d\tau\right), \quad (3.5)$$

$$v(t) = \sin\left(\int_0^t \omega_1(\tau) d\tau\right) \omega_2 + \cos\left(\int_0^t \omega_1(\tau) d\tau\right) \omega_3, \quad (3.6)$$

где "exp(.)" обозначает кватернионную экспоненту [4]

$$\exp(\mathbf{Z}) = \exp(z_0)(\cos(|\mathbf{z}_v|) + \sin(|\mathbf{z}_v|)\mathbf{z}_v/|\mathbf{z}_v|),$$

$z_0, \mathbf{z}_v = z_1\mathbf{i}_1 + z_2\mathbf{i}_2 + z_3\mathbf{i}_3$ — скалярная и векторная части кватерниона $\mathbf{Z}$ соответственно, векторная часть кватерниона $\mathbf{Z}(t)$ при этом должна иметь постоянное направление.

В результате задача Дарбу (1.1), (1.2) перейдет в задачу

$$2\mathbf{U}_1' = \mathbf{U}_1 \circ \mathbf{w}(t), \quad (3.7)$$

$$\mathbf{w}(t) = \mu(t)\left(-\mathbf{i}_1 \sin\left(\int_0^t v(\tau) d\tau\right) + \mathbf{i}_2 \cos\left(\int_0^t v(\tau) d\tau\right)\right), \quad (3.8)$$

$$\mu(t) = \cos\left(\int_0^t \omega_1(\tau) d\tau\right) \omega_2 - \sin\left(\int_0^t \omega_1(\tau) d\tau\right) \omega_3, \quad (3.9)$$

$$\mathbf{U}_1(0) = \Lambda_0, \quad (3.10)$$

где $v(t)$ определяется формулой (3.6). Векторный коэффициент в уравнении (3.7) по-прежнему имеет смысл вектора угловой скорости некоторой системы координат, но в отличие от произвольного переменного вектора $\omega(t)$ в уравнении (1.1), в (3.7) вектор угловой скорости $\mathbf{w}$ (3.8), оставаясь в общем случае переменным по модулю, совершает вполне определенное движение — вращается в плоскости $(\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2)$ вокруг оси $\mathbf{i}_3$ (данное движение является частным случаем конической прецессии).

Отметим один факт, возникающий в связи с изучением проблемы интегрируемости кватернионного кинематического уравнения вращения в форме (3.7).

Осуществим в (3.7)—(3.10) еще одну замену зависимой переменной типа (3.1)—(3.3):

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{U} \circ \left(-\mathbf{i}_1 \sin\left(\int_0^t v(\tau) d\tau\right) + \mathbf{i}_2 \cos\left(\int_0^t v(\tau) d\tau\right)\right). \quad (3.11)$$

Тогда проблема Дарбу (1.1), (1.2) примет вид

$$2\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{U} \circ \mathbf{w}(t); \quad (3.12)$$

$$\mathbf{w}(t) =$$

$$= \mu(t)\left(-\mathbf{i}_1 \sin\left(\int_0^t v(\tau) d\tau\right) + \mathbf{i}_2 \cos\left(\int_0^t v(\tau) d\tau\right)\right) - 2\mathbf{i}_3 v(t); \quad (3.13)$$

$$\mathbf{U}(0) = \Lambda_0 \circ (-\mathbf{i}_2). \quad (3.14)$$

Нахождение точного решения уравнения (3.12) по-прежнему остается трудной задачей, однако решение кватернионного уравнения

$$2\dot{\Psi} = \Psi \circ \mathbf{w}(t)/2 \quad (3.15)$$

с начальным условием

$$\Psi(0) = \Lambda_0 \circ (-i_2), \quad (3.16)$$

отличающегося от уравнения (3.12) только множителем "1/2" в правой части, легко находится:

$$\Psi = \Psi(0) \circ \Phi(t),$$

$$\Phi(t) = \exp\left(i_2 \frac{1}{2} \int_0^t \mu(\tau) d\tau\right) \circ \exp\left(-i_3 \frac{1}{2} \int_0^t \nu(\tau) d\tau\right), \quad (3.17)$$

где функции ν , μ определяются соотношениями (3.6), (3.9).

Следует отметить, что задачи (3.12)—(3.14); (3.15), (3.16) можно обобщить, введя в них соответствующим образом произвольный постоянный кватернион $\mathbf{K}$.

Подводя итог, запишем всю замену зависимой переменной $\Lambda(t)$ в задаче Коши (1.1), (1.2):

$$\Lambda(t) = \mathbf{U}(t) \circ \mathbf{K} \circ \mathbf{V}(t), \|\mathbf{K}\| = \|\mathbf{V}\| = 1; \quad (3.18)$$

$$\mathbf{V}(t) = \left(-i_1 \sin\left(\int_0^t \nu(\tau) d\tau\right) + i_2 \cos\left(\int_0^t \nu(\tau) d\tau\right)\right) \circ$$

$$\circ \exp\left(i_3 \frac{1}{2} \int_0^t \nu(\tau) d\tau\right) \circ \exp\left(i_1 \frac{1}{2} \int_0^t \omega_1(\tau) d\tau\right); \quad (3.19)$$

$$2\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{U} \circ \mathbf{K} \circ \mathbf{w}(t) \circ \tilde{\mathbf{K}}; \quad (3.20)$$

$$\mathbf{U}(0) = \Lambda_0 \circ (-i_2) \circ \tilde{\mathbf{K}}. \quad (3.21)$$

Разрешимая задача (3.15), (3.16) примет вид

$$4\dot{\Psi} = \Psi \circ \mathbf{K} \circ \mathbf{w}(t) \circ \tilde{\mathbf{K}}; \quad (3.22)$$

$$\Psi(0) = \Lambda_0 \circ (-i_2) \circ \tilde{\mathbf{K}}. \quad (3.23)$$

Выберем кватернион $\mathbf{K}$ в виде $\mathbf{K} = \Lambda_0 \circ (-i_2)$, чтобы начальные условия (3.21), (3.23) стали единичными: $\mathbf{U}(0) = \Psi(0) = 1$. Решение задачи Коши (3.22), (3.23) запишется следующим образом:

$$\Psi = \Lambda_0 \circ (-i_2) \circ \Phi(t) \circ i_2 \circ \tilde{\Lambda}_0, \quad (3.24)$$

где кватернион $\Phi(t)$ определяется выражением (3.17).

Отметим, что этот прием с кватернионом $\mathbf{K}$ важен при построении алгоритма ориентации БИНС. Тогда на каждом последующем шаге алгоритма m кватернион $\mathbf{K}$ следует выбирать в виде $\mathbf{K}_m = \Lambda_{m-1} \circ (-i_2)$.

4. Точное решение приближенного уравнения Борца

На основе выражений типа (2.2) поставим в соответствие кватернионной задаче (3.20), (3.21) задачу с векторным приближенным линейным дифференциальным уравнением Борца

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}} = \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\varphi} \times (\Lambda_0 \circ (-i_2) \circ \mathbf{w}(t) \circ i_2 \circ \tilde{\Lambda}_0); \quad (4.1)$$

$$\boldsymbol{\varphi}(0) = 0. \quad (4.2)$$

Отметим, что однородная часть векторного линейного дифференциального уравнения (4.1) эквивалентна системе (3.22), записанной в форме векторного уравнения Пуассона [4]. Следуя методу

Лагранжа решения линейных неоднородных дифференциальных систем уравнений, на основании соотношения (3.24) решение приближенного уравнения Борца (4.1) при малом угле поворота твердого тела будет иметь вид

$$\boldsymbol{\varphi} = \Lambda_0 \circ (-i_2) \circ \tilde{\Phi}(t) \circ$$

$$\circ \int_0^t \Phi(\tau) \circ \mathbf{w} \circ \tilde{\Phi}(\tau) d\tau \circ \Phi(t) \circ i_2 \circ \tilde{\Lambda}_0, \quad (4.3)$$

где кватернион $\Phi(t)$ определяется выражением (3.17), а Λ_0 задает начальное положение твердого тела.

Алгоритм определения ориентации твердого тела (БИНС)

1. По заданным компонентам вектора $\boldsymbol{\omega}$ и формулам в каждый момент времени t вычисляются функции $\nu(t)$, $\mu(t)$:

$$\nu(t) = \sin\left(\int_0^t \omega_1(\tau) d\tau\right) \omega_2 + \cos\left(\int_0^t \omega_1(\tau) d\tau\right) \omega_3;$$

$$\mu(t) = \cos\left(\int_0^t \omega_1(\tau) d\tau\right) \omega_2 - \sin\left(\int_0^t \omega_1(\tau) d\tau\right) \omega_3.$$

2. По вычисленным $\nu(t)$, $\mu(t)$ определяется вектор $\mathbf{w}(t)$:

$$\mathbf{w}(t) =$$

$$= \mu(t) \left(-i_1 \sin\left(\int_0^t \nu(\tau) d\tau\right) + i_2 \cos\left(\int_0^t \nu(\tau) d\tau\right)\right) - 2i_3 \nu(t).$$

3. С использованием вектора $\mathbf{w}(t)$ и начального положения твердого тела Λ_0 вычисляется приближенное значение вектора ориентации твердого тела $\boldsymbol{\varphi}$:

$$\Phi(t) = \exp\left(i_2 \frac{1}{2} \int_0^t \mu(\tau) d\tau\right) \circ \exp\left(-i_3 \frac{1}{2} \int_0^t \nu(\tau) d\tau\right);$$

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{K} \circ \tilde{\Phi}(t) \circ \int_0^t \Phi(\tau) \circ \mathbf{w} \circ \tilde{\Phi}(\tau) d\tau \circ \Phi(t) \circ \tilde{\mathbf{K}},$$

$$\mathbf{K} = \Lambda_0 \circ (-i_2).$$

4. По вектору ориентации $\boldsymbol{\varphi}$ определяются компоненты кватерниона $\mathbf{U}$:

$$u_0 = \cos(\varphi/2), \quad u_1 = \cos(\varphi/2),$$

$$u_2 = \sin(\varphi/2)e_2, \quad u_3 = \sin(\varphi/2)e_3,$$

$$\varphi = |\boldsymbol{\varphi}|, \quad \mathbf{e} = \boldsymbol{\varphi}/\varphi, \quad \varphi(t) \neq 0, \quad \forall t.$$

5. Находится приближенное значение кватерниона ориентации твердого тела (БИНС) $\Lambda^{\text{прибл}}$:

$$\Lambda^{\text{прибл}} = \mathbf{U} \circ \mathbf{K} \circ \left(-i_1 \sin\left(\int_0^t \nu(\tau) d\tau\right) + i_2 \cos\left(\int_0^t \nu(\tau) d\tau\right)\right) \circ$$

$$\circ \exp\left(i_3 \frac{1}{2} \int_0^t \nu(\tau) d\tau\right) \circ \exp\left(i_1 \frac{1}{2} \int_0^t \omega_1(\tau) d\tau\right).$$

Тем самым задача определения ориентации твердого тела (БИНС) (1.1), (1.2) при малых углах поворота полностью решена с помощью квадратур.

При реализации алгоритма ориентации БИНС на каждом последующем шаге алгоритма m кватернион $\mathbf{K}$ следует выбирать в виде $\mathbf{K}_m = \mathbf{A}_{m-1} \circ (-\mathbf{i}_2)$. Тогда начальное значение по переменной ϕ каждый раз будет нулевым.

Заключение

Следует отметить, что в теории и практике БИНС также используется векторное уравнение типа Риккати [5]

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{a} + 2\mathbf{x} \times \mathbf{a} - \mathbf{x} \circ \mathbf{a} \circ \mathbf{x}, \quad \mathbf{a} = \frac{1}{4}\boldsymbol{\omega}, \quad (5.1)$$

где между вектором $\mathbf{x}$ и кватернионом ориентации $\mathbf{A}$ в (5.1) существует взаимно однозначное соответствие. Для линейной части (5.1)

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{a} + 2\mathbf{x} \times \mathbf{a}$$

возможны такие же рассуждения, как и приведенные в настоящей статье относительно уравнения Борца.

Аналогичные рассуждения можно построить и для дифференциального уравнения относительно вектора конечного поворота твердого тела.

Список литературы

1. Молоденков А. В. К решению задачи Дарбу // Известия РАН. Механика твердого тела. 2007. № 2. С. 3—13.
2. Молоденков А. В. Об определении ориентации твердого тела по его угловой скорости // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2007. № 1. С. 67—73.
3. Лурье А. И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
4. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973. 320 с.
5. Челноков Ю. Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. М.: Физматлит, 2006. 512 с.
6. Челноков Ю. Н. Кватернионы и связанные с ними преобразования в динамике симметричного твердого тела. Ч. 2 // Изв. РАН. МТТ. 1998. № 5. С. 3—18.
7. Иванова Е. А. Об одном подходе к решению задачи Дарбу // Изв. РАН МТТ. 2000. № 1. С. 45—52.
8. Зубов В. И. Аналитическая динамика гироскопических систем. Л.: Судостроение, 1970. 317 с.
9. Каленова В. И., Морозов В. М. О применении методов теории приводимости к некоторым задачам динамики гироскопических систем // Изв. АН СССР. МТТ. 1987. № 1. С. 8—14.
10. Морозов В. М., Каленова В. И. Оценивание и управление в нестационарных линейных системах. М.: Изд-во МГУ, 1988. 143 с.
11. Сачков Г. П., Харламов Ю. М. Об интегрируемости кинематических уравнений вращения // Изв. АН СССР. МТТ. 1991. № 6. С. 11—15.
12. Челноков Ю. Н. Об определении ориентации объекта в параметрах Родрига—Гамильтона по его угловой скорости // Изв. АН СССР. МТТ. 1977. № 3. С. 11—20.
13. Плотицкий П. К. Измерительные гироскопические системы. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1976. 167 с.
14. Еругин Н. П. Приводимые системы // Тр. МИАН им. В. А. Стеклова. 1947. Т. 13. С. 1—95.
15. Savage P. G. Strapdown Analytics. Strapdown Associates Inc., Maple Plan, Minnesota, 2007.

The Exact Solution of the Bortz Approximate Equation and Construction of the Quaternion Orientation Algorithm of SINS on its Basis

A. V. Molodenkov, iptmuran@san.ru✉, Ya. G. Sapunkov, iptmuran@san.ru,

T. V. Molodenkova, moltw@yandex.ru,

Institute of Precision Mechanics and Control Problems, RAS, Saratov, Saratov State Technical University

Corresponding author: Molodenkov A. V., Ph. D., Senior Researcher, Laboratory of Mechanics, Navigation and Motion Control, Institute of Precision Mechanics and Control Problems, RAS, Saratov, 410028, Russian Federation
e-mail: iptmuran@san.ru

Received on January 18, 2016

Accepted on January 22, 2016

During operation of many strapdown inertial navigation systems (SINS) the orientation vector of a rigid body is periodically calculated by the method of approximate solution of the Bortz approximate linear differential equation (in the practice of construction of SINS for small angles of rotation the nonlinear term in the Bortz equation is neglected). Note, that the full non-linear Bortz equation for the vector orientation of the rigid body is an analog of the quaternion linear equation; the vector and the quaternion of the rigid body orientation are linked by known relations. In the article on the basis of the obtained exact solution of the Bortz approximate linear equation (valid for small angles of rotation of a rigid body) due to the quadratures the task is solved for determination of the quaternion orientation of a rigid body with an arbitrary angular velocity and small angle of rotation of the rigid body. Proceeding from this solution, the following approach to the construction of a new algorithm for computation of SINS orientation is proposed: 1) By the set components of the angular velocity of a rigid body on the basis of mutually — unambiguous changes of the variables at each time point, a new angular velocity of a rigid body is calculated; 2) Using the new angular velocity and the initial position of a rigid body, with the help of the quadratures we find the exact solution of the Bortz approximate linear equation (vector of orientation) with a zero initial condition; 3) The value of the quaternion orientation of a rigid body (SINS) is determined by the vector of orientation. During construction of the orientation algorithm of SINS at each subsequent step the change of the variables takes into account the previous step of the algorithm in such a way that each time the initial value of the vector orientation of a rigid body will be equal to zero.

Keywords: algorithm, orientation, angular velocity, rigid body, strapdown inertial navigation system (SINS)

For citation:

Molodenkov A. V., Sapunkov Ya. G., Molodenkova T. V. The Exact Solution of the Bortz Approximate Equation and Construction of the Quaternion Orientation Algorithm of SINS on its Basis, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 5, pp. 335—340.

DOI: 10.17587/mau/16.335-340

References

1. **Molodenkov A. V.** *K resheniyu zadachi Darbu* (On the Solution of the Darboux), *Problem. Izv. Akad. Nauk. Mekh. Tverd. Tela*, 2007, no. 2, pp. 3–13 (in Russian).
2. **Molodenkov A. V.** *Ob opredelenii orientatsii tverdogo tela po ego uglovoi skorosti* (Rigid body orientation determination by its angular velocity), *Vestnik of the Saratov State Tech. Univ.*, 2007, no. 1, pp. 67–73 (in Russian).
3. **Lurie A. I.** *Analiticheskaya mekhanika* (Analytic Mechanics), Moscow, Fizmatgiz, 1961, 824 p. (in Russian).
4. **Branets V. N., Shmyglevskii I. P.** *Primenenie kvaternionov v zadachakh orientatsii tverdogo tela* (The Use of Quaternions in Problems of Orientation of Solid Bodies), Moscow, Nauka, 1973, 320 p. (in Russian).
5. **Chelnokov Yu. N.** *Kvaternionnye i bikvaternionnye modeli i metody mekhaniki tverdogo tela i ikh prilozheniya* (Quaternion and Bi-quaternion Models and Methods in Mechanics of Solids and Their Applications), Moscow, Fizmatlit, 2006, 512 p. (in Russian).
6. **Chelnokov Yu. N.** *Kvaterniony i svyazannye s nimi preobrazovaniya v dinamike simmetrichnogo tverdogo tela. Ch. 2* (Quaternions and Related Transformations in Dynamics of a Symmetric Rigid Body. Part II), *Izv. Akad. Nauk. Mekh. Tverd. Tela*, 1998, no. 5, pp. 3–18 (in Russian).
7. **Ivanova E. A.** *Ob odnom podkhode resheniyu zadachi Darbu* (On One Approach to Solving the Darboux Problem), *Izv. Akad. Nauk. Mekh. Tverd. Tela*, 2000, no. 1, pp. 45–52 (in Russian).
8. **Zubov V. I.** *Analiticheskaya dinamika giroskopicheskikh sistem* (Analytic Dynamics of Gyro Systems), Leningrad, Sudostroenie, 1970. 317 p. (in Russian).
9. **Kalenov V. I., Morozov V. M.** *O primenении metodov teorii privodimosti nekotorym zadacham dinamiki giroskopicheskikh sistem* (On the Application of Reducibility Methods to Problems of Dynamics of Gyro Systems), *Izv. Akad. Nauk SSSR. Mekh. Tverd. Tela*, 1987, no. 1, pp. 8–14 (in Russian).
10. **Morozov V. M., Kalenova V. I.** *Otsenivanie i upravlenie v nestatsionarnykh lineinykh sistemakh* (Estimation and Control in Non-stationary Linear Systems), Moscow, Publishing house of MSU, 1988, 143 p. (in Russian).
11. **Sachkov G. P., Kharlamov Yu. M.** *Ob integriruemosti kinematicheskikh uravnenii vrashcheniya po ego uglovoi skorosti* (On Determining the Object Orientation in Rodrigues-Hamilton Parameters from Its Angular Velocity), *Izv. Akad. Nauk SSSR. Mekh. Tverd. Tela*, 1991, no. 6, pp. 11–15 (in Russian).
12. **Chelnokov Yu. N.** *Ob opredelenii orientatsii ob"ekta v parametrah Ro-driga-Gamil'tona po ego uglovoi skorosti* (On Determining the Object Orientation in Rodrigues-Hamilton Parameters from Its Angular Velocity), *Izv. Akad. Nauk SSSR. Mekh. Tverd. Tela*, 1977, no. 3, pp. 11–20 (in Russian).
13. **Plotnikov P. K.** *Izmeritel'nye giroskopicheskie sistemy* (Gyroscopic Measurement Systems), Saratov, Publishing house of Saratov Univ., 1976, 167 p. (in Russian).
14. **Erugin N. P.** *Privodimye sistemy* (Reducible Systems), *Trudy Mat. Inst. Steklov*, 1947, vol. 13, pp. 1–95 (in Russian).
15. **Savage P. G.** *Strapdown Analytics*, Strapdown Associates Inc., Maple Plan, Minnesota, 2007.

УДК 681.586.5

DOI: 10.17587/mau/17.340-346

В. И. Бусурин, д-р техн. наук, проф., vbusurin@mai.ru, **В. В. Коробков**, канд. техн. наук, доц., vvor@bk.ru, **Иин Наинг Вин**, аспирант, integratedchip.88@gmail.com,

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Исследование характеристик кольцевого волнового оптоэлектронного преобразователя угловой скорости¹

Рассмотрены вопросы построения кольцевого волнового преобразователя угловой скорости на основе оптического туннелирования. Исследовано влияние параметров кольцевого резонатора и оптоэлектронного модулятора на радиальное движение, зазор и отражательную способность. Предложена математическая модель оптоэлектронного преобразователя на основе оптического туннелирования, обеспечивающая квазилинейную функцию преобразования.

Ключевые слова: кольцевой волновой резонатор, оптоэлектронный преобразователь, угловая скорость, оптическое туннелирование, пьезоактюатор, функция преобразования, зазор, радиальное движение

Введение

Определение угловой скорости осуществляется традиционно с помощью механических преобразователей — гироскопов, использующих быстро вращающееся тело с несколькими степенями свободы [1]. Известно, что они имеют ряд недостатков — значительную массу и большое энергопотребление.

Современные малогабаритные микроэлектромеханические преобразователи угловой скорости часто используют кольцевой волновой резонатор и емкостной способ съема информации [2]. В таких преобразователях для съема информации к подвижной части преобразователя прикреплен обкладка конденсатора, а вторая обкладка закреплена неподвижно. При наличии угловой скорости подвижная часть преобразователя смещается отно-

сительно обкладки на неподвижной части. Функция преобразования при таком способе съема информации имеет существенную нелинейность.

Для получения квазилинейной функции преобразования при измерении угловой скорости предлагается использовать преобразователи внешних воздействий на основе управляемого оптического туннельного эффекта (ОТЭ) с переменным зазором между базовой поверхностью и кольцевым резонатором.

Функциональная схема кольцевого оптоэлектронного преобразователя угловой скорости

Кольцевой резонатор является одним из основных узлов микроэлектромеханических преобразователей для измерения угловой скорости относительно полярной оси. При его вращении на него действуют силы Кориолиса, которые являются причиной возникновения радиального движения по периметру кольца. При деформации кольцевого резонатора можно выделить два режима [3].

¹ Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-08-00447).

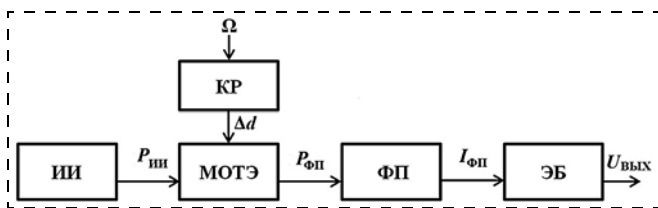


Рис. 1. Структурная схема одноканального оптоэлектронного преобразователя угловой скорости

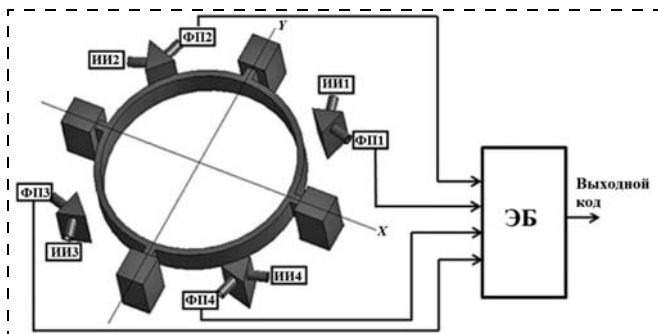


Рис. 2. Функциональная схема кольцевого оптоэлектронного преобразователя угловой скорости

Если в кольцевом резонаторе возбуждены только постоянные виброколебания, то при отсутствии угловой скорости кольцо принимает форму эллипса. Такое состояние называется первым режимом. Первый режим может возбуждаться с помощью ряда средств, включая электромагнитные, электростатические или пьезоэлектрические. Ускорение Кориолиса, возникающее из-за угловой и линейной скоростей каждого элемента кольца, вызывает распределение в плоскости сил инерции вокруг кольца. Эти силы вызывают второй режим.

Во втором режиме движение кольца пропорционально прикладываемой угловой скорости. Движение во втором режиме может быть обнаружено емкостным, электростатическим и пьезорезистивным способами. Предлагается регистрировать движения второго режима с помощью ОТЭ, что позволит уменьшить амплитуду колебаний резонатора и получить квазилинейную характеристику.

Структурная схема одноканального оптоэлектронного преобразователя угловой скорости (рис. 1) включает в себя: источник излучения (ИИ), кольцевой резонатор (КР), модулятор на основе ОТЭ (МОТЭ), фотоприемник (ФП), электронный блок обработки (ЭБ).

Кольцевой резонатор преобразователя закреплен, например, двумя парами пьезоактюаторов (рис. 2), расположенных на осях OX (0°) и OY (90°), и имеет возможность деформироваться. Амплитуда деформационных колебаний кольцевого резонатора зависит от возбуждающего напряжения.

Возникающие под действием угловой скорости силы Кориолиса деформируют кольцевой резонатор, являясь причиной дополнительного радиального движения. Зная амплитуду радиального движения, можно определить направление и величину угловой скорости.

При воздействии высокочастотных вибраций в первом режиме кольцо принимает форму эллипса, вытянутого вдоль осей OX или OY . При наличии угловой скорости кольцо дополнительно деформируется в эллипс, вытянутый вдоль осей, расположенных под углами 45° и 135° относительно главной оси. При отсутствии угловой скорости точки кольца вдоль дополнительных осей не изменяют своего положения при высокочастотных вибрациях.

Для съема информации о радиальном движении второго режима использованы две пары считывающих оптических узлов. Эти считывающие узлы определяют величину радиального движения вдоль дополнительных осей под углом 45° и 135° . Амплитуда радиального движения пропорциональна угловой скорости вращения.

Для обеспечения возможности гальванической развязки цепей возбуждения и съема информации использован оптоэлектронный способ считывания на основе оптического туннелирования. При этом оптическое излучение от стабилизированного ИИ проходит через МОТЭ, взаимодействуя с КР, и достигает фотоприемника. Сигнал с ФП поступает на ЭБ, где преобразуется в нормированное напряжение.

Характеристики второго радиального движения кольцевого резонатора оптоэлектронного преобразователя угловой скорости

При разработке систем управления летательных аппаратов необходимо использовать данные об угловой скорости, диапазон измерения которой может составлять, например, несколько сотен градусов в секунду. Значения выходного сигнала в схемах с кольцевым волновым резонатором зависит от частоты его колебаний. Частота колебаний резонатора зависит от его диаметра и толщины, а также от плотности и модуля упругости материала [4]:

$$f_n = \frac{n(n^2 - 1)}{\pi D^2 \sqrt{n^2 + 1}} \sqrt{\frac{1}{3} \frac{Eh^2}{\rho}}, \quad (1)$$

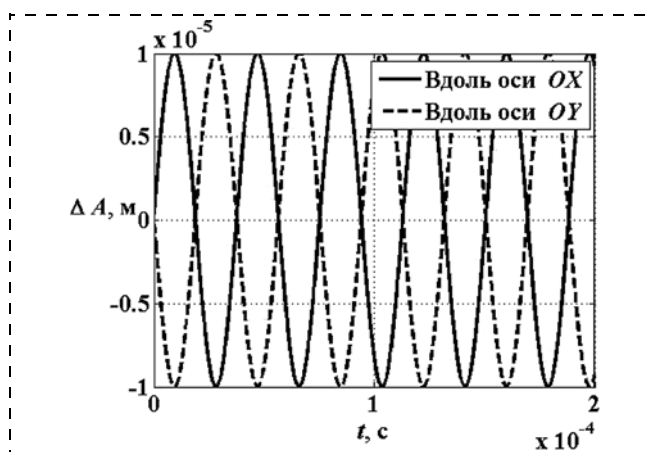


Рис. 3. Зависимость амплитуды первого движения ΔA вдоль осей OX и OY от времени

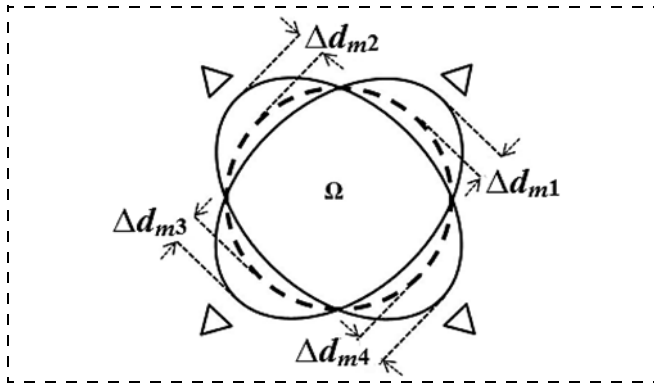


Рис. 4. Деформирование (второе движение) кольцевого преобразователя под действием угловой скорости

где E — модуль упругости (Юнга), h — толщина кольца, ρ — плотность материала, D — диаметр кольца.

Амплитуда первого радиального движения ΔA составляет около 10 мкм (рис. 3) при следующих параметрах КР: частоте возбуждающих колебаний $f = 26$ кГц, модуле упругости (Юнга) $E = 1,65 \cdot 10^{11}$ Па и плотности материала $\rho = 2330$ кг/м³.

Второе радиальное движение кольцевого резонатора зависит от угловой скорости вращения Ω , амплитуды постоянных вибраций ΔA , частоты колебаний и демпфирования γ . Амплитуда второго радиального движения может быть определена по формуле [3]

$$\Delta d_{mi}(\Omega) = \frac{2n\Omega A}{(n^2 + 1)\gamma f_n}. \quad (2)$$

С учетом зависимости частоты колебаний (1) амплитуда второго радиального движения определится как

$$\Delta d_{mi}(\Omega) = \frac{2A\pi D^2}{\gamma h(n^2 - 1)} \sqrt{\frac{3\rho}{(n^2 + 1)E}} \Omega, \quad (3)$$

где Δd_{mi} — амплитуда второго радиального движения кольцевого резонатора; γ — демпфирование; Ω — угловая скорость; ρ , h — плотность и толщина КР; D — диаметр; n — узловой диаметр; E — модуль упругости КР.

Деформирование (второе движение) кольцевого преобразователя под действием угловой скорости показано на рис. 4. Угловая скорость Ω вдоль полярной оси кольца вызывает второе радиальное движение, амплитуда которого Δd_{mi} пропорциональна амплитуде постоянных вибраций (первое движение) A и угловой скорости Ω .

При увеличении угловой скорости амплитуда второго радиального движения кольцевого резонатора увеличивается. Для съема информации об амплитуде второго радиального движения использованы две пары оптических узлов считывания, работающие в противофазе.

Исследование влияния геометрических параметров кольцевого резонатора на характеристики оптоэлектронного преобразователя угловой скорости

Изменяя геометрические параметры кольцевого резонатора, определим их влияние на второе радиальное движение. На рис. 5 приведены зависимости амплитуды второго радиального движения кольцевого резонатора от угловой скорости Ω при различных значениях диаметра резонатора D (рис. 5, а) и толщины резонатора h (рис. 5, б) для следующих параметров: модуль упругости (Юнга) $E = 1,65 \cdot 10^{11}$ Па, плотность материала $\rho = 2330$ кг/м³.

При уменьшении толщины h кольцевого резонатора увеличивается второе радиальное движение. Увеличение диаметра D кольцевого резонатора также приводит к увеличению второго радиального движения. Амплитуда второго радиального движения линейно зависит от угловой скорости и может достигать нескольких сотен нанометров при достаточно малых размерах кольцевого резонатора. Такие

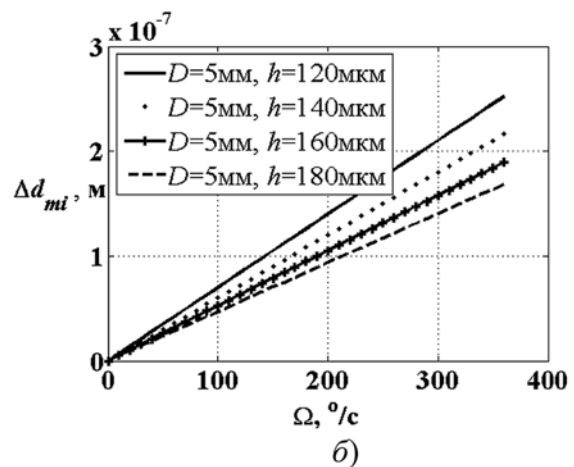
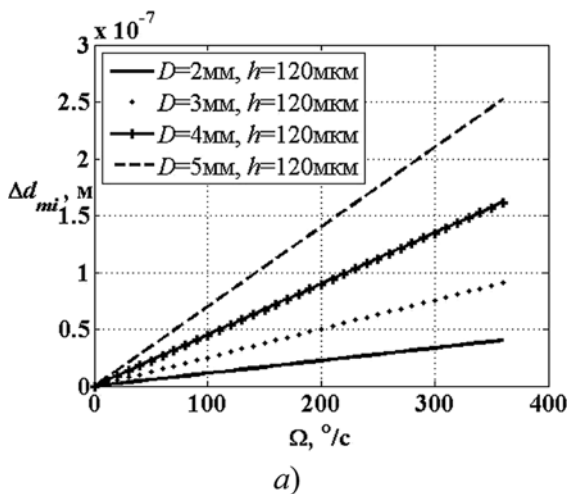


Рис. 5. Зависимость амплитуды второго радиального движения от угловой скорости при изменении диаметра (а) и толщины (б) кольцевого резонатора

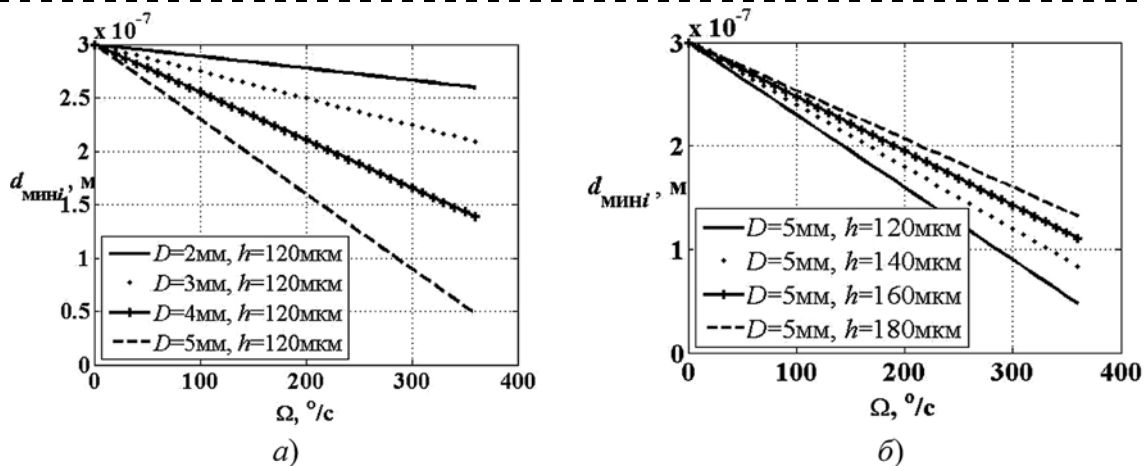


Рис. 6. Зависимость зазора от угловой скорости при изменении диаметра (а) и толщины (б) кольцевого резонатора

значения второго радиального движения соответствуют диапазону работы оптических узлов считывания информации на основе оптического туннелирования.

В общем случае зазор $d_{\min i}$ между оптическим элементом считывания и кольцевым резонатором зависит от начального зазора d_0 , предусмотренного конструкцией, и второго радиального движения кольцевого резонатора $\Delta d_{mi}(t, \Omega)$, которое зависит от времени t и измеряемой угловой скорости Ω . Зазор $d_{\min i} = f(t, \Omega)$ между призмой и кольцевым резонатором определяется как

$$d_{\min i}(t, \Omega) = d_0 - \Delta d_{mi}(t, \Omega). \quad (4)$$

При увеличении угловой скорости амплитуда изменений зазора увеличивается, в результате чего амплитуда изменений выходной оптической мощности также увеличивается. При этом следует учитывать, что при увеличении второго радиального движения кольцевого резонатора $\Delta d_{mi}(t, \Omega)$ происходит уменьшение зазора $d_{\min i}(t, \Omega)$, что приводит к уменьшению выходной оптической мощности. По амплитуде изменений выходной мощности можно измерять угловую скорость. На рис. 6 приведена

зависимость изменения зазора от угловой скорости при изменении диаметра D (рис. 6, а) и толщины резонатора h (рис. 6, б).

Изменения амплитуды второго радиального движения происходят с постоянной частотой, равной частоте возбуждающих колебаний ($f_n = 26$ кГц), и приведены на рис. 7. Под действием постоянной угловой скорости $\Omega = 360$ °/с изменение амплитуды второго радиального движения составляет около 200 нм при следующих параметрах резонатора: диаметр $D = 5$ мм, толщина $h = 160$ мкм.

Зазор кольцевого резонатора изменяется в противофазе с амплитудой второго радиального движения. При выборе начального зазора $d_0 = 300$ нм зазор $d_i(t)$ изменяется от 100 до 500 нм (рис. 8), что соответствует диапазону измерения при использовании оптического туннельного эффекта.

Таким образом, целесообразно выбирать радиус кольцевого резонатора r порядка единиц миллиметров при толщине h в сотни микрометров, что обеспечивает необходимую максимальную амплитуду второго радиального движения и зазор около сотен нанометров при угловых скоростях сотни градусов в секунду.

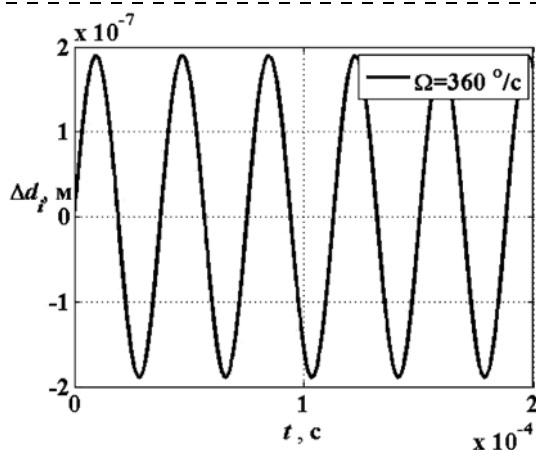


Рис. 7. Зависимость амплитуды второго радиального движения от времени при постоянной угловой скорости

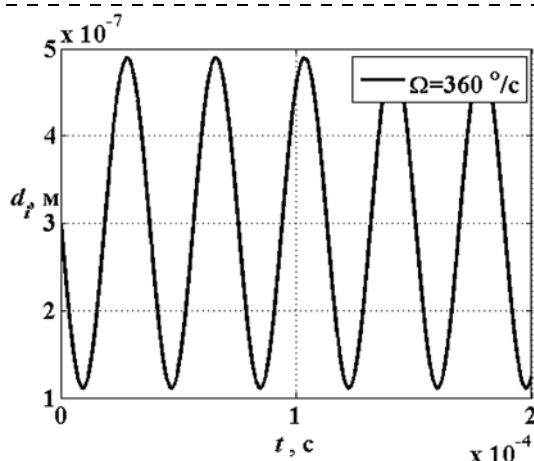


Рис. 8. Зависимость зазора от времени при постоянной угловой скорости

Функция преобразования кольцевого оптоэлектронного преобразователя угловой скорости

Считывающие оптические узлы преобразователя угловой скорости представляют собой совокупность источников излучения, призм полного внутреннего отражения (с показателем преломления n_1), кольцевого резонатора, фотоприемников. Изменение

мощности выходного излучения каждого канала можно оценить по отражательной способности модулируемой границы сред. Отражательная способность $R_i = f[d_i(t, \Omega)]$ периодически изменяется во времени с амплитудой, зависящей от угловой скорости, в противофазе с изменением зазора $d_i(t, \Omega)$ и определяется как

$$R_i[d_i(t, \Omega)] = 0,5 \frac{\exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda} d_i(t, \Omega) \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta - n_2^2}\right) + \exp\left(\frac{4\pi}{\lambda} d_i(t, \Omega) \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta - n_2^2}\right) + 2\cos(\phi_{12\perp} - \phi_{23\perp})}{\exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda} d_i(t, \Omega) \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta - n_2^2}\right) + \exp\left(\frac{4\pi}{\lambda} d_i(t, \Omega) \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta - n_2^2}\right) + 2\cos(\phi_{12\perp} + \phi_{23\perp})} +$$

$$+ 0,5 \frac{\exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda} d_i(t, \Omega) \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta - n_2^2}\right) + \exp\left(\frac{4\pi}{\lambda} d_i(t, \Omega) \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta - n_2^2}\right) + 2\cos(\phi_{12\parallel} - \phi_{23\parallel})}{\exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda} d_i(t, \Omega) \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta - n_2^2}\right) + \exp\left(\frac{4\pi}{\lambda} d_i(t, \Omega) \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta - n_2^2}\right) + 2\cos(\phi_{12\parallel} + \phi_{23\parallel})}, \quad (5)$$

где $\phi_{21\perp}$, $\phi_{23\perp}$, $\phi_{12\parallel}$, $\phi_{23\parallel}$ — фазы волны при отражении от раздела сред [5].

В преобразователе оптическая мощность излучения на фотоприемнике $P_{\text{ФП}}$ определяется с учетом отражательной способности в контактной оптической области модулируемой границы призмы, зависящей от изменения зазора Δd_i (рис. 9) под действием измеряемой угловой скорости. Предполагается, что зазор постоянен вдоль контактной оптической области, причем выходную оптическую мощность $P_{\text{ФП}}$ можно определить по приближенной модели, в которой расчет зазора Δd_i осуществляется по центральному лучу источника излучения как точки контакта на модулируемой границе призмы [5].

При моделировании работы считывающего оптического узла использованы следующие параметры: начальный зазор $d_0 = 300$ нм, диаметр кольца $D = 5$ мм, толщина кольца $h = 160$ мкм, показатель преломления призмы $n_1 = 1,5$; длина волны света $\lambda = 900$ нм; показатель преломления воспринимающего элемента $n_3 = 3,4$; разделительная среда — вакуум ($n_2 = 1$).

Необходимо учитывать, что при изменении угла падения светового излучения на призму изменяется отражательная способность. При увеличении угла падения светового потока отражательная способность границы раздела "призма—зазор—кольцо" увеличивается, но с увеличением отражательной способности растет нелинейность, и нужно избегать возникновения больших погрешностей.

Целесообразно выбрать минимально допустимый угол падения θ , равный приблизительно 42° , что обеспечивает малые погрешности нелинейности при угловых скоростях сотни градусов в секунду (рис. 10).

В преобразователе изменение мощности оптического излучения, падающей на фотоприемник, можно оценить по отражательной способности модулируемой границы сред, т. е. по отношению мощности отраженного излучения к мощности падаю-

щего. С учетом отражательной способности R_i , зависящей от зазора d_i , мощность оптического излучения $P_{\text{ФП}}\{R_i[d_i(t, \Omega)]\} = f\{R_i[d_i(t, \Omega)], P_{\text{ИИ}}\}$ на фотоприемнике определяется как

$$P_{\text{ФП}}\{R_i[d_i(t, \Omega)]\} = P_{\text{ИИ}} R_i[d_i(t, \Omega)] K_{\text{П}}, \quad (6)$$

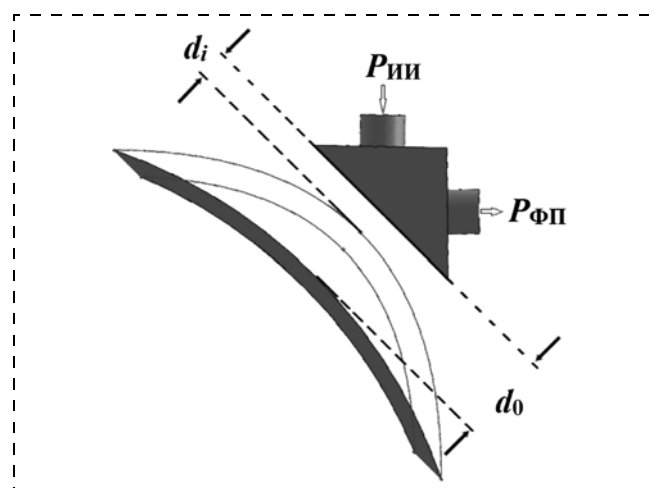


Рис. 9. Считывающий оптический узел на основе ОТЭ

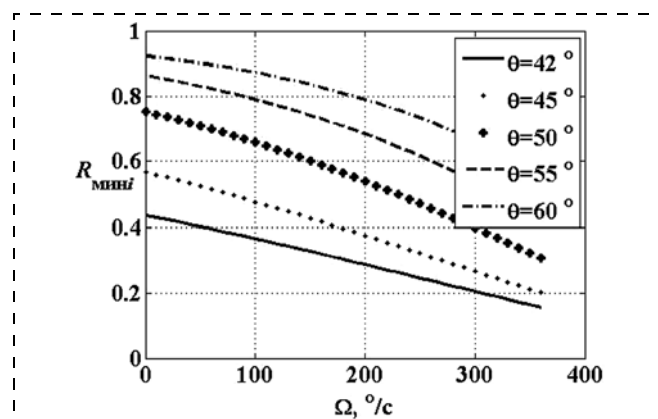


Рис. 10. Зависимость минимальных значений отражательной способности от угловой скорости при разных углах падения светового потока

где $P_{\Phi\Pi i}\{R_i[d_i(t, \Omega)]\}$ — оптическая мощность на фотоприемнике; K_{Π} — суммарный коэффициент потерь; $P_{ИИ}$ — оптическая мощность источника излучения; $R_i[d_i(t, \Omega)]$ — отражательная способность модулируемой границы сред с переменным зазором d_i . На рис. 11 изображено изменение минимальных значений оптической мощности на фотоприемнике от угловой скорости при определенном угле падения.

Оптическая мощность $P_{\Phi\Pi i}\{R_i[d_i(t, \Omega)]\}$ и ток фотоприемника $I_{\Phi\Pi i} = P_{\Phi\Pi i}\{R_i[d_i(t, \Omega)]\}S_{\Phi\Pi i}$ изменяются в противофазе с амплитудой второго радиального движения (рис. 12). При этом оптическая

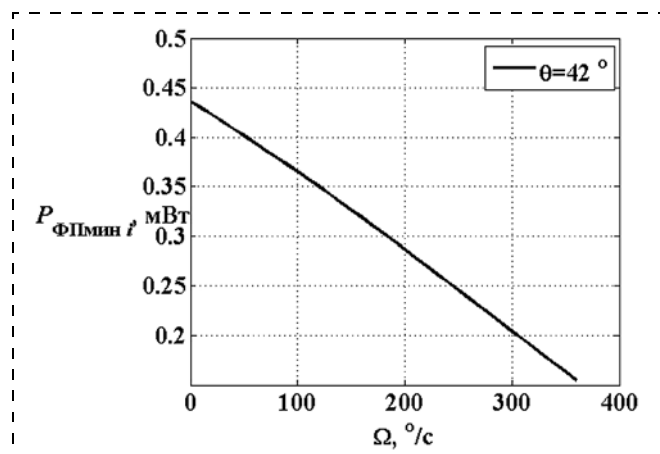


Рис. 11. Зависимость минимальных значений мощности фотоприемника от угловой скорости при выбирающем угле падения светового потока

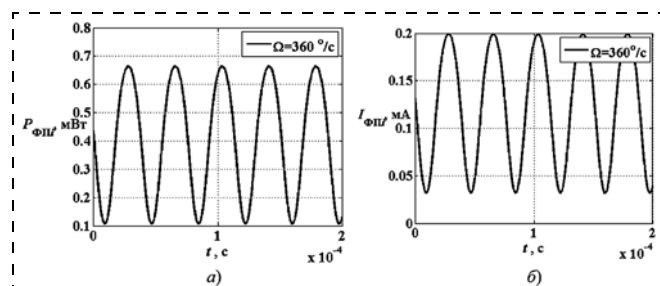


Рис. 12. Зависимость оптической мощности $P_{\Phi\Pi i}$ (а) и тока фотоприемника $I_{\Phi\Pi i}$ (б) от времени при постоянной угловой скорости

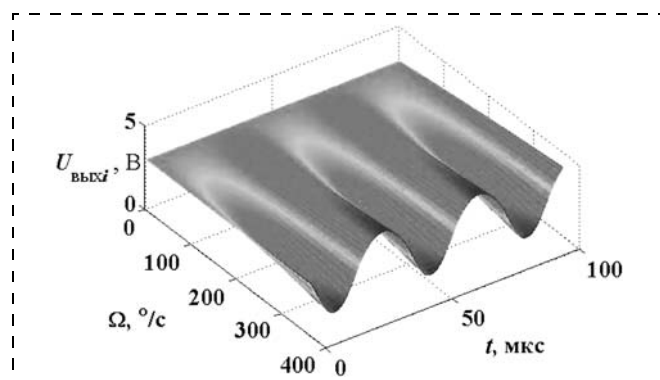


Рис. 13. Зависимость выходного напряжения i -го узла считывания преобразователя от угловой скорости и времени

мощность изменяется в диапазоне от 0,1 до 0,7 мВт при постоянной угловой скорости 360 °/с.

Функция преобразования одного узла считывания кольцевого преобразователя угловой скорости определяется зависимостью выходного напряжения $U_{\text{ВЫХ}i} = f(P_{\Phi\Pi i}\{R_i[d_i(t, \Omega)]\})$ от угловой скорости. Выходное напряжение при использовании преобразователя "ток—напряжение" на основе операционного усилителя с сопротивлением в цепи обратной связи $R_{\text{ос}}$ с учетом тока фотоприемника определяется как

$$U_{\text{ВЫХ}i} = R_{\text{ос}}(S_{\Phi\Pi}P_{\Phi\Pi i}\{R_i[d_i(t, \Omega)]\} + I_T). \quad (7)$$

На рис. 13 изображена зависимость выходного напряжения i -го узла считывания преобразователя от угловой скорости и времени.

Выходные напряжения четных и нечетных узлов считывания изменяются в противофазе, что необходимо учитывать при формировании выходного сигнала преобразователя угловой скорости по амплитудам выходных напряжений узлов считывания и компенсации влияния линейных виброускорений.

Основные результаты

Для определения угловой скорости в бесплатформенных инерциальных навигационных системах предложено использовать кольцевой волновой преобразователь угловой скорости с узлами считывания на основе оптического туннелирования с квазилинейной функцией преобразования

Разработана функциональная схема преобразователя с четырьмя узлами считывания и исследовано влияние параметров кольцевого волнового резонатора на характеристики преобразователя угловой скорости. Определены диапазоны параметров кольцевого резонатора (диаметр КР 2...5 мм при толщине 120...180 мкм), обеспечивающие максимальную амплитуду второго радиального движения (сотни нанометров), достаточную для обеспечения измерения угловых скоростей в сотни градусов в секунду.

Исследовано влияние угла падения светового потока θ на линейность зависимости отражательной способности от угловой скорости. Определены зависимости оптической мощности фотоприемника, тока фотоприемника и выходного напряжения узлов считывания от угловой скорости.

Список литературы

1. Tirtichny A. Calculation of vibrating ring gyroscope characteristics // Proc. of International forum "Information and communication technologies and higher education — priorities of modern society development". May 26—30, 2009. P. 79—84.
2. Крекотень Ф. Современные МЭМС-гироскопы и акселерометры // Петербургский журнал электроники. 2011. № 1.
3. Eley R., Fox C. H. J. and William S. Mc. The dynamics of vibrating ring multi axis rate gyroscope // Journal of Mechanical Engineering Science. 2000. Vol. 214, no. 12. P. 1503—1513.
4. Irvine T. Ring vibration modes revision D. URL: <http://www.vibrationdata.com/tutorials2/> January 26, 2015. 1—15 pp.
5. Born M., Wolf E. Principles of Optics. Pergamon Press, Oxford, October 1986. 854 p.

Investigation of Characteristics of the Optoelectronic Ring Wave Angular Velocity Transducer

V. I. Busurin, D. Sc., Professor, vbusurin@mai.ru✉,
V. V. Korobkov, Ph. D., Associate Professor, vkor@bk.ru,
Yin Naing Win, Postgraduate Student, integratedchip.88@gmail.com,
Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation

Corresponding author: **Busurin Vladimir I.**, D. Sc., Professor,
Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation
e-mail: vbusurin@mai.ru

Received on January 27, 2015

Accepted on February 05, 2015

The article presents a research of the characteristics of the optoelectronic ring angular velocity transducer based on the optical tunneling effect. Nowadays MEMS gyroscopes are used in the aircraft control and navigation systems. A big number of MEMS angular velocity transducers, based on the properties of a vibrating element, are already available. There are several ways to evaluate sensitivity of these angular velocity transducers, including capacitive, electrostatic and piezoresistive means. The main disadvantage of these angular velocity transducers is nonlinear sensitivity. In this article those problems are solved by the research of the optoelectronic ring angular velocity transducer with the optical tunneling readout schematics, which ensures a measurement range of several hundred degrees per second. The response amplitude of a ring resonator depends on various factors, such as the diameter, type of material, radial thickness, and axial length. Reflectivity of the angular velocity transducer is changed by the initial gap, amplitude of the vibrating ring resonator and incident beam angle. The output signal is obtained by varying the amplitude of the secondary radial displacement by means of the optical tunneling. With application of a few hundred degrees per second of the angular velocity, the output sensitivity of the desired angular velocity transducer is more linear than with the use of the capacitive means. So, the desired optoelectronic ring angular velocity transducer can be used in the navigation, moving object control and trajectory tracking systems.

Keywords: ring wave resonator, optoelectronic transducer, angular velocity, optical tunneling, piezoactuator, transfer function, gap, radial displacement, sensitivity, linearity

For citation:

Busurin V. I., Korobkov V. V., Yin Naing Win. Investigation of Characteristics of the Optoelectronic Ring Wave Angular Velocity Transducer, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 17, no. 5, pp. 340–346.

DOI: 10.17587/mau/16.340-346

References

1. **Tirtichny A.** Calculation of vibrating ring gyroscope characteristics, *Proc. of International forum "Information and communication*

technologies and higher education — priorities of modern society development", May 26–30, 2009, pp. 79–84.

2. **Crekoten F.** *Sovremennye MEMS-giroscopy i akselerometry* (Modern MEMS gyroscopes and accelerometers), St. Petersburg Journal of Electronics, 2011, no. 1 (in Russian).

3. **Eley R., Fox C. H. J., William S. Mc.** The dynamics of vibrating ring multi axis rate gyroscope, *Journal of Mechanical Engineering Science*, 2000, vol. 214, no. 12, pp. 1503–1513.

4. **Irvine T.** Ring vibration modes revision D, available at: <http://www.vibrationdata.com/tutorials2/> January 26, 2015. 1–15 pp.

5. **Born M., Wolf E.** *Principles of Optics*, Pergamon Press, Oxford, October 1986, 854 p.

УДК 681.5.01

DOI: 10.17587/mau/17.346-353

В. Х. Пшихопов, д-р техн. наук, проф., pshichop@rambler.ru,

М. Ю. Медведев, д-р техн. наук, проф., medvmihal@sfedu.ru,

Южный федеральный университет, г. Таганрог

Децентрализованное управление группой однородных подвижных объектов в двумерной среде с препятствиями¹

Рассматривается задача управления движением группы автономных подвижных объектов при их функционировании в средах со стационарными препятствиями, которая решается в рамках децентрализованной системы управления, с минимизацией обмена информацией между подвижными объектами в группе. Основной особенностью, отличающей разработанный метод от близкого ему метода потенциальных полей, является то, что подвижный объект движется в поле сил, зависящих не только от взаимного расположения объекта и препятствий, но и от дополнительных переменных. Основным отличием предлагаемого подхода от метода позиционно-траекторного управления с использованием неустойчивых режимов является способ введения неустойчивых состояний. В локальных системах управления каждого подвижного объекта используются значения собственных координат и скоростей, а также координат и скоростей только соседних объектов. Препятствия в локальных алгоритмах представляются в виде подвижных объектов, входящих в группу, что позволяет унифицировать системы управления для разнородных групп. Доказаны существование и устойчивость установившихся режимов движения. Проведенное численное моделирование подтверждает результаты синтеза и анализа.

Ключевые слова: позиционно-траекторное управление, групповое управление, подвижный объект, децентрализованное управление, репеллер

¹ Работа поддержана грантом Российского научного фонда 14-19-01533, выполняемым Южным федеральным университетом.

Введение

При решении подавляющего большинства задач соответствующие системы автоматического управления обеспечивают асимптотическую устойчивость желаемых режимов функционирования объектов управления. Однако существуют случаи, когда неустойчивые режимы являются предпочтительными. Например, важнейшей характеристикой самолетов-истребителей является их маневренность, которая достигается путем приближения свойств истребителя к границе устойчивости и даже с переходом через эту границу [1]. Распространенным примером неустойчивого объекта является также шагающий робот с основными элементами в виде неустойчивых маятников, управлению которыми посвящено большое количество литературы [2, 3].

Идея формирования неустойчивых состояний в фазовом пространстве систем управления появилась в работах по нелинейной динамике и синергетике [4, 5], в которых широко используются понятия аттракторов и репеллеров. Согласно работе [6] репеллером называется математический образ какого-либо объекта, представляемый в виде отталкивающего множества в фазовом пространстве управляемого объекта или системы. Соответственно, аттрактором называется математический образ установившихся режимов, представляемый в виде притягивающего множества в фазовом пространстве объекта или системы [6].

Идея использования отталкивающих и притягивающих множеств в системах управления подвижными объектами впервые была реализована в 1970 г. в работах А. К. Платонова, в которых представлен метод потенциалов в задаче выбора пути [7, 8]. За рубежом основные ссылки делаются на работы Брукса и Хатиба, которые вышли в свет в 1985 и 1986 гг. [9–11]. Вместе с тем, работа фирмы Хитахи по управлению мобильным роботом, в которой использована идея "силового поля", выпущена в 1984 г. [12]. В настоящее время метод потенциальных полей получил широкое распространение в робототехнике. Обзор и анализ методов, использующих потенциальные поля, можно найти в работе [13].

В работах [14–16] изложена идея преобразования точечных препятствий в репеллеры с использованием теоремы Ляпунова о неустойчивости. Согласно этому методу для подвижного объекта, описываемого уравнениями кинематики и динамики, синтезируется закон управления, который обеспечивает асимптотическую устойчивость желаемых траекторий движения, трансформируя их в аттракторы, а препятствие трансформируется в репеллер, т. е. в отталкивающее многообразие, с радиусом обхода, не превышающим некоторое значение r .

В работах [14–16] на основе представленного подхода решается задача обхода точечного неподвижного препятствия подвижным объектом (ПО) на базе колесной тележки. Предложенные процедуры организации репеллеров в пространстве движения ПО позволяют организовать корректное перемещение объекта в априори неформализованных сре-

дах с точечными препятствиями. В отличие от известных подходов полученные структурно-алгоритмические решения не требуют информации о значениях скоростей и ускорений препятствий.

В работе [17] рассматривается движение подвижного объекта в трехмерной среде, базирующееся на уравнениях кинематики и динамики твердого тела. Изучается влияние типов бифуркации на функционирование системы управления. В этой работе исследуются способы обеспечения неустойчивых режимов в случаях: а) два одинаковых действительных корня характеристического уравнения системы изменяются, принимая положительные значения; б) один из двух одинаковых действительных корней характеристического уравнения системы изменяется, принимая положительное значение; в) два комплексно-сопряженных корня изменяются так, что их действительные части принимают положительные значения, а мнимые части остаются неизменными. Соответствующие системы управления сравниваются по двум показателям — минимальному расстоянию между подвижным объектом и препятствием и длине траектории. При этом наиболее эффективной оказывается система управления, в которой неустойчивый режим обеспечивается за счет изменения одного действительного корня.

В работе [13] рассматривается задача движения ПО в среде с препятствиями, которые могут образовывать различные конфигурации. Ставится задача попадания из произвольной точки (y_{01}, y_{02}) в заданную целевую точку (y_{f1}, y_{f2}) с выполнением условия

$$r_j \geq r, \quad (1)$$

где r_j — расстояние до ближайшего препятствия; r — константа, задающая допустимое расстояние от характерной точки ПО до любого из препятствий P_j .

На основании результатов работ [18, 19] в работе [13] для обеспечения неустойчивых режимов вводится бифуркационный параметр вида

$$\beta = \sum_{j=1}^{n_p} |r_j - r| - \sum_{j=1}^{n_p} (r_j - r), \quad (2)$$

где n_p — число препятствий, обнаруженных системой управления. При этом параметры эталонного уравнения замкнутой системы формируются таким образом, что при ненулевом параметре (2) корни ее характеристического уравнения становятся положительными. Однако такой алгоритм в средах со сложными препятствиями может приводить к циклическим движениям.

В работах [20, 21] указанный недостаток устраняется за счет того, что пропорционально бифуркационному параметру (2) изменяется направление движения ПО на угол

$$\gamma = k_p \beta. \quad (3)$$

В данной статье развивается метод позиционно-траекторного управления с использованием репеллеров путем его распространения на задачу группового управления подвижными объектами.

Постановка задачи

Как отмечалось в работе [13], метод позиционно-траекторного управления с использованием неустойчивых режимов обеспечивает наибольшую эффективность по показателю безопасности (расстоянию до препятствий) при обходе препятствий и требует наименьшего количества информации для функционирования системы управления. В связи с этим при решении одной из ключевых проблем развития систем управления автономными подвижными объектами, которой является их групповое функционирование, неустойчивые режимы могут обеспечить движение ПО с минимальным обменом информации и на максимально безопасном расстоянии от препятствий.

Поскольку решается задача планирования траекторий движения ПО, то ограничимся рассмотрением его уравнений кинематики вида

$$\begin{aligned}\dot{y}_{1i} &= V_i \cos \varphi_i; \\ \dot{y}_{2i} &= V_i \sin \varphi_i,\end{aligned}\quad (4)$$

где y_{1i}, y_{2i}, V_i — координаты и скорость i -го объекта; φ_i — угол курса объекта; $i = \overline{1, n}$.

Положение подвижного объекта характеризуется координатами y_{1i}, y_{2i} во внешней системе координат Oy_1y_2 (рис. 1). Скорость V_i и курсовой угол φ_i

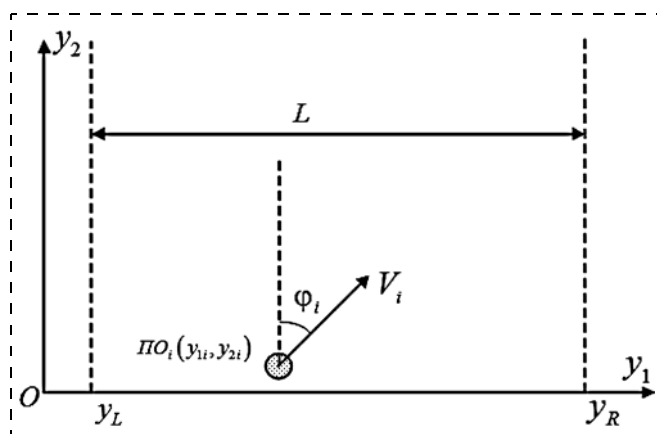


Рис. 1. Переменные состояния и система координат

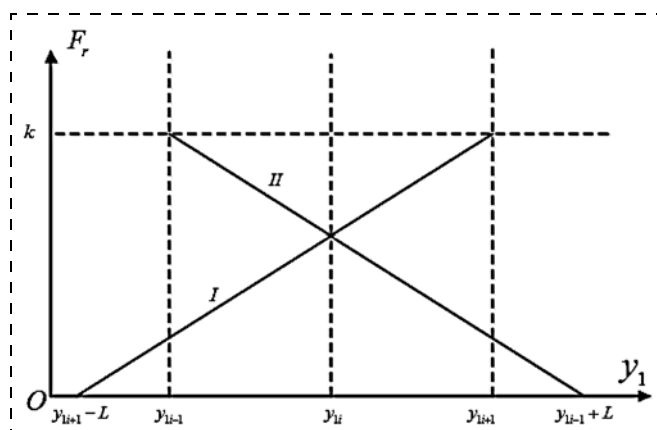


Рис. 2. Формирование репеллеров с линейными функциями отталкивания

являются управлениями движением i -го ПО. Каждый объект рассматриваемой группы ПО имеет информацию о расположении соседних подвижных объектов и о координатах y_L, y_R области L , в которой функционирует группа. Число n ПО в группе неизвестно. Ставится задача перемещения группы в направлении оси Oy_2 с равномерным распределением объектов вдоль оси Oy_1 .

Алгоритмы группового управления

Пусть при $t = 0$ $y_{2i} = 0$, а $y_{1i} \neq y_{1j}, \forall i \neq j, i, j = \overline{1, n}$. Пронумеруем подвижные объекты таким образом, чтобы индекс $i = \overline{1, n}$ возрастал с увеличением координаты y_{1i} . В этом случае алгоритм управления для i -го подвижного объекта можно синтезировать следующим образом.

Предположим, каждый подвижный объект группы является для соседнего объекта репеллером (отталкивающим многообразием). В этом случае взаимодействие соседних подвижных объектов можно представить функциями, изображенными на рис. 2. Здесь по оси абсцисс отложены координаты y_{1i} подвижных объектов, а по оси ординат — линейные функции, на основе которых строятся силы отталкивания репеллеров.

Прямая I , представленная на рис. 2 и проходящая через точки $(y_{1i+1} - L, 0), (y_{1i+1}, k)$, описывается уравнением

$$\frac{y_{1i} - y_{1i+1} + L}{y_{1i+1} - y_{1i+1} + L} = \frac{f_I - 0}{k - 0} \Rightarrow f_I = \frac{k}{L}(y_{1i} - y_{1i+1} + L). \quad (5)$$

Аналогично, прямая II , проходящая через точки $(y_{1i-1}, k), (y_{1i-1} + L, 0)$, описывается уравнением вида

$$\frac{y_{1i} - y_{1i-1}}{y_{1i-1} + L - y_{1i-1}} = \frac{f_{II} - k}{0 - k} \Rightarrow f_{II} = \frac{k}{L}(-y_{1i} + y_{1i-1} + L). \quad (6)$$

Вычитая из правой части выражения (5) правую часть (6), получаем уравнения дополнительных динамических звеньев, формирующих репеллеры в пространстве состояний группы подвижных объектов:

$$\dot{z}_i = \frac{k}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1}), \quad i = \overline{2, n}, \quad (7)$$

где $y_{10} = y_L; y_{1n+1} = y_R$.

Рассмотрим задачу стабилизации дополнительных переменных z_i и движения подвижных объектов параллельно оси Oy_2 с постоянными скоростями. Для решения этой задачи введем в рассмотрение квадратичные функции вида

$$V_i = 0,5 z_i^2, \quad i = \overline{1, n}. \quad (8)$$

Производная от функции V_i (8) в силу уравнения (7) равна

$$\dot{V}_i = z_i \dot{z}_i = \frac{k}{L} z_i (2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1}), \quad i = \overline{1, n}. \quad (9)$$

Если выражение (9) отрицательно определено, то системы (7) асимптотически устойчивы относи-

тельно некоторых установившихся состояний. Чтобы обеспечить отрицательную определенность функций (9) и реализовать движение ПО с постоянной скоростью, потребуем выполнения следующих функциональных соотношений:

$$e_i = \begin{bmatrix} y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2} \\ \dot{y}_{2i} - V_k \end{bmatrix} = 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (10)$$

Производная по времени от первого элемента вектора (10) в силу уравнений (4) и (7) равна

$$\begin{aligned} \dot{e}_i[1] &= V_i \cos \varphi_i - \\ &- \frac{\dot{y}_{1i-1} + \dot{y}_{1i+1} - \frac{k}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})}{2}, \\ &i = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (11)$$

В соответствии с методом позиционно-траекторного управления потребуем, чтобы компоненты $e_i[1]$ и $e_i[2]$ векторов (10) удовлетворяли эталонным уравнениям вида

$$\dot{e}_i[1] + T_{0i}e_i[1] = 0, \quad e_i[2] = 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (12)$$

где T_{0i} — постоянные положительные числа.

Тогда, подставив в систему уравнений (12) выражения (10), (11), получим

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1i-1} + \dot{y}_{1i+1} - \frac{k}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})}{2} - T_{0i}\left(y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2}\right) \\ V_k \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

При этом управления каждым ПО группы определяются выражениями

$$\begin{bmatrix} V_i \\ \Phi_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{u_{ix}^2 + u_{iy}^2} \\ \arctan\left(\frac{u_{iy}}{u_{ix}}\right) \end{bmatrix}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (14)$$

Выражения (13), (14) представляют собой локальный алгоритм системы управления i -го подвижного объекта. Для его реализации необходимы данные о собственном положении y_i каждого i -го ПО, а также о координатах y_{1i-1} , y_{1i+1} и скоростях $\dot{y}_{1i-1}$, $\dot{y}_{1i+1}$ его соседних ПО. При этом скорости $\dot{y}_{1i-1}$, $\dot{y}_{1i+1}$ и положения y_{1i-1} , y_{1i+1} соседних подвижных объектов измеряются или оцениваются по алгоритмам, представленным в работах [22–24].

Оценим устойчивость систем управления движениями ПО группы. С этой целью, подставляя выра-

жения (13), (14) в соотношения (4), (7), получим уравнения замкнутой системы управления i -го ПО:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_{1i} \\ \dot{y}_{2i} \\ \dot{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1i-1} + \dot{y}_{1i+1} - \frac{k}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})}{2} \\ -T_{0i}\left(y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2}\right) \\ V_k \\ \frac{k}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1}) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Из выражения (15) следует, что замкнутая система декомпозируется на две независимые подсистемы, из которых одна описывается первым и третьим уравнениями, а другая — вторым уравнением. Проведем сначала анализ устойчивости первой подсистемы. При этом учтем, что переменные y_{1i-1} , y_{1i+1} являются внешними измеряемыми сигналами по отношению к системе управления i -го объекта. Поэтому при анализе устойчивости системы управления i -го подвижного объекта полагаем $y_{1i-1} = y_{1i+1} = \dot{y}_{1i-1} = \dot{y}_{1i+1} = 0$. Тогда первое и третье уравнения системы (15) принимают вид

$$\dot{y}_{1i} = -\left(\frac{k}{L} + T_i\right)y_{1i} - \frac{T_i}{2}z_i, \quad \dot{z}_i = \frac{2k}{L}y_i. \quad (16)$$

Система (16) является линейной стационарной системой. Ее характеристическое уравнение имеет вид

$$s^2 + \left(\frac{k}{L} + T_i\right)s + T_i\frac{k}{L} = 0. \quad (17)$$

Таким образом, условиями устойчивости замкнутой подсистемы (16) являются неравенства

$$T_i > 0, \quad k > 0. \quad (18)$$

Вторая подсистема, описываемая уравнениями $\dot{y}_{2i} = V_k$, $i = \overline{1, n}$, очевидно, является устойчивой по Ляпунову.

В целях расширения возможностей управления модифицируем алгоритм управления (13), (14), введя в выражение (10) дополнительную составляющую $k_2(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})/L$. В результате это выражение примет вид

$$e_i = \begin{bmatrix} y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i - \frac{k_2}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})}{2} \\ \dot{y}_{2i} - V_k \end{bmatrix} = 0, \quad (19)$$

а выражение (13) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_2}{L}\right)u_{ix} \\ u_{iy} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\left(1 + \frac{k_2}{L}\right)(\dot{y}_{1i-1} + \dot{y}_{1i+1}) - \frac{k}{L}(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})}{2} \\ -T_i\left(\left(1 + \frac{k_2}{L}\right)y_{1i} - \frac{\left(1 + \frac{k_2}{L}\right)(y_{1i-1} + y_{1i+1}) - z_i}{2}\right) \\ V_k \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (20)$$

Соответственно, характеристическое уравнение (17) примет вид

$$s^2 + \left(\frac{k}{L+k_2} + T_i \right) s + T_i \frac{k}{L+k_2} = 0. \quad (1)$$

Отличием алгоритма управления (20) от алгоритма (13) является возможность изменения обеих корней характеристического уравнения (21) независимо от заданной ширины зоны L и коэффициента k . При этом условия устойчивости (18) принимают вид

$$T_i > 0, k > 0, k_2 > -L. \quad (2)$$

В выражении (20) параметрами настройки регулятора являются T_i, k_2 .

Анализ алгоритмов группового управления в средах с препятствиями

Предположим, что в среде присутствуют одно или несколько неподвижных препятствий, представляющих собой окружности с центрами в точках (y_1^{pj}, y_2^{pj}) . Размер препятствия характеризуется радиусом $r_p^j, j = \overline{1, n_p}, n_p$ — число препятствий.

Рассмотрим замкнутую систему (15). Учитывая, что при выполнении условий (18) первая подсистема системы (15) асимптотически устойчива, запишем ее уравнения равновесия, полагая производные равными нулю:

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{k}{2L} (2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1}) - \\ &\quad - T_i \left(y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2} \right), \\ 0 &= \frac{k}{L} (2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1}). \end{aligned} \quad (3)$$

Из системы (23) находим

$$z_i = 0, y_{1i} = \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1}}{2}, i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

т. е. в установившемся режиме каждый ПО группы находится точно посередине между своими соседями.

С учетом того что $y_0 = y_L, y_{n+1} = y_R$, решение (24) можно переписать в следующем виде:

$$y_n = \frac{y_L + n y_R}{n+1}, y_i = \frac{y_L}{i+1} + \frac{i y_{1i+1}}{i+1}, i = \overline{n-1, 1}. \quad (5)$$

Из выражения (25) находим расстояние между соседними подвижными объектами в установившемся режиме:

$$y_{1i} - y_{1i-1} = \frac{y_R - y_L}{n+1} = \frac{L}{n+1}. \quad (6)$$

Идея применения подхода, описанного в предыдущем разделе, для сред с неподвижными препятствиями состоит в том, что последние формально представляются подвижными объектами. В этом случае распределенная система управления груп-

пой роботов (15) будет успешно функционировать при выполнении следующего условия:

$$r_p^j < \frac{L}{n + n_p + 1}, \quad (7)$$

где r_p^j — радиус препятствия.

При наличии препятствий длина траекторий подвижных объектов может существенно различаться, поэтому возникает задача одновременного поддержания строя всеми подвижными объектами. Данная задача заключается в том, что подвижные объекты в установившемся режиме должны выстраиваться в линию, параллельную оси Oy_1 . Для решения этой задачи введем следующую стратегию. Подвижный объект, в текущий момент времени являющийся крайним левым, назначается ведущим, поэтому его система управления реализует движение с постоянной скоростью V_k . Остальные ПО, сохраняя прежнюю стратегию поведения при распределении вдоль оси Oy_1 , имеют уставкой по координате y_2 координату соседнего слева подвижного объекта.

Таким образом, в среде с препятствиями требуется управление подвижным объектом по обеим координатам. В связи с этим введем в рассмотрение следующие векторы ошибок:

$$e_1 = \begin{bmatrix} y_{11} - \frac{y_L + y_{12} - z_1}{2} \\ \dot{y}_{21} - V_k \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$e_i = \begin{bmatrix} y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2} \\ y_{2i} - y_{2i-1} \end{bmatrix}, i = \overline{2, n}. \quad (9)$$

При этом локальные позиционно-траекторные алгоритмы управления подвижными объектами принимают вид

$$\begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1L} + \dot{y}_{12} - \dot{z}_1}{2} - T_{11} \left(y_{11} - \frac{y_{1L} + y_{12} - z_1}{2} \right) \\ V_k \end{bmatrix}; \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1i-1} + \dot{y}_{1i+1} - \dot{z}_i}{2} - T_{1i} \left(y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2} \right) \\ \dot{y}_{2i-1} - T_{2i} (y_{2i} - y_{2i-1}) \end{bmatrix}, \quad i = \overline{2, n}. \quad (11)$$

В выражениях (30), (31), как и ранее, считается, что координаты и скорости соседних подвижных объектов измеряются или оцениваются. При этом законы изменения скоростей V_i и углов ориентации φ_i ПО по-прежнему определяются выражением (14).

В этом случае уравнения замкнутой системы управления группой ПО имеют вид

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_{11} \\ \dot{y}_{21} \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1L} + \dot{y}_{12} - \dot{z}_1}{2} - T_{11} \left(y_{11} - \frac{y_{1L} + y_{12} - z_1}{2} \right) \\ V_k \\ k(2y_{11} - y_{1L} - y_{12})/L \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_{1i} \\ \dot{y}_{2i} \\ \dot{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1i-1} + \dot{y}_{1i+1} - \dot{z}_i}{2} - T_{1i} \left(y_{1i} - \frac{y_{1i-1} + y_{1i+1} - z_i}{2} \right) \\ \dot{y}_{2i-1} - T_{2i}(y_{2i} - y_{2i-1}) \\ k(2y_{1i} - y_{1i-1} - y_{1i+1})/L \end{bmatrix},$$

$$i = \overline{2, n}. \quad (13)$$

Из системы (32), (33) следует, что установившийся режим по переменным z_i и y_{1i} описывается выражениями (24), а условия устойчивости по-прежнему имеют вид (18).

Для анализа установившегося режима относительно переменных y_{2i} запишем вторые уравнения из (32), (33):

$$\begin{aligned} \dot{y}_{21} &= V_k; \\ \dot{y}_{22} &= \dot{y}_{21} - T_2(y_{22} - y_{21}) = V_k - T_2(y_{22} - y_{21}); \\ \dot{y}_{23} &= \dot{y}_{22} - T_2(y_{23} - y_{22}) = V_k - T_2(y_{22} - y_{21}) - \\ &- T_2(y_{23} - y_{22}) = V_k - T_2(y_{23} - y_{21}); \\ &\dots \\ \dot{y}_{2i} &= V_k - T_2(y_{2i} - y_{21}), \\ &\dots \end{aligned} \quad (14)$$

Проинтегрируем первое уравнение (34):

$$y_{21} = y_{21}^0 + V_k t. \quad (15)$$

Тогда, с учетом (35), последнее уравнение из соотношений (34) принимает вид

$$\dot{y}_{2i} + T_2 y_{2i} = V_k + T_2(y_{21}^0 + V_k t). \quad (16)$$

Решая уравнение (36), получаем

$$y_{2i}(t) = (y_{2i}^0 - y_{21}^0) e^{-T_2 t} + y_{21}^0 + V_k t, \quad (17)$$

где y_{21}^0, y_{2i}^0 — начальные положения подвижных объектов.

Из выражения (37) следует, что

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} y_{2i}(t) &= \lim_{t \rightarrow \infty} ((y_{2i}^0 - y_{21}^0) e^{-T_2 t} + y_{21}^0 + V_k t) = \\ &= y_{21}^0 + V_k t. \end{aligned} \quad (18)$$

Сравнивая выражения (35) и (38), получаем, что с течением времени положения всех подвижных объектов вдоль оси Oy_2 стремятся к положению самого левого подвижного объекта, т. е. группа подерживает строй.

Для того чтобы системы управления ПО могли учитывать наличие препятствий, алгоритмы локальных управлений (30), (31) дополняются следующими логическими условиями.

Если $i = i^*$ -й подвижный объект группы обнаруживает препятствие слева от себя, то номер ПО увеличивается на единицу, а алгоритм управления (31) принимает вид

$$\begin{bmatrix} u_{i^*x} \\ u_{i^*y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{y}_{1i^*-1} + \dot{y}_{1i^*+1} - \dot{z}_{i^*}}{2} - T_{1i^*} \left(y_{1i^*} - \frac{y_{1i^*-1} + y_{1i^*+1} - z_{i^*}}{2} \right) \\ \dot{y}_{2i^*-1} - T_{2i^*}(y_{2i^*} - y_{2i^*-1}) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Если i -й подвижный объект в группе обнаруживает препятствие справа от себя, то его алгоритм управления (31) остается неизменным.

Алгоритмы управления крайнего левого и крайнего правого подвижных объектов не изменяются при обнаружении ими препятствий.

Результаты моделирования

Модель подвижного объекта описывается уравнениями (4), а закон управления — выражениями (7), (14), (30), (31). Ширина рабочей зоны $L = 200$ м, $y_L = 0$ м, $y_R = 200$ м; число подвижных объектов $n = 5$; уставки по скорости $V_{0i} = 1$ м/с; $T_{0i} = 1$ с⁻¹; начальные условия $y_{2i} = 0$, $y_{11} = 10$, $y_{12} = 20$, $y_{13} = 30$, $y_{14} = 40$, $y_{15} = 50$ м; координаты центра и радиус препятствия (80, 60) и 20 м. В целях обеспечения безопасности маневры подвижных объектов начинаются за 10 м до достижения препятствия. Первым маневр обхода начинает подвижный объект, наиболее близкий к обнаруженному препятствию. На рис. 3 приведены результаты моделирования движений группы пяти ПО при алгоритмах управления, описываемых выражениями (30), (31).

На рис. 3 видно, что группа подвижных объектов после старта распределяется равномерно по исследуемой области. При приближении второго и третьего подвижных объектов к препятствию на расстояние менее 10 м они начинают учитывать обнаруженное препятствие как еще один подвижный объект. В результате группа разбивается на две подгруппы. Первая подгруппа проходит слева от препятствия, а вторая — справа от него. После прохождения препятствия подвижные объекты снова группируются в исходную конфигурацию и продолжают движение. При этом локальные системы управления ПО не только осуществляют независимо друг от друга равномерное размещение подвижных объектов вдоль оси Oy_1 , но и обеспечивают сохранение строя, т. е. движение всех ПО на одной линии, параллельной этой оси.

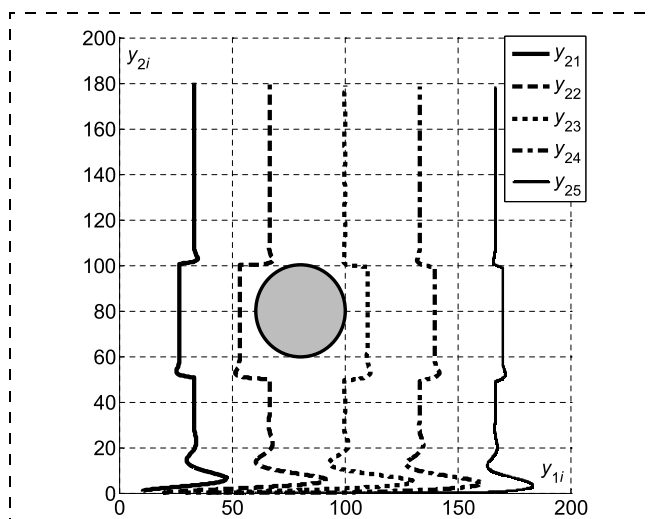


Рис. 3. Результаты моделирования движения группы ПО (4), (7), (14), (30), (31), (39) при наличии неподвижного препятствия

Заключение

В статье предложены и проанализированы алгоритмы распределенного управления группой подвижных объектов, использующие принцип управления, основанный на интерпретации всех соседних объектов как репеллеров. Предложены методы введения репеллеров, отличающиеся динамическим способом формирования отталкивающих сил, в том числе посредством неустойчивых режимов. Отметим, что представленные на рис. 2 графики не являются графиками отталкивающих сил.

Проведенный анализ и результаты моделирования позволяют говорить об эффективности предложенных методов в средах с препятствиями. Предложенный подход может применяться и для нестационарных сред, так как препятствия формально могут представляться как подвижные объекты.

Предлагаемые алгоритмы могут использоваться в системах планирования движения различных подвижных объектов. При этом планируемые траектории обеспечивают устойчивость движения на уровне кинематики подвижных объектов. Реализация спланированных траекторий требует специальных регуляторов с учетом динамики собственно ПО и исполнительных механизмов [25, 26].

При использовании уравнений кинематики и динамики подвижных объектов предлагаемый метод позволяет объединить уровни планирования и управления движением. При этом возможно формирование репеллеров как функций положений, скоростей и ускорений подвижных объектов.

Список литературы

1. Федосов Б. Т. Управление неустойчивыми объектами. URL: <http://model.exponenta.ru/>.
2. Формальский А. М. О стабилизации перевернутого маятника с неподвижной или подвижной точкой подвеса // ДАН. 2006. Т. 406, № 2. С. 175–179.
3. Формальский А. М. О стабилизации двойного перевернутого маятника при помощи одного управляющего момента // Изв. РАН. ТиСУ. 2006. № 3. С. 5–12.
4. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979.
5. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир, 1985.
6. Малинецкий Г. Г. Математические основы синергетики. Хаос, структуры, вычислительный эксперимент. М.: КомКнига, 2005. 312 с.
7. Платонов А. К., Карпов И. И., Кирильченко А. А. Метод потенциалов в задаче прокладки трассы. М.: Препринт Института прикладной математики АН СССР, 1974. 27 с.

8. Платонов А. К., Кирильченко А. А., Колганов М. А. Метод потенциалов в задаче выбора пути: история и перспективы. М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2001.
9. Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots // IEEE Int. Conf. Robotics and Automation. 1985. P. 500–505.
10. Khatib O. Real-Time Obstacles Avoidance for Manipulators and Mobile Robots // Int. Journal of Robotics Research. 1986. Vol. 5, N. 1. P. 90–98.
11. Brooks R. A. Self calibration of motion and stereo vision for mobile robots // IEEE Int. Robotics and Automation. 1986.
12. Ichikawa Y., Fujie M., Ozaki N. On mobility and autonomous properties of mobile robots // Robot. 1984. N. 44. P. 31–36.
13. Белоглазов Д. А., Гузик В. Ф., Косенко Е. Ю., Крухмалев В. А., Медведев М. Ю., Переверзев В. А., Пшихопов В. Х., Пьявченко А. О., Сапрыкин Р. В., Соловьев В. В., Финаев В. И., Чернухин Ю. В., Шиповалов И. О. Интеллектуальное планирование траекторий подвижных объектов в средах с препятствиями / Под ред. В. Х. Пшихопова. М.: Физматлит, 2014. 300 с.
14. Пшихопов В. Х. Атракторы и репеллеры в конструировании систем управления подвижными объектами // Известия ТРТУ. 2006. № 3 (58). С. 117–123.
15. Пшихопов В. Х. Организация репеллеров при движении мобильных роботов в среде с препятствиями // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 2. С. 34–41.
16. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Управление подвижными объектами в определенных и неопределенных средах. М.: Наука, 2011. 350 с.
17. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Крухмалев В. А. Позиционно-траекторное управление подвижными объектами в трехмерной среде с точечными препятствиями // Известия ЮФУ. Технические науки. 2015. № 1 (162). С. 238–250.
18. Бойчук Л. М. Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. М.: Энергия, 1971. 112 с.
19. Зимин М. Ф. Об уравнениях, определяющих площади, объемы и их границы // Математическое образование. 1930. № 1.
20. Pshikhov V. Kh., Ali A. S. Hybrid motion control of a mobile robot in dynamic environments // Proc. of 2011 IEEE International Conference on Mechatronics, ICM 2011. P. 540–545.
21. Пшихопов В. Х., Али А. С. Обход локальных минимумов функции ошибки при движении робота в неопределенной среде // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2011. № 6 (164). С. 26–31.
22. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Оценка и управление в сложных динамических системах. М.: Физматлит, 2009. С. 295.
23. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Алгоритмы оценивания в системе управления автономного роботизированного дирижабля // Известия ЮФУ. Технические науки. 2013. № 2 (139). С. 200–207.
24. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю. Структурный синтез автопилотов подвижных объектов с оцениванием возмущений // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2006. № 1. С. 103–109.
25. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Гайдук А. Р., Нейдорф Р. А., Беляев В. Е., Федоренко Р. В., Костюков В. А., Крухмалев В. А. Система позиционно-траекторного управления роботизированной воздухоплавательной платформой: математическая модель // Мехатроника, автоматизация и управление. 2013. № 6. С. 14–21.
26. Пшихопов В. Х., Медведев М. Ю., Гайдук А. Р., Нейдорф Р. А., Беляев В. Е., Федоренко Р. В., Костюков В. А., Крухмалев В. А. Система позиционно-траекторного управления роботизированной воздухоплавательной платформой: алгоритмы управления // Мехатроника, автоматизация и управление. 2013. № 7. С. 13–20.

Decentralized Control of a Group of Similar Objects Moving in a Two-Dimensional Environment with Obstacles

V. Kh. Pshikhov, pshichop@rambler.ru, M. Ju. Medvedev, medvmihal@sfedu.ru,
Southern Federal University, Taganrog, 347928, Russian Federation

Corresponding author: Pshikhov Vjacheslav Kh., D. Sc., Professor,
Southern Federal University, Taganrog, 347928, Russian Federation
e-mail: pshichop@rambler.ru

The topic of the article is movement of a group of autonomous mobile objects during their functioning in the environments with stationary obstacles. The task is solved within the framework of the decentralized control systems. Thus the exchange of information between the mobile objects in a group is minimized. During the planning of the movement and control of the mobile objects the obstacles are transformed into repellers by means of synthesizable controls. The method of the potential fields and the method of control of the mobile objects with the use of unstable modes are the closest to the proposed method. The main difference of the developed method from the method of the potential fields is that a mobile object moves to the field of the forces depending not only on the relative positioning of the robot and an obstacle, but also on the additional dynamic variables. The dynamic way of formation of the repellent forces allows one to operate robots within the system of a decentralized control. The main difference of the offered approach from the method of position and trajectory control with the use of the unstable modes is the way of introduction of the unstable states. In the method of position and trajectory control the change of the parameters of the reference equation of a control system is used. In the offered method additional dynamic variables are used. Stable and unstable states of this variable depend on the state variables of a robot and the objects, next to it. In the local control systems of each mobile object the only values used are those of the own coordinates and speeds, and also coordinates and speeds of the neighboring objects. At that, a centralized algorithm of control is absent. Obstacles in the local algorithms are presented as mobile objects, which makes it possible to unify the control systems for the heterogeneous groups. An analysis was carried out, during which the existence and asymptotic stability of the steady movement modes were proved. The carried out numerical modeling confirmed the results of the analysis and synthesis.

Keywords: position path control, group control, vehicle, decentralized control, re-peller

Acknowledgements: This work was supported by a grant from the Russian Science Foundation 14-19-01533 and implemented by Southern Federal University

For citation:

Pshihopov V. Kh., Medvedev M. Yu. Decentralized Control of a Group of Similar Objects Moving in a Two-Dimensional Environment with Obstacles, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 17, no. 5, pp. 346–353.

DOI: 10.17587/mau/16.346-353

References

1. Fedosov B. T. *Upravlenie neustojchivymi ob'ektami* (Control of unstable objects), available at <http://model.exponenta.ru/>
2. Formal'skij A. M. *O stabilizacii perevernutogo majatnika s nepodvizhnoj ill podvizhnoj tochkoy podvesa* (About stabilization of an inverse pendulum with fixed or mobile point of subweight), *Reports of Academy of Sciences*, vol. 406, no. 2, 2006, pp. 175–179 (in Russian).
3. Formal'skij A. M. *O stabilizatsii dvojnogo perevernutogo majatnika pri pomoshchi odnogo upravlyayushchego momenta* (About stabilization of the double inverse pendulum with single control moment), *Izvestiya RAS. Theory and control systems*, 2006, no. 3, pp. 5–12 (in Russian).
4. Nikolis G., Prigozhin I. *Samoorganizatsiya v neravnovesnykh sistemah* (Self-organization in nonequilibrium systems), Moscow, 1979 (in Russian).
5. Haken G. *Sinergetika. Ierarhiya neustojchivostej v samoorganizatsionnykh sistemah i ustroystvakh* (Synergetic. Hierarchy of not stability in the self-organizing systems and devices), Moscow, 1985 (in Russian).
6. Malineckij G. G. *Matematicheskie osnovy sinergetiki. Haos, struktury, vychislitel'nyj jeksperiment* (Mathematical basis of the synergetic. Chaos, structures, computing experiment), Moscow, KomKniga, 2005, 312 p. (in Russian).
7. Platonov A. K., Karpov I. I., Kiril'chenko A. A. *Metod potentsialov v zadache prokladki trassy* (Potential method in problem of the path planning), Moscow, Preprint Instituta prikladnoy matematiki AN SSSR, 1974, 27 p. (in Russian).
8. Platonov A. K., Kiril'chenko A. A., Kolganov M. A. *Metod potentsialov v zadache vyboraputi: istoriya i perspektivy. IPM im. M. V. Kel'dysha RAN* (Potential method in problem of the path planning: background and perspectives), Moscow, Publishing house of Institute of Applied Mathematics of M. V. Keldysh RAS, 2001 (in Russian).
9. Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots, *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, 1985, pp. 500–505.
10. Khatib O. Real-Time Obstacles Avoidance for Manipulators and Mobile Robots, *Int. Journal of Robotics Research*, 1986, vol. 5, no. 1, pp. 90–98.
11. Brooks R. A. Self calibration of motion and stereo vision for mobile robots, *IEEE Int. Robotics and Automation*, 1986.
12. Ichikawa Y., Fujie M., Ozaki N. On mobility and autonomous properties of mobile robots, *Robot*, 1984, no. 44, pp. 31–36.
13. Beloglazov D. A., Guzik V. F., Kosenko E. Yu., Kruhmalev V. A., Medvedev M. Yu., Pereverzev V. A., Pshihopov V. H., P'yavchenko A. O., Saprykin R. V., Solov'ev V. V., Finaev V. I., Chernuhin Yu. V., Shapovalov I. O. *Intellektual'noe planirovanie traektorij podvizhnykh ob'ektov v sredah s prepyatstviyami* (Intelligent planning of vehicles path in the environment with obstacles), Moscow, FIZMATLIT, 2014, 300 p. (in Russian).
14. Pshihopov V. H. *Attraktory i repellery v konstruirovaniy sistem upravleniya podvizhnymi ob'ektami* (Attractors and repellers in design of control system of vehicles), *Izvestiya TRTU*, 2006, no. 3 (58), pp. 117–123 (in Russian).
15. Pshihopov V. H. *Organizatsiya repellerov pri dvizhenii mobil'nykh robotov v srede s prepyatstviyami* (Repellers forming in the process of mobile robots movements in environment with obstacles), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2008, no. 2, pp. 34–41 (in Russian).
16. Pshihopov V. H., Medvedev M. Ju. *Upravlenie podvizhnymi ob'ektami v opredelennykh i neopredelennykh sredakh* (Control of vehicles in certain and uncertain environments), Moscow, Nauka, 2011, 350 p. (in Russian).
17. Pshihopov V. H., Medvedev M. Yu., Kruhmalev V. A. *Pozitsionno-traektnoe upravlenie podvizhnymi ob'ektami v trekhmernoy srede s tochechnymi prepyatstviyami* (Position-path control of vehicles in the three dimensional environment with point obstacles), *Izvestiya YUFU. Tekhnicheskie Nauki*, 2015, no. 1 (162), pp. 238–250 (in Russian).
18. Bojchuk L. M. *Metodstruktornogo sinteza nelineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Method of structure design of nonlinear automatic control systems), Moscow, Jenergiya, 1971, 112 p. (in Russian).
19. Zimin M. F. *Ob uravneniyah, opredelyajushhih ploshhadi, ob'em i ih granicy* (About the equations determining the areas, volumes and their borders), *Matematicheskoe Obrazovanie*, 1930, no. 1 (in Russian).
20. Pshihopov V. Kh., Ali A. S. Hybrid motion control of a mobile robot in dynamic environments, *2011 IEEE International Conference on Mechatronics, ICM 2011 — Proceedings*, pp. 540–545.
21. Pshihopov V. H., Ali A. S. *Obhod lokal'nykh minimumov funktsii oshibki pri dvizhenii robota v neopredelennoy srede* (Avoidance local minimum of control error during robot movement in uncertain environment), *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenij. Severo-Kavkazskij Region. Tehnicheskie Nauki*, 2011, no. 6 (164), pp. 26–31 (in Russian).
22. Pshihopov V. H., Medvedev M. Yu. *Ocenivanie i upravlenie v slozhnykh dinamicheskikh sistemah* (Estimation and control in complex dynamical systems), Moscow, Fizmatlit, 2009, pp. 295 (in Russian).
23. Pshihopov V. H., Medvedev M. Ju. *Algoritmy ocenivaniya v sisteme upravleniya avtonomnogo robotizirovannogo dirizhablja* (Estimation algorithms for control system of robotized airship), *Izvestiya JuFU. Tekhnicheskie Nauki*, 2013, no. 2 (139), pp. 200–207 (in Russian).
24. Pshihopov V. H., Medvedev M. Ju. *Strukturnyj sintez avtopilotov podvizhnykh ob'ektov s ocenivaniem vozmushhenij* (Structure design of vehicle autopilot with disturbances estimation // The information, measuring and control systems), *Informacionno-Izmeritel'nye i Upravlyajushhie Sistemy*, 2006, no. 1, pp. 103–109 (in Russian).
25. Pshihopov V. H., Medvedev M. Ju., Gajduk A. R., Nejdorf R. A., Beljaev V. E., Fedorenko R. V., Kostjukov V. A., Kruhmalev V. A. *Sistema pozitsionno-traektnogo upravleniya robotizirovannoj vozduhoplavitel'noj platformoj: matematicheskaja model'* (Position-path control system of robotic airship: mathematical model), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 6, pp. 14–21 (in Russian).
26. Pshihopov V. H., Medvedev M. Ju., Gajduk A. R., Nejdorf R. A., Beljaev V. E., Fedorenko R. V., Kostjukov V. A., Kruhmalev V. A. *Sistema pozitsionno-traektnogo upravleniya robotizirovannoj vozduhoplavitel'noj platformoj: algoritmy upravleniya* (Position-path control system of robotic airship: control algorithms), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 7, pp. 13–20 (in Russian).

Н. Н. Тарасов, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., tnn53@rambler.ru,
С. К. Данилова, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., lab45_1@ipu.rssi.ru,
И. М. Кусков, мл. науч. сотр., butovokus@gmail.com,
 Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва

Управление подводным аппаратом при неполной информации о модели движения и внешних возмущений

Предложен подход к управлению подводным аппаратом, основанный на использовании оценок фазовых координат и внешних возмущений. Предложены алгоритмы восстановления неизвестных возмущений, представляющих собой совокупность внешних воздействий и неточность информации о модели самого объекта управления. На примере пространственного движения подводного аппарата, описываемого сложной системой дифференциальных уравнений, проверена работоспособность предложенного в работе подхода.

Ключевые слова: математические модели движения и возмущения, обитаемые и необитаемые подводные аппараты, алгоритмы фильтрации с различными способами обработки невязок, интегральные невязки, восстановление фазовых координат и внешних воздействий

Введение

Исследование сложных технических систем, к которым относятся как обитаемые, так и автономные необитаемые подводные аппараты (АНПА) и роботы, связано с получением точной информации о параметрах движения и внешних возмущениях, которые в зависимости от режимов функционирования изменяются в достаточно широком диапазоне.

Математическое описание таких систем представляет собой трудоемкую и сложную работу, требующую огромных временных и материальных затрат, связанных с построением макетов таких систем и их исследованием в полунатурных и натурных условиях. Предлагаемый же в данной работе подход позволяет устранить этот недостаток за счет использования более простых (линейных) моделей и восстановления оценок фазовых координат и возмущений, представляющих собой совокупность неточностей модели движения и неизвестных внешних воздействий. В основу данного подхода положен принцип исследования и обработки невязок $\gamma_i = y_i - \hat{x}_i$, где y_i — измеряемые координаты объекта управления, а $\hat{x}_i$ — их оценки, получаемые с помощью предлагаемых алгоритмов фильтрации.

Для получения оценок фазовых координат $\hat{x}_i$ используются различные алгоритмы фильтрации, среди которых наиболее распространенными являются калмановские алгоритмы фильтрации [1], для которых необходима качественная информация о математических моделях движения, измерения и возмущений, а также статистических характеристиках входных помех и шумов измерения. Сложные технические системы, функционирующие в реальных условиях, этими свойствами, как правило, не обладают. Неточность же математических моделей движения, измерения и возмущений, а также всякого рода упрощения приводят не только к ухудшению качества получаемых оценок, но и к неустойчивости самого фильтра. Кроме того, неустойчивость могут вызывать ошибки, связанные с моделированием

вероятностных характеристик шумов и неизвестных входных воздействий. А это, в свою очередь, влияет на качество и эффективность применяемых на практике законов управления, формируемых с помощью получаемых оценок. Если известны структуры моделей движения и возмущения, но неизвестны их гидродинамические характеристики, то используются расширенные калмановские алгоритмы фильтрации [2], включающие в себя как модели движения и возмущения, так и модели изменения гидродинамических характеристик. В случае неточной информации о моделях движения или возмущения рассматриваются различные адаптивные алгоритмы фильтрации [3], основанные, в основном, либо на приближенном построении моделей движения и возмущений, либо на анализе невязок $\gamma_i = y_i - \hat{x}_i$, где y_i — измеренное значение параметра x_i .

В работе [4] рассмотрен подход, основанный на представлении модели возмущений в виде степенного ряда со случайными скачкообразно меняющимися коэффициентами. В работе [5] представлены алгоритмы фильтрации, основанные на анализе чувствительности невязок. В работах [6, 7] предложены алгоритмы фильтрации, использующие в обратной связи не только невязки, но и интегралы этих невязок. Все перечисленные алгоритмы, как правило, сложны в реализации в реальном времени на бортовых вычислительных комплексах. Поэтому в данной работе предложен более простой алгоритм фильтрации, основанный на исследовании и обработке невязок $\gamma_i = y_i - \hat{x}_i$, а именно на разделении невязок на низко- и высокочастотные составляющие, и позволяющий восстанавливать не только фазовые координаты, но и неизвестные внешние возмущения.

Модель объекта

Модель пространственного движения подводного аппарата, как правило, описывается сложной системой нелинейных дифференциальных уравнений вида $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{a}) + \mathbf{G}(\mathbf{u}) + \mathbf{F}(\mathbf{t}) + \mathbf{w}(t)$, где $\mathbf{x}$ —

вектор состояния, $\mathbf{u}$ — вектор управления, $\mathbf{a}$ — вектор гидродинамических параметров, $\mathbf{F}(t)$ — вектор внешних возмущений и $\mathbf{w}(t)$ — вектор случайных помех с нулевым средним $M[\mathbf{w}(t)] = 0$ и известной ковариационной матрицей $\text{cov}(\mathbf{w}(t)\mathbf{w}^T(\tau)) = \mathbf{Q}(t)\delta(t - \tau)$. Определение структур и параметров вектор-функций $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{a})$ и $\mathbf{G}(\mathbf{u})$, как отмечалось ранее, представляет собой трудоемкий, долговременный и дорогостоящий процесс. Кроме того, получаемая модель сложна и, как правило, имеет большую размерность. Использование такой модели в реальных условиях на бортовых вычислительных комплексах нецелесообразно. Поэтому модель такого технического устройства (подводного аппарата) представляют в виде ряда более простых моделей меньшей размерности:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_b &= \mathbf{f}_b(\mathbf{x}_b, \hat{\mathbf{x}}_g, a_b, a_g) + \mathbf{G}_b(\mathbf{u}_b) + \mathbf{F}_b(t) + \mathbf{w}_b(t), \\ \dot{\mathbf{x}}_g &= \mathbf{f}_g(\hat{\mathbf{x}}_b, \mathbf{x}_g, a_b, a_g) + \mathbf{G}_g(\mathbf{u}_g) + \mathbf{F}_g(t) + \mathbf{w}_g(t),\end{aligned}$$

где $\hat{\mathbf{x}}_b, \hat{\mathbf{x}}_g$ — оценки координат $\mathbf{x}_b = (V_y, \omega_z, \psi, \eta)^T$ и $\mathbf{x}_g = (V_z, \omega_y, \phi, \omega_x, \theta)^T$ векторов состояния, причем $V_y, \omega_z, V_z, \omega_y$ — линейные и угловые скорости движения в вертикальной (ВП) и горизонтальной (ГП) плоскостях соответственно; ψ — дифферент, ϕ — курс, θ — крен и η — глубина погружения; a_b, a_g — неизвестные гидродинамические параметры; $\mathbf{G}_b(\mathbf{u}_b), \mathbf{G}_g(\mathbf{u}_g)$ — известные векторные функции управления; $\mathbf{F}_b(t), \mathbf{F}_g(t)$ — векторы внешних возмущений, действующих в ВП и ГП соответственно; $\mathbf{w}_b(t), \mathbf{w}_g(t)$ — случайные векторные процессы с нулевыми средними и известными ковариационными функциями.

Представим полученную модель в виде

$$\dot{\mathbf{x}}_b = \mathbf{A}_b \mathbf{x}_b + \mathbf{G}_b(\mathbf{u}_b) + \mathbf{F}_b(\mathbf{x}_b, \hat{\mathbf{x}}_g, a_b, t) + \mathbf{w}_b(t); \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_g = \mathbf{A}_g \mathbf{x}_g + \mathbf{G}_g(\mathbf{u}_g) + \mathbf{F}_g(\hat{\mathbf{x}}_b, \mathbf{x}_g, a_g, t) + \mathbf{w}_g(t), \quad (2)$$

где $\mathbf{F}_b(\mathbf{x}_b, \hat{\mathbf{x}}_g, a_b, t) = \mathbf{f}_b(\mathbf{x}_b, \hat{\mathbf{x}}_g, a_b) + \mathbf{F}_b(t) - \mathbf{A}_b \mathbf{x}_b$ и $\mathbf{F}_g(\hat{\mathbf{x}}_b, \mathbf{x}_g, a_g, t) = \mathbf{f}_g(\hat{\mathbf{x}}_b, \mathbf{x}_g, a_g) + \mathbf{F}_g(t) - \mathbf{A}_g \mathbf{x}_g$ — неизвестные векторные функции, характеризующие неточность математических моделей реального объекта и внешних воздействий; $\mathbf{A}_b, \mathbf{A}_g$ — известные матрицы состояния, зависящие от скорости движения и описывающие линейную часть сложной нелинейной системы, причем

$$\mathbf{A}_b = \begin{pmatrix} a_{11b} V_x & a_{12b} V_x & 0 & 0 \\ a_{21b} V_x & a_{22b} V_x & a_{23b} 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & V & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A}_g = \begin{pmatrix} a_{11g} V_x & a_{12g} V_x & 0 & 0 & 0 \\ a_{21g} V_x & a_{22g} V_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{41g} V_x & a_{42g} V_x & 0 & a_{44g} 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Непосредственному измерению доступны следующие параметры движения: дифферент ψ , глубина погружения η , курс ϕ и угол крена θ . С достаточной степенью точности математическая модель измерения представляется в виде [8]

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_b &= \mathbf{C}_b \mathbf{x}_b + \xi_b; \\ \mathbf{y}_g &= \mathbf{C}_g \mathbf{x}_g + \xi_g,\end{aligned} \quad (3)$$

где $\mathbf{y}_b = (y_\psi, y_\eta)^T, \mathbf{y}_g = (y_\phi, y_\theta)^T$ — векторы измеряемых

координат $\mathbf{x}_b$ и $\mathbf{x}_g$ соответственно; $\mathbf{C}_b = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$\mathbf{C}_g = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ — матрицы наблюдений; $\xi_b =$

$= (\xi_\psi, \xi_\eta)^T$ и $\xi_g = (\xi_\phi, \xi_\theta)^T$ — случайные процессы с нулевыми средними $M[\xi_b(t)] = M[\xi_g(t)] = 0$ и известными ковариационными матрицами $\text{cov}(\xi_b(t)\xi_b^T(\tau)) = \mathbf{Q}_b(t)\delta(t - \tau), \text{cov}(\xi_g(t)\xi_g^T(\tau)) = \mathbf{Q}_g(t)\delta(t - \tau)$.

Входящие в уравнения (1) и (2) внешние возмущения представляют собой сумму волновых и медленно меняющихся воздействий:

- *медленно меняющиеся* (постоянно действующие) *возмущения* — возмущения, возникающие при различных течениях, дрейфах и т. д. Такие возмущения описываются уравнениями вида [1]

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{F}}_{mb} &= \varsigma_{mb}; \\ \dot{\mathbf{F}}_{mg} &= \varsigma_{mg},\end{aligned} \quad (4)$$

где $\varsigma_{mb}, \varsigma_{mg}$ — случайные параметры, характеризующие медленное изменение входного возмущения, причем $M[\varsigma_{mb}(t)] = M[\varsigma_{mg}(t)] = 0, \text{cov}(\varsigma_{mb}(t)\varsigma_{mb}^T(\tau)) = \mathbf{Q}_{mb}(t)\delta(t - \tau), \text{cov}(\varsigma_{mg}(t)\varsigma_{mg}^T(\tau)) = \mathbf{Q}_{mg}(t)\delta(t - \tau)$;

- *волновые возмущения*. Модель волновых возмущений $\mathbf{F}_{bb} = (P_{by}, M_{bz})^T, \mathbf{F}_{bg} = (P_{bz}, M_{by})^T$ задается как совокупность гармоник со своими амплитудами, частотами и случайными фазами, которые, в свою очередь, зависят от балльности, скорости хода и курсового угла и определяются, как правило, по данным натурных испытаний:

$$\begin{aligned}P_{by} &= K_b \sum_{i=1}^n \alpha_{fyi} \sin(\omega_i t + \phi_{fyi}); \\ M_{bz} &= K_b \sum_{i=1}^n \alpha_{mzi} \sin(\omega_i t + \phi_{mzi}); \\ P_{gz} &= K_g \sum_{i=1}^n \alpha_{fzi} \sin(\omega_i t + \phi_{fzi}); \\ M_{gy} &= K_g \sum_{i=1}^n \alpha_{myi} \sin(\omega_i t + \phi_{myi}),\end{aligned} \quad (5)$$

где $P_{by}, M_{bz}, P_{gz}, M_{gy}$ — силы и моменты, действующие на объект управления; $\alpha_{fyi}, \alpha_{mzi}, K_b, \alpha_{fzi}, \alpha_{myi}, K_g$ — постоянные параметры, получаемые, как правило, экспериментальным путем в реальных режимах плавания; ω_i — частоты колебаний; $\phi_{fyi}, \phi_{mzi}, \phi_{fzi}, \phi_{myi}$ — случайные начальные фазы колебаний.

Постановка задачи

Используя уравнения моделей движения (1), (2) с неизвестными составляющими $\mathbf{F}_b(\hat{\mathbf{x}}_b, \mathbf{x}_g, a_b, t)$, $\mathbf{F}_g(\mathbf{x}_b, \hat{\mathbf{x}}_g, a_g, t)$, измерения (3), возмущений (4), (5), а также статистические характеристики случайных возмущений, получить оценки фазовых координат $\hat{\mathbf{x}}_b$, $\hat{\mathbf{x}}_g$ и неизвестных возмущений $\hat{\mathbf{F}}_b$, $\hat{\mathbf{F}}_g$, представляющих собой совокупность незнаний о модели движения и внешних возмущений, а также, используя полученные оценки, синтезировать законы управления, обеспечивающие требуемое качество переходных процессов.

Алгоритмы фильтрации

Для получения оценок фазовых координат $\hat{\mathbf{x}}_b$, $\hat{\mathbf{x}}_g$ объекта (1), (2) с измерениями (3) обычно используются фильтры Калмана [1, 2]:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}}_b &= \mathbf{A}_b \hat{\mathbf{x}}_b + \mathbf{G}_b(\mathbf{u}_b) + \mathbf{K}_{0b}(\mathbf{y}_b - \mathbf{C}_b \hat{\mathbf{x}}_b); \\ \hat{\mathbf{x}}_b(t_0) &= \mathbf{M}[\mathbf{x}_b(t_0)]; \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}_g &= \mathbf{A}_g \hat{\mathbf{x}}_g + \mathbf{G}_g(\mathbf{u}_g) + \mathbf{K}_{0g}(\mathbf{y}_g - \mathbf{C}_g \hat{\mathbf{x}}_g); \\ \hat{\mathbf{x}}_g(t_0) &= \mathbf{M}[\mathbf{x}_g(t_0)].\end{aligned}\quad (6)$$

Коэффициенты усиления обратной связи $\mathbf{K}_{0b}$, $\mathbf{K}_{0g}$ определяются из уравнения Риккати:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{P}} &= \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T - \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{P} + \mathbf{Q}_F; \\ \mathbf{K}_0 &= (\mathbf{K}_{ij}) = \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{R}^{-1}; \\ \mathbf{P}(t_0) &= \mathbf{M}[(\mathbf{x}(t_0) - \hat{\mathbf{x}}(t_0))(\mathbf{x}(t_0) - \hat{\mathbf{x}}(t_0))^T].\end{aligned}$$

Данный алгоритм позволяет получать несмещенные оценки фазовых координат только в случае точной информации о параметрах моделей движения, измерения и возмущения. При этом невязки $\mathbf{v} = \mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}$ представляют собой центрированные случайные процессы. При неточной же информации о параметрах модели или внешних возмущающих воздействий невязки перестают быть центрированными [6].

В работах [6, 7] были предложены алгоритмы фильтрации, позволяющие устранить данный недостаток, т. е. алгоритмы, позволяющие получать несмещенные оценки даже в случае действия неизвестных возмущений. Данные алгоритмы основаны на использовании не только невязок $\mathbf{v}_b = \mathbf{y}_b - \mathbf{C}_b \hat{\mathbf{x}}_b$ и $\mathbf{v}_g = \mathbf{y}_g - \mathbf{C}_g \hat{\mathbf{x}}_g$, но и интегралов этих невязок:

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_{b1} &= \int (\mathbf{y}_b - \mathbf{C}_b \hat{\mathbf{x}}_b) d\tau; \\ \mathbf{v}_{b2} &= \iint (\mathbf{y}_b - \mathbf{C}_b \hat{\mathbf{x}}_b) d\tau_1 d\tau_2; \\ &\dots\dots\dots \\ \mathbf{v}_{bn} &= \iiint \dots (\mathbf{y}_b - \mathbf{C}_b \hat{\mathbf{x}}_b) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n; \\ \mathbf{v}_{g1} &= \int (\mathbf{y}_g - \mathbf{C}_g \hat{\mathbf{x}}_g) d\tau; \\ \mathbf{v}_{g2} &= \iint (\mathbf{y}_g - \mathbf{C}_g \hat{\mathbf{x}}_g) d\tau_1 d\tau_2; \\ &\dots\dots\dots \\ \mathbf{v}_{gn} &= \iiint \dots (\mathbf{y}_g - \mathbf{C}_g \hat{\mathbf{x}}_g) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n.\end{aligned}$$

В этом случае алгоритмы фильтрации принимают вид

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}}_b &= \mathbf{A}_b \hat{\mathbf{x}}_b + \mathbf{G}_b(\mathbf{u}_b) + \mathbf{K}_{0b}(\mathbf{y}_b - \mathbf{C}_b \hat{\mathbf{x}}_b) + \\ &+ \mathbf{K}_{1b} \int (\mathbf{y}_b - \mathbf{C}_b \hat{\mathbf{x}}_b) d\tau + \dots + \\ &+ \mathbf{K}_{nb} \int \dots \int (\mathbf{y}_b - \mathbf{C}_b \hat{\mathbf{x}}_b) d\tau_1 \dots d\tau_n; \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}_g &= \mathbf{A}_g \hat{\mathbf{x}}_g + \mathbf{G}_g(\mathbf{u}_g) + \mathbf{K}_{0g}(\mathbf{y}_g - \mathbf{C}_g \hat{\mathbf{x}}_g) + \\ &+ \mathbf{K}_{1g} \int (\mathbf{y}_g - \mathbf{C}_g \hat{\mathbf{x}}_g) d\tau + \dots + \\ &+ \mathbf{K}_{ng} \int \dots \int (\mathbf{y}_g - \mathbf{C}_g \hat{\mathbf{x}}_g) d\tau_1 \dots d\tau_n.\end{aligned}\quad (7)$$

Минимальное число интегральных невязок в выражении (7) зависит от вида возмущения, и чем возмущение более сложное, тем число слагаемых в фильтре (7) больше. Сложность данного алгоритма состоит в большом числе коэффициентов обратной связи $\mathbf{K}_{1b}$, $\mathbf{K}_{1g}$.

Предлагаемый в данной работе алгоритм фильтрации позволяет упростить алгоритм получения оценок фазовых координат и внешних возмущений и тем самым устранить данный недостаток. Рассматриваемый алгоритм основан на разделении невязок на высокочастотные составляющие $\mathbf{v}_b = \mathbf{v}_{bn}$, $\mathbf{v}_g = \mathbf{v}_{gn}$ и низкочастотные составляющие $\mathbf{v}_{bn}$, $\mathbf{v}_{gn}$. При этом алгоритм фильтрации примет следующий вид:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}}_b &= \mathbf{A}_b \hat{\mathbf{x}}_b + \mathbf{G}_b(\mathbf{u}_b) + \mathbf{K}_{0b}(\mathbf{v}_b - \mathbf{v}_{bn}) + \hat{\mathbf{F}}_b; \\ \hat{\mathbf{x}}_b(t_0) &= \mathbf{M}[\mathbf{x}_b(t_0)]; \\ \dot{\mathbf{v}}_{bn} &= (\mathbf{v}_b - \mathbf{v}_{bn})/T_b; \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}_g &= \mathbf{A}_g \hat{\mathbf{x}}_g + \mathbf{G}_g(\mathbf{u}_g) + \mathbf{K}_{0g}(\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_{gn}) + \hat{\mathbf{F}}_g; \\ \hat{\mathbf{x}}_g(t_0) &= \mathbf{M}[\mathbf{x}_g(t_0)]; \\ \dot{\mathbf{v}}_{gn} &= (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_{gn})/T_g,\end{aligned}\quad (8)$$

где $\hat{\mathbf{F}}_b$ и $\hat{\mathbf{F}}_g$ — оценки неизвестных внешних возмущений, причем $\hat{\mathbf{F}}_b = \mathbf{K}_{1b}\mathbf{v}_{bn}$, а $\hat{\mathbf{F}}_g = \mathbf{K}_{1g}\mathbf{v}_{gn}$. Коэффициенты усиления $\mathbf{K}_{0b}$, $\mathbf{K}_{0g}$ при высокочастотных невязках определяются из уравнения Риккати, а коэффициенты $\mathbf{K}_{1b}$, $\mathbf{K}_{1g}$ при низкочастотных невязках — методами моделирования, причем коэффициенты $\mathbf{K}_{1b}$, $\mathbf{K}_{1g}$ могут меняться в достаточно широком диапазоне, не влияя, как показало моделирование, на устойчивость рассматриваемого фильтра; T_b и T_g — постоянные величины, определяющие точность оценок неизвестных возмущений, $\hat{\mathbf{x}}_b = (\hat{V}_y, \hat{\omega}_z, \hat{\psi}, \hat{\eta})^T$, $\hat{\mathbf{x}}_g = (\hat{V}_z, \hat{\omega}_y, \hat{\phi}, \omega_x, \theta)^T$ — оценки координат движения в вертикальной и горизонтальной плоскостях соответственно. При малых значениях величин T_b и T_g оценки возмущений достаточно точно приближаются к внешним возмущениям, а при больших —

описывают лишь осредненные значения. Однако точные значения оценок возмущения, подаваемых на регулятор, приводят управляющие органы, повторяющие эти возмущения, к быстрому износу. Менее же точные, но более гладкие оценки внешних возмущений позволяют управляющим органам работать в щадящем режиме.

Моделирование проводили на модели подводного аппарата, описываемого сложной системой нелинейных дифференциальных уравнений (1) при действии неизвестных внешних воздействий (4), (5). Для сокращения размерности решаемой задачи рассматривали алгоритмы фильтрации для вертикаль-

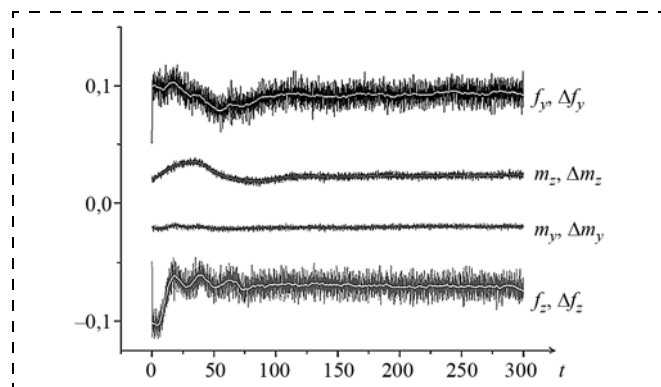


Рис. 1. Медленно меняющиеся возмущения и ошибки возмущений при $T_b = T_g = 20$ с

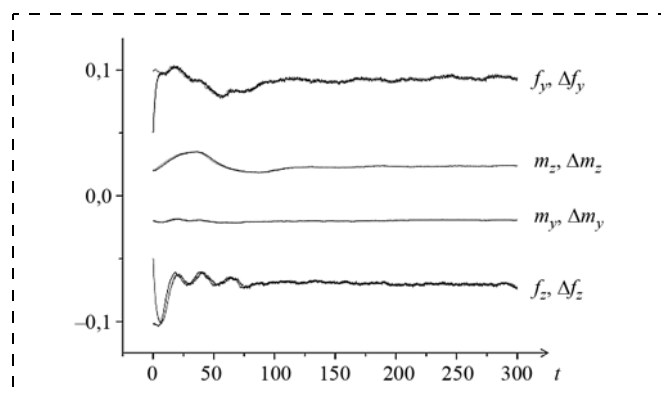


Рис. 2. Медленно меняющиеся возмущения и ошибки возмущений при $T_b = T_g = 200$ с

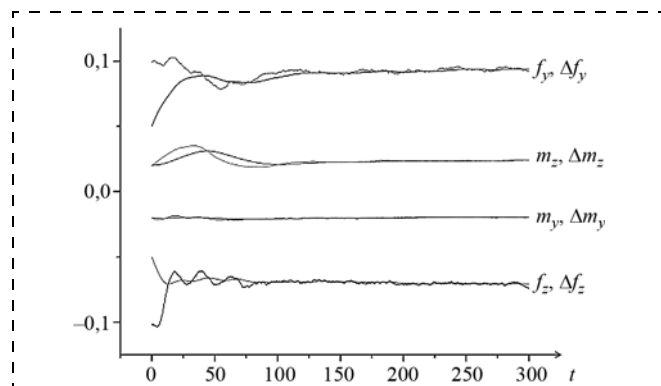


Рис. 3. Медленно меняющиеся возмущения и ошибки возмущений при $T_b = T_g = 2000$ с

ной и горизонтальной плоскостей (8) с различными значениями величин T_b и T_g .

На рис. 1—4 представлены результаты моделирования при действии медленно меняющихся внешних возмущений и неизвестной информации о модели движения. На рис. 1—3 изображены совокупные оценки внешних возмущений и неточности модели движения f_y, m_z, f_z, m_y для различных значений постоянной времени T_b , а также ошибки оценивания внешних возмущений

$$\Delta f_y = f_y - \hat{f}_y, \Delta m_z = m_z - \hat{m}_z,$$

$$\Delta f_z = f_z - \hat{f}_z, \Delta m_y = m_y - \hat{m}_y.$$

На рис. 4 (см. третью сторону обложки) представлены оценки фазовых координат подводного аппарата, заданные значения глубины и курса, а также положение вертикальных и горизонтальных рулей.

На рис. 5—7 (см. третью сторону обложки) представлены аналогичные результаты моделирования при действии медленно меняющихся и волновых возмущений.

На рис. 5 (см. третью сторону обложки) видно, что при малых значениях T_b, T_g ошибки оценивания внешних возмущений $\Delta f_y, \Delta m_z, \Delta f_z, \Delta m_y$ также малы. Это значит, что оценки $\hat{f}_y, \hat{m}_z, \hat{f}_z, \hat{m}_y$ внешних возмущений достаточно хорошо приближаются к реальным возмущениям f_y, m_z, f_z, m_y . Однако использование таких оценок при синтезе регуляторов приводит исполнительные органы к быстрому износу, так как рули реагируют на высокочастотные волновые возмущения, что хорошо видно на рис. 7 (см. третью сторону обложки). Для получения осредненных значений внешних возмущений необходимо увеличить постоянные времени T_b и T_g , при этом ошибки оценивания, как показано на рис. 6, противоположны внешним возмущениям.

Алгоритмы управления

Сложные технические системы, к которым относятся подводные аппараты и роботы, как говорилось ранее, описываются сложными нелинейными дифференциальными уравнениями, нередко с неточной и неполной правой частью. Построение оптимальных законов управления для таких систем практически невозможно. Поэтому на практике пользуются, как правило, законами управления для линейных систем с дальнейшей их коррекцией. Коррекция законов управления сводится либо к уточнению параметров математической модели движения, как показано в работе [9], либо к определению неизвестной правой части дифференциальных уравнений [6, 10], либо к построению множества дифференциальных уравнений, описывающих состояние исследуемого объекта в различных ситуациях, и использованию того или иного уравнения для формирования закона управления [11].

Кроме того, управляющие органы описываются, как правило, нелинейной функцией вида $\dot{u} = f(a)$,

где u — сигнал, подаваемый на исполнительные органы, а функция $f(\sigma)$ определяется в виде

$$f(\sigma) = \begin{cases} 0 & \text{при } |\sigma_i| < \sigma_{0i}; \\ k_i \sigma_i - k_i \sigma_{0i}/57,3 & \text{при } \sigma_{0i} \leq \sigma_i \leq \sigma_{1i}; \\ 30/57,3 & \text{при } u_i > 30/57,3; \\ k_i \sigma_i + k_i \sigma_{0i} & \text{при } -\sigma_{1i} \leq \sigma_i \leq -\sigma_{0i}; \\ -30/57,3 & \text{при } u_i < -30/57,3, \end{cases}$$

где k_i определяют скорость перекладки рулей; σ_{0i} — величины, определяющие зону нечувствительности. Для линейных систем используются классические законы управления, получаемые с помощью методов оптимального управления [12]. Величины σ_i для вертикальных и горизонтальных рулей в этом случае, как правило, определяются в виде линейных функций вида [13]

$$\sigma = k_x(\hat{x} - x_3) + k_{\dot{x}} d\hat{x} - u, \quad (9)$$

где u — величина управляющих воздействий; $k_x, k_{\dot{x}}$ — известные коэффициенты; x_3 — заданные значения фазовых координат.

Недостатком данного алгоритма является то, что он обеспечивает требуемое качество переходных процессов только в случае отсутствия внешних возмущений и полной информации о модели движения. Однако, как отмечалось ранее, на объект управления в реальных условиях всегда действуют внешние возмущения, и данный алгоритм уже не способен обеспечить требуемое качество перехода. Как правило, при данных законах управления переходным процессам сопутствуют статические погрешности. Поэтому в работе предложен алгоритм управления, устраняющий данный недостаток:

$$\sigma = k_x(\hat{x} - x_3) + k_{\dot{x}} d\hat{x} + \sigma_f - u, \quad (10)$$

где вводимая в закон управления (10) величина σ_f позволяет скорректировать статическую ошибку и определяется методом деления отрезка пополам:

$$\sigma_f = \frac{\sigma_{fmin} + \sigma_{fmax}}{2}.$$

При этом величины σ_{fmin} и σ_{fmax} определяются из анализа невязки $\hat{x} - x_3$.

Если значение невязки $\hat{x} - x_3 \geq 0$, то σ_{fmin} принимает текущее значение $\sigma_{fmin} = \sigma_f$ а σ_{fmax} не меняется, и наоборот, если $\hat{x} - x_3 < 0$, то $\sigma_{fmax} = \sigma_f$ и σ_{fmin} не меняется. Начальные значения параметров σ_{min} и σ_{max} выбираются из условия реакции объекта на данные управляющие воздействия. Если величины σ_{min} и σ_{max} малы, то их использование не дает требуемых результатов, а большие значения σ_{min} и σ_{max} приводят объект управления в неустойчивое состояние.

Введение величины σ_f в закон управления (10) позволяет устранить недостатки законов управления (9), т. е. позволяет устранить статические

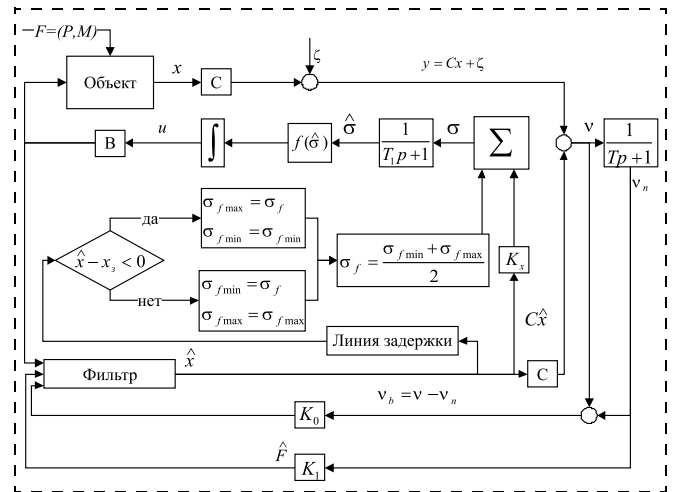


Рис. 8. Структурная схема системы управления

ошибки классических ПД регуляторов, широко используемых в управлении подвижными объектами.

На рис. 8 представлена структурная схема работы системы управления подводного аппарата, описываемого сложной системой нелинейных дифференциальных уравнений при действии неизвестных внешних воздействий.

В качестве законов управления рассматривались законы управления вертикальными и горизонтальными рулями (9), (10):

$$\begin{aligned} \sigma_b &= k_{\eta}(\hat{\eta} - \eta_3) + k_{V_y} d\hat{\eta} + \\ &+ k_{\psi}(\hat{\psi} - \psi_3) + k_{\omega_z} d\hat{\psi} + \sigma_{bf} - u_b, \\ \sigma_g &= k_{\phi}(\hat{\phi} - \phi_3) + k_{V_z} d\hat{\phi} + \sigma_{gf} - u_g, \end{aligned}$$

где величины σ_{bf} и σ_{gf} определяются методом деления отрезка пополам:

$$\begin{aligned} \sigma_{bf} &= \frac{\sigma_{bfmin} + \sigma_{bfmax}}{2}, \\ \sigma_{gf} &= \frac{\sigma_{gfmin} + \sigma_{gfmax}}{2}. \end{aligned}$$

Для определения значений σ_{bfmin} и σ_{bfmax} рассматривается разность оценок глубины погружения и заданного значения перехода $\hat{\eta} - \eta_3$ в текущий момент времени. Если величина $\hat{\eta} - \eta_3 \geq 0$, то принимается $\sigma_{bfmin} = \sigma_{bf}$ и σ_{bfmax} не меняется, а если $\hat{\eta} - \eta_3 < 0$, то $\sigma_{bfmax} = \sigma_{bf}$ и σ_{bfmin} не меняется. Аналогичным образом определяются значения σ_{gfmin} и σ_{gfmax} по невязке $\hat{\phi} - \phi_3$. Если $\hat{\phi} - \phi_3 \geq 0$, то принимается $\sigma_{gfmin} = \sigma_{gf}$ и σ_{gfmax} не меняется, а если $\hat{\phi} - \phi_3 < 0$, то $\sigma_{gfmax} = \sigma_{gf}$ и σ_{gfmin} не меняется.

На рис. 9, 10 (см. третью сторону обложки) изображены оценки фазовых координат и заданные значения переходов по глубине и курсу $\hat{\eta}$, η_3 , $\hat{\phi}$, ϕ_3 , $\hat{\psi}$, $\hat{\theta}$, а также значения вертикальных и горизонтальных рулей при использовании штатного регулятора (9). Из рис. 9, 10 видно, что качество переход-

ных процессов при данных законах управления не соответствует требуемым значениям η_3, ϕ_3 . Для устранения данного недостатка в работе предложены законы управления (10), включающие в себя слагаемые σ_{bf} и σ_{gf} компенсирующие получаемые смещения.

Из рис. 9, 10 (см. третью сторону обложки) видно, что введение величины σ_f в закон управления позволяет улучшить качество переходных процессов, но при этом качество работы самих рулевых органов практически не меняется, что приводит к их быстрому износу. Для устранения этого недостатка в работе предложено осреднение входного сигнала σ . Пропуская сигнал σ через апериодическое звено

$$\dot{\hat{\sigma}} = \left(\frac{\sigma - \hat{\sigma}}{T_1} \right), \text{ получим его усредненное значение } \hat{\sigma}.$$

Введение апериодического звена, как показано на рис. 11 (см. четвертую сторону обложки), позволяет повысить качество работы управляющих органов, что приводит к снижению их износа и увеличению продолжительности работы.

На рис. 11, 12 (см. четвертую сторону обложки) изображены оценки фазовых координат и заданные значения переходов по глубине и курсу $\hat{\eta}, \eta_3,$

$\hat{\phi}, \phi_3, \hat{\psi}, \hat{\theta}$, а также значения вертикальных и горизонтальных рулей при использовании регулятора (10). Введение в закон управления дополнительных слагаемых σ_{bf} и σ_{gf} , как видно из рис. 11, 12 (см. четвертую сторону обложки), позволяет повысить качество переходных процессов. Однако данный закон управления не снижает нагрузок на рулевой привод, так как рули практически повторяют внешнее возмущение. Для устранения этого недостатка в работе предложено предварительное осреднение входного сигнала, поступающего на регулятор,

$$\dot{\hat{\sigma}}_b = \left(\frac{\sigma_b - \hat{\sigma}_b}{T_1} \right) \text{ и } \dot{\hat{\sigma}}_g = \left(\frac{\sigma_g - \hat{\sigma}_g}{T_1} \right).$$

На рис. (13, 14, см. четвертую сторону обложки) представлены те же режимы, что и на рис. 11, 12, из которых видно, что введение сглаживающего блока позволит существенно снизить нагрузки на рулевой привод.

На рис. 15, 16 (см. четвертую сторону обложки) представлен переход подводного аппарата по заданной траектории. При этом заданная траектория движения разбивается на участки по глубине и курсу, в которых должен находиться объект управления в заданные моменты времени.

Заключение

Рассмотренный в статье подход, основанный на анализе и разделении невязок на высокочастотные и низкочастотные составляющие, является универсальным, так как практически не зависит от точных знаний моделей движения и возмущений и позволяет:

1) расширить возможности использования калмановских алгоритмов фильтрации для объектов, модели которых известны с небольшой точностью, на которые действуют неизвестные внешние возмущения;

2) применять данный подход для различных режимов функционирования, модели которых могут изменяться в значительных пределах;

3) использовать данный подход для широкого класса технических систем, включая как необитаемые, так и обитаемые аппараты и роботы, при действии неизвестных внешних возмущений;

4) в зависимости от постоянной времени фильтра T получать оценки фазовых координат и внешних возмущений с различной степенью точности. Точность оценок внешних возмущений влияет на нагрузки управляющих органов. При точных оценках внешних возмущений, подаваемых на рули, происходят частые их перекладки, что приводит к быстрому износу рулевых органов;

5) повысить качество управления сложными техническими системами при действии неизвестных возмущений за счет получаемых оценок внешних возмущений;

6) продлить работоспособность рулевых органов за счет подачи на них сглаженных сигналов;

Проведенное моделирование подтверждает работоспособность рассмотренных в работе алгоритмов управления на примере подводного аппарата, описываемого сложной и многомерной системой нелинейных дифференциальных уравнений, при действии волновых и медленно меняющихся возмущений.

Список литературы

1. Sage A. P., Melsa J. L. Estimation Theory with Applications to Communications and Control., McGraw-Hill, New York, 1971.
2. Sage A. P., Melsa J. L. System Identification. Academic Press Inc., New York, 1970.
3. Коун К. Ф. Н., Грант П. М. Адаптивные фильтры. М.: Мир, 1988.
4. Джонсон С. Теория регуляторов, приспособляющихся к возмущениям. В кн. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. Леондеса К. Т. М.: Мир, 1980. 406 с.
5. Мартин У., Стабберуд А. Процесс обновления в задачах идентификации. В кн. Фильтрация и стохастическое управление динамических систем / Под ред. Леондеса К. Т. М.: Мир, 1980. 406 с.
6. Тарасов Н. Н., Тахтамышев М. Г. Алгоритмы получения несмещенных оценок при действии неизвестных внешних возмущений // Проблемы управления. 2012. № 6.
7. Клячко Л. М., Тарасов Н. Н., Острцов Г. Э. Алгоритмы фильтрации с интегральными невязками при управлении судном в условиях развитого волнения // Морской вестник. 2014. № 1 (49).
8. Евланов Л. Г. Контроль динамических систем. М.: Наука, 1979. 430 с.
9. Сейдж Э. П. Оптимальное управление системами. М.: Радио и связь, 1982.
10. Леондес К. Т. Современная теория систем управления. М.: Наука, 1970.
11. Казаков И. Е., Артемьев В. М. Оптимизация динамических систем случайной структуры. М.: Наука, 1980.
12. Шлейер Г. Э., Борисов В. Г. Управление движением морских и речных судов. М.: ИЛУ, 1981.
13. Лукомский Ю. А., Корчанов В. М. Управление морскими подвижными объектами. СПб: Элмор, 1996.

Control of the Underwater Vehicles with Incomplete Information about the Model of Motion of the Exogenous Disturbances

N. N. Tarasov, tnn53@rambler.ru✉, **S. K. Danilova**, lab45_1@ipu.rssi.ru,
I. M. Kuskov, butovokus@gmail.com,

V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, RAS, Moscow, 117997, Russian Federation

Corresponding author: **Tarasov Nikolay N.**, Ph. D., Senior Researcher,
V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, RAS, Moscow, 117997, Russian Federation
e-mail: tnn53@rambler.ru

Received on September 19, 2015

Accepted on January 19, 2016

The authors of the paper propose an approach to the control of the underwater vehicles, the mathematical model of which is known with a certain degree of accuracy, namely, its linear part. The proposed approach is based on the use of the estimates of the phase coordinate of the control object, and the estimates of the unknown external disturbances, which represent a collection of the external influences, and incomplete information about the model of the control object. The authors of this paper propose the filtering algorithms, based on separation of the residuals of the high and low frequency components and allow us to recover not only the phase coordinates of the movement, but the unknown perturbations. The paper also offers control algorithms for the underwater vehicles based on the use of not only estimates of the movement coordinates, but also the estimates of the unknown disturbances, obtained due to the filtering algorithms. Compared with the classical control laws, these algorithms allow us to significantly improve the quality control of the modern underwater vehicles. The paper contains a smoothing algorithm of the signal applied to the controller. This can significantly reduce the load on the governing bodies and thereby improve their performance. Conducted on the example of a non-planar motion of an underwater vehicle described by a complex system of nonlinear differential equations under the action of a slowly varying wave disturbances and modeling, the experiments confirm RA-combat capability proposed in the paper algorithms for filtering and control.

Keywords: mathematical model of movements and disturbances, remotely operated underwater vehicle, autonomous underwater vehicle, filtration algorithms with different processing methods of residuals, integral residuals, recovery of phase coordinates and external actions

For citation:

Tarasov N. N., Danilova S. K., Kuskov I. M. Control of the Underwater Vehicles with Incomplete Information about the Model of Motion of the Exogenous Disturbances, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 17, no. 5, pp. 354–360.

DOI: 10.17587/mau/16.354-360

References

1. **Sage A. P., Melsa J. L.** Estimation Theory with Applications to Communications and Control, New York, McGraw-Hill, 1971.
2. **Sage A. P., Melsa J. L.** System Identification, New York, Academic Press Inc., 1970.
3. **Cowan K. F. N., Grant P. M.** Adaptive filters, Moscow, Mir, 1988 (in Russian).
4. **Johnson C.** The Theory of regulators that can adapt to disturbances, *In proc. Filtering and stochastic control of dynamic systems*, edited by K. T. Leondes, Moscow, Mir, 1980, 406 p. (in Russian).
5. **Martin W., Stubberud A.** The update Process in identification problems, *In proc. Filtering and stochastic control of dynamic systems*, edited by K. T. Leondes, Moscow, Mir, 1980, 406 p. (in Russian).
6. **Tarasov N. N., Takhtamyshev M. G.** Algorithms for obtaining unbiased estimates under the action of unknown external disturbances, *Problems of Management*, 2012, no. 6 (in Russian).
7. **Klyachko L. M., Tarasov N. N., Ostretsov G. E.** Filter Algorithms with integrated non-bindings under the management of the vessel in terms of developed excitement, *Maritime Bulletin*, 2014, no. 1 (49) (in Russian).
8. **Evlanov L. G.** Control of dynamic systems, Moscow, Nauka, 1979, 430 p. (in Russian).
9. **Sage E. P.** Optimal control systems, Moscow, Radio and communication, 1982 (in Russian).
10. **Leondes K. T.** Modern theory of control systems. Moscow, Nauka, 1970 (in Russian).
11. **Kazakov, I. E., Artemiev V. M.** Optimization of dynamic systems with random structure, Moscow, Nauka, 1980 (in Russian).
12. **Slayer G. E., Borisov V. G.** Control of the movement of sea and river vessels, Moscow, Publishing house of IPU, 1981 (in Russian).
13. **Lukomsky Y. A., Korchanov V. M.** Control marine mobile objects, St. Petersburg Elmore, 1996 (in Russian).

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5397, тел./факс: (499) 269-5510

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Т. В. Пчелкина*.

Сдано в набор 29.02.2016. Подписано в печать 13.04.2016. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН516. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансд солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.