

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 17

2016

№ 2

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Редакционный совет:

CHYI-YEU LIN, PhD, prof.
GROUMPOS P. P., prof.
JEN-HWA GUO, PhD, prof.
KATALINIC B., PhD, prof.
SUBUDHI B., PhD, prof.
АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.
КАЛЯЕВ И. А., чл.-корр. РАН, проф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.
СОЙФЕР В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.
ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.
ЮЩЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.
БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.
ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.
ЕРМОЛОВ И. Л., д. т. н., доц.
ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.
КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.
ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.
ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.
ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф.
РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.
ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.
ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.
ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТОВ И АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Чебурахин И. Ф., Гавриш О. Н.** Уточнение оценок показателей сложности схем и автоматизация их эффективного применения 75
- Ловчаков В. И., Ловчаков Е. В., Кретов Е. И.** Синтез быстродействующих систем управления с использованием теории аналитического конструирования оптимальных регуляторов 84

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Карпова И. П.** Псевдоаналоговая коммуникация в группе роботов 94
- Бобков В. А., Машенцев В. Ю.** Навигация подводного робота по стереоизображениям 101

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ

- Иванов В. М.** Исследование динамики следящего электропривода с вентильным двигателем в режиме автокоммутации 110
- Новоселов Б. В.** Оценка предельно допустимых значений кинематических погрешностей механических передач регулируемых приводов 116
- Бурьян Ю. А., Сорокин В. Н., Галуза Ю. Ф., Поляков С. Н.** Система активной виброизоляции с электродинамическим актуатором 122

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

- Балакина Е. В., Зотов Н. М., Федин А. П.** Рекомендации по выбору моделей для расчета (ϕ - s)-диаграмм автомобильных шин по критерию дорожных условий . . . 128
- Массель Л. В., Жилыев А. С., Говорков А. С.** Методика перехода от трехмерной модели к онтологическому представлению изделий авиационной техники 133

МЕТОДЫ И ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

- Инсаров В. В., Тихонова С. В.** Методика выделения прямых линий на изображениях стационарных наземных сцен 138

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editorial Council:

ALIEV T. A., prof., Azerbaijan, Baku
 ANSHAKOV G. P., Russia, Samara
 BOLOTNIK N. N., Russia, Moscow
 CHENTSOV A. G., Russia, Ekaterinburg
 CHERNOUSKO F. L., Russia, Moscow
 CHYI-YEU LIN, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 FEDOROV I. B., Russia, Moscow
 GROUMPOS P. P., prof., Greece, Patras
 JEN-HWA GUO, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 KALYAEV I. A., Russia, Taganrog
 KATALINIC B., PhD, Prof., Austria, Vienna
 KRASNEVSKIY L. G., Belarus, Minsk
 KUZNETSOV N. A., Russia, Moscow
 LEONOV G. A., Russia, S.-Peterburg
 MATVEENKO A. M., Russia, Moscow
 MIKRIN E. A., Russia, Moscow
 PESHEKHONOV V. G., Russia, S.-Peterburg
 REZCHIKOV A. F., Russia, Saratov
 SCHERBATYUK A. F., Russia, Vladivostok
 SEBRYAKOV G. G., Russia, Moscow
 SIGOV A. S., Russia, Moscow
 SOJFER V. A., Russia, Samara
 SOLOMENTSEV Yu. M., Russia, Moscow
 SOLOVJEV V. A., Russia, Moscow
 SUBUDHI B., PhD, Prof., India, Sundargarh
 VASILYEV S.N., Russia, Moscow
 YUSUPOV R. M., Russia, S.-Peterburg

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Russia, Moscow

Deputy Editor-in-Chief:

PODURAEV Yu. V., Russia, Moscow
 PUTOV V. V., Russia, S.-Peterburg
 YUSCHENKO A. S., Russia, Moscow

Responsible Secretary:

BEZMEENOVA M. Yu., Russia, Moscow

Editorial Board:

ALEXANDROV V. V., Russia, Moscow
 ANTONOV B. I., Russia, Moscow
 ARSHANSKY M. M., Russia, Tver
 BUKOV V. N., Russia, Zhukovsky
 ERMOLOV I. L., Russia, Moscow
 FILARETOV V. F., Russia, Vladivostok
 FRADKOV A. L., Russia, S.-Peterburg
 FURSOV V. A., Russia, Samara
 GRADETSKY V. G., Russia, Moscow
 ILYASOV B. G., Russia, Ufa
 IVCHENKO V. D., Russia, Moscow
 KOLOSOV O. S., Russia, Moscow
 KOROSTELEV V. F., Russia, Vladimir
 LEBEDEV G. N., Russia, Moscow
 LOKHIN V. M., Russia, Moscow
 PAVLOVSKY V. E., Russia, Moscow
 PROKHOROV N. L., Russia, Moscow
 PSHIKHOPOV V. Kh., Russia, S.-Peterburg
 RAPOPORT E. Ya., Russia, Samara
 SERGEEV S. F., Russia, S.-Peterburg
 VITTIKH V. A., Russia, Samara
 YUREVICH E. I., Russia, S.-Peterburg

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E.V., Russia, Moscow

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Cheburakhin I. F., Gavrish O. N.** Clarification of Difficulty Indexes of Digital Circuits and Automation their Efficient Application 75
Lovchakov V. I., Lovchakov E. V., Kretov E. I. Synthesis of Fast-Acting Control Systems using the Theory of Analytical Design of Optimal Controllers 84

ROBOTIC SYSTEMS

- Karpova I. P.** Pseudo-Analog Communication in Robot Groups. 94
Bobkov V. A., Mashentsev V. Yu. Navigation of an Underwater Robot by Stereo Images . 101

ACTUATING ELEMENT MECHATRONIC SYSTEMS

- Ivanov V. M.** Dynamics of the Servo Drive Brushless DC Motor in the Auto Switching Mode 110
Novoselov B. V. Estimation of Maximum Permissible Values of Kinematic Errors of Adjustable-Speed Drives Power Transmissions. 116
Burian Yu. A., Sorokin V. N., Galuza Yu. F., Poliakov S. N. Active Vibration Isolation System with Electrodynamical Actuator 122

METHODS OF MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELLING

- Balakina E. V., Zotov N. M., Fedin A. P.** Recommendations on Selection of Models for Calculation of (φ_x-s) -Diagrams of Automobile Tires by the Criterion of the Road Conditions 128
Massel L. V., Zhilyaev A. S., Govorkov A. S. Methods of Transition from a 3D Model to an Ontological Presentation of the Products of Aircraft Technologies 133

TECHNIQUES AND TECHNOLOGIES FOR IMAGE PROCESSING

- Insarov V. V., Tikhonova S. V.** Technique for Detection of Straight Lines on the Images of the Stationary Land Scenes 138

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

И. Ф. Чебурахин, д-р техн. наук, проф., logicifch@yandex.ru,
О. Н. Гавриш, аспирант, gavrish.o@gmail.com,
МАТИ — РГТУ имени К. Э. Циолковского

Уточнение оценок показателей сложности схем и автоматизация их эффективного применения

Исследуется задача реализации произвольной булевой функции в классе формул и схем из функциональных элементов в стандартном базисе и базисе Жегалкина. Предлагается конструктивный метод синтеза формул и схем на основе рекуррентных соотношений (функциональных уравнений), сопровождаемого получением заранее аналитических верхних оценок различных показателей сложности (по числу букв; числу подформул; по числу функциональных элементов; по глубине формулы и по глубине схемы), в том числе и для схем минимальной сложности. При необходимости уточнения верхних оценок сложности предлагается вычислительный алгоритм.

Ключевые слова: булевы функции, синтез формул и схем, функционал, декомпозиция, сложность, минимизация, функциональные уравнения

Введение

Одним из важнейших достижений науки и техники прошлого столетия явилось создание и широкое использование электронных вычислительных (цифровых) машин (ЭВМ). Понятно, что вопросы рационального проектирования таких машин привлекли внимание большого числа ученых и конструкторов. Появилась и стала успешно развиваться отрасль информационных (компьютерных) технологий, в задачи которых вошли: создание, развитие и эксплуатация информационных систем, в том числе различного типа преобразователей дискретной информации. Они называются дискретными, или цифровыми, автоматами. Для них простейшими математическими моделями являются булевы функции, привносящие в теорию и практику их реализации (в классах формул и схем из функциональных элементов) свои проблемы относительно сложности. Исследования сложности формул и схем ведутся в разных направлениях [1–7]: выбор базиса, метода, требований к показателям сложности—качества синтеза. При выборе базиса используются теорема о полноте системы булевых функций и теорема о двух системах, вследствие чего можно получать оценки сложности представления функций в других базисах [4, 8, 10, 12]. Точнее, с учетом свойств, в сформулированных двух теоремах о базисах, для каждого из них можно пересчитывать оценки сложности его представления через другой [4].

Особо важной является задача вывода оценки показателя сложности при представлении булевой функции в классах формул и схем. Например, для базиса G_1 и произвольной функции $f^{(n)}$ получена

оценка сложности $L_A(n) \leq 2,25 \cdot 2^n - 4$, где A — специальный алгоритм, предназначенный для улучшения качества синтеза схем с меньшей трудоемкостью [4].

Для решения этой задачи в случае получения грубой оценки выбранного показателя сложности в работе применяется метод, основанный на функциональных уравнениях (рекуррентных соотношениях). Метод близок к применяемому ранее методу структурно-функциональной декомпозиции ("от функции", "от аргументов"). Если применяемый аналитический метод структурно-функциональной декомпозиции дает грубую оценку показателя сложности, то уточнение алгоритма для вычислительного метода позволяет ее улучшить [8–12].

Итак, рассматривается задача реализации булевых функций в классе формул и схем из функциональных элементов (ФЭ) в разных базисах. Получаемые при этом схемы применяются в дискретных логических устройствах обработки информации и управления, от сложности—качества которых зависят основные характеристики вычислительной и управляющей техники [1–5].

Используемые обозначения [8–12]:

$\lceil x \rceil$ — приближение числа x с избытком (наименьшее целое, не меньшее числа x); "&" или " $\cdot$ " — конъюнкция (точка — знак умножения — может также применяться для обозначения арифметического умножения).

Основные понятия

Пусть $f^{(n)}$ ($F^{(n)}$) — булева функция (формула), зависящая от n существенных переменных из мно-

жества $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ (обозначение функции и задающей ее формулы иногда совпадает, т. е. $F^{(n)}$ — это обозначение булевой функции и соответствующей формулы).

Под базисом G понимаем конечную функционально полную систему булевых функций. В теоретических исследованиях и приложениях для множества всех булевых функций часто рассматривают стандартный базис $G_1 = \{\&, \vee, \neg\}$ или базис Жегалкина $G_3 = \{\&, \oplus, 0, 1\}$. При синтезе схем им соответствуют базисы из функциональных (логических) элементов (ФЭ). Считаем, что функция $f^{(n)}$ задается формулой $F^{(n)}$ в базисе G_3 или базисе G_1 .

При представлении булевой функции $f^{(n)}$ суперпозиционной формулой $F_{с.ф}^{(n)}$ в определенном базисе применяются конструктивные операции [8–9]. В качестве меры сложности представления функции f формулой F или схемой S из ФЭ определяем соответствующие показатели (дискретные функционалы): $L_6(f, G)$ — суммарное число вхождений символов переменных (букв) в формулу F ; $L_F(f, G)$ — число базисных подформул в $F^{(n)}$; $L_S(f, G)$ — число ФЭ в схеме S ; $\text{Dep}_F(f, G)$ — глубина формулы F ; $\text{Dep}_S(f, G)$ — глубина схемы S , определяемая как наибольшее число ФЭ в цепочке среди всех цепочек, соединяющих вход с выходом.

По практическим соображениям показатели сложности (функционалы) минимизируем. При представлении булевых функций в классе формул (включая скобочные) для минимизации показателей сложности используются эквивалентные преобразования, а в классе схем для минимизации числа ФЭ дополнительно применяется ветвление некоторых их выходов [8–10].

Сложностью $L_S(f, G)$ функции f в классе схем S из ФЭ в базисе G называется минимальная сложность схемы S среди всех схем, реализующих f .

Декомпозиция, анализ и синтез логических моделей (формул и схем) на основе функциональных уравнений

Для минимизации показателей сложности синтеза формул список математических средств из теории булевых функций расширяется и используется в алгоритмах синтеза. Их удобно получать с помощью функциональных уравнений (ФУ) [9–12].

Определение 1. Пусть X — множество булевых переменных; $g^{(2)}$ — двухместная булева функция, задающая начальный член $f^{(2)}$ последовательности изучаемого класса функций $f^{(n)}(X)$, $n \geq 2$, и $h^{(2)}$ — функция рекурсии, входящие в базис G или представимые через базисные функции. Тогда рекуррентное соотношение, получаемое на основе операции суперпозиции,

$$f^{(n_1+n_2)}(X) = h(f^{(n_1)}(X_1), f^{(n_2)}(X_2)), \quad (1)$$

где $X_1 \cup X_2 = X$, $X_1 \cap X_2 = \emptyset$, $n_1, n_2 \in N$, $n = n_1 + n_2$, назовем основным функциональным уравнением

(ФУ), несмотря на частный характер местности функций $g^{(2)}$ и $h^{(2)}$. Данное определение ФУ отлично от приведенного в работах [6, 7].

Соотношение (1) применяется к аргументам функции h и так далее, позволяя получить суперпозиционную формулу $F_{с.ф}^{(n)}$, реализующую функцию $f^{(n)}$. Можно сказать, что ФУ представляет собой конструктивный метод построения булевых функций определенного класса на основе заданных с использованием соответствующего рекуррентного соотношения, а также разбиения данной функции в определенную композицию базисных функций.

На основе ФУ (1) предлагается в качестве примера следующая группа ФУ. При $n_1 = n - 1$, $n_2 = 1$ получаем ФУ типа 1:

$$f^{(n)} = h(f^{(n-1)}, x_n).$$

Для симметрических функций при $n = 2^s$, $s = 1, 2, \dots$, $n_1 = n_2 = n/2$ получаем ФУ типа 2 (для параллельной декомпозиции):

$$f^{(n)}(X) = h(f^{(n/2)}(X_1), f^{(n/2)}(X_2)),$$

т. е. конечное n -множество аргументов разбивается пополам.

При $n_1 = n - 2$, $n_2 = 2$ это будет ФУ типа 3:

$$f^{(n)} = h^{(3)}(f^{(n-2)}, x_{n-1}, x_n),$$

где $h^{(3)}$ — трехместная булева функция.

Аналитический метод вывода верхних оценок сложности (базовый случай)

Применим метод ФУ для реализации произвольной булевой функции $f^{(n)} \in P_2$ формулой $F^{(n)}$ и получения при этом верхней оценки сложности L_F (в базисе G_3). Булева функция $f^{(n)}$ зависит от переменных из множества $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ и задается полиномом Жегалкина $F^{(n)} = K_1 \oplus \dots \oplus K_i \oplus \dots \oplus K_m$, где K_i — монотонная элементарная конъюнкция ранга r_i , причем $r_1 \geq \dots \geq r_i \geq \dots \geq r_m$, $1 \leq i \leq m$. Такой полином Жегалкина называется каноническим, его элементарные конъюнкции расположены в соответствии с порядком " $\geq$ ". Вектор $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_i, \dots, r_m)$ задает строение полинома Жегалкина. При этом определяем еще вектор $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_j, \dots, p_n)$ повторяемости переменных из множества X в формуле $F^{(n)}$, т. е. переменная x_j , $1 \leq j \leq n$, повторяется в формуле $F^{(n)}$ p_j раз.

Находим j : $p_j = \max_i (p_1, \dots, p_i, \dots, p_n)$. Тогда ФУ на основе набора методов (1) имеет вид

$$F^{(n)} = ((x_j \cdot F_0^{(n-1)}) \oplus F_1^{(n-1)}), \quad (2)$$

где нижние индексы 0 и 1 — номера соответствующих остаточных функций, рассматриваемых на одном множестве $X' = X \setminus \{x_j\}$.

Пример 1. В примере изучаются булевы функции $f^{(n)} \in P_2$ (в базисе Жегалкина G_3) из четырех счетных классов (табл. 1, столбец 2) и получены оценки показателя сложности для разных способов его представления в классе формул F и классе схем S .

Класс $F^{(7)}$ (обозначение функции и задающей ее формулы может совпадать, т. е. $F^{(7)}$ — это обозначение булевой функции и формулы). Пусть здесь функция $f^{(7)}$ задается полиномом Жегалкина:

$$F^{(7)} = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \oplus x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \oplus x_3 \cdot x_6 \oplus x_7,$$

строения $\mathbf{r} = (4, 3, 2, 1)$. Требуется представить ее в классе скобочных формул, минимизируя значение показателя сложности $L_F(F_{с.ф}^{(7)})$.

Составим таблицу повторяемости переменных x_i , $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, в формуле $F^{(7)}$ (табл. 2).

Таблица 2

x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
$p_i^{(7)}$	1	2	3	1	1	1	1	—	—
$p_i^{(9)}$	1	3	2	1	2	1	1	1	4

Выполним эквивалентные преобразования формулы $F^{(7)}$ в базисе G_3 в соответствии с ФУ (2):

$$\begin{aligned} F^{(7)} &= x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \oplus x_2 \cdot x_3 \cdot x_5 \oplus x_3 \cdot x_6 \oplus x_7 = \\ &= x_3 \cdot (x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \oplus x_2 \cdot x_5 \oplus x_6) \oplus x_7 = \\ &= x_3 \cdot (x_2 \cdot (x_1 \cdot x_4 \oplus x_5) \oplus x_6) \oplus x_7 = \\ &= x_3 \cdot (x_2 \cdot ((x_1 \cdot x_4) \oplus x_5) \oplus x_6) \oplus x_7 = F_{с.ф}^{(7)}. \end{aligned}$$

При этом найдена декомпозиция функции $f^{(7)}$ в базисе G_3 и получена эквивалентная неповторная скобочная формула $F_{с.ф}^{(7)}$ с минимальной сложностью $L_F(F_{с.ф}^{(7)})_{\min} = 6$. Также однозначно определен порядок вычисления формулы $F_{с.ф}^{(7)}$.

Класс $F_2^{(7)}$. Выбираем функцию из другого класса, задаваемую симметрическим полиномом Жегалкина $F_2^{(7)}$ (табл. 1, строка 2). Рассмотрим разные представления этой функции, получая соответствующие оценки показателей сложности (табл. 1, строка 2). Эти значения будут достигаться при представлении этого же полинома в классе схем, т. е. $L_F(F_2^{(7)}) = L_S(F_2^{(7)}) = 26$ (табл. 1, строка 2). Сложность представления этого же полинома Жегалкина (функции) можно еще уменьшить в классе схем. Для этого вначале минимизация состоит в приведении полинома Жегалкина в скобочную формулу на основе свойств булевой алгебры (применения эквивалентностей). Затем при синтезе завершающей схемы S , реализующей заданную функцию $F_2^{(7)}$, используем ветвление выходов определенных функциональных элементов и получаем схему из 16 функциональных элементов, т. е. $L_S(F_2^{(7)}) = 16$. Результаты ветвления выходов наглядно представляются рис. 2.

Аналогично получаем оценки для функций из класса $F_4^{(7)}$.

Замечание 1. На основе примера 1 можно строить счетные классы булевых формул определенного строения, характеризуемых минимальной сложностью $L_F(F^{(n)})$ представления (доказываемой методом математической индукции). В качестве простого ближайшего примера предлагается функция, задаваемая полиномом Жегалкина $F^{(9)}$ (класс $F^{(9)}$), строения $\mathbf{r} = (5, 4, 3, 2, 1)$, т. е.

$$F^{(9)} = x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_9 \oplus x_2 \cdot x_3 \cdot x_6 \cdot x_9 \oplus x_2 \cdot x_7 \cdot x_9 \oplus x_8 \cdot x_9 \oplus x_1 =$$

$$= x_9 \cdot (x_2 \cdot (x_3 \cdot (x_4 \cdot x_5 \oplus x_6) \oplus x_7) \oplus x_8) \oplus x_1 = F_{с.ф}^{(n)} \quad (4)$$

Минимальное значение показателя $L_F(F^{(9)})_{\min} = 8$.

Аналитически и из табл. 1 следует вывод: при возрастании n значения показателей $L_6(F^{(n)})$, $L'_F(F^{(n)})_{\min}$ и $L''_F(F^{(n)})$ сложности булевых функций $F^{(n)}$ соответственно синхронно увеличиваются (см. табл. 1, столбцы 1, 3—5), но прогнозируемые оценки сложности возрастают быстрее (столбец 5), когда необходимо наоборот [8—12].

Анализируя результаты, можно сказать, что при увеличении переменной n на единицу прогнозируемая оценка увеличивается приблизительно в два раза (см. табл. 1, строки 3—5).

Замечание 2. Выведенные оценки сложности представления булевых функций полезно использовать для автоматизации синтеза булевых формул и логических схем, представляя получаемые результаты в виде табл. 1.

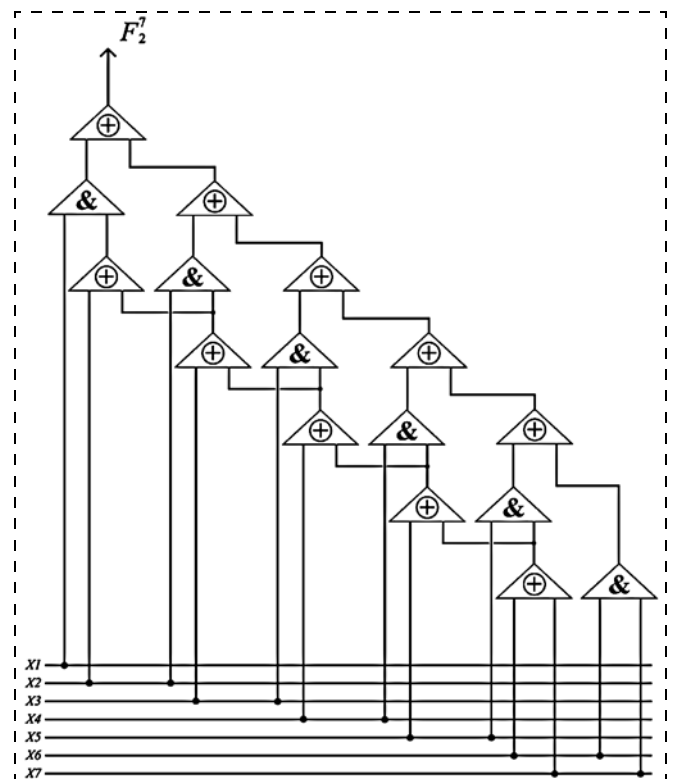


Рис. 2. Минимальная по сложности $L_F(F^{(n)})_{\min}$ схема, реализующая функцию $F_2^{(7)}$

При создании программ для интеллектуализации алгоритма синтеза формул и схем предусматривается возможность самомодификации (и настройки) применительно к конкретной булевой формуле. Используемые средства (после применения эквивалентностей): в классе формул — скобки, в классе схем S — ветвление выходов отдельных функциональных элементов.

Применим обсуждаемые методы синтеза формул и схем в целях определения оценок сложности функции $F^{(9)}$, задаваемой полиномом Жегалкина $F^{(9)}$. Для этого вначале используем метод последовательной структурно-функциональной декомпозиции (можно применять метод ФУ (2)) и получаем следующие значения показателей сложности:

$$L_F(F^{(9)}, G_3)_{\min} = L_S(F^{(9)}, G_3)_{\min} = 8,$$

$$\text{Dep}_F(F^{(9)}, G_3)_{\min} =$$

$$= \text{Dep}_S(F^{(9)}, G_3)_{\min} = 8 \text{ (рис. 3, а)}.$$

Затем используем метод параллельной структурно-функциональной декомпозиции (можно применять также метод ФУ (2)) и получаем следующие значения показателей сложности:

$$L_F(F^{(9)}, G_3) = L_S(F^{(9)}, G_3) = 9,$$

$$\text{Dep}_F(F^{(9)}, G_3) = \text{Dep}_S(F^{(9)}, G_3)_{\min} = 6 \text{ (рис. 3, б)}.$$

Вычислительный метод получения верхних оценок сложности

Погрешность получаемой оценки (3) может быть большой (см. пример 1 и табл. 1). Поэтому предлагается следующий вычислительный метод получения оценки L_F на основе оригинального матричного представления полинома Жегалкина. Метод отличается от предложенного в работе [12] и позволяет численно получать верхнюю оценку или минимальное значение сложности L_F на основе ФУ (2) в базисе G_3 [8—10].

Алгоритм определения сложности булевой функции в базисе Жегалкина

Используемые понятия и подготовка начальных данных для алгоритма синтеза формулы $F_{с.ф}^{(n)}$ и соответствующей схемы S

Пусть $X = \{x_1, \dots, x_j, \dots, x_n\}$ — множество булевых переменных. Произвольная булева функция $f^{(n)}$ задается полиномом Жегалкина $F^{(n)} = K_1 \oplus \dots \oplus K_i \oplus \dots \oplus K_m$ в базисе $G_3 = \{\&, \oplus, 0, 1\}$, где n — число переменных, m — длина полинома Жегалкина, K_i — монотонная элементарная конъюнкция ранга r_i ,

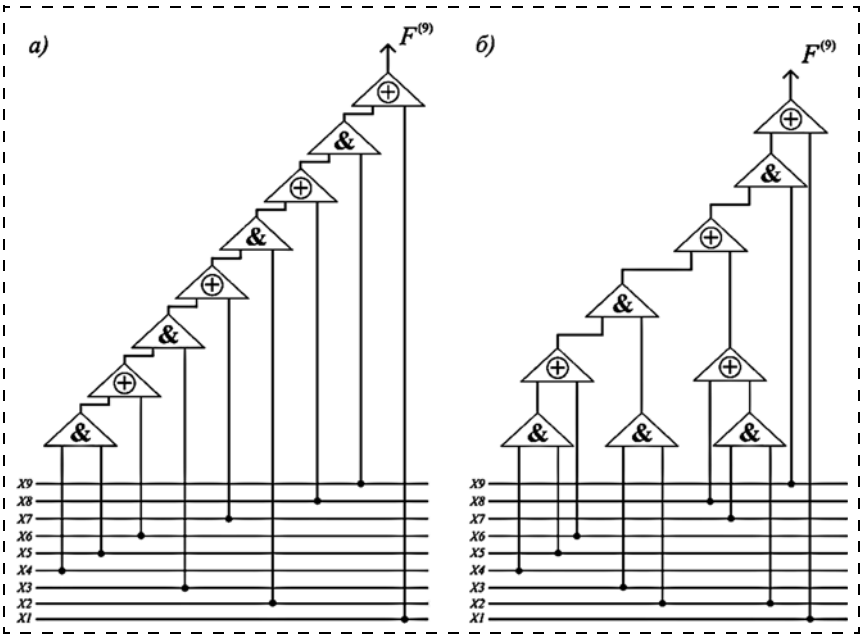


Рис. 3. Иллюстрация метода:
а — последовательной структурно-функциональной декомпозиции (можно применять также метод ФУ (2)); б — параллельной структурно-функциональной декомпозиции (можно применять также метод ФУ (2))

$1 \leq i \leq m$, $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_i, \dots, r_m)$ — вектор рангов полинома Жегалкина, упорядочивается для алгоритма один раз (!) отношением " $\geq$ ". При дальнейших преобразованиях этот порядок сохраняется, позволяя уменьшать трудоемкость. Получаем $r_1 \geq \dots \geq r_i \geq \dots \geq r_m$.

Матричная модель полинома Жегалкина и ее свойства (достаточность для вычисления, преобразований и др.)

В целях рационального представления булевой функции $f^{(n)}$ предлагается следующая новая модель для полинома Жегалкина $F^{(n)} = K_1 \oplus \dots \oplus K_i \oplus \dots \oplus K_m$, где K_i — монотонная элементарная конъюнкция ранга r_i , $1 \leq i \leq m$. Полином $F^{(n)}$ представляется с помощью матрицы $(k_{i,j})$ размером $m \times n$, включаемой в табл. 3 с числом строк $(m + 1)$ и столбцов $(n + 1)$. Определяются матрица и таблица следующим образом. После заполнения матрицы $(k_{i,j})$ размером $m \times n$ в табл. 3 с числом строк $(m + 1)$ и столбцов

Таблица 3

x K	x_1	...	x_j	...	x_n	$\mathbf{r}$
K_1	...	...	...	...	...	r_1
...	...	...	...	...	...	...
K_i	...	...	$k_{i,j} = 1$	...	...	r_i
...	...	...	...	...	...	...
K_m	...	...	...	...	...	r_m
$\mathbf{p}$	p_1	...	p_j	...	p_n	$L = L$

$(n + 1)$ подсчитать по формулам числовые характеристики полинома: векторы рангов конъюнкций $\mathbf{r}$ и повторяемости $\mathbf{p}$ переменных, а также исходную сложность $L_6(F^{(n)})$ полинома.

Элемент матрицы $k_{i,j} = 1$, если $x_j \in \{K_i\}$, $1 \leq j \leq n$, $1 \leq i \leq m$, иначе $k_{i,j} = 0$ ($1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$), где под символом $\{K_i\}$ понимаем множество переменных, образующих элементарные конъюнкции K_i .

Заполнение и использование основных таблиц алгоритма

Помимо матрицы $(k_{i,j})$ размером $m \times n$, в табл. 3 присутствуют столбец $n + 1$ и строка $m + 1$, которые заполняются следующим образом:

- вычисляется и записывается в столбец ($1 \leq i \leq m$, $n + 1$) ранг

$$r_i = r_{i,n+1} = \sum_{t=1}^n k_{it}, \quad 1 \leq i \leq m,$$

элементарной конъюнкции K_i ;

- в строку ($m + 1$, $1 \leq j \leq n$) вычисляется и записывается число p_j повторений переменной x_j , $1 \leq j \leq n$, в формуле $F^{(n)}$, подсчитывается

$$p_j = p_{m+1,j} = \sum_{i=1}^m k_{ij}, \quad 1 \leq j \leq n,$$

и получается вектор $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_j, \dots, p_n)$ повторяемости переменных из множества $X = \{x_1, \dots, x_j, \dots, x_n\}$ в формуле $F^{(n)}$ (переменная x_j , $1 \leq j \leq n$, повторяется в формуле $F^{(n)}$ p_j раз).

Также вычисляется и записывается $L_6 = \sum_{i=1}^m r_i -$

число букв в формуле $F^{(n)}$.

Рассматриваемая выше табличная модель (табл. 3) допускает ее дальнейшее изучение, развитие и применение в алгоритме минимизации показателя сложности $L_6(f^{(n)}, G_3)$ для формулы F . С помощью табл. 3 выделяем три различных случая для аналитического изучения формулы F :

1. Если $p_1 = m$ и $p_j < m$, $2 \leq j \leq n$, то функция $f^{(n)}$ задается следующей формулой:

$$\begin{aligned} x_1 \cdot F^{(n-1)} &= \\ &= x_1 \cdot F_1^{(n-1)} \oplus x_1 \cdot F_2^{(n-1)} \oplus \dots \oplus x_1 \cdot F_m^{(n-1)}, \end{aligned}$$

где $F^{(n-1)} = F_1^{(n-1)} \oplus F_2^{(n-1)} \oplus \dots \oplus F_m^{(n-1)}$ — полином Жегалкина степени $(n - 1)$,

$$L'_6 = \sum_{i=1}^m r_i - m + 1,$$

где L'_6 — значение показателя сложности по числу букв для текущего преобразования формулы $F^{(n)}$ ($x_1 \cdot F^{(n-1)}$).

2. Если $p_1 = p_2 = m$ и $p_j < m$, $3 \leq j \leq n$, то функция $f^{(n)}$ задается следующей формулой:

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 \cdot F^{(n-2)} &= x_1 \cdot x_2 \cdot F_1^{(n-2)} \oplus x_1 \cdot x_2 \cdot F_2^{(n-2)} \oplus \\ &\oplus \dots \oplus x_1 \cdot x_2 \cdot F_m^{(n-2)}, \end{aligned}$$

где $F^{(n-2)} = F_1^{(n-2)} \oplus F_2^{(n-2)} \oplus \dots \oplus F_m^{(n-2)}$ — полином Жегалкина степени $(n - 2)$,

$$L''_6 = \sum_{i=1}^m r_i - 2m + 2,$$

где L''_6 — значение показателя сложности по числу букв для текущего преобразования формулы $F^{(n)}$ ($x_1 \cdot x_2 \cdot F^{(n-2)}$).

Эти преобразования позволяют (минимизировать) уменьшить значение показателя сложности $L_6(f^{(n)}, G_3)$ на величину — для первого случая:

$$L_6 - L'_6 = \sum_{i=1}^m r_i - \left(\sum_{i=1}^m r_i - m + 1 \right) = m - 1$$

и аналогично для второго случая:

$$L_6 - L''_6 = 2 \cdot m - 2.$$

3. Для оставшегося случая действуем следующим образом.

Определяем максимальную компоненту p_j вектора $\mathbf{p}$ и ее индекс j , т. е. $p_{j\max} = \max(p_1, \dots, p_j, \dots, p_n)$, $1 \leq j \leq n$, и j — индекс максимально повторяющейся переменной x_j . Итак, максимально повторяющаяся переменная x_j повторяется p_j раз (в случае нескольких одинаковых индексов выбираем один любой из них).

Множество $\{K_i | 1 \leq i \leq m\}$ ЭК полинома $F^{(n)}$ разбиваем на два подмножества F_0 и F_1 : первое подмножество, ЭК которого содержит переменную x_j , обозначаем как $F'(F' = F_0)$; второе подмножество, ЭК которого не содержит переменную x_j , обозначаем $F'' (F'' = F_1)$. При выполнении перестановок в полиномах $F' = F_0$ и $F'' = F_1$ необходимо сохранять порядок не убывания (" $\geq$ ") по рангам элементарных конъюнкций. В множестве F' элементарных конъюнкций выносим переменную x_j за скобки, для остатка сохраняя обозначение F'' .

Записываем полиномы F' и F'' и их числовые характеристики (аналогично предыдущему и сохраняя порядок " $\geq$ ") в табл. 4. На каждом шаге получаем две (или одну) такие строки (остаточные формулы — полиномы F' и F'') с результатами.

Таблица 4

n' или n''		m' или m''	Полиномы Жегалкина F' или F'' , задаваемые табл. типа 3	Выводимые результаты L_F
1		2	3	4
1	$n' := n - 1$	$m' := p_{j\max}$	F'	$L_F := L_F + 1$
2	$n'' := n'$	$m'' := m - m'$	F''	$L_F := L_F + 1$
3	...	...	...	...

Таблица 5

№ по порядку записи	Вход 1	Вход 2	Логический элемент	Формула-функция
	1	2	3	4
6	x_1	x_4	$\&$	f_{000}
5	x_5	f_{000}	$\oplus$	f_{00}
4	x_2	f_{00}	$\&$	$x_2 f_{00}$
3	x_6	$x_2 f_{00}$	$\oplus$	f_0
2	x_3	f_0	$\&$	$x_3 f_0$
1	$x_3 f_0$	x_7	$\oplus$	$F^{(7)} = F_7$
			$\&$	$F_{\&}$
			$\oplus$	$F_{\oplus}$

Для организации цикла чтения-записи табл. 4 в алгоритме используются переменные:

$t_1 = 1, 2, \dots$ — начало и продолжение записи функций F' и F'' ; номер строки последней функции, прочитанной из табл. 4;

$t_2 = 1, 2, \dots$ — начало и продолжение чтения табл. 4; номер строки последней функции, записанной в табл. 4. Цикл чтения-записи табл. 4 продолжается, пока выполняется условие $t_1 > t_2$. В случае истинности этого условия алгоритм переходит к чтению полинома из строки t_1 табл. 4 в табл. 3.

Табл. 5 служит для записи ФЭ для логической схемы S . Запись схемы в табл. 5 представлена на примере $F^{(7)}$.

Замечание. Для конструирования схемы используются только базисные двухместные ФЭ, обладающие свойствами коммутативности и ассоциативности. Поэтому порядок подачи сигналов на входы их ФЭ на этом этапе (!) безразличен (это значительно уменьшает трудоемкость синтеза схемы), но на этапе разработки топологии схемы важен.

В общем случае обозначение ФЭ складывается из обозначений сигналов, подаваемых на вход ФЭ с помощью операции конкатенации. Если на вход подаются сигналы x_1 и f_0 , то обозначение выхода этого ФЭ следующее: $x_1 f_0$ (слово из четырех букв), в начальном варианте — $x_1 f_0$; могут быть и такие варианты обозначений: $x_5 f_{110}$ (аналогично для начального варианта $x_5 f_{110}$). При этом сохраняется функционирование (эквивалентность) схем.

Фрагмент работы алгоритма (в скобках даны комментарии)

Шаг 1. Подготовка начальных данных

Считать из файла $n, m, F^{(n)}$ (с помощью формального языка по правилам задается формат ввода формулы $F^{(n)}$, корректность которой при вводе проверяется).

Для исходной формулы $F^{(n)}$ заполнить табл. 3, получая векторы:

$\mathbf{r}$ — вектор рангов (правый столбец (с номером $n + 1$)),

$\mathbf{p}$ — вектор повторяемости переменных (нижняя строка (с номером $m + 1$)).

Присвоить $L_F := 0, t_1 := 1, t_2 := 0$.

Шаг 2. Проверка частных случаев

Шаг 2.1

Из табл. 3 получить значение m .

Из табл. 3 определить $p_{j\max} := \max(p_1, \dots, p_j, \dots, p_n)$, $1 \leq j \leq n$, и соответствующую переменную $x_{j\max}$ с индексом $j_{\max} = j$.

Шаг 2.2

Если $m = 1$, то

$$L_F := L_F + r_1 - 1,$$

построить параллельную схему в классе "&", записать полученную схему в табл. 5.

Переход к шагу 4 (чтение в табл. 3 из строки t_1 табл. 4).

Шаг 2.3

Если $p_{j\max} = 1$, то

$$L_F := L_F + m - 1,$$

построить параллельную схему в классе " $\oplus$ ", записать полученную схему в табл. 5.

Переход к шагу 4 (чтение в табл. 3 из строки t_1 табл. 4).

Шаг 3. Промежуточная итерация

Шаг 3.1

(Применить ФУ (2) и определить первую остаточную функцию $F' = F_0$.)

Если $p_1 = m$ и $p_j < m, 2 \leq j \leq n$, то записать в вектор выносимых переменных переменную x_1 .

Иначе:

если $p_1 = p_2 = m$ и $p_j < m, 3 \leq j \leq n$, то записать в вектор выносимых переменных переменную $x_1, L_F := L_F + 1$.

Иначе записать в вектор выносимых переменных переменную $x_{j\max}$.

Из табл. 3 выбрать номера ЭК, содержащих выносимые переменные.

Переписать их в новую табл. 3 (для определенности назовем ее табл. 3.1), сохраняя порядок и включая из их состава выносимые переменные.

Таким образом, получаем полином Жегалкина $F'(F_0)$, записанный в табл. 3.1.

Подсчитать векторы $\mathbf{r}$ и $\mathbf{p}$.

$$L_F := L_F + 1.$$

$n' := n - 1$ (n' — число переменных полинома Жегалкина F')

$m' := p_j$ (m' — длина полинома Жегалкина F')

В строку с номером t_2 табл. 4 записать n', m', F' .
 $t_2 := t_2 + 1$.

Шаг 3.2

(Определить вторую остаточную функцию $F'' = F_1$ — полинома Жегалкина $F'' = F_1$ из табл. 4.)
Вычислить $m'' := m - m' = m - p_j$ (m'' — длина полинома Жегалкина F'').

Если $m'' > 0$, то:

из табл. 3 выбрать номера ЭК, не содержащих выносимые переменные.

Сохраняя порядок, переписать выбранные ЭК в новую табл. 3 (для определенности назовем ее табл. 3.2).

Таким образом, получаем полином Жегалкина $F''(F_1)$, записанный в табл. 3.2.

Подсчитать векторы $\mathbf{r}$ и $\mathbf{p}$.

Вычислить: $n'' := n'$

(n'' — число переменных полинома Жегалкина F''),

$L_F := L_F + 1$.

В строку с номером t_2 табл. 4 записать n'', m'', F'' .

$t_2 := t_2 + 1$.

Записать текущее выражение в табл. 5.

Шаг 4. Проверка окончания итерации и чтение табл. 4

$t_1 := t_1 + 1$;

Если $t_2 > t_1$, то

считать в табл. 3 полином из строки t_1 табл. 4,
переход к шагу 2.

(Для результатов используется табл. 4, в которую с начала работы программы записываем не более двух полиномов Жегалкина F' и F'' за шаг, и затем, пока есть непрочитанные записи, из нее (табл. 4) считываем по одному полиному.)

Шаг 5. Формирование выходной информации

Вывод результата $L_F(F^{(n)})$ (суперпозиционной формулы $F_{с.ф}^{(n)}$).

На основе суперпозиционной формулы $F_{с.ф}^{(n)}$ строится схема S без ветвления, сопоставляя изоморфным образом каждой базисной формуле свой логический элемент.

КОНЕЦ

Заключение

В инженерной практике встречаются проблемы (задачи) автоматизированного синтеза эффективных дискретных устройств обработки информации и логического управления объектами и процессами. От их решения зависят достижения в различных областях науки и техники (информатики, энергетики, робототехники, транспорта и др.),

Простейшими математическими моделями для таких устройств являются булевы функции. Поэтому фактически решается сложная задача: реализация булевой функции $f^{(n)}$ в заданном базисе в классе формул (ДНФ, полиномов Жегалкина, скобочных формул) и в классе схем S из функциональных элементов (с ветвлением и без).

При этом сложность—качество реализации оценивается с помощью различных показателей:

- по числу $L_6(F^{(n)})$ символов переменных, по числу $L_F(F^{(n)})$ базисных функций (в классе формул);
- по числу $L_S(F^{(n)})$ ФЭ в схеме (в классе схем S).

Для повышения эффективности автоматизации синтеза важную роль играют получение и исследование верхних оценок сложности и включение их в алгоритмы автоматизации.

При сравнении результатов с помощью табл. 1 показаны зависимости от размерности функции и задания их формулами различного типа. Для случая, когда оценки показателей сложности заметно различаются, применяется вычислительный алгоритм.

Список литературы

1. Журавлев Ю. И. Теоретико-множественные методы в алгебре логики // Проблемы кибернетики. 1962. № 8.
2. Кудрявцев В. Б., Гасанов Э. Э., Подколзин А. С. Введение в теорию интеллектуальных систем. М.: Изд-во ф-та ВМиК МГУ, 2006. 208 стр.
3. Лупанов О. Б. О сложности реализации функций алгебры логики формулами // Проблемы кибернетики. Вып. 3. М.: Физматгиз, 1960.
4. Яблонский С. В. Об алгоритмических трудностях синтеза минимальных контактных схем // Проблемы кибернетики. 1959. № 2.
5. Поспелов Д. А. Логические методы анализа и синтеза схем. М.: Энергия, 1974. 342 с.
6. Теряев Е. Д., Петрин К. В., Филимонов Н. Б., Филимонов А. Б. Агентные технологии в автоматизированных информационно-управляющих системах. Часть II. Агентные решения в задачах контроля и управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 10. С. 11—21.
7. Цурков В. И. Декомпозиция в задачах большой размерности. М.: Наука, 1981. 324 с.
8. Чебурахин И. Ф. Синтез дискретных управляющих систем и математическое моделирование: алгоритмы, программы. М.: Физматлит, 2004. 247 с.
9. Чебурахин И. Ф. Преобразования функциональных уравнений и показатели сложности булевых функций // Матер. IX Междунар. семинара "Дискретная математика и ее приложения", посвященного 75-летию со дня рождения академика О. Б. Лупанова. М.: Изд-во МГУ, 2007. С. 126—129.
10. Чебурахин И. Ф. Математические модели для интеллектуализации синтеза дискретных логических управляющих устройств на основе цифровых интегральных схем // Изв. РАН. ТиСУ. 2008. № 1. С. 68—77.
11. Чебурахин И. Ф. Сложность симметрических полиномов Жегалкина // XVII Междунар. школа-семинар "Синтез и сложность управляющих систем" им. акад. О. Б. Лупанова. Новосибирск, 2008. С. 180—185.
12. Чебурахин И. Ф. Математические модели для минимизации и автоматизации синтеза дискретных управляющих систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 4. С. 5—13.

Clarification of Difficulty Indexes of Digital Circuits and Automation their Efficient Application

I. F. Cheburakhin, logicifch@yandex.ru✉, O. N. Gavrish, gavrish.o@gmail.com,
MATI — Russian State Technological University named after K. E. Tsiolkovsky,
Moscow, 121552, Russian Federation

Corresponding author: **Cheburakhin Igor F.**, Ph. D., Professor,
MATI — Russian State Technological University named after K. E. Tsiolkovsky,
Moscow, 121552, Russian Federation, e-mail: logicifch@yandex.ru

Received on May 20, 2015

Accepted on July 06, 2015

An important feature of modern scientific and technological revolution is the rapid growth of collecting and processing information in almost all areas of science and technology. This gives rise to a large number of difficult tasks (problems) for a variety of reasons that people are not able to solve on their own because of their huge information capacity and complexity. It should be noted that in recent years there has been a steady trend of increasing the role of computers in the task, which is associated with problems of processing and presentation of data not only in quantitative terms but also in qualitative form — in the form of relationships, text description, obtained in economics, medicine, biology etc. The creation and distribution of software for data processing, which would allow users-nonprogrammers, working in various fields of science and technology, to solve problems on the basis of a computer, is also extremely relevant. Improving computer element base occurs with great predominance increase the degree of integration in comparison with other parameters. Therefore, the primary means of increasing productivity is to increase computer equipment — the number of gates used in it. In this paper we study the problem of implementing any Boolean function in the class of formulas and — circuits of functional elements in standard and Zhegalkin bases. An efficient method for the synthesis of formulas and schemes on the basis of the recurrence relations (functional equations), followed by obtaining advance analytically upper estimates of various indicators of complexity (the number of letters, number subformulas; on the number of functional elements over the depth of the formula and the depth of the circuit), including and schemes for the minimum of difficulty. If necessary to clarify the upper bounds for the complexity, the computational algorithm is being proposed.

Keywords: Boolean function, syntheses formula and circuit, decomposition, difficulty, minimization, functional of the equation.

For citation:

Cheburakhin I. F., Gavrish O. N. Clarification of Difficulty Indexes of Digital Circuits and Automation their Efficient Application, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 2, pp. 75–83.

DOI: 10.17587/mau/17.75-83

References

1. Zhuravlev Yu. I. *Teoretiko-mnozhestvennyye metody v algebre logiki* (Set-theoretic methods in the algebra of logic), *Problemy Kibernetiki*, 1962, no. 8 (in Russian).
2. Kudpyavtsev V. B., Gasanov E. E., Podkolzin A. S. *Vvedeniye v teoriyu intellektualnykh sistem* (Introduction to the Theory of Intelligent Systems), Moscow, Publishing house of FCMC MSU, 2006, 208 p. (in Russian).
3. Lupanov O. B. *O slozhnosti realizatsii funktsiy algebrы logiki formulami* (About the complexity of realization of Boolean functions by formulas), *Problemy Kibernetiki*, Iss. 3, Moscow, Fizmatgiz, 1960 (in Russian).
4. Yablonsky S. V. *Ob algoritmicheskikh trudnostyakh sinteza minimalnykh kontaktnykh skhem* (About algorithmic difficulties of synthesis of minimal contact circuits), *Problemy Kibernetiki*, 1959, no. 2 (in Russian).
5. Pospelov D. A. *Logicheskiye metody analiza i sinteza skhem* (Logical methods of analysis and synthesis of circuits), Moscow, Energiya, 1974, 342 p. (in Russian).
6. Teryaev Ye. D., Petrin K. V., Filimonov N. B., Filimonov A. B. *Agentnyye tekhnologii v avtomatizirovannykh informatsionno-upravlyayushchikh sistemakh. Chast II. Agentnyye resheniya v zadachakh kontrolya i upravleniya* (Agent-based technology in automated information control systems. Part II. Agent-based solutions to the problems of monitoring and control), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2010, no. 10, pp. 11–21 (in Russian).
7. Tsurkov V. I. *Dekompozitsiya v zadachakh bolshoy razmernosti* (Decomposition in problems of large dimension), Moscow, Nauka, 1981, 324 p. (in Russian).
8. Cheburakhin I. F. *Sintez diskretnykh upravlyayushchikh sistem i matematicheskoye modelirovaniye: algoritmy, programmy* (The synthesis of discrete control systems and mathematical modeling: algorithms, programs), Moscow, Fizmatlit, 2004, 247 p. (in Russian).
9. Cheburakhin I. F. *Preobrazovaniya funktsionalnykh uravneniy i pokazately slozhnosti bulevykh funktsiy* (Conversion of functional equations and figures complexity of Boolean functions), *Proc. of the IX Intern. Seminar "Discrete Mathematics and its Applications", devoted to the 75th anniversary of academician O. B. Lupanova*, Moscow, Publishing house of MSU, 2007, pp. 126–129 (in Russian).
10. Cheburakhin I. F. *Matematicheskiye modeli dlya intellektualizatsii sinteza diskretnykh logicheskikh upravlyayushchikh ustroystv na osnove tsifrovyykh integralnykh skhem* (Mathematical models for the intellectualization synthesis of discrete logic control devices based on digital integrated circuits), *Izv. RAN. TiSU*, 2008, no. 1, pp. 68–77 (in Russian).
11. Cheburakhin I. F. *Slozhnost simmetricheskikh polinomov Zhegalkina* (The complexity of symmetric polynomials Zhegalkin), *XVII Intern. School-seminar "Synthesis and complexity of control systems" named Acad. O. B. Lupanov*, Novosibirsk, 2008, pp. 180–185 (in Russian).
12. Cheburakhin I. F. *Matematicheskiye modeli dlya minimizatsii i avtomatizatsii sinteza diskretnykh upravlyayushchikh sistem* (Mathematical models for minimization and automation the synthesis of discrete control systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2012, no. 4, pp. 5–13 (in Russian).

В. И. Ловчаков¹, д-р техн. наук, проф., lowi50@mail.ru,
Е. В. Ловчаков², канд. техн. наук, инженер, spartannez@rambler.ru,

Е. И. Кретов¹, аспирант, neitworld@ya.ru,

¹ Тульский государственный университет,

² ООО "Сервис-Софт", Тула

Синтез быстродействующих систем управления с использованием теории аналитического конструирования оптимальных регуляторов

Для широкого класса объектов с полиномиальными и дробно-рациональными нелинейностями разрабатывается метод синтеза квазиоптимальных замкнутых систем управления высокого порядка по критерию быстродействия. Данный метод основан на замене решения задачи быстродействия решением соответствующей задачи аналитического конструирования оптимального регулятора для рассматриваемого объекта по заданному определенным образом функционалу качества. Для решения последней задачи модифицируется известный метод степенных рядов А. А. Красовского.

Ключевые слова: нелинейный объект, критерий быстродействия, гладкая функция Беллмана, аналитическое конструирование оптимального регулятора

Введение

Для повышения производительности многих технологических процессов, производственных агрегатов, электромеханических систем желательно, чтобы системы управления, входящие в их состав, отвечали критерию оптимальности по быстродействию, который непосредственно определяет эффективность их функционирования. Однако решение задач оптимального управления по критерию быстродействия в форме обратной связи, как показывает анализ известных работ [1–16], представляет серьезную теоретическую проблему даже для объектов относительно невысокого порядка ($n = 3, 4, 5$). Подчеркнем, что существует большое число, оцениваемое сотнями, работ, посвященных анализу и синтезу оптимальных по быстродействию систем управления (в списке литературы данной статьи указаны основные монографии, суммарная библиография которых отчасти отражает это множество работ). Анализ их установил, что задача быстродействия полностью решена для объектов второго порядка методом фазовой плоскости [1–3, 5, 6]. Для объектов третьего порядка быстродействующее управление точно (аналитически) найдено только в отдельных случаях, в частности, для трех последовательно соединенных интеграторов [2], соединения двух интеграторов и апериодического звена [1–3], соединения интегратора и двух апериодических звеньев [1, 3]. При этом существенным образом использовались геометрические методы (построения), например, проекции вынужденных траекторий объекта в трехмерном фазовом пространстве на соответствующие плоскости [1, 2]. Для объектов высокого порядка ($n \geq 4$) применение метода фазовой плоскости и геометрических построений существенно затруднено, и, как следствие, для них практически неизвестны аналитические решения задачи быстродействия [16]. В связи с этим много-

численные работы [4, 6–12] направлены на разработку различных способов нахождения аппроксимационного решения задачи оптимального быстродействия и, в частности, на определение разнообразных аппроксимаций поверхности переключения оптимального релейного регулятора [6, 7, 10, 12]. Результат такого решения называется *квазиоптимальным управлением*.

В настоящей работе для нелинейных объектов с полиномиальными или дробно-рациональными характеристиками предложен новый аппроксимационный метод нахождения квазиоптимальных по быстродействию управлений в форме гладких функций, варьирование определенных параметров которых (приближение их значений к предельно малым) позволяет повышать степень квазиоптимальности системы, имеющей асимптотически устойчивое тривиальное решение. Гладкость функций управления, аппроксимирующих оптимальные разрывные алгоритмы, позволяет:

1) к решению задачи оптимального управления математически обоснованно применить метод динамического программирования Р. Беллмана [17, 19] и теорию аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) [19, 20];

2) существенно уменьшить объем вычислений при синтезе квазиоптимальных систем;

3) исключить скользящий режим работы системы, который нежелателен для многих объектов управления.

Метод основан на представлении (аппроксимации) единичной функции функционала быстродействия положительно определенными полиномиальными или дробно-рациональными функциями в целях трансформации задачи быстродействия в соответствующую задачу АКОР, которая далее решается известным методом — методом степенных рядов [19].

1. Постановка задачи быстродействия и обоснование подхода к ее решению

Рассмотрим класс нелинейных объектов, динамика которых в непрерывном времени t описывается дифференциальными уравнениями состояния вида

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= a_i[X(t)] + b_i[X(t)]u(t); \\ i &= 1, 2, \dots, n; |u(t)| \leq U_{\max} = 1, \end{aligned} \quad (1)$$

где $x_i(t)$ — фазовые координаты, составляющие вектор состояния X объекта и имеющие физический смысл отклонения переменных объекта от заданного режима; $u(t)$ — сигнал управления, ограниченный величиной $U_{\max}$; $a_i(X) \equiv a_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $b_i(X) \equiv b_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ — однозначные полиномиальные или дробно-рациональные функции от компонент вектора состояния. Такие модели являются типичными, например, для электротехнических объектов, в частности, для электропривода при учете его характерных нелинейностей.

Для данных объектов исследуется классическая задача быстродействия, формулируемая следующим образом [1—3]: требуется найти алгоритм управления в форме обратной связи $u(X)$, переводящий объект (1) из начального состояния $X(0) = X_0$ в конечное нулевое с минимальным значением функционала быстродействия

$$I_1 = \int_0^T 1 \cdot dt = T \rightarrow \min. \quad (2)$$

При синтезе замкнутых систем оптимального управления часто используется метод динамического программирования Р. Беллмана [17], основное функциональное уравнение которого для задачи (1), (2) имеет вид

$$\min_{u \in \Omega} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial S(X)}{\partial x_i} \cdot [a_i[X(t)] + b_i[X(t)]u(t)] \right\} = -1. \quad (3)$$

Минимизация выражения в фигурных скобках по управлению в указанной ограниченной области позволяет найти оптимальное управление

$$u(X) = -\text{sign} \left[\sum_{i=1}^n \frac{\partial S(X)}{\partial x_i} b_i[X(t)] \right] \quad (4)$$

через функцию Беллмана $S(X)$. Подставив управление (4) в уравнение (3), получим уравнение в частных производных

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial S(X)}{\partial x_i} a_i(X) - \left| \sum_{i=1}^n \frac{\partial S(X)}{\partial x_i} b_i(X) \right| = -1 \quad (5)$$

для определения функции $S(X)$, называемое уравнением Гамильтона—Якоби—Беллмана (ГЯБ). Если уравнение (5) с краевым условием $S[X(T)] = 0$ возможно аналитически решить, то в соответствии с соотношением (4) легко находится искомый за-

кон оптимальной обратной связи. Однако отыскание аналитического решения уравнения (5), даже приближенного, встречает серьезные математические и вычислительные трудности — уравнение (5) решено только для отдельных объектов второго и третьего порядков [2, 17]. Последнее обстоятельство во многом определяется наличием в уравнении (5) нелинейности вида модульной функции, которая является не дифференцируемой в точке изменения знака переменной. Это приводит к тому, что функция Беллмана оказывается разрывной функцией при определенных значениях своих аргументов даже для линейных объектов управления. Данный факт ставит под сомнение правомерность применения динамического программирования в задаче быстродействия, так как при выводе соотношений (3), (4) и (5) априори предполагается дифференцируемость функции $S(X)$ [17]. По этой причине целесообразен переход к синтезу квазиоптимальных быстродействующих систем управления с гладкими функциями $S(X)$ и $u(X)$.

Серьезным результатом в указанном направлении является теория квазиоптимального быстродействия (ТКОБ), разработанная профессором Р. А. Нейдорфом и его учениками [10—12]. В работах Р. А. Нейдорфа задача оптимального по быстродействию управления рассматривается с точки зрения практической реализуемости асимптотически устойчивых систем с обратной связью. Исходным основополагающим результатом ТКОБ является утверждение, что для динамического объекта первого порядка

$$\dot{x}(t) = u(t), |u(t)| \leq U_{\max}$$

можно построить математическую модель КОБ системы первого порядка

$$\dot{x} = S_{\text{ran}}(x, \varepsilon), S_{\text{ran}}(x, \varepsilon) = -U_{\max} x / \sqrt{x^2 + \varepsilon^2}, \varepsilon > 0, \quad (6)$$

в виде дробно-радикальной функции Нейдорфа $S_{\text{ran}}(x, \varepsilon)$ [10, 11]. В ней малый параметр ε определяет заданную степень приближения квазиоптимального

управления $u(x) = -U_{\max} x / \sqrt{x^2 + \varepsilon^2}$ к строго оптимальному закону управления объектом первого порядка $u(x) = -U_{\max} \text{sign}[x(t)]$.

Отталкиваясь от данного решения задачи быстродействия первого порядка, в указанных работах предлагаются варианты построения математических моделей систем КОБ более высокого порядка, проводятся исследования нелинейных параметрически настраиваемых функций, аппроксимирующих разрывные функции оптимального управления, доказывается свойство асимптотической устойчивости тривиального решения, а также анализируются способы направленного формирования ε -параметрической квазиоптимальности в системах. Так, в работе [12] предлагается и исследуется модель КОБ

системы n -го порядка, построенная на основе функции Нейдорфа следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -u_m^1 S_{ran}(x_1 + \alpha_1 x_2, \varepsilon_1); \\ \dot{x}_2(t) = -u_m^2 S_{ran}(x_2 + \alpha_2 x_3, \varepsilon_2); \\ \dots \\ \dot{x}_{n-1}(t) = -u_m^{n-1} S_{ran}(x_{n-1} + \alpha_{n-1} x_n, \varepsilon_{n-1}); \\ \dot{x}_n(t) = -u_m^n S_{ran}(x_n, \varepsilon_n), \end{cases} \quad (7)$$

где $\alpha_i = \text{const} \neq 0$, $\varepsilon_i = \text{const} > 0$, $i = 1, 2, \dots, n$. При таком построении модели первая переменная состояний $x_1(t)$ обладает наибольшей инерционностью, а последняя переменная $x_n(t)$ строго подчиняется закону КОБ первого порядка. Свойства квазиоптимальности быстрогодействия последовательно передаются от $x_1(t)$ к $x_n(t)$, а интенсивность передачи определяется параметрами α_i , ε_i , u_m^i .

Предложенные законы обратной связи, реализующие движение замкнутой системы в соответствии с уравнениями (7), как утверждают их разработчики, придают системам управления не только свойство квазиоптимальности по быстродействию, но и свойства робастности, асимптотической устойчивости в целом и отличаются относительно простой структурой в сравнении со строго оптимальными управлениями. Отмеченные свойства исследуемых систем, на наш взгляд, в основном определяются гладкостью функций управления и, соответственно, будут присущи системам, синтезируемым предлагаемым далее методом.

В работах другого направления — работах профессора В. В. Суркова и его коллег [13–15] — при конструировании быстрогодействующих систем также отказались от определения разрывной функции Беллмана, а на каждом интервале управления находят непрерывную на нем функцию переключения $\psi_i(X)$, и найденные функции в дальнейшем сопрягаются в единую функцию переключения $\psi(X)$ оптимальной релейной системы управления. В основе предложенного в этих работах метода синтеза лежит теорема об интервалах управления [13, 14], которая при определенных условиях утверждает, что для оптимального по быстродействию управления нелинейным объектом (1) n -го порядка необходимо и достаточно не более n интервалов управлений вида $u_i = -\text{sign}(\psi_i(X))$. Эта теореме можно рассматривать как развитие и уточнение теоремы А. А. Фельдбаума [1–3] о n интервалах постоянства значений управления на нелинейные объекты. В работах указанного направления, в отличие от А. А. Фельдбаума, за интервал управления принимается промежуток времени, в течение которого изображающая точка движения объекта переходит на новую субповерхность переключения $\psi_i(X) = 0$, принадлежащую (вложенную) поверхности $\psi(X) = 0$. Подчеркнем, что понимаемый таким образом интервал управления может содержать, на-

пример для осциллирующих объектов, несколько интервалов постоянства значений управления ($u = +1$ или $u = -1$) — интервалов А. А. Фельдбаума. При этом каждая непрерывная функция $\psi_i(X)$, $i = 1, 2, \dots, n$, находится решением соответствующего уравнения в частных производных первого порядка, составляемого с использованием основного функционального уравнения метода [13, 14]. Данный точный метод решения задач быстрогодействия сопряжен с большим объемом вычислений, связанных с необходимостью решения n уравнений в частных производных и дальнейшим сопряжением найденных решений.

В данной работе предлагается метод синтеза квазиоптимальных по быстродействию систем управления, исключающий необходимость решения большого числа указанных уравнений в частных производных и обеспечивающий обоснованное применение процедуры динамического программирования за счет видоизменения критерия быстрогодействия включением слагаемого $ru^2(t)$, ограничивающего энергию сигнала управления:

$$I_1 = \int_0^T (1 + ru^2(t))dt \rightarrow \min, \quad r > 0. \quad (8)$$

Данный критерий при $r \rightarrow 0$ приближается к исходному функционалу (2), и его использование при достаточно малом значении параметра r позволяет определять квазиоптимальные по быстродействию управления.

Применение метода динамического программирования к задаче управления (1), (8) позволяет найти оптимальное управление

$$u(X) = -\text{sat} \left[\frac{1}{2r} \sum_{i=1}^n \frac{\partial S(X)}{\partial x_i} b_i[X(t)] \right], \quad (9)$$

в котором стандартная функция $y(x) = \text{sat}(x)$ определяется выражением

$$y = \begin{cases} 1, & \text{если } x > 1, \\ x, & \text{если } |x| \leq 1, \\ -1, & \text{если } x < -1. \end{cases}$$

В управлении (9) функция Беллмана в области линейности функции sat удовлетворяет уравнению в частных производных

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial S(X)}{\partial x_i} \cdot a_i(X) - \frac{1}{4r} \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial S(X)}{\partial x_i} \cdot b_i(X) \right)^2 = -q \quad (q = 1). \quad (10)$$

Данное уравнение в отличие от уравнения (5), соответствующего строгой задаче быстрогодействия, имеет квадратичную нелинейность, дифференцируемую при любом значении аргумента. Это обеспечивает для объектов (1) с полиномиальными (дробно-рациональными) нелинейностями существование дифференцируемой функции Беллмана $S(X)$ в фазовом пространстве объекта. Последнее утверждение вытекает из известной теоремы Коши—Ковалев-

ской [18], которая устанавливает существование единственного аналитического решения для аналитических дифференциальных уравнений в частных производных, т. е. для уравнений, в которых функции $a_i(X)$, $b_i(X)$ представляются степенными рядами, сходящимися в определенных областях. Очевидно, вывод теоремы справедлив и для уравнений с полиномиальными функциями, являющимися частным случаем аналитических. Указанная теорема определяет надежный теоретический фундамент предлагаемого подхода к конструированию быстродействующих систем управления, состоящего, в отличие от работ [13—15], в нахождении решения одного уравнения в частных производных (10), с последующим определением искомой обратной связи по выражению (9).

В настоящее время практически единственным общим методом решения уравнений в частных производных является метод степенных рядов (МСР). В теории оптимального управления МСР наиболее разработан [19, 20] для синтеза систем, оптимальных по квадратичному функционалу качества и функционалам с полиномиальной положительно определенной функцией $Q(X)$:

$$I_2 = \int_0^T (Q(X) + ru^2(t))dt. \quad (11)$$

При конструировании систем управления объектами (1) по критерию (11) оптимальное управление описывается выражением (9), в котором функция Беллмана определяется как решение уравнения

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial S(X)}{\partial x_i} a_i(X) - \frac{1}{4r} \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial S(X)}{\partial x_i} b_i(X) \right)^2 = -Q(X). \quad (12)$$

Данное уравнение отличается от уравнения (10) только правой частью — вместо константы q стоит положительно определенная функция $Q(X)$.

Метод степенных рядов решения уравнения (12) основан на определении функции Беллмана в форме ряда

$$S(X) = \sum_{i,j=1}^n A_{ij} x_i x_j + \sum_{i,j,k=1}^n A_{ijk} x_i x_j x_k + \sum_{i,j,k,l=1}^n A_{ijkl} x_i x_j x_k x_l + \dots$$

с искомыми коэффициентами A_{ij} , A_{ijk} , A_{ijkl} , причем полиномиальные функции $a_i(X)$, $b_i(X)$, $Q(X)$ уравнения представляются в аналогичном виде. Метод предполагает выполнение следующих процедур.

1. Подстановка в уравнение (12) функций $S(X)$, $a_i(X)$, $b_i(X)$, $Q(X)$ в форме полиномов, выполнение операций перемножения и суммирования полиномов в целях приведения левой части (12) к результирующему полиному.

2. Составление системы алгебраических уравнений для определения искомых параметров A_{ij} , A_{ijk} , A_{ijkl} приравниванием коэффициентов при одинаковых произведениях координат объекта в левой и правой частях уравнения (12).

3. Решение полученной системы алгебраических уравнений, которая распадается на независимые подсистемы для коэффициентов A_{ij} при квадратичных членах функции Ляпунова, для коэффициентов A_{ijk} при кубических членах и т. д. Отметим, что число уравнений в указанных подсистемах совпадает с числом неизвестных, а уравнения для коэффициентов членов функции Беллмана третьей и выше степеней являются линейными и, как правило, имеют однозначные решения.

Однако данный стандартный МСР неприменим к уравнению (10), так как его правая часть не является отрицательно определенной функцией, равной нулю в начале координат. Чтобы иметь возможность использовать данный метод, необходимо приблизить единичную функцию критерия быстродействия $f1(X) = 1$ в заданной области фазового пространства X положительно определенной функцией, например, в форме полинома.

В связи с этим в данной работе предполагается исследовать способы задания функции $Q(X)$ в функционале качества (11), связанные с аппроксимациями выражения $f1(X) = 1$, которые обеспечили бы приближение свойств систем управления объектами (1), синтезированных по критерию (11), к свойствам систем, оптимальных по критерию (8). Разработка четких рекомендаций по заданию функции $Q(X)$ превратит предложенный подход конструирования в обоснованный метод синтеза квазиоптимальных по быстродействию систем.

2. Метод синтеза квазиоптимальных систем управления

2.1. Аппроксимации функции критерия. При выборе положительно определенной функции $Q(X)$ функционала (11) необходимо учитывать два основных требования, обеспечивающих близость решений указанных задач управления: 1) данная функция должна быть как можно ближе к функции $f1(X) = 1$ во всем фазовом пространстве X объекта за исключением точки $X = 0$, в которой $Q(0) = 0$ (это обеспечивает повышение быстродействия системы); 2) функция $Q(X)$ должна иметь соответствующую структуру, обеспечивающую возможность применения стандартного метода степенных рядов в решении задачи АКОР.

Второе требование непосредственно выделяет два класса функций, в которых следует искать зависимость $Q(X)$: 1) класс полиномов и 2) класс дробно-рациональных функций. Именно эти функции позволяют применить описанный метод степенных рядов в исследуемой задаче управления.

В соответствии с результатами работы [21] для объектов, имеющих канонический базис

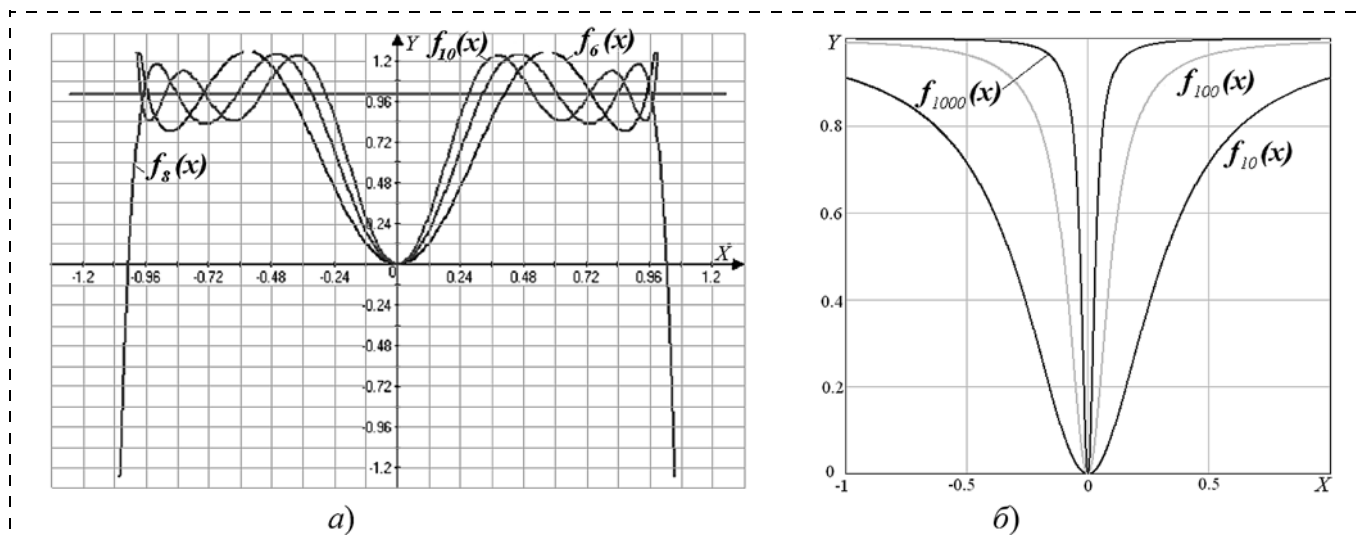


Рис. 1. Аппроксимации функции $f_1(X) = 1$:

a — полиномиальная степеней 6, 8, 10; b — дробно-рациональная с $a = 10, 100, 1000$

$X = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$, функцию $Q(X)$ целесообразно задавать как функцию одной выходной переменной объекта $Q(X) = Q(x_1)$. В указанной работе для линейных объектов утверждается, что введение в квадратичный критерий составляющих $q_i x_i^2(t)$, $i = 2, 3, \dots, n$, увеличивает время переходных процессов в оптимальной системе, так как это приводит к ограничению значений скорости, ускорения и т. д. выходной переменной. Если теперь учесть, что $f_1(x_1) = 1$ является четной функцией своего аргумента, то приходим к выводу о необходимости искать функцию $Q(x_1)$ в структуре полинома

$$Q(x_1) = a_1 x_1^2 + a_2 x_1^4 + a_3 x_1^6 + \dots \quad (13)$$

или дробно-рациональной функции

$$Q(x_1) = \frac{a_1 x_1^2 + a_2 x_1^4 + a_3 x_1^6 + \dots}{1 + b_1 x_1^2 + b_2 x_1^4 + b_3 x_1^6 + \dots} \quad (14)$$

с коэффициентами $a_i, b_i, i = 1, 2, 3, \dots$.

Относительно просто коэффициенты полиномиальной аппроксимации (13) рассчитываются методом наименьших квадратов (МНК) [18], в котором искомые коэффициенты определяются из условий минимума среднеквадратичной ошибки аппроксимации

$$J = \int_{-d}^d \left(1 - \sum_{i=1}^m a_i x^{2i} \right)^2 dx,$$

т. е. решением системы уравнений

$$\sum_{i=1}^m \frac{d^{2i}}{2(i+k)+1} a_i = \frac{1}{2k+1}, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (15)$$

где $[-d, d]$ — рассматриваемый интервал определения функции.

Полиномиальные аппроксимации, построенные с использованием уравнений (15), с увеличением порядка довольно медленно приближаются к функции $f_1(X) = 1$, причем только на принятом интервале аппроксимации; за пределами этого интервала аппроксимирующие функции неограниченно увеличиваются по модулю (рис. 1, a). Поведение же дробно-рациональных функций (14) принципиально иное. Например, простейшая дробно-рациональная аппроксимация

$$Q_1(x_1) = \frac{ax_1^2}{1 + ax_1^2} \quad (16)$$

при больших значениях аргумента практически совпадает с единицей, асимптотически приближаясь к ней (рис. 1, b). Поэтому она при определенных значениях параметра a обеспечивает меньшую среднеквадратическую ошибку приближения, чем полином восьмой степени, коэффициенты которого рассчитаны с помощью МНК.

По указанным причинам при решении задачи управления (1), (2) рекомендуется использовать, как правило, дробно-рациональные аппроксимации и, в частности, (16). Параметр a функции (16) можно также определить методом наименьших квадратов. Однако поскольку величина a в основном влияет на скорость монотонного приближения функции к единице и, соответственно, на величину интервала, в котором она существенно, например, более чем на 5 %, отличается от единицы, то значение a можно рассчитать из других соображений. Так, например, значение a целесообразно выбирать непосредственно в процессе синтеза (моделирования).

Заметим, что функция (16) пропорциональна квадрату функции Нейдорфа (6), что свидетельствует об идейной связи предлагаемого метода синтеза с методологией работ [10–12].

2.2. Этапы метода синтеза. Подытоживая вышеизложенное, сформулируем основные этапы предлагаемого метода синтеза квазиоптимальных по быстродействию систем.

1. Задаем в соответствии с рекомендациями раздела 2.1 положительно определенную функцию $Q(x_1)$ критерия (11) в форме полинома (13) или дробно-рациональной функции (14) (последнее часто предпочтительнее с точки зрения точности и, возможно, объема вычислений).

2. Определяем функцию Беллмана для задачи АКОР (1), (11) как решение уравнения ГЯБ вида (12) стандартным методом степенных рядов.

3. Определяем по формуле (9) квазиоптимальное управление.

4. При моделировании синтезированной системы управления уточняем значение параметра r критерия качества: значение r постепенно уменьшается до момента достижения системой максимального быстродействия с допустимым перерегулированием.

Если используется аппроксимация (16), то указанная процедура осуществляется совместно с уточнением значения параметра a аппроксимации для приближения к той же цели — увеличения быстродействия системы при требуемом перерегулировании.

5. Если желаемого быстродействия синтезируемой системы не удастся достичь, то увеличивается степень полинома, аппроксимирующего функцию Беллмана, и/или изменяется аппроксимация функции $Q(x_1)$ критерия и далее этапы 2—5 повторяются.

6. На заключительном этапе оценивается точность решения задачи управления, определяемая величиной $[S(X_0) - J(X_0)]/S(X_0)$, где $J(X_0)$ — значение функционала (11), вычисленное на траектории движения синтезированной системы из начального состояния X_0 до конечного $X = 0$. Если она не устраивает проектировщика, то пп. 1—6 повторяются при повышенной точности аппроксимации функций $Q(x_1)$, $S(X_0)$.

Подчеркнем, что анализ результатов синтеза по пп. 5 и 6, как правило, выполняется одновременно.

2.3. Анализ работоспособности метода синтеза. Применим данный метод к решению задачи быстродействия для простейшего объекта второго порядка

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t), \quad \dot{x}_2(t) = u(t), \quad |u(t)| \leq 1, \quad (17)$$

для которого известен оптимальный по быстродействию закон управления [1, 2]

$$u(X) = -\text{sign}(x_1 + 0,5x_2|x_2|). \quad (18)$$

В дальнейшем сравнение управления (18) с управлением, найденным с применением предложенного метода синтеза, позволит сделать определенные выводы о работоспособности и особенностях исследуемого метода.

2.3.1. Применение метода при полиномиальной аппроксимации функций. Предположим, что проектировщика СУ интересует движение объекта (17) при изменении координаты x_1 в интервале $[-2.5, 2.5]$.

В соответствии с изложенным методом квазиоптимальное по быстродействию управление объектом (17) находим по выражению

$$u(X) = -\text{sat}\left[\frac{1}{2r} \cdot \frac{\partial S(X)}{\partial x_2}\right], \quad (19)$$

в котором функция Беллмана $S(X)$ удовлетворяет следующему уравнению в частных производных:

$$\frac{\partial S(X)}{\partial x_1} x_2 - \beta \left(\frac{\partial S(X)}{\partial x_2} \right)^2 = -\alpha_1 x_1^2 - \alpha_2 x_1^4 - \alpha_3 x_1^6, \quad (20)$$

где $\beta = 1/4r$, $\alpha_1 = 1,440$, $\alpha_2 = -0,507$, $\alpha_3 = 0,0502$ (параметры $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ найдены решением уравнений (15)).

Уравнение (20) решаем методом степенных рядов

$$S(X) = A_{11}x_1^2 + 2A_{12}x_1x_2 + A_{22}x_2^2 + A_{111}x_1^3 + \\ + A_{112}x_1^2x_2 + A_{122}x_1x_2^2 + A_{222}x_2^3 \dots$$

Подставляем этот ряд в уравнение (20):

$$(2A_{11}x_1 + 2A_{12}x_2 + \dots)x_2 - \beta(2A_{12}x_1 + 2A_{22}x_2 + \dots)^2 = \\ = -\alpha_1 x_1^2 - \alpha_2 x_1^4 - \alpha_3 x_1^6. \quad (21)$$

Приравниванием коэффициентов при квадратичных слагаемых уравнения (21) получаем систему уравнений

$$x_1^2: -4\beta A_{12}^2 = \alpha_1, \quad x_1x_1: 2A_{11} - 8\beta A_{12}A_{22} = 0, \\ x_2^2: 2A_{12} - 4\beta A_{22}^2 = 0.$$

Ее решением определяем искомые коэффициенты при квадратичных членах функции Беллмана:

$$A_{12} = 0,5\sqrt{\alpha_1/\beta}, \quad A_{22} = \sqrt{A_{12}/2\beta}, \quad A_{11} = 2\beta A_{12}A_{22}.$$

Для указанных исходных параметров задачи управления $d = 2,5$, $r = 0,1$ эти коэффициенты принимают значения $A_{11} = 1,045$, $A_{12} = 0,379$, $A_{22} = 0,275$.

Соответственно, приравниванием коэффициентов при слагаемых уравнения (21) третьей степени получаем систему однородных уравнений (их правые части равны нулю). Так как матрица параметров этой системы линейных уравнений является невырожденной, то получаем $A_{111} = A_{112} = A_{122} = A_{222} = 0$. Аналогичным образом устанавливаем, что $A_{11111} = A_{11112} = A_{11122} = A_{11222} = A_{12222} = A_{22222} = 0$, и последующие коэффициенты функции Беллмана при членах полинома нечетной степени также равны нулю.

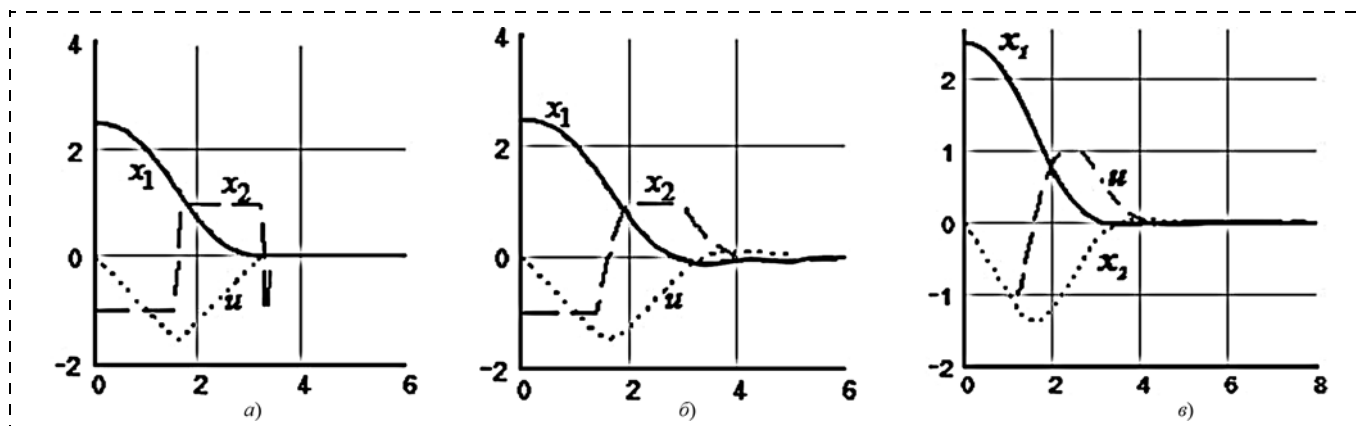


Рис. 2. Переходные процессы в оптимальной и квазиоптимальных системах:

а — управление (18) — $t_{п.п} = 3,16$ с; б — управление (22) — $t_{п.п} \approx 4,0$ с; в — управление (26) — $t_{п.п} \approx 3,3$ с

Приравниванием коэффициентов при слагаемых уравнения (21) четвертой степени получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} x_1^4 : -4\beta A_{12}A_{1112} &= -\alpha_2, \\ x_1^3 x_2^2 : 4A_{1111} - \beta(8A_{12}A_{1122} + 4A_{22}A_{1112}) &= 0, \\ x_1^2 x_2^2 : 3A_{1112} - \beta(12A_{12}A_{1222} + 8A_{22}A_{1122}) &= 0, \\ x_1 x_2^3 : 2A_{1122} - \beta(16A_{12}A_{2222} + 12A_{22}A_{1222}) &= 0, \\ x_2^4 : A_{1222} - 16\beta A_{22}A_{2222} &= 0. \end{aligned}$$

Численным решением данной системы линейных алгебраических уравнений находим значения коэффициентов $A_{1112} = -0,134$, $A_{1122} = -0,0386$, $A_{1222} = -0,0165$, $A_{2222} = -0,0015$ функции Беллмана.

Аналогичным образом, численным решением системы уравнений, полученной приравниванием коэффициентов при слагаемых уравнения (21) шестой степени, находим значения коэффициентов $A_{111112} = 0,0132$, $A_{111122} = 3,43 \cdot 10^{-3}$, $A_{111222} = 4,15 \cdot 10^{-3}$, $A_{112222} = -4,814 \cdot 10^{-8}$, $A_{122222} = -1,398 \cdot 10^{-8}$, $A_{222222} = -8,458 \cdot 10^{-10}$ искомой функции Беллмана и, соответственно, управления

$$u(X) = -\text{sat} \left[\frac{1}{2r} (A_{12}x_1 + 2A_{22}x_2 + A_{1112}x_1^3 + \dots + A_{222222}x_2^5) \right]. \quad (22)$$

Квазиоптимальные системы управления объектом (17) с законами обратной связи $u_1(X)$, $u_3(X)$, $u_5(X)$, получаемыми из соотношения (22), соответственно, удержанием только линейных слагаемых, только слагаемых до третьей степени и только слагаемых до пятой степени, были промоделированы с использованием математического пакета MathCAD. Отдельные переходные процессы перевода объекта их начального состояния $X_0 = (2.5, 0)^T$ в конечное нулевое состояние представлены на графиках рис. 2. При моделировании систем управления значение

параметра $r = 0,1$ было выбрано из условия наилучшего приближения переходных процессов системы с законом $u_5(X)$ к оптимальным процессам. Однако быстродействие данной системы $t_{п.п} \approx 4$ с (рис. 2, б) существенно отличается от оптимального $t_{п.п}^* = 3,16$ с, и переходной процесс имеет перерегулирование.

Подчеркнем, что система управления с законом $u_3(X)$ оказалась неработоспособной — неустойчивой, и поэтому ее переходные процессы не указаны на рис. 2. Явление неустойчивости системы с управлением $u_3(X)$ в отличие управлений $u_1(X)$, $u_5(X)$ можно объяснить тем, что используемая при синтезе управления $u_3(X)$ функция $f_3(x) = (65/3)x^2 - 130x^4$, аппроксимирующая $f_1(x) = 1$, в отличие от функций $f_1(x) = (65/3)x_2$ и $f_5(x) = (65/3)x^2 - 130x^4 + (2210/7)x^6$, при больших значениях аргумента функция не является положительно определенной из-за отрицательности слагаемого с наибольшей используемой степенью, что нарушает условия теоремы устойчивости Ляпунова [20].

Обобщим и уточним отмеченный факт о неустойчивости некоторых систем управления, синтезируемых предлагаемым методом. С использованием системы уравнений (15) в общем случае получается аппроксимация функции $f_1(X) = 1$ в форме полинома

$$\begin{aligned} f_m(x) &= C_1x^2 - C_2x^4 + C_3x^6 - C_4x^8 + \dots + C_mx^{2m} = \\ &= \sum_{k=1}^m (-1)^{k-1} C_k x^{2k}, \end{aligned} \quad (23)$$

причем, что принципиально важно, с положительными коэффициентами C_k . Предположим, что при синтезе квазиоптимального регулятора мы ограничиваемся определением полиномиальной функции Беллмана (она же является функцией Ляпунова для синтезируемой системы), содержащей члены с наибольшей степенью $N_s = 2k$. Если значение k — четное, то согласно (23) коэффициент $(-1)^{k-1} C_k$ будет отрицательным, т. е. функция (23), а соответственно и функция Беллмана как решение уравнения ГЯБ (12), не являются положительно определен-

ными в области больших отклонений системы, а сама система управления, согласно теореме Ляпунова, неустойчивой в этой области. Таким образом, доказано **утверждение:** для обеспечения устойчивости системы, синтезируемой предложенным методом, необходимо задавать максимальное значение степени $N_s = 2k$ слагаемых полиномиальной функции Беллмана, соответствующее нечетному значению k , т. е. устойчивость обеспечивается управлениями $u_1(X)$, $u_5(X)$, $u_9(X)$, ..., $u_{2k-1}(X)$.

Это утверждение, исключаяющее из рассмотрения половину неудовлетворительных управлений, имеет важное прикладное значение.

2.3.2. Применение метода при дробно-рациональной аппроксимации функций. Существенно более высокое качество системы управления было получено при использовании представления единичной функции критерия быстрогодействия выражением

$$Q_2(x_1) = (bx_1^2 + a^2x_1^4)/(1 + ax_1^2)^2 \quad (24)$$

с параметрами $a = 25$, $b = 55,5$ и аппроксимации функции Беллмана также дробно-рациональным выражением

$$S(X) = A(X)/(1 + ax_1^2), \quad (25)$$

где $A(X)$ — искомый полином:

$$A(X) = A_{11}x_1^2 + A_{12}x_1x_2 + A_{22}x_2^2 + A_{1111}x_1^4 + A_{1112}x_1^3x_2 + A_{1122}x_1^2x_2^2 + A_{1122}x_1x_2^3 + \dots$$

Его коэффициенты при $r = 1,55$ были найдены методом степенных рядов: $A_{11} = 32,086$, $A_{12} = 18,55$, $A_{22} = 5,362$, $A_{1111} = 165,128$, $A_{1112} = 104,448$, $A_{1122} = 24,5$, $A_{1222} = -18,014$, $A_{2222} = -1,302$.

Согласно уравнениям (19), (24), (25) искомый закон обратной связи принимает вид

$$u_3(X) = -\text{sat} \left[\frac{A_{12}x_1 + 2A_{22}x_2 + A_{1112}x_1^3 + 2A_{1112}x_1^2x_2 + 3A_{1122}x_1x_2^2 + 4A_{1111}x_1^3}{2r(1 + ax_1^2)} \right]. \quad (26)$$

Данный алгоритм управления по структуре является более простым в сравнении с алгоритмом (22): число полиномиальных слагаемых в управлении (26) в два раза меньше (5 в отличие от 10). В то же время он является и более близким к оптимальному: длительность переходного процесса по координате x_1 согласно рис. 2, σ приблизительно равна $t_{п.п} = 3,3$ с и близко к оптимальному значению $t_{п.п}^* = 3,16$ с. В связи с этим управление (26) более перспективно для практического использования.

Отметим, что предложенный вариант метода синтеза с использованием дробно-рациональных функций (24), (25), показавший свою работоспособность в решении задачи быстрогодействия второго порядка, был также протестирован в решении задач третьего порядка. Так, например, с использованием описанного варианта метода синтеза для объекта с тройным интегрированием (единичные параметры) при значениях $a = 25$, $b = 2,22a$, $r = 3$ был получен следующий закон управления:

$$u(X) = \text{sat} \left\{ \frac{1}{1 + 25x_1^2} \{ 0,7093x_3^3 + 6,9212x_3^2x_2 + 7,8529x_1x_3^2 + 109,8462x_1x_2^2 + 23,6460x_3x_2^2 + 28,309x_2^3 + 57,1858x_1x_3x_2 + 0,1667[(19,515 + 262,192x_1^2)x_3 + (143,302x_1^2 - 31,737)x_2] - 0,1667(145,3095x_1^2 + 25,8070)x_1 \} \right\} \quad (27)$$

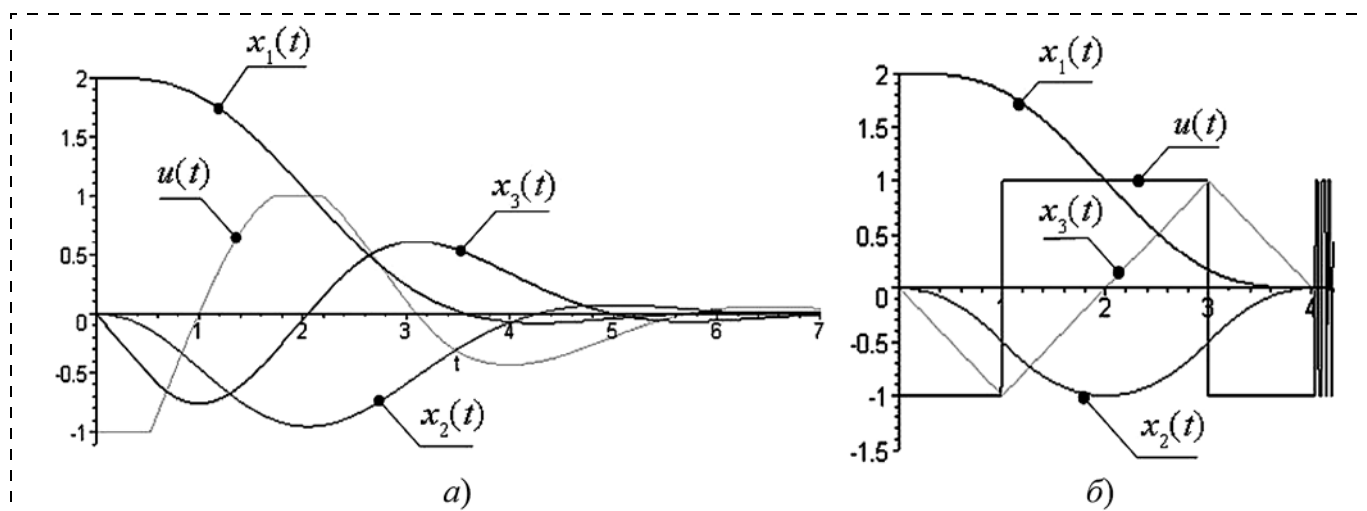


Рис. 3. Переходные процессы систем управления третьего порядка: а — квазиоптимальное управление (27); б — оптимальное управление [3]

(числитель функции Беллмана (25) определялся в виде полинома 4-й степени).

Результаты моделирования квазиоптимальной и оптимальной систем приведены на рис. 3.

Как видно из представленных графиков, переходный процесс в квазиоптимальной системе имеет большую длительность и перерегулирование. Однако, если длительность процессов в системе измерять по координате $x_1(t)$ и пренебречь перерегулированием по этой координате, то получим $t_{п.п} \approx 4$ с, т. е. значение, близкое к строго оптимальному. При этом подчеркнем, что сложность структуры закона управления (27), оцениваемая числом используемых математических операций, приблизительно эквивалентна сложности строго оптимального управления [3].

Необходимо также отметить, что в задачах оптимального быстрогодействия очень остро стоит проблема порядка объекта, связанная со стремительным ростом объема вычислений в определении поверхности переключения оптимального релейного регулятора при увеличении порядка объекта управления. Хотя в данной работе приведены примеры применения предложенного метода синтеза квазиоптимальных регуляторов для объектов не выше третьего порядка, но важно указать, что теория синтеза формально применима для объектов произвольного порядка с указанными полиномиальными и дробно-рациональными нелинейностями, причем метод синтеза допускает относительно простую алгоритмизацию с использованием современных систем компьютерной математики. Так, например, в математической среде Maple с приемлемой точностью и за приемлемое время был синтезирован квазиоптимальный регулятор для объекта шестого порядка.

Заключение

В работе разработан и строго обоснован метод синтеза квазиоптимальных по быстрдействию регуляторов для объектов высокого (n) порядка с полиномиальными и дробно-рациональными нелинейностями, имеющий следующие принципиальные особенности: 1) представление единичной функции критерия быстрогодействия положительно определенными полиномиальными или дробно-рациональными функциями обеспечивает гладкость функции Беллмана и применимость метода динамического программирования к решению исследуемой задачи быстрогодействия при значительном уменьшении объема вычислений (для объекта n -го порядка в n раз); 2) закон управления определяется в форме дробно-рационального выражения от координат объекта, что в сравнении с методом степенных рядов А. А. Красовского существенно увеличивает точность приближения к строго оптимальному управлению при одинаковом числе параметров; 3) метод синтеза, имеющий итерационный характер, допускает относительно простую алгоритми-

зацию; 4) метод применим для решения как задач быстрогодействия, так и задач энергосберегающего управления; 5) получаемое непрерывное, нерелейное управление исключает скользящие и автоколебательные режимы работы, которые нежелательны для исследуемых объектов.

Список литературы

1. Павлов А. А. Синтез релейных систем, оптимальных по быстрдействию. М.: Наука, 1966. 390 с.
2. Атанс М., Фалб П. Л. Оптимальное управление. М.: Машиностроение, 1968. 764 с.
3. Техническая кибернетика. Теория автоматического управления. Кн. 3. Ч. II. Теория нестационарных, нелинейных и самонастраивающихся систем автоматического регулирования / Под ред. проф. В. В. Солодовникова. М.: Машиностроение, 1969. 368 с.
4. Антомонов Ю. Г. Синтез оптимальных систем. Киев: Наукова думка, 1972. 320 с.
5. Иванов В. А., Фалдин Н. В. Теория оптимальных систем автоматического управления. М.: Наука, 1981. 336 с.
6. Фалдин Н. В. Синтез оптимальных по быстрдействию замкнутых систем управления. Тула: ТулГУ, 1990. 100 с.
7. Клюев А. С., Колесников А. А. Оптимизация автоматических систем управления по быстрдействию. М.: Энергоиздат, 1982. 240 с.
8. Колесников А. А., Гельфгат А. Г. Проектирование многокритериальных систем управления промышленными объектами. М.: Энергоатомиздат, 1993. 304 с.
9. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Гибридная схема решения задачи линейного быстрогодействия на основе формализма полиэдральной оптимизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 7. С. 3–9.
10. Нейдорф Р. А. Нелинейное ускорение динамических процессов управления объектами первого порядка с учетом ограниченности воздействий // Вестник ДГТУ. Управление и диагностика в динамических системах. Ростов-на-Дону: Изд-во ДГТУ, 1999. С. 13–21.
11. Нейдорф Р. А., Чан Н. Н. Рекуррентно-диффеоморфный синтез квазиоптимальных по быстрдействию ограниченных законов управления // Информатика и системы управления. 2006. № 2. С. 119–128.
12. Чан Нгуен Нгок. Синтез законов квазиоптимального по быстрдействию управления объектами высокого порядка: дис. ... кан. техн. наук. Ростов-на-Дону, 2007. 212 с.
13. Сурков А. В., Сухинин Б. В., Сурков В. В. Количество интервалов управления оптимальных по быстрдействию систем // Изв. ТулГУ. Сер. Технические науки. ТулГУ. 2010. № 1. С. 138–148.
14. Соловьев А. Э., Сухинин Б. В., Сурков В. В. Синтез оптимальных по быстрдействию систем на основе теоремы об интервалах управлений // Вести высших учебных заведений Черноземья. 2010. № 2. С. 57–63.
15. Соловьев А. Э. Частные случаи решения задачи аналитического конструирования оптимальных регуляторов // Изв. ТулГУ. Сер. Вычислительная техника. Информационные технологии. Системы управления. Вып. 3. Системы управления. Т. 2. ТулГУ. 2006. С. 173–176.
16. Ловчаков В. И. Функции переключения оптимального по быстрдействию регулятора для четырехкратного интегратора // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 9. С. 3–5.
17. Ванько В. И. Вариационное исчисление и оптимальное управление. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. 488 с.
18. Бронштейн И. Н., Семендеев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука, 1986. 544 с.
19. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
20. Современная прикладная теория управления. Т. 1. Оптимизационный подход в теории управления / Под ред. А. А. Колесникова. М.: ООО "ИСПО-Сервис", 2000. 408 с.
21. Садовой А. В., Сухинин Б. В., Сохина Ю. В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами. Киев: ИСИМО, 1996. 298 с.

Synthesis of Fast-Acting Control Systems using the Theory of Analytical Design of Optimal Controllers

V. I. Lovchakov, lowi50@mail.ru✉, Tula State University, department of electrical engineering and equipment,
E. V. Lovchakov, spartannez@rambler.ru, "Service-Soft LLC", Tula,
E. I. Kretov, neitworld@ya.ru, Tula State University, department of electrical engineering and equipment

Corresponding author: **Lovchakov Vladimir I.**, D.Sc., Professor,
Tula State University, department of electrical engineering and equipment,
e-mail: lovvi50@mail.ru

Received on May 25, 2015

Accepted on June 15, 2015

The method for synthesis of closed loop quasi-time-optimal high-order (n -order) control systems is developed for a wide class of objects with polynomial and rational nonlinearities. This method is based on the transition from the problem of time-optimal control to the corresponding problem of analytical design of an optimal controller for the considered object using the specifically given performance index. Well-known A. A. Krasovsky's power series method is modified to solve the latter problem, that allows to obtain the sequence of approximations to the optimal control with increasing accuracy. The proposed synthesis method has the following principal features: 1) the representation of the unit function in the time-optimal criterion by a positively defined polynomial or rational function, that ensures the smoothness of a Bellman function and applicability of the dynamic programming method to the solution of the time-optimal control problem with a significantly lower amount of computations (n times reduction for a n -th order object); 2) the control law is defined in the form of a rational expression of object coordinates, that significantly increases accuracy of optimal control approximation in comparison with A. A. Krasovsky's method under the same number of parameters; 3) the synthesis method has an iterative character and allows a relatively simple implementation; 4) the method is applicable for solution of both problems of time-optimal and energy-saving control design; 5) the obtained control is continuous, not relay one, which eliminates sliding and oscillatory modes that are undesirable for considered objects.

Keywords: nonlinear object, time-optimal criterion, smooth Bellman function, analytical design of optimal controllers

For citation:

Lovchakov V. I., Lovchakov E. V., Kretov E. I. Synthesis of Fast-Acting Control Systems using the Theory of Analytical Design of Optimal Controllers, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 2, pp. 84–93.

DOI: 10.17587/mau/17.84-93

References

1. **Pavlov A. A.** *Sintez relejnyh sistem, optimal'nyh po bystrodeystviyu* (Synthesis of relay time optional systems), Moscow, Nauka, 1966, 390 p. (in Russian).
2. **Atans M., Falb P. L.** *Optimal'noe upravlenie* (Optimal Control: An Introduction to the Theory and Its Applications), Moscow, Mashinostroenie, 1968, 764 p. (in Russian).
3. **Solodovnikov V. V.** ed. *Tekhnicheskaja kibernetika. Teorija avtomaticheskogo upravlenija. Kn. 3. Ch. II. Teorija nestacionarnykh, nelinejnykh i samonastroyajushhsja sistem avtomaticheskogo regulirovanija* (Technical cybernetics. Theory of automatic control. Book 3. Part II. Theory of nonstationary, nonlinear, self-tuning systems of automatic control), Moscow, Mashinostroenie, 1969, 368 p. (in Russian).
4. **Antomonov Ju. G.** *Sintez optimal'nyh sistem* (Synthesis of optimal systems), Kiev, Naukova dumka, 1972, 320 p. (in Russian).
5. **Ivanov V. A., Faldin N. V.** *Teorija optimal'nyh sistem avtomaticheskogo upravlenija* (Theory of optimal automatic control systems), Moscow, Nauka, 1981, 336 p. (in Russian).
6. **Faldin N. V.** *Sintez optimal'nyh po bystrodeystviyu zamknutyh sistem upravlenija* (Synthesis of time optimal closed-loop control systems), Tula, TulGU, 1990, 100 p. (in Russian).
7. **Kljuev A. S., Kolesnikov A. A.** *Optimizacija avtomaticheskikh sistem upravlenija po bystrodeystviyu* (Time optimization of automatic control systems), Moscow, Jenergoizdat, 1982, 240 p. (in Russian).
8. **Kolesnikov A. A., Gel'fgat A. G.** *Proektirovanie mnogokriterial'nyh sistem upravlenija promyshlennymi ob'ektami* (Design of multi-objective control systems for industrial objects), Moscow, Jenergoatomizdat, 1993, 304 p. (in Russian).
9. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** *Gibridnaja shema reshenija zadachi linejnogo bystrodeystviya na osnove formalizma polijedral'noj optimizacii* (Hybrid solution scheme for linear time optimization problem using polyhedral optimization formalism), *Mekhatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2014, no. 7, pp. 3–9 (in Russian).
10. **Nejdorf R. A.** *Nelinejnoe uskorenie dinamicheskikh processov upravlenija ob'ektami pervogo porjadka s uchetom ogranichenosti vozdeystvij* (Nonlinear acceleration of dynamical control processes of 1st order objects utilizing influence boundness), *Vestnik DGTU. Uprav-*

lenie i Diagnostika v Dinamicheskikh Sistemah, 1999, pp. 13–21 (in Russian).

11. **Nejdorf R. A., Chan N. N.** *Rekurrentno-diffeomorfnyj sintez kvaziontimal'nyh po bystrodeystviyu ogranichenykh zakonov upravlenija* (Recurrent-diffeomorphic synthesis of time-suboptimal bounded control laws), *Informatika i Sistemy Upravlenija*, 2006, no. 2, pp. 119–128 (in Russian).

12. **Chan Nguen Ngok.** *Sintez zakonov kvazioptimal'nogo po bystrodeystviyu upravlenija ob'ektami vysokogo porjadka: dis. ... kan. tehn. nauk* (Synthesis of time-suboptimal control for second-order objects. Ph. D. thesis), Rostov-na-Donu, 2007, 212 p. (in Russian).

13. **Surkov A. V., Suhinin B. V., Surkov V. V.** *Kolichestvo intervalov upravlenija optimal'nyh po bystrodeystviyu sistem* (Number of control intervals for time-optimal control systems), *Izv. TulGU. Ser. Tekhnicheskie nauki. TulGU*, 2010, no. 1, pp. 138–148 (in Russian).

14. **Solov'ev A. Je., Suhinin B. V., Surkov V. V.** *Sintez optimal'nyh po bystrodeystviyu sistem na osnove teoremy ob intervalah upravlenija* (Synthesis of time-optimal systems using theorem of control intervals), *Vesti Vysshih Uchebnyh Zavedenij Chernozem'ja*, 2010, no. 2, pp. 57–63 (in Russian).

15. **Solov'ev A. Je.** *Chastnye sluchai reshenija zadachi analiticheskogo konstruirovanija optimal'nyh reguljatorov* (Special solutions of problem of analytical construction of optimal regulators), *Izv. TulGU. Ser. Vychislitel'naja tehnika. Informacionnye tehnologii. Sistemy upravlenija Sistemy Upravlenija*, 2006, vol. 2, iss. 3, pp. 173–176 (in Russian).

16. **Lovchakov V. I.** *Funkcii pereklyuchenija optimal'nogo po bystrodeystviyu reguljatora dlja chetyrehkratnogo integratora* (Switching functions of time-optimal regulator for fourfold integrator), *Mekhatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2014, no. 9, pp. 3–5 (in Russian).

17. **Van'ko V. I.** *Variacionnoe ischislenie i optimal'noe upravlenie* (Variation calculus and optimal control), Moscow, Publishing house of MG TU im. N. Je. Bauman, 2006, 488 p. (in Russian).

18. **Bronshtejn I. N., Semendjaev K. A.** *Spravochnik po matematike dlja inzhenerov i uchashhsja vuzov* (Handbook on mathematics for engineers and students), Moscow, Nauka, 1986, 544 p. (in Russian).

19. **Krasovskij A. A.** ed. *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravlenija* (Handbook on theory of automatic control), Moscow, Nauka, 1987, 712 p. (in Russian).

20. **Kolesnikov A. A.** *Sovremennaja prikladnaja teorija upravlenija. T. I. Optimizacionnyj podhod v teorii upravlenija* (Modern applied control theory), Moscow, OOO "ISPO-Servis", 2000, 408 p. (in Russian).

21. **Sadovoj A. V., Suhinin B. V., Sohina Ju. V.** *Sistemy optimal'nogo upravlenija precizionnymi jelektricheskimi privodami* (Control systems for precision electrical drives), Kiev, ISIMO, 1996, 298 p. (in Russian).

И. П. Карпова, канд. техн. наук, доц., karпова_ip@mail.ru,
Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики",
Московский физико-технический институт

Псевдоаналоговая коммуникация в группе роботов*

Обсуждается возможность представления сообщений, которыми обмениваются роботы в группе, с помощью нечетких (псевдоаналоговых) сигналов. Рассматриваются вопросы физической организации каналов связи, предлагается передачу сигналов эмулировать посредством дискретного ИК канала. Обосновывается подход к интерпретации получаемых сообщений на основе упорядоченности сообщений и реакций на них. Приводятся результаты вычислительных экспериментов, подтверждающие эффективность предложенного подхода.

Ключевые слова: групповая робототехника, коммуникация в группе роботов, нечеткие сигналы, моделирование социального поведения

Введение

В области групповой робототехники одной из центральных задач является задача организации управления группой роботов, т. е. обеспечения такого поведения группы, при котором она действует согласованно [1].

Существуют разные подходы к организации группового управления: централизованный, децентрализованный (распределенный) и смешанный [2]. Эти подходы имеют очевидные преимущества и недостатки, но децентрализованное управление обычно представляется более надежным и эффективным [3]. Для организации децентрализованного управления группой роботов в настоящее время применяются самые разнообразные методы, обзор которых можно найти, например, в работах [3–4]. В соответствии с работой [4] исследования в области децентрализованного управления группами роботов ведутся по трем основным направлениям: скоординированное движение группы роботов; построение некоторых геометрических форм; распределение задач и кооперация для совместного решения задач. Подобная классификация подтверждает, что существующие методы направлены на решение отдельных частных задач и не претендуют на общность подхода к организации распределенного управления. Более общим и, следовательно, более перспективным является подход, основанный на моделировании социального поведения в группах роботов [5].

Организация социального поведения основана на внутривидовой коммуникации в сообществе животных. Это полностью согласуется с представлениями современных этологов и социобиологов [6].

Различают явную и неявную коммуникацию (обмен данными). Неявный обмен данными происходит через окружающую среду, а явный обмен позволяет сообществу быстрее реагировать на возникающие ситуации. Социальное поведение подразумевает в первую очередь явный обмен информацией, поэтому мы будем ориентироваться именно на него.

Очевидно, что внутривидовые коммуникации среди животных биологически целесообразны, и, более того, форма и характер этих коммуникаций обусловлены структурой особи и особенностями ее среды обитания. Например, рыбы больше ориентируются на визуальные сообщения, птицы на акустические, а млекопитающие в основном предпочитают химическую сигнализацию [7]. Но в любом случае эти коммуникации локально ограничены, т. е. адресованы в первую очередь соседям — членам той же стаи (семьи) или обитателям того же ареала [8].

В реальном мире (в природе) коммуникации между особями (внутривидовые коммуникации, как, впрочем, и любые другие) отличаются ненадежностью, размытостью, нечеткостью посылаемых сигналов и неоднозначностью возникающей реакции на принятый сигнал. Это обусловлено, в частности, помехами со стороны окружающей среды и других участников группы. Но гораздо более важным моментом является континуальный характер транслируемых сообщений [8]. Континуальность определяет принципиальную невозможность четко выделить в процессе коммуникации животных отдельные сигналы. Даже если исследователям удастся (как им кажется) выделить отдельные элементы коммуникации (звуки, позы и т. д.), то практически всегда речь идет о совокупности этих элементов. В лучшем случае процесс коммуникации можно разделить на отдельные коммуникационные акты. Вместе с тем, даже отдельный коммуникационный акт обычно

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 15-01-07900.

имеет несколько назначений и, соответственно, может вызывать несколько реакций. Например, песня самца зяблика одновременно выполняет функцию охраны территории (функция первого порядка), рассредоточения пар (функция второго порядка) и регуляции плотности популяции (функция третьего порядка) [9].

Таким образом, в общем виде поведение особи можно представить как

$$f(S, C) \rightarrow \{R_i\},$$

где S — воздействие внешней среды (совокупность сигналов), C — внутреннее состояние особи, $\{R_i\}$ — набор реакций (действий).

Исходя из этих соображений сообщения едва ли можно представить в качестве неких дискретных сущностей, индивидуализированных с точки зрения структуры [8]. Фактически принимаемые особью сигналы являются аналоговыми, т. е. нечеткими и непрерывными. Тем не менее, в результате коммуникации с помощью нечетких сигналов группы животных успешно реализуют социальное поведение и достигают стоящих перед ними целей: продолжать свою жизнедеятельность и обзаводиться потомством. Недостаточно высокое качество принимаемых сигналов и ненадежность каналов связи не являются фатальными для деятельности животных.

На основе вышесказанного предлагается рассмотреть возможность использования для управления группой роботов коммуникации на основе аналоговых сигналов.

1. Организация коммуникации в группе роботов

Существует большое число работ, затрагивающих тематику организации коммуникаций в распределенных технических системах, в частности, в группах роботов. Исследования в области коммуникации роботов в основном касаются вопросов разработки языков обмена данными, организации каналов связи и коммуникационных протоколов [10]. Например, в работе [11] рассматривается организация ИК канала обмена данными в больших группах роботов (от 100 и более) на примере проекта Jasmine. Большое число исследований посвящено языковым вопросам: от претендующих на универсальность языков типа ACL (Agent Communication Language), предназначенных для коммуникации между интеллектуальными агентами [12], до более простых языков, ориентированных на решение какой-либо конкретной задачи, например, SWARMORPH-script, который позволяет кратко описывать правила, управляющие процессом создания распределенной морфологии в группе роботов [13]. Также имеется большое разнообразие подходов к организации коммуникации с точки зрения протоколов: от возможности применения в многоагентных робототехнических системах существующих протоколов (например, CSMA/CD — множественный доступ с контролем несущей и обнаружением коллизий [14])

до разработки специализированных протоколов, ориентированных на решение конкретной задачи, например, для обеспечения согласованного движения роя за лидером [15].

Здесь же вопрос организации коммуникации в группе роботов будет рассматриваться в первую очередь с методологической стороны. Для этого обратимся к исследованиям коммуникации в живой природе.

Исследования этологов показывают, что у животных каждый значащий сигнал (сообщение), которым обмениваются особи, имеет некоторый характерный образ, который может быть назван инвариантом или формой сигнала [16]. Результаты экспериментов по поиску этих инвариантов (например, для звуковых сигналов) путем искажения формы сигнала показывают, что при некоей предельной степени искажения сигнал сразу и полностью теряет действенность, так же как при переходе от одного сочетания ключевых характеристик к другому (при том, что различия именно по этой системе оппозиции определяют формы элементов сигнального ряда, отличая один сигнал от другого) [17]. Превращения, не касающиеся формы сигнала (меняются акустические характеристики, несущественные в образовании сигнальных инвариантов), воспринимаются как разные эмоциональные оттенки или разные степени опасности, но не разные категории тревожных ситуаций.

Вместе с тем, каждый коммуникативный сигнал обладает большой вариативностью. Это касается и амплитуды, и продолжительности сигнала, и даже частоты. Вариации сигналов, с одной стороны, зависят от индивидуальных физиологических особенностей особи, которая их издает. С другой стороны, изменения характеристик сигналов могут быть вызваны наличием внешних воздействий, например, постоянного низкочастотного шума: в таких условиях птицы могут перейти на более высокую частоту, чтобы их было лучше слышно. Например, большие синицы, гнездящиеся в г. Лейдене на участках с повышенным уровнем шума, "переносят" исполнение нот видоспецифической песни в более высокий диапазон частот, чтобы "выйти" из полосы низкочастотного городского шума [18].

Но самая интересная причина вариативности сигналов — семантическая. Многими исследователями установлены различные виды зависимости реакции особей от характеристик сигналов. Например, одиночный непродолжительный сигнал опасности заставляет животных прерывать кормление и чаще осматриваться, а такой же по форме, но более продолжительный или более громкий сигнал обращает их в бегство или заставляет предпринимать какие-то другие действия для своего спасения [16]. Аналогичные зависимости установлены и для призывных сигналов, информирующих о наличии еды или призывающих самку.

Иначе говоря, один и тот же коммуникативный сигнал может в зависимости от своих характери-

стик вызывать у особей различную реакцию. При поступлении сигнала тревоги реакция особи может варьироваться от настороженности до бегства или даже нападения на хищника в безвыходной ситуации, в ответ на призывной сигнал — от простого внимания до движения в сторону источника сигнала и активных фаз ухаживания или совместного кормления. Вариативность сигналов не мешает их распознаванию, так как для каждого сигнала есть некий инвариант — форма сигнала. Вместе с тем, она позволяет передавать больше информации, поскольку вариации сигнала влияют на реакцию (или степень завершенности действия). Кроме того, вариативность позволяет бороться с шумом: если сигнал не потерян, а просто принят с искажениями, то особь может на него среагировать и выполнить действие, в некотором смысле близкое тому, которое нужно было выполнить. Для реализации последнего аспекта нужна некоторая "упорядоченность действий", о которой подробно будет сказано дальше.

Таким образом, мы предполагаем, что перенос этого принципа в техническую систему и использование для управления группой роботов коммуникации на основе аналоговых сигналов повысит надежность канала связи и увеличит информативность сигналов.

Декларируемой особенностью групповой робототехники является то, что группа состоит из относительно простых и недорогих устройств, которые, объединяя свои усилия, способны решать сложные задачи [19]. Стоимость является критическим фактором для групповой робототехники, так как речь идет о группах роботов, состоящих из десятков и сотен единиц. Простота и дешевизна устройства робота ограничивает возможности использования сложных и дорогих компонентов, в частности, для организации каналов обмена данными (сигналами, сообщениями).

Технические ограничения устройства робота приводят к тому, что мы не можем оснастить роботов теми сенсорными и коммуникационными возможностями, которые имеет любое, даже примитивное животное. В частности, у них не может быть системы приема/передачи и распознавания аналоговых сигналов, не говоря о том, что не идет речь о наличии рецепторики для использования "языка жестов" или химической коммуникации. Поэтому воспользуемся дискретным каналом связи для эмуляции аналоговой коммуникации.

2. Ориентация роботов

Предполагается, что, несмотря на свою техническую простоту, роботы должны ориентироваться относительно друг друга для организации локального взаимодействия и координации совместных действий. Локальность взаимодействия определяется радиусом приема сигналов. Будем называть роботов, находящихся в зоне приема сигнала, со-

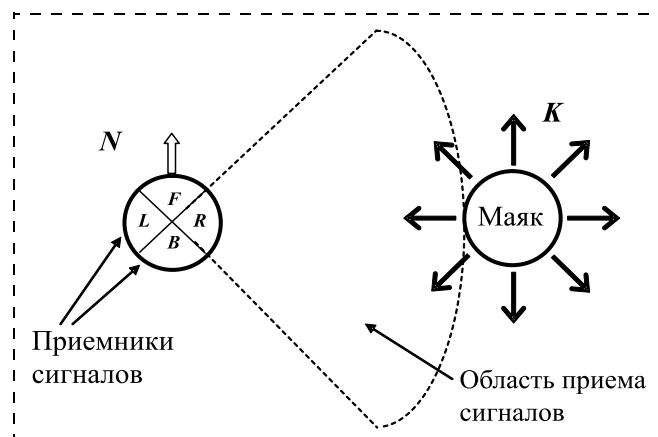


Рис. 1. Пример определения относительного местоположения соседнего робота

седями. Каждый робот должен обладать возможностью определять относительное местоположение своих соседей: например, "робот N находится слева".

Ориентацию такого рода можно организовать разными способами, например, путем определения собственного местоположения робота относительно маяков или некоторых реперных точек [20] или с помощью вычислений текущего положения робота по данным энкодеров, обычно с учетом дополнительной информации, которая используется для устранения ошибки счисления [21]. К сожалению, эти способы характеризуются высокой степенью сложности вычислений и часто требуют дополнительного оборудования, которого в нашем случае нет.

Еще один способ — ориентация относительно самого робота. Основное направление движения каждого робота направление "вперед" (Forward), следовательно, для него можно определить понятия "лево" (Left), "право" (Right) и "назад" (Back). Можно оснастить робота датчиками определения расстояния и системой распознавания других участников роя, но распознавание — также слишком сложная задача. Более простым в реализации способом является организация направленного приема/передачи сигналов. Например, принимая сигнал от маяка робота K, робот N может определить, что робот K находится справа от него (рис. 1).

Аналогичный подход используется, например, в робототехнической платформе Jasmine [22], которая оснащена шестью каналами приема сигналов. Для простоты мы будем использовать ориентацию по четырем приемникам сигналов, каждый из которых покрывает сектор примерно в 90°, и оперировать привычными категориями направлений: вперед, назад, направо и налево.

Теперь рассмотрим возможную техническую организацию каналов связи в группе роботов.

3. Каналы связи

Изучение решений по организации каналов связи в группе роботов показало следующее положение вещей. Согласно работе [4] в настоящее вре-

мя для коммуникации между роботами в основном используется радиоканал: сети Wi-Fi, GPRS, Ad hoc и беспроводные сенсорные сети. Применение радиодиапазона в данной ситуации представляется нецелесообразным, так как радиоканал не обеспечивает направленной передачи сигнала (если не предпринимать специальных усилий). Из других способов организации каналов связи используются звуковой канал и ИК диапазон.

Организация ИК канала обмена данными рассматривается, например, в уже упоминавшейся работе [11]. Применение звукового канала для обмена данными между роботами рассмотрено, в частности, в работе [23]. Авторы предложили способ кодирования (они называют его формальной моделью языка), в котором каждой букве русского алфавита соответствует последовательность мультисигналов акустических сигналов длительностью 150 мс. Данными являются слова русского языка из ограниченного словаря, передача данных происходит на частоте от 400 до 1100 кГц. В качестве другого примера использования звукового канала можно привести робота-игрушку Furby (<http://www.hasbro.com/en-us/brands/furby>), в которой для обмена данными используется звук с частотной модуляцией в диапазоне около 20 кГц.

Примеры применения ИК и звукового каналов показывают, что оба этих варианта могут использоваться для решения поставленной задачи. Пропускная способность канала обмена данными определяется быстродействием особи (в нашем случае — робота). Время, в течение которого узлы (роботы) должны успеть передать информацию, определяется требованиями ко времени реакции роботов. Опыт работы с реальными устройствами показывает, что это время не должно превышать 0,2 с.

В соответствии с предложенным подходом канал будет использоваться для эмуляции аналоговой коммуникации, т. е. по нему будут передаваться значения характеристик аналоговых сигналов (амплитуды, несущей частоты, длительности и т. д.). Передаваемые характеристики будут описывать аналоговый (нечеткий) сигнал, подлежащий приему и дальнейшей интерпретации роботом в целях выработки реакции на принятый сигнал (сообщение).

4. Представление аналоговых сигналов

Для того чтобы работать с нечеткими сигналами, разобьем диапазоны их возможных значений на интервалы и сопоставим этим интервалам лингвистические переменные. Пусть эти величины имеют по три градации на своих шкалах, например, $(A_1, A_2, A_3) = (\text{высокая, средняя, низкая})$. Тогда значения этих лингвистических переменных можно упорядочить относительно друг друга: $A_1 > A_2 > A_3$.

Если мы говорим, что реакции особей (роботов) должны соответствовать принятым сигналам (может быть, неоднозначно и в зависимости от состояния особи и окружающей среды), то реакции

также могут быть упорядочены относительно сигналов и друг друга:

$$\begin{matrix} A_1 > A_2 > A_3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ R_1 > R_2 > R_3 \end{matrix}$$

где $\rightarrow$ — нечеткая импликация, а R_i — это реакции или наборы реакций, необязательно непересекающиеся. Таким образом, можно ввести не только упорядоченность значений сигналов относительно друг друга, но и упорядоченность разных сигналов относительно друг друга. В конце концов, особь не может выполнять все действия сразу и все равно выбирает самый важный сигнал из полученных и реагирует на него. Такой подход позволит не перечислять все возможные комбинации сигналов и реакции на них, а реагировать естественным образом в соответствии с ситуацией. Используя аналогии из мира животных, графически в упрощенном виде это можно изобразить так, как показано на рис. 2.

Спектр аналогового сигнала является непрерывным. В живой природе животные просто не реагируют на сигналы, которые ими не распознаны (или

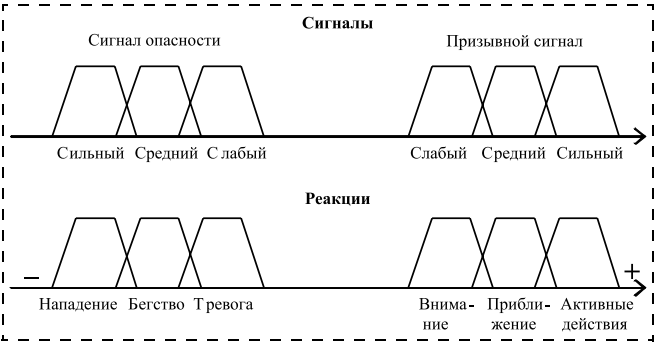


Рис. 2. Соответствие сигналов и реакций на них

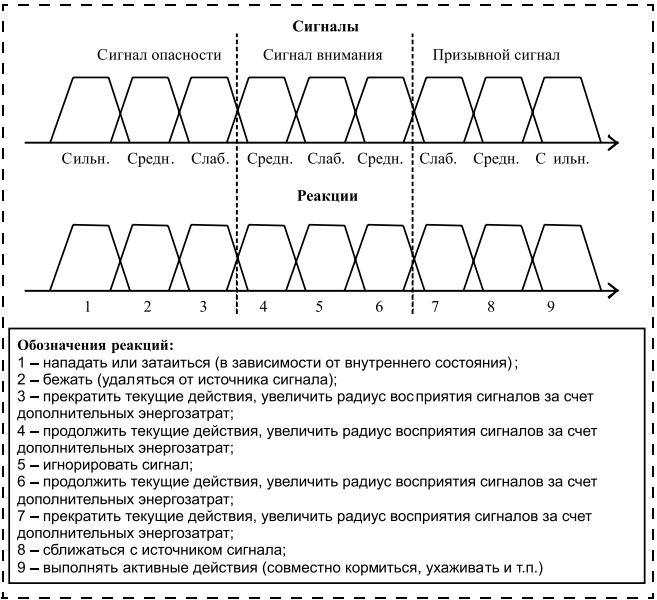


Рис. 3. Расширенная схема соответствия сигналов и реакций на них

реагируют общим повышением внимания). А в технической системе имеет смысл откорректировать эту схему и "заполнить пробелы", предусмотрев реакции на любые принимаемые сигналы. Тогда схема соответствия сигналов и реакций может принять вид, приведенный на рис. 3.

Теперь рассмотрим вопрос о возможной интерпретации сигналов, точнее, значений аналоговых характеристик, передаваемых по дискретному каналу. Если не привязываться к конкретной задаче, а приводить только общие соображения, то помимо информации, которую несет сообщение, можно выделить интенсивность этого сигнала. Достаточно естественным видится подход, при котором амплитуда A будет ассоциироваться с интенсивностью сигнала, а оставшиеся параметры будут отвечать за информационную часть. Информационная часть определяет реакцию особи, а от амплитуды зависит "интенсивность действия" или степень его завершенности.

5. Эксперименты

Общее описание задачи. Для исследования преимуществ нечеткой (псевдоаналоговой) коммуникации на группе роботов была проведена серия экспериментов по имитационному моделированию. Эксперименты проводили на модельной задаче. Рой роботов представлял собой группу агентов, которые перемещаются по тороидальной поверхности. Выделялось два вида агентов: одни охотились, другие (назовем их "зайцами") убегали от "охотников". Каждый из агентов обладал некоторым начальным количеством энергии, которую он тратил на передвижение. Задача "охотника" — поймать как можно больше "зайцев", задача "зайца" — убежать от "охотников". Когда "охотник" догонял жертву, вся энергия "зайца" переходила "охотнику", а "заяц" считался съеденным.

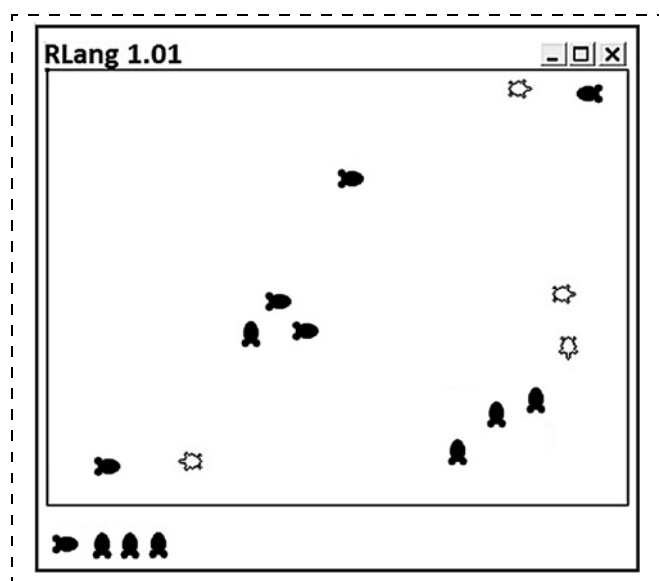


Рис. 4. Общий вид интерфейса программы моделирования

Общий вид интерфейса программы моделирования приведен на рис. 4 (☼ — "охотники", 🐟 — "зайцы").

"Охотники" действовали в одиночку, а "зайцы" обменивались сигналами "опасность" и "просьба о помощи". Оба сигнала являлись широковековыми и не требовали ответа.

Поведение "зайцев" подчинялось нескольким несложным правилам. Если "заяц" не видел источника опасности ("охотника"), не слышал никаких сигналов и обладал достаточным количеством энергии, то он выполнял действие "случайное блуждание". Если "заяц" видел "охотника", то он подавал сигнал "опасность" и выполнял действие "убегать от опасности", т. е. двигался в сторону, противоположную направлению на источник опасности. Если он слышал сигнал "опасность", то в зависимости от условий эксперимента он убегал или оставался на месте и ретранслировал сигнал. Если "заяц" слышал сигнал "просьба о помощи", то он ретранслировал этот сигнал и двигался в направлении источника этого сигнала. Сигнал "просьба о помощи" выдавал "заяц", энергии которого недостаточно для передвижения. Если на его сигнал откликались два и более "зайца" и подходили к нему, то между ними происходило перераспределение энергии по принципу "всем поровну". Если "заяц" получал несколько разных сигналов одновременно, то более приоритетным считался сигнал "опасность", а из однотипных сигналов — тот, чья интенсивность выше.

Все агенты подчинялись правилам локального взаимодействия, причем радиус видимости у "охотников" меньше, чем у "зайцев", а скорость, наоборот, больше. Именно поэтому ретрансляция сигнала опасности позволяла "зайцам" спастись от "охотников".

В разных экспериментах использовались разные значения радиусов и скоростей и их соотношение, и выяснилось, что соотношение результатов слабо зависит от этих параметров. Поэтому далее приводятся только результаты для следующих значений:

- скорость "охотника" — 3;
- скорость "зайца" — 2;
- радиус видимости для "охотника" — 10;
- радиус видимости/слышимости для "зайца" — 20.

Постановка задачи для моделирования. При обмене дискретными сигналами возможны только две ситуации: сигнал есть или его нет. Тогда агент, принявший сигнал, обязан ретранслировать его и убегать от источника (или двигаться к нему). Это приводит к тому, что все агенты, находящиеся в зоне слышимости, тоже ретранслируют сигнал и начнут убегать. При этом агенты успеют спастись от опасности, но потратят много энергии.

Если же рассматривать полученный сигнал как аналоговый, то по его характеристикам можно определить не только его семантику, но и интенсивность, и по-разному реагировать на слабый и сильный сигнал. Это должно обеспечить снижение энергозатрат.

Кроме того, при работе на реальных устройствах в реальных условиях неизбежны потери и искажения сигналов. В случае дискретных сигналов и потеря, и искажение сигнала означает его отсутствие (будем считать для простоты, что искаженный сигнал не может быть правильно распознан). Принимая искаженный аналоговый сигнал, агент, тем не менее, может с помощью функции принадлежности определить, какой именно сигнал он принял. Таким образом, в ходе экспериментов проверялось также предположение о том, что использование нечетких сигналов может повысить надежность канала передачи данных.

Техническая реализация. Для экспериментов сигналы "опасность" и "просьба о помощи" были заданы функциями принадлежности $\mu(F)$, приведенными на рис. 5, а. Интенсивности сигналов определялись функциями принадлежности $\mu(A)$, приведенными на рис. 5, б. Реакция на сигналы ("убегать от" и "двигаться к") задавалась функциями принадлежности $\mu(V)$, приведенными на рис. 5, в.

Таким образом, если поведение "зайцев" для дискретных сигналов описывалось правилами вида

если получено сообщение ("опасность"),
то "убегать от источника сигнала";
если получено сообщение ("просьба о помощи"),
то "двигаться к источнику",

то для нечетких (аналоговых) сигналов эти правила имели вид

если получено сообщение ("опасность") & интенсивность ("высокая"),
то "убегать от источника сигнала";
если получено сообщение ("опасность") & интенсивность ("низкая"),
то "уходить от источника сигнала"
и т. д.

Все эксперименты проводили для одинакового числа агентов: 10 "охотников", 30 "зайцев". Условия проведения экспериментов:

- серия 1: дискретные сигналы, потери сигналов отсутствуют;
- серия 2: дискретные сигналы, потери сигналов 50 %;
- серия 3: сигналы нечеткие (аналоговые), 50 % сигналов передаются с искажениями.

В таблице приведены усредненные данные для 10 прогонов по 500 тактов моделирования.

Как видно из таблицы, в ситуации с дискретными сигналами и при отсутствии потерь (серия 1) через 500 тактов в среднем оставалось 2/3 "зайцев" с общим запасом энергии в 22 % от первоначального количества. При появлении потерь сигналов (серия 2) по сравнению с первой серией число "зайцев" уменьшилось на 20 %, но количество энергии увеличилось за счет того, что "зайцы" реже реаги-

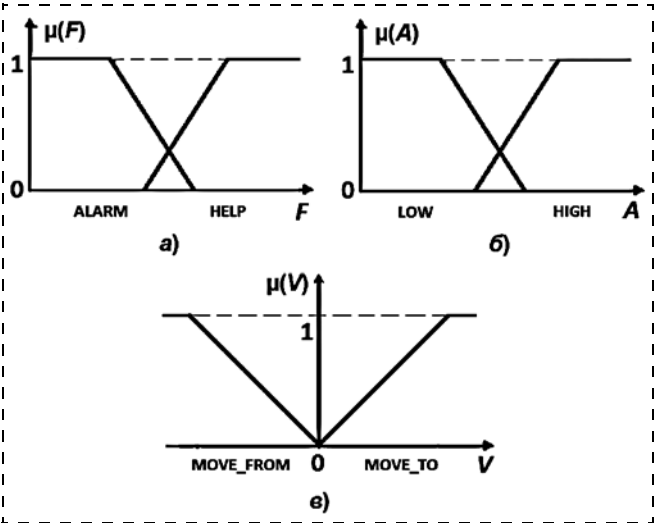


Рис. 5. Функции принадлежности: а, б — сигналов (F — частота, A — амплитуда); в — функции принадлежности действий (V — скорость)

Состояние	Серии					
	Серия 1: скорость дви- жения макси- мальная, поте- ри сигналов нет		Серия 2: скорость движе- ния максималь- ная, потери сиг- налов 50 %		Серия 3: скорость движе- ния зависит от сигнала	
	Число "зай- цев"	Энер- гия, всего	Число "зай- цев"	Энер- гия, всего	Число "зай- цев"	Энер- гия, всего
Начальное	30	12 000	30	12 000	30	12 000
После 500 тактов	20	2601	16	3536	20	3112
Остаток	67 %	22 %	53 %	29 %	67 %	26 %

ровали на сигналы и меньше передвигались. Зато в ситуации с псевдоаналоговыми сигналами (серия 3) за 500 тактов сохранилось то же самое число "зайцев", что и в первой серии, но с меньшими затратами энергии (на 18 %).

Заключение

Результаты вычислительных экспериментов показали, что использование нечетких (псевдоаналоговых) сигналов делает поведение робота более вариабельным и позволяет обеспечить устойчивое функционирование группы меньшими энергетическими затратами на передвижение.

Также были проведены испытания на реальных устройствах. Физически коммуникационный канал был реализован на платформе Arduino и ИК приемнике TSOP1736, который обеспечивает прием сигналов в сегменте с углом около 85°. При использовании четырех приемников между областями приема остается небольшой зазор — область "невидимости", но этот недостаток компенсируется отсут-

ствием "ложных срабатываний", т. е. приема одного и того же сигнала двумя соседними датчиками.

В дальнейшем планируется создание группы роботов и использование псевдоаналоговой коммуникации для обмена сообщениями между роботами в реальных условиях.

Список литературы

1. **Yogeswaran M., Ponnambalam S. G.** An Extensive Review of Research in Swarm Robotics // 2009 World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing, NABIC. 2009. P. 140–145.
2. **Юревич Е. И.** О проблеме группового управления роботами. Мехатроника, автоматизация, управление. 2004. № 2. С. 9–13.
3. **Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г.** Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: Физматлит, 2009. 279 с.
4. **Shi Z., Tu J., Zhang Q., Liu L., Wei J.** A survey of swarm robotics system // 3rd International Conference on Swarm Intelligence, ICSI 2012; Shenzhen; China. 2012. Vol. 7331 LNCS, Iss. PART 1. P. 564–572.
5. **Карпов В. Э.** Знак-ориентированный механизм локального взаимодействия между роботами // Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте. Сб. науч. тр. VIII Междунар. науч.-техн. конф. (Коломна, 18–20 мая 2015 г.). 2015. Т. 2. С. 504–514. — 388 с.
6. **Панов Е. Н.** Методологические проблемы в изучении коммуникации и социального поведения животных // Проблемы этологии наземных позвоночных. Итоги науки и техники. Сер. "Зоология позвоночных". М.: ВИНТИ. 1983. Т. 12. С. 5–70.
7. **Серебрякова Т. А.** Зоопсихология и сравнительная психология. Новгород: ВГИПУ, 2011. 328 с.
8. **Панов Е. Н.** Понятие "сигнал" в аспекте коммуникации животных. О чем речь? // Этология и зоопсихология. 2012. № 2 (6). С. 1–35.
9. **Beer C. G.** Multiple function and gull displays // Function and evolution of behaviour. Oxford: Clarendon Press, 1975. P. 16–64.
10. **Ren X.-P., Cai Z.-X., Chen A.-B.** Current research in multi-mobile robots communication system (Review) // Control and Decision. 2010. Vol. 25, Iss. 3. P. 327–332.
11. **Kornienko S., Kornienko S.** IR-based communication and perception in microrobotic swarms // Proc. of the 7th Workshop on Collective & Swarm Robotics, 18 November, University of Stuttgart, Germany. 2010.
12. **Agent Communication Language: P. 2.** FIPA 97 Specification. URL: <http://www.fipa.org/specs/fipa00018/OC00018.pdf>, дата обращения: 30.09.2015.
13. **Anders Lyhne Christensen, Rehan O'Grady, Marco Dorigo.** SWARMORPH-script: a language for arbitrary morphology generation in self-assembling robots // Swarm Intell. 2008. N. 2. P. 143–165. DOI 10.1007/s11721-008-0012-6.
14. **Gao Z., Yan G., Ding G., Huang H.** Research of communication mechanism of the multi-agent in multi-agent robot systems // High Technology Letters. 2002. Vol. 8, Iss. 1, P. 67–71.
15. **Pal A., Tiwari R., Shukla A.** Multi-Robot Exploration in Wireless Environments // Cognitive Computation. 2012. Vol. 4, Iss. 4. P. 526–542.
16. **Фридман В. С.** Расшифровка "языка животных": идеи, проблемы, перспективы. URL: <http://ethology.ru/library/?id=304>, дата обращения: 30.09.2015.
17. **Cheney D. L., Seyfarth R. M.** How Monkeys See the World: Inside the Mind of Another Species. Chicago: University of Chicago Press, 1990.
18. **Slabbekoorn H., Peet M.** Birds sing at a higher pitch in urban noise // Nature. 2003. Vol. 424. P. 267.
19. **Карпов В. Э.** Частные механизмы лидерства и самосознания в групповой робототехнике // XIII нац. конф. по искусственному интеллекту с междунар. участием КИИ-2012 (16–20 октября 2012 г., Белгород). Тр. конф. Т. 3. Изд-во БГТУ, 2012. С. 275–283.
20. **Beinhofer M., Muller J., Burgard W.** Effective landmark placement for accurate and reliable mobile robot navigation // Robotics and Autonomous Systems. 2013. Vol. 61, Iss. 10. P. 1060–1069.
21. **Jung C., Chung W.** Calibration of kinematic parameters for two wheel differential mobile robots by using experimental heading errors // International Journal of Advanced Robotic Systems. 2011. Vol. 8, Iss. 6. P. 134–142.
22. **Swarm Communication.** Jasmine: swarm robot platform. URL: <http://www.swarmrobot.org/Communication.html>, дата обращения: 30.09.2015.
23. **Павловский В. Е., Кирков А. Ю.** Тональная мультисигнатурная акустическая коммуникация роботов // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2013. № 102. 32 с.

Pseudo-Analog Communication in Robot Groups

I. P. Karpova, karpova_ip@mail.ru✉, National Research University Higher School of Economics (HSE), Moscow, 101000, Russian Federation,
Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, 141700, Russian Federation

Corresponding author: **Karpova Irina P.**, Associate Professor,
National Research University Higher School of Economics (HSE), Moscow, 101000, Russian Federation,
Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, 141700, Russian Federation, e-mail: karpova_ip@mail.ru

Received on October 08, 2015

Accepted on October 12, 2015

This paper discusses local communication issues in a group of homogeneous robots for the purpose of decentralizing group management. A short review is presented of existing research in this area, which is mainly devoted to solutions for individual problems in the field. The possibility is considered to program the messages robots exchange within a group as fuzzy (pseudo-analog). There are comparisons with the natural world, where the social behavior of animals is negotiated with non-distinct messages in a continuous pattern. Issues regarding the physical aspects of organizing communication channels are considered. Robots that are used in group robotics have limited sensor and computing functions, but they should nonetheless be able to orient themselves relevant to one another to coordinate their common actions. Accordingly, the idea is proposed to emulate signal transmissions using a discrete IR-channel. The paper defends the grounds for interpreting received messages based on their sequence and the reactions they produce. The results of computer experiments that model the problem of individualized minds in robots are presented. The results of the computer experiments show that the use of fuzzy messages make robot behavior more variable, and allows the group to function more stably while consuming less energy for movement. These results prove that the proposed method is indeed viable, and also that message comprehension and the reliability of communication channels increases when fuzzy (pseudo-analog) messages are used.

Keywords: swarm robotics, communication in a group of robots, fuzzy signals, social behavior simulation

Acknowledgements: The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 15-01-07900

For citation:

Karpova I. P. Pseudo-Analog Communication in Robot Groups, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 2, pp. 94–101.

DOI: 10.17587/mau/17.94-101

References

1. **Yogeswaran M., Ponnambalam S. G.** An Extensive Review of Research in Swarm Robotics, *2009 World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing, NABIC*, 2009, pp. 140–145.
2. **Jurevich E. I.** O probleme gruppovogo upravleniya robotami (About problem of robots group management), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2004, vol. 2, pp. 9–13 (in Russian).
3. **Kaljaev I. A., Gajduk A. R., Kapustjan S. G.** Modeli i algoritmy kollektivnogo upravleniya v gruppah robotov (Models and algorithms of management in robots groups), Moscow, Fizmatlit, 2009, 279 p. (in Russian).
4. **Shi Z., Tu J., Zhang Q., Liu L., Wei J.** A survey of swarm robotics system, *3rd International Conference on Swarm Intelligence, ICSI 2012*, Shenzhen, China, 2012, vol. 7331 LNCS, Issue PART 1., pp. 564–572.
5. **Karpov V. E.** Znak-orientirovannyj mehanizm lokal'nogo vzaimodejstviya mezhdu robotami (The sign-focused mechanism of local interaction between robots), *Integrirovannye modeli i mjagkie vychisleniya v iskusstvennom intellekte*, Proc. VIII Internat. sc.-tech. conf., 2015, vol. 2, pp. 504–514, 388 p. (in Russian).
6. **Panov E. N.** Metodologicheskie problemy v izuchenii kommunikacii i social'nogo povedeniya zhivotnyh (Methodological problems in studying of communication and social behavior of animals), *Problemy jetologii nazemnyh pozvonochnyh. Itogi nauki i tehniki. Seriya "Zoologiya pozvonochnyh"*, Moscow, VINITI, 1983, vol. 12, pp. 5–70 (in Russian).
7. **Serebrjakova T. A.** Zoopsihologiya i sravnitel'naja psihologiya (Zoopsychology and comparative psychology), Novgorod, Publishing house of VGIPU, 2011, 328 p. (in Russian).
8. **Panov E. N.** Ponjatije "signal" v aspekte kommunikacii zhivotnyh. O chem rech'?" (Concept "signal" of aspect of communication of animals. About what the speech?), *Ethology and zoopsychology*, 2012, no. 2 (6), pp. 1–35 (in Russian).
9. **Beer C. G.** Multiple function and gull displays, *Function and evolution of behavior*, Oxford, Clarendon Press, 1975, pp. 16–64.
10. **Ren X.-P., Cai Z.-X., Chen A.-B.** Current research in multi-mobile robots communication system (Review), *Control and Decision*, 2010, vol. 25, iss. 3, pp. 327–332.
11. **Kornienko S., Kornienko S.** IR-based communication and perception in microrobotic swarms, *Proc. of the 7th Workshop on Collective & Swarm Robotics*, 18 November, University of Stuttgart, Germany, 2010.
12. **Agent Communication Language: Part 2.** FIPA 97 Specification, available at: <http://www.fipa.org/specs/fipa00018/OC00018.pdf>, date of access 30.09.2015.
13. **Anders Lyhne Christensen, Rehan O'Grady, Marco Dorigo.** SWARMORPH-script: a language for arbitrary morphology generation in self-assembling robots, *Swarm Intell*, 2008, no. 2, pp. 143–165, DOI 10.1007/s11721-008-0012-6.
14. **Gao Z., Yan G., Ding G., Huang H.** Research of communication mechanism of the multi-agent in multi-agent robot systems, *High Technology Letters*, 2002, vol. 8, iss. 1, pp. 67–71.
15. **Pal A., Tiwari R., Shukla A.** Multi-Robot Exploration in Wireless Environments, *Cognitive Computation*, 2012, vol. 4, iss.e 4, pp. 526–542.
16. **Fridman V. S.** Rasshifrovka "jazyka zhivotnyh": idei, problemy, perspektivy (Interpretation of "language of animals": ideas, problems, prospects), available at: <http://ethology.ru/librarv/?id=304>, date of access 30.09.2015.
17. **Cheney D. L., Seyl'arth R. M.** How Monkeys See the World: Inside the Mind of Another Species, Chicago, University of Chicago Press, 1990.
18. **Slabbekoorn H., Pcct M.** Birds sing at a higher pitch in urban noise, *Nature*, 2003, vol. 424, pp. 267.
19. **Karpov V. E.** Chastnye mehanizmy liderstva i samosoznaniya v gruppovoj robototekhnike (Private mechanisms of leadership and consciousness in a swarm robotics), *Proceedings of the XIII National Conference on artificial intelligence with the international participation (CAI-2012)*, Publishing house of BG TU, 2012, pp. 275–283 (in Russian).
20. **Beinhofer M., Müller J., Burgard W.** Effective landmark placement for accurate and reliable mobile robot navigation, *Robotics and Autonomous Systems*, 2013, vol. 61, iss. 10, pp. 1060–1069.
21. **Jung C., Chung W.** Calibration of kinematic parameters for two wheel differential mobile robots by using experimental heading errors, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2011, vol. 8, iss. 6, pp. 134–142.
22. **Swarm Communication.** Jasmine: swarm robot platform, available at: <http://www.swarmrobot.org/Communication.html>, date of access 30.09.2015.
23. **Pavlovskiy V. E., Kirkov A. Yu.** Tonal'naja mul'tichastotnaja akusticheskaja kommunikacija robotov (Voice-frequency multifrequency acoustic communication of robots), Preprinty IPM im. M. V. Kel'dysya, 2013, no. 102, 32 p. (in Russian).

УДК 004.93

DOI: 10.17587/mau.17.101-109

В. А. Бобков, д-р техн. наук, зав. лабораторией, bobkov@iacp.dvo.ru,
Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, Владивосток,
В. Ю. Машенцев, ассистент, v.mashentsev@gmail.com,
Дальневосточный федеральный университет, Владивосток

Навигация подводного робота по стереоизображениям*

Описан метод визуальной навигации автономного подводного робота по потоку стереоизображений, основанный на визуальной одометрии. Новизна предлагаемого метода заключается в реализации адаптивной методики расчета траектории робота, ориентированной на достижение высокой точности вычисляемой локализации, обеспечение режима реального времени при онлайн-обработке и на значительное сокращение вычислительных затрат при постобработке.

Ключевые слова: автономный подводный робот, визуальная навигация, адаптивный метод, стереоизображения

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-07-00341) и Программы "Дальний Восток" (проект 15-1-4-025).

Введение

Подводная робототехника применяется сегодня для решения достаточно широкого круга прикладных задач, включая поисковые и спасательные работы, океанологические и экологические измерения, инспекцию подводных коммуникаций, поиск источников экологического загрязнения акваторий и др. Важной задачей при этом является задача точной локализации и навигации автономных подводных роботов (АПР) в априори неизвестной сложной подводной обстановке. В отличие от наземных автономных роботов и летающих беспилотных аппаратов, в случае АПР нет возможности использования систем GPS/ГЛОНАСС или предварительно подготовленных цифровых карт местности. Как правило, для навигационных целей применяются гидроакустические навигационные системы [1], у которых есть свои ограничения. Для получения географической привязки АПР с повышенной точностью применяют также системы развертываемых маяков, однако они требуют значительных усилий и времени для их предварительной установки. Перспективной альтернативой и дополнением к традиционному подходу с использованием гидроакустических приборов для АПР является подход, основанный на обработке видеоинформации. Его привлекательность состоит в том, что при локальном маневрировании, связанном с выполнением требующих высокой точности практических операций АПР, получаемая по видеоинформации точность может быть выше традиционной гидроакустической точности в силу особенностей режима маневрирования. На первом этапе исследований визуального подхода к навигации рассматривались постановки задачи по разработке SLAM-алгоритмов (Simultaneous Localization and Mapping) с обработкой 2D-информации, получаемой одной видеокамерой. Например, в работе [2] успешно была решена задача определения параметров движения автономного подводного аппарата на основе анализа 2D-снимков морского дна с использованием детектора Харриса и предложенного авторами метода выделения границ видимых объектов. Аналогичные методы сохраняют свою актуальность и сегодня в приложениях, где достаточно использования монокамеры. Так, в работе [3] представлен алгоритм, применявшийся при инспекции корпусов судов автономным подводным аппаратом, оснащенным монокамерой. В последнее время стали активно развиваться методы, основанные на обработке стереоизображений, получаемых с помощью стереокамер. Многие из первых и последующих работ, относящихся к подводным аппаратам, основывались на применении фильтра Калмана [4–6]. Как альтернатива применению фильтра Калмана с появлением возможности обработки стереоизображений получил развитие подход, основанный на визуальной одометрии, преимущество которого состоит в совместной обработке 2D- и 3D-видеоданных и возможности вычислять пара-

метры пространственного движения робота (6 степеней свободы). Например, в работе [7] он успешно применялся при решении актуальной задачи реконструкции больших протяженных сцен морской подводной обстановки. Несмотря на имеющиеся сегодня убедительные результаты по разработке visual-SLAM применительно к автономным роботам различного назначения, с разной оснащенностью сенсорами и в разных постановках задачи, остается актуальной задача как повышения точности локализации АПР, так и снижения вычислительных затрат, что особенно важно для обеспечения режима реального времени. Для АПР наземного и летающего типа повышению точности способствует применение лазерных сенсоров типа Kinect [8], однако такие технические возможности для подводных АПР пока не получили должного развития.

В предлагаемой авторами настоящей статье сделан акцент на снижении трудоемкости и повышении точности локализации за счет адаптивного расчета траектории АПР. Рассматривается авторская реализация метода визуальной одометрии и его модификации, направленные на повышение точности навигации АПР и скорости вычислений. В данной работе получили развитие ранее полученные авторами в работах [9, 10] результаты. Предлагаемый метод основывается на обработке последовательности стереоизображений. Основным результатом авторов состоит в разработке адаптивной методики расчета траектории АПР, обеспечивающей оптимизацию достигаемой точности локализации и вычислительных затрат, а также в получении оценок эффективности предложенных алгоритмических решений.

1. Постановка задачи

Задача заключается в разработке адаптивного метода расчета параметров пространственной (6 степеней свободы) траектории АПР при его движении в априори неизвестной подводной обстановке по видеоинформации, получаемой с помощью непрерывной съемки стереокамерой. Адаптивный метод, базирующийся на подходе визуальной одометрии, должен обеспечить существенное снижение вычислительных затрат в сравнении с традиционной реализацией метода визуальной навигации за счет оптимального выбора расчетных позиций АПР в зависимости от характера траектории (высоты траектории над морским дном, скорости движения АПР, степени перекрытия соседних видов камеры) и от требований к алгоритмической эффективности. Также адаптивный метод должен обеспечивать два различных режима расчета траектории — режим реального времени и режим постобработки, каждый из которых должен отвечать своим требованиям, вытекающим из необходимости решения соответствующих практических задач. Разрешение получаемых снимков — от 600×400 до 1360×1024 . Для оценки эффективности предложенного адаптивного метода визуальной навигации необходимо провести вычислительные эксперименты с модифи-

кациями программной реализации метода, построенными на применении в основной вычислительной схеме возможных альтернативных известных и предлагаемых алгоритмических локальных решений.

2. Базовый метод

В рассматриваемой постановке АПР оснащен стереокамерой, с помощью которой он выполняет съемку дна (25 Гц) при движении по траектории в априори неизвестной среде. Задача заключается в точном вычислении параметров траектории АПР с одновременным построением модели среды по получаемой последовательности кадров. Согласно методу визуальной одометрии решение строится на последовательном вычислении локальных перемещений аппарата, описываемых соответствующими локальными матрицами геометрических преобразований. Локальными будем называть перемещения АПР между соседними позициями. Объединение локальных матриц всех предшествующих позиций позволяет получить матрицу преобразования, связывающую мировую систему координат (МСК) с локальной системой координат (ЛСК), привязанной к аппарату в каждой текущей позиции его траектории. Применяемый в настоящей работе метод вычисления матрицы локального преобразования следует уже сложившемуся подходу, основанному на совместном использовании 2D-особенностей на изображениях и 3D-облаков точек, получаемых на базе стереопар. Вычислительную схему определения параметров текущей позиции АПР кратко можно представить следующим образом:

1. Выделение общего множества особенностей на четверке изображений двух стереопар.
2. Генерация и фильтрация двух облаков 3D-точек.
3. Вычисление локального геометрического преобразования, связывающего локальные СК двух соседних позиций.
4. Вычисление параметров текущей позиции АПР путем объединения локальных преобразований предшествующих позиций.

Согласно схеме на первом этапе анализируются две стереопары изображений, относящиеся к двум последовательным во времени позициям АПР. Применительно к ним осуществляется поиск и сопоставление единого множества точечных особенностей, одновременно наблюдаемых на всех четырех изображениях. Для каждой из двух стереопар выполняется построение 3D-точек-особенностей (3D-облако) методом триангуляции, так как известна полная калибровка используемых камер. На втором этапе вычисляется перемещение (шесть степеней свободы) робота из предыдущей позиции в текущую позицию методом решения оптимизационной задачи, где в качестве целевой функции рассматривается минимизация суммарных расхождений по всем точкам двух 3D-облаков.

В рассматриваемом подходе на получаемую точность визуальной навигации негативно влияют

ошибочные сопоставления особенностей и недостаточное число точек в 3D-облаках. Поэтому для устранения влияния ложных сопоставлений применяется фильтрация ошибок как на этапе 2D-обработки (пороговое отсечение, кросс-проверка, эпиполярные ограничения в каждой стереопаре), так и на этапе построения 3D-облаков (итерационная фильтрация точек на основе структурной когерентности облаков или/и на основе критерия связности поверхности). Поддержание гарантированного числа точек в 3D-облаках обеспечивается предлагаемой авторами и описываемой ниже адаптивной методикой.

2.1. Сопоставление особенностей и фильтрация

Сопоставление точечных особенностей выполняется на четырех изображениях — двух стереопарах (1—2 и 3—4), соответствующих двум последовательным позициям АПР на траектории (рис. 1, см. вторую сторону обложки). Большое число правильных сопоставлений обеспечивает высокую точность вычисления локальных перемещений. Ошибки при сопоставлении возникают из-за наличия шумов (различие в освещенности изображений, слабая текстурированность или регулярность текстуры), что приводит к значительной доле ложных сопоставлений и, в конечном счете, к малому числу правильно сопоставленных особенностей после фильтрации. Поэтому было рассмотрено и проверено несколько схем получения единого множества особенностей для четверки изображений двух стереопар с альтернативным использованием известных детекторов SURF, FREAK, FAST, а также алгоритма вычисления диспарантности для калиброванных очищенных пар. При программной реализации использовалась библиотека OpenCV. Возможны несколько схем обхода и применения фильтров при получении единого множества особенностей для четверки изображений. Выбор был сделан в пользу двух схем: а) последовательное сопоставление пар изображений 1—3, 3—4, 4—2 с выделением общего множества особенностей. На всех трех этапах работает SURF. Для каждой пары изображений выполняется сопоставление слева направо и справа налево (cross-checking). Для исключения ложных сопоставлений применяется эпиполярный фильтр для пары 3—4 и для пары 1—2; б) вначале выполняется сопоставление пары 1—3 детектором SURF, затем применяется алгоритм определения диспарантности для калиброванных пар 1—2 и 3—4. Эпиполярный фильтр основывается на известном из геометрии двух изображений эпиполярном ограничении. Согласно эпиполярной геометрии на положение точек m_1 и m_2 , являющихся проекциями одной и той же точки M пространственной сцены на первое и второе изображение, соответственно, накладывается ограничение

$$m_2^T F m_1 = 0$$

(здесь m_1, m_2 — однородные координаты точек, F — фундаментальная матрица), которое заключается в том, что обе точки должны лежать на соответствующих эпиполярных линиях. При фиксации одной из точек эпиполярная линия для второй вычисляется из приведенного соотношения.

Матрица F вычисляется через известные калибровочные матрицы K_1 и K_2 и существенную матрицу E . В свою очередь, существенная матрица E вычисляется как $E = [t]_x R$, где t — вектор переноса камеры, R — матрица поворота камеры, а $[t]_x =$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix} \text{ — матрица векторного произведения.}$$

Процесс сопоставления проиллюстрирован на рис. 1 (см. вторую сторону обложки). На одном из шагов на изображениях 1, 2, 3, 4 были сгенерированы, соответственно, 1123, 1100, 1183, 1146 особенностей. На каждом этапе 1—3, 3—4, 4—2 были сопоставлены, соответственно, 578, 427, 333 особенности. Единое множество на четверке изображений — 333 особенности. Это позволяет построить на следующем этапе два сопоставленных облака 3D-точек, отвечающих двум стереопарам (двум позициям АПР).

2.2. Расчет параметров траектории

Траектория движения АПР представляет собой последовательность позиций, в каждой из которых необходимо вычислить координаты положения и ориентации аппарата в МСК. В качестве МСК без нарушения общности можно выбрать ЛСК АПР в начальной позиции. Тогда, согласно методу визуальной одометрии, мировые координаты очередной позиции траектории можно получить путем объединения локальных перемещений. В свою очередь, изменение в положении и ориентации АПР при локальном перемещении можно вычислить, опираясь на сравнение двух сопоставленных 3D-облаков, одно из которых построено в СК первой стереопары (предыдущая позиция), а другое — в СК второй стереопары (текущая позиция). Пространственная точка P облака стереопары реконструируется по двум образам точечной особенности следующим образом.

Пусть $p_1 = (x_1, y_1)$ — точечная особенность на левом снимке; $p_2 = (x_2, y_2)$ — соответствующая точечная особенность на правом снимке, f — фокусное расстояние левой и правой камеры, A — матрица, преобразующая точки из СК правой камеры в СК левой камеры, $o = (0, 0, 0)$ — начала СК левой и правой камер.

$p_1^{3D} = (x_1, y_1, f)$ — точка P на левом экране для первой особенности,

$p_2^{3D} = (x_2, y_2, f)$ — точка P на правом экране для второй особенности.

Построим луч в левой СК, проходящий через первую особенность:

$R_1 = (o_{ray1}, v_{ray1})$, здесь o_{ray} — точка начала луча, v_{ray} — вектор направления луча, при этом

$$o_{ray1} = o, v_{ray1} = \frac{p_1^{3D}}{\|p_1^{3D}\|}.$$

Аналогичным образом строится луч в правой СК, проходящий через вторую особенность:

$$R_2 = (o_{ray2}, v_{ray2}), \text{ здесь } o_{ray2} = o, v_{ray2} = \frac{p_2^{3D}}{\|p_2^{3D}\|}.$$

Луч R_2 переводится в левую СК, обозначим его через $R_{21} = (o_{ray21}, v_{ray21})$:

$$o_{ray21} = o_{ray2} \cdot A, v_{ray21} = v_{ray2} \cdot A.$$

Теперь точка P строится в левой СК как пересечение лучей R_1 и R_{21} .

Задача вычисления матрицы геометрического преобразования для локального перемещения сводится к решению переопределенной системы уравнений, где данными являются координаты наблюдаемых точек, а неизвестными являются элементы матрицы геометрического преобразования.

Пусть перемещение АПР из позиции p_1 траектории в позицию p_2 определяется некоторым неизвестным преобразованием H , состоящим из вектора переноса и кватерниона вращения. Будем искать это преобразование, основываясь на имеющемся взаимоднозначном сопоставлении двух облаков 3D-точек, наблюдаемых парой камер, соответственно, в позициях 1 и 2. Первое облако $C^1(x, y, z)$ задано в СК первой стереопары, второе облако $C^2(x, y, z)$ — в СК второй стереопары. Задача нахождения матрицы H решается методом градиентного спуска (используется библиотека MATLAB). В качестве параметров оптимизации используются три координаты вектора переноса и четыре координаты кватерниона Q , определяющего вращение в H . Ограничение задается условием — норма Q равна 1.

Целевая функция $F = \sum \|c_k^2 - c_k^1 H\|$, k — номер точки в облаке.

Здесь $\{c_k^1\}$ — множество точек в первом облаке и $\{c_k^2\}$ — множество точек во втором облаке. Тогда с учетом вычисленной матрицы H новое положение АПР вычисляется через предыдущее как $p_2 = p_1 H$. Поскольку нам нужны координаты точек траектории в МСК, необходимо вычислить преобразование из МСК в СК i -й позиции траектории. Если в качестве МСК выбрана СК первой пары в последовательности, то H_0 — единичная матрица (для произвольной МСК необходимо знать H_0). С учетом знания локальных преобразований для всех предшествующих позиций траектории преобразование из МСК в СК i -й позиции вычисляется как последовательное произведение локальных преобразований: $H W_i = H_0 H_1 \dots H_i$. Соответственно, мировые

координаты i -й позиции траектории АПР вычисляются как $p_i = p_0 H W_i^{-1}$.

В качестве альтернативы применению MATLAB для вычисления локального преобразования был реализован вариант с использованием RANSAC-метода и библиотеки MRPT (Mobile Robot Programming Toolkit).

3. Адаптивный алгоритм расчета траектории

Расчет реальной траектории АПР по изображениям необходим при решении двух практических задач: а) навигация робота в режиме реального времени и б) 3D-реконструкция подводной сцены по последовательности видов в режиме постобработки (в этом случае вычисление шести степеней свободы позиций АПР (камеры), по сути, является внешней калибровкой изображений, которая необходима для объединения отдельных видов в единую 3D-модель наблюдаемой сцены). В режиме постобработки для работы алгоритма доступна вся последовательность кадров съемки в каждый момент времени. В режиме реального времени (обработка осуществляется бортовым компьютером синхронно с движением робота) естественным ограничителем при выборе алгоритмом шага обработки траектории является то число кадров, которое было накоплено в процессе съемки к данному моменту времени.

Согласно методу визуальной одометрии вычисление текущей позиции АПР основывается на результатах обработки всех предшествующих позиций. Поэтому для соответствия режиму реального времени необходимо, чтобы скорость алгоритмических вычислений была достаточной для того, чтобы время компьютерной обработки поступающих визуальных данных не превышало времени движения АПР по траектории на текущий момент. Время расчета параметров траектории определяется трудоемкостью обработки одной позиции (в нашем случае она определяется в основном значительной вычислительной трудоемкостью детектора SURF). Поэтому скорость расчета в целом потенциально можно повысить за счет сокращения числа обсчитываемых на траектории позиций. Заметим, что в этом случае при расчете траектории АПР нужно удовлетворять двум противоречивым требованиям одновременно. С одной стороны, для обеспечения высокой точности навигации необходимо близкое соседство обсчитываемых позиций, что приводит к увеличению числа позиций (шагов по траектории) и, соответственно, к увеличению счетного времени. С другой стороны, чтобы сократить общее время счета, необходимо уменьшать число обсчитываемых позиций. Уточним, что здесь и далее под термином "шаг" понимается время (с) перемещения аппарата в очередную позицию или эквивалентное ему число кадров, которое можно подсчитать исходя из известной частоты съемки. Очевидно, что методика с фиксированным шагом не эффективна по ряду причин: не гарантируется достаточное число сопоставленных особенностей, не учитывается форма траектории и ее вы-

сота, динамика движения АПР, число накапливаемых в буфере памяти кадров съемки при реальном движении аппарата не будет соответствовать фиксированному шагу. Поэтому была разработана адаптивная схема расчета позиций траектории, ориентированная на минимизацию счетного времени без ущерба для точности вычисления траектории (при условии, что число обсчитываемых позиций на траектории является достаточным для системы управления АПР). Адаптивность реализуется тремя совместно работающими механизмами: а) выбор размера очередного шага в зависимости от степени перекрытия зон видимости стереокамеры для двух соседних позиций; б) уменьшение шага, если число сопоставленных особенностей меньше заданного порога; в) отсечение тех частей изображения, которые не относятся к перекрытию зон видимости. Оно выполняется непосредственно перед генерацией и сопоставлением особенностей в каждом из четырех исходных изображений.

Первый механизм позволяет задавать максимальное значение очередного шага, гарантирующее заданный размер общей (для двух позиций) зоны видимости, что направлено на минимизацию числа обсчитываемых позиций и, соответственно, на уменьшение времени счета. Уменьшение или увеличение размера общей области видимости позволяет увеличивать или, соответственно, уменьшать максимальный шаг. Зависимость между перемещением камеры и размером общей зоны видимости определяется следующими геометрическими соображениями (рис. 2). Пусть α — вертикальный угол обзора камеры (по движению камеры), R — среднее расстояние камеры до дна, H — линейный размер зоны видимости камеры в проекции на плоскость дна, P — заданный процент перекрытия зон видимости двух камер, f — частота съемки, S — перемещение камеры из предыдущей позиции в текущую позицию при заданном проценте перекрытия зон видимости.

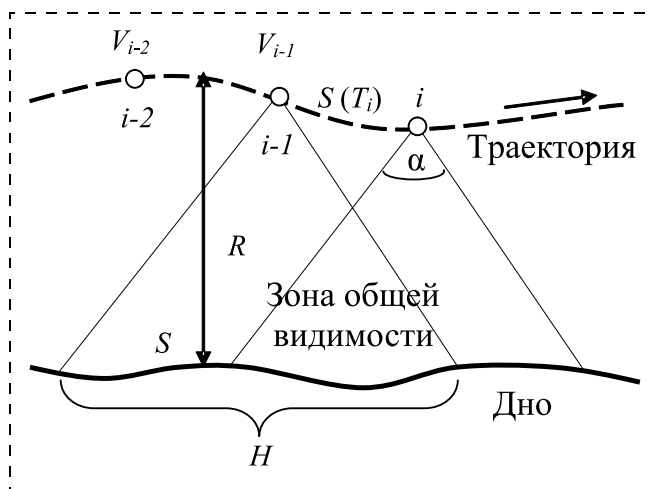


Рис. 2. Вычисление адаптивного шага в зависимости от зоны общей видимости

Тогда

$$H = 2 \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) R,$$

$$S = H \left(1 - \frac{P}{100}\right).$$

При вычислении максимального размера очередного шага будем учитывать динамику АПР, т. е. на прямолинейных участках движения, где скорость высокая, шаг может быть большим, а на криволинейных участках, где скорость движения снижается, шаг должен уменьшаться. Обозначим T_i — искомое время перемещения на очередном шаге i ; T_{pre} — время перемещения на предыдущем шаге $i-1$; V_{i-1} — скорость АПР в позиции $i-1$; V_{i-2} — скорость АПР в позиции $i-2$. Все величины, относящиеся к предыдущему шагу, известны. Величина $A = (V_{i-1} - V_{i-2})/T_{pre}$ определяет ускорение на предыдущем шаге. Соответственно, скорость на текущем участке $[i-1, i]$ будет изменяться от V_{i-1} до величины $V_{i-1} + AT_i$. Для подсчета пути, пройденного за время T_i , можно исходить из средней скорости $V_{i-1} + AT_i/2$. Тогда можно получить выражение для искомой величины T_i :

$$T_i = S / (V_{i-1} + AT_i/2).$$

Оно эквивалентно квадратному уравнению

$$AT_i^2 + 2V_{i-1}T_i - S = 0 \quad (1)$$

с учетом особых случаев:

1) если $A = 0$, то $T_i = \frac{S}{V_{i-1}}$;

2) если $A < 0$ и дискриминант $D = V_{i-1}^2 + 2AS < 0$,

то $T_i = -\frac{V_{i-1}}{A}$.

В общем случае $T_i = (-V_{i-1} + \sqrt{D})/A$. Для пересчета размера шага в число кадров полученную величину умножаем на f . Таким образом, обеспечивается адаптивное вычисление текущего шага с учетом расстояния до дна, размера желаемого перекрытия зон видимости и динамики движения АПР.

Второй механизм — уменьшение шага — направлен на поддержание числа особенностей на

уровне не ниже заданного порога, что необходимо для обеспечения высокой точности вычисления матрицы локального преобразования. Если число сопоставленных особенностей меньше заданного порога, то делается повторное сопоставление после деления шага пополам (в экспериментах порог варьировался от 30 до 100 точечных особенностей). Процесс итеративный, продолжающийся до тех пор, пока не выполнится условие или размер шага не достигнет одного кадра. Этот же алгоритм обеспечивает и последующее постепенное восстановление размера шага до максимального расчетного путем его удвоения.

Механизм отсеечения части изображения, не относящейся к общей зоне видимости, потенциально дает два преимущества. Первое — сокращение времени обработки на этапе сопоставления особенностей за счет меньших размеров обрабатываемых изображений. Второе основное преимущество — эта процедура служит также и фильтром, поскольку естественным образом исключает возможные ошибочные сопоставления особенностей на неперекрывающихся областях, что, в конечном счете, приводит к повышению точности вычислений локальных преобразований. Последующие эксперименты подтвердили это предположение. Относительную величину k отсекаемой части изображения можно получить из анализа зон видимости для двух соседних позиций (рис. 2) и с учетом параметров, получаемых с помощью вышеописанной методики вычисления адаптивного шага: $k = S/H$, здесь S и H — как и выше, перемещение камеры и линейный размер зоны видимости. Согласно формуле (1) $S = VT = (V_{pre} + AT/2)T$, здесь V — средняя скорость на текущем шаге, V_{pre} — скорость в предыдущей позиции, T — время текущего шага, A — ускорение на предыдущем шаге. Тогда отсекаемая часть изображения $cutimage = himage \cdot k$, здесь $himage$ — размер изображения по оси в направлении движения. В изображениях стереопары предыдущей позиции отсекается часть снизу, а в изображениях стереопары текущей позиции отсекается часть сверху.

Аналогичным образом можно исключать из рассмотрения особенности, которые находятся в части изображения, не относящейся к общей зоне видимости между камерами стереопары.

4. Обсуждение результатов экспериментов

Вычислительные эксперименты проводили для ряда модельных сцен с траекториями разной сложности, длины и высоты ее прохождения над дном (рис. 3), а также с разными формами рельефа и текстурами дна. Использовался компьютер PC Intel® Core™ i5 CPU @280GHz с графической платой NVIDIA GeForce GTX 470 в среде ОС WINDOWS. Базовое расстояние между камерами стереопары

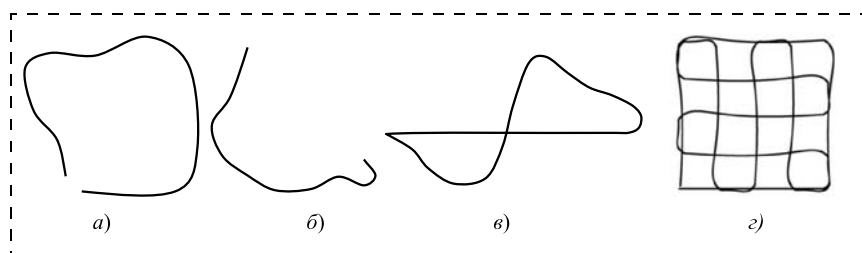


Рис. 3. Тестируемые траектории АПР в модельных сценах (в проекции на плоскость морского дна). Указаны размеры по осям X и Y и расстояния по оси Z до дна: а — сцена: размеры 11×13 м, расстояние 4...10 м, время движения 130 с; б — сцена 2: размеры 80×80 м, расстояние 3,5...8 м, время движения 240 с; в — сцена 3: размеры 40×20 м, расстояние 3,7...10,8 м, время движения 200 с; г — сцена 4: размеры 40×40 м, расстояние 2,3...9,8 м, время движения 1035 с

Варианты реализации метода визуальной навигации			Усредненная по всей траектории абсолютная ошибка смещения (м) (время счета (с))			
			Сцена 1	Сцена 2	Сцена 3	Сцена 4
Базовый вариант (фиксированный шаг = 16 кадров)			0,077 ($T = 181 > \text{времени движения}$)	0,102 ($T = 279 > \text{времени движения}$)	0,121 ($T = 210 > \text{времени движения}$)	0,336 ($T = 1473 > \text{времени движения}$)
Адаптивный шаг	Режим пост-обработки	Без отсечения С отсечением	0,072 (18) 0,042	0,088 (62) 0,075	0,119 (22) 0,102	0,252 (328) 0,194
	Режим реального времени	Без отсечения С отсечением	0,062 ($T < \text{времени движения}$) 0,056 ($T < \text{времени движения}$)	0,092 ($T < \text{времени движения}$) 0,081 ($T < \text{времени движения}$)	0,117 ($T < \text{времени движения}$) 0,098 ($T < \text{времени движения}$)	0,329 ($T < \text{времени движения}$) 0,207 ($T < \text{времени движения}$)

виртуального АПР бралось равным 40 см. Захват кадров осуществлялся с частотой 25 кадров/с. Разрешение захватываемых камерой изображений составляло 600×400 и 800×600 пикселей. Степень перекрытия для алгоритма адаптивного шага устанавливалась в 50...75 %. Точность метода оценивали путем сравнения параметров вычисленной и истинной траектории для разных вариантов алгоритмической реализации. В качестве исходного варианта для сравнения рассматривался метод, описанный в разделе "Базовый метод" настоящей статьи, который близок к традиционной реализации.

Оценивали абсолютную ошибку точности (отклонение параметров вычисленной траектории от истинной в МСК) и локальную (ошибку при перемещении АПР между двумя соседними вычисляемыми позициями АПР). Подготовку модельных сцен выполняли с помощью разработанного авторами программного моделирующего комплекса [11]. На этапе вычисления матрицы локального преобразования по двум 3D-облакам применяли средства оптимизации библиотеки MATLAB и, в качестве альтернативы, аналогичные средства из библиотеки MRPT в комбинации с RANSAC. На рис. 4 (см. вторую сторону обложки) показан вид одной из модельных сцен. Результаты вычислительных экспериментов для этих сцен в разных режимах приведены в таблице. Заметим, что указываемый в таблице режим реального времени адаптивного шага соответствует условиям реальной работы программы на борту АПР (при вычислении очередной позиции траектории число доступных для обработки кадров ограничивается числом накопленных кадров в буфере к данному моменту времени). В таблице приведе-

ны усредненные по траектории значения ошибки вычисления пространственного положения АПР и значения времени расчета траектории на компьютере. Заметим, что наиболее вычислительно затратным этапом работы метода является этап сопоставления особенностей — он занимает около 90 % от общего времени счета.

На рис. 5 показаны графики поведения абсолютной и локальной ошибок в вычислении положения и ориентации для метода с фиксированным и адаптивным шагом в режиме реального времени на примере сцены 1. В качестве ошибки ориентации оценивалось усредненное расхождение по углам ориентации камеры. Здесь используется адаптивный шаг без отсечения изображений. Поскольку для фиксированного шага (базовый вариант) и

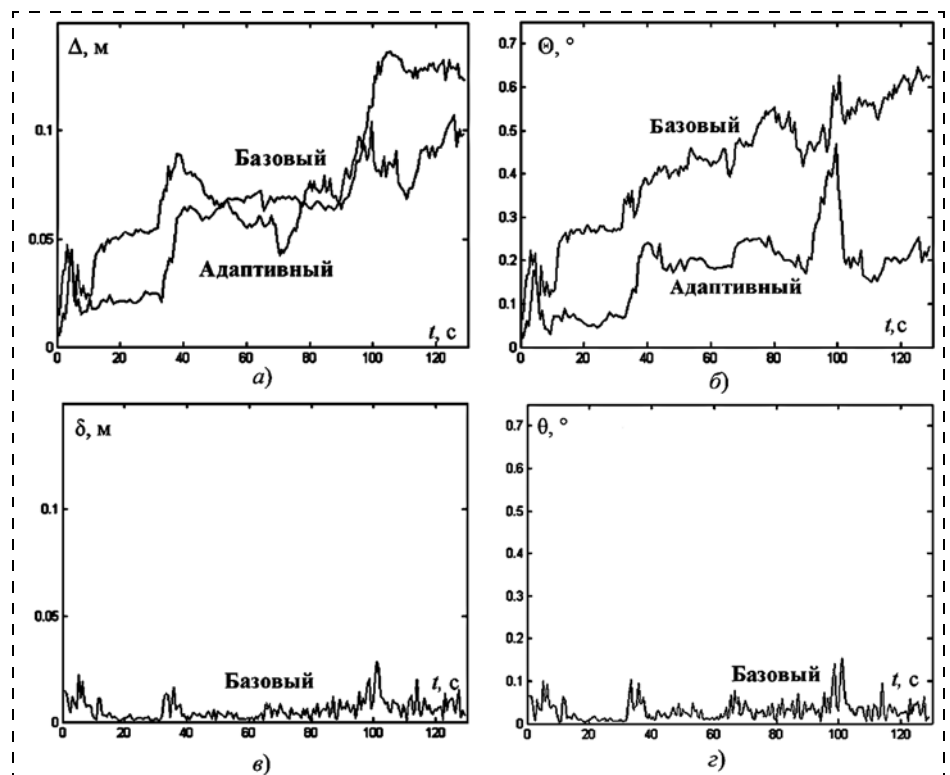


Рис. 5. Точность вычисления траектории для метода с фиксированным и адаптивным шагом в режиме реального времени в зависимости от времени движения АПР (сцена 1): а — абсолютная ошибка Δ в вычислении положения; б — абсолютная ошибка Θ в вычислении ориентации; в — локальная ошибка δ в вычислении положения; з — локальная ошибка θ в вычислении ориентации

адаптивного шага локальные ошибки смещения и ориентации близки, на рис. 5 приведены графики только для базового варианта. Число сопоставленных особенностей при вычислении локальных перемещений изменялось в диапазоне "пороговое значение — несколько сот". Сравнительные результаты измерений для разных сцен с разными режимами и модификациями программы навигации приведены в таблице.

Как видно из таблицы, для сцены 1 адаптивный шаг обеспечивает режим реального времени, в отличие от варианта с фиксированным шагом, где время расчета превышает время движения АПР по траектории. В режиме постобработки время счета значительно сокращается за счет "длинных" шагов. Для сцен 1 и 3 это время почти на порядок меньше времени движения АПР. При этом достигаемая точность навигации для адаптивного шага в обоих режимах, как видно из таблицы, выше точности, получаемой при фиксированном шаге. Также в таблице можно увидеть положительный эффект от применения алгоритма отсека кадров. Очевидным образом, в большей степени он проявляется при длительных перемещениях АПР. Эксперименты с траекторией движения большой длины и сложной формы (сцена 4) показали, что метод визуальной навигации достаточно устойчив к накоплению абсолютной ошибки. Анализ графиков зависимости абсолютной ошибки от времени также показывает, что существует начальный участок траектории с медленным ростом ошибки. Отсюда следует, что локальные маневры небольшой продолжительности могут осуществляться в режиме визуальной навигации с достаточно высокой точностью. Эксперименты показали, что вариант с MATLAB дает лучший результат по точности, чем вариант с применением MRPT + RANSAC (в зависимости от разных сцен — в 1,3...1,6 раза), уступая при этом по времени вычислений 5...10 %. Дополнительные эксперименты были проведены с использованием: а) детектора FREAK, который строит дескриптор, альтернативный дескриптору SURF; б) детектора FAST Corner Detection. Они ускоряют вычисления до 2 раз, снижая при этом точность примерно до полутора раз. Также экспериментально было выявлено, что применение алгоритма вычисления диспарантностей вместо SURF внутри каждой из двух стереопар изображений дает несколько лучший конечный результат по точности и по времени счета. Однако этот алгоритм чувствителен к ошибкам калибровки. Во всех вышеописанных модельных экспериментах использовалась версия OpenCV без CUDA-ускорения. Отдельный сравнительный эксперимент показал, что применение CUDA-версии OpenCV сокращает счетное время на этапе сопоставления особенностей примерно в 9 раз для используемых аппаратных средств.

В целом, анализ результатов экспериментов показывает, что:

- адаптивная методика значительно сокращает время вычислений в режиме постобработки (до

10 раз) и позволяет визуальному методу поддерживать режим реального времени за счет оптимальной обработки захватываемых при движении АПР видеок кадров, не ухудшая при этом навигационную точность. В среднем ошибка локальной точности во всех экспериментах меньше 1 см;

- алгоритм отсека кадров, работая как фильтр, может уменьшить ошибку навигации до 30 % и сократить время вычислений;
- использование аппаратного ускорения графической платы с реализацией параллельных вычислений может существенно ускорить on-line-расчет траектории, давая при этом возможность применять и более вычислительно емкие программно-алгоритмические средства.

Заключение

Полученные результаты по разработке адаптивного метода визуальной навигации и оценке его эффективности позволяют сделать вывод о том, что предложенный метод может быть полезным дополнением и/или альтернативой традиционным средствам навигации автономных подводных аппаратов, особенно в ситуациях локального маневрирования, в целом способствуя повышению качества решения задачи управления движением АПР.

Список литературы

1. Щербатюк А. Ф., Дубровин Ф. С. Алгоритмы определения местоположения АНПА на основе информации о дальности до одного мобильного гидроакустического маяка // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2012. № 9. С. 26—39.
2. Борейко А. А., Мун С. А., Щербатюк А. Ф. Определение движения подводного аппарата на основе обработки видео изображений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 8. Приложение. С. 2—8.
3. Kim A., Eustice R. M. Real-Time Visual SLAM for Autonomous Underwater Hull Inspection Using Visual Saliency // IEEE Transactions on Robotics. 2013. N. 29 (3). P. 719—733.
4. Бобков В. А., Борисов Ю. С. Навигация подводного аппарата на малых дистанциях по оптической информации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 2. С. 75—78.
5. Salvi J., Petillot Y., Battle E. Visual SLAM for 3D Large Scale Seabed Acquisition Employing Underwater Vehicles // IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2008. P. 1011—1016.
6. Eustice R., Singh H., Leonard J., Walter M. Visually mapping the RMS Titanic: Conservative covariance estimates for SLAM information filters. International Journal of Robotics Research. 2006. N. 25 (12). P. 1223—1242.
7. Johnson-Roberson M., Pizarro O., Williams S. B., Mahon I. Generation and visualization of large-scale three-dimensional reconstructions from underwater robotic surveys // Journal of Field Robotics, Special Issue: Three-Dimensional Mapping. Part 3. 2010. Vol. 27. P. 21—51.
8. Stoyanov T., Mojtahedzadeh R., Andreasson H., Lilienthal A. J. Comparative evaluation of range sensor accuracy for indoor mobile robotics and automated logistics applications // Robotics and Autonomous Systems. 2013. Vol. 61. P. 1094—1105.
9. Bobkov V. A., Ron'shin Yu. I., Kudryashov A. P., Mashentsev V. Yu. 3D SLAM from Stereomages // Programming and Computer Software. 2014. Vol. 40. N. 4. P. 159—165.
10. Бобков В. А., Машенцев В. Ю. Визуальная навигация подводного аппарата для целей локального маневрирования // Подводные исследования и робототехника. 2013. № 2 (16). С. 33—37.
11. Бобков В. А., Морозов М. А., Багницкий А. В., Инзарцев А. В., Павин А. М., Щербатюк А. Ф. Имитационный моделирующий комплекс для обследовательского автономного подводного робота // электронный журнал "Научная визуализация". 2013. Т. 5. № 4. С. 47—70.

Navigation of an Underwater Robot by Stereo Images

V. A. Bobkov, bobkov@iacp.dvo.ru✉, Institute of Automation and Control Processes of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Vladivostok, 690041, Russian Federation
V. Yu. Mashentsev, v.mashentsev@gmail.com, Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690091, Russian Federation

Corresponding author: **Bobkov Valery A.**, D. Sc., Head of the Computer Graphics Laboratory, Institute of Automation and Control Processes of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Vladivostok, 690041, Russian Federation, e-mail: bobkov@iacp.dvo.ru

Received on May 15, 2015

Accepted on June 09, 2015

The work is devoted to development of a visual navigation method for an autonomous underwater robot (AUR) using stereo vision. The authors describe the basic principles of implementation of the visual odometry method in accordance with the already established concept of computing, the main stages of which are comparison of the images' features and calculation of the geometric transformation between the neighboring positions of AUR. Two possible modes of operation of a computer program are considered: an on-line mode — the program runs directly on the onboard computer when AUR is moving, and it processes the captured video stream as it becomes available; and a post-processing mode — the program runs on a stationary computer and processes the saved video stream of the whole trajectory. In the first case initially we solve the problem of calculation for each position of the trajectory with the highest possible precision of AUR localization on the current limited sequence of images, and then a problem of provision of real time mode in general. In the second case the task is to ensure a high-precision calculation of AUR localization and increase the speed of calculation through the optimal selection and calculation sequence of the key frames in a path, using the existing video on the entire trajectory. Post-processing is essentially a solution to the task of a full calibration of the sequence of the key frames, which is necessary for solving of the subsequent problem of 3D reconstruction of an underwater scene. A modification of the basic method is suggested. It consists in development and application of an adaptive technique for calculation of AUR trajectory aimed at solving the above problems. It guarantees the desired area of the overlap of the adjacent frames, takes into account the shape of the trajectory and the height of its passage over the sea-floor, driving the dynamic model of AUR, and takes into account the dependence of the number of the actual incoming frames during the movement of the vehicle. Three co-operating techniques realize adaptability: a) selection of the size of the next step, depending on the degree of the overlapping areas of visibility of the stereo camera for two adjacent positions; b) reduction of the step, if the number of the matching features is smaller than the predetermined threshold; and c) cutting off those parts of the image which are not related to the overlap zone of visibility. These techniques provide an optimal way for determination of the sequence of the key frames, in which calculation of the geometric transformation for the local movements is performed. Optimality means achievement of the highest possible accuracy of localization of computation of AUR with the greatest step length in order to ensure the desired overlapping of the adjacent visibility positions. Computation of the local transformation matrixes is carried out proceeding from the condition of the minimal divergences of the points of the two matching 3D clouds. Comparative results of the computational experiments on estimation of the effectiveness of the proposed adaptive method are presented and analyzed. Alternative versions of the individual stages of the general computational scheme are also analyzed. In general, the method can be a useful addition to the traditionally used sonar navigation systems, or a good alternative to them in the conditions of local maneuvering.

Keywords: autonomous underwater robot, stereo video stream, visual navigation, visual odometry, adaptive method

Acknowledgements: This work was supported by RFBR (project № 15-07-00341) and the Far East Program (project 15-1-4-011 o)

For citation:

Bobkov V. A., Mashentsev V. Yu. Navigation of an Underwater Robot by Stereo Images, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 1, pp. 101–109.

DOI: 10.17587/mau/17.101-109

References

1. **Shherbatjuk A. F., Dubrovin F. S.** *Algoritmy opredeleniya mestopolozheniya ANPA na osnove informacii o dal'nosti do odnogo mobil'nogo gidroakusticheskogo majaka* (The algorithms AUV positioning based on information about the range of up to one mobile sonar beacon), *Informacionno-Izmeritel'nye i Upravljajushhie Sistemy*, 2012, no. 9, pp. 26–39 (in Russian).
2. **Borejko A. A., Mun S. A., Shherbatjuk A. F.** *Opredelenie dvizheniya podvodnogo apparata na osnove obrabotki video izobrazhenij* (Positioning underwater vehicle based on the processing of video images), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, Prilozhenie*, 2008, no. 8, pp. 2–8 (in Russian).
3. **Kim A., Eustice R. M.** Real-Time Visual SLAM for Autonomous Underwater Hull Inspection Using Visual Saliency, *IEEE Transactions on Robotics*, 2013, no. 29 (3), pp. 719–733.
4. **Bobkov V. A., Borisov Ju. S.** *Navigatsiya podvodnogo apparata na mal'nykh distantsijah po opticheskoy informacii* (Underwater vehicle navigation on small distances from optical data), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2010, no. 2, pp. 75–78 (in Russian).
5. **Salvi J., Petillot Y., Battie E.** Visual SLAM for 3D Large — Scale Seabed Acquisition Employing Underwater Vehicles, *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2008, pp. 1011–1016.
6. **Eustice R., Singh H., Leonard J., Walter M.** Visually mapping the RMS Titanic: Conservative covariance estimates for SLAM information filters, *International Journal of Robotics Research*, 2006, no. 25 (12), pp. 1223–1242.
7. **Johnson-Roberson M., Pizarro O., Williams S. B., Mahon I.** Generation and visualization of large-scale three-dimensional reconstructions from underwater robotic surveys, *Journal of Field Robotics*, Special Issue: *Three-Dimensional Mapping*, part 3, 2010, vol. 27, pp. 21–51.
8. **Stoyanov T., Mojtahedzadeh R., Andreasson H., Lilienthal A. J.** Comparative evaluation of range sensor accuracy for indoor mobile robotics and automated logistics applications, *Robotics and Autonomous Systems*, 2013, vol. 61, pp. 1094–1105.
9. **Bobkov V. A., Ron'shin Yu. I., Kudryashov A. P., Mashentsev V. Yu.** 3D SLAM from Stereoimages, *Programming and Computer Software*, 2014, vol. 40, no. 4, pp. 159–165.
10. **Bobkov V. A., Mashentsev V. Ju.** *Vizual'naja navigatsiya podvodnogo apparata dlja celej lokal'nogo manevrirovaniya* (Visual navigation of underwater vehicle for local maneuvering), *Podvodnye Issledovaniya i Robototekhnika*, 2013, no. 2 (16), pp. 33–37 (in Russian).
11. **Bobkov V. A., Morozov M. A., Bagnickij A. V., Inzartsev A. V., Pavin A. M., Shherbatjuk A. F.** *Imitacionnyj modelirujushhij kompleks dlja obsledovatel'skogo avtonomnogo podvodnogo robota* (Simulation system for underwater research vehicle), *Nauchnaja vizualizatsiya*, 2013, vol. 5, no. 4, pp. 47–70 (in Russian).

В. М. Иванов, канд. техн. наук, доц., v.ivanov@ulstu.ru,
Ульяновский государственный технический университет

Исследование динамики следящего электропривода с вентильным двигателем в режиме автокоммутации

При исследовании динамических режимов следящего вентильного электропривода обоснованы условия перехода к координатам ротора и дано математическое описание вентильного двигателя как бесконтактного двигателя постоянного тока (БДПТ). Приведена структурная схема следящего электропривода, учитывающая коммутационные процессы и формирование опережающих углов коммутации. Дано обоснование упрощенной структурной схемы вентильного двигателя при работе его в режиме БДПТ. Выполнен синтез регуляторов двухконтурной следящей системы. Приведены результаты исследования динамических режимов привода внизу и вверх диапазона регулирования скорости в системе с программным задатчиком угла и скорости. Показано, что в зависимости от условий работы БДПТ обладает дуальными свойствами: синхронной машины и двигателя постоянного тока. Результаты исследования подтверждают, что характерные особенности предлагаемой системы позволяют обеспечить динамические и статические характеристики вентильного электропривода, работающего в режиме автокоммутации, сопоставимые с векторными системами управления синхронными машинами с ориентацией потокосцепления.

Ключевые слова: следящий электропривод, синхронная машина, обращенная машина постоянного тока, БДПТ, ПИД регулятор, программный задатчик скорости и угла

Введение

Вентильный электропривод в настоящее время широко используется в приводах металлорежущих станков, в робототехнических системах и является одним из основных узлов многих агрегатов и комплексов, используемых для автоматизации технологических и производственных процессов.

Вентильный двигатель (ВД) представляет собой электромехатронную систему, в которой объединены синхронная машина (СМ) с возбуждением от постоянных магнитов, датчик положения ротора (ДПР) и электронный коммутатор обмоток статора, управление которым осуществляется в функции угла поворота. В зависимости от конструктивного исполнения [1, 2] различают два основных типа вентильного двигателя: BLDC (Brushless Direct Current Motor), обмотки статора которого выполняются с насыщением для снижения пульсаций тока при применении трапецеидальной коммутации; PMSM (Permanent Magnet Synchronous Motors), обмотки которого выполняются без насыщения для формирования кругового потокосцепления статора с ротором.

Аббревиатура BLDC аналогична отечественному понятию БДПТ (бесконтактный двигатель постоянного тока, принцип работы которого соответствует обращенной машине постоянного тока). Аббревиатура PMSM чаще используется для обозначения самих синхронных машин с постоянными магнитами и с синусоидальной формой фазных противоЭДС и относится в основном к области вентильного привода с векторным управлением.

Многообразие сфер применения и конструктивных особенностей ВД определило ряд способов управления и регулирования частоты вращения вентильного привода, в том числе при работе в режиме БДПТ. Однако, несмотря на большой объем отечественной и зарубежной литературы [3–5], режимы работы БДПТ до сих пор недостаточно изучены, не исследовано влияние способов управления и угловых параметров на характеристики привода, отсутствует удобная для инженерных расчетов линеаризованная передаточная функция двигателя, нет четких рекомендаций по вопросам синтеза замкнутых систем автоматического регулирования.

Математическое описание ВД в системе координат ротора (d, q) позволяет обосновать условия для представления структуры ВД, аналогичной структуре двигателя постоянного тока [6, 7]. При реализации систем векторного управления используются преобразователи координат, математические модели, многоконтурные системы подчиненного регулирования параметров. Системы векторного управления вентильным электроприводом обеспечивают работу в широком диапазоне скоростей и используются в прецизионных механизмах. Однако использование математической модели в системе вращающихся координат определяет повышенные требования к системе управления. Кроме того, сам принцип предполагает отход от дискретного характера переключения и формирование синусоидальных напряжений и токов в обмотках двигателя.

Необходимо отметить, что описание в системе вращающихся координат не позволяет однозначно использовать указанные структурные представления для обоснования управления ВД как обращенной машины постоянного тока. Это, прежде всего, связано с двойственностью процессов, наличием коммутатора, который, с одной стороны, выполняет функции коллектора, а с другой стороны, совместно с ДПР — функции преобразователя координат.

Таким образом, для адекватной оценки свойств вентильного привода необходимо иметь модели и структуры, учитывающие процессы дискретной коммутации и нелинейные свойства объекта регулирования.

Математическое описание вентильного привода с учетом дискретного характера процесса коммутации

Режим работы ВД существенно отличается от работы СМ, питаемой от преобразователя частоты с внешним управлением, в котором выходная частота тока (напряжения) задается принудительно. Основное отличие привода с ВД заключается в том, что переключение питания обмоток осуществляется в функции угла поворота ротора. Селективное переключение обмоток ВД по сигналам ДПР соответствует преобразованию питающего напряжения (тока) в частоту и фазу ротора, благодаря чему в ВД невозможен асинхронный режим, когда частота ЭДС вращения СМ не совпадает с частотой источника питания.

Если не принимать во внимание особенности систем управления, то ВД можно рассматривать как автокоммутируемый шаговый двигатель.

Режим автокоммутации — основная особенность ВД, которая определяет режим бесконтактной машины постоянного тока (БМПТ). Привод с ВД в режиме БМПТ позволяет исключить пропуск шага и увеличить быстродействие по сравнению с разомкнутым шаговым приводом.

Рассмотрим математическую модель работы ВД в пределах шага коммутации. В шаговом режиме работы изменение потокосцепления статора Ψ на угол θ^* осуществляется за счет коммутации очередной обмотки (рис. 1). Если пренебречь активным сопротивлением обмотки статора [8], то вектор напряжения U опережает вектор потокосцепления статора Ψ на угол $\pi/2$. В установившемся режиме вектор потокосцепления ротора Ψ_f отстает на угол $\Delta\theta = \theta^* - \theta$, где θ — угол поворота ротора.

Проекции модуля вектора напряжения на оси вращающейся системы координат ротора (d, q) определяются следующими выражениями:

$$U_d = -U \sin(\theta^* - \theta); \quad (1)$$

$$U_q = U \cos(\theta^* - \theta). \quad (2)$$

Для двигателей с постоянными магнитами собственная индуктивность фазы и взаимоиндуктивность между фазами благодаря низкому значению магнитной проницаемости материала магнита мало

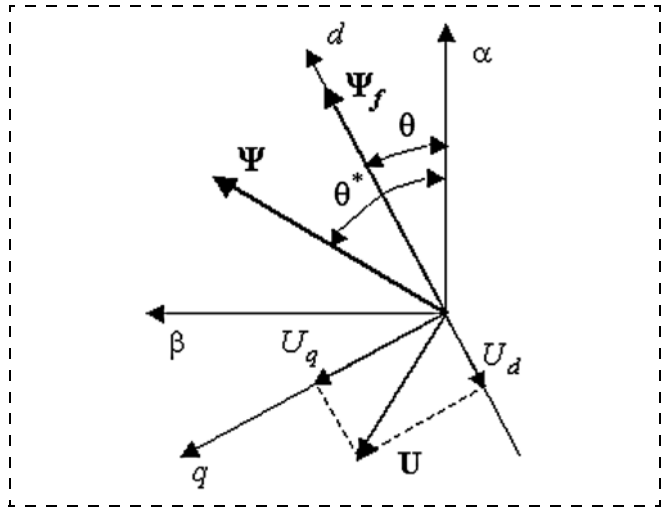


Рис. 1. Векторная диаграмма ВД при отработке шага

зависят от углового положения ротора даже при явно полюсной конструкции. Поэтому можно принять их равными средним значениям. Можно пренебречь также наведением токов в теле ротора, так как материал магнита имеет высокое удельное сопротивление. Как показано в работе [6], уравнения электромагнитных процессов такой электрической машины могут быть записаны в виде

$$U_d = RI_d + p\Psi_d - \omega_o\Psi_q; \quad (3)$$

$$U_q = RI_q + p\Psi_q + \omega_o\Psi_d; \quad (4)$$

$$\Psi_d = L_d I_d + \Psi_f; \quad (5)$$

$$\Psi_q = L_q I_q, \quad (6)$$

где R — сопротивление фазы обмотки статора; L_d, L_q — индуктивности обмоток статора по осям d, q ; $\omega_o = p_n\omega$ — частота ЭДС вращения; ω — частота вращения ротора; p_n — число пар полюсов.

Электромагнитный момент для трехфазной машины через составляющие потокосцепления и тока статора имеет вид

$$M = (3/2)p_n(\Psi_d I_q - \Psi_q I_d). \quad (7)$$

Уравнение механики с учетом потерь может быть записано в виде

$$\omega = \frac{1}{Jp}(M - M_c - d\omega), \quad (8)$$

где J — момент инерции; M_c — момент статической нагрузки; d — коэффициент, учитывающий дополнительный момент демпфирования.

Разрешая уравнения (3) и (4) относительно токов и учитывая, что $p\Psi_f = 0$, получим

$$I_d = (U_d + \omega_o\Psi_q) \frac{1/R}{T_d p + 1}; \quad (9)$$

$$I_q = (U_q - \omega_o\Psi_d) \frac{1/R}{T_q p + 1}, \quad (10)$$

где $T_d = L_d/R$, $T_q = L_q/R$ — постоянные времени статорных обмоток, приведенные к осям d, q ротора.

контура происходит ввод опережающего или отстающего угла коммутации.

При возрастании угла нагрузки создаются условия, когда угол коммутации имеет все время опережающий характер.

По своим свойствам регулятор скорости обеспечивает астатизм как по управляемому, так и возмущающему воздействиям. Ошибка по углу незначительна и введение контура положения эффективно лишь в аналоговых системах управления. На более высоких частотах вращения переходные процессы соответствуют ожидаемым результатам (рис. 7).

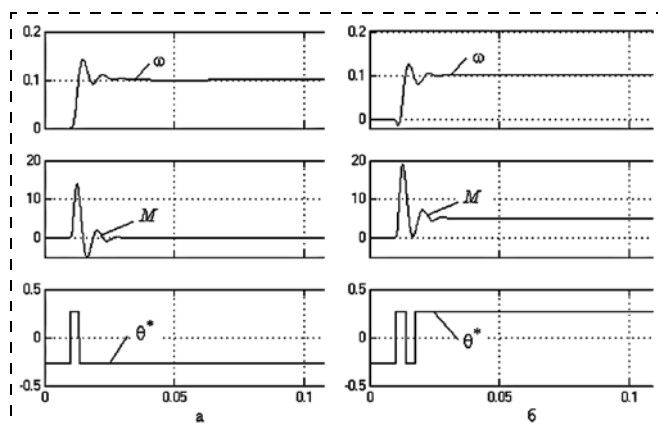


Рис. 6. Переходные процессы внизу диапазона скорости: а — реакция на скачок входного воздействия; б — пуск под нагрузкой

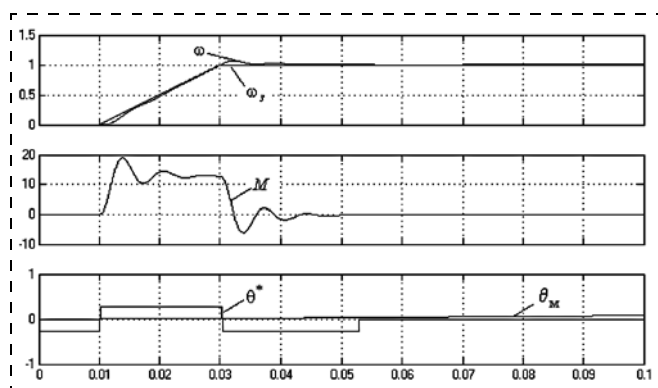


Рис. 7. Переходные процессы при равноускоренном пуске

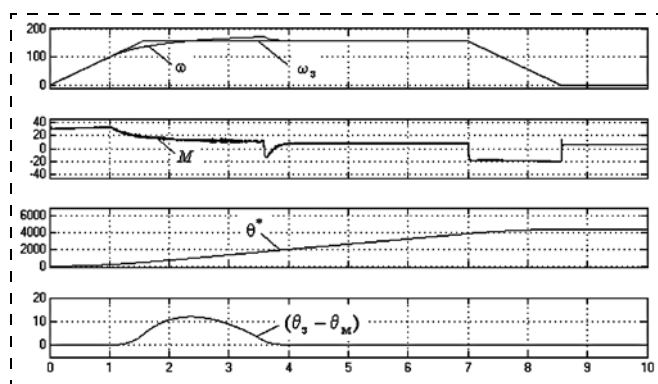


Рис. 8. Переходные процессы пуска в предельно допустимых режимах работы

Контур положения внизу диапазона регулирования не оказывает существенного влияния на процессы, характеризующие работу вентильного привода. Основное его назначение — контроль отработываемой координаты при программном управлении.

Работа контура на предельных скоростях, когда значительное влияние на динамику привода оказывают ЭДС вращения и ограничение по напряжению источника питания, показана на рис. 8.

При выходе на значения скорости, соответствующие указанным ограничениям, происходят уменьшение динамического момента и существенное отклонение скорости от заданного значения.

В результате формируется значительное фазовое рассогласование между формируемым заданием и истинным значением угла поворота ротора. Привод, тем не менее, сохраняет устойчивость и не выходит из синхронизма, так как очередная коммутация обмоток происходит лишь при достижении шага. Это влияет лишь на частоту коммутации. Перерегулирование по скорости вызвано лишь рассогласованием по положению, которое ликвидируется за счет увеличения частоты коммутации.

Таким образом, привод имеет адаптивные свойства, определяющие темп движения в соответствии с нагрузкой и развиваемым моментом.

Практическая реализация контура слежения должна предусматривать контроль угла в значительных пределах, что определяет его работу, соответствующую организации контура позиционной системы регулирования.

Заключение

В рассмотренной структуре вентильного электропривода переход представления от синхронной машины к машине постоянного тока осуществляется путем введения математической модели коммутатора и ДПР, что раскрывает особенности работы ВД, связанные с преобразованием координат статорных цепей к координатам ротора. Это позволяет достаточно полно исследовать функционирование двигателя и оценить предварительные характеристики как проектируемых машин, так и системы управления в целом. Проведенные исследования подтверждают специфические особенности вентильного электропривода: абсолютную жесткость механических характеристик в диапазоне допустимых нагрузок (свойство СД) и снижение частоты вращения по сравнению с частотой холостого хода при увеличении момента нагрузки выше допустимого (свойство двигателя постоянного тока).

Таким образом, если оценивать элементарные системы вентильного электропривода в режиме БМРТ по сравнению с векторными системами управления, то в большинстве практических применений они могут составить достойную конкуренцию в отношении как регулировочных свойств, так и простоты реализации законов управления.

Список литературы

1. Matsui N. Sensorless PM Brushless DC Motor Drives // IEEE Trans. Ind. Electron. 1996. Vol. 43, N. 2. P. 300–308.
2. Acarnley P. P., Watson J. F. Review of Position-Sensorless Operation of Brushless Permanent-Magnet Machines // IEEE Trans. Ind. Electron. 2006. Vol. 53, N. 2. P. 352–362.
3. Косулин В. Д., Михайлов Г. Б., Омельченко В. В., Путников В. В. Вентильные электродвигатели малой мощности для промышленных роботов. Л.: Энергоатомиздат, 1988. 194 с.
4. Михалев А. С., Миловзоров В. П. Следящие системы с бесконтактными двигателями постоянного тока. М.: Энергия, 1979. 160 с.

5. Safi S. K., Acarnley P. P., Jack A. G. Analysis and simulation of the high-speed torque performance of brushless DC motor drives // Proc. Inst. Elect. Eng. Electr. Power Appl. 1995. Vol. 142, N. 3. P. 191–200.
6. Соколовский Г. Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием. М.: Издательский центр "Академия", 2006. 272 с.
7. Балковой А. П., Цаценкин В. К. Прецизионный электропривод с вентильными двигателями. М.: Издательский дом МЭИ, 2010. 328 с.
8. Ивоботенко Б. А., Рубцов В. П., Садовский Л. А., Цаценкин В. К. Дискретный электропривод с шаговыми двигателями / Под общ. ред. М. Г. Чиликина. М.: Энергия, 1971. 624 с.

Dynamics of the Servo Drive Brushless DC Motor in the Auto Switching Mode

V. M. Ivanov, v.ivanov@ulstu.ru✉,

Ulyanovsk State Technical University, Ulyanovsk, 432037, Russian Federation

Corresponding author: Ivanov Vladimir M., Ph. D., Associate Professor, Ulyanovsk State Technical University, Ulyanovsk, 432037, Russian Federation, e-mail: v.ivanov@ulstu.ru

Received on April 21, 2015

Accepted on September 22, 2015

In his study of the dynamic response of a servo valve motor the author substantiated the conditions of transition to the coordinates of the rotor and provided a mathematical description of the valve motor as a Brushless Direct Current Motor (BLDC). The mathematical description of the valve drive (VD) in the rotor (d, q) system of coordinates makes it possible to establish conditions presenting VD as a structure, similar to a direct-current motor (DC-motor). The vector control systems can be implemented by means of converters of coordinates, mathematical models and multiple-loop systems of the subordinated regulation. The vector control systems of the valve actuator ensure its functioning in a wide range of speeds and are used in precision mechanisms. However, the mathematical model describing the system of the rotating coordinates defines increased requirements to the effective control system. Moreover, this principle assumes a withdrawal from a discrete character of switching and establishment of sine-wave voltage and currents in the motor winding. It is important to point out, that a mathematical model of the rotating coordinates does not allow an unequivocal description of the specified structural presentations to define the control valve drive as a reversed DC motor. Firstly, it is defined by the duality of the processes and presence of a commutator functioning as collector, and, secondly, by the rotor position sensor (RPS) functions of the coordinates converter. Therefore, an adequate estimation of the valve drive properties requires models and structures taking into account the discrete switching and nonlinear properties of the controlled object. A block diagram of the servo drive displays the switching processes and formation of the anticipatory switching angles. The research provided a foundation for a simplified block diagram of the valve motor working in BLDC mode and synthesis of the regulators of the double-loop servo system. The dynamic modes of the drive were tested using the bottom and top speeds of the control range in a system with software setters of the angle and speed. It was demonstrated that depending on the operating conditions BLDC possessed dual properties: of a synchronous machine and of a motor of direct current. The dynamic and static characteristics of the valve motor working in the mode of auto switching are prominent features of the designed-system making it comparable with the vector control systems of the synchronous machines with the field oriented control (FOC).

Keywords: servo drive, synchronous machine, reverse DC machine, BLDC, PID regulator, program speed and angle setting device

For citation:

Ivanov V. M. Dynamics of the Servo Drive Brushless DC Motor in the Auto Switching Mode, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 1, pp. 110–115.

DOI: 10.17587/mau/17.110-115

References

1. Matsui N. Sensorless PM Brushless DC Motor Drives, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 1996, vol. 43, no. 2, pp. 300–308.
2. Acarnley P. P., Watson J. F. Review of Position-Sensorless Operation of Brushless Permanent-Magnet Machines, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 2006, vol. 53, no. 2, pp. 352–362.
3. Kosulin V. D., Mikhailov G. B., Omel'chenko V. V., Putnikov V. V. *Ventil'nye elektrodvigateli maloi moshchnosti dlya promysh-*

lennykh robotov (Valve electric motors of small power for industrial robots), Leningrad, Energoatomizdat, 1988, 194 p. (in Russian).

4. Mikhalev A. S., Milovzorov V. P. *Sledyashchie sistemy s beskontaktnymi dvigatelyami postoyannogo toka* (Servo system contactless DC motors), Moscow, Energiya, 1979, 160 p. (in Russian).

5. Safi S. K., Acarnley P. P., Jack A. G. Analysis and simulation of the high-speed torque performance of brushless DC motor drives, *Proc. Inst. Elect. Eng. Electr. Power Appl.*, 1995, vol. 142, no. 3, pp. 191–200.

6. Sokolovskii G. G. *Elektroprivody peremennogo toka s chastotnym regulirovaniem* (AC drives with frequency regulation), Moscow, Izdatel'skii tsentr "Akademiya", 2006, 272 p. (in Russian).

7. Balkovoi A. P., Tsatsenkin V. K. *Pretsizionnyi elektroprivod s ventilyami dvigatelyami* (Precision electric drive with brushless motor), Moscow, Izdatel'skii dom MEI, 2010, 328 p. (in Russian).

8. Ivobotenko B. A., Rubtsov V. P., Sadovskii L. A., Tsatsenkin V. K. *Diskretnyi elektroprivod s shagovymi dvigatelyami* (Digital drive with stepper motors), Energiya, 1971, 624 p. (in Russian).

Б. В. Новоселов, д-р техн. наук, гл. науч. сотр., signal@kovrov.ru,
Всероссийский научно-исследовательский институт "Сигнал"

Оценка предельно допустимых значений кинематических погрешностей механических передач регулируемых приводов

Рассматривается связь кинематических погрешностей механических передач с показателями качества регулируемых приводов. Предложена методика определения требований к предельно допустимым значениям кинематических погрешностей передач исходя из обеспечения необходимых параметров и характеристик приводов. Даны рекомендации по решению задачи согласования на ранней стадии проектирования разработчиками приводов и передач взаимных технических заданий.

Ключевые слова: кинематические погрешности, точность, плавность, предельные границы допустимых погрешностей

Введение

Несмотря на то, что в современных разработках регулируемых приводов часто используют высокомоментные исполнительные двигатели и идентификаторы состояния для формирования корректирующих сигналов, механические передачи, соединяющие двигатели с объектом регулирования и датчиками обратных связей, при решении многих

задач являются не только неотъемлемыми, но и в ряде случаев предпочтительными элементами приводов.

Расположение механических передач в исполнительных механизмах регулируемых приводов можно представить схемами, изображенными на рис. 1, 2, где ИД — исполнительный двигатель; ПП — приборные передачи; СП — силовая передача; ОР — объект регулирования; ДС — датчик скорости; ДУ — датчик угла; $\alpha_2(t)$ — выходная координата привода; $M(t)$ — возмущающее (моментное) воздействие; U_y , U_{k1} , U_{k2} , U_{oc} — соответственно, управляющий сигнал, корректирующие сигналы и сигнал главной обратной связи.

На рис. 3 представлена возможная классификация основных погрешностей механических передач (редукторов). Все они могут быть выражены через следующие основные параметры и характеристики, учитываемые в определенном объеме при синтезе регулируемых приводов: люфт передачи; упругая деформация; кинематическая и циклическая погрешности; характеристика трения на валу нагрузки; момент инерции всех вращающихся частей передачи двигатель — объект регулирования, приведенный к валу двигателя; передаточное число передачи двигатель — объект регулирования как функция угла перемещения объекта регулирования.

Вопросам синтеза регулируемых приводов с учетом тех или иных из этих погрешностей посвящено достаточно большое число работ. Подробный обзор их, в частности, дан в работах [1–3]. Необходимо отметить, что одними из первых работ, в которых рассматривались вопросы учета и оценки влияния погрешностей механических передач на показатели качества регулируемых приводов, являются переводные издания [4–6]. В данной статье рассматривается инженерная методика учета влияния на работу привода только кинематической погрешности на ранних стадиях его проектирования как менее всего рассмотренная в упомянутых изданиях.

Кинематическая погрешность механической передачи, т. е. погрешность передачи из-за неточности изготовления и монтажа элементов зацепления, определяется как разность между действительным

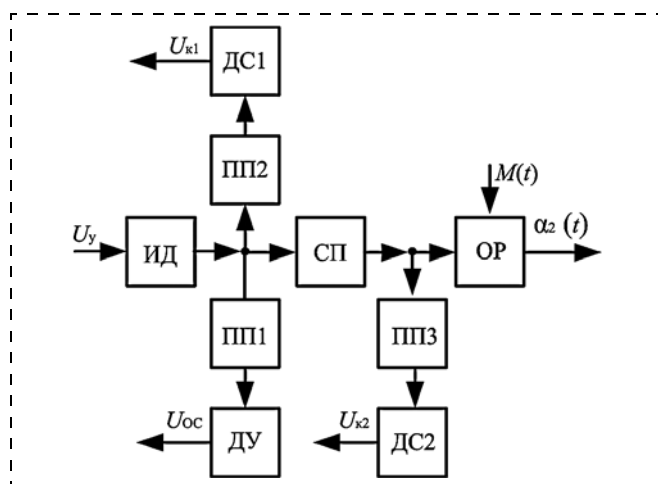


Рис. 1. Схема исполнительного механизма привода с охватом главной обратной связью двигателя

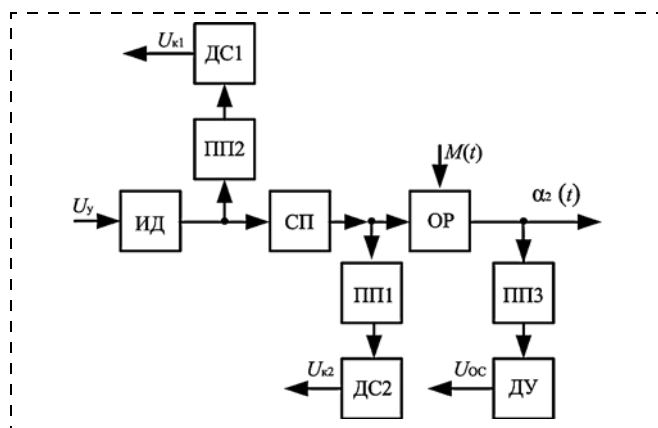


Рис. 2. Схема исполнительного механизма привода с охватом главной обратной связью объекта регулирования

и номинальным (расчетным) углами поворота ведомого зубчатого колеса передачи. В кинематической погрешности зубчатого колеса можно выделить две гармонические составляющие (рис. 4): низкочастотную $\delta_k(\alpha_2)$, определяемую биением венца, а также накопленной ошибкой окружного шага; высокочастотную $\delta_n(\alpha_2)$ (циклическую), обусловленную в основном отклонениями профиля зуба от идеаль-

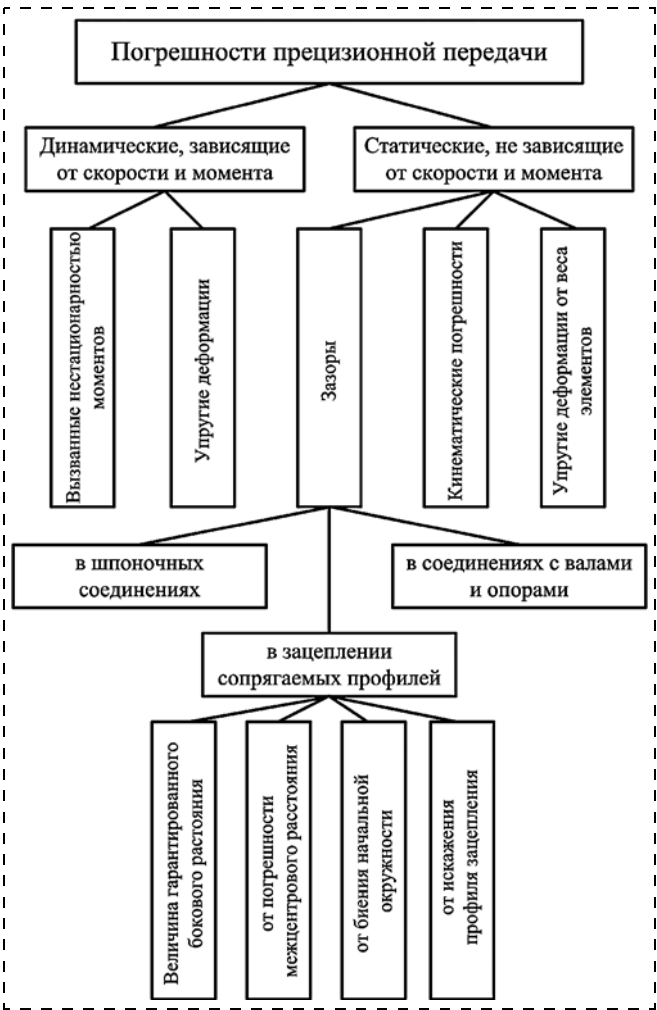


Рис. 3. Классификация погрешностей механических передач

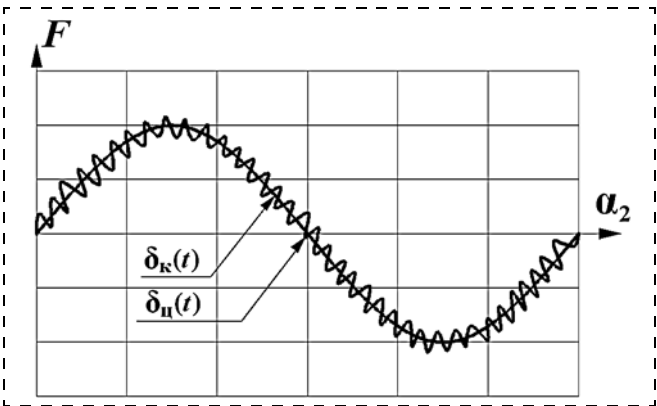


Рис. 4. Графики кинематической погрешности: 1 — низкочастотная составляющая; 2 — высокочастотная составляющая

ного. Период $\delta_k(\alpha_2)$ определяется углом поворота колеса на один оборот, а частота $\delta_n(\alpha_2)$ совпадает с частотой перехода с зуба на зуб. Результаты рассмотрения зубчатой передачи легко переносятся на другие виды передач.

Выразим кинематическую погрешность в виде

$$\delta F_k(\alpha_2) = \alpha_{2д} - \alpha_{2т}, \tag{1}$$

где $\alpha_{2д}$, $\alpha_{2т}$ — действительный и теоретический углы поворота выходного вала зубчатой передачи.

Одним из отрицательных факторов влияния на динамику является изменение передаточного отношения передачи

$$i = \Omega_{вх}/\Omega_2, \tag{2}$$

где $\Omega_{вх} = d\alpha_{вх}/dt$, $\Omega_2 = d\alpha_{2д}/dt$ — соответственно, скорости вращения входного и выходного валов передачи.

Из выражений (1), (2) следует, что

$$i = \Omega_{дв}/\frac{d}{dt} [\alpha_{2т} + \delta F_k(\alpha_2)] = \Omega_{дв}/\left\{ \Omega_{2т} + \frac{d[\delta F_k(\alpha_2)]}{dt} \right\}, \tag{3}$$

тогда передаточное число передачи

$$K_p = \frac{1}{i} = \left\{ \Omega_{2т} + \frac{d[\delta F_k(\alpha_2)]}{dt} \right\} / \Omega_{дв} = K_{p0} + \Delta K_p(\alpha_2), \tag{4}$$

где $\Delta K_p(\alpha_2)$ — изменение передаточного числа из-за кинематической погрешности передачи; $\Omega_{вх} = \Omega_{дв}$ — скорость исполнительного двигателя.

Наряду с изменениями передаточного числа следует помнить и о том, что кинематические погрешности вызывают в передачах дополнительные моментные нагрузки, прежде всего, из-за появления дополнительных ускорений.

Учитывая, что кинематическая погрешность редуктора во многом определяется параметрами зубчатых колес (диаметром D и числом зубьев z), а также точностью их обработки и монтажа, целесообразно уже на первых этапах проектирования и даже согласования ТЗ на регулируемый привод оценить редуктор исходя из требований к приводу по точности, плавности, допустимым ускорениям в зацеплениях. Это особенно важно, так как извечно ведутся споры между разработчиками приводов и механических передач по вопросу обоснованности и реализации задаваемых требований к передачам. Полагаем при дальнейшем изложении материала, что предварительный выбор параметров силовой передачи сделан на стадии энергетического расчета.

Методика оценки допустимых параметров кинематической погрешности редукторов

Этап I. Анализируются технические требования, предъявляемые к приводу по точности (ошибка слежения $\alpha \leq \alpha_{доп}$) и плавности (скорость измене-

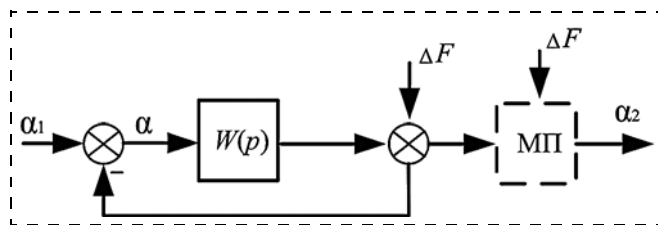


Рис. 5. Обобщенная структурная схема следящего привода для двух вариантов расположения силовой механической передачи

ния ошибки $\dot{\alpha} \leq \dot{\alpha}_{\text{доп}}$). Исходя из них определяются предельно допустимые для привода значения ошибки α_k и скорости ее изменения $\dot{\alpha}_k$, вызванные двумя составляющими кинематической погрешности редукторов, с учетом того, что они составляют лишь часть общих значений $\alpha_{\text{доп}}$, $\dot{\alpha}_{\text{доп}}$:

$$\alpha_{k \text{ доп}} \leq \frac{\alpha_{\text{доп}}}{2n}, \quad \dot{\alpha}_{k \text{ доп}} \leq \frac{\dot{\alpha}_{\text{доп}}}{2n}, \quad (5)$$

где n — число колес редуктора.

Этап II. Полагаем, что обобщенная структурная схема регулируемого привода для двух вариантов — механическая передача (МП) не охвачена главной обратной связью и МП охвачена главной обратной связью (МП входит в $W(p)$ — передаточную функцию разомкнутого привода) — представляется в виде, изображенном на рис. 5. Возмущение в приводе от кинематической погрешности редуктора описывается выражением

$$\delta\alpha_2 = \sum_{k=1}^{2n} \Delta F_k \sin \Omega_k t, \quad (6)$$

где n — число колес редуктора; k — номер составляющей погрешности редуктора от погрешности каждого колеса; ΔF_k , Ω_k — амплитуда и частота составляющей погрешности редуктора от погрешности каждого колеса, соответственно, приведенные к выходному валу редуктора.

Для каждой составляющей погрешности каждого колеса редуктора определяется амплитуда ΔF_k :

$$\Delta F_1 = \delta f_1, \Delta F_2 = \delta f_2, \dots, \Delta F_{2n} = \delta f_{2n} \prod_{i=1}^i j_i; \quad (7)$$

где

$$\delta f_k = 0,5 \delta F_k \frac{6,88}{D_n} ('); \quad (8)$$

δF_k (в минутах) определяется по соответствующему ГОСТ в зависимости от степени точности изготовления колеса, модуля m_n (мм) и диаметра колеса D_n (мм).

Целесообразно при расчетах строить номограммы зависимостей

$$\delta f_k = \Phi(\lambda, D, m), \quad (9)$$

где λ — степень точности изготовления колеса; D , m — соответственно диаметр и модуль зубьев колеса (модуль зубьев колеса — это отношение шага

зубьев зубчатого колеса к числу π . Значение модуля зубьев по делительной окружности стандартизованы).

Такие номограммы строятся на базе официально установленных по ГОСТ норм кинематической точности на имеющиеся передачи. В соответствии с таблицами наибольших значений кинематической погрешности колеса в пределах его полного оборота $(\delta F_{\Sigma})_n$ и циклической погрешности $(\delta F_{\text{ц}})_n$ определяются амплитуды низкочастотных составляющих кинематической погрешности колеса

$$\delta f_k = 0,5[(\delta F_{\Sigma})_n - (\delta F_{\text{ц}})_n] \frac{6,88}{D_n},$$

где $k = 1, 3, 5, \dots, (2n - 1), \quad (10)$

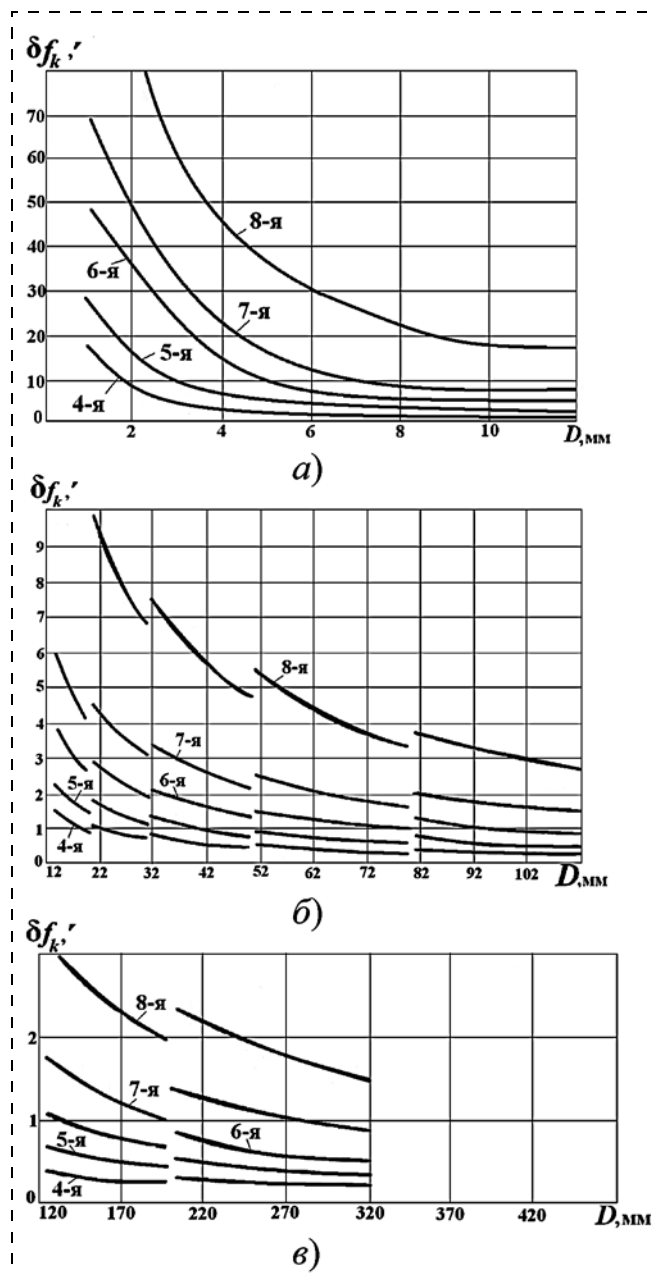


Рис. 6. Номограммы кинематической погрешности низкочастотных составляющих ($m \leq 0,5$) для различных диаметров колес D при различной степени точности λ изготовления колес (4-я, ..., 8-я степени точности)

и высокочастотных составляющих кинематической погрешности колеса

$$\delta f_k = 0,5(\delta F_{\text{ц}})_n \frac{6,88}{D_n}, \text{ где } k = 2, 4, 6, \dots, 2n. \quad (11)$$

В качестве примера на рис. 6, 7 представлены такие номограммы $\delta f_k = \Phi(\lambda, D, m)$.

Этап III. Исходя из требований технического задания к диапазону регулирования скоростей привода

$$D = \frac{\Omega_{2\max}}{\Omega_{2\min}}, \quad (12)$$

анализируется частотный спектр возмущений (6) от каждой составляющей кинематической погреш-

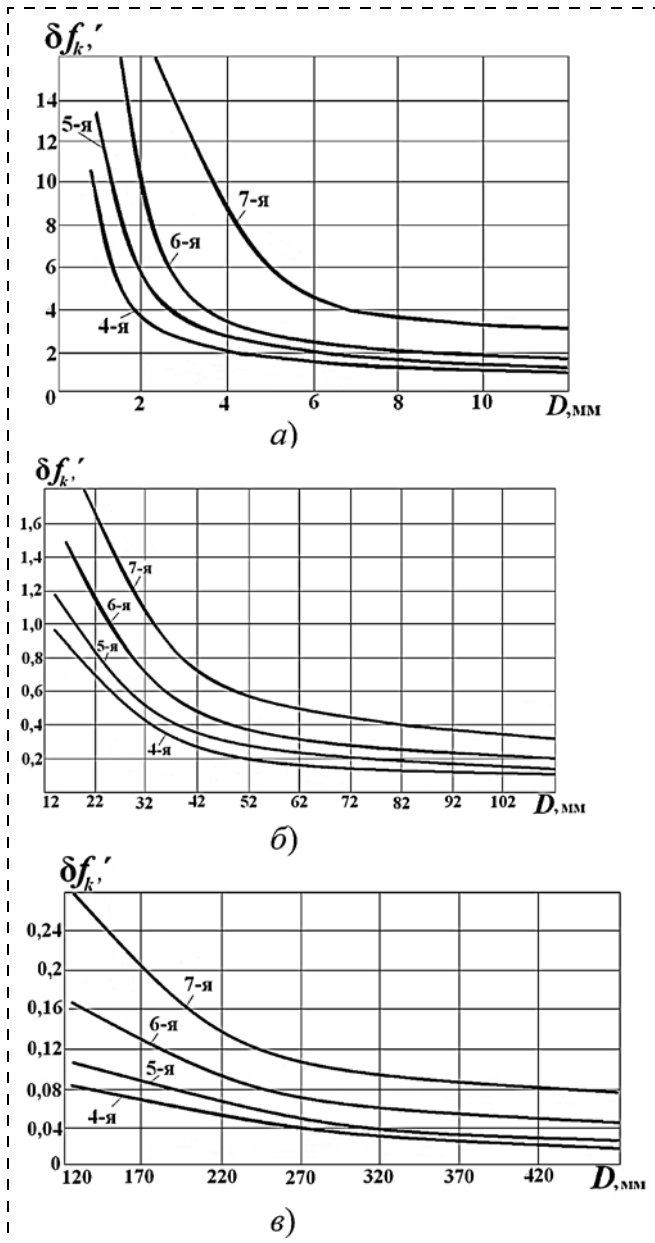


Рис. 7. Номограммы кинематической погрешности высокочастотных составляющих ($m \leq 0,5$) для различных диаметров колес D при различной степени точности λ изготовления колес (4-я, ..., 7-я степени точности)

ности каждого колеса редуктора. При этом считается, что на стадии энергетического расчета исполнительная часть привода двигатель уже выбран, кинематическая схема редуктора определена, передаточное число его распределено по ступеням, и число зубьев z_n каждого колеса предварительно определено.

Тогда частотный спектр возмущения:

- от низкочастотной составляющей 1-го колеса I ступени (выходной ступени) редуктора определяется соотношением

$$\Omega_{k1\min} \div \Omega_{k1\max} = \frac{2\pi(\Omega_{2\min} \div \Omega_{2\max})}{360}; \quad (13)$$

- от высокочастотной составляющей 1-го колеса I ступени — соотношением

$$\Omega_{k2\min} \div \Omega_{k2\max} = \frac{2\pi z_1(\Omega_{2\min} \div \Omega_{2\max})}{360}; \quad (14)$$

- от низкочастотной составляющей 2-го колеса II ступени — соотношением

$$\Omega_{k3\min} \div \Omega_{k3\max} = \frac{2\pi(\Omega_{2\min} \div \Omega_{2\max})}{360}; \quad (15)$$

- от высокочастотной составляющей 2-го колеса II ступени — соотношением

$$\Omega_{k4\min} \div \Omega_{k4\max} = \frac{2\pi z_2(\Omega_{2\min} \div \Omega_{2\max})}{360} \frac{1}{j_1}, \quad (16)$$

$$\text{где } j_1 = \frac{z_2}{z_1}.$$

Для n -го колеса i -й ступени

$$\begin{aligned} \Omega_{k(n-1)\min} \div \Omega_{k(n-1)\max} &= \\ &= \frac{2\pi(\Omega_{2\min} \div \Omega_{2\max})}{360} \left(\prod_{i=1}^n j_i \right)^{-1}; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\Omega_{kn\min} \div \Omega_{kn\max} = \frac{2\pi z_n(\Omega_{2\min} \div \Omega_{2\max})}{360} \left(\prod_{i=1}^n j_i \right)^{-1}. \quad (18)$$

При анализе указанных спектров необходимо обеспечивать

- выполнение условия $\Omega_k \leq \Omega_{\text{доп}}$;
- условие того, чтобы спектр ($\Omega_{k\min} \leq \Omega_{k\max}$) по возможности не находился в области частот, характеризующих резонансную область характеристики $f(\Omega_k) = |\Phi(j\Omega_k)|$, где $\Phi(j\Omega_k)$ — частотная характеристика замкнутой системы с учетом упругости механической передачи привода.

На ранних стадиях проектирования приводов в качестве $\Phi(j\Omega_k)$ используется желаемая передаточная функция, формируемая по требованиям технического задания с учетом передаточных функций уже известных приводов-аналогов. Для формирования желаемой передаточной функции можно воспользоваться, например, методами, изложенными в работе [7].

В результате анализа спектра частот могут быть уточнены числа зубьев каждого колеса редуктора, выбранные на этапе проведения энергетического расчета.

Этап IV. Имея данные расчетов на этапах I—III (номограммы погрешностей, спектры возмущений), строим области предельно допустимых значений параметров ΔF_k , Ω_k , в границах которых обеспечиваются требования, предъявляемые к регулируемому приводу по точности и плавности.

Вариант I. Механическая передача не охватывается главной обратной связью (см. рис. 1, 5).

Предельные графики для F_k , Ω_k представлены на рис. 8. Границы I, II строятся из условий огра-

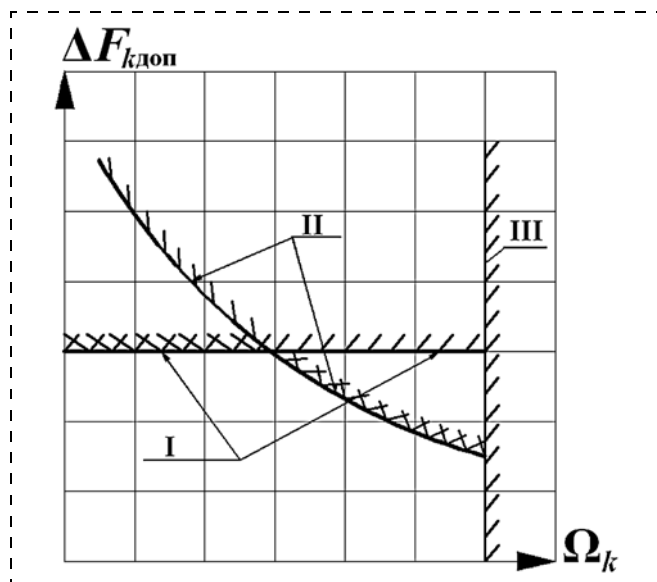


Рис. 8. Области предельных значений кинематических погрешностей для механической передачи, не охватываемой главной обратной связью

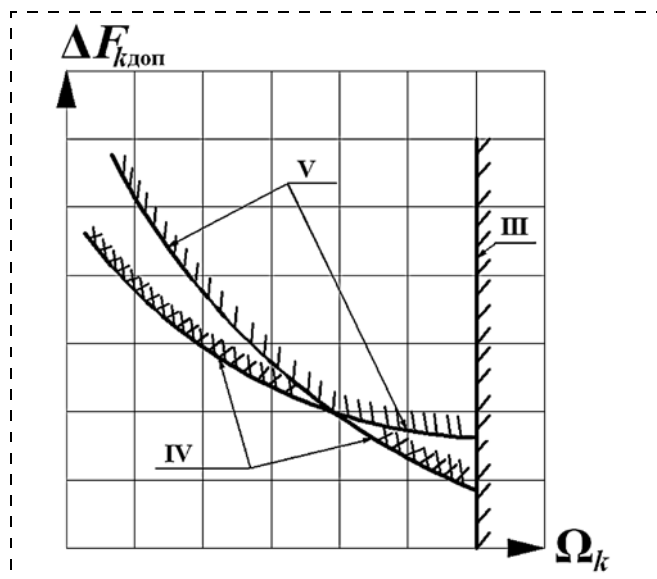


Рис. 9. Области предельных значений кинематических погрешностей для механической передачи, охватываемой главной обратной связью

ничения максимальной амплитуды составляющей погрешности каждого колеса редуктора в соответствии с требованиями по точности:

$$\Delta F_{k \text{ доп}} \leq \alpha_{k \text{ доп}} \quad (\text{граница I}) \quad (19)$$

плавности

$$\Delta F_{k \text{ доп}} \leq \alpha_{k \text{ доп}} / \Omega_k \quad (\text{граница II}). \quad (20)$$

Для обоих вариантов структуры привода граница III строится из условия превышения ускорениями в приводе, появляющимися из-за погрешности редуктора, значений допустимых рабочих ускорений $\ddot{\alpha}_2$ по техническому заданию:

$$\Omega_{k \text{ доп}} \leq \sqrt{\frac{\ddot{\alpha}_{2 \text{ max}}}{\alpha_{k \text{ доп}}}}. \quad (21)$$

Вариант II. Механическая передача охватывается главной обратной связью (см. рис. 2, 5).

Предельные графики ΔF_k , Ω_k для этого варианта представлены на рис. 9. Граница III строится по зависимости (21). Границы IV, V строятся уже с учетом того, что механическая передача входит в замкнутый контур регулирования (см. рис. 5). Зависимости для построения этих границ, соответственно, имеют вид

$$\Delta F_{k \text{ доп}} \leq A(j\Omega_k) \alpha_{k \text{ доп}}, \quad (22)$$

$$\Delta F_{k \text{ доп}} \leq A(j\Omega_k) \frac{\alpha_{k \text{ доп}}}{\Omega_k}, \quad (23)$$

$$A(j\Omega_k) = \frac{1}{|\Phi_\alpha(p)|_{p=j\Omega_k}}, \quad (24)$$

$$\Phi_\alpha(p) = \frac{1}{1 + W(p)}. \quad (25)$$

При использовании выражений (22)—(25) предполагается, что характеристики системы соответствуют линейной зоне ее работы. Это допустимо, так как кинематические погрешности явно проявляют себя именно в режиме слежения при малых значениях ошибки слежения. Если необходимо учесть при этом влияние упругих деформаций, то передаточная функция $W(p)$, естественно, претерпит некоторое видоизменение [8—10].

Заключение

В работе предложена инженерная методика оценки на ранних стадиях проектирования регулируемых приводов допустимых значений кинематических погрешностей силовых механических передач между исполнительным двигателем и объектом регулирования исходя из требований технического задания на разработку привода и механической передачи.

Методика позволит уже на стадии согласования технического задания находить компромисс между разработчиками приводов и механических передач, входящих в них, так как первые иногда предъ-

являют завышенные требования к механическим передачам, а вторые, как правило, считают их необоснованными и почти неразумными.

Для реализации предложенной методики достаточно использовать: ГОСТ на кинематические погрешности зубчатых передач; требования технического задания на разработку приводов по точности, скоростям и ускорениям перемещения объекта регулирования; желаемую частотную характеристику проектируемой системы или ее прототипа по имеющимся аналогам.

Список литературы

1. Новоселов Б. В., Бушенин Д. В. Проектирование механических передач следящего привода. Владимир: Областной совет НТО, 1981. 172 с.
2. Новоселов Б. В. Механические передачи в следящем приводе. М.: НТЦ "Инфортехника", 1993. 112 с.

3. Богатенко И. Н., Белинский А. Д., Новоселов Б. В. и др. Проектирование систем со сложными кинематическими цепями. Киев: Техника, 1996. 282 с.
4. Арент В. Р., Сэвент К. Дж. Практика следящих систем. М.: Госэнергоиздат, 1962. 510 с.
5. Джеймс Х., Никольс Н., Филлипс Р. Теория следящих систем. М.: ИИЛ, 1953. 464 с.
6. Честнат Г., Майер Р. Проектирование и расчет следящих систем и систем регулирования. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1959. Ч. I, 340 с; ч. II, 391 с.
7. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1966. 992 с.
8. Бугрин Б. Ш. Анализ амплитудно-частотной характеристики электропривода с упругой связью при вариации параметров электромеханической системы // Электричество. 1968. № 10. С. 33—37.
9. Бугрин Б. Ш. Передаточные функции электропривода постоянного тока с упругой связью // Электричество. 1971. № 1. С. 49—52.
10. Квартальнов Б. В. Динамика электроприводов с упругими связями. М.-Л.: Энергия, 1965. 88 с.

Estimation of Maximum Permissible Values of Kinematic Errors of Adjustable-Speed Drives Power Transmissions

B. V. Novoselov, signal@kovrov.ru✉, "All-Russian Scientific Research Institute "Signal"
Joint Stock Company, Kovrov, 601903, Russian Federation

Corresponding author: Novoselov Boris V., D. Sc. (Engineering),
Scientific Associate in Chief, "All-Russian Scientific Research
Institute "Signal" Joint Stock Company, E-mail: signal@kovrov.ru

Received on May 26, 2015
Accepted on August 03, 2015

An engineering methodology is set forth that is aimed at estimation of maximum permissible values of kinematic errors of power transmissions in early stages of adjustable-speed drives design. This methodology is based on requirements for the adjustable-speed drives specified by the technical assignment on accuracy, smoothness and peak accelerations. This methodology enables developers of drives and power transmissions to find a trade-off decision concerning the requirements for power transmissions' parameters already during coordination of the technical assignment. At the same time possible implementation of these requirements mainly in terms of manufacturing accuracy and assembly is taken into account. In order to implement the proposed methodology it is sufficient to use the following data: a State Standard for gear kinematic errors; technical assignment requirements for drives design concerning accuracy, velocities and accelerations of controlled member motion; a desired frequency behavior of a designed system or its prototype by available analogs.

Keywords: kinematic errors; accuracy; smoothness; maximum permissible values of reduction units' kinematic errors

For citation:

Novoselov B. V. Estimation Of Maximum Permissible Values of Kinematic Errors Of Adjustable-Speed Drives Power Transmissions, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 1, pp. 116—121.
DOI: 10.17587/mau/17.116-121

References

1. Novoselov B. V., Bushenin D. V. *Proektirovanie mekhanicheskikh peredach sledyashchego privoda* (Design of Servo Drive Power Transmissions), Vladimir, Oblastnoi sovets NTO, 1981, 172 p. (in Russian).
2. Novoselov B. V. *Mekhanicheskie peredachi v sledyashchem privode* (Power Transmissions in Servo Drive), Moscow, NTTs "Infomtekhnik", 1993, 112 p. (in Russian).
3. Bogaenko I. N., Belyanskii A. D., Novoselov B. V., Kuznetsov B. I., Ryumshin N. A., Golovan E. V., Grabovskii G. G., Kozhevnikov V. P. *Proektirovanie sistem so slozhnymi kinematskimi tsepyami* (Design of Systems with Complex Kinematic Chains), Tekhnika, 1996, 282 p. (in Russian).
4. Ardent V. R., Savent K. J. *Praktika sledyashchikh sistem* (Practice of Servomechanisms), Moscow, Gosenergoizdat, 1962, 510 p. (in Russian).

5. James H., Nichols N., Phillips R. *Teoriya sledyashchikh sistem* (Theory of Servomechanisms), Moscow, IIL, 1953, 464 p. (in Russian).
6. Chestnut H., Mayer R. *Proektirovanie i raschet sledyashchikh sistem i sistem regulirovaniya* (Servomechanisms and Regulating Systems Design and Calculation), Moscow, Gosenergoizdat, 1959, Part I, 340 p.; Part II, 391 p. (in Russian).
7. Besekerskii V. A., Popov E. P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Theory of Systems of Automatic Control), Moscow, Nauka, 1966, 992 p. (in Russian).
8. Bugrin B. Sh. *Analiz amplitudno-chastotnoi kharakteristiki elektropivoda s uprugoi svyaz'yu pri variatsii parametrov elektromekhanicheskoi sistemy* (Analysis of Amplitude-Frequency Behavior of Electrical Drive with Spring Linkage when Changing Parameters of Electromechanical System), Elektrichestvo, 1968, no. 10, pp. 33—37 (in Russian).
9. Bugrin B. Sh. *Peredatochnye funktsii elektropivoda postoyanogo toka s uprugoi svyaz'yu* (Transfer Functions of Direct Current Electrical Drive with Spring Linkage), Elektrichestvo, 1971, no. 1, pp. 49—52 (in Russian).
10. Kvartal'nov B. V. *Dinamika elektropivodov s uprugimi svyaz'ya-mi* (Dynamics of Electrical Drives with Spring Linkages), Moscow, Energiya, 1965, 88 p. (in Russian).

Ю. А. Бурьян, д-р техн. наук, проф., burian@omgtu.ru,
В. Н. Сорокин, д-р техн. наук, проф., **Ю. Ф. Галуза**, аспирант,
 Омский государственный технический университет,
С. Н. Поляков, канд. техн. наук, доц., науч. сотр.,
 "НПП "Прогресс", Россия, г. Омск

Система активной виброизоляции с электродинамическим актуатором

Рассмотрена принципиальная возможность построения активной системы виброизоляции с электродинамическим актуатором. Приведена структура системы управления с экстремальным регулятором при использовании сигналов с акселерометра и датчика силы. Дана оценка эффективности системы при случайном характере возмущений.

Ключевые слова: виброизолятор, активная система виброизоляции, экстремальный регулятор, спектр, частота настройки, коэффициент передачи усилия, дисперсия, датчик силы, акселерометр, электродинамический актуатор

Введение

Перспективным направлением теоретических и экспериментальных работ по повышению эффективности виброизоляции является использование активных элементов, связанных с внешними источниками энергии. Необходимо отметить, что если для виброзащиты при силовом или кинематическом возмущении основной задачей является уменьшение амплитуды колебаний (ускорений, скорости) объекта защиты, то для виброизоляции основным является снижение вибрационной нагрузки на основание (корпус объекта) от виброактивных силовых агрегатов.

В настоящее время для целей виброзащиты широко применяются активные виброзащитные системы (АВЗС) с различными типами силовых актуаторов (гидравлические, электромагнитные, пьезоэлектрические и т. д.). Теория и практика применения АВЗС достаточно широко представлена в научно-технической литературе [1, 2].

Известно, что применение пассивных устройств (демпферов, пружин) для задач виброизоляции, т. е. уменьшения передачи усилия от виброактивного элемента на основание, исчерпало свои возможности, и если высокочастотные составляющие усилий виброактивных агрегатов хорошо ослабляются пассивной системой, то снижение вибрационной нагрузки на корпус в области низких частот является в настоящее время нерешенной проблемой.

Необходимо отметить, что если увеличение коэффициента демпфирования для систем виброзащиты играет положительную роль, то в виброизоляции это является отрицательным фактором.

Настоящая работа направлена на решение задачи повышения эффективности виброизоляции в области низких частот с использованием в качестве актуатора электродинамического привода с учетом того, что в процессе эксплуатации силовых агрегатов меняется частота силового воздействия, и, как

следствие, появляется необходимость автоматической настройки параметров системы управления.

Рассмотрен один из возможных вариантов решения этой задачи при использовании информационных сигналов с акселерометра и датчика силы для создания экстремальной системы управления активной системы виброизоляции.

1. Активная система виброизоляции с инерционным преобразователем движения

Принципиальная схема такой системы в предположении идеальной работы акселерометра и актуатора приведена на рис. 1.

Известно [2], что создание актуатором усилия, пропорционального ускорению массы m_0 , приводит к результату, аналогичному использованию инерционных преобразователей движения.

Дифференциальное уравнение, описывающее динамику механической системы на рис. 1, имеет вид $(m_0 + k)\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F_0 \sin \omega t = F(t)$, где k — коэффициент передачи последовательно соединенных акселерометра, усилителя, актуатора, представляющий собой аналог приведенной массы в гидроопоре [1] с инерционным преобразователем движения; F_0 , ω — амплитуда и частота внешнего воздействия; c , b — коэффициенты жесткости и демпфирования.

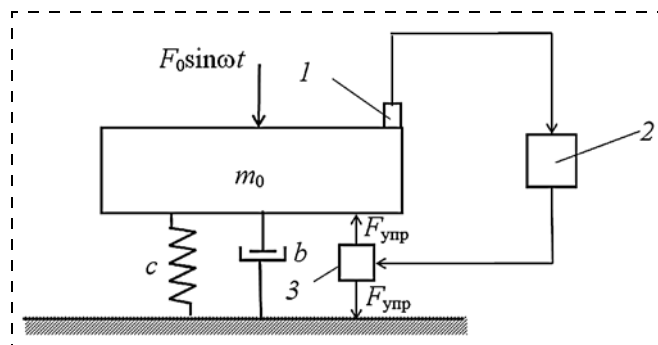


Рис. 1. Принципиальная схема активной системы виброизоляции: 1 — акселерометр; 2 — усилитель; 3 — актуатор

Усилие R , передаваемое на основание, будет определяться выражением

$$R = cx + b\dot{x} + k\ddot{x}.$$

Комплексный коэффициент K_{Π} передачи усилия на основание через активную виброизолирующую опору будет иметь вид

$$K_{\Pi}(j\omega) = \frac{R(j\omega)}{F(j\omega)} = \frac{c - k\omega^2 + bj\omega}{c - (m_0 + k)\omega^2 + bj\omega}, \quad (1)$$

где j — мнимая единица.

Выражение для модуля $|K_{\Pi}(j\omega)|$ после несложных преобразований можно привести к виду [3]

$$K_{\Pi} = \frac{1}{n+1} \sqrt{\frac{(z^2 - n)^2 + 4v_0^2 n^2 z^2}{\left(z^2 - \frac{n}{n+1}\right)^2 + 4v_0^2 \left(\frac{n}{n+1}\right)^2 z^2}}, \quad (2)$$

$$\text{где } z = \frac{\omega}{\omega_0}; \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m_0}}; v_0 = \frac{b}{2m_0\omega_0}; n = \frac{m_0}{k}.$$

Из выражения (2) можно определить частоту настройки активной виброопоры, для которой значение K_{Π} минимально: $\omega_H = \omega_0 \sqrt{n}$.

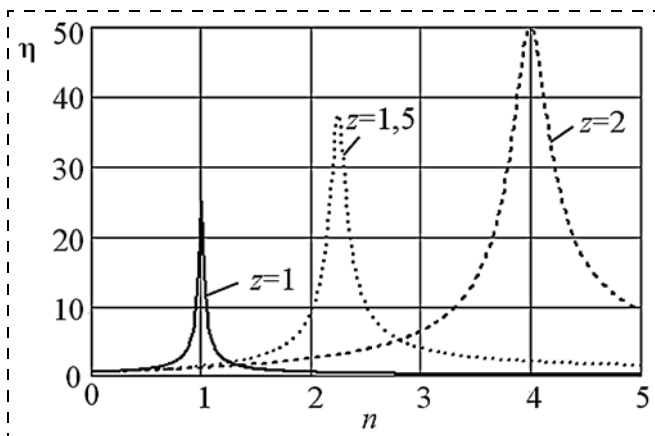


Рис. 2. Зависимость величины $\eta = 1/K_{\Pi}$ от параметра n

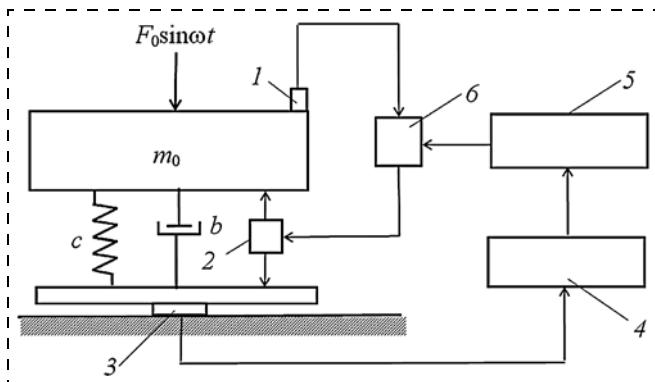


Рис. 3. Принципиальная схема активной системы виброизоляции с экстремальным управлением:
1 — акселерометр; 2 — актуатор; 3 — датчик силы; 4 — блок определения амплитуды; 5 — экстремальный регулятор; 6 — переменный коэффициент усиления

Анализ эффективности виброизоляции в точках настройки в зависимости от параметра n при различных значениях z показывает, что величина K_{Π} имеет экстремум. Следовательно, если измерить амплитуду силы, передаваемой через систему виброизоляции на основание, то можно построить экстремальную систему управления активной виброопорой.

Для построения экстремального регулятора (ЭР) целесообразно ввести функцию $\eta = \frac{1}{K_{\Pi}}$, зависимо-

сти которой от параметра n при разных значениях z даны на рис. 2. Экстремальная САУ должна автоматически определять значение k , которое при произвольных z (т. е. ω) обеспечивает $\min K_{\Pi}(\max \eta)$.

Принципиальная схема активной виброизолирующей опоры с экстремальной системой управления показана на рис. 3.

2. Активная система виброизоляции с электродинамическим приводом

Если в активной системе виброизоляции с управлением по ускорению в соответствии с рис. 1 в качестве актуатора применен электродинамический силовой привод, то дифференциальные уравнения, описывающие динамику системы, будут иметь вид [4]

$$\begin{cases} m_0 \ddot{x} + b\dot{x} + cx = F(t) + B\ell i; \\ L \frac{di}{dt} + Ri = u - B\ell \dot{x}, \end{cases} \quad (3)$$

где u — напряжение управления на обмотке подвижной катушки; i — сила тока; $B\ell i$ — электродинамическая сила; L, R — индуктивность и активное сопротивление подвижной катушки; B — магнитная индукция; ℓ — общая длина проводника.

В уравнениях (3) учтено, что при движении катушки в магнитном поле индуцируется электродвижущая сила F_3 (противоЭДС) по закону $F_3 = -B\ell \dot{x}$.

Будем полагать, что управление u формируется по данным измерителей ускорения и относительной скорости по закону:

$$u = -K\ddot{x} + K_1 \dot{x}. \quad (4)$$

Вводя оператор $p = \frac{d}{dt}$, из соотношений (3) и (4)

можно получить

$$(mp^2 + bp + c)(Lp + R) + B\ell p(Kp - K_1 + B\ell) = F(Lp + R). \quad (5)$$

Усилие R_0 , передаваемое на основание, будет иметь вид

$$R_0 = c + bp + \frac{B\ell p(Kp - K_1 + B\ell)}{Lp + R}. \quad (6)$$

Комплексный коэффициент $K_{\Pi}(j\omega)$ передачи усилия на основании определяется выражением

$$K_{\Pi}(j\omega) = \frac{(c + bj\omega)(Lj\omega + R) + B\ell j\omega(Kj\omega - K_1 + B\ell)}{(-m\omega^2 + bj\omega + c)(Lj\omega + R) + B\ell j\omega(Kj\omega - K_1 + B\ell)}. \quad (7)$$

Модуль $|K_{\Pi}(j\omega)|$ будет определять эффективность виброизоляции в зависимости от параметров системы и частоты возмущающего воздействия. Анализ величины K_{Π} показал, что для задач виброизоляции дополнительное демпфирование из-за возникновения противоЭДС является нежелательным, поэтому, выбирая коэффициент $K_1 = B\ell$ в уравнении (4), можно компенсировать усилие из-за противоЭДС.

Легко видеть, что в этом случае устойчивость системы 3-го порядка обеспечивается при любых значениях параметров.

Вводя новые обозначения $T = \frac{L}{R}$, $\frac{1}{n_1} = \frac{B\ell}{Rm_0} K + T \cdot 2\xi\omega_0$, комплексный коэффициент $K_{\Pi}(j\omega)$ можно записать в виде

$$K_{\Pi}(j\omega) = \frac{-\frac{1}{n_1}\omega^2 + (2\xi\omega_0 + \omega_0^2 T)j\omega + \omega_0^2}{T(j\omega)^3 - \left(1 + \frac{1}{n_1}\right)\omega^2 + (2\xi\omega_0 + \omega_0^2 T)j\omega + \omega_0^2}. \quad (8)$$

Коэффициент K в случае использования в качестве актуатора электродинамического силового привода будет иметь, как и для идеального актуатора, экстремум, зависящий от частоты возмущающего воздействия.

На рис. 4 показана зависимость K_{Π} от n_1 при различных значениях T и для $f = 9$ Гц. Необходимо также отметить, что на характеристики $K_{\Pi}(n_1)$ су-

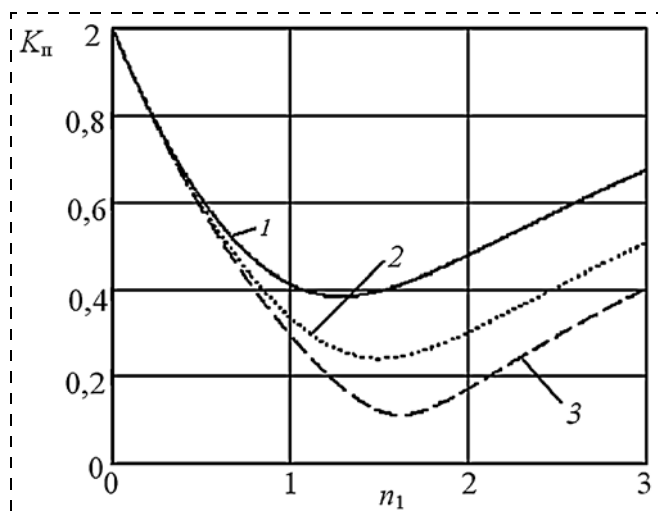


Рис. 4. Зависимость K_{Π} от n_1 при $f = 9$ Гц:
1 — $T = 0,01$ с; 2 — $T = 0,005$ с; 3 — $T = 0,001$ с

щественно влияет постоянная времени T . Анализ модуля выражения (8) показал, что для эффективной работы активной системы виброизоляции в области частот настройки $\omega_n = \omega_0 \sqrt{n_1}$ для постоянной времени T должно выполняться условие $T < 0,01$ с.

3. Активная система виброизоляции с электродинамическим приводом и экстремальным регулятором

Принципиальная схема активной системы виброизоляции с экстремальным регулятором (ЭР) приведена на рис. 3, где актуатор представляет собой электродинамический привод, а динамика электромеханического блока описывается дифференциальными уравнениями (3) и (4).

Для обеспечения помехозащищенности в качестве ЭР целесообразно выбрать, например, дискретный шаговый регулятор [5]. В таком ЭР амплитуда R_m сигнала с датчика силы после преобразования $\beta = \frac{1}{R_m}$ определяется дискретно через интервалы времени Δt . По результатам сравнения величин β в начале и конце каждого шага изменяется управляющее воздействие u (в предположении отсутствия зоны нечувствительности регулятора) в соответствии со следующим алгоритмом:

$$U_{n+1} = U_n + \Delta u \Phi_{n+1}, \quad (9)$$

где $\Phi_{n+1} = \text{sign}(\Delta\beta)\text{sign}\Phi_n$ — функция переключения на $(n+1)$ -м шаге квантования по времени; U_n , U_{n+1} — управляющее воздействие на n -м и $(n+1)$ -м шаге квантования по времени соответственно; Δu — приращение управляющего воздействия на каждом шаге квантования по времени; $\Delta\beta_n$ — приращение критерия β на n -м шаге.

Математическое моделирование активной системы виброизоляции с экстремальным регулятором в соответствии со схемой на рис. 4 и алгоритмом (5) проведено в среде пакета прикладных программ MATLAB/Simulink. Для моделирования амплитуды сигнала с датчика силы использован блок Variance (вычисление дисперсии).

Модель в программе Simulink приведена на рис. 5. При моделировании принято, что $T = 0,005$ с, $B\ell = 100$ Тл·м, $R = 40$ Ом, $f_0 = 7$ Гц, $\xi = 0,1$.

В схеме набора на рис. 5 показана также пассивная система, на вход которой подается тот же сигнал, что и на активную систему.

При настройке ЭР в соответствии с рис. 5 необходимо установить величину Δt (блок временной задержки) и коэффициент усиления $K_{\text{ин}}$ интегратора (виртуальное исполнительное устройство).

На рис. 6 показан переходной процесс $k(t)$ (в модели сигнал на выходе интегратора). При достижении значения $k^0 = 0,66$ (соответствующего оптимальному n на рис. 4) система совершает автоколебания около этого значения с амплитудой, зависящей от настроек Δt и $K_{\text{ин}}$.

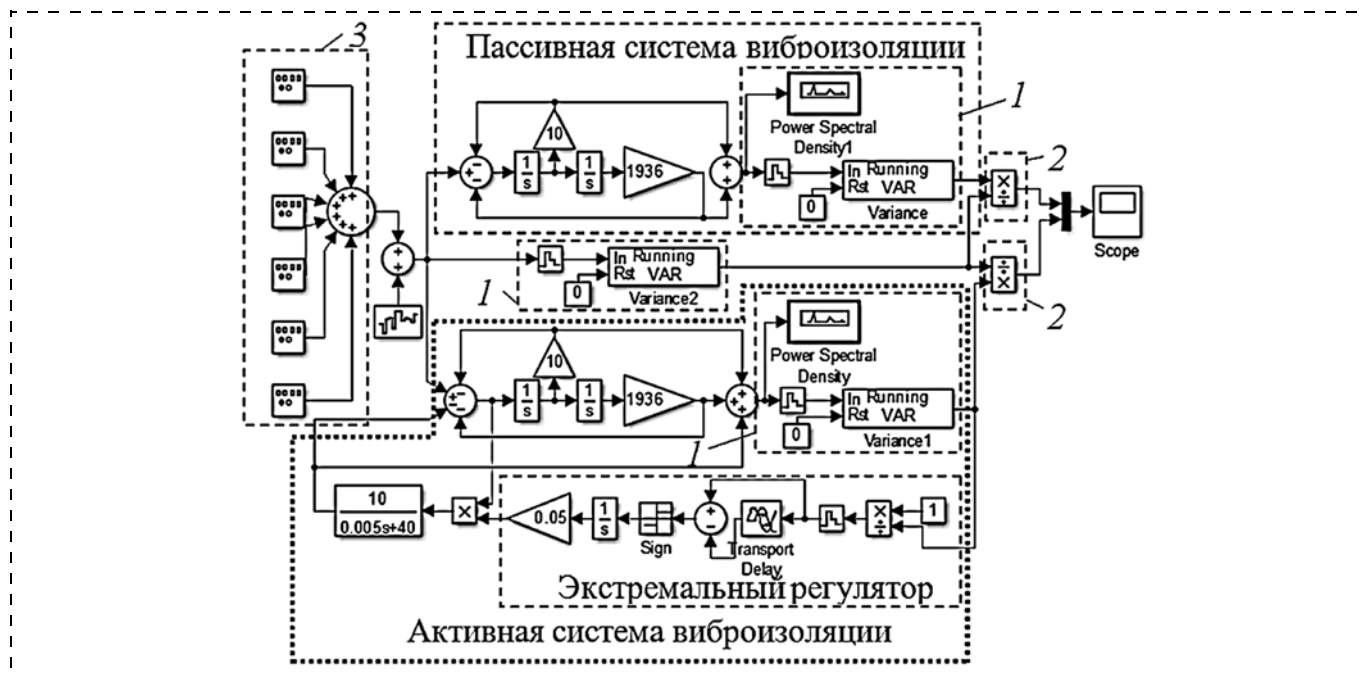


Рис. 5. Модель в программе Simulink:

1 — блок определения дисперсии; 2 — блок вычисления $K_{\text{н}}$; 3 — блок формирования полигармонического сигнала

Вопрос устойчивости колебательной системы с ЭР требует отдельного исследования, однако в первом приближении можно принять, что при $\Delta t \geq \frac{2\pi}{\omega_0}$

значение k при достижении точки экстремума определяется выражением

$$k = k^0 + \Delta k \cos \Omega t, \quad (10)$$

где $\Omega = \frac{\pi}{\Delta t}$; $\Delta k = K_{\text{ин}} \Delta t$.

Характеристическое уравнение, соответствующее знаменателю передаточной функции (7), с учетом ранее принятых обозначений можно представить в виде

$$(Tp + 1) \left[\left(1 + \frac{1}{n} - T \cdot 2\xi\omega_0 \right) p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2 \right] = 0. \quad (11)$$

Корнем $\lambda = -\frac{1}{T}$ в уравнении (11) можно пренебречь, и для исследования динамики системы

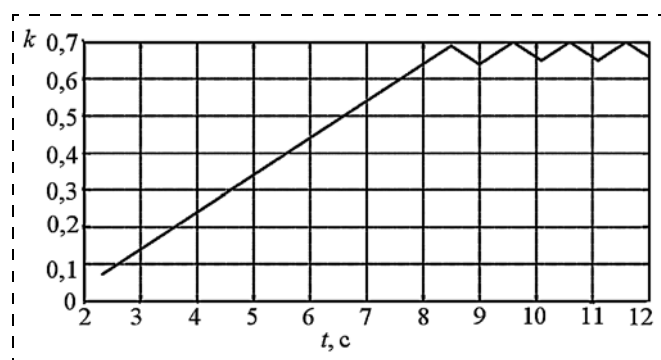


Рис. 6. Изменение K от t при $K_{\text{ин}} = 0,1$, $\Delta T = 0,3$ с

около точки экстремума будем рассматривать звено второго порядка

$$(m_0 + k^0 + \Delta t K_{\text{ин}} \cos \Omega t) \ddot{x} + b \dot{x} + cx = F \sin \omega t. \quad (12)$$

Численный анализ уравнения (12) показал, что система, представленная неустойчивым однородным уравнением, остается неустойчивой и при наличии гармонической правой части, вследствие чего для оценки границ устойчивости уравнение (12) можно привести к уравнению Матье:

$$\ddot{x} + \rho \dot{x} + \omega_{01}^2 (1 - \mu \cos \Omega t) x = 0, \quad (13)$$

где $\omega_{01}^2 = \frac{c}{m_0 + k^0}$; $\mu = K_{\text{ин}} \Delta t$; $\rho = \frac{b}{m_0 + k^0}$.

Для уравнения Матье с учетом затухания в работе [6] получены области неустойчивости. Например, главная область неустойчивости определяется выполнением равенства

$$\eta = \frac{\Omega}{2\omega_{01}} \approx \sqrt{1 \pm \sqrt{\mu^2 - \left(\frac{\Delta}{\pi}\right)^2}}, \quad (14)$$

где $\Delta = 2\pi\rho$.

Если на графике $\eta(\mu)$, соответствующем соотношению (14), значения η_1 и μ_1 лежат на границе устойчивости, то величины Δt и $K_{\text{ин}}$ должны выбираться так, чтобы были выполнены условия

$$\begin{cases} \Delta t > \frac{\pi}{\eta_1 \cdot 2\omega_{01}}; \\ K_{\text{ин}} < \frac{\mu_1 \eta_1 \cdot 4\omega_{01}}{\pi}. \end{cases} \quad (15)$$

Таким образом, настройка ЭР должна проводиться с учетом обеспечения как устойчивости выражения (15), так и малой амплитуды автоколебаний.

В работе [7] приведены результаты анализа активной системы виброизоляции с ЭР при гармоническом и полигармоническом воздействиях.

Представляет интерес рассмотрение работы такой системы при случайном характере вибрационного нагружения со стороны силовых агрегатов.

Спектр вибрационного воздействия силовых агрегатов в низкочастотном диапазоне имеет, как правило, комбинированную структуру и представляет собой сумму широкополосного вибрационного шума и линейчатого спектра, состоящего из ряда дискретных гармонических составляющих, обусловленных, например, угловой скоростью вращения турбины, промежуточного вала, гребного вала и т. д.

Шум силового вибровоздействия в низкочастотном диапазоне в первом приближении можно представить в виде белого шума с дисперсией $\sigma_{\text{шр}}^2$.

В качестве коэффициента эффективности $K_{\text{п}}^D$ виброизоляции при случайном воздействии можно принять

$$K_{\text{п}}^D = \frac{D_R}{D_F}, \quad (16)$$

где D_R , D_F — соответственно дисперсии усилий, передаваемых на основание, и возмущений.

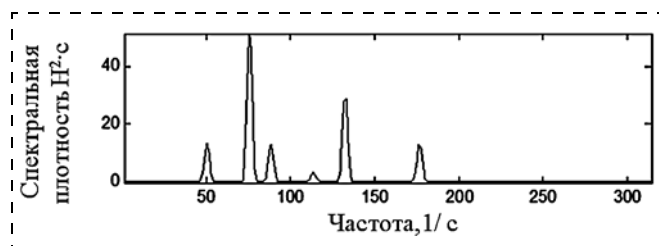


Рис. 7. Спектр входного воздействия

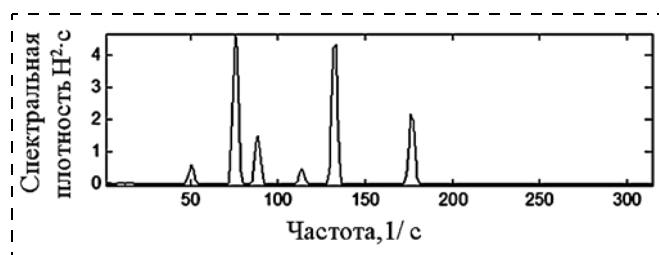


Рис. 8. Спектр усилия, передаваемого на основание

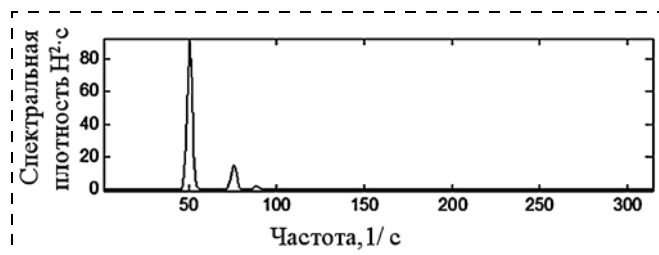


Рис. 9. Спектр усилия, передаваемого на основание в пассивной системе виброизоляции

При численном моделировании в соответствии со схемой модели в Simulink в установившемся режиме значение $K_{\text{п}}^D$ пассивной системы составляет 0,8, в то время как для активной системы с экстремальным регулятором оно составляет 0,20.

Оценка $K_{\text{п}}^D = \frac{D_R}{D_F}$ как отношение дисперсий

усилий, передаваемых на корпус, и внешнего вибрационного воздействия является интегральной. Интересно также оценить передачу усилия через активную систему виброизоляции для частот линейчатого спектра.

В целях оценки эффективности активной виброопоры с экстремальным регулятором для отдельных частот спектра входной сигнал и сигнал, имитирующий усилие на корпус, подвергались быстрому преобразованию Фурье (БПФ) с помощью блоков Power Spectral Density библиотеки Simulink, что позволило оценить значение квадрата амплитуды линейчатого спектра входного сигнала и усилия на корпус.

На рис. 7 представлен спектр входного воздействия, при этом белый шум составлял $\sigma_m^2 = 0,1$, на рис. 8 — спектр усилия, передаваемого на основание, а на рис. 9 — спектр усилия, передаваемого на основание в пассивной системе виброизоляции.

Заключение

Проведенное исследование показывает принципиальную возможность построения активной системы виброизоляции с экстремальным регулятором, которая повышает эффективность виброизоляции в заданном диапазоне частот путем автоматической настройки системы на минимальное значение $K_{\text{п}}$ как при одночастотном, так и при воздействии в виде суммы широкополосного случайного вибрационного шума и линейчатого спектра.

Список литературы

1. Гордеев Б. А., Ерофеев В. И., Синев А. В., Мугин О. О. Системы виброзащиты с использованием инерционности и диссипации реологических сред. М.: Физматлит, 2004. 176 с.
2. Елисеев С. В., Резник Ю. Н., Хоменко А. П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск: Наука, 2011. 384 с.
3. Бурьян Ю. А., Поляков С. Н., Комаров Ю. П. Резинокордная пневмогидравлическая опора с инерционным преобразователем движения // Омский научный вестник. 2013. № 3 (123). С. 68—72.
4. Вибрации в технике: Справочник: в 4 т. / Под ред. Э. Э. Лавендела. М.: Машиностроение, 1981. Т. 4. 509 с.
5. Власов К. П. Теория автоматического управления: учеб. пособие. Х.: Изд-во Гуманитарный центр, 2007. 526 с.
6. Болотин В. В. Динамическая устойчивость упругих систем. М.: Гос. издательство технико-теоретической литературы, 1956. 600 с.
7. Бурьян Ю. А., Сорокин В. Н., Галуза Ю. Ф., Поляков С. Н. Активная виброизоляционная опора с экстремальной системой управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 9 (162). С. 41—45.

Active Vibration Isolation System with Electrodynamic Actuator

Yu. A. Burian, burian@orngtu.ru✉, **V. N. Sorokin**, **Yu. F. Galuza**, yourchello@mail.ru,
Omsk State Technical University, Omsk, 644050, Russian Federation,
S. N. Poliakov,
Federal State Unitary Enterprise "Scientific-Production Enterprise "Progress"

Corresponding author: **Burian Yuri A.**, D. Sc., Professor,
Omsk State Technical University, Omsk, 644050, Russian Federation,
e-mail: burian@omgtu.ru

Received on March 17, 2015

Accepted on August 03, 2015

We consider the basic possibility of constructing an active vibration isolation system with extreme control system electrodynamic actuator on the basis of information from the accelerometer and the force sensor. It is shown that the switching on of the actuator that produces force proportional to the acceleration of the inertial mass parallel passive vibration isolation system of equivalence of inertial motion transducers. The analysis of the effectiveness of such a system of vibration isolation is given and offered the option of building extreme regulator (using information from the force sensor), is offered which provides automatic adjustment of the minimum transmission of force to the body at an arbitrary frequency harmonic disturbance. Promoted analysis of vibration isolation system with extreme regulator with input action in the form of broadband noise and the line spectrum is performed. Simulation of system with extreme control program in MATLAB / Simulink is undertaken. The research has shown that the proposed active system with extreme vibration isolation controller increases the efficiency in a given frequency range both in the single-frequency harmonic action, and when exposed to the sum of broadband random noise and the line spectrum, and both dispersion forces transmitted to the body, and the amplitude of the line spectrum frequencies in comparison with the passive system reduces greatly.

Keywords: isolator, active vibration isolation system, extreme regulator, polyharmonic action, adjustment frequency, force transmission coefficient, variance, force sensor, accelerometer, actuator, white noise, Fourier transform

For citation:

Burian Yu. A., Sorokin V. N., Galuza Yu. F., Poliakov S. N. Active Vibration Isolation System with Electrodynamic Actuator, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 1, pp. 122–127.

DOI: 10.17587/mau/17.122-127

References

1. **Gordeev B. A., Erofeev V. I., Sinev A. V., Mugin O. O.** *Sistemy vibrozashchity s ispolzovaniem inertsionnosti i dissipatsii reologicheskikh sred* (Vibration protection system with inertia and dissipation of rheological environments), Moscow, FIZMATLIT, 2004, 176 p. (in Russian).
2. **Eliseev S. V., Reznik Yu. N., Khomenko A. P.** *Mekhatronnyye podkhody v dinamike mekhanicheskikh kolebatelnykh sistem* (Mechatronic approaches in the dynamics of mechanical vibration systems), Novosibirsk, Nauka, 2011, 384 p. (in Russian).

3. **Bur'yan Yu. A., Polyakov S. N., Komarov Yu. P.** *Rezinokordnaya pnevmogidravlicheskaya opora s inertsionnym preobrazovatelem dvizheniya* (Rubber-pneumatic-hydraulic transducer support inertial motion), *Omskiy Nauchnyi Vestnik*, 2013, no. 3 (123), pp. 68–72 (in Russian).

4. **Lavendel E. E.** ed. *Vibratsii v tekhnike: Spravochnik v 4 tomakh* (Vibration technology: Directory: in the 4 v.), Moscow, Mashinostroenie, 1981, vol. 4, 509 p. (in Russian).

5. **Vlasov K. P.** *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya: ucheb. posobie* (Automatic Control Theory: Proc. allowance), Khar'kov, Izdatel'stvo Gumanitarny tsentr, 2007, 526 p. (in Russian).

6. **Bolotin V. V.** *Dinamicheskaya ustoychivost uprugikh system* (Dynamic stability of elastic systems), Moscow, Gos. izdatel'stvo tekhniko-teoreticheskoy literatury, 1956, 600 p. (in Russian).

7. **Bur'yan Yu. A., Sorokin V. N., Galuza Yu. F., Polyakov S. N.** *Aktivnaya vibrozolyatsionnaya opora s ekstremalnoy sistemoy upravleniya* (An active antivibration support with extreme control system), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2014, no. 9 (162), pp. 41–45 (in Russian).



СЕДЬМАЯ МЕЖОТРАСЛЕВАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ "АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВА — 2016"

г. Москва, 29 ноября 2016 г., ГК "ИЗМАЙЛОВО"

Организатор конференции
ООО "ИНТЕХЭКО"
Тематика конференции



- Актуальные задачи автоматизации в промышленности
- Современные информационные технологии повышения уровня эффективности, экономичности и промышленной безопасности промышленных предприятий
- Информационно-управляющие системы промышленной автоматизации (АСУТП, АСОДУ, ERP, MES-системы и др.)
- Автоматизация электроснабжения промышленных предприятий. Системы энергоменеджмента
- Практический опыт внедрения информационных систем на предприятиях различных отраслей
- Последние достижения в области контрольно-измерительной техники
- Новейшие типы газоанализаторов, расходомеров, спектрометров, средств мониторинга, контроля и учета, различные типы датчиков
- Системы управления нормативно-справочной информацией
- Автоматизация проектирования, измерений и испытаний

Контактная информация
admin@intecheco.ru т.: + 7 (905) 567-8767
ф.: + 7 (495) 737-7079 **www.intecheco.ru**

Е. В. Балакина, д-р техн. наук, проф., balakina@vstu.ru,
Н. М. Зотов, канд. техн. наук, доц., zotovnm@vstu.ru,
А. П. Федин, канд. техн. наук, доц., falexe2005@yandex.ru,
Волгоградский государственный технический университет

Рекомендации по выбору моделей для расчета $(\varphi_{\chi-s})$ -диаграмм автомобильных шин по критерию дорожных условий

Рассмотрены различные варианты зависимостей коэффициента сцепления шины с дорогой от коэффициента продольного скольжения. Представлены результаты дорожных экспериментов для различных типов и состояний дорожной поверхности. Выполнен анализ соответствия значений коэффициента сцепления шины с дорогой, рассчитанных по различным зависимостям, и экспериментальных значений. Представлены рекомендации по определению оптимальной формулы для расчета $(\varphi_{\chi-s})$ -диаграммы для разных типов и состояний дорожного покрытия.

Ключевые слова: автомобиль, торможение, шина, математическое моделирование, коэффициент сцепления с дорогой, коэффициент продольного скольжения, оптимизация $(\varphi_{\chi-s})$ -диаграммы по критерию дорожных условий

Введение

С течением времени для исследователей-автомобилистов и специалистов из других родственных областей все большую и большую важность приобретает метод комплексного моделирования, который сочетает в себе элементы как физического, так и математического моделирования [1—13]. При этом результаты моделирования должны иметь требуемую степень точности и достоверности, т. е. модель должна быть адекватна исследуемому реальному процессу. Модели класса "колесо" [1] используются как самостоятельные для отработки алгоритмов управления антиблокировочной системой (АБС) и как элементы других более широких моделей для адекватного воспроизведения тормозных сил на колесах автомобиля. В системе уравнений, которая описывает процесс торможения автомобильного колеса [1], присутствует эмпирическая зависимость коэффициента продольного сцепления колеса с дорогой от коэффициента продольного скольжения колеса. Проведенный анализ работ отечественных и зарубежных исследователей в этой области показал, что в настоящее время представлены и используются множество различных вариантов такой зависимости. Однако отсутствуют какие-либо рекомендации по выбору и использованию той или иной зависимости при исследовании процесса торможения автомобильного колеса в различных условиях. В связи с этим цель настоящего исследования — анализ степени соответствия значений коэффициента сцепления колеса с дорогой, рассчитанных по различным зависимостям, значениям, которые по-

лучены в результате эксперимента, и разработка рекомендаций по определению оптимальной формулы для расчета $(\varphi_{\chi-s})$ -диаграммы в зависимости от типа и состояния дороги [($\varphi_{\chi-s}$)-диаграмма — зависимость коэффициента сцепления в продольном направлении от коэффициента продольного скольжения]. Для достижения поставленной цели необходимо:

- 1) выполнить обзор существующих методов расчета коэффициента сцепления;
- 2) определить разницу (которую далее будем называть расхождением) между расчетными и экспериментальными значениями коэффициента сцепления;
- 3) сравнить расхождения при использовании анализируемых методов;
- 4) сформулировать выводы о степени соответствия значений коэффициента сцепления, полученных различными методами расчета, значениям, которые получены в результате эксперимента, и разработать рекомендации по определению оптимальной формулы для расчета $(\varphi_{\chi-s})$ -диаграммы в зависимости от типа и состояния дороги.

В данном исследовании был рассмотрен случай качения колеса в тормозном режиме без воздействия боковой силы.

Экспериментальное определение коэффициента сцепления колеса с дорогой

Для проведения экспериментов по измерению коэффициента сцепления колеса автомобиля с дорогой в настоящее время используются различные

установки. Ниже приведены результаты экспериментов, выполненных на установках BV12 [12] и NFVM [8], представленные в 2006 г. в работе [10] и в 2007 г. в работе [7].

Эксперименты по определению коэффициента сцепления проводили на дорожных поверхностях различных состояний со следующими значениями коэффициента трения скольжения f_0 : сухой асфальтобетон ($f_0 = 1$), мокрый асфальтобетон ($f_0 = 0,6$), снег ($f_0 = 0,2$) и лед ($f_0 = 0,07$).

Условия проведения эксперимента были следующими: вертикальная нагрузка на колесо — 5000 Н, начальная скорость — 60 км/ч, марка шины — Nokian WR 205/60R15 (всесезонная шина для мягкой зимы, в России рекомендована к применению только на дорогах Южного Федерального округа).

Результаты измерений коэффициента сцепления без воздействия боковой силы представлены на рис. 1.

Зависимости на рис. 1, при анализе принятые авторами в качестве "эталонных", т. е. с этими экспериментальными значениями коэффициента сцепления далее сравнивали расчетные значения коэффициента сцепления, которые получены с использованием различных зависимостей. В результате такого сравнения можно делать выводы о том, какая из расчетных зависимостей позволяет получить значения коэффициента сцепления, максимально близкие к экспериментальным.

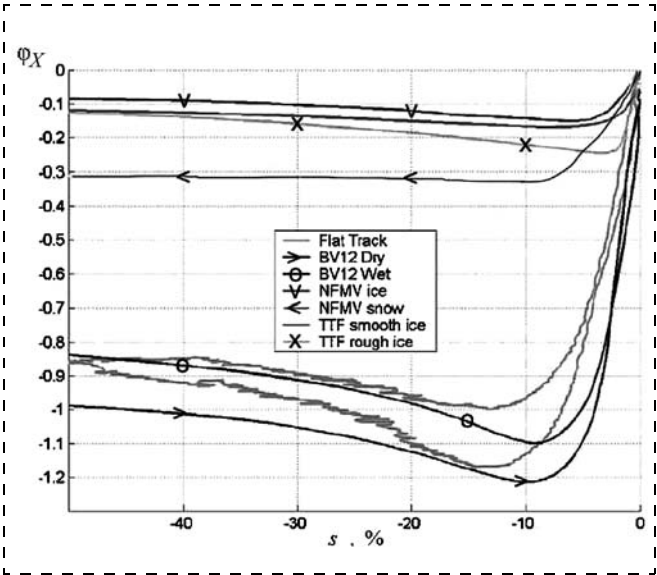


Рис. 1. Экспериментальные зависимости коэффициента сцепления от коэффициента продольного скольжения колеса на различных дорожных поверхностях (Flat Track — зависимость, полученная на измерительной установке MTS Pirelli на сухом асфальте; BV12 Dry, BV12 Wet — зависимости, полученные на установке BV12 Nokian на мокром и сухом асфальте соответственно; NFMV ice, NFMV snow — зависимости, полученные на установке NFMV Nokian на льду и на снегу, соответственно; TTF smooth ice, TTF rough ice — зависимости, полученные на установке TTF Pirelli на гладком льду и грубом льду соответственно)

Методы расчета коэффициента сцепления

Рассмотрим некоторые из методов расчета коэффициента сцепления колеса с дорогой при качении колеса в тормозном режиме.

Формула А. А. Ревина [4].

Коэффициент сцепления ϕ_X между колесом и дорогой в продольном направлении рассчитывается по формуле

$$\phi_X = \frac{f_0 s}{as^2 + bs + c}, \tag{1}$$

где f_0 — коэффициент продольного сцепления при состоянии колеса "юз" (коэффициент трения скольжения колеса при известном состоянии поверхности дороги), равный: 0,7 — для дорожной поверхности "сухой асфальтобетон"; 0,4 — для дорожной поверхности "мокрый асфальтобетон"; 0,1 — для дорожной поверхности "лед"; s — коэффициент продольного скольжения колеса; a, b, c — эмпирические коэффициенты, которые характеризуют сцепление колеса с различными видами дорожной поверхности:

- дорожная поверхность "сухой асфальтобетон" — 0,342; 0,612; 0,046,
- дорожная поверхность "мокрый асфальтобетон" — 0,4; 0,584; 0,016,
- дорожная поверхность "лед" — 0,57; 0,398; 0,032.

Формула Burckhardt [5, 9]

$$\phi_X = C_1(1 - e^{-C_2 s}) - C_3 s, \tag{2}$$

где C_1 — коэффициент, определяющий максимум

$$C_1 = \phi_{\max};$$

C_2 — коэффициент, определяющий форму кривой

$$C_2 e^{-C_2 \cdot 0,17} = \frac{C_3}{C_1};$$

C_3 — коэффициент, учитывающий падение коэффициента сцепления от максимума до коэффициента скольжения при полном буксовании

$$C_3 = \phi_{\max} - f_0;$$

s — коэффициент продольного скольжения колеса.

Для определения коэффициентов C_1, C_2 и C_3 необходимо использовать значения $\phi_{\max}, f_0$.

На основе экспериментальных данных (рис. 1) найдены значения $\phi_{\max}$ и f_0 для разных типов дорожных поверхностей, которые приведены в табл. 1.

Таблица 1

Тип дорожной поверхности	$\phi_{\max}$	f_0
Дорожная поверхность "сухой асфальтобетон"	1,2121	1
Дорожная поверхность "мокрый асфальтобетон"	1,1	0,6
Дорожная поверхность "снег"	0,33	0,2
Дорожная поверхность "лед"	0,15	0,07

Таблица 2

Тип дорожного покрытия	C_1	C_2	C_3
Дорожная поверхность "сухой асфальтобетон"	1,2121	30,32	0,2121
Дорожная поверхность "мокрый асфальтобетон"	1,1	23,11	0,5
Дорожная поверхность "снег"	0,33	24,23	0,13
Дорожная поверхность "лед"	0,15	21,73	0,081

Таблица 3

Тип дорожной поверхности	$\varphi_{\max}$	f_0	$s_{\text{кр}}$
Дорожная поверхность "сухой асфальтобетон"	1,2121	1	0,1
Дорожная поверхность "мокрый асфальтобетон"	1,1	0,6	0,09
Дорожная поверхность "снег"	0,33	0,2	0,09
Дорожная поверхность "лед"	0,15	0,07	0,057

По найденным значениям $\varphi_{\max}$ и f_0 для разных типов дорожных поверхностей определяем значения коэффициентов C_1 , C_2 и C_3 , которые приведены в табл. 2.

Формула Денни [11]

$$\varphi_X = \frac{as}{b + cs + as^2}, \quad (3)$$

где φ_X — коэффициент сцепления между колесом и дорогой в продольном направлении; s — коэффициент продольного скольжения колеса; a , b , c — эмпирические коэффициенты:

$$a = \frac{\varphi_{\max} f_0}{\varphi_{\max} - f_0} (1 - s_{\text{кр}})^2,$$

$$b = s_{\text{кр}}^2,$$

$$c = \frac{f_0(1 + s_{\text{кр}})^2 - 2\varphi_{\max} s_{\text{кр}}}{\varphi_{\max} - f_0},$$

где $s_{\text{кр}}$ — значение коэффициента продольного скольжения колеса, при котором коэффициент сцепления принимает значение $\varphi_{\max}$.

На основе экспериментальных данных (см. рис. 1) определены значения $s_{\text{кр}}$ для разных типов дорожных поверхностей, которые представлены в табл. 3.

Формула парабол [6]

В таком описании (φ_X - s)-диаграмма представляется в виде сочетания двух парабол:

$$\varphi_X = \begin{cases} a_0 s^2 + b_0 s + c_0 & \text{при } s \leq s_{\text{кр}}; \\ a_1 s^2 + b_1 s + c_1 & \text{при } s > s_{\text{кр}}, \end{cases} \quad (4)$$

где a_0 , b_0 , c_0 , a_1 , b_1 , c_1 — эмпирические коэффициенты:

$$a_0 = \frac{d_0}{s_{\text{кр}}} - \frac{\varphi_{\max}}{s_{\text{кр}}^2},$$

$$b_0 = \frac{2\varphi_{\max}}{s_{\text{кр}}} - d_0,$$

$$c_0 = 0,$$

$$a_1 = \frac{d_1}{s_{\text{кр}}} - \frac{\varphi_{\max}}{s_{\text{кр}}^2} + \frac{c_1}{s_{\text{кр}}^2},$$

$$b_1 = \frac{2\varphi_{\max}}{s_{\text{кр}}} - \frac{2c_1}{s_{\text{кр}}} - d_1,$$

$$c_1 = \frac{s_{\text{кр}}^2(f_0 + d_1)}{1 - 2s_{\text{кр}} + s_{\text{кр}}^2} - \frac{s_{\text{кр}}(2\varphi_{\max} - d_1) + \varphi_{\max}}{1 - 2s_{\text{кр}} + s_{\text{кр}}^2}.$$

Коэффициент d_0 выбирается из диапазона $(-0,5 \dots 0,1)$, а коэффициент d_1 , соответственно, $(-0,5 \dots 0)$.

Формула Е. В. Балакиной — Н. М. Зотова [2, 13]

Авторами рассчитан средний по экспериментальным (φ_X - s)-диаграммам коэффициент использования трения покоя в пятне контакта, т. е. отношение доли трения покоя в пятне контакта, используемого для реализации продольной реакции опорной поверхности, к общей доле трения покоя в пятне контакта при том же s :

$$\text{КИП} = \frac{\varphi_{\text{п}}}{\varphi_{\Sigma\text{п}}} = \frac{\varphi(s) - f_{\text{ск}} s}{f_{\text{п}}(1 - s)},$$

где s — коэффициент продольного скольжения колеса; $\varphi_{\text{п}}$ — доля трения покоя в пятне контакта, используемого для реализации продольной реакции опорной поверхности;

$\varphi_{\Sigma\text{п}}$ — общая доля трения покоя в пятне контакта при заданном s ;

$\varphi(s)$ — значение коэффициента сцепления при заданном s ;

$f_{\text{ск}}$ — коэффициент трения скольжения (φ при $s = 100\%$);

$f_{\text{ск}} s$ — общая доля трения скольжения в пятне контакта с заданным s ;

$f_{\text{п}}$ — коэффициент трения покоя;

$f_{\text{п}}(1 - s)$ — общая доля трения покоя в пятне контакта при заданном s .

Авторами [2, 13] показано, что зависимости $\text{КИП} = f(s)$ имеют приблизительно одинаковый вид независимо от вида и состояния дорожного покрытия, при этом ее можно представить в виде полинома:

$$\text{КИП} = a + bs + cs^2 + ds^3 + es^4 + fs^5 + gs^6 + hs^7 + is^8 + js^9,$$

где s — коэффициент продольного скольжения колеса ($s = 0 \dots 1$); a , b , c , d , e , f , g , h , i , j — постоянные коэффициенты:

$$a = 0,001814; b = 26,747630; c = -324,541748; \\ d = 2137,928850; e = -8375,670586; f = 20260,588666; \\ g = -30442,879724; h = 27611,479368; \\ i = -13822,359721; j = 2929,705537.$$

Решая обратную задачу, можно получить расчетные (φ_X -s)-диаграммы:

$$\varphi(s) = f_{\text{СК}}^s + \text{КИП} \cdot f_{\text{П}}(1 - s). \quad (5)$$

Далее проведем сравнение степени близости рассчитанных по разным формулам (1)–(5) значений коэффициента сцепления со значениями, полученными в результате проведения эксперимента, описание которого представлено в данной работе.

Сравнение рассчитанных разными методами значений коэффициента сцепления

Для сравнения рассчитанных разными методами значений коэффициента сцепления представим отдельно для каждого типа и состояния дорожной поверхности на одной координатной плоскости экспериментальную и расчетные зависимости коэффициента сцепления от скольжения колеса.

Для определения "расхождений" в процентах будем использовать формулу

$$\Delta = \frac{\varphi_X^{\text{э}} - \varphi_X^{\text{р}}}{\varphi_X^{\text{э}}} \cdot 100 \%, \quad (6)$$

где $\varphi_X^{\text{э}}$ — экспериментальное значение коэффициента сцепления, $\varphi_X^{\text{р}}$ — расчетное значение коэффициента сцепления по методу i .

Результаты эксперимента и расчетов по формулам, представленным в предыдущем разделе настоящей работы, а также рассчитанные значения "расхождений" по формуле (6) представлены на рис. 2–9 (см. вторую и третью стороны обложки).

На рис. 2 и 3 (см. вторую сторону обложки) представлены зависимости значений коэффициента сцепления и "расхождения" от скольжения для дорожной поверхности "сухой асфальтобетон". Как видно, значения "расхождений" находятся в пределах от –60 до 46 % на рассматриваемом отрезке скольжения. Почти для всех формул зависимость "расхождения" от скольжения имеет следующий характер: сначала значение "расхождения" увеличивается, достигает определенного максимального значения и далее плавно уменьшается. Максимум "расхождения" находится в докритической области скольжения. Наименьшее значение "расхождения" имеют коэффициенты сцепления, рассчитанные по следующим формулам:

- в докритической области скольжения: по формуле Burckhardt ($|\Delta| \leq 5 \%$) и по формуле Е. В. Балакиной—Н. М. Зотова ($|\Delta| \leq 13 \%$);
- в закритической области скольжения: по формуле Burckhardt ($|\Delta| \geq 12 \%$) и по формуле Е. В. Балакиной—Н. М. Зотова ($|\Delta| \geq 10 \%$).

На рис. 4 и 5 (см. третью сторону обложки) представлены зависимости значений коэффициента сцепления и "расхождения" от скольжения для дорожной поверхности "мокрый асфальтобетон". Как видно, значения "расхождений" находятся в пределах от –42 до 56 % на рассматриваемом отрезке

скольжения. Зависимость "расхождений" от скольжения имеет различный характер для разных формул.

Для формулы А. А. Ревина и Denny сначала значение "расхождения" увеличивается, достигает определенного максимального значения и далее плавно уменьшается. Максимум "расхождения" находится в докритической области скольжения. Для формулы Burckhardt, парабол и Е. В. Балакиной — Н. М. Зотова — сначала "расхождение" имеет максимальные значения, после чего плавно уменьшается до окончания рассматриваемого интервала. Наименьшее значение "расхождения" имеют коэффициенты сцепления, рассчитанные по следующим формулам:

- в докритической области скольжения: по формуле парабол ($|\Delta| = 56...0 \%$) и по формуле Е. В. Балакиной — Н. М. Зотова ($|\Delta| = 42...6 \%$) на рассматриваемом интервале скольжения;
- в закритической области скольжения: по формуле Burckhardt ($|\Delta| = 16...1,5 \%$) и по формуле Балакиной Е. В. — Зотова Н.М. ($|\Delta| = 6...1,7 \%$) на рассматриваемом интервале скольжения.

На рис. 6 и 7 (см. третью сторону обложки) представлены зависимости значений коэффициента сцепления и "расхождения" от скольжения для дорожной поверхности "снег". Как видно, значения "расхождений" находятся в пределах от –60 до 25 % на рассматриваемом отрезке скольжения. Зависимость "расхождений" от скольжения имеет одинаковый характер для рассматриваемых формул. Сначала "расхождение" имеет максимальные по модулю значения, которые имеют отрицательный знак. Далее значения "расхождений" увеличиваются на всем рассматриваемом интервале скольжения.

Наименьшее значение "расхождения" имеют коэффициенты сцепления, рассчитанные по следующим формулам:

- в докритической области скольжения: по формуле парабол ($|\Delta| = 9...0,5 \%$) на рассматриваемом интервале скольжения;
- в закритической области скольжения: по формулам Burckhardt ($|\Delta| = 13...15 \%$) и по формуле парабол ($|\Delta| = 0,34...17 \%$) на рассматриваемом интервале скольжения.

На рис. 8 и 9 (см. третью сторону обложки) представлены зависимости значений коэффициента сцепления и "расхождения" от скольжения для дорожной поверхности "лед". Как видно, значения "расхождений" находятся в пределах от –60 до 60 % на рассматриваемом отрезке скольжения. За исключением первых пяти точек на рассматриваемом интервале скольжения зависимость "расхождений" от скольжения имеет одинаковый характер для рассматриваемых формул, кроме формулы парабол. Сначала "расхождение" имеет максимальные по модулю значения, которые имеют положительный знак. Далее значения "расхождений" уменьшаются, пересекают нулевое значение, после чего значения "расхождений" по модулю начинают увеличиваться на всем рассматриваемом интервале скольжения. Рассчитанные по формуле парабол значения имеют

"расхождения" в интервале от -24 до 7% , причем эта зависимость не имеет явных тенденций к увеличению или уменьшению.

Наименьшее значение "расхождения" имеют коэффициенты сцепления, рассчитанные по следующим формулам:

- в докритической области скольжения: по формуле парабол ($|\Delta| = 24 \dots 2\%$) на рассматриваемом интервале скольжения;
- в закритической области скольжения: по формуле парабол ($|\Delta| = 2 \dots 9\%$) на рассматриваемом интервале скольжения.

Рекомендации по определению оптимальной формулы для расчета (φ_x-s) -диаграммы в зависимости от типа и состояния дороги

На основе проведенного исследования разработаны рекомендации по определению оптимальной формулы расчета (φ_x-s) -диаграммы в зависимости

Таблица 4

Формула расчета	Дорожная поверхность							
	Асфальтобетон				Снег		Лед	
	сухой		мокрый					
	до $s_{кр}$	после $s_{кр}$	до $s_{кр}$	после $s_{кр}$	до $s_{кр}$	после $s_{кр}$	до $s_{кр}$	после $s_{кр}$
Формула Ревина А. А.								
Формула Burckhardt								
Формула Denny								
Формула парабол								
Формула Бала- киной Е. В. — Зотова Н. М.								

— метод является оптимальным для рассматриваемой области скольжения, типа и состояния дорожной поверхности.

от типа и состояния дорожного покрытия, которые сведены в табл. 4.

Оптимальной формулой в табл. 4 считается та формула, расчет по которой позволяет получить наименьшие значения "расхождений".

Список литературы

1. Балакина Е. В., Зотов Н. М., Федин А. П. Особенности компьютерного моделирования в реальном времени процесса торможения автомобильного колеса // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 3. С. 174—182.
2. Балакина Е. В. Расчет $\varphi-s$ -диаграмм на основе обобщения результатов зарубежных экспериментов // Автомобильная промышленность. 2014. № 6. С. 18—19.
3. Балакина Е. В., Зотов Н. М., Зотов В. М., Платонов И. А., Федин А. П. Проблемы моделирования динамических процессов в реальном времени (на примере тормозной динамики автомобиля) / Под. ред. С. В. Бахмутова. М.: Машиностроение, 2013. 300 с.
4. Ревин А. А. Повышение эффективности, устойчивости и управляемости при торможении автотранспортных средств: Дисс. ... доктора техн. наук. Волгоград, 1983. 601 с.
5. Burckhardt M. Fahrwerktechnik: Radschlupf-Regelsysteme. Wurzburg: Vogel, 1993. 432 p.
6. Canudas-de-Wit C., Tsiotras P., Velenis E., Basset M., Gissinger G. Dynamic Friction Models for Road/Tire Longitudinal Interaction // Vehicle System Dynamics. 2002. Vol. 39 (3). P. 189—226.
7. Ir. I. J. M. Besselink, H. Nijmeijer, Ir. A. J. C. Schmeitz, Ir. J. A. W. van Dommelen. Tyre models for steady-state vehicle handling analysis. ing. R. T. Uil DCT, Eindhoven, December, 2007, 142 p.
8. Hakanen J., Kahara T. Tyre Characterisation on Ice and Snow with a Measurement Vehicle // 2nd International Colloquium on Vehicle-Tyre-Road Interaction. Nokian Tyres. Florence, February 23rd 2001.
9. Kiencke U. and Nielsen L. Automotive Control Systems — For Engine, Driveline, and Vehicle. Second edition. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2005, p. 512.
10. Liukkula M. Tyre Characterisation on Summer and Winter Surfaces // Presentation in Tire Technology Expo 2006, 3rd International Colloquium on Vehicle-Tyre-Road Interaction. Nokian Tyres. URL: http://www.vertec.hut.fi/P05_Tire_tests.pdf.
11. Denny M. The dynamics of antilock brake systems // European Journal of Physics. — 2005. Vol. 26, № 6. P. 1007—1016.
12. Nordstrom O., Astrom H. 2001. Upgrading of VTI friction test vehicle BV12 for combined braking and steering tests under aquaplaning and winter conditions // 2nd International Colloquium on Vehicle-Tyre-Road Interaction. Nokian Tyres. Florence, February 23rd 2001.
13. Zotov N. M., Balakina E. V. Using the $\varphi-s_x$ Nomogram in Calculating the Dynamics of a Braked Wheel // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2007. Vol. 36, N. 2. P. 193—198.

Recommendations on Selection of Models for Calculation of (φ_x-s) -Diagrams of Automobile Tires by the Criterion of the Road Conditions

E. V. Balakina, balakina@vstu.ru, N. M. Zotov, zotovnm@vstu.ru, A. P. Fedin, falexey2005@yandex.ru✉, Volgograd State Technical University, Volgograd, 400005, Russian Federation

Corresponding author: Fedin Aleksei P., Ph. D., Associate Professor, Volgograd State Technical University, Volgograd, 400005, Russian Federation, e-mail: falexey2005@yandex.ru

Received on August 20, 2015

Accepted on September 12, 2015

Simulation results should have the required degree of accuracy and reliability, that is, a model should be investigated adequately in the real process. Model of a "wheel" class was used as a standalone model for testing of the control algorithms for ABS, as elements of the other, broader models, reproduced adequately the braking forces on the wheels of the car. Analysis of the works of the domestic and foreign researchers shows that currently many different versions of models for calculation of $\varphi\chi$ -s diagrams are used. However, there are no recommendations concerning selection and use of particular models in the study of the braking process of the car wheels in various conditions. In this regard, the purpose of this study is analysis of the degree of conformity of the values of the coefficient of adhesion to the road wheels, calculated by various dependencies, the values obtained in experiments, and development of recommendations for determination of the optimal formula for calculation of the diagrams depending on the type and condition of a road. The article describes various versions of the dependency of the coefficient of tire to the road coefficient of the longitudinal slip. It also presents the results of the road experiments for different types and conditions of the road surface. The article presents an analysis of conformity of the values of the coefficient of friction of a tire for calculation of various dependencies, and development of recommendations concerning search for the optimal formula for calculation of $\varphi\chi$ -s diagrams for various types and conditions of the road surface.

Keywords: car, brake, tire, mathematical modeling, coefficient of traction, ratio of the longitudinal slip, optimization of $\varphi\chi$ -s diagram according to the criterion of the road conditions

For citation:

Balakina E. V., Zotov N. M., Fedin A. P. Recommendations on Selection of Models for Calculation of ($\varphi\chi$ -s)-Diagrams of Automobile Tires by the Criterion of the Road Conditions, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 2, pp. 128—133.

DOI: 10.17587/mau/17.128-133

References

1. **Balakina E. V., Zotov N. M., Fedin A. P.** Osobennosti komp'yuternogo modelirovaniya v real'nom vremeni processa tormozheniya avtomobil'nogo koleasa (Features of computer simulation in real time of the braking process of automotive wheels), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 3, pp. 174—182 (in Russian).
2. **Balakina E. V.** Raschet φ -s-diagramm na osnove obobshcheniya rezul'tatov zarubezhnykh jeksperimentov (The calculation of the φ -s-diagrams on the basis of generalization of the results of foreign experiments), *Automotive Industry*, 2014, no 6, pp. 18—19 (in Russian).
3. **Balakina E. V., Zotov N. M., Zotov V. M., Platonov I. A., Fedin A. P.** Problemy modelirovaniya dinamicheskikh processov v real'nom vremeni (na primere tormoznoj dinamiki avtomobilja) (Problems of modeling dynamic processes in real time (for example brake vehicle dynamics), S. V. Bahmutov ed., Moscow, Mashinostroenie, 2013, 300 p.
4. **Revin A. A.** Povyshenie jeffektivnosti, ustojchivosti i upravljajemosti pri tormozhenii avtotransportnykh sredstv (Improving the efficiency, stability and controllability during braking of motor vehicles), Dissertation ... D. Sc. (Engineering), Volgograd, 1983, 601 p.
5. **Burckhardt M.** Fahrwerktechnik: Radschlupf-Regelsysteme, Wurzberg, Vogel, 1993, 432 p.
6. **Canudas-de-Wit C., Tsiotras P., Velenis E., Basset M., Gissinger G.** Dynamic Friction Models for Road/Tire Longitudinal Interaction, *Vehicle System Dynamics*, 2002, vol. 39 (3), pp. 189—226.
7. **Ir. I. J. M. Besselink, H. Nijmeijer, Ir. A. J. C. Schmeitz, Ir. J. A. W. van Dommelen.** Tyre models for steady-state vehicle handling analysis, ing. R. T. Uil DCT, Eindhoven, December, 2007, 142 p.
8. **Hakanen J., Kahara T.** Tyre Characterisation on Ice and Snow with a Measurement Vehicle, *2nd International Colloquium on Vehicle-Tyre-Road Interaction. Nokian Tyres*, Florence, February 23rd 2001.
9. **Kiencke U., Nielsen L.** Automotive Control Systems — For Engine, Driveline, and Vehicle. Second edition. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005, p. 512.
10. **Liukkula M.** Tyre Characterisation on Summer and Winter Surfaces, *Presentation in Tire Technology Expo 2006, 3rd International Colloquium on Vehicle-Tyre-Road Interaction. Nokian Tyres*, available at: http://www.vertec.hut.fi/P05_Tire_tests.pdf.
11. **Denny M.** The dynamics of antilock brake systems, *European Journal of Physics*, 2005, vol. 26, no. 6, pp. 1007—1016.
12. **Nordstrom O., Astrom H.** Upgrading of VTI friction test vehicle BV12 for combined braking and steering tests under aquaplaning and winter conditions, *2nd International Colloquium on Vehicle-Tyre-Road Interaction. Nokian Tyres*, Florence, February 23rd 2001.
13. **Zotov N. M., Balakina E. V.** Using the φ - s_x Nomogram in Calculating the Dynamics of a Braked Wheel, *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2007, vol. 36, no. 2, pp. 193—198.

УДК 007.51

DOI: 10.17587/mau.17.133-137

Л. В. Массель, д-р техн. наук, проф., massel@isem.sei.irk.ru,
А. С. Жилев, аспирант, anton@el.istu.edu, **А. С. Говорков**, доц. govorkov_as@istu.edu,
 Иркутский национальный исследовательский технический университет

Методика перехода от трехмерной модели к онтологическому представлению изделий авиационной техники*

Предлагается методика перехода от трехмерной модели изделия авиационной техники к онтологическому представлению и ее практическая реализация. Рассмотрены вопросы анализа производственной технологичности в авиастроении, автоматизации процесса проектирования. Предложенная методика призвана облегчить процесс перехода между важнейшими этапами разработки изделия авиационной техники — проектированием и технологическим контролем, ускорить процесс проектирования, а также упростить внесение изменений в готовую 3D-модель изделия.

Ключевые слова: онтологическое моделирование, анализ производственной технологичности, интеллектуальные системы

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ № 15-07-01284 А.

Введение

В современном авиастроении большое внимание уделяется сокращению производственных издержек и повышению вследствие этого конкурентоспособности компании на рынке. С этой целью в процессе проектирования самолета или вертолета обязательным стало проведение технологического контроля изделия — поиска наиболее выгодного способа производства изделия [1]. Данный этап требует от эксперта значительного багажа знаний и опыта, так как необходимо выбрать, на каком оборудовании и каким способом изготавливать ту или иную деталь. Учитывая сложность современного самолета (типовой пассажирский лайнер состоит из примерно 3 млн деталей), можно отметить, что проведение полноценного анализа для каждой детали требует значительных трудозатрат. Вследствие этого на практике используются типовые, шаблонные решения, которые не меняются десятилетиями [2]. Это позволяет значительно сократить трудозатраты на этапе технологического контроля изделий, но, как следствие, страдает качество принимаемых решений. Таким образом, проблема, в широкой постановке, заключается в том, что существующие практики технологического контроля изделий не способны обеспечить снижение себестоимости производства, в то время как благодаря использованию современного оборудования на производстве образовался задел по сокращению издержек.

Под информационной моделью понимается описание последовательности: сборка, деталь, конструктивный элемент, полуфабрикат, технологическая операция, средство технологического оснащения, оборудование. Данная цепочка обладает свойством информационной достаточности, необходимым для проведения технологического контроля изделия [6]. Под объектами производственной среды понимается набор элементов для каждой сущности из онтологии, представленной на рис. 1. Набор элементов характеризует технологические возможности предприятия.

В работе представлено решение по частичной автоматизации некоторых составляющих техноло-



Рис. 1. Онтология информационной модели изделия

гического контроля, а именно — проектирования модели в CAD-системе (Siemens NX) и перехода от проектирования к технологическому контролю изделия (Siemens Teamcenter). Этапы проектирования и технологического контроля связаны между собой необходимостью передачи данных из NX в Teamcenter. Переход от модели, представленной в виде 3D-модели, к представлению в виде онтологии, включающей цепочки объектов производственной среды, называемые информационной моделью изделия (см. рис. 1), сопряжен с определенными сложностями. Каждому элементу 3D-модели соответствует конструктивный элемент (КЭ). Вследствие различного формата представлений данных автоматическая конвертация затруднена, поэтому применяется ручное добавление КЭ для каждого элемента 3D-модели. Предлагаемая авторами идея заключается в организации базы данных объектов производственной среды, включающей как трехмерное представление, так и технологическую информацию. Это позволит облегчить процесс перехода между этапами, ускорить процесс проектирования за счет использования типовых элементов и упростить внесение изменений в готовую 3D-модель изделия.

Обзор существующих подходов к распознаванию элементов 3D-модели

Стандартом де-факто для проектирования в области машиностроения в РФ является САПР Siemens NX. История программы насчитывает более 30 лет. За это время система прошла путь, по сути, от автоматизированного чертежного стола до многофункционального программного комплекса, позволяющего рассчитать кинематику нагрузок модели и создать программу обработки для станка с числовым программным управлением. Одной из возможностей NX является задание пользовательских элементов — UDF (user defined feature). UDF представляет собой именованную последовательность действий, применяемых при моделировании изделия. Используя UDF, конструктор может избавиться от рутинной работы и создавать модель из готовых элементов, вводя только их параметры.

Формат представления моделей в NX основан на полигонах и сплайнах, что удобно при 3D-моделировании, но затрудняет работу с моделью на дальнейших этапах, выполняющихся, как правило, в PLM-системе Siemens Teamcenter, использующейся для автоматизации документооборота и управления жизненным циклом изделия (PLM). После завершения моделирования необходимо вести работу не с геометрией модели, а со списком и параметрами КЭ, из которых она состоит. Для перехода от 3D-модели к списку КЭ в существующей практике не используются средства автоматизации, технологу приходится вводить состав детали и размеры КЭ в ручном режиме, основываясь на анализе модели. Такой процесс требует значитель-

ных трудозатрат и усложняет внесение изменений в модель, что отрицательно сказывается на эффективности работы конструктора и технолога.

Для решения указанной проблемы существуют решения по автоматическому распознаванию элементов (Automatic Feature Recognition) [3]. На данный момент одним из самых функционально богатых решений является плагин DFM pro компании Geometric Ltd., также используются модули распознавания в САПР ADEM, Feature CAM и др. DFM pro позволяет распознавать минимальные геометрические фигуры в модели (отверстия, скругления и т. д.) и определять нетехнологичные сочетания, которые невозможно или слишком дорого изготовить на имеющемся оборудовании. Однако для полноценной интеграции с другими этапами производства необходимо распознавание не геометрических фигур, а сразу КЭ с привязкой к базе данных объектов производственной среды. Этого существующие решения обеспечить не могут, в силу используемых технологий распознавание выполняется с использованием дерева решений, в котором в роли условий выступают операции построения детали или геометрические фигуры [4, 5]. Такая система не может расширяться пользователем и не соответствует современным требованиям к программному обеспечению.

Методика построения информационной модели на основе трехмерного представления изделия авиационной техники

Одной из основных причин невысокого уровня автоматизации на этапе технологического контроля изделия является крайне низкий уровень формализации процесса технологического проектирования. Коллективом авторов ведется работа по формализации этого процесса [6, 7], результатом которой стала информационная модель изделия авиационной техники (АТ), методика оценки изделий АТ на технологичность, а также практическая реализация предложенного подхода в СППР "Система анализа ТКИ". В данной работе выполнены развитие авторского подхода к анализу технологичности и разработка методики перехода от трехмерного представления изделия АТ к его информационной модели.

Предлагаемый подход заключается в привязке UDF, являющихся трехмерным представлением КЭ, к объектам КЭ из базы данных объектов производственной среды. При работе в Siemens NX конструктор создает трехмерную модель изделия АТ с помощью UDF, импортированных из "Системы анализа ТКИ" или Siemens Teamcenter посредством разработанного плагина. На следующем этапе технолог создает в "Системе анализа ТКИ" или Teamcenter информационную модель изделия для проверки ее на технологичность. Благодаря разработанному плагину технолог имеет возможность добавить все конструктивные элементы с размерами из модели NX в информационную модель изделия

в автоматическом режиме, а конструктор получает возможность вносить изменения в 3D-модель в полуавтоматическом режиме. Таким образом, вместо распознавания элементов применяется словарь UDF, который приводится в соответствие с базой данных объектов производственной среды и может расширяться пользователем. Благодаря применению указанного подхода реализуется однозначное, а не вероятностное распознавание КЭ 3D-модели, что является необходимым условием на последующих этапах проектирования изделий АТ.

Методика перехода от трехмерной модели изделия авиационной техники к онтологическому представлению, основанная на работе [8], включает следующие шаги:

1. Смоделировать UDF, представляющие КЭ, и занести их в базу данных объектов производственной среды.
2. Установить соответствие между параметрами КЭ и параметрами UDF.
3. Смоделировать трехмерное изделие авиационной техники, используя набор UDF из базы данных объектов производственной среды.
4. Установить соответствие между UDF модели изделия и UDF базы данных, сформировав, таким образом, список КЭ с параметрами, из которых состоит трехмерная модель изделия.
5. Построить на основе списка КЭ информационную трехмерную модель изделия.

Реализация методики

На основании методики разработан плагин для SiemensNX, упрощающий работу конструктора и технолога. Использование плагина предполагает следующие шаги (рис. 2):

- 1) добавление UDF в базу КЭ "Системы анализа ТКИ";
 - 1.1) технолог при добавлении КЭ в "Систему анализа ТКИ"/Teamcenter вносит не только информацию о размерах, но также и добавляет файл UDF, соответствующий трехмерной модели КЭ;
 - 1.2) другой вариант использования позволяет конструктору при работе в Siemens NX открыть плагин и добавить UDF из базы NX в базу КЭ;
- 2) добавление UDF в базу Siemens NX;
- 3) проектирование изделия в Siemens NX с помощью UDF;
- 4) добавление UDF в информационную модель изделия;
- 5) при необходимости внесение изменений в 3D-модель.

При разработке использован язык Java, NXOpenAPI для связи с САПР NX и СУБД MariaDB для хранения онтологического представления объектов производственной среды. Фрагмент графического интерфейса плагина и типовая модель изделия АТ представлены на рис. 3. Структура онтологии в виде ориентированного графа перенесена в реляционную базу данных [9]. Интеграция мо-

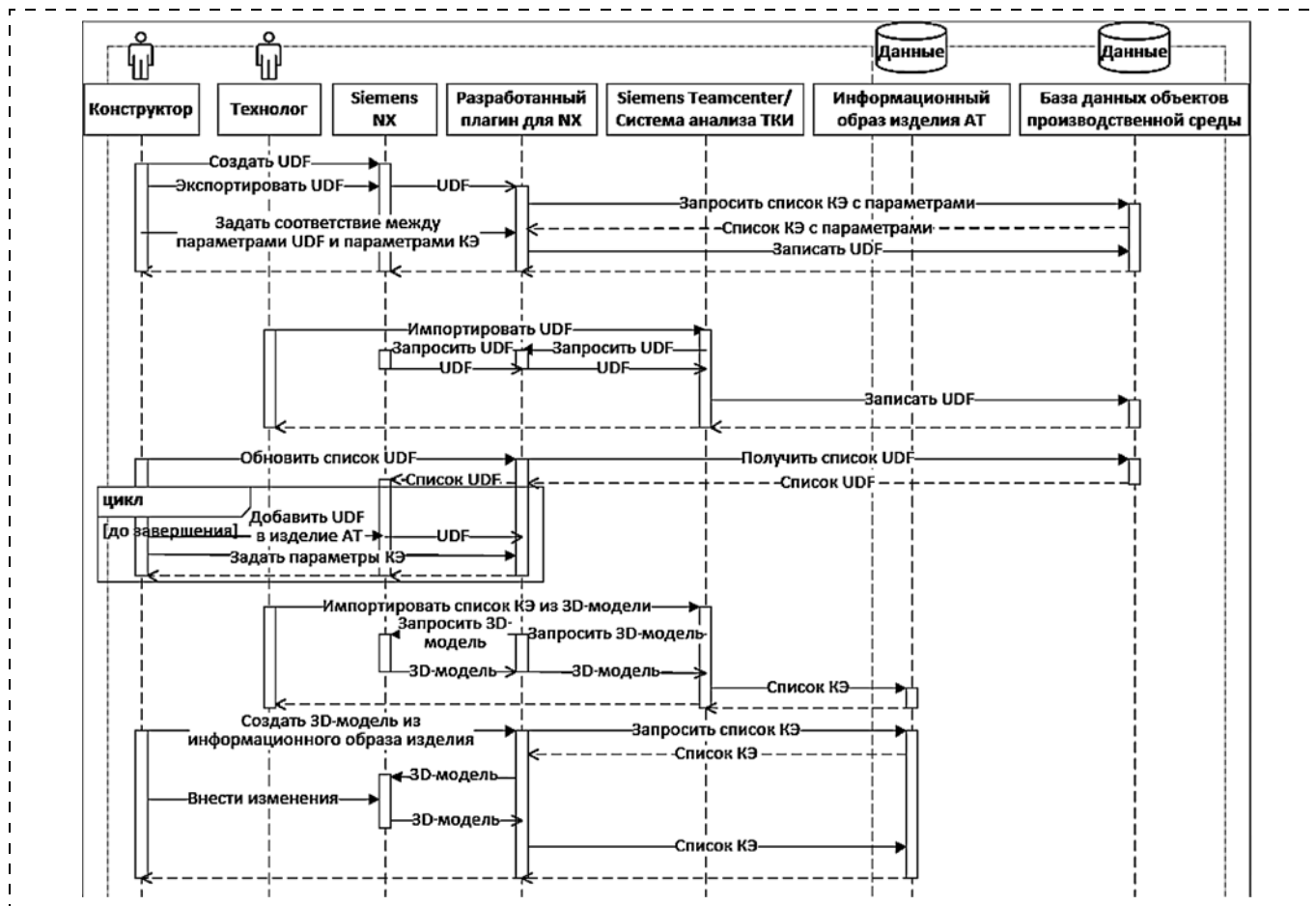


Рис. 2. UML диаграмма последовательностей для плагина NX

дели онтологии в разработанный плагин выполнена в соответствии с методикой, описанной в работе [10].

Рассмотрим подробнее процесс работы с плагином. В Siemens NX конструктор создает с помощью UDF трехмерную модель изделия, причем каждый UDF соответствует конструктивному элементу. Далее с использованием разработанного плагина загружается список КЭ из базы данных объектов производственной среды и задается соответствие между объектами и параметрами UDF и КЭ в ручном режиме. После этого полученный UDF записывается в базу данных объектов производственной среды для последующего использования тех-

нологом при быстром построении 3D-модели по информационной модели изделия.

Заключение

В статье проанализированы современные программные средства автоматического распознавания элементов, найдены пути их совершенствования. На основании проведенного анализа предложены методика перехода от трехмерной модели изделия авиационной техники к онтологическому представлению и разработанный на ее основе плагин для Siemens NX. Результаты работы призваны облегчить процесс перехода между важнейшими этапами разработки изделия АТ — проектированием и технологическим контролем, ускорить процесс проектирования, а также упростить внесение изменений в готовую 3D-модель изделия АТ.

Список литературы

1. Амиров Ю. Д. Технологичность конструкции изделия // Библиотека конструктора. М.: Машиностроение, 1990. 768 с.
2. Колганов И. М., Дубровский П. В., Архипов А. Н. Технологичность авиационных конструкций, пути повышения. Часть 1: учеб. пособ. Ульяновск: УлГТУ, 2003. 148 с.
3. Subrahmanyam P., Wozny M. An overview of automatic feature recognition techniques for computer-aided process planning // Computers in industry. 1995. Vol. 26. P. 1—21.

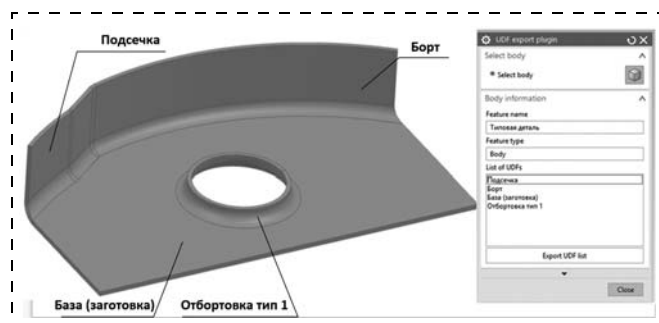


Рис. 3. Фрагмент графического интерфейса плагина и типовая модель изделия АТ

4. **Emad P. Abouel Nasr, Ali K. Kamrani.** A new methodology for extracting manufacturing features from CAD system // *Computers & Industrial Engineering*. 2006. Vol. 51. P. 389–415.
5. **Черепашков А. А., Носов Н. В.** Компьютерные технологии, моделирование и автоматизированные системы в машиностроении. Волгоград: Инфолио, 2009. 650 с.
6. **Говорков А. С., Ахатов Р. Х.** Анализ технологичности изделия авиационной техники на основе информационного образа изделия // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2011. Т. 13. № 6–1. С. 285–292.
7. **Говорков А. С., Жилияев А. С.** Практическое применение "Системы анализа технологичности" при проведении техноло-

- гического контроля изделия авиационной техники // *Труды МАИ*. 2014. № 74. С. 21.
8. **Hoque A. P. M., Szecsi T.** Designing using manufacturing feature library // *Journal of Materials Processing Technology*. 2008. Vol. 201, Iss.s 1–3. P. 204–208.
9. **Массель Л. В.** Применение онтологического, когнитивного и событийного моделирования для анализа развития и последствий чрезвычайных ситуаций в энергетике // *Проблемы безопасности и чрезвычайных ситуаций*. 2010. № 2. С. 34–43.
10. **Массель А. Г.** Методологический подход к организации интеллектуальной поддержки исследований проблемы энергетической безопасности // *Информационные технологии*. 2010. № 9. С. 32–36.

Methods of Transition from a 3D Model to an Ontological Presentation of the Products of Aircraft Technologies

L. V. Massel, massel@isem.sei.irk.ru, **A. S. Zhilyaev**, anton@el.istu.edu✉,

A. P. Govorkov, govorkov_as@istu.edu,

Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, 664074, Russian Federation

Corresponding author: **Zhilyaev Anton S.**, Postgraduate Student, Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, 664074, Russian Federation, e-mail: anton@el.istu.edu

Received on May 26, 2015

Accepted on August 03, 2015

Modern aircraft industry focuses, among other things, on reduction of the production costs in accordance with the market demands. Cost reduction can be achieved due to design for manufacturability (DFM) process. DFM practices are aimed to develop products of the same quality, but more cost efficient. This process requires additional knowledge and sufficient experience in selection of the appropriate equipment and technologies for the parts' production. Given the complexity of a modern airplane design (3 million parts for Boeing 767), it's hard to develop the right technology for each part, and, as a consequence, the design engineers often utilize the patterns, which have not changed for decades. The problem is that common practice does not exploit fully the potential of the modern equipment. One of the reasons behind the low automation level in the DFM process is a poor formalization of the DFM process. The authors of this paper did some work for formalization of the DFM process, which resulted in development of an information model, a method of the DFM process and their implementation in DSS, "DFM analysis system". This paper proposes a method for transition from a 3D model to its ontological presentation and describes its usage in the aircraft design process. The problems of the design for manufacturability and design automation are also discussed. The proposed method is aimed to ease the process of the data exchange between important aircraft design phases, namely engineering and design control. The method is also intended to increase the speed of designing and 3D model customizability. The author's plug-in for Siemens NX is based on the method of transition from a 3D model to its ontological presentation and focuses on simplification of the work of the design engineers and technologists.

Keywords: ontological modeling, design for manufacturability, intelligent systems

Acknowledgements: The work was partially supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 15-07-01284 A.

For citation:

Massel L. V., Zhilyaev A. S., Govorkov A. S. Methods of Transition from a 3D Model to an Ontological Presentation of the Products of Aircraft Technologies, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 1, pp. 133–137.

DOI: 10.17587/mau/17.133-137

References

1. **Amirov U. D.** *Tekhnologichnost' konstruksii izdeliya* (Design for manufacturability for airplane parts), *Biblioteka Konstruktora*. M.: Mashinostroyeniye, 1990. 768 p. (in Russian).
2. **Kolganov I. M., Dubrovskij P. V., Arkhipov A. N.** *Tekhnologichnost' aviatsionnykh konstruksij* (How to increase design for manufacturability), Part 1, UI'yanovsk, Publishing house of UIGTU, 2003, 148 p. (in Russian).
3. **Subrahmanyam P., Wozny M.** An overview of automatic feature recognition techniques for computer-aided process planning, *Computers in industry*, 1995, Vol. 26, pp. 1–21.
4. **Emad P. Abouel Nasr, Ali K. Kamrani.** A new methodology for extracting manufacturing features from CAD system, *Computers & Industrial Engineering*, 2006, vol. 51, p. 389–415.

5. **Cherepashkov A. A., Nosov N. V.** *Komp'yuternye tekhnologii, modelirovaniye i avtomatizirovannyye sistemy v mashinostroyenii* (Information technologies, modeling and automatic systems in mechanical engineering), Volgograd, Infolio, 2009, 650 p. (in Russian).
6. **Govorkov A. S., Akhatov R. Kh.** *Analiz tekhnologichnosti izdeliya aviatsionnoy tekhniki na osnove informatsionnogo obraza izdeliya* (Aircraft design for manufacturability based on the informational model), *Izvestiya Samarskogo Nauchnogo Tsentra Rossiyskoy Akademii Nauk*, 2011, vol. 13, no. 6–1, pp. 285–292. (in Russian).
7. **Govorkov A. S., Zhilyaev A. S.** *Prakticheskoe primeneniye "Sistemy analiza tekhnologichnosti" pri provedenii tekhnologicheskogo kontrolya izdeliya aviatsionnoy tekhniki* (Usage of "DFM analysis system" on practice), *Trudy MAI*, 2014, no. 74, pp. 21 (in Russian).
8. **Hoque A. P. M., Szecsi T.** Designing using manufacturing feature library, *Journal of Materials Processing Technology*, 2008, vol. 201, iss. 1–3, pp. 204–208.
9. **Massel' L. V.** *Primeneniye ontologicheskogo, kognitivnogo i sobytijnogo modelirovaniya dlya analiza razvitiya i posledstviy chrezvychajnykh situatsij v ehnergetike* (Usage of ontological, cognitive and event-based modeling methods for energetic forecasting), *Problemy Bezopasnosti i Chrezvychajnykh Situatsij*, 2010, no. 2, pp. 34–43 (in Russian).
10. **Massel' A. G.** *Metodologicheskij podkhod k organizatsii intellektual'noj podderzhki issledovaniy problemy ehnergeticheskoy bezopasnosti* (The method of decision support on energetic safety research), *Informatsionnye Tekhnologii*, 2010, no. 9, pp. 32–36 (in Russian).

В. В. Инсаров, д-р техн. наук, зам. начальника подразделения, wiliam@gosniias.ru,

С. В. Тихонова, вед. инженер, svetico@yandex.ru,

Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, Москва

Методика выделения прямых линий на изображениях стационарных наземных сцен*

Рассматривается задача обработки изображений стационарных наземных сцен в целях выделения присутствующих на изображениях прямых линий как одного из наиболее характерных и робастных компонентов геометрического контента. Для решения этой задачи предложен алгоритм, основанный на использовании направленной фильтрации и модифицированного преобразования Хафа.

Ключевые слова: обработка изображений, направленная фильтрация, преобразование Хафа, протяженные объекты наземных сцен, выделение прямых линий

Введение

В настоящее время большое внимание уделяется решению задач управления автономными подвижными объектами с применением технологий машинного зрения.

Круг решаемых задач достаточно широк:

- задачи навигации;
- задачи комплексирования изображений, полученных различными датчиками;
- задачи распознавания и селекции заданных объектов сцены и др.

Решение этих задач базируется на использовании информации об окружающей среде, представляемой, как правило, в виде изображений наблюдаемых сцен и объектов, полученных в различных спектральных диапазонах.

Решение поставленных глобальных задач требует решения ряда локальных задач. Так, решение задачи комплексирования изображений, полученных различными датчиками, требует решения задачи точного совмещения изображений, полученных каждым из датчиков. Решение задач навигации может потребовать решения задачи выделения на исходном изображении некоторых ориентиров и/или совмещения текущего изображения с эталоном. При этом все задачи должны решаться автоматически, в широких диапазонах изменчивости окружающей среды (погодной, временной и др.). Соответственно, исходная информация должна быть представлена в виде набора признаков, обладающих наибольшей робастностью. В случае обработки изображений

стационарных наземных сцен наибольшей робастностью обладают признаки, описывающие геометрию сцены ("геометрический контент" сцены) [1]. В свою очередь, источником информации о геометрии сцены может служить информация о присутствующих на изображении сцены контурах, представляющих собой наборы точек, в которых наблюдается значительный перепад яркости. Таким образом, в качестве исходных данных для последующей обработки изображений (сегментации, локализации объектов и т. д.) может служить информация о градиенте яркостного поля изображения — координаты точек, в которых модуль градиента яркости превышает некоторый порог (такие точки часто называют контурными) и направление градиента в этих точках [2].

В решении ряда задач информация о контурных точках используется для определения формы присутствующего на изображении объекта. В этом случае геометрия сцены может быть описана набором форм составляющих сцену объектов и их координатами на изображении.

Однако в большинстве случаев при обработке изображений многообъектных сцен использование информации о форме отдельных объектов не представляется возможным. Объекты на такой сцене оказываются частично загорожены другими объектами, соответственно, форма видимой на получаемом изображении части объекта зависит от ракурса наблюдения.

Следует отметить, что форму многих объектов антропогенного характера (здания, мосты, дороги, улицы) часто можно с достаточной точностью аппроксимировать набором сегментов прямых линий.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 14-08-00621 а, № 13-08-01433 а.

В ряде случаев прямыми линиями могут быть аппроксимированы некоторые природные образования — берега рек, водоемов, линия горизонта. Таким образом, геометрия наблюдаемой сцены может быть описана набором присутствующих на изображении сцены сегментов прямых (под сегментом понимаем параметры прямой и точки концов сегмента). В общем случае можно использовать для описания сцены только параметры присутствующих на изображении прямых линий.

Не следует забывать, что прямые линии косвенно определяют другие геометрические признаки. Так, характерные точки могут быть определены как точки пересечения прямых (например, углы крыш определяются как точки пересечения прямых, аппроксимирующих грани этих крыш).

Использование параметров присутствующих на изображении прямых линий в качестве основных геометрических признаков позволяет получить описание изображения в компактном виде. Соответственно, при решении задач, требующих сравнения нескольких изображений, необходимо сравнить несколько компактно записанных описаний соответствующих изображений.

Некоторые методы выделения сегментов прямых

Среди существующих методов выделения сегментов прямых линий можно выделить следующие группы:

- методы, основанные на прослеживании контуров с исходной информацией в виде однопиксельных контуров;
- методы, основанные на объединении в группы точек с одинаковой ориентацией градиента яркости (так называемые области поддержки линии);
- методы, основанные на преобразовании Хафа.

Все эти методы используют в качестве входной информации поле градиентов яркостей исходного полутонового изображения с последующей обработкой.

Методы выделения сегментов прямых, основанные на прослеживании контуров, представляют собой итерационный процесс. Эти методы требуют значительных затрат вычислительных ресурсов как в силу своей итерационности, так и в силу существенных затрат ресурсов на предварительную обработку. Для реализации подобных методов требуется получение однопиксельных контуров, представляющих собой цепочки контурных точек, где у каждой точки есть не более двух соседей по восьмисвязности. Вместе с тем, использование подобных методов позволяет точно определить параметры прямой и конечные точки сегмента.

Методы, основанные на объединении в группы точек с одинаковой ориентацией градиента яркости, используют информацию о направлении градиента яркости в каждой точке изображения. Точки с одинаковым направлением градиента объединяются в группы в соответствии с некоторым крите-

рием. Полученные группы точек в дальнейшем аппроксимируются прямыми.

Методы, основанные на преобразовании Хафа, в общем случае используют в качестве исходной информации бинарные контурные изображения. Эти методы характеризуются заметными ошибками в определении параметров прямых. Можно выделить две составляющие возникающих ошибок. Первая составляющая — ошибки, возникающие в результате дискретности аккумулятора Хафа. Вторая составляющая — значительное число "помеховых" контуров на изображениях.

К преимуществам методов, основанных на преобразовании Хафа можно отнести тот факт, что они используют в качестве входной информации набор (список) контурных точек, а не полное изображение.

Постановка задачи

В данной статье рассматривается алгоритм выделения прямых на изображениях стационарных наземных сцен, основанный на преобразовании Хафа и использующий в качестве входной информации набор контурных точек с дополнительной информацией о направлении контуров.

Для предварительной обработки исходного полутонового изображения предлагается использовать метод направленной (ориентированной) фильтрации, позволяющий не только определить точки перепада яркости, но и зафиксировать направление этого перепада в каждой точке [3]. Результатом подобной фильтрации является индексированное контурное изображение, где каждой точке соответствует некоторый индекс. Индекс равен нулю для точек, в которых перепад яркостей меньше некоторого порога. Ненулевое значение индекса говорит о том, что значение перепада яркостей в этой точке больше заданного порога (точка принадлежит контуру); значение индекса указывает направление градиента в точке. Очевидно, что число контурных точек значительно меньше, чем общее число точек на изображении. Если принимать во внимание направление градиента в точке, то это число сократится еще больше. Соответственно, целесообразно перейти от работы с изображением (двумерным массивом точек) к работе со списками контурных точек.

В алгоритме выделения сегментов прямых используется метод, основанный на преобразовании Хафа, хорошо работающий со списками контурных точек.

Авторы отдают себе отчет в том, что точность параметров прямых, полученных с использованием преобразования Хафа, достаточно низкая. Однако с учетом ограниченного объема входной информации (список индексированных контурных точек) алгоритм может получиться достаточно быстрым.

Описание алгоритма выделения прямых

Предлагаемый алгоритм выделения прямых на изображениях может быть представлен в виде следующего набора шагов.

Шаг 1. Предобработка. Формирование исходного списка контурных точек. На этом шаге выполняется направленная (ориентированная) фильтрация исходного полутонового изображения, например, с использованием алгоритма, описанного в работе [3]. Результатом выполнения этого шага является список индексированных контурных точек POINTS, где индекс точки указывает на направление перепада яркостей в этой точке. При этом можно проиндексировать возможные направления градиента как с учетом знака градиента (направления "север" и "юг" имеют разные индексы), так и без учета знака (направления "север" и "юг" имеют одинаковый индекс).

В дальнейшем обработка может проводиться как по всем точкам списка, так и по точкам с одинаковым индексом.

Шаг 2. Формирование вспомогательных списков и массивов. На этом шаге выполняются следующие действия.

Формирование списка ТНЭТА — списка возможных значений углов наклона прямой θ_n , $n = 1 - N$; для заданного диапазона углов $[\theta_{\min}; \theta_{\max}]$ и заданного шага дискретизации $\Delta\theta$ $N = (\theta_{\max} - \theta_{\min})/\Delta\theta$.

Вычисление для каждой точки (i_m, j_m) из списка точек и для каждого возможного угла наклона прямой θ_n значения расстояния от начала координат до прямой $\rho_{m,n} = i_m \sin \theta_n + j_m \cos \theta_n$. Формирование соответствующего двумерного массива RHO размерностью $M \times N$. Все полученные и внесенные в массив значения $\rho_{m,n}$ квантованы с заранее заданной точностью (шагом квантования) $\Delta\rho$.

Шаг 3. Заполнение аккумулятора HF, представляющего собой двумерный массив размерностью $L \times N$, где $L = (\rho_{\max} - \rho_{\min})/\Delta\rho$.

Выполняется цикл по всем значениям массива RHO, сформированного на шаге 2. На каждом шаге цикла значение массива HF с индексами $(\rho_{l,n}, \theta_n)$ увеличивается на единицу.

Шаг 4. Поиск глобального максимума массива HF; $hf_{\max}(\rho_l, \theta_n)$. Предполагается, что все точки, внесшие свой вклад в заполнение данной ячейки аккумулятора, лежат на одной прямой. Индексы этой ячейки $(\rho_{l \max}, \theta_{n \max})$ определяют параметры соответствующей прямой. Обнаруженной прямой присваивается уникальный индекс. Параметры прямой и ее индекс записываются в список LINES.

Все точки, внесшие свой вклад в формирование прямой, записываются в новый список индексированных контурных точек IPOINTS, в котором каждой точке соответствует индекс, равный индексу прямой, на которой лежит данная точка.

Шаг 5. Модификация аккумулятора. Формирование результирующего списка контурных точек. Предложенный алгоритм предполагает единовре-

менную обработку контуров одного направления (например, контуры, близкие к вертикальным). В этом случае будем выполнять дальнейшую обработку исходя из условия, что каждая точка может принадлежать только одному контуру (исключением могут быть точки пересечения контуров, но этих точек мало, и их можно не учитывать). Соответственно, все точки, внесшие свой вклад в формирование прямой, полученной на шаге 4, должны быть изъяты из дальнейшего рассмотрения. Это можно сделать следующим образом. В массиве RHO проверяем столбец с индексом, соответствующим $\theta_{n \max}$, и если значение в ячейке равно $\rho_{l \max}$, то соответствующая строка удаляется из массива.

Примечание. Опыт показывает, что целесообразно рассматривать не только точки, внесшие свой вклад в заполнение ячейки $(\rho_{l \max}, \theta_{n \max})$ аккумулятора, но и точки, внесшие свой вклад в заполнение соседних ячеек.

Шаги 3—5 повторяются до тех пор, пока не выполнено одно из условий: значение очередного глобального максимума массива HF ниже заданного порога или обнаружено заданное число прямых.

Результатом выполнения предложенного алгоритма является список параметров прямых, обнаруженных на изображении, а также список точек, проиндексированных в соответствии с индексом прямой, которой принадлежит каждая точка.

Иллюстрация полученных результатов

Алгоритм был протестирован на изображении, представленном на рис. 1. Рисунок хорошо иллюстрирует рассматриваемый класс сцен, на которых присутствуют протяженные объекты техногенного характера. В данном случае это дороги с линиями разметки и столбы. Также на изображении присутствует линия горизонта.

Как было сказано ранее, источником информации о геометрии сцены может служить информация о присутствующих на изображении сцены контурах, представляющих собой наборы точек, в которых наблюдается значительный перепад яркости.



Рис. 1. Исходное изображение

На рис. 2 приведен результат направленной (ориентированной) фильтрации, позволяющей выделить точки перепада яркости с сохранением информации о направлении перепада. На рис. 2 показаны точки, соответствующие только одному направлению градиента (Северо-Запад).

Рис. 3 иллюстрирует окончательный результат направленной фильтрации с дополнительной обработкой, в результате которой из дальнейшего рассмотрения были изъяты мелкие контуры (небольшие связные группы точек). На рис. 3 одновременно показаны точки, соответствующие всем направлениям градиента яркости.

Геометрию данной сцены можно описать набором присутствующих на изображении сцены контуров, т. е. набором контурных точек. Можно назвать такое описание описанием в пространстве градиентов. Рис. 3 можно считать визуализацией такого описания сцены.

В то же время на рис. 3 видно, что значительное число полученных в результате обработки контуров можно аппроксимировать прямыми линиями. Соответственно, можно описать сцену набором параметров прямых, на которых лежат выделенные точки перепадов яркостей (контурные точки). Такое описание можно получить, применив рассматриваемый алгоритм последовательно к наборам контурных точек, соответствующим различным направлениям градиентов. В результате описание сцены можно представить в виде списка параметров прямых в формате (RHO; ТНЕТА) (табл. 1) либо визуализировать в виде набора точек в пространстве параметров прямых (рис. 4). Точки на рис. 4 обозначают прямые с соответствующими параметрами (RHO; ТНЕТА).

На рис. 5 приведено изображение, на котором отмечены точки перепадов яркости (контурные

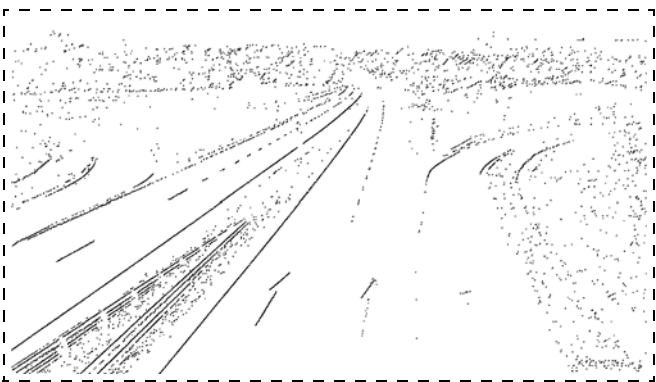


Рис. 2. Результат направленной (ориентированной) фильтрации для одного направления градиента (Северо-Запад)

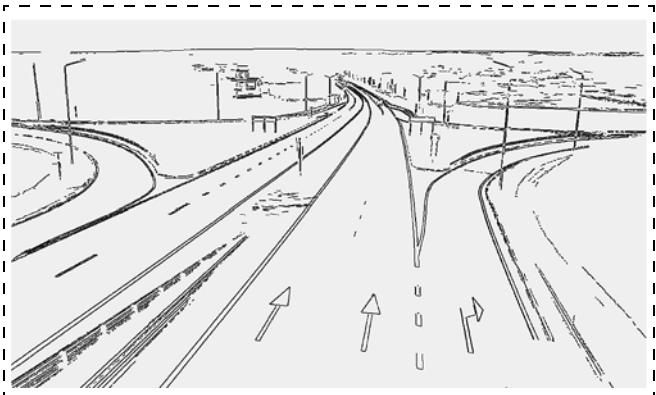


Рис. 3. Результат направленной (ориентированной) фильтрации

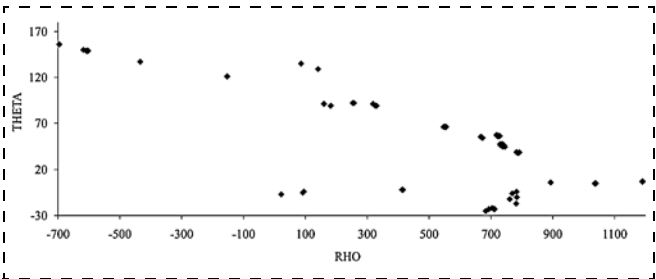


Рис. 4. Визуализация описания геометрии сцены в пространстве параметров прямых

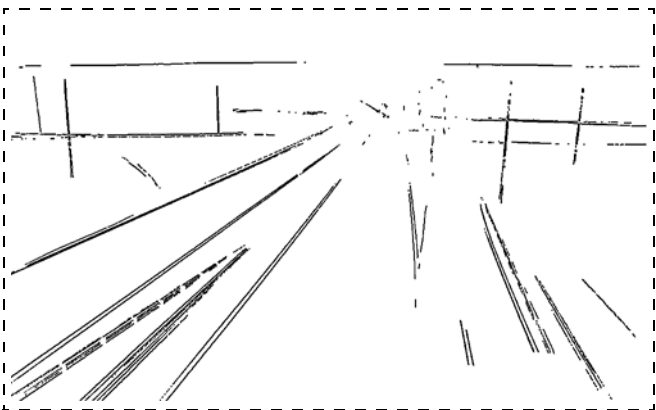


Рис. 5. Набор контурных точек, которые внесли свой вклад в формирование описания геометрии сцены

Таблица 1

Параметры прямых, обнаруженных на рис. 1

ТНЕТА	RHO	ТНЕТА	RHO	ТНЕТА	RHO
-25	683	38	788	66	547
-23	712	39	783	66	553
-23	710	39	792	66	554
-23	693	45	738	89	182
-22	704	45	745	89	330
-17	782	46	739	89	326
-12	761	47	730	91	160
-10	784	47	739	91	319
-7	22	47	732	92	257
-6	769	47	736	92	254
-5	92	54	673	121	-153
-4	95	55	670	129	141
-4	783	55	667	135	86
-2	413	56	724	137	-434
-2	415	56	728	149	-608
5	1036	56	721	149	-603
5	1039	57	719	149	-606
6	893	57	718	150	-618
7	1189	66	555	156	-696
7	1191	66	552	158	-705

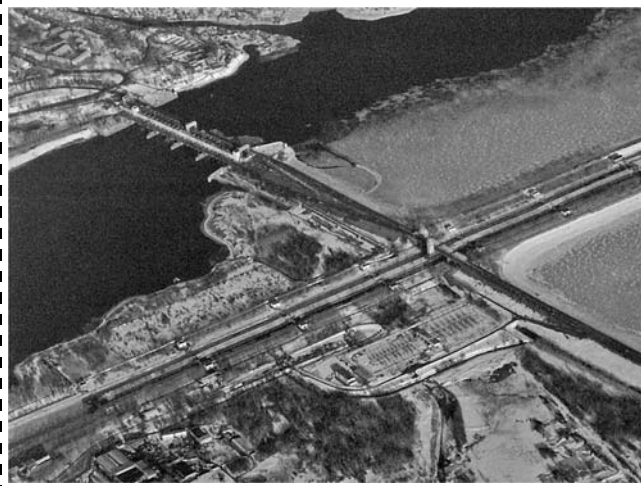


Рис. 6. Исходное изображение

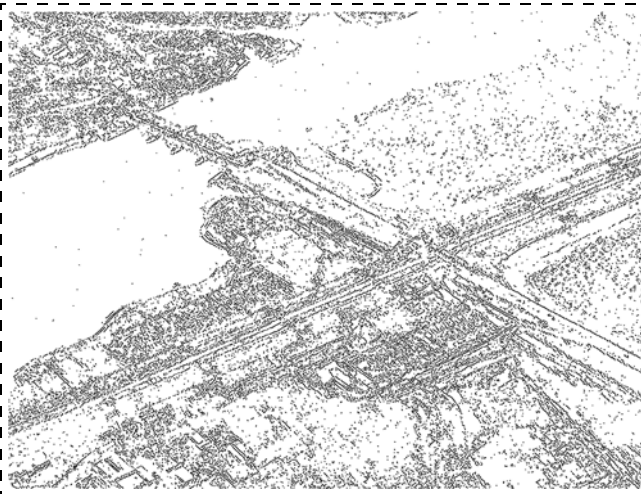


Рис. 7. Результат направленной фильтрации исходного изображения, представленного на рис. 6

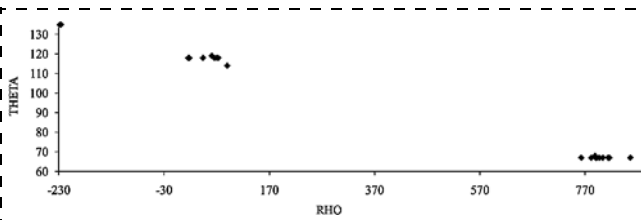


Рис. 8. Визуализация описания геометрии сцены в пространстве параметров прямых

Таблица 2

Параметры прямых, обнаруженных на рис. 6

THETA	RHO	THETA	RHO
67	782	114	90
67	804	118	73
67	763	118	44
67	856	118	18
67	790	118	66
67	816	118	16
67	797	118	70
67	814	119	61
67	792	135	-226
68	789	135	-228

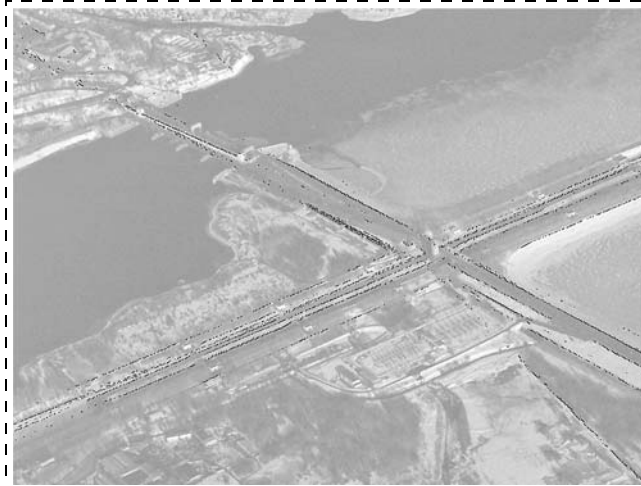


Рис. 9. Контурные точки, которые находятся на выделенных прямых. В качестве подложки использовано исходное изображение

точки), внесшие свой вклад в формирование соответствующих прямых.

На рис. 6 приведено еще одно изображение сцены, на которой присутствуют плотина и автомобильные дороги. Изображение получено с борта летательного аппарата. Изображение достаточно низкого качества и отличается малой контрастностью и высоким уровнем шума. На рис. 7 представлен результат направленной фильтрации исходного изображения, учитывающий только направления градиента, близкие к диагоналям (Северо-Запад — Юго-Восток и Северо-Восток — Юго-Запад). На рис. 7 видно большое число мелких контуров от текстур и шумов. При этом даже контуры протяженных объектов в результате низкого качества исходного изображения разрываются на большое число мелких контуров.

Используя предложенную модификацию метода Хафа с учетом только интересующих нас направлений, можно выделить несколько присутствующих на исходном изображении прямых. В табл. 2 представлены параметры обнаруженных прямых. На рис. 8 представлена визуализация описания геометрии сцены в пространстве параметров прямых.

На рис. 9 представлены только те контурные точки, которые находятся на выделенных прямых. Для удобства восприятия в качестве подложки использовано исходное изображение.

Очевидно, что полученная информация не достаточно для распознавания отдельных присутствующих на сцене объектов. Однако этой информации может оказаться вполне достаточно для описания геометрии всей сцены в целом и для решения таких задач, как грубое совмещение двух изображений (например, текущего изображения и эталона).

Заключение

В статье рассмотрена возможность использования направленной фильтрации и модифицированного преобразования Хафа для получения информации о наличии протяженных прямых линий на изображениях стационарных наземных сцен.

Направленная фильтрация позволяет получить набор контурных точек с сохранением информации о направлении градиентов яркости.

Предложенная модификация преобразования Хафа использует априорную информацию о преобладающих направлениях градиентов яркости, а также условие принадлежности одной контурной точки только одной из выделяемых прямых.

Рассмотренные примеры показывают, что даже в случае низкого качества исходного изображения

(малые контрасты и высокий уровень шума) предложенный алгоритм позволяет выделить информацию о протяженных объектах в виде набора контурных точек, лежащих на прямых, характеризующих геометрию сцены.

Список литературы

1. **Инсаров В. В.** Структурно-лингвистический алгоритм обработки изображений и распознавания образов наземных сцен в системе наведения летательного аппарата // Известия РАН. Теория и системы управления. 2004. № 1. С. 145—154.
2. **Pratt W.** Digital Image Processing. Third Edition. John Wiley & Sons, 2001.
3. **Инсаров В. В., Тихонова С. В., Райкова А. В., Фортинский Д. А.** Использование градиентного подхода в задаче выделения контуров крупных техногенных объектов на изображениях многообъектных наземных сцен // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 6. С. 415—421.

Technique for Detection of Straight Lines on the Images of the Stationary Land Scenes

V. V. Insarov, wiliam@gosniias.ru✉, **S. V. Tikhonova**, svetico@yandex.ru,
State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, 125319, Russian Federation

Corresponding author: **Insarov Wiliam V.**, D. Sc., Deputy Head of Unit,
State Research Institute of Aviation Systems,
Moscow, 125319, Russian Federation, e-mail: wiliam@gosniias.ru

Received on October 12, 2015

Accepted on October 15, 2015

Topic of this article is the problem of processing of the images of the stationary land scenes for the purpose of detection of the straight lines. Straight lines are considered as one of the most typical and robust components of the geometrical content. Straight lines detection on an image can be used in machine vision systems for solving of a number of information processing problems and control of the autonomous robotic mobile objects, such as: elongated landmarks detection in navigation problems; merging of several images of an observed scene with different resolution characteristics. The detected straight lines can be used directly as typical characteristic features in the recognition algorithms and object selection algorithms. At the same time, the detected straight lines could be used to form a different geometrical content, such as points of intersection and convergence of the straight lines, etc. For solution of the task of the straight lines detection an algorithm was proposed based on the use of a directed filtration and modified Hough transform. The directed filtration allows us to get a set of the contour points, while preserving information about direction of the brightness gradient. The offered modification of the Hough transform uses the aprioristic information about the prevailing directions of the brightness gradients, and also a condition that one contour point belongs only to one of the detected straight lines. The reviewed examples show, that even in case of a poor quality of the initial image (low contrasts and high noise level) the offered algorithm allows us to select information about the extended objects in the form of the contour points set, belonging to the straight lines, which determine the scene geometry.

Keywords: image processing, Hough transform, straight lines detection, directed filtration, edge detection

Acknowledgements: This work was supported by RFBR, project number 14-08-00621 and 13-08-01433

For citation:

Insarov V. V., Tikhonova S. V. Technique for Detection of Straight Lines on the Images of the Stationary Land Scenes, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 1, pp. 138—143.

DOI: 10.17587/mau/17.138-143

References

1. **Insarov V. V.** Structural and Linguistic Algorithm for Image Processing and Recognition of Patterns In Aerial Images In the

Guidance System Of an Aircraft, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2004, vol. 43, no. 1, pp. 136—144.

2. **Pratt W.** Digital Image Processing, Third Edition. John Wiley & Sons, 2001.

3. **Insarov V. V., Tikhonova S. V., Rankova A. V., Fortinsky D. A.** *Ispol'zovanie gradientnogo podhoda v zadache vydeleniya konturov krupnykh tehnogennykh obektov na izobrazheniyah mnogoobektnykh nazemnykh seen* (Gradient Approach to the Task of Contour Extraction of Big Anthropogenic Objects in the Images of Multi-Object Ground Scenes), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 6, pp. 415—421 (in Russian).



**В 2016 г. в Санкт-Петербурге
на базе АО "Концерн "ЦНИИ Электродприбор"
состоится научные мероприятия:**



- ◆ **с 12 по 15 апреля симпозиум международной ассоциации по геодезии
"Наземная, морская и аэрогравиметрия:
измерения на неподвижных и подвижных основаниях"**



Тематика симпозиума

- Средства и методы наземных абсолютных и относительных измерений гравитационного поля на неподвижных и подвижных основаниях, включая морские, воздушные (самолеты, вертолеты, дирижабли) и другие типы подвижных платформ
- Абсолютные баллистические гравиметры (в том числе на холодных атомах) и относительные гравиметры, включая сверхпроводящие
- Гравитационные градиентометры
- Новые технологии, техника и материалы для разработок всех видов гравиметров
- Новые технологии и результаты измерений гравиметрических сетей, новые гравиметрические сети и измерения в новых районах
- Вопросы метрологии в гравиметрии, результаты сличений абсолютных гравиметров и применения гравиметрии в метрологии
- Стандартизация и базы данных абсолютных измерений гравитационного поля;
- Гравитационные эксперименты

*Подробную информацию о конференции см. на сайте:
<http://www.elektroprybor.spb.ru/tgsmm2016/rindex>*

- ◆ **с 30 мая по 1 июня XXIII Санкт-Петербургская международная
конференция по интегрированным навигационным системам (МКИНС2016)**



Тематика конференции

- Инерциальные датчики, системы навигации и ориентации
- Микромеханические датчики и системы на их основе
- Глобальные навигационные спутниковые системы
- Альтернативные навигационные системы и датчики
- Системы управления, наведения и их элементы
- Интегрированные системы навигации и управления движением

*Подробную информацию о конференции см. на сайте:
<http://www.elektroprybor.spb.ru/icins2016/rindex>*

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5397**, тел./факс: **(499) 269-5510**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Т. В. Пчелкина*.

Сдано в набор 26.11.2015. Подписано в печать 18.01.2016. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН216. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.