

Редакционный совет:

CHYI-YEU LIN, PhD, prof.
GROUMPOS P. P., prof.
JEN-HWA GUO, PhD, prof.
KATALINIC B., PhD, prof.
SUBUDHI B., PhD, prof.
АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.
КАЛЯЕВ И. А., чл.-корр. РАН, проф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.
СОЙФЕР В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.
ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.
ЮЩЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.
БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.
ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.
ЕРМОЛОВ И. Л., д. т. н., доц.
ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.
КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.
ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.
ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.
ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф.
РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.
ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.
ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.
ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Фалдин Н. В., Моржов А. В. Чувствительность вынужденных периодических движений релейной системы к изменению параметров объекта управления 723

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ

Герман-Галкин С. Г., Лебедев В. В., Бормотов А. В. Модульная синхронная индукторная машина в системе электропривода 731

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Филаретов В. Ф., Коноплин А. Ю., Гетьман А. В. Экспериментальное определение коэффициентов вязкого трения для расчета силового воздействия на перемещающиеся звенья подводных манипуляторов 738

Шестаков Е. И., Васюта М. Ю., Косоруков А. М., Диане С. А. К., Вершинин Я. В. Учебно-исследовательский комплекс на базе LEGO MINDSTORMS NXT 2.0 для отработки технологий многоагентных робототехнических систем 743

Сергеев С. Ф. Системно-психологические аспекты автоматизации и роботизации техногенных сред. 751

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ В МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМАХ

Горев П. А., Костиков В. Г. Метод обработки фазовых измерений глобальной спутниковой навигационной системы с использованием данных инерциальной навигационной системы. 757

Барулина М. А. Математическое обеспечение конечно-элементного моделирования микромеханических датчиков инерциальной информации в рамках неклассической теории изгиба 764

УПРАВЛЕНИЕ В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ

Пушков С. Г., Корсун О. Н., Яцко А. А. Оценивание погрешностей определения индикаторной земной скорости в летных испытаниях авиационной техники с применением спутниковых навигационных систем 771

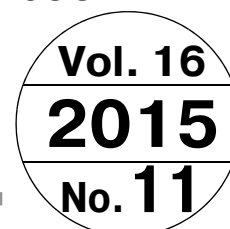
Жиравок А. Н., Якшин А. С. Решение задачи диагностирования датчиков системы управления необитаемым подводным аппаратом 777

Мышляев Ю. И., Фиошин А. В., Тар Яр Мью. Метод скоростного биградиента в задаче управления вибрационным гироскопом 783

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editorial Council:

ALIEV T. A., prof., Azerbaijan, Baku
 ANSHAKOV G. P., Russia, Samara
 BOLOTNIK N. N., Russia, Moscow
 CHENTSOV A. G., Russia, Ekaterinburg
 CHERNOUSKO F. L., Russia, Moscow
 CHYI-YEU LIN, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 FEDOROV I. B., Russia, Moscow
 GROUMPOS P. P., prof., Greece, Patras
 JEN-HWA GUO, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 KALYAEV I. A., Russia, Taganrog
 KATALINIC B., PhD, Prof., Austria, Vienna
 KRASNEVSKIY L. G., Belarus, Minsk
 KUZNETSOV N. A., Russia, Moscow
 LEONOV G. A., Russia, S.-Peterburg
 MATVEENKO A. M., Russia, Moscow
 MIKRIN E. A., Russia, Moscow
 PESHEKHONOV V. G., Russia, S.-Peterburg
 REZCHIKOV A. F., Russia, Saratov
 SCHERBATYUK A. F., Russia, Vladivostok
 SEBRYAKOV G. G., Russia, Moscow
 SIGOV A. S., Russia, Moscow
 SOJFER V. A., Russia, Samara
 SOLOMENTSEV Yu. M., Russia, Moscow
 SOLOVJEV V. A., Russia, Moscow
 SUBUDHI B., PhD, Prof., India, Sundargarh
 VASILYEV S.N., Russia, Moscow
 YUSUPOV R. M., Russia, S.-Peterburg

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Russia, Moscow

Deputy Editor-in-Chief:

PODURAEV Yu. V., Russia, Moscow
 PUTOV V. V., Russia, S.-Peterburg
 YUSCHENKO A. S., Russia, Moscow

Responsible Secretary:

BEZMEENOVA M. Yu., Russia, Moscow

Editorial Board:

ALEXANDROV V. V., Russia, Moscow
 ANTONOV B. I., Russia, Moscow
 ARSHANSKY M. M., Russia, Tver
 BUKOV V. N., Russia, Zhukovsky
 ERMOLOV I. L., Russia, Moscow
 FILARETOV V. F., Russia, Vladivostok
 FRADKOV A. L., Russia, S.-Peterburg
 FURSOV V. A., Russia, Samara
 GRADETSKY V. G., Russia, Moscow
 ILYASOV B. G., Russia, Ufa
 IVCHENKO V. D., Russia, Moscow
 KOLOSOV O. S., Russia, Moscow
 KOROSTELEV V. F., Russia, Vladimir
 LEBEDEV G. N., Russia, Moscow
 LOKHIN V. M., Russia, Moscow
 PAVLOVSKY V. E., Russia, Moscow
 PROKHOROV N. L., Russia, Moscow
 PSHIKHOPOV V. Kh., Russia, S.-Peterburg
 RAPOPORT E. Ya., Russia, Samara
 SERGEEV S. F., Russia, S.-Peterburg
 VITTIKH V. A., Russia, Samara
 YUREVICH E. I., Russia, S.-Peterburg

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E.V., Russia, Moscow

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Faldin N. V., Morzhov A. V. Sensitivity of the Forced Periodic Motions to the Variations of the Plant Parameters in the Relay System. 723

ACTUATING ELEMENT OF MECHATRONIC SYSTEMS

- German-Galkin S. G., Lebedev V. V., Bormotov A. V. Modular Synchronous Inductor Machine in the Electric Drive System 731

ROBOTIC SYSTEMS

- Filaretov V. F., Konoplin A. Ju., Getman A. V. Experimental Determination of the Viscous Friction Coefficients for Calculation of the Force Impacts on the Moving Links of the Underwater Manipulators 738
 Shestakov E. I., Vasjuta M. Ju., Kosorukov A. M., Diane S. A. K., Vershinin Ja. V. Educational Research Complex for Improvement of the Algorithms and Methods of the Robot Group Control Based on LEGO MINDSTORMS NXT 2.0 Kit 743
 Sergeev S. F. Systemic-Psychological Aspects of Automation and Robotization of the Technogenic Environments. 751

INFORMATION PROCESSING IN MECHATRONIC SYSTEMS

- Gorev P. A., Kostikov V. G. An Approach to Inertial Navigation System-Aided Global Navigation Satellite System Carrier-Phase Positioning 757
 Barulina M. A. Finite-Element Modeling of the Micromechanical Inertial Sensors Using Non-Classical Beam Theory 764

NAVIGATION AND CONTROL OF AEROSPACE AND MARINE SYSTEMS

- Pushkov S. G., Korsun O. N., Yatsko A. A. Estimation of Errors in Determination of the Ground Speed in the Aircraft Flight Tests with the Use of the Satellite Navigation Systems 771
 Zhirabok A. N., Yakshin A. S. Solution to the Problem of the Sensor Fault Diagnosis in the Unmanned Underwater Vehicle Control Systems 777
 Myshlyayev Yu. I., Finoshin A. V., Tar Yar Myo. Speed Bigradient Method in the Control Problem of the Vibratory Gyroscope. 783

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

Н. В. Фалдин, д-р техн. наук, проф., nvfaldin@yandex.ru,

А. В. Моржов, канд. техн. наук, доц., morzhov@mail.ru,

Тулский государственный университет

Чувствительность вынужденных периодических движений релейной системы к изменению параметров объекта управления¹

Рассматриваются системы с двухпозиционным релейным элементом и гладким нелинейным объектом управления, работающие в режиме вынужденных колебаний. Разработаны методы получения функций чувствительности характеристик периодического движения: периодической траектории, алгебраического критерия устойчивости. Приводится пример, иллюстрирующий получение функций чувствительности.

Ключевые слова: релейная система, вынужденные колебания, чувствительность, периодическая траектория, критерий устойчивости

В релейных системах управления в качестве рабочего часто используется режим вынужденных колебаний. В таких системах частота колебаний определяется частотой вынуждающего сигнала и остается постоянной при изменении параметров объекта управления. С позиции теории к релейным системам, работающим в режиме вынужденных колебаний, относятся широко распространенные в технике системы с симметричной широтно-импульсной модуляцией (ШИМ).

Вообще говоря, в релейных системах рассматриваемого класса могут возникать [1] низкочастотные (субгармонические) колебания. Они имеют частоту, кратную частоте вынуждающего сигнала. Однако такие колебания не используются в качестве рабочих в системах управления. Поэтому в статье рассматриваются только периодические движения основной частоты.

При создании систем автоматического управления весьма важно иметь информацию о чувствительности системы к изменению параметров объекта управления. На практике отклонение параметров от номинальных значений всегда имеет место. Функции чувствительности позволяют легко определить, как влияют указанные отклонения на выходные характеристики системы.

Теория чувствительности как самостоятельное научное направление в теории автоматического управления сформировалась в 60-е годы прошлого столетия. В настоящее время библиография опубликованных по теории чувствительности работ содержит свыше 2500 наименований. Достаточно хорошее представление о состоянии теории дают монографии [2–4]. Однако, несмотря на общее

обилие работ, чувствительность релейных систем, работающих в режиме вынужденных колебаний, исследована весьма слабо. Имеется лишь небольшое число узконаправленных работ, в которых (в основном с помощью метода гармонической линеаризации) рассматривается чувствительность конкретных релейных систем с линейными объектами управления. Между тем, реальные объекты управления, как правило, являются нелинейными.

Основными характеристиками релейной системы управления, работающей в режиме вынужденных колебаний, являются: параметры периодического движения, его устойчивость, ошибка слежения. Данная статья посвящена разработке методов получения функций чувствительности периодической траектории и критерия устойчивости релейных систем с нелинейным объектом управления.

Чувствительность периодической траектории

Условия существования вынужденного периодического движения, определение траектории и критерий устойчивости получены в работе [1]. Именно на результатах этой работы базируется настоящая статья.

Рассмотрим релейную систему, работающую в режиме вынужденных колебаний (рис. 1). Здесь:

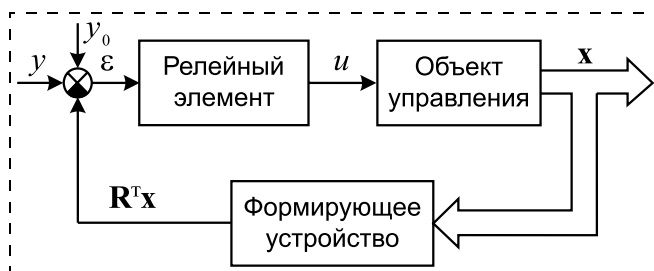


Рис. 1

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-00662).

$y_0(t) = Hf_0(t)$ — вынуждающий периодический сигнал периода $2T$, причем $\max_t |f_0(t)| = 1$, $H > 0$ — константа; $y(t)$ — входной сигнал; $\mathbf{R}^T$ — матрица-строка. Вынуждающий сигнал обладает симметрией, т. е. $f_0(t + T) = -f_0(t)$.

При отсутствии входного сигнала (периодические движения рассматриваются при $y(t) \equiv 0$) движение системы задается уравнениями

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha, u); \quad (1)$$

$$u = \Phi(y_0 - \mathbf{R}^T \mathbf{x}), \quad (2)$$

где $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ — n -мерные векторы. Релейный элемент является двухпозиционным. Функция Φ задается статической характеристикой релейного элемента (рис. 2). В равенстве (1) α — некоторый скалярный параметр. Будем предполагать, как это обычно имеет место в следящих системах, что объект управления обладает симметрией:

$$\mathbf{f}(-\mathbf{x}, \alpha, -u) = -\mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha, u),$$

причем симметрия сохраняется при любом значении параметра α .

Пусть $\mathbf{x}(t)$ — простое вынужденное периодическое движение системы (1), (2) периода $2T$, удовлетворяющее условию

$$\mathbf{x}(t + T) = -\mathbf{x}(t).$$

Предполагается, что момент $t = 0$ совмещен с моментом переключения релейного элемента с $u = -A$ на $u = A$. В интервале $0 < t < 2T$ управление имеет только одно переключение. Именно такого вида вынужденные колебания возникают, как правило, в релейной системе (1), (2).

В соответствии с работой [1] условия существования вынужденного периодического движения задаются соотношениями

$$\begin{cases} y_0(t^*) - \mathbf{R}^T \mathbf{x}^*(T) = b; \\ \dot{y}_0(t^*) - \mathbf{R}^T \dot{\mathbf{z}}^-(T) > 0. \end{cases} \quad (3)$$

В системе (3) t^* — фаза вынуждающего сигнала, которая устанавливает соответствие между функ-

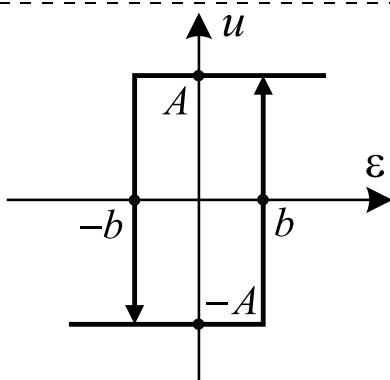


Рис. 2

цией $Hf_0(t)$ и периодическим решением $\mathbf{x}(t)$, вектор $\mathbf{z}^-(T)$ задает значение $\dot{\mathbf{x}}(t)$ (его предел слева) в момент переключения релейного элемента с минуса на плюс. Далее, символом $\mathbf{x}^*(T)$ обозначен фазовый годограф [5, 6] объекта управления. Фаза входного сигнала легко определяется из уравнения (3), например, графическим способом.

Дадим параметру α малое приращение $\delta\alpha$. Изменение параметра α приведет к малому изменению вынужденного периодического движения. Периодическую траекторию параметрически возмущенной системы обозначим

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) + \delta\mathbf{x}(t),$$

здесь $\delta\mathbf{x}(t)$ — малая величина.

Будем предполагать, что функция $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha, u)$ непрерывно дифференцируема по $\mathbf{x}$ и α . В соответствии с (1)

$$\frac{d(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x})}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}, \alpha + \delta\alpha, u). \quad (4)$$

Принимая во внимание, что траектория $\mathbf{x}(t)$ при номинальном значении параметра α удовлетворяет уравнению (1), и опуская величины, имеющие порядок малости выше первого, из соотношения (4) получим

$$\frac{d\delta\mathbf{x}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha, u)}{\partial \mathbf{x}} \delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha, u)}{\partial \alpha} \delta\alpha. \quad (5)$$

Равенство (5) называется уравнением в вариациях. Оно связывает вариацию периодической траектории с вариацией параметра α .

Периодические траектории $\mathbf{x}(t)$ и $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ обладают симметрией. Поэтому можно ограничиться рассмотрением их на полупериоде.

На полупериоде управление $u(t)$ является постоянной величиной ($u = A$ либо $u = -A$). При $u = \text{const}$ равенство (5) представляет собой неоднородное линейное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами.

Положим в уравнении (5) $u = A$. Обозначим $\mathbf{V}^0(t_0, t)$ нормированную фундаментальную матрицу решений данного уравнения, здесь t_0 — начальный момент времени. Пусть, далее, вектор $\mathbf{r}(t)$, $0 \leq t \leq T$, является решением уравнения (5) при нулевых начальных условиях и $\delta\alpha = 1$. Общее решение уравнения (5) задается равенством

$$\delta\mathbf{x}(t) = \mathbf{V}^0(0, t) \delta\mathbf{x}(0) + \mathbf{r}(t) \delta\alpha. \quad (6)$$

Определим вариацию фазы вынуждающего сигнала. В соответствии с системой (3)

$$y_0(t^* + \delta t^*) - \mathbf{R}^T [\mathbf{x}^*(T) + \delta\mathbf{x}^*(T)] = b, \quad (7)$$

здесь $\delta\mathbf{x}^*(T)$ — вариация фазового годографа. Из равенства (7) следует

$$y_0(t^*) + \dot{y}_0(t^*) \delta t^* - \mathbf{R}^T \mathbf{x}^*(T) - \mathbf{R}^T \delta\mathbf{x}^*(T) = b. \quad (8)$$

В равенстве (8) опущены величины, имеющие порядок малости выше первого. Принимая во внимание соотношение (3), получим

$$\delta t^* = \frac{\mathbf{R}^T \delta \mathbf{x}^*(T)}{\dot{y}_0(t^*)}. \quad (9)$$

Ниже равенства, в которых опущены величины, имеющие порядок малости выше первого, будем записывать, не оговаривая это особо.

Для параметрически возмущенной системы фазовый годограф по определению задается вектором

$$\tilde{\mathbf{x}}^*(T) = \mathbf{x}(0) + \delta \mathbf{x}(0).$$

Здесь, как и выше, предполагается, что на периодической траектории $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ момент $t = 0$ совмещен с моментом переключения управления с $u = -A$ на $u = A$. Так как $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ — симметричная траектория, то

$$\mathbf{x}(T) + \delta \mathbf{x}(T) = -\mathbf{x}(0) - \delta \mathbf{x}(0)$$

и, следовательно,

$$\delta \mathbf{x}(0) = -\delta \mathbf{x}(T).$$

Равенство (6) можно записать в виде уравнения

$$[\mathbf{I} + \mathbf{V}^0(0, T)] \delta \mathbf{x}(0) = -\mathbf{r}(T) \delta \alpha, \quad (10)$$

здесь $\mathbf{I}$ — единичная матрица. Из (10) следует, что

$$\delta \mathbf{x}(0) = -[\mathbf{I} + \mathbf{V}^0(0, T)]^{-1} \mathbf{r}(T) \delta \alpha.$$

Таким образом, вариация фазового годографа

$$\delta \mathbf{x}^*(T) = \delta \mathbf{x}(0) = \mathbf{B} \delta \alpha, \quad (11)$$

где

$$\mathbf{B} = -[\mathbf{I} + \mathbf{V}^0(0, T)]^{-1} \mathbf{r}(T).$$

В соответствии с соотношениями (9) и (11) коэффициент чувствительности фазы вынуждающего сигнала к изменению параметра α равен

$$K_\alpha^* = \frac{d(t^*)}{d\alpha} = \frac{\mathbf{R}^T \mathbf{B}}{\dot{y}_0(t^*)}. \quad (12)$$

Возмущенная малым изменением параметра α система (1), (2) имеет периодическую траекторию

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) + (\mathbf{V}^0(0, t) \mathbf{B} + \mathbf{r}(t)) \delta \alpha, \quad 0 \leq t \leq T.$$

Функция чувствительности периодической траектории

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}(t)}{d\alpha} &= \lim_{\delta \alpha \rightarrow 0} \frac{\mathbf{x}(t) + (\mathbf{V}^0(0, t) \mathbf{B} + \mathbf{r}(t)) \delta \alpha - \mathbf{x}(t)}{\delta \alpha} = \\ &= \boldsymbol{\rho}(t) = \mathbf{V}^0(0, t) \mathbf{B} + \mathbf{r}(t), \quad 0 \leq t \leq T. \end{aligned} \quad (13)$$

Чувствительность критерия устойчивости

Ниже, чтобы не вносить изменения в полученные формулы, вынуждающий сигнал для системы с номинальным значением параметра α будем записывать в виде $y_0(t^* + t)$, а для параметрически возмущенной системы — в виде $y_0(t^* + \delta t^* + t)$.

Рассмотрим сначала устойчивость периодического решения в системе с номинальным значением параметра α , т. е. устойчивость траектории $\mathbf{x}(t)$. В работе [1] получен алгебраический критерий устойчивости вынужденного периодического решения по Ляпунову. Устойчивость оценивается по собственным числам некоторой матрицы. Для траектории $\mathbf{x}(t)$ эта матрица имеет вид

$$\mathbf{G}^0 = \left[\mathbf{I} + \frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T)) \mathbf{R}^T}{\dot{y}_0(t^* + T) - \mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T)} \right] \mathbf{V}^0(0, T), \quad (14)$$

здесь и в дальнейшем символами "минус" и "плюс" обозначаются соответственно пределы слева и справа.

В отличие от автоколебаний, у которых, как правило, оценивается асимптотическая орбитальная устойчивость [6, 9], при исследовании вынужденных периодических движений целесообразно определять устойчивость по Ляпунову. При исследовании устойчивости по Ляпунову исходная и возмущенная (например, изменением начального условия) траектории сравниваются в одни и те же моменты времени t . Из асимптотической устойчивости периодического движения по Ляпунову следует асимптотическая орбитальная устойчивость. Асимптотическая устойчивость по Ляпунову автоколебаний вообще не имеет места.

Определим устойчивость периодической траектории $\tilde{\mathbf{x}}(t)$. Возмущенную (малым изменением начального условия) траекторию обозначим $\hat{\mathbf{x}}(t) = \tilde{\mathbf{x}}(t) + \delta \tilde{\mathbf{x}}(t)$. Подставим в уравнение (1) функцию $\hat{\mathbf{x}}(t)$:

$$\frac{d[\tilde{\mathbf{x}}(t) + \delta \tilde{\mathbf{x}}(t)]}{dt} = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}(t) + \delta \tilde{\mathbf{x}}(t), \alpha + \delta \alpha, u). \quad (15)$$

В равенстве (15) $\delta \tilde{\mathbf{x}}(t)$ и $\delta \alpha$ — малые величины. Из (15) следует

$$\frac{d\delta \tilde{\mathbf{x}}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}, \alpha + \delta \alpha, u)}{\partial \tilde{\mathbf{x}}} \delta \tilde{\mathbf{x}}.$$

Обозначим

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}, \alpha, u) = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha, u)}{\partial \mathbf{x}}.$$

Тогда, очевидно,

$$\frac{\partial \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}, \alpha + \delta \alpha, u)}{\partial \tilde{\mathbf{x}}} =$$

$$= \mathbf{M}(\tilde{\mathbf{x}}, \alpha + \delta \alpha, u) = \mathbf{M}(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}, \alpha + \delta \alpha, u).$$

Выше было установлено, что

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) + (\mathbf{V}^0(0, t) \mathbf{B} + \mathbf{r}(t)) \delta \alpha$$

и, следовательно,

$$\frac{d\delta \tilde{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{M}(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho} \delta \alpha, \alpha + \delta \alpha, u) \delta \tilde{\mathbf{x}}.$$

Так как $\delta\alpha$ является малой величиной, то можно записать

$$\frac{d\delta\tilde{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{M}(\mathbf{x}, \alpha, u)\delta\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{N}(\mathbf{x}, \alpha, u)\delta\alpha \cdot \delta\tilde{\mathbf{x}}. \quad (16)$$

В равенстве (16)

$$\mathbf{N}(\mathbf{x}, \alpha, u) = \frac{d}{d\delta\alpha} [\mathbf{M}(\mathbf{x} + \rho\delta\alpha, \alpha + \delta\alpha, u)]|_{\delta\alpha=0}.$$

Во избежание недоразумений отметим, что $\delta\alpha$ входит в определение траектории $\tilde{\mathbf{x}}(t)$, т. е. $\delta\alpha$ и $\delta\tilde{\mathbf{x}}$ — независимые малые величины.

В соответствии с соотношением (14) запишем для траектории $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ матрицу устойчивости

$$\mathbf{G} = \left[\mathbf{I} + \frac{(\dot{\tilde{\mathbf{x}}}^-(T) - \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^+(T))\mathbf{R}^T}{\dot{y}_0(t^* + \delta t^* + T) - \mathbf{R}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^-(T)} \right] \mathbf{V}(0, T), \quad (17)$$

где $\mathbf{V}(0, t)$ — нормированная фундаментальная матрица решений уравнения (16). В работах [7, 8] установлено, что линеаризованная по α (не учитываются величины, имеющие относительно α порядок малости выше первого) матрица имеет вид

$$\mathbf{V}(0, t) = \mathbf{V}^0(0, t) + \mathbf{V}^\alpha(0, t)\delta\alpha. \quad (18)$$

В равенстве (18) $\mathbf{V}^\alpha(0, t)$ является матрицей [7, 8], столбцы которой образованы векторами $\mathbf{m}^1(t)$, $\mathbf{m}^2(t)$, ..., $\mathbf{m}^n(t)$, причем каждый вектор $\mathbf{m}^i(t)$ ($i = 1, n$) является решением уравнения

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = \mathbf{M}(\mathbf{x}, \alpha, u)\mathbf{m} + \mathbf{N}(\mathbf{x}, \alpha, u)\delta\tilde{\mathbf{x}}^0(t) \quad (19)$$

при $\mathbf{m}(0) = 0$. Это решение зависит от функции $\delta\tilde{\mathbf{x}}^0(t)$. Входящий в уравнение (19) вектор $\delta\tilde{\mathbf{x}}^0(t)$ представляет собой столбец матрицы $\mathbf{V}^0(0, t)$, причем вектору $\mathbf{m}^i(t)$ соответствует i -й столбец матрицы $\mathbf{V}^0(0, t)$.

Принимая во внимание соотношение (8), запишем

$$\mathbf{G} = \left[\mathbf{I} + \frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(T) + \delta\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T) - \delta\dot{\mathbf{x}}^+(T))\mathbf{R}^T}{\dot{y}_0(t^* + T) + \ddot{y}_0(t^* + T)\delta t^* - \mathbf{R}^T(\dot{\mathbf{x}}^-(T) + \delta\dot{\mathbf{x}}^-(T))} \right] \times \\ \times (\mathbf{V}^0(0, T) + \mathbf{V}^\alpha(0, T)\delta\alpha), \quad (20)$$

здесь предполагается, что вынуждающий сигнал $y_0(t)$ имеет в окрестности точки t^* непрерывную вторую производную.

Обозначим

$$\mathbf{P}(\mathbf{x}, \alpha, u) = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha, u)}{\partial \alpha}.$$

В соответствии с равенством (5)

$$\delta\dot{\mathbf{x}}^-(T) = \mathbf{M}(\mathbf{x}(T), \alpha, A)\delta\mathbf{x}^-(T) + \mathbf{P}(\mathbf{x}(T), \alpha, A)\delta\alpha,$$

$$\delta\dot{\mathbf{x}}^+(T) = \mathbf{M}(\mathbf{x}(T), \alpha, -A)\delta\mathbf{x}^+(T) + \mathbf{P}(\mathbf{x}(T), \alpha, -A)\delta\alpha.$$

Из непрерывности траекторий $\mathbf{x}(t)$ и $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ следует, что $\delta\mathbf{x}^+(T) = \delta\mathbf{x}^-(T)$. Таким образом,

$$\delta\dot{\mathbf{x}}^-(T) = \mathbf{Q}^+\delta\alpha, \quad \delta\dot{\mathbf{x}}^+(T) = \mathbf{Q}^-\delta\alpha, \quad (21)$$

где

$$\mathbf{Q}^+ = \mathbf{M}(\mathbf{x}(T), \alpha, A)\rho(T) + \mathbf{P}(\mathbf{x}(T), \alpha, A),$$

$$\mathbf{Q}^- = \mathbf{M}(\mathbf{x}(T), \alpha, -A)\rho(T) + \mathbf{P}(\mathbf{x}(T), \alpha, -A).$$

Подставим (21) в (20):

$$\mathbf{G} = \left[\mathbf{I} - \frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T))\mathbf{R}^T + (\mathbf{Q}^+ - \mathbf{Q}^-)\mathbf{R}^T\delta\alpha}{\dot{y}_0(t^*) + \ddot{y}_0(t^*) - \frac{\mathbf{R}^T\mathbf{B}\delta\alpha}{\dot{y}_0(t^*)} + \mathbf{R}^T(\dot{\mathbf{x}}^-(T) + \mathbf{Q}^+\delta\alpha)} \right] \times \\ \times (\mathbf{V}^0(T) + \mathbf{V}^\alpha(T)\delta\alpha). \quad (22)$$

В равенстве (22) и ниже для сокращения весьма громоздких равенств вместо $\mathbf{V}^0(0, t)$ и $\mathbf{V}^\alpha(0, t)$ используются обозначения $\mathbf{V}^0(t)$ и $\mathbf{V}^\alpha(t)$. Исключим из (22) слагаемые, имеющие порядок малости выше первого относительно $\delta\alpha$:

$$\mathbf{G} = \mathbf{V}^0(T) + \mathbf{V}^\alpha(T)\delta\alpha - \frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T))\mathbf{R}^T\mathbf{V}^0(T) + [(\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T))\mathbf{R}^T\mathbf{V}^\alpha(T) + (\mathbf{Q}^+ - \mathbf{Q}^-)\mathbf{R}^T\mathbf{V}^0(T)]\delta\alpha}{\dot{y}_0(t^*) + \mathbf{R}^T\dot{\mathbf{x}}^-(T) + \left[\frac{\ddot{y}_0(t^*)\mathbf{R}^T\mathbf{B}}{\dot{y}_0(t^*)} + \mathbf{R}^T\mathbf{Q}^+ \right]\delta\alpha}.$$

Выполним линеаризацию дроби в окрестности точки $\delta\alpha = 0$:

$$\mathbf{G} = \mathbf{V}^0(T) - \frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T))\mathbf{R}^T\mathbf{V}^0(T)}{\dot{y}_0(t^*) + \mathbf{R}^T\dot{\mathbf{x}}^-(T)} + \left[\mathbf{V}^\alpha(T) - \frac{(\dot{y}_0(t^*) + \mathbf{R}^T\dot{\mathbf{x}}^-(T))\mathbf{L} - (\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T))\mathbf{R}^T\mathbf{V}^0(T)\mathbf{D}}{(\dot{y}_0(t^*) + \mathbf{R}^T\dot{\mathbf{x}}^-(T))^2} \right] \delta\alpha, \quad (23)$$

здесь

$$\mathbf{L} = (\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T))\mathbf{R}^T\mathbf{V}^\alpha(T) + (\mathbf{Q}^+ - \mathbf{Q}^-)\mathbf{R}^T\mathbf{V}^0(T),$$

$$\mathbf{D} = \frac{\ddot{y}_0(t^*)\mathbf{R}^T\mathbf{B}}{\dot{y}_0(t^*)} + \mathbf{R}^T\mathbf{Q}^+.$$

Равенство (23) задает матрицу устойчивости для периодической траектории $\tilde{\mathbf{x}}(t)$.

Устойчивость периодической траектории $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ определяется собственными числами матрицы $\mathbf{G}$. Если для каждого собственного числа λ_j матрицы $\mathbf{G}$ справедливо неравенство [1]

$$|\lambda_j| < 1, \quad (24)$$

то периодическая траектория $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ асимптотически устойчива по Ляпунову.

Обозначим $\lambda_j^0, j = \overline{1, m}, m \leq n$, собственные числа матрицы $\mathbf{G}$ при $\delta\alpha = 0$. По собственным числам λ_j^0 определяется устойчивость периодической траектории $\mathbf{x}(t)$.

Собственные числа матрицы $\mathbf{G}$ являются корнями многочлена

$$\det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{G}]. \quad (25)$$

Представим

$$\lambda_j = \lambda_j^0 + \delta\lambda_j.$$

Приращение $\delta\lambda_j$ порождено вариацией параметра α . Ясно, что $\delta\lambda_j \rightarrow 0$ при $\delta\alpha \rightarrow 0$. Собственные числа λ_j^0 являются корнями многочлена (25) при $\delta\alpha = 0$.

Пусть λ_j^0 — простое (не кратное) собственное число матрицы (14). Положим в (25) $\lambda = \lambda_j^0 + \delta\lambda_j$. Поскольку $\delta\lambda_j$ и $\delta\alpha$ — зависимые малые величины, то в многочлене $\det[(\lambda_j^0 + \delta\lambda_j)\mathbf{I} - \mathbf{G}]$ можно приравнять к нулю слагаемые, содержащие произведения $\delta\alpha \cdot \delta\lambda_j$ и $(\delta\lambda_j)^n$ при $n \geq 2$ как имеющие порядок малости выше первого. Число λ_j^0 является корнем многочлена (25) при $\delta\alpha = 0$, и поэтому после указанных сокращений получим многочлен первого порядка относительно $\delta\lambda_j$, т. е. равенство вида

$$f_j(\lambda_j^0)\delta\lambda_j = F_j(\lambda_j^0)\delta\alpha. \quad (26)$$

В равенстве (26) $f_j(\lambda_j^0)$ и $F_j(\lambda_j^0)$ — некоторые многочлены.

Из (26) следует, что

$$\delta\lambda_j = \frac{F_j(\lambda_j^0)}{f_j(\lambda_j^0)} \delta\alpha.$$

Функция чувствительности собственного числа λ_j имеет вид

$$\frac{d\lambda_j}{d\alpha} = \lim_{\delta\alpha \rightarrow 0} \frac{\lambda_j^0 + \delta\lambda_j - \lambda_j^0}{\delta\alpha} = \frac{F_j(\lambda_j^0)}{f_j(\lambda_j^0)}. \quad (27)$$

Рассмотрим случай, когда λ_j^0 является кратным собственным числом матрицы (14) и, следовательно, кратным корнем многочлена

$$\det[\lambda^0 \mathbf{I} - \mathbf{G}^0] = \sum_{i=0}^n C_i(\lambda^0)^i. \quad (28)$$

Положим для простоты, что корень λ_j^0 имеет кратность два. В этом случае

$$\frac{d}{d\lambda_j^0} [\det(\lambda_j^0 \mathbf{I} - \mathbf{G}^0)] = \frac{d}{d\lambda_j^0} \left[\sum_{i=0}^n C_i(\lambda_j^0)^i \right] = 0.$$

Принимая во внимание соотношение (28), запишем

$$\begin{aligned} \det[(\lambda_j^0 + \delta\lambda_j)\mathbf{I} - \mathbf{G}] &= \\ &= \sum_{i=0}^n (C_i + b_i \delta\alpha)(\lambda_j^0 + \delta\lambda_j)^i = 0. \end{aligned} \quad (29)$$

В равенстве (29) b_i — некоторые коэффициенты, учитывающие изменения, порожденные вариацией параметра α . Опуская в уравнение (29) слагаемые, имеющие порядок малости выше первого, найдем

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n C_i(\lambda_j^0)^i + \frac{d}{d\lambda_j^0} \left[\sum_{i=0}^n C_i(\lambda_j^0)^i \right] \delta\lambda_j + \\ + \sum_{i=0}^n b_i(\lambda_j^0)^i \delta\alpha = 0. \end{aligned} \quad (30)$$

Поскольку λ_j^0 является кратным корнем многочлена (28), то

$$\sum_{i=0}^n C_i(\lambda_j^0)^i = 0, \quad \frac{d}{d\lambda_j^0} \left[\sum_{i=0}^n C_i(\lambda_j^0)^i \right] = 0$$

и, следовательно,

$$\sum_{i=0}^n b_i(\lambda_j^0)^i \delta\alpha = 0.$$

Равенства (26) и (27), как следует из соотношения (30), справедливы и в случае кратного собственного числа λ_j^0 . Но тогда соотношение (27) приводит к неопределенности, и поэтому

$$\frac{d\lambda_j}{d\alpha} = \frac{\lim_{\lambda_j \rightarrow \lambda_j^0} \frac{d}{d\lambda_j} F_j(\lambda_j)}{\lim_{\lambda_j \rightarrow \lambda_j^0} \frac{d}{d\lambda_j} f_j(\lambda_j)}. \quad (31)$$

По собственным числам λ_j матрицы $\mathbf{G}$ оценивается асимптотическая устойчивость по Ляпунову периодической траектории $\tilde{\mathbf{x}}(t)$. На этом основании производные (27) и (31) можно рассматривать как функции чувствительности критерия устойчивости.

Пример

На рис. 3 изображена структурная схема релейной системы, работающей в режиме вынужденных колебаний. Здесь нелинейная функция

$$\varphi(x_1) = \frac{2\alpha}{\pi} \arctg(\beta x_1);$$

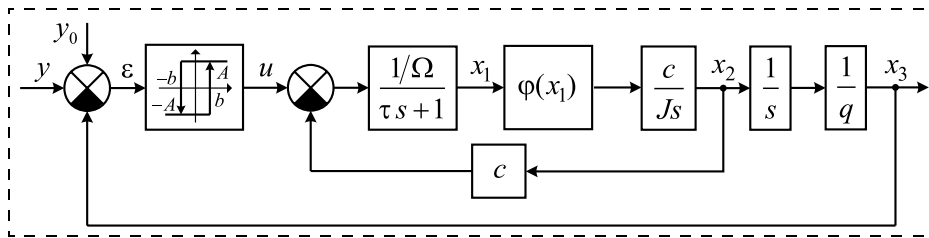


Рис. 3

вынуждающий сигнал

$$y_0(t) = H \sin \frac{\pi}{T} t;$$

значения параметров: $A = 27$; $b = 0,005$; $\Omega = 0,15$; $\tau = 0,0015$; $\beta = 0,02$; $c = 0,052$; $J = 0,0093$; $q = 120$; $\beta = 0,02$; $\alpha = 120$; $H = 0,05$; $T = 0,01$.

При $y(t) \equiv 0$ движение системы задается уравнениями (1), (2), где $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$, $\mathbf{R}^T = [0 \ 0 \ 1]$, вектор

$$f(\mathbf{x}, \alpha, u) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau}x_1 - \frac{c}{\tau\Omega}x_2 + \frac{1}{\tau\Omega}u \\ \frac{2ac}{\pi J} \arctg(\beta x_1) \\ \frac{1}{q}x_2 \end{bmatrix}.$$

Для изображенного на рис. 3 объекта управления был построен фазовый годограф [6], с помощью соотношений (3) определена фаза вынуждающего сигнала $t^* = 3,203 \cdot 10^{-4}$. Далее, путем непосредственного интегрирования уравнений (1), (2) (фазовый годограф задает необходимое начальное условие) была рассчитана периодическая траектория $\mathbf{x}(t)$ периода $2T$.

Равенство (5) является линейным дифференциальным уравнением с переменными по времени коэффициентами. Поэтому матрица $\mathbf{V}^0(0, t)$ определялась численно путем n -кратного решения этого уравнения при $\delta\alpha = 0$ с соответствующими начальными условиями [7]. Функции чувствительности фазы

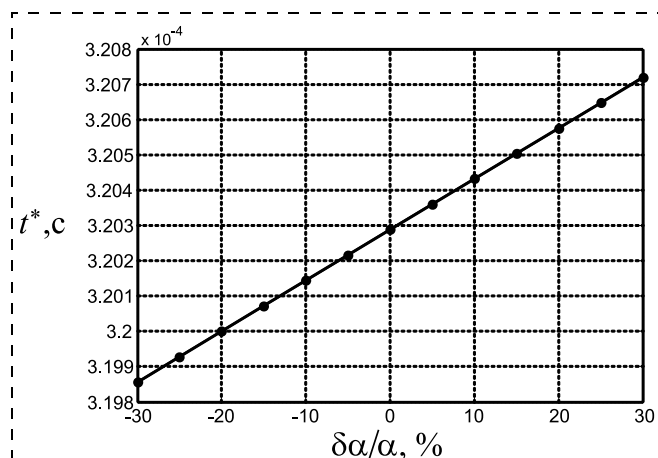


Рис. 4

вынуждающего сигнала и периодической траектории $\mathbf{x}(t)$ были вычислены по формулам (12) и (13).

На рис. 4 представлены значения фазы вынуждающего сигнала t^* , определенные с помощью коэффициента чувствительности K_α^* (сплошная линия) и полученные непосредственно из решения уравнения (3) (обозначены точками) при соответствующем значении параметра α .

Для каждого значения параметра α определялся фазовый годограф $\mathbf{x}^*(T)$. Из рис. 4 видно, что при 30 %-ном отклонении параметра α от номинального значения использование коэффициента чувствительности K_α^* практически не вносит ошибки в определение вынуждающего сигнала.

На рис. 5 показано отклонение периодической траектории $\tilde{\mathbf{x}}_3(t)$ от $\mathbf{x}_3(t)$ при изменении параметра α в большую сторону на 20 %. Сплошной линией изображена функция $\delta\mathbf{x}_3(t) = \mathbf{p}_3(t)\delta\alpha$, а точками — функция $\Delta\mathbf{x}_3(t) = \tilde{\mathbf{x}}_3(t) - \mathbf{x}_3(t)$, полученная с помощью компьютерного моделирования. Из рис. 5 видно, что результаты практически совпадают.

Чувствительность критерия устойчивости определялась в полном соответствии с изложенным выше.

Матрицу устойчивости $\mathbf{G}^0$ рассчитывали по формуле (14), и был получен следующий результат:

$$\mathbf{G}^0 = \begin{pmatrix} -0,00553 & -1,62062 & -15339,23684 \\ 0,00462 & 0,99653 & 0 \\ 3,39327 \cdot 10^{-7} & 8,31520 \cdot 10^{-5} & 1 \end{pmatrix}.$$

Собственные числа матрицы определяли с помощью пакета прикладных математических программ Scilab. Они имеют следующие значения:

$$\lambda_1^0 = 0,99486 + 0,07673i, \lambda_2^0 = 0,99486 - 0,07673i, \\ \lambda_3^0 = 0,00128,$$

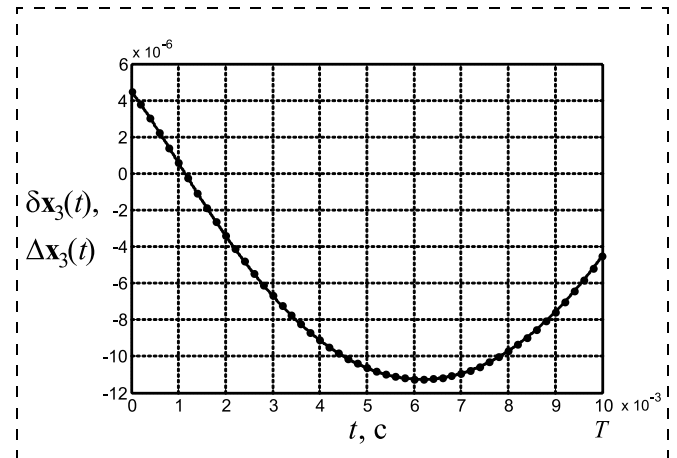


Рис. 5

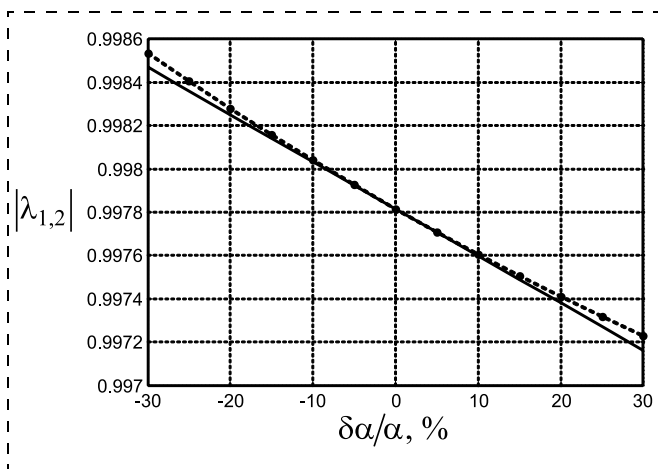


Рис. 6

здесь i — мнимая единица. Поскольку собственные числа удовлетворяют неравенству (24), периодическая траектория $\mathbf{x}(t)$ асимптотически устойчива по Ляпунову.

Устойчивость вынужденного периодического движения параметрически возмущенной системы (траектория $\tilde{\mathbf{x}}(t)$) определяется по собственным числам матрицы

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}^0 + \begin{pmatrix} -5,65122 \cdot 10^{-5} & 4,35811 \cdot 10^{-5} & 0,13853 \\ 3,83542 \cdot 10^{-5} & -2,87795 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 2,82336 \cdot 10^{-9} & -1,50139 \cdot 10^{-9} & 0 \end{pmatrix} \delta\alpha.$$

С использованием сформулированного выше алгоритма для каждого собственного числа были получены коэффициенты чувствительности

$$K_1^\lambda = \frac{d\lambda_1}{d\alpha} = -4,266909 \cdot 10^{-5} + 0,000317i,$$

$$K_2^\lambda = \frac{d\lambda_2}{d\alpha} = -4,266909 \cdot 10^{-5} - 0,000317i,$$

$$K_3^\lambda = \frac{d\lambda_3}{d\alpha} = 4,649232 \cdot 10^{-8}.$$

На рис. 6 и 7 приведены значения модулей собственных чисел λ_1 , λ_2 , λ_3 , полученные с помощью коэффициентов чувствительности K_1^λ , K_2^λ , K_3^λ (сплошная линия) и найденные непосредственно по матрице $\mathbf{G}^0$ при соответствующем значении параметра α (штриховые линии).

Максимальная ошибка в определении модулей собственных чисел с помощью коэффициентов чувствительности при 30 %-ном отклонении параметра α составила менее 0,01 %.

Заключение

Для рассматриваемого класса релейных систем разработаны методы получения функций чувстви-

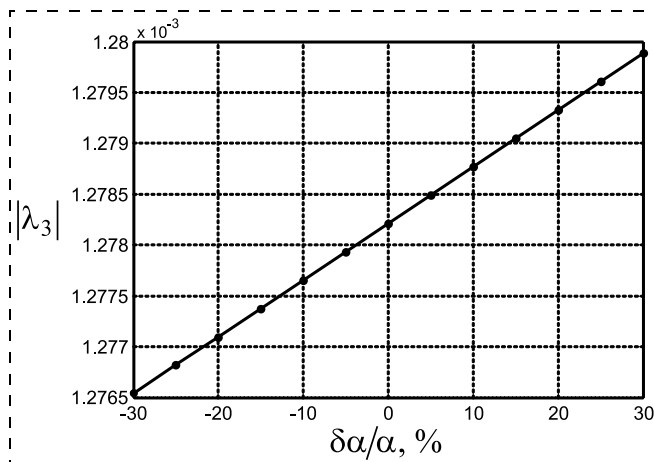


Рис. 7

тельности периодической траектории и критерия ее устойчивости. Однако основной результат работы заключается в том, что она фактически содержит алгоритм, следуя которому, можно получить указанные функции чувствительности для релейных систем с любым нелинейным объектом управления.

В работе рассматривается получение функций чувствительности при изменении одного скалярного параметра. Если имеет место изменение нескольких параметров, то отклонения, обусловленные этим изменением (периодической траектории, собственных чисел матрицы устойчивости), определяются суммированием отклонений, порожденных вариацией каждого из параметров. При этом функции чувствительности по каждому из параметров определяются изложенным выше способом.

Получение функций чувствительности базируется на методе фазового годографа. Он является точным методом исследования периодических движений в релейных системах. Это, в конечном счете, гарантирует справедливость самих функций чувствительности, получаемых с помощью разработанных методов.

Авторы статьи ведут исследования (в рамках гранта РФФИ), направленные на создание теории чувствительности релейных систем управления, работающих в режиме вынужденных колебаний. Эта теория должна охватывать системы с нелинейными объектами управления любого типа, определять чувствительность характеристик периодического движения, чувствительность ошибки слежения. Данная статья является первой работой в этом направлении.

Располагая функциями чувствительности, можно сравнительно просто определить отклонения выходных характеристик, обусловленные изменением параметров объекта управления, и, тем самым, оценить работоспособность системы в реальных условиях эксплуатации. Методы исследования позволяют выполнить синтез и оптимизацию системы при задании ограничений на чувствительность. Их можно использовать также при назначении допусков на элементы системы.

Список литературы

1. Фалдин Н. В., Морзов А. В. Анализ вынужденных периодических движений в релейных системах автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 1. С. 2—7.
2. Розенвассер Е. Н., Юсупов Р. М. Чувствительность систем управления. М.: Наука, 1981, 464 с.
3. Eslami M. Theory of Sensitivity in Dynamic Systems: An Introduction. Berlin: Springer-Verlag, 1994. 600 pp.
4. Rozenwasser E., Yusupov R. Sensitivity of Automatic Control Systems. London, New York, Washington: D.C, CRC Press, Boca Raton, 2000. 436 pp.
5. Фалдин Н. В., Руднев С. А. Синтез релейных систем методом фазового годографа // Изв. вузов. Приборостроение. 1982. № 7. С. 32—36.
6. Фалдин Н. В. Релейные системы автоматического управления // Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под. ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2004. С. 573—636.
7. Фалдин Н. В., Морзов А. В. Чувствительность ошибки слежения к изменению параметров объекта управления в релейной автоколебательной системе // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. № 2. С. 81—88.
8. Морзов А. В., Фалдин Н. В. Функции чувствительности характеристик автоколебаний в релейных системах с нелинейным объектом управления // Изв. РАН. ТисУ. 2014. № 6. С. 14—24.
9. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. 915 с.

Sensitivity of the Forced Periodic Motions to the Variations of the Plant Parameters in the Relay System

N. V. Faldin, nvfaldin@yandex.ru, A. V. Morzhov, morzhov@mail.ru✉,
Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation

Corresponding author: Morzhov Aleksandr V., Associate Professor,
Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation, e-mail: morzhov@mail.ru

Received on June 16, 2015

Accepted on July 03, 2015

The topic of the article is the class of the control systems with a bistable relay element and smooth nonlinear plant running in the forced vibrations mode. Methods were developed for obtaining the sensitivity functions of the periodic motion characteristics (periodic trajectory, algebraic criterion of stability by Lyapunov). These methods can be used for sensitivity investigation of the control systems with the symmetrical pulse wide modulation (PWM), which have widespread technical applications. Sensitivity functions were obtained based on the precision method of investigation of the periodic motion. This ensures validity of the sensitivity functions, which are received due to the developed methods. An example is presented, which illustrates investigation of the sensitivity functions of the periodic trajectory and algebraic criterion of stability. This article is the first work, the aim of which is development of the theory of sensitivity of the relay control systems running in the forced vibrations mode. Besides the solution to the problem, in fact, it contains an algorithm, which allows us to develop methods for obtaining the sensitivity functions of the periodic motion for the systems with non-linear plant of any order. Having obtained the sensitivity functions, we can relatively easily identify the deviations in the output periodic motion characteristics. This allows us to estimate the system's performance. The proposed methods allow us to perform system syntheses and system optimization by setting limits on the periodic motion sensitivity.

Keywords: relay control system, forced vibrations, sensitivity, periodic trajectory, stability criterion

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 14-08-00662.

For citation:

Faldin N. V., Morzhov A. V. Sensitivity of the Forced Periodic Motions to the Variations of the Plant Parameters in the Relay System, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no 11, pp. 723—730.

DOI: 10.17587/mau/16.723-730

References

1. Faldin N. V., Morzhov A. V. Analiz vynuzhdennykh periodicheskikh dvizhenij v relejnykh sistemah avtomaticheskogo upravlenija (The analysis of forced periodic motion in relay control systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2009, no. 1, pp. 2—7 (in Russian).
2. Rozenvasser E. N., Jusupov R. M. *Chuvstvitel'nost' sistem upravlenija* (Sensitivity of Control Systems), Moscow, Nauka, 1981, 464 pp. (in Russian).
3. Eslami M. Theory of Sensitivity in Dynamic Systems: An Introduction, Berlin, Springer-Verlag, 1994, 600 p.
4. Rozenwasser E. N., Yusupov R. M. Sensitivity of Automatic Control Systems, CRC Press, Boca Raton, London, New York, Washington, D.C, 2000, 436 pp.
5. Faldin N. V., Rudnev S. A. *Sintez relejnykh sistem metodom fazovogo godografa* (Relay systems syntheses using method of phase locus), *Izv. Vuzov. Priborostroenie*, 1982, no. 7, pp. 32—36 (in Russian).
6. Faldin N. V. *Relejnye sistemy avtomaticheskogo upravlenija* (v sbornike "Matematicheskie modeli, dinamicheskie harakteristiki i analiz sistem avtomaticheskogo upravlenija") (Relay control systems (in the book "Mathematical models of dynamic characteristics and analysis of control systems")), Publishing house of MGTU im. N. Je. Bauman, 2004, pp. 573—636 (in Russian).
7. Faldin N. V., Morzhov A. V. *Chuvstvitel'nost' oshibki slezhenija k izmeneniju parametrov objekta upravlenija v relejnoj avtokolebatel'noj sisteme* (Sensitivity of tracking error to the variations of the plant parameters in relay selfoscillations system), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, no. 2, pp. 81—88 (in Russian).
8. Morzhov A. V., Faldin N. V. *Funkcii chuvstvitel'nosti harakteristik avtokolebanij v relejnykh sistemah s nelinejnym ob'ektom upravlenija* (Sensitivity functions of selfoscillations in bang-bang systems with non-linear plant), *Izv. RAN. TisU*, 2014, no. 6, pp. 14—24 (in Russian).
9. Andronov A. A., Vitt A. A., Hajkin S. Je. *Teorija kolebanij* (Theory of vibrations), Moscow, Gos. izd-vo fiz.-mat. lit., 1959, 915 p. (in Russian).

С. Г. Герман-Галкин, д-р техн. наук, проф., ggsg@yandex.ru,

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет

информационных технологий, механики и оптики "ИТМО", Морская академия, г. Щецин, Польша,

В. В. Лебедев, ген. дир., lebedevv57@mail.ru,

ОАО "Ковровский электромеханический завод",

А. В. Бормотов, аспирант, art_b02@mail.ru,

Санкт-Петербургский Балтийский государственный технический университет им. Д. Ф. Устинова "Военмех"

Модульная синхронная индукторная машина в системе электропривода

Представлены результаты исследований и модельных испытаний синхронной индукторной машины модульной конструкции. Выделен ряд положительных аспектов практической реализации данной конструкции и отличительных особенностей ее математического описания в сравнении с синхронной реактивной машиной модульной конструкции. Рассмотрен алгоритм расчета параметров машины и создана компьютерная модель электропривода в пакете MATLAB-Simulink.

Ключевые слова: модульная конструкция, вентильная синхронная индукторная машина, индуктивность, математическая модель, компьютерная модель, MATLAB-Simulink, Ansys Maxwell, электропривод

1. Конструкция модульной синхронной индукторной машины

Идея создания модульной электрической машины (МЭМ) была запатентована в работе [1]. Два последующих конструктивных решения запатентованы в работах [2, 3]. Одна из конструкций МЭМ подробно описана в статье [4], где разработана методика исследования МЭМ, обоснование этой методики приведено в статье [5].

Конструкция МЭМ позволяет:

- максимально сократить длину магнитных линий и, соответственно, падение магнитного потенциала на пути замыкания магнитного потока;
- исключить лобовые части обмоток в машине;
- соответствующей группировкой катушек реализовать в одной конструкции различные машины, обмотки фаз которых рассчитаны на ряд напряжений и токов;
- реализовать в одной конструкции двухфазную, трехфазную и m -фазную обмотки;
- наращивать габаритную мощность машины в радиальном и осевом направлениях без изменения конструкции электромагнитного модуля;
- в зависимости от конструкции подвижных и неподвижных частей сконструировать линейную или вращающуюся электрическую машину.

Базовая конструкция МЭМ представлена на рис. 1. Машина содержит два статорных диска, выполненных из немагнитного материала, между которыми размещается ротор из ферромагнитного

материала. Электромагнитные модули расположены на статорном диске и состоят из сердечников трансформаторного типа с якорными обмотками. Фотография лабораторного макета машины показана на рис. 2.

Представленная конструкция испытана в статическом режиме. Параметры машины приведены ниже:

Число модулей	18
Число фаз	3
Средний момент, Н · м	100
Максимальная скорость (расчетная), рад/с	200
Масса, кг	35
Напряжение питания, В	560
Средний ток фазы, А	20

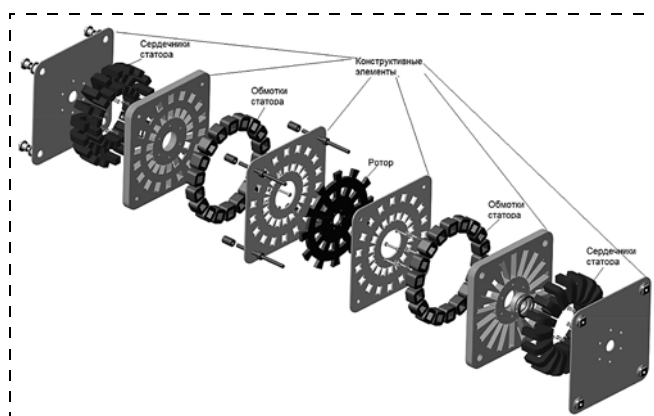


Рис. 1. Конструкция МЭМ

Проведенные исследования [4, 8] и испытания данной машины позволили выявить следующие особенности.

1. По принципу действия эту машину следует отнести к синхронным реактивным машинам [6, 7]. Чтобы подчеркнуть особенности конструкции, эта машина в работах [5, 8] названа модульной синхронной реактивной машиной (МСРМ).

2. Для определения параметров МСРМ необходимо рассчитывать магнитные поля с использованием специализированных компьютерных пакетов конечно-элементного анализа (КЭА) в трехмерной постановке задачи, например Ansys Maxwell.

3. Индуктивности обмоток фаз нелинейно зависят от токов в этих обмотках и угла поворота ротора. Поэтому отсутствует возможность аналитического

представления параметров машины и, соответственно, аналитического описания ее статических и динамических свойств.

4. Практически отсутствует магнитная связь между сердечниками модулей различных фаз. Это свойство позволяет не учитывать взаимную индуктивность между фазами и, следовательно, упростить математическое описание и исследование машины.

5. В зависимости от способа соединения катушек в фазе основной магнитный поток может замыкаться по ротору как аксиально, так и радиально. Это свойство МСРМ позволяет изменять статические и динамические характеристики машины, подстраивая их под заданные технические требования.

6. Для обеспечения работоспособности системы электропривода с МСРМ требуется особая коммутация токов в обмотках, обеспечивающая их перекрытие в фазах в начале и конце импульса, следовательно, параметры и характеристики машины необходимо рассчитывать вместе с конкретной системой управления, так как алгоритм управления влияет на параметры машины и ее характеристики.

7. Система электропривода с МСРМ (рис. 3) строится по классической подчиненной структуре, содержащей внешний скоростной и внутренний токовый контуры. Работоспособность такой структуре придает контур синхронизации управления силовым полупроводниковым преобразователем (СУСП) с датчиком положения ротора (ДПР). Этот контур является внешним по отношению к контуру тока. В этом случае регулятор тока (РТ) выполняется релейным, обеспечивающим скользящее управление током на выходе силового полупроводникового преобразователя, т. е. в фазной обмотке машины [9–11].

Расчет и проектирование МСРМ, осуществленные в пакете Ansys Maxwell [5, 8], привели к созданию модернизированной конструкции, которую в соответствии с классификацией работы [6] следует отнести к синхронным индукторным машинам. Эта машина названа модульной синхронной индукторной машиной (МСИМ). Статорный диск машины представлен на рис. 4.

История создания синхронных индукторных электрических машин в основном касается создания высокочастотных индукторных генераторов. Началом этих работ можно считать 1854 г., когда В. Пайт получил английский патент на индукторный генератор. В России разработкой индукторных генераторов занимались П. Н. Яблочков (1877 г.), М. О. Доливо-Добровольский (1882 г.), Ю. А. Клименко (1882 г.), В. П. Вологдин (1912 г., 1930 г.), А. Е. Алексеев (1930 г.). Среди зарубежных ученых следует отметить труды Н. Тесла (1890 г.), Г. Гюи (1901 г.), П. Штейнмеца (1909 г.) и др.

В МСИМ, разработанной авторами и рассматриваемой в настоящей статье, тороидальные обмотки возбуждения являются общими для всех электромагнитных модулей каждой половины статора. Остальные элементы аналогичны конструкции МСРМ (см. рис. 1) [8].

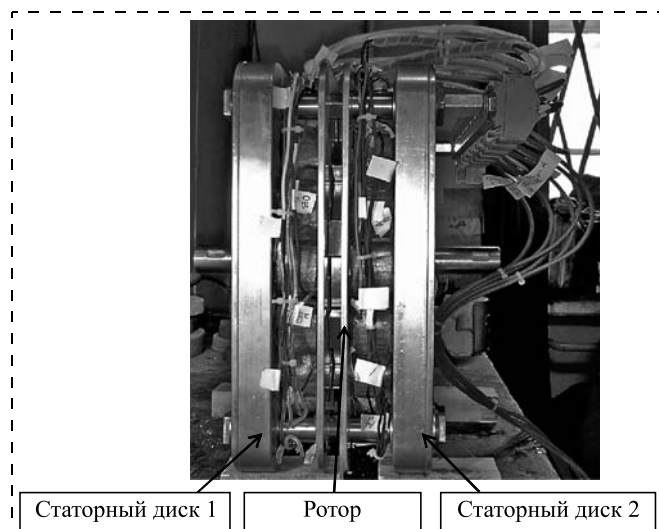


Рис. 2. Лабораторный макет машины

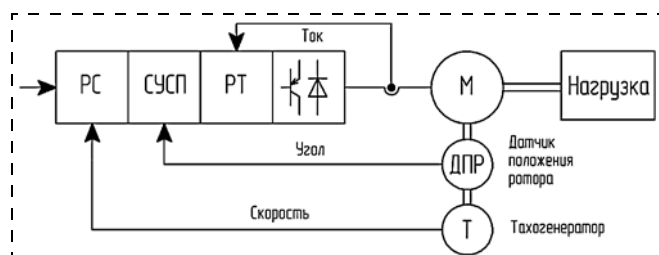


Рис. 3. Система электропривода с МСРМ

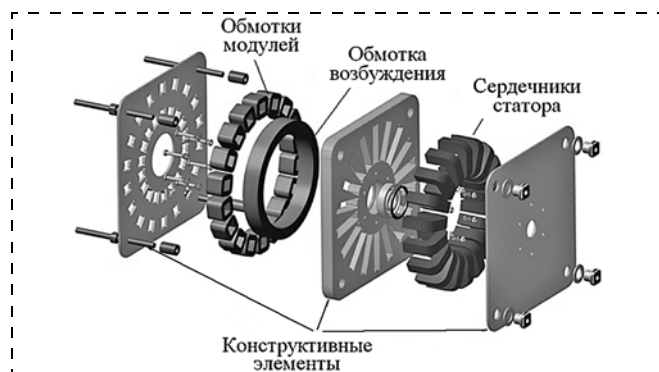


Рис. 4. Конструкция одной половины статора МСИМ

2. Расчет параметров модульной синхронной индукторной машины

В рассматриваемой конструкции МСИМ кривая распределения магнитного потока в воздушном зазоре, созданного обмоткой возбуждения, не изменяется, а перемещается вместе с ротором на одинаковый угол. Это приводит к периодическому изменению по величине (без изменения знака) потокосцепления обмотки модуля, в то время как поток обмотки возбуждения остается неизменным.

Параметры МСИМ, как и МСРМ [8], определяются на основании расчета электромагнитного поля. Основными этапами расчета электромагнитного поля в рассматриваемой конструкции модульной машины в 3D-постановке задачи являются [12, 13]:

- 1) выбор типа решаемой задачи;
- 2) построение геометрии: подвижных и неподвижных частей магнитопровода, катушек;
- 3) назначение свойств материалов всем элементам конструкции;
- 4) формирование источников возбуждения, задание токов в обмотках;
- 5) задание граничных условий;
- 6) задание расчетных параметров (индукция, поток, потокосцепление, индуктивность и т. д.);
- 7) формирование и генерация сетки конечных элементов;
- 8) проведение расчета;
- 9) визуализация и анализ результатов.

Для построения электропривода на базе МСИМ математическое описание машины должно быть осуществлено в параметрах теории электрических цепей, т. е. схема замещения машины должна содержать сопротивление, индуктивность и противоЭДС вращения. Последний параметр содержит две составляющие:

- 1) составляющую ЭДС, обусловленную изменением потокосцепления фазной обмотки, состоящей из обмоток модулей, вследствие вращения потока возбуждения, связанного с ротором:

$$e_1 = \omega_m \frac{\partial \psi_f(\theta_m)}{\partial \theta_m};$$

- 2) составляющую ЭДС фазной обмотки, обусловленную изменением индуктивности обмотки:

$$e_2 = \omega_m \frac{\partial L_k(\theta_m, i_k)}{\partial \theta_m},$$

где ψ_f — потокосцепление возбуждения, θ_m — механический угол поворота ротора, ω_m — механическая скорость вращения ротора.

Для МСИМ на первом этапе рассчитывается магнитное поле, создаваемое обмоткой возбуждения, и противоЭДС обмотки модуля, обусловленная этим полем. Поле возбуждения является периодическим, знакопостоянным, вращающимся вместе с ротором. Потокосцепление возбуждения в фазах статора МСИМ при перемещении ротора на 30° и постоянном токе в обмотке возбуждения, получен-

ное в результате проведенного расчета (этап 8), представлено на рис. 5.

Зависимость потокосцепления ψ_f от угла поворота ротора θ_m можно записать в виде

$$\psi_f(\theta_m) = \frac{\psi_{f\max} + \psi_{f\min}}{2} + \frac{\psi_{f\max} - \psi_{f\min}}{2} \cdot \cos z_2 \theta_m, \quad (1)$$

где z_2 — число полюсов ротора; $\psi_{f\max}$, $\psi_{f\min}$ — максимальное и минимальное значения потокосцепления соответственно.

Составляющая ЭДС, обусловленная изменением потокосцепления фазной обмотки вследствие вращения потока возбуждения, связанного с ротором, равна

$$e_1 = \omega_m \frac{\partial \psi_f(\theta_m)}{\partial \theta_m} = -\frac{\omega_m z_2 (\psi_{f\max} - \psi_{f\min})}{2} \sin z_2 \theta_m. \quad (2)$$

Расчет индуктивности статорной обмотки и ее производных осуществляется на базе расчета магнитного поля для сектора машины, включающего три модуля трех различных фаз с учетом алгоритма коммутации токов в фазах, представленного на рис. 6.

Характер распределения магнитной индукции в секторе машины на периоде, соответствующем приведенному алгоритму коммутации токов в фазах (рис. 6), и при постоянном токе возбуждения приведен на рис. 7 (см. вторую сторону обложки). За начальное положение принято согласованное поло-

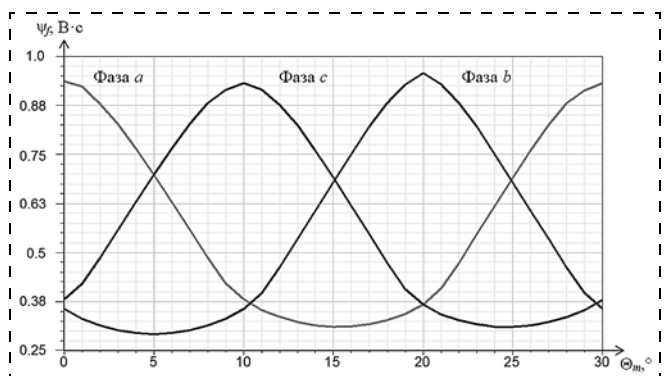


Рис. 5. Потокосцепление возбуждения в фазах статора МСИМ

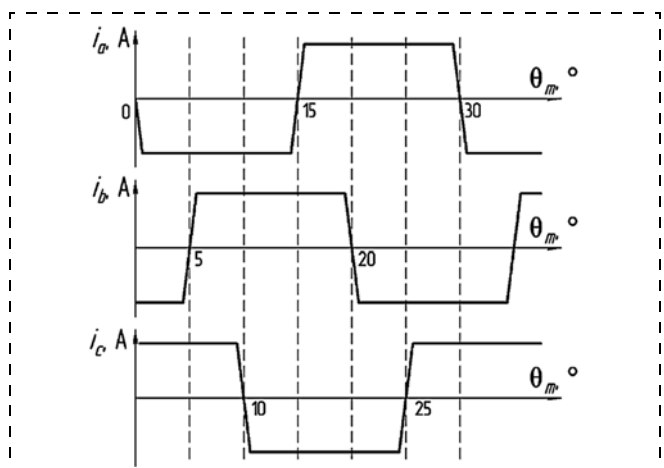


Рис. 6. Алгоритм коммутации токов в фазах МСИМ

жение зубца ротора по отношению к модулю фазы "а", модуль фазы "а" — крайний левый, направление вращения ротора — против часовой стрелки.

Результаты расчета индуктивностей $L_k(i_k, \theta_m)$ обмоток трех модулей трех различных фаз с учетом алгоритма формирования токов в них приведены на рис. 8 (см. третью сторону обложки). Расчет проводился в диапазоне изменений угла поворота ротора $0...15^\circ$ (рис. 7, а—в, см. вторую сторону обложки). За начальное положение, как и при расчете поля, принято согласованное положение зубца ротора по отношению к фазе "а" (рис. 7, а), за конечное — рассогласованное положение зубца ротора по отношению к фазе "а" (рис. 7, з, см. вторую сторону обложки).

При дальнейшем изменении угла θ_m зависимости $L_k(i_k, \theta_m)$ циклически повторяются. Изменение индуктивности $L_k(i_k, \theta_m)$ в фазе имеет периодический характер, при этом период повторения определяется числом зубцов ротора. Для рассматриваемой трехфазной МСИМ ($z_1 = 18$, $z_2 = 12$) период составляет $360^\circ/12 = 30^\circ$. Положительный ток в фазе "а" формируется на участке изменения угла θ_m от 15 до 30° , отрицательный — на участке изменения угла θ_m от 0 до 15° . Формирование токов в фазах машины согласовывается с зависимостью $L_k(i_k, \theta_m)$ для каждой фазы, что в системе осуществляется датчиком положения ротора.

Индуктивности $L_k(i_k, \theta_m)$ представляют собой семейство характеристик, которые для каждого модуля и, соответственно, каждой фазы можно описать уравнением

$$L_k(i_k, \theta_m) = \frac{L_{\max}(i_k) + L_{\min}(i_k)}{2} + \frac{L_{\max}(i_k) - L_{\min}(i_k)}{2} \cos z_2 \theta_m. \quad (3)$$

Отличительная особенность этого уравнения, по сравнению с уравнением, приведенным в работе [8], состоит в том, что максимальная и минимальная индуктивности являются функциями тока в обмотке, что видно из рис. 8 (см. третью сторону обложки), и учитываются при построении модели МСИМ.

Первоначально рассмотрим получение зависимостей параметров машины $\frac{\partial L_k(i_k, \theta_m)}{\partial i_k}$, $\frac{\partial L_k(i_k, \theta_m)}{\partial \theta_m}$ от ее переменных состояния. Используя уравнение (3), получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_k(i_k, \theta_m)}{\partial \theta_m} &= -\frac{z_2 [L_{\max}(i_k) - L_{\min}(i_k)]}{2} \cdot \sin z_2 \theta_m; \\ \frac{\partial L_k(i_k, \theta_m)}{\partial i_k} &= \frac{\partial L_{\max}(i_k)}{\partial i_k} \left(\frac{1 + \cos z_2 \theta_m}{2} \right) + \\ &+ \frac{\partial L_{\min}(i_k)}{\partial i_k} \left(\frac{1 - \cos z_2 \theta_m}{2} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Зависимости максимальной и минимальной индуктивностей модуля от тока, построенные в со-

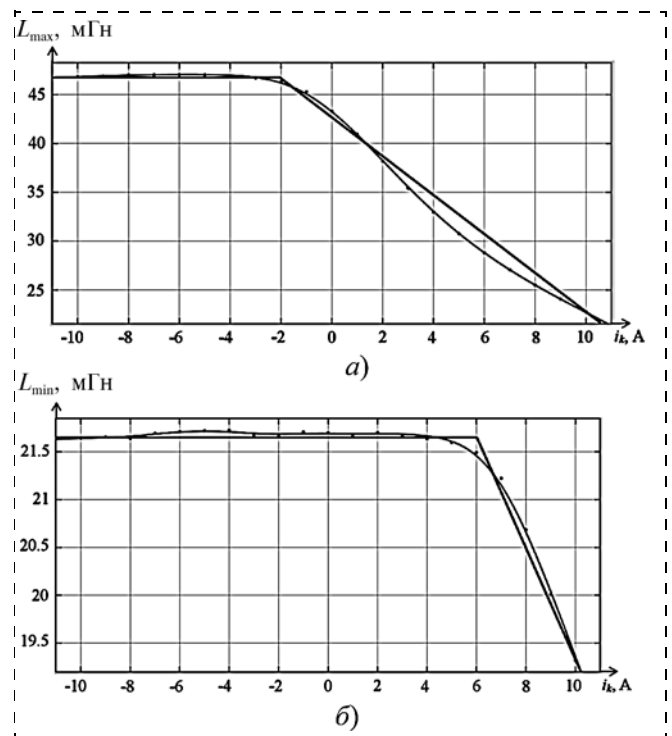


Рис. 9. Зависимости максимальной и минимальной индуктивности от тока

ответствии с данными рис. 8 (см. третью сторону обложки) в пакете MATLAB — Curve Fitting Tool, приведены на рис. 9.

При построении структурной модели для получения зависимостей $\frac{\partial L_{\max}(i_k)}{\partial i_k}$ и $\frac{\partial L_{\min}(i_k)}{\partial i_k}$ зависимости $L_{\max}(i_k)$ и $L_{\min}(i_k)$ (рис. 9) можно аппроксимировать двумя отрезками прямых.

Уравнения электрического равновесия в машине можно представить в виде системы из m уравнений Кирхгофа, записанных для каждой фазы [14, 15]:

$$u_k = r_k i_k + \frac{d\psi_k(i_k, \theta_m)}{dt}, \quad (5)$$

где u_k — напряжение, приложенное к k -й фазе; r_k — сопротивление k -й фазы; i_k — ток, протекающий в k -й фазе; ψ_k — потокосцепление k -й фазы. Потокосцепления фазы находятся из выражений

$$\psi_k(i_k, \theta_m) = L_k(i_k, \theta_m) i_k + \psi_f(\theta_m). \quad (6)$$

Уравнения механического равновесия запишутся на основании второго закона Ньютона:

$$J \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} = \sum_{k=1}^m T_{ek}(i_k, \theta_m) - T_l, \quad (7)$$

где $\sum_{k=1}^m T_{ek}(i_k, \theta_m)$ — результирующий электромагнитный момент от действия всех m фаз, T_l — момент нагрузки, приложенный к валу машины.

Полное математическое описание МСИМ с учетом уравнений (2)–(7) может быть представлено в виде

$$u_k(\theta_m) = r_k i_k + \left(\frac{[L_{\max}(i_k) + L_{\min}(i_k)]}{2} + \frac{[L_{\max}(i_k) - L_{\min}(i_k)] \cos z_2 \theta_m}{2} \right) \frac{di_k}{dt} - \frac{z_2 [L_{\max}(i_k) - L_{\min}(i_k)]}{2} \omega_m i_k \sin z_2 \theta_m - \frac{\omega_m z_2 (\psi_{f\max} - \psi_{f\min})}{2} \sin z_2 \theta_m + \left[\frac{\partial L_{\max}(i_k)}{\partial i_k} \cdot \frac{1 + \cos z_2 \theta_m}{2} + \frac{\partial L_{\min}(i_k)}{\partial i_k} \cdot \frac{1 - \cos z_2 \theta_m}{2} \right] i_k \frac{di_k}{dt}. \quad (8)$$

Момент, создаваемый одной фазой машины, определяется из уравнения

$$T_{ek} = - \frac{z_2 [L_{\max}(i_k) - L_{\min}(i_k)]}{2} i_k^2 \sin z_2 \theta_m - \frac{z_2 (\psi_{f\max} - \psi_{f\min}) i_k}{2} \sin z_2 \theta_m. \quad (9)$$

Заметим, что в уравнениях (8), (9) все параметры определены из анализа и расчета магнитного поля. Исследуемая электрическая машина описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, использование этой системы уравнений для построения электропривода с МСИМ осуществляется в программном пакете MATLAB-Simulink.

3. Построение структурной модели электропривода с модульной синхронной индукторной машиной в пакете MATLAB-Simulink [16]

Структурная модель для определения тока и момента фазы "a" двигателя, построенная по уравнениям (8), (9), приведена на рис. 10.

Расчет параметров модели осуществляется в блоке *Subsystem_a*, структурная схема которого приведена на рис. 11. В блоках *L_min*, *L_max* модели задаются индуктивности $L_{\min}(i_k)$, $L_{\max}(i_k)$ по данным рис. 8 с учетом алгоритма формирования токов в фазах МСИМ (см. рис. 6). В блоках *Relay* — *Relay3*, *Delay*, *Dot Product* и *Dot Product1* реализуются зависимости $\frac{\partial L_{\max}(i_k)}{\partial i_k}$ и $\frac{\partial L_{\min}(i_k)}{\partial i_k}$. В блоках *F1*, *F2* и *F3* реализуются уравнения (3), (4), в блоке *F4* — уравнение (2).

Вычисление производной от тока фазы осуществляется в блоке *Subsystem_ia* (рис. 12). Сигнал с выхода этого блока подается на вход интегратора, на выходе которого вычисляется ток фазы.

В блоке *F5* (см. рис. 10) рассчитывается момент, создаваемый одной фазой машины по уравнению (9). Электропривод с МСИМ, модель которого

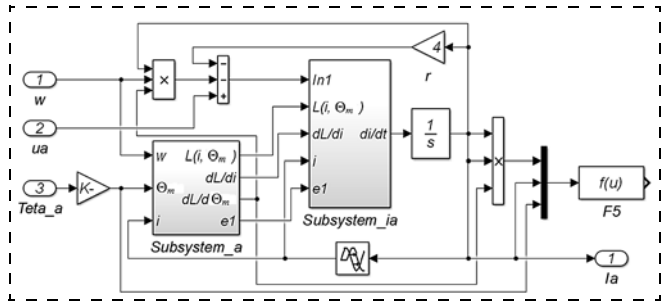


Рис. 10. Модель фазы МСИМ

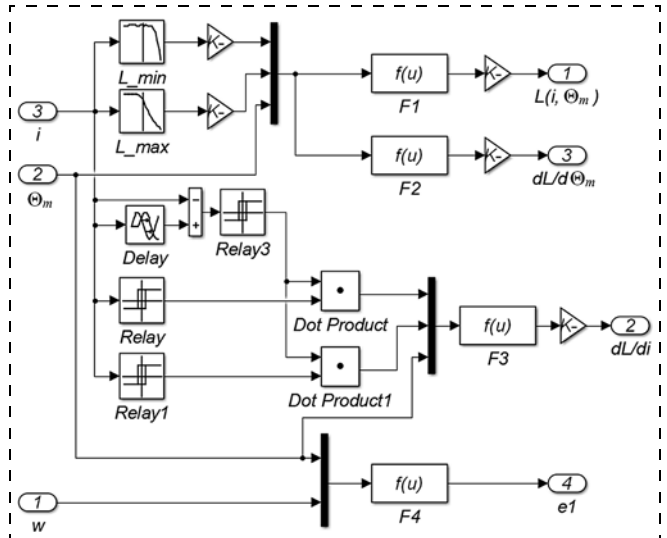


Рис. 11. Модель расчета параметров МСИМ (блок *Subsystem_a*)

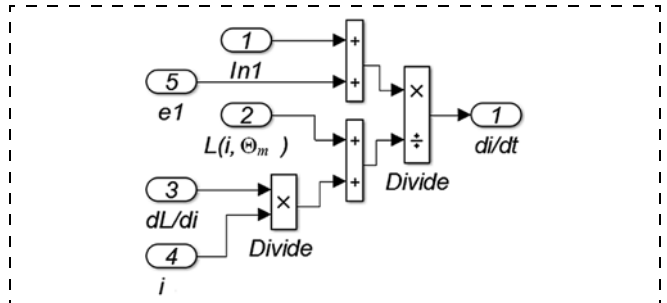


Рис. 12. Модель вычисления производной тока фазы (блок *Subsystem_ia*)

приведена на рис. 13, построена по подчиненному принципу. Внешним контуром является скоростной контур, внутренним — токовый контур. В каждой фазе МСИМ в токовых контурах реализован скользящий режим ("токовый коридор") за счет релейных регуляторов. Регулятор скорости представляет собой цифровой ПИ регулятор. Коммутация токов в фазах МСИМ осуществляется датчиком положения ротора (*Position_Sensor*), модель которого показана на рис. 14.

Переходные процессы по скорости, электромагнитному моменту и токам в фазах при пуске без нагрузки, с последующим "набросом" нагрузки в электроприводе показаны на рис. 15.

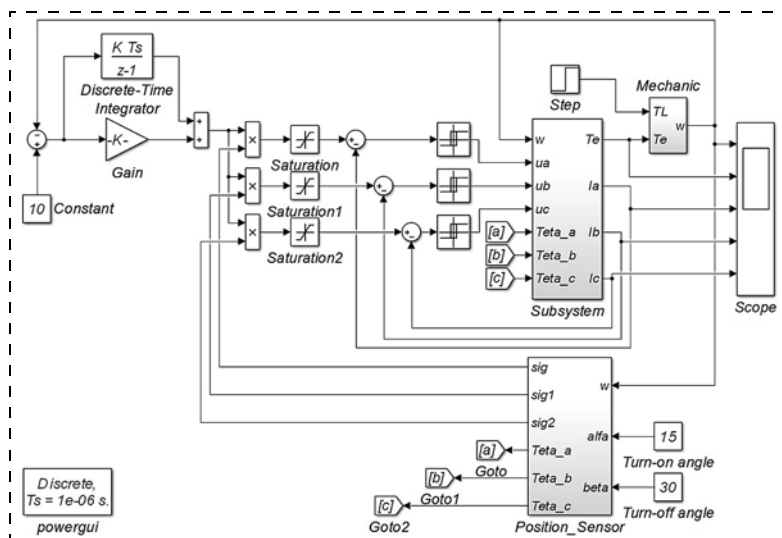


Рис. 13. Модель электропривода с МЭМ

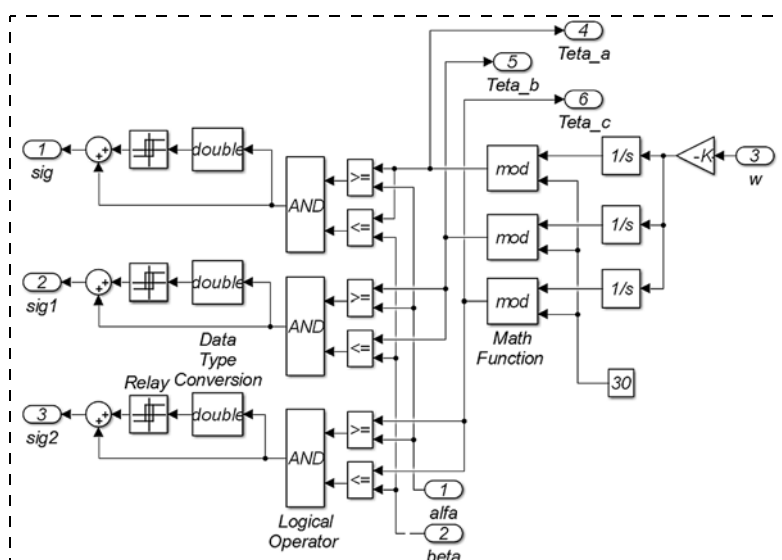


Рис. 14. Модель датчика положения ротора

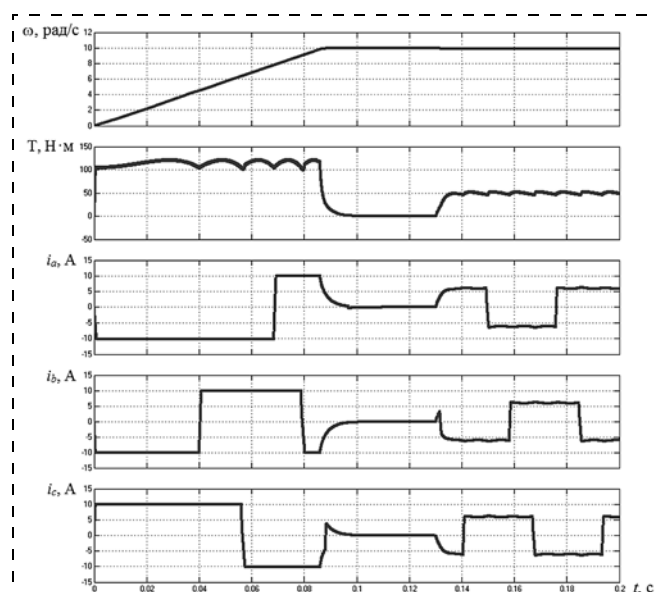


Рис. 15. Переходные процессы при пуске, набросе нагрузки и в установившемся режиме в электроприводе с МСИМ

Сравнение результатов анализа модульной синхронной индукторной машины с модульной синхронной реактивной машиной [8] в составе электропривода показывает, что МСИМ развивает больший на 20 % момент при одинаковом действующем токе и в два раза меньшем максимальном токе в обмотке фазы.

Заключение

При построении электропривода на базе МСИМ ее параметры рассчитываются путем анализа магнитного поля методом конечных элементов. Эти параметры являются нелинейными, зависящими от протекающих по обмоткам токов и от положения ротора. При этом полное математическое описание машины в составе электропривода представляется системой нелинейных дифференциальных уравнений. В настоящее время авторам неизвестны аналитические методы исследования таких систем. Неизвестны также методы их структурного и параметрического синтеза. В связи с этим синтез и исследование электропривода с МСИМ могут быть осуществлены исключительно численными методами. Для решения таких задач наиболее эффективным следует признать программные пакеты MATLAB — Simulink и Ansys Maxwell. Использование этих пакетов позволило провести исследование МСИМ в составе замкнутого электропривода.

Список литературы

1. Hryniewicz J., Afonin A., German-Galkin S., Kramarz W., Szymczak P., Cierzniwski P. Modular reluctance electric machine // International patent № 2001003270. 2001.
2. Герман-Галкин С. Г., Загашвили Ю. В., Верожский В. В. Модульная электрическая машина // Патент РФ на полезную модель № 105540. 2010. Бюл. № 16.
3. Бормотов А. В., Герман-Галкин С. Г., Загашвили Ю. В., Лебедев В. В. Модульная электрическая машина // Патент РФ № 2510121. 2014. Бюл. № 28.
4. Герман-Галкин С. Г., Бормотов А. В. Модульная вентильная машина с коммутацией магнитного потока // Силовая электроника. 2012. № 4. С. 46—50.
5. German-Galkin S., Bormotov A. Analytical and model study of a modular electric machine in the electric drive // American Journal of Scientific and Educational Research. 2014. N. 1 (4). P. 614—623.
6. Альпер Н. Я., Терзян А. А. Индукторные генераторы. М.: Энергия, 1970. 192 с.
7. Козаченко В. Ф., Корпусов Д. В., Остриров В. Н. Электропривод на базе вентильных индукторных машин с электромагнитным возбуждением // Электронные компоненты. 2005. № 6. С. 60—64.
8. Герман-Галкин С. Г., Бормотов А. В. Аналитическое и модельное исследование модульной синхронной реактивной машины в системе электропривода // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. № 9. С. 625—630.
9. Овчинников И. Е. Вентильные электрические двигатели и привод на их основе (малая и средняя мощность). СПб.: КОРОНА — Век, 2006. 336 с.
10. Afonin A., Kramarz W., Cierzniwski P. Elektromechaniczne przetworniki energii z komutacją elektroniczną. Szczecin: Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, 2000. 242 p.

11. German-Galkin S., Hrynkiewicz J. Modułowa maszyna magnetokomutacyjna // Przegląd Elektrotechniczny. 2014. N. 11. P. 196—199.
12. Рымша В. В., Радимов И. Н., Баранцев М. В. Технология расчета трехмерного стационарного магнитного поля в вентильно-реактивных электродвигателях на платформе Ansys Workbench // Электротехника і електромеханіка. 2006. № 6. С. 25—32.
13. User's guide — Maxwell 3D // Ansys Inc. USA, 2012. Rev.6.

14. Чиликин М. Г., Ивоботенко И. А., Рубцов В. П. и др. Дискретный электропривод с шаговыми двигателями / Под общ. ред. М. Г. Чиликина. М.: Энергия, 1971. 624 с.
15. Шмитц Н., Новотный Д. Введение в электромеханику: пер. с англ. М.: Энергия, 1969. 336 с.
16. Любарский Б. Г., Рябов Е. С., Оверьянова Л. В., Емельянов В. Л. Имитационная модель тягового вентильно-индукторного электропривода // Электротехника і Електромеханіка. 2009. № 5. С. 67—72.

Modular Synchronous Inductor Machine in the Electric Drive System

S. G. German-Galkin, ggsg@yandex.ru✉, St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics (ITMO), St. Petersburg, 197101, Russian Federation,
Maritime University of Szczecin, Szczecin, 70-205, Poland,

V. V. Lebedev, lebedevvv57@mail.ru,

Kovrov Electromechanical Plant Co., Kovrov, 601903, Russian Federation,

A. V. Bormotov, art_b02@mail.ru, St. Petersburg Baltic State Technical University named after D. F. Ustinov (VOENMEH), St. Petersburg, 190005, Russian Federation

Corresponding author: **German-Galkin Sergey G.**, Professor,
St. Petersburg National Research University of Information Technologies,
Mechanics and Optics (ITMO), St. Petersburg, 197101, Russian Federation,
Maritime University of Szczecin, Szczecin, 70-205, Poland, e-mail: ggsg@yandex.ru

Received on July 31, 2015

Accepted on August 04, 2015

The paper presents the results of research and model tests of a modular synchronous inductor machine (MSIM). It demonstrates the design of the machine, implemented in a prototype based on the existing design of the modular switched reluctance machine (MSRM) [8]. It emphasizes a number of positive aspects of a practical implementation of this design and distinctive features of its mathematical description. An algorithm for calculation of the parameters of the electromagnetic module of the machine in Ansys Maxwell software package is presented, too. The paper also discloses a method for calculation of a back-EMF component caused by a change in the flux of the phase winding, consisted from the module's windings, due to rotation of the excitation flux associated with the rotor. On the basis of the calculation the results are presented in analytical and graphic forms, a mathematical description and a computer model of MSIM were developed, as well as a computer model of the electric drive on its basis in Matlab — Simulink software package, which confirmed the limit characteristics of the machine, specified in the design. The electric drive with the above machine is built on the principle of subordination control with the internal current loop, which employs relays in each phase, i.e. sliding mode, and the outer loop speed, which uses PI regulator.

Keywords: modular construction, synchronous inductor machine, inductance, mathematical model, structural model, Matlab-Simulink, Ansys-Maxwell, electric drive

For citation:

German-Galkin S. G., Lebedev V. V., Bormotov A. V. Modular Synchronous Inductor Machine in the Electric Drive System, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 11, pp. 731—737.

DOI: 10.17587/mau.16.731-737

References

1. Hrynkiewicz J., Afonin A., German-Galkin S., Kramarz W., Szymczak P., Cierzniewski P. Modular reluctance electric machine. Patent WO 2001003270 A1. 11.01.2001.
2. German-Galkin S. G., Zagashvili Yu. V., Voryuzhskii V. V. Modul'naya elektricheskaya mashina (Modular electrical machine). Useful model patent RU 105540 U1. 10.06.2010 (in Russian).
3. Bormotov A. V., German-Galkin S. G., Zagashvili Yu. V., Lebedev V. V. Modul'naya elektricheskaya mashina (Modular electrical machine). Patent RU 2510121 C2. 20.03.2014 (in Russian).
4. German-Galkin S. G., Bormotov A. V. Modul'naya ventil'naya mashina s kommutatsiei magnitnogo potoka (Modular machine with a magnetic flux switching), *Power electronics*, 2012, no. 4, pp. 46—50 (in Russian).
5. German-Galkin S., Bormotov A. Analytical and model study of a modular electric machine in the electric drive, *American Journal of Scientific and Educational Research*, 2014, no. 1 (4), pp. 614—623.
6. Al'per N. Ya., Terzyan A. A. Induktornye generatory (Inductor generators), Moscow, Energiya, 1970, 190 p. (in Russian).
7. Kozachenko V. F., Korpusev D. V., Ostirov V. N. Elektroprivod na haze ventil'nykh induktornykh mashin s elektromagnitnym vozbuзhdeniem (Electrical drive based on synchronous inductor machines with electromagnetic excitation), *Electronic Components*, 2005, no. 6, pp. 60—64 (in Russian).

8. German-Galkin S. G., Bormotov A. V. Analiticheskoe i model'noe issledovanie modul'noi sinkhronnoi reaktivnoi mashiny v sisteme elektroprivoda (Analytical and model study of a modular synchronous switched reluctance machine in the electrical drive), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 5, pp. 625—630 (in Russian).
9. Ovchinnikov I. Ye. Ventil'nye elektricheskie dvigateli i privod na ikh osnove (malaya i srednyaya moshchnost'): kurs lektsii (Synchronous motors and the drive based on them: a course of lectures), St. Petersburg, KORONA-Vek, 2006, 336 p. (in Russian).
10. Afonin A., Kramarz W., Cierzniewski P. Elektromechaniczne przetworniki energii z komutacją elektroniczną, Szczecin, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, 2000, 242 p. (in Polish).
11. German-Galkin S., Hrynkiewicz J. Modułowa maszyna magnetokomutacyjna, *Przegląd Elektrotechniczny*, 2014, no. 11, pp. 196—199 (in Polish).
12. Rymsha V. V., Radimov I. N., Barantsev M. V. Tekhnologiya rascheta trekhmernogo statsionarnogo magnitnogo polya v ventil'no-reaktivnykh elektrodvigatelyakh na platforme Ansys Workbench (Ansys-Workbench powered calculation technique of stationary 3D magnetic field in switched-reluctance motors), *Elektrotehnika i Elektromekhanika*, 2006, no. 6, pp. 25—32 (in Russian).
13. User's guide — Maxwell 3D, Ansys Inc., USA, 2012, Rev. 6.
14. Chilikin M. G., Ivobotenko I. A., Rubtsov V. P., Sadovskij L. A., Cacenkin V. K. Diskretnyi elektroprivod s shagovymi dvigatelyami (Step electric drive with stepping motors), Moscow, Energiya, 1971, 624 p. (in Russian).
15. Shmitz N. L., Novotny D. V. Vvedenie v elektromekhaniku: per. s angl. (Introduction into electromechanics: Translated from English), Moscow, Energiya, 1969, 336 p. (in Russian).
16. Lubarskii B. G., Ryabov Ye. S., Overyanova L. V., Emel'yanov V. L. Imitatsionnaya model' tyagovogo ventil'no-induktornogo elektroprivoda (Simulation model of a synchronous inductor traction motor), *Elektrotehnika i Elektromekhanika*, 2009, no. 5, pp. 67—72 (in Russian).

В. Ф. Филаретов^{1, 2}, д-р техн. наук, зав. лаб., filaret@pma.ru,

А. Ю. Коноплин^{1, 2}, ассистент, kayur-prim@mail.ru,

А. В. Гетьман³, к-т техн. наук, доц., alexander_get@mail.ru,

¹Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток,

²Дальневосточный федеральный университет, Владивосток,

³Филиал ВУНЦ ВМФ "Военно-морская академия им. Н. Г. Кузнецова"

(ТОВМИ им. С. О. Макарова), Владивосток

Экспериментальное определение коэффициентов вязкого трения для расчета силового воздействия на перемещающиеся звенья подводных манипуляторов¹

Описан подход к экспериментальному определению коэффициентов вязкого трения, возникающего при поступательном перемещении звеньев подводного многозвенного манипулятора в водной среде. Эти коэффициенты необходимы для расчета силовых и моментных воздействий со стороны движущегося манипулятора на подводный аппарат в целях их последующей компенсации. На основе экспериментальных исследований определена зависимость указанных коэффициентов от угла наклона звена к набегающему потоку жидкости.

Ключевые слова: коэффициент вязкого трения, аэродинамический эксперимент, аэродинамическая труба, многозвенный манипулятор, подводный аппарат

Введение

В настоящее время большинство обитаемых и телеуправляемых подводных аппаратов (ПА) оснащаются подводными манипуляторами (ПМ), причем от точности и скорости движения ПМ зависит успешность выполнения подводных манипуляционных операций. Однако движущийся в вязкой среде ПМ оказывает на ПА значительные силовые и моментные воздействия, вызванные как инерционными и гравитационными силами, так и силами, определяемыми взаимодействием движущихся звеньев этого ПМ с окружающей вязкой средой [1]. Указанные воздействия приводят к смещению ПА, работающего в режиме зависания вблизи объекта работ, относительно его исходного положения, что снижает точность работы ПМ. Отмеченные эффекты затрудняют качественное выполнение большинства манипуляционных задач.

Известные системы автоматической стабилизации ПА в режиме его зависания вблизи объектов работ [2–5] позволяют компенсировать негативные силовые и моментные воздействия со стороны работающего ПМ, рассчитываемые в реальном масштабе времени. Значения этих динамических воздействий пропорциональны коэффициентам вязкого трения каждого звена ПМ при их произвольном пространственном перемещении в жидкости. Эти коэффициенты могут быть определены экспериментально и зависят от геометрической формы звеньев, особенностей их поверхности, а также от углов наклона к набегающему потоку жидкости. Очевидно, что от точности определения коэффициен-

ентов вязкого трения напрямую зависит точность стабилизации ПА в заданной точке пространства.

В работах зарубежных авторов отмечается значительный интерес к решению проблемы точного определения указанных коэффициентов. В работе [3] описаны результаты экспериментального определения коэффициентов вязкого трения, возникающего при перемещении цилиндрических звеньев ПМ в водной среде нормально по отношению к набегающему потоку жидкости. Приводится зависимость этих коэффициентов от отношения пути, пройденного звеном, к диаметру этого звена. В работе [6] получена аналитическая зависимость коэффициента вязкого трения звена ПМ от угла его наклона к набегающему потоку жидкости, но эта зависимость является весьма приближенной.

В работе [7] описан метод экспериментального определения зависимости искомых коэффициентов от угла наклона звеньев ПМ к набегающему водному потоку. Однако полученные значения этих коэффициентов могут быть использованы только для двухзвенного ПМ, к тому же имеющего специальное соединение звеньев. При этом в выражения, используемые для расчета коэффициентов, входят только составляющие линейных скоростей движения сегментов звеньев ПМ, направленные перпендикулярно осям этих цилиндрических звеньев. С помощью этих выражений можно рассчитать коэффициенты вязкого трения только при движении звеньев ПМ перпендикулярно набегающему потоку.

Выполненный анализ существующих подходов и методов показывает, что в настоящее время еще не решена задача создания универсального подхода к экспериментальному определению коэффициентов вязкого трения для каждого из звеньев многозвенного ПМ.

¹ Работа проводилась при финансовой поддержке Научного фонда ДВФУ (соглашение № 13-06-0112-м а), Минобрнауки РФ (государственное задание 1141), а также РФФИ.

1. Постановка задачи

В статье ставится задача формирования подхода к точному экспериментальному определению коэффициентов вязкого трения при перемещении звеньев ПМ в водной среде. Эти коэффициенты предполагается использовать для расчета воздействий перемещающегося ПМ на ПА в целях точной компенсации этих воздействий в процессе стабилизации ПА в водной среде.

2. Особенности определения силового воздействия на звено ПМ, перемещающееся в водной среде

Поскольку аналитической формы для определения коэффициентов вязкого трения при движении звеньев ПМ в водной среде ввиду их сложной зависимости от параметров движения этих звеньев и многих других физических факторов не существует, то для точного вычисления силовых и моментных воздействий на ПА со стороны работающего ПМ эти коэффициенты необходимо определять экспериментально.

Необходимо отметить, что числа Рейнольдса становятся меньше 10^3 для звеньев ПМ с диаметрами поперечных сечений 0,1 м при их перемещениях в водной среде со скоростями, меньшими 0,01 м/с. Однако в процессе выполнения большинства рабочих операций звенья ПМ имеют значительно большие скорости, при которых появляются заметные динамические воздействия на ПА. Поэтому согласно рекомендациям, изложенным в работе [1], при значениях чисел Рейнольдса, меньших 10^3 , влиянием вязкой среды на звенья этих ПМ можно пренебрегать, но в некоторых случаях все же целесообразно и при малых скоростях движения звеньев использовать приведенные в работах [1, 8] значения коэффициентов вязкого трения, не зависящие от углов наклона звеньев ПМ к набегающему потоку жидкости.

При экспериментальном определении указанных коэффициентов в процессе движения звеньев ПМ со скоростями, при которых числа Рейнольдса находятся в диапазоне $10^3 < Re \leq 2 \cdot 10^5$, каждое звено ПМ представлялось в виде однородного цилиндрического тела, на которое набегал встречный водный поток. В этом случае со стороны вязкой среды оказываются силовые воздействия на эти звенья, имеющие квадратичную зависимость от скорости их перемещения [1]:

$$F = \frac{1}{2} \rho k s v^2, \quad (1)$$

где k и v — соответственно коэффициент вязкого трения и линейная скорость поступательного движения звена ПМ; ρ — плотность жидкости; s — площадь проекции боковой поверхности звена на плоскость, нормальную вектору v .

В работе [8] отмечено, что при строго поперечном обтекании тел цилиндрической формы в указан-

ном диапазоне чисел Рейнольдса коэффициент вязкого трения практически не изменяется, т. е. можно принять $k = \text{const}$.

Поскольку каждый торец каждого звена ПМ соединен либо с соседним звеном, либо с его рабочим органом, либо с ПА, то торцы этих звеньев не будут влиять на значение коэффициента k , которое не зависит от длины звеньев ПМ. Поэтому при экспериментальном определении k звено ПМ должно рассматриваться как бесконечно длинное. Однако при наклоне звена ПМ к набегающему потоку жидкости согласно выражению (1) величина F будет меняться пропорционально длине указанного звена.

Определить коэффициент k для бесконечно длинного однородного цилиндрического звена ПМ можно с помощью аэродинамического эксперимента, соблюдая при этом подобие звена ПМ и его модели по числу Рейнольдса [9]. Для определения коэффициента k наиболее эффективным является метод импульсов (по Джонсу) [10], отличающийся высокой точностью, а также относительной простотой и удобством при проведении экспериментов.

Искомый коэффициент k для не имеющего торцов цилиндрического звена ПМ при использовании указанного метода [10] можно рассчитать по следующей формуле:

$$k = \frac{2}{D} \int_a^b \sqrt{\frac{P_1 - P_1}{P_0 - P_0}} \left(1 - \sqrt{\frac{P_1 - P_0}{P_0 - P_0}} \right) d\hat{Z} = \frac{2}{D} \int_a^b \varphi(\hat{Z}) d\hat{Z} = \frac{2S}{D}, \quad (2)$$

где D — характерный размер тела; P_0 — полный напор, P_0 — статическое давление, определяемые пнев-

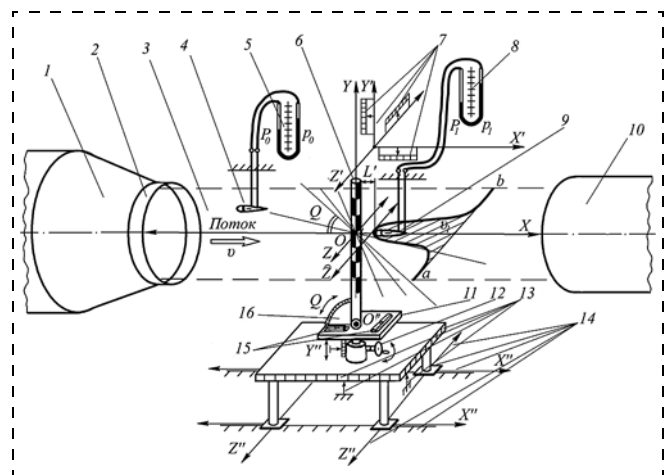


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 — конфузор; 2 — сопло; 3 — рабочая часть; 4 и 9 — приемники полного и статического давлений; 5 и 8 — U-образные дифференциальные жидкостные микроманометры; 6 — модель звена ПМ; 7 — координатник; 10 — диффузор; 11 — рабочий стол; 12 — подъемник рабочего стола; 13 — подвижная платформа с координатными шкалами; 14 — направляющие платформы; 15 — приборы юстировки рабочего стола; 16 — шкала угловых координат

мометром, расположенным перед моделью звена ПМ в невозмущенном потоке; P_1 и p_1 — полный напор и статическое давление в спутном следе за звеном ПМ соответственно (они определяются специальным пневмометром, который перемещается в этом следе по оси $\hat{Z}$, перпендикулярной вектору скорости $\mathbf{v}$ набегающего потока и лежащей в горизонтальной плоскости при вертикальном расположении звена на фиксированном расстоянии L' от его поверхности); a и b — границы спутного следа по оси $\hat{Z}$; S — площадь, ограниченная экспериментальной кривой $\varphi(\hat{Z})$. Указанные обозначения показаны на рис. 1.

При расположении звена ПМ под углом Q к набегающему потоку $D = d/\sin Q$; $s = l\sin Q$, где d и l — диаметр и длина звена соответственно.

3. Описание аэродинамической экспериментальной установки

Экспериментальные исследования проводили в аэродинамической трубе АС-1 Филиала ВУНЦ ВМФ "Военно-морская академия". Схема разработанной экспериментальной установки приведена на рис. 1.

В рабочей части АС-1 в центре потока установлена выполненная из алюминиямагниевого сплава модель цилиндрического звена ПМ 6, геометрически подобная реальному звену диаметром $d = 0,05$ м. При любом значении угла Q торцы звена 6 не попадают в поток, чтобы не создавать помех и вихреобразования в рабочей части аэродинамической трубы. Все перемещения звена и измерительных приборов выполняли в прямоугольной системе координат (СК) XYZ , ось X которой совпадает с направлением вектора $\mathbf{v}$ скорости воздушного потока, ось Y вертикальна, а ось Z составляет правую тройку. При этом центр СК XYZ расположен в центре рабочей части аэродинамической трубы, где поле скоростей стабильно и хорошо известно.

В экспериментальных исследованиях применяли пневмометрический метод фиксации полного напора и статического давления в потоке с помощью приемников 4 и 9 этого давления. Указанные величины измеряли лабораторными жидкостными U-образными дифференциальными микроманометрами 5 и 8. Приемник давлений, фиксирующий значения P_1 и p_1 в следе за моделью, был установлен с помощью координатника 7 с координатными шкалами $X'Y'Z'$ на одинаковом для всех углов Q расстоянии $L' = 0,02$ м = const вдоль оси $\hat{Z}$, параллельной оси Z СК XYZ и образующей с ней горизонтальную плоскость.

Для повышения точности полученных измерений ось цилиндрического звена 6 при любом значении угла Q всегда проходила через точку O (рис. 1). Для этого при наклоне указанного звена на угол Q в шарнире O'' оно перемещалось в горизонтальной и вертикальной плоскостях с помощью подвижной платформы с координатными шкалами $X''Y''Z''$ до



Рис. 2. Общий вид аэродинамической экспериментальной установки

совпадения оси цилиндра с точкой O . Контроль угла Q осуществлялся с помощью шкалы угловых координат 16. При этом положение рабочего стола 11 строго в горизонтальной плоскости контролировалось приборами юстировки 15.

Для каждого исследуемого угла Q после установки звена ПМ в желаемое положение проводили измерение величин P_1 и p_1 приемниками 4 и 9, перемещаемыми из исходного положения за звеном 6 по оси $\hat{Z}$ с шагом 0,005 м до значений $+(-) 0,07$ м и с шагом 0,01 м — до значения $+(-) 0,17$ м.

Общий вид экспериментальной аэродинамической установки показан на рис. 2. На этом рисунке изображено положение модели звена ПМ под углом $Q = 45^\circ$ к набегающему воздушному потоку.

4. Результаты экспериментальных исследований

Для каждого положения звена 6 в воздушном потоке на основе измерений величин P_0 , P_1 , p_0 и p_1 в реальном масштабе времени по формуле

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g\xi(P_1 - p_1)}{\rho}}$$

строили эпюру скорости v_1 в спутном аэродинамическом следе, где $g = 9,81$ — коэффициент перевода единицы давления (мм водяного столба) в единицу Н/м²; $\xi = 0,9...1$ — поправочный коэффициент приемников давления. При этом атмосферную барометрическую плотность среды ρ определяли до начала измерений, и она оставалась неизменной в процессе этих измерений.

Скорость невозмущенного потока v в аэродинамической трубе составляла 26 м/с. Поэтому при $Q = 90...12^\circ$ число Рейнольдса находилось в диапазоне $9 \cdot 10^4 < Re \leq 4,3 \cdot 10^5$. Значения коэффициента k для каждого положения звена 6 рассчитывали по формуле (2), а площадь S , ограниченную экспериментальной кривой $\varphi(\hat{Z})$, вычисляли методом графического интегрирования в разработанной компьютерной программе.

На рис. 3 показано построенное семейство эпюр скорости v_1 при угле Q , изменяющемся от 90 до 12° . Из этого рисунка видно, что при $Q = 90 \dots 38^\circ$ боковая граница следов криволинейна, и из-за интенсивного срыва потока с боковой поверхности модели цилиндрического звена ПМ имеется тенденция к формированию обратного течения. При значениях Q ниже 35° обратные течения исчезают, и с уменьшением значения угла Q наблюдается уменьшение площади эпюр, что свидетельствует об уменьшении "дефекта скорости" в спутном аэродинамическом следе модели звена ПМ.

Полученные экспериментальные кривые подтверждают общую картину турбулентного следа, соответствующую гипотезе турбулентности потока Тейлора [11].

На рис. 4 показана экспериментально полученная зависимость значений коэффициента k от угла Q . Использование этого коэффициента в выражении (1) позволяет рассчитать силу вязкого трения, действующую на любое цилиндрическое звено ПМ, перемещающееся в вязкой среде, в любой момент времени.

При выполнении аэродинамического эксперимента общие приборные погрешности для измерителей приемников динамического и статического давлений 4 и 9 не превышали 5 %, а для дифференциальных жидкостных микроманометров 5 и 8 не превышали 3 %. Эти пределы погрешностей измерений соответствуют требованиям к методам и средствам измерений, изложенным в ГОСТ 16263—70, ГОСТ-8.009—84 и ГОСТ 8.505—84.

Для подтверждения результатов аэродинамического эксперимента были выполнены морские испытания с использованием установки, изображенной на рис. 5.

При перемещении цилиндрического стержня с постоянной скоростью нормально к набегающему потоку жидкости измеряли силу вязкого трения F , действующую на этот стержень. Затем по формуле (1) рассчитывали коэффициенты вязкого трения. Значения этих коэффициентов, полученные в результате натурных испытаний, более чем на 15 % превышают значения этих же коэффициентов, полученные в аэродинамическом эксперименте. Это объясняется тем, что торцы протягиваемого в водной среде звена приводят к дополнительному увеличению определяемых коэффициентов вязкого трения. С учетом отмеченного можно заключить, что определенные в различных экспериментах коэффициенты вязкого трения являются близкими по их значениям.

Заключение

Результаты проведенных экспериментов показали, что с помощью созданной установки можно достаточно просто определять коэффициенты вязкого трения, возникающего при поступательном перемещении любого звена ПМ в водной среде. Знание этих коэффициентов позволяет корректно рассчитать силовые и моментные воздействия движущегося в водной среде многозвенного ПМ на ПА.

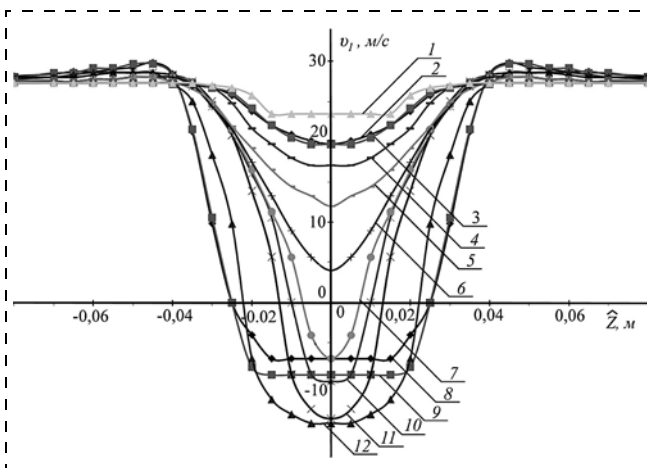


Рис. 3. Экспериментальные кривые профиля скорости в следе за цилиндрическим звеном ПМ при различных углах Q к набегающему потоку:

1 — $Q^0 = 12^\circ$; 2 — $Q^0 = 17^\circ$; 3 — $Q^0 = 22^\circ$; 4 — $Q^0 = 27^\circ$; 5 — $Q^0 = 30^\circ$; 6 — $Q^0 = 35^\circ$; 7 — $Q^0 = 38^\circ$; 8 — $Q^0 = 90^\circ$; 9 — $Q^0 = 75^\circ$; 10 — $Q^0 = 40^\circ$; 11 — $Q^0 = 45^\circ$; 12 — $Q^0 = 60^\circ$

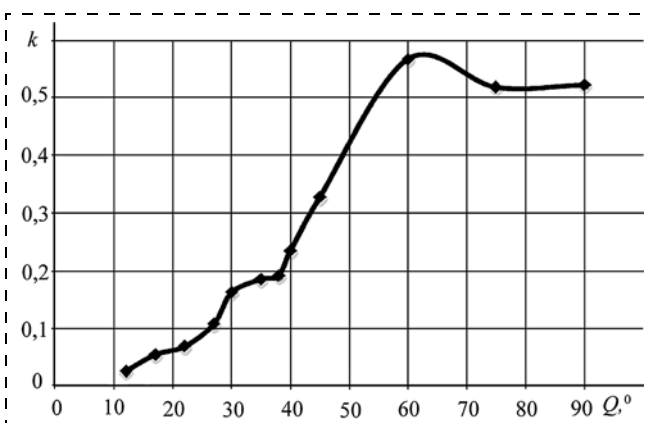


Рис. 4. График зависимости значений коэффициента k от углов Q для цилиндрического звена ПМ

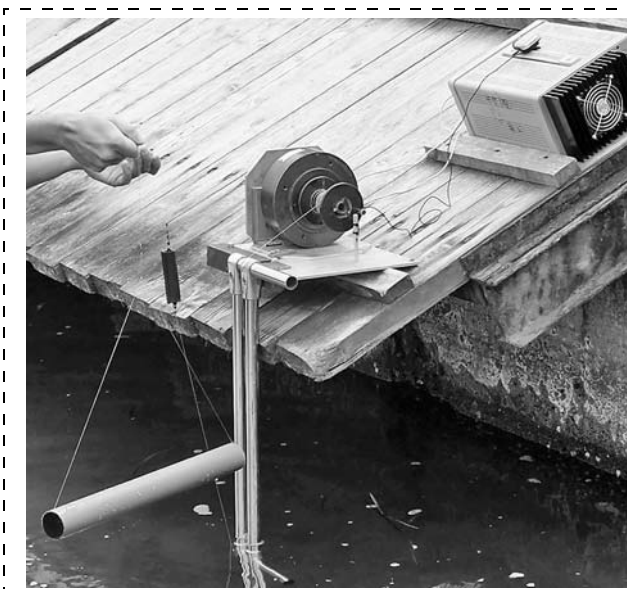


Рис. 5. Морская экспериментальная установка

Список литературы

1. Coiffet P. Robot Technology: Interaction with the environment. London: Kogan Page Ltd., 1983. 290 p.
2. Филаретов В. Ф., Алексеев Ю. К., Лебедев А. В. Системы управления подводными роботами / Под ред. В. Ф. Филаретова. М.: Круглый год, 2001. 288 с.
3. McLain T. W., Rock S. M., Lee M. J. Experiments in the coordinated control of an underwater arm/vehicle system // Autonomous Robots. 1996. Vol. 3, N. 2—3. P. 213—232.
4. Филаретов В. Ф., Коноплин А. Ю. Система автоматической стабилизации подводного аппарата в режиме зависания при работающем многозвенном манипуляторе. Часть 1 // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 6. С. 53—56.
5. Филаретов В. Ф., Коноплин А. Ю. Система автоматической стабилизации подводного аппарата в режиме зависания при работающем многозвенном манипуляторе. Часть 2 // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 7. С. 29—34.
6. Tarn T. J., Shoults G. A., Yang S. P. A dynamic model of an underwater vehicle with a robotic manipulator using Kane's method // Autonomous Robots. 1996. V. 3, N. 2—3. P. 269—283.
7. Leabourne K. N., Rock S. M. Model Development of an Underwater Manipulator for Coordinated Arm-Vehicle Control // OCEANS '98 Conference Proceedings. Oct 1998. V. 2. P. 941—946.
8. Корпачев В. П. Теоретические основы водного транспорта леса: Учеб. пособ. для вузов. М.: Академия Естествознания, 2009. 237 с.
9. Юрьев Б. Н. Экспериментальная аэродинамика. Часть 1. Теоретические основы экспериментальной аэродинамики. М.—Л.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1939. 302 с.
10. Мартынов А. К. Экспериментальная аэродинамика. М.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1958. 348 с.
11. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М.: ЭКОЛИТ, 2011. 720 с.

Experimental Determination of the Viscous Friction Coefficients for Calculation of the Force Impacts on the Moving Links of the Underwater Manipulators

V. F. Filaretov^{1, 2}, filaret@pma.ru, A. Ju. Konoplin^{1, 2}, kayur-prim@mail.ru✉, A. V. Getman³, Alexander_Get@mail.ru,

¹Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation,

²Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation,

³Navy Academy named after Admiral N. G. Kuznetsov, Vladivostok, 690062, Russian Federation

Corresponding author: Konoplin Aleksandr Ju., Assistant, Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation, Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation, e-mail: kayur-prim@mail.ru

Received on July 05, 2015

Accepted on July 24, 2015

Today most of the manned and telecontrolled underwater vehicles are equipped with multilink underwater manipulators, and the quality of performance of the underwater operations depends on the accuracy and speed of movements of such manipulators. However, an underwater manipulator, moving in the water environment, is subjected to significant force and torque influences. These influences are caused by the inertial and gravitational forces, and also forces determined by interaction of the working manipulator and viscous environment. The specified influences displace the underwater vehicle, operating in a hang mode, from its initial space position. Thus the accuracy of the manipulator's work is reduced. The above effects complicate the qualitative performance of most of the manipulation tasks. The known systems for automatic stabilization of the underwater vehicles in a hang mode near the operating objects allow us to compensate for the negative force and torque influences from the working manipulator. These influences are calculated in real time. The values of these dynamic influences are proportional to the viscous friction coefficients of each manipulator link at the arbitrary spatial movements of a manipulator in water. These coefficients can be determined experimentally and depend on a geometrical form of the links, specific features of their surface and also on the tilt angle of a link to the fluid flow. It is obvious that the accuracy of the underwater vehicle stabilization in a given space point directly depends on the accuracy of definition of the required coefficients. The implemented analysis of the existing approaches and methods shows that today the task of creation of a universal approach to the experimental definition of the viscous friction coefficients of each multilink underwater manipulator link still has to be solved. This paper describes an approach to solving of the assigned task, allowing us to experimentally determine the viscous friction coefficients with the help of an aerodynamic experiment. Herewith, a similarity of the underwater manipulator link and its model in accordance with Reynolds number is observed. The offered approach is based on the momentum-transfer method and is characterized by high accuracy, simplicity and convenience in realization of experiments. For realization of the experimental researches in an aerodynamic tunnel an experimental adjustment was developed. With the help of this adjustment the dependence of the viscous friction coefficients on the tilt angle of a link to the fluid flow was determined. Values of these coefficients are necessary for calculation of the force and torque influences on an underwater vehicle from a moving manipulator with the purpose of their subsequent compensation by means of the vehicle thrusters. For confirmation of the results of the aerodynamic experiment sea tests were done. Herewith, the values of the required coefficients received in the sea and aerodynamic experiments appeared very close.

Keywords: viscous friction coefficient, aerodynamical experiment, aerodynamical tunnel, multilink manipulator, underwater vehicle

Acknowledgements: The work was supported by FEFU Scientific Foundation (agreement no. 13-06-0112-m_a), Ministry of Education of the Russian Federation (public job in 1141), as well as the Russian Federal Property Fund.

For citation:

Filaretov V. F., Konoplin A. Ju., Getman A. V. Experimental Determination of the Viscous Friction Coefficients for Calculation of the Force Impacts on the Moving Links of the Underwater Manipulators, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no 11, pp. 738–743.

DOI: 10.17587/mau/16.738-743

References

1. **Coiffet P.** Robot Technology: Interaction with the environment, London, Kogan Page Ltd., 1983, 290 p.
2. **Filaretov V. F., Alekseev Yu. K., Lebedev A. V.** *Sistemy upravleniya podvodnymi robotami* (Control systems for underwater robots), Moscow, Kruglyi god, 2001, 288 p. (in Russian).
3. **McLain T. W., Rock S. M., Lee M. J.** Experiments in the coordinated control of an underwater arm/vehicle system, *Autonomous Robots*, 1996, vol. 3, no. 2–3, pp. 213–232.
4. **Filaretov V. F., Konoplin A. Yu.** *Sistema avtomaticheskoy stabilizatsii podvodnogo apparata v rezhime zavisaniya pri rabotajushhem mnogozvennom manipulyatore. Chast' 1* (System of Automatic Stabilization of Underwater Vehicle in Hang Mode with Working Multi-link Manipulator. Part 1), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 6, pp. 53–56 (in Russian).

5. **Filaretov V. F., Konoplin A. Yu.** *Sistema avtomaticheskoy stabilizatsii podvodnogo apparata v rezhime zavisaniya pri rabotajushhem mnogozvennom manipulyatore. Chast' 2* (System of Automatic Stabilization of Underwater Vehicle in Hang Mode with Working Multi-link Manipulator. Part 2), *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2014, no. 7, pp. 29–34 (in Russian).

6. **Tarn T. J., Shoults G. A., Yang S. P.** A dynamic model of an underwater vehicle with a robotic manipulator using Kane's method, *Autonomous Robots*, 1996, vol. 3, no. 2–3, pp. 269–283.

7. **Leabourne K. N., Rock S. M.** Model Development of an Underwater Manipulator for Coordinated Arm-Vehicle Control, *OCEANS '98 Conference Proceedings*, Oct 1998, vol. 2, pp. 941–946.

8. **Korpachev V. P.** *Teoreticheskie osnovy vodnogo transporta lesa: Uchebnoe posobie dlja vuzov* (Theoretical foundations of water transport of wood: textbook for high schools), Moscow, Akademija Estestvoznaniya, 2009, 237 p. (in Russian).

9. **Jur'ev B. N.** *Jeksperimental'naja ajerodinamika. Chast' 1. Teoreticheskie osnovy jeksperimental'noj ajerodinamiki* (Experimental aerodynamics. Part 1: Theoretical foundations of experimental aerodynamics), Moscow — Leningrad, Oborongiz, 1939, 302 p. (in Russian).

10. **Martynov A. K.** *Jeksperimental'naja ajerodinamika* (Experimental aerodynamics), Moscow, Oborongiz, 1958, 348 p. (in Russian).

11. **Abramovich G. N.** *Teorija turbulentnyh struj* (The theory of turbulent jets), Moscow, JeKOLIT, 2011, 720 p. (in Russian).

УДК 004.896

DOI: 10.17587/mau.16.743-751

Е. И. Шестаков, студент, shestakov.ei@gmail.com, **М. Ю. Васюта**, студент,
А. М. Косоруков, студент, **С. А. К. Диане**, аспирант, **Я. В. Вершинин**, студент,
Московский государственный технический университет "МИРЭА"

Учебно-исследовательский комплекс на базе LEGO MINDSTORMS NXT 2.0 для отработки технологий многоагентных робототехнических систем

Описывается учебно-исследовательский комплекс, разработанный на базе LEGO MINDSTORMS NXT 2.0, предназначенный для отработки методов и алгоритмов группового управления, а также проведения экспериментальных исследований, демонстрирующих принципы работы многоагентных робототехнических систем. Обсуждаются принципы построения таких систем, состав их программно-алгоритмического обеспечения, описывается предложенный вариант реализации. Приводятся результаты натурного эксперимента, показывающие работоспособность и эффективность применения многоагентных робототехнических систем.

Ключевые слова: многоагентная робототехническая система, групповое управление, автономный мобильный робот

Введение

В современной робототехнике все большее внимание уделяется многоагентным робототехническим системам (МАРС), особенность которых состоит в возможности решения широкого спектра задач с большой эффективностью за счет распараллеливания выполняемых процессов между несколькими агентами. Исследования, проводимые в этой области, направлены как на эффективную координацию автономных роботов (агентов) для выполнения общих задач, так и на достижение высокой производительности всей системы [1]. Существует большое разнообразие подходов к построению МАРС и способов их реализации, особенно преуспевают в этом США, Япония, страны Юго-Восточной Азии и Европы [2]. Актуальность разработки и

проектирования таких систем связана, прежде всего, с более эффективным по времени и энергоресурсам выполнением МАРС поставленной задачи по сравнению с выполнением той же задачи одним автономным роботом. Существует широкий спектр прикладных задач, которые можно и нужно решать с применением МАРС, например, возведение строительных конструкций, поиск различных объектов на местности, картографирование и др.

Сложившаяся ситуация, несомненно, обязывает проводить большую работу по подготовке кадров в области робототехники и мехатроники с привлечением учебно-исследовательских комплексов для отработки алгоритмов и методов группового управления. Среди разработанных МАРС большую часть составляют прототипы военного образца, такие как "COUGAR" (Cooperative Unmanned Ground Attack

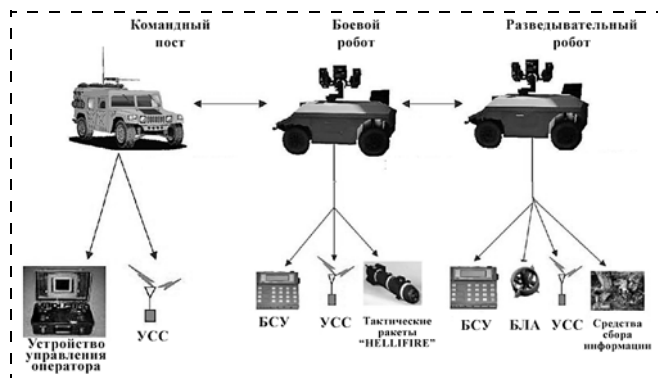


Рис. 1. Структура и состав MAPC "COUGAR"

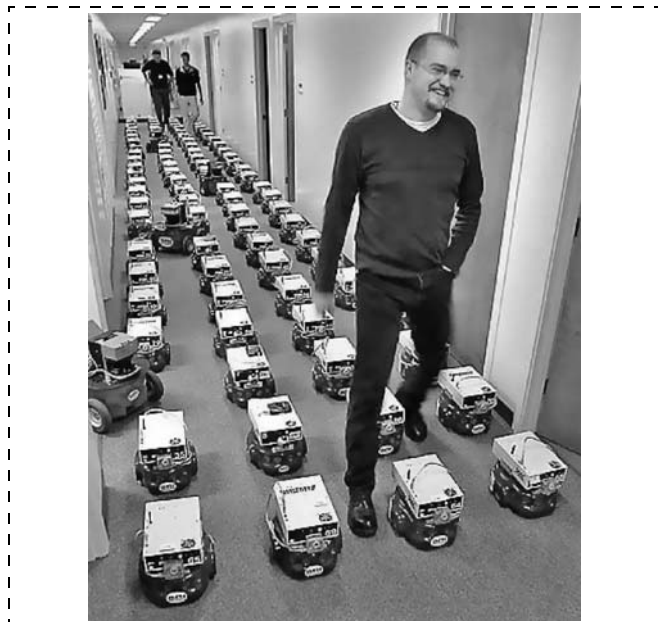


Рис. 2. MAPC "Centibots"

Robots) (рис. 1), или научно-исследовательского назначения, например "Centibots" (рис. 2).

Подобные системы обладают высокой стоимостью и нацеленностью на решение определенного круга задач. Наличие этих обстоятельств не позволяет использовать данные системы в учебном процессе для подготовки специалистов.

Данная статья посвящена разработке на кафедре "Проблемы управления" МГТУ МИРЭА учебно-исследовательского комплекса, предназначенного для отработки алгоритмов и методов группового управления, представляющего интерес для подготовки специалистов в области робототехники и мехатроники.

Общие требования к построению MAPC

При построении MAPC особое внимание следует уделить следующим аспектам: сетевой архитектуре MAPC (информационно-логическому взаимодействию между агентами) и требованиям, за счет выполнения которых робототехническая система может считаться многоагентной.

Известны три схемы информационно-логического взаимодействия между агентами: централизованная, децентрализованная и смешанная.

Централизованная схема построения MAPC предполагает наличие некоторого узлового элемента (в качестве которого может выступать и один из агентов), реализующего командные функции по анализу и контролю выполнения поставленной прикладной задачи, формированию и распределению заданий на основе ее декомпозиции, сбору и комплексированию поступающей информации с последующей интерпретацией полученных моделей текущей ситуации, рабочей обстановки и т. д. Главный недостаток этой схемы заключается в ее "уязвимости", поскольку выход из строя командного узла неизбежно приводит к нарушению работоспособности MAPC в целом.

Децентрализованная схема предполагает равноправие агентов, самостоятельно принимающих решение о своем участии в зависимости от действий соисполнителей. При этом каждый из агентов должен обладать всей полнотой информации о ходе выполнения поставленной задачи, рабочей обстановке, внешней среде и т. д. Соответствующие требования к организации потоков передачи данных в системе обуславливают необходимость установления информационного взаимодействия каждого агента с каждым по сетевым каналам связи. Таким образом, при прочих равных условиях определенным недостатком данной схемы является повышенная интенсивность суммарного информационного обмена, что потенциально может ограничивать предельно допустимую численность состава MAPC при превышении характеристик пропускной способности сети.

Смешанные схемы построения MAPC являются компромиссными вариантами, при которых недостатки централизованной и децентрализованной архитектуры проявляются в меньшей степени.

Создание таких систем, в полной мере отвечающих предъявляемым к ним требованиям, сопряжено с решением следующих ключевых проблем:

- организация развитого человеко-машинного интерфейса, позволяющего обеспечить оперативную постановку общей прикладной задачи;
- организация целесообразного взаимодействия между отдельными агентами в интересах выполнения общей прикладной задачи;
- обеспечение автономности агентов и системы в целом.

В свою очередь, обеспечение автономности робота (как самостоятельного элемента многоагентной системы, априорно ориентируемого на работу в условиях неопределенности) предполагает наличие интеллектуальной бортовой системы управления, имеющей иерархическую структуру и реализующей весь спектр необходимых функций на основе комплексного применения современных технологий обработки знаний. В общем случае в

состав этой иерархии должны включаться следующие основные подсистемы:

- подсистема стратегического уровня, обеспечивающая решение задач планирования целесообразного поведения с учетом особенностей текущей ситуации, прогноза развития событий и обучения системы;
- подсистема тактического уровня, обеспечивающая решение задач планирования перемещений и управления движением с учетом неопределенностей внешней среды;
- подсистема исполнительного уровня, обеспечивающая реализацию сформированных законов управления;
- подсистема сбора и обработки сенсорной, командной и других видов внешней информации, обеспечивающая построение модели рабочей обстановки и среды в целом с замыканием контуров управления всех уровней [3–6].

Из предъявленных требований видно, что, с одной стороны, разработка автономного робота требует больших финансовых вложений, с другой — процесс разработки и отладки автономного робота для работы в составе МАРС является достаточно трудоемким. В результате проведения аналитического обзора возможных подходов к реализации учебно-исследовательского комплекса в рамках данной работы предложено использовать конструктор Lego Mindstorms NXT 2.0, поскольку это позволит сэкономить время и денежные ресурсы.

LEGO Mindstorms — конструктор (набор сопрягаемых деталей и электронных блоков) для создания программируемых роботов [7]. Наборы LEGO Mindstorms комплектуются набором стандартных деталей LEGO (балки, оси, колеса, шестерни) для построения механических конструкций и набором сенсоров, двигателей и программируемого блока (рис. 3, 4).

Блок-процессор Mindstorms NXT, поставляемый с конструктором Mindstorms NXT 2.0, является специализированным микрокомпьютером на базе двух микроконтроллеров с флеш-памятью. Габаритные размеры блок-процессора составляют $14,5 \times 9,6 \times 6,1$ см, масса (без учета аккумуляторов и батареек) составляет 235 г. На корпусе выделяются четыре кнопки управления и монохромный жидкокристаллический дисплей при разрешении в 100×60 точек. Задняя сторона блока является крышкой батарейного отсека, предназначенного для установки шести элементов питания размерами АА. Нижнюю и верхнюю грани корпуса занимают порты ввода/вывода, позволяющие подключить электромоторы и сенсоры.

Вычислительная основа блок-процессора Mindstorms NXT — два микроконтроллера фирмы Atmel. В первом, AT91SAM7S256, используется 32-битный процессор ARM7TDMI с тактовой частотой ядра 48 МГц, во втором — микроконтроллер ATmega48, основанный на 8-битном AVR-процессоре с тактовой частотой 8 МГц.

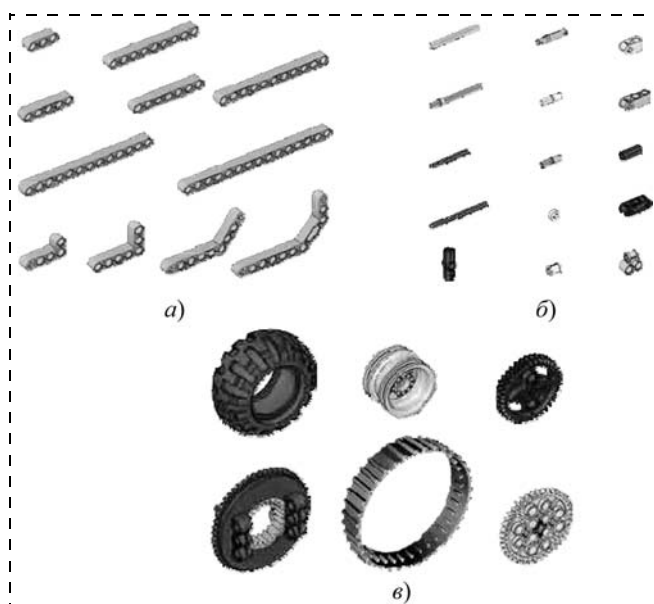


Рис. 3. Механические блоки, входящие в набор Lego Mindstorms NXT 2.0:

а — балки; б — оси, крепления; в — шестерни, колеса, шины, гусеницы

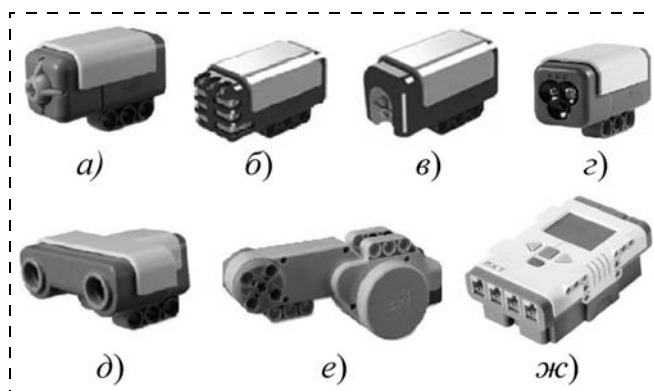


Рис. 4. Электронные блоки, входящие в набор Lego Mindstorms NXT 2.0:

а — датчик касания; б — датчик звука; в — датчик света; г — датчик цвета; д — ультразвуковой датчик; е — двигатель; ж — блок-процессор NXT

Корпус оснащен портом USB 2.0, позволяющим подключать устройство к компьютеру. Для более универсального варианта подключения используется адаптер Bluetooth, который позволяет Mindstorms NXT взаимодействовать с блоками прочих наборов Mindstorms NXT 2.0, а также со смартфонами и компьютерами. На корпусе процессора предусмотрено место для динамика, чтобы воспроизводить звуки с качеством 8 бит, 16 кГц [6–7].

Конструкция робота

Ограниченность набора базовых элементов LEGO обусловила простоту конструкции разработанного робота, тем не менее, обеспечивающего минимально необходимые функциональные возможности для решения различных задач при отработке методов и алгоритмов группового управления. В качестве примера применения рассматривается задача

строительства блочных конструкций. Строительные блоки представляются кубиками различных цветов, установка которых в заданной последовательности будет соответствовать возведению требуемого инженерного сооружения. Конструкция робота представлена на рис. 5 (см. третью сторону обложки).

Программное обеспечение бортовой системы управления агента

Одним из принципов создания МАРС является обеспечение автономности агентов и системы в целом. Поэтому задачи целенаправленного движения, поиска блоков и доставки их в целевую точку должны выполняться бортовой системой управления агента.

Состав библиотек алгоритмов системы должен быть адекватен назначению робота и условиям, при которых он выполняет задачу. Существует множество алгоритмов и подходов к планированию движения и целесообразных действий. Один из них основан на реализации элементарных действий: "движение вперед", "движение назад", "поворот на заданный угол", "поднять схват", "опустить схват", "считать показания с датчика", "обработка показаний датчика", комбинируя которые, можно описать различные сложные операции.

В данной работе планирование целесообразных действий и поведения осуществляется на основе технологии фреймообразных структур путем закладывания моделей (сценариев) типового поведения в определенных условиях и последующего выбора той или иной модели в зависимости от ситуации.

Для решения этой задачи была использована среда разработки Robot C, предназначенная для программирования роботов LEGO. Программное обеспечение бортовой системы управления роботом построено таким образом, чтобы иметь возможность работать с вложенными сценариями. Для описания работы приведем пример: на борт робота приходит команда "Искать зеленый блок". Система управления анализирует принятую команду и запускает соответствующий сценарий "Поиск зеленого блока". Последний, в свою очередь, запускает модели типового поведения: "Движение вперед", "Поворот налево", "Поворот направо" и др., которые обеспечивают выполнение поиска блока.

Система навигации

При отсутствии датчиков навигации в наборе LEGO Mindstorms NXT 2.0 вопрос о построении подсистемы определения текущего местоположения агентов приходится решать с привлечением дополнительных программно-аппаратных средств. Предлагаемый подход связан с использованием внешней системы технического зрения, обеспечивающей контроль текущего местоположения и ориентации роботов на основе технологии распознавания символов (оптических глифов), примеры которых представлены на рис. 6, а. На поверхности

каждого агента закрепляется своя уникальная метка, позволяющая идентифицировать агента и его местоположение. При таком подходе камера, расположенная параллельно рабочей поверхности, снимает символы и определяет координаты его центра.

Последовательный разбор изображения осуществляется по следующему алгоритму:

- поиск потенциальных символов (поиск всех четырехугольников на изображении);
- трансформация найденных четырехугольников в квадратные изображения;
- сравнение квадратных изображений с эталонными (рис. 6, а);
- запись координат центров всех опознанных символов.

Приняв один из углов поля за начало координат и зная параметры местоположения центра и угол поворота оптического глифа, можно однозначно определить состояние агента на рабочей плоскости (рис. 7).

С увеличением расстояния от центра снимаемого изображения до камеры увеличивается и несоответствие реальных координат, полученных после распознавания. Поэтому следует вывести корректирующую формулу для определения точных координат.

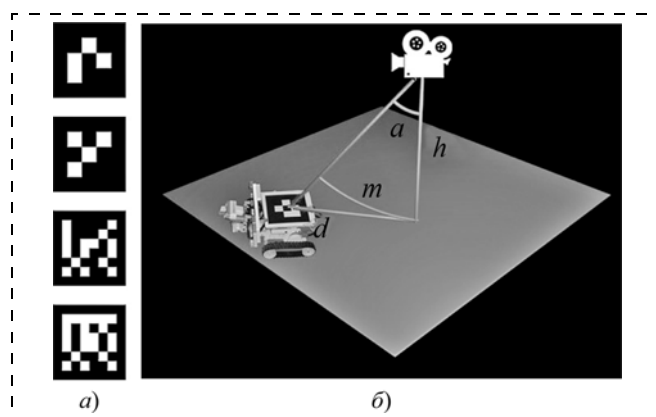


Рис. 6. Оптические глифы (а), определение координат систем навигации (б)

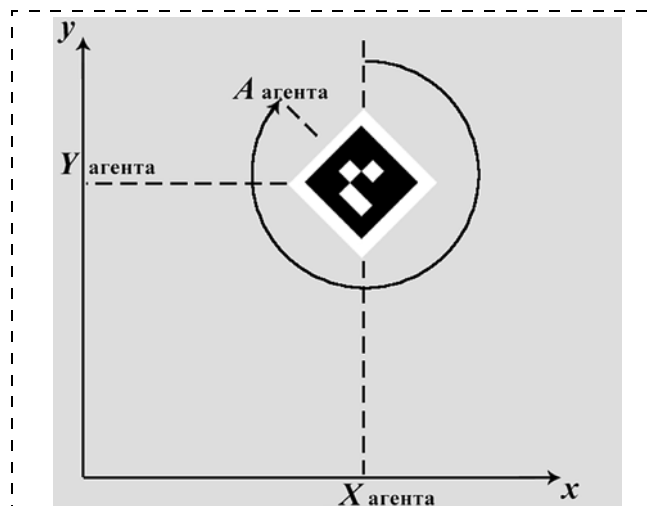


Рис. 7. Определение координат агента и его ориентации

Пусть h — высота от оптического глифа до камеры. Будем считать нулем отсчета точку, в которой высота пересекает рабочую плоскость (см. рис. 6, б). Дуга m — это расстояние в пикселях от точки отсчета до точки с координатами одного из опознанных символов; a — угол между высотой и расстоянием от камеры до координат символа; d — искомое расстояние. Тогда из несложных геометрических соображений вычисляем d по формуле

$$d = htga = htg \frac{180mscale}{\pi h},$$

где $scale$ — коэффициент масштабирования, находящийся эмпирически, переводящий расстояние m в пикселях в расстояние в миллиметрах. В результате имеем реальные координаты (в мм) каждого робота на рабочей плоскости.

При анализе полученных с камеры изображений происходит поиск оптических глифов и определение их ориентации. Используя четыре варианта эталонного изображения — оригинальное, повернутое на 90° , на 180° и на 270° , можно вычислить угол поворота метки относительно горизонтальной оси следующим образом. Пусть x_1, y_1, x_2, y_2 — координаты левого и правого углов прямоугольника. Тогда угол поворота относительно горизонтальной оси равен

$$a = \arctg \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right).$$

Прибавив к углу поворота угол, соответствующий тому варианту эталонного изображения, с которым успешно прошло сравнение оптического глифа, получаем полный угол поворота оригинала относительно горизонтальной оси.

Центр управления и программное обеспечение

Выбранная централизованная схема МАРС (рис. 8) предполагает набор агентов, информационно соединенных с центром управления (компьютером), берущим на себя функции по планированию и распределению задач.

Планирование целесообразных действий МАРС осуществляется на основе анализа сценария поэтапной реализации решаемой прикладной задачи. Соответствующая сценарная модель строится в виде сети типовых конечных автоматов, структура взаимосвязей и состояние которых отражают логику следования и стадию выполнения необходимых технологических операций.

При этом выявление доступных для исполнения операций осуществляется по мере очередности завершения предыдущих (рис. 9), обеспечивая возможность формирования заданий для интеллектуальных автономных роботов, действующих в составе многоагентной системы [7].

Планирование и распределение операций центром управления реализовано в виде установленного программного обеспечения, написанного на языке программирования C#. При этом программа пока-



Рис. 8. Централизованная схема МАРС

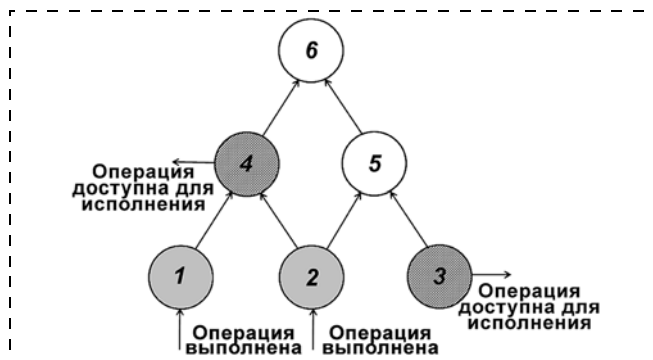


Рис. 9. Контроль за выполнением поставленной прикладной задачи, представленной в виде сценарного графа

зывает возможности МАРС в различных условиях: предусмотрены принудительное отключение одного из агентов, наличие различной информации о состоянии задачи (координаты всех блоков известны/неизвестны) и ее выполнении (агент сообщает/не сообщает координаты случайно найденных блоков, которые не являются его целью).

Организация связи

Общее информационное пространство между агентами и центром управления (ЦУ) является одной из основных составляющих при разработке МАРС. Существует множество технологий передачи информации, например WiFi, WiMAX, Bluetooth и др. Использование Bluetooth для беспроводной передачи данных между агентами и ЦУ в данной работе продиктовано тем, что на каждом агенте есть встроенный Bluetooth-модуль. Эта технология поддерживает обмен информацией в радиусе до 100 м, что является достаточным условием, учитывая размеры полигона учебно-исследовательского комплекса.

Задача осуществления связи между агентами и ЦУ разделяется на две подзадачи (рис. 10):

- 1) разработка алгоритмов и программного обеспечения передачи данных от агентов к ЦУ;
- 2) разработка алгоритмов и программного обеспечения передачи данных от ЦУ к агентам.

Протокол передачи данных был разработан на языке программирования C#. Формат данного

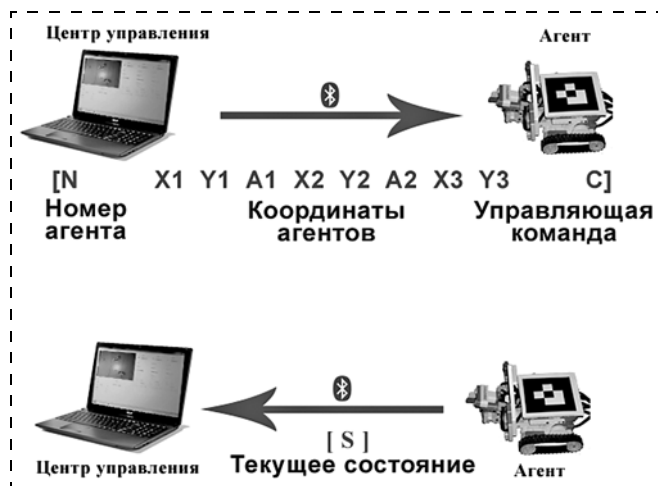


Рис. 10. Осуществление связи между агентом и ЦУ

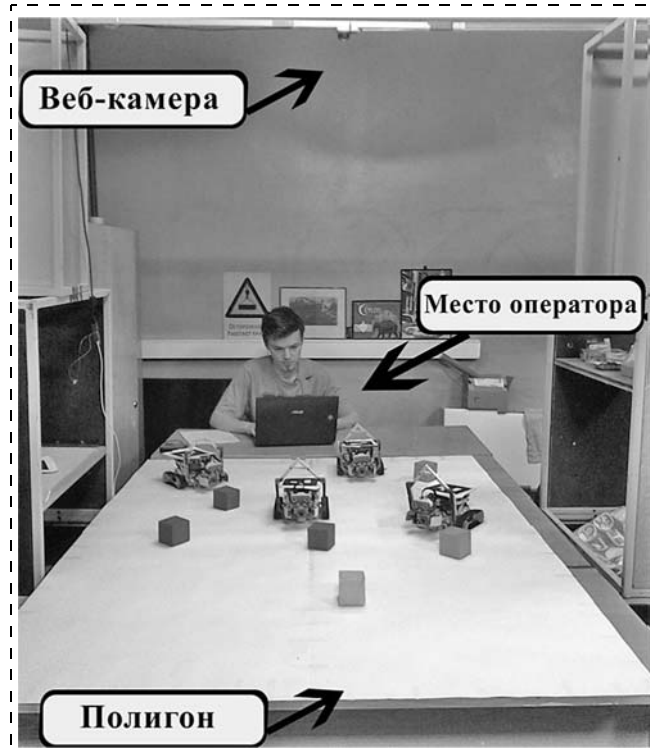


Рис. 11. Учебно-исследовательский комплекс

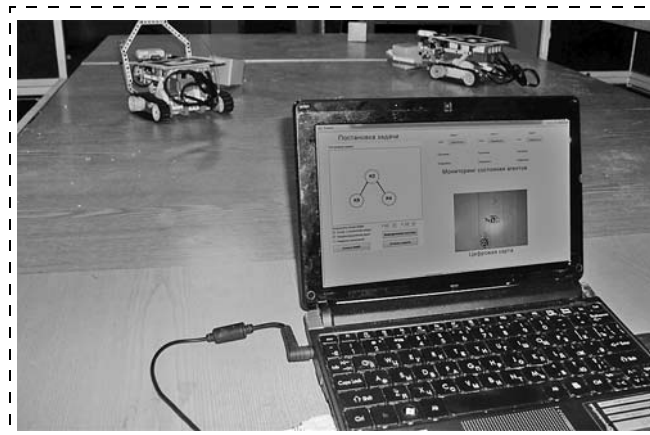


Рис. 12. Рабочее место оператора

протокола представляет собой определенный набор символов: $[N X1Y1A1 X2Y2A2 X3Y3A3 C]$, где

N — номер агента;

$X1Y1A1$ — координаты первого агента X , Y и его угол A (от англ. angle);

$X2Y2A2$ — координаты второго агента X , Y и его угол A ;

$X3Y3A3$ — координаты третьего агента X , Y и его угол A ;

C (от англ. Control) — управляющая команда, которая передает агенту информацию о действии, которое необходимо выполнить.

От агента к ЦУ приходит одна переменная — S (от англ. Status), которая сообщает о состоянии агента в настоящий момент времени. Примеры состояний агента:

- free ("свободен") — агент свободен и готов к выполнению новых задач;
- searching red/green/blue block ("поиск красного/зеленого/голубого кубика") — агент в данный момент выполняет алгоритм поиска кубика нужного цвета;
- find red/green/blue block ("найден красный/зеленый/голубой кубик") — агент нашел кубик определенного цвета и сообщил об этом;
- go to red/green/blue goal ("ехать к красной/зеленой/голубой цели") — агент едет в точку доставки кубика соответствующего цвета.

Образец полигона учебно-исследовательского комплекса

Основная часть комплекса — полигон — имеет габаритный размер $1,5 \times 1,5$ м. Над ним располагается веб-камера, а в торце — место оператора. Образец полигона представлен на рис. 11.

Человеко-машинный интерфейс

Эффективность применения MAPC во многом определяется возможностями средств человеко-машинного интерфейса по постановке решаемых прикладных задач и контролю их выполнения оператором. Разработанный в данной работе человеко-машинный интерфейс обладает всеми необходимыми модулями, позволяющими эффективно осуществлять постановку задачи и контроль за ее выполнением.

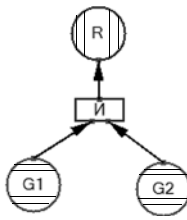
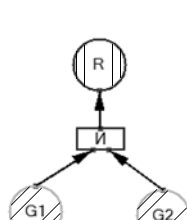
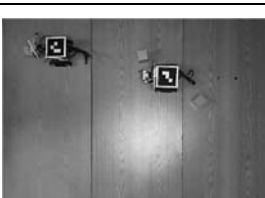
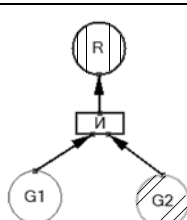
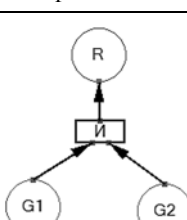
Оператор описывает задачу построения блочной конструкции с помощью сценарного графа (см. рис. 9), задавая число, цвет, целевое местоположение блоков, а также порядок их установки, выбирает необходимое число агентов, необходимых для решения задачи. В ходе выполнения поставленной задачи оператор осуществляет контроль выполнения поставленной задачи (рис. 12):

- с помощью получаемого с камеры изображения, показывающего текущее положение роботов;
- с помощью сценарного графа, поэтапно, с отображением завершения отдельных операций в рамках установленного сценария;
- с помощью блока информации об агентах, отслеживая состояния отдельных роботов, функционирующих в составе MAPC.



Рис. 13. Скриншот человеко-машинного интерфейса для MARC

Эксперимент по исследованию работоспособности учебно-исследовательского комплекса на базе LEGO MINDSTORMS NXT 2.0

Стартовая позиция	
 Постановка задачи системе по расстановке кубиков (два зеленых и один красный) в определенном порядке	 Описание задач: G1: g080080180 — установка зеленого кубика в точке с координатами (80;80). G2: g120080180 — установка зеленого кубика в точке с координатами (120; 80). R: r080300180 — установка красного кубика в точке с координатами (80; 300)
Выполнение задачи	
 Контроль за работой системы через камеру, которая выводит изображение на человеко-машинный интерфейс	 Первый агент нашел зеленый кубик, поместил его в захватное устройство и направляется к своей цели. Второй агент находится в состоянии поиска. G1 и G2 помечены как выполняемые
Выполнение задачи	
 Успешное завершение операции по установке кубика в точку с координатами (80;80)	 Распределитель задач помечает задачу G1 как выполненную. Так как задача G2 не выполнена, то первый агент находится в состоянии ожидания, так как доступных задач на данный момент нет
Задача завершена	
	 Задача завершена. Роботам передается команда вернуться в исходное положение

Скриншот интеллектуального человеко-машинного интерфейса для MARC представлен на рис. 13.

Для каждой задачи в сценарном графе составляется описание, удобное для оператора. Разработанный протокол для постановки задачи имеет следующий вид:

(#RGB)XXXXYYYAAA,

где (#RGB) — обозначение цвета кубика, который агенту необходимо найти; возможные значения: r (красный), g (зеленый), b (синий);

XXX — координаты по оси X системы навигации, куда агент должен после нахождения кубика доставить объект; обязательным условием является запись координат в виде трех цифр (примеры: 240, 010, 400, 005);

YYY — координаты по оси Y системы навигации, куда агент должен после нахождения кубика доставить объект; обязательным условием является запись координат в виде трех цифр (примеры: 120, 030, 300, 000);

AAA — угол в градусах, на который агент должен повернуться по достижении цели; был добавлен из-за неоднозначности пути агента к цели; обязательным условием является запись в виде трех цифр (примеры: 155, 015, 350).

Пример описания задачи: g080240180. Данная запись означает для агента — "поместить зеленый кубик в точку (80; 240) с ориентацией (углом) A = 180°".

Испытания

Для проверки выдвинутых гипотез и принципов построения MARC была проведена серия экспериментов, результаты которых подтвердили работоспособность предложенных вариантов системы навигации, связи, программного обеспечения ЦУ и бортовой системы агента и человеко-машинного интерфейса. В качестве примера в таблице приведено пошаговое описание одного из экспериментов.

Заключение

В рамках данной работы были разработаны конструкция робота-агента, входящего в состав MARC, система навигации, основанная на технологии распознавания символов, программное обеспечение центра управления и человеко-

машинный интерфейс для МАРС, протокол передачи данных по Bluetooth, программное обеспечение бортовой системы управления агента и образец полигона, на котором проходили испытания.

Разработанный научно-исследовательский комплекс позволяет обрабатывать различные методы и алгоритмы группового управления. Для научных целей представляет интерес построение различных распределителей и планировщиков задач для МАРС, составление моделей и сценариев типового поведения агента, оценки их эффективности и др. Для учебных целей проводится целый ряд лабораторных работ в уже существующих дисциплинах: "Искусственный интеллект в автономных информационных и управляющих системах", "Программное обеспечение мехатронных и робототехнических систем", "Средства связи и передачи информации в системах управления автономными роботами", "Управление интеллектуальными роботами и робототехническими системами" и других в соответствии с направлениями подготовки бакалавров и магистров по специальностям 221000.62 "Мехатроника и робототехника" и 220400.62 "Управление в технических системах".

1. Jiming Lui, Jianbing Wu. Multi-agent robotic system. CRC Press 2001.
2. Robotics Institute Research Guide. URL: http://www.ri.cmu.edu/research_guide/multi_agent_systems.html
3. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П., Крюченков Е. Н., Кучерский Р. В., Диане С. А. Мультиагентные робототехнические системы: примеры и перспективы применения // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 2. С. 22—32.
4. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П. Принципы построения и проблемы разработки мультиагентных робототехнических систем // Мехатроника, автоматизация, управление. № 3. 2012. С. 11—16.
5. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П., Крюченков Е. Н., Кучерский Р. В., Худак Ю. И. Модели и алгоритмы планирования действий и распределения заданий в мультиагентных робототехнических системах // Мехатроника, автоматизация, управление. 2012. № 5. 2012. С. 44—50.
6. Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П., Диане С. А. К. Способы представления знаний и особенности функционирования мультиагентных робототехнических систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 1. С. 36—39.
7. Обзор робота Lego Mindstorms NXT 2.0 / transgumanist.net. URL: <http://transgumanist.net/forum/showthread.php?t=88>
8. Lego Mindstorms / Wikipedia. URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Mindstorms_\(%D1%81%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%8F_LEGO\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Mindstorms_(%D1%81%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%8F_LEGO))

Educational Research Complex for Improvement of the Algorithms and Methods of the Robot Group Control Based on LEGO MINDSTORMS NXT 2.0 Kit

E. I. Shestakov, shestakov.ei@gmail.com✉, M. Ju. Vasjuta, A. M. Kosorukov, S. A. K. Diane, Ja. V. Vershinin,

Moscow State University of Computer Science, Radio Engineering and Electronics, MIREA, Moscow, 119454, Russian Federation

Corresponding author: Shestakov Evgenii I., Student, Moscow State University of Computer Science, Radio Engineering and Electronics, MIREA, Moscow, 119454, Russian Federation, e-mail: shestakov.ei@gmail.com

Received on July 09, 2015

Accepted on July 24, 2015

In today's robotics, an increasing attention is devoted to Multi-Agent Robotic Systems (MARS), which allow us to accomplish a wide range of tasks with high efficiency due to distribution of the tasks among several agents. The present paper is concerned with the development of an educational research complex intended to improve the algorithms and methods of robot group control at the Chair of Management Problems of the Moscow State University of Computer Science, Radio Engineering and Electronics (MIREA). As a result of an analytical review of the possible approaches to the development of the educational research complex within the framework of the present project, it was suggested to use Lego Mindstorms NXT 2.0 kit in order to save time and financial resources. Despite the simplicity of the structure due to the scantiness of the Lego set of the basic elements, the developed robot, however, provides the minimum of the necessary functional possibilities for solving of different tasks to work out the methods and algorithms of the robot group control. Planning of the appropriate actions and behavior of the robots is based on the technology of the frame-based structures for providing models (scenarios) of the typical behavior and the subsequent selection of a particular model, depending on the situation. Determination of the agents' current location and their orientation is carried out by an external vision system based on the optical character recognition (optical glyphs) technology. For the wireless data exchange between the control centre and the agents, Bluetooth technology of data transmission is used. The planning and distribution of tasks by the control centre of the MARS is realized in the form of software written in C#. The man-machine interface developed within the present research has all the necessary modules allowing us to realize the problem statement and to efficiently control its implementation. As an application example, we consider the task of building block constructions. The construction blocks are represented by cubes of different colours to be installed in a given sequence, corresponding to the construction process. The results of the experiments fulfilled in order to test our hypotheses and construction principles of the MARS are presented.

Keywords: multi-agent robotic system, robot group control, mobile robot, agent, multi-agent

For citation:

Shestakov E. I., Vasjuta M. Ju., Kosorukov A. M., Diane S. A. K., Vershinin Ja. V. Educational Research Complex for Improvement of the Algorithms and Methods of the Robot Group Control Based on LEGO MINDSTORMS NXT 2.0 Kit, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no 11, pp. 743—751.

DOI: 10.17587/mau/16.743-751

References

1. **Jiming Lui, Jianbing Wu.** Multi-agent robotic system, CRC Press, 2001.
2. **Robotics** Institute Research Guide. Carnegie Mellon University, available at: http://www.ri.cmu.edu/research_guide/multi_agent_systems.html
3. **Makarov I. M., Lohin V. M., Man'ko S. V., Romanov M. P., Krjuchonkov E. N., Kucherskiy R. V., Diane S. A.** *Mul'tiagentnye robototekhnicheskie sistemy: primery i perspektivy primeneniya* (Multi-agent robotic systems: examples and prospects of application), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2012, no. 2, pp. 22—32 (in Russian).
4. **Makarov I. M., Lohin V. M., Man'ko S. V., Romanov M. P.** *Principy postroeniya i problemy razrabotki mul'tiagentnyh robototekhnicheskikh sistem* (The construction principles and problems of development of multi-agent robotic systems / mechatronics, automation, control), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2012, no. 3, pp. 11—16 (in Russian).

5. **Makarov I. M., Lohin V. M., Man'ko S. V., Romanov M. P., Krjuchonkov E. N., Kucherskiy R. V., Hudak Ju. I.** *Modeli i algoritmy planirovaniya dejstvij i raspredeleniya zadaniy v mul'tiagentnyh robototekhnicheskikh sistemah* (Models and algorithms for planning and allocating tasks in multi-agent robotic systems) *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2012, no. 5, pp. 44—50 (in Russian).

6. **Lohin V. M., Man'ko S. V., Romanov M. P., Diane S. A. K.** *Sposoby predstavleniya znaniy i osobennosti funkcionirovaniya mul'tiagentnyh robototekhnicheskikh sistem* (Methods of knowledge representation and functioning of multi-agent robotic systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 1, pp. 36—39 (in Russian).

7. **Obzor robota Lego Mindstorms NXT 2.0** / transgumanist.net, available at: <http://transgumanist.net/forum/showthread.php?t=88> (Review of robot Lego Mindstorms NXT 2.0 / transgumanist.net <http://transgumanist.net/forum/showthread.php?t=88>)

8. **Lego Mindstorms**, available at: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Mindstorms_\(%D1%81%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%8F_LEGO\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Mindstorms_(%D1%81%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%8F_LEGO))

УДК 159.9:62

DOI: 10.17587/mau.16.751-756

С. Ф. Сергеев, д-р психол. наук, проф., s.f.sergeev@spbu.ru,
Санкт-Петербургский государственный университет

Системно-психологические аспекты автоматизации и роботизации техногенных сред*

Исследуются методологические и психологические проблемы интеллектуализации глобальных техногенных сред и действующих в них агентов. Показаны научные предпосылки интеграции человека с техногенной средой. Рассматриваются свойства автономных агентов и интеллектуальных образований в искусственных средах.

Ключевые слова: аутопоэзис, роботизация, робоэтика, робот, искусственные среды, техногенный мир, техногенная среда, технибиод

Введение

История техногенной цивилизации планеты Земля насчитывает всего несколько столетий. Она связана с появлением в Европе XVII века особого типа социального развития, основанного на успехах точных наук, антропоцентрической культуре и идеологии веры в созидательные возможности человеческого разума. Возник новый тип общественного развития, основанный на ускоряющемся изменении мира посредством внедрения технических новшеств, достижений науки и технологии.

Традиционно выделяют три этапа эволюции техногенной цивилизации: преиндустриальный, индустриальный и постиндустриальный. По мнению В. С. Степина, "идея преобразования мира и подчинения человеком природы была доминантой в культуре техногенной цивилизации на всех этапах ее истории" [1, с. 86]. Каждый этап развития техногенного мира отмечен особыми свойствами воз-

никающей искусственной среды по отношению к человеку. В настоящей работе сделана попытка анализа основных инженерно-психологических проблем, появляющихся в условиях интенсивного развития процессов автоматизации и роботизации глобальной техногенной среды.

Истоки проблемы "человек в техногенном мире"

Человечество постиндустриального общества первой половины XXI века впервые столкнулось с интенсивным развитием информационных технологий и появлением глобальной техногенной информационно-коммуникационной среды сети Интернет.

По данным компании We Are Social, к концу 2014 г. число пользователей сети Интернет составило 3,01 млрд человек при населении планеты 7,2 млрд, что составляет 41,8 % от общего населения планеты Земля (в 2011 г. — 28,7 %). Социальными сетями активно пользуются 2,078 млрд человек (29 % населения), а мобильные аккаунты в них имеются у 1,685 млрд (23 %) [2].

* Работа поддержана грантом РФФИ (проект № 13-08-00161).

Интенсивно развиваются системы мобильной коммуникации, передачи и обработки данных. В настоящий момент смартфонами пользуются 36,6 % абонентов мобильной связи, что открывает перспективы для внедрения данных устройств в информационно-управляющие системы широкого назначения.

Объем трафика информации, потребляемой пользователями мобильных устройств, включенных в сети глобальных коммуникаций, растет экспоненциально.

За период с 1986 по 2007 г. объем хранимой информации вырос больше чем в 100 раз, и скорость этого процесса не уменьшается. В 2011 г. общий объем информации, циркулирующей в глобальных информационных системах, превысил 1800 Эбайт. К 2016 г. ежегодный объем глобального IP-трафика составит 1,3 Збайт, или 110 Эбайт в месяц. Для сравнения, в 2011 г. IP-трафик составлял 31 Эбайт в месяц [3].

Наблюдается развитие технологий M2M (от англ. "machine-to-machine" или "mobile-to-machine"), обеспечивающих взаимодействие и управление устройствами (машинами) с помощью технологий связи.

Можно говорить о возникновении глобальной сети сохранения, передачи, обработки и порождения информации, создающей условия для появления глобальной социальной информационно-управляющей и коммуникационной среды, вовлекающей в сферу своей эволюции и влияния практически все человечество во всех сферах и формах его жизнедеятельности.

Факт ускоренного развития человеческой цивилизации проявляется и в интенсивном развитии технонауки, появлении новых форм междисциплинарной интеграции в виде конвергентных NBICS-технологий [4, 5]. Анализ процессов и механизмов организации техносреды показывает, что суть NBICS-конвергенции состоит в гибком изменении границ различных дисциплинарных полей науки и технологии для решения возникающих задач [6]. Формирующаяся глобальная среда становится самостоятельным системным объектом. Человек отделяется от природы и становится элементом общего эволюционирующего искусственного техногенного организма. Можно говорить о наступлении новой фазы развития техногенной цивилизации — *технобиотической*, в которой человек становится частью *технобиода* — самоорганизующейся системы планетарного масштаба, проявляющей свойства организованной целостности [7].

Эволюция глобальной техногенной среды сопровождается:

1) *"оразумиванием" сред* — элементы среды обретают свойства цифровой индивидуальности (RFID-метки, коды), памяти (RFID-компьютинг), вычислительные перцептивные и коммуникативные свойства (сети беспроводных сенсоров, сопряженные с Интернетом);

2) *персонализацией сред* — за счет способности элементов среды "узнавать" субъекты (распознавание образов, RFID-биочипы, сенсоры, биоидентификация);

3) *виртуализацией и гибридизацией реальности* — связь организованных сред за счет накладывания слоев виртуальной реальности на объекты внешнего мира с помощью технологий глобального позиционирования, распознавания образов (дополненная реальность — дополненная виртуальность), считывания RFID-меток, сопряжения сенсоров и актуаторов "материального мира" с виртуальным пространством WWW (Интернет вещей — Internet of Things, IoT) [8].

Развитие техногенной цивилизации ведет к изменениям в психике и образе жизни человека за счет его непрерывной адаптации к возникающим конфигурациям искусственной среды техногенного ландшафта.

Проблемы человека в "искусственном разумном мире"

Искусственный мир планеты Земля становится автономной частью биотехносферы, обладающей эволюционирующим искусственным интеллектом, действующим на экологическую среду человечества и изменяющим ее. Эта среда делает ненужными некоторые стереотипы поведения, сформированные в естественной среде, и одновременно ведет к появлению новых индивидуально-психологических и личностных характеристик человека. Возникает *проблема техномодификации личности*, которая изменяется не только под действием социальных институтов системы образования и общества, как это происходило в традиционном обществе, но и в результате получения непосредственного опыта в техногенной среде.

Искусственная техногенная среда проявляет разумное по отношению к человеку и его миру поведение. Она является сложноорганизованной эволюционирующей самоорганизующейся системой, включенной во взаимодействия и координацию с другими аутопоэтическими системами, составляющими мир среды человеческого опыта, к числу которых относятся:

- *психическая среда* — индуцированный в феноменальном виртуальном поле сознания человека динамический самоорганизующийся системный конструкт, сопровождаемый переживаниями субъектом чувства присутствия [9] и существования в объективном мире;
- *социальная среда* — коммуникационная самоорганизующаяся система аутопоэтического типа, конституирующая человеческое общество;
- *естественная среда* — индуцированный в феноменальном виртуальном поле сознания под действием изменений физической реальности динамический конструкт в виде непосредственно

воспринимаемой субъектом объективной реальности;

- *техногенная среда* — преобразуемая и создаваемая человеком, но автономно существующая часть искусственного мира, представляющая собой сложную самоорганизующуюся систему аутопоэтического типа, воспринимаемую субъектом в виде взаимосвязанных и организованных технических устройств, технологий и сред, проявляющих рациональное по отношению к человеку поведение.

Развитие техногенной среды на шестом технологическом укладе сопровождается развитием нанотехнологий, биотехнологий, генной инженерии, фотоники, микромеханики, мехатроники, мембранных и квантовых технологий, термоядерной энергетики [10, 11]. Это позволяет создавать автономные технические устройства в виде нанороботов и микромашин, наделенных искусственным интеллектом. Размываются границы между цифровым и материальным бытием. Человек оказывается погруженным в мир дружественных или воспринимаемых таковыми технологий.

Техногенная среда, представленная в субъективном мире человека, является лишь частью его психического содержания, определяемого конструирующими ментальными свойствами механизма сознания. В силу этого инженерные формы отношений к субъективным восприятиям и представлениям о техногенной среде как к физической системе часто некорректны. Они упрощены, а значит, в значительной мере условны и подвержены интерпретациям. Вместе с тем, реальное усложнение техногенной среды требует от пользователей адекватных решений, связанных с интерактивными взаимодействиями человека с искусственным миром, проявляющим интеллектуальное поведение. В этом состоит базовая проблема человека в техногенном мире, заключающаяся в существовании *противоречия между "сложным миром и простым сознанием"*. Разрешение данного противоречия осуществляется в основном в рамках интерфейсных представлений о взаимодействии человека с технической средой [12].

Отметим, что аутопоэтические среды связаны друг с другом в соответствии с принципом энативной связи с системами более высокого уровня [13]. Суть этого вида связи заключается в динамическом сцеплении и координации воплощенных в аутопоэтические единства когнитивных агентов-акторов.

Следующая психологическая проблема человека в техногенном мире связана с *границами и формами его адаптации* к сложной среде. Человек до настоящего времени довольно легко приспосабливался к изменениям техногенной среды. Достаточно вспомнить о феномене быстрого освоения компьютерных технологий, наблюдаемом у представителей молодой части населения, которые воспринимают компьютер как привычную часть жизни в отличие

от их старших товарищей, с трудом использующих компьютер в трудовой деятельности [14].

Темпы усложнения техногенной среды чрезвычайно высоки и могут превосходить адаптивные возможности человека. В результате возникает задача *искусственного расширения возможностей человека* за счет когнитивной специализации и кооперации с другими субъектами, решающими аналогичные задачи. Появляется проблема *психологического обеспечения групповой деятельности* в техногенной среде.

Системные основания процессов роботизации в техногенном мире

Появление организованной техногенной среды связано с созидательными свойствами человека и общества, которые являются системным следствием взаимодействия аутопоэтических систем [15—17]. Действующий при этом принцип *тотальной аутопоэтичности человекообразных систем* определяет направления организации техногенной среды [18]. В соответствии с этим принципом все живые системы непрерывно создают цепи аутопоэзиса и вовлекают в них окружающую среду, организуя и изменяя ее в требуемом логикой самоорганизации направлении.

Аутопоэтический характер системогенеза человекомерных систем ведет к тотальной конвергенции и когерентности в техногенной среде и обществе. Результатом данных процессов являются наблюдаемые в техногенном мире феномены:

- автоматизации производственных процессов и функционирования элементов техносреды, появление активных агентов;
- специализации и автономизации агентов техносреды, появления роботов;
- гуманизации техносферы;
- тотальной интеграции и межсвязности;
- появления гибридов природы и культуры;
- появления техногенных симбионтов;
- появления гибридной и виртуальной реальностей;
- технологической трансформации человеческой телесности и ментальности;
- формирования специфических социальных пространств.

Указанные сферы интересов образуют проблему внедрения в социальную жизнь человека автоматических устройств и систем с искусственным интеллектом, обозначаемую как проблема роботизации.

Психологические проблемы робототехники и роботизации

Под роботом нами понимается искусственный агент, осуществляющий заданные операции в среде, учитывая ее состояние и заданную в логике работы или миссии целевую функцию. Из данного определения ясно, что робот может существовать в самых различных средах, включая программную,

виртуальную, среду сети Интернет и другие внешние по отношению к нему среды.

Психологические проблемы робототехники связаны прежде всего с совместным квазисоциальным сосуществованием человека и робота [19]. Нарушается естественная коммуникация, возникают проблемы взаимопонимания и обеспечения деятельности искусственного агента в естественной физической и социальной средах.

В инженерно-психологическом плане необходимо решение задач, связанных с управлением (дистанционное управление, директивное управление, задание миссии т. д.). Наряду с традиционными инженерными задачами возникают проблемы обеспечения свободы воли искусственного агента, формирования эффективных отношений между человеком и роботом, обеспечения безопасности человека и робота в техногенном мире. Попытки моделирования в технических устройствах свойств психической организации, наделения чувствами и эмоциями искусственных агентов и роботов ведут к появлению робозтики.

Прогресс в робототехнике, по нашему мнению, невозможен без решения следующих междисциплинарных задач:

- обеспечения направленной эволюции и самоорганизации техногенной среды;
- социализации автономных агентов;
- внедрения роботов в социальную и личную жизнь человека;
- обеспечения группового поведения роботов (координация, распределение и интеграция ресурсов, в том числе и интеллектуальных) при достижении общей цели.

Наиболее сложной психологической темой робототехники автономных роботов, моделирующих человеческое сознание и поведение, является проблема формирования "личности робота" и сопутствующие ей проблемы морали и нравственности искусственного человека. К счастью, технические системы, моделирующие активную рефлексивную личность, по настоящее время не созданы и являются лишь далекой перспективой развития технологий. Однако роботы как механические системы со встроенным компьютерным выполнением программы действий все чаще становятся элементами нашего быта. Это роботы-пылесосы, компьютерные игрушки, имитирующие поведение человека, справочные системы, реализующие диалог с человеком, и т. д. Опыт их эксплуатации показывает, что каждая из них, помимо утилитарной пользы, способна породить серьезные проблемы психологического и этического плана.

Робозтика становится темой научного исследования. Внедрение в жизнь общества "разумных машин" ставит вопросы эмпатии, привыкания и привязанностей человека к искусственному помощнику, места робота в системе ценностей человека, проблемы утраты "искусственного друга" и др.

Отметим, что в настоящее время наблюдается прогресс в создании новых робототехнических технологий и роботов, отличающихся от привычных нам антропоморфных роботов. В них интегрируются достижения конвергентных технологий и технотехники. Возможно, что именно эти искусственные формы и станут главными действующими лицами в техногенной ткани будущего мира.

Симбиоз, техноинтеграция, умножение возможностей человека

Следующая группа технологий автоматизации в техносреде связана с интегративными [17] и симбиотическими отношениями элементов автоматизации с телом человека и его психикой. Здесь часто рассматривают две категории устройств: служащие для компенсации утраченных функций и служащие для усиления возможностей имеющихся функций. К первой категории относятся различного вида "умные протезы", а ко второй — экзоскелеты и усилители интеллекта [20]. Отдельно решаются задачи реабилитации больных с помощью роботов [21]. Однако это только первые очевидные формы интеграции человека с техногенной средой, которая позволяет реализовать практически полный социальный и биопсихологический мониторинг всей жизни человека.

Процессы интеграции психики человека с содержанием и механизмами техногенной среды ведут к появлению гибридных форм взаимодействия человеческого интеллекта с искусственным интеллектом элементов техносреды, что делает актуальной проблему интеллектуального симбиоза [22, 23]. Рассмотрение интеллекта в сложных системах вне среды их существования невозможно. Интеллект проявляется только в организованной среде и связан с поиском, созданием и применением средств, гармонизирующих отношения системы со структурированной средой [24]. Среда является, в сущности, внешней частью единого психологического механизма, обеспечивающего селективное взаимодействие систем организма с физическим и социальным мирами [25].

Заключение

Развитие техногенной цивилизации вступает в фазы тотальной интеграции человека с миром высоких технологий, проникновения во все сферы жизни человека технологий робототехники и автоматизации. Это ставит новые задачи перед инженерно-проектировочными и эргономическими дисциплинами, связанные с учетом человеческого фактора при разработке сложных технических сред и систем, включающих человека в качестве актора. При этом классические дисциплинарные поля эргономики и инженерной психологии переходят к неклассическим системным представлениям о самоорганизации и саморазвитии сложных систем и

сред, что расширяет и дополняет их понятийную область [26]. Интеграция гуманитарного знания с инженерным требует повышения уровня психологического образования у разработчиков сложных технических эргатических систем и сред.

Список литературы

1. **Степин В. С.** Цивилизация и культура. СПб: СПбГУП, 2011. 408 с.
2. **Kemp S.** Digital, Social & Mobile in 2015. URL: <http://wearesocial.sg/blog/2015/01/digital-social-mobile-2015/> (дата обращения 02.08.2015).
3. **Сергеев С. Ф.** Образование в глобальных информационно-коммуникативных и техногенных средах: новые возможности и ограничения // Открытое образование. 2013. № 1 (96). С. 32—39.
4. **Голиков Ю. Я.** Психологические проблемы конвергентных технологий // Актуальные проблемы психологии труда, инженерной психологии и эргономики. Вып. 6 / Под ред. А. А. Обознова, А. Л. Журавлева. М.: Издательство "Институт психологии РАН", 2014. С. 13—31.
5. **Roco M., Bainbridge W. (Eds.).** Converging Technologies for Improving Human Performance: Nanotechnology, Biotechnology, Information Technology and Cognitive Science. Arlington, 2004.
6. **Сергеев С. Ф.** Наука и технология XXI века. Коммуникации и НБИКС-конвергенция // Глобальное будущее 2045. Конвергентные технологии (НБИКС) и трансгуманистическая эволюция / Под ред. проф. Д. И. Дубровского. М.: МБА, 2013. С. 158—168.
7. **Сергеев С. Ф.** Механизмы аутопоэтической самоорганизации и проблемы управления в технобиосфере // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 12. С. 27—32.
8. **Чеклецов В. В.** Чувство планеты (Интернет Вещей и следующая технологическая революция). М.: Российский исследовательский центр по Интернету Вещей, 2013. 130 с.
9. **Сергеев С. Ф.** Присутствие и иммерсивность в обучающих средах. СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2011. 122 с.
10. **Лепский В. Е.** Саморазвивающиеся инновационные среды в контексте становления VII социогуманитарного технологического уклада // Организация саморазвивающихся инновационных сред / Под ред. В. Е. Лепского. М.: Когито-Центр, 2012. С. 5—25.
11. **Теряев Е. Д., Филимонов Н. Б.** Наномехатроника: состояние, проблемы, перспективы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 1. С. 2—14.
12. **Сергеев С. Ф.** Психологические аспекты проблемы интерфейса в техногенном мире // Психологический журнал. 2014. Т. 35, № 5. С. 88—98.
13. **Князева Е. Н.** Методология организации активных инновационных сред // Организация саморазвивающихся инновационных сред / Под ред. В. Е. Лепского. М.: Когито-Центр, 2012. С. 48—59.

14. **Kuku Y., Orazem P., Singh R.** Computer Adoption and Returns in Transition. IZA Discussion Papers. 2004. N. 1360 (October).
15. **Сергеев С. Ф.** Техногенные метаморфозы: человечество в зеркале аутопоэтической коэволюции // Человек в техносреде: конвергентные технологии, глобальные сети, Интернет вещей. Вып. 1 / Под ред. доц. Н. А. Ястреб. Вологда: ВоГУ, 2014. С. 146—150.
16. **Сергеев С. Ф.** Проблема аутопоэзиса техногенного мира // Робототехника и техническая кибернетика. 2015. № 1 (6). С. 21—25.
17. **Сергеев С. Ф.** Человек в техногенном мире: проблемы воплощения, взаимодействия и интеграции // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Тр. XVII Междунар. конф. (22—25 июня 2015 года, г. Самара, Россия) / Под ред.: акад. Е. А. Федосова, акад. Н. А. Кузнецова, проф. В. А. Витиха. Самара: Самарский научный центр РАН, 2015. С. 531—538.
18. **Сергеев С. Ф.** Тотальный аутопоэзис человекомерных систем // Искусственный интеллект: междисциплинарные исследования. Сб. пленарных докл. VIII Всеросс. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, г. Москва, МГТУ МИРЭА, 20—22 ноября 2014 г. Под ред. д. филос. н. Е. А. Никитиной. М.: Радио и связь, 2014. С. 60—74.
19. **Сергеев С. Ф., Сергеева А. С.** Проблема квазисоциально-го интерфейса в робототехнических средах // Робототехника и техническая кибернетика. 2014. № 2 (3). С. 23—28.
20. **Dellon B., Matsuoka Y.** Prosthetics, Exoskeletons, and Rehabilitation // IEEE Robotics & Automation Magazine. 2007. Vol. 14. P. 30—34.
21. **Krebs H. I., Hogan N.** Therapeutic robotics: A technology push // Proc. IEEE. 2006. Vol. 94, N. 9: 1727—1738.
22. **Сергеев С. Ф.** Интеллектуальные симбионты в эргатических системах // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 2 (84). С. 149—154.
23. **Сергеев С. Ф.** Интеллектуальные симбионты организованных техногенных средств управления подвижными объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 9. С. 30—36.
24. **Сергеев С. Ф.** На пути от биоорганизации к киберорганизации: человек в тени искусственного интеллекта // Естественный и искусственный интеллект: методологические и социальные проблемы / Под ред. Д. И. Дубровского и В. А. Лекторского. М.: Канон+ РООИ "Реабилитация", 2011. С. 48—59.
25. **Сергеев С. Ф.** Эргономика иммерсивных сред: методология, теория, практика: Дис. ... д-ра психол. наук: 19.00.03: защищена 7.04.10: утв. 28.01.11 / Сергеев Сергей Федорович. СПб, 2010. 420 с.
26. **Сергеев С. Ф.** Инженерно-психологическое проектирование сложных эрготехнических сред: методология и технологии // Актуальные проблемы психологии труда, инженерной психологии и эргономики / Под ред. В. А. Бодрова, А. Л. Журавлева. Вып. 1. М.: Изд-во "Институт психологии РАН", 2009. С. 429—449.

Systemic-Psychological Aspects of Automation and Robotization of the Technogenic Environments

S. F. Sergeev, Professor, s.f.sergeev@spbu.ru✉,

St. Petersburg State University, 7/9, Universitetskaya nab., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

Corresponding author: **Sergeev Sergei F.**, D. Sc., Professor,
St. Petersburg State University, St. Petersburg, 199034, Russian Federation,
e-mail: s.f.sergeev@spbu.ru

Received on August 05, 2015

Accepted on August 10, 2015

In the current article, we discuss the systematic, methodological and psychological problems arising in the evolution process and global technogenic environments, and their agents' role. We present the scientific prerequisites of the human integration with the technogenic environment and explore the psychological problems of the technogenic improvement of a human personality, with a focus on the contradiction between "the complex world and simple consciousness", limited by a person's ability

of adaptation to the complex environments and group activity in the technogenic environment. The organized character of the technogenic environment is associated with the creative qualities of man and society, which are a system consequence of the interaction between the social and psychobiological autopoietic systems, which implement the principle of a total autopoietic organization of the human-dimension systems. Appearance of robots and mechanistic modules solving local tasks in the technogenic environment results in the problem of coexistence of humans and autonomous engineering systems with artificial intelligence. This requires an understanding of the questions of interaction with of the self-organizing autopoietic systems, which differ from the classical physical interaction. The ergonomics and engineering disciplines face new challenges associated with the human factor in the development of complex technical environments and systems, including humans as actors in the artificial environment. At that, the classical disciplinary fields of ergonomics and engineering psychology transfer to the neo-classical ideas of self-organization and self-development of the complex systems and environments, which extends and complements their conceptual area. Integration of the humanities and engineering knowledge requires higher levels of the psychological education for the developers of the complex technical ergonomic systems and environments.

Keywords: autopoiesis, robotics, roboethics, robot, artificial environment, technogenic world, technological environment, technobiod

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 13-08-00161.

For citation:

Sergeev S. F. Systemic-Psychological Aspects of Automation and Robotization of the Technogenic Environments, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no 11, pp. 751–756.

DOI: 10.17587/mau/16.751-756

References

1. **Stepin V. S.** *Civilizacija i kul'tura* (Civilization and culture), St. Petersburg, SPbGUP, 2011, 408 p. (in Russian).
2. **Kemp S.** Digital, Social & Mobile in 2015, available at: <http://wearesocial.sg/blog/2015/01/digital-social-mobile-2015/>.
3. **Sergeev S. F.** *Obrazovanie v global'nyh informacionno-kommunikativnyh i tehnennyh sredah: novye vozmozhnosti i ogranichenija* (Education in global information and communication and technogenic environments: new possibilities and limitations), *Otkrytoe Obrazovanie*, 2013, no. 1 (96), pp. 32–39 (in Russian).
4. **Golikov Ju. Ja.** *Psihologicheskie problemy konvergentnyh tehnologij* (Psychological problems of convergent technologies), *Aktual'nye Problemy Psihologii Truda, Inzhenernoj Psihologii i Jergonomiki*, iss. 6, Moscow, Institut psihologii RAN, 2014, pp. 13–31 (in Russian).
5. **Roco M., Bainbridge W. (Eds.)**. *Converging Technologies for Improving Human Performance: Nanotechnology, Biotechnology, Information Technology and Cognitive Science*, Arlington, 2004.
6. **Sergeev S. F.** *Nauka i tehnologija XXI veka. Kommunikacija i NBIKS-konvergencija* (Science and technology of the XXI century. Communications and NBICS convergence), in the book *"Global'noe budushhee 2045. Konvergentnye tehnologii (NBIKS) i transgumaništicheskaja jevoljucija"*, Moscow, MBA, 2013, pp. 158–168 (in Russian).
7. **Sergeev S. F.** *Mehanizmy autopojeticheskoy samoorganizacii i problemy upravlenija v tehnobiosfere* (The autopoietic mechanisms of self-organization and management problems in technobiosphere), *Mekhatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2014, no. 12, pp. 27–32 (in Russian).
8. **Cheklecov V. V.** *Chuvstvo planety (Internet Veshhej i sledujushhaja tehnologicheskaja revoljucija)* (The feeling of the planet (the Internet of Things and next technological revolution)), Moscow, Rossijskij issledovatel'skij centr po Internetu Veshhej, 2013, 130 p. (in Russian).
9. **Sergeev S. F.** *Prisutstvie i immersivnost' v obuchajushhih sredah* (The presence and immersive in learning environments), St. Petersburg, Publishing house of Politech. university, 2011, 122 p. (in Russian).
10. **Lepskij V. E.** *Samorazvivajushhiesja innovacionnye sredy v kontekste stanovlenija VII sociogumanitarnogo tehnologicheskogo uklada* (Self-developing innovative environment in the context of the formation VII socio-technological structure), in the book *"Organizacija samorazvivajushhihsja innovacionnyh sred"*, Moscow, Kogito-Centr, 2012, pp. 5–25 (in Russian).
11. **Terjaev E. D., Filimonov N. B.** *Nanomehatronika: sostojanie, problemy, perspektivy* (Nanomechanical: state, problems, prospects), *Mekhatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2010, no. 1, pp. 2–14 (in Russian).
12. **Sergeev S. F.** *Psihologicheskie aspekty problemy interfejsa v tehnogenom mire* (Psychological aspects of interface problems in a technogenic world), *Psihologicheskij Zhurnal*, 2014, vol. 35, no. 5. P. 88–98 (in Russian).
13. **Knjazeva E. N.** *Metodologija organizacii aktivnyh innovacionnyh sred* (Methodology organization of active innovation environments), in the book *"Organizacija samorazvivajushhihsja innovacionnyh sred"*, Moscow, Kogito-Centr, 2012, pp. 48–59 (in Russian).
14. **Kuku Y., Orazem P., Singh R.** *Computer Adoption and Returns in Transition*, *IZA Discussion Papers*, 2004, no. 1360.
15. **Sergeev S. F.** *Tehnogennye metamorfozy: chelovechestvo v zerkale autopojeticheskoy kojevoljucii* (Anthropogenic metamorphosis: humanity in the mirror of autopoietic coevolution), in the book *"Chelovek v tehnosrede: konvergentnye tehnologii, global'nye seti, Internet veshhej"*, iss. 1, Vologda, VoGU, 2014, pp. 146–150 (in Russian).
16. **Sergeev S. F.** *Problema autopojezisa tehnennogo mira* (The problem of autopoiesis technological world), *Robototekhnika i Tehnicheskaja Kibernetika*, 2015, no. 1 (6), pp. 21–25 (in Russian).
17. **Sergeev S. F.** *Chelovek v tehnogenom mire: problemy voploshhenija, vzaimodejstvija i integracii* (Man man-made world: issues of embodiment, interaction, and integration), *Problemy upravlenija i modelirovanija v slozhnyh sistemah*, Proc. of XVII Internat. Conf. (22–25 of June 2015, Samara, Russian Federation), Samara, Samar-skij nauchnyj centr RAN, 2015, pp. 531–538 (in Russian).
18. **Sergeev S. F.** *Total'nyj autopojezis chelovekomernykh system* (Total autopoiesis human-dimensional systems), *Iskusstvennyj intellekt: mezhdisciplinarnye issledovanija. Proc. of VIII Vseross. konf. studentov, aspirantov i molodykh uchenykh*, MGTU MIRJeA, 2014, Moscow, Radio i svjaz', 2014, pp. 60–74 (in Russian).
19. **Sergeev S. F., Sergeeva A. S.** *Problema kvazisocial'nogo interfejsa v robototekhnicheskikh sredah* (The problem quasisocial interface in robotic environments), *Robototekhnika i Tehnicheskaja Kibernetika*, 2014, no. 2 (3), pp. 23–28 (in Russian).
20. **Dellon B., Matsuoka Y.** *Prosthetics, Exoskeletons, and Rehabilitation*, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2007, vol. 14, pp. 30–34.
21. **Krebs H. I., Hogan N.** *Therapeutic robotics: A technology push*. *Proc. IEEE*, 2006, vol. 94 (no. 9): 1727–1738.
22. **Sergeev S. F.** *Intellektnye simbioty v jergaticeskikh sistemah* (Intelligent symbiotes in ergatic systems), *Nauchno-Tekhnicheskij Vestnik Informacionnyh Tehnologij, Mehaniki i Optiki*, 2013, no. 2 (84), pp. 149–154 (in Russian).
23. **Sergeev S. F.** *Intellektnye simbioty organizovannyh tehnennyh sredstv upravlenija podvizhnymi ob'ektami* (Intelligent symbiotes organized by anthropogenic means control of mobile objects), *Mekhatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2013, no. 9, pp. 30–36 (in Russian).
24. **Sergeev S. F.** *Na puti ot bioorganizacii k kiberorganizacii: chelovek v teni iskusstvennogo intelekta* (On the way from the bio organization to cyber organization: man in the shadows of artificial intelligence), in the book *"Estestvennyj i iskusstvennyj intellekt: metodologicheskie i social'nye problemy"*, Moscow, Kanon+ ROOI "Reabilitacija", 2011, pp. 48–59 (in Russian).
25. **Sergeev S. F.** *Jergonomika immersivnyh sred: metodologija, teorija, praktika* (Ergonomics immersive environments: methodology, theory, practice): Dis. ... d-rapsiol. nauk: 19.00.03: zashchishhena 7.04.10: utv. 28.01.11, SPb, 2010, 420 p (in Russian).
26. **Sergeev S. F.** *Inzhenerno-psihologicheskoe proektirovanie slozhnyh jergotekhnicheskikh sred: metodologija i tehnologii* (Engineering and design of complex psychological ergo technical environments: methodology and technology), in the book *"Aktual'nye problemy psihologii truda, inzhenernoj psihologii i jergonomiki"*, iss. 1. Moscow, Publishing house of Institut psihologii RAN, 2009, pp. 429–449 (in Russian).

П. А. Горев^{1, 2}, инженер, аспирант, gorev.pv@yandex.ru,

В. Г. Костиков^{1, 3}, д-р техн. наук, проф., нач. отдела, kvg303@yandex.ru,

¹ Национальный исследовательский технологический университет "Московский институт стали и сплавов",

² Научно-исследовательский институт точных приборов, Москва

³ Головное системное конструкторское бюро Концерн ПВО "Алмаз-Антей"

Метод обработки фазовых измерений глобальной спутниковой навигационной системы с использованием данных инерциальной навигационной системы

Предлагается метод, который позволяет оценить параметры навигационного сигнала, используя вспомогательную информацию от инерциальной системы или датчиков трансмиссии. Система была смоделирована с помощью программного пакета MATLAB/Simulink.

Ключевые слова: ГНСС, GPS, ГЛОНАСС, фазовые измерения, ИНС, МЭМС, одометры, Simulink

Введение

Фазовые приемники глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) в настоящее время являются весьма перспективными устройствами. Так как ошибки определения фазы несущего колебания в фазовой следящей системе обычно не превышают 0,1 цикла, что эквивалентно ~2 см на частоте $L1 = 1575,42$ МГц системы GPS, они имеют потенциально высокую точность по сравнению с традиционными кодовыми системами [1, 2]. Вместе с тем, из-за недостаточной взаимной синхронизации спутниковых часов навигационное решение сдвигается на значения фазы передающей антенны φ_s и начальной фазы приемника φ_r^{int} , кроме того, требуется определить число целых циклов N [1]. Существующие на сегодняшний день методы измерений имеют определенные недостатки. Метод RTK (кинематика в реальном времени) является относительным и требует одновременных измерений на опорной станции и на объекте, при этом расстояние между базой и движущимся объектом не должно превышать нескольких десятков километров [3]. Метод PPP (метод точечного позиционирования) имеет длительное время инициализации, что затрудняет его применение в приложениях реального времени.

Большинство существующих исследований совместной обработки данных ИНС/ГНСС направлено на разработку различных интегрированных систем, улучшающих точность координат и псевдодальностей. Ряд публикаций посвящен жестко- и ультражесткосвязанным ИНС/ГНСС на основе

фильтра Калмана [4–6]. Интеграция ИНС и высокоточных спутниковых систем [7–9] значительно снижает ошибки измерений. Другой способ улучшить качество систем — использовать информацию ИНС в качестве вспомогательной для улучшения характеристик ГНСС: времени захвата сигнала [10, 11], разрешения неоднозначности [12] и пр.

Представленный ниже подход является попыткой создания безразностного алгоритма, автономно оценивающего три неизвестные величины — N , φ_s и φ_r^{int} , что может позволить проводить абсолютные фазовые измерения с использованием вспомогательной информации от инерциальной навигационной системы вместо двойных разностей, которые используются в относительных фазовых методах. С помощью данного алгоритма задача решается поэтапно: на первом этапе устраняется фазовая неоднозначность, на втором этапе определяется фаза сигнала передающей антенны, на третьем этапе оценивается начальная фаза опорного генератора.

Несмотря на то что первый этап довольно хорошо изучен, относительно свойств фазовых сдвигов опубликовано сравнительно немного работ. В данной статье при решении поставленной задачи мы будем ссылаться на работу [13], в которой представлена техника калибровки фазовых сдвигов с помощью метода PPP и приведены результаты исследований их свойств.

Имитационное моделирование проведено в пакете *Simulink* программной среды MATLAB. Целью настоящего исследования является сравнение точности определения фазы на спутниковой антенне при использовании данных ИНС и одометров.

Общие положения

Расстояние между спутником и приемником можно условно разделить на три части, как показано на рис. 1. Отрезок 1 — расстояние, пропорциональное сдвигу фазы на спутниковой антенне $\lambda\varphi_s$, где λ — длина волны навигационного сигнала. Отрезок 2 — часть расстояния, пройденного сигналом, которую можно выразить целым числом циклов несущего колебания λN . Отрезок 3 — сдвиг фазы на приемной антенне, оцениваемый с помощью следящего контура навигационного процессора $\lambda\varphi$. При этом величина φ измеряется относительно эталонного сигнала, генерируемого в приемнике, который имеет собственную начальную фазу φ_r^{int} , также требующую оценивания.

Оценивание координат объекта с помощью безразностного алгоритма проводится в четыре этапа.

1. *Оценивание числа целых циклов.* Приемник ГНСС в разрабатываемой комплексной системе ИНС/ГНСС принимает навигационные сигналы на двух частотах и выполняет кодовые измерения и измерения фазы принятого сигнала φ . Это позволяет оценить число целых циклов двухчастотным методом, подробно описанным в литературе [1], который требует наличия одного грубого однозначного (кодového) и нескольких точных неоднозначных (фазовых) измерений. В ближайшее время планируется введение новых гражданских сигналов;

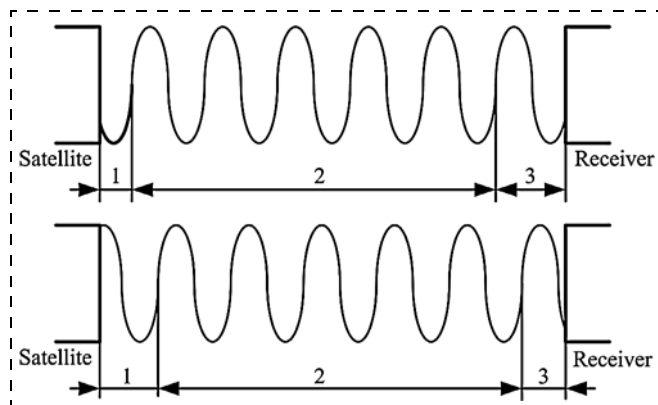


Рис. 1. Структура сигнала для двух различных моментов времени

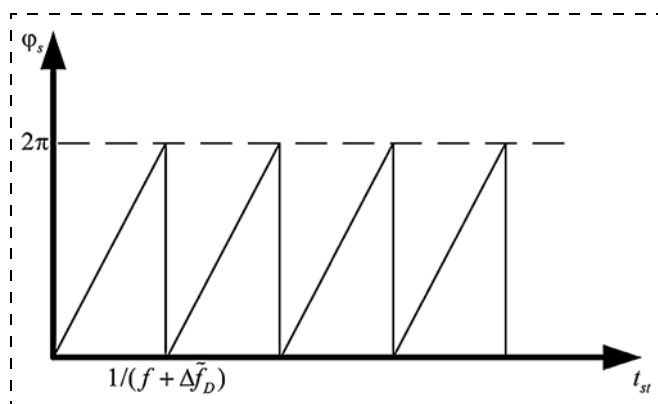


Рис. 2. Временная диаграмма фазового сдвига на спутниковой антенне

первый из них, L2C, планируется начать транслировать со всех 24 спутников GPS около 2018 г. [14]. Поэтому внедрение в ближайшей перспективе двухчастотных методов представляется целесообразным.

Перед разрешением неоднозначности к измеренным псевдодальностям и псевдофазам применяются дифференциальные поправки. Для увеличения точности разрешения неоднозначности возможно дополнительное использование в качестве поддержки информации от ИНС.

2. *Оценивание фазового смещения на спутниковой антенне.* На данном этапе проводится оценка параметра φ_s в момент передачи сигнала со спутника.

Как показано в работе [2], сдвиг фазы $\varphi_s(t_{st})$ на передающей антенне изменяется периодически и определяется следующим выражением:

$$\varphi_s(t_{st}) = [2\pi(f + \Delta f_D)t_{st}] \bmod 2\pi, \quad (1)$$

где f и Δf_D — несущая частота и ее доплеровский сдвиг соответственно, t_{st} — время передачи сигнала. Выражение (1) описывает пилообразный периодический сигнал, который показан на рис. 2.

Введем параметр $\tilde{\rho}_{INS,i}(t_{sa})$ — псевдодальность, вычисленную в момент приема сигнала t_{sa} по данным инерциальной системы, начальные условия которой в начальный момент времени были установлены по данным ГНСС. Знак $\sim$ здесь и далее означает, что соответствующий параметр является измерением, чтобы отличать его от истинного значения псевдодальности. Так как $\tilde{\rho}_{INS,i}(t_{sa})$ вычисляется методом счисления координат, то, в отличие от абсолютных фазовых измерений, данный параметр не содержит компоненты $\varphi_s(t_{st})$. Следовательно, разность $\varepsilon(t)$ измеренных сигналов ИНС и ГНСС определяется пилообразным сигналом (1) и дополнительными ошибками, вызванными деградацией решения ИНС и различными флуктуационными шумами:

$$\varepsilon(t) = \tilde{\rho}_i(t) - \tilde{\rho}_{INS,i}(t) = \frac{\lambda}{2\pi} \varphi_s(t - t_0) + b + \delta, \quad (2)$$

где b — постоянное смещение, δ — возмущение.

Так как навигационные приемники работают на пониженной частоте, а контур слежения за фазой сигнала приемника требует некоторого времени интегрирования, которое заведомо больше, чем период сигнала, сигнал (2) не может быть получен. Следовательно, требуется понижение частоты, позволяющее отследить параметры сигнала. Фаза должна измеряться с определенным периодом, который удовлетворяет следующим условиям:

$$t_k - t_{k-1} = \frac{n}{f + \Delta f_D} + \frac{m}{f + \Delta f_D}. \quad (3)$$

Здесь k — шаг дискретизации; m — дробное число, характеризующее небольшое уменьшение частоты выдачи оценки, которое позволяет снимать показания, соответствующие разным фазам сигнала.

Понижение частоты в n раз (n — целое число) необходимо, во-первых, для снижения требований по синхронизации часов и, во-вторых, для обеспечения достаточного времени для обработки данных.

Для оценивания параметра φ_s разработана следающая система, описанная в следующем разделе.

3. *Определение начальной фазы эталонного сигнала приемника.* Результатом выполнения первых двух этапов являются значения псевдодальностей между приемником и каждым из наблюдаемых спутников, полученные с точностью до φ_r^{int} . Известные на сегодняшний день методы определения координат используют для их оценки фильтр Калмана. В данном исследовании предлагается добавление величины $\lambda \varphi_r^{int}$ в вектор состояний навигационного фильтра.

Прочие методы определения φ_r^{int} приведены в статье [15] и в рамках данного исследования не рассматриваются.

Этот подход снимает необходимость в высокой точности взаимной синхронизации часов для получения точных значений псевдодальностей. Поскольку точность современных приемников достигает значений примерно $10^{-9} \dots 10^{-11}$ с [16], существует теоретическая возможность проводить соответствующие измерения в заданные, а не случайные моменты времени.

Как показано в работе [13], начальная фаза приемника φ_r^{int} является нестабильной во времени и зашумленной, в то время как для сдвига на спутнике была подтверждена долговременная стабильность. Эти свойства были использованы при моделировании среды и настройке наблюдателей.

Представленный подход можно применить также при использовании одометров и прочих датчиков трансмиссии в качестве источников вспомогательной информации. Основным недостатком одометров является измерение ими перемещения по плоскости Земли, что вызывает быструю деградацию навигационного решения. Так, при уклоне в 8° ошибка достигает 1 %, а при использовании метода дифференциальной одометрии ошибка определения курса составляет около 3 % в секунду при скорости 10 м/с [2]. Но при этом одометры часто входят в состав современных транспортных средств и отличаются меньшей стоимостью и сложностью по сравнению с инерциальными системами.

Особенности алгоритмической реализации

Наблюдатель фазы спутника

Для оценки $\varphi_s(t_{sf})$ разработана система, следающая за задержкой пилообразного сигнала. Эта следающая система задержки основана на тех же принципах, что и контуры слежения приемников ГНСС, т. е. на поиске максимума корреляции между входным сигналом и опережающим и запаздывающим эталонными сигналами. При этом для удобства синтеза вместо параметра $\varphi_s(t_{sf})$ в качестве отслеживаемого параметра используется задержка t_0^*

пилообразного разностного сигнала (1). После оценивания данного параметра к вычисленному на предыдущем этапе значению псевдодальности прибавляется эталонный пилообразный сигнал с задержкой t_0^* .

Обобщенная структурная схема следающего контура приведена на рис. 3. На вход системы подается сигнал $y(t; \lambda)$ с параметром λ , подлежащим оценке. Дискриминатор представляет собой блок, который рассчитывает выходной сигнал $u_d(\delta\lambda)$, пропорциональный рассогласованию $\delta\tilde{\lambda}_k = \lambda_k - \tilde{\lambda}_k$ между истинным значением параметра и его оценкой. Оценивание параметра выполняется с помощью опорного сигнала $u_{оп}(t; \tilde{\lambda})$. Фильтр оценивает параметр λ , который используется для формирования опорного сигнала. В нашем случае параметром λ является время начала периода функции рассогласования t_0^* .

Следающая система работает с сигналом, полученным после понижения частоты сигнала (2) в соответствии с условием (3):

$$\varepsilon^*(t) = \frac{\lambda}{2\pi} \varphi_s^*(t - t_0^*) + b + \delta,$$

где $\varphi_s^*(t - t_0^*) = \left[\frac{2\pi k}{n} (f + \Delta f_D)(t - t_0^*) \right] \bmod 2\pi$.

Символ * означает, что указанный параметр относится к сигналу с пониженной частотой. В данных выражениях Δf_D — доплеровский сдвиг; b и δ — смещение и шум измерений разностного сигнала соответственно; t_0^* — момент времени, в который зависимость $\varphi_s^*(t - t_0^*)$ равна нулю.

Период T функции $\varepsilon^*(t)$ определяется следующим соотношением:

$$T = \frac{n/k}{f + \Delta f_D}.$$

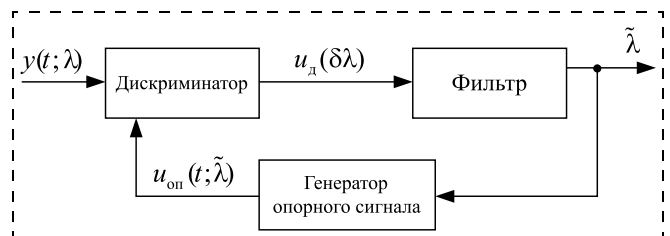


Рис. 3. Обобщенная схема следающей системы

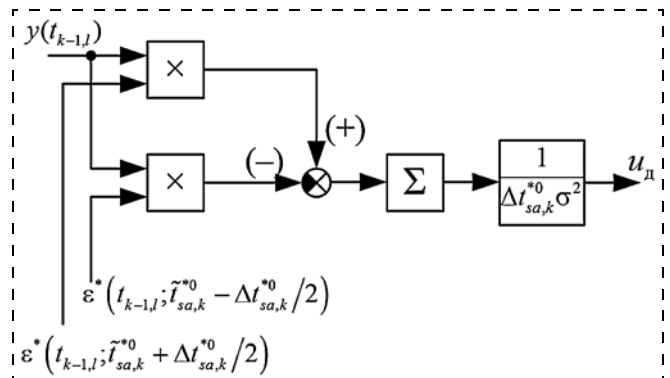


Рис. 4. Дискриминатор задержки сигнала

В работе [15] в соответствии с данными условиями был синтезирован дискриминатор задержки. Его схема показана на рис. 4, где $y(t_k - 1, l)$ — входной сигнал; ε^* — эталонные сигналы; $\tilde{t}_{sa,k}^{*0}$ — измеренная задержка эталонного сигнала t_0^* на k -м шаге, выраженная в шкале времени приемника (sa), знак "0" перенесен в верхний индекс для удобства записи; $\Delta t_{sa,k}^{*0}$ — сдвиг задержки сигнала в запаздывающем и опережающем канале дискриминатора; Σ — аккумулятор, выходом которого является сумма значений входного сигнала на последних M итерациях.

Способы оценки начальной фазы приемника

Последним источником погрешностей навигационной системы является начальная фаза φ_r^{int} опорного генератора следящих контуров приемника. Так как для каждого канала используется один и тот же эталонный сигнал частоты, данная погрешность оказывает одинаковое влияние на каждый канал с поправкой на доплеровский сдвиг, т. е. смещает значение псевдодальности канала i , соответствующего сигналу i -го спутника, на значение $\lambda_i \varphi_r^{int}$. Без ограничения общности положим, что длина волны в каждом канале одинакова и равна λ .

Так как выражения, связывающие псевдодальность и координаты объекта, не позволяют вычислить навигационные параметры напрямую, данная задача решается косвенно итерационными и фильтрационными методами. Наиболее распространенным средством вторичной обработки навигационной информации является расширенный фильтр Калмана, стандартная процедура синтеза которого для решения навигационно-временной задачи описана в работе [2]. Для определения значения φ_r^{int} предлагается модификация данного фильтра путем включения данной величины в вектор состояния навигационной системы. Главный недостаток такого подхода — увеличение минимального необходимого числа наблюдаемых спутников с четырех до пяти.

В качестве вектора состояния навигационной системы выбран следующий пятимерный вектор:

$$x = (r^T \quad v^T \quad \delta p \quad \delta \dot{p} \quad \lambda \varphi^{int})^T, \quad (4)$$

где r , v — трехмерные векторы положения и скорости объекта соответственно; δp , $\delta \dot{p}$ — ошибка псевдодальности, вызванная смещением часов приемника, и скорость ее изменения соответственно.

В качестве вектора входной информации рассматривается вектор

$$z = (\tilde{p}_1 \dots \tilde{p}_5, \tilde{\dot{p}}_1 \dots \tilde{\dot{p}}_5),$$

где $\tilde{p}_i$, $\tilde{\dot{p}}_i$ — измерения псевдодальностей и скоростей изменения псевдодальностей канала i соответственно.

Матрица перехода непрерывной навигационной системы имеет вид

$$F = \begin{pmatrix} 0_{3,3} & I_3 & 0_{3,1} & 0_{3,1} & 0_{3,1} \\ 0_{3,3} & 0_{3,3} & 0_{3,1} & 0_{3,1} & 0_{3,1} \\ 0_{1,3} & 0_{1,3} & 0 & 1 & 0 \\ 0_{1,3} & 0_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ 0_{1,3} & 0_{1,3} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где $0_{n,n}$ — нулевая матрица размерности $n \times n$; I_3 — единичная матрица размерности 3.

Дискретизация данной матрицы проводится по следующей формуле:

$$\Phi = e^{F\tau} = I_9 + F\tau, \quad (5)$$

где τ — шаг дискретизации. Следует отметить, что здесь при разложении экспоненты в степенной ряд (5) слагаемые порядка выше первого равны нулю.

Матрица ковариации шумов системы имеет вид

$$Q = \begin{pmatrix} 0_{3,3} & 0_{3,3} & 0_{3,1} & 0_{3,1} & 0_{3,1} \\ 0_{3,3} & I_3 n_a^2 \tau & 0_{3,1} & 0_{3,1} & 0_{3,1} \\ 0_{1,3} & 0_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ 0_{1,3} & 0_{1,3} & 0 & I_3 n_{rca}^2 \tau & 0 \\ 0_{1,3} & 0_{1,3} & 0 & 0 & I_3 n_{po}^2 \tau \end{pmatrix},$$

где n_a^2 , n_{rca}^2 , n_{po}^2 — спектральные плотности шумов ускорения, смещения шкалы времени приемника и фазы опорного генератора приемника соответственно.

Введем в рассмотрение функцию измерений

$$h(x) = (\hat{p}_1 \dots \hat{p}_5, \hat{\dot{p}}_1 \dots \hat{\dot{p}}_5).$$

Здесь оценки значений псевдодальностей $\hat{p}_i$ и скоростей изменения псевдодальностей $\hat{\dot{p}}_i$, спрогнозированные по данным текущего состояния системы, вычисляются по формулам

$$\hat{p}_i = \sqrt{(r_{si} - r^-)^T (r_{si} - r^-)} + \delta p + \lambda \varphi^{int},$$

$$\hat{\dot{p}}_i = \sqrt{(v_{si} - v^-)^T (v_{si} - v^-)} + \delta \dot{p},$$

где r_{si} , v_{si} — координаты и скорость i -го спутника.

Матрица измерений имеет вид

$$H_k = \begin{pmatrix} -U & 0_{5,3} & E_{5,1} & 0_{5,1} \\ 0_{5,3} & -U & 0_{5,1} & E_{5,1} \end{pmatrix},$$

где $E_{5,1}$ — матрица, состоящая из единиц, U — матрица, составленная из векторов линий визирования спутников u_i : $U = (u_1^T \dots u_5^T)^T$.

Матрица ковариации шумов измерений равна

$$R = 0,1 \cdot I_{10}.$$

Начальное значение ковариационной матрицы погрешностей P_0^+ настраивается на этапе разработки конкретного изделия.

Алгоритм работы фильтра Калмана, оценивающего вектор состояния навигационной системы, представлен ниже (верхние индексы $(-)$ и $(+)$ обозначают соответственно априорную и апостериорную оценки значения).

1. Прогнозирование вектора состояния навигационной системы:

$$\hat{x}_k^- = \Phi \hat{x}_{k-1}^+.$$

2. Прогнозирование ковариационной матрицы погрешностей:

$$P_k^- = \Phi P_{k-1}^+ \Phi^T + Q.$$

3. Расчет отклонения от оцениваемой траектории:

$$\delta z_k = z_k - h(\hat{x}_k^-).$$

4. Расчет матрицы коэффициентов усиления фильтра:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R)^{-1}.$$

5. Коррекция вектора состояния навигационной системы:

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k \delta z_k.$$

6. Коррекция матрицы ковариации навигационной системы:

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^-.$$

Навигационные параметры извлекаются из вектора $\hat{x}_k^+$ в соответствии с представлением (4) на каждом шаге k .

Моделирование и результаты

Моделирование проводилось с использованием пакета MATLAB/Simulink. Тестовая модель выполняла имитацию движения спутников, распространение сигнала через атмосферу и моделирование некоторых функций навигационного процессора, описанных выше. Известно, что на сигнал существенное влияние оказывают неточность определения эфемерид, характеристики тропосферы и внутренний шум следящих систем сигнального процессора. Предполагается, что погрешность, вызванная ионосферой, исключена благодаря двухчастотному приему. Влияние прочих факторов, таких как релятивистские эффекты, искажения Земной поверхности и пр., описывается достаточно точными математическими моделями и сводится к единицам сантиметров [3]. Характеристики всех атмосферных ошибок и ошибок эфемерид соответствуют системам с широкозонной коррекцией.

При построении траектории движения спутников и расчете их скоростей использованы данные Inter-

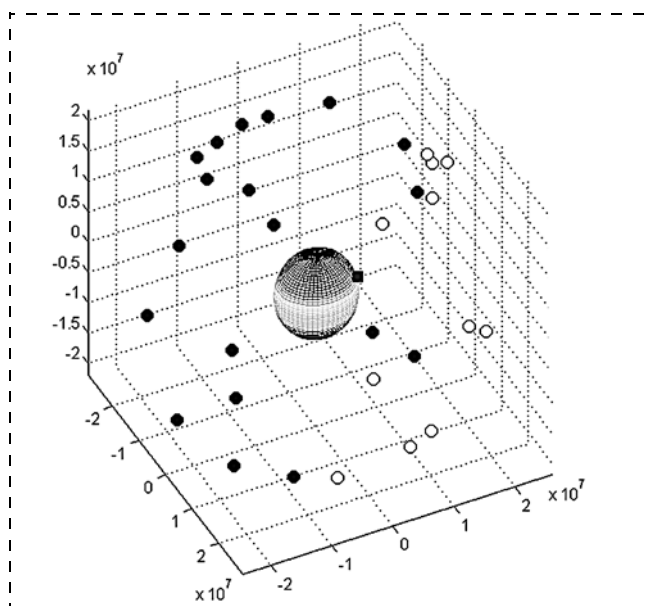


Рис. 5. Графический вывод процесса моделирования движения спутников (система координат — WGS-84)

national GNSS Service [17] с точными эфемеридами. Определение видимости и выбор наилучших спутников проводили автоматически с помощью скрипта для среды MATLAB, графическое представление работы скрипта приведено на рис. 5. На диаграмме показаны положения спутников. Круглыми закрашенными маркерами отмечены невидимые спутники, белыми — видимые. Квадратным маркером обозначен приемник.

Исходные данные для моделирования ИНС на базе МЭМС приведены ниже.

Акселерометры

Постоянное смещение, $g \cdot 10^{-3}$ 30
Дрейф смещения, $g \cdot 10^{-3}$ 2,5
Спектральная плотность шума, $g/\sqrt{\text{Гц}}$ $370 \cdot 10^{-6}$

Гироскопы

Постоянное смещение, $^{\circ}/r$ 5400
Дрейф смещения, $^{\circ}/r$ 1000
Спектральная плотность шума, $^{\circ}/\sqrt{\text{Гц}}$ 226,8

Одной из проблем моделирования в среде Simulink является невозможность моделирования с переменным шагом дискретных элементов схемы, поэтому влияние доплеровского смещения на работу системы не учитывалось в данном исследовании.

Поскольку разрешение целочисленной неоднозначности не рассматривается в данной работе, то сделано допущение, что число целых циклов определяется без погрешностей.

Задача модели — отследить задержку пилообразной функции в разностном сигнале $\varepsilon^*(t)$ при использовании вспомогательной информации от ИНС на базе МЭМС и выдать псевдодальности, вычисленные с точностью до φ_r^{int} .

Ключевым компонентом данной модели является следящая система задержки пилообразного сигнала, ее схема изображена на рис. 6. На ее входы подаются сигнал $\varepsilon^*(t)$ и значение частоты f . На выход

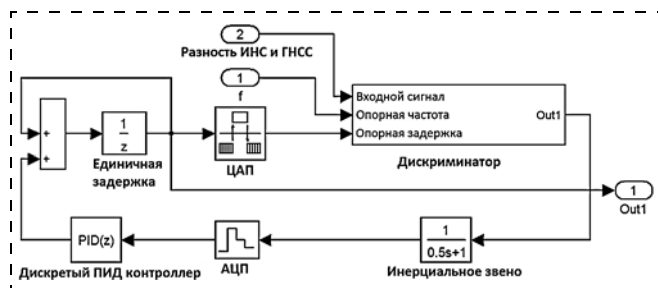


Рис. 6. Схема следящей системы задержки пилообразного сигнала

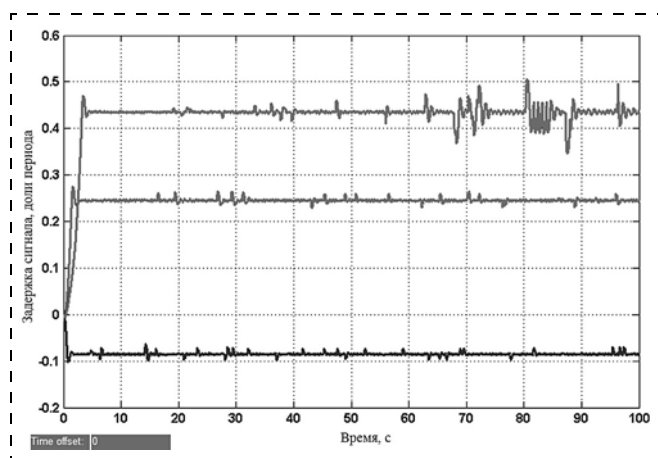


Рис. 7. Переходный процесс системы определения фазового сдвига на спутниковой антенне

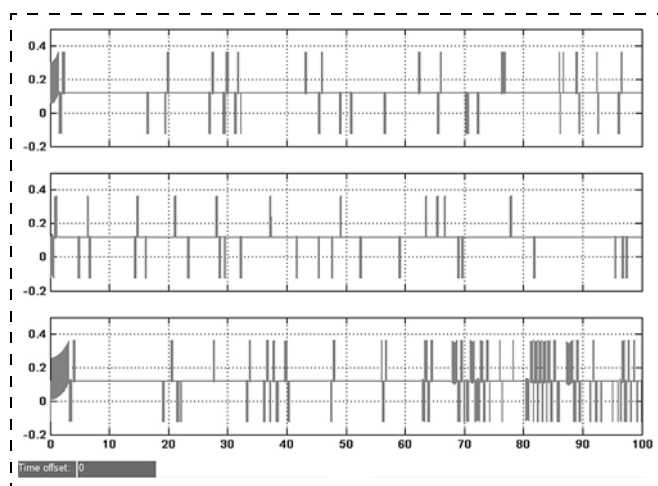


Рис. 8. Ошибки определения псевдодальностей после оценки фазового сдвига на спутнике

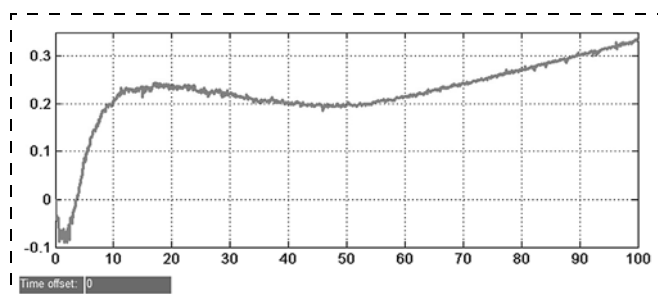


Рис. 9. Оценка внутреннего фазового сдвига с использованием фильтра Калмана

подается оценка параметра $\tilde{\tau}_0^*$. Блок "Дискриминатор" выполняет функции разработанного дискриминатора задержки сигнала. С помощью блока "Единичная задержка" на вход дискриминатора подается состояние его выхода, полученное на предыдущем шаге. Блоки "ЦАП" и "АЦП" осуществляют согласование дискретной и непрерывной частей модели. В цепи обратной связи использовано последовательное соединение инерционного звена и ПИД контроллера.

На рис. 7 приведен переходный процесс следящей системы. Система захватывает сигнал в течение 3 с и далее работает в установившемся режиме. На рис. 8 показаны погрешности определения псевдодальностей системы. Прямоугольные импульсы появляются вследствие отклонений оценок фазовых сдвигов от их действительных значений. Эти импульсы отфильтровываются на следующей стадии обработки данных.

Вторая модель представляет собой модель навигационного процессора на основе фильтра Калмана, в который добавлено внутреннее фазовое смещение опорного генератора приемника в качестве дополнительного параметра. Действительное значение этой величины было задано равным 0,26. Временная диаграмма процесса оценивания данного параметра приведена на рис. 9. Оценка параметра близка к своему истинному значению, но при этом недостаточно стабильна. Дальнейшие исследования призваны решить данную проблему.

Выводы

Данное исследование представляет собой попытку разработки безразностного алгоритма абсолютных фазовых измерений навигационных параметров. Основная идея заключается в том, что измерения ИНС и фазовой спутниковой навигационной системы имеют различную структуру ошибок. Допуская теоретическую возможность создать архитектуру приемника, предоставляющую измерения фазы принятого сигнала в определенные, а не случайные моменты времени, можно считать, что разность между данными ИНС и спутниковыми фазовыми измерениями будет иметь периодический характер, что позволит отследить и исключить ошибки, вызванные сдвигом фаз сигналов на передающей антенне.

Внутреннее фазовое смещение оценивается с помощью фильтра Калмана.

Результаты исследования показали, что данный метод может быть применен при позиционировании объектов. В дальнейшем следует исследовать влияние эффекта Доплера на работу системы, а также применение в ней различных алгоритмов шумоподавления.

Список литературы

1. Поваляев А. А. Спутниковые радионавигационные системы: время, показания часов, формирование измерений и определение относительных координат. М.: Радиотехника, 2008. 328 с.

2. **Groves P. D.** Principles of GNSS, Inertial and Multisensor Integrated Navigation Systems. Boston, London: Artech House, 2008. 518 p.
3. **Дворкин В. В., Карутин С. Н., Глухов П. В.** Анализ состояния и перспектив развития технологии высокоточного местопределения по сигналам ГНСС // Радиотехника. 2011. № 3. С. 4—13.
4. **Нагин И. А., Шатилов А. Ю.** Алгоритм комплексирования НАП СРНС и автомобильных датчиков скоростей вращения колес // Радиотехника. 2012. № 6. С. 126—131.
5. **Шатилов А. Ю., Нагин И. А.** Тесно связанный алгоритм комплексирования НАП СРНС и многоцелевой ИНС // Радиотехника. 2012. № 6. С. 118—126.
6. **Gao J.** Development of a Precise GPS/INS/On-Board Vehicle Sensors Integrated Vehicular Positioning System: PhD Thesis. University of Calgary. 2007. 218 p.
7. **Han S., Wang J.** Integrated GPS/INS navigation system with dual-rate Kalman Filter // GPS Solutions. 2012. N. 3 (16). P. 389—404.
8. **Langel S. E.** et al. Tightly coupled GPS/INS integration for differential carrier phase navigation systems using decentralized estimation // Indian Wells: Position Location and Navigation Symposium (PLANS). 2010. P. 397—409.
9. **Hide C.** et al. Adaptive Kalman filtering algorithms for integrating GPS and low cost INS // Indian Wells: Position Location and Navigation Symposium, PLANS 2004. 2004. P. 227—233.
10. **He X.** et al. Analysis of INS Aided Signal Acquisition Based on Navigation Satellites Software Receivers // Zhangjiajie, Hunan: International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, ICMTMA '09. 2009. P. 277—280.

11. **Zhu L.** et al. Fast fine acquisition algorithm of GPS receiver aided by INS information // Journal of Systems Engineering and Electronics. 2011. N. 2 (22). P. 300—305.
12. **Zhang Q.** et al. Research on GPS signal ambiguity resolution aided by INS // Yantai: 3rd International Congress on Image and Signal Processing (CISP). 2010. Vol. 9. P. 4254—4257.
13. **Wang M., Gao Y.** An Investigation on GPS Receiver Initial Phase Bias and Its Determination // San Diego: Proc. of the 2007 National Technical Meeting of The Institute of Navigation. 2007. P. 873—880.
14. **New Civil Signals** [Electronic resource] / National Coordination Office for Space-Based Positioning, Navigation, and Timing. Washington, D. C. URL: <http://www.gps.gov/systems/gps/modernization/civilsignals/>
15. **Горев П. А.** Метод повышения точности определения координат подвижного объекта инерциальной навигационной системы // Научный вестник МГТУ. 2014. № 3 (48). С. 39—49.
16. **ГЛОНАСС.** Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
17. **IGS Products.** URL: <http://igsb.jpl.nasa.gov/components/prods.html>

An Approach to Inertial Navigation System-Aided Global Navigation Satellite System Carrier-Phase Positioning

P. A. Gorev^{1, 2}, gorev.pv@yandex.ru, **V. G. Kostikov**^{1, 3}, kvg303@yandex.ru

¹National University of Science and Technology "Moscow Institute of Steel and Alloys", Moscow, 119991, Russian Federation,

²Research Institute of Precision Measurements, Moscow, 127490, Russian Federation,

³Main Design Department of Almaz-Antey Air-Defence Concern, Moscow, 125190, Russian Federation

*Corresponding author: Gorev Pavel A., Engineer, Postgraduate Student, National University of Science and Technology "Moscow Institute of Steel and Alloys", Moscow, 119991, Russian Federation
Research Institute of Precision Instruments, Moscow, 127490, Russian Federation, e-mail: morzhov@mail.ru*

Received on July 15, 2015

Accepted on July 24, 2015

Current systems of the carrier-phase-based positioning require the use of differential methods, employing simultaneous measurements on a base station. The main problem, which hinders the absolute phase measurements, is insufficient mutual synchronisation of the satellite and receiver clocks. This insufficient synchronisation results in unknown parameters which are difficult to determine using the stand-alone equipment: the integer cycles number N , the phase at the transmitter's antenna ϕ_s and the initial phase of the receiver's reference generator ϕ_r^{int} . The new method proposed in this paper allows estimation of the two latter parameters with the aid of information from an inertial system. The main idea of the proposed principle is that INS and carrier-phase measurements have different error structures. The paper shows that a residual between the INS and carrier-phase measurements under certain conditions has a periodic nature, and the corresponding error source — bias on a satellite antenna — can be tracked and eliminated. The second error is the phase bias in the internal receiver generator, which can be estimated by Kalman filter. The method proposed to resolve the integer ambiguity needs a dual-frequency reception. Although this approach theoretically allows an absolute positioning, it is still desirable to use any type of a wide-area differential correction, because certain influences of the error sources cannot be sufficiently eliminated to take advantage of the carrier-phase measurements over the code measurements. The system was simulated using the Matlab/Simulink software package.

Keywords: GNSS, GPS, GLONASS, aided navigation, carrier-phase positioning, INS, MEMS, Simulink, navigation, discriminator

For citation:

Gorev P. A., Kostikov V. G. An Approach to Inertial Navigation System-Aided Global Navigation Satellite System Carrier-Phase Positioning, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no 11, pp. 757—764.

DOI: 10.17587/mau/16.757-764

References

1. **Povaljaev A. A.** Sputnikovye radionavigacionnye sistemy: vremya, pokazaniya chasov, formirovanie izmerenij i opredelenie odnositel'nyh

- koordinat* (Radio navigation satellite systems: time, clock data, obtaining measurements and relative coordinates assessment), Moscow, *Radiotekhnika*, 2008, 328 p. (in Russian).
2. **Groves P. D.** Principles of GNSS, Inertial and Multisensor Integrated Navigation Systems, Boston, London, Artech House, 2008, 518 p.
3. **Dvorkin V. V., Karutin S. N., Gluhov P. V.** *Analiz sostojanija i perspektiv razvitiya tehnologii vysokotochnogo mestoopredelenija po signalam GNSS* (Analysis of Current Status and Perspectives of GNSS Precise Positioning Technology Development), *Radiotekhnika*, 2011, no. 3, pp. 4—13 (in Russian).

4. **Nagin I. A., Shatilov A. Ju.** Algoritм комплексирования NAP SRNS i avtomobil'nyh datchikov skorostej vrashheniya koles (GNSS/Wheel Speed Sensor Integration Algorithm), *Radiotekhnika*, 2012, no. 6, pp. 126—131 (in Russian).
5. **Shatilov A. Ju., Nagin I. A.** *Tesno svyazannyj algoritм kompleksirovaniya NAP SRNS i mnogocелеvoj INS* (A Tightly-Coupled GNSS/IMU Integration Algorithm for Multi-Purpose INS), *Radiotekhnika*, 2012, no. 6, pp. 118—126 (in Russian).
6. **Gao J.** Development of a Precise GPS/INS/On-Board Vehicle Sensors Integrated Vehicular Positioning System: PhD Thesis, University of Calgary, 2007, 218 p.
7. **Han S., Wang J.** Integrated GPS/INS navigation system with dual-rate Kalman Filter, *GPS Solutions*, 2012, no. 3 (16), pp. 389—404.
8. **Langel S. E.** et al. Tightly coupled GPS/INS integration for differential carrier phase navigation systems using decentralized estimation, *Indian Wells: Position Location and Navigation Symposium (PLANS)*, 2010, pp. 397—409.
9. **Hide C.** et al. Adaptive Kalman filtering algorithms for integrating GPS and low cost INS, *Indian Wells: Position Location and Navigation Symposium, PLANS 2004*, 2004, pp. 227—233.
10. **He X.** et al. Analysis of INS Aided Signal Acquisition Based on Navigation Satellites Software Receivers, *Zhangjiajie, Hunan: International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, ICMTMA '09*, 2009, pp. 277—280.
11. **Zhu L.** et al. Fast fine acquisition algorithm of GPS receiver aided by INS information, *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2011, no. 2 (22), pp. 300—305.
12. **Zhang Q.** et al. Research on GPS signal ambiguity resolution aided by INS, *Yantai: 3rd International Congress on Image and Signal Processing (CISP)*, 2010, vol. 9, pp. 4254—4257.
13. **Wang M., Gao Y.** An Investigation on GPS Receiver Initial Phase Bias and Its Determination, *San Diego: Proc. of the 2007 National Technical Meeting of The Institute of Navigation*, 2007, pp. 873—880.
14. **New Civil Signals**, National Coordination Office for Space-Based Positioning, Navigation, and Timing. Washington, D. C., available at: <http://www.gps.gov/svsystems/gps/modernization/civilsignals/>
15. **Gorev P. A.** Metod povysheniya tochnosti opredeleniya koordinat podvizhnogo ob'ekta inercial'noj navigacionnoj sistemy (Method of increasing the accuracy of determining the coordinates of a mobile object inertial navigation system), *Nauchnyj Vestnik MGGU*, 2014, no. 3 (48), pp. 39—49 (in Russian).
16. **Perov A. I., Harisov V. N. (Ed)** *GLONASS. Principy postroeniya i funkcionirovaniya* (GLONASS. Principles of architecture and functioning), Moscow, *Radiotekhnika*, 2010, 800 p. (in Russian).
17. **IGS Products**, available at: <http://igsceb.jpl.nasa.gov/components/prods.html>

УДК 531.383

DOI: 10.17587/mau.16.764-770

М. А. Барулина, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., marina@barulina.ru,
Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов

Математическое обеспечение конечно-элементного моделирования микромеханических датчиков инерциальной информации в рамках неклассической теории изгиба

Полностью разработано математическое обеспечение трехмерного конечно-элементного балочного элемента для численного моделирования микромеханических датчиков инерциальной информации и их узлов, включающее в себя матрицу масс, матрицу жесткости, матрицу Кориолиса, центробежную матрицу. Разработанное математическое обеспечение четко обосновано использованием для его вывода вариационных принципов механики и уравнений Лагранжа 2-го рода и полностью учитывает неклассическую теорию изгиба Тимошенко и влияние гироскопического эффекта.

Ключевые слова: микромеханический гироскоп, микромеханический акселерометр, конечно-элементное моделирование, теория Тимошенко, вибрации, матрица масс, матрица жесткости, матрица Кориолиса, центробежная матрица

Введение

Микромеханические датчики инерциальной информации (ММДИИ), гироскопы и акселерометры остаются одними из самых перспективных и востребованных датчиков [1—3]. Исследование ММДИИ, повышение их точности и эффективности остаются актуальными задачами, решение которых требует глубокого, с достаточной степенью обобщения, исследования особенностей взаимного влияния различных по своей природе физических процессов, учета влияния внешней среды функционирования этих датчиков и, в частности, таких важнейших факторов, оказывающих влияние на точность и эффективность приборов инерциальной информации, как вибрационные воздействия.

При численном моделировании ММДИИ следует учитывать их специфику. Так, принцип действия микромеханического гироскопа основан на

наличии подвижной части (чувствительного элемента), вибрации которого возбуждаются на резонансной частоте, и возникновении вследствие гироскопического эффекта при вращении основания датчика вторичных колебаний, являющихся мерой угловой скорости вращения основания датчика [2, 3]. При эксплуатации в реальных условиях ММДИИ могут испытывать вибрации с амплитудами до 10 g и с частотами до 2 кГц.

Одним из методов, которыми можно осуществлять моделирование ММДИИ, является метод конечных элементов (МКЭ) [4], который получил широкое распространение с развитием вычислительной техники. К достоинствам метода МКЭ можно отнести его универсальность и возможность применимости к решению самых разных классов задач. Одними из базовых типов для построения и исследования конечно-элементных моделей в задачах механики твердого тела, на основе которого про-

ектируются современные ММГ и ММА, являются балочный и/или стержневой элементы [4, 5]. Поэтому в настоящей работе особое внимание уделено именно этому типу элементов.

В работах [6, 7] показано, что для исследования динамических процессов в ММДИИ и их компонентах целесообразно использовать конечные элементы, реализующие уточненную теорию изгиба — теорию Тимошенко, которая описывает изгиб конечной балки ближе к реальному изгибу, чем классическая теория Эйлера—Бернулли.

Теория Тимошенко, в отличие от теории Эйлера—Бернулли, предполагает следующее [8, 9]:

- 1) поперечные сечения стержня, плоские и перпендикулярные оси стержня до деформации, во время изгиба остаются плоскими, но не обязательно перпендикулярными деформированной оси стержня;
- 2) продольные сечения при изгибе не оказывают влияния друг на друга;
- 3) учитывается инерция поперечного сечения стержня при изгибе.

Надо отметить, что вопросы применения теории Тимошенко для решения различных задач динамики привлекают внимание как зарубежных, так и российских ученых [10—12].

Хотя основные теоретические аспекты метода конечных элементов достаточно хорошо разработаны [4, 5, 13—15], тем не менее, существует потребность в совершенствовании математического аппарата для конечных элементов, которые могут использоваться для численного моделирования ММДИИ. Такие элементы должны учитывать теорию Тимошенко и гироскопический эффект. В настоящее время существует потребность в создании математического аппарата, описывающего такие конечные элементы.

Так, если аппроксимирующие функции и матрицы жесткости для трехмерных и двухмерных стержневых конечных элементов были ранее получены в работе [15], матрица масс, полностью соответствующая теории Тимошенко, была построена в статье [7], матричные уравнения для конечных элементов, учитывающих гироскопический эффект, в общем виде были получены в работе [14], то выражений для компонент матриц конечных элементов, учитывающих и теорию Тимошенко, и гироскопический эффект, до настоящего времени получено не было.

Целью настоящей работы является построение математического обеспечения трехмерного конечного элемента, полностью учитывающего теорию Тимошенко и гироскопический эффект, с помощью применения вариационных принципов механики и уравнений Лагранжа 2-го рода.

Под математическим обеспечением конечного элемента понимаются все описывающие его матрицы — матрица жесткости, матрица масс, матрицы, учитывающие влияние сил Кориолиса (матрица Кориолиса) и центробежных сил (центробежная матрица).

Уравнение движения трехмерного конечного элемента

Рассмотрим конечный элемент (КЭ) длины L (рис. 1). В данной работе рассматривается только элемент с постоянным прямоугольным поперечным сечением, хотя большинство выкладок может быть распространено на балки с произвольным постоянным поперечным сечением.

Определим два узла — в центре левого и правого торцов соответственно (рис. 1). Введем локальную систему координат (xyz) , начало которой поместим в первом узле. Ось x направим по оси балочного КЭ, оси y и z — по главным осям инерции поперечного сечения. Таким образом, в локальной системе координат координаты первого узла будут $(0, 0, 0)$, координаты второго узла — $(L, 0, 0)$. Также введем в рассмотрение инерциальную систему координат (XYZ) , в которой с угловой скоростью $\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ вращается КЭ.

Уравнение движения, учитывающее вращение КЭ, записанное в подвижной системе координат (xyz) без учета демпфирования, было приведено в работе [14] в общем матричном виде, без учета формы КЭ и аппроксимирующих функций, заданных для него, и имеет вид

$$M^{(e)}\ddot{q} + C^{(e)}\dot{q} + (K^{(e)} - S^{(e)})q = F^{(e)}, \quad (1)$$

где $M^{(e)}$ — матрица масс КЭ; $C^{(e)}$ — матрица Кориолиса, отражающая влияние гироскопических сил; $K^{(e)}$ — матрица жесткости; $S^{(e)}$ — центробежная матрица, выражающая влияние центробежных сил на динамику КЭ; q — вектор узловых перемещений КЭ, имеющий вид

$$q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6 \ q_7 \ q_8 \ q_9 \ q_{10} \ q_{11} \ q_{12}]^T, \quad (2)$$

где q_1, q_7 — продольное перемещение 1-го и 2-го узлов вдоль оси x ; q_2, q_8 и q_3, q_9 — поперечное перемещение узлов в направлении оси y и z соответственно; q_4, q_{10} — углы кручения вокруг оси x ; q_5, q_{11} и q_6, q_{12} — углы изгиба в плоскости (xz) и (xy) соответственно (рис. 1).

Отметим, что уравнение движения всей конечного-элементной модели имеет вид, аналогичный (1). Матрицы модели составляются по определенным правилам [4, 5, 13] из соответствующих матриц КЭ, составляющих ее.

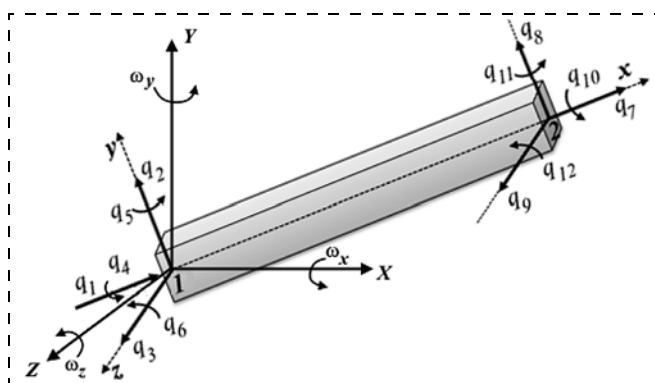


Рис. 1. Трехмерный элемент и узловые перемещения

Уравнения Лагранжа 2-го рода и матрицы КЭ

Рассматриваемый КЭ представляет собой консервативную механическую систему из деформируемого твердого тела, находящегося под воздействием внешней нагрузки, в том числе и гироскопических сил. Лангражиан $\mathcal{L}$ такой системы определяется следующей формулой [17]:

$$\mathcal{L} = T - \Pi,$$

где T и Π — кинетическая и потенциальная энергии соответственно.

Тогда, принимая узловые перемещения КЭ за обобщенные координаты и не учитывая демпфирование, уравнения Лагранжа 2-го рода можно записать в виде [18]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

где Q_i — обобщенные силы, $N = 12$ — число степеней свободы КЭ.

Известно [4], что потенциальную энергию Π системы без демпфирования можно представить в виде квадратичной формы по обобщенным координатам:

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \kappa_{i,j} q_i q_j. \quad (4)$$

Кинетическую энергию рассматриваемой механической системы также можно представить в виде разложения по обобщенным скоростям и координатам. Покажем это.

Кинетическую энергию балки во вращающейся системе координат можно записать в виде следующего интеграла по объему V балки [18]:

$$T = \frac{\rho}{2} \int_V [(\dot{U}_x^*)^2 + (\dot{U}_y^*)^2 + (\dot{U}_z^*)^2] dV, \quad (5)$$

где ρ — плотность; $\dot{U}^* = [\dot{U}_x^* \ \dot{U}_y^* \ \dot{U}_z^*]^T$ — производная по времени от перемещения $U = [U_x \ U_y \ U_z]^T$ произвольной точки балки, взятая во вращающейся системе координат (x, y, z) , которая определяется следующим соотношением [18]:

$$\dot{U}^* = \dot{U} + \omega \times U, \quad (6)$$

где $\dot{U}$ — так называемая относительная производная.

С учетом того что при учете теории Тимошенко компоненты вектора U представляются через перемещения центра поперечного сечения, углы его поворота записываются в виде [7]

$$\begin{aligned} U_x &= u_x(x, t) - \theta(x, t)y + \psi(x, t)z; \\ U_y &= u_y(x, t) - \phi(x, t)z; \\ U_z &= u_z(x, t) + \phi(x, t)y, \end{aligned} \quad (7)$$

где x, y, z — координаты точки в локальной системе координат (x, y, z) ; $u_x(x, t)$ определяет продольное перемещение центра сечения; $u_y(x, t)$, $u_z(x, t)$ — поперечные перемещения центра сечения в направлении осей y и z соответственно; $\phi(x, t)$ — угол кручения вокруг оси x ; $\psi(x, t)$, $\theta(x, t)$ — углы изгиба в

плоскости (x, z) и (x, y) соответственно. Далее для краткости обозначения $u_x, u_y, u_z, \phi, \psi, \theta$ как функций координаты x и времени t будет опущено.

В свою очередь, функции $u_x, u_y, u_z, \phi, \psi, \theta$ можно выразить через компоненты вектора узловых перемещений q следующим образом [7, 15, 16]:

$$\begin{aligned} u_x &= (1 - \xi)q_1 + \xi q_7; \quad \phi = (1 - \xi)q_4 + \xi q_{10}; \\ u_y &= -(\xi - 1)(\mu_z \xi - 2\mu_z \xi^2 + 1)q_2 + \\ &+ \frac{1}{2}[-\xi(\xi - 1)L(\mu_z - 2\mu_z \xi + 1)]q_6 - \xi(2\mu_z \xi^2 - 3\mu_z \xi + \\ &+ \mu_z - 1)q_8 + \frac{1}{2}[\xi(\xi - 1)L(2\mu_z \xi - \mu_z + 1)]q_{12}; \\ \theta &= 6\frac{1}{L}\xi(\xi - 1)\mu_z q_2 + (\xi - 1)(3\xi\mu_z - 1)q_6 - \\ &- 6\frac{1}{L}\xi(\xi - 1)\mu_z q_8 + \xi(3\mu_z \xi - 3\mu_z + 1)q_{12}; \\ u_z &= -(\xi - 1)(\mu_y \xi - 2\mu_y \xi^2 + 1)q_3 + \\ &+ \frac{1}{2}\xi(\xi - 1)L(\mu_y - 2\mu_y \xi + 1)q_5 - \xi(2\mu_y \xi^2 - 3\mu_y \xi + \\ &+ \mu_y - 1)q_9 - \frac{1}{2}[\xi(\xi - 1)L(2\mu_y \xi - \mu_y + 1)]q_{11}; \\ \psi &= -6\frac{1}{L}\xi(\xi - 1)\mu_y q_3 + (\xi - 1)(3\xi\mu_y - 1)q_5 + \\ &+ 6\frac{1}{L}\xi(\xi - 1)\mu_y q_9 + \xi(3\mu_y \xi - 3\mu_y + 1)q_{11}. \end{aligned} \quad (8)$$

В формулах (8) приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{L}; \quad \mu_z = \frac{1}{1 + Y_z}; \quad \mu_y = \frac{1}{1 + Y_y}; \\ Y_z &= \frac{12EI_z}{kAGL^2}; \quad Y_y = \frac{12EI_y}{kAGL^2}, \end{aligned}$$

где E — модуль Юнга; G — модуль сдвига; A — площадь поперечного сечения; k — коэффициент сдвига, вводимый в теории Тимошенко и учитывающий нелинейность распределения нормальных продольных и поперечных напряжений в сечении; I_z, I_y — осевые моменты инерции поперечного сечения; L — длина элемента.

Подставляя (6) в (5), получаем, что кинетическую энергию можно представить в виде трех слагаемых:

$$T = T^{(0)} + T^{(1)} + T^{(2)}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} T^{(0)} &= \frac{\rho}{2} \int_V [(\dot{U}_x)^2 + (\dot{U}_y)^2 + (\dot{U}_z)^2] dV; \\ T^{(1)} &= \rho \int_V [\dot{U}_x(\omega_y U_z - \omega_z U_y) + \\ &+ \dot{U}_y(\omega_z U_x - \omega_x U_z) + \dot{U}_z(\omega_x U_y - \omega_y U_x)] dV; \\ T^{(2)} &= \frac{\rho}{2} \int_V [(\omega_y U_z - \omega_z U_y)^2 + \\ &+ (\omega_z U_x - \omega_x U_z)^2 + (\omega_x U_y - \omega_y U_x)^2] dV. \end{aligned} \quad (10)$$

Из формул (10) следует физический смысл $T^{(0)}$, $T^{(1)}$, $T^{(2)}$. Так, $T^{(0)}$ определяет вклад в кинетическую энергию балки относительного движения; $T^{(1)}$, $T^{(2)}$ появляются вследствие учета вращения системы координат, связанной с балкой, в глобальной инерциальной системе координат: $T^{(1)}$ определяет влияние силы Кориолиса, $T^{(2)}$ — центробежной силы.

Выражения (7) можно привести, учитывая (8), к линейным комбинациям узловых перемещений. Подставляя соотношения (7) в формулы (10), учитывая (8) и интегрируя, получаем, что $T^{(0)}$, $T^{(1)}$, $T^{(2)}$ могут быть представлены в виде следующих разложений по обобщенным координатам и скоростям ($N = 12$ — число степеней свободы конечного элемента):

$$T^{(0)} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N m_{i,j} \dot{q}_i \dot{q}_j; \quad T^{(1)} = \sum_{i,j=1}^N \tilde{c}_{i,j} \dot{q}_i q_j; \quad T^{(2)} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N s_{i,j} q_i q_j. \quad (11)$$

Тогда, в соответствии с (4) и (9) и с учетом представлений (11), выражение для лагранжиана запишется в виде

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N m_{i,j} \dot{q}_i \dot{q}_j + \sum_{i,j=1}^N \tilde{c}_{i,j} \dot{q}_i q_j + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N s_{i,j} q_i q_j - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \kappa_{i,j} q_i q_j. \quad (12)$$

Подставляя полученное выражение (12) лагранжиана в уравнения Лагранжа 2-го рода (2), получим следующую систему уравнений:

$$\sum_{j=1}^N m_{i,j} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^N (\tilde{c}_{i,j} - \tilde{c}_{j,i}) \dot{q}_j + \sum_{j=1}^N (\kappa_{i,j} - s_{i,j}) q_j = Q_i, \quad i = \overline{1, N}. \quad (13)$$

Вычисление матриц конечного элемента

Записывая систему уравнений (13) в матричном виде и сравнивая с матричным уравнением движения КЭ (1), получаем, что компоненты матриц $M^{(e)}$, $C^{(e)}$, $K^{(e)}$, $S^{(e)}$ находятся приведением соответствующих выражений для кинетической и потенциальной энергий к разложению по узловым перемещениям и/или скоростям.

Для нахождения компонент матрицы масс $M^{(e)}$ нужно привести выражение для $T^{(0)}$ к соответствующей квадратичной форме (11) по обобщенным ускорениям. Для определения матрицы жесткости $K^{(e)}$ необходимо представить потенциальную энергию Π в виде (4). Компоненты центробежной матрицы $S^{(e)}$ будут равны коэффициентам разложения $T^{(2)}$ в квадратичную форму по обобщенным координатам. Чтобы определить компоненты матрицы Кориолиса $C^{(e)}$, необходимо привести вид $T^{(1)}$ к виду (11) и вычислить ее компоненты по формуле

$$c_{i,j} = \tilde{c}_{i,j} - \tilde{c}_{j,i},$$

где $c_{i,j}$ — компоненты матрицы Кориолиса, $\tilde{c}_{i,j}$ — коэффициенты в разложении $T^{(1)}$ по узловым координатам и скоростям.

Из образа формирования матриц $M^{(e)}$, $C^{(e)}$, $K^{(e)}$, $S^{(e)}$ вытекают некоторые их свойства. Так, матрицы $M^{(e)}$, $K^{(e)}$, $S^{(e)}$ будут симметричными; матрица $C^{(e)}$ — кососимметрической.

Матрицы масс $M^{(e)}$ и матрицы жесткости $K^{(e)}$, вычисленные по полученным формулам, совпадают с соответствующими матрицами, полученными ранее в работах [7, 15] с учетом теории Тимошенко.

Матрица Кориолиса будет иметь следующий вид:

$$C^{(e)} = \rho L A \begin{bmatrix} 0 & \hat{c}_{1,2} & -\hat{c}_{1,3} & 0 & \hat{c}_{1,5} & \hat{c}_{1,6} & 0 & \hat{c}_{1,8} & \hat{c}_{1,9} & 0 & \hat{c}_{1,11} & \hat{c}_{1,12} \\ -\hat{c}_{1,2} & 0 & -\hat{c}_{2,3} & \hat{c}_{2,4} & \hat{c}_{2,5} & 0 & \hat{c}_{2,7} & 0 & \hat{c}_{2,9} & \hat{c}_{2,10} & \hat{c}_{2,11} & 0 \\ -\hat{c}_{1,3} & -\hat{c}_{2,3} & 0 & \hat{c}_{3,4} & 0 & \hat{c}_{3,6} & \hat{c}_{3,7} & \hat{c}_{3,8} & 0 & \hat{c}_{3,10} & 0 & \hat{c}_{3,12} \\ 0 & -\hat{c}_{2,4} & -\hat{c}_{3,4} & 0 & \hat{c}_{4,5} & \hat{c}_{4,6} & 0 & \hat{c}_{4,8} & \hat{c}_{4,9} & 0 & \hat{c}_{4,11} & \hat{c}_{4,12} \\ -\hat{c}_{1,5} & -\hat{c}_{2,5} & 0 & -\hat{c}_{4,5} & 0 & \hat{c}_{5,6} & \hat{c}_{5,7} & \hat{c}_{5,8} & 0 & \hat{c}_{5,10} & 0 & \hat{c}_{5,12} \\ -\hat{c}_{1,6} & 0 & -\hat{c}_{3,6} & -\hat{c}_{4,6} & -\hat{c}_{5,6} & 0 & \hat{c}_{6,7} & 0 & \hat{c}_{6,9} & \hat{c}_{6,10} & \hat{c}_{6,11} & 0 \\ 0 & -\hat{c}_{2,7} & -\hat{c}_{3,7} & 0 & -\hat{c}_{5,7} & -\hat{c}_{6,7} & 0 & \hat{c}_{7,8} & \hat{c}_{7,9} & \hat{c}_{7,10} & \hat{c}_{7,11} & \hat{c}_{7,12} \\ -\hat{c}_{1,8} & 0 & -\hat{c}_{3,8} & -\hat{c}_{4,8} & -\hat{c}_{5,8} & 0 & -\hat{c}_{7,8} & 0 & \hat{c}_{8,9} & \hat{c}_{8,10} & \hat{c}_{8,11} & 0 \\ -\hat{c}_{1,9} & -\hat{c}_{2,9} & 0 & -\hat{c}_{4,9} & 0 & -\hat{c}_{6,9} & -\hat{c}_{7,9} & -\hat{c}_{8,9} & 0 & \hat{c}_{9,10} & 0 & \hat{c}_{9,12} \\ 0 & -\hat{c}_{2,10} & -\hat{c}_{3,10} & 0 & -\hat{c}_{5,10} & -\hat{c}_{6,10} & -\hat{c}_{7,10} & -\hat{c}_{8,10} & -\hat{c}_{9,10} & 0 & \hat{c}_{10,11} & \hat{c}_{10,12} \\ -\hat{c}_{1,11} & -\hat{c}_{2,11} & 0 & -\hat{c}_{4,11} & 0 & -\hat{c}_{6,11} & -\hat{c}_{7,11} & -\hat{c}_{8,11} & 0 & -\hat{c}_{10,11} & 0 & \hat{c}_{11,12} \\ -\hat{c}_{1,12} & 0 & -\hat{c}_{3,12} & -\hat{c}_{4,12} & -\hat{c}_{5,12} & 0 & -\hat{c}_{7,12} & 0 & -\hat{c}_{9,12} & -\hat{c}_{10,12} & -\hat{c}_{11,12} & 0 \end{bmatrix},$$

где компоненты определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}\hat{c}_{1,2} = \hat{c}_{7,8} &= -\frac{\omega_z(\mu_z + 20)}{30}; \quad \hat{c}_{1,3} = \hat{c}_{7,9} = -\frac{\omega_y(\mu_y + 20)}{30}; \\ \hat{c}_{1,5} &= -\hat{c}_{7,11} = -\frac{L\omega_y(\mu_y + 5)}{60}; \\ \hat{c}_{1,6} &= -\hat{c}_{7,12} = -\frac{L\omega_z(\mu_z + 5)}{60}; \\ \hat{c}_{1,8} = -\hat{c}_{2,7} &= \frac{\omega_z(\mu_z - 10)}{30}; \quad \hat{c}_{1,9} = -\hat{c}_{3,7} = -\frac{\omega_y(\mu_y - 10)}{30}; \\ \hat{c}_{1,11} &= \hat{c}_{5,7} = -\frac{L\omega_y(\mu_y - 5)}{60}; \\ \hat{c}_{1,12} &= \hat{c}_{6,7} = -\frac{L\omega_z(\mu_z - 5)}{60}; \\ \hat{c}_{2,3} = \hat{c}_{8,9} &= -\frac{\omega_x(7\mu_z + 7\mu_y + 2\mu_y\mu_z + 140)}{210}; \\ \hat{c}_{2,4} = \hat{c}_{2,10} = \hat{c}_{4,8} &= -\hat{c}_{8,10} = \frac{p_z^2\omega_y\mu_z}{L}; \\ \hat{c}_{3,4} = \hat{c}_{3,10} = \hat{c}_{4,9} &= -\hat{c}_{9,10} = \frac{p_y^2\omega_z\mu_y}{L}; \\ \hat{c}_{2,5} = -\hat{c}_{8,11} &= \frac{L\omega_x(7\mu_y + 2\mu_y\mu_z + 35)}{420}; \\ \hat{c}_{2,9} = -\hat{c}_{3,8} &= \frac{\omega_x(7\mu_y + 7\mu_z + 2\mu_y\mu_z - 70)}{210}; \\ \hat{c}_{2,11} = \hat{c}_{5,8} &= \frac{L\omega_x(7\mu_y + 2\mu_y\mu_z - 35)}{420}; \\ \hat{c}_{3,6} = -\hat{c}_{9,12} &= \frac{L\omega_x(7\mu_z + 2\mu_y\mu_z + 35)}{420}; \\ \hat{c}_{4,6} = \hat{c}_{10,12} &= -\frac{p_z^2\omega_y(3\mu_z - 4)}{6}; \\ \hat{c}_{4,11} = -\hat{c}_{5,10} &= \frac{p_y^2\omega_z(3\mu_y - 2)}{6}; \\ \hat{c}_{3,12} = \hat{c}_{6,9} &= \frac{L\omega_x(7\mu_z + 2\mu_y\mu_z - 35)}{420}; \\ \hat{c}_{4,5} = \hat{c}_{10,11} &= \frac{p_y^2\omega_z(3\mu_y - 4)}{6}; \\ \hat{c}_{4,12} = -\hat{c}_{6,10} &= -\frac{p_z^2\omega_y(3\mu_z - 2)}{6}; \\ \hat{c}_{5,6} = \hat{c}_{11,12} &= -\frac{L^2\omega_x(\mu_z\mu_y + 7)}{420}; \\ \hat{c}_{5,12} = -\hat{c}_{6,11} &= -\frac{L^2\omega_x(\mu_z\mu_y - 7)}{420};\end{aligned}$$

$p_y^2 = I_y/A$, $p_z^2 = I_z/A$ — квадраты радиусов инерции поперечного сечения.

Центробежная матрица и ее компоненты не приводятся вследствие ограниченного объема статьи.

Численные эксперименты

Для проверки разработанного математического обеспечения трехмерного КЭ был проведен численный расчет влияния гироскопического эффекта на простейшую модель вибрационного гироскопа. Разработанное математическое обеспечение алгоритмически было реализовано в программном модуле *TBElementlib* [19], с использованием которого был разработан специализированный программный комплекс. Полученные в процессе численного моделирования результаты сравнивались с результатами, полученными в широко известном универсальном комплексе ANSYS при конечно-элементном моделировании с помощью элементов, учитывающих теорию Тимошенко.

Рассмотрим простейший вибрационный гироскоп, моделью которого может служить консольная балка (рис. 2) постоянного квадратного сечения со следующими параметрами [3, 20]: плотность $\rho = 2228 \text{ кг/м}^3$, модуль Юнга $E = 190 \text{ ГПа}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,266$, длина $L = 164 \text{ мкм}$, высота и ширина $h = 1 \text{ мкм}$.

Первая собственная частота такой балки составит $54\,913 \text{ Гц}$ согласно расчетам, проведенным как с помощью разработанного математического и программного аппарата, так и в ANSYS.

К незакрепленному торцу балки приложена сила $P(t)$ в направлении оси y , изменяющаяся по синусоидальному закону с амплитудой $A_p = 80 \text{ нН}$ и частотой вынужденных колебаний, равной первой собственной частоте: $f_p = 54\,914 \text{ Гц}$. Предположим, что рассматриваемый гироскоп вращается с переменной угловой скоростью $\omega_x = 100 \text{ рад/с}$.

Демпфирование задавали путем ввода в уравнение (1) матрицы демпфирования, представляющей собой линейную комбинацию матрицы масс и матрицы жесткости.

Коэффициент сдвига при численных расчетах вычислялся по формуле [8]

$$k = \frac{3}{2} - \frac{3}{10(1+\nu)} - \frac{3\nu}{4(1+\nu)},$$

где ν — коэффициент Пуассона.

На рис. 3 приведены результаты моделирования с помощью разработанного в данной работе математического и программного обеспечения.

Моделирование проводили с шагом $2 \cdot 10^{-7} \text{ с}$, коэффициент при матрице жесткости при формировании матрицы демпфирования принимался равным $1 \cdot 10^{-6}$, так чтобы амплитуда первичных колебаний составляла примерно 20 мкм .

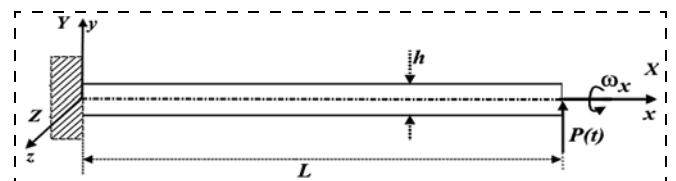


Рис. 2. Простейший вибрационный гироскоп

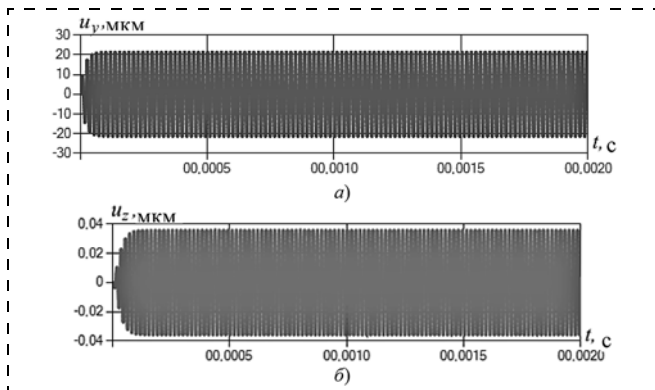


Рис. 3. Колебания по оси y первичных колебаний (а) и по оси вторичных колебаний (б) при наличии угловой скорости вращения $\omega_x = 100$ рад/с

На рис. 3, а показаны возникающие под действием вынуждающей силы $P(t)$ колебания в плоскости (xu). На рис. 3, б приведен график колебаний, возникающий в плоскости (zx) при наличии угловой скорости вращения $\omega_x = 100$ рад/с.

Максимальное значение прогиба u_y в плоскости (xu) составило 21,339 мкм, максимальное значение прогиба u_z в плоскости (xz) равно 0,0357 мкм.

Соответствующие значения, полученные при гармоническом анализе в ANSYS с аналогичными параметрами, равны 20,898 и 0,0339 мкм. Таким образом, отличие значений, полученных с помощью разработанного в данной работе математического и программного обеспечения, и значений, полученных в результате моделирования в ANSYS, составляет менее 5%. Подобное отличие можно объяснить неодинаковостью используемых элементов в ANSYS и в разработанном оригинальном программном обеспечении.

Надо отметить, что в результате гармонического анализа в ANSYS можно получить амплитудно-частотные характеристики, но нельзя рассчитать переходные процессы. Для построения графиков переходных процессов в ANSYS нужно использовать другой вид анализа (transient), расчет с помощью которого с шагом $2 \cdot 10^{-7}$ с занимает длительное время и ресурсы.

Закключение

В работе полностью разработано математическое обеспечение трехмерного КЭ, учитывающее как теорию Тимошенко, так и гироскопический эффект.

Использование при выводе матриц КЭ вариационных принципов механики — формализма Лагранжа и уравнений Лагранжа 2-го рода, обеспечивает прозрачность и обоснованность математических выводов.

Разработанное математическое обеспечение может быть использовано для создания специализированных программных комплексов, обеспечивающих, в отличие от универсальных программных комплексов с закрытым программным кодом типа

ANSYS, прозрачность реализации алгоритмов, полный контроль за ходом вычислений и существенно более низкую стоимость.

Таким образом, трехмерный КЭ на основе теории Тимошенко может быть использован для решения широкого круга задач статики и динамики, в том числе и при возникающем гироскопическом эффекте, например, в области разработки и исследования микромеханических датчиков инерциальной информации.

Список литературы

1. Пешехонов В. Г. Современное состояние и перспективы развития гироскопических систем // Гироскопия и навигация. 2011. № 1. С. 3—17.
2. Расопов В. Я. Микромеханические приборы. М.: Машиностроение, 2007. 400 с.
3. Джашигов В. Э., Панкратов В. М. Датчики, приборы и системы авиакосмического и морского приборостроения в условиях тепловых воздействий / Под общ. ред. акад. РАН В. Г. Пешехонова. С.-Петербург: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2005. 404 с.
4. Образцов И. Ф., Савельев Л. М., Хазанов Х. С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. М.: Высш. шк., 1985. 392 с.
5. Мяченков В. И., Мальцев В. П., Майборода В. П., Петров В. Б. Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов: Справочник / Под общ. Ред. В. И. Мяченкова. М.: Машиностроение, 1989. 520 с.
6. Барулина М. А. Частотные уравнения и собственные частоты элементов вибрационных микромеханических гироскопов на основе сдвиговой теории Тимошенко // Нано- и микросистемная техника. 2015. № 4. С. 21—31.
7. Барулина М. А. Построение матрицы масс трехмерного конечного элемента для моделирования динамики микромеханических датчиков инерциальной информации и их узлов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 5. С. 352—360.
8. Григлюк Э. И., Селезов И. Т. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек // Итоги науки и техники. Сер.: Мех. тверд. деформ. тел. М.: ВИНТИ, 1973. Т. 5. 272 с.
9. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985. 472 с.
10. Белишев М. И., Пестов А. Л. Прямая динамическая задача для балки Тимошенко // Записки научных семинаров ПОМИ. 2009. Т. 369. С. 16—47.
11. Тулкина А. Н. Определение частот и форм колебаний стержневой системы, содержащей нанообъект, на основе теории С. П. Тимошенко // Вестник СПбГУ (Серия 1). 2011. Вып. № 1. С. 144—154.
12. Metin O. Kaya Free vibration analysis of rotating Timoshenko beam by differential transform method // Aircraft Engineering and Aerospace Technology: An International Journal. 2006. Vol. 78 (3). P. 194—203.
13. Mircea Rades. Finite element analysis. Bucuresti: Printech, 2006. 274 p.
14. Kubba B. Use of the finite element method for the vibration analysis of rotation machinery. A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy. University of Nottingham, 1981.
15. Przemieniecki J. S. Theory of matrix structural analysis. Dover, 1985. 468 с.
16. Bazoune A., Knulief Y. A. Shape functions of three-dimensional Timoshenko beam element // Journal of Sound and Vibration. 2003. 259 (2). P. 473—480.
17. Бердичевский В. Л. Вариационные принципы механики сплошной среды. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1983. 448 с.
18. Лурье А. И. Аналитическая механика. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 824 с.
19. Барулина М. А. Свидетельство № 2015615559 от 20.05.2015 Федеральной службы по интеллектуальной собственности о государственной регистрации программ для ЭВМ: "Модуль для конечно-элементного моделирования на основе балочных элементов с учетом теории Тимошенко и гироскопических сил (TBElementlib)"
20. Джашигов В. Э., Панкратов В. М., Барулина М. А. Теоретические основы разработки и создания суперминиатюрного микромеханического multifunctional датчика инерциальной информации // Нано- и микросистемная техника. 2010. № 5 (118). С. 46—54.

Finite-Element Modeling of the Micromechanical Inertial Sensors Using Non-Classical Beam Theory

M. A. Barulina, marina@barulina.ru✉, Institute of Precision Mechanics and Control, RAS, Saratov, 410028, Russian Federation

Corresponding author: Barulina Marina A., Ph. D., Senior Researcher, Institute of Precision Mechanics and Control, RAS, Saratov, 410028, Russian Federation, e-mail: marina@barulina.ru

Received on June 22, 2015

Accepted on July 05, 2015

A complete mathematical support of the 3D finite beam element for modeling of the micromechanical inertial measurement sensors and their components has been developed. The mathematical support includes mass matrix, stiffness matrix, Coriolis matrix, and centrifugal matrix. The mathematical support takes full account of the gyroscopic effect and the theory of Timoshenko. Employing of the Variational principles of mechanics and Lagrange's equation makes the process of derivation of the mathematical support clear, accurate and well-founded. The developed software was verified by a numerical simulation of the influence of the gyroscopic effect on the dynamics of the simplest model of the vibrating gyro. The results obtained due to the numerical simulation by using the developed mathematical support were compared with the results obtained in ANSYS, well-known engineering simulation software. The difference between these results was less than 5 %. This difference can be explained by the dissimilarity of the elements used in ANSYS and in the developed software. This paper shows that the developed mathematical support can be used for development of special software, which ensures, in contrast to the universal proprietary closed-source software such as ANSYS, a transparent implementation of the algorithms, a complete control of the progress of computing and significantly lower cost. Thus, the developed mathematical support for the three-dimensional finite element based on the theory of Timoshenko can be used to solve a wide range of problems of statics and dynamics, including the gyroscopic effect, e.g. in the area of research and development of the microelectromechanical sensors of the inertial information.

Keywords: micromechanical gyroscope, micromechanical accelerometer, finite element modeling, Timoshenko theory, vibration, mass matrix, stiffness matrix, Coriolis matrix, centrifugal matrix

For citation:

Barulina M. A. Finite-element Modeling of the Micromechanical Inertial Sensors Using Non-classical Beam Theory, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 11, pp. 764–770.

DOI: 10.17587/mau.16.764-770

References

1. Peshehonov V. G. *Sovremennoe sostojanie i perspektivy razvitiya giroskopicheskikh sistem* (Gyroscopic Systems: Current Status and Prospects), *Giroskopija i Navigacija*, 2011, no. 1, pp. 3–17 (in Russian).
2. Raspopov V. Ja. *Mikromekhanicheskie pribory* (Micromechanical sensors), Moscow, Mashinostroenie, 2007, 400 p. (in Russian).
3. Dzhashitov V. Je., Pankratov V. M. *Datchiki, pribory i sistemy aviakosmicheskogo i morskogo priborostroenija v usloviyah teplovyh vozdeystvij* (Sensors, devices and systems for aerospace and marine engineering in the conditions of thermal influence), St. Petersburg, GNC RF CNII "Jelektropribor", 2005, 404 p. (in Russian).
4. Obrazcov I. F., Savel'ev L. M., Hazanov H. S. *Metod konechnykh jelementov v zadachah stroitel'noj mehaniki letatel'nykh apparatov* (The finite element method in problems of structural mechanics of aircraft), Moscow, Vysshaya shkola, 1985, 392 p. (in Russian).
5. Mjachenkov V. I., Mal'cev V. P., Majboroda V. P., Petrov V. B. *Raschety mashinostroitel'nykh konstrukcij metodom konechnykh jelementov*: Spravochnik, Moscow, Mashinostroenie, 1989, 520 p. (in Russian).
6. Barulina M. A. *Chastotnye uravnenija i sobstvennye chastoty jelementov vibracionnykh mikromekhanicheskikh giroskopov na osnove sdvigovoj teorii Timoshenko* (Frequency Equations and Self-Induced Vibrations of the Elements of the Vibratory Micromechanical Gyroscopes Based on Timoshenko Shift Theory), *Nano- i Mikrosistemnaja Tehnika*, 2015, no. 4, pp. 21–31 (in Russian).
7. Barulina M. A. *Postroenie matritsy mass trekhmernogo konechnogo elementa dlya modelirovaniya dinamiki mikromekhanicheskikh datchikov inertsial'noi informatsii i ikh uzlov* (Development of a Mass Matrix of the 3D Finite Element for Modeling of the Dynamics of Micromechanical Inertial Sensor Data and their Components), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 5, pp. 352–360 (in Russian).
8. Grigoljuk Je. I., Selezov I. T. *Neklassicheskie teorii kolebanij sterzhnej, platin i obolochek* (Non-classical theory of vibrations of rods, plates and shells), *Itogi Nauki i Tehniki. Ser.: Meh. tverd. deform. tel*, Moscow, VINITI, 1973, vol. 5, 272 p. (in Russian).
9. Timoshenko S. P., Yang D. Kh., Uiver U. *Kolebaniya v inzhenernom dele* (Fluctuations in engineering), Moscow, Mashinostroenie, 1985, 472 p.
10. Belishev M. I., Pestov A. L. *Pryamaya dinamicheskaya zadacha dlya balki Timoshenko* (Forward dynamical problems for the Timoshenko beam), *Zapiski Nauchnykh Seminarov POMI*, 2009, vol. 369, pp. 16–47.
11. Tulkina A. N. *Opreделение chastot i form kolebanij sterzhnevoy sistemy, soderzhashhey nanoob'ekt, na osnove teorii S. P. Timoshenko* (Determination of frequencies and modes of vibration of bar system containing nano-object, based on the theory of Timoshenko), *Vestnik SPbGU (Seriya 1)*, 2011, iss. 1, pp. 144–154.
12. Metin O. *Kaya Free vibration analysis of rotating Timoshenko beam by differential transform method*, *Aircraft Engineering and Aerospace Technology: An International Journal*, 2006, vol. 78 (3), pp. 194–203.
13. Mircea Rades. *Finite element analysis*, Bucuresti, Printech, 2006, 274 p.
14. Kubba B. *Use of the finite element method for the vibration analysis of rotation machinery. A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy*, University of Nottingham, 1981.
15. Przemieniecki J. S. *Theory of matrix structural analysis*, Dover, 1985, 468 p.
16. Bazoune A., Knulief Y. A. *Shape functions of three-dimensional Timoshenko beam element*, *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 259 (2), pp. 473–480.
17. Berdichevskij V. L. *Variacionnye principy mehaniki sploshnoj sredy* (Variational principles of continuum mechanics), Moscow, Nauka, Glavnaja redakcija fiziko-matematicheskoy literatury, 1983, 448 p. (in Russian).
18. Lur'e A. I. *Analiticheskaja mehanika* (Analytical mechanics), Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoy literatury, 1961, 824 p. (in Russian).
19. Barulina M. A. *Svidetel'stvo № 2015615559 ot 20.05.2015 Federal'noj sluzhbe po intellektual'noj sobstvennosti o gosudarstvennoj registracii programm dlja JeVM: "Modul" dlja konechno-jelementnogo modelirovaniya na osnove balochnykh jelementov s ucheto teorii Timoshenko i giroskopicheskikh sil (TBElementlib)* (in Russian).
20. Dzhashitov V. Je., Pankratov V. M., Barulina M. A. *Teoreticheskie osnovy razrabotki i sozdaniya superminiaturnogo mikromekhanicheskogo mnogofunkcional'nogo datchika inercial'noj informacii* (The Theoretical Bases of Development and Creation of the Superminiature Micro-mechanica/Multifunction Sensor of the Inertial Information), *Nano- i Mikrosistemnaja Tehnika*, 2010, no. 5 (118), pp. 46–54 (in Russian).

С. Г. Пушков, д-р техн. наук, гл. науч. сотр., nio9@lii.ru,
ОАО "Летно-исследовательский институт им. М. М. Громова",
О. Н. Корсун, д-р техн. наук, проф., marmotto@rambler.ru,
ФГУП "Государственный НИИ авиационных систем",
А. А. Яцко, ассистент кафедры, ur1098@yandex.ru,
МГТУ им. Баумана

Оценивание погрешностей определения индикаторной земной скорости в летных испытаниях авиационной техники с применением спутниковых навигационных систем¹

Рассмотрено решение задачи определения воздушной и индикаторной земной скоростей, используемое в технологии оценивания средств определения воздушных параметров (СВП) с применением спутниковых навигационных систем (СНС) при проведении испытаний воздушных судов (ВС) на неустановившихся режимах полета. Показаны основные источники погрешностей расчета скоростей, по результатам анализа получены оценки предельных значений погрешностей и сформулированы рекомендации по выполнению испытательных режимов.

Ключевые слова: самолет, приемники воздушных давлений, аэродинамические погрешности, летные испытания

Введение

В методологии летных испытаний авиационной техники значительное место занимают задачи определения действительных значений воздушных параметров. Методы их решения получили развитие с появлением и использованием в летных испытаниях спутниковых навигационных систем (СНС). В последние годы с применением СНС в ОАО "ЛИИ им. М. М. Громова" разработана и внедрена в практику испытаний воздушных судов технология оценивания бортовых средств определения воздушных параметров (СВП), позволившая существенно повысить качество результатов летных испытаний.

В настоящей работе рассмотрено одно из частных решений задачи определения воздушной и индикаторной земной скоростей, используемое в технологии оценивания СВП с применением СНС при проведении испытаний на неустановившихся режимах полета.

Основные положения технологии в целом уже были изложены в работах [2—4, 6—11]. Представляемые результаты анализа поясняют алгоритмы расчета погрешностей определения скоростей, раскрывают факторы, влияющие на погрешности, и обосновывают условия эффективности метода. Изложенные результаты представляются важными при построении методик испытаний воздушных судов (ВС) на неустановившихся режимах полета.

1. Метод определения действительных значений воздушных параметров на неустановившихся режимах полета с использованием данных зондирования параметров атмосферы на режиме "горизонтальной площадки" в начале испытательного режима

В общем случае при проведении летных испытаний с применением траекторных измерений решение задачи определения характеристик бортовых СВП летательного аппарата (ЛА) на неустановившихся режимах полета основывается на определении (зондировании) параметров атмосферы, последующем расчете действительных значений воздушных параметров в испытательных режимах полета с использованием результатов зондирования и определении оцениваемых характеристик по результатам обработки серии подобных режимов.

При традиционном зондировании атмосферы с применением шаров-зондов, шаров-пилотов, самолета-зондирующего и т. д. основные сложности обусловлены пространственно-временными рассогласованиями между зондирующими и собственно испытательными режимами, которые вследствие изменчивости атмосферы снижают точность оценок главным образом ветровых характеристик.

При разработке технологии с применением СНС была поставлена задача максимального сокращения пространственно-временного интервала между зондированием параметров атмосферы и испытательным режимом полета. В результате проведенных исследований было получено решение, в ко-

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 12-08-00682.

тором граничные условия состояния атмосферы, включая вектор скорости ветра, определяются на режиме короткой "горизонтальной площадки" (ГП) без скольжения, выполняемой в начале испытательного режима. Отметим, что возможен другой подход [5], состоящий в оценивании скорости ветра на испытательном режиме методами идентификации, но он накладывает более жесткие требования на вид маневра вследствие необходимости выполнения условий идентифицируемости.

Полученные граничные условия состояния атмосферы, текущие значения траекторных параметров и параметров углового положения ЛА в пространстве обеспечивают полноту данных для определения действительных значений барометрической высоты, скорости, числа Маха, углов атаки и скольжения при выполнении испытательного режима.

В данной статье мы ограничимся вопросами определения воздушной и индикаторной земной скоростей как наиболее важных параметров для пилотирования ВС.

2. Погрешности метода определения действительных значений воздушной и индикаторной земной скоростей

Важным условием результативности рассматриваемого метода является проведение испытаний на неустановившихся режимах после испытаний на режимах горизонтального установившегося полета, в которых в полной мере определены и оценены систематические погрешности бортовых СВП в условиях зондирования.

Исключение систематических погрешностей бортовых измерений воздушных параметров позволяет минимизировать погрешности определения статического давления и температуры атмосферы, а также скорости ветра на высоте выполнения зондирующего режима. Алгоритмы расчета вектора скорости ветра в данном случае определяются следующими соотношениями:

- для числа M и воздушной скорости V [1]:

$$M = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[\left(\frac{P_{H0}}{P_H} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}, \quad V = M \sqrt{kRT}; \quad (1)$$

- для проекций скорости ветра U_N , U_E в горизонтальной плоскости:

$$\begin{aligned} U_N &= W_N - V_T \cos \psi; \\ U_E &= W_E - V_T \sin \psi; \end{aligned} \quad (2)$$

где $V_T = \sqrt{V^2 - W_y^2}$.

В выражениях (1), (2): P_{H0} , P_H , T — полное давление набегающего потока, статическое давление и температура, которые рассчитываются по соответствующим бортовым измерениям с учетом систематических погрешностей восприятия и измерения в

условиях выполняемого режима зондирования на высоте $h_{\text{зонд}}$; k — показатель адиабаты; R — удельная газовая постоянная; W_N , W_E и W_y — проекции путевой скорости и вертикальная скорость по данным измерений СНС; ψ — курсовой угол.

Необходимо отметить, что в выражениях (2) предполагается, что угол вектора воздушной скорости в горизонтальной плоскости совпадает с курсовым углом ψ (полет без скольжения). Также не рассматривается определение вертикальной составляющей скорости ветра, поскольку ее значение в рассматриваемой задаче определения индикаторной земной скорости пренебрежимо мало. Полные решения для вектора скорости ветра были приведены в работах [5–7].

Если ветровые характеристики атмосферы (U_N , U_E) в области полета ЛА известны, воздушная скорость V в любой момент движения определяется соотношением

$$V = \sqrt{(W_N - U_N)^2 + (W_E - U_E)^2 + W_y^2}. \quad (3)$$

Здесь W_N , W_E и W_y — текущие значения проекций путевой скорости и вертикальная скорость в испытательном режиме по данным измерений СНС.

При известном значении воздушной скорости V индикаторная V_i и индикаторная земная V_{i3} скорости в испытательном режиме определяются на основании следующих соотношений:

$$\begin{aligned} V_i &= a_0 \sqrt{\frac{2}{k-1} \left(\frac{P_H}{P_0} \right) \left[\left(\frac{P_{\text{дин}}}{P_H} + 1 \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}; \\ V_{i3} &= a_0 \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[\left(\frac{P_{\text{дин}}}{P_0} + 1 \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $P_{\text{дин}} = P_{H0} - P_H$ — динамическое давление; P_0 , a_0 — атмосферное давление и скорость звука на нулевой высоте.

Действительное значение статического давления P_H рассчитывается по граничным условиям: температуре $T_{\text{зонд}}$, давлению $P_{H\text{зонд}}$, геометрической высоте $h_{\text{зонд}}$ в зондирующем режиме полета и текущей геометрической высоте полета h с использованием уравнений статики атмосферы и состояния идеального газа.

Температура T рассчитывается по значению $T_{\text{зонд}}$ в зондирующем режиме на высоте $h_{\text{зонд}}$ и текущему значению h с использованием градиентов изменения температуры в зависимости от высоты в условиях стандартной атмосферы.

Расчет действительного значения полного давления P_{H0} проводится по действительным значениям статического давления P_H , воздушной скорости V и температуре воздуха T в соответствии с выражениями (1).

Индикаторная скорость может быть также получена на основании следующего выражения [1]:

$$V_i = V \sqrt{\frac{T_0 P_H}{T_H P_0}}, \quad (5)$$

где T_0 , P_0 — значения температуры и давления на уровне моря в условиях стандартной атмосферы; $T_H = T$, P_H — значения температуры и давления на высоте полета самолета.

Воспользуемся выражением (5) для оценки погрешности определения индикаторной скорости ΔV_i . На основании (5) для ΔV_i будем иметь:

$$\Delta V_i = \sqrt{\frac{T_0 P_H}{T_H P_0} [(\Delta W)^2 + (\Delta U)^2]} + \frac{1}{4} \left[\left(\frac{\Delta P_H}{P_H} \right)^2 + \left(\frac{\Delta T_H}{T_H} \right)^2 \right] V_i^2. \quad (6)$$

На рассматриваемых режимах обычно выполняется условие $V_y/V < 0,1$, что позволяет пренебречь составляющей погрешности, обусловленной измерениями вертикальной скорости движения V_y .

Для простоты представления ΔV_i принято:

- $\Delta W = \Delta W_N = \Delta W_E$ — погрешность определения проекций путевой скорости;
- $\Delta U = \Delta U_N = \Delta U_E$ — погрешность определения проекций скорости ветра.

3. Количественные оценки предельных значений погрешностей и формирование рекомендаций по выполнению испытательных режимов

Найдем оценки предельных значений составляющих погрешности в формуле (6). Если в рамках технологии на предыдущем этапе испытаний в условиях горизонтального установившегося полета в полной мере определены систематические погрешности измерения параметров бортовыми системами, то остаточные значения погрешностей в режиме зондирования при использовании цифровых систем воздушных данных (типа СВС-85, СВС-96 или зарубежных аналогов) с учетом коррекции систематических погрешностей, как правило, могут быть оце-

нены следующим образом: $\frac{\Delta P_H}{P_H} \leq 0,001$, $\frac{\Delta T_H}{T_H} \leq 0,003$.

При таких погрешностях измерений P_H , T_H вторая составляющая погрешности определения индикаторной скорости в выражении (6) будет одного порядка малости с погрешностью измерения проекций путевой скорости СНС ($\Delta W = 0,1 \dots 0,2$ м/с), т. е. менее 1 км/ч. В случае небольшой продолжительности испытательного режима, выполняемого сразу после зондирующего, дополнительные погрешности определения текущих значений температуры и давления в испытательном режиме также будут незначительными.

Наиболее весомой в выражении (6) может быть составляющая, обусловленная погрешностью измерения скорости ветра. В связи с этим проведем более

подробный анализ влияния погрешности измерения составляющих скорости ветра на измерение воздушной скорости в испытательном режиме полета.

Пусть проекции скорости ветра определены с погрешностью ΔU_N , ΔU_E . Тогда исходя из соотношений (2), (3) при малых в сравнении с V значениях ΔU_N , ΔU_E , W_y , используя разложение в ряд Тейлора, получим следующее выражение для погрешности определения воздушной скорости в испытательном режиме, обусловленной погрешностями измерения проекций скорости ветра:

$$\Delta V = -(\Delta U_N \cos \psi + \Delta U_E \sin \psi) \times \left(1 - \frac{W_y^2}{V^2} \right) + \frac{(\Delta U_N)^2 - (\Delta U_E)^2}{2V}, \quad (7)$$

где V и ψ — текущие значения модуля и угла направления воздушной скорости в горизонтальной плоскости при выполнении испытательного режима (при движении без скольжения ψ соответствует курсовому углу); V_Γ — горизонтальная составляющая воздушной скорости.

Из последнего выражения следует, что если мы каким-то независимым методом определили проекции скорости ветра U_N , U_E , то погрешность последующего расчета воздушной скорости на основании выражения (3) в первом приближении будет прямо пропорционально зависеть от значений погрешностей ΔU_N , ΔU_E .

Заметим, что при условиях неизменности вектора скорости ветра и направления воздушной скорости ψ погрешность ΔV , вызванная погрешностями определения составляющих скорости ветра, в линейном приближении будет постоянной величиной на всем протяжении испытательного режима.

Соотношение между погрешностями ΔV и ΔU_N , ΔU_E может кардинально измениться, если мы при расчете воздушной скорости будем использовать результаты определения проекций скорости ветра по данным зондирующего режима в начале испытательного режима исходя из выражений (1)–(3).

Положим, на стационарном участке горизонтального полета без скольжения (зондирующий режим) перед испытательным режимом определен курсовой угол ψ_1 , воздушная скорость V_1 , проекции путевой скорости W_{N1} , W_{E1} с соответствующими погрешностями $\Delta \psi$, ΔV_1 , ΔW_{N1} , ΔW_{E1} .

Тогда, пренебрегая погрешностью измерения проекций путевой скорости, на основании (2) можно получить оценку для погрешности определения проекций скорости ветра:

$$\Delta U_x = \sqrt{\cos^2 \psi_1 (\Delta V_1)^2 + V_1^2 \sin^2 \psi_1 (\Delta \psi)^2},$$

$$\Delta U_z = \sqrt{\sin^2 \psi_1 (\Delta V_1)^2 + V_1^2 \cos^2 \psi_1 (\Delta \psi)^2}. \quad (8)$$

При $V_1 = 300$ км/ч, $\Delta V_1 \leq 2$ км/ч, $\Delta \psi \leq 0,4^\circ$ выражения (8) дают следующие значения погреш-

ностей определения проекций скорости ветра: $\Delta U_x \leq 3$ км/ч, $\Delta U_z \leq 3$ км/ч. Заданное здесь условие $\Delta\psi \leq 0,4^\circ$ определяется значениями предельных инструментальных погрешностей измерения курсового угла современными инерциальными системами.

Показанные значения погрешности определения проекций скорости ветра выше, чем дает метод расчета по данным проходов противоположными курсами [2] при идеальном выполнении режимов и постоянстве ветровых характеристик. Следует также отметить, что погрешность определения проекций скорости ветра из соотношений (2) может быть еще больше, если не исключить возможное расхождение между курсовым углом и фактическим направлением воздушной скорости в зондирующем полете без скольжения за счет неидеальной симметрии ЛА.

В общем случае составляющая погрешности за счет неидеальной симметрии ЛА может иметь значение при определении проекций скорости ветра из соотношений (2) и подлежит определению, оценке при испытаниях ЛА на режимах ГП противоположными курсами [2]. Однако даже при достаточно большом значении погрешности $\Delta\psi$ и, соответственно, грубом определении проекций скорости ветра в зондирующем режиме мы будем иметь сравнительно небольшую погрешность расчета воздушной скорости в испытательном режиме, если разница углов направления воздушной скорости в испытательном и зондирующем режимах будет небольшой. Это объясняется тем, что при небольшом изменении направления воздушной скорости в испытательном режиме приращение модуля воздушной скорости в первом приближении равно модулю изменения вектора путевой скорости. Таким образом, в данном случае при малых погрешностях измерения начальной скорости полета (в зондирующем режиме) и проекций путевой скорости погрешность расчета воздушной скорости в испытательном режиме будет также малой величиной.

В самом деле, при расчете воздушной скорости V в испытательном режиме из соотношения (3) и значений погрешностей ΔV_1 , $\Delta\psi$ в зондирующем режиме на основании (7) мы можем получить следующую оценку:

$$\Delta V \approx \Delta V_1 \cos(\psi - \psi_1) + V_1 \Delta\psi \sin(\psi - \psi_1) + \frac{(V_1 \Delta\psi)^2 + (\Delta V_1)^2}{2V}. \quad (9)$$

Здесь, как и в формуле (7), V и ψ — текущие значения модуля и угла направления воздушной скорости в испытательном режиме. В выражении (9) мы также пренебрегаем погрешностями измерений проекций путевой скорости и составляющей погрешности, обусловленной наличием вертикальной скорости.

Из выражения (9) следует, что составляющая погрешности, обусловленная погрешностью измерения курсового угла, будет минимальной в случае

выполнения испытательного режима без изменения направления воздушной скорости по отношению к зондирующему режиму полета. В общем случае движения вторая составляющая в соотношении (9) может быть заметной. Например, на режиме выража при $\psi - \psi_1 = \pi/2$, $V = 300$ км/ч значение погрешности ΔV за счет погрешности измерения курсового угла при $\Delta\psi = 0,4^\circ$ составит $\Delta V \approx 2$ км/ч.

При расчетах воздушной скорости в случае испытаний ЛА на больших углах атаки в типовых режимах торможения с выводом самолета на большие углы атаки изменение курсового угла и направления воздушной скорости (в плоскости горизонта), как правило, не превышает $0,1$ рад. На основании оценки (9) при погрешности измерения курсового угла $\Delta\psi \leq 0,01$ рад соответствующая составляющая погрешности измерения воздушной скорости не будет превышать $0,001 V_1$. Суммарная погрешность ΔV в данном случае с точностью до величины следующего порядка малости будет равна погрешности определения воздушной скорости в зондирующем режиме полета.

В соответствии с оценкой (9) на режиме торможения с выходом на большие углы атаки даже при достаточно большой погрешности $\Delta\psi = 0,03$ рад ($\approx 1,8^\circ$) при $V_1 = 300$ км/ч и $\psi - \psi_1 = 0,1$ рад погрешность вычисления скорости в испытательном режиме за счет погрешности $\Delta\psi$ составит не более 1 км/ч, в то время как погрешность вычисления проекций скорости ветра в зондирующем режиме при заданных условиях будет доходить до 9 км/ч.

Из представленных оценок следует, что при рассмотрении испытательных режимов с небольшим изменением направления воздушной скорости погрешности расчета воздушной, индикаторной и индикаторной земной скоростей рассматриваемым методом будут главным образом определяться погрешностью определения начальной скорости в зондирующем режиме. Значение же этой погрешности с применением отработанной технологии испытаний на режимах горизонтально-го установившегося полета, как правило, не превышает 2 км/ч.

Таким образом, в задаче определения индикаторной земной скорости минимальные погрешности метода будут обеспечены при условии исключения инструментальных и аэродинамических погрешностей измерения давлений в зондирующем режиме, а также выполнения испытательного режима с небольшим изменением направления воздушной скорости.

Другим важным фактором является точность выполнения гипотезы о постоянстве вектора скорости ветра в пространственно-временном интервале выполнения зондирующего и испытательного режимов. Ясно, что гипотеза будет выполняться с большей вероятностью для коротких по времени испытательных режимов с небольшими изменениями высоты полета.

Результаты экспериментальных исследований и испытаний подтверждают максимальную результативность метода в случае рассмотрения таких режимов, как "торможение", "дача рулем высоты", "скольжение". Указанные режимы отвечают вышеизложенным требованиям и рассматриваются в качестве основных при построении методики испытаний на неустановившихся режимах полета.

Заключение

1. По результатам анализа расчетных соотношений метода определения действительных значений воздушной и индикаторной земной скоростей предложены аналитические выражения для основных составляющих погрешностей.

2. На основе полученных выражений для погрешностей получены количественные оценки предельных значений основных составляющих погрешностей определения воздушной и индикаторной земной скоростей и сформированы рекомендации по выполнению в полете испытательных режимов, обеспечивающие минимизацию указанных погрешностей.

Список литературы

1. **Ведров В. С., Тайц М. А.** Летные испытания самолетов. М.: Оборонгиз, 1951. С. 64—106.
2. **Пушков С. Г., Харин Е. Г., Кожурин В. Р., Захаров В. Г.** Технология определения аэродинамических погрешностей ПВД и воздушных параметров в летных испытаниях ЛА с использованием спутниковых средств траекторных измерений // Проблемы безопасности полетов. 2006. № 7. С. 8—26.
3. **Пушков С. Г., Харин Е. Г., Кожурин В. Р., Ловицкий Л. Л.** Эталонное измерение воздушных параметров с использованием спутниковых средств траекторных измерений в летных испытаниях воздушных судов // Авиакосмическое приборостроение. 2010. № 4. С. 5—9.
4. **Пушков С. Г., Харин Е. Г., Ловицкий Л. Л.** Технология определения воздушных параметров на больших углах атаки // Полет. 2010. № 6. С. 30—36.

5. **Корсун О. Н., Поплавский Б. К.** Оценивания систематических погрешностей бортовых измерений углов атаки и скольжения на основе интеграции данных спутниковой навигационной системы и идентификации скорости ветра // Теория и системы управления. 2011. № 1. С. 130—143.

6. **Пушков С. Г., Ловицкий Л. Л., Корсун О. Н.** Методы определения скорости ветра при проведении летных испытаний авиационной техники с применением спутниковых навигационных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 9. С. 65—70.

7. **Пушков С. Г., Ловицкий Л. Л., Малахова И. В., Харин Е. Г., Кожурин В. Р., Горшкова О. Ю.** Патент на изобретение № 2396569 "Способ определения воздушных параметров в летных испытаниях летательного аппарата на больших углах атаки". Заявка № 2009122583/28 (031178) от 15.06.2009 г.

8. **Пушков С. Г., Ловицкий Л. Л., Малахова И. В., Харин Е. Г.** Патент на полезную модель № 99181 "Система определения характеристик бортовых средств измерения воздушных параметров и летно-технических характеристик летательного аппарата при проведении летных испытаний". 2010 г.

9. **Пушков С. Г., Горшкова О. Ю., Корсун О. Н.** Математические модели погрешностей бортовых измерений скорости и угла атаки на режимах посадки самолета // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 8. С. 66—70.

10. **Корсун О. Н.** Принципы параметрической идентификации математических моделей самолетов по данным летных испытаний // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 6. С. 2—7.

11. **Корсун О. Н., Лысюк О. П., Зиновьев А. В.** Оценивание погрешностей измерения скорости спутниковой навигационной системы движения летательных аппаратов с использованием информационной избыточности // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2008. Т. 6. № 11. С. 77—82.

12. **SAE ARP920 Revision A**, Design and installation of Pitot-static systems for transport aircraft. USA, SAE, 1996, 48 p.

13. **FAA AC № 25-7A** Flight test guide for certification of transport category airplanes. USA, FAA, 1998, 459 p.

14. **AC-21-40(0)**, Measurement of airspeed in light aircraft — certification requirements. Australia, Civil Aviation Safety Authority. 2005, 24 p.

15. **Wagner J. F., Wieneke T.** Integrating satellite and inertial navigation conventional and new fusion approaches // Control Engineering Practice. 2003. Vol. 11, Is. 5. P. 483—598.

16. **Chowdhary G., Jategaonkar R.** Aerodynamic parameter estimation from flight data applying extended and unscented Kalman filter // Aerospace Science and Technology. 2010. Vol. 14. P. 106—117.

Estimation of Errors in Determination of the Ground Speed in the Aircraft Flight Tests with the Use of the Satellite Navigation Systems

S. G. Pushkov, nio9@lii.ru, Gromov Flight Research Institute, Zhukovsky, 140180, Russian Federation,
O. N. Korsun, marmotto@rambler.ru, State Scientific Research Institute of Aviation Systems,
Moscow, 125319, Russian Federation,
A. A. Yatsko, up1098@yandex.ru, Bauman Moscow State Technical University Moscow,
105005, Russian Federation

Corresponding author: Korsun Oleg N., D. Sc., Professor, Head of Laboratory of Identification and Human-machine Interfaces, State Scientific Research Institute of Aviation Systems, Moscow, 125319, Russian Federation, E-mail: marmotto@rambler.ru

The article presents a solution to the problem of determination of the air and ground velocities used in the technology of assessment of the air parameters' determination tools with the use of the satellite navigation systems when testing aircraft in unsteady flight conditions. The main factors of the speed calculation errors are presented; a metrological estimation of the suggested solution is calculated on the basis of the results of the analysis. In the flight testing methodology in aeronautics the questions of determination of the conventional true values of the air parameters play a significant role. The solutions to these questions evolved with the emergence of the satellite navigation systems and their usage in the flight tests. In recent years, with the use of the satellite navigation systems in Gromov Flight Research Institute the technology for assessment of the onboard air parameters' determination tools was developed and introduced into practice of the aircraft testing, which significantly improved the quality of the results of the flight tests. The article provides one particular solution to the problem of determination of the air and ground velocities used in the technology of assessment of the air parameters' determination tools with the use of the satellite navigation systems for testing aircraft in unsteady flight conditions. The main theses of the technology in general have already been presented in [2–4, 6–11]. The effectiveness of the suggested method was more than once demonstrated in the tests of the aircraft at high angles of attack. The presented results of the analysis explain the calculation algorithms and the factors of accuracy of the velocity determination, and justify the conditions of the method's efficiency. The results of the metrological assessment of the solution are important for development of the principles for assessment of the aircraft tests in unsteady flight conditions.

Keywords: aircraft, air pressure receivers, aerodynamic errors, flight tests.

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 12-08-00682.

For citation:

Pushkov S. G., Korsun O. N., Yatsko A. A. Estimation of Errors in Determination of the Ground Speed in the Aircraft Flight Tests with the Use of the Satellite Navigation Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no 10, pp. 771–776.

DOI: 10.17587/mau/16.771-776

References

1. Vedrov V. S., Tajc M. A. *Ljotnye ispytaniya samoljotov* (Flight Tests of Aircrafts), Moscow, Oborongiz, 1951, pp. 64–106 (in Russian).
2. Pushkov S. G., Harin E. G., Kozhurin V. R., Zaharov V. G. *Tekhnologiya opredeleniya aerodinamicheskikh pogreshnostei PVD i vozdušnykh parametrov v letnykh ispytaniyakh LA s ispol'zovaniem sputnikovyykh sredstv traektornykh izmerenii* (Flight Test Technology for Estimating Pitot Systems Aerodynamic Errors Using Satellite Navigation System Measurements), *Problemy Bezopasnosti Poletov*, 2006, no. 7, pp. 8–26 (in Russian).
3. Pushkov S. G., Harin E. G., Kozhurin V. R., Lovickij L. L. *Etalonnoe izmerenie vozdušnykh parametrov s ispol'zovaniem sputnikovyykh sredstv traektornykh izmerenii v letnykh ispytaniyakh vozdušnykh sudov* (Precise Measurements of Aircraft Air Parameters in Flight Tests Using Satellite Navigation System Measurements) *Aviakosmicheskoe Priborostroyeniye*, 2010, no. 4, pp. 5–9 (in Russian).
4. Pushkov S. G., Harin E. G., Lovickij L. L. *Tekhnologiya opredeleniya vozdušnykh parametrov na bol'shikh uglakh ataki* (Technology for Estimating Aircraft Air Parameters at High Angles of Attack), *Polet*, 2010, no. 6, pp. 30–36 (in Russian).
5. Korsun O. N., Poplavskii B. K. Estimation of Systematic Errors of Onboard Measurement of Angle of Attack and Sliding Angle Based on Integration of Data of Satellite Navigation System and Identification of Wind Velocity, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2011, vol. 50, no. 1, pp. 130–143.
6. Pushkov S. G., Lovickij L. L., Korsun O. N. *Metody opredeleniya skorosti vetra pri provedenii ljotnykh ispytaniy aviacionnoy tekhniki s primeneniem sputnikovyykh navigacionnykh sistem* (Wind Speed Determination Methods in Flight Tests Using Satellite Navigation System), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 9, pp. 65–70 (in Russian).
7. Pushkov S. G., Lovickij L. L., Malahova I. V., Harin E. G., Kozhurin V. R., Gorshkova O. Ju. Patent RU 2396569, 15.06.2009. (in Russian).
8. Pushkov S. G., Lovickij L. L., Malahova I. V., Harin E. G. Patent RU 99181, 2010. (in Russian).
9. Pushkov S. G., Gorshkova O. Ju., Korsun O. N. *Matematicheskie modeli pogreshnostei bortovykh izmerenii skorosti i ugla ataki na rezhimakh posadki samoleta* (Mathematical Models of Errors of On-board Measurements of Speed and Angle of Attack on Plane Landing Modes), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 8, pp. 66–70 (in Russian).
10. Korsun O. N. *Printsiipy parametricheskoi identifikatsii matematicheskikh modelei samoletov po dannym letnykh ispytaniy* (Principles for Aircraft Parameter Identification Using Flight Tests Data), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2008, no. 6, pp. 2–7 (in Russian).
11. Korsun O. N., Lysjuk O. P., Zinov'ev A. V. *Otsenivaniye pogreshnostei izmereniya skorosti sputnikovoi navigatsionnoi sistemy dvizheniya letatel'nykh apparatov s ispol'zovaniem informatsionnoi izbytochnosti* (Estimation of Satellite Navigation System Velocity Measurements Errors Using Integration of Information), *Informacionno-Izmeritel'nye i Upravljajushhie Sistemy*, 2008, vol. 6, no. 11, pp. 77–82 (in Russian).
12. SAE ARP920 Revision A, Design and installation of Pitot-static systems for transport aircraft, USA, SAE, 1996, 48 p.
13. FAA AC № 25-7A Flight test guide for certification of transport category airplanes, USA, FAA, 1998, 459 p.
14. AC-21-40(0), Measurement of airspeed in light aircraft — certification requirements, Australia, Civil Aviation Safety Authority, 2005, 24 p.
15. Wagner J. F., Wieneke T. Integrating satellite and inertial navigation conventional and new fusion approaches, *Control Engineering Practice*, 2003, vol. 11, is. 5, pp. 483–598.
16. Chowdhary G., Jategaonkar R. Aerodynamic parameter estimation from flight data applying extended and unscented Kalman filter, *Aerospace Science and Technology*, 2010, vol. 14, pp. 106–117.

А. Н. Жирабок, д-р техн. наук, проф.,
Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток,
А. С. Якшин, инженер,
ООО Эрланг Северо-Запад, г. Санкт-Петербург

Решение задачи диагностирования датчиков системы управления необитаемым подводным аппаратом*

Рассматривается задача диагностирования дефектов датчиков системы управления необитаемого подводного аппарата. Особенность задачи состоит в задании рассматриваемой системы управления структурной схемой, содержащей передаточные функции и статические нелинейности.

Ключевые слова: нелинейные системы, структурные схемы, передаточные функции, статические нелинейности, диагностирование, наблюдатели состояния, необитаемые подводные аппараты, датчики системы управления

1. Введение и постановка задачи

Использование автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА) является перспективным для решения многих научных и прикладных задач: сбора океанологических данных, поиска и обследования донных подводных объектов, выполнения подводно-технических работ на больших глубинах, не требующих присутствия человека, и др. [2].

Особенность класса решаемых задач требует от АНПА наличия на борту системы управления (СУ), отвечающей за его нормальное функционирование, сбор и обработку информации, обеспечение собственной безопасности в экстремальных ситуациях. Одним из важнейших компонентов СУ АНПА являются навигационно-пилотажные датчики. Задача своевременного выявления дефектов этой группы датчиков является достаточно актуальной, поскольку нарушение их функционирования при формировании траектории движения может привести к неправильному выполнению поставленной задачи или даже потере АНПА.

Несмотря на то что СУ различных АНПА могут отличаться конструкцией, компоновкой и элементным составом, их обобщенная структура в достаточной степени определилась [3] и включает в себя:

- 1) центральную систему управления (ЦСУ):
 - программное устройство (ПУ);
 - контрольно-аварийную систему (КАС);
 - датчики КАС ($D_{КАС}$);
- 2) систему управления движением (СУД):
 - устройство обработки сигналов (УОС);
 - датчики ориентации аппарата ($D_{ОА}$);
- 3) навигационную систему (НС):
 - навигационный вычислитель (НВ);
 - датчик курса (D_K);
 - датчик скорости (D_C);
 - датчик глубины (D_G);
- 4) информационно-измерительную систему (ИИС):
 - накопитель данных;
 - датчики внешней среды ($D_{ИС}$).

* Работа поддержана грантами Дальневосточного федерального университета и Минобрнауки РФ (государственное задание № 1141).

- 4) информационно-измерительную систему (ИИС):
 - накопитель данных;
 - датчики внешней среды ($D_{ИС}$).

Фрагмент обобщенной структурной схемы, иллюстрирующий информационное взаимодействие подсистем СУ АНПА с датчиками, представлен на рис. 1. Более подробно вопросы построения СУ АНПА рассмотрены в работе [3].

С точки зрения использования методов диагностирования все приведенные на рис. 1 датчики могут быть разделены на две группы: навигационно-пилотажные ($D_{ОА}$, D_K , D_C , D_G) и датчики среды ($D_{КАС}$, $D_{ИС}$).

Датчики среды могут быть продиагностированы с помощью аппаратной избыточности, в простейшем случае дублированием, поскольку между параметрами среды практически не существует никаких зависимостей и каждый датчик работает как бы сам по себе [1, 5]. Напротив, между навигационно-пилотажными датчиками имеются определенные зависимости, которые обусловлены динамикой аппарата и могут быть использованы для диагности-

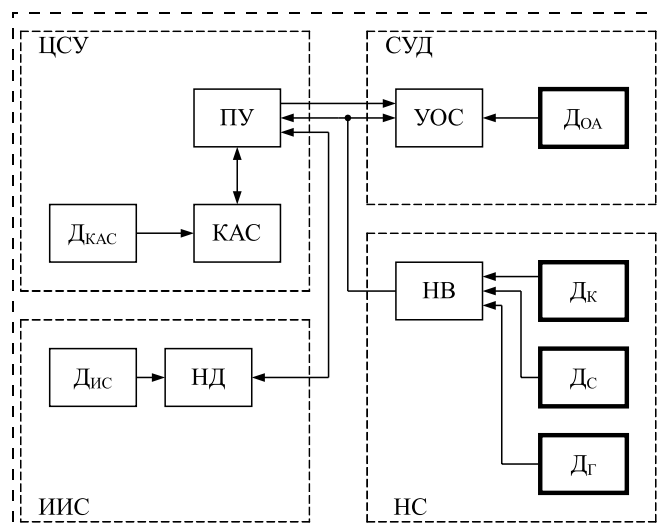


Рис. 1. Фрагмент обобщенной структурной схемы систем АНПА

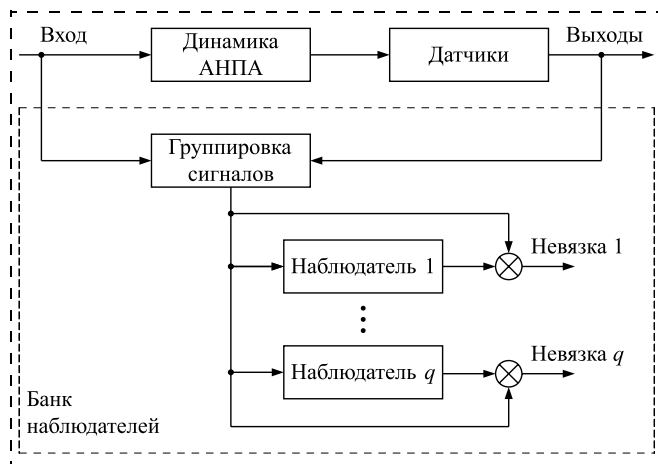


Рис. 2. Локализация дефектов с использованием банка наблюдателей

рования. Подходы, использующие подобного рода зависимости, традиционно объединяются общей концепцией аналитической избыточности. Аналитическая избыточность предполагает, что существуют два или более способов определения значений переменных системы, один из которых использует ее математическую модель, заданную в аналитическом виде. В этом смысле аналитическая избыточность является альтернативой аппаратной избыточности.

Одним из методов диагностирования систем на основе аналитической избыточности является использование так называемых наблюдателей состояния, которые строятся на основе математической модели диагностируемого объекта, при этом на каждый наблюдатель подаются управляющие сигналы и измеряемые компоненты вектора состояния [1, 5]. Принятие решения происходит на основе анализа сигналов рассогласования (невязок) между выходами датчиков и выходами соответствующих наблюдателей. Получаемые таким образом невязки

близки к нулю при отсутствии дефектов и существенно отличны от нуля в случае их появления.

Необходимо отметить, что в общем случае сигнал невязки позволяет только понять — есть дефект или нет, информации о месте возникновения, типе и величине дефекта он не несет. Поэтому для решения задачи локализации используется так называемый банк наблюдателей [1, 5], схема использования которого представлена на рис. 2. Каждый наблюдатель настроен на обнаружение ряда дефектов, в идеальном случае для каждого дефекта — свой наблюдатель.

Совместное использование банка наблюдателей существенно повышает качество локализации дефектов. Кроме того, применение банка наблюдателей позволяет успешно противодействовать влиянию помех. В работе [4] представлен подход, позволяющий обеспечить достаточно низкую чувствительность к дестабилизирующим факторам путем использования для генерации сигнала невязки совместной работы нескольких наблюдателей.

Рассмотрим задачу построения банка наблюдателей для диагностирования навигационно-пилотажных датчиков канала управления по глубине СУ АНПА "МТ-88" [2, 3]. Аналогичная задача решалась ранее в работе [6] для случая, когда АНПА задавался моделью в пространстве состояний. Особенность же настоящей работы состоит в задании рассматриваемого канала управления структурной схемой в виде совокупности отдельных блоков. Такое задание нередко используется при проектировании различных технических систем, чем обуславливается необходимость разработки соответствующих методов диагностирования.

2. Модель АНПА

Формальная модель установившегося пространственного движения АНПА обычно строится с использованием одной неподвижной относительно Земли системы координат, ориентированной по навигационной базе, а также двух подвижных с началом координат в центре масс аппарата: связанной с корпусом АНПА и поточной (скоростной) [2, 3]. Взаимная ориентация координатных осей определяется углами курса, крена, дифферента, атаки, дрейфа, а также углами траектории.

Структурная схема, соответствующая уравнениям движения, показана на рис. 3 [3]. Для формирования закона управления используются четыре датчика: глубиномер (W_7), акселерометр (W_9), датчик дифферента (W_{11}), датчик угловой скорости (W_{13}). Перечисленные выше датчики используются для оценки следующих величин: глубины погружения (H),

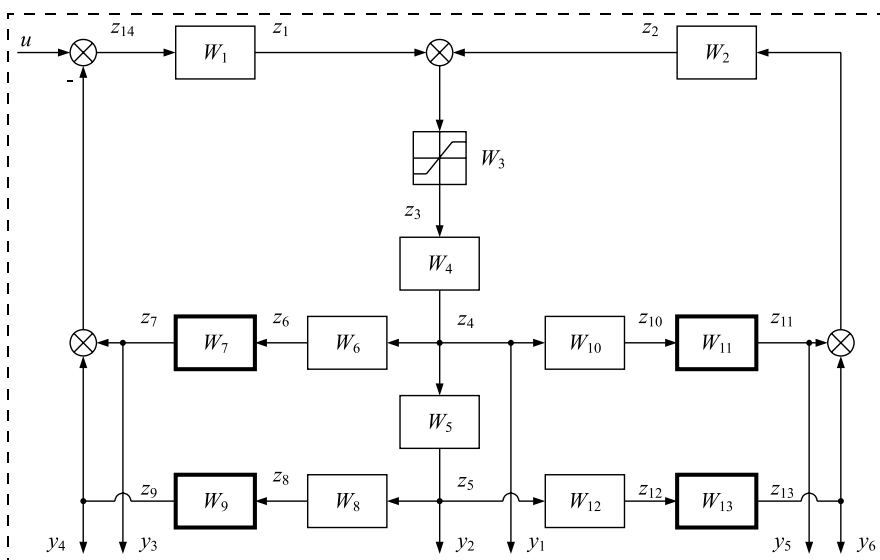


Рис. 3. Структурная схема СУ АНПА канала управления по глубине

ускорения при погружении/всплытии ($\ddot{H}$), угла дифферента (ψ), скорости изменения угла дифферента ($\dot{\psi}$).

Передаточные функции рассматриваемой системы имеют следующий вид:

$$W_1(p) = K_H, W_2(p) = K_\psi, W_4(p) = K_T, W_5(p) = d,$$

$$W_6(p) = -\frac{v(J_{z1}p^2 - \bar{M}_z^\omega p - \bar{M}_z^\alpha - M_0)}{p\Delta(p)},$$

$$W_7(p) = K_7, W_8(p) = -\frac{v(\bar{R}_y^\alpha + \bar{R}_y^\omega p)}{p\Delta(p)},$$

$$W_9(p) = K_9, W_{10}(p) = -\frac{\bar{M}_z^\alpha}{\Delta(p)},$$

$$W_{11}(p) = K_{11}, W_{12}(p) = \frac{(m_y v p + \bar{R}_y^\alpha)}{\Delta(p)}, W_{13}(p) = K_{13},$$

где K_H и K_ψ — коэффициенты усиления по глубине и дифференту.

Характеристический многочлен разомкнутой системы $\Delta(p)$ представляется следующим уравнением:

$$\Delta(p) = J_{z1}m_y v p^3 + (J_{z1}\bar{R}_y^\alpha - m_y v \bar{M}_z^\omega)p^2 + (\bar{M}_z^\alpha \bar{R}_y^\omega - \bar{M}_z^\omega \bar{R}_y^\alpha - (\bar{M}_z^\alpha - M_0)m_y v)p - M_0 \bar{R}_y^\alpha.$$

Здесь $\bar{R}_y$, $\bar{M}_z$ — приведенные к квадрату поступательной скорости гидродинамические силы и моменты, действующие на АНПА в скоростной системе координат; M_0 — удельный момент остойчивости, отнесенный к углу дифферента; m_y , J_{z1} — массы и моменты инерции аппарата с учетом присоединенных масс жидкости; T_{y1} — составляющая суммарного упора винтов; d — плечо приложения управляющего момента относительно центра масс; H — глубина погружения; ψ — угол дифферента; v — скорость движения АНПА. Индексы α и β в обозначениях указывают на то, что силы и моменты являются позиционными, а индекс ω обозначает демпфирующие составляющие гидродинамических сил и моментов.

Коэффициент передачи K_T определяется по формуле

$$K_T = \frac{C_1(2\bar{K}_1^0 + \mu v)}{2\tau\bar{n} - \varepsilon_0},$$

где $\varepsilon_0 = v\omega - 1$, $v = K_2^\lambda n_{1\rho} D^4$, $\tau = K_2^0 n_{1\rho} D^5$, $\bar{n} = \frac{\varepsilon_0 + \sqrt{\varepsilon_0^2 + 4n_0\tau}}{2\tau}$; C_1 — подбираемый коэффициент

следящей системы; коэффициенты K_1^0 , K_2^0 и K_2^λ — табличные значения, зависящие от шагового отношения винта; n_0 — частота вращения винта при хо-

лостом ходе; n_1 — нагрузочный коэффициент момента двигателя; ρ — плотность воды; μ — удельный расход жидкости через сечение винта; D — диаметр винта.

3. Построение банка наблюдателей

Для решения задачи диагностирования модель канала управления по глубине будем представлять в следующем общем виде:

$$z(p) = F(p, \xi)z(p) + Gu(p), y(p) = Hz(p), \quad (1)$$

где компоненты вектора z размерности n представляют собой сигналы на выходах отдельных звеньев; u — вектор входа (управления) размерности m ; y — вектор выхода размерности l ; F — матрица размера $n \times n$, содержащая передаточные функции (ПФ) отдельных звеньев и статические нелинейности (СН); G и H — постоянные матрицы размеров $n \times m$ и $l \times n$ соответственно; ξ — вектор, отвечающий за учет влияния дефектов в ПФ и СН: если в i -й ПФ или СН возник дефект, состоящий в искажении параметров этой ПФ или СН, то $\xi_i = 1$, в противном случае $\xi_i = 0$. Обозначим ξ_0 вектор со всеми нулевыми компонентами, что соответствует исправной системе.

В выражении (1) под произведением вида $F(p)z(p)$ понимается следующее: если F_{ij} — передаточная функция, то элемент $F_{ij}(p)z_j(p)$ понимается как обычное произведение ПФ $F_{ij}(p)$ и переменной $z_j(p)$, если F_{ij} — статическая нелинейность, то $F_{ij}z_j(p)$ — это нелинейная функция F_{ij} с аргументом $z_j(p)$; здесь F_{ij} — элемент матрицы F , стоящий на пересечении i -й строки и j -го столбца, z_j — j -я компонента вектора z .

Если матрица G содержит ПФ или СН, то переход к постоянной матрице можно осуществить путем расширения вектора z следующим образом. Пусть $G_{ij}(p) = W_*(p)$, т. е. в правую часть уравнения для переменной z_i входит слагаемое $W_*(p)u_j(p)$. Введем новую $(n+1)$ -ю компоненту вектора z , такую что справедливо равенство $z_{n+1}(p) = u_j(p)$, и в правой части уравнения для переменной z_i слагаемое $W_*(p)u_j(p)$ заменим на $W_*(p)z_{n+1}(p)$, для чего примем $F_{i, n+1}(p) = W_*(p)$, $F_{n+1, k}(p) = 0$, $k = 1, 2, \dots, n+1$, $G_{ij}(p) = 0$ и $G_{n+1, j}(p) = 1$. Аналогичные операции проводятся для каждой ПФ или СН, входящей в матрицу G , в результате чего размерность системы возрастает на число таких ПФ и нелинейностей.

Для решения задачи обнаружения и локализации дефектов воспользуемся известными методами; для рассматриваемого класса систем они описаны в работе [4]. Матрицы модели (1) для рассматриваемой системы имеют большие размеры и являются сильно разреженными, поэтому зададим их ненулевыми элементами. Поскольку матрица G содержит ПФ W_1 , введем переменную z_{14} , удовлетворяющую уравнению $z_{14}(p) = u(p) - z_7(p) - z_9(p)$, при этом $z_1(p) = W_1 z_{14}(p)$; новый вид матриц F и G определяется описанным выше образом.

Матрица F размером (14×14) содержит следующие ненулевые элементы: $F_{1,14} = W_1$; $F_{2,11} = W_2$; $F_{2,13} = W_2$; $F_{3,1} = W_3$; $F_{3,2} = W_3$; $F_{4,3} = W_4$; $F_{5,4} = W_5$; $F_{6,4} = W_6$; $F_{7,6} = W_7$; $F_{8,5} = W_8$; $F_{9,8} = W_9$; $F_{10,4} = W_{10}$; $F_{11,10} = W_{11}$; $F_{12,5} = W_{12}$; $F_{13,12} = W_{13}$; $F_{14,7} = -1$; $F_{14,9} = -1$. Ненулевыми элементами матрицы H размером (6×14) являются: $H_{1,4} = 1$; $H_{2,5} = 1$; $H_{3,7} = 1$; $H_{4,9} = 1$; $H_{5,11} = 1$; $H_{6,13} = 1$. Единственный ненулевой элемент матрицы G размером (14×1) — это $H_{14,1} = 1$.

Устройство диагностирования (УД) будем искать в виде банка диагностических наблюдателей, каждый из которых описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} z^*(p) &= F^*(p)z^*(p) + G^*(p)u(p) + S(p)y(p), \\ y^*(p) &= H^*z^*(p); \end{aligned} \quad (2)$$

здесь символом "*" отмечены матрицы и векторы, описывающие рассматриваемый наблюдатель. Решение о наличии или отсутствии дефекта принимается на основе анализа сигналов невязки $r_i = y_i - y_i^*$.

В результате реализации предложенного в работе [4] алгоритма получаем набор множеств, содержащих номера компонент вектора z , необходимых для построения банка наблюдателей: $N^{(1)} = \{4, 3, 1, 2, 14\}$, $N^{(2)} = \{5\}$, $N^{(3)} = \{7, 6\}$, $N^{(4)} = \{9, 8\}$, $N^{(5)} = \{11, 10\}$, $N^{(6)} = \{13, 12\}$. Можно также сказать, что эти множества содержат номера компонент вектора z , на дефекты которых настроен разрабатываемый наблюдатель. Задачей является диагностирование датчиков системы — ПФ W_7 , W_9 , W_{11} , W_{13} , выходами которых являются компоненты вектора z с номерами (7, 9, 11, 13), входящие в состав множеств $N^{(3)}$, $N^{(4)}$, $N^{(5)}$ и $N^{(6)}$. Поэтому наблюдатели, задаваемые множествами $N^{(1)}$ и $N^{(2)}$, строиться не будут.

На основе множеств $N^{(3)}$, $N^{(4)}$, $N^{(5)}$ и $N^{(6)}$ по методике, описанной в работе [4], получим матрицы описания устройств диагностирования (2), входящих

в банк наблюдателей. Описание наблюдателя, соответствующего множеству $N^{(3)}$, имеет следующий вид:

$$F_3 = \begin{pmatrix} 0 & W_7 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, S_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ W_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, G_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, H_3 = (1 \ 0).$$

Множеству $N^{(4)}$ соответствует описание второго наблюдателя:

$$F_4 = \begin{pmatrix} 0 & W_9 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, S_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_8 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, G_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, H_4 = (1 \ 0);$$

множеству $N^{(5)}$ — третьего:

$$F_5 = \begin{pmatrix} 0 & W_{11} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, S_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ W_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, G_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, H_5 = (1 \ 0);$$

множеству $N^{(6)}$ — четвертого:

$$F_6 = \begin{pmatrix} 0 & W_{13} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, S_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, G_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, H_6 = (1 \ 0).$$

На основе состава множеств $N^{(i)}$ можно получить таблицу диагностируемых дефектов, которая характеризует полученную в результате решения задачи диагностирования глубину поиска дефектов. Из таблицы следует, что удастся различить дефекты всех датчиков между собой, но дефекты внутри групп $\{7, 6\}$, $\{9, 8\}$, $\{11, 10\}$, $\{13, 12\}$ остались неразличимы.

Наблюдатели	Диагностируемые дефекты
Третий	7, 6
Четвертый	9, 8
Пятый	11, 10
Шестой	13, 12

4. Результаты моделирования

Совместное моделирование СУ АНПА с построенным банком наблюдателей проводили с помощью пакета MATLAB + Simulink фирмы Mathwork Inc. Для проведения моделирования были использованы номинальные параметры, соответствующие СУ АНПА "МТ-88" канала управления по глубине [2, 3]. Гидродинамические характеристики АНПА "МТ-88":

$$J_{z1} = 1820 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, m_y = 1760 \text{ кг},$$

$$\bar{M}_{z1}^\alpha = 237 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^2}, \bar{M}_{z1}^\omega = -710 \text{ Н} \cdot \text{с}^2,$$

$$M_0 = -50 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$\bar{R}_y^\alpha = 334 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^2}, \bar{R}_y^\omega = 429 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^2}.$$

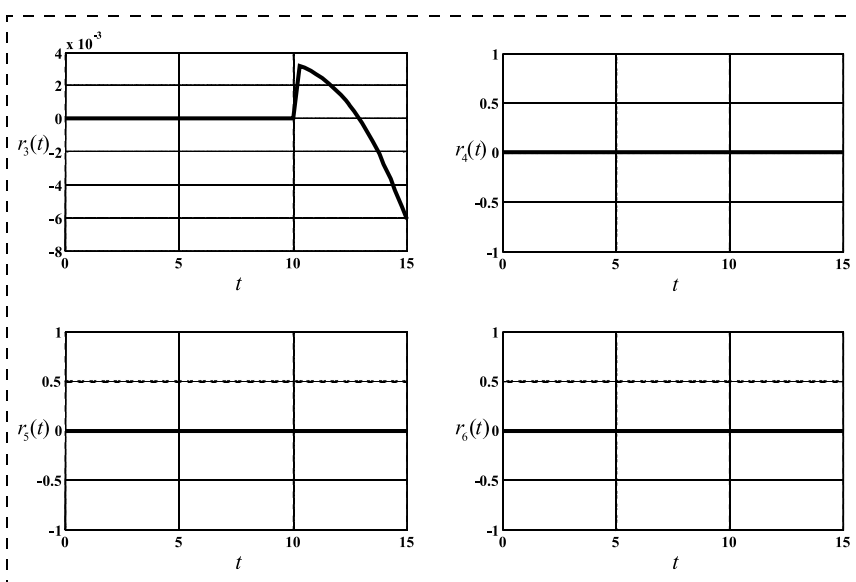


Рис. 4. Поведение сигналов невязки $r_3(t) - r_6(t)$ при наличии дефекта датчика W_7

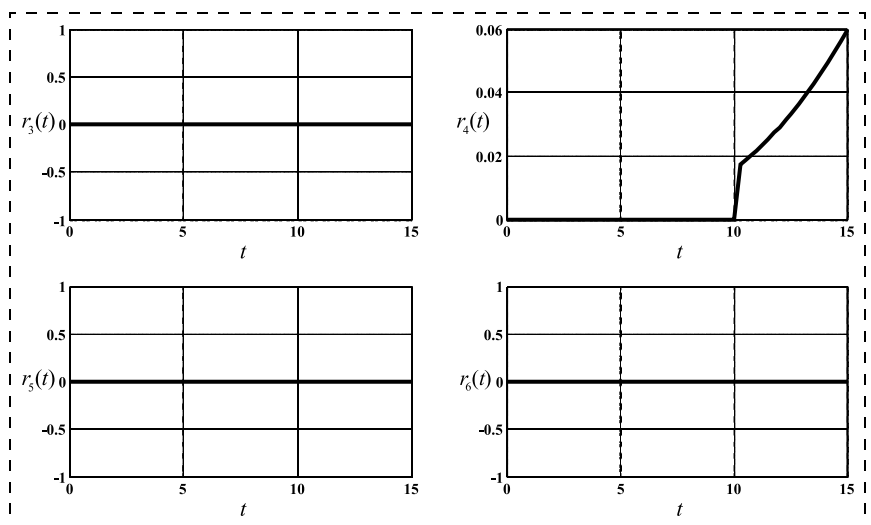


Рис. 5. Поведение сигнала невязки $r_3(t) - r_6(t)$ при наличии дефекта датчика W_9

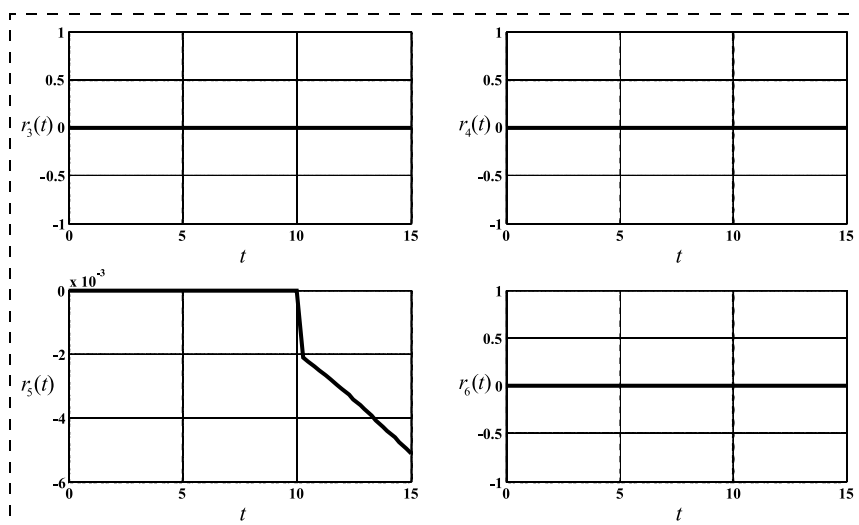


Рис. 6. Поведение сигнала невязки $r_3(t) - r_6(t)$ при наличии дефекта датчика W_{11}

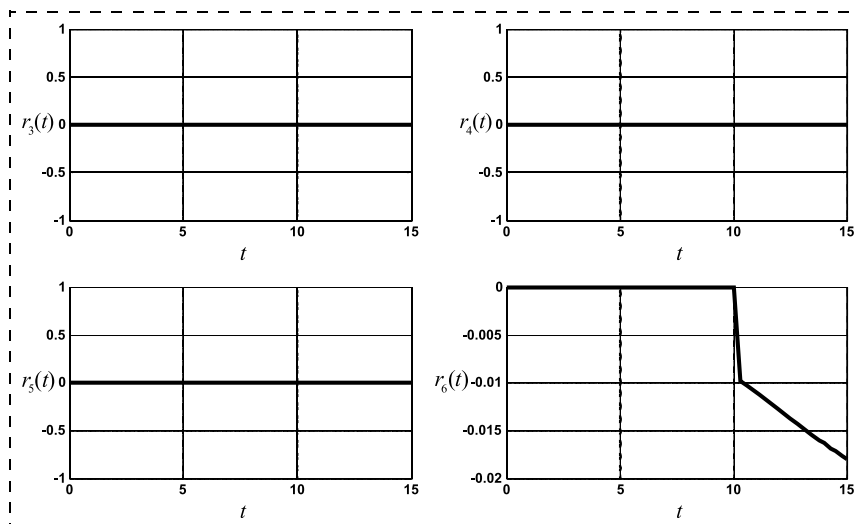


Рис. 7. Поведение сигнала невязки $r_3(t) - r_6(t)$ при наличии дефекта датчика W_{13}

Параметры и коэффициенты, принятые при проведении моделирования: $v = 1$ м/с, $d = -1,5$ м, $K_H = 0,8$, $K_\psi = 4$, $K_7 = 0,89$, $K_9 = 0,92$, $K_{11} = 0,95$, $K_{13} = 0,9$, уровень ограничения передаточной характеристики усилителя (звено W_3) — ± 1 . Коэффициенты, использованные для расчета K_T :

$$C_1 = 10, K_1^0 = 0,1344 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$K_2^\lambda = 0,033,$$

$$n_0 = 31,1667 (\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с})^{-1},$$

$$n_1 = 34,667 (\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с})^{-1},$$

$$\tau = 0,0742 \text{ с}, \rho = 1000 \text{ кг/м}^3,$$

$$\mu = 1,15 \text{ кг}, D = 0,15 \text{ м}.$$

Внезапный дефект моделировался скачкообразным изменением коэффициентов усиления датчиков на 10 % в момент времени $t = 10$.

Результаты моделирования реакции банка наблюдателей на изменение передаточной функции W_7 (глубиномер) представлены на рис. 4. Поведение сигналов невязки при изменении передаточной функции W_9 (акселерометр) показано на рис. 5.

Реакция банка наблюдателей на возникновение дефектов датчика дифферента (W_{11}) представлена на рис. 6, датчика угловой скорости (W_{13}) — на рис. 7.

Результаты моделирования подтверждают полученную ранее на основе состава множеств $N^{(i)}$ оценку глубины поиска дефектов (см. таблицу).

Заключение

В работе приведено решение задачи диагностирования дефектов датчиков системы управления необитаемого подводного аппарата. Метод позволяет решить задачу диагностирования с использованием единого подхода как для линейных, так и нелинейных систем (содержащих статические нелинейности). Особенности метода обусловлены способом описания системы в виде структурной схемы, содержащей передаточные функции и статические нелинейности.

Список литературы

1. Frank P. M. Analytical and qualitative model-based fault diagnosis — a survey and some new results // *European Journal of Control*. 1996. Vol. 2. P. 6—28.
2. Автономные необитаемые подводные аппараты / Под общ. ред. акад. М. Д. Агеева. Владивосток: Дальнаука, 2000. 272 с.
3. Агеев М. Д., Касаткин Б. А., Киселев Л. В. и др. Автоматические подводные аппараты. Л.: Судостроение, 1981. 224 с.

4. Жирабок А. Н., Якшин А. С. Диагностирование технических систем, заданных структурными схемами с нелинейными звеньями // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2006. № 9. С. 36—44.
5. Мироновский Л. А. Функциональное диагностирование динамических систем. СПб.: МГУ-Гриф. 1998. 256 с.
6. Жирабок А. Н., Писарец А. М. Диагностирование датчиков подводных роботов // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2004. № 9. С. 15—21.

Solution to the Problem of the Sensor Fault Diagnosis in the Unmanned Underwater Vehicle Control Systems

A. N. Zhirabok, zhirabok@mail.ru✉,

Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690990, Russian Federation,

A. S. Yakshin, yakshin_as@mail.ru, Erlang Nord-West, St. Petersburg, 194354, Russian Federation

Corresponding author: Zhirabok Aleksei N., Ph. D., Professor, Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690990, Russian Federation, e-mail: zhirabok@mail.ru

Received on July 09, 2015

Accepted on July 23, 2015

The article presents the problem of the sensor fault diagnosis in the unmanned underwater vehicle control systems described by means of the structure schemes including blocks with transfer functions and static nonlinearities. One of the most important components of the control system of the unmanned underwater vehicles is navigational sensors. The problem of a timely detection of faults in this group of sensors is very important. Faults in the sensors may cause incorrect execution of the task or even loss of a vehicle. The sensor fault detection and isolation in the unmanned underwater vehicles control system is based on the concept of an analytical redundancy. Analytical redundancy includes two or more ways to determine the values of the variables of the system, one of which uses a mathematical model, presented in an analytical form. One of the methods of the system diagnosis based on analytical redundancy is the observer-based approach. Diagnostic observers are based on a mathematical model of the diagnosed object. The decision is based on the analysis of the residuals generated as a result of mismatch between the outputs of the sensors and the outputs of the observers. In a healthy system the residuals are close to zero. When a fault occurs, the residuals become significantly different from zero. The problem of interest to us is development of a fault isolation observer-based procedure with an accuracy of a block of the initial system (if this is possible). Let us assume that only input and output signals are available for diagnosis. The reason for these restrictions is that a model of the initial system does not go through any nontrivial linear transformations. Therefore, this approach can be used in a nonlinear case.

Keywords: nonlinear systems, structure schemes, transfer functions, static nonlinearities, fault detection and isolation, observer-based approach, unmanned underwater vehicle, sensor of the control system

For citation:

Zhirabok A. N., Yakshin A. S. Solution to the Problem of the Sensor Fault Diagnosis in the Unmanned Underwater Vehicle Control Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no 11, pp. 777—782.

DOI: 10.17587/mau/16.777-782

References

1. Frank P. M. Analytical and qualitative model-based fault diagnosis — a survey and some new results, *European Journal of Control*, 1996, vol. 2, pp. 6—28.
2. Ageev M. D. ed. *Avtonomnye neobitaemye podvodnye apparaty* (Autonomous unmanned underwater vehicles), Vladivostok, Dal'nauka, 2000, 272 p. (in Russian).

3. Ageev M. D., Kasatkin B. A., Kiselev L. V. *Avtomaticheskie podvodnye apparaty* (Automatic underwater vehicles), Leningrad, Sudostroenie, 1981, 224 p. (in Russian).
4. Zhirabok A. N., Yakshin A. S. *Diagnostirovanie tekhnicheskikh sistem, zadannykh strukturnymi shemami s nelinejnymi zvenjami* (Fault diagnosis of technical systems described by structure scheme with nonlinear blocks), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2006, no. 9, pp. 36—44 (in Russian).
5. Mironovskii L. A. *Funkcional'noe diagnostirovanie dinamicheskikh sistem* (Functional diagnosis of dynamic systems), St. Petersburg, MGU-Grif, 1998, 256 p. (in Russian).
6. Zhirabok A. N., Pisarets A. M. *Diagnostirovanie datchikov podvodnykh robotov* (Sensor diagnosis of underwater vehicles), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2004, no. 9, pp. 15—21 (in Russian).

Ю. И. Мышляев, канд. техн. наук, доц., uimysh@mail.ru,

А. В. Фиошин, ассистент, earlov@gmail.com, Тар Яр Мьо, аспирант, brightxstar@gmail.com,
Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана, Калужский филиал

Метод скоростного биградиента в задаче управления вибрационным гироскопом¹

Рассматривается задача адаптивного управления одноосным вибрационным гироскопом. В целях повышения астатизма системы и обеспечения гладкости управляющих сил по входам вводятся дополнительные интеграторы. Для системы с интеграторами методом скоростного биградиента синтезируется семейство гладких, релейных и комбинированных алгоритмов с настраиваемым многообразием. Приводится методика синтеза алгоритмов, условия применимости, анализ устойчивости адаптивной системы управления, робастности и результаты моделирования.

Ключевые слова: метод скоростного биградиента, настраиваемый скользящий режим, вибрационный гироскоп, устойчивость, функция Ляпунова

Введение

В последние годы широкое распространение получили микроэлектромеханические (МЭМ) гироскопы. Основной механический компонент одноосного вибрационного гироскопа представляет собой чувствительную массу с двумя степенями свободы, способную перемещаться в двух перпендикулярных направлениях на плоскости под действием упругих сил, сил трения и внешней вынуждающей силы. При этом в гироскопе происходит передача энергии от одной оси (оси приложения силы) к другой (ось измерения) через ускорение Кориолиса. Для определения угловой скорости вращения основания вибрационного гироскопа можно использовать отношение амплитуды вынужденных гармонических колебаний по оси Ox (ось приложения силы) к амплитуде возбужденных под действием силы Кориолиса колебаний Oy (ось датчика) [1].

В работах [1–4] указано, что управление без обратной связи оказывается чувствительным к малым вариациям параметров системы, которые непременно возникают в технологическом цикле производства и эксплуатации МЭМ гироскопов. Для повышения точности определения угловой скорости в условиях параметрической неопределенности могут использоваться либо конструктивные методы (например, введение второй чувствительной массы [2]), либо алгоритмические методы, основанные на использовании принципа обратной связи [3–5]. Квазистационарную (по отношению к частотам вынужденных гармонических колебаний чувствительной массы) угловую скорость вращения основания вибрационного гироскопа, наряду с кососимметричными коэффициентами жесткости и демпфирования, можно рассматривать как неизвестный параметр, подлежащий адаптации. Входные управляющие воздействия (силы) на обе оси гироскопа

выбираются исходя из достижения объектом управления — гироскопом — заданного качества. Часто управляющие силы формируются в виде релейного алгоритма или в виде комбинации — суммы гладкой настраиваемой и релейной составляющих [3–5]. Вопрос о физической реализуемости при этом не рассматривается. Более того, использование релейной составляющей ухудшает идентифицирующие свойства ввиду робастности алгоритмов управления на основе скользящих режимов, в том числе по отношению к параметрической неопределенности [5].

В работе [6] для повышения качества управления вибрационным гироскопом и улучшения идентифицирующих свойств алгоритма адаптации предложено расширение исходной системы за счет введения интеграторов по входам, т. е. повышение астатизма. Вместе с тем, введение интегратора повышает гладкость электростатической силы, приложенной к осям гироскопа. Заметим также, что при иной постановке задачи интегратор можно интерпретировать как упрощенную модель привода, создающего силы, действующие по осям гироскопа.

Данная работа является расширенной и дополненной версией доклада [6]. В частности, в представляемой работе рассматриваются вопросы: целесообразности введения дополнительных интеграторов по входам механической подсистемы виброгироскопа; анализа робастных свойств синтезируемых алгоритмов адаптивного управления по отношению к аддитивным возмущениям; сравнительного анализа сходимости, точности, наличия идентифицирующих свойств синтезированных алгоритмов.

Постановка задачи

Принцип действия вибрационного гироскопа в режиме измерения угловой скорости движения его основания (рис. 1) заключается в воздействии Кориолисова момента на вибрирующую инерционную массу (чувствительный элемент) [1–4].

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Калужской области (грант № 14-48-03115).

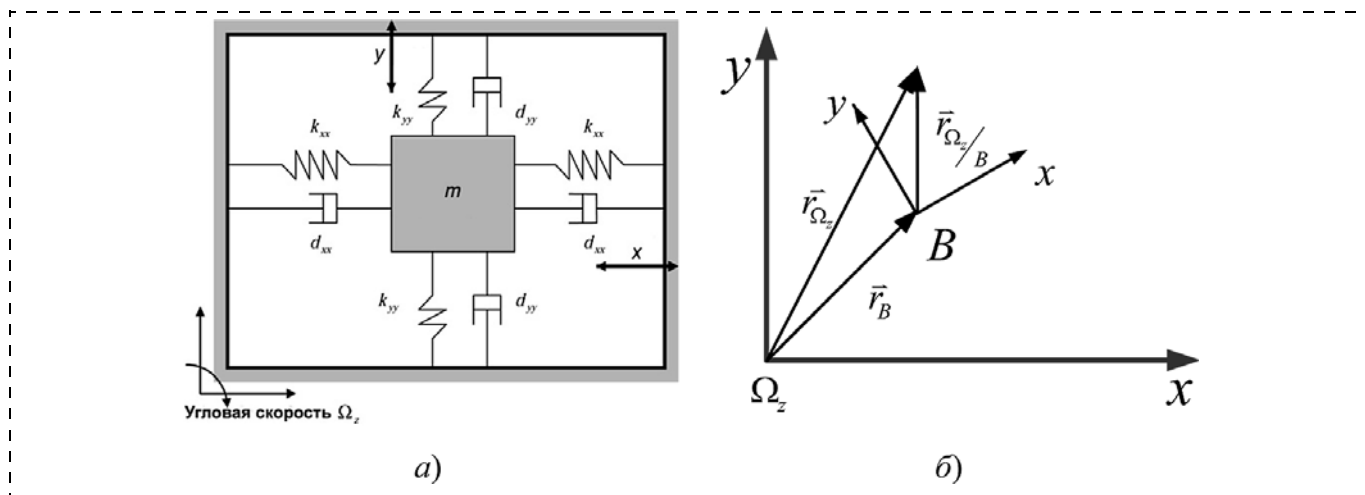


Рис. 1. Упрощенная модель одноосного вибрационного гироскопа (а); системы координат (б)

Математическая модель механической подсистемы одноосного вибрационного гироскопа в векторной форме имеет вид [1–3]

$$S_1: \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_b\mathbf{q} + 2\Omega\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{u},$$

$$\text{где } \mathbf{q} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \mathbf{u} = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}, \Omega = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_z \\ \Omega_z & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{xx} & d_{xy} \\ d_{xy} & d_{yy} \end{pmatrix}, \mathbf{K}_b = \begin{pmatrix} \omega_x^2 & \omega_{xy} \\ \omega_{xy} & \omega_y^2 \end{pmatrix}, \omega_x = \sqrt{\frac{k_{xx}}{m}}, \omega_y = \sqrt{\frac{k_{yy}}{m}},$$

$$\omega_{xy} = \frac{k_{xy}}{m}, d_{xx} = m^{-1}d_{xx}^*, d_{xy} = m^{-1}d_{xy}^*, d_{yy} = m^{-1}d_{yy}^*;$$

x, y — перемещение массы вдоль ортогональных осей Bx, By ; m — масса чувствительного элемента; k_{xx}, k_{xy}, k_{yy} — коэффициенты упругости подвеса; $d_{xx}^*, d_{xy}^*, d_{yy}^*$ — коэффициенты демпфирования подвеса; u_x, u_y — приведенные к массе внешние силы, действующие в направлении осей Bx, By соответственно; Ω_z — угловая скорость вращения основания вибрационного гироскопа.

В силу возможных погрешностей изготовления вибрационного гироскопа, например геометрии самого чувствительного элемента и его подвеса, первичные (по оси Bx) и вторичные (по оси By) колебания могут оказывать взаимное влияние друг на друга. Кроме того, каждое из этих колебаний тем или иным образом связано с корпусом, что приводит к взаимному влиянию вибраций корпуса и чувствительного элемента. Описанная выше модель оказывается чувствительной к малым вариациям параметров системы [1, 2].

Эффективным путем повышения чувствительности виброгироскопа и, как следствие, обеспечения высокой точности измерения угловой скорости вращения основания является использование адаптивной системы управления вибрационным

гироскопом. Задача управления состоит в обеспечении желаемых автоколебаний по осям Bx, By и оценивании угловой скорости вращения основания Ω_z в условиях параметрической неопределенности.

Желаемые автоколебания для подсистемы S_1 с частотами ω_1, ω_2 соответственно вдоль осей Bx и By можно задать с помощью явной эталонной модели вида

$$\ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{K}_m\mathbf{q}_m = 0, \mathbf{q}_m(0) \neq 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{q}_m = (x_m \ y_m)^T$ — вектор желаемых амплитуд; $\mathbf{K}_m = \text{diag}\{\omega_1^2 \ \omega_2^2\}$.

Введем ошибку слежения в виде

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = (\boldsymbol{\varepsilon}_x^T \ \boldsymbol{\varepsilon}_y^T), \boldsymbol{\varepsilon}_x = (e_x \ \dot{e}_x)^T, \boldsymbol{\varepsilon}_y = (e_y \ \dot{e}_y)^T,$$

где $e_x = x - x_m, e_y = y - y_m$, и формализуем цель управления в форме целевого неравенства:

$$\|\boldsymbol{\varepsilon}\| \leq \Delta \text{ при } t \geq t_\varepsilon, \quad (2)$$

где $\Delta > 0$ — точность слежения.

Требуется синтезировать адаптивную систему управления, обеспечив достижение подсистемой S_1 цели управления (ЦУ) (2) в условиях параметрической неопределенности и идентификацию параметров гироскопа, т. е. их асимптотическую оценку:

$$\boldsymbol{\theta} \rightarrow \boldsymbol{\theta}_* \text{ при } t \rightarrow \infty,$$

где $\boldsymbol{\theta}$ — вектор параметров подсистемы S_1 , а $\boldsymbol{\theta}_* = (d_{xx} \ d_{xy} \ d_{yy} \ \Omega_z \ \omega_x^2 \ \omega_{xy} \ \omega_y^2)^T$ — вектор оценки данных параметров.

Обеспечим высокочастотное колебательное вращение по отношению к диапазону измеряемой угловой скорости Ω_z вращения основания гироскопа. В этом случае квазистационарную угловую скорость Ω_z можно рассматривать в модели механической подсистемы S_1 в качестве неизвестного параметра, подлежащего идентификации.

Для повышения астатизма, получения гладких алгоритмов управления для механической подсистемы введем подсистему интеграторов. При этом получаем каскадную систему вида

$$\begin{aligned} S_1: \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_b\mathbf{q} + 2\Omega\dot{\mathbf{q}} &= \mathbf{u}, \\ S_2: \dot{\mathbf{u}} &= \mathbf{v} + \boldsymbol{\eta}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\mathbf{v} = (v_x \ v_y)^T$ — новый управляемый вход ($\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{v}$); $\boldsymbol{\eta} = (\eta_x \ \eta_y)^T$ — вектор возмущения, который предполагается ограниченным ($\|\boldsymbol{\eta}\| \leq C_\eta$).

Для расширенной системы (3) поставим задачу обеспечения ограниченности траекторий замкнутой системы, достижения основного целевого неравенства (2) и дополнительной цели — идентификации параметров.

Синтез алгоритмов управления

Выберем целевой функционал для конечного каскада S_1 ОУ (3) с эталонной моделью (1) в виде

$$Q(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0,5(\boldsymbol{\varepsilon}_x^T \mathbf{H}_x \boldsymbol{\varepsilon}_x + \boldsymbol{\varepsilon}_y^T \mathbf{H}_y \boldsymbol{\varepsilon}_y), \quad (4)$$

где $\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_i^T > 0$, $i = \{x, y\}$.

В соответствии с ЦУ (2) введем целевое неравенство вида

$$Q(\boldsymbol{\varepsilon}) \leq \Delta_\varepsilon \text{ при } t \geq t_\varepsilon. \quad (5)$$

Очевидно, что при $Q(\boldsymbol{\varepsilon}) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow 0$ ЦУ (2) достигается.

Проведем синтез алгоритма управления методом скоростного биградиента [7], который включает в себя три этапа: на первом этапе в условиях полной априорной информации об объекте синтезируется "идеальное" виртуальное управление конечным каскадом, обеспечивающее достижение цели управления при полной априорной информации. На втором этапе неизвестные параметры "идеального" виртуального управления заменяются настраиваемыми, и синтезируется алгоритм адаптации в направлении антиградиента от скорости изменения целевого функционала по настраиваемым параметрам. На третьем этапе формируется многообразие пересечения в виде равенства нулю невязки между реальным входом выходного каскада и виртуальным управлением. Вводится дополнительный квадратичный функционал по отклонению траектории замкнутой системы от пересечения гиперповерхностей. Синтезируется управление в направлении антиградиента от скорости изменения дополнительного функционала по управлению, обеспечивающее достижение пересечения многообразий гиперповерхностей.

Этап 1. В соответствии с уравнениями (1), (3) модель ошибки имеет вид

$$\ddot{\mathbf{e}} = -(\mathbf{D} + 2\Omega)\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{K}_b\mathbf{q} + \mathbf{K}_m\mathbf{q}_m + \mathbf{u}, \quad (6)$$

где $\mathbf{e}^T = (e_x \ e_y)$.

Представим (6) в скалярной форме:

$$\ddot{e}_x = -\boldsymbol{\theta}_*^T \boldsymbol{\mu}_x + \omega_1^2 x_m + u_x, \quad (7)$$

$$\ddot{e}_y = -\boldsymbol{\theta}_*^T \boldsymbol{\mu}_y + \omega_2^2 y_m + u_y, \quad (8)$$

где $\boldsymbol{\mu}_x = (\dot{x} \ \dot{y} \ 0 \ -2\dot{y} \ x \ y \ 0)^T$,

$\boldsymbol{\mu}_y = (0 \ \dot{x} \ \dot{y} \ 2\dot{x} \ 0 \ x \ y)^T$.

Выберем "идеальное" виртуальное управление $\mathbf{u}_*^{virt} = (u_{x*}^{virt} \ u_{y*}^{virt})^T$ в форме суммы компенсирующей и линейной стабилизирующей обратной связи:

$$u_{x*}^{virt} = \boldsymbol{\theta}_*^T \boldsymbol{\mu}_x + v_x, \quad (9)$$

$$u_{y*}^{virt} = \boldsymbol{\theta}_*^T \boldsymbol{\mu}_y + v_y, \quad (10)$$

где $v_x = -\omega_1^2 x_m - \lambda_{0x} e_x - \lambda_{1x} \dot{e}_x$, $v_y = -\omega_2^2 y_m - \lambda_{0y} e_y - \lambda_{1y} \dot{e}_y$; $\lambda_{jx} > 0$, $\lambda_{jy} > 0$, $j = 0, 1$.

Структурная схема конечного каскада, замкнутого "идеальным" виртуальным управлением (при виртуальном выполнении $\mathbf{u} = \mathbf{u}_*^{virt}$), приведена на рис. 2.

Производная по времени $\dot{\omega}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\theta}_*)$ от целевого функционала $Q(\boldsymbol{\varepsilon})$ при $\mathbf{u} = \mathbf{u}_*^{virt}$ имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{\omega}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\theta}_*) &= \boldsymbol{\varepsilon}_x^T \mathbf{H}_x \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_x + \boldsymbol{\varepsilon}_y^T \mathbf{H}_y \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_y = \boldsymbol{\varepsilon}_x^T \mathbf{A}_{x*} \boldsymbol{\varepsilon}_x + \boldsymbol{\varepsilon}_y^T \mathbf{A}_{y*} \boldsymbol{\varepsilon}_y \leq \\ &\leq -\rho_1 0,5 \boldsymbol{\varepsilon}_x^T \mathbf{H}_x \boldsymbol{\varepsilon}_x - \rho_2 0,5 \boldsymbol{\varepsilon}_y^T \mathbf{H}_y \boldsymbol{\varepsilon}_y \leq -\rho Q(\boldsymbol{\varepsilon}), \end{aligned}$$

где $\mathbf{A}_{x*} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_{0x} & -\lambda_{1x} \end{pmatrix}$; $\mathbf{A}_{y*} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_{0y} & -\lambda_{1y} \end{pmatrix}$ — групповые матрицы, удовлетворяющие уравнениям

Ляпунова

$$\mathbf{H}_i \mathbf{A}_{i*} + \mathbf{A}_{i*}^T \mathbf{H}_i = -\mathbf{G}_i, \quad \mathbf{G}_i = \mathbf{G}_i^T > 0, \quad i \in \{x, y\}, \quad (11)$$

$$\rho_i = \lambda_{\min}(\mathbf{G}_i) / \lambda_{\max}(\mathbf{H}_i), \quad \rho = \min\{\rho_x, \rho_y\} > 0.$$

Следовательно, $Q(\boldsymbol{\varepsilon}(t)) \leq Q(\boldsymbol{\varepsilon}(0)) \exp(-\rho t)$, $Q(\boldsymbol{\varepsilon}(t)) \rightarrow 0$, $t \rightarrow \infty$, и, в силу квадратичной формы $Q(\boldsymbol{\varepsilon})$, получаем $\boldsymbol{\varepsilon} \rightarrow 0$, $t \rightarrow \infty$.

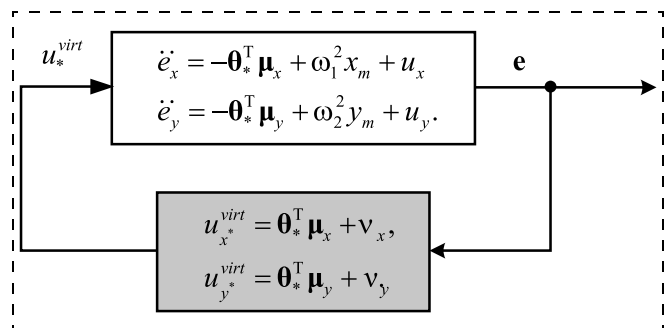


Рис. 2. Выходной каскад с "идеальным" виртуальным управлением

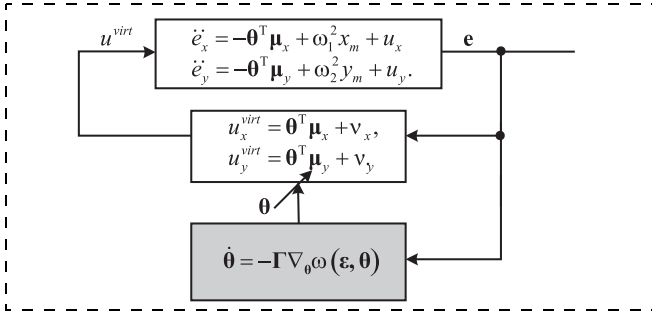


Рис. 3. Конечный каскад с адаптивным виртуальным управлением

Этап 2. Заменяем в соотношениях (9) и (10) неизвестные параметры θ_* настраиваемыми θ . Получим виртуальные управления вида

$$u_x^{virt} = \theta^T \mu_x + v_x, \quad (12)$$

$$u_y^{virt} = \theta^T \mu_y + v_y. \quad (13)$$

Вычисляя скорость изменения по времени $\omega(\varepsilon, \theta)$ целевого функционала $Q(\varepsilon)$, а затем градиенты по настраиваемым параметрам, получаем алгоритм адаптации в дифференциальной форме:

$$\dot{\theta} = -\Gamma \nabla_{\theta} \omega(\varepsilon, \theta) = -\Gamma(\delta_x \mu_x + \delta_y \mu_y), \quad (14)$$

где $\Gamma = \Gamma^T > 0$ — матрица коэффициентов усиления (в частности, $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_i, i = \overline{1, 7}\}$, $\gamma_i > 0$), $\delta_x = e_x h_{12}^x + \dot{e}_x h_{22}^x$, $\delta_y = e_y h_{12}^y + \dot{e}_y h_{22}^y$; $H_x = (h_{ij}^x)$, $H_y = (h_{ij}^y)$ — матрицы, удовлетворяющие уравнению Ляпунова (11).

Структурная схема конечного каскада с адаптивным виртуальным управлением представлена на рис. 3.

Этап 3. Выберем отклонение от пересечения многообразий гиперповерхностей $\sigma \equiv 0$ в форме невязки между входом подсистемы S_1 и настраиваемым виртуальным управлением $u^{virt} = (u_x^{virt} \ u_y^{virt})^T$:

$$\sigma = u - u^{virt}. \quad (15)$$

Введем дополнительную целевую функцию ($\Pi\Phi$), характеризующую отклонение траектории системы от пересечения многообразий:

$$R(\sigma) = 0,5\sigma^T \sigma. \quad (16)$$

Семейство алгоритмов управления, обеспечивающих достижение целевого неравенства

$$R(\sigma) \leq \Delta_{\sigma}, \text{ при } t \geq t_{\sigma}, \quad (17)$$

имеет вид

$$v = v_0 - \gamma_m \Phi(\sigma), \quad (18)$$

где v_0 — априорное заданное управление (может быть выбрано равным нулю), вектор-функция $\Phi(\sigma)$ удовлетворяет условию усиленной псевдоградиентности: $\Phi(\sigma)^T \nabla_{\sigma} \mu(\sigma, v) \geq \beta \|\nabla_{\sigma} \mu(\sigma, v)\|^{\delta}$, где $\beta > 0$, $\delta = 1, 2, \dots$ — некоторые числа, $\mu(\sigma, v) = \sigma^T (\dot{u} - \dot{u}^{virt}) = \sigma^T (v + \eta - \tau)$ — производная по времени от $\Pi\Phi$ (16),

$\nabla_{\sigma} \mu(\sigma, v) = \sigma$ — градиент по управлению v . Здесь $\tau^T = (\dot{\theta}^T \mu_x + \theta^T \dot{\mu}_x + \dot{v}_x \dot{\theta}^T \mu_y + \theta^T \dot{\mu}_y + \dot{v}_y)$.

Условию усиленной псевдоградиентности удовлетворяют, например, функции

$$\Phi(\sigma) = \tilde{\Gamma}_2 \text{sign} \nabla_{\sigma} \mu(\sigma, v) \text{ при } \delta = 1, \beta = \frac{\lambda_{\min}(\tilde{\Gamma}_2)}{\sqrt{2}},$$

$$\Phi(\sigma) = \tilde{\Gamma}_1 \nabla_{\sigma} \mu(\sigma, v) \text{ при } \delta = 2, \beta = \lambda_{\min}(\tilde{\Gamma}_1),$$

где $\tilde{\Gamma}_i = \tilde{\Gamma}_i^T > 0$ — (2×2) -мерные матрицы усилителя;

$\lambda_{\min}(\tilde{\Gamma}_i)$ — минимальное собственное значение $\tilde{\Gamma}_i$.

При $v_0 = 0$ получаем гладкие и релейные алгоритмы вида

$$v = -\gamma_m \nabla_{\sigma} \mu(\sigma, v) = -\gamma_m \sigma,$$

$$v = -\gamma_m \text{sign} \nabla_{\sigma} \mu(\sigma, v) = -\gamma_m \text{sign} \sigma.$$

Заметим, что релейный алгоритм ($\delta = 1$) относится к классу систем с настраиваемым скользящим режимом [8, 9]. Гладкие и релейные алгоритмы управления (18) с алгоритмом адаптации (14) относятся к классу алгоритмов скоростного биградиента [7] (алгоритмы формируются в направлениях, антиградиентных скоростям изменения по времени целевых функций $Q(\varepsilon)$ и $R(\sigma)$).

Структурная схема системы управления вибрационным гироскопом с релейным управлением представлена на рис. 4.

Теорема 1. Для системы (1), (3), (12)–(15), (18) справедливы утверждения:

1. При $\delta = 1$ существует $\bar{\gamma}_1 > 0$ такое, что при $\gamma_m > \bar{\gamma}_1$ цели управления (4), (17) достигаются при любых $\Delta_{\varepsilon} > 0$, $\Delta_{\sigma} > 0$, все траектории системы ограничены, $Q(\varepsilon) \rightarrow 0 \Leftrightarrow \varepsilon \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Существует момент времени t^* такой, что $R(\sigma) \equiv 0 \Leftrightarrow \sigma \equiv 0$ при $t \geq t^*$. Алгоритм адаптации (14) обладает идентифицирующими свойствами: $\theta \rightarrow \theta_*$ при $t \rightarrow \infty$.

2. При $\delta > 1$ для любого $\Delta = \min\{\Delta_{\varepsilon}, \Delta_{\sigma}\} > 0$ существует $\bar{\gamma}_2(\Delta) > 0$ такое, что при $\gamma_m > \bar{\gamma}_2$ цели управления (4), (17) достигаются при любых $\Delta_{\varepsilon} > 0$, $\Delta_{\sigma} > 0$, все траектории системы ограничены. При $\gamma_m \rightarrow \infty$ справедливо: $R(\sigma) \rightarrow 0$, $Q(\varepsilon) \rightarrow 0$, $\theta \rightarrow \theta_*$ при $t \rightarrow \infty$, алгоритм адаптации (14) обладает идентифицирующими свойствами: $\theta \rightarrow \theta_*$ при $t \rightarrow \infty$.

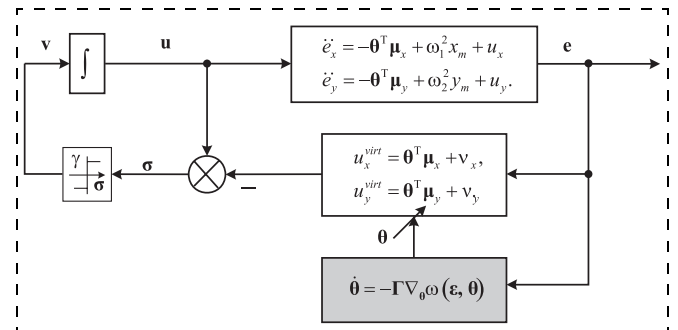


Рис. 4. Замкнутая адаптивная система управления

3. Существует функция Ляпунова вида

$$V(\varepsilon, \sigma, \theta) = Q(\varepsilon) + R(\sigma) + 0,5\|\theta - \theta_*\|_{\Gamma^{-1}}^2, \quad (19)$$

где $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_j\}$, $\gamma_j > 0$, $j = \overline{1, 7}$.

Из теоремы 1 следует, что гладкий алгоритм управления обладает более слабыми свойствами сходимости и идентификации, поэтому его предпочтительнее использовать в комбинации с релейным алгоритмом. При этом в замкнутой системе достигается асимптотическая устойчивость $(\sigma, \varepsilon, \theta - \theta_*) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Анализ устойчивости

Определим производную по времени от функции Ляпунова (19) поэлементно. Вычислим производную по времени от первого слагаемого $Q_x \triangleq 0,5\varepsilon_x^T \mathbf{H}_x \varepsilon_x$ при $u_x = \sigma_x + u_x^{vir}$ (15), где u_x^{vir} определяется из равенства (12):

$$\begin{aligned} \dot{Q}_x &= \varepsilon_x^T \mathbf{H}_x \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_x \\ -\theta_*^T \mu_x + \omega_1^2 x_m + \sigma_x + u_x^{vir} \pm u_{x*}^{vir} \end{pmatrix} = \\ &= \varepsilon_x^T \mathbf{H}_x \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_x \\ -\lambda_{1x} \dot{\varepsilon}_x - \lambda_{0x} \varepsilon_x + (u_x^{vir} - u_{x*}^{vir}) + \sigma_x \end{pmatrix} \leq \\ &\leq -\rho_x Q_x + \varepsilon_x^T \mathbf{H}_x \begin{pmatrix} 0 \\ (\theta - \theta_*)^T \mu_x + \sigma_x \end{pmatrix} = \\ &= -\rho_x Q_x + (\theta - \theta_*)^T \delta_x \mu_x + \delta_x \sigma_x. \end{aligned}$$

Аналогично вычислим производную от второго слагаемого $Q_y \triangleq 0,5\varepsilon_y^T \mathbf{H}_y \varepsilon_y$ при $u_y = \sigma_y + u_y^{vir}$, где u_y^{vir} определяется из равенства (13):

$$\begin{aligned} \dot{Q}_y &= \varepsilon_y^T \mathbf{H}_y \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_y \\ -\theta_*^T \mu_y + \omega_2^2 y_m + \sigma_y + u_y^{vir} \pm u_{y*}^{vir} \end{pmatrix} = \\ &= \varepsilon_y^T \mathbf{H}_y \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_y \\ -\lambda_{1y} \dot{\varepsilon}_y - \lambda_{0y} \varepsilon_y + (u_y^{vir} - u_{y*}^{vir}) + \sigma_y \end{pmatrix} \leq \\ &\leq -\rho_y Q_y + \varepsilon_y^T \mathbf{H}_y \begin{pmatrix} 0 \\ (\theta - \theta_*)^T \mu_y + \sigma_y \end{pmatrix} = \\ &= -\rho_y Q_y + (\theta - \theta_*)^T \delta_y \mu_y + \delta_y \sigma_y. \end{aligned}$$

Производная от $R(\sigma) = 0,5\sigma^T \sigma$ имеет вид

$$\mu(\sigma, \mathbf{v}) = \sigma^T (\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{u}}^{virt}) = \sigma^T (\mathbf{v} + \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\tau}). \quad (20)$$

Вычислим производную от последнего слагаемого:

$$0,5 \frac{d}{dt} \{(\theta - \theta_*)^T \Gamma^{-1} (\theta - \theta_*)\} = (\theta - \theta_*)^T \Gamma^{-1} \dot{\theta}.$$

Объединяя слагаемые, получаем

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\rho_x Q_x - \rho_y Q_y + (\theta - \theta_*)^T (\delta_x \mu_x + \delta_y \mu_y + \Gamma^{-1} \dot{\theta}) + \\ &+ \sigma^T (\delta + \mathbf{v} + \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\tau}), \quad \delta \triangleq (\delta_x, \delta_y). \end{aligned}$$

В силу алгоритмов адаптации (14) получаем

$$\dot{V} \leq -\rho Q(\varepsilon) + \sigma^T (\delta + \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\tau}) + \sigma^T \mathbf{v}. \quad (21)$$

Подставляя управление $\mathbf{v}$ (18) в неравенство (21), получаем

$$\dot{V} \leq -\rho Q(\varepsilon) + \sigma^T (\delta + \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\tau} + \mathbf{v}_0) - \gamma_m \sigma^T \Phi(\sigma).$$

Положим $\mathbf{v}_* = -\delta - \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\tau} - 0,5\rho_R \sigma$, где $\rho_R > 0$. Тогда с учетом условия усиленной псевдоградиентности имеем

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\rho Q(\varepsilon) - \rho_R R(\sigma) + \sigma^T (\mathbf{v}_0 - \mathbf{v}_*) - \gamma_m \beta \|\sigma\|^\delta, \\ \beta &> 0, \delta = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (22)$$

Рассмотрим два случая: $\delta = 1$ и $\delta > 1$.

Пусть $\delta = 1$. С учетом равенства $\|\sigma\| = \sqrt{2} \sqrt{R(\sigma)}$ соотношение (22) примет вид

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\rho Q(\varepsilon) - \rho_R R(\sigma) + \sigma^T (\mathbf{v}_0 - \mathbf{v}_*) - \gamma_0 \|\sigma\| \leq \\ &\leq -\rho Q(\varepsilon) - \rho_R R(\sigma) - \tilde{\gamma}_0 \sqrt{R}, \end{aligned} \quad (23)$$

где $\gamma_m \beta = \gamma_1 \beta + \gamma_0$; $\gamma_0 > 0$; $\tilde{\gamma}_0 = \sqrt{2} \gamma_0 > 0$; γ_1 удовлетворяет равенству

$$\gamma_1 \beta = \|\mathbf{v}_0 - \mathbf{v}_*\|.$$

Интегрируя неравенство (23), получаем, что при любых ограниченных начальных условиях справедливо неравенство

$$\int_0^\infty \{-\rho Q(\varepsilon) - \rho_R R(\sigma) - \tilde{\gamma}_0 \sqrt{R(\sigma)}\} d\tau \leq V(0) < \infty. \quad (24)$$

Из (24) следует ограниченность ε , σ , $\|\theta - \theta_*\|$. Из ограниченности траекторий эталонной модели $\mathbf{q}_m(t)$ и $\dot{\mathbf{q}}_m(t)$ и ограниченности θ_* следуют ограниченность $\mathbf{q}$, $\dot{\mathbf{q}}$ и θ соответственно. Из ограниченности $\mathbf{q}$, $\dot{\mathbf{q}}$ и θ в силу соотношений (12), (13) следует ограниченность $\mathbf{u}^{virt}$. Из ограниченности $\mathbf{u}^{virt}$ и σ в силу равенства (15) следует ограниченность $\mathbf{u}$. Тогда из ограниченности правых частей уравнений (7), (8) следует ограниченность $\ddot{\mathbf{e}}_x$ и $\ddot{\mathbf{e}}_y$, и, как следствие, $\ddot{\mathbf{q}}$ ограничено. Из анализа правой части уравнения (14) следует ограниченность $\dot{\theta}$. Из ограниченности $\mathbf{q}$, $\dot{\mathbf{q}}$, $\ddot{\mathbf{q}}$, $\dot{\mathbf{q}}_m$, θ , $\dot{\theta}$ следует ограниченность $\boldsymbol{\tau}$. Из ограниченности $\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\tau}$ и $\|\boldsymbol{\eta}(t)\| \leq C_\eta$ следует ограниченность $\dot{\sigma} = \mathbf{v} + \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\tau}$. Ограниченность $\dot{\sigma}$ и $\dot{\varepsilon}$ приводит к равномерной непрерывности $\sigma(t)$ и $\varepsilon(t)$ соответственно. Следовательно, подынтегральная функция в (24) равномерно непрерывна. Тогда из леммы Барбалата следует $Q(\varepsilon) \rightarrow 0$, $R(\sigma) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Из квадратичного вида $Q(\varepsilon)$ и $R(\sigma)$ следует $\varepsilon(t) \rightarrow 0$, $\sigma(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Из неравенства (23) вытекает возможность более быстрой сходимости $R(\sigma) \rightarrow 0$ по отношению к $Q(\varepsilon) \rightarrow 0$. Рассмотрим вопрос о сходимости к пересечению гиперповерхностей $\sigma \equiv 0$ более подробно. Вновь вернемся к равенству (20). При выбранном в неравенстве (23) коэффициенте усиления $\gamma_m \beta$ получаем $\dot{R} \leq -\rho_R R(\sigma) - \tilde{\gamma}_0 \sqrt{R(\sigma)} \leq -\tilde{\gamma}_0 \sqrt{R(\sigma)}$. Интегрируя последнее неравенство, получаем $\sqrt{R(\sigma(t))} \leq \sqrt{R(\sigma(0))} - \frac{\tilde{\gamma}_0}{2} t$. В левой части неравенства — неотрицательная функция, в правой части — линейно убывающая функция, следовательно, существует момент времени t^* такой, что $R(\sigma(t^*)) = 0$, и справедлива оценка $t^* \leq \frac{2}{\tilde{\gamma}_0} \sqrt{R(\sigma(0))}$. Таким образом, в замкнутой системе возникает настраиваемый скользящий режим и $\sigma(t) \equiv 0$ при $t \geq t^*$. При этом в скользящем режиме справедливы оценки $Q(\varepsilon(t)) \leq Q(\varepsilon(t^*)) - \int_{t^*}^t \rho Q d\tau$ и $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}^{virt}(t)$ при $t \geq t^*$. Для случая $\delta = 1$ теорема доказана.

Рассмотрим случай $\delta > 1$. Из неравенства (22) получаем

$$\dot{V} \leq -\rho Q(\varepsilon) - \rho_R R(\sigma) + d \|\sigma\| - \gamma_m \beta \|\sigma\|^\delta, \quad \text{где } d \triangleq \|\mathbf{v}_0 - \mathbf{v}_*\|. \quad (25)$$

Для фиксированного Δ : $0 < \Delta < V_0 = Q(\varepsilon(0)) + R(\sigma(0)) + 0,5 \|\theta(0) - \theta_*\|_{\Gamma^{-1}}^2$, положим $\bar{\rho}_1(\Delta) = \inf_{Q(\varepsilon) > \Delta} \rho Q(\varepsilon)$, $\bar{\rho}_2(\Delta) = \inf_{R(\sigma) > \Delta} \rho_R R(\sigma)$, $\bar{d} = \sup_{\Omega_0} d$, где $\Omega_0 = \cup((\varepsilon, \theta, \sigma) : Q(\varepsilon) + R(\sigma) \leq V_0, 0,5 \|\theta - \theta_*\|_{\Gamma^{-1}}^2 \leq V_0)$.

Тогда из (25) получаем $\dot{V} \leq -\bar{\rho}_1(\Delta) - \bar{\rho}_2(\Delta) + \bar{d} \|\sigma\| - \gamma_m \beta \|\sigma\|^\delta$.

Максимизируя последние два слагаемых по $\|\sigma\|$:

$$\max_{\|\sigma\|} (\bar{d} \|\sigma\| - \gamma_m \beta \|\sigma\|^\delta),$$

получаем

$$\bar{d} - \delta \gamma_m \beta \|\sigma\|^{\delta-1} = 0 \Leftrightarrow \|\sigma\| = \left(\frac{\bar{d}}{\delta \gamma_m \beta} \right)^{\frac{1}{\delta-1}}.$$

Тогда

$$\dot{V} \leq -\bar{\rho}_1(\Delta) - \bar{\rho}_2(\Delta) + \bar{d} \frac{\delta-1}{\delta} \left(\frac{\bar{d}}{\delta \gamma_m \beta} \right)^{\frac{1}{\delta-1}}. \quad (26)$$

В силу неравенства (26) для достаточно большого γ_m существуют $\varepsilon_0 > 0$ и $\varepsilon_1 > 0$ такие, что при $\gamma_m > \gamma_2$ неравенство $\dot{V} \leq -\varepsilon_0$ будет выполняться, если будут выполняться неравенства

$$\Delta - \varepsilon_1 \leq Q + R \leq V_0, \quad (27)$$

где Q, R — значения функционалов в момент времени t .

Левая часть неравенства (27) не может выполняться в течение времени, большего, чем V_0/ε_0 . Неравенство $Q + R \leq V_0$ не может нарушиться, так как $V \leq V_0$. Поэтому существует такой момент времени $\tau > 0$, что

$$Q + R \leq \Delta - \varepsilon_1, \quad (28)$$

и, следовательно, при любом $t > \tau$ множество $G_t = \{s : s < t, Q + R \leq \Delta - \varepsilon_1\}$ непустое. Выберем $\tau_t = \sup G_t$. Функции $\rho Q > 0$, $\rho_R R > 0$ при любых $Q \neq 0$, $R \neq 0$, следовательно $\bar{\rho}_1(\Delta) > 0$, $\bar{\rho}_2(\Delta) > 0$ при любом $\Delta > 0$. Выберем $\Delta = \min\{\Delta_\varepsilon, \Delta_\sigma\}$. В силу (28) $Q(\varepsilon) \leq \Delta - \varepsilon_1 < \Delta_\varepsilon$, $R(\sigma) \leq \Delta - \varepsilon_1 < \Delta_\sigma$ при любом $t > \tau_t$. Заметим, что из (26) следует, что при $\gamma_m \rightarrow \infty$ последние два слагаемых правой части неравенства (25) стремятся к нулю и, как следствие, $R(\sigma) \rightarrow 0$, $Q(\varepsilon) \rightarrow 0$ ($\sigma \rightarrow 0$, $\varepsilon \rightarrow 0$) при $t \rightarrow \infty$.

Наконец, ограниченность траекторий $\varepsilon, \mathbf{u}, \theta, \sigma$ вытекает из условия $\dot{V} \leq 0$ (на траекториях системы, где не выполняются целевые неравенства (5), (17)) и квадратичной формы функционалов $R(\sigma)$ и $Q(\varepsilon)$. Для случая $\delta > 1$ теорема доказана.

Из анализа правой части алгоритма адаптации (14), достижения $(\sigma, \varepsilon) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$ для случая $\delta = 1$ и предельного достижения (при $\gamma_m \rightarrow \infty$) для случая $\delta > 1$ следует, что $\|\theta - \theta_*\| \rightarrow \text{const}$ при $t \rightarrow \infty$. Из анализа траекторий системы при $\sigma = 0$, $\varepsilon = 0$ следует, что алгоритм адаптации обладает идентифицирующими свойствами, если выполнено условие интегральной невырожденности [10, 11] матрицы $\Phi(t)$:

$\int_{\tau}^{\tau+L} \Phi(s) \Phi(s)^T ds \geq \alpha \mathbf{I}$, где τ, L, α — некоторые положительные числа;

$$\Phi(t) \Phi(t)^T =$$

$$= \begin{bmatrix} \dot{x}^2 & \dot{x}\dot{y} & 0 & -2\dot{x}\dot{y} & x\dot{x} & \dot{x}y & 0 \\ \dot{x}\dot{y} & \dot{x}^2 + \dot{y}^2 & \dot{x}\dot{y} & 2\dot{x}^2 - 2\dot{y}^2 & x\dot{x} & x\dot{x} + y\dot{y} & \dot{x}y \\ 0 & \dot{x}\dot{y} & \dot{y}^2 & 2\dot{x}\dot{y} & 0 & x\dot{y} & y\dot{y} \\ -2\dot{x}\dot{y} & 2\dot{x}^2 - 2\dot{y}^2 & 2\dot{x}\dot{y} & 4\dot{x}^2 + 4\dot{y}^2 & -2\dot{x}\dot{y} & 2x\dot{x} - 2y\dot{y} & 2\dot{x}\dot{y} \\ x\dot{x} & \dot{x}y & 0 & -2\dot{x}\dot{y} & x^2 & xy & 0 \\ \dot{x}y & x\dot{x} + y\dot{y} & x\dot{y} & 2x\dot{x} - 2y\dot{y} & xy & x^2 + y^2 & xy \\ 0 & \dot{x}y & y\dot{y} & 2\dot{x}\dot{y} & 0 & xy & y^2 \end{bmatrix}.$$

В установившемся режиме движение чувствительного элемента гироскопа имеет колебательный характер, поэтому $\Phi(t) \Phi(t)^T$ — полного ранга, и условие идентифицируемости выполнено.

Результаты математического моделирования

В работах [1—4] отмечалось, что основное влияние на точность измерения скорости вращения оказывают перекрестные связи вибрационного гироскопа. Поэтому будем считать неизвестными па-

m	$\omega_1 = \omega_2$	q_0	d_{xx}	d_{xy}	d_{yy}	ω_x	ω_{xy}	ω_y	Ω_z	γ_2	γ_4	γ_6
10^{-8} кг	1 кГц	1 мкм	0,05	0,005	0,06	1,05	0,01	0,97	5	5,5	10	4

параметрами $\theta_2^* = d_{xy}$, $\theta_4^* = \Omega_z$, $\theta_6^* = \omega_{xy}$. Остальные параметры d_{xx} , d_{yy} , ω_x^2 , ω_y^2 считаются известными.

$$\text{Выбирая } \mathbf{A}_i^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \mathbf{G}_i = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, i = \{x, y\},$$

получаем $\mathbf{H}_i = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. При данных предположениях релейный и комбинированный алгоритмы управления имеют вид

$$\mathbf{v} = -\gamma_m \text{sign} \boldsymbol{\sigma}; \quad (29)$$

$$\mathbf{v} = -\gamma_{m1} \boldsymbol{\sigma} - \gamma_{m2} \text{sign} \boldsymbol{\sigma}, \quad (30)$$

где $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{u} - \mathbf{u}^{\text{virt}}$,

$$\mathbf{u}^{\text{virt}} = \begin{pmatrix} d_{xx}\dot{x} + (\theta_2 - 2\theta_4)\dot{y} + \omega_x^2 x + \theta_6 y - \omega_1^2 x_m - 2\dot{e}_x - e_x \\ d_{yy}\dot{y} + (\theta_2 + 2\theta_4)\dot{x} + \theta_6 x + \omega_y^2 y - \omega_2^2 y_m - 2\dot{e}_y - e_y \end{pmatrix},$$

$$\dot{\theta}_2 = -\gamma_2(\delta_x \dot{y} + \delta_y \dot{x}), \quad \dot{\theta}_4 = -\gamma_4(\delta_y \dot{x} - \delta_x \dot{y}),$$

$$\dot{\theta}_6 = -\gamma_6(\delta_x y + \delta_y x), \quad \delta_i = e_i + \dot{e}_i, \quad i = x, y.$$

Моделирование проводили при $x_m = 0,3 \cos \omega_1 t$, $y_m = 0,5 \sin \omega_2 t$, $\boldsymbol{\eta}^T = (0,8 \sin(20(2\pi t)) \ 0,8 \cos(20(2\pi t)))$ и параметрах (объекта, эталонной модели, регулятора), приведенных в таблице.

Результаты математического моделирования системы управления с релейным алгоритмом управления (29) при $\gamma_m = 8$ приведены на рис. 5–10.

Результаты математического моделирования системы управления с алгоритмом управления (30) при $\gamma_{m1} = 60$, $\gamma_{m2} = 5$ приведены на рис. 11–16.

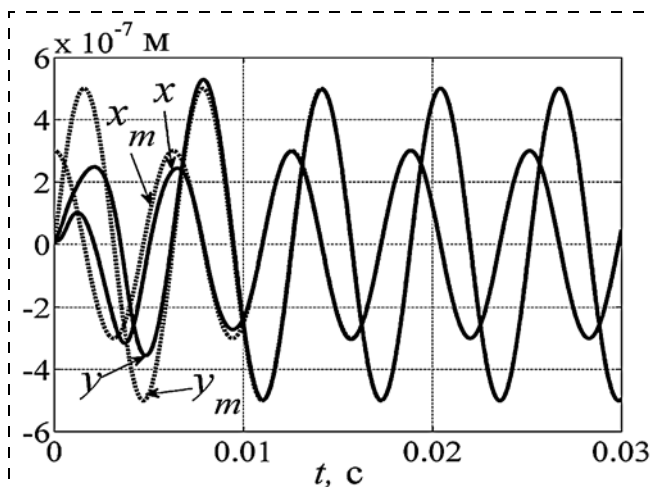


Рис. 5. Траектории объекта и эталонной модели

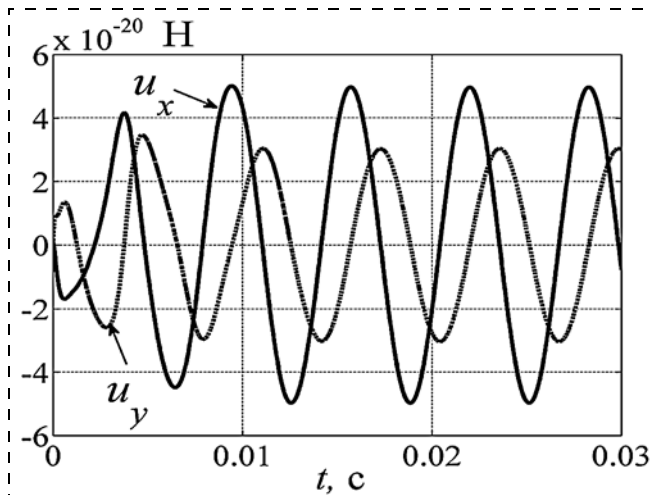


Рис. 6. Входы выходного каскада

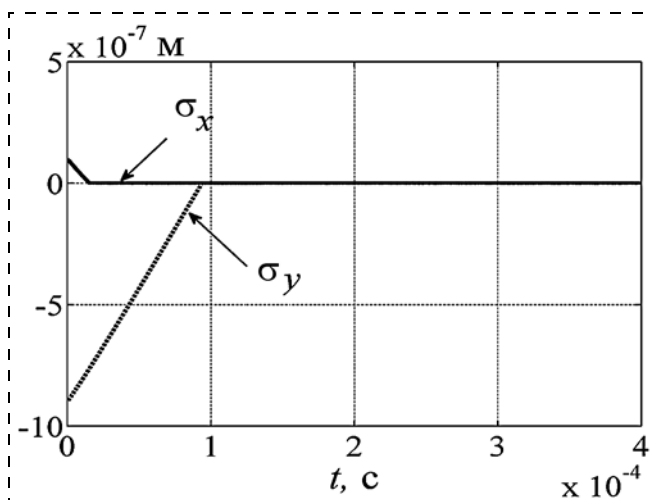


Рис. 7. Отклонение от многообразия скольжения

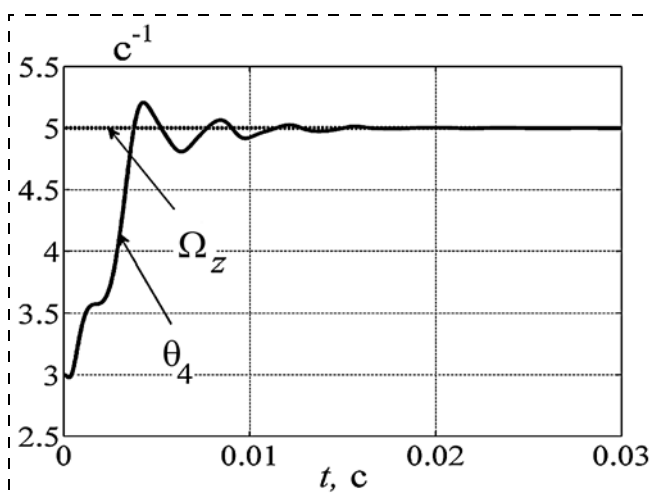


Рис. 8. Результаты идентификации угловой скорости Ω_z

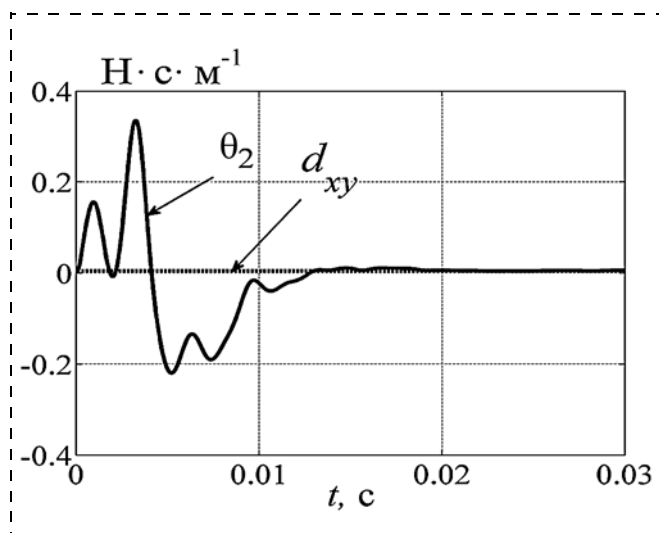


Рис. 9. Результаты идентификации параметра d_{xy}

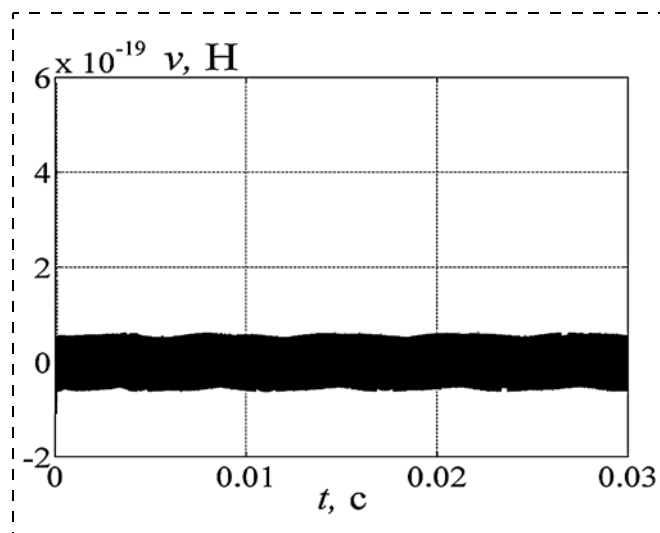


Рис. 12. Управление

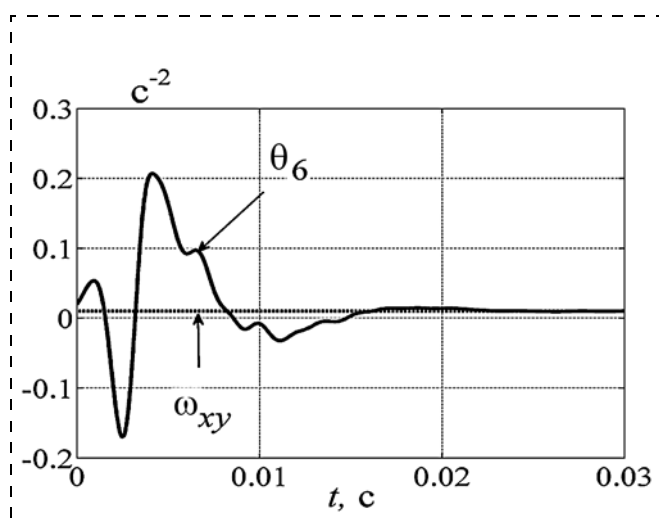


Рис. 10. Результаты идентификации параметра ω_{xy}

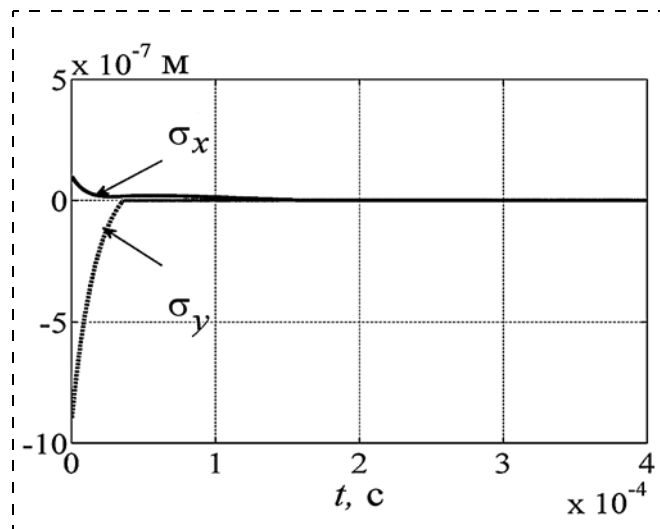


Рис. 13. Отклонение от многообразия скольжения

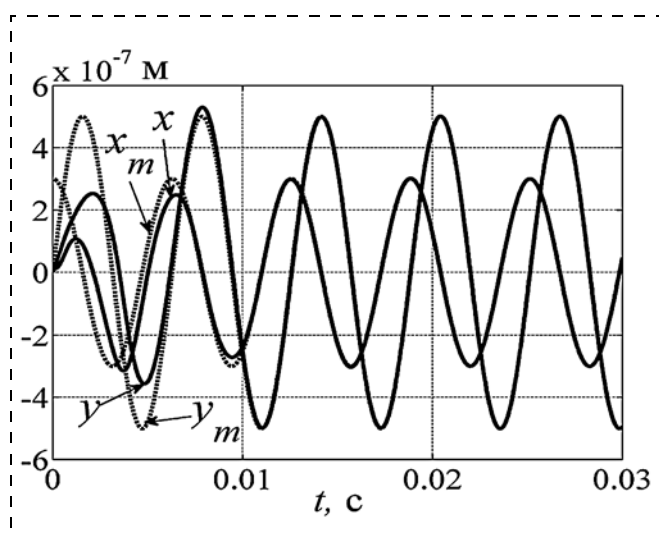


Рис. 11. Траектории объекта и эталонной модели

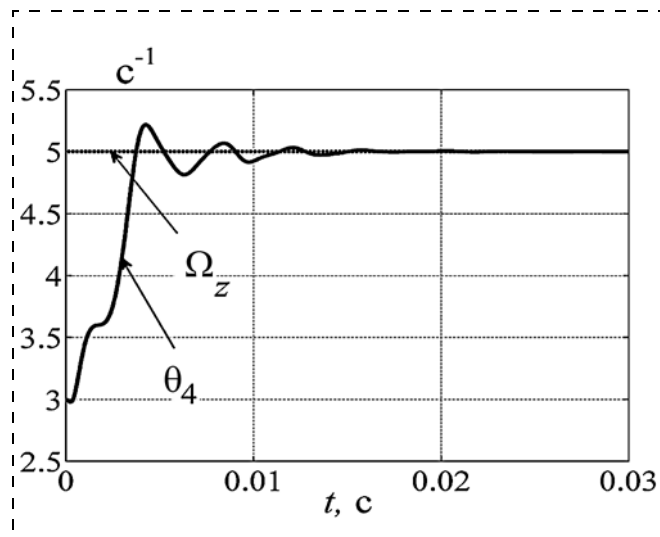


Рис. 14. Результаты идентификации угловой скорости Ω_z

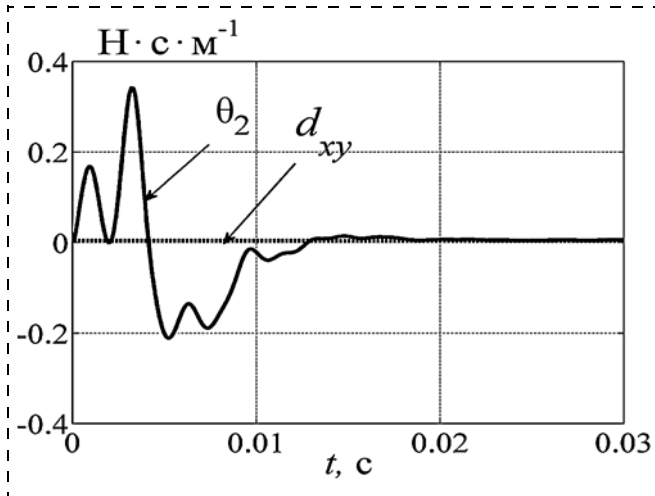


Рис. 15. Результаты идентификации параметра d_{xy}

Как видно из рис. 5–16, релейный и комбинированный алгоритмы управления обеспечивают достижение асимптотической устойчивости $(\sigma, \varepsilon, \theta - \theta_*) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. В комбинированном алгоритме это достигается за счет релейной составляющей с меньшим, по сравнению с релейным алгоритмом, коэффициентом усиления.

Заключение

Для одноосного вибрационного гироскопа с интегратором методом скоростного биградиента синтезированы гладкие, релейные и комбинированные алгоритмы управления с настраиваемыми многообразиями. Синтезированные алгоритмы обеспечивают гладкость сил, воздействующих на чувствительную массу гироскопа.

Релейные и комбинированные (по входам интеграторов) алгоритмы обеспечивают возникновение настраиваемого скользящего режима, робастность по отношению к внешним воздействиям на входах интеграторов, стремление траекторий системы к настраиваемому многообразию скольжения и желаемым колебаниям чувствительного элемента гироскопа, обладают идентифицирующими свойствами.

Гладкие алгоритмы характеризуются более слабыми свойствами: обеспечивают стремление траекторий замкнутой системы к настраиваемому многообразию скольжения с заданной конечной точностью и, как следствие, конечную точность воспроизведения желаемых колебаний чувствительного элемента, конечную точность оценивания параметров, включая угловую скорость основания гироскопа. Точность повышается при увеличении коэффициента усиления алгоритма управления.

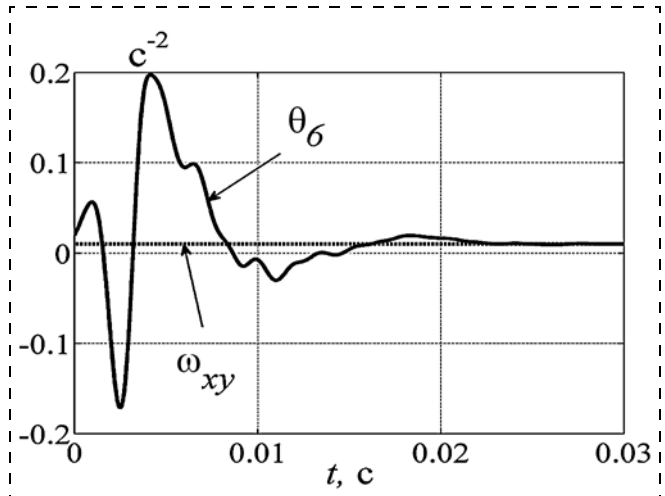


Рис. 16. Результаты идентификации параметра ω_{xy}

Список литературы

1. Бугров Д. И. Одноосный вибрационный гироскоп // Фундаментальная и прикладная математика. 2005. Т. 11. № 8. С. 149–163.
2. Acar C. and Shkel A. M. Micro-gyroscopes with dynamic disturbance rejection // International Conference On Modeling and Simulation of Microsystems, USA. 1999. P. 605–608.
3. Hameed S., Jagannathan. Adaptive force-balancing control of MEMS gyroscope with actuator limits // Proceedings of the 2004 American Control Conference. 2004. Vol. 2. P. 1862–1867.
4. Fei J., Batur C. A novel adaptive sliding mode control for MEMS gyroscope // Proc. of 47th IEEE Conference on Decision and Control. 2007.
5. Мышляев Ю. И., Фиошин А. В. Адаптивное управление одноосным вибрационным гироскопом // Тр. ФГУП "НПЦАП" "Системы и приборы управления". 2014. № 1. С. 78–89.
6. Мышляев Ю. И., Фиошин А. В., Тар Яр Мью. Адаптивное управление одноосным вибрационным гироскопом с интегратором // XII Всеросс. совещание по проблемам управления, Россия, Москва, Институт проблем управления имени В. А. Трапезникова РАН, 16–19 июня 2014 г. С. 2246–2256.
7. Мышляев Ю. И. Метод бискоростного градиента // Известия ТулГУ. Технические науки. Вып. 5. Ч. 1. Тула: Изд-во ТулГУ, 2011. С. 168–178.
8. Мышляев Ю. И. Алгоритмы управления линейными объектами в условиях параметрической неопределенности на основе настраиваемого скользящего режима // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 2. С. 11–16.
9. Myshlyayev Y. I., Finoshin A. V. Sliding mode with tuning surface in problem of synchronization of two-pendulum system motion, 11th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, University of Caen Basse-Normandie, Caen, France, July 3–5, 2013. P. 221–226.
10. Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах. М.: Наука, 1990.
11. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000.

Speed Bigradient Method in the Control Problem of the Vibratory Gyroscope

Yu. I. Myshlyayev, uimysh@mail.ru✉, **A. V. Finoshin**, earlov@gmail.co,
Tar Yar Myo, brightxstar@gmail.com, Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga,
248000, Russian Federation

Corresponding author: **Myshlyayev Yuri I.**, Ph. D., Associate Professor, Bauman Moscow State Technical University,
Kaluga Branch, Kaluga, 248000, Russian Federation, e-mail: uimysh@mail.ru

Received on July 30, 2015

Accepted on August 07, 2015

The article deals with the problem of adaptive control of a single-axis vibratory gyroscope. In order to improve both the control quality of the vibratory gyroscope and the identifying properties of the adaption algorithm, an extension of the original system is proposed by adding additional integrators to the gyroscope inputs, i. e. enhancing of the astatism. On the other hand, smoothness of the electrostatic forces applied to the axes of a gyroscope is improved. Smooth control algorithms as well as algorithms of the sliding mode with a tuning surface for the gyroscope with integrator was designed by the speed bigradient method (SBGM). SBGM consists of three stages. At the first stage, an "ideal" virtual control for an output subsystem, which is the gyroscope, is designed. The "ideal" virtual control ensures achievement of the control goal for the output subsystem, assuming the object parameters are known. At the second stage, the unknown parameters are replaced with the tunable ones, and adaptation algorithm is designed. At the third stage, a deviation of the manifold, that is a difference between the input subsystem, which is an integrator of the output and virtual control, is selected. Control law ensuring the convergence of the system trajectories to the manifold is designed. The relevance of adding of the additional integrators to the inputs of the vibratory gyroscope; analysis of the robust properties of designed adaptive control algorithms with respect to the additive disturbances; comparative analysis of the convergence, accuracy, and presence of the identifying properties of the designed algorithms are presented. The theoretical results are proved by a computer simulation in MATLAB.

Keywords: speed bigradient method, tunable sliding mode, vibratory gyroscope, stability, Lyapunov function

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research and the Government of Kaluga Region, project no. 14-48-03115.

For citation:

Myshlyayev Yu. I., Finoshin A. V., Tar Yar Myo. Speed Bigradient Method in the Control Problem of the Vibratory Gyroscope, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no 11, pp. 783—792.

DOI: 10.17587/mau/16.783-792

References

1. **Bugrov D. I.** *Odnosny vibratsionnyi giroskop* (Single-axis vibratory gyroscope), *Fundam. Prikl. Mat.*, 2005, vol. 11, no. 8, pp. 149—163 (in Russian).
2. **Acar C. and Shkel A. M.** Micro-gyroscopes with dynamic disturbance rejection, *International Conference On Modeling and Simulation of Microsystems*, USA, 1999, pp. 605—608.
3. **Hameed S., Jagannathan.** Adaptive force-balancing control of MEMS gyroscope with actuator limits, *Proc. of the 2004 American Control Conference*, 2004. vol. 2, pp. 1862—1867.
4. **Fei J., Batur C.** A novel adaptive sliding mode control for MEMS gyroscope, *Proc. of 47th IEEE Conference on Decision and Control*, 2007.
5. **Myshlyayev Y. I., Finoshin A. V.** *Adaptivnoe upravlenie odnoosnym vibratsionnym giroskopom* (Adaptive control single-axis vibratory gyroscope), *Works of NPSAP, Systems and Devices Control* (in Russian), 2014, no. 1, pp. 78—89 (in Russian).
6. **Myshlyayev Y. I., Finoshin A. V., Tar Yar Myo.** *Adaptivnoe upravlenie odnoosnym vibratsionnym giroskopom s integratorom* (Adaptive control single-axis vibratory gyroscope with an integrator), XII All-Russian Conference on Control Problems, Russia, Moscow, Institute of Control Sciences VA Trapeznikova RAS, June 16—19, 2014, pp. 2246—2256 (in Russian).
7. **Myshlyayev Y. I.** *Metod biskorostnogo gradienta* (Speed bigradient method), *Proc. of the TSU. Technical sciences*, vol. 5, part 1, 2011, pp. 168—178 (in Russian).
8. **Myshlyayev Y. I.** *Algoritmy upravleniya lineinymi ob"ektami v usloviyakh parametriceskoi neopredelennosti na osnove nastraivaemogo skol'zhashchego rezhima* (Linear system control algorithms in the case of parameter variations by sliding mode with tuning surface), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2009, no. 2, pp. 11—16 (in Russian).
9. **Myshlyayev Y. I., Finoshin A. V.** Sliding mode with tuning surface in problem of synchronization of two-pendulum system motion, 11th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, University of Caen Basse-Normandie, Caen, France, July 3—5, 2013. P. 221—226.
10. **Fradkov A. L.** *Adaptivnoe upravlenie v slozhnykh sistemakh* (Adaptive control in complex systems), Moscow, Nauka, 1990 (in Russian).
11. **Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L.** *Nelineinoe i adaptivnoe upravlenie slozhnyimi dinamicheskimi sistemami* (Nonlinear and adaptive control of complex dynamic systems), St. Petersburg, Nauka, 2000 (in Russian).

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5397, тел./факс: (499) 269-5510

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Е. В. Комиссарова*.

Сдано в набор 25.08.2015. Подписано в печать 00.00.2015. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН1115. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансд солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.