

Редакционный совет:

CHYI-YEU LIN, PhD, prof.
GROUMPOS P. P., prof.
JEN-HWA GUO, PhD, prof.
KATALINIC B., PhD, prof.
SUBUDHI B., PhD, prof.
АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.
КАЛЯЕВ И. А., чл.-корр. РАН, проф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.
СОЙФЕР В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.
ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.
ЮЩЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.
БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.
ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.
ЕРМОЛОВ И. Л., д. т. н., доц.
ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.
КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.
ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.
ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.
ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф.
РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.
ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.
ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.
ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф., Саттарова У. Э., Рзаева Н. Э.** Технология формирования робастных корреляционных матриц математических моделей динамики объектов управления 147
- Некрасов И. В.** Синтез интерполяционного цифрового регулятора для дискретной динамической системы 158

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Белоконь С. А., Золотухин Ю. Н., Котов К. Ю., Мальцев А. С., Нестеров А. А., Соболев М. А., Филиппов М. Н., Ян А. П.** Управление мобильными роботами в составе группы лидер—ведомые 166
- Градецкий В. Г., Князьков М. М., Семёнов Е. А., Суханов А. Н.** Адаптивные захватные устройства мобильных роботов с миниатюрными эжекторами 172
- Тачков А. А., Калиниченко С. В., Малыхин А. Ю.** Моделирование и оценка эффективности системы удержания малогабаритного автономного робота вертикального перемещения с вакуумными захватами 178
- Сергиевский Н. А., Харламов А. А.** Структурное детектирование зрительных образов для мобильного робота. 187

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ

- Базылев Д. Н., Бобцов А. А., Пыркин А. А., Чежин М. С.** Алгоритмы идентификации параметров синхронного двигателя с постоянными магнитами 193

АВТОМАТИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

- Люттов А. Г., Ильин А. Н., Филонина Е. А.** Обеспечение качества свечей зажигания посредством управления их жизненным циклом 199

УПРАВЛЕНИЕ В АВИАКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

- Моисеев Д. В., Чинь В. М.** Маршрутизация полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра с учетом ограничения на продолжительность полета 206
- Лобусов Е. С., Хоанг Мань Тьонг.** Использование средств инерциальной навигации для определения ориентации в пространстве и угла при вершине прямого кругового конуса 211

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editorial Council:

ALIEV T. A., prof., Azerbaijan, Baku
 ANSHAKOV G. P., Russia, Samara
 BOLOTNIK N. N., Russia, Moscow
 CHENTSOV A. G., Russia, Ekaterinburg
 CHERNOUSKO F. L., Russia, Moscow
 CHYI-YEU LIN, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 FEDOROV I. B., Russia, Moscow
 GROUMPOS P. P., prof., Greece, Patras
 JEN-HWA GUO, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 KALYAEV I. A., Russia, Taganrog
 KATALINIC B., PhD, Prof., Austria, Vienna
 KRASNEVSKIY L. G., Belarus, Minsk
 KUZNETSOV N. A., Russia, Moscow
 LEONOV G. A., Russia, S.-Peterburg
 MATVEENKO A. M., Russia, Moscow
 MIKRIN E. A., Russia, Moscow
 PESHEKHONOV V. G., Russia, S.-Peterburg
 REZCHIKOV A. F., Russia, Saratov
 SCHERBATYUK A. F., Russia, Vladivostok
 SEBRYAKOV G. G., Russia, Moscow
 SIGOV A. S., Russia, Moscow
 SOJFER V. A., Russia, Samara
 SOLOMENTSEV Yu. M., Russia, Moscow
 SOLOVJEV V. A., Russia, Moscow
 SUBUDHI B., PhD, Prof., India, Sundargarh
 VASILYEV S. N., Russia, Moscow
 YUSUPOV R. M., Russia, S.-Peterburg

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Russia, Moscow

Deputy Editor-in-Chief:

PODURAEV Yu. V., Russia, Moscow
 PUTOV V. V., Russia, S.-Peterburg
 YUSCHENKO A. S., Russia, Moscow

Responsible Secretary:

BEZMEENOVA M. Yu., Russia, Moscow

Editorial Board:

ALEXANDROV V. V., Russia, Moscow
 ANTONOV B. I., Russia, Moscow
 ARSHANSKY M. M., Russia, Tver
 BUKOV V. N., Russia, Zhukovsky
 ERMOLOV I. L., Russia, Moscow
 FILARETOV V. F., Russia, Vladivostok
 FRADKOV A. L., Russia, S.-Peterburg
 FURSOV V. A., Russia, Samara
 GRADETSKY V. G., Russia, Moscow
 ILYASOV B. G., Russia, Ufa
 IVCHENKO V. D., Russia, Moscow
 KOLOSOV O. S., Russia, Moscow
 KOROSTELEV V. F., Russia, Vladimir
 LEBEDEV G. N., Russia, Moscow
 LOKHIN V. M., Russia, Moscow
 PAVLOVSKY V. E., Russia, Moscow
 PROKHOROV N. L., Russia, Moscow
 PSHIKHOPOV V. Kh., Russia, S.-Peterburg
 RAPOPORT E. Ya., Russia, Samara
 SERGEEV S. F., Russia, S.-Peterburg
 VITTIKH V. A., Russia, Samara
 YUREVICH E. I., Russia, S.-Peterburg

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E. V., Russia, Moscow

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospective development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Aliiev T. A., Musayeva N. F., Sattarova U. E., Rzayeva N. E.** Technology for Formation of the Correlation Matrices of the Mathematical Models of the Control Objects' Dynamics . . . 147
- Nekrasov I. V.** Development of a Digital Control Algorithm Based on Interpolation of the Previously Calculated Optimal Solution . . . 158

ROBOTIC SYSTEMS

- Belokon S. A., Zolotukhin Yu. N., Kotov K. Yu., Maltsev A. S., Nesterov A. A., Sobolev M. A., Filippov M. N., Yan A. P.** Control of the Mobile Robots in a Leader—Follower Formation . . . 166
- Gradetsky V. G., Knyazkov M. M., Semyonov E. A., Sukhanov A. N.** Mobile Robots' Adaptive Contact Devices with Miniature Ejectors . . . 172
- Tachkov A. A., Kalinichenko S. V., Malykhin A. Ju.** Simulation and Evaluation of the Adhesion System Effectiveness for a Miniature Mobile Wall-Climbing Robot with Suction Cups . . . 178
- Sergievskiy N. A., Kharlamov A. A.** Structural Detection of Visual Objects for Mobile Robots . . . 187

ACTUATING ELEMENT MECHATRONIC SYSTEMS

- Bazylev D. N., Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Chezhin M. S.** Parameter Identification Algorithms for the Synchronous Motors with Permanent Magnets . . . 193

TECHNOLOGICAL PROCESSES AUTOMATION

- Lutov A. G., Ilin A. N., Filonina E. A.** Life Cycle Control to Ensure the Spark Plugs' Quality . . . 199

CONTROL IN AEROSPACE SYSTEMS

- Moiseev D. V., Trinh V. M.** Routing of a Light Unmanned Aerial Vehicle in a Constant Wind Field with Account of Constraint on the Flight Duration . . . 206
- Lobusov E. S., Manh Tuong.** Inertial Navigation Facility for Space Orientation and Vertex Angle Identification of Right Circular Cone . . . 211

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

Т. А. Алиев¹, д-р техн. наук, акад. НАНА, директор, telmancyber@rambler.ru,

Н. Ф. Мусаева¹, д-р техн. наук, зав. лаб., musana@rambler.ru,

У. Э. Саттарова², PhD, зав. отделом, ulker.rzaeva@gmail.com,

Н. Э.Рзаева¹, науч. сотр., nikanel1@gmail.com,

¹Институт систем управления НАН Азербайджана, Баку,

²Азербайджанский архитектурно-строительный университет, Баку

Технология формирования робастных корреляционных матриц математических моделей динамики объектов управления

Анализируются трудности формирования корреляционных матриц при решении задач идентификации матричных моделей динамики объектов управления. Предложены алгоритмы сведения этих матриц к матрицам, аналогичным матрицам полезных сигналов, с учетом специфики реальных зашумленных параметров. Показана возможность применения данных алгоритмов для случаев наличия и отсутствия корреляции между полезным сигналом и помехой.

Ключевые слова: идентификация, зашумленный сигнал, корреляционная функция, корреляционные матрицы, нормированные оценки, модели динамики

Введение

Одной из ключевых проблем современной теории и практики управления является проблема идентификации [1, п. 11; 2, п. 9] — построение математической модели объекта управления по результатам обработки экспериментальных данных наблюдений. В настоящее время технология построения адекватных и эффективных моделей динамических объектов, используемых для автоматизации управления, контроля и диагностики технических объектов и технологических процессов, находит свое применение во всех областях промышленности, энергетики и транспорта.

На данный момент насчитывается большое число работ, посвященных проблеме идентификации объектов управления (см., например, монографии и учебные пособия [3—10]). Однако, несмотря на высокий уровень теоретических исследований, а также полученные интересные и содержательные результаты, опыт успешного практического их применения при построении математических моделей реальных динамических объектов невелик.

В инженерной практике все большую популярность находят статистические методы идентификации, при которой динамические характеристики объекта управления определяются на основе анализа статистических характеристик его входного и выходного сигналов. Здесь особо следует выделить статистические корреляционные методы [1, п. 11.4; 2, п. 9.4], суть которых заключается в определении импульсной переходной или передаточной функций объекта путем анализа его реакции на случайное воздействие с характеристиками, приближенными к характеристикам белого шума.

Следует отметить, что корреляционные методы позволяют с приемлемой точностью решать задачи идентификации для широкого класса объектов и имеют следующие преимущества:

- идентификация объекта может проводиться в условиях его нормальной эксплуатации;
- корреляция в пределах достаточно продолжительного периода времени позволяет сделать амплитуду тестового входного сигнала очень малой, в связи с чем сигнал в виде белого шума не влияет на режим работы объекта;
- никакой априорной информации об объекте не требуется;
- метод обладает высокой помехоустойчивостью.

Однако при применении корреляционных методов для идентификации реальных объектов управления на полезный сигнал, который должен быть получен с наименьшими искажениями, накладываются помехи, имеющие случайное происхождение и затрудняющие процесс вычисления оценок статистических характеристик сигнала. Причины образования данных помех могут быть самые различные: тепловые шумы; шумы, вызываемые работой других рядом стоящих агрегатов и оборудования; шумы, создаваемые источниками питания; шумы, вызванные автоколебаниями в цепях обратной связи, и т. д.

В целях устранения влияния помех на результат статистической идентификации динамики объекта предложены многочисленные алгоритмы и технологии фильтрации (см., например, работы [11, 12], а также работы автора [13, 14]), позволяющие устранять погрешность помех, возникающих от влияния внешних факторов. Следует отметить, что в процессе

нормального функционирования реальных объектов управления помехи формируются под влиянием различных факторов, в частности, отражающих процессы зарождения каких-либо дефектов в объекте. В связи с этим спектр помехи часто пересекается со спектром полезного зашумленного сигнала, причем данные спектры не являются стабильными. В результате фильтрация не всегда обеспечивает желаемый результат: иногда она приводит даже к искажению спектра полезного сигнала [13, 14].

В данной статье рассматривается один из возможных вариантов создания альтернативных методов и технологий устранения погрешностей, вызванных влиянием помехи при формировании корреляционных матриц в процессе решения задачи статистической идентификации динамической модели объекта управления.

Постановка задачи

Обратимся к следующей задаче корреляционной идентификации линейного одномерного динамического объекта управления по экспериментальным данным, полученным в нормальном режиме его эксплуатации: требуется по результатам измерения входного $X(t)$ и выходного $Y(t)$ сигналов объекта, искаженных шумами $\varepsilon(t)$ и $\eta(t)$ соответственно, определить его импульсную переходную характеристику $W(t)$.

В общем случае решение данной задачи сводится к решению интегрального уравнения Винера — Хопфа, которое аппроксимируется системой линейных алгебраических уравнений, имеющей в матричной форме следующий вид:

$$\mathbf{R}_{XY}(\mu) \approx \mathbf{R}_{XX}(\mu) \mathbf{W}(\mu), \mu = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, (N-1)\Delta t, (1)$$

где $\mathbf{R}_{XX}(\mu)$ — квадратная $N \times N$ симметричная матрица автокорреляционных функций центрированного входного сигнала $X(t)$:

$$\mathbf{R}_{XX}(\mu) \approx \begin{pmatrix} R_{XX}(0) & R_{XX}(\Delta t) & \dots & R_{XX}[(N-1)\Delta t] \\ R_{XX}(\Delta t) & R_{XX}(0) & \dots & R_{XX}[(N-2)\Delta t] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{XX}[(N-1)\Delta t] & R_{XX}[(N-2)\Delta t] & \dots & R_{XX}(0) \end{pmatrix}, (2)$$

$$R_{XX}(\mu) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i\Delta t) X((i+\mu)\Delta t), \\ \mu = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, (N-1)\Delta t;$$

$\mathbf{R}_{XY}(\mu)$ — матрица-столбец взаимокорреляционных функций между входом $X(t)$ и выходом $Y(t)$:

$$\mathbf{R}_{XY}(\mu) \approx [R_{XY}(0) \ R_{XY}(\Delta t) \ \dots \ R_{XY}[(N-1)\Delta t]]^T, (3)$$

$$R_{XY}(\mu) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i\Delta t) Y((i+\mu)\Delta t), \\ \mu = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, (N-1)\Delta t;$$

$\mathbf{W}(\mu)$ — матрица-столбец, элементами которого являются ординаты искомой импульсной переходной функции:

$$\mathbf{W}(\mu) \approx [W(0) \ W(\Delta t) \ \dots \ W((N-1)\Delta t)]^T;$$

Δt — интервал дискретизации корреляционных функций.

Здесь матрицы корреляционных функций (2), (3) сформированы из оценок полезных сигналов $X(t)$ и $Y(t)$.

Поскольку реальные зашумленные входной $g(t)$ и выходной $\eta(t)$ сигналы объекта представляют собой сумму полезных сигналов $X(t)$, $Y(t)$ и соответствующих помех $\varepsilon(t)$, $\varphi(t)$, т. е.

$$g(t) = X(t) + \varepsilon(t),$$

$$\eta(t) = Y(t) + \varphi(t),$$

то матричное уравнение (1) можно представить в виде

$$\mathbf{R}_{g\eta}(\mu) \approx \mathbf{R}_{gg}(\mu) \mathbf{W}(\mu), \mu = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, (N-1)\Delta t,$$

где

$$\mathbf{R}_{gg}(\mu) \approx \begin{pmatrix} R_{gg}(0) & R_{gg}(\Delta t) & \dots & R_{gg}[(N-1)\Delta t] \\ R_{gg}(\Delta t) & R_{gg}(0) & \dots & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{gg}[(N-1)\Delta t] & R_{gg}[(N-2)\Delta t] & \dots & R_{gg}(0) \end{pmatrix}; (4)$$

$$\mathbf{R}_{g\eta}(\mu) \approx [R_{g\eta}(0) \ R_{g\eta}(\Delta t) \ \dots \ R_{g\eta}[(N-1)\Delta t]]^T. (5)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} R_{gg}(\mu) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(i\Delta t) g((i+\mu)\Delta t) \approx \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)) (X((i+\mu)\Delta t) + \varepsilon((i+\mu)\Delta t)); \\ R_{g\eta}(\mu) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(i\Delta t) \eta((i+\mu)\Delta t) \approx \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)) (Y((i+\mu)\Delta t) + \varphi((i+\mu)\Delta t)), \\ \mu &= 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, (N-1)\Delta t. \end{aligned} \right\} (6)$$

Пусть $D_g \approx R_{gg}(0)$ и $D_\eta \approx R_{g\eta}(0)$ — оценки дисперсий сигналов $g(t)$ и $\eta(t)$ соответственно при $\mu = 0$, а m_g и m_η — их математические ожидания.

На практике корреляционные матрицы (4), (5) формируются по оценкам $R_{gg}(\mu)$, $R_{g\eta}(\mu)$ корреляционных функций зашумленных сигналов $g(t)$, $\eta(t)$.

Однако при этом возникают очевидные неравенства

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_{XX}(\mu) &\neq \mathbf{R}_{gg}(\mu); \\ \mathbf{R}_{XY}(\mu) &\neq \mathbf{R}_{g\eta}(\mu). \end{aligned} \right\} (7)$$

В результате во многих случаях обеспечить адекватность идентификации модели динамики объекта управления не удастся. В то же время на многих реальных объектах управления для измерения зашумленных сигналов применяются различные датчики, у которых входные и выходные сигналы представляют собой различные физические величины.

В этих случаях оценки корреляционных функций сигналов $X(t)$ и $Y(t)$ приводятся к безразмерным величинам, причем их нормированные авто- и взаимокорреляционные функции вычисляются по известным формулам [1, 2]:

$$\left. \begin{aligned} r_{XX}(\mu) &\approx R_{XX}(\mu)/D_X; \\ r_{XY}(\mu) &\approx R_{XY}(\mu)/\sqrt{D_X D_Y}, \end{aligned} \right\}$$

где $D_X \approx R_{XX}(0)$, $D_Y \approx R_{YY}(0)$, $R_{XX}(\mu)$, $R_{XY}(\mu)$ — оценки авто- и взаимокорреляционных функций сигналов $X(t)$, $Y(t)$ при $\mu = 0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, (N-1)\Delta t$.

Нормированные корреляционные матрицы полезных сигналов имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{XX}(\mu) &\approx \begin{bmatrix} \frac{R_{XX}(0)}{D_X} & \frac{R_{XX}(\Delta t)}{D_X} & \dots & \frac{R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_X} \\ \frac{R_{XX}(\Delta t)}{D_X} & \frac{R_{XX}(0)}{D_X} & \dots & \frac{R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_X} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_X} & \frac{R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_X} & \dots & \frac{R_{XX}(0)}{D_X} \end{bmatrix}, \quad (8) \\ \mathbf{r}_{XY}(\mu) &\approx \left[\frac{R_{XY}(0)}{(\sqrt{D_X D_Y})} \quad \frac{R_{XY}(\Delta t)}{(\sqrt{D_X D_Y})} \quad \dots \quad \frac{R_{XY}[(N-1)\Delta t]}{(\sqrt{D_X D_Y})} \right]^T. \quad (9) \end{aligned}$$

В этом случае матричное уравнение (1) можно представить в виде

$$\mathbf{r}_{XY}(\mu) \approx \mathbf{r}_{XX}(\mu) \mathbf{W}(\mu), \quad \mu = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, (N-1)\Delta t,$$

где $\mathbf{r}_{XX}(\mu)$ — квадратная $N \times N$ симметричная матрица нормированных автокорреляционных функций центрированного входного сигнала $X(t)$; $\mathbf{r}_{XY}(\mu)$ — вектор-столбец нормированных взаимокорреляционных функций между входом $X(t)$ и выходом $Y(t)$; $\mathbf{W}(\mu)$ — вектор-столбец искомого импульсных переходных функций объекта.

Нормированные авто- и взаимокорреляционные функции $r_{gg}(\mu)$, $r_{g\eta}(\mu)$ зашумленных сигналов, состоящих из суммы случайных полезных сигналов $X(t)$, $Y(t)$ и соответствующих помех $\varepsilon(t)$, $\varphi(t)$, вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} r_{gg}(\mu) &\approx R_{gg}(\mu)/D_g; \\ r_{g\eta}(\mu) &\approx R_{g\eta}(\mu)/\sqrt{D_g D_\eta}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

При этом соответствующие нормированные корреляционные матрицы зашумленных сигналов $g(t)$, $\eta(t)$ представляются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{gg}(\mu) &\approx \begin{bmatrix} \frac{R_{gg}(0)}{D_g} & \frac{R_{gg}(\Delta t)}{D_g} & \dots & \frac{R_{gg}[(N-1)\Delta t]}{D_g} \\ \frac{R_{gg}(\Delta t)}{D_g} & \frac{R_{gg}(0)}{D_g} & \dots & \frac{R_{gg}[(N-2)\Delta t]}{D_g} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{R_{gg}[(N-1)\Delta t]}{D_g} & \frac{R_{gg}[(N-2)\Delta t]}{D_g} & \dots & \frac{R_{gg}(0)}{D_g} \end{bmatrix}, \quad (11) \end{aligned}$$

$$\mathbf{r}_{g\varphi}(\mu) \approx \left[\frac{R_{g\varphi}(0)}{(\sqrt{D_g D_\eta})} \quad \frac{R_{g\varphi}(\Delta t)}{(\sqrt{D_g D_\eta})} \quad \dots \quad \frac{R_{g\varphi}[(N-1)\Delta t]}{(\sqrt{D_g D_\eta})} \right]^T. \quad (12)$$

Сравнивая матрицы (8) и (11), нетрудно убедиться, что имеют место неравенства:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{r}_{gg}(\mu) &\neq \mathbf{r}_{XX}(\mu); \\ \mathbf{r}_{g\eta}(\mu) &\neq \mathbf{r}_{XY}(\mu). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Из неравенств (7) и (13) следует, что корреляционные матрицы (4), (5) и (11), (12) отличаются от исходных корреляционных матриц (2), (3) и (8), (9). Именно поэтому на практике обеспечение адекватности идентификации динамической модели объекта на основе этих матриц часто не удается. В связи с этим для успешного решения задачи идентификации моделей динамики объектов управления требуется разработка технологии формирования робастных корреляционных матриц $\mathbf{R}_{gg}^r(\mu)$, $\mathbf{R}_{g\eta}^r(\mu)$, $\mathbf{r}_{gg}^r(\mu)$, $\mathbf{r}_{g\eta}^r(\mu)$, обеспечивающей выполнение равенств

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_{gg}^r(\mu) &\approx \mathbf{R}_{XX}(\mu); \\ \mathbf{R}_{g\eta}^r(\mu) &\approx \mathbf{R}_{XY}(\mu); \\ \mathbf{r}_{gg}^r(\mu) &\approx \mathbf{r}_{XX}(\mu); \\ \mathbf{r}_{g\eta}^r(\mu) &\approx \mathbf{r}_{XY}(\mu). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Технологии формирования робастных корреляционных матриц при отсутствии корреляции между полезным сигналом и помехой

Проведенные исследования [13–18] показали, что для входных и выходных зашумленных сигналов многих объектов управления выполняются условия стационарности и нормальности закона распределения. Следует отметить, что при отсутствии корреляции между полезными сигналами $X(t)$, $Y(t)$ и помехой $\varepsilon(t)$, т. е. при

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i\Delta t) \varepsilon((i+\mu)\Delta t) &\approx 0; \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y(i\Delta t) \varphi((i+\mu)\Delta t) &\approx 0, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

выражения (6) вычисления для оценок, авто- и взаимокорреляционных функций можно представить в виде

$$\begin{aligned} R_{gg}(\mu) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(i\Delta t) g((i+\mu)\Delta t) \approx \\ &\approx \begin{cases} R_{XX}(0) + D_\varepsilon & \text{при } \mu = 0; \\ R_{XX}(\mu) & \text{при } \mu \neq 0; \end{cases} \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{g\eta}(\mu) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(i\Delta t) \eta((i+\mu)\Delta t) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X(i\Delta t) + \\ &+ \varepsilon(i\Delta t)) (Y((i+\mu)\Delta t) + \varphi((i+\mu)\Delta t)) \approx R_{XY}(\mu). \quad (17) \end{aligned}$$

Принимая во внимание выражение (16), корреляционную матрицу $\mathbf{R}_{gg}(\mu)$ зашумленного сигнала $g(t)$ из формулы (4) можно преобразовать к виду

$$\mathbf{R}_{gg}^r(\mu) \approx \begin{vmatrix} R_{gg}(0) - D_\varepsilon \approx R_{XX}(0) & R_{gg}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t) & \dots & R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t] \\ R_{gg}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t) & R_{gg}(0) - D_\varepsilon \approx R_{XX}(0) & \dots & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t] & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t] & \dots & R_{gg}(0) - D_\varepsilon \approx R_{XX}(0) \end{vmatrix}. \quad (18)$$

На основе выражения (17) корреляционную матрицу (5) также можно представить в виде

$$\mathbf{R}_{g\eta}^r(\mu) \approx [R_{g\eta}(0) \approx R_{XY}(0) \quad R_{g\eta}(\Delta t) \approx R_{XY}(\Delta t) \quad \dots \\ \dots \quad R_{g\eta}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XY}[(N-1)\Delta t]]^T \approx \mathbf{R}_{XY}(\mu). \quad (19)$$

Экспериментальные исследования показали, что для объектов, удовлетворяющих условиям (15), определяя оценки элементов $R_{g\eta}(\mu)$ по выражению (17), удастся формировать робастные матрицы $\mathbf{R}_{g\eta}^r(\mu)$ (19), которые совпадают с корреляционной матрицей $\mathbf{R}_{XY}(\mu)$ полезных сигналов $X(t)$, $Y(t)$. В то же время корреляционная матрица $\mathbf{R}_{gg}^r(\mu)$ (18) зашумленного входного сигнала $g(t)$ отличается от корреляционной матрицы $\mathbf{R}_{XX}(\mu)$ (2) полезного сигнала $X(t)$ диагональными элементами, представляющими собой сумму оценок корреляционной функции полезных сигналов $R_{XX}(0)$ и дисперсии помехи D_ε .

Очевидно, что устранением погрешностей помех из диагональных элементов матрицы (18) можно ее свести к виду, аналогичному матрице (2), элементы которой не содержат данных погрешностей. Следовательно, для формирования таких матриц для реальных объектов необходимо определение оценок

дисперсии помехи D_ε зашумленных сигналов [15]. При этом можно сформировать матрицу, для которой будут выполняться равенства (13), (14). т. е.

$$\mathbf{R}_{gg}^r(\mu) \approx \mathbf{R}_{XX}(\mu); \quad \mathbf{R}_{g\eta}^r(\mu) \approx \mathbf{R}_{XY}(\mu).$$

Однако, как было указано выше, на практике при решении задачи идентификации для реальных объектов достаточно часто возникает необходимость нормирования оценок корреляционных функций. Принимая во внимание выражения (16), формулы (10) для определения нормированной оценки авто- и взаимокорреляционной функций можно преобразовать к виду

$$r_{gg}(\mu \neq 0) \approx \frac{R_{gg}(\mu \neq 0)}{D_g - D_\varepsilon}; \quad (20)$$

$$r_{g\eta}(\mu) \approx \frac{R_{g\eta}(\mu)}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}}. \quad (21)$$

Следовательно, нормированную корреляционную матрицу (11) зашумленных сигналов $g(i\Delta t)$ можно представить в виде

$$\mathbf{r}_{gg}(\mu) \approx \begin{vmatrix} 1 & R_{gg}(\Delta t) \approx \frac{R_{XX}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & \frac{R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} \\ \frac{R_{gg}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & 1 & \dots & \frac{R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} & \frac{R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & 1 \end{vmatrix}. \quad (22)$$

Аналогичным образом также можно формировать матрицу нормированных взаимокорреляционных функций

$$\mathbf{r}_{g\eta}(\mu) \approx \left[\frac{R_{g\eta}(0) \approx R_{XY}(0)}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}} \quad \frac{R_{g\eta}(\Delta t) \approx R_{XY}(\Delta t)}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}} \quad \dots \quad \frac{R_{g\eta}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XY}[(N-1)\Delta t]}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}} \right]^T. \quad (23)$$

Таким образом, после коррекции погрешностей помех диагональные элементы нормированной корреляционной матрицы $\mathbf{r}_{gg}(\mu)$ зашумленных сигналов $g(t)$ совпадают с диагональными элементами нормированной корреляционной матрицы $\mathbf{r}_{XX}(\mu)$ полезных сигналов $X(t)$ и равны единице. Однако остальные элементы нормированной корреляционной матрицы $\mathbf{r}_{gg}(\mu)$ входного сигнала, а также все элементы нормированной взаимокорреляционной матрицы $\mathbf{r}_{g\eta}(\mu)$ зашумленного входного и выходного сигналов содержат в подкоренном выражении знаменателя помимо дисперсий D_X , D_Y полезных

сигналов $X(t)$, $Y(t)$ также и дисперсии D_ε , D_φ помех $\varepsilon(t)$, $\varphi(t)$. Следовательно, в результате нормирования в элементах корреляционных матриц возникают дополнительные погрешности. Ясно, что с использованием формул (20), (21) имеется возможность, устраняя указанные погрешности, сформировать нормированные корреляционные матрицы (22), (23), которые эквивалентны матрицам (8), (9) полезных сигналов [15–21]. Однако для этого необходимо определение оценок дисперсии помех D_ε и D_φ зашумленных сигналов $g(t)$, $\eta(t)$. Проведенные исследования показали, что для

этой цели целесообразно применение следующих выражений [13–15]:

$$D_\varepsilon \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [g(i\Delta t)g(i\Delta t) - 2g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) + g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)]; \quad (24)$$

$$D_\varphi \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\eta(i\Delta t)\eta(i\Delta t) - 2\eta(i\Delta t)\eta((i+1)\Delta t) + \eta(i\Delta t)\eta((i+2)\Delta t)], \quad (25)$$

позволяющих вычислить оценки D_ε , D_φ дисперсии помех $\varepsilon(t)$, $\varphi(t)$ зашумленного входного $g(t)$ и выходного $\eta(t)$ сигналов. Принимая во внимание формулу (16), по полученным оценкам

$$R_{gg}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t), R_{gg}(2\Delta t) \approx R_{XX}(2\Delta t), \dots, R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t],$$

можно сформировать робастные нормированные корреляционные матрицы:

$$\mathbf{r}_{gg}^r(\mu) \approx \begin{bmatrix} 1 & R_{gg}(\Delta t) \approx \frac{R_{XX}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & \frac{R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} \\ \frac{R_{gg}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & 1 & \dots & \frac{R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} & \frac{R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$\mathbf{r}_{g\eta}^r(\mu) \approx \begin{bmatrix} \frac{R_{g\eta}(0) \approx R_{XY}(0)}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}} & \frac{R_{g\eta}(\Delta t) \approx R_{XY}(\Delta t)}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}} & \dots & \frac{R_{g\eta}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XY}[(N-1)\Delta t]}{\sqrt{(D_g - D_\varepsilon)(D_\eta - D_\varphi)}} \end{bmatrix}^T. \quad (27)$$

Сравнивая выражения (26), (27) с выражениями (8), (9), можно заметить, что влияния погрешностей помех на элементы устранены, и можно считать, что корреляционные матрицы зашумленных сигналов $\mathbf{r}_{gg}^r(\mu)$ и $\mathbf{r}_{g\eta}^r(\mu)$ эквивалентны соответственно матрицам полезных сигналов $\mathbf{r}_{XX}(\mu)$ и $\mathbf{r}_{XY}(\mu)$. Итак, в случае отсутствия корреляции между сигналами $X(t)$, $\varepsilon(t)$ и сигналами $Y(t)$, $\varphi(t)$ можно считать, что имеют место равенства:

$$\mathbf{r}_{gg}^r(\mu) \approx \mathbf{r}_{XX}(\mu), \quad \mathbf{r}_{g\eta}^r(\mu) \approx \mathbf{r}_{XY}(\mu).$$

Технология формирования корреляционной матрицы при наличии корреляции между полезным сигналом и помехой

Необходимо отметить, что для реальных объектов управления в процессе эксплуатации характерен переход в так называемый скрытый период зарождения различных дефектов, таких как износ, микротрещина, нагарообразование, деформация от усталости и т.д. [14, 15]. Обычно все это отражается на сигналах, получаемых от соответствующих датчиков в виде шума, который в большинстве случаев имеет корреляцию с полезным сигналом $X(t)$ [22–28]. В результате суммарная помеха формируется из помехи $\varepsilon_1(t)$, которая обусловлена влиянием внешних факторов, и из шума $\varepsilon_2(t)$, который обусловлен зарождением различных дефектов. При этом дисперсия зашумленного сигнала имеет вид [14, 22, 25]

$$\begin{aligned} R_{gg}(0) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g^2(i\Delta t) \approx \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X^2(i\Delta t) + 2\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon^2(i\Delta t) \approx \\ &\approx R_{XX}(0) + 2R_{X\varepsilon}(0) + D_{\varepsilon\varepsilon}. \end{aligned}$$

Суммарная помеха $\varepsilon(i\Delta t) = \varepsilon_1(i\Delta t) + \varepsilon_2(i\Delta t)$ имеет корреляцию с полезным сигналом $X(t)$, и ее дисперсия D_ε определяется следующим выражением:

$$D_\varepsilon = 2R_{X\varepsilon}(0) + D_{\varepsilon\varepsilon},$$

где $R_{X\varepsilon}(0)$ — взаимокорреляционная функция между полезным сигналом $X(t)$ и помехой $\varepsilon(i\Delta t)$, $D_{\varepsilon\varepsilon}$ — оценка дисперсии помехи $\varepsilon_1(i\Delta t)$.

Следовательно, в этом случае дисперсия помехи D_ε представляет собой сумму дисперсии $D_{\varepsilon\varepsilon}$ помехи $\varepsilon_1(i\Delta t)$, которая возникает от влияния внешних факторов и взаимокорреляционной функции $R_{X\varepsilon}(0)$ между полезным сигналом $X(t)$ и помехой $\varepsilon_2(i\Delta t)$, которая возникает от зарождения различных процессов в самом объекте [14, 22, 25].

Таким образом, в этом случае формулу определения оценки $R_{gg}(\mu)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} R_{gg}(\mu) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(i\Delta t)g((i+\mu)\Delta t) \approx \\ &\approx \begin{cases} R_{XX}(0) + 2R_{X\varepsilon}(0) + D_\varepsilon & \text{при } \mu = 0; \\ R_{XX}(0) + 2R_{X\varepsilon}(\mu) & \text{при } \mu \neq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Важность учета корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ при формировании корреляционных матриц вызвана тем, что на практике в реальных объектах данная корреляция имеет место даже в течение нескольких шагов дискретизации [25, 26], т. е. при $\mu = \Delta t$, $\mu = 2\Delta t$, $\mu = 3\Delta t$, В связи с этим необходима разработка технологии определения оценок взаимокорреляционных функций $R_{X\varepsilon}(0)$, $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(3\Delta t)$, ..., что позволит при формировании корреляционных матриц обеспечить их эквивалентность с матрицей полезных сигналов путем компенсации погрешностей элементов $R_{gg}(0)$, $R_{gg}(\Delta t)$, $R_{gg}(2\Delta t)$, $R_{gg}(3\Delta t)$... в соответствующих строках и столбцах корреляционных матриц (18), (22).

Таким образом, для обеспечения эквивалентности корреляционных матриц матрицам полезных сигналов необходимо вычитание из оценки $R_{gg}(0)$ величины D_ε и из оценок $R_{gg}(\mu)$ — величины $R_{X\varepsilon}(\mu)$, т. е.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{gg}^r(\mu) &\approx \mathbf{R}_{XX}^r(\mu) \approx \\ &\approx \begin{vmatrix} R_{gg}(0) - 2R_{X\varepsilon}(0) - D_\varepsilon & R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t) & \dots & R_{gg}((N-1)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-1)\Delta t) \\ R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t) & R_{gg}(0) - 2R_{X\varepsilon}(0) - D_\varepsilon & \dots & R_{gg}((N-2)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-2)\Delta t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{gg}((N-1)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-1)\Delta t) & R_{gg}((N-2)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-2)\Delta t) & \dots & R_{gg}(0) - 2R_{X\varepsilon}(0) - D_\varepsilon \end{vmatrix}; \\ \mathbf{r}_{gg}(\mu) &\approx \mathbf{r}_{XX}(\mu) \approx \\ &\approx \begin{vmatrix} 1 & \frac{R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & \frac{R_{gg}((N-1)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-1)\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} \\ \frac{R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & 1 & \dots & \frac{R_{gg}((N-2)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-2)\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{R_{gg}((N-1)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-1)\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & \frac{R_{gg}((N-2)\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}((N-2)\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & 1 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Наряду с определением оценки D_ε также необходима разработка технологий определения оценки $R_{X\varepsilon}(\mu \neq 0)$. Для этого сначала рассмотрим один из возможных вариантов определения оценки $R_{X\varepsilon}(\mu)$ при $\mu = 0$, $\mu = \Delta t$, $\mu = 2\Delta t$, ... с помощью оценок релейных корреляционных функций $R_{gg}^*(0)$ зашумленного сигнала $g(i\Delta t)$. Вводя обозначения

$$\text{sgng}(i\Delta t) = \text{sgn}X(i\Delta t) = \begin{cases} +1 & \text{при } g(i\Delta t) > 0; \\ 0 & \text{при } g(i\Delta t) = 0; \\ -1 & \text{при } g(i\Delta t) < 0, \end{cases}$$

формулу для определения оценок релейной корреляционной функции $R_{gg}^*(0)$ зашумленного сигнала можно представить в виде

$$\begin{aligned} R_{gg}^*(0) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{sgng}(i\Delta t)g(i\Delta t) \approx \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{sgng}(i\Delta t)[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)] \approx \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\text{sgng}(i\Delta t)X(i\Delta t) + \text{sgng}(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t)] \approx \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{sgng}(i\Delta t)X(i\Delta t) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{sgng}(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) \approx \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{sgn}X(i\Delta t)X(i\Delta t) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{sgn}X(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) \approx \\ &\approx R_{XX}^*(0) + R_{X\varepsilon}^*(0), \end{aligned}$$

$$\text{т. е. } R_{gg}^*(0) \approx R_{XX}^*(0) + R_{X\varepsilon}^*(0). \quad (28)$$

Как известно [21–25], оценку $R_{X\varepsilon}^*(0)$ можно определить по формуле

$$\begin{aligned} R_{X\varepsilon}^*(0) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\text{sgng}(i\Delta t)g(i\Delta t) - \\ &- 2\text{sgng}(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) + \text{sgng}(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)]. \quad (29) \end{aligned}$$

Раскрывая правую часть этой формулы с учетом выражения (28) имеем

$$\begin{aligned} &\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\text{sgng}(i\Delta t)g(i\Delta t)] - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [2\text{sgng}(i\Delta t)g((i+1)\Delta t)] + \\ &+ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\text{sgng}(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)] \approx \\ &\approx R_{gg}^*(0) - 2R_{gg}^*(\Delta t) + R_{gg}^*(2\Delta t) = \\ &= R_{X\varepsilon}^*(0) + R_{XX}^*(0) - 2R_{XX}^*(\Delta t) + R_{XX}^*(2\Delta t) \approx R_{X\varepsilon}^*(0). \end{aligned}$$

Принимая во внимание, что для стационарных случайных зашумленных сигналов с нормальным законом распределения справедливо равенство

$$R_{XX}^*(0) + R_{XX}^*(2\Delta t) - 2R_{XX}^*(\Delta t) \approx 0,$$

результат вычислений по формуле (29) можно считать оценкой $R_{X\varepsilon}^*(0)$ [25].

Анализ выражения (27) показывает, что оценку $R_{X\varepsilon}^*(\mu)$ взаимокорреляционной функции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} R_{X\varepsilon}^*(\Delta t) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{sgn}[g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t)] - \\ &- \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 2\text{sgn}[g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)] + \\ &+ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{sgn}[g(i\Delta t)g((i+3)\Delta t)] \approx \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\text{sgn}[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+1)\Delta t) + \\ &+ \varepsilon((i+1)\Delta t)]] - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 2\text{sgn}[X(i\Delta t) + \\ &+ \varepsilon(i\Delta t)][X((i+2)\Delta t) + \varepsilon((i+2)\Delta t)] + \\ &+ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+3)\Delta t) + \varepsilon((i+3)\Delta t)] \approx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\approx R_{XX}^*(\Delta t) + R_{X\varepsilon}^*(\Delta t) + R_{\varepsilon X}^*(\Delta t) + \\ &+ R_{\varepsilon\varepsilon}^*(\Delta t) - 2R_{XX}^*(2\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}^*(2\Delta t) - \\ &- 2R_{\varepsilon X}^*(2\Delta t) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}^*(2\Delta t) + R_{XX}^*(3\Delta t) + \\ &+ R_{X\varepsilon}^*(3\Delta t) + R_{\varepsilon X}^*(3\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}^*(3\Delta t). \end{aligned}$$

Для случая $R_{X\varepsilon}^*(\Delta t) > 0$, $R_{X\varepsilon}^*(2\Delta t) \approx 0$, $R_{X\varepsilon}^*(3\Delta t) \approx 0$ при выполнении условий стационарности и нормальности закона распределения можно считать справедливыми равенства

$$R_{XX}^*(\Delta t) + R_{XX}^*(3\Delta t) - 2R_{XX}^*(2\Delta t) \approx 0,$$

$$R_{\varepsilon\varepsilon}^*(\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}^*(3\Delta t) - R_{\varepsilon\varepsilon}^*(2\Delta t) \approx 0,$$

$$R_{X\varepsilon}^*(2\Delta t) \approx 0, R_{X\varepsilon}^*(3\Delta t) \approx 0, R_{\varepsilon X}^*(2\Delta t) \approx 0, R_{\varepsilon X}^*(3\Delta t) \approx 0,$$

в правой части получим

$$R'_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{X\varepsilon}^*(\Delta t) + R_{\varepsilon X}^*(\Delta t) \approx 2R_{X\varepsilon}^*(\Delta t),$$

$$R_{X\varepsilon}^*(\Delta t) \approx \frac{1}{2} R'_{X\varepsilon}(\Delta t). \quad (30)$$

Очевидно, что формулу для определения оценки $R_{X\varepsilon}^*(2\Delta t)$ можно также представить в аналогичном виде, т. е.

$$\begin{aligned} R'_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\text{sgng}(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) - \\ - 2\text{sgng}(i\Delta t)g((i+2)\Delta t) + \text{sgng}(i\Delta t)g((i+3)\Delta t)], \end{aligned}$$

и при этом оценка $R_{X\varepsilon}^*(2\Delta t)$ будет равна

$$R_{X\varepsilon}^*(2\Delta t) = \frac{1}{2} R'_{X\varepsilon}(2\Delta t). \quad (31)$$

Анализ литературы [13, 14] и проведенные исследования показали, что между соотношениями оценок

$$R_{X\varepsilon}(0), \Delta R_{gg}(0), R_{X\varepsilon}^*(0), \Delta R_{gg}^*(0), R_{X\varepsilon}(\Delta t), \Delta R_{gg}(\Delta t), \\ R_{X\varepsilon}^*(\Delta t), R_{gg}^*(\Delta t), R_{X\varepsilon}(2\Delta t), \Delta R_{gg}(2\Delta t), R_{X\varepsilon}^*(2\Delta t), R_{gg}^*(2\Delta t)$$

соответственно имеют место равенства

$$\begin{aligned} \frac{R_{X\varepsilon}(0)}{\Delta R_{gg}(0)} &\approx \frac{R_{X\varepsilon}^*(0)}{\Delta R_{gg}^*(0)}, \frac{R_{X\varepsilon}(\Delta t)}{\Delta R_{gg}(\Delta t)} \approx \frac{R_{X\varepsilon}^*(\Delta t)}{\Delta R_{gg}^*(\Delta t)}, \\ \frac{R_{X\varepsilon}(2\Delta t)}{\Delta R_{gg}(2\Delta t)} &\approx \frac{R_{X\varepsilon}^*(2\Delta t)}{\Delta R_{gg}^*(2\Delta t)}, \end{aligned}$$

из которых по формулам

$$\begin{aligned} R_{X\varepsilon}(0) \approx \frac{\Delta R_{gg}(0)R_{X\varepsilon}^*(0)}{\Delta R_{gg}^*(0)}, R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{\Delta R_{gg}(\Delta t)R_{X\varepsilon}^*(\Delta t)}{\Delta R_{gg}^*(\Delta t)}, \\ R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx \frac{\Delta R_{gg}(2\Delta t)R_{X\varepsilon}^*(2\Delta t)}{\Delta R_{gg}^*(2\Delta t)} \end{aligned} \quad (32)$$

определяются оценки $R_{X\varepsilon}(0)$, $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, ...

Таким образом, благодаря возможности определения оценок D_ε и $R_{X\varepsilon}(0)$, $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, ..., $R_{X\varepsilon}^*(0)$, $R_{X\varepsilon}^*(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}^*(2\Delta t)$, ... открывается возможность ана-

лизировать погрешности оценок корреляционных функций и результатов формирования робастных корреляционных матриц. Также появляется возможность исходя из наличия или отсутствия корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ принимать решение о целесообразном варианте выбора технологии идентификации моделей объектов управления. Отметим, что в тех случаях, когда имеют место соотношения $R_{X\varepsilon}(0) > 0$, $R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx 0$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0$, формирование корреляционной матрицы осуществляется аналогично случаю, когда между сигналами $X(t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ корреляция отсутствует. В то же время при обнаружении наличия корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(i\Delta t)$ при временных сдвигах $\mu = \Delta t$, $\mu = 2\Delta t$, ..., используя выражения (32), можно определить оценки $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, которые далее вычитаются из оценок элементов, расположенных в соответствующих строках и столбцах корреляционных матриц (18), (22).

С учетом важности обеспечения робастности корреляционных матриц и адекватности идентификации модели динамики ниже предлагается другой альтернативный вариант корректировки погрешностей соответствующих элементов корреляционных матриц [28]. В этом варианте оценки D_ε , $R_{X\varepsilon}(0)$, $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$ и т. д. зашумленных сигналов $g(i\Delta t)$ определяются с помощью выражений, которые разработаны на основе выражений (24), (25).

Рассмотрим результаты разложения правой части выражения (24) для случая, когда имеет место корреляция между сигналами $X(t)$ и $\varepsilon(t)$:

$$\begin{aligned} D_\varepsilon \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [g(i\Delta t)g(i\Delta t) - \\ - 2g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) + g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)] \approx \\ \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)] - \\ - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+1)\Delta t) + \varepsilon((i+1)\Delta t)] + \\ + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 2[X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+2)\Delta t) + \varepsilon((i+2)\Delta t)] \approx \\ \approx R_{XX}(0) + R_{X\varepsilon}(0) + R_{\varepsilon X}(0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(0) - \\ - 2R_{XX}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t) - 2R_{\varepsilon X}(\Delta t) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) + \\ + R_{XX}(2\Delta t) + R_{X\varepsilon}(2\Delta t) + R_{\varepsilon X}(2\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t). \quad (33) \end{aligned}$$

При выполнении условий

$$R_{X\varepsilon}(0) > 0, R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx 0, R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0,$$

а также при стационарности и нормальности закона распределения случайных зашумленных сигналов рассматриваемых объектов справедливы следующие равенства:

$$R_{XX}(0) + R_{XX}(2\Delta t) - R_{XX}(\Delta t) \approx 0,$$

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0, R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) \approx 0, R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx 0, R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0,$$

$$R_{\varepsilon X}(\Delta t) \approx 0, R_{\varepsilon X}(2\Delta t) \approx 0.$$

Следовательно, в правой части формулы (33) получим

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(0) + R_{X\varepsilon}(0) + R_{\varepsilon X}(0) \approx 2R_{X\varepsilon}(0) + D_{\varepsilon\varepsilon} \approx D_{\varepsilon}.$$

Это показывает, что полученная по формуле (33) оценка действительно представляет собой оценку дисперсии суммарной помехи D_{ε} .

Рассмотрим теперь возможность вычисления оценки $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$ при наличии корреляции между сигналами $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ при $\mu = \Delta t$ по выражению

$$\begin{aligned} R_{X\varepsilon}''(\Delta t) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t)] - \\ &- 2 \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} [g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)] + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [g(i\Delta t)g((i+3)\Delta t)] \approx \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+1)\Delta t) + \varepsilon((i+1)\Delta t)] - \\ &- 2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+2)\Delta t) + \varepsilon((i+2)\Delta t)] + \\ &+ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t)][X((i+3)\Delta t) + \varepsilon((i+3)\Delta t)] \approx \\ &\approx R_{XX}(\Delta t) + R_{X\varepsilon}(\Delta t) + R_{\varepsilon X}(\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) - 2R_{XX}(2\Delta t) - \\ &- 2R_{X\varepsilon}(2\Delta t) - 2R_{\varepsilon X}(2\Delta t) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t) + R_{XX}(3\Delta t) + \\ &+ R_{X\varepsilon}(3\Delta t) + R_{\varepsilon X}(3\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(3\Delta t). \end{aligned}$$

Принимая во внимание, что при выполнении условий стационарности и нормальности закона распределения зашумленных сигналов для случая, когда $R_{X\varepsilon}(\Delta t) > 0$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0$, $R_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx 0$, справедливы равенства

$$R_{XX}(\Delta t) + R_{XX}(3\Delta t) - 2R_{XX}(2\Delta t) \approx 0,$$

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(3\Delta t) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0,$$

$R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0$, $R_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx 0$, $R_{\varepsilon X}(2\Delta t) \approx 0$, $R_{\varepsilon X}(3\Delta t) \approx 0$, получим

$$R_{X\varepsilon}''(\Delta t) \approx R_{X\varepsilon}(\Delta t) + R_{\varepsilon X}(\Delta t) \approx 2R_{X\varepsilon}(\Delta t).$$

Следовательно, оценку $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$ можно определить по выражению

$$R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx \frac{1}{2} R_{X\varepsilon}''(\Delta t). \quad (34)$$

Можно показать, что при наличии корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ при $\mu = 2\Delta t$ аналогичным образом с помощью выражения

$$\begin{aligned} R_{X\varepsilon}''(2\Delta t) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t) - \\ &- 2g(i\Delta t)g((i+3)\Delta t)] + g(i\Delta t)g((i+4)\Delta t); \quad (35) \end{aligned}$$

$$R_{X\varepsilon}''(2\Delta t) \approx 2R_{X\varepsilon}(2\Delta t), \quad R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx \frac{1}{2} R_{X\varepsilon}''(2\Delta t), \quad (36)$$

можно определить оценку $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$.

При наличии корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ при $\mu = 3\Delta t$, $\mu = 4\Delta t$, ... аналогичным образом формулы определения $R_{X\varepsilon}(\mu)$ можно представить в виде

$$R_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx \frac{1}{2} R_{X\varepsilon}''(3\Delta t),$$

$$R_{X\varepsilon}(4\Delta t) \approx \frac{1}{2} R_{X\varepsilon}''(4\Delta t) \text{ и т. д.} \quad (37)$$

Однако экспериментальные исследования показали, что при этом точность оценки $R_{X\varepsilon}(\mu)$ в зависимости от длительности временного сдвига μ между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ меняется. Например, для случая, когда

$$R_{X\varepsilon}(\Delta t) > 0, \quad R_{X\varepsilon}(2\Delta t) > 0, \quad R_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx 0,$$

оценка $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$ имеет меньшую погрешность, чем $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, так как на погрешность оценки $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$ влияет наличие корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ при $\mu = 2\Delta t$.

Для устранения этого недостатка ниже предлагаются обобщенные выражения, где устранены влияния длительности интервала корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ на погрешности искомых оценок $R_{X\varepsilon}(\mu)$:

$$\begin{aligned} R_{X\varepsilon}''(\mu) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(i\Delta t)[g((i+\mu+1)\Delta t) - g((i+\mu)\Delta t) - \\ &- 3g((i+\mu+\lambda+1)\Delta t) + 2g((i+\mu+\lambda)\Delta t) + \\ &+ g((i+\mu+\lambda+2)\Delta t)], \quad (38) \end{aligned}$$

где λ — длительность временного интервала корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$.

При этом после определения оценки $R_{X\varepsilon}''(\mu)$ по формуле

$$R_{X\varepsilon}(\mu) \approx \frac{1}{2} R_{X\varepsilon}''(\mu) \quad (39)$$

аналогично выражениям (34)–(37) определяется искомая оценка.

Например, для случая, когда $R_{X\varepsilon}(\Delta t) > 0$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t) > 0$, $R_{X\varepsilon}(3\Delta t) > 0$, $R_{X\varepsilon}(4\Delta t) \approx 0$ при определении оценки $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$ можно считать, что $\lambda = 3$.

При этом выражения для определения $R_{X\varepsilon}''(\Delta t)$ и $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$ будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} R_{X\varepsilon}''(\Delta t) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(i\Delta t)[g((i+1+1)\Delta t) - g((i+1)\Delta t) - \\ &- 3g((i+1+3+1)\Delta t) + 2g((i+1+3)\Delta t) + \\ &+ g((i+1+3+2)\Delta t)]; \\ R_{X\varepsilon}(\Delta t) &\approx \frac{1}{2} R_{X\varepsilon}''(\Delta t). \end{aligned}$$

Естественно, что при определении оценок реальных взаимокорреляционных функций $R_{X\varepsilon}^*(0)$, $R_{X\varepsilon}^*(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}^*(2\Delta t)$, ... также возникают погрешнос-

ти, связанные с длительностью времени корреляции между сигналами $X(t)$ и $\varepsilon(t)$. Для их устранения также целесообразно применение аналогичных обобщенных выражений, которые можно представить в виде

$$R'_{X\varepsilon}(\mu) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{sgng}(i\Delta t) [g((i + \mu + 1)\Delta t) - g((i + \mu)\Delta t) - 3g((i + \mu + \lambda + 1)\Delta t) + 2g((i + \mu + \lambda)\Delta t) + g((i + \mu + \lambda + 2)\Delta t)]. \quad (40)$$

Принимая во внимание формулы (30), (31), получим

$$R_{X\varepsilon}(\mu) \approx \frac{1}{2} R'_{X\varepsilon}(\mu). \quad (41)$$

Следовательно, выражение (32) можно также представить в виде

$$\left. \begin{aligned} R_{X\varepsilon}(0) &\approx \frac{\Delta R_{gg}(0) \Delta R_{X\varepsilon}^*(0)}{\Delta R_{gg}^*(0)}; \\ R_{X\varepsilon}(\Delta t) &\approx \frac{\Delta R_{gg}(\Delta t) \Delta R_{X\varepsilon}^*(\Delta t)}{\Delta R_{gg}^*(\Delta t)}; \\ R_{X\varepsilon}(2\Delta t) &\approx \frac{\Delta R_{gg}(2\Delta t) \Delta R_{X\varepsilon}^*(2\Delta t)}{\Delta R_{gg}^*(2\Delta t)}; \\ &\dots\dots\dots \\ R_{X\varepsilon}(\mu) &\approx \frac{\Delta R_{gg}(\mu) \Delta R_{X\varepsilon}^*(\mu)}{\Delta R_{gg}^*(\mu)}. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Отметим, что величина λ определяется исходя из оценки $R'_{X\varepsilon}(\mu)$, при которой $R'_{X\varepsilon}(\mu) \approx 0$. Это достаточно легко реализуется путем поочередного определения оценок $R'_{X\varepsilon}(\mu)$ с помощью выражения (40) при $\lambda = 1, 2, 3, 4, \dots$. Например, если $R'_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx 0$, тогда $\lambda = 3$.

Применение обобщенных выражений (38)–(42) открывает возможность путем определения оценок $R_{X\varepsilon}(0)$, $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(3\Delta t)$ и т. д. корректировать соответствующие элементы корреляционных матриц. Для этого, прежде всего, по выражению (40) по оценке $R'_{X\varepsilon}(\mu)$ определяется наличие или отсутствие корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ в элементах матрицы. После этого для тех элементов, у которых обнаружено наличие корреляции по выражениям (38)–(42), определяются оценки $R_{X\varepsilon}(\mu)$, и они корректируются. Например, при наличии корреляции между $X(t)$ и $\varepsilon(t)$ в элементах $R_{gg}(\Delta t)$, $R_{gg}(2\Delta t)$, $R_{gg}(3\Delta t)$, ... вычитанием от них соответствующих оценок $R_{X\varepsilon}(\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(2\Delta t)$, $R_{X\varepsilon}(3\Delta t)$, ... и величины D_ε в тех столбцах и строках корреляционных матриц, в которых они находятся, они корректируются. Для наглядности ниже показана процедура коррекции для случая, когда

$$R_{X\varepsilon}(\Delta t) > 0, R_{X\varepsilon}(2\Delta t) \approx 0, R_{X\varepsilon}(3\Delta t) \approx 0, \dots,$$

согласно которому по оценке $R_{X\varepsilon}(\Delta t) > 0$ корректируется элемент второго столбца первой строки и второй строки первого столбца матриц (18) и (26):

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{gg}^r(\mu) &\approx \mathbf{R}_{XX}^r(\mu) \approx \\ &\approx \left\| \begin{array}{cccc} R_{gg}(0) - 2R_{X\varepsilon}(0) - D_\varepsilon \approx R_{XX}(0) & R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t) & \dots & R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t] \\ R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t) & R_{gg}(0) - 2R_{X\varepsilon}(0) - D_\varepsilon \approx R_{XX}(0) & \dots & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t] & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t] & \dots & R_{gg}(0) - 2R_{X\varepsilon}(0) - D_\varepsilon \approx R_{XX}(0) \end{array} \right\| \approx \\ &\approx \left\| \begin{array}{cccc} 1 & R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t) & \dots & R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t] \\ R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t) & 1 & \dots & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t] & R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t] & \dots & 1 \end{array} \right\|; \\ \mathbf{r}_{gg}(\mu) &\approx \mathbf{r}_{XX}(\mu) \approx \\ &\approx \left\| \begin{array}{cccc} 1 & \frac{R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & \frac{R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} \\ \frac{R_{gg}(\Delta t) - 2R_{X\varepsilon}(\Delta t) \approx R_{XX}(\Delta t)}{D_g - D_\varepsilon} & 1 & \dots & \frac{R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{R_{gg}[(N-1)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-1)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} & \frac{R_{gg}[(N-2)\Delta t] \approx R_{XX}[(N-2)\Delta t]}{D_g - D_\varepsilon} & \dots & 1 \end{array} \right\|. \end{aligned}$$

При этом результат формирования корреляционных матриц считается достоверным только лишь в тех случаях, когда полученные оценки $R_{\chi\epsilon}(\mu)$ при $\mu = 0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots$ по выражениям (40)–(44) совпадают, т.е. достоверность адекватности полученных результатов достигается их дублированием. Благодаря этому после такой коррекции полученную матрицу можно считать эквивалентной матрице полезных сигналов.

Заключение

1. При решении задач идентификации модели динамики реальных объектов управления с использованием традиционных методов формирования корреляционных матриц из-за значительных погрешностей оценок их элементов нарушаются условия робастности, и в результате этого обеспечить адекватность полученных результатов в большинстве случаев не удается.

2. Имеется множество методов фильтрации с возможностью устранения всевозможных погрешностей, возникающих из-за влияния помехи. Однако в реальных объектах помехи в технологических процессах появляются в результате различных неисправностей в процессе эксплуатации и отражаются на сигналах в виде шума, причем диапазон их спектра нередко пересекается со спектром полезного сигнала. Кроме того, их спектры не являются строго стабильными. По этим причинам в процессе фильтрации не всегда достигается желаемый результат. Иногда даже в результате фильтрации происходит искажение спектра полезного сигнала.

3. Во многих реальных промышленных объектах, как правило, входные и выходные сигналы, получаемые на выходах соответствующих датчиков, представляют собой такие физические величины, как расход, давление, температура, скорость и т. д. Поэтому при решении задач идентификации математических моделей динамики, при формировании корреляционных матриц возникает необходимость применения процедуры нормирования ее элементов. При этом возникает дополнительная погрешность, которая также становится причиной, приводящей к нарушению адекватности полученных результатов. Для ее устранения предложены методы и технологии, которые помимо рассматриваемой задачи также могут найти широкое применение в системах контроля и управления технологическими процессами в различных отраслях промышленности.

4. Предложены две альтернативные обобщенные робастные технологии, позволяющие свести корреляционные матрицы зашумленных технологических процессов к матрицам их полезных сигналов как для случая, когда между полезным сигналом и помехой корреляция отсутствует, так и случая, когда корреляция имеет место. Достоверность результата контролируется сравнением полученных оценок элементов матриц обоими методами.

1. Солодовников В. В., Плотников В. Н., Яковлев А. В. Теория автоматического управления техническими системами. М.: Изд-во МГТУ, 1993.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004.
3. Гришин В. Н., Дятлов В. Я., Милов Л. Т. Модели, алгоритмы и устройства идентификации сложных систем. Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд., 1985.
4. Штейнберг Ш. Е. Идентификация в системах управления. М.: Энергоатомиздат, 1987.
5. Бессонов А. А., Загашвили Ю. В., Маркелов А. С. Методы и средства идентификации динамических объектов. Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд., 1989.
6. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, ГРФМЛ, 1991.
7. Семенов А. Д., Артамонов Д. В., Брюхачев А. В. Идентификация объектов управления. Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2003.
8. Игнатьев А. А., Игнатьев С. А. Основы теории идентификации объектов управления. Саратов: СарГТУ, 2008.
9. Дилигенская А. Н. Идентификация объектов управления. Самара: Изд-во СамГТУ, 2009.
10. Алексеев А. А., Кораблев Ю. А., Шестопалов М. Ю. Идентификация и диагностика систем. М: Изд. центр "Академия", 2009.
11. Gang Li, Limin Meng, Zhijiang Xu, Jingyu Hua. A novel digital filter structure with minimum roundoff noise // Digital Signal Processing. 2010. Vol. 20, Iss. 4. P. 1000–1009.
12. Yaseen M. Robust and direct design for highpass ladder wave digital filters exhibiting equiripple characteristics // Digital Signal Processing. 2013. Vol. 23, Iss. 3. P. 10591064.
13. Aliev T. A. Robust technology with analysis of interference in signal processing. New-York, Kluwer Acad. / Plen. Publishers, 2003. P. 199.
14. Aliev T. A. Digital noise monitoring of defect origin. London, Springer, 2007. P. 235.
15. Aliev T. A., Musayeva N. F., Sattarova U. E. The technology of forming the normalized correlation matrices of the matrix equations of multidimensional stochastic objects // Journal of automation and information sciences. 2013. Vol. 45, N. 1. P. 1–15.
16. Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф. Алгоритм уменьшения погрешностей оценки корреляционной функции сигнала с шумом // Автометрия. 1995. № 4. С. 105–112.
17. Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф. Алгоритм исключения микропогрешностей помехи при решении задач статистической динамики // Автоматика и телемеханика. 1998. № 5. С. 82–94.
18. Алиев Т. А., Амиров З. А. Алгоритм выбора параметров регуляризации при статистической идентификации // Автоматика и телемеханика. 1998. № 6. С. 130–139.
19. Aliev T. A. Noise technologies for minimization of damages caused by earthquake. Saarbrucken, Lambert Academic Publishing, 2012. P. 202.
20. Алиев Т. А., Гулуев Г. А., Пашаев Ф. Г., Садыгов А. Б. Алгоритмы определения коэффициента корреляции и взаимно корреляционной функции между полезным сигналом и помехой зашумленных технологических параметров // Кибернетика и системный анализ. 2011. № 3. С. 169–178.
21. Aliev T. A., Musaeva N. F., Sattarova U. E. Technology of calculating robust normalized correlation matrices // Cybernetics and Systems Analysis. — Springer. 2011. Vol. 47, N. 1. P.152–165.
22. Aliev T. A., Guluyev G. A., Pashayev F.H, Sadygov A. B. Noise monitoring technology for objects in transition to the emergency state // Mechanical Systems and Signal Processing. 2012. Vol. 27. P. 755–762.
23. Aliev T. A., Abbasov A. M., Guluyev Q. A., Pashayev F. H., Sattarova U. E. System of robust noise monitoring of anomalous seismic processes // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2013. Vol. 32, Iss. 1. P. 11–25.
24. Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф., Сулейманова М. Т., Газызаде Б. И. Аналитическое представление функции плотности нормального распределения шума // Проблемы управления и информатики. 2015. № 4. С. 104–118.
25. Алиев Т. А., Алиев Э. Р., Ализаде Т. А. Технологии помехомониторинга скрытого периода изменения сейсмостойкости морских сооружений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 12(141). С. 15–22.

Technology for Formation of the Correlation Matrices of the Mathematical Models of the Control Objects' Dynamics

T. A. Aliev¹, telmancyber@rambler.ru, N. F. Musayeva¹, musana@rambler.ru✉,
U. E. Sattarova², ulker.rzaeva@gmail.com, N. E. Rzayeva¹, nikanel1@gmail.com

¹Institute of Control Systems of the Azerbaijan National Academy of Sciences, Baku, AZ1141, Azerbaijan,

²Azerbaijan University of Architecture and Construction, Baku, AZ1073, Azerbaijan

Corresponding author: Musayeva N. F. D.Sc., Head of laboratory,
Institute of Control Systems of the Azerbaijan National Academy of Sciences, Baku, AZ1141, Azerbaijan,
e-mail: musana@rambler.ru

Received on November 01, 2015

Accepted on November 18, 2015

Statistical methods are widely used for solving of the problems of automatic control of the industrial objects, because they enable us to determine their dynamic characteristics during normal operation of the objects. The statistical correlation method for determination of these dynamic characteristics is based on the solution of an integral equation, which includes the correlation functions $R_{XX}(\tau)$ and $R_{XY}(\tau)$ of the input $X(\tau)$ and of the output $Y(\tau)$ signals. It allows us to obtain the dynamic characteristics of an object without a disruption of its regular operation mode. However, application of these methods for construction of the mathematical models of the real-life industrial objects presents the following problem. Interferences and noises are imposed upon the useful signal, hindering the calculation of the estimates of their static characteristics. This paper presents one possible option for creation of the alternative methods and technologies for elimination of the error induced by noise during formation of the correlation matrices. The proposed general algorithms allow a reduction of these matrices to the similar matrices of the useful signals. The two presented alternative robust technologies enable one to solve these problems both in the absence of a correlation between the useful signal and the noise, and in the presence of such. The validity of the result is controlled by comparison of the obtained estimates of the elements of matrices by both methods. In many real-life industrial objects we encounter a need to apply the procedure for normalization of their elements. This leads to an additional error, which also leads to a disruption of the adequacy of the results. The authors propose general methods and technologies for elimination of that error.

Keywords: stochastic process, identification, technological parameter, noise, noisy signal, correlation function, correlation matrices, normalized estimates, dynamics models.

For citation:

Aliev T. A., Musayeva N. F., Sattarova U. E., Rzayeva N. E. Technology for Formation of the Correlation Matrices of the Mathematical Models of the Control Objects' Dynamics, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 3, pp. 147–157.

DOI: 10.17587/mau/17.147-157

References

1. Solodovnikov V. V., Plotnikov V. N., Yakovlev A. V. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya tekhnicheskimi sistemami* (The theory of automatic control by technical systems), Moscow, Publishing house of MGTU im. N. E. Bauman, 1993 (in Russian).
2. Pupkov K. A., Egupov N. D. ed. *Metody klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya. T. 2. Statisticheskaya dinamika i identifikatsiya sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Methods of Classic and Modern Automatic Control Theory. Vol. II Stochastic Dynamics of Automatic Control Systems), Moscow, Publishing house of MGTU im. N. E. Bauman, 2004 (in Russian).
3. Grishin V. N., Dyatlov V. YA., Milov L. T. *Modeli, algoritmy i ustroystva identifikatsii slozhnykh sistem* (Models, algorithms and devices of complex systems identification), Leningrad, Energoatomizdat, Leningr. otd., 1985 (in Russian).
4. SHtejnberg SH. E. *Identifikatsiya v sistemah upravleniya* (Identification for control systems), Moscow, Energoatomizdat, 1987 (in Russian).
5. Bessonov A. A., Zagashvili YU. V., Markelov A. S. *Metody i sredstva iden-tifikatsii dinamicheskikh ob'ektov* (Methods and means of identification of dynamic objects). Leningrad, Energoatomizdat, Leningr. otd., 1989 (in Russian).
6. Lyung L. *Identifikatsiya sistem. Teoriya dlya pol'zovatelya* (Identification systems. Theory for the user), Moscow, Nauka, FML, 1991 (in Russian).
7. Semenov A. D., Artamonov D. V., Bryuhachev A. V. *Identifikatsiya ob'ektov upravleniya* (Identification of control objects), Penza, Publishing house of Penz. gos. university, 2003 (in Russian).
8. Ignat'ev A. A., Ignat'ev S. A. *Osnovy teorii identifikatsii ob'ektov upravleniya* (Bases of the identification theory of control objects), Saratov, Publishing house of SarGTU, 2008 (in Russian).
9. Diligenskaya A. N. *Identifikatsiya ob'ektov upravleniya* (Identification of control objects), Samara, Publishing house of SamGTU, 2009 (in Russian).
10. Alekseev A. A., Korablev Yu. A., SHestopalov M. Yu. *Identifikatsiya i diagnostika sistem* (Identification and diagnostics of systems), Moscow, Izd. centr "Akademiya", 2009 (in Russian).
11. Gang Li. Limin Meng, Zhijiang Xu, Jingyu Hua. A novel digital filter structure with minimum roundoff noise, *Digital Signal Processing*, 2010, vol. 20, iss. 4, pp. 1000–1009.
12. Yaseen M. Robust and direct design for highpass ladder wave digital filters exhibiting equiripple characteristics, *Digital Signal Processing*, 2013, vol. 23, iss. 3, pp. 1059–1064.
13. Aliev T. A. Robust Technology with Analysis of Interference in Signal Processing, New-York, Kluwer Acad. / Plen. Publishers, 2003.
14. Aliev T. A. Digital Noise Monitoring of Defect Origin, London, Springer, 2007.
15. Aliev T. A., Musayeva N. F., Sattarova U. E. The technology of Forming the Normalized correlation Matrices of the Matrix Equations of Multidimensional stochastic objects, *Journal of automation and information sciences*, 2013, vol. 45, no.1, pp. 1–15.
16. Aliev T. A., Musaeva N. F. *Algoritim umen'sheniya pogreshnostey ozenki korrelyatsionnoy funktsii signala s shumom* (An algorithm for reducing the errors in the estimate of the correlation function of the noisy signal), *Avtometriya*, 1995, no 4, pp. 105–112 (in Russian).
17. Aliev T. A., Musaeva N. F. *Algoritim iskl'ucheniya mikropogreshnostey pomehi pri reshenii zadach statisticheskoy dinamiki* (An algorithm for eliminating microerrors of noise in the solution of statistical dynamics problems), *Avtomatika i Telemekhanika*, 1998, no 5, pp. 82–94 (in Russian).
18. Aliev T. A., Amirov Z. A. *Algoritim vybora parametrov regul'yarizatsii pri statisticheskoy identifikatsii* (An algorithm for selecting the regularization parameters in statistical identification), *RAN Avtomatika i Telemekhanika*, 1998, no 6, pp. 130–139 (in Russian).
19. Aliev T. A. Noise technologies for minimization of damages caused by earthquake: Saarbrücken, Lambert Academic Publishing, 2012.
20. Aliev T. A., Guluyev G. A., Pashayev F. G., Sadigov A. B. *Algoritim opredeleniya koeffitsienta korrelyatsii i vzaimno korrelyatsionnoy funktsii mezhdu poleznym signalom i pomehoy zashumlennyykh tekhnicheskikh parametrov* (Algorithms for determining the coefficient of correlation and cross-correlation function between the useful signal and the noise of noisy technological parameters), *Kibernetika i Sistemnyi Analiz*, 2011, no 3, pp. 169–178 (in Russian).
21. Aliev T. A., Musaeva N. F., Sattarova U. E. Technology of calculating robust normalized correlation matrices, *Cybernetics and Systems Analysis*, 2011, vol. 47, no 1, pp. 152–165.
22. Aliev T. A., Guluyev G. A., Pashayev F. H., Sadygov A. B. Noise monitoring technology for objects in transition to the emergency state, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, vol. 27, pp. 755–762.
23. Aliev T. A., Abbasov A. M., Guluyev Q. A., Pashaev F. H., Sattarova U. E. System of robust noise monitoring of anomalous seismic processes, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2013, vol. 32, iss. 1, pp. 11–25.
24. Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazyizade B. I. *Analiticheskoe predstavlenie funktsii plotnosti normal'nogo raspredeleniya shuma* (Analytical representation of the density function of normal distribution of noise), *Problemi Upravleniya i Informatiki*, 2015, no 4, pp. 104–118 (in Russian).
25. Aliev T. A., Aliyev E. R., Alizada T. A. *Tehnologii pomehomonitoringa skrytogo perioda izmeneniya sejsmostojkosti morskikh sooruzhenij* (Technologies for the noise monitoring of the latent period of seismic stability of offshore structures), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2012, no 12 (141), pp. 15–22 (in Russian).

И. В. Некрасов, канд. техн. наук, консультант по программным решениям, ivannekr@mail.ru,
ООО "ДжиИ Рус" (General Electric Company, GE Digital), г. Москва

Синтез интерполяционного цифрового регулятора для дискретной динамической системы

Анализируются современные алгоритмы цифрового управления с точки зрения вычислительной трудоемкости. Констатируется высокая алгоритмическая сложность основных процедур оптимизации, используемых в алгоритмах цифрового оптимального управления, что ограничивает применимость современных методов управления в контроллерах ограниченной производительности. Предложен подход, позволяющий адаптировать трудоемкие алгоритмы управления для реализации на вычислителях невысокой мощности, в основу которого положена идея разделения вычислительного процесса на два этапа: на первом этапе осуществляется предварительный расчет управляющих воздействий в узловых точках фазового пространства (offline-расчет); второй этап сводится к интерполяции рассчитанных управляемых воздействий в точке текущего состояния системы (online-расчет). В результате наблюдается снижение требований к мощности вычислителей (так как процедура интерполяции является "менее дорогой") при сохранении приемлемого качества регулирования.

Ключевые слова: дискретные системы, оптимальное управление, синтезирующая функция, сложность алгоритма, фазовое пространство, состояние системы, интерполяция, табличный регулятор

Введение

Современные цифровые методы управления во многом базируются на результатах, достигнутых в таких областях науки, как теория алгоритмов [1], дискретная математика [2] и математическое программирование [3]. Центральным компонентом любого современного метода управления является вычислительная процедура, которая *циклически выполняется управляющей ЭВМ в режиме реального времени* (или в режиме, близком к реальному времени) [4]. Указанная процедура осуществляет вычисление текущего управляющего воздействия на систему путем численного решения задачи управления (или ее аппроксимации) с учетом текущего и целевого состояния системы, критерия оптимальности (в случае его наличия), а также ограничений, накладываемых на состояние системы и управляющее воздействие. Разнообразие задач и объектов управления порождает значительное число частных алгоритмических решений, сложность которых напрямую зависит от применяемых вычислительных схем, а также собственно от детальности постановки задачи управления (порядок объекта управления, учет его нелинейностей, применяемые критерии оптимальности процесса управления, различные ограничения и т.п.). По своей сути современное понятие "*алгоритм цифрового управления*" для дискретных систем вполне соответствует термину "*синтезирующая функция*", применяемому в теории непрерывного оптимального управления [5].

На фоне усложнения алгоритмов управления особую важность приобретает проблема их реализации на ЭВМ ограниченной производительности [6]. Ограничения по вычислительной мощности управляющего контроллера могут существенно ограничивать сложность решаемой задачи управления. Данный факт заставляет разработчиков искусственно упрощать модели объектов, снижать точность

численного решения, загромождать область допустимых значений переменных состояния и управляющих сигналов. Однако упрощение постановки задачи управления до пределов, приемлемых для реализации на выбранном вычислителе, не всегда возможно [7]. В данной работе рассмотрен интерполяционный подход к реализации оптимального управления, позволяющий заранее рассчитать оптимальные управляющие воздействия на систему над заданным дискретным полем ее переменных состояния и, тем самым, вынести наиболее ресурсоемкие вычисления за рамки формата реального времени. На этапе функционирования контура управления задача сводится к корректной интерполяции заранее найденных управляющих воздействий в точке текущего состояния системы.

Цифровое управление по принципу синтезирующей функции. Обзор решенных задач и разработанных алгоритмов

В настоящее время в открытой печати описано значительное число алгоритмов цифрового управления, предназначенных для реализации в виде программного кода управляющих ЭВМ. Принцип работы подобных систем управления предполагает замыкание объекта обратной связью по его состоянию [4]. При этом собранные значения переменных состояния поступают на вход управляющей ЭВМ, которая в данной постановке задачи выступает в качестве регулятора обратной связи (ОС) по состоянию (рис. 1).

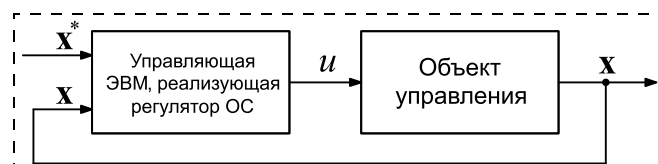


Рис. 1. Схема синтеза оптимальных управлений

На рис. 1. приняты следующие обозначения: $\mathbf{x} = \text{col}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ — вектор текущего состояния системы; $\mathbf{x}^* = \text{col}(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ — вектор желаемого состояния системы; u — управляющее воздействие.

Вид алгоритма вычисления управляющего сигнала, реализованного в виде программного кода ЭВМ, определяется следующими факторами:

- постановкой задачи управления (видом уравнений, описывающих динамику системы; наличием и видом ограничений; наличием и видом критерия оптимальности и т.п.);
- выбранным методом решения задачи управления (постановкой оптимизационной задачи, вычислительной схемой, численным методом).

Заметим, что в данной дискретной постановке задачи алгоритм вычисления управляющего сигнала является аналогом синтезирующей функции в задаче непрерывного оптимального управления [5]. Основные постановки задачи дискретного оптимального управления и разработанные алгоритмы их решения приведены в работе [8]. Разнообразие применяемых вычислительных схем включает (но не ограничивается ими) процедуры линейного, квадратичного, дискретного и булева программирования, всевозможные алгоритмы направленного и ограниченного перебора, градиентного поиска, процедуры глобального поиска и пр.

Варианты снижения вычислительной сложности алгоритмов управления и оценка снижения качества решений

Очевидно, что при достаточной производительности управляющей ЭВМ задача управления может быть решена в режиме, близком к реальному времени. На практике решение задачи в режиме реального времени считается удовлетворительным, если выполняется следующее условие дискретности по времени:

$$\tau_p \ll \Delta t_y, \quad (1)$$

где τ_p — время решения задачи вычислителем на каждом такте управления; Δt_y — дискретность управления по времени (длительность одного такта управления).

При синтезе контуров управления допустимо пользоваться требованием (1) в менее строгой форме [4]:

$$\tau_p < \frac{\Delta t_y}{k}, \quad k \geq 1. \quad (2)$$

Ограничение мощности вычислителя приводит к увеличению времени решения τ_p численной задачи на такте управления. С учетом условия применимости вычислителя (2) вероятна ситуация, в которой выбранный алгоритм не может быть реализован с заданной дискретностью управления Δt_y . Заметим, что динамические характеристики контура управления ухудшаются при любом значении времени решения τ_p , так как процессы дискретизации

и последующего решения задачи управления на такте вносят в систему суммарное запаздывание ($\Delta t_y + \tau_p$) [9, 10]. Выполнение равенства $\tau_p = \Delta t_y$ является в данной ситуации границей применимости контура управления на заданной частоте дискретизации, когда управляющая ЭВМ не успевает выработать воздействие между двумя соседними во времени измерениями состояния объекта. Рассмотрим возможность обеспечения выполнения условия реализуемости (2) за счет изменения постановки и решения задачи управления.

1. **Увеличение дискретности** процесса управления Δt_y . Данный способ имеет границы применимости, продиктованные следующими факторами:

- *требуемая точность управления.* Увеличение Δt_y влияет на дискретную аппроксимацию объекта [11], снижая точность соответствия дискретной модели и исходного описания системы;
- *граница устойчивости системы.* Увеличение Δt_y влияет на вид переходных процессов системы. Как показано в работе [12], дискрета времени взаимно зависима с абсолютным горизонтом прогноза алгоритма (в секундах), что, в свою очередь, влияет на формирование суммарной фазовой траектории объекта. В частности, слишком большие значения дискреты времени порождают колебательные свойства и затягивают переходные процессы системы [6];
- *требования теоремы Котельникова.* Увеличение Δt_y для любой дискретной системы имеет фундаментальное ограничение в виде соотношений теоремы Котельникова. В частности, как показано в работе [9], частота квантования при переходе от непрерывного сигнала управления к цифровому ограничена снизу:

$$\left(v_y = \frac{1}{\Delta t_y} \right) > v_{\min}, \quad (3)$$

где v_y — частота квантования управляющего сигнала; $v_{\min}$ — некоторая минимально допустимая частота, определяемая на основе динамических свойств объекта управления.

2. **Снижение времени решения** задачи вычислителем τ_p реализуемо двумя способами:

- *увеличение вычислительной мощности* управляющей ЭВМ позволяет осуществлять решение той же численной задачи за меньшее время. Данный вопрос вынесен за рамки настоящей работы, так как центральным вопросом считаем обеспечение регулирования в условиях имеющегося вычислителя ограниченной мощности.
- *снижение вычислительной трудоемкости* [13] решаемой задачи за счет:
 - ✓ *уменьшения горизонта прогноза* алгоритма управления. В работах [6, 10, 12] показано, что увеличение горизонта прогноза алгоритма при фиксированной дискретности по времени приводит к возрастанию размерности оптимизационной задачи, решаемой на каждом такте управления.

Стремясь снизить размерность задачи, разработчик может уменьшить горизонт прогноза. Основным отрицательным эффектом в данном случае является повышение колебательности и затягивание переходных процессов системы [6];

- ✓ *упрощения модели.* К подобным упрощениям можно, например, отнести понижение порядка системы (редукция модели) [14], исключение или линеаризацию нелинейностей [15], в некоторых случаях (в частности, при использовании градиентных методов оптимизации) — снятие ограничений на переменные состояния и сигнал управления [3];

- ✓ *загрубления сигнала управления* (прореживания поля возможных значений управляющего сигнала). Примером данного подхода может служить задача цифрового релейного управления, решаемая в работе [16]. Ограничение множества возможных управлений трехпозиционным реле дало возможность решить задачу управления прямым перебором, уложившись в разумные требования к вычислителю. Однако в зависимости от конкретной постановки задачи управления и применяемого метода оптимизации, сужение области допустимых значений сигнала управления может приводить к противоположному результату. Например, примененное в работе [17] ограничение множества управлений дискретным набором значений привело к необходимости преобразования задачи линейного программирования в более ресурсоемкую задачу целочисленного программирования;

- ✓ *выбора менее ресурсоемкого вычислительного метода.* Данный подход относится к сфере проектирования системы управления и отражает умение проектанта выбирать разумные (субоптимальные) варианты. Очевидно, что корректно сформулированная задача линейного программирования [18] или градиентной оптимизации [19] при определенных условиях имеет меньшую алгоритмическую сложность, чем задача полного прямого перебора [20]. Однако при разумной постановке задачи методы ограниченного перебора (например, предложенный в работе [16]) могут оказаться приемлемыми как с точки зрения простоты реализации, так и с точки зрения ресурсоемкости;

- ✓ *задания менее жестких требований по точности управления.* Данный подход относится к сфере использования выбранной вычислительной процедуры. Очевидно, что снижение требуемой точности минимизации уменьшает число итераций численного метода (см. в работе [19] на примере градиентной минимизации).

Таким образом, перечисленные способы снижения вычислительной трудоемкости задачи управления имеют значительные ограничения по их применимости, что уменьшает ожидаемый эффект от их внедрения. Далее в данной статье предложен и проанализирован более радикальный метод со-

кращения вычислительных затрат алгоритма управления за счет вынесения наиболее "затратных" вычислительных операций на предварительный этап синтеза контура управления.

Идея предварительной оптимизации процесса управления с последующей интерполяцией в точке текущего состояния системы

Одним из очевидных способов понижения нагрузки на вычислитель является предварительное вычисление оптимального управляющего воздействия на систему для всех возможных сочетаний ее переменных состояния. В результате указанной операции задача управления сводится к следующей задаче выбора рассчитанного заранее управляющего воздействия, соответствующего текущему состоянию системы:

имея вектор текущего состояния системы $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ и множество рассчитанных заранее оптимальных управляющих воздействий $U = \{u_{\mathbf{x}_1}, \dots, u_{\mathbf{x}_m}\}$, каждое из которых соответствует определенной точке фазового пространства $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m$, осуществить выбор управляющего воздействия u^ , соответствующего текущему состоянию системы.*

В общем случае объем предварительных вычислений кратно возрастает, если объекту управления в качестве желаемого состояния может быть назначено более одной точки фазового пространства. В предельном случае (например, для следящей системы) желаемая точка может быть произвольной, т. е. множество целевых состояний может иметь бесконечную размерность.

Очевидно, что для практической задачи управления динамической системой подобный подход порождает бесконечномерное множество точек фазового пространства (как начальных, так и целевых), для которых необходимо выполнить вычисления. На практике для обеспечения разумного времени расчета поле опорных точек расчета необходимо "проредить". При этом также важно ограничить набор точек целевого состояния системы, так как каждому целевому состоянию системы соответствует отдельное интерполяционное множество точек фазового пространства. Иными словами, задачу управления необходимо решить для некоторого счетного подмножества точек, образованного от фазового пространства (рис. 2).

В случае, когда точка текущего состояния системы не является опорной, вычисление управляющего воздействия осуществляется n -мерной интерполяцией значений ближайших точек сетки [21], где n — порядок объекта управления (рис. 3).

На рис. 3 показан процесс последовательной трехмерной интерполяции значений точек сетки, состоящий из следующих этапов [21]:

- *шаг 1:* интерполяция исходных точек сетки (восемь точек, изображенных черным цветом) по переменной состояния x_3 (результат шага — четыре точки, изображенные темно-серым цветом);

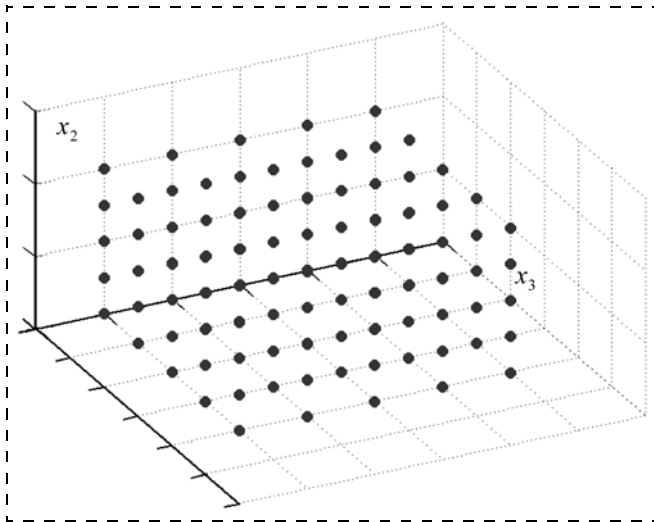


Рис. 2. Множество опорных точек фазового пространства (на примере системы третьего порядка)

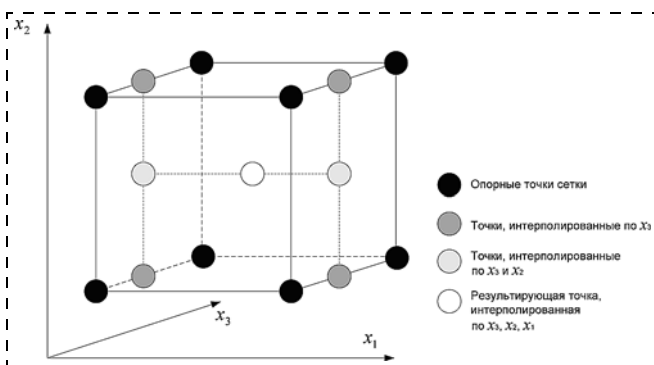


Рис. 3. Интерполяция управляющего сигнала на основе ближайших точек сетки (на примере системы третьего порядка)

- шаг 2: интерполяция точек, полученных на шаге 1, по переменной состояния x_2 (результат шага — две точки, изображенных светло-серым цветом);
- шаг 3: интерполяция точек, полученных на шаге 2, по переменной состояния x_1 (результат шага — одна результирующая точка, изображенная белым цветом).

Таким образом, окончательная постановка задачи примет следующий вид:

имея вектор текущего состояния системы $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ и множество рассчитанных заранее оптимальных управляющих воздействий в опорных точках фазового пространства $U = \{u_{x_1}, \dots, u_{x_m}\}$, методом интерполяции ближайших рассчитанных значений определить оптимальное управляющее воздействие u^* , соответствующее текущему состоянию системы $\mathbf{x}$.

Обзор реализованных задач интерполяционного и табличного управления

Различные интерпретации описанного выше подхода широко применяются во многих областях техники (например, в энергетике [22], механообработке [23], автомобилестроении [24, 25] и пр.). Результаты отражены в значительном числе работ как отечественных, так и зарубежных авторов. Среди

отечественных исследований в области цифрового табличного и интерполяционного управления наиболее близки к проблематике настоящей статьи работы, опубликованные в Санкт-Петербургском государственном политехническом университете [26], Дальневосточном государственном техническом университете [27], МГТУ "Станкин" [28], Омском государственном техническом университете [29]. В частности, в работе [26] сформулирована пошаговая инструкция синтеза цифрового регулятора на основе определения поверхности переключения в табличной форме. Вопросы расчета поверхностей переключения, а также их последующей корректировки в режиме реального времени в зависимости от меняющихся внешних условий рассмотрены в работе [27]. В работе [29] для восстановления поверхности управления по табличным данным используется графический метод с привлечением многомерной интерполяции. Табличные методы управления внедрены на конкретных технических объектах в следующих работах:

- в работе [28] описано применение табличного регулирования в мехатронных приводах;
- в работе [30] представлена реализация системы управления двигателя внутреннего сгорания автономного роботизированного катера;
- в работе [31] рассмотрена реализация данных методов на примере движителей телеуправляемого подводного аппарата.

Результаты зарубежных авторов по тематике настоящей статьи представлены в следующих работах:

- в работах [32, 33] коллективом авторов синтезированы алгоритмы интерполяционного цифрового управления (interpolative control) и исследованы их устойчивость и робастность;
- в работе [34] переменные состояния системы разделены на две группы: свободные и опорные. Процедура табличного расчета управления применяется только по первой группе переменных;
- в работе [35] схожая процедура расчета поверхности управления в качестве опорных точек задействует случайный набор точек пространства состояния системы;
- в работе [36] поверхность управления восстанавливается кубическим сплайном, результаты демонстрируются на примере системы первого и второго порядков;
- в работе [37] закон управления аппроксимируется кусочно-аффинными и непрерывными функциями состояния.

Апробация интерполяционного решения на модельном примере

Без ограничения общности решим задачу оптимального управления нелинейной системой с помощью алгоритма глобальной оптимизации, подробно рассмотренную в работе [38]. В указанной работе применен высокоэффективный метод минимизации — "метод случайного поиска". Из-за

Параметры моделирования (колебательное звено)

Обозначение и значение	Описание
$T = 0,1$ с	Постоянная времени колебат. звена
$\xi = 0,3$	Показатель колебательности
$\nu = 100$ Гц	Частота дискретизации системы
$M = 5$	Ресурсные ограничения $u \in [-M; +M]$
$\varepsilon_1 = 0,01$	Точность алгоритмов по переменной состояния x_1
$\varepsilon_2 = 0,1$	Точность алгоритмов по переменной состояния x_2
$N = 4$	Горизонт прогноза алгоритма
$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 0,001$	Весовые коэффициенты критерия $J(\mathbf{x})$

чрезвычайной вычислительной трудоемкости данного метода [21] он не применяется в управляющих ЭВМ реального времени. В работе [38] метод случайного поиска использован только в режиме расчетов "offline" на стенде проверки корректности работы менее ресурсоемких субоптимальных алгоритмов управления, основанных на процедурах локальной оптимизации. Имея в распоряжении вычислительные ресурсы, многократно превосходящие производительность управляющих ЭВМ, используем данный алгоритм для предварительных расчетов управляющего сигнала в опорных точках фазового пространства. Перепишем постановку задачи, приведенную в работе [38].

Пример 1. Управление колебательным звеном. Объект описывается передаточной функцией вида

$$W(s) = \frac{x_1(s)}{u(s)} = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1},$$

что эквивалентно системе дифференциальных уравнений

$$Ob: \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{T^2}x_1 - \frac{2\xi}{T}x_2 + \frac{1}{T^2}u; \end{cases}$$

начальные условия $(x_1(0) \ x_2(0))^T = (x(0) \ \dot{x}(0))^T$; целевое состояние $(x_1^* \ x_2^*)^T = (x^* \ \dot{x}^*)^T = (0 \ 0)^T$; функционал качества $J(\mathbf{x}) = \alpha_1(x_1 - x_1^*)^2 + \alpha_2(x_2 - x_2^*)^2$; управление ограничено по модулю: $u \in [-M; +M]$.

В работе [38] для целей определения эталонных оптимальных фазовых траекторий системы реализован алгоритм управления, в основе которого лежит вычислительная процедура метода случайного поиска [21]. Данный алгоритм позволяет найти глобальный минимум целевой функции $J(\mathbf{x})$ и обеспечить оптимальное управление системой на каждом такте управления. Однако, как было упомянуто ранее, высокая вычислительная трудоемкость данного метода не позволяет реализовать его напрямую в управляющей ЭВМ. Для интерполяционной аппроксимации результатов применения алгоритма случайного поиска зададимся полем опорных точек фазового пространства, для которых будет осуществлен расчет оптимального управляющего воздействия $P = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\} \rightarrow U = \{u_{\mathbf{x}_1}, \dots, u_{\mathbf{x}_m}\}$. Применим алгоритм расчета управляющего воздействия, разработанный в работе [38], к множеству опорных точек $P = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\}$ и сведем результаты расчетов в интерполяционную таблицу. В силу большого числа точек полученной таблицы приведем только параметры ее размерности, а также минимальные и максимальные значения переменных состояния:

$$P_{43 \times 83} = \{(x_1; x_2)_1, \dots, (x_1; x_2)_{3569} | x_1 = (-5, \dots, 5), \\ x_2 = (-25, \dots, 25)\}.$$

Поверхность управления, построенная над фазовой плоскостью системы по точкам $P_{43 \times 83}$, приведена на рис. 4 (см. вторую сторону обложки). За-

метим, что данная графическая интерпретация аналогична представлению релейного закона управления в виде линии переключения на фазовой плоскости [39].

В нашем случае управляющий сигнал может принимать значения из непрерывного ограниченного множества, вследствие чего концепцию линий переключения, применяемую в работе [39] для релейного случая, естественно обобщить поверхностью управления (рис. 4, см. вторую сторону обложки).

Сравним графики переходных процессов в системе при модельной реализации исходного алгоритма случайного поиска и его интерполяционной аппроксимации (рис. 5, 6 для различных начальных условий, см. вторую сторону обложки). Параметры моделирования приведены в табл. 1.

Пример 2. Управление неустойчивой системой второго порядка

$$W(s) = \frac{x_1(s)}{u(s)} = \frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s - 1)};$$

начальные условия $(x_1(0) \ x_2(0))^T = (x(0) \ \dot{x}(0))^T$; целевое состояние $(x_1^* \ x_2^*)^T = (x^* \ \dot{x}^*)^T = (0 \ 0)^T$; функционал качества $J(\mathbf{x}) = \alpha_1(x_1 - x_1^*)^2 + \alpha_2(x_2 - x_2^*)^2$; управление ограничено по модулю: $u \in [-M; +M]$.

По аналогии с примером 1 зададимся полем опорных точек фазового пространства и соответствующим множеством рассчитанных управляющих воздействий $P = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\} \rightarrow U = \{u_{\mathbf{x}_1}, \dots, u_{\mathbf{x}_m}\}$. Предельные значения переменных состояния и множество опорных точек оставим без изменений относительно примера 1.

Поверхность управления, построенная над фазовой плоскостью системы по точкам $P = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\}$, приведена на рис. 7 (см. третью сторону обложки). Графики переходных процессов и соответствующие сигналы управления для алгоритма случайного поиска и его интерполяционной аппроксимации приведены на рис. 8, а–в (см. третью сторону обложки).

Для проведения сеансов расчета примем параметры моделирования и перечень начальных условий, приведенные в табл. 2.

Таблица 2

Параметры моделирования (неустойчивый объект)

Обозначение и значение	Описание
$T_1 = 0,1$ с	Постоянная времени
$T_2 = 0,2$ с	Постоянная времени
$\nu = 100$ Гц	Частота дискретизации системы
$M = 5$	Ресурсные ограничения $u \in [-M; +M]$
$\varepsilon_1 = 0,01$	Точность алгоритмов по переменной состояния x_1
$\varepsilon_2 = 0,1$	Точность алгоритмов по переменной состояния x_2
$N = 4$	Горизонт прогноза алгоритма
$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 0,001$	Весовые коэффициенты критерия $J(x)$
$(x(0) \dot{x}(0))^T = (4 - 1)^T$	Начальные условия моделирования

Переходные процессы, изображенные на рис. 5, 6 и 8 (см. третью сторону обложки), показывают достаточную близость решений задачи оптимального управления прямым оптимизационным и интерполяционными методами. Отклонения значений управляющего сигнала, полученные в результате вычисления по интерполяционной таблице (представление таблицы в виде поверхности показано на рис. 4 и рис. 7, см. третью сторону обложки), вызваны ограниченной точностью операции интерполирования. Заметим, что точность интерполяции напрямую зависит от шага сетки [21] и может быть повышена за счет увеличения числа опорных точек поверхности (см. рис. 2).

Заключение

В данной статье рассмотрена проблема реализации алгоритмов оптимального цифрового управления динамическими объектами. Современный уровень развития теории управления позволяет без упрощений учитывать реальные особенности современных объектов управления. К таким особенностям относятся:

- высокий порядок системы уравнений объекта;
- наличие нелинейностей;
- нестационарность параметров объекта;
- высокое быстродействие и частота квантования;
- сложные критерии оптимальности и т. п.

Платой за эффективность получаемых решений является чрезвычайно высокая вычислительная трудоемкость алгоритмов и повышенные требования к производительности управляющих ЭВМ. Нередко реализация разработанных алгоритмов управления невозможна на современной элементной базе. В настоящей работе предложена идея обеспечения реализуемости указанных алгоритмов за счет вынесения наиболее трудоемких расчетов на этап предварительного синтеза контура управления с последующим их сохранением в памяти управляющей ЭВМ. В режиме реального времени работа алгоритма заменяется интерполяцией управляющего сигнала на основе проведенных ранее расчетов.

Применение предложенного подхода продемонстрировано на примере алгоритма оптимального управления, основанного на процедуре случайного поиска. Трудоемкость указанного алгоритма не позволяет организовать его прямое применение в режиме реального времени [38]. Преобразования алгоритма, проведенные в настоящей работе, позволили получить идентичные работе [38] результаты, одновременно понизив трудоемкость задачи управления до уровня, приемлемого для реализации на стандартном управляющем микроконтроллере. Результаты моделирования подтверждают работоспособность предложенного подхода.

Список литературы

1. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов: Пер. с англ. А. О. Слисенко. М.: Мир, 1979. 536 с. (с. 57–92).
2. Белоусов А. И., Ткачев С. Б. Дискретная математика. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. 744 с.
3. Табак Д., Куо Б. Оптимальное управление и математическое программирование: Пер. с англ. под ред. Я. З. Цыпкина. М.: Наука, 1975. 280 с.
4. Острём К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ: Пер. с англ. под ред. к. ф-м. н С. П. Чеботарева. М.: Мир, 1987. 480 с.
5. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1976. 392 с.
6. Некрасов И. В. Исследование эффективности алгоритма оптимального управления динамической системой при варьировании периода квантования дискретной аппроксимации объекта // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 1. С. 16–23.
7. Воропай Н. И. Упрощение математических моделей динамики электроэнергетических систем. Новосибирск: Наука, 1981. 112 с.
8. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 4: Теория оптимизации систем автоматического управления: Учеб. в 5 т.: под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова, М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. 744 с. (с. 142–150, с. 165–176).
9. Солодовников В. В., Плотноков В. Н., Яковлев А. В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования: учеб. пособ. для вузов. М.: Машиностроение, 1985. 536 с.
10. Findeisen R. Nonlinear Model Predictive Control: A Sampled-Data Feedback Perspective. Institut für Systemtheorie technischer Prozesse der Universität Stuttgart, Deutschland, 2004. 153 p.
11. Стрейтс В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления: Пер. с англ. под ред. Я. З. Цыпкина. М.: Наука, 1985. 295 с.
12. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Гибридная схема решения задачи линейного быстродействия на основе формализма полиэдральной оптимизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 7 (160). С. 3–9.
13. Адигеев М. Г. Введение в теорию сложности. Методические указания для студентов механико-математического факультета. Ростов-на-Дону: Изд. Ростовского государственного университета, 2004. 35 с.
14. Тетельбаум И. М., Шнейдер Ю. Р. Практика аналогового моделирования динамических систем. Справ. пособ. М.: Энергоатомиздат, 1987. 384 с. (с. 12–18).
15. Попов Е. П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 1979. 256 с.
16. Кукин Н. С., Некрасов И. В. Применение стратегии перебора состояний при оптимизации релейного управления дискретной системой // Известия института инженерной физики. 2011. Т. 2, № 20. С. 28–32.
17. Некрасов И. В. Оптимизация ступенчатого управления дискретной системой методом частично-целочисленного про-

граммирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 3 (156). С. 9—13.

18. Банди Б. Основы линейного программирования: Пер. с англ. О. В. Шихеевой под ред. В. А. Воынского. М.: Радио и связь, 1989. 176 с.

19. Аттетков А. В., Галкин С. В., Зарубин В. С. Методы оптимизации. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. 440 с.

20. Odlyzko A. M. Asymptotic Enumeration Methods. — University of Minnesota, USA. 192 p. URL: <http://www.dtc.umn.edu/~odlyzko/doc/asymptotic.enum.pdf>

21. Калиткин Н. Н. Численные методы / Под ред. А. А. Самарского. М.: Наука, 1978. 512 с. (с. 49—52; с. 214).

22. Dale S., Bara A., Gabor G. Interpolative Control Structure Design for a Heat Exchanger in a Geothermal Power Plant // Journal of Computer Science and Control Systems. 2008. N. 1. P. 131—134.

23. Kimura Y., Mukai R., Kobayashi F., Kobayashi M. Interpolative variable-speed repetitive control and its application to a deburring robot with cutting load control // Advanced Robotics. 1992. V. 7, Iss. 1. P. 25—39.

24. Balas M. M., Balas V. E. Optimizing the Distance-Gap between Cars by Fuzzy-Interpolative Control with Time to Collision Planning // Mechatronics, 2006 IEEE International Conference on. P. 215—218.

25. Lin Chih-Min, Chun-Fei Hsu. Self-learning fuzzy sliding-mode control for antilock braking systems // Control Systems Technology, IEEE Transactions on. 2003. V. 1. Iss. 1. P. 273—278.

26. Ростов Н. В. Синтез и многокритериальная оптимизация нелинейных квазиоптимальных по быстродействию цифровых регуляторов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. "Информатика. Телекоммуникации. Управление". 2014. № 6 (210). С. 59—66.

27. Змеу К. В., Дьяченко П. А., Ноткин Б. С. Релейное нейросетевое управление существенно неопределенным объектом в задаче максимального быстродействия // Интеллектуальные системы. 2009. № 2 (20). С. 93—105.

28. Лукинов А. П., Махонин А. К. Цифровые табличные регуляторы в следящих приводах // Автоматизация. Современные технологии. 2010. № 3. С. 37—41.

29. Горохов А. А. Графический метод формирования макета процесса управления по экспериментальным данным // Омский научный вестник. 2006. № 7 (43). С. 54—57.

30. Береснев А. Л., Береснев М. А., Гуренко Б. В. Способы управления ДВС с искровым зажиганием в составе автономного роботизированного катера // Инновации в науке. 2014. № 38. С. 34—38

31. Каракеев А. Б., Тарасенко А. А. Синтез алгоритма управления маршевыми двигателями телеуправляемого необитаемого подводного аппарата // Эксплуатация морского транспорта. 2013. № 2 (72). С. 40—44.

32. Dale S., Dragomir T.-L. Design Procedures of Some Interpolative Control Structures With Robustness Properties and Limitations // CEAI. 2008. V. 10, N. 1. P. 3—14.

33. Dale S., Silaghi H. M. Procedural and software development of a Liapunov-based stability analysis method for interpolative-type control systems. // System Theory, Control and Computing (ICSTCC), 2013 17th International Conference. P. 156—159.

34. Raibert M. H., Wimberly F. C. Tabular control of balance in a dynamic legged system // 1984. Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on. Vol. "SMC-14", Iss. 2. P. 334—339.

35. Van der Smagt P. P. Interpolative robot control with the nested network approach // Proc. of the 1992 IEEE International Symposium. Intelligent Control. 1992. P. 475—480.

36. Yang Wen-guang. Fuzzy Control Algorithm based on Spline Interpolation // Fuzzy Systems and Mathematics. 2009-03. Jiaotong University, Chengdu, China. URL:http://en.cnki.com.cn/Article_en/CJFDTotat-MUTE200903025.htm

37. Nguyen H. N., Gutman P. O., Oлару S. Control with constraints for linear stationary systems: An interpolation approach // Automation and Remote Control. Vol. 75, Iss. 1. P. 57—74.

38. Некрасов И. В., Кукин Н. С. Расчет эталонных переходных процессов и оценка оптимальности управления в динамической системе // Известия института инженерной физики. 2013. Т. 2, № 28. С. 12—20.

39. Симоньянц Р. П. Динамика релейной стабилизации: учеб. пособ. по курсу "Динамика движения и системы управления". М.: МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1987. 52 с.

Development of a Digital Control Algorithm Based on Interpolation of the Previously Calculated Optimal Solution

I. V. Nekrasov, ivannekr@mail.ru,

GE Rus Ltd. (General Electric Company, GE Digital), Moscow, Russian Federation

Corresponding author: Nekrasov I. V., Ph.D., Software Solution Consultant, GE Rus Ltd. (General Electric Company, GE Digital), Moscow, Russian Federation, e-mail: ivannekr@mail.ru

Received on November 03, 2015

Accepted on November 17, 2015

In this paper the authors analyze a variety of modern discrete control algorithms from the point of view of their computational complexity. The outcome of their analysis revealed high complexity of the major optimization procedures employed in the discrete algorithms of the optimal control. This uncovered disadvantage concerns implementation of the modern control algorithms in the digital real-time controllers of a limited computational power. The article suggests an approach how to adopt the time-consuming algorithms to the low productivity controllers. This approach is based on the idea to divide the computation process into two stages: the first stage includes preventive offline calculation of the optimal control values for a defined set of points in the system's state space; the second stage involves an online interpolation of the previously calculated control values for the current state of the system (only the second stage is realized in a real-time controller). As a result we observe reduction of the requirements to the controller processing power (assuming that the interpolation procedure is less time-consuming than the investigated optimization methods) accompanied with an insignificant decrease of the transient performance of the system. A practical analysis of the obtained results was conducted for the sample optimal control loop based on the numerical procedure of a random search. The random search procedure belongs to the top computation-consuming algorithms and in most cases is not available for implementation in the real-time controllers. Adaptation of this algorithm to the above-described two-steps computational process simplifies the on-line calculations down to the interpolation operation which can be performed by the modern digital controllers of a modest capacity. The findings of this paper were proved by the results of computer simulation.

Keywords: discrete systems, optimal control, control function, computational complexity, phase space, state space, system state, interpolation, tabular control, interpolative control

For citation:

Nekrasov I. V. Development of a Digital Control Algorithm Based on Interpolation of the Previously Calculated Optimal Solution, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 3, pp. 158–165.

DOI: 10.17587/mau/17.158-165

References

1. Aho A., Hopcroft J., Ullman J. The Design and Analysis of Computer Algorithms. Addison-Wesley Publishing Company, 1974.
2. Belousov A. I., Tkachev S. B. *Diskretnaya matematika* (Discrete Mathematics), Moscow: Publishing house of Moscow State Technical University after N. E. Bauman, 2006, 744 p. (in Russian).
3. Tabak D., Kuo B. C. Optimal Control by Mathematical Programming. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.
4. Åström Karl J., Wittenmark B. Computer Controlled Systems. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, 1987, 480 p.
5. Pontryagin L. S., Boltyanskii V. G., Gamkrelidze R. V., Mishchenko E. F. *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh protsessov* (Mathematical Theory of Optimal Processes), Moscow, Nauka, 1976, 392 p. (in Russian).
6. Nekrasov I. V. *Issledovanie effektivnosti algoritma optimal'nogo upravleniya dinamicheskoi sistemoi pri vap'ivanii perioda kvantovaniya diskretnoi approksimatsii ob'ekta* (Testing a Control Algorithm for Dynamic System at Various Quantization Periods of the Discrete Approximation of the Plant), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, no. 1, pp. 16–23 (in Russian).
7. Voropai N. I. *Uproshchenie matematicheskikh modelei dinamiki elektroenergeticheskikh sistem* (Simplifications in mathematical models of electro-energy systems), Novosibirsk, Nauka, 1981, 112 p. (in Russian).
8. Pupkov K. A. and Yegupov N. D. ed. *Metody klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya. T. 4. Teoriya optimizatsii sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Methods of classical and modern control theory. Vol.4. Optimization theory of automatic control systems), Moscow, Publishing house of Moscow State Technical University after N. E. Bauman, 2004, 744 p. (pp. 142–150, pp. 165–176) (in Russian).
9. Solodovnikov V. V., Plotnikov V. N., Jakovlev A. V. *Osnovy teorii i elementy sistem avtomaticheskogo regulirovaniya. Uchebnoe posobie dlya VUZov* (Basics of control theory and elements of control systems. Studying material for universities), Moscow, Mashinostroyeniye, 1985, 536 p. (in Russian).
10. Findeisen R. Nonlinear Model Predictive Control: A Sampled-Data Feedback Perspective, Institut für Systemtheorie technischer Prozesse der Universität Stuttgart, Deutschland, 2004, 153 p.
11. Strejc V. State-space theory of discrete linear control, *Translated by R. Major*, Prague, ACADEMIA, 1981, 295 p.
12. Filimonov A. B., Filimonov N. B. *Gibridnaya skhema resheniya zadachi lineinogo bystrodeystviya na osnove formalizma poliedral'noi optimizatsii* (Hybrid Scheme of Solution to the Problems of Linear Acting on the Basis of Polyhedral Optimization Formalism), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, vol. 7 (160), pp. 3–9. (in Russian).
13. Adigeev M. G. *Vvedenie v teoriyu slozhnosti. Metodicheskie ukazaniya dlya studentov mekhaniko-matematicheskogo fakul'teta* (Introduction into computational complexity. Studying material for students of mechanics-and-mathematics faculty), Rostov-na-Donu, Publishing house of Rostovskii Gosudarstvennyi Universitet, 2004, 35 p. (in Russian).
14. Tetel'baum I. M., Shneider Yu. R. *Praktika analogovogo modelirovaniya dinamicheskikh sistem. Spravochnoe posobie* (Practical materials on analog simulation of dynamic systems. Reference manual), Moscow, Energoatomizdat, 1987, 384 p. (pp. 12–18) (in Russian).
15. Popov E. P. *Teoriya nelineinykh sistem avtomaticheskogo regulirovaniya i upravleniya* (Theory of Nonlinear Regulating and Control Systems), Moscow, Nauka, 1979, 256 p. (in Russian).
16. Kukin N. S., Nekrasov I. V. *Izvestiya instituta inzhenernoi fiziki* (Proceedings of the "Engineering Physics Institute"), Publishing house of the "Engineering Physics Institute", 2011, vol. 2, no. 20, pp. 28–32 (in Russian).
17. Nekrasov I. V. *Optimizatsiya stupenchatogo upravleniya diskretnoi sistemoi metodom chastichno-tselochislennogo programmirovaniya* (Implementing a Mixed-Integer Programming Procedure for Optimization of Step Mode Control Process in a Discrete System), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 3(156), pp. 9–13 (in Russian).
18. Bunday B. D. Basic Linear Programming. School of Mathematical Sciences, University of Bradford, 1984.
19. Attetkov A. V., Galkin S. V., Zarubin V. S. *Metody optimizatsii* (Optimization methods), Moscow, Publishing house of Moscow State Technical University after N. E. Bauman, 2003, 440 p. (in Russian).
20. Odlyzko A. M. Asymptotic Enumeration Methods, University of Minnesota, USA, available at <http://www.dtc.umn.edu/~odlyzko/doc/asymptotic.enum.pdf>, 192 p.
21. Kalitkin N. N. *Chislennyye metody* [Numerical Methods], Moscow, Nauka, 1978, 512 p. (p. 49–52; p. 214) (in Russian).
22. Dale S., Bara A., Gabor G. Interpolative Control Structure Design for a Heat Exchanger in a Geothermal Power Plant, *Journal of Computer Science and Control Systems*, 2008, no. 1, pp. 131–134.
23. Kimura Y., Mukai R., Kobayashi F., Kobayashi M. Interpolative variable-speed repetitive control and its application to a deburring robot with cutting load control, *Advanced Robotics*, 1992, vol. 7, iss. 1, pp. 25–39.
24. Balas M. M., Balas V. E. Optimizing the Distance-Gap between Cars by Fuzzy-Interpolative Control with Time to Collision Planning, *Mechatronics*, 2006 IEEE International Conference on, pp. 215–218.
25. Lin Chih-Min, Chun-Fei Hsu. Self-learning fuzzy sliding-mode control for antilock braking systems. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 2003, vol. 1, iss. 1, pp. 273–278.
26. Rostov N. V. *Sintez i mnogokriterialnaya optimizatsiya nelineynykh kvaziopimalnykh po bystrodeystviyu cifrovyyh regulyatorov* (Synthesis and multiobjective optimization of non-linear quasi time-optimal digital controllers), *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. "Computer Science. Telecommunications and Control Systems"*, 2014, no. 6 (210), pp. 59–66 (in Russian).
27. Zmeu K. V., Dyachenko P. A., Notkin B. S. *Releynoe nerjoseetvoe upravlenie sushchestvenno neopredelennym obektom v zadache maksimalnogo bystrodeystviya* (Relay neural network control for a significantly undefined system with the maximum speed criterion), *Intellektualnye Sistemy*, 2009, no. 2 (20), pp. 93–105 (in Russian).
28. Lukinov A. P., Machonin A. K. *Cifrovyye tabllichnye regulatory v sledyashchih privodakh* (Digital tabular regulator for tracking drive), *Avtomatizatsiya. Sovremennyye Tekhnologii*, 2010, no. 3, pp. 37–41 (in Russian).
29. Gorohov A. A. *Graficheskij metod formirovaniya maketa protsessy upravleniya po ehksperimental'nym dannym* (Graphical method of creating aquette of the process of experimental data management), *Omskij Nauchnyy Vestnik (Scientific Digest of Omsk)*, 2006, no. 7 (43), pp. 54–57 (in Russian).
30. Beresnev A. L., Beresnev M. A., Gurenko B. V. *Sposoby upravleniya dvs s iskrovym zazhiganiem v sostave avtonomnogo robotizirovannogo katera* (Approaches to control internal-combustion engine of an autonomous robotic vessel), *Innovacii v Nauke*, 2014, no. 38, pp. 34–38 (in Russian).
31. Karakaev A. B., Tarasenko A. A. *Sintez algoritma upravleniya marshevymi dvizhitel'nyami teleupravlyаемого neobitaемого подводного аппарата* (Synthesis of algorithm managements by mid-flight propellers of the long-distance uninhabited submersible), *Ehkspluatatsiya Morskogo Transporta*, 2013, no. 2 (72), pp. 40–44 (in Russian).
32. Dale S., Dragomir T.-L. Design Procedures of Some Interpolative Control Structures With Robustness Properties and Limitations, *CEAI*, 2008, vol. 10, no. 1, pp. 3–14.
33. Dale S., Silaghi, H. M. Procedural and software development of a Liapunov-based stability analysis method for interpolative-type control systems, *System Theory, Control and Computing (ICSTCC)*, 2013 17th International Conference, pp. 156–159.
34. Raibert M. H., Wimberly, F. C. Tabular control of balance in a dynamic legged system, *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on. Volume "SMC-14"*, 1984, iss. 2, pp. 334–339.
35. van der Smagt P. P. Interpolative robot control with the nested network approach, *Intelligent Control, Proceedings of the 1992 IEEE International Symposium on*, 1992, pp. 475–480.
36. Yang Wen-guang. Fuzzy Control Algorithm based on Spline Interpolation, Fuzzy Systems and Mathematics. 2009-03. Jiaotong University, Chengdu, China, available at http://en.cnki.com.cn/Article_en/CJFDTotat-MUTE200903025.htm
37. Nguyen H. N., Gutman P. O., Olaru S. Control with constraints for linear stationary systems: An interpolation approach, *Automation and Remote Control*, vol. 75, iss. 1, pp. 57–74.
38. Nekrasov I. V., Kukin N. S. *Izvestiya instituta inzhenernoi fiziki* (Proceedings of the "Engineering Physics Institute"), Publishing house of the "Engineering Physics Institute", 2013, vol. 2, no. 28, pp. 12–20 (in Russian).
39. Simon'yants R. P. *Dinamika releinoi stabilizatsii. Uchebnoe posobie po kursu "Dinamika dvizheniya i sistemy upravleniya"* (Dynamics of relay stabilization systems. Studying material for "Motion Dynamics and Control Systems" course), Moscow: Publishing house of Moscow State Technical University after N. E. Bauman, 1987, 52 p. (in Russian).

С. А. Белоконов, мл. науч. сотр., serge@idisys.iae.nsk.su,
Ю. Н. Золотухин, д-р техн. наук, гл. науч. сотр., zol@idisys.iae.nsk.su,
К. Ю. Котов, канд. техн. наук, науч. сотр., kotov@idisys.iae.nsk.su,
А. С. Мальцев, канд. техн. наук, науч. сотр., alexandr@idisys.iae.nsk.su,
А. А. Нестеров, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., aranesterov@gmail.com,
М. А. Соболев, мл. науч. сотр., max@idisys.iae.nsk.su,
М. Н. Филиппов, канд. техн. наук, зав. лаб., michael@idisys.iae.nsk.su,
А. П. Ян, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., yan@idisys.iae.nsk.su,
 Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск, Россия

Управление мобильными роботами в составе группы лидер—ведомые¹

Рассматривается задача управления движением группы мобильных роботов. Предложенный метод структурного синтеза замкнутых законов управления позволяет добиться явного выражения управляющих воздействий на основе уравнений требуемого движения в пространстве состояний объекта. Входными данными для управления объектами в составе группы лидер—ведомые являются только данные об относительном взаимном расположении лидера и ведомого. Поддержание требуемого расстояния между объектами при условии ограниченного радиуса взаимодействия объектов в группе, движение без столкновений и возможность обхода препятствий реализованы с помощью метода потенциальных функций в рамках данного подхода. Данные экспериментов подтверждают работоспособность системы управления в присутствии шумов измерений и внешних возмущений.

Ключевые слова: группа лидер—ведомые, управление группировкой мобильных роботов, структурный синтез систем автоматического управления, вынужденное движение

Введение

В течение последних лет наблюдается возрастающий интерес к исследованиям в области управления группировками подвижных автономных объектов — мобильных роботов. Для целого ряда задач совместное использование подвижных роботов в группе более эффективно, чем применение одного робота [1]. Принципы группового управления используются в задачах управления спутниками, автономными подводными [2], наземными [3] или воздушными [4] аппаратами.

В настоящее время можно выделить три основных подхода к управлению группой подвижных объектов: лидер—ведомый [5], ситуационный подход [3], виртуальные структуры [6]. В данной работе используется подход лидер—ведомые, предполагающий разделение членов группы на объекты-лидеры и объекты-ведомые. Задачей объектов-ведомых является следование за лидером. Достоинством данного метода является относительная простота законов управления, а недостатком — зависимость успеха миссии группы от состояния объекта-лидера.

В отличие от работ [3, 7, 8], где для задания требуемого положения ведомого необходимо знать абсолютное положение и/или курс лидера, мы ис-

пользуем метод, в котором положение ведомого задается только в системе координат ведомого с привлечением информации об относительном взаимном расположении лидера и ведомого. Применение такого подхода более оправдано с точки зрения практических приложений — как правило, мобильный робот в группе может располагать данными сенсоров только об относительном расположении по отношению к другим роботам группы.

Коммуникационные или сенсорные возможности автономных роботов накладывают существенные ограничения при использовании данных подходов, связанные с конечной областью взаимодействия объекта с окружением. Также необходимо обеспечить отсутствие столкновений между объектами в группе и обход препятствий. В настоящей работе эти задачи решаются с привлечением метода потенциальных функций [9, 10].

Одним из основных методов, применяемых при синтезе законов управления движением объектов в таких группах, является метод линеаризации обратной связи [11]. Применение данного метода ограничивается сложностью кинематической модели, а также невысокой робастностью данного метода по отношению к внешним возмущениям.

В данной работе развивается метод структурного синтеза (функционального управления) замкнутых законов управления на основе организации

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 15-08-03233).

движения системы вдоль предписанной траектории в пространстве состояний [12–14]. Для управления движением однородной группы мобильных колесных роботов с дифференциальным приводом используется разработанный и успешно примененный в ряде приложений [8, 15, 16] метод поэтапного задания требуемых уравнений движения, позволяющий в итоге добиться явного выражения управляющих воздействий.

Численные эксперименты подтверждают работоспособность системы управления в присутствии шумов измерений и внешних возмущений.

1. Постановка задачи

Рассмотрим однородную группу мобильных роботов, где уравнения кинематики и динамики i -го робота имеют следующий вид [3]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \sin \phi_i; \\ \dot{y}_i &= v_i \cos \phi_i; \\ \dot{\phi}_i &= \omega_i; \\ \dot{v}_i &= \frac{F_i}{m_i}; \\ \dot{\omega}_i &= \frac{M_i}{J_i}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь x_i, y_i — координаты объекта на плоскости; v_i, ω_i — линейная и угловая скорости объекта; ϕ_i — угол, характеризующий направление движения объекта относительно оси ординат (рис. 1); m_i — масса объекта; J_i — момент инерции объекта. К управляющим переменным относятся продольная движущая сила F_i и вращающий момент M_i . Здесь и далее точка над переменной обозначает ее производную по времени.

Управление объектом осуществляется изменением параметров $\frac{F_i}{m_i}$ и $\frac{M_i}{J_i}$ — линейного и углового ускорений объекта. Выделим в составе группы объект-лидер группы, относительно которого остальные члены группы определяют свое положение и за которым они следуют. Будем полагать, что движение лидера по предписанной траектории осуществляется согласно некоторому закону управления, например, изложенному в работе [8]. Для описания движения остальных членов группы необходимо указать их место в группе относительно лидера. Считаем, что навигационная система робота-ведомого может определять следующие параметры расположения ведомого относительно лидера: d_i — расстояние до лидера, α_i — направление на лидера относительно направления движения ведомого (рис. 1). Такие данные являются дальнометрической информацией и могут быть получены при использовании, например, лазерных сканеров.

Поставим перед роботом-ведомым задачу выхода в целевое положение T_0 , заданное параметрами

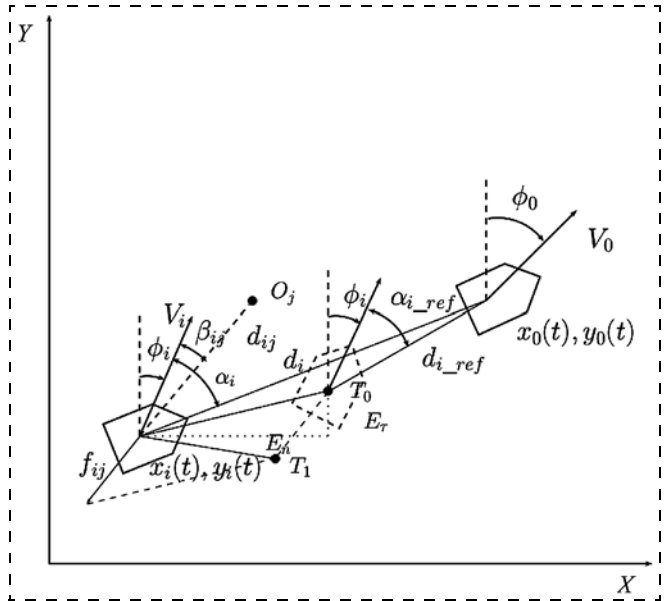


Рис. 1. Движение ведомого относительно заданного положения в группе

относительного положения ведомого и лидера $d_{i_ref}, \alpha_{i_ref}$ (рис. 1). В работе [17] показано, что после завершения переходных процессов в системе управления, т.е. в стационарном режиме, направления движения ведомого и лидера совпадают, и поэтому такой способ задания положения ведомого эквивалентен способу задания целевого положения с привлечением информации о направлении движения лидера. По этой же причине нет необходимости вводить дополнительное управление при приближении ведомого к целевому положению, как это было сделано в работе [8].

Зададим ошибку в положении ведомого относительно целевого положения двумя величинами (рис. 1):

$$\left. \begin{aligned} E_{\tau i} &= d_i \cos(\phi_i + \alpha_i) - d_{i_ref} \cos(\phi_i + \alpha_{i_ref}); \\ E_{ni} &= d_i \sin(\phi_i + \alpha_i) - d_{i_ref} \sin(\phi_i + \alpha_{i_ref}). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Существенным является требование обхода препятствий и исключения коллизий между объектами в группе. При решении такой задачи управления широко используются методы потенциальных функций [9]. В предложенной постановке задачи достаточно описать отталкивание i -го объекта от препятствия или другого объекта группы с индексом j на расстоянии d_{ij} , например, функцией вида

$$J_{ij}^{rep}(d_{ij}) = \begin{cases} d_0/d_{ij}, & \text{если } d_{ij} < d_0; \\ 0, & \text{если } d_{ij} \geq d_0. \end{cases} \quad (3)$$

Для сохранения целостности группы при условии ограниченного радиуса взаимодействия объектов в группе используем метод, где топология группы задается в виде неориентированного графа, и дальнейший выбор поправки J_{ij}^{con} в потенциальной функции взаимодействия (3) осуществляется на основе сохранения связности данного графа [10]. Объект i может удаляться от объекта j на расстоя-

ние, превышающее радиус видимости r , в случае, если звено, образованное парой вершин (i, j) , принадлежит циклу с длиной $l > 1$ в графе:

$$J_{ij}^{con}(d_{ij}) = \begin{cases} \ln(r - d_{ij}), & \text{если } l = 1; \\ 0, & \text{если } l > 1. \end{cases} \quad (4)$$

Результирующая потенциальная функция, действующая на объект, примет вид

$$J_{ij}(d_{ij}) = J_{ij}^{rep}(d_{ij}) + J_{ij}^{con}(d_{ij}). \quad (5)$$

Выражение (2) эквивалентно заданию линейной силы притяжения или ее составляющих к целевому положению. С учетом сил отталкивания от N препятствий и притяжения к M объектам группы (5) уравнения (2) примут вид

$$\left. \begin{aligned} E_{\tau i} &= d_i \cos(\phi_i + \alpha_i) - d_{i_ref} \cos(\phi_i + \alpha_{i_ref}) - \\ &- \sum_{j=1}^N J_{ij}^{rep} \cos(\phi_i + \beta_{ij}) - \sum_{k=1}^M J_{ik}^{con} \cos(\phi_i + \gamma_{ik}); \\ E_{ni} &= d_i \sin(\phi_i + \alpha_i) - d_{i_ref} \sin(\phi_i + \alpha_{i_ref}) - \\ &- \sum_{j=1}^N J_{ij}^{rep} \sin(\phi_i + \beta_{ij}) - \sum_{k=1}^M J_{ik}^{con} \sin(\phi_i + \gamma_{ik}). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Здесь β_{ij}, γ_{ik} — направление на препятствие и на объект с индексами j и k относительно направления движения объекта. Действие потенциальной функции (5) приведет к смещению целевого положения из т. T_0 в т. T_1 (рис. 1). Отметим, что при использовании выражения (6) существует возможность попадания в локальные минимумы величин $E_{\tau i}, E_{ni}$ и недостижения целевого положения объектом. Выход из таких локальных минимумов может быть организован на основе проверки выполнения исходных соотношений (2).

2. Синтез алгоритма управления

Согласно изложенной в работе [17] методике введем функции

$$\left. \begin{aligned} S_{1i} &= \dot{E}_{\tau i} + k_e E_{\tau i}; \\ S_{2i} &= \dot{E}_{ni} + k_e E_{ni}; \\ S_i &= \frac{1}{2} (S_{1i}^2 + S_{2i}^2) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

и будем выбирать управляющие параметры исходя из условия

$$\frac{d}{dt} S_i \leq 0. \quad (8)$$

Знак равенства в соотношении (8) допустим только при $S_i = 0$, что гарантирует выполнение условий $S_{1i} = 0$ и $S_{2i} = 0$. В случае $S_i \neq 0$ выполнение условия $\dot{S}_i < 0$ вынуждает движение системы в окрестности траектории, определяемой уравнениями $S_{1i} = 0$ и $S_{2i} = 0$.

Вычислим

$$\dot{S}_i = S_{1i} \dot{S}_{1i} + S_{2i} \dot{S}_{2i}. \quad (9)$$

С учетом (7) и уравнений движения (1)

$$\begin{aligned} \dot{S}_i &= \frac{F_i}{m_i} (S_{1i} \cos(\phi_i) + S_{2i} \sin(\phi_i)) + \\ &+ \frac{M_i}{J_i} (S_{1i} \sin(\phi_i + \alpha_{i_ref}) - S_{2i} \cos(\phi_i + \alpha_{i_ref})) + \dots \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь многоточием обозначены члены, не содержащие управляющих параметров F_i и M_i . При отсутствии ограничений на переменные F_i, M_i и с учетом требования (8) определим управляющие параметры как

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_i}{m_i} &= -c_{1i} (S_{1i} \cos(\phi_i) + S_{2i} \sin(\phi_i)); \\ \frac{M_i}{J_i} &= -c_{2i} (S_{1i} \sin(\phi_i + \alpha_{i_ref}) - S_{2i} \cos(\phi_i + \alpha_{i_ref})). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Здесь c_{1i}, c_{2i} — коэффициенты усиления по каналу управления скоростью и курсом соответственно. Очевидно, что при достаточно больших значениях коэффициентов c_{1i} и c_{2i} можно выполнить условие (8).

Отметим, что в уравнениях (2), (11) используется курсовой угол ϕ_i , характеризующий направление движения ведомого в абсолютной системе координат. Если считать, что данная система координат связана с роботом или, иначе говоря, является связанной, мы можем принять $\phi_i = 0$ в уравнениях (2), (11):

$$\left. \begin{aligned} E_{\tau i} &= d_i \cos(\alpha_i) - d_{i_ref} \cos(\alpha_{i_ref}); \\ E_{ni} &= d_i \sin(\alpha_i) - d_{i_ref} \sin(\alpha_{i_ref}). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_i}{m_i} &= -c_{1i} S_{1i}; \\ \frac{M_i}{J_i} &= -c_{2i} (S_{1i} \sin(\alpha_{i_ref}) - S_{2i} \cos(\alpha_{i_ref})). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Таким образом, управление роботом может осуществляться только на основе информации об относительном расположении ведомого и лидера, определяемой параметрами d_i, α_i . В таком подходе удастся сформировать управляющие параметры в виде сравнительно простых зависимостей от отклонений объекта от желаемой траектории, однако время выхода на желаемую траекторию изменения ошибок при этом не определено.

Выполнение условий $S_{1i} = 0$ и $S_{2i} = 0$ можно обеспечить при выполнении следующих неравенств:

$$\frac{d}{dt} S_{1i}^2 \leq 0; \quad \frac{d}{dt} S_{2i}^2 \leq 0. \quad (14)$$

Усилим условия (14), положив

$$\dot{S}_{1i} = -\alpha_{1i} S_{1i}; \quad \dot{S}_{2i} = -\alpha_{2i} S_{2i}. \quad (15)$$

Здесь $\alpha_{1i} > 0, \alpha_{2i} > 0$ определяют постоянные времени $1/\alpha_{1i}, 1/\alpha_{2i}$, с которыми S_{1i}, S_{2i} экспоненциально стремятся к нулю. Дифференцируя соот-

ношения (2) и подставляя результаты в выражение (15) с учетом (1) и $\phi_i = 0$, получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_i}{m_i} &= \ddot{y}_0 - d_{i_ref} \left(\cos(\alpha_{i_ref}) \dot{\phi}_i^2 + \sin(\alpha_{i_ref}) \frac{M_i}{J_i} \right) - \\ &- \alpha_i S_{1i} - k_e \dot{E}_{\tau i}; \\ \frac{M_i}{J_i} &= \frac{1}{d_{i_ref} \cos(\alpha_{i_ref})} \times \\ &\times (v_i \dot{\phi}_i - \ddot{x}_0 + d_{i_ref} \sin(\alpha_{i_ref}) \dot{\phi}_i^2 + \alpha_2 S_{2i} + k_e \dot{E}_{ni}). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

При условии равномерного движения значения ускорений $\ddot{x}_0$, $\ddot{y}_0$ лидера можно полагать равными нулю, таким образом, для использования соотношений (16) необходима дополнительная информация о скоростных характеристиках ведомого — параметрах v_i и $\dot{\phi}_i$. Эта информация может быть получена при использовании блока инерциальных датчиков на борту робота-ведомого.

3. Результаты моделирования

Проверку эффективности предложенного алгоритма управления проводили посредством числен-

ного моделирования. В качестве объекта управления была выбрана модель робота e-руск с дифференциальным приводом [18], в упрощенном виде задаваемая дискретными соотношениями

$$\left. \begin{aligned} x_i^k &= x_i^{k-1} + \Delta t v_i^k \sin \phi_i^k; \\ y_i^k &= y_i^{k-1} + \Delta t v_i^k \cos \phi_i^k; \\ \phi_i^k &= \phi_i^{k-1} + \Delta t w_i^k; \\ v_i^k &= \frac{1}{2a_0} (U_{1i}^k + U_{2i}^k); \\ w_i^k &= \frac{1}{2a_0 l} (U_{1i}^k - U_{2i}^k), \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где постоянные коэффициенты $1/(2a_0) = 0,0652 \cdot 10^{-3}$, $2l = 0,05290$; Δt — шаг дискретизации по времени.

Управляющие воздействия на колесах $U_{1i}^k + U_{2i}^k$,

$U_{1i}^k - U_{2i}^k$ соответствуют искомым ускорениям

$\frac{F_i}{m_i}$ и $\frac{M_i}{J_i}$. Координаты положения и ориентации ро-

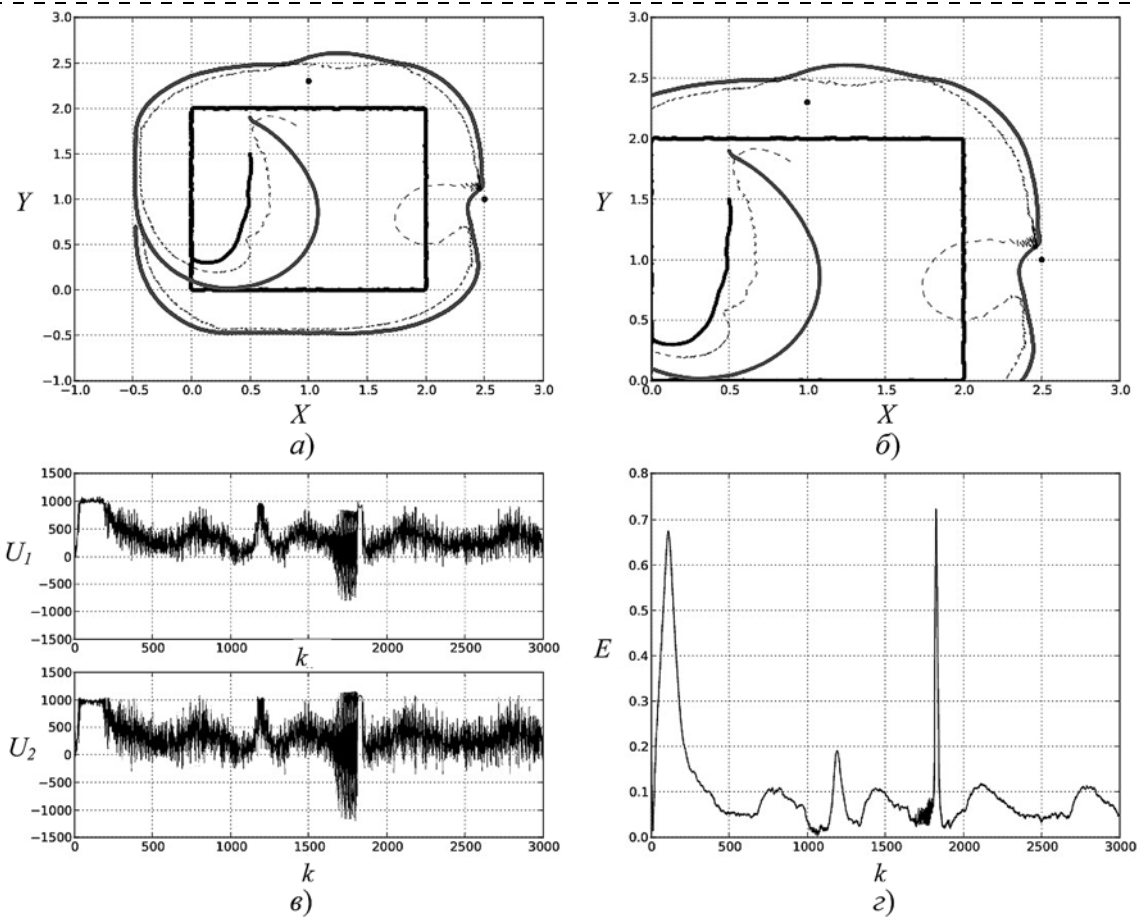


Рис. 2. Движение группы в составе лидер—ведомый на основе алгоритма (13):

a — траектория движения группы в плоскости (x, y) ; b — увеличенный фрагмент траектории движения группы; c — управляющие параметры; d — отклонение ведомого от заданного целевого положения

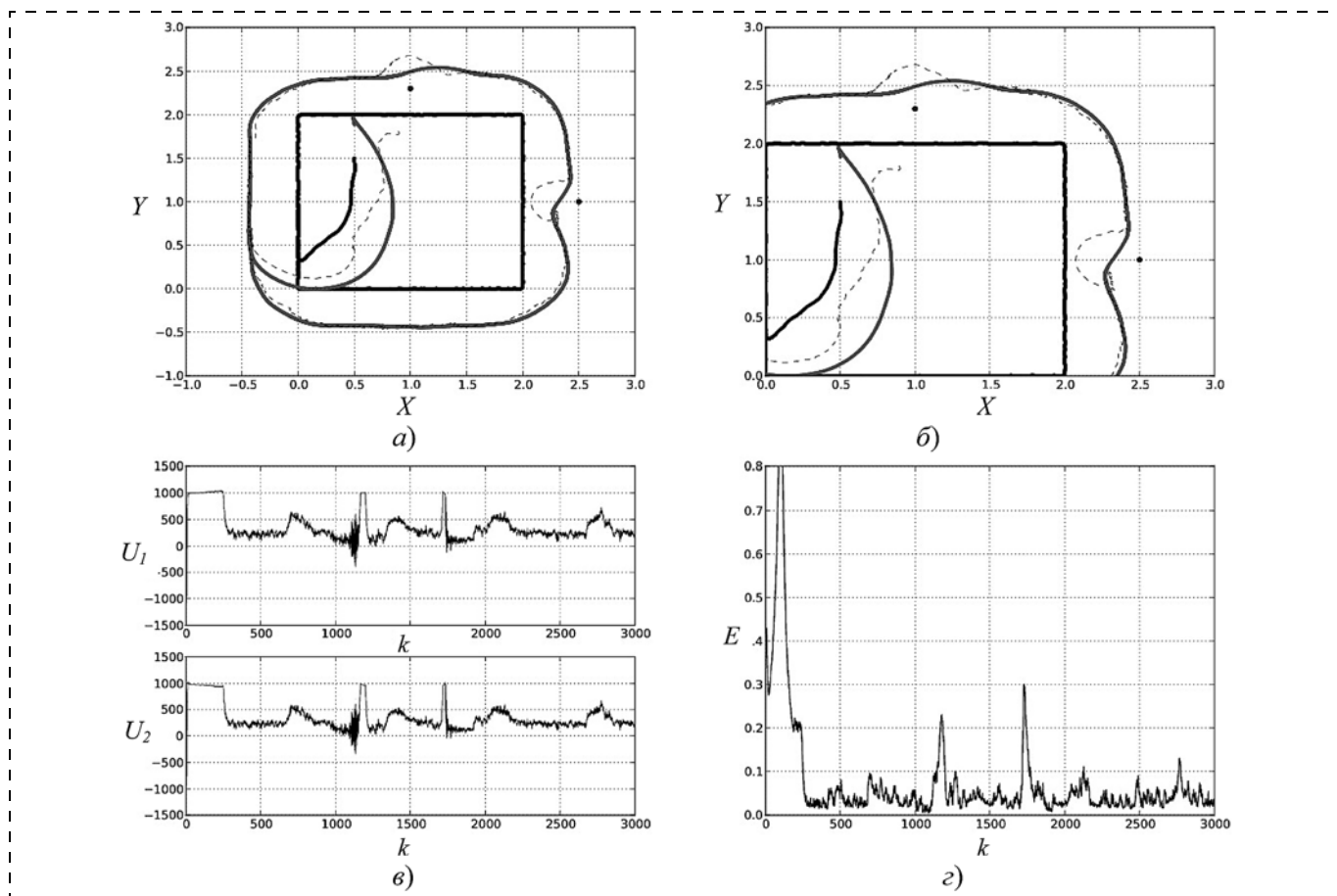


Рис. 3. Движение группы в составе лидер—ведомый согласно алгоритму (16):

a — траектория движения группы в плоскости (x, y) ; *б* — увеличенный фрагмент траектории движения группы; *в* — управляющие параметры; *г* — отклонение ведомого от заданного целевого положения

бота x_i^k, y_i^k, ϕ_i^k зашумлялись аддитивным гауссовым шумом с соответствующим разбросом $\sigma_x = 0,001$ м, $\sigma_y = 0,001$ м, $\sigma_\phi = 0,05$ рад. Движение робота-лидера вдоль предписанной траектории осуществлялось согласно алгоритму управления, предложенному в работе [8]. Использовали следующие параметры расположения ведомого относительно лидера: $d_{l_ref} = 0,5$ м, $\alpha_{l_ref} = \pi/2$ рад. Ведомым выполнялся обход неподвижных препятствий, расположенных в точках $(1,0, 2,3)$ и $(2,5,1,0)$.

На рис. 2 приведены результаты моделирования для случая движения группы в составе лидер—ведомый с использованием предложенного алгоритма (13). Задание целевого положения ведомого в группе (рис. 2, *a, б*, пунктирная кривая) относительно текущей ориентации ведомого обеспечивает незначительное требуемое ускорение на поворотах траектории (рис. 2, *a, б*, сплошная линия). При этом размах амплитуды колебаний управляющих воздействий составляет около 0,5 от максимально допустимых значений (рис. 2, *в*). Среднеквадратическое отклонение от целевого положения составляет около 0,004 м на участках равномерного движения (рис. 2, *г*).

Использование информации о скоростных характеристиках ведомого в алгоритме (16) позволяет обеспечить более плавный обход препятствий (рис. 3, *a, б*) и использовать существенно меньший ресурс по управлению при движении с соизмеримым значением отклонения ведомого от целевого положения (рис. 3, *в, г*).

Заключение

Предложен алгоритм управления неголономными мобильными роботами с дифференциальным приводом в составе маневрирующей группы лидер—ведомые. Применяемый авторами метод структурного синтеза позволяет сформировать управляющие воздействия для роботов-ведомых группы только на основе информации об относительном расположении ведомых и лидера без привлечения абсолютных пространственных координат роботов. Для поддержания требуемого расстояния между объектами при условии ограниченного радиуса взаимодействия объектов в группе, движения без столкновений и возможности обхода препятствий используется метод потенциальных функций. Предложенным алгоритмом управления обеспечиваются гладкие траектории движения и высокая робастность по отношению к шумам измерений.

Список литературы

1. Schaub Hanspeter, Vadali Srinivas R., Alfriend Kyle T. Spacecraft formation flying control using mean orbit elements // Journal of the Astronautical Sciences. 2000. Vol. 48, N. 1. P. 69–87.
2. Smith T. R., Mann H. H., Leonard N. E. Orientation control of multiple underwater vehicles // Proc. 40th IEEE Conf. Decision and Control. 2001. P. 4598–4603.
3. Lawton J. R., Beard R. W., Young B. J. A decentralized approach to formation maneuvers // IEEE Trans. on Robotics and Automation. 2003. Vol. 19, N. 6. P. 933–941.
4. Burns R. et al. Techsat21: Formation design, control, and simulation // Proc. IEEE Aerospace Conf. 2000. P. 19–25.
5. Aveek K. Das, Rafael Fierro, Vijay Kumar, James P. Ostrowski, John Spletzer, Camillo J. Taylor. A vision-based formation control framework // Robotics and Automation, IEEE Transactions on. 2002. Vol. 18, N. 5. P. 813–825.
6. Lewis M. Anthony, Tan Kar-Han. High precision formation control of mobile robots using virtual structures // Auton. Robots. 1997. Vol. 4, N. 4. P. 387–403.
7. Luca Consolini, Fabio Morbidi, Domenico Prattichizzo, Mario Tosques. Leader–follower formation control of nonholonomic mobile robots with input constraints // Automatica. 2008. Vol. 44, N. 5. P. 1343–1349.
8. Золотухин Ю. Н., Котов К. Ю., Нестеров А. А. Децентрализованное управление подвижными объектами в составе маневрирующей группы // Автометрия. 2007. Т. 43, № 3. С. 31–39.
9. Fiorelli Edward, Bhatta Pradeep, Leonard Naomi Ehrlich. Adaptive sampling using feedback control of an autonomous underwater glider fleet // Proc. 13th Int. Symposium on Unmanned Untethered Submersible Tech. 2003. P. 1–16.
10. Котов К. Ю. Алгоритм управления группировкой подвижных автономных агентов // Матер. VIII Междунар. науч.-техн. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения" АПЭП — 2006. 2006. Т. 7. С. 230–235.
11. Desai Jaydev P., Ostrowski James P., Kumar Vijay. Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots // Robotics and Automation, IEEE Transactions on. 2001. Vol. 17, N. 6. P. 905–908.
12. Бойчук Л. М. Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. М.: Энергия, 1971.
13. Колесников А. А. Синергетическая теория управления. Таганрог: ТРТУ, М.: Энергоатомиздат, 1994. 344 с.
14. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: Нелинейные модели. М.: Наука, 1988. 330 с.
15. Золотухин Ю. Н., Нестеров А. А. Управление перевернутым маятником с учетом диссипации энергии // Автометрия. 2010. № 5. С. 3–11.
16. Белоконов С. А., Золотухин Ю. Н., Мальцев А. С., Нестеров А. А., Филиппов М. Н., Ян А. П. Управление параметрами полета квадрокоптера при движении по заданной траектории // Автометрия. 2012. № 5. С. 32–41.
17. Золотухин Ю. Н., Котов К. Ю., Мальцев А. С., Нестеров А. А., Соболев М. А., Филиппов М. Н., Ян А. П. Робастное управление подвижными объектами в группе лидер–ведомые с использованием метода структурного синтеза // Автометрия. 2015. Т. 51, № 5. С. 82–91.
18. Золотухин Ю. Н., Котов К. Ю., Мальцев А. С., Нестеров А. А., Филиппов М. Н. Управление траекторным движением группы мобильных роботов: моделирование и эксперимент // Материалы X Междунар. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-2010)", Новосибирск. 2010. С. 101–106.

Control of the Mobile Robots in a Leader–Follower Formation

S. A. Belokon, serge@idisys.iae.nsk.su, Yu. N. Zolotukhin, zol@idisys.iae.nsk.su,
K. Yu. Kotov, kotov@idisys.iae.nsk.su, A. S. Maltsev, alexandr@idisys.iae.nsk.su,
A. A. Nesterov, aranesterov@gmail.com, M. A. Sobolev, max@idisys.iae.nsk.su,
M. N. Filippov, michael@idisys.iae.nsk.su, A. P. Yan, yan@idisys.iae.nsk.su,
Institute of Automation and Electrometry, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
Novosibirsk, 630090, Russian Federation

Corresponding author: Kotov Konstantin Yu., Ph. D.,
Institute of Automation and Electrometry, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
Novosibirsk, 630090, Russian Federation, e-mail: kotov@idisys.iae.nsk.su

Received on November 13, 2015

Accepted on November 18, 2015

The authors consider the problem of control of the mobile robots' motion in a leader–follower formation. They use a method, in which the follower position is defined only in the follower-fixed coordinate system and the only information involved is the relative mutual positions of the leader and the follower. Such an approach is more relevant from the viewpoint of applications. For a mobile robot in the formation, the only available information is usually the data from the sensors concerning its relative position with respect to the other robots in the formation. One of the basic methods used for synthesizing of the laws for control of the objects' motion in the formations is the feedback linearization method, although application of this method is limited due to high complexity of the kinematic model and also rather low robustness of this method with respect to the external disturbances. Many researchers dealing with the control of robots in a leader–follower formation use the theory of systems with a variable structure for development of the control laws invariant to the external disturbances. A significant drawback of such control laws is emergence of high-frequency switching in the control signals. Recently specialists have shown an increased interest to the methods of the spatial (functional or program—coordinate) control mainly aimed at a direct solution of the problem of stabilization of the motion over a manifold. A typical feature of the method of the structural synthesis (functional control), also revealed in this work, is the extension of the definition of the relative motion by using an implicit model. Because of the drawbacks of the existing analytical and experimental investigations done by the method of the structural synthesis and also due to certain functional bottlenecks of the existing approaches, the further development of the structural synthesis of the closed control laws on the basis of organizing of a system of motion along a prescribed trajectory in the space of states, is an important task. In this work, the authors use the method of organization of the forced motion along the desired trajectory in the space of states of an object within the problem of control of the motion of a homogeneous formation of the mobile robots with a differential drive. By keeping the required distance between the robots in case of a limited range of interaction of objects in a group by the method of potential functions, it is possible to avoid collisions and obstacles. Numerical experiments confirm the workability of the control system in the presence of the measurement noise and external disturbances.

Keywords: leader–follower formation, control of a formation of mobile robots, structural synthesis of the automated control systems, forced motion

Acknowledgements: The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 15-08-03233

For citation:

Belokon S. A., Zolotukhin Yu. N., Kotov K. Yu., Maltsev A. S., Nesterov A. A., Sobolev M. A., Filippov M. N., Yan A. P. Control of the Mobile Robots in a Leader—Follower Formation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 3, pp. 166—172.

DOI: 10.17587/mau/17.166-172

References

1. **Schaub Hanspeter, Vadali Srinivas R., Alfriend Kyle T.** Spacecraft formation flying control using mean orbit elements, *Journal of the Astronautical Sciences*, 2000, vol. 48, no. 1, pp. 69—87.
2. **Smith T. R., Mann H. H., Leonard N. E.** Orientation control of multiple underwater vehicles, *Proc. 40th IEEE Conf. Decision and Control*, 2001, pp. 4598—4603.
3. **Lawton J. R., Beard R. W., Young B. J.** A decentralized approach to formation maneuvers, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 2003, vol. 19, no. 6, pp. 933—941.
4. **Burns R. C., McLaughlin A., Leitner J., Martin M.** Techsat21: Formation design, control, and simulation, *Proc. IEEE Aerospace Conf.*, 2000, pp. 19—25.
5. **Aveek K. Das, Rafael Fierro, Vijay Kumar, James P. Ostrowski, John Spletzer, Camillo J. Taylor.** A vision-based formation control framework, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 2002, vol. 18, no. 5, pp. 813—825.
6. **Lewis M. Anthony, Tan Kar-Han.** High precision formation control of mobile robots using virtual structures, *Auton. Robots*, 1997, vol. 4, no. 4, pp. 387—403.
7. **Luca Consolini, Fabio Morbidi, Domenico Prattichizzo, Mario Tosques.** Leader—follower formation control of nonholonomic mobile robots with input constraints, *Automatica*, 2008, vol. 44, no. 5, pp. 1343—1349.
8. **Zolotukhin Yu. N., Kotov K. Yu., Nesterov A. A.** Decentralizovannoe upravlenie podvizhnymi obektami v sostave manevriruyushchej gruppy (Decentralized control of mobile robots in formation), *Aviometriya*, 2007, vol. 43, no. 3, pp. 31—39 (in Russian).
9. **Fiorelli Edward, Bhatta Pradeep, Leonard Naomi Ehrlich.** Adaptive sampling using feedback control of an autonomous underwater glider fleet, *Proc. 13th Int. Symposium on Unmanned Untethered Submersible Tech.*, 2003, pp. 1—16.
10. **Kotov K. Yu.** Algoritim upravleniya gruppировкой podvizhnykh avtonomnykh agentov (Control algorithm of autonomous agents in formation), *Mater. VIII mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. "Aktualnye problemy elektronnoy priroboostroeniya" APEP-2006*, 2006, vol. 7, pp. 230—235 (in Russian).
11. **Desai Jaydev P., Ostrowski James P., Kumar Vijay.** Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots, *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 2001, vol. 17, no. 6, pp. 905—908.
12. **Boychuk L. M.** Metod strukturnogo sinteza nelineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya (Structural synthesis method of automatic control nonlinear systems), Moscow, Energiya, 1971 (in Russian).
13. **Kolesnikov A. A.** Sinergeticheskaya teoriya upravleniya (The synergetic control theory), Moscow, Energoatomizdat, 1994, 344 p. (in Russian).
14. **Krutko P. D.** Obratnye zadachi dinamiki upravlyaemykh sistem: Nelinejnye modeli (Inverse Problems of Control System Dynamics: Nonlinear Models), Moscow, Nauka, 1988, 330 p. (in Russian).
15. **Zolotukhin Yu. N., Nesterov A. A.** Upravlenie perevyornutym mayatnikom s uchyotom dissipatsii ehnergii (Inverted pendulum control with allowance for energy dissipation), *Aviometriya*, 2010, vol. 46, no. 5, pp. 3—10 (in Russian).
16. **Belokon' S. A., Zolotukhin Yu. N., Mal'tsev A. S., Nesterov A. A., Filippov M. N., Yan A. P.** Upravlenie parametrami poleta kvadrokoptera pri dvizhenii po zadannoj traektorii (Control of flight parameters of a quadrotor vehicle moving over a given trajectory), *Aviometriya*, 2012, vol. 48, no. 5, pp. 32—41 (in Russian).
17. **Zolotukhin Yu. N., Kotov K. Yu., Mal'tsev A. S., Nesterov A. A., Sobolev M. A., Filippov M. N., Yan A. P.** Robastnoe upravlenie podvizhnymi obektami v grappe lider-vedomye s ispolzovaniem metoda strukturnogo sinteza (Robust Control of Moving Objects in a Leader—Follower Formation by the Method of Structural Synthesis), *Aviometriya*, 2015, vol. 51, no. 5, pp. 82—91 (in Russian).
18. **Zolotukhin Yu. N., Kotov K. Yu., Mal'tsev A. S., Nesterov A. A., Filippov M.** Upravlenie traektornym dvizheniem gruppy mobilnykh robotov: modelirovanie i ehksperiment (Trajectory tracking of mobile robots formation: simulation and experiment), *Mater. X mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. "Aktualnye problemy elektronnoy priroboostroeniya" APEP-2010*, 2010, pp. 101—106 (in Russian).

УДК 621.3

DOI: 10.17587/mau/17.172-177

В. Г. Градецкий¹, гл. науч. сотр., д-р техн. наук, проф., gradet@ipmnet.ru,
М. М. Князьков¹, ст. науч. сотр., канд. техн. наук, **Е. А. Семёнов**¹, ст. науч. сотр., канд. техн. наук,
А. Н. Суханов^{1, 2}, мл. науч. сотр., аспирант, suhanov-artiom@yandex.ru,

¹ Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва

² Московский государственный технологический университет СТАНКИН

Адаптивные захватные устройства мобильных роботов с миниатюрными эжекторами*

Анализируются принципиальные схемы адаптивных пневматических захватных устройств роботов вертикального перемещения в экстремальных условиях при неизвестных заранее свойствах и качестве поверхностей, по которым происходит движение. Приводятся основные расчетные соотношения и результаты экспериментальных исследований, включая конструктивные схемы адаптивных пневматических захватных устройств.

Ключевые слова: адаптивные захватные устройства, принципиальные схемы, миниатюрные эжекторы, роботы вертикального перемещения

Введение

Для эффективного и надежного использования мобильных роботов, осуществляющих движение в экстремальных условиях по поверхностям непред-

сказуемого во многих случаях качества, в последние годы намечается тенденция разработки и оснащения роботов пневматическими устройствами адаптации к поверхностям, по которым происходит движение [1—4]. Адаптация осуществляется посредством применения различных конструктивных решений или автоматического изменения степени вакуума с помощью миниатюрных вакуумных воздушно-струйных эжекторов [5—15].

*Работа выполнена при поддержке Гранта РФФИ № 15-08-014117 "Исследования и разработки адаптивных вакуумных устройств мобильных роботов, перемещающихся по сложным поверхностям" и Программы Президиума РАН № П-31 "Актуальные проблемы робототехники".

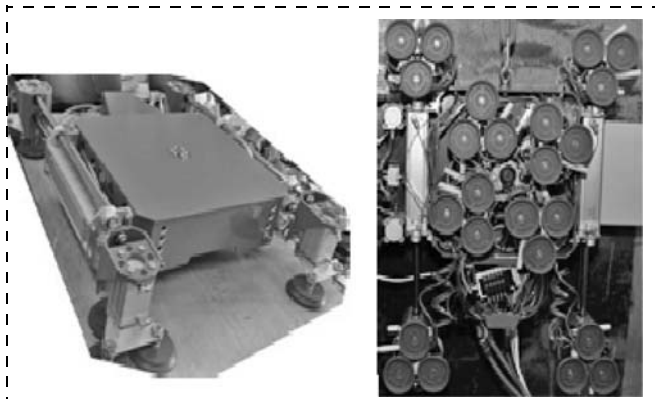


Рис. 1. Общий вид и вид снизу робота вертикального перемещения

Механическая и пневматическая адаптация позволяет простыми и эффективными способами обеспечить в сложных условиях эксплуатации надежное движение роботов вертикального перемещения. На рис. 1 показан один из возможных вариантов такого робота, состоящий из большой и малой платформ, поочередно фиксирующихся к поверхности перемещения с помощью эжекторных вакуумных захватных устройств [16–18].

Несмотря на имеющиеся разработки пневматических захватных устройств и проведенные исследования процессов в эжекторных вакуумных системах, для придания захватным устройствам свойств надежной адаптации потребовалась разработка новых принципиальных решений для устройств сцепления с поверхностями и уточнение расчетных соотношений миниатюрных эжекторных систем необходимой производительности, предназначенных для адаптивных захватных устройств.

Несмотря на выполненные ранее исследования эжекторных вакуумных систем [5–10] и приведенные в промышленных каталогах ряда фирм характеристики, эффективное применение таких систем потребовало получения дополнительных данных. Существенным является выбор режима работы эжектора, установление режима наибольшей производительности, при котором вакуум достигает наибольшего значения, и определение зависимостей величин вакуума от давления питания эжектора.

Выполненные исследования базируются на ранее полученных результатах, приведенных в работах [12–21].

Вакуумные захватные устройства с эжекторной системой создания вакуума находят применение в манипуляционных и в мобильных роботах. Однако для использования в мобильных роботах они должны быть миниатюрными и эффективными. Процесс движения роботов вертикального перемещения включает осуществление контакта с поверхностью и дальнейшее движение вдоль поверхности.

Существуют два основных способа движения таких роботов.

Первый способ — непрерывное движение за счет колесной системы приводов и вакуумной емкости,

служащей корпусом для скользящего уплотнения, осуществляющего непрерывный контакт с поверхностью посредством вакуума, создаваемого центробежным насосом.

Второй способ — дискретное пошаговое движение, которое происходит за счет пневматической системы приводов, и контакт с поверхностью при этом осуществляется в результате попеременного выдвигания захватных устройств.

В данной работе рассматривается второй способ перемещения и соответствующие этому движению способы контакта с поверхностью посредством эжектора [12].

1. Принципиальные схемы адаптации вакуумных захватных устройств

В настоящее время в робототехнических системах используются три наиболее распространенных способа адаптации вакуумных захватных устройств: на основе применения в конструкции захвата микропористых материалов, путем увеличения упругой податливости контактного материала захвата и с помощью миниатюрных запорных клапанов для уменьшения расхода воздуха [12].

Вакуумное захватное устройство с микропористой структурой (рис. 2) содержит эжектор 1, глушитель 2, полость вакуумирования 3, подошву (основу) из материала с микропористой или капиллярной структурой 4.

Принцип действия устройства заключается в том, что микропористый материал при контакте с поверхностью облегают участки поверхности с дефектами таким образом, что сопротивление потоку воздуха оказывается разным на дефектных и бездефектных участках, и контакт со всей поверхностью фиксации происходит за счет недефектных участков. Таким об-

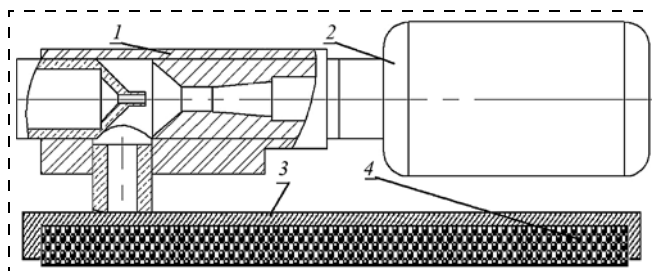


Рис. 2. Вакуумное захватное устройство с микропористым контактным материалом, принимающим форму дефектной поверхности

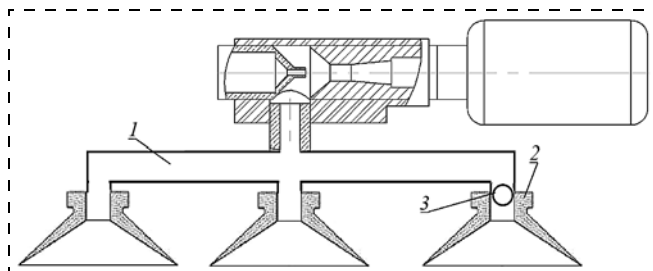


Рис. 3. Вакуумное захватное устройство с запорным клапаном в присоске

разом, данное устройство адаптируется к дефектам поверхности фиксации и может нормально функционировать на таких поверхностях.

В качестве следующего способа адаптации рассмотрим оснащение вакуумного захватного устройства запорным клапаном. В состав такого вакуумного захватного устройства входят: вакуумный канал 1, захватные устройства 2, запорный клапан 3 (рис. 3).

Такие типы устройств могут функционировать только на горизонтальной поверхности, когда на запорный элемент клапана, например шарик, действует сила тяжести. При вертикальном или горизон-

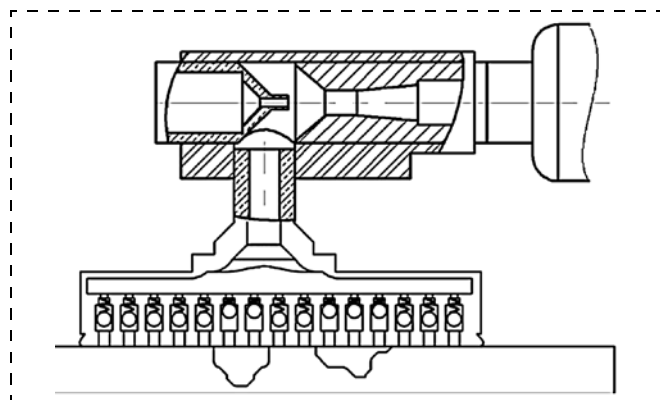


Рис. 4. Вакуумное захватное устройство с миниатюрными запорными клапанами

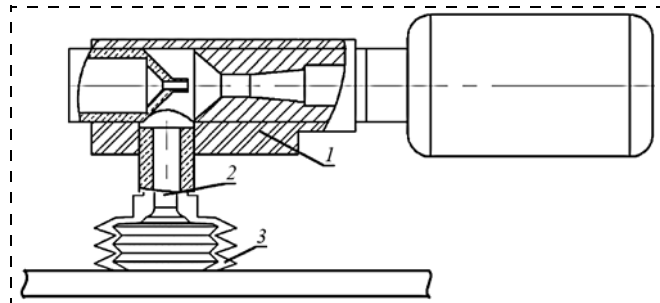


Рис. 5. Вакуумное захватное устройство с использованием сиффона

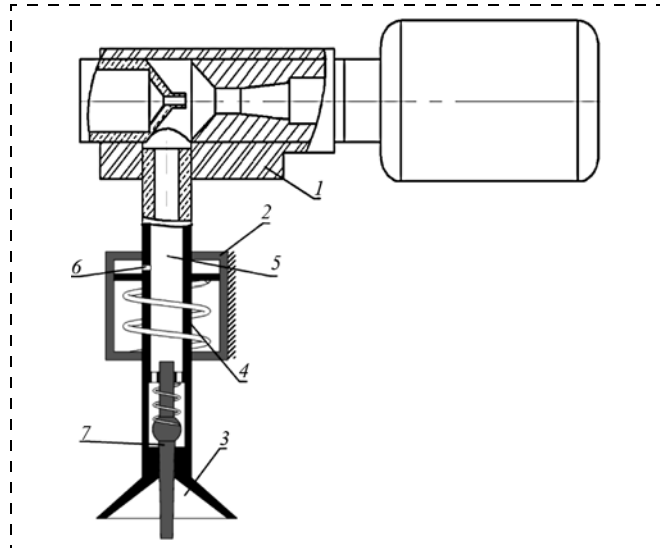


Рис. 6. Вакуумное захватное устройство с обратной пружиной

тальном на потолке положении вакуумного захватного устройства использование силы тяжести, действующей на запорное устройство, невозможно, и при подаче вакуума к захватному устройству запорное устройство в большинстве случаев блокирует вакуумирование полости захватного устройства. Для предотвращения подобной ситуации предлагается уравновесить вес запорного устройства пружиной, жесткость которой рассчитана таким образом, что закрытие канала вакуумирования происходит при определенном расходе воздуха через этот канал. При наличии существенных дефектов на поверхности фиксации происходит заклинивание миниатюрных клапанов, находящихся над дефектами, посредством миниатюрных подпружиненных шариков (рис. 4).

Следующим способом адаптации является использование в конструкции захватов контактных материалов с увеличенной упругой податливостью. Таким материалом может выступать силиконовый сиффон.

Вакуумное захватное устройство такого типа содержит эжектор 1, вакуумный канал 2, сиффон 3 (рис. 5).

При приближении вакуумного захватного устройства к поверхности фиксации, находящейся под углом к нему, за счет упругости сиффона происходит поворот контактного устройства и дальнейшее вакуумирование. Таким образом, за счет сиффона происходит адаптация присоски к поверхности перемещения, находящейся под углом, и повышается вероятность фиксации вакуумного захватного устройства на поверхности перемещения.

Еще один способ адаптации достигается посредством использования вакуумного захватного устройства с обратной пружиной. Устройство (рис. 6) содержит: эжектор 1, пневмоцилиндр подъема — опускания 2, полость вакуумирования пневмоцилиндра 3, шток пневмоцилиндра 4, вакуумный канал 5, канал подачи вакуума в пневмоцилиндр 6, клапан подачи вакуума 7.

Такое устройство используется для существенного упрощения алгоритма управления фиксацией вакуумного захватного устройства. Принцип действия заключается в том, что посредством эжектора осуществляется вакуумирование полости пневмоцилиндра и выполняется движение штока к поверхности фиксации. Движение происходит до контакта клапана подачи вакуума к поверхности фиксации. После этого вакуум подается в полость захвата, и вакуумное захватное устройство фиксируется на поверхности.

Основные расчетные соотношения для создания вакуума с помощью миниатюрных эжекторов

Вначале рассмотрим действие сил и моментов, возникающих при создании вакуума в полости захватного устройства с использованием сиффона (рис. 7). При увеличении вакуума, генерируемого

посредством встроенного в захватное устройство эжектора, в емкости захватного устройства подвижная стенка-торец упругого элемента, например сильфона, перемещаясь под действием перепада давления внутри емкости p_2 и атмосферного давления p_a , соприкасается с упором в виде поверхности, по которой происходит движение. При соприкосновении с поверхностью возникают следующие силы: сила трения, нормальная реакция опоры, силы адгезии, сила упругости стенок сильфона. Для равновесия системы необходимо, чтобы

$$\text{сумма всех сил равнялась нулю, т. е. } \sum_{i=1}^n F_i = 0.$$

Сумма возникающих моментов также должна равняться нулю: $\sum_{i=1}^n M_i = 0$.

Сила нормальной реакции N , с которой подвижный торец устройства действует на поверхность, равна

$$N = f_{\text{эф}}(p_a - p_2) - h_0 c = f_{\text{эф}}(p_2 - p_0). \quad (1)$$

Здесь p_2 — абсолютное давление (давление вакуума) в емкости захватного устройства; p_a — атмосферное давление; c — жесткость подвижной стенки торца захватного устройства; h_0 — перемещение торца захватного устройства до поверхности; p_0 — давление, при котором подвижная стенка торца дошла до поверхности; $f_{\text{эф}}$ — эффективная площадь.

Сила Кулонова трения равна

$$F_{\text{тр}} = \mu N, \quad (2)$$

где μ — коэффициент трения скольжения [17].

Базируясь на основных уравнениях эжекторов, использующих законы сохранения массы и импульса, найдем массовый расход через пассивное сопло эжектора, соединенное с полостью захватного устройства, в которой генерируется необходимая величина вакуума (рис. 7, где G_3, P_3 — массовый расход воздуха и давление на выходе из камеры смешения; G_1, P_1 — массовый расход воздуха через активное сопло эжектора и давление в этом сечении; G_2, P_2 — массовый расход воздуха, выходящего из полости захватного устройства, и давление в полости соответственно). Задача состоит в том, чтобы определить расход и давление в полости захватного устройства.

В соответствии с законом сохранения массы получим

$$G_2 = G_3 - G_1.$$

Если контакт с поверхностью осуществляется через материал с капиллярами (рис. 8), то

$$G_2 = \sum_{i=1}^n G_i = G_3 - G_1, \quad (3)$$

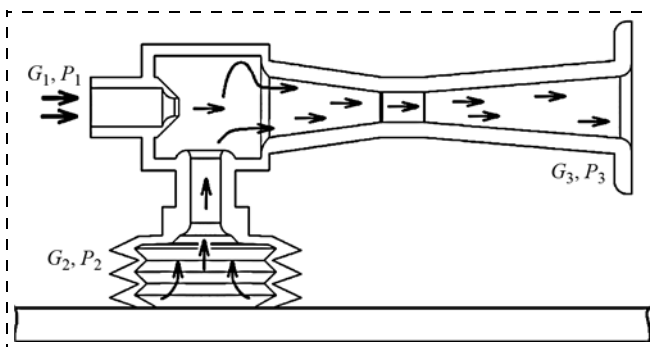


Рис. 7. Схема потоков в системе "вакуумный захват — эжектор" с применением сильфона

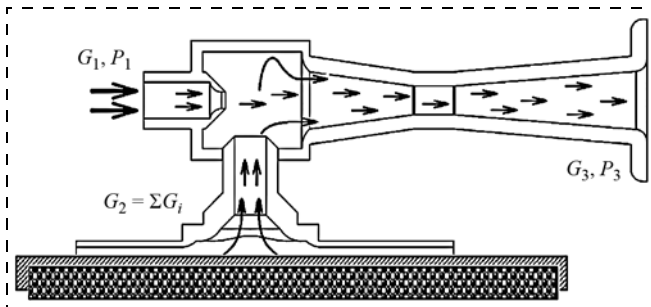


Рис. 8. Схема потоков в системе "вакуумный захват — эжектор" с использованием пористого материала

где $\sum_{i=1}^n G_i$ — расходы воздуха через все " n " капилляров контактирующего с поверхностью материала захватного устройства, при этом G_2 — величина переменная, зависящая от качества поверхности, по которой происходит движение. Так как коэффициент эжекции равен $n = G_2/G_1$, то при полностью вакуумированной полости $G_2 = 0$ и $n = 0$. Условием создания необходимой величины вакуума является условие $G_1 = G_3$ и прогиб упругого элемента захватного устройства за счет образованного вакуума и плотного прижатия торца захвата к поверхности.

Из уравнения сохранения импульса получаем:

$$G_3 u_3 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + P_3 S_3 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + G_2 u_2 + P_2 S_2 = G_1 u_1 + P_a S_1. \quad (4)$$

Здесь u_3 — скорость потока на выходе из сопла; α — угол наклона сопла полости захватного устройства; P_3 — давление на срезе камеры смешения; S_3 — площадь проходного сечения сопла; u_1 — скорость потока через активное сопло питания; S_1 — площадь проходного сечения активного сопла; u_2 — скорость потока воздуха, выходящего из емкости полости захватного устройства; P_2 — давление в полости захватного устройства,

$$P_2 = \frac{G_3 u_3 + P_3 S_3 - G_1 u_1 - P_1 S_1 - G_2 u_2}{S_2}. \quad (5)$$

Здесь P_2, u_2, S_2 — давление, скорость и площадь сечения струи воздуха пассивного сопла эжектора;

P_1 , u_1 , S_1 — давление, скорость и площадь сечения струи на срезе сопла питания эжектора; P_3 , u_3 , S_3 — давление, скорость и площадь сечения потока на выходе из камеры смешения эжектора.

Поскольку пассивное сопло эжектора соединено с камерой захватного устройства, можно утверждать, что u_2 — скорость потока воздуха, выходящего из полости захватного устройства, P_2 — давление в полости захватного устройства. Как следует из приведенного соотношения, абсолютное давление в полости, или величина вакуума, зависит от геометрических размеров и гидродинамических параметров эжектора и, прежде всего, от расхода G_1 и давления P_1 питания.

Давление P_2 эжектируемого воздуха из емкости вакуумного захватного устройства может быть найдено полуэмпирическим путем исходя из замеров полей скоростей и динамических напоров на основном участке эжектирующего потока [10]:

$$P_2 = 2B \frac{f_a}{f_2} - P_1 \frac{f_a}{f_1}, \quad (6)$$

где f_2 — площадь входного сечения емкости захватного устройства; f_1 — площадь торца сопла эжектора; f_a — площадь сечения эжектирующей струи; $B = 0,0668$ — коэффициент поля динамических напоров на основном участке эжектирующей струи [19].

Уравнение сохранения энергии записывается в виде

$$G_3 \left(C_p T_3 + \frac{u_3^2}{2} \right) = G_1 \left(C_p T_1 + \frac{u_1^2}{2} \right) + G_2 \left(C_p T_2 + \frac{u_2^2}{2} \right), \quad (7)$$

где C_p — средняя теплоемкость воздуха; T_1 , T_2 , T_3 — абсолютные температуры воздуха на выходе из сопла питания, из емкости полости захватного устройства и из эжектора.

Заключение

Анализируются различные принципиальные схемы вакуумных захватных устройств роботов вертикального перемещения, обеспечивающих адаптацию к поверхностям различного качества и рельефа, по которым перемещается робот. Приведены расчетные соотношения для оценки давлений и расходов в полостях генерации вакуума с помощью эжекторов, а также конструктивные схемы адаптивных пневматических захватных устройств мобильных роботов.

Экспериментальные исследования были направлены на выявление свойств адаптации роботов с микропористыми материалами, запорными автоматическими клапанами с использованием сильфонов, пружинных механизмов с обратной связью. Обоснованы условия адаптивности вакуумных схватов ро-

ботов вертикального перемещения, при которых изменяется уровень генерации вакуума малоразмерного эжектора, что обеспечивает продолжение движения робота при внезапном изменении качества поверхности, по которой происходит движение. Полученные результаты направлены на обеспечение движений роботов в экстремальных условиях по вертикальным и потолочным поверхностям с неизвестными заранее свойствами и качеством.

Список литературы

1. Longo D., Muscato G. Adhesion techniques for climbing robots: state of the art and experimental consideration // Proc. of 11th Int. Conf. on Climbing and Walking Robots (CLAWAR-2008), 08-10 September 2008, Coimbra, Portugal.
2. Luk B., Collie A., Billingsley J. Robug II: An intelligent wall climbing robot // Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation. 1991. Vol. 3. P. 2342–2347.
3. Schmidt D., Berns K., Ohr J. Analysis of sliding suction cups for negative pressure adhesion of a robot climbing on concrete walls // Adaptive Mobile Robotics. Proc. of the 15th Int. Conf. on Climbing and Walking Robots (CLAWAR-2012), 23-26 July 2012, Baltimore, USA. P. 813–820.
4. Illingworth L., Reinfeld D. Vortex attractor for planar and non-planar surfaces. U. S.A. Patent 6.619.922, Sept. 16. 2003.
5. Александров В. Ю., Климовский К. К. Оптимальные эжекторы (теория и расчет). М.: Машиностроение, 2012. 136 с.
6. Александров В. Ю., Климовский К. К. Методика расчета газовых эжекторов с цилиндрической камерой смешения // Теплоэнергетика. 2009. № 8.
7. Аркадов Ю. К. Новые газовые эжекторы и эжекционные процессы. М.: Физматлит, 2001. 336 с.
8. Васильев Ю. Н. Теория сверхзвукового газового эжектора с цилиндрической камерой смешения // Лопаточные машины и струйные аппараты. Вып. 2. М.: Машиностроение, 1967.
9. Соколов Е. Я., Зингер И. М. Струйные аппараты. М.: Энергоатомиздат, 1989. 352 с.
10. Успенский В. А., Кузнецов Ю. М. Струйные вакуумные насосы. М.: Машиностроение, 1973. 144 с.
11. Градецкий В. Г. Динамические процессы в миниатюрных мобильных роботах с вакуумным контактом к поверхностям перемещения // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2011. № 4. Ч. 2. С. 104–105.
12. Градецкий В. Г., Фомин Л. Ф. Динамические процессы в системах создания вакуума миниатюрных мобильных роботов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 9. С. 10–14.
13. URL: www.camozzi.com
14. Дмитриев В. Н., Градецкий В. Г. Основы пневмоавтоматики. М.: Машиностроение, 1973. 359 с.
15. Попов Д. Н. Нестационарные гидромеханические процессы. М.: Машиностроение, 1982. 238 с.
16. Градецкий В. Г., Князьков М. М., Фомин Л. Ф., Чашухин В. Г. Механика миниатюрных роботов. М.: Наука, 2010. 271 с.
17. Градецкий В. Г., Вешников В. Б., Калинин С. В., Кравчук Л. Н. Управляемое движение мобильных роботов по произвольно ориентированным в пространстве поверхностям. М.: Наука, 2001. 359 с.
18. Градецкий В. Г., Рачков М. Ю. Роботы вертикального перемещения. М.: Изд. ИПМех РАН, 1997. 223 с.
19. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч. 1: учеб. руководство для вузов. М.: Наука, Гл. ред физ.-мат. лит., 1991. 600 с.
20. Христианович С. А. О расчете эжектора // Механика сплошной среды. М.: Наука, 1981. С. 265–282.
21. Христианович С. А., Рябинков Г. М., Миллионщиков М. Д., Требин Ф. А. Применение эжекторов в газосборных сетях // Механика сплошной среды. М.: Наука, 1981. С. 283–301.

Mobile Robots' Adaptive Contact Devices with Miniature Ejectors

V. G. Gradetsky¹, gradet@ipmnet.ru, M. M. Knyazkov¹,

E. A. Semyonov¹, A. N. Sukhanov^{1, 2}, sukhonov-artjom@yandex.ru✉

¹ Institute for Problems in Mechanics, RAS, Moscow, 119526, Russian Federation

² Moscow State Technological University STANKIN, Moscow, 127055, Russian Federation

Corresponding author: Sukhanov Artjom N., Junior Researcher, Institute for Problems in Mechanics, RAS, Moscow, 119526, Russian Federation, Postgraduate Student of Moscow State Technological University STANKIN, Moscow, 127055, Russian Federation, e-mail: sukhonov-artjom@yandex.ru

Received on November 05, 2015

Accepted on November 12, 2015

For an effective use of the mobile robotic platforms, moving in extreme conditions on unpredictable surfaces of different quality, there is a trend for designing of the robots with pneumatic devices with adaptation to such types of surfaces. The manipulators and mobile robots usually employ the vacuum grippers with an ejector system. However, they should have a smaller and more efficient design for application in the miniature mobile robots. The process of movement of robots over the vertical surfaces demands a reliable contact with those surfaces. Selection of the ejector's operation mode is important. In this paper the authors consider a discrete-step way of the robots' movement and techniques of a reliable contact with the surfaces by means of an ejector. The authors also analyze the basic schemes of the adaptive pneumatic grippers of the wall climbing robots under extreme conditions with unknown properties and quality of the surfaces of motion, and present the results of their experimental investigations. Experimental studies were aimed at identifying the properties of adaptation of the robots to the microporous structures, automatic shut-off valves with bellows and feed-back. The calculated ratios for assessment of the pressures in cavities in the vacuum area, as well as a constructive scheme of the adaptive pneumatic gripping devices for the mobile robots, were demonstrated. The results are aimed to ensure maneuverability of the robots moving in extreme conditions on the vertical surfaces and ceilings in the unknown environments.

Keywords: adaptive grippers, basic schemes, miniature ejectors, wall climbing robots

Acknowledgements: The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 15-08-04117 and the Program of the Presidium of the Russian Academy of Sciences N P-31.

For citation:

Gradetsky V. G., Knyazkov M. M., Semyonov E. A., Sukhanov A. N. Mobile Robots' Adaptive Contact Devices with Miniature Ejectors, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 3. pp. 172–177.

DOI: 10.17587/mau/17.172-177

References

1. Longo D., Muscato G. Adhesion techniques for climbing robots: state of the art and experimental consideration, *Proc. of 11th Int. Conf. on Climbing and Walking Robots (CLAWAR-2008)*, 08–10 September 2008, Coimbra, Portugal.
2. Luk B., Collie A., Billingsley J. Robug II: An intelligent wall climbing robot, *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, 1991, vol. 3, pp. 2342–2347.
3. Schmidt D., Berns K., Ohr J. Analysis of sliding suction cups for negative pressure adhesion of a robot climbing on concrete walls, *Adaptive Mobile Robotics. Proc. of the 15th Int. Conf. on Climbing and Walking Robots (CLAWAR-2012)*, 23–26 July 2012, Baltimore, USA, pp. 813–820.
4. Illingworth L., Reinfeld D. Vortex attractor for planar and non-planar surfaces, U. S.A. Patent 6.619.922, Sept. 16, 2003.
5. Aleksandrov V. U., Klimovskij K. K. *Optimal'nye jezhektory (teoriya i raschet)* (Optimal ejectors (Theory and design)), Moscow, Mashinostroenie, 2012, 136 p. (in Russian).
6. Aleksandrov V. U., Klimovskij K. K. *Metodika rascheta gazovykh jezhektorov s cilindricheskoj kameroj smeshenija* (The design technique of gas ejectors with cylindrical mixing chamber), *Teploenergetika*, 2009, no. 8 (in Russian).
7. Arkadov U. K. *Novye gazovye jezhektory i jezhektionnye processy* (New gas ejectors and ejection processes), Moscow, Fizmatlit, 2001, 336 p. (in Russian).
8. Vasil'ev U. N. *Teoriya sverkhzvukovogo gazovogo jezhektora s cilindricheskoj kameroj smeshenija* (The theory of supersonic gas ejector with cylindrical mixing chamber), *Lopatocnye Mashiny i Strujnye Apparaty* (Blade machines and jet devices), vol. 2, Moscow, Mashinostroenie, 1967 (in Russian).

9. Sokolov E. Y., Zinger I. M. *Strujnye apparaty* (jet devices), Moscow, Jenergoatomizdat, 1989, 352 p. (in Russian).

10. Uspenskij V. A., Kuznecov U. M. *Strujnye vakuumnye nasosy* (Jet vacuum pumps), Moscow, Mashinostroenie, 1973. 144 p. (in Russian).

11. Gradeckij V. G. *Dinamicheskie processy v miniaturnykh mobil'nykh robotakh s vakuumnym kontaktom k poverhnostjam peremeshhenija* (Dynamic processes in miniature mobile robots with vacuum contact to the surfaces movement), *Vestnik Nizhegorodskogo Universiteta im. N. I. Lobachevskogo*, 2011, no. 4, vol. 2, pp. 104–105. (in Russian).

12. Gradeckij V. G., Fomin L. F. *Dinamicheskie processy v sistemah sozdaniya vakuuma miniaturnykh mobil'nykh robotov* (Dynamic processes in miniature mobile robots with vacuum systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 9. pp. 10–14 (in Russian).

13. Available at: www.camozzi.com

14. Dmitriev V. N., Gradeckij V. G. *Osnovy pnevmoavtomatiki* (Fundamentals of pneumatic automation), Moscow, Mashinostroenie, 1973. 359 p. (in Russian).

15. Popov D. N. *Nestacionarnye gidromekhanicheskie processy* (Non-stationary hydrodynamic processes), Moscow, Mashinostroenie, 1982, 238 p. (in Russian).

16. Gradeckij V. G., Knyazkov M. M., Fomin L. F., Chashchuhin V. G. *Mekhanika miniaturnykh robotov* (Mechanics of miniature robots), Moscow, Nauka, 2010, 271 p. (in Russian).

17. Gradeckij V. G., Veshnikov V. B., Kalinichenko S. V., Kravchuk L. N. *Upravlyaemoe dvizhenie mobil'nykh robotov po proizvol'no orientirovannym v prostranstve poverhnostjam* (Controlled motion of mobile robots along arbitrarily oriented in space surfaces), Moscow, Nauka, 2001, 359 p. (in Russian).

18. Gradeckij V. G., Rachkov M. U. *Roboty vertikal'nogo pere-meshhenija* (Wall climbing robots), Moscow, Publishing house of IPMeh RAN, 1997. p. 223. (in Russian).

19. Abramovich G. N. *Prikladnaya gazovaya dinamika* (Applied gas dynamics), Part 1, Moscow, Nauka, Gl. red fiz.-mat. lit., 1991, 600 p. (in Russian).

20. Hristianovich S. A. *O raschete jezhektora* (the Designing of ejectors), *Mekhanika Sploshnoj Sredy*, Moscow, Nauka, 1981, pp. 265–282 (in Russian).

21. Hristianovich S. A., Rjabinkov G. M., Millionshnikov M. D., Trebin F. A. *Primenenie jezhektorov v gazosbornykh setjah* (The application of ejectors in gas gathering systems), *Mekhanika Sploshnoj Sredy*, Moscow, Nauka, 1981, pp. 283–301 (in Russian).

А. А. Тачков, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., tachkov@bmstu.ru,
С. В. Калиниченко, канд. техн. наук, нач. отдела, **А. Ю. Малихин**, нач. сектора,
 НУЦ "Робототехника" МГТУ им. Н. Э. Баумана

Моделирование и оценка эффективности системы удержания малогабаритного автономного робота вертикального перемещения с вакуумными захватами

Для проектирования шагающих автономных роботов вертикального перемещения предложена имитационная модель системы удержания на шероховатой поверхности с помощью вакуумных захватов. Приведены результаты статистического моделирования пошагового движения робота по вертикальной поверхности и дана оценка эффективности применения бортового вакуумного ресивера для его удержания. Установлено, что распределение числа шагов по вертикальной поверхности до остановки подчиняется гамма-распределению. В случае если рассматриваются только шаги, последующие за первым, то их распределение — экспоненциальное.

Ключевые слова: робот вертикального перемещения, термодинамическая модель, вакуумный захват, вакуумный ресивер, метод Монте-Карло, экспоненциальное распределение, внешнее проектирование, эффективность

Введение

Актуальность проблемы надежного (без отрыва) перемещения малогабаритных роботов с вакуумными захватами по вертикальным неферромагнитным поверхностям и поверхностям, расположенным под различными углами к горизонту, при выполнении целого ряда технологических операций отмечалась в работах [1–5]. По способу перемещения подобные роботы можно разделить на две категории: шагающие роботы с поочередным контактом одной из групп вакуумных захватов (ВЗ) (рис. 1, а, б), обеспечивающих фиксацию на поверхности, и колесные/гусеничные роботы с постоянным контактом ВЗ (рис. 1, в). Для создания разрежения в полостях захватов роботы вертикального перемещения (РВП) шагающего типа чаще всего

оснащаются эжекторами и вакуумными насосами, роботы второго типа — внутрикорпусными вентиляторными блоками, за счет которых РВП прижимается к поверхности через "скользящее" уплотнение [2].

Каждый из указанных способов создания вакуума обладает недостатками. Например, применение эжектора, как правило, требует подвода внешней пневмомагистрали с избыточным давлением не менее 0,4...0,6 МПа [1], что делает робота неавтономным. Использование вентиляторного блока позволяет сделать робота автономным, но данный способ является самым энергоемким из рассматриваемых из-за непрерывной работы вентилятора. Бортовые вакуумные насосы также обеспечивают автономность робота, но обладают низкой расходной характеристикой уже при величине вакуума в –60 кПа (за ноль принимается атмосферное давление). Тем не менее, подходя комплексно к проблеме выбора способа создания вакуума, можно сделать вывод о том, что для обеспечения продолжительной автономной работы малогабаритного РВП применение бортового вакуумного насоса является наиболее целесообразным.

В целях повышения эффективности применения данного способа для удержания робота на поверхности в различных исследованиях предлагаются его модификации. Например, в работе [4] рассматривается дооснащение вакуумной системы удержания специальной поршневой конструкцией переменного объема, управляемой двигателями постоянного тока с обратной связью по положению и увеличивающей суммарный запас вакуума. Более простой в плане технической реализации является схема с вакуумным ресивером постоянного объема (рис. 2), компенсирующим натекание воздуха, возникающее из-за неидеального уплотнения неровностей поверхности при фиксации на ней ВЗ, примененная для малогабаритного РВП [6]. Аналогичная схема также применяется и для крупногабаритного РВП массой 60 кг [7].

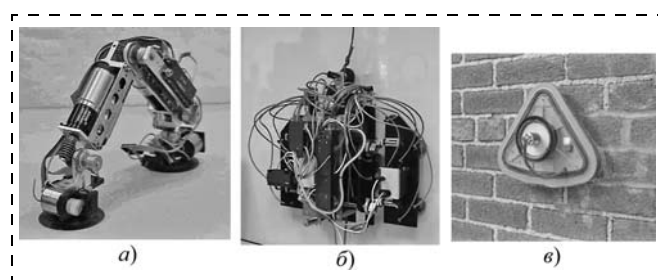


Рис. 1. Малогабаритные роботы вертикального перемещения:
 а — RAMR1 (США); б — экспериментальный робот (Чехия);
 в — City Climber prototype-II (США)

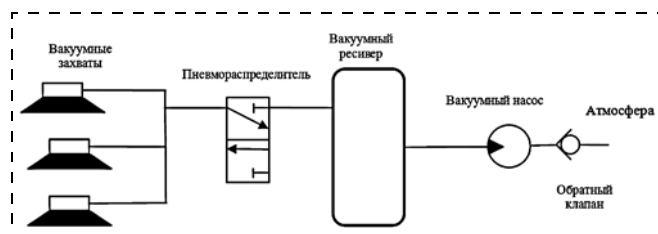


Рис. 2. Схема включения вакуумного насоса

Таким образом, исследование возможностей перемещения по реальной шероховатой поверхности роботов, в особенности малогабаритных, оснащенных бортовым вакуумным насосом с ресивером, является актуальным и представляет научный и практический интерес.

1. Постановка задачи исследования

Рассмотрим малогабаритный шагающий РВП, состоящий из модулей поступательного движения 1 и 2, корпуса 3, модуля вращательного движения 4 (рис. 3), и конструктивно аналогичный РВП, приведенному на рис. 1, б [8]. Каждый из модулей оснащен группами ВЗ 5, 6 по n и m штук соответственно. Каждый из захватов диаметром d снабжен уплотнительным контуром высотой $h_{упл}$ из материала с повышенной упругостью. Поступательное движение робота осуществляется посредством поочередной фиксации группы захватов 5 и группы 6 к поверхности движения и обеспечивается за счет вращения кривошипов 7 длиной l . Данная конструкция РВП выбрана для анализа в связи с постоянным шагом движения робота $2l$ и, соответственно, удобной алгоритмизацией модели. За один шаг принимается полный оборот кривошипа, т. е. перемещение робота на $2l$ (рис. 3).

Движение осуществляется по однородной вертикальной поверхности, радиус кривизны которой больше двух метров [3], имеющей местные дефекты: волнистость, шероховатость, трещины, т. е. взаимодействие робота с внешней средой носит вероятностный характер.

Каждый из модулей поступательного и вращательного движения оснащен индивидуальной вакуумной системой, состоящей из включенных параллельно N вакуумных насосов с расходной характеристикой $q = f(p)$ (p — абсолютное давление) и одного ресивера объемом V (рис. 2). Движение робота осуществляется до его первой остановки, т. е. до момента, когда робот не может сделать следующий шаг по истечении времени $t_{ф}$, отведенного на фиксацию захватов на поверхности, из-за превышения абсолютным давлением в полости захватов порогового значения $P_{пор}$. Отрыв РВП от поверхности происходит, если абсолютное давление в полости удерживающего захвата во время движения робота превышает пороговое значение $P_{кр}$. Выбор пороговых значений определяется массой робота.

В качестве показателей эффективности работы принимаются следующие показатели:

- математическое ожидание числа шагов до первой остановки робота M_S ;
- вероятность сделать более одного успешного шага P_1 ;
- условная вероятность P_{AB} отрыва, если сделано более одного шага;
- математические ожидания M_{T1} и M_{T2} рабочего цикла насосов модулей поступательного и враща-

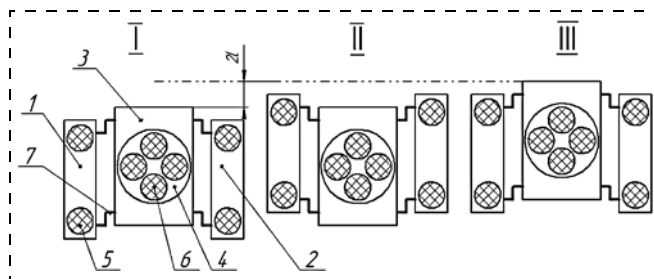


Рис. 3. Стадии движения РВП (I — исходное положение РВП, II — перенос модуля поступательного движения, III — завершение шага)

тельного движения соответственно для числа шагов, сделанных РВП до первой остановки;

- математические ожидания M_1 и M_2 рабочего цикла насосов модулей поступательного и вращательного движения соответственно в расчете на один шаг.

Для обоснования на этапе внешнего проектирования требований к автономному РВП на основе предложенных показателей необходимо разработать математическую модель робота с системой удержания на базе вакуумного насоса и ресивера и провести с помощью нее исследование движения РВП, зависящего от случайных факторов.

2. Разработка имитационной модели системы удержания РВП

Для определения оценок показателей эффективности, характеризующих возможности перемещения проектируемого робота, предлагается имитационная модель, общая структура которой представлена на рис. 4. В ее состав входят следующие частные

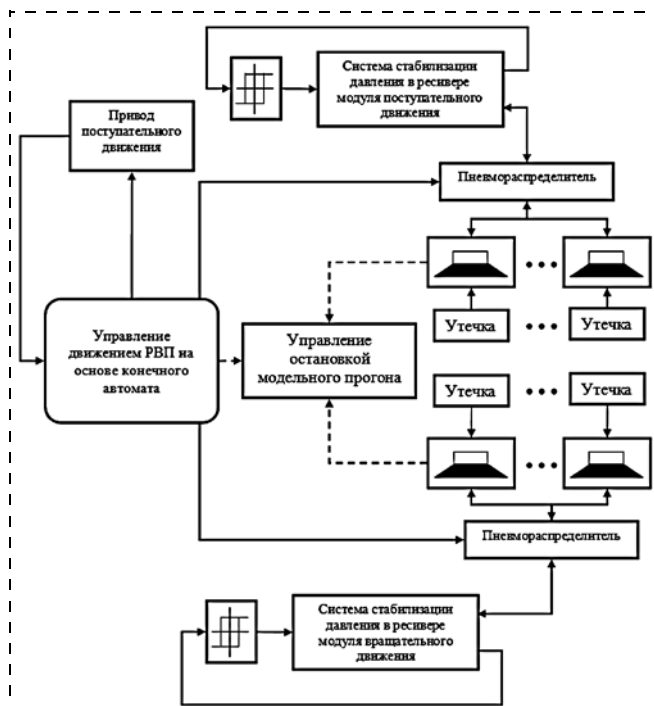


Рис. 4. Общая структура имитационной модели

модели: термодинамическая модель системы стабилизации давления в ресиверах модулей поступательного и вращательного движений; термодинамическая модель изменения давлений в полостях ВЗ в зависимости от утечки между уплотнительным контуром захвата и поверхностью движения; статистическая модель формирования утечки в зависимости от местных дефектов поверхности на текущем шаге робота; статистическая модель распределения трещин на поверхности движения; модель формирования шагов робота на основе конечного автомата и логическая модель управления остановкой одного прогона (численного эксперимента) при возникновении отрыва робота или выполнения максимально возможного числа шагов, заданного на этапе инициализации модели.

Ниже представлено математическое описание основных подсистем, использующихся в имитационной модели.

2.1. Модель вакуумной системы

Предлагаемая модель вакуумной системы базируется на первом начале термодинамики и результатах работы [9] по моделированию системы удержания РВП:

$$\frac{d}{dt}(U + E) = \sum \dot{A} + \sum \dot{Q} + \sum \dot{m}_i \left(h_i + \frac{c_i^2}{2} + u_i \right), \quad (1)$$

где U — внутренняя энергия газа (воздуха); E — механическая энергия воздуха; $\dot{A}$ — мощность внешних сил; $\dot{Q}$ — скорость поглощения теплоты; $\dot{m}_i$ —

массовый расход воздуха; h_i — удельная внутренняя энергия (энтальпия) расхода $\dot{m}_i$; $c_i^2/2$ — удельная кинетическая энергия массового расхода $\dot{m}_i$; u_i — работа сил проталкивания (удельная потенциальная энергия) расхода $\dot{m}_i$.

Принимая допущения, что изменение механической энергии мало, температура воздуха T постоянна, а $c_{i, \max}^2/2 \ll h_i$ [9], и учитывая, что $\frac{d}{dt} U =$

$= c_V(\dot{m} T + m \dot{T})$, $p \dot{V}_\Pi + \dot{p} V_\Pi = R(\dot{m} T + m \dot{T})$, $h = c_p T$ и $k = c_p/c_V$ (где $k = 1,4$ — показатель адиабаты; R — газовая постоянная; c_p , c_V — удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме воздуха соответственно; V_Π — объем внутренней полости присоски), уравнение (1) для вакуумного захвата преобразуется к виду

$$\dot{p}_\Pi V_\Pi + p \dot{V}_\Pi = kRT\dot{m}_i. \quad (2)$$

Изменение объема вакуумного захвата в зависимости от массового расхода варьируется в диапазоне $[V_{\min}; V]$, где $V_{\min}$ — минимальный объем захвата после его присасывания к поверхности. Учитывая, что $\dot{m}_i = \rho q_i = \rho \dot{V}_\Pi$ (q_i — объемный расход, ρ — плотность воздуха), выражение (2), описывающее изменение давления в полости вакуумного захвата, можно представить в виде

$$\dot{p} = \frac{\dot{V}_\Pi}{V_\Pi} (kRT\rho - p), \quad (3)$$

где $\dot{V}_\Pi = q_{\text{ут}} - vS_{\text{сеч}}$; $q_{\text{ут}}$ — объемный расход натекающего воздуха в полость захвата; $S_{\text{сеч}}$ — площадь сечения пневмораспределителя, соединяющего захват с вакуумным ресивером; $v = \sqrt{\frac{2RT(p_p - p)}{p}}$ — скорость истечения вакуума из ресивера в захват; p_p — давление в ресивере. Скорость истечения v ограничена критической скоростью $v_{\max} = \sqrt{\frac{2kRT}{k+1}}$ [10, 11].

Изменение давления p_p в ресивере объемом V , создаваемое вакуумным насосом с расходной характеристикой $q(p)$, описывается нелинейным дифференциальным уравнением

$$\dot{p}_p = -\frac{p_p q(p)}{V}. \quad (4)$$

Модель вакуумной системы, базирующаяся на уравнениях (3), (4), для одного вакуумного захвата (например, модуля поступательного движения) в виде структурной схемы представлена на рис. 5, а. Давление в ре-

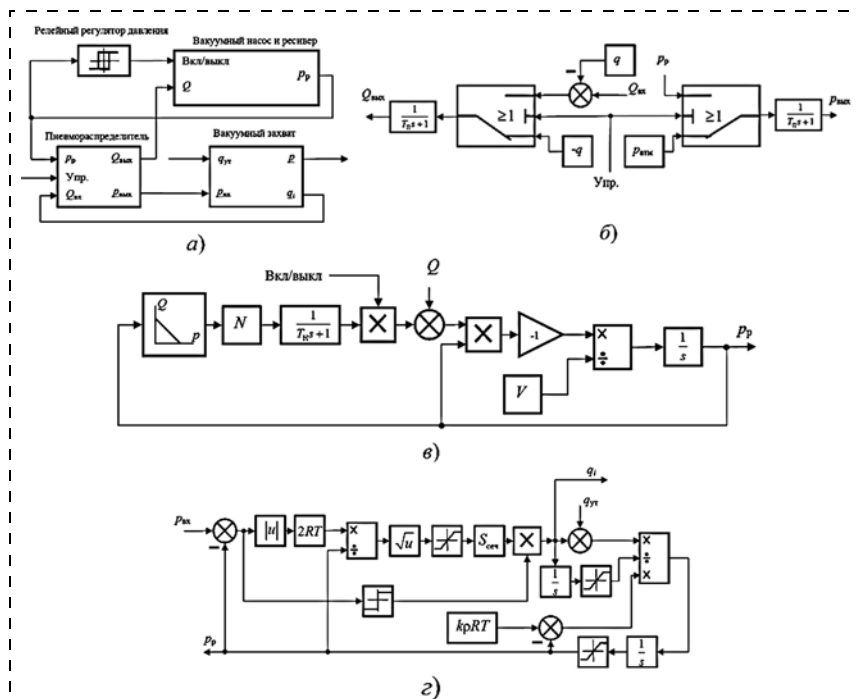


Рис. 5. Структурные схемы модели вакуумной системы:

а — общая модель; б — модель пневмораспределителя; в — модель системы стабилизации давления в ресивере; г — модель вакуумного захвата

сивере поддерживается с помощью N вакуумных насосов, за включение которых отвечает релейный регулятор, поддерживающий заданное давление. Модель блока "вакуумный насос и ресивер" в виде структурной схемы приведена рис. 5, в. Здесь в качестве возмущающего воздействия Q выступает расход вакуума через пневмораспределитель, возникающий из-за разности давлений в ресивере и ВЗ. Модель распределителя (рис. 5, б) работает следующим образом: в исходном состоянии вакуумный захват соединен с атмосферой и отсоединен от ресивера, который работает автономно. При подаче управляющего воздействия "Упр." на пневмораспределитель в момент закрепления ВЗ к поверхности происходит переключение канала захвата на ресивер, при этом модель имитирует возникающий поток натекающего из захвата в ресивер воздуха с расходом $Q_{\text{вых}}$. Апериодический характер изменения давления $p_{\text{вых}}$ и расхода $Q_{\text{вых}}$ в канале "ресивер — ВЗ" учтен в виде инерционных звеньев. Процесс изменения давления в полости захвата моделируется структурной схемой (рис. 5, з) в соответствии с уравнением (3).

Для n вакуумных захватов, подключенных параллельно к ресиверу через общий коллектор (см. рис. 4), суммарный расход $Q_{\text{вых}}$ определяется как алгебраическая сумма утечек q_i каждого из захватов.

2.2. Модель образования утечек при контакте вакуумного захвата и поверхности

Наибольший интерес в предлагаемой модели представляет схема моделирования натекания воздуха с объемным расходом $q_{\text{ут}}$ из внешней среды в вакуумный захват в месте его контакта с поверхностью движения. В отличие от подхода немецких исследователей Шмидта и Бернса [12], основанного на анализе высоты местных неровностей на видеоизображении виртуальной поверхности перемещения робота с последующим расчетом утечки по эмпирической формуле, в модели использовано объединение "целевой модели протекания" [13] и статистического закона распределения неровностей поверхности. Целевая модель основывается на ме-

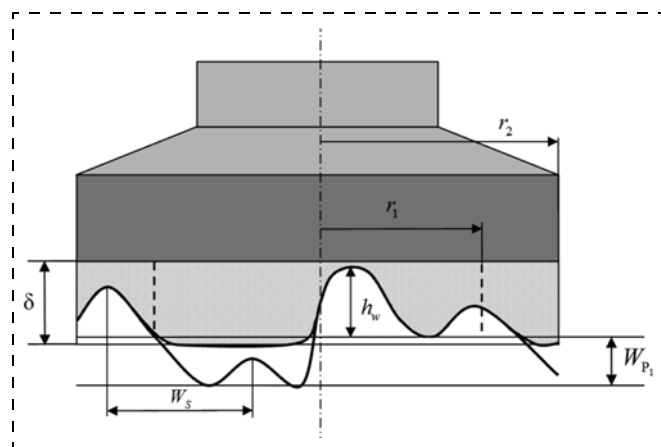


Рис. 6. Контактное взаимодействие двух поверхностей

ханике контактного взаимодействия плоских волнистых поверхностей (рис. 6), одна из которых (уплотнительный контур захвата) деформируема. В качестве допущения принимается условие, что утечка происходит в радиальном направлении между волнами.

В качестве модели волнистой поверхности принимается набор радиально расположенных волн, имеющих в верхней части цилиндрическую форму. Число волн определяется выражением $n_w = \pi(r_1 + r_2)/W_s$, где r_1 — внутренний радиус захвата до контурного уплотнителя; r_2 — радиус захвата; W_s — длина волны. Учитывается случайный разброс амплитуд волн.

При приложении сжимающей силы $F = F_0 + \Delta p S$ происходит деформация поверхности и образуется зазор h , определяемый выражением [14]

$$h = W_{p_1} + W_{p_2} + h_w - \delta, \quad h \geq 0, \quad (5)$$

где F_0 — начальная сила прижатия, например сила тяжести; Δp — разность давлений между атмосферным и давлением внутри полости захвата; S — его эффективная площадь; W_{p_1} и W_{p_2} — высоты сглаженного профиля поверхности и уплотнительного контура соответственно; h_w — высота волны; δ — деформация контакта.

Деформация δ в выражении (5) определяется как [11]

$$\delta = \frac{F}{L} (\lambda_1 + \lambda_2) \left(\ln \left(\frac{L^3}{4Fr_w(\lambda_1 + \lambda_2)} \right) + 2,38629 \right),$$

$$\delta < \varepsilon h_{\text{упл}},$$

где L — длина линии контакта ($L = r_1 - r_2$); $\lambda_i = (1 - \mu_i^2)/(\pi E_i)$, $i = 1, 2$; μ — модуль Пуассона; E — модуль Юнга; r_w — радиус волн; ε — относительная остаточная деформация уплотнительного материала.

Площадь утечки оценивается следующим обра-

зом: $S_{\text{ут}} = W_s \sum_{i=1}^{n_w} h_i$. По оцененному значению $S_{\text{ут}}$

рассчитывается объемный расход утечки $q_{\text{ут}} = v S_{\text{ут}}$ по аналогии с разделом 2.1. Таким образом, происходит замыкание термодинамической модели вакуумной системы, описывающей взаимодействие РВП с внешней средой.

Важным вопросом при моделировании утечек является выбор статистического закона распределения высот h_w для различных типов поверхностей. Разными авторами [13, 15, 16] предлагается ряд законов: экспоненциальный, логнормальный, гамма-распределение, бета-распределение. В последующем моделировании авторами используется логнормальный закон распределения высоты отдельных волн. Для моделирования локальной неровности поверхности с получением случайного результата в соответствии с заданным законом распределения, или, другими словами, "розыгрыша", вся поверхность

разбивается на квадратные ячейки с ребром d , для каждой из которых разыгрывается свое значение площади утечки $S_{\text{ут}}$.

2.3. Модель распределения трещин на поверхности

Помимо того, что реальная поверхность движения характеризуется наличием местных шероховатостей, при моделировании важно учитывать также наличие трещин, размеры и расположение которых носят стохастический характер и определяются степенью износа поверхности [17, 18].

В работе [17] приведены значения математических ожиданий основных параметров трещин, зависящие от степени износа элемента конструкции, по которому осуществляется перемещение РВП:

$$M(L_{\text{тр}}) = 1,3U, \quad (6)$$

где $L_{\text{тр}}$ — длина трещины, см; U — износ, %;

$$M(f) = 0,57\sqrt{U}, \quad (7)$$

где f — плотность расположения трещин на квадратном метре поверхности.

Из работы [19] известно, что случайные значения длины трещин аппроксимируются показательным распределением:

$$P(L_{\text{тр}}) = \frac{1}{M(L_{\text{тр}})} e^{-\frac{L_{\text{тр}}}{M(L_{\text{тр}})}}, \quad (8)$$

при этом трещины имеют одинаковую ориентацию (для определенности — вертикальную) и образуют на поверхности пуассоновский ансамбль плотностью $M(f)$, а распределение расстояния между центрами ближайших трещин описывается распределением Рэлея с математическим ожиданием $M(r) = 1/(2\sqrt{M(f)})$.

Так как в фиксированный момент времени на площади $S = 1 \text{ м}^2$ содержится n_2 трещин, то для розыгрыша их распределения в модели используется разбиение площади S на прямоугольные участки длиной 1 м и шириной $M(r)$ [19]. Из условия однородности поля трещин следует, что среднее число трещин n_1 на одном участке разбиения равно $n_1 = \sqrt{n_2}/2$ [19, 20]. В соответствии с формулами (6)–(8) авторами реализован алгоритм случайного распределения трещин на поверхности для одной реализации статистического испытания, не приведенный в работе из-за громоздкости своей записи. Разбиение исходной поверхности в алгоритме осуществляется на ячейки с длиной ребра d . В качестве генераторов случайных чисел для равномерного распределения и распределения Пуассона используются генераторы псевдослучайных величин, входящих в пакеты универсальных сред моделирования, например MATLAB. В результате работы алгоритма для одного прогона модели формируются два двумерных массива, один из которых содержит

значения площади утечки каждой из ячеек, а другой — признак наличия трещины, эквивалентный зазору h более 10 мм. Таким образом, для каждого из захватов в произвольный момент времени движения робота определены площади утечек.

2.4. Модель управления поступательным движением на основе конечного автомата

Моделирование процесса пошагового движения робота по поверхности реализуется на основе конечного автомата, в котором выделено 10 состояний, в которых пребывает РВП: Z_1 — "инициализация"; Z_2 — "начало движения"; Z_3 — "неудачное закрепление в начале работы"; Z_4 — "ожидание команды"; Z_5 — "ВЗ модуля поступательного движения подключены к вакуумной магистрали"; Z_6 — "ВЗ модуля поступательного движения отключены от вакуумной магистрали"; Z_7 — "ВЗ модуля вращения подключены к вакуумной магистрали"; Z_8 — "ВЗ модуля вращения отключены от магистрали"; Z_9 — "полшага вперед"; Z_{10} — "полшага назад".

Диаграмма состояний РВП приведена на рис. 7, нумерация состояний на рисунке соответствует порядку перечисления состояний.

Переходы между состояниями записаны условно, и их полная расшифровка в настоящей работе не приводится, так как подобная процедура значительно увеличивала бы объем статьи. В качестве примера можно указать, что условие перехода x_{6_1} имеет следующую полную форму записи: "если давление в расположенных слева ВЗ модуля поступательного движения выше 90 кПа и давление в захватах, расположенных справа, выше 90 кПа (ВЗ "отлипли" от поверхности движения)", условие перехода x_{8_1} : "если давление в ВЗ модуля вращения выше 90 кПа и прошло более 1 секунды", а условие $x_{8_1_1}$ — "назад сделано два шага". Маленькими кружками на рис. 7 в соответствии с нотацией диаграмм состояний Харела обозначено ветвление сложных вложенных условий.

Логическая модель управления остановкой одной реализации численного эксперимента, например в случае отрыва робота, реализована на моделях R-S-триггеров, и ее подробное описание в настоящей работе не приводится.

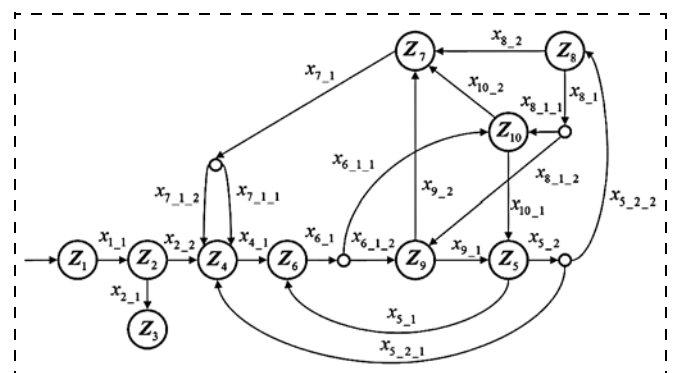


Рис. 7. Диаграмма состояний при формировании движения РВП

3. Статистическое моделирование системы удержания. Оценка ее эффективности

При проектировании системы удержания перемещающегося по шероховатой поверхности РВП необходимо учитывать, как это отмечено в постановке задачи, вероятностные факторы его взаимодействия с внешней средой. Таким образом, возникает необходимость проведения статистического моделирования движения РВП с помощью разработанной модели.

Для проведения такого моделирования предложенная в разделе 2 комплексная модель была реализована в пакете MATLAB с использованием расширений *Simulink* и *Stateflow*. Предварительная проверка адекватности модели заключалась в сравнительной оценке результатов численного и физического моделирования вакуумной системы. В роли физической модели выступал макет вакуумной системы, состоящий из вакуумного насоса с расходной характеристикой $Q(p) = 0,08p - 2$ (Q — л/мин, p — кПа), ресивера объемом 300 см³ и пневмораспределителя с пропускной способностью 15,7 л/мин при нормальных условиях. В качестве преобразователя давления использовали датчик МРХА4115А6U производства фирмы Motorola. Численный эксперимент проводился для модели, структурная схема которой раскрыта в разделе 2.1 (см. рис. 5, в).

Сравнительные результаты численного и физического моделирования для случая откачки воздуха из ресивера приведены на рис. 8, а. На рис. 8, б представлены результаты моделирования при откачке воздуха из ресивера, но при наличии утечки с объемным расходом 3 л/с через дросселирующее отверстие. Как видно из приведенных графиков, максимальное расхождение результатов на всем временном интервале моделирования не превышает 5 кПа (динамическая ошибка моделирования не превышает 10 %), что подтверждает адекватность модели и позволяет перейти непосредственно к имитационному моделированию.

Серию статистических экспериментов проводили для следующих типовых условий:

- параметры окружающей среды: атмосферное давление $p_{\text{атм}} = 101,3$ кПа, $T = 293$ К, $R = 287$ Дж/кг · К, $\rho = 1,205$ кг/м³, $k = 1,4$;
- параметры вакуумной системы: число присосок $n = m = 4$, объем полости одной присоски $V = 1 \cdot 10^{-6}$ м³, эффективный диаметр присоски $d = 1,8 \cdot 10^{-2}$ м, проходная площадь сечения вакуумных трубок $S_{\text{сеч}} = 7,85 \cdot 10^{-7}$ м²;
- параметры поверхности движения: $\mu_1 = 0,2$; $E_1 = 2 \cdot 10^{10}$ Па; $W_{p_1} = 3,53 \cdot 10^{-4}$ м;
- параметры уплотнительного контура присоски: $\mu_2 = 0,2$; $E_2 = 7 \cdot 10^5$ Па; $r_2 = 1,1 \cdot 10^{-2}$ м; $r_1 = 6 \cdot 10^{-3}$ м; $h_{\text{упл}} = 2 \cdot 10^{-3}$ м; $\varepsilon = 0,533$;
- длина ребра ячейки, на которые разбита площадь поверхности движения, $d = 0,025$ м, максимальное время, отведенное на фиксацию захвата, $t_{\text{ф}} = 5$ с.

Законы распределения случайных величин:

- распределение высоты h неровности поверхности — логнормальное с плотностью распре-

$$\text{деления } f(h) = \frac{e^{-2(\ln h - 3,8 \cdot 10^{-4})^2}}{1,253h} \quad (\text{параметры рас-}$$

пределения $\mu = 3,8 \cdot 10^{-4}$ м, $\sigma = 0,5$);

- распределение степени износа поверхности — равномерное в диапазоне 0...50 % (розыгрыш числа и расположения трещин проводился в соответствии с алгоритмом, описанным в разделе 2.3).

Варьируемые факторы: шаг РВП $l = \{d, 2d, 3d\}$, число насосов $N = \{1, 2\}$, объем ресивера $V_{\text{рес}} = \{10, 50, 100, 400, 1000\}$. Заданное значение доверительного интервала для оценки математического ожидания числа шагов — $d_m = 0,1$ (для $M < 1$) и $d_m = 0,15$ для $M \geq 1$, уровень значимости $\alpha = 0,05$.

Моделирование проводили по схеме Бернулли до первой остановки робота. Прогон останавливали при фиксировании отрыва РВП от поверхности при достижении в системе удержания критических значений давления. Движение РВП начиналось после создания разрежения в ресивере на уровне 30 кПа. Таким образом, в результате статистического моделирования авторами был проведен полный фактор-

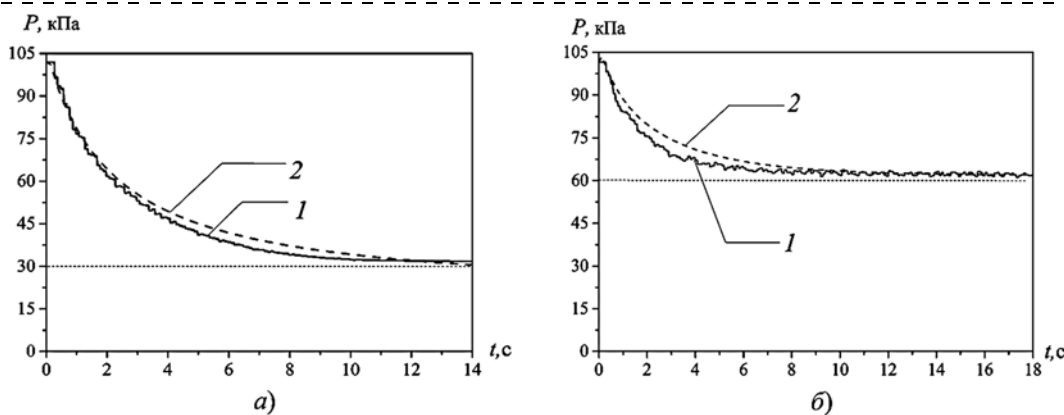


Рис. 8. Результаты численного и физического моделирования вакуумной системы (1 — физическая модель; 2 — численная модель): а — откачка вакуумным насосом воздуха из ресивера; б — откачка воздуха при наличии утечки 3 л/с

**Результаты статистического моделирования
эффективности вакуумной системы**

N	$V_{\text{рес}}, \text{см}^3$	M_S	P_1	P_{AB}	$M_{T1}, \%$	$M_{T2}, \%$	$M_1, \%$	$M_2, \%$
1	10	1,179	0,233	0,0018	51,03	50,95	40,82	40,51
	50	1,195	0,246	0,0075	43,15	43,74	33,65	33,89
	100	1,297	0,259	0,0175	41,71	41,02	29,71	28,93
	400	2,35	0,392	0,02857	61,79	67,79	23,83	26,14
	1000	4,946	0,599	0,0318	73,23	80,57	12,35	13,58
2	10	4,464	0,509	0,0045	47,8	46,53	8,25	7,71
	50	4,473	0,518	0,0061	46,71	44,77	7,98	7,3
	100	4,487	0,527	0,0097	45,36	43,75	7,65	7,16
	400	5,511	0,573	0,026	58,79	60,64	8,21	8,3
	1000	11,595	0,761	0,0296	61,67	67,92	2,86	3,15

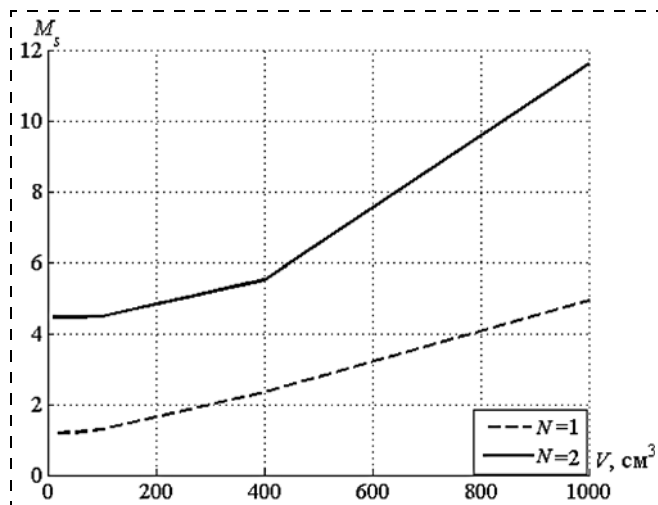


Рис. 9. Пример результатов статистического моделирования: зависимость математического ожидания числа шагов от объема бортового ресивера для одного и двух насосов

ный эксперимент (для трех факторов) с общим числом испытаний на стратегическом уровне его планирования — 30. Число прогонов для каждого испытания (строки плана) на тактическом уровне

планирования эксперимента определяли по оценке выборочного математического ожидания случайного события M_S и автоматически варьировали для каждого из испытаний. Общее число прогонов модели превысило 146 000. Вычисление показателей M_1 и M_2 проводили по значениям показателей M_{T1} , M_{T2} , M_S с учетом ковариации между M_{T1} и M_S , M_{T2} и M_S соответственно. Результаты моделирования для $l = d$ представлены в таблице.

Из таблицы видно, что с ростом объема ресивера увеличивается среднее число шагов, сделанное РВП, и растет вероятность выполнения более одного шага, но при этом, естественно, увеличивается и условная вероятность совершить отрыв от поверхности движения.

Также следует отметить и обратную зависимость времени работы насосов от объема ресивера из расчета на один шаг. На рис. 9 приведены графические зависимости среднего числа шагов РВП в зависимости от объема ресивера для одного и двух насосов. Как следует из графиков, объем ресивера при заданной производительности вакуумного бортового насоса должен быть не менее 400 см^3 . Эффект от использования ресивера (фактически выполняющего роль конденсатора) объясняется тем, что во время движения запас разреженного воздуха идет на компенсацию расхода утечек в вакуумных захватах, уменьшая общее время работы насоса во время движения.

Данный факт не противоречит закону сохранения энергии, так как энергия, запасенная до начала движения, полностью расходуется во время этого движения.

При этом работа насоса, затрачиваемая на выполнение одного шага при любом объеме ресивера, будет постоянной. При большем объеме ресивера увеличивается время работы насоса на этапе подготовки к движению РВП, соответственно увеличивается по времени этап подготовки робота к работе,

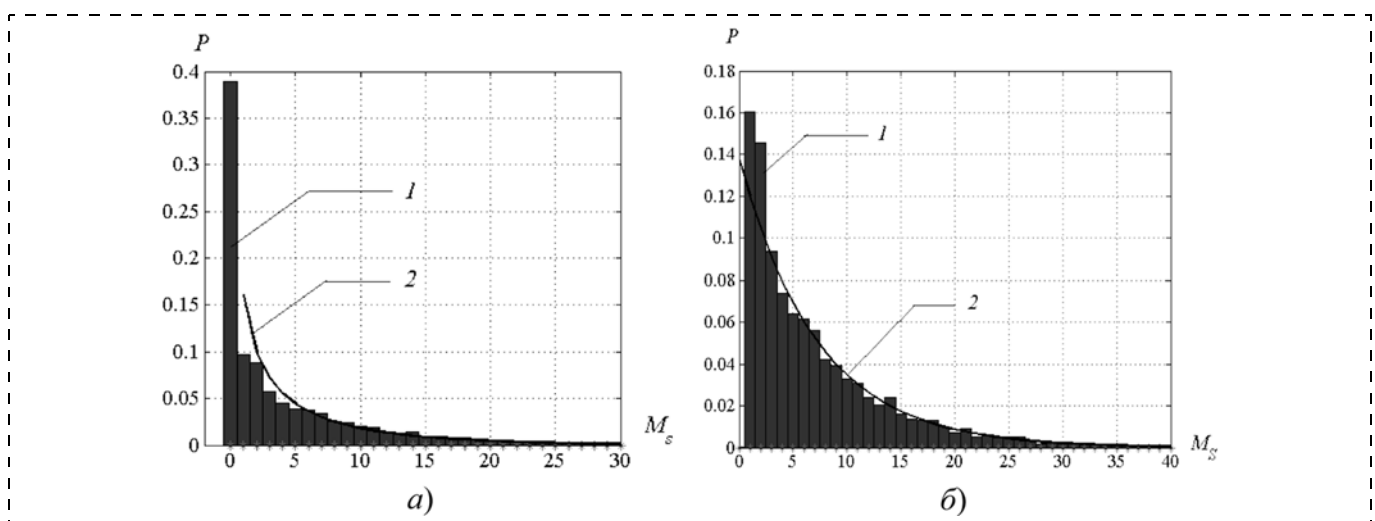


Рис. 10. Распределение числа шагов робота до первой остановки при $N = 2$ и $V = 100 \text{ см}^3$: а — с учетом неудач на первом шаге; б — при условии, что уже сделан первый шаг

но и наблюдается рост прямого показателя эффективности — числа шагов до первой остановки.

В ходе статистического моделирования было также установлено, что распределение числа сделанных роботом шагов до первой остановки подчиняется гамма-распределению (рис. 10, а), а если за начало отсчета принимать событие, что первый шаг выполнен успешно, то дальнейшее распределение числа шагов подчиняется экспоненциальному распределению (рис. 10, б). Статистические гипотезы относительно распределений проверялись методом моментов по выборке.

Данный результат хорошо согласуется со схемой, приводящей к гамма-распределению [21]: случайная величина, которая может быть интерпретирована в качестве времени до появления одного из многих событий (например, времени наработки до первого отказа), происходящих в некоторой последовательности, имеет приблизительно гамма-распределение.

Тем самым подтверждаются правильность проведенного моделирования и адекватность результатов, не противоречащих ни законам сохранения, ни основным положениям теории вероятности.

Заключение

Результаты проведенного исследования позволили сделать ряд выводов. Во-первых, применение имитационного моделирования позволяет обосновывать технические характеристики робота на основе анализа полученных в ходе моделирования выборочных показателей, например, оценивать минимальный объем ресивера по числу успешных шагов до первой остановки робота. Во-вторых, эффективность движения РВП, показателем которой является среднее число успешно сделанных шагов, при использовании бортового ресивера выше по сравнению со схемой без ресивера.

Также следует отметить, что интенсивность шагов РВП, определяемая техническими характеристиками робота, при условии выполнения первого шага, постоянна и не зависит от того, сколько робот уже прошел, т. е. такое движение робота по шероховатой поверхности является марковским процессом. А это, в свою очередь, позволяет заключить, что в дальнейших исследованиях, связанных с проектированием мобильных роботов и их систем управления, обосновано применение прикладной теории марковских случайных процессов.

Авторы выражают благодарность профессору А. С. Юценко за ряд ценных замечаний и советов, повысивших качество статьи.

Список литературы

1. Градецкий В. Г., Фомин Л. Ф. Динамические процессы в системах создания вакуума миниатюрных мобильных роботов // Мехатроника, автоматизация и управление. 2013. № 9. С. 10—14.

2. Градецкий В. Г., Князьков М. М. Состояние и перспективы развития роботов вертикального перемещения для экстремальных сред // Робототехника и техническая кибернетика. 2014. № 1. С. 9—16.
3. Аверьянов Е. В., Коваленко Б. Б., Костин А. В., Пелепас Е. И., Подураев Ю. В., Яковлев С. Ф. Основные аспекты создания отечественных технологических мобильных роботов вертикального перемещения // Мехатроника, автоматизация и управление. 2013. № 8. С. 23—27.
4. Li Y., Li M., Sun L. Design and passable ability of transitions analysis of six legged wall-climbing robot // Proc. of the 2007 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, August 5-8, 2007, Harbin, China. P. 800—804.
5. Silva M., Machado J., Tar J. A survey of technologies for climbing robots adhesion to surfaces // Proc. of the 6th IEEE Conference on Computational Cybernetics, November 27-29, 2008, Stara Lesna, Slovakia. P. 127—132.
6. Apostolescu T. C., Udrea C., Duminica D., Ionascu G., Bogatu L., Laurentiu Adrian Cartal Development of a climbing robot with vacuum attachment cups // Proceedings of International Conference MECANITECH'11, September 22-23, 2011, Bucharest. P. 258—267.
7. Nejadfard A., Schutz S., Schmidt D., Berns K. Design of safe reactional controller for chamber pressure in climbing robot CREA // Proc. of the 11th International Conference on informatics in control, automation and robotics, September 1-3, 2014 Vienna, Austria. P. 82—89.
8. Cernohorsky J., Horak M. Robotul Vertical Climber 2 design and implementation of control algorithm // Proc. of the 15th International Carpathian Control Conference, May, 28-30, 2014 Velke Karlovice, Czech. P. 86—90.
9. Wettach J., Hillenbrand C., Berns K. Thermodynamical modeling and control of an adhesion system for a climbing robot // Proc.s of the 20th International Conference on Robotics and Automation, April 18-22, 2005, Barcelona, Spain. P. 2727—2732.
10. Гладышев Н. Н. Гидрогазодинамика: конспект лекций. СПб: СПбГТУРП, 2012. 159 с.
11. Розанов Л. Н. Вакуумная техника: учебник для вузов по специальности "Вакуумная техника". М.: Высшая школа, 1990. 320 с.
12. Schmidt D., Berns K. Development and applications of a simulation framework for a wall-climbing robot // Proc. of the International Conference on Intelligent Robots and Systems, November 3-7, 2013, Tokyo. P. 2321—2326.
13. Тихомиров В. П., Горленко О. А., Измеров М. А., Прокофьев А. Н. Механика контактного взаимодействия плоских волнистых поверхностей // Вестник Брянского государственного технического университета. 2013. № 4 (40). С. 87—94.
14. Чаплыгин С. А. Контактное взаимодействие в уплотнительных устройствах // Механика и физика процессов поверхности и в контакте твердых тел, деталей технологического и энергетического оборудования: межвузовский сбор. науч. трудов. Вып. 6. Тверь: ТвГТУ, 2013. С. 114—124.
15. Демкин Н. Б. Компьютерные модели фрикционного контакта в трибологии // Механика и физика процессов на поверхности и в контакте твердых тел и деталей машин: межвузовский сбор. науч. трудов. Вып. 2. Тверь: ТвГТУ, 2006. С. 4—13.
16. Горленко А. О., Матлахов В. П. Контактное взаимодействие цилиндрических поверхностей при трении скольжения // Механика и физика процессов на поверхности и в контакте твердых тел и деталей машин: межвузовский сбор. науч. трудов. Вып. 2. Тверь: ТвГТУ, 2006. С. 14—20.
17. Брайла Н. В. Расчет математических ожиданий параметров трещин от степени износа элемента на основе статистических данных по аналогичным объектам // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 1. С. 106—112.
18. Карпинтери А., Лачидонья Дж., Пуцци С. Прогноз развития трещин в полномасштабных конструкциях на основе анализа показателя b и статистики Юла // Физическая мезомеханика. 2008. № 3. С. 75—87.
19. Игнатьев С. Р., Кучер А. Г., Якушенко А. С., Башта А. В. Моделирование объединения рассеянных поверхностных трещин. Вероятностная модель объединения трещин // Проблемы прочности. 2004. № 2. С. 21—32.
20. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Высшая школа, 2007. 480 с.
21. Строгалева В. П., Толкачева И. О. Имитационное моделирование: учебное пособие. М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. 295 с.

Simulation and Evaluation of the Adhesion System Effectiveness for a Miniature Mobile Wall-Climbing Robot with Suction Cups

A. A. Tachkov, tachkov@bmstu.ru✉, S. V. Kalinichenko, A. Ju. Malykhin,
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

Corresponding author: **Tachkov Aleksandr A.**, Ph.D., Senior Researcher,
Bauman Moscow State Technical University, REC Robotics, Moscow,
105005, Russian Federation, e-mail: tachkov@bmstu.ru

Received on December 03, 2015

Accepted on December 07, 2015

The mechanisms of a wall-climbing walking robot (WCWR) envisage two functions: "attachment" and "locomotion". There are many factors involved in these processes, and one of them is an adhesion method. In this paper, a miniature mobile WCWR with suction cups and an on-board vacuum pump with an additional vacuum tank is discussed. The paper describes a complex simulation model of the suction cup's adhesion to rough surfaces, which can be used for WCWR's conceptual design. The model is based on statistical characteristics of vertical surfaces, statistical characteristics of cracks and on the analysis of interaction between the adhesion system and the surface. The simulation model is used to select the basic parameters of the adhesion system, such as the pump capacity, and the vacuum tank's volume by the Monte-Carlo method. The effectiveness of the robot adhesion system is evaluated with the help of this model. Application of the simulation model is explained on an example. We evaluated the effectiveness of the vacuum tank by the number of robot steps. The results of adhesion system simulation are presented. Besides, we determined the distribution law of the robot's locomotion before it stops. The simulation results reveal that the distribution of the total number of steps follows the gamma-distribution. If we consider only the subsequent steps after the first successful one, their distribution follows the exponential probability law.

Keywords: wall-climbing walking robot, thermodynamic model, suction cup, vacuum tank, the Monte-Carlo method, exponential distribution, conceptual design, effectiveness, simulation, MATLAB

For citation:

Tachkov A. A., Kalinichenko S. V., Malykhin A. Ju. Simulation and Evaluation of the Adhesion System Effectiveness for a Miniature Mobile Wall-Climbing Robot with Suction Cups, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 3, pp. 178—186.

DOI: 10.17587/mau/17.178-186

References

1. Gradeckij V. G., Fomin L. F. *Dinamicheskie processy v sistemah sozdaniya vakuuma miniaturnykh mobil'nykh robotov* (Dynamic processes in the vacuum systems of miniature mobile robots), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 9, pp. 10—14 (in Russians).
2. Gradeckij V. G., Knjaz'kov M. M. *Sostojanie i perspektivy razvitiya robotov vertikal'nogo peremeshheniya dlja jekstremal'nykh sred* (Gradeckij V. G., Knjaz'kov M. M. State and prospects of development of wall-climbing robots for extreme environments), *Robototekhnika i Tehniceskaja Kibernetika*, 2014, no. 1, pp. 9—16 (in Russians).
3. Aver'janov E. V., Kovalenko B. B., Kostin A. V., Pelepas E. I., Poduraev Ju. V., Jakovlev S. F. *Osnovnye aspekty sozdaniya otechestvennykh tehnologiceskikh mobil'nykh robotov vertikal'nogo peremeshheniya* (The main aspects of the creation of domestic technology wall-climbing mobile robots) *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 8, pp. 23—27 (in Russians).
4. Li Y., Li M., Sun L. Design and passable ability of transitions analysis of six legged wall-climbing robot, *Proc. of the 2007 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, August 5-8, 2007, Harbin, China, pp. 800—804.
5. Silva M., Machado J., Tar J. A survey of technologies for climbing robots adhesion to surfaces, *Proc. of the 6th IEEE Conference on Computational Cybernetics*, November 27-29, 2008, Stara Lesna, Slovakia, pp. 127—132.
6. Apostolescu T. C., Udrea C., Dumitrica D., Ionascu G., Bogatu L., Laurentiu Adrian Cartal Development of a climbing robot with vacuum attachment cups, *Proc. of International Conference MECAHITECH'11*, September 22-23, 2011, Bucharest, pp. 258—267.
7. Nejadfard A., Schutz S., Schmidt D., Berns K. Design of safe reactional controller for chamber pressure in climbing robot CREA, *Proc. of the 11th International Conference on informatics in control, automation and robotics*, September 1-3, 2014 Vienna, Austria, pp. 82—89.
8. Cernohorsky J., Horak M. Robotul Vertical Climber 2 design and implementation of control algorithm, *Proc. of the 15th International Carpathian Control Conference*, May, 28-30, 2014 Velke Karlovice, Czech, pp. 86—90.
9. Wettach J., Hillenbrand C., Berns K. Thermodynamical modeling and control of an adhesion system for a climbing robot, *Proc. of the 20th International Conference on Robotics and Automation*, April 18-22, 2005, Barselona, Spain, pp. 2727—2732.
10. Gladyshev N. N. *Gidrogazodinamika: konspekt lekcij* (Fluid Dynamics: lecture notes), SPb, SPbGTURP, 2012, 159 p. (in Russians).
11. Rozanov L. N. *Vakuumnaja tehnika: uchebnik dlja vuzov po special'nosti "Vakuumnaja tehnika"* (Vacuum technology: a textbook for high schools in "Vacuum Technology"), Moscow, Vysshaja shkola, 1990, 320 p. (in Russians).
12. Schmidt D., Berns K. Development and applications of a simulation framework for a wall-climbing robot, *Proc. of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*, November 3-7, 2013, Tokyo, pp. 2321—2326.
13. Tihomirov V. P., Gorlenko O. A., Izmerov M. A., Prokof'ev A. N. *Mehanika kontaktного vzaimodejstija ploskikh volnistykh poverhnostej* (The contact mechanics of flat undulating surfaces) *Vestnik Brjanskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta*, 2013, no. 4(40), pp. 87—94 (in Russians).
14. Chaplygin S. A. *Kontaknoe vzaimodejstvie v uplotnitel'nykh ustrojstvax* (Contact interaction in sealing devices), *Mehanika i fizika processov poverhnosti i v kontakte tverdykh tel, detalej tehnologiceskogo i jenergeticeskogo oborudovanija: mezhvuzovskij sbor. nauch. trudov*, vol. 6., Tver', TvGTU, 2013, pp. 114—124 (in Russians).
15. Demkin N. B. *Komp'yuternye modeli frikcionnogo kontakta v tribologii* (Computer models in tribology friction contact), *Mehanika i fizika processov na poverhnosti i v kontakte tverdykh tel i detalej mashin: mezhvuzovskij sbor. nauch. trudov*, vol. 2, Tver', TvGTU, 2006, pp. 4—13 (in Russians).
16. Gorlenko A. O., Matlahov V. P. *Kontaknoe vzaimodejstvie cilindricheskikh poverhnostej pri trenii skol'zhenija* (Contact interaction of cylindrical surfaces in sliding), *Mehanika i fizika processov na poverhnosti i v kontakte tverdykh tel i detalej mashin: mezhvuzovskij sbor. nauch. trudov*, vol. 2 — Tver', TvGTU, 2006, pp. 14—20 (in Russians).
17. Brajla N. V. *Raschet matematicheskih ozhidaniy parametrov treshhin ot stepeni iznosa jelementa na osnove statisticeskikh dannyh po analogičnym ob'ektam* (Calculation of expectations fracture parameters of the wear member on the basis of statistical data relating to similar objects), *Inženerno-Stroitel'nyj Zhurnal*, 2012, no. 1, pp. 106—112 (in Russians).
18. Karpinteri A., Lacidogna G., Puzzi S. *Prognoz razvitiya treshhin v polnomasshtabnykh konstrukcijah na osnove analiza pokazatelya b i statistiki Julia*, *Fiziceskaja Mezomehanika*, 2008, no. 3, pp. 75 — 87 (in Russians).
19. Ignatovich S. R., Kucher A. G., Yakushenko A. S., Bashta A. V. *Modelirovanie ob'edinenija rassejannykh poverhnostnykh treshhin. Veroyatnostnaja model' ob'edinenija treshhin* (Simulation of scattered surface cracks associations. Probabilistic model of cracks), *Problemy Prochnosti*, 2004, no. 2, pp. 21—32 (in Russians).
20. Ventcel' E. S., Ovcharov L. A. *Teorija veroyatnostej i ee inženernye prilozhenija* (Probability theory and its engineering applications), Moscow, Vysshaja shkola, 2007, 480 p. (in Russians).
21. Strogalev V. P., Tolkacheva I. O. *Imitacionnoe modelirovanie: uchebnoe posobie* (Simulation: a tutorial), Moscow, Publishing house of MG TU im. N. Je. Bauman (in Russians).

Н. А. Сергиевский, программист-аналитик "Элвис-Неотек", dereyly@gmail.com,
А. А. Харламов, д-р техн. наук, директор ООО "Микросистемы"

Структурное детектирование зрительных образов для мобильного робота

Описывается подход к детектированию объектов в реальном масштабе времени. Процесс детектирования объектов разделен на две части: (1) генерация гипотез и (2) проверка гипотез. Генерация гипотез осуществляется с помощью простой структурной модели на основе комбинации отрезков. Проверка гипотез использует подход на основе сверточных сетей, которые формируют вектор признаков на основе адаптивной подвыборки последнего сверточного слоя. Далее признаки классифицируются алгоритмом "случайный лес". Точность данного подхода сопоставима с современными методами детектирования объектов, такими как SPPNet и RCNN, а время работы составляет 4 кадра в секунду на процессоре, что в 7 раз быстрее SPPNet.

Ключевые слова: детектирование объектов, компьютерное зрение, зрение роботов, нейронные сети, глубокое обучение, случайный лес

Введение

В последние годы наблюдается значительное увеличение интереса к робототехнике. Перед робототехникой в настоящее время стоит задача — сделать мобильный и автономный робот, который мог бы взаимодействовать с неизвестной средой и принимать решения без помощи оператора. Зрительный анализатор как дистантный анализатор является для робота средством анализа окружающей среды. Зрение помогает роботу построить карту помещения, локализовать свое положение на ней и отметить на ней объекты, с которыми он будет взаимодействовать.

Для взаимодействия с окружающим миром мобильный робот должен распознавать объекты, фиксируемые видеокамерой, и определять их положение. Для решения этой задачи предназначены алгоритмы детектирования объектов.

На данный момент существует множество подходов к детектированию объектов [1], однако ряд практических задач не могут быть эффективно решены с помощью известных методов и алгоритмов. Основная причина заключается в отсутствии универсальных эффективных методов машинного зрения, способных решать задачи различных классов в реальном масштабе времени. Отсюда вытекает и основная проблема существующих систем детектирования: каждая такая система жестко ориентирована на специфику обрабатываемых данных и детектируемых объектов. При изменении исходных данных либо классов детектируемых объектов необходимо адаптировать систему к изменившимся условиям, если это возможно, а также проводить длительное переобучение на новых наборах тестовых данных. Само детектирование при этом может занимать довольно значительное время. Другой характерной особенностью существующих систем и методов детектирования объектов является многократное использование входного изображения в разных масштабах, что ведет к потере производительности.

Одним из путей решения вышеназванных проблем является разработка нового метода детектирования объектов, основанного на структурном анализе разнотипных характерных особенностей изображения (или изображений видеопотока).

Процесс детектирования объектов можно разбить на несколько этапов. Во-первых, из изображения извлекаются признаки (Хаар [2], SIFT, HOG, признаки, полученные на основе использования сверточных сетей [3, 4]). Затем применяются классификаторы [2, 5] для идентификации признаков в пространстве признаков. Классификаторы применяются в режиме сканирующего окна на пирамиде изображений (признаков) или на некотором наборе регионов, в которых потенциально может находиться объект [6] (регион — это минимальная прямоугольная область, которая содержит объект).

Методы на основе генерации набора регионов или гипотез для последующей классификации дают наибольшую точность на открытых базах VOC Pascal [7], ImageNet [8]. В работе J. Uijlings [6] представлен метод выбора объединенных сегментов (Selective Search), основанный на иерархическом методе объединения сегментов на изображении, которые являются гипотезами о местоположении объекта. Проверка каждой гипотезы осуществляется с помощью метода "мешок слов" [6,9]. Автор P. Dollar описывает алгоритм генерации гипотез на основе контуров EdgeBox [10], который использует обучаемый метод получения контуров.

Для генерации гипотез был разработан быстрый метод BING, работающий за счет поиска контуров на градиентном изображении низкого разрешения, но данный метод достигает невысоких показателей покрытия объектов на изображении [11].

Метод RCNN [12] основан на сверточных сетях, и каждый фрагмент изображения (гипотеза о местоположении объекта) перемасштабируется в изображение размером $224 \times 224 \times 3$ пикселя, что является стандартным входом сети AlexNet [3]. Затем на основе вектора признаков сверточной нейрон-

ной сети регион (гипотеза) классифицируется и уточняется положение окаймляющего прямоугольника. Задача классификации и регрессии решается с помощью линейного метода опорных векторов [5].

В алгоритме SPPNet [13] осуществляется пространственная выборка максимальных признаков (max pooling) в регионе, полученном с помощью выбора объединенных сегментов (SelectiveSearch), создается несколько наборов ячеек и формируется вектор признаков одинакового размера для регионов разного размера и с разным соотношением сторон. В этом методе использована сверточная нейронная сеть ZFNet, обученная на задаче классификации ImageNet. Для детектирования используется последний сверточный слой, и для определения принадлежности классам или фону и уточнения положения рамки с помощью регрессии обучаются только полносвязные слои. В методе используются признаки, полученные на разных масштабах изображения.

В алгоритме Fast RCNN [14] используется подход, примененный в методе SPPNet [13]. Вектор признаков формируется из предобученной нейронной сети на одном масштабе изображения (600×600). Создается специальный слой выбора региона интереса. В отличие от алгоритма SPPNet, не только полносвязные слои, но и вся нейронная сеть дообучается детектированию. Функция потерь одновременно включает компоненты как классификации, так и регрессии. Данный подход дает наибольшую точность на известных тестовых базах по детектированию объектов VOC Pascal, ImageNet.

Несмотря на тот факт, что за последнее время в разы улучшилось качество детектирования [12], причем оно осуществляется почти в реальном масштабе времени [13, 14], остается несколько сдерживающих моментов. Во-первых, поиск гипотез (регионов) работает по-прежнему долго. Во-вторых, показатели алгоритмов получены на дорогостоящих видеокάρтах, которые потребляют 275...375 Вт [15], что неприемлемо для мобильного робота.

В данной статье будет рассмотрен алгоритм быстрого формирования (генерации) гипотез на основе структурной сочетаемости отрезков и метод проверки гипотез на основе признаков сверточных нейронных сетей.

Задача детектирования объектов на мобильном роботе

Мобильный робот — это устройство с ограниченными вычислительными ресурсами, на котором предполагается использование слабого процессора: i3-i5 или arm. В некоторых случаях доступны графические карты типа Nvidia Tegra. Алгоритмы анализа видеопотока должны работать в реальном масштабе времени, для того чтобы робот смог реагировать на поступающую информацию и процесс обработки видеоданных не занимал бы все ресурсы процессора. Система анализа виде-

опотока тесно связана с системой навигации и передает в навигационный модуль данные о положении и классе объекта. Изображения объектов, поступающие на вход, не сильно меняются в зависимости от вертикального угла наклона. Объекты, расположенные менее чем на 50 % площади кадра, можно не рассматривать, поскольку они являются несущественными для системы навигации в данный момент времени. Для тестирования задачи детектирования объектов на мобильном роботе была создана база "Стулья" (рис. 1, см. четвертую сторону обложки).

Реальные практические задачи обычно допускают большое число ограничений и допущений. В отличие от классического теста VOC Pascal [7] в базе "Стулья" содержатся объекты большего размера, и перекрытие объектов не может превышать более 50 % площади изображения.

1. Детектирование объектов внутри помещения

Задача детектирования объектов решается в два этапа:

- 1) формирование гипотез;
- 2) проверка гипотез.

Гипотезы обычно формируются за счет простых признаков на изображении, таких как сегменты, контуры или границы. Для реализации зрения роботов внутри помещения хорошим признаком можно считать отрезки. Отрезки принадлежат объектам-артефактам, таким как столы, стулья, двери и т. д. Этот класс объектов вполне охватывает задачу семантической навигации внутри помещения.

Формирование гипотез. К формированию гипотез, как и к прочим компонентам системы детектирования объектов на мобильном роботе, предъявляются требования по быстродействию. Для этого правила формирования гипотезы должны удовлетворять следующим условиям: гипотезы должны вычисляться быстро и быть устойчивыми к простым искажениям, таким как поворот, размытие и артефакты JPEG [11].

Скорость работы алгоритма генерации гипотез часто достигается за счет эффективных процедур проверки гипотез и простоты правил формирования гипотез [16].

Отрезки можно считать структурообразующими особенностями объектов (тех объектов, с которыми может взаимодействовать мобильный робот). Комбинация из нескольких отрезков может дать информацию о возможном нахождении объекта в заданной области и задать эту область с помощью окаймляющего прямоугольника.

Конструкции из отрезков на следующем уровне обработки объединяются в так называемые дескриптивные области (обычно содержащие три отрезка в определенных отношениях друг к другу), которые могут интерпретироваться как элементы объектов. Дескриптивную область можно считать хорошо дискриминирующей структурой.

Для выдвижения гипотез к изображению применяется система шаблонов. Изображение представ-

ляется как набор отрезков прямых. Для каждого отрезка на изображении в его окрестности подбираются соразмерные отрезки для построения комбинации из трех отрезков (рис. 2, см. четвертую сторону обложки). Далее используется геометрическое сравнение с классами отрезков, которое реализуется в несколько шагов:

- находится среднее геометрическое центров (центр масс) отрезков;
- определяется порядок отрезков в комбинации;
- вычисляются расстояния между шаблонами и тройками отрезков на изображении;
- полученные расстояния сравниваются с порогом.

Расстояния между тройками вычисляются по формуле

$$d = c_1 d^L + c_2 d^\alpha + c_3 d^p, \quad (1)$$

где c_i ($i = 1, 2, 3$) — константы; d^L — разница между нормированными длинами отрезков:

$$d^L = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k |l_j^{tmpl_1} / K^{tmpl_1} - l_j^{tmpl_2} / K^{tmpl_2}|, \quad (2)$$

здесь l — длина отрезка, $k = 3$ — число отрезков в шаблоне, $tmpl_1, tmpl_2$ — индексы разных наборов отрезков (шаблонов), K — нормализация по расстояниям между центрами отрезков:

$$K = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \sum_{j=i+1}^k (p_j^{middle} - p_i^{middle})^2, \quad (3)$$

p^{middle} — координаты центра отрезка;

d^α — расстояние между углами в сравниваемых шаблонах:

$$d^\alpha = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (\Delta \alpha_j^{tmpl_1} - \Delta \alpha_j^{tmpl_2})^2, \quad (4)$$

здесь $\Delta \alpha$ — разница между углами наклона пары отрезков; d^p — разность попарных расстояний между концами отрезков:

$$d^p = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^2 (p_{ij}^{tmpl_1} / K^{tmpl_1} - p_{ij}^{tmpl_2} / K^{tmpl_2}), \quad (5)$$

здесь k — число попарных комбинаций внутри набора отрезков 1-2; 1-3; 2-3, $p_{ij}^{tmpl_n}$ — попарное расстояние между концами отрезков внутри набора отрезков, при $i = 1$ вычисляется расстояние между ближайшими концами отрезков,

Порядок для сопоставления соответствующих отрезков определяется возрастанием угла (по часовой стрелке) от центра масс шаблона до центра отрезка. Угол наклона вычисляется относительно оси абсцисс, т. е. берутся три точки: центр отрезка (x^{middle}, y^{middle}), центр масс шаблона (x^M, y^M), проекция центра отрезка (x^{middle}, y^M).

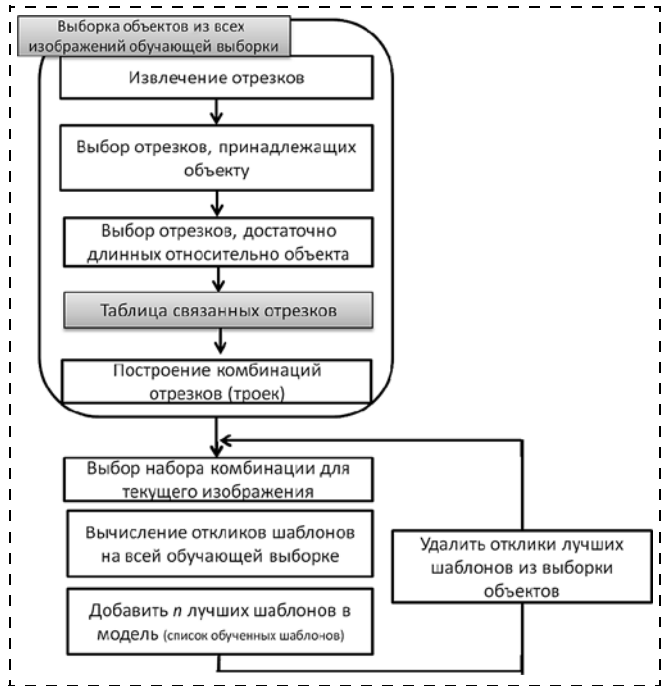


Рис. 3. Алгоритм жадного обучения шаблонов (для генерации гипотез)

Вместо вычисления расстояния между каждой парой шаблонов эффективнее представить шаблон в форме дескриптора:

$$D = [l_{1...k}/K, \Delta \alpha_{1...k}, p_{1...2, 1...k}/K]. \quad (6)$$

Данный дескриптор можно использовать в обучаемых алгоритмах, таких как "случайный лес" или метод ближайшего соседа.

Обучение с помощью метода ближайшего соседа можно представить диаграммой (рис. 3).

Алгоритм генерации гипотез включает следующие шаги:

- поиск отрезков;
- фильтрация парных комбинаций с помощью таблицы связанных отрезков;
- построение дескриптора;
- сравнение дескриптора с обученными шаблонами.

Алгоритм генерации гипотез и обучение этого алгоритма являются эффективными с точки зрения требуемого объема вычислений. Отрезки вычисляются с помощью алгоритма EDlines [17], имеющего сложность $O(N)$ (N — число пикселей на изображении). Этап фильтрации гипотез имеет сложность $O(n^2)$ (n — число отрезков) и оставляет только n^2 комбинаций из трех отрезков. Этап формирования дескрипторов имеет сложность $O(n^2)$. Этап сравнения дескрипторов имеет сложность $O(n \lg(m))$, где m — число обученных шаблонов, которые хранятся в kd-дереве [20].

Как видно из рис. 4 (см. четвертую сторону обложки), финальные гипотезы сильно ограничивают возможное положение объекта на сцене.

Проверка гипотез. Стандартной практикой применения нейронных сетей к новой задаче является обучение последнего слоя классам в рассматриваемой задаче с помощью линейного метода опорных векторов. Например, для детектирования объектов RCNN [12] взяли сеть AlexNet, обученную на задаче классификации объектов для 1000 классов, и заменили на классификацию объектов при детектировании в задаче VOC Pascal для 20 классов, т. е. RCNN переобучает только последний (полносвязный) слой нейронной сети.

Если рассмотреть модель SPPNet, которая обучает свой набор полносвязных слоев после адаптивной выборки, то эта модель тратит большую часть времени на вычисление полносвязных слоев [14].

Если рассмотреть алгоритм, использующий признаки с последнего сверточного слоя, то они уже будут линейно неразделимы. В этом случае можно применить другой способ быстрой классификации — "случайный лес".

В сверточной сети последовательно применяются операции свертки, подвыборки (max-pooling) и нелинейной функции активации (ReLU [3] или logsig). Рассмотрим нейронную сеть, представленную на рис. 5. На вход данной сети подается цветное изображение размером (в пикселях) $224 \times 224 \times 3$, и оно сворачивается с 96 фильтрами размером $11 \times 11 \times 3$ и шагом 4, в результате получается набор карт признаков размером $55 \times 55 \times 96$. Этот набор карт признаков проходит через нелинейную функцию ReLU, далее осуществляется свертка с 256 фильтрами $5 \times 5 \times 48$ (нейронная сеть разбита на две части) и применяются операции подвыборки (max-pooling) и нелинейности ReLU. И так далее, последний слой — сверточный: $13 \times 13 \times 256$, что в 16 раз меньше исходного изображения.

Возьмем обученную нейронную сеть и применим ее к изображению $M \times N \times 3$, тогда карта признаков $\mathbf{M}$ последнего сверточного слоя будет иметь размер $\frac{M}{16} \times \frac{N}{16} \times 256$. Далее нужно вычислить дескриптор в заданной зоне — прямоугольной зоне гипотезы (рис. 5). Применим операцию адаптивной подвыборки (max-pooling) [13]. Для этого вы-

числим координаты прямоугольника в пространстве карт признаков $\mathbf{M}$ по формулам [13]

$$x'_1 = \text{floor}\left(\frac{x_1 - b_0 + b}{s} + 0,5\right);$$

$$x'_2 = \text{ceil}\left(\frac{x_2 - b_0 - b}{s} - 0,5\right), \quad (7)$$

где x_1 — координата левого угла прямоугольника, x_2 — правого; x'_1, x'_2 — координаты в пространстве карт признаков $\mathbf{M}$; $s = 16$ — коэффициент уменьшения размера карты признаков относительно исходного изображения; b_0 и b — смещения. Координаты y'_1, y'_2 вычисляются аналогично формуле (7).

В качестве дескриптора (вектора признаков) объекта, находящегося в заданной прямоугольной области, будем рассматривать не только подвыборку (max-pooling) в карте признаков $\mathbf{M}$, но и пространственную решетку с несколькими масштабами $\{m_1 \times m_1; m_2 \times m_2; m_3 \times m_3 \dots\}$. Координаты ячеек пространственной решетки вычисляются по формуле (7). Размер вектора признака $\mathbf{V}$ будет $m_1 \times m_1 \times 256 + m_2 \times m_2 \times 256 + \dots$

Для классификации каждой гипотезы используем метод "случайный лес" [19] на пространстве признаков $\mathbf{V}$. Данный подход является эффективным с точки зрения затрат на вычисления. Сложность классификации составит $O(Ln_F \lg K)$, где L — число гипотез, n_F — число деревьев, K — размерность $\mathbf{V}$.

Практические результаты

Процесс детектирования объектов разделен на две части: (1) генерация гипотез; и (2) проверка гипотез. Каждый из этапов обучался на базе "Стуля". Размер изображения из базы был приведен к 480 пикселям по максимальной из сторон (ширине либо высоте). Использовалась модель нейронной сети CNN-F[18], которая имеет меньше связей и работает быстрее, чем AlexNet. Для обучения второго этапа на изображениях были выделены гипотезы, и в качестве положительных примеров были взяты гипотезы, которые более чем на 50 % (по мере IOU [7]) пересекались с прямоугольником разметки (см. рис. 3, внизу, см. четвертую сторону обложки). Пространственная решетка $\{1 \times 1, 2 \times 2, 4 \times 4\}$ определяет размерность вектора признаков $\mathbf{V}$ 5376. Также использовался предыдущий сверточный слой с пространственной решеткой $\{4 \times 4\}$, размерность вектора признаков составила 9472.

В методе "случайный лес" формируются семь деревьев с глубиной 16 для каждого дерева и случайным подмножеством из 3000 признаков. Точное положение рамки тоже обучалось с помощью метода "случайный лес", была построена регрессионная модель из четырех параметров смещения для прямоугольника, нормированная на ширину гипотезы.

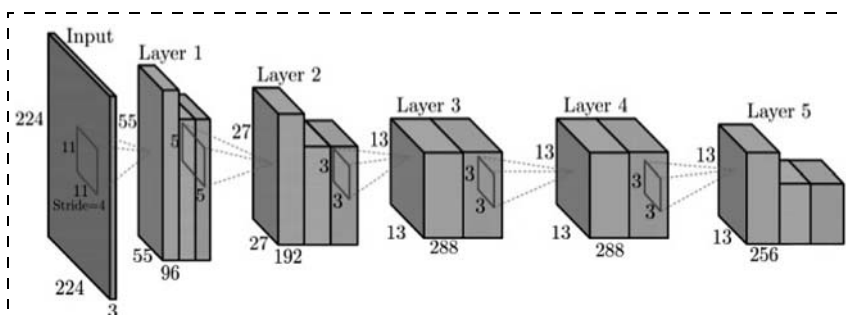


Рис. 5. Сверточная нейронная сеть для классификации изображений [3]. После каждого слоя идет нелинейная функция ReLU. Полносвязные слои отсутствуют в рассматриваемой модели

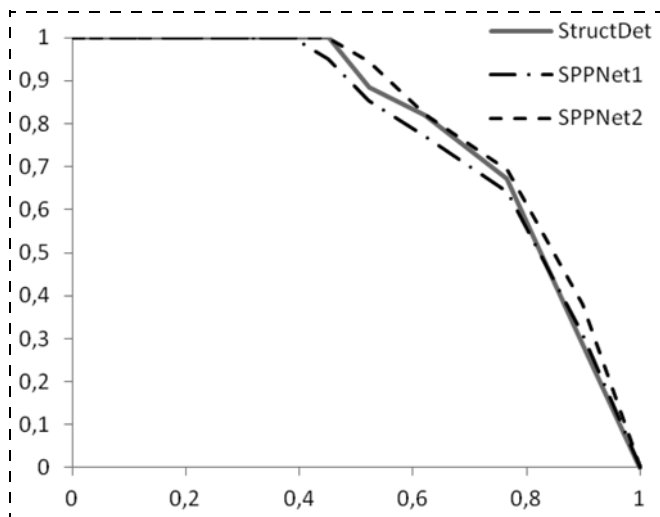


Рис. 6. График точность/полнота на базе "Стулья" для моделей SppNet и структурного детектирования

В качестве отрицательных примеров рассматривали гипотезы, которые менее чем на 30 % пересекаются с прямоугольником разметки. На первом этапе выбирали случайные отрицательные примеры. Далее рассматривали сложные (hard negative) примеры, которые при классификации давали ложные результаты. Сходимость по сложным примерам была достигнута за три итерации по всей обучающей выборке.

Алгоритм показал точность, сравнимую с алгоритмом SPPNet (рис. 6): $AP(SPPNet1) = 0,69$ против $AP(StructDet) = 0,78$, но превосходил его по быстродействию: 0,2 с против 1,5 с (на процессоре). Дообученная версия SPPNet на выборке "Стулья" имеет точность $AP(SPPNet2) = 0,8$.

Полное время работы алгоритма детектирования объектов (включая этап генерации гипотез) составило 0,25 с в одном потоке на CPU i7, что удовлетворяет требованиям, предъявляемым к системе детектирования на мобильном роботе.

Выводы

Необходимость улучшения алгоритмов машинного зрения — это постоянно открытая тема, несмотря на большие достижения в этой области. Ученые в области машинного зрения последнее время работают явно или неявно не с изображениями целиком, а с его фрагментами, используя при этом алгоритмы сегментации, поиска особенностей на изображении, или выстраивая прогрессивные многослойные нейронные сети, реагирующие локально в точках наибольшей информативности. По мнению авторов, основное усилие нужно прилагать к построению моделей с упорядоченной структурой фрагментарного представления объектов.

В работе представлен подход к детектированию сложных объектов на основе использования двух уровней поиска разнородных элементов на изображении с их взаимодействием и построения эффективного множества границ объекта для его последующей классификации.

Продемонстрирован алгоритм детектирования объектов без сканирующего окна, который основан на построении гипотез, и описан каждый шаг и фрагмент этого алгоритма, начиная с поиска особенностей и заканчивая проверкой гипотез.

Показано, что предложенный алгоритм работает в семь раз быстрее известного алгоритма SPPNet. Высокая производительность позволяет использовать алгоритм структурного детектирования для решения практических задач на роботе в реальном масштабе времени.

Список литературы

1. Girshick, Ross Brook. From rigid templates to grammars: Object detection with structured models. University of Chicago, 2012.
2. Paul V., Jones M. J. Robust real-time face detection // International journal of computer vision. 2004. V. 57, N. 2. P. 137–154.
3. LeCun Y. Gradient-based learning applied to document recognition // Proc. of the IEEE. 1998. V. 86, N. 11. P. 2278–2324.
4. Krizhevsky A., Sutskever I., Hinton G. E. Imagenet classification with deep convolutional neural networks // Advances in neural information processing systems. 2012.
5. Fan R. E., Chang K. W., Hsieh C. J., Wang, X. R., Lin C. J. LIBLINEAR: A library for large linear classification // The Journal of Machine Learning Research. 2008. V. 9. P. 1871–1874.
6. Uijlings J. R., van de Sande K. E., Gevers T., Smeulders A. W. Selective search for object recognition // International journal of computer vision. 2013. V. 104, N. 2. P. 154–171.
7. Everingham M., Van Gool L., Williams C. K., Winn J., Zisserman A. The pascal visual object classes (voc) challenge // International journal of computer vision. 2010. V. 88, N. 2. P. 303–338.
8. Deng J., Dong W., Socher R., Li L. J., Li K., Fei-Fei L. Imagenet: A large-scale hierarchical image database // Computer Vision and Pattern Recognition. CVPR 2009. IEEE Conference on IEEE, 2009.
9. Sivic J., Russell B. C., Efros A., Zisserman A., Freeman W. T. Discovering objects and their location in images // Computer Vision, 2005. ICCV 2005. Tenth IEEE International Conference on. 2005. V. 1.
10. Zitnick, Lawrence C., Dollár P. Edge boxes: Locating object proposals from edges // Computer Vision—ECCV 2014. Springer International Publishing, 2014. P. 391–405.
11. Hosang J., Benenson R., Schiele B. How good are detection proposals, really? *arXiv preprint arXiv:1406.6962* (2014).
12. Girshick R., Donahue J., Darrell T., Malik J. Rich feature hierarchies for accurate object detection and semantic segmentation // Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2014 IEEE Conference on. IEEE, 2014.
13. He K., Zhang X., Ren S., Sun J. Spatial pyramid pooling in deep convolutional networks for visual recognition // Computer Vision—ECCV 2014. Springer International Publishing, 2014. P. 346–361.
14. Girshick Ross. Fast R-CNN. *arXiv preprint arXiv:1504.08083* (2015).
15. Лобов С. А., Сергиевский Н. А., Харламов А. А. Адаптация алгоритма сверточных нейронных сетей на ПЛИС // Программные системы: теория и приложения. 2013. № 3 (17).
16. Cheng M. M., Zhang Z., Lin W. Y., Torr P. BING: Binarized normed gradients for objectness estimation at 300fps // Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2014 IEEE Conference on. IEEE, 2014.
17. Akinlar, Cuneyt, Cihan Topal. EDLines: A real-time line segment detector with a false detection control // Pattern Recognition Letters. 2011. V. 32, N. 13. P. 1633–1642.
18. Chatfield K., Simonyan K., Vedaldi A., Zisserman A. Return of the devil in the details: Delving deep into convolutional nets // *arXiv preprint arXiv:1405.3531* (2014).
19. Liaw A., Wiener M. Classification and regression by random Forest // R news. 2002. V. 2, N. 3. P. 18–22.

Structural Detection of Visual Objects for Mobile Robots

N. A. Sergievskiy, dereyly@gmail.com, ELVEES-NeoTek, Zelenograd, Moscow, 124498, Russian Federation,
A. A. Kharlamov, kharlamov@analyst.ru, Institute of Higher Nervous Activity and Neurophysiology
of the Russian Academy of Sciences (IHNA&N RAS), Moscow, 117485, Russian Federation,
Moscow State Linguistics University, Moscow, 119034, Russian Federation

Corresponding author: **Kharlamov Aleksandr A.**, Associate Professor, D.Sc.,
Institute of Higher Nervous Activity and Neurophysiology of the Russian Academy of Sciences (IHNA&N RAS),
Moscow, 117485, Russian Federation, Moscow State Linguistics University,
Moscow, 119034, Russian Federation, e-mail: kharlamov@analyst.ru

Received on October 06, 2015

Accepted on October 22, 2015

This paper presents StructDetect, a fast method for object detection. The target detection process consists of two stages: generation of a hypothesis (object proposals) (1) and verification of the hypothesis (2). Generation of the object proposals is carried out by means of a simple structural model on the basis of line segment combining. Line segment is detected by EdLines algorithm. Then a computer attributes the line segments and their pairs and creates "a connection table", which filters some combinations. Further, it creates a triple combination of the line segments filtered by "the connection table". Each combination has a hand-craft descriptor based on the line segment attribute. This descriptor is used to learn kNN classifier and generate object proposals in the area of 3 line segments. These proposals define a set of candidate bounding boxes available to the detector. The second module is based on a convolutional neural network, which takes a fixed-length feature vector from each region. The convolution neural network computes once per image and features vector extracts with adaptively-sized pooling from the last convolution layer. Then the feature vectors are classified by the random forest algorithm. Accuracy of this approach is comparable with the accuracy of such modern detector methods as SPPNet and RCNN. StructDetect is 7 times faster than SPPNet and has a frame rate of 4fps on a CPU.

Keywords: object detection, object proposals, computer vision, robot vision, deep learning, random forest

For citation:

Sergievskiy N. A., Kharlamov A. A. Structural Detection of Visual Objects for Mobile Robots, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 3, pp. 187–192.

DOI: 10.17587/mau/17.187-192

References

1. **Girshick, Ross Brook.** From rigid templates to grammars: Object detection with structured models, University of Chicago, 2012.
2. **Paul V., Jones M. J.** Robust real-time face detection, *International journal of computer vision*, 2004, vol. 57, no. 2, pp. 137–154.
3. **LeCun Y.** Gradient-based learning applied to document recognition, *Proc. of the IEEE*, 1998, vol. 86, no. 11, pp. 2278–2324.
4. **Krizhevsky A., Sutskever I., Hinton G. E.** Imagenet classification with deep convolutional neural networks, *Advances in neural information processing systems*, 2012.
5. **Fan R. E., Chang K. W., Hsieh C. J., Wang, X. R., Lin C. J.** LIBLINEAR: A library for large linear classification, *The Journal of Machine Learning Research*, 2008, vol. 9, pp. 1871–1874.
6. **Uijlings J. R., van de Sande K. E., Gevers T., Smeulders A. W.** Selective search for object recognition, *International journal of computer vision*, 2013, vol. 104, no. 2, pp. 154–171.
7. **Everingham M., Van Gool L., Williams C. K., Winn J., Zisserman A.** The pascal visual object classes (voc) challenge, *International journal of computer vision*, 2010, vol. 88, no. 2, pp. 303–338.
8. **Deng J., Dong W., Socher R., Li L. J., Li K., Fei-Fei L.** Imagenet: A large-scale hierarchical image database, *Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR 2009, IEEE Conference on IEEE*, 2009.
9. **Sivic J., Russell B. C., Efros A., Zisserman A., Freeman W. T.** Discovering objects and their location in images, *Computer Vision, ICCV 2005. Tenth IEEE International Conference*. 2005, vol. 1.
10. **Zitnick, Lawrence C., Dollár P.** Edge boxes: Locating object proposals from edges, *Computer Vision—ECCV 2014. Springer International Publishing*, 2014, pp. 391–405.
11. **Hosang J., Benenson R., Schiele B.** How good are detection proposals, really?. *arXiv preprint arXiv:1406.6962* (2014).
12. **Girshick R., Donahue J., Darrell T., Malik J.** Rich feature hierarchies for accurate object detection and semantic segmentation, *Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2014 IEEE Conference*, 2014.
13. **He K., Zhang X., Ren S., Sun J.** Spatial pyramid pooling in deep convolutional networks for visual recognition, *Computer Vision—ECCV 2014. Springer International Publishing*, 2014, pp. 346–361.
14. **Girshick Ross.** Fast R-CNN. *arXiv preprint arXiv:1504.08083* (2015).
15. **Lobov S. A., Sergievskiy N. A., Kharlamov A. A.** Adaptatsiya algoritma svertochnykh neironnykh setei na PLIS (Adaptatsiya algoritma sverochnih neyronnih setei na PLIS), *Programmye Sistemy: Teoria i Prilozheniya*, 2013, no. 3(17) (in Russian).
16. **Cheng M. M., Zhang Z., Lin, W. Y., Torr P.** BING: Binarized normed gradients for objectness estimation at 300fps, *Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2014 IEEE Conference*, 2014.
17. **Akinlar, Cuneyt, Cihan Topal.** EDLines: A real-time line segment detector with a false detection control, *Pattern Recognition Letters*, 2011, vol. 32, no. 13, pp. 1633–1642.
18. **Chatfield K., Simonyan K., Vedaldi A., Zisserman A.** Return of the devil in the details: Delving deep into convolutional nets, *arXiv preprint arXiv:1405.3531* (2014).
19. **Liaw A., Wiener M.** Classification and regression by random-forest, *R news*, 2002, vol. 2, no. 3, pp. 18–22.

Д. Н. Базылев¹, аспирант, инженер, bazylevd@mail.ru,
А. А. Бобцов^{1,2}, д-р техн. наук, декан, зав. кафедрой, проф., bobtsov@mail.ru,
А. А. Пыркин¹, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., доц., a.pyrkin@gmail.com,
М. С. Чежин¹, канд. техн. наук, доц., msch@cde.ifmo.ru,

¹Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики, г. Санкт-Петербург,

²Институт проблем машиностроения, г. Санкт-Петербург

Алгоритмы идентификации параметров синхронного двигателя с постоянными магнитами*

Предлагаются четыре алгоритма построения адаптивных наблюдателей для оценки сопротивления и индуктивности обмоток статора неявнополюсного синхронного двигателя с постоянными магнитами (СДПМ). Допущено, что токи и напряжения обмоток статора измеримы, но производные токов, момент инерции двигателя, коэффициент вязкого трения, общий магнитный поток и поток от постоянных магнитов ротора являются неизвестными величинами. Разработанные наблюдатели могут быть использованы для векторного управления СДПМ на основе бессенсорных подходов.

Ключевые слова: синхронный двигатель, адаптивный наблюдатель, сопротивление и индуктивность статора, бессенсорное управление

Введение

Применение синхронных двигателей с постоянными магнитами в различных технических системах обуславливается преимуществами приводов данного типа: большой мощностью и полезной нагрузкой, сохранением постоянной скорости вращения при ударных нагрузках и колебаниях напряжения питания, быстроедействие, высоким КПД и т. д. Подобные двигатели используются в составе шарниров роботов, в станках с ЧПУ, приводах антенно-фидерных устройств, кранах, лифтах и др. Для достижения большей топливной эффективности гидравлические приводы в транспортных средствах и самолетах заменяют на синхронные двигатели с постоянными магнитами (СДПМ) [1]. Благодаря развитию цифровой техники и силовой электроники, а также в связи с тем, что в последнее время стоимость производства постоянных магнитов снизилась, СДПМ находят широкое применение в бытовой технике — в производстве холодильников, кондиционеров, пылесосов, стиральных машин и т. д. Также двигатели такого типа используются в электрических автомобилях, безредукторных мотор-колесах и судах.

*Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01). Работа была поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации (проект 14.Z50.31.0031).

Для векторного управления СДПМ требуется информация о положении угла ротора и знание параметров электродвигателя. Однако в связи с конструктивными особенностями в ряде устройств (вакуумных насосах, кранах, лифтах) установка датчиков положения ротора затруднительна. Для технических приложений массового производства (в вентиляторах, пылесосах, стиральных машинах) использование алгоритмов оценивания положения и скорости двигателя вместо измерительного оборудования может снизить себестоимость продукции и расширить рынок сбыта. В связи с этим в последнее время были предложены различные бессенсорные алгоритмы управления СДПМ, при которых предполагается отсутствие датчика положения ротора [2].

Как правило, для оценки скорости вращения двигателя используется недорогой и компактный по сравнению с аналогами датчик Холла. Однако данный тип сенсоров позволяет получать приемлемые оценки скорости ротора на относительно невысоких скоростях (до 300...400 мин⁻¹). С ростом скорости погрешность оценивания датчиком Холла существенно возрастает и точность отработки регулятором заданной скорости снижается. Поэтому для определения скорости на средних и высоких скоростях используются бессенсорные алгоритмы оценивания [3—10]. При этом для синтеза наблюдателей скорости требуется знание значений токов и напряжений обмоток статора, а также различных

параметров СДПМ: сопротивления и индуктивности обмоток статора, магнитного потока от постоянных магнитов и др.

Действительные значения параметров электродвигателей нередко неизвестны или существенно отличаются от данных, указанных в паспорте устройства, а также в справочной и технической документации [1, 2]. Отличие реальных параметров от заявленных производителем связано, в первую очередь, с технологическим процессом изготовления. Вместе с тем, параметры СДПМ изменяются в процессе функционирования в результате нагрева, механического износа, а также воздействий со стороны окружающей среды. В бессенсорных алгоритмах управления СДПМ использование значений параметров, отличных от действительных, может значительно снизить качество функционирования всей технической системы.

В связи с этим возникает необходимость разработки таких адаптивных алгоритмов идентификации параметров СДПМ [11–15], которые могут быть использованы для бессенсорного управления двигателем, т. е. таких алгоритмов, для которых не требуется знания углового положения и скорости ротора. В этом случае ошибки измерения положения ротора не скажутся на качестве идентификации параметров.

В работах [3, 4] был предложен адаптивный наблюдатель магнитного потока СДПМ, обеспечивающий глобальную ограниченность всех сигналов, а также экспоненциальную сходимость к нулю ошибки между потоком и его оценкой, вырабатываемой адаптивным наблюдателем. При этом положение и скорость ротора оценивались исходя из оценок магнитного потока. Компьютерное моделирование и экспериментальные исследования показали, что предложенный способ превосходит другие современные бессенсорные алгоритмы оценивания с точки зрения робастности и скорости сходимости.

Для синтеза адаптивного наблюдателя магнитного потока [4] требуется знание только токов и напряжений, а также сопротивления и индуктивности обмоток статора СДПМ. Все остальные параметры и переменные могут быть неизвестными. Целью настоящей работы является развитие результатов, предложенных в работе [4], а именно, разработка алгоритмов идентификации сопротивления и индуктивности обмоток статора. При этом допускается, что на низких скоростях управление двигателем осуществляется с помощью оценок положения и скорости, полученных с использованием датчика Холла. На более высоких скоростях функционирует бессенсорный алгоритм управления с применением адаптивного наблюдателя потока [4].

Постановка задачи

Рассмотрим классическую двухфазную модель ненасыщенного СДПМ с неявнополюсным ротором в координатах статора [1]:

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = v - Ri; \\ j\dot{\omega} = -k_f\omega + \tau_e - \tau_L; \\ \dot{\theta} = \omega, \end{cases} \quad (1)$$

где $\lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2]^T$ — вектор неизвестного магнитного потока; $i = [i_1 \ i_2]^T$ и $v = [v_1 \ v_2]^T$ — соответственно измеряемые векторы тока и напряжения в обмотках статора; R — сопротивление обмоток статора; j — момент инерции ротора; k_f — коэффициент вязкого трения; τ_e — электромагнитный момент, развиваемый двигателем; τ_L — нагрузочный момент; θ и ω — угловое положение и скорость ротора соответственно.

Поскольку ротор СДПМ является неявнополюсным и постоянные магниты расположены на поверхности ротора, то общий магнитный поток в двигателе удовлетворяет уравнению

$$\lambda = Li + \lambda_m C(\theta), \quad (2)$$

где L — индуктивность обмоток статора; $C(\theta) = [\cos(n_p\theta) \ \sin(n_p\theta)]^T$ — вектор, содержащий неизменяемые гармоники; n_p — число пар полюсов; λ_m — магнитный поток от постоянных магнитов ротора.

Будем считать, что токи и напряжения обмоток статора измеримы, а производные токов, общий магнитный поток, магнитный поток от постоянных магнитов ротора, момент инерции двигателя и коэффициент вязкого трения являются неизвестными величинами. Ставится задача оценить значения сопротивления R и индуктивности L обмоток статора СДПМ при малых угловых скоростях ротора в целях использования полученных оценок для адаптивного наблюдателя потока [4].

Идентификация параметров статора синхронного двигателя

Продифференцируем соотношение (2):

$$\dot{\lambda} = L \frac{d}{dt} i + \lambda_m n_p \omega \begin{bmatrix} -\sin(n_p\theta) \\ \cos(n_p\theta) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Так как скорость ротора мала ($\omega \approx 0$), то в соотношении (3) можно пренебречь слагаемым, умноженным на ω , и записать (3) в виде

$$\dot{\lambda} = L \frac{d}{dt} i. \quad (4)$$

Заметим, что переход от уравнения (3) к виду (4) справедлив при ненулевых нагрузочном моменте и/или моменте трения.

Приравняем правые части уравнения (4) и первого уравнения системы (1):

$$\mathbf{v} - R\mathbf{i} = L \frac{d}{dt} \mathbf{i}. \quad (5)$$

Поскольку производные токов являются недоступными для измерения, используем линейную фильтрацию сигналов в правой и левой частях уравнения (5). Введем в рассмотрение линейный фильтр $F(p) = \frac{\alpha}{p + \alpha}$ с параметром $\alpha > 0$.

Нетрудно показать, что если $x(t)$ — дифференцируемый сигнал, то справедливо следующее равенство:

$$\frac{\alpha}{p + \alpha} [\dot{x}(t)] = \frac{\alpha p}{p + \alpha} [x(t)] + \varepsilon_x(t), \quad (6)$$

где $p = \frac{d}{dt}$ — оператор дифференцирования; $\varepsilon_x(t)$ — экспоненциально затухающий сигнал; $\alpha > 0$ — параметр фильтрации.

Применим фильтры $F(p)$ к сигналам левой и правой частей уравнения (5), принимая во внимание соотношение (6):

$$-R \frac{\alpha}{p + \alpha} \mathbf{i} + \frac{\alpha}{p + \alpha} \mathbf{v} = L \frac{\alpha p}{p + \alpha} \mathbf{i} + \varepsilon_i(t). \quad (7)$$

Пренебрежем в соотношении (7) экспоненциально затухающим сигналом $\varepsilon_i(t)$ и введем новые обозначения $\xi_1 = \left[\frac{\alpha}{p + \alpha} \right] \mathbf{i}$ и $\xi_2 = \left[\frac{\alpha}{p + \alpha} \right] \mathbf{v}$. Тогда

уравнение (7) примет вид

$$-R\xi_1 + \xi_2 = L\dot{\xi}_1, \quad (8)$$

где ξ_1 , ξ_2 и $\dot{\xi}_1$ — измеримые сигналы.

Адаптивный наблюдатель сопротивления обмоток статора при известной индуктивности. В случае если индуктивность L обмоток статора СДПМ известна, то соотношение (8) принимает вид стандартной регрессионной модели относительно неизвестного параметра R :

$$R\xi_1 = \xi_2 - L\dot{\xi}_1. \quad (9)$$

Для идентификации сопротивления статора воспользуемся следующей типовой процедурой [16]:

$$\hat{R} = \gamma_1 \xi_1 (\xi_2 - L\dot{\xi}_1 - \hat{R}\xi_1), \quad (10)$$

где $\hat{R}$ — оценка R ; $\gamma_1 > 0$ — настраиваемый параметр.

Адаптивный наблюдатель индуктивности обмоток статора при известном сопротивлении. Если величина R известна, то соотношение (8) принимает вид стандартной регрессионной модели относительно неизвестной индуктивности статора СДПМ:

$$L\dot{\xi}_1 = \xi_2 - R\xi_1. \quad (11)$$

Сконструируем адаптивный наблюдатель индуктивности тем же способом, что и (10):

$$\hat{L} = \gamma_2 \dot{\xi}_1 (\xi_2 - R\xi_1 - \hat{L}\dot{\xi}_1), \quad (12)$$

где $\hat{L}$ — оценка L ; $\gamma_2 > 0$ — настраиваемый параметр.

Адаптивные наблюдатели сопротивления и индуктивности обмоток статора при неизвестных параметрах. Получим оценки сопротивления и индуктивности статора для случая, когда обе эти величины неизвестны. Представим матричное уравнение (8) в развернутой форме:

$$\begin{cases} -R\xi_{11} + \xi_{21} = L\dot{\xi}_{11}; \\ -R\xi_{12} + \xi_{22} = L\dot{\xi}_{12}. \end{cases} \quad (13)$$

Для идентификации сопротивления R обмоток статора СДПМ умножим обе части первого уравнения системы (13) на $\dot{\xi}_{12}$, второго — на $\dot{\xi}_{11}$, а затем вычтем преобразованное второе уравнение из первого. В результате получим стандартную регрессионную модель

$$R(\dot{\xi}_{11}\xi_{12} - \dot{\xi}_{12}\xi_{11}) = \xi_{22}\dot{\xi}_{11} - \xi_{21}\dot{\xi}_{12}. \quad (14)$$

Аналогично соотношению (12) воспользуемся методом градиентного спуска:

$$\begin{aligned} \hat{R} &= \gamma_3 (\dot{\xi}_{11}\xi_{12} - \dot{\xi}_{12}\xi_{11}) \times \\ &\times (\xi_{22}\dot{\xi}_{11} - \xi_{21}\dot{\xi}_{12} - \hat{R}(\dot{\xi}_{11}\xi_{12} - \dot{\xi}_{12}\xi_{11})), \end{aligned} \quad (15)$$

где $\gamma_3 > 0$ — настраиваемый параметр.

Для получения оценки L умножим обе части первого уравнения системы (13) на ξ_{12} , второго — на ξ_{11} , а затем вычтем преобразованное второе уравнение из первого:

$$L(\dot{\xi}_{11}\xi_{12} - \dot{\xi}_{12}\xi_{11}) = \xi_{21}\xi_{12} - \xi_{22}\xi_{11}. \quad (16)$$

Тогда адаптивный наблюдатель индуктивности может быть сконструирован в виде

$$\begin{aligned} \hat{L} &= \gamma_4 (\dot{\xi}_{11}\xi_{12} - \dot{\xi}_{12}\xi_{11}) \times \\ &\times (\xi_{21}\xi_{12} - \xi_{22}\xi_{11} - \hat{L}(\dot{\xi}_{11}\xi_{12} - \dot{\xi}_{12}\xi_{11})), \end{aligned} \quad (17)$$

где $\gamma_4 > 0$ — настраиваемый параметр.

Результаты моделирования

В данном разделе представлены результаты численного моделирования предложенных способов адаптивного оценивания сопротивления и индуктивности статора СДПМ.

При моделировании были использованы параметры двигателя ВМР0701F из работы [17], приведенные ниже:

Индуктивность L , мГн.	40,03
Сопротивление R , Ом	8,875
Момент инерции ротора J , кг·м ²	60·10 ⁻⁶
Число пар полюсов n_p , шт.	5
Постоянный магнитный поток λ_m , Вб	0,2086
Максимальный ток I , А.	2,3

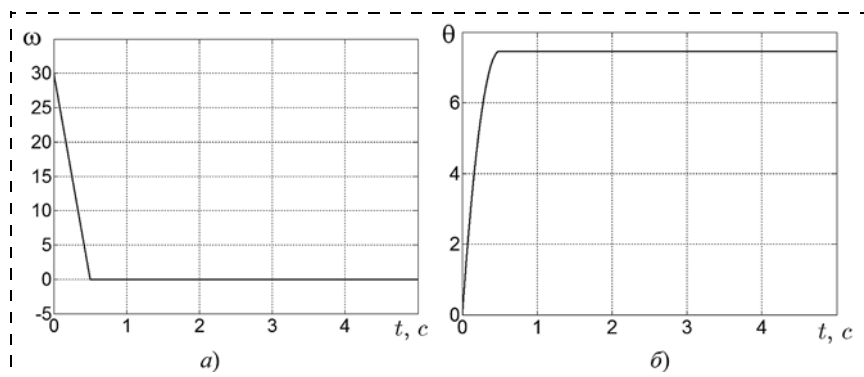


Рис. 1. Графики желаемой угловой скорости (а) и углового положения (б) ротора

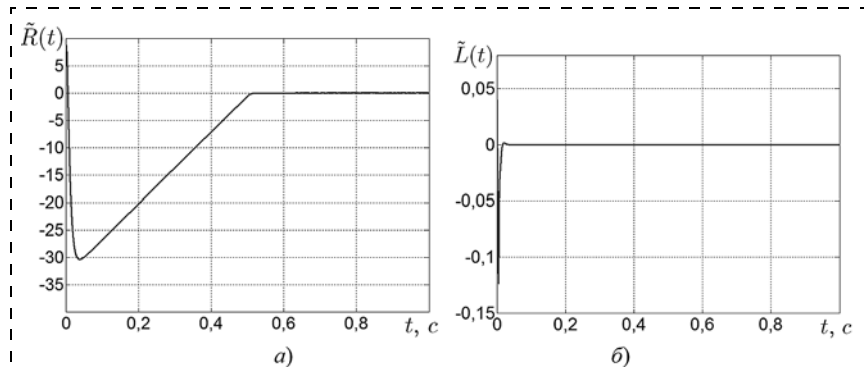


Рис. 2. Графики переходных процессов при $\alpha = 200$, $\gamma_1 = 200$, $\gamma_2 = 0,5$, $\tau_L = 1$ Н·м: ошибка оценивания R (а) адаптивного наблюдателя (10) и ошибка оценивания L (б) адаптивного наблюдателя (12)

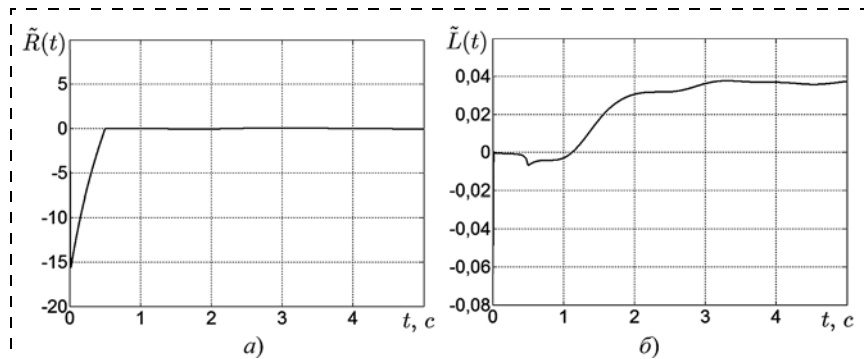


Рис. 3. Графики переходных процессов при $\alpha = 200$, $\gamma_1 = 200$, $\gamma_2 = 0,5$, $\tau_L = 2 + \sin(2t)$ Н·м: ошибка оценивания R (а) адаптивного наблюдателя (10) и ошибка оценивания L (б) адаптивного наблюдателя (12)

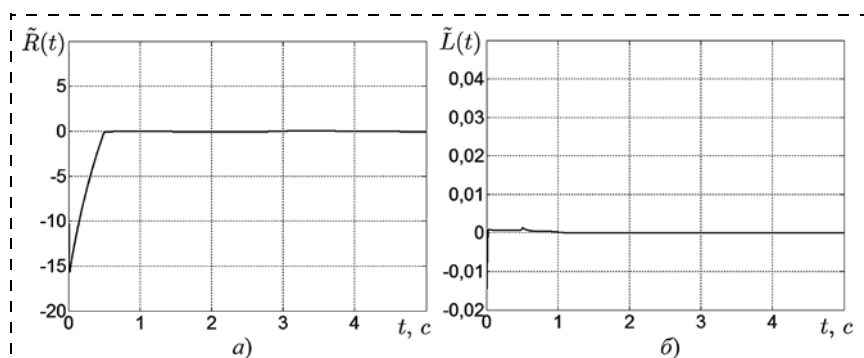


Рис. 4. Графики переходных процессов при $\alpha = 200$, $\gamma_3 = 4$, $\gamma_4 = 4$, $\tau_L = 2 + \sin(2t)$ Н·м: ошибка оценивания R (а) адаптивного наблюдателя (15) и ошибка оценивания L (б) адаптивного наблюдателя (17)

Управление двигателем на низких скоростях осуществляется на основе оценок положения и скорости ротора, полученных с помощью датчика Холла. Следует отметить, что при нулевых значениях угловой скорости ω и нагрузочного момента τ_L идентификация величин R и L невозможна, поскольку в этом случае значения токов и напряжений на обмотках статора равны нулю, в результате чего происходит обнуление функций в регрессионных моделях (9), (11), (14) и (16). Поэтому синхронному двигателю была задана желаемая скорость (рис. 1), имитирующая начальный толчок вала ротора, для оценки параметров статора (рис. 2—4). Также к двигателю был приложен нагрузочный момент τ_L с целью обеспечить изменение токов и напряжений обмоток статора при скоростях вращения ротора, близких к нулю.

При $\tau_L = \text{const}$, $\omega = 0$ токи и напряжения статора постоянны, а их производные равны нулю. Оценивание с помощью адаптивных наблюдателей (10) и (12) дает хороший результат (см. рис. 2). Однако идентификация параметров статора по формулам (15) и (17) неэффективна, так как функции ξ_{11} и ξ_{12} регрессора близки к нулю. Чтобы обеспечить ненулевое значение функций в регрессионных моделях (14) и (16), требуется изменяющийся нагрузочный момент или переменное возмущающее воздействие.

На рис. 3 и 4 показаны результаты моделирования при $\tau_L = 2 + \sin(2t)$. Из графиков переходных процессов следует, что при изменяющемся нагрузочном моменте использование наблюдателя индуктивности (17) более эффективно, чем использование наблюдателя (12). В то же время оба адаптивных наблюдателя (10) и (15) позволяют получить высокую точность идентификации сопротивления статора.

Заключение

Рассмотрена задача идентификации параметров фазных обмоток статора синхронного двигателя с постоянными магнитами. При синтезе адаптивных наблюдателей сопротивления и индуктивности об-

моток статора была использована линейная фильтрация известных сигналов. В результате с помощью математических преобразований задача была сведена к идентификации неизвестных параметров на основе стандартной регрессионной модели. Было допущено, что измеряемыми сигналами являются токи и напряжения статора, а производные токов, общий магнитный поток и поток от постоянных магнитов ротора являются неизвестными. Для каждого наблюдателя сформулированы требования к внешней нагрузке, позволяющие успешно проводить идентификацию параметров статора СДПМ. Результаты моделирования демонстрируют эффективность предложенных алгоритмов оценивания.

Разработанные адаптивные наблюдатели могут быть применены для случая, когда управление двигателем на низких скоростях осуществляется с помощью датчика Холла, а на более высоких скоростях применяются бессенсорные технологии управления. Отличительная особенность предложенных алгоритмов оценивания заключается в том, что идентификация параметров обмоток статора может происходить в рабочем режиме СДПМ. Полученные в работе результаты могут служить основой при построении устройств оценки параметров других электромеханических объектов и систем управления, использующих бессенсорные технологии.

Список литературы

1. **Nam K. H.** AC Motor Control and Electric Vehicle Applications. CRC Press, 2010, 449 p.
2. **Acarnley P. P., Watson J. F.** Review of position-sensorless operation of brushless permanent-magnet machines, *IEEE Trans. on Ind. Electron.*, April 2006, vol. 53, no. 2, pp. 352–362.
3. **Бобцов А. А., Пыркин А. А., Ортега Р.** Адаптивный наблюдатель магнитного потока для синхронного двигателя с постоянными магнитами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Том 15. № 1. С. 40–45.
4. **Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Ortega R., Vukosavic S. N., Stankovic A. M., Panteley E. V.** A Robust Globally Convergent Position Observer for the Permanent Magnet Synchronous Motor, *Automatica*, Nov. 2015, vol. 61, pp. 47–54.

5. **Ortega R., Shah D., Espinosa G., Hilaliret M.** Sensorless speed control of non-salient permanent magnet synchronous motors. *Int. J. on Robust and Nonlinear Control*, 2014, vol. 24, pp. 644–668.
6. **Tomei P., Verrelli C.** Observer-based speed tracking control for sensorless permanent magnet synchronous motors with unknown torque. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, vol. 56, no. 6, pp. 1484–1488.
7. **Dib W., Ortega R., Malaize J.** Sensorless control of permanent-magnet synchronous motor in automotive applications: Estimation of the angular position. In *IECON 2011-37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, 2011, pp. 728–733.
8. **Lee J., Nam K., Ortega R., Praly L., Astolfi A.** Sensorless control incorporating a nonlinear observer for surface-mount permanent magnet synchronous motors. *IEEE Trans. on Power Electronics*, vol. 25, no. 2, pp. 290–297, 2010.
9. **Ortega R., Nam K., Praly L., Astolfi A., Hong J., Lee J.** Sensorless control method and system for SPMSM using nonlinear observer. Korean Patent N 10-1091970, 2009.
10. **Ortega R., Praly L., Astolfi A., Lee J., Nam K. H.** Estimation of rotor position and speed of permanent magnet synchronous motors with guaranteed stability. *Control Systems Technology*, *IEEE Trans.*, 2011, vol. 19, no. 3, pp. 601–614.
11. **Ichikawa S., Tomita M., Doki S., Okuma S.** Sensorless control of permanent magnet synchronous motors using online parameter identification based on system identification theory. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2006, vol. 53, no. 2, pp. 363–372. doi: 10.1109/TIE.2006.870875.
12. **Piippo A., Hinkkanen M., Luomi J.** Adaptation of motor parameters in sensorless PMSM drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2009, vol. 45, no. 1, pp. 203–212. doi: 10.1109/TIA.2008.2009614.
13. **Кибартене Ю. В.** Синхронный электродвигатель с неподвижным ротором как объект идентификации электрических параметров // Известия Томского политехнического университета. 2009. Т. 315. № 4, с. 82–84.
14. **Hinkkanen M., Tuovinen T., Harnefors L., Luomi J.** A combined position and stator-resistance observer for salient PMSM drives: Design and stability analysis, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, vol. 27, no. 2, pp. 601–609.
15. **Kisck D., Chanag J., Kang D., Kim J., Anghel D.** Parameter identification of permanent-magnet synchronous motors for sensorless control, *Rev. Roum. Sci. Techn.—E'lectrotechn. et E'nerg.*, vol. 55 no. 2, pp. 132–142, 2010.
16. **Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л.** Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
17. **Schneider Electric.** BMP Synchronous motor, Motor manual, V1.00, 12.2012, 2012.

Parameter Identification Algorithms for the Synchronous Motors with Permanent Magnets

D. N. Bazylev¹, bazylevd@mail.ru✉, **A. A. Bobtsov**^{1, 2}, bobtsov@mail.ru, **A. A. Pyrkin**¹, a.pyrkin@gmail.com, **M. S. Chezhin**¹, msch@cde.ifmo.ru,

¹St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, St. Petersburg, 197101, Russian Federation,

²Institute for Problems of Mechanical Engineering, St. Petersburg, 199178, Russian Federation

Corresponding author: Bazylev Dmitry N., Postgraduate Student, Engineer, St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, St. Petersburg, 197101, Russian Federation, e-mail: bazylevd@mail.ru

Received on December 08, 2015

Accepted on December 18, 2015

Sensorless technologies for the field-oriented control of the permanent magnet synchronous motors (PMSMs) are being actively developed today. Recently, a robust, nonlinear and globally convergent position observer for the surface-mount permanent magnet synchronous motor (SPMSM) has been proposed in [4]. The key feature of the robust observer is estimation of the rotor position requiring only the knowledge of the stator currents, voltages, resistance and inductance. However, the resistance and inductance of the stator may change during operation as a result of overheating, mechanical wear and environmental impacts. Thus, the aim of this study is to develop adaptive algorithms for the stator windings' parameters, which can be used for this position observer improvement. In this paper the authors propose four adaptive observers for estimation of the resistance and inductance at low motor speeds. It is assumed, that only currents and voltages of the stator windings are known. The other state variables and parameters of PMSM are unknown. The main idea of the synthesis of identification algorithms is linear filtering, which allows us to eliminate the unknown terms obtained by the mathematical transformations. Requirements to the external load, which ensure successful identification of the PMSM stator parameters, are given for each observer. The proposed adaptive observers for the stator resistance and inductance can be applied in case, when at low speeds, the field-oriented control of PMSM is carried out by means of Hall sensor, while at higher speeds, the sensorless control algorithms are used. A distinctive feature of the proposed estimation algorithms is that the resistance and inductance identification can be implemented during PMSM operation.

Keywords: synchronous motor, adaptive observer, resistance and inductance of the stator, sensorless control

Acknowledgements: This article is supported by Government of Russian Federation (grant 074-U01, GOSZADANIE 2014/190 (project 2118)), the Ministry of Education and Science of Russian Federation (project 14.Z50.31.0031).

For citation:

Bazylev D. N., Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Chezhin M. S. Parameter Identification Algorithms for the Synchronous Motors with Permanent Magnets, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 3, pp. 193–198.

DOI: 10.17587/mau/17.193-198

References

1. **Nam K. H.** AC Motor Control and Electric Vehicle Applications, CRC Press, 2010, 449 p.
2. **Acarney P. P., Watson J. F.** Review of position-sensorless operation of brushless permanent-magnet machines, *IEEE Trans. on Ind. Electron.*, April 2006, vol. 53, no. 2, pp. 352–362.
3. **Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Ortega R.** Adaptivnyj nabljudatel' magnitnogo potoka dlja sinhronnogo dvigatelja s postojannymi magnitami (Adaptive flux observer for permanent magnet synchronous motors. Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics), *Nauchno-Tekhnicheskij Vestnik Informacionnyh Tehnologij, Mehaniki i Optiki*, 2015, vol. 15, no. 1, pp. 40–45 (in Russian).
4. **Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Ortega R., Vukosavic S. N., Stankovic A. M., Panteley E. V.** A Robust Globally Convergent Position Observer for the Permanent Magnet Synchronous Motor, *Automatica*, 2015, vol. 61, pp. 47–54.
5. **Ortega R., Shah D., Espinosa G., Hilaliret M.** Sensorless speed control of non-salient permanent magnet synchronous motors, *Int. J. on Robust and Nonlinear Control*, 2014, vol. 24, pp. 644–668.
6. **Tomei P., Verrelli C.** Observer-based speed tracking control for sensorless permanent magnet synchronous motors with unknown torque, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, vol. 56, no. 6, pp. 1484–1488.
7. **Dib W., Ortega R., Malaize J.** Sensorless control of permanent-magnet synchronous motor in automotive applications: Estimation of the angular position, *In IECON 2011-37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, 2011, pp. 728–733.
8. **Lee J., Nam K., Ortega R., Praly L., Astolfi A.** Sensorless control incorporating a nonlinear observer for surface-mount permanent magnet synchronous motors, *IEEE Trans. on Power Electronics*, vol. 25, no. 2, pp. 290–297, 2010.
9. **Ortega R., Nam K., Praly L., Astolfi A., Hong J., Lee J.** Sensorless control method and system for SPMSM using nonlinear observer. Korean Patent N 10-1091970, 2009.
10. **Ortega R., Praly L., Astolfi A., Lee J., Nam K. H.** Estimation of rotor position and speed of permanent magnet synchronous motors with guaranteed stability, *Control Systems Technology, IEEE Trans.*, 2011, vol. 19, no. 3, pp. 601–614.
11. **Ichikawa S., Tomita M., Doki S., Okuma S.** Sensorless control of permanent magnet synchronous motors using online parameter identification based on system identification theory, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2006, vol. 53, no. 2, pp. 363–372. doi: 10.1109/TIE.2006.870875.
12. **Piippo A., Hinkkanen M., Luomi J.** Adaptation of motor parameters in sensorless PMSM drives, *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2009, vol. 45, no. 1, pp. 203–212. doi: 10.1109/TIA.2008.2009614.
13. **Kibartene Ju. V.** Sinhronnyj jelectrodvigatel' s nepodvizhnym rotorom kak ob'ekt identifikacii jelektricheskikh parametrov (Synchronous motor with fixed rotor as an object of identification of electrical parameters. Bulletin of the Tomsk Polytechnic University), *Izvestija Tomskogo politehnicheskogo universiteta*, 2009, vol. 315, no. 4, pp. 82–84 (in Russian).
14. **Hinkkanen M., Tuovinen T., Harnefors L., Luomi J.** A combined position and stator-resistance observer for salient PMSM drives: Design and stability analysis, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, vol. 27, no. 2, pp. 601–609.
15. **Kisck D., Chanag J., Kang D., Kim J., Anghel D.** Anghel, Parameter identification of permanent-magnet synchronous motors for sensorless control, *Rev. Roum. Sci. Techn.—Electrotechn. et E'nerg*, vol. 55 no. 2, pp. 132–142, 2010.
16. **Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L.** Nelinejnoe i adaptivnoe upravlenie slozhnymi dinamicheskimi sistemami (Nonlinear and adaptive control of complex dynamic systems. Saint Petersburg: Science), SPb., Nauka, 2000, 549 p. (in Russian).
17. **Schneider Electric.** BMP Synchronous motor, *Motor manual*, V1.00, 12.2012, 2012.

А. Г. Лютов, д-р техн. наук, проф., зав. каф., lutov1@mail.ru,

А. Н. Ильин, канд. техн. наук, доц., aleksandr.ilin.71@mail.ru,

Е. А. Филонина, аспирант, filonina.ea@gmail.com,

Уфимский государственный авиационный технический университет

Обеспечение качества свечей зажигания посредством управления их жизненным циклом

Рассматриваются вопросы управления жизненным циклом (ЖЦ) свечей зажигания посредством разработки системы поддержки принятия решений по обеспечению качества процесса производства. Показана связь различных этапов ЖЦ с качеством изготовления свечей зажигания и с особенностями обеспечивающих их технологических процессов. Выявлены контролируемые и неконтролируемые параметры свечей зажигания, влияющие на качество розжига и запуска двигательных установок. Описан подход к разработке структуры системы поддержки принятия решений для ЖЦ свечей зажигания и представлены некоторые реализованные ее элементы, прошедшие апробацию в реальном производстве.

Ключевые слова: свечи зажигания, жизненный цикл изделия, система поддержки принятия решений

Введение

На сегодняшний день приоритетным направлением деятельности промышленного предприятия является объединение взаимосвязанных процессов, регламентов, ресурсов в единую систему, которая позволяет осуществлять поддержку различных стадий жизненного цикла (ЖЦ) на основе интегрированной информационной системы. Она представляет собой хранилище данных в распределенной системе, объединяющей работу подразделений предприятия для информационного сопровождения ЖЦ продукции. Информационная система должна быть сформирована с учетом возможности использования данных на протяжении всего ЖЦ изделия в целях сокращения временных и финансовых ресурсов [1].

Проблемы обеспечения стабильности изготовления искровых свечей зажигания и эффективного использования их мощности являются актуальными, поскольку от качества изготовления свечи зависят мощность, надежность и топливная экономичность двигателя. Нормативной документацией устанавливаются технические требования к правилам приемки и методам испытаний свечей зажигания, а также к их качеству при обеспечении:

- калильного числа, которое определяет тепловую характеристику свечи;
- помехоустойчивости, работоспособности и совместной работы с электрическими устройствами, что обусловлено наличием встраиваемого резистивного герметика;
- герметичности свечи как по корпусу, так и по цепи центрального электрода;
- надежного покрытия металлических деталей;
- требуемого ресурса работы свечей.

Эти факторы определяются как технологией изготовления свечи и ее конструкцией, так и стабильностью технологического процесса.

Если анализировать свечи как элемент системы зажигания, обеспечивающий ее надежность и качество на разных стадиях ЖЦ, то возникает необходимость выдерживать характеристики, связанные с обеспечением калильного числа, герметичности и электрического сопротивления. Более глубокий анализ показывает, что перечисленные выше характеристики связаны между собой конструктивными параметрами свечи [2].

Целью исследования является повышение качества технологического процесса изготовления свечей зажигания и их эксплуатационных свойств на различных стадиях ЖЦ. Для достижения поставленной цели необходимо решение следующих задач:

1. Анализ требований к качеству процесса изготовления свечей зажигания.
2. Выявление контролируемых и неконтролируемых параметров свечей, влияющих на качество розжига и запуска.
3. Разработка структуры системы поддержки принятия решений (СППР) по обеспечению качества на различных этапах ЖЦ свечей зажигания.

Анализ процесса изготовления свечей зажигания

Свечи являются важным элементом систем зажигания двигателей внутреннего сгорания. Они предназначены для воспламенения горючей смеси в цилиндрах с помощью искрового разряда. При всем разнообразии конструкций любая свеча зажигания (рис. 1) содержит керамический изолятор, металлический корпус, электроды и контактную головку для соединения с высоковольтным проводом.

Сердечник устанавливается в корпусе свечи так, что он соприкасается своей конической поверхностью с соответствующей поверхностью внутри корпуса. Между этими поверхностями устанавливается

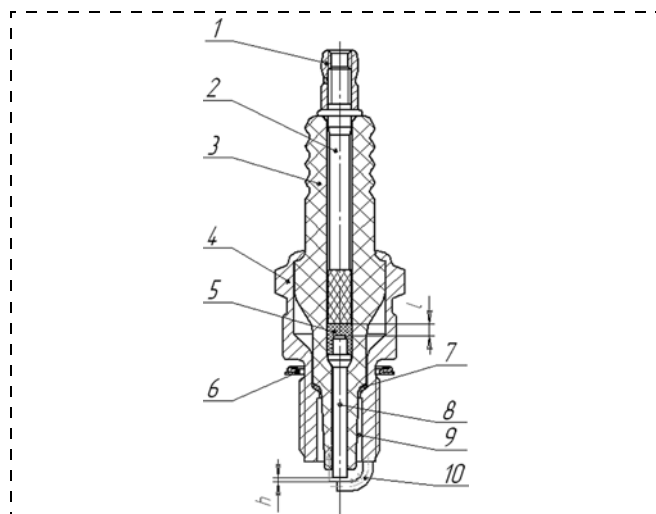


Рис. 1. Устройство свечи зажигания:

1 — контактная гайка; 2 — контактный стержень; 3 — керамический изолятор; 4 — металлический корпус; 5 — резистивный стеклогерметик; 6 — уплотнительное кольцо; 7 — теплоотводящая шайба; 8 — центральный электрод; 9 — рабочая камера; 10 — боковой электрод; h — искровой зазор; l — высота пробки герметика

"теплоотводящая" шайба из меди или стали. Боковой электрод "массы" прямоугольного сечения приваривается к торцу корпуса и изгибается в сторону центрального электрода. На цоколь корпуса с упором в плоскую опорную поверхность устанавливается уплотнительное кольцо, предназначенное для герметизации соединения свеча — двигатель.

Центральный электрод устанавливается в канале изолятора, имеющем переменный диаметр. Головка электрода опирается на коническую поверхность канала изолятора в месте перехода от большего диаметра к меньшему. Закрепление электрода в канале изолятора и герметизация этого соединения осуществляются с использованием стеклогерметика. Он представляет собой смесь специального технического стекла и порошка металла. Связкой в герметике является стеклофритта, она обуславливает герметичность. Основными элементами, обеспечивающими электрическое сопротивление, являются карбид бора и карбид кремния.

После остывания герметизирующая пробка приобретает электрическое сопротивление, значение которого подбирается конструкторами и технологами эмпирическим путем на стадии изготовления опытных образцов [3].

Схема процесса изготовления свечей зажигания представлена на рис. 2. Процесс производства свечей, как и любых других деталей и узлов, начинается с приобретения сырья — керамического порошка и специальных легированных сталей.

Производство разделено на два направления. На одном изготавливают керамический изолятор, а на другом — металлические детали (корпус, сердечник, электроды и т. д.). Изолятор изготавливают из специального керамического порошка с повышенным содержанием оксида алюминия. На первом этапе производства его прессуют в специальных формах, получая требуемый профиль, при этом размеры полуфабриката на 20 % больше окончательных.

Деталь уменьшается до реальной величины на втором, самом длительном, 24-часовом этапе обжига в туннельной электропечи. Он включает в себя предварительный разогрев, обжиг и охлаждение. Каждый процесс занимает фиксированный интервал времени, происходит при определенной температуре и контролируется компьютером. На третьем этапе на изолятор наносят маркировку модели свечи, а затем покрывают его наружную часть краской, в которую добавлен цветной наполнитель. Это позволяет контролировать качество нанесения эмали. После покраски изолятор поступает в печь на сушку, где наполнитель выгорает, а на поверхности остается белая глазурь.

В другом цехе параллельно с изготовлением изолятора изготавливают металлические детали. Корпус выполняют из легирован-

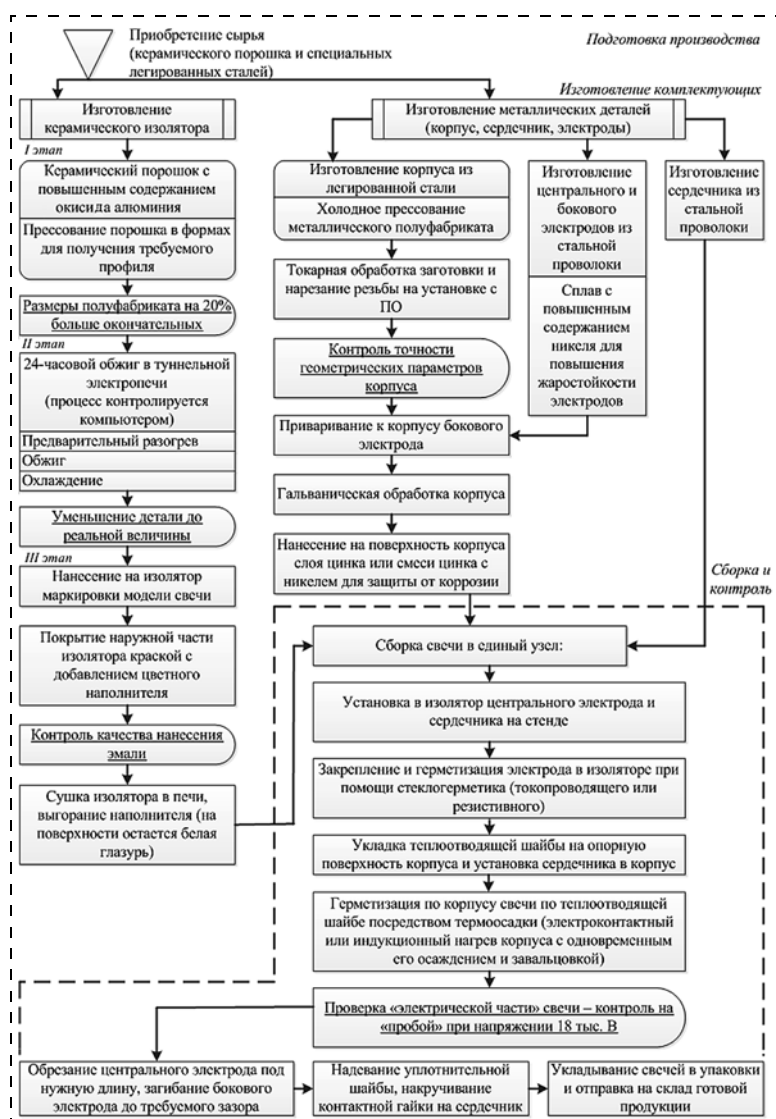


Рис. 2. Схема процесса изготовления свечей зажигания

ной стали, которая хорошо поддается обработке давлением и резанием. Очертания корпуса свечи металлический полуфабрикат принимает в процессе холодного прессования. Затем заготовка поступает на токарную обработку и нарезку резьбы в специальную установку с программным обеспечением. Далее контролируют точность геометрических форм корпуса. После этого к корпусу приваривают боковой электрод и отправляют его на гальваническую обработку.

Для защиты корпуса от коррозии на его поверхность наносят слой цинка или смеси цинка с никелем (в свечах с увеличенным ресурсом). Сердечник, центральный и боковой электроды изготавливают из стальной проволоки. Для повышения жаростойкости электродов используется сплав с повышенным содержанием никеля. После изготовления комплектов (изолятора, корпуса, сердечника и электродов) свечи собирают в единый узел.

Теплоотводящая шайба укладывается на опорную поверхность корпуса, после чего в корпус устанавливается готовый и проверенный сердечник (изолятор с электродом, контактной головкой, загерметизированные стеклогерметиком). По теплоотводящей шайбе происходит герметизация по корпусу свечи посредством термоосадки (электроконтактный или индукционный нагрев корпуса с одновременным его осаждением и завальцовкой). В результате происходит деформация канавки под шестигранником, которая создает натяг в посадке сердечника в корпус через компенсационный элемент в виде теплоотводящей шайбы. Шайба дополнительно играет роль теплоотвода и является одним из элементов конструкции свечи, влияющих на ее тепловую характеристику в виде калильного числа.

По окончании этого этапа сборки свеча поступает на проверку "электрической части" — контроль на "пробой" при напряжении 18 000 В. Прошедшая его деталь подается в установку, где под нужную длину обрезается центральный электрод и до требуемого зазора загибается боковой. Далее на нее надевают уплотнительную шайбу и на сердечник накручивают контактную гайку. Последний этап — укладывание свечей в упаковки и отправка на склад готовой продукции.

Анализ существующего процесса изготовления свечей зажигания показал, что в условиях реального предприятия сложность представляет идентификация каждого образца продукции. Для серийного и крупносерийного производства шифр продукции должен включать код предприятия, месяц и год (или квартал и год) изготовления, номер партии. С начала 2000-х гг. требования были ужесточены, и внутри партии выделялся также номер изделия [3].

Одна из особенностей производства свечей зажигания проявляется в том, что маркировка и отслеживание готовой продукции не вызывают трудностей. Но маркировать и отслеживать составные элементы свечи проблематично, поскольку, например, керамические компоненты также, в свою

очередь, выпускаются партиями, из которых сложно выделить конкретный экземпляр (при этом размер партии может составлять тысячи и даже десятки тысяч штук). На сварной центральный электрод, диаметр которого в среднем составляет около 2 мм, довольно сложно нанести маркировку, тем более что размер партии составляет также тысячи штук. Для стеклогерметиков маркировка также не актуальна, поскольку они представляют собой хрупкие спрессованные брикеты либо сыпучую навеску. Поэтому их можно только снабдить сопроводительным документом (паспортом), который тоже будет не индивидуальным, а групповым — для партии в целом.

Таким образом, при отказе конкретного элемента в изделии выявить, идентифицировать его и отследить этапы его изготовления крайне сложно. Для решения этой проблемы предлагается на рентген-пленке каждому изолятору (или узлу) в партии присвоить специальный виртуальный номер и занести его в базу данных. К базе данных необходимо приложить саму рентген-пленку и фотографию с нее. Это позволит идентифицировать составной элемент в готовой свече. Данный подход, в свою очередь, требует создания документированной процедуры с наполнением ее техническим инструментарием в виде программного обеспечения.

Анализ параметров свечей зажигания и факторов, влияющих на качество розжига и запуска двигательных установок

Проведенные опыты [3] показывают, что даже в случае, когда свечи соответствуют всем требованиям, предъявляемым нормативными документами, они могут не обеспечивать работоспособность двигателя и его запуск. Полученные результаты говорят о том, что это связано непосредственно с качеством искры, которая при взаимодействии с топливом образует плазменное ядро и обеспечивает работоспособность двигателя. Уже несколько десятилетий зарубежными фирмами активно ведутся работы по контролю качества свечей, связанные с непосредственным их функционированием [4—6]. Однако до настоящего времени ни один из подходов не реализован в серийном производстве и, как следствие, не регламентируется ни одним нормативным документом. Опытные работники производства при выпуске свечей зажигания могут субъективно с помощью визуального наблюдения определить качество свечи по характеру искры. В свою очередь, характер искры может зависеть от различных факторов:

- наличия скрытых дефектов;
- глубины залегания дефектов относительно поверхности;
- дефектов, которые проявляются во время эксплуатации;
- взаимного расположения центрального и бокового электродов;
- наличия или отсутствия острых кромок и заусенцев на электродах;
- формы поверхностей электродов;

- наличия загрязнений на поверхности электродов и изолятора, что, в конечном итоге, сказывается на напряженности электрического поля.

Для того чтобы двигатель работал исправно и эффективно, искра должна функционировать надежно. Перебой в зажигании может привести к тому, что вся топливо-воздушная смесь в цилиндре останется несгоревшей и попадет в выхлопную систему, где сгорит в катализаторе. Нескольких перебоев в зажигании достаточно для того, чтобы повредить катализатор или вывести его из строя [3].

По виду износа свечи зажигания, демонтированной из двигателя, можно судить о его работе. У свечи зажигания, извлеченной из исправно работающего двигателя, зоны вокруг электродов будут сухими, сероватого, белого, желтого или коричневого оттенков. Электроды и выступ изолятора не будут иметь явных признаков повреждения.

Построение структуры системы поддержки этапов ЖЦ свечей зажигания

На сегодняшний день особенности отечественного производства искровых свечей таковы, что технологический цикл их изготовления является длительным и энергозатратным, а себестоимость изделий — высокой, при этом велика доля ручного труда и степень влияния человеческого фактора. Высоки технологические потери, связанные с браком. В совокупности эти факторы резко снижают конкурентоспособность отечественной продукции. Таким образом, обусловлена необходимость создания систем автоматизации и систем поддержки принятия решений (СППР) для повышения степени отслеживаемости и идентифицируемости продукции [7].

На современном этапе большинство руководителей начинают испытывать потребность в комплексном описании и планировании развития предприятия. При этом задачи, связанные с проектиро-

ванием и построением информационных систем, вызывают наибольший интерес. Существует множество подходов к решению этих задач. Большинство подходов опирается на инструментальные средства, позволяющие автоматизировать создание информационной системы. Задача по созданию информационной системы делится на несколько подзадач. Это распределение зависит от применяемого подхода, но в любом из них всегда присутствуют два действия:

- сбор информации и моделирование организационных и технологических процессов;
- построение архитектуры будущей информационной системы для автоматизации указанных процессов.

При моделировании процессов, как правило, рассматриваются три аспекта [7]:

- объекты, которыми оперируют в процессах;
- процессы, которые выполняются;
- события, управляющие изменениями процессов и объектов.

В настоящее время для решения задачи управления большим числом бизнес-процессов (производственных, инженерных, финансово-экономических), материальных объектов и ресурсов в едином информационном пространстве предприятий применяется программное обеспечение интегрированных автоматизированных информационных систем (например, PLM-IAIS-ERP-систем), построенных на базе многоуровневых объектно-ориентированных функциональных моделей данных систем. Предлагается для решения задач управления качеством создать систему, регулирующую конструкторские, технологические и организационно-производственные решения и обеспечивающую стабильность различных стадий ЖЦ изделий (рис. 3).

Система создается с целью охватить весь технологический процесс и решать проблемы технологи-

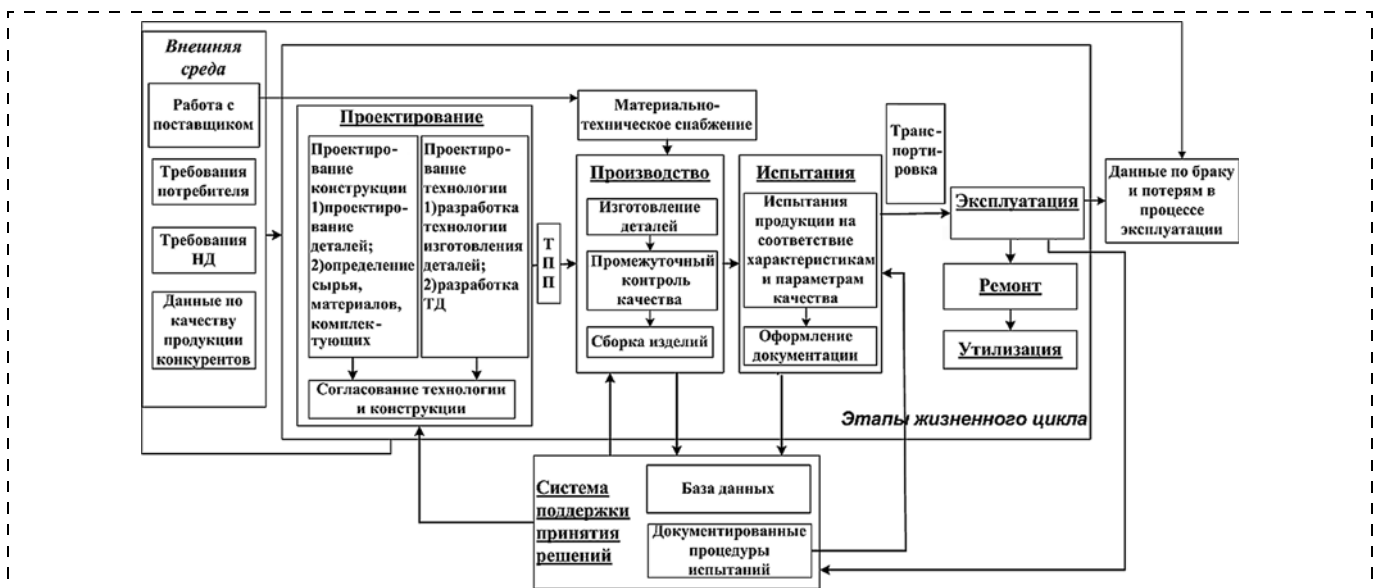


Рис. 3. Структура системы поддержки этапов жизненного цикла свечей зажигания (НД — нормативная документация; ТПП — технологическая подготовка производства)

ческой наследственности, когда возникновение отказа свечи зажигания как проявление дефекта изготовления останавливает процесс производства, поскольку необходимо выполнить анализ распространяемости дефекта, повторяемости отказа за последнее время (от 2 до 5 лет), что заставляет увеличивать сроки отгрузки готовой продукции и приводит к возможным отзывам ее из эксплуатации.

Предполагается, что в общем случае для решения задач управления качеством должна быть создана иерархическая система, которая объединяет систему верхнего уровня, регулируемую конструкторские и технологические решения, и систему нижнего уровня, обеспечивающую стабильность технологического процесса [7]. Совмещение систем двух уровней является важной задачей. Проведенные НИОКР показали принципиальную возможность реализации системы, определили ее структуру и необходимый на текущем этапе состав программных продуктов, которые необходимо связать между собой для решения поставленной задачи.

Результаты проведенных испытаний в виде конструкторских и технологических решений унифицированных изделий позволяют наполнить созданную базу данных.

На рис. 4—7 представлены некоторые примеры частей ее реализации.

При получении задания на новую разработку или модернизацию уже выпускаемого изделия уточняются тепловые характеристики свечей в виде значения калильного числа, рабочих температур, предельного давления в камере, наличия и значения электрического сопротивления в цепи, климатических зон и условий эксплуатации, требований к термоэластичности свечи (определяют вид электрода и наличие выступания теплового конуса изолятора).

Следующим этапом на основе разработанной функциональной зависимости калильного числа от приведенной длины теплового конуса (по результатам многофакторного эксперимента и его обработки), представленной на рис. 8 (верхняя прямая соответствует биметаллическому центральному электроду, нижняя — моноэлектроду), определяется тепловой конус и на основе данных таблицы и рис. 7 делается подбор серийно изготавливаемых изоляторов, а также вычисляется камера корпуса, и на основании данных рис. 5 выбирается корпус из серийно выпускаемых с требуемой технологией изготовления (точением на многошпиндельных токарно-револьверных станках или штамповкой). Это позволяет получить ти-

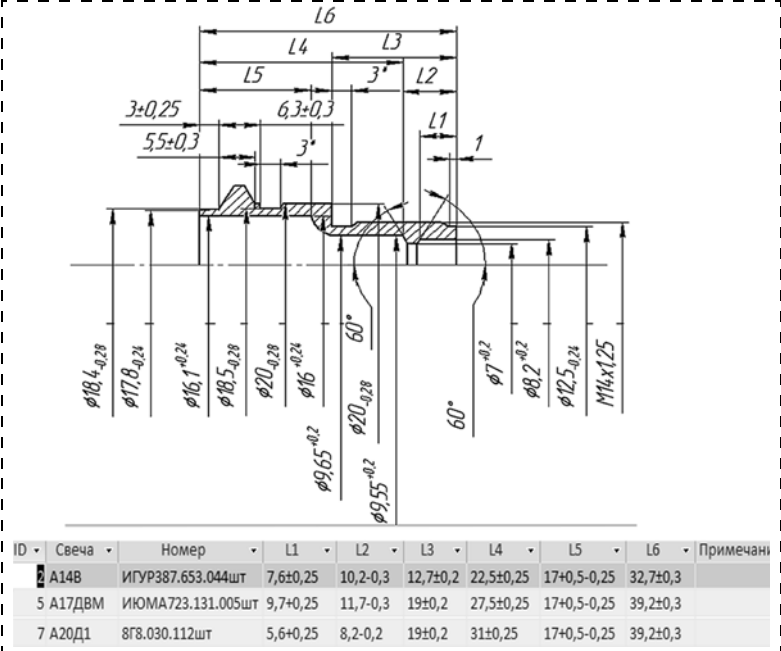


Рис. 4. Корпуса свечей штампованные и их размеры

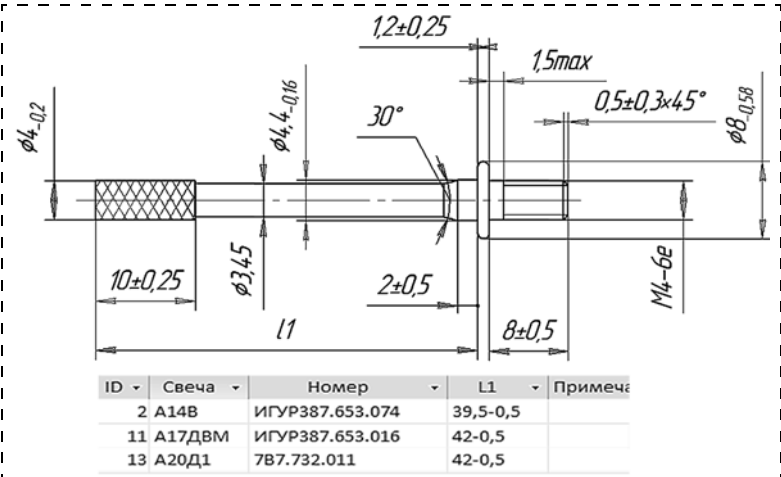


Рис. 5. Контактные головки свечей и их размеры

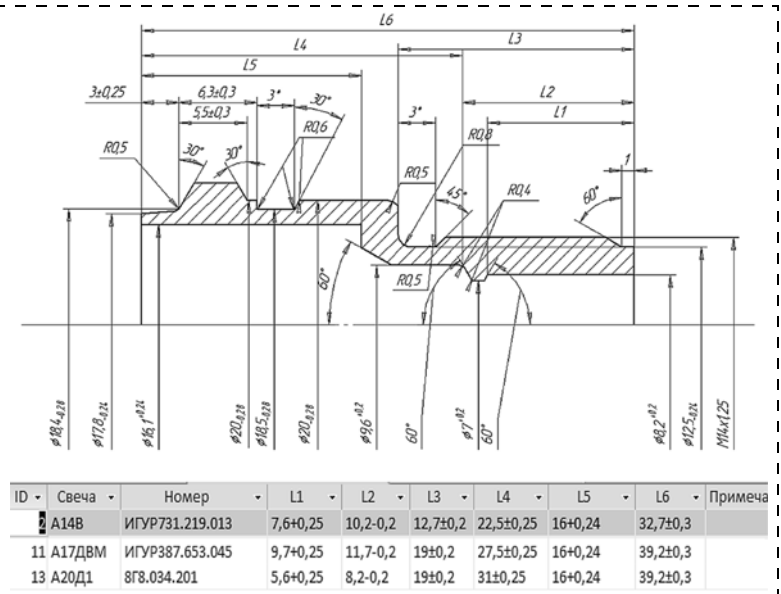


Рис. 6. Корпуса свечей точеные и их размеры

Значения исполнительных размеров изоляторов*

Свеча	Номер	XX	L1	L2	L3	L4	L5	d1
A14B	ИГУР387.653.023	62,5—0,8—0,78	65,4 ± 0,3	51,4 + 0,74	14—0,8	12—0,3	20,2—0,52	5 ± 0,25
A14BP	ИГУР387.653.023	62,5	65,4 ± 0,3	51,4 + 0,74	14—0,8	12—0,3	20,2—0,52	5,5 ± 0,15
A17B	ИГУР387.653.028	60,5	63,9 ± 0,3	51,9 + 0,74	12—0,8	10,5—0,3	23—0,52	5,5 ± 0,15
A14ДВ	ИГУР387.653.018	67,0	65,4 ± 0,3	51,4 + 0,74	14—0,8	12—0,3	26,9—0,52	5,5 ± 0,15
A14ДВР	ИГУР387.653.018	67,0	65,4 ± 0,3	51,4 + 0,74	14—0,8	12—0,3	26,9—0,52	5,5 ± 0,15
A17Д	8Г8.890.272	65,7—1,2	63,9 ± 0,3	51,2 + 0,74	12,7—1,94	10,5—0,3	26,9—0,52	5,5 ± 0,2
A17ДВ1	8Г8.890.272	65,7—1,2	63,9 ± 0,3	51,2 + 0,74	12,7—1,94	10,5—0,3	28,5—0,52	5,5 ± 0,2
A17ДВ10	8Г8.890.272—01	65,7—1,2	63,9 ± 0,3	51,2 + 0,74	12,7—1,94	10,5—0,3	28,5—0,52	5,5 ± 0,2
A17ДВМ	ИГУР387.653.047	65,5—0,8 + 0,71	66,9 ± 0,3	49,9 + 0,74	17—0,8	14—0,3	25—0,52	5,5 ± 0,2
A17ДВР	8Г8.890.272	65,7—1,2	63,9 ± 0,3	51,2 + 0,74	12,7—1,94	10,5—0,3	28,5—0,52	5,5 ± 0,2
A17ДВРМ	ИГУР387.653.047	65,5—0,8 + 0,17	66,9 ± 0,3	49,9 + 0,74	17—0,8	14—0,3	25—0,52	5,4 ± 0,15
A20Д1	8Г8.890.265	65,7—1,2	61,8 ± 0,3	49,1 + 0,74	12,7—1,94	8,4—0,3	28,8—0,52	5,5 ± 0,2
A20Д2	8Г8.890.476	65,5—0,8 + 0,74	61,5 ± 0,3	49,8 + 0,74	12,7—0,8	8,1—0,3	28,8—0,52	5,4 ± 0,15
A23ДМ	8Г8.890.265	65,7—1,2	61,8 ± 0,3	49,1 + 0,74	12,7—1,94	8,4—0,3	28,8—0,52	5,2 ± 0,15
A23ДВРМ	8Г8.890.272—01	65,7—1,2	63,9 ± 0,3	51,2 + 0,74	12,7—1,94	10,5—0,3	28,5—0,52	5 ± 0,2

*Примечание. Обозначения соответствуют рис. 7

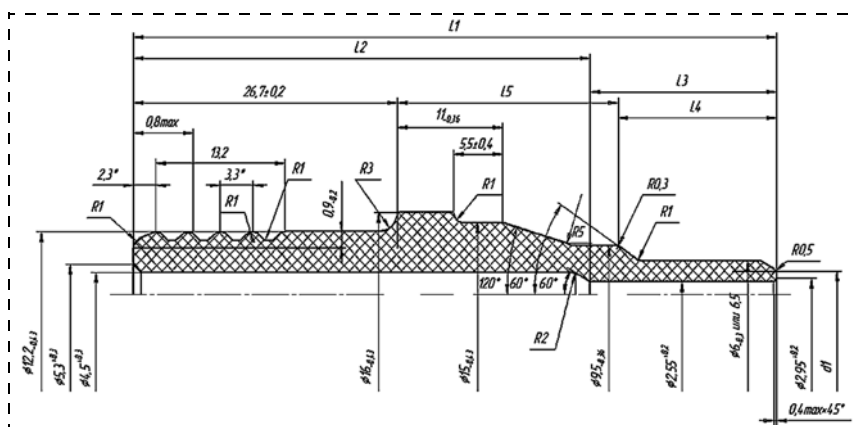


Рис. 7. Изолятор свечи

повые конструкторские решения сборочных единиц и изделия в целом на основе серийно изготавливаемых деталей и унифицированные технологические процессы в виде документированных процедур, конструкторской и технологической документации в соответствии со стандартом ГОСТ РВ 15.307—2002 [8].

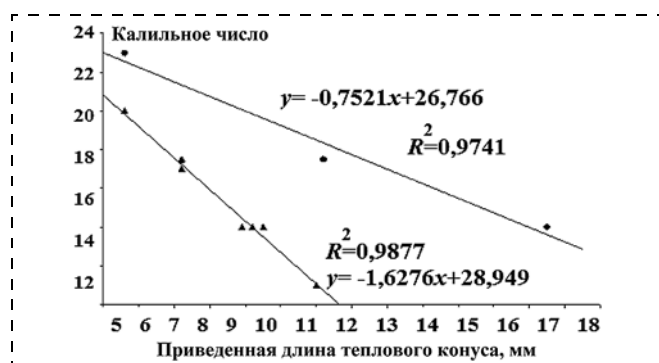


Рис. 8. Взаимосвязь значения калильного числа с приведенной длиной теплового конуса изолятора или камеры корпуса свечи зажигания

Таким образом, рассмотренный подход дал возможность сократить количество конструкторской и технологической документации и осуществить переход на типовые конструкторские решения, технологические процессы и унифицированную оснастку. Это позволило сократить затраты на подготовку производства и способствовало стабилизации всего технологического процесса, поскольку минимизировалась необходимость перестройки технологического цикла.

Предложенная структура экспертной системы позволяет решать задачи параметрической идентификации на стадии проектирования и выявлять

проблемы, возникающие при технологической эксплуатации изделий. Комплексный подход управления качеством свечей зажигания дает возможность стабилизировать качество изделий на разных стадиях технологического процесса, что позволяет сократить затраты при проектировании и изготовлении и повысить конкурентоспособность продукции. Предложенный алгоритм апробирован в производстве и реализован на предприятии ФГУП УАПО УЗЭТИ (г. Уфа), что позволило сократить срок от начала разработки до серийного выпуска изделия с двух-трех лет до двух месяцев.

Заключение

Описанные этапы разработки системы управления качеством технологического процесса производства свечей зажигания и различные стадии ЖЦ позволили выявить и установить обратные связи от этапов испытаний и эксплуатации к этапам проектирования и изготовления продукции.

В рамках данной системы описаны элементы создания подсистемы диагностики и принятия решений, для чего был проведен анализ источников неисправностей, дефектов и брака свечей зажигания.

Предложенная структура системы позволяет решать задачи параметрической идентификации изделий на стадии проектирования и выявлять проблемы, возникающие при технологической эксплуатации изделий. Описанный подход дает возможность управлять качеством изделий (свечей зажигания) на разных стадиях технологического процесса, что позволяет сократить затраты при проектировании, изготовлении и повысить качество и конкурентоспособность продукции.

Представленный подход к построению системы может быть применен и к другим объектам, поскольку ее основная задача — охватить технологический цикл изделия на различных стадиях его ЖЦ.

Список литературы

1. Колчин А. Ф., Овсянников М. В., Стрекалов А. Ф., Сумароков С. В. Управление жизненным циклом продукции. М.: Анахарсис, 2002. 304 с.

2. Ильин А. Н., Филонина Е. А. Комплексный подход к управлению качеством искровых свечей зажигания для поршневых двигателей на различных стадиях жизненного цикла // Вестник УГАТУ. 2015. Т. 19, № 3 (69). С. 163—170.
3. Ильин А. Н., Филонина Е. А. Испытания свечей зажигания как подготовительный этап разработки системы контроля // Научный журнал "Prospero". 2014. № 5. С. 43—46.
4. Liu Y., Dong Y., Yeom J. K., Chung S. An experimental investigation of the engine operating limit and combustion characteristics of the RI-CNC engine // Journal of Mechanical Science and Technology. 2012. N 26 (11). P. 3679—3689.
5. Walters S. D., Howson P. A., Howlett B. R. J. Production Testing of spark-plugs using a Neural Network // ERC, School of engineering the University of Brighton. 2005. LNAI 3684. P. 74—80.
6. Walters S. D., Howson P. A., Howlett R. J. Semi-automatic production testing of spark-plugs // E. R. C., School of engineering the University of Brighton. Part II. 2007. LNAI 4693. P. 671—680.
7. Лютов А. Г., Загидуллин Р. Р., Схиртладзе А. Г., Огородов В. А., Рябов Ю. В., Чугунова О. И. Компьютерные системы управления качеством для автоматизированных производств. М.: Машиностроение, 2010. 717 с.
8. ГОСТ РВ 15.307—2002. Система разработки и постановки продукции на производство. Военная техника. Испытания и приемка серийных изделий. Основные положения. М.: Госстандарт России, 2002. 21 с.

Life Cycle Control to Ensure the Spark Plugs' Quality

A. G. Lutov, lutov1@mail.ru, A. N. Ilin, aleksandr.ilin.71@mail.ru, E. A. Filonina, filonina.ea@gmail.com, Ufa State Aviation Technical University, Ufa, 450000, Russian Federation

Corresponding author: Ilin Aleksandr N. Ph.D., Associate Professor of the Standardization and Certification Chair, Ufa State Aviation Technical University, Ufa, 450000, Russian Federation, e-mail: aleksandr.ilin.71@mail.ru

Received on April 21, 2015

Accepted on September 22, 2015

The aim of the given research is improvement of the quality of the spark plugs' manufacturing technological process and of their operating properties at different stages of their life cycle.

The article is devoted to control of the spark plugs' life cycle through development of a decision support system for the quality of the production process. It demonstrates the correlations between the different stages of the life cycle and spark plugs' manufacturing quality with a view to improve the technological processes, and also identifies the spark plugs' controllable and uncontrollable parameters, affecting the engine unit ignition and starting quality. The article describes an approach to development of a decision support system for the spark plugs' life cycle and certain elements of the system, implemented in real production.

The described stages of development of the quality control system for spark plugs' manufacturing technological process and different life cycle stages establish a feedback between the testing and operating steps, and the steps of the product engineering and manufacturing. Within this system certain elements of a subsystem for diagnostics and decision-making were described, and for this purpose an analysis of the faults, defects and reject sources was done. The proposed system structure allows us to solve the problems of the products' parametrical identification at the designing stage and to reveal the problems, which arise during the technological operations. The described approach permits to control the quality of products (spark plugs) at different stages of the technological process, which makes it possible to reduce the designing and manufacturing costs and to increase the products' quality and competitiveness.

Keywords: spark plugs; products' lifecycle; decision support system

For citation:

Lutov A. G., Ilin A. N., Filonina E. A. Life Cycle Control to Ensure the Spark Plugs' Quality, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 3, pp. 199—205

DOI: 10.17587/mau/17.199-205

References

1. Kolchin A. F., Ovsjannikov M. V., Strekalov A. F., Sumarokov S. V. *Upravlenie zhiznennym ciklom produktsii* (The product life cycle management), Moscow, Anaharsis, 2002, 304 p. (in Russian).
2. Il'in A. N., Filonina E. A. *Kompleksnyy podhod k upravleniju kachestvom iskrovyykh svechej zazhiganiya dlja porshnevyykh dvigatelej na razlichnykh stadiyakh zhiznennogo cikla* (The piston engine spark plugs quality management integrated approach throughout the lifecycle), *Vestnik UGATU*, 2015, vol. 19, no. 3 (69), pp. 163—170 (in Russian).
3. Il'in A. N., Filonina E. A. *Ispytaniya svechej zazhiganiya kak podgotovitel'nyy etap razrabotki sistemy kontrolya* (Spark plugs testing as a preparatory stage for control system development), *Prospero*, 2014, no. 5, pp. 43—46 (in Russian).

4. Liu Y., Dong Y., Yeom J. K., Chung S. An experimental investigation of the engine operating limit and combustion characteristics of the RI-CNC engine, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2012, no. 26 (11), pp. 3679—3689.
5. Walters S. D., Howson P. A., Howlett B. R. J. Production Testing of spark-plugs using a Neural Network, *E. R. C., School of engineering the University of Brighton*, 2005, LNAI 3684, pp. 74—80.
6. Walters S. D., Howson P. A., Howlett R. J. Semi-automatic production testing of spark-plugs, *E. R. C., School of engineering the University of Brighton. Part II*, 2007, LNAI 4693, pp. 671—680.
7. Ljutov A. G., Zagidullin R. R., Shirtladze A. G., Ogorodov V. A., Rjabov Ju. V., Chugunova O. I. *Kompyuternye sistemy upravleniya kachestvom dlja avtomatizirovannykh proizvodstv* (Quality management computer systems for automated manufacturing), Moscow, Mashinostroenie, 2010, 717 p. (in Russian).
8. *GOST RV 15.307—2002. Sistema razrabotki i postanovki produktsii na proizvodstvo. Voennaya tehnika. Ispytaniya i priemka serijnykh izdelij. Osnovnye polozheniya* (The system of product design and implementation in production. The military technics. Testing and acceptance of serial products. The main provisions), Moscow, Gosstandart Rossii, 2002, 21 p. (in Russian).

Д. В. Моисеев, канд. техн. наук, доц., **В. М. Чинь**, аспирант, Trinhminh6666@gmail.com,
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Маршрутизация полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра с учетом ограничения на продолжительность полета

Предложена методика нахождения маршрута облета максимального числа точек, местоположение которых задано, за минимальное время, не превосходящее допустимое, с учетом воздействия постоянного ветрового поля. Методика предусматривает последовательное решение двух определенным образом составленных, связанных между собой задач булевого линейного программирования. Приведен пример, поясняющий суть и демонстрирующий работоспособность предложенной процедуры маршрутизации полета.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, маршрутизация полета, задача булевого линейного программирования, поле постоянного ветра

Введение

В последнее время появился ряд статей [1–8], в которых с некоторыми вариациями обсуждается задача предполетной маршрутизации применительно к беспилотному летательному аппарату (БПЛА). Актуальность этой задачи обусловлена тем, что ее решение необходимо при составлении плана полета, а также при моделировании применения БПЛА для получения оценок его целевой эффективности. В указанных работах составление маршрута сводится к определению последовательности пролета над точками с известными координатами. При этом понятие оптимальности маршрута авторы связывают, с одной стороны, с увеличением числа точек, включенных в маршрут, а с другой — с уменьшением времени полета по маршруту. В частности, в работах [1, 3–5, 7, 8] задача маршрутизации интерпретирована как задача коммивояжера, что предполагает введение требования на безусловный облет всех заданных точек, а время полета рассматривается как минимизируемый критерий. Стремление уменьшить время облета точек объясняется желанием снизить расход горючего и повысить оперативность доставки целевой информации [2–4]. Использование такого критерия является косвенным отражением того, что и запас горючего, и время, в течение которого должна быть доставлена целевая информация, фактически ограничены. В этой ситуации представляет практический интерес рассмотрение задачи маршрутизации при явном учете ограничения на время полета по маршруту. При этом в качестве максимизируемого критерия, очевидно, должно выступать число точек, которые удастся связать маршрутом. Понятно, что в такой постановке вполне возможно, что не все точки из числа заданных окажутся включенными в оптимальный маршрут.

Явный учет ограничения на время полета по маршруту с точки зрения математической трактовки задачи маршрутизации уже не позволяет говорить о ней как о классической задаче коммивояжера. Предлагается формализовать такую задачу как задачу линейного булевого программирования.

Техническая постановка задачи

Особенности обсуждаемой задачи маршрутизации полета обусловлены типом рассматриваемого летательного аппарата и характером целевой обстановки. При употреблении термина "легкий БПЛА" имеется в виду, что время и зона полета такого аппарата достаточно малы для того, чтобы рассматривать ветер как постоянное ветровое поле, его воздушная скорость может оказаться соизмерима со скоростью ветра, а радиус разворота невелик.

Целевая обстановка задается совокупностью равноценных точек с известным местоположением, которые желательно включить в маршрут. Особенностью целевой обстановки является то, что точки, связываемые маршрутом в зоне полета, удалены друг от друга настолько, что основное время приходится на полет между точками по определенному в соответствии с маршрутом курсу, а время на выполнение разворотов для изменения курса с учетом высокой маневренности легкого БПЛА оказывается пренебрежимо малым.

Постановка задачи маршрутизации формулируется следующим образом. Необходимо с учетом информации о направлении и скорости ветра в зоне полета найти маршрут облета максимального числа точек из числа заданных своим местоположением с учетом ограничения на продолжительность полета. Если таких маршрутов окажется несколько, то из них надо выбрать наискорейший. Высота полета БПЛА по маршруту полагается постоянной. Таким образом,

в общем случае построение маршрута сводится к решению двух оптимизационных задач. В дальнейшем для удобства будем задачу максимизации числа точек в маршруте называть основной, а задачу минимизации времени полета — вспомогательной.

Математическая постановка основной задачи маршрутизации

Формулируя математические постановки задач маршрутизации полета здесь и далее, будем следовать подходу, изложенному в работе [7]. Начнем с формирования математической постановки основной задачи маршрутизации, т. е. нахождения замкнутого маршрута облета максимального числа точек с учетом ограничения на продолжительность полета. Пусть заданы координаты n точек, каждая из которых имеет один из номеров с первого по n . Введем в рассмотрение $n(n-1)$ целочисленных булевых переменных $x_{ij} \in \{0, 1\}$, $(i, j = \overline{1, n}; i \neq j)$. Если $x_{ij} = 1$, то, двигаясь по маршруту, БПЛА из точки i перелетает непосредственно в точку j . Если $x_{ij} = 0$, то при движении по маршруту непосредственный перелет из точки с номером i в точку с номером j не предусмотрен.

Критерий, подлежащий максимизации, запишется в виде

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} \rightarrow \max \quad (i = \overline{1, n}; j = \overline{1, n}; i \neq j). \quad (1)$$

Для учета ограничения на продолжительность полета необходимо выполнить условие

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} \leq T_{\text{доп}} \quad (i = \overline{1, n}; j = \overline{1, n}; i \neq j). \quad (2)$$

Здесь $T_{\text{доп}}$ — допустимое время полета по маршруту. Время t_{ij} перелета из точки с номером i в точку с номером j рассчитывается по методике, предложенной в работе [4]. Отметим, что речь идет о времени наискорейшего перелета между двумя точками в поле постоянного ветра.

Для замкнутого маршрута должны быть выполнены следующие ограничения:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1 \quad (j = \overline{1, n}; j \neq s); \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq 1 \quad (i = \overline{1, n}; i \neq s); \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{is} = 1 \quad (i \neq s); \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{sj} = 1 \quad (j \neq s); \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} - \sum_{i=1}^n x_{ji} = 0 \quad (j = \overline{1, n}; j \neq s). \quad (7)$$

Условия (2)—(7) существенно отличают математическую запись обсуждаемой задачи от классической задачи коммивояжера. Неравенства (3) и (4) отражают то условие, что каждая точка может быть

включена в маршрут не более одного раза, но может и не включаться в него. Условия (5) и (6) отражают тот факт, что точка с номером s является точкой старта и финиша одновременно. Особое выделение точки старта—финиша в данной постановке, в отличие от классической задачи коммивояжера, необходимо, поскольку не все точки могут попасть в маршрут, но для точки старта—финиша это необходимо.

Условия (7) обеспечивают связность, или физическую реализуемость, находимого маршрута. Математически решение обсуждаемой задачи отыскания замкнутого маршрута облета максимального числа точек с учетом ограничения на время полета сводится к нахождению $n(n-1)$ булевых переменных $x_{ij} \in \{0, 1\}$, $(i, j = \overline{1, n}; i \neq j)$, которые максимизируют (1) при выполнении условий (2)—(7), дополненных условием, исключающим в решении наличие более одного подцикла. Найденные в результате переменные однозначно опишут искомый оптимальный маршрут полета.

Процедура и пример решения основной задачи маршрутизации

Решение задачи (1)—(7) может состоять из нескольких простых вершинно-непересекающихся циклов, так называемых подциклов. Для исключения появления решения в виде нескольких подциклов в постановку (1)—(7) обычно вводятся дополнительные ограничения. Однако в данной работе в качестве альтернативы был использован более эффективный в вычислительном отношении метод последовательного исключения подциклов [9], сходимость которого доказана [10]. Суть метода заключается в том, что если получаемое решение задачи (1)—(7) содержит подциклы, то вводятся дополнительные ограничения, которые запрещают не менее одного из этих подциклов, после чего решение ищется заново. В рассматриваемом случае процесс продолжается до того момента, когда в результате очередной итерации будет получен только один подцикл, который и является искомым решением задачи маршрутизации.

Рассмотрим в качестве иллюстративного примера расчет замкнутого маршрута облета 10 точек, расположение которых в зоне полета размером 30×30 километров было сгенерировано с помощью датчика равномерно распределенных случайных чисел. Координаты этих точек в системе координат, жестко связанной с Земной поверхностью, приведены в таблице. В качестве точки старта—финиша была задана точка с номером $s = 1$. Воздушная скорость БПЛА при расчетах принималась равной 18,05 м/с, а скорость юго-западного ветра — равной 9,72 м/с.

Размещение точек в зоне полета, направление ветра и результаты решения рассматриваемой основной задачи маршрутизации для нескольких значений допустимого времени полета $T_{\text{доп}}$ приведены на рис. 1. Там же для каждого варианта маршрута указано время полета T по этому маршруту.

Координаты точек для включения в маршрут

Координаты	Номер точки									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	29000	27000	16000	8000	1000	13000	5000	1000	16000	21000
y	19000	5000	27000	2000	23000	23000	15000	14000	21000	29000

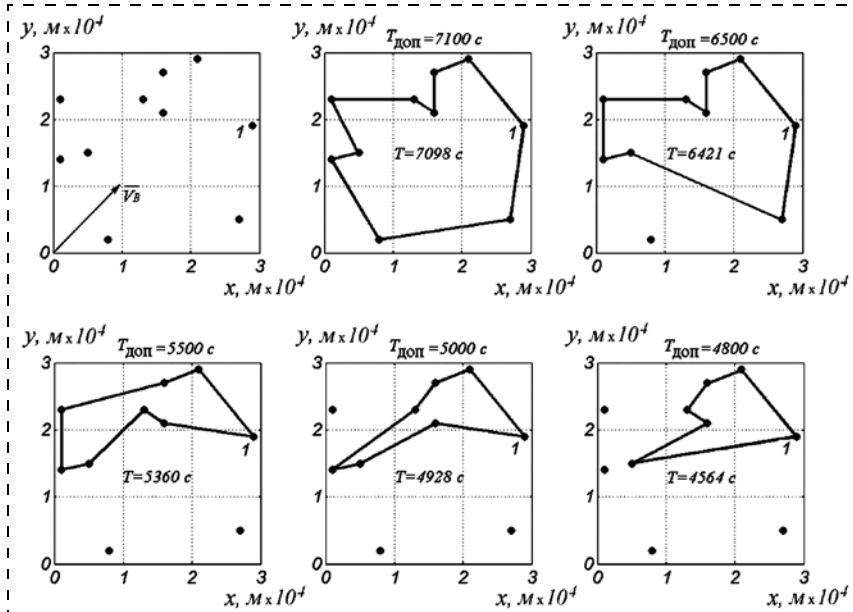


Рис. 1. Результаты решения основной задачи при различных значениях допустимой продолжительности полета

Как следует из рис. 1, при допустимом времени полета, равном 7100 с, удалось найти маршрут, который связал все заданные точки. Но уже при допустимом времени полета, равном 6500 с, ни одного маршрута, связывающего все точки, не оказалось. Одной из точек пришлось "пожертвовать". Даль-

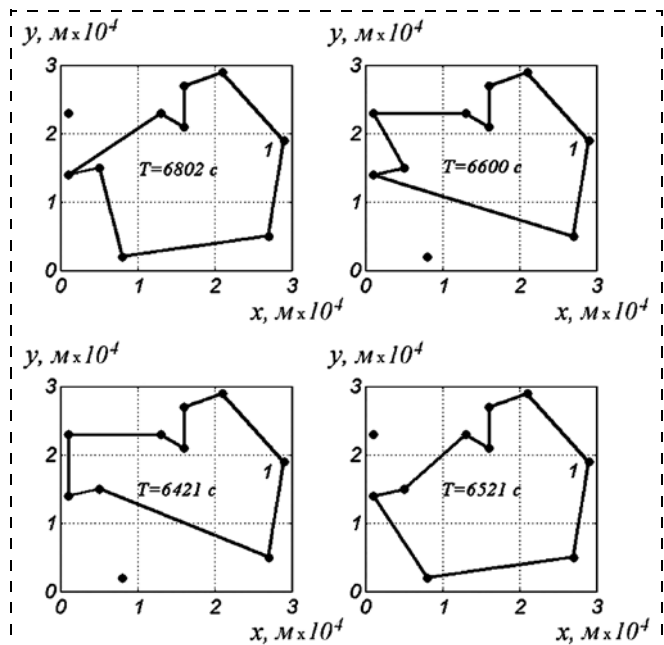


Рис. 2. Несколько маршрутов, на которых обеспечивается значение критерия $n^* = 9$, при допустимом времени полета $T_{\text{доп}} = 6900$ с

нейшее уменьшение допустимого времени полета приводит к "потере" в маршруте все большего числа точек.

Интересно отметить, что если число точек, которые удается включить в маршрут, с уменьшением допустимого времени полета постоянно уменьшается, то в общем случае не наблюдается определенной закономерности по отношению к номерам точек, исключаемых из маршрута. Это означает, что процесс выбывания точек из маршрута по мере уменьшения допустимого времени полета в общем случае не является регулярным.

Вполне естественно предположить, что основная задача маршрутизации может иметь множество решений. Действительно, применительно к рассматриваемому примеру, при допустимом времени полета, равном 6900 с, значение критерия $n^* = 9$ достигается на нескольких маршрутах (рис. 2).

При этом продолжительность полета T по каждому из этих маршрутов имеет свое конкретное значение, которое, естественно, не превышает допустимого. Общую картину влияния значения допустимого времени полета на достигаемое значение критерия можно увидеть на графике $n^*(T_{\text{доп}})$, приведенном на рис. 3.

Располагая таким графиком, построенным для конкретной целевой обстановки, значений параметров ветра и воздушной скорости БПЛА, можно без дополнительных расчетов определить максимальное число точек n^* , которое можно связать маршрутом при конкретном значении допустимой продолжительности полета. Наискорейшее время облета для каждого из возможных значений n^* отражено на рис. 3. Однако в конечном итоге при решении задачи маршрутизации интерес представляет только один маршрут из множества маршрутов, обеспечивающих экстремум основной задачи маршрути-

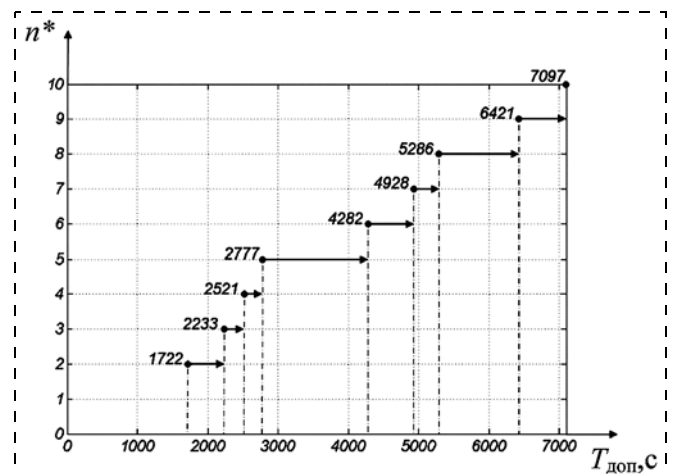


Рис. 3. Зависимость величины достигаемого критерия в основной задаче маршрутизации от допустимой продолжительности полета

зации. Это наискорейший маршрут из этого множества. Для определения этого маршрута не требуется знать все множество маршрутов, являющихся решением основной задачи маршрутизации. Искомый маршрут можно определить в результате решения вспомогательной задачи маршрутизации, используя значение n^* , найденное при решении основной задачи.

Математическая постановка вспомогательной задачи маршрутизации

Вспомогательная задача маршрутизации представляет собой задачу поиска маршрута наискорейшего облета n^* точек из n заданных. В качестве критерия для этой задачи выступает время полета, которое следует минимизировать:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} t_{ij} \rightarrow \min (i \neq j). \quad (8)$$

Искомое множество переменных $x_{ij} \in \{0, 1\}$, $(i, j = \overline{1, n}; i \neq j)$ должно удовлетворять ограничениям

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} = n^* (i \neq j); \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq 1 (j = \overline{1, n}; j \neq s); \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq 1 (i = \overline{1, n}; i \neq s); \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{is} = 1 (i \neq s); \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{sj} = 1 (j \neq s); \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} - \sum_{i=1}^n x_{ji} = 0 (j = \overline{1, n}; j \neq s). \quad (14)$$

Ограничение (9) обеспечивает включение в маршрут ровно n^* точек. Смысл ограничений (10)–(14) аналогичен соответствующим ограничениям (3)–(7).

Результаты решения задачи маршрутизации

Процедура решения вспомогательной задачи аналогична процедуре решения основной задачи маршрутизации. Устранение подциклов при решении вспомогательной задачи осуществляется так же, как и в основной задаче маршрутизации. Маршрут, найденный в результате решения вспомогательной задачи, является одновременно искомым решением задачи оптимальной маршрутизации с учетом ограничения на время полета. На рис. 4 показан оптимальный маршрут для допустимого времени полета, равного 6900 с. При этом маршрутом удастся связать девять точек. На рис. 5 показан оптимальный маршрут для допустимого времени полета, равного 4900 с. В этом случае маршрут связывает только шесть точек.

Все расчеты, на которые имеются ссылки в статье, были выполнены на компьютере с процессором Intel(R) i3-4160 CPU @ 3.60GHz и оперативной памятью 4,00 Гбайт с помощью программ, написанных на встроенном языке среды MATLAB. Ис-

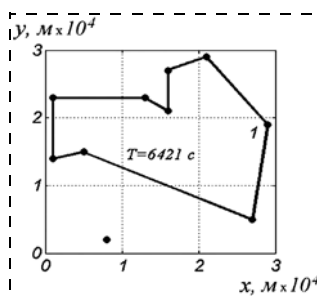


Рис. 4. Оптимальный маршрут для $T_{\text{доп}} = 6900$ с

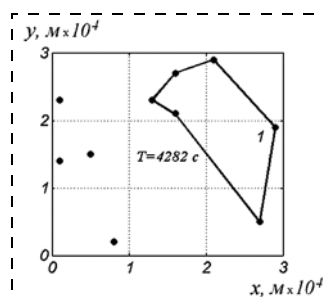


Рис. 5. Оптимальный маршрут для $T_{\text{доп}} = 4900$ с

пользовалось также стандартное программное обеспечение MATLAB, в частности программа bintprog. Время расчетов оказалось весьма незначительным. Более подробную информацию об этом можно найти в работе [7].

Заключение

1. Предложена методика нахождения замкнутого маршрута полета легкого БПЛА, который связывает максимальное число равноценных точек, находящихся в поле постоянного ветра, с учетом ограничения на время полета, причем полученный маршрут является наискорейшим из всех маршрутов, связывающих это число точек.

2. Методика предусматривает последовательное решение специальным образом сформированных основной и вспомогательной задач маршрутизации, которые связаны между собой и в математическом плане представляют собой задачи линейного булевого программирования. Таким образом, маршрут полета находится в два этапа. На первом определяется максимальное число точек, соединяемых маршрутами, время полета по которым не превышает допустимое. На втором этапе среди этих маршрутов определяется наискорейший.

3. Полученные результаты можно использовать на этапе проектирования БПЛА для моделирования его применения и оценки целевой эффективности, а также при создании специализированного алгоритмического и программного обеспечения рабочих мест операторов управления БПЛА.

Список литературы

1. Гимадеев Р. Г., Моисеев В. С. Выбор оптимального маршрута облета беспилотным летательным аппаратом заданной совокупности районов выполнения полетных заданий // Вестник КГТУ им. А. Н. Туполева. 2014. № 3. С. 208–212.
2. Лебедев Г. Н., Ефимов А. В., Мирзоян Л. А. Метод маршрутизации облета неподвижных объектов при мониторинге наземной обстановки на основе динамического программирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 1. С. 63–70.
3. Nicola Ceccarelli, John J. Enright, Emilio Frazzoli, Steven J. Rasmussen and Corey J. Schumacher. Micro UAV Path Planning for Reconnaissance in Wind. Proceedings of the 2007 American Control Conference. New York City, USA, July 11–13, 2007.
4. Тагмамдзе Р. Ч., Моисеев Д. В., Фам С. К. О рациональном выборе замкнутого маршрута полета легкого летательного аппарата с учетом прогноза ветра // Вестник ФГУП НПО им. С. А. Лавожкина. 2012. № 3. С. 76–83.
5. Моисеев Д. В. Существование и построение областей постоянства замкнутых маршрутов наискорейшего облета заданного набора точек в поле постоянного ветра // Научно-технический вестник Поволжья. 2015. № 4. С. 96–100.

6. Подлипан П. Е., Максимов Н. А. Многофазный алгоритм решения задачи планирования полета группы беспилотных летательных аппаратов // Электронный журнал "Труды МАИ", 2011. Выпуск № 43. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=24769>
7. Моисеев Д. В., Чинь В. М., Мозолев Л. А., Моисеева С. Г., Фам С. К. Маршрутизация полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра на основе решения разновидностей задачи коммивояжера // Электронный журнал "Труды МАИ", 2015, № 79. <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=55782>
8. Moiseev Dmitry Victorovich, Pham Xuan Quyen, Trinh Van Minh. Setting optimal closed flight route of lightweight unmanned

- aerial vehicles with consideration of wind in flight area. Vietnam National University Ho Chi Minh City, Science and technology development journal, Vol. 17, No. K3-2014, c. 99—108.
9. Козлов М. В., Костюк Ф. В., Сорокин С. В., Тюленев А. В. Решение задачи коммивояжера методом целочисленного линейного программирования с последовательным исключением подциклов: описание и алгоритмическая реализация // Advanced Science. 2012. № 2. с. 124—141.
10. Козлов М. В., Костюк Ф. В., Сорокин С. В., Тюленев А. В. Решение задачи коммивояжера методом целочисленного линейного программирования с последовательным исключением подциклов: обоснование, тестовые испытания, применение // Advanced Science. 2012. № 2. с. 142—159.

Routing of a Light Unmanned Aerial Vehicle in a Constant Wind Field with Account of Constraint on the Flight Duration

D. V. Moiseev, moiseev801@mail.ru✉, V. M. Trinh, trinhminh6666@gmail.com,
Moscow Aviation Institute (National Research University), 125993, Moscow, Russian Federation

Corresponding author: Moiseev Dmitry V., Associate Professor,
Moscow Aviation Institute (National Research University),
125993, Moscow, Russian, moiseev801@mail.ru

Received on 02, November, 2015

Accepted on 12, November, 2015

Recently, some articles have appeared which discuss the problem of preflight routing for the unmanned aerial vehicles (UAV). The importance of the problem is determined by the fact that its solving is necessary for flight planning and modeling of UAV with a view of an effective assessment of its mission. The above mentioned papers view routing as a sequence of flights over the setpoints with certain positioning data. The notion of route optimality is associated with, on the one hand, increasing amount of the setpoints included into the route and, on the other hand, with a decrease of the period of time for an en-route flight. In this case, consideration of the problem of routing with a constraint for the en-route flight time is of practical relevance. Thus, it is the amount of the setpoints potentially set by the route that must serve as a maximal criterion. It is quite clear that such statement may result in a situation, when some selected setpoints are out of the optimal route. The paper describes the methods of finding a light UAV circle trip which links the maximum of the equivalent setpoints in a constant wind field taking into account the time constraint. The selected route is the fastest of all the routes linking the setpoints. The methods envisage consecutive solving of the purposely set central and sub-related routing problems. Mathematically, they are the problems of linear Boolean programming. Thus, a flight route can be divided in two stages. At the first stage, it is necessary to define the maximum of the setpoints linked by the routes with the flight time, which does not exceed the one, which is allowed. At the second stage, one should define the fastest of the first stage routes. An example was introduced explaining the details and showing the performance capacity of the present flight routing procedure. The results can be used at the planning stage for modeling of UAV application with a view to improve assessment of its mission effectiveness, as well as for designing of special algorithms and software for the UAV controllers' working area.

Keywords: unmanned aerial vehicles, Boolean linear programming problem, problem of preflight routing, constraint on en-route flight duration, flight routing procedure, constant wind field

For citation:

Moiseev D. V., Trinh V. M. Routing of a Light Unmanned Aerial Vehicle in a Constant Wind Field with Account of Constraint on the Flight Duration, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 3, pp. 206—210.

DOI: 10.17587/mau.17.206-210

References

1. Gimadeev R. G., Moiseev V. S. *Vybor optimalnogo marshruta obleta bespilotnym letatelnyim apparatom zadannoj sovokupnosti rajonov vypolneniya poletnyh zadaniy* (Choice of optimal routes overflight UAPs are given a set of flight missions performance areas), *Vestnik KGUTU im. A. N. Tupoleva*, 2014, no. 3, pp. 208—212 (in Russian).
2. Lebedev G. N., Efimov A. V., Mirzozan L. A. *Metod marshrutizatsii obleta nepodviznykh obektov pri monitoringe nazemnoj obstanovki na osnove dinamicheskogo programmirovaniya* (Path Planning for an Aircraft Performing Observation of Static Ground Targets in Controlled Area Based on Dynamic Programming), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2012, no. 1, pp. 63—70 (in Russian).
3. Nicola Ceccarelli, John J. Enright, Emilio Frazzoli, Steven J. Rasmussen and Corey J. Schumacher. Micro UAV Path Planning for Reconnaissance in Wind, *Proceedings of the 2007 American Control Conference*, New York City, USA, July 11-13, 2007.
4. Targamadze R. Ch., Moiseev D. V., Fam S. K. *O racionalnom vybere zamknutogo marshruta poleta legkogo letatel'nogo apparata s uchetom prognoza vetra* (Rational choice of loop flight route for a lightweight aircraft subject to the wind forecast), *Vestnik FGUP NPO im. S. A. Lavochkina*, 2012, no. 3, pp. 76—83 (in Russian).
5. Moiseev D. V. *Sushhestvovanie i postroenie oblastey postojanstva zamknutykh marshrutov naiskorejshego obleta zadannogo nabora toчек v pole postojannogo vetra* (Existence and construction areas of constant fastest closed flight-arounds the set points), *Nauchno-Tekhnicheskij Vestnik Povolzhja*, 2015, no. 4, pp. 96—100 (in Russian).
6. Podlipjan P. E., Maksimov N. A. *Mnogofaznyj algoritim resheniya zadachi planirovaniya poleta gruppy bespilotnykh letatelnykh apparatov* (Multi-phase algorithm for solving the problem of planning the flight of unmanned aerial vehicles), *Elektronnyj Zhurnal "Trudy MAI"*, 2011, iss., no. 43, available at <https://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=24769> (in Russian).
7. Moiseev D. V., Trinh V. M., Mozolev L. A., Moiseeva S. G., Fam S. K. *Marshrutizatsiya poleta legkogo bespilotnogo letatel'nogo apparata v pole postojannogo vetra na osnove resheniya raznovidnostej zadachi kommivojazhera* (Flight routing of lightweight unmanned aerial vehicle in the constant wind on the basis of the decision of species of the traveling salesman problem), *Elektronnyj Zhurnal "Trudy MAI"*, 2015, no. 79, available at <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=55782> (in Russian).
8. Moiseev Dmitry Victorovich, Pham Xuan Quyen, Trinh Van Minh. Setting optimal closed flight route of lightweight unmanned aerial vehicles with consideration of wind in flight area, *Vietnam National University Ho Chi Minh City, Science and technology development journal*, vol 17, no. K3 — 2014, pp. 99—108.
9. Kozlov M. V., Kostjuk F. V., Sorokin S. V., Tjulenev A. V. *Reshenie zadachi kommivojazhera metodom celochislennogo linejnogo programmirovaniya s posledovatelnyim iskljucheniem podciklov: opisaniye i algoritmicheskaja realizatsija* (Solving travelling salesman problem by integer linear programming with cumulative subtour elimination: description and implementation), *Advanced Science*, 2012, no. 2, pp. 124—141 (in Russian).
10. Kozlov M. V., Kostjuk F. V., Sorokin S. V., Tjulenev A. V. *Reshenie zadachi kommivojazhera metodom celochislennogo linejnogo programmirovaniya s posledovatelnyim iskljucheniem podciklov: obosnovanie, testovyye ispytaniya, primenenie* (Solving travelling salesman problem by integer linear programming with cumulative subtour elimination: substantiation, testing, application), *Advanced Science*, 2012, no. 2, pp. 142—159.

Е. С. Лобусов, канд. техн. наук, доц., Хоанг Мань Тьонг, аспирант,
МГТУ им. Н. Э. Баумана

Использование средств инерциальной навигации для определения ориентации в пространстве и угла при вершине прямого кругового конуса

Рассматриваются вопросы, связанные с получением математического описания и алгоритмов обработки данных для устройства, с помощью которого можно определять пространственное угловое положение центральной оси прямого кругового конуса и угол при вершине. Для решения поставленной задачи предлагается использовать свойства скалярного и векторного произведений векторов, перпендикулярных платформе, для различных положений платформы на поверхности конуса, и процедуру интегрирования кинематических уравнений углового движения. Приводятся математическое описание и алгоритмы обработки, позволяющие выполнить обработку текущих данных измерений и получить оценку соответствующих параметров.

Ключевые слова: инерциальная навигация, измеритель угловой скорости (лазерный), коническое тело, кинематические уравнения углового движения, компьютерное моделирование

Введение

Измерение геометрических параметров изделий и определение их положения в пространстве играют огромную роль в машиностроении и станкостроении. Существует большое число технологических задач, требующих для своего выполнения применения современных измерительных средств. К таким задачам можно отнести и задачу определения параметров конических или цилиндрических поверхностей и их ориентации в пространстве [1–7, 10].

Так, например, на бумажных фабриках, а также на металлопрокатных станах цилиндрические валы принимают непосредственное участие в формировании выпускаемой продукции. Непараллельность валов напрямую связана с временем службы бумажных машин или металлопрокатных станов и может сильно повлиять на качество готовой продукции — непараллельность валов является основной причиной обрывов и формирования складок полотна бумаги на бумажном заводе [4, 10].

Возникает подобная задача и при соединении труб большого диаметра, когда необходимо проводить контроль их геометрических параметров. Для этого на предприятии создают системы геометрического контроля.

Можно привести много и других примеров.

В работе [8] показан один из вариантов определения ориентации центральной оси цилиндрической поверхности относительно выбранной эталонной системы координат. Однако, помимо ориентации, важным параметром является и степень конусности поверхности.

В данной работе предлагается вариант решения, связанный с созданием переносимой измерительной платформы, который позволяет в рамках единого подхода определять не только ориентацию центральной оси, но и степень конусности. При этом оказывается возможным устранить угловые возмущения, вызванные действиями оператора.

Постановка задачи

Рассмотрим некоторый прямой круговой конус, который характеризуется углом при вершине φ ($\varphi < \pi/2$) и единичным вектором направления $\mathbf{e}_0$ центральной оси. Этот конус выступает в качестве геометрической модели реального объекта (трубы, вала и т. п.).

Считается, что угол φ и пространственное положение вектора $\mathbf{e}_0$ являются неизвестными и подлежат определению относительно некоторой эталон-

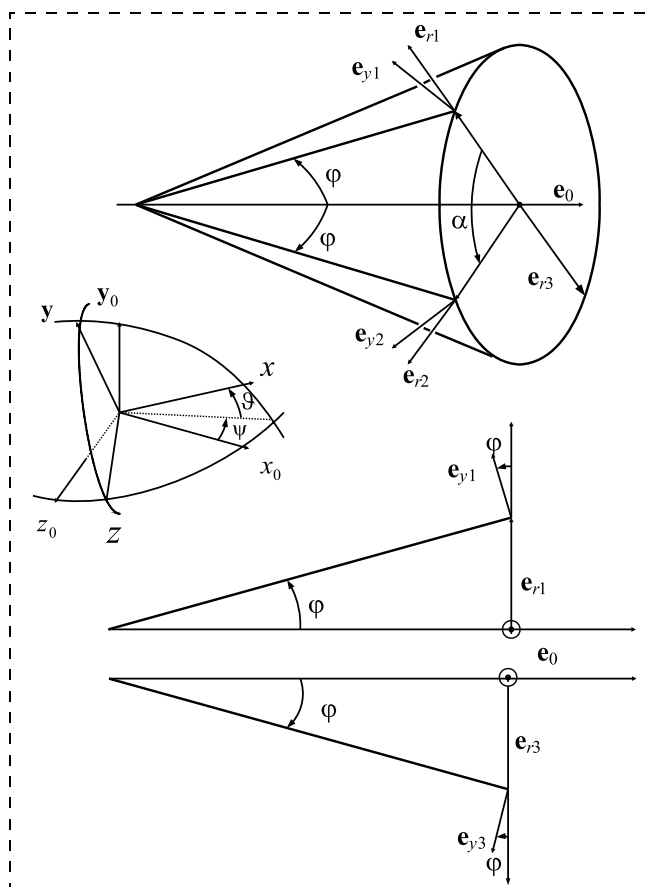


Рис. 1. Ориентация конической поверхности

ной системы координат. Для этой цели в окрестности реального объекта выделяется фиксированное место (стол), на котором предварительно устанавливается переносная платформа с жестко закрепленным на ней векторным измерителем угловой скорости (ВИУС).

Система координат СК₀ (x_0, y_0, z_0), связанная со столом, является неподвижной относительно Земли, а система координат СКП (x, y, z) связана с платформой, и ее вертикальная ось y перпендикулярна плоскости платформы. В начальный момент времени системы координат СК₀ и СКП совпадают. Углы ψ и ϑ характеризуют текущее положение выделенной оси x СКП в процессе манипулирования с платформой (рис. 1).

Установим платформу на поверхность конуса и выделим два достаточно произвольных положения П₁ и П₂ платформы на его поверхности.

В каждом положении П₁ и П₂ платформы соответствующие оси y_1 и y_2 перпендикулярны образующим конуса, а угловое расстояние между плоскостями, в которых находятся вертикальные оси y_1 и y_2 , равно α (рис. 1).

В нижней части рис. 1 дано сечение конуса плоскостью, проходящей через ось конуса $\mathbf{e}_0$. Вектор $\mathbf{e}_{r_1}$ — это вектор, лежащий в плоскости основания конуса, проведенный из центра основания конуса в точку на поверхности конуса, а вектор $\mathbf{e}_{r_3}$ противоположен по направлению вектору $\mathbf{e}_{r_1}$.

Решение поставленной задачи с использованием свойства скалярного и векторного произведения векторов

Проведем предварительное исследование. Примем систему координат, образованную тройкой единичных векторов $\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_{r_1}, [\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_{r_1}]$, как *начально ориентированную систему координат* (СНКО) (здесь $[\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_{r_1}]$ — векторное произведение $\mathbf{e}_0$ и $\mathbf{e}_{r_1}$).

Разложим единичный вектор $\mathbf{e}_{y_i}$ оси y_i на две составляющие — по направлению единичного вектора центральной оси конуса $\mathbf{e}_0$ и по направлению соответствующего единичного радиус-вектора $\mathbf{e}_{r_i}$:

$$\mathbf{e}_{y_i} = -\mathbf{e}_0 \sin \varphi + \mathbf{e}_{r_i} \cos \varphi, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где φ — угол при вершине конуса.

Осуществим теперь поворот исходного вектора $\mathbf{e}_{y_i} = [-\sin \varphi \cos \varphi \ 0]^T$, заданного в СНКО, на угол α вокруг оси с единичным вектором $\mathbf{e}_0$, т. е. $\mathbf{e}_{y_1} \rightarrow \mathbf{e}_{y_2}$.

Матрица преобразования (пассивная точка зрения) между двумя системами координат $\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_{r_1}, [\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_{r_1}]$ и $\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_{r_2}, [\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_{r_2}]$ в этом случае равна

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix},$$

а вектор $\mathbf{e}_{y_2}$ в СНКО имеет вид

$$\mathbf{e}_{y_2} = [-\sin \varphi \cos \varphi \cos \alpha \cos \varphi \sin \alpha]^T.$$

Отсюда скалярное произведение S двух векторов $\mathbf{e}_{y_1}$ и $\mathbf{e}_{y_2}$ равно

$$(\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}) = S = \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cos \alpha. \quad (2)$$

Из соотношения (2) можно видеть, что скалярное произведение S достигает минимального значения при угле $\alpha = \pm \pi$. Его значение в этой точке равно

$$S_{\min} = \sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi = -\cos(2\varphi),$$

что позволяет определить угол φ по формуле

$$\varphi = \frac{\arccos(-S_{\min})}{2}.$$

Рассмотрим теперь векторное произведение V двух векторов $\mathbf{e}_{y_1}$ и $\mathbf{e}_{y_2}$ в СКНО, которое равно

$$[\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}] = [\cos^2 \varphi \sin \alpha, \sin \varphi \cos \varphi \sin \alpha, \sin \varphi \cos \varphi (1 - \cos \alpha)]^T.$$

Модуль вектора $[\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}]$ равен

$$V = \cos \varphi \sqrt{\cos^2 \varphi \sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \varphi (1 - \cos \alpha)}. \quad (3)$$

Из соотношения (3) следует, что норма векторного произведения V при угле $\alpha = \pm \pi$ равна $V_{\min} = \sin(2\varphi)$, что позволяет определить угол φ по формуле

$$\varphi = \frac{\arcsin(V_{\min})}{2}.$$

Таким образом, оказывается возможным определить неизвестный угол наклона конуса по скалярному или по векторному произведениям, используя экстремальные свойства произведений. Однако существуют области предпочтения, если проанализировать погрешности вычисления.

Погрешность вычисления скалярного произведения (с точностью до членов 2-го порядка малости) равна

$$\delta = (\mathbf{e}_{y_1} + \delta \mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2} + \delta \mathbf{e}_{y_2}) - (\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}) \approx (\mathbf{e}_{y_1}, \delta \mathbf{e}_{y_2}) + (\mathbf{e}_{y_2}, \delta \mathbf{e}_{y_1}) \quad (4)$$

или

$$|\delta| \leq \|\delta \mathbf{e}_{y_2}\| + \|\delta \mathbf{e}_{y_1}\| \leq 2\delta_0,$$

где $\delta \mathbf{e}_{y_i}$ — погрешность оценки вектора $\mathbf{e}_{y_i}$, δ_0 — максимальная погрешность вычисления нормы (модуля) вектора $\mathbf{e}_{y_i}$.

Отсюда для точки $\alpha = \pm \pi$ погрешность получаемой оценки

$$\delta S_{\min} = 2 \sin(2\varphi) \delta \varphi \text{ и } |\delta S_{\min}| < 2\delta_0,$$

что дает

$$|\delta S_{\min}| = |2 \sin(2\varphi) \delta \varphi| < 2\delta_0 \rightarrow |\delta \varphi| \leq \frac{\delta_0}{|\sin(2\varphi)|}. \quad (5)$$

Таким образом, простейший анализ полученной формулы (5) показывает, что в любом случае при использовании *скалярного произведения* точность определения существенно зависит от погрешности по норме и от предполагаемого значения угла при вер-

шине конуса φ . Последнее приводит к выделению предпочтительного диапазона по измеряемому углу φ .

Подобным образом и для векторного произведения в точке $\alpha = \pm\pi$ погрешность получаемой оценки

$$\delta V_{\min} = 2\cos(2\varphi)\delta\varphi,$$

что дает

$$|\delta V_{\min}| = |2\cos(2\varphi)\delta\varphi| \leq 2\delta_0 \rightarrow |\delta\varphi| \leq \frac{\delta_0}{|\cos(2\varphi)|}. \quad (5')$$

Таким образом, полученный результат показывает, что при использовании *векторного произведения* точность определения зависит от предполагаемого значения угла при вершине конуса φ , что также приводит к выделению предпочтительного диапазона по измеряемому углу φ .

Необходимо отметить следующий важный факт, который будет раскрыт далее. Так как для вычисления положения векторов используется процедура интегрирования кинематических соотношений, то следует обращать внимание на точность выбранной процедуры интегрирования, в данном случае — на коррекцию нормы [9].

Особенности реализации найденного решения

Изложенное выше математическое решение задачи является основой для практической реализации. Воспользуемся уже известными результатами, относящимися к использованию кинематического подхода [8], основанного на интегрировании кинематических уравнений углового движения.

В соответствии с данным подходом выделяются следующие три этапа решения задачи.

- *Этап оценки угловой скорости Земли.* Так как интерес представляет относительное движение, то угловую скорость Земли следует исключить из процесса измерений. Оценка угловой скорости Земли происходит при нахождении платформы на столе. Компенсация измеренной угловой скорости Земли осуществляется в алгоритме интегрирования кинематических соотношений углового движения.
- *Этап переноса платформы.* Данный перенос осуществляется оператором и заканчивается установкой платформы на поверхность тела.
- *Этап проведения измерений.* Этот этап является самым важным. Он начинается с момента установки платформы на поверхность конуса (приблизительно в положение P_1). После этого оператор перемещает платформу по поверхности конуса вокруг его центральной оси. В каждом положении платформы посредством цифровой обработки (либо в текущем времени, либо по записям после проведения измерений) определяется текущее значение скалярного и векторного произведений единичного вектора $\mathbf{e}_1$ (начальное положение P_1) и текущего вектора $\mathbf{e}_i$ (текущее положение P_i). Причем векторы $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_i$ определяются в эталонной СК₀.

Обозначим x_0, y_0, z_0 эталонную систему координат СК₀, x, y, z — систему координат, связанную с подвижной платформой СКП, а $x_{н0}, y_{н0}, z_{н0}$ — СКНО.

Введем в рассмотрение следующие матричные операторы (матрицы направляющих косинусов (МНК), причем используемые далее матрицы преобразования соответствуют повороту системы координат):

$\mathbf{A}_3$ — МНК между эталонной СК₀ и подвижной СКП, связанной с платформой; $\mathbf{A}_{30}$ — МНК между СК₀ и СКНО; $\mathbf{A}_3(\varphi)$ — элементарная МНК между СКНО и повернутой СК, обусловленная наличием конусности; $\mathbf{A}_2(\Delta\psi)$ — элементарная МНК, обусловленная угловыми колебаниями платформы относительно ее вертикальной оси на угол ψ (далее будет показано, что повороты относительно вертикальной оси не оказывают влияния); $\mathbf{A}_1(\alpha)$ — элементарная МНК, определяемая поворотом на угол α относительно вектора $\mathbf{e}_0$.

Между введенными МНК существует простая связь:

$$\mathbf{A}_3 = \mathbf{A}_2(\Delta\psi)\mathbf{A}_3(\varphi)\mathbf{A}_1(\alpha)\mathbf{A}_{30}.$$

Положение векторов $\mathbf{e}_{y_1}$ и $\mathbf{e}_{y_2}$ в эталонной системе координат равно

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_1 = \mathbf{A}_{30}^T \mathbf{A}_3^T(\varphi) \mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_1) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_2 = \mathbf{A}_{30}^T \mathbf{A}_1^T(\alpha) \mathbf{A}_3^T(\varphi) \mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

а их скалярное произведение в эталонной СК₀ будет равно

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_1^T \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_2 &= [0 \ 1 \ 0] \mathbf{A}_2(\Delta\psi_1) \mathbf{A}_3(\varphi) \mathbf{A}_{30} \mathbf{A}_{30}^T \mathbf{A}_1^T(\alpha) \times \\ &\times \mathbf{A}_3^T(\varphi) \mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = [0 \ 1 \ 0] \mathbf{A}_{31} \mathbf{A}_{32}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= [0 \ 1 \ 0] \mathbf{A}_3(\varphi) \mathbf{A}_1^T(\alpha) \mathbf{A}_3^T(\varphi) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = (\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}), \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Здесь $\mathbf{A}_{31}$ и $\mathbf{A}_{32}$ — МНК, определяющие положение СКП в двух положениях соответственно. Эти МНК являются расчетными, т. е. вычисляются процедурой интегрирования кинематических уравнений углового движения в процессе переноса платформы. Также отчетливо видно, что вращение

относительно вертикальной оси не оказывает влияния на результат скалярного произведения.

Рассмотрим теперь более подробно операцию векторного умножения $[\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}]$ в СК₀ (ранее эта операция была выражена в СКНО):

$$[\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}] \equiv \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{\varphi_0}^T & \mathbf{A}_3^T(\varphi) \mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_1) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{\varphi_0}^T & \mathbf{A}_1^T(\alpha) \mathbf{A}_3^T(\varphi) \mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_2) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Раскрывая в матричном представлении данное векторное произведение, получим

$$\begin{aligned} & \mathbf{A}_{\varphi_0}^T \mathbf{A}_3^T(\varphi) \mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_1) \times \\ & \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{A}_2(\psi_1) \mathbf{A}_3(\varphi) \mathbf{A}_{\varphi_0} \mathbf{A}_1(\alpha) \mathbf{A}_3^T(\varphi) \mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ & = \mathbf{A}_3^T|_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{A}_3^T|_1 \mathbf{A}_3^T|_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = [\mathbf{e}_{y_1}, \mathbf{e}_{y_2}]. \quad (6) \end{aligned}$$

Поскольку операторы $\mathbf{A}_3^T|_1$ и $\mathbf{A}_3^T|_2$ известны, то векторное произведение (6) вычисляется, причем оно не зависит от вращения относительно вертикальной оси, так как

$$\mathbf{A}_2^T(\Delta\psi_1) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{A}_2(\Delta\psi_1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Знание скалярного и векторного произведений позволяет вычислить значение угла φ . Для этой цели осуществляется перемещение измерительной платформы по поверхности конуса на угол $\alpha = 180^\circ$, что определяется по экстремальному значению векторного произведения (окрестность значения, равного $\sin(2\varphi)$, фиксируемому в процессе поворота, или скалярного произведения (окрестность значений $-\cos(2\varphi)$).

Знание угла при вершине конуса φ теперь позволяет найти положение центральной оси конуса в СК₀.

Действительно, по известным (т.е. вычисляемым) положениям векторов $\mathbf{e}_{y_1}$ и $\mathbf{e}_{y_3}$ в эталонной системе координат (см. соотношение (6)) в силу их симметрии относительно центральной оси конуса (рис. 1), непосредственно по их сумме определяется направление вектора центральной оси конуса $\mathbf{e}_0$:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_1 + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_3 = -k_0 \mathbf{e}_0,$$

где k_0 — норма (модуль) суммы двух векторов ($k_0 = 2\sin\varphi$).

Значение нормы позволяет непосредственно судить о реальной форме. Если $k_0 < \varepsilon$, где ε — заранее задаваемая константа (задается разработчиком), то имеем цилиндр, если $k_0 > \varepsilon$, то конус.

Знание вектора направления центральной оси

$$\mathbf{e}_0 = \begin{bmatrix} \cos\vartheta_0 \cos\psi_0 \\ -\sin\vartheta_0 \cos\psi_0 \\ \sin\psi_0 \end{bmatrix}$$

позволяет вычислить и углы последовательных поворотов ψ_0 и ϑ_0 , определяющих положение этой оси, по известным проекциям (рис. 1).

Компьютерное моделирование

Наиболее важным этапом является этап измерений. Для этого этапа проведено детальное исследование на основе компьютерного моделирования согласно блок-схеме, представленной на рис. 2, где использованы следующие обозначения:

$\boldsymbol{\omega}_r^B = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ — вектор относительной угловой скорости; $\boldsymbol{\omega}_a^B$ — вектор абсолютной угловой скорости платформы (СКП); $\boldsymbol{\omega}_\oplus^B$ — вектор угловой скорости Земли на установочном столе (в СК₀); $\boldsymbol{\omega}_\oplus^B$ — вектор угловой скорости Земли в осях платформы (СКП); $\mathbf{B}_s \equiv \mathbf{A}_s$ — кватернион углового положения платформы (СКП) относительно установочного стола (СК₀); $\mathbf{A}_i(\cdot)$ — матрица элементарного поворота относительно i -й оси ($i = 2, 3$).

Отметим особенности основных элементов данной блок-схемы.

Кинематические уравнения в углах последовательных поворотов при движении платформы по поверхности конуса имеют следующий вид

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_a^B &= \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}_a^B = \mathbf{A}_2(\Delta\psi) \mathbf{A}_3(\varphi) \times \\ & \times \left(\mathbf{A}_1(\alpha) \mathbf{A}_{\varphi_0} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}_\oplus^S + \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta\dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix}; \\ \boldsymbol{\omega}_\oplus^B &= \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}_\oplus^B = \mathbf{A}_2(\Delta\psi) \mathbf{A}_3(\varphi) \mathbf{A}_1(\alpha) \mathbf{A}_{\varphi_0} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}_\oplus^S. \end{aligned}$$

Блоки Фильтр 1 и Фильтр 2 являются фильтрами второго порядка и введены для целей получения выходной переменной и ее производной. Уравнения данных фильтров (с одним входом и двумя выходами, с парой комплексно-сопряженных полюсов и с передаточным коэффициентом, равным 1) в переменных состояния имеют вид

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u; \\ y = \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{cases}$$

где

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_f^2 & -2\alpha \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_f^2 \end{bmatrix};$$

$$C = [1 \ 0] \text{ или } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Разностные уравнения Фильтров 1 и 2, эквивалентные непрерывным при кусочно-постоянной аппроксимации входного сигнала

$$u(t) \rightarrow u_k - 1 = \text{const}, k = 1, 2, 3, \dots,$$

на k -м шаге имеют вид

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = A_{\Delta} \mathbf{x}_{k-1} + B_{\Delta} u(t); \\ y_k = C \mathbf{x}_k, \end{cases}$$

где

$$A_{\Delta} = e^{A \Delta t}, \Delta t = (t_k - t_{k-1}), B_{\Delta} = (e^{A \Delta t} - I) A^{-1} B,$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{2\alpha}{\omega_f^2} & -\frac{1}{\omega_f^2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A^{-1} B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

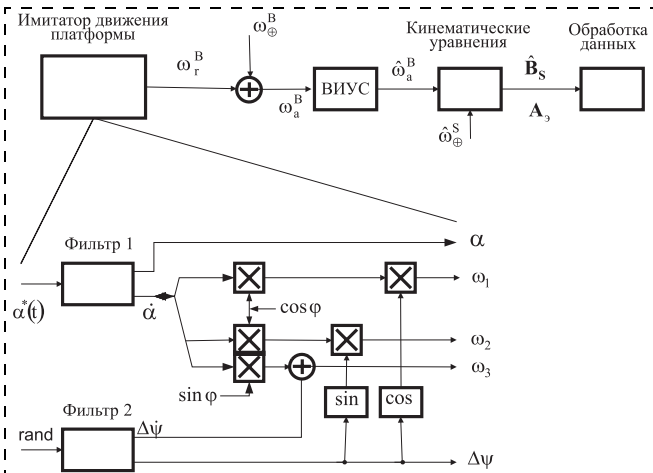


Рис. 2. Блок-схема этапа проведения измерений (символ ^ над переменной обозначает оценку)

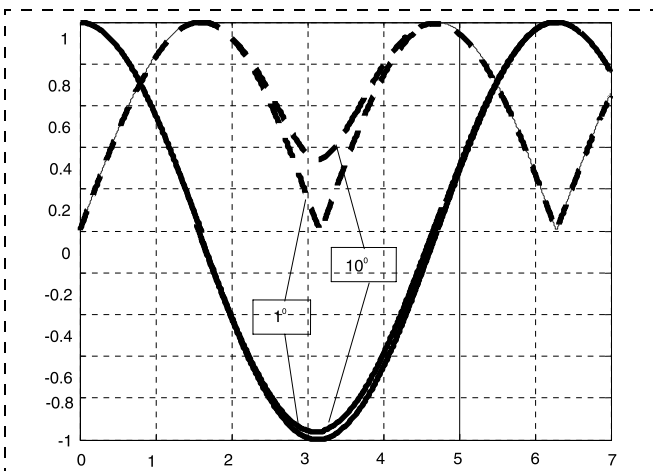


Рис. 3. Зависимость скалярного (сплошная) и модуля векторного произведения (штриховая линия) от угла α при конусности $\varphi = 1^\circ$ и 10°

Параметры фильтров выбраны одинаковыми.

Модель ВИУС соответствует блок-схеме, приведенной в работе [9]. Полагаем, что собственные погрешности измерителя отсутствуют; они компенсируются на этапе калибровки ВИУС.

Случайный сигнал — сигнал дискретного белого шума, который имеет ограниченное нормальное распределение.

На рис. 3 приведены зависимости скалярного и модуля векторного произведения от угла α .

Выводы

1. Предлагается подход, основанный на использовании скалярного и векторного произведений векторов, к определению ориентации и угла при вершине конуса, что позволяет исключить влияние поворотов относительно вертикальной оси измерительной платформы.

2. Исследованы возможные варианты получения оценки угла при вершине конуса и пространственного углового положения центральной оси конуса (направление оси конуса), получено математическое описание и соответствующие алгоритмы.

3. Проведено моделирование предлагаемых алгоритмов в соответствии с разработанной процедурой, которое показало работоспособность данных алгоритмов по определению угла при вершине конуса и пространственного положения оси конуса. Особое внимание следует уделять алгоритмам интегрирования кинематических уравнений и собственным погрешностям измерителя угловой скорости.

Список литературы

1. Alexandru Potorac, Dorel Prodan. Devices for external conical surfaces measurements // Fascicle of Management and Technological Engineering. 2014. Vol. XXIII. P. 309-312. URL: <http://imtuoradea.ro/conf/2013/Potorac%20Alexandru%202.pdf>.
2. Ananda V. Mysore, Steve G. Gonzalez. Shaft cone crown measurement system and methodology. United states patent N US777920254B2. Apr. 5, 2011.
3. Ananda V. Mysore, Steve G. Gonzalez. Shaft cone metrology system and method. United states patent N US7253889B2. Aug. 7, 2007.
4. URL: <http://www.prufttechnik.com/ru/resheniya/oblasti-primeneniya/izmerenie-vaikov.html>.
5. Komar, N. Vulic, R. Antonic. Specifics of shafting alignment for ships in service // Promet-traffic & Transportation, 2009. Vol. 21, N. 5. P. 349—357.
6. Prasad D. Tupkari, Dr. P. K. Sharma. Shaft alignment in ship // International journal of advanced technology in engineering and science. 2014. Iss. 5, N. 2. P. 325—331.
7. Ковалев Л. Д., Суровой С. Н. Специальные приборы для измерения линейных и угловых величин. Минск: БНТУ, 2003. 237 с. URL: <http://rep.bntu.by/handle/data/4636>.
8. Лобусов Е. С. Использование инерциальных средств для определения углового положения цилиндрических тел // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 8. С. 31—35.
9. Лобусов Е. С., Фомичев А. В. Алгоритмизация основных режимов функционирования бесплатформенной инерциальной системы навигации и управления движением малогабаритного космического аппарата // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 1. С. 54—59.
10. Овчинникова Е. В. Определение параллельности валов при помощи Paralign @ // Российский научно-технический журнал MEGATECH — новые технологии в промышленной диагностике и безопасности. 2011. Т. 2—3. С. 88—89.

Inertial Navigation Facility for Space Orientation and Vertex Angle Identification of Right Circular Cone

E. S. Lobusov, evgeny.lobusov@yandex.ru✉, **Manh Tuong**, manhtuongbm@yahoo.com,
Moscow State Technical University named after N. E. Bauman, Moscow, 105005, Russian Federation

Corresponding author: **Lobusov Evgeny S.**, PhD, Assistant Professor,
Moscow State Technical University named after N. E. Bauman,
Moscow, 105005, Russian Federation, e-mail: evgeny.lobusov@yandex.ru

Received on September 11, 2015

Accepted on November 03, 2015

Questions related to description and algorithms for device (platform) used to identify space orientation and vertex angle of right circular cone are considered. The main measuring facility — rate gyro attached rigidly to measuring platform is used. Reference frame of platform coincides with gyro frame. For getting solution of the task pointed out above it is suggested to organize three stage process. First-measuring the Earth angular rate; second — carrying the measuring platform by operator from one initial position served as a reference to another desired one (cone surface) and third-performing measurements by relocating the platform on cone surface without loss of contact. The most important stage — performing the measurements. To try out the third stage it was worked out an environmental simple software-based simulator. To delete disturbances from operator activity it is suggested to measure the vertical axis angular direction of reference platform frame in current platform position. So properties of dot and cross products for platform different angular positions (for vertical axis only) are used together with procedure of kinematic equation integration. Mathematical description and processing algorithms are given to perform on-line treatment of current measurement data and get the estimates of orientation and vertex angle. Experiments were performed on software-based simulator which showed good results. It is turned out the suggested approach may be extended to more wider area of application as estimation of mutual orthogonality of separate construction elements and so on.

Keywords: inertial navigation, (laser) rate gyro, cone body, kinematic equation, simulation

For citation:

Lobusov E. S., Manh Tuong. Inertial Navigation Facility for Space Orientation and Vertex Angle Identification of Right Circular Cone, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no 1, pp. 211—216.

DOI: 10.17587/mau/17.211-216

References

1. **Alexandru Potorac, Dorel Prodan.** Devices for external conical surfaces measurements // Fascicle of Management and Technological Engineering. Volume XXIII, 2014, pp. 309-312, available at <http://imtuoradea.ro/conf/2013/Potorac%20Alexandru%202.pdf> (date of access: 20.09.2015).
2. **Ananda V. Mysore, Steve G. Gonzalez.** Shaft cone crown measurement system and methodology, United states patent № .US777920254B2. Apr. 5, 2011.
3. **Ananda V. Mysore, Steve G. Gonzalez.** Shaft cone metrology system and method, United states patent № .US7253889B2. Aug. 7, 2007.
4. **Available at** <http://www.pruftechnik.com/ru/resheniya/oblasti-primeneniya/izmerenie-valsokov.html> (date of access: 20.09.2015).
5. **Komar, N. Vulic, R. Antonic.** Specifics of shafting alignment for ships in service, *Promet-traffic & Transportation*, 2009, vol. 21, no. 5, pp. 349—357.
6. **Prasad D. Tupkari, Dr. P. K. Sharma.** Shaft alignment in ship, *International journal of advanced technology in engineering and science*, 2014, vol. 2, iss. 5, pp. 325—331.
7. **Kovalev L. D., Surovoj S. N.** *Special'nye pribory dlya izmereniya linejnyh i uglovyh velichin* (Special devices for the measurement of linear and angular measurements), Minsk, BNTU, 2003, 237 p. available at <http://rep.bntu.by/handle/data/4636> (date of access: 20.09.2015).
8. **Lobusov E. S.** *Ispol'zovanie inertial'nykh sredstv dlya opredeleniya uglovogo polozheniya tsilindricheskikh tel* (Inertial Navigation Facilities Usage for Attitude Calculation of Cylindric Bodies), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2012, no. 8, pp. 31—35 (in Russian).
9. **Lobusov E. S., Phomitchiev A. V.** *Algoritimizatsiya osnovnykh rezhimov funkcionirovaniya besplatformennoi inertial'noi sistemy navigatsii i upravleniya dvizheniem malogabaritnogo kosmicheskogo apparata* (Forming of Strapdown Inertial Navigation System algorithms and main control modes for small-sized spacecraft), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 17, no. 1, pp. 54—59 (in Russian).
10. **Ovchinnikova E. V.** Shaft parallelism detection with help of Paralign @, *Russian Technical Science Journal MEGATECH — new technologies in industrial diagnostics and safety*, 2011, vol. 2—3, pp. 88—89.

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5397, тел./факс: (499) 269-5510

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Т. В. Пчелкина*.

Сдано в набор 25.12.2015. Подписано в печать 12.02.2016. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН316. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.