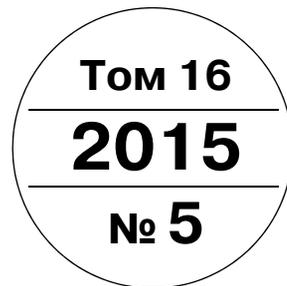


# МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ



Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

**Редакционный совет:**

CHYI-YEU LIN, PhD, prof.  
GROUMPOS P. P., prof., Greece  
JEN-HWA GUO, PhD, prof.  
KATALINIC B., PhD, prof.  
SUBUDHI B., PhD, prof.  
АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.  
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.  
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.  
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.  
КАЛЯЕВ И. А., чл.-корр. РАН, проф.  
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.  
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.  
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.  
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.  
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.  
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.  
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.  
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.  
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.  
СОЙФЕР В. А., чл.-корр. РАН, проф.  
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.  
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.  
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.  
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.  
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.  
ШЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.  
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

**Главный редактор:**  
ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

**Заместители гл. редактора:**  
ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.  
ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.  
ЮЩЕНКО А. С., д. т. н., проф.

**Ответственный секретарь:**  
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

**Редакционная коллегия:**  
АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.  
АНТОНОВ Б. И.  
АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.  
БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.  
ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.  
ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.  
ЕРМОЛОВ И. Л., д. т. н., доц.  
ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.  
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.  
КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.  
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.  
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.  
ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.  
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.  
ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.  
ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф.  
РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.  
СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с.  
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.  
ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.  
ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.  
ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

**Редакция:**  
ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

## СОДЕРЖАНИЕ

### МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Колесников А. А., Колесников Ал. А.** Синергетическая теория управления и вибро-механика: концептуальная связь. . . . . 291
- Рябчиков М. Ю., Рябчикова Е. С.** Системы экстремального регулирования на основе комбинации поисковых оптимизационных алгоритмов . . . . . 300

### РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Степанов П. В., Щербатов И. А.** Многоагентная система планирования движения мобильного робота на основе искусственных силовых полей . . . . . 307

### АВТОМАТИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ НЕФТЕДОБЫЧИ

- Алиев Т. А., Нусратов О. Г., Гулуев Г. А., Рзаев Ас. Г., Пашаев Ф. Г., Резван М. Г., Керимов А. Б.** Алгоритмы диагностики неисправностей штанговых глубинно-насосных установок. . . . . 314
- Нугаев И. Ф., Васильев В. И.** Управление процессами скважинной добычи нефти на основе каскадных алгоритмов . . . . . 321

### ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ И ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

- Боровик С. Ю., Кутейникова М. М., Подлипов П. Е., Райков Б. К., Секисов Ю. Н., Скобелев О. П.** Влияние соседних лопаток на измерение радиальных зазоров в турбине . . . . . 327
- Астапович Ю. М., Митяшин Н. П., Томашевский Ю. Б., Миргородская Е. Е., Денисов А. В.** Управление структурой гибкой системы электропитания . . . . . 337

### Журнал в журнале

### "УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА В АВИАКОСМИЧЕСКИХ И МОРСКИХ СИСТЕМАХ"

- Фирсов С. Н.** Многоуровневое системотехническое обеспечение функциональной работоспособности систем управления движением и навигации малогабаритного космического аппарата . . . . . 345
- Барулина М. А.** Построение матрицы масс трехмерного конечного элемента для моделирования динамики микромеханических датчиков инерциальной информации и их узлов . . . . . 352

*Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования*

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:  
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: [mech@novtex.ru](mailto:mech@novtex.ru)

# MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



# MEHATRONIKA, AVTOMATIZACIA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

**Editorial Council:**

ALIEV T. A., prof., Azerbaijan  
 ANSHAKOV G. P., Russia  
 BOLOTNIK N. N., Russia  
 CHENTSOV A. G., Russia  
 CHERNOUSKO F. L., Russia  
 CHYI-YEU LIN, PhD, Prof., Taiwan  
 FEDOROV I. B., Russia  
 GROUMPOS P. P., prof., Greece  
 JEN-HWA GUO, PhD, Prof., Taiwan  
 KALYAEV I. A., Russia  
 KATALINIC B., PhD, Prof., Austria  
 KRASNEVSKIY L. G., Belarus  
 KUZNETSOV N. A., Russia  
 LEONOV G. A., Russia  
 MATVEENKO A. M., Russia  
 MIKRIN E. A., Russia  
 PESHEKHONOV V. G., Russia  
 REZCHIKOV A. F., Russia  
 SCHERBATYUK A. F., Russia  
 SEBRYAKOV G. G., Russia  
 SIGOV A. S., Russia  
 SOJFER V. A., Russia  
 SOLOMENTSEV Yu. M., Russia  
 SOLOVJEV V. A., Russia  
 SUBUDHI B., PhD, Prof., India  
 VASILYEV S.N., Russia  
 YUSUPOV R. M., Russia

**Editor-in-Chief:**

FILIMONOV N. B., Russia

**Deputy Editor-in-Chief:**

PODURAEV Yu. V., Russia  
 PUTOV V. V., Russia  
 YUSCHENKO A. S., Russia

**Responsible Secretary:**

BEZMEANOVA M. Yu., Russia

**Editorial Board:**

ALEXANDROV V. V., Russia  
 ANTONOV B. I., Russia  
 ARSHANSKY M. M., Russia  
 BUKOV V. N., Russia  
 ERMOLOV I. L., Russia  
 FILARETOV V. F., Russia  
 FRADKOV A. L., Russia  
 FURSOV V. A., Russia  
 GRADETSKY V. G., Russia  
 ILYASOV B. G., Russia  
 IVCHENKO V. D., Russia  
 KOLOSOV O. S., Russia  
 KOROSTELEV V. F., Russia  
 LEBEDEV G. N., Russia  
 LOKHIN V. M., Russia  
 PAVLOVSKY V. E., Russia  
 PROKHOROV N. L., Russia  
 PSHIKHOPOV V. Kh., Russia  
 RAPOPORT E. Ya., Russia  
 SERGEEV S. F., Russia  
 VITTIKH V. A., Russia  
 YUREVICH E. I., Russia

**Editorial Staff:**

GRIGORIN-RYABOVA E.V., Russia

## CONTENTS

### METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Kolesnikov A. A., Kolesnikov Al. A.** Synergetic Control Theory and Vibro-Mechanics: a Conceptual Relation . . . . . 291
- Ryabchikov M. Yu., Ruabchikova E. S.** Extreme Control Systems Based on a Combination of Search Optimization Algorithms . . . . . 300

### ROBOTIC SYSTEMS

- Stepanov P. V., Shcherbatov I. A.** Multi-Agent System for Detection of the Moving Obstacles and Movement Planning for the Mobile Robot Systems . . . . . 307

### AUTOMATION CONTROL OF TECHNOLOGICAL PROCESSES OF OIL PRODUCTION

- Aliev T. A., Nusratov O. G., Guluyev G. A., Rzayev As. H., Pashayev F. H., Rezvan M. H., Kerimov A. B.** Algorithms for Diagnostics of Fault Conditions of the Sucker Rod Pumping Units . . . . . 314
- Nugaev I. F., Vasilyev V. I.** Use of Multi-Cascade Principle for the Downhole Oil Production Control . . . . . 321

### MEASURING AND CONVERSION ELEMENTS OF MECHATRONIC SYSTEMS AND TECHNOLOGIES

- Borovik S. Yu., Kuteynikova M. M., Podlipnov P. E., Raykov B. K., Sekisov Yu. N., Skobelev O. P.** Adjacent Blades' Effect on the Tip Clearance Measurements in Turbines . . 327
- Astapovich Yu. M., Mityashin N. P., Tomashevsky Yu. B., Mirgorodskaya E. E., Denisov A. V.** Control of the Structure of a Flexible Power Supply System . . . . . 337

### Journal within journal

#### "CONTROL AND INFORMATICS IN AEROSPACE AND MARINE SYSTEMS"

- Firsov S. N.** Multilevel Systems Engineering for the Functional Stability of the Small-Sized Spacecraft Movement and Navigation Control Systems . . . . . 345
- Barulina M. A.** Development of a Mass Matrix of the 3D Finite Element for Modeling of the Dynamics of Micromechanical Inertial Sensor Data and their Components . . . . . 352

Information about the journal is available online at:  
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: [mech@novtex.ru](mailto:mech@novtex.ru)

УДК 681.51 + 534

**А. А. Колесников**, Засл. деятель науки и техники РФ, д-р техн. наук, проф., anatoly.kolesnikov@gmail.com,

**Ал. А. Колесников**, канд. техн. наук, доц., kolesnik7@mail.ru,

Институт компьютерных технологий и информационной безопасности  
Южного федерального университета, г. Таганрог

## Синергетическая теория управления и вибромеханика: концептуальная связь

*Установлена глубокая концептуальная связь между вибромеханикой и синергетической теорией управления. Указанная концептуальная связь проявляется в возникновении в сложных системах таких новых эффектов, как расширение—сжатие фазового пространства системы; выход изображающей точки системы на внутренние притягивающие многообразия — аттракторы, на которых возникают новые динамические свойства системы. В качестве иллюстрирующего примера приведено полное решение известной задачи П. Л. Капицы о стабилизации "перевернутого маятника".*

**Ключевые слова:** расширение—сжатие фазового пространства системы, притягивающие инвариантные многообразия, аттракторы, новые динамические свойства системы, стабилизация "перевернутого маятника"

*Развитие любой динамической системы  
всегда происходит в окрестности некото-  
рого аттрактора*

Н. Моисеев

*Вибромеханика изменяет законы механики*

И. Блехман

### Введение

Известно, что к универсальным инвариантам механических систем относятся вибромеханические движения, пронизывающие окружающий нас природный и искусственный миры. Под действием вибрации — быстрых движений в нелинейных колебательных системах — наиболее часто возникают следующие эффекты: вибрационное перемещение, т. е. направленное в среднем "медленное" движение, иначе говоря, некоторое изменение состояния механической системы; изменение физико-механических свойств тел; стабилизация или, наоборот, дестабилизация положения равновесия; вибрационное поддержание вращения и самосинхронизация неуравновешенных роторов, имеющая аналогию в поведении небесных тел, и т. д. Очевидно, что этот перечень вибрационных эффектов, которые формируют механические инварианты, охватывает огромный круг весьма разнообразных явлений в современной технике и технологии. Все они относятся к новой науке — *вибрационной механике* [1]. Одним из важных современных разделов этой науки является *виброреология*, изучающая изменение реологических характеристик тел под действием вибрации. К таким характеристикам относятся эффекты псевдосжижения, изменение коэффициентов вязкости материалов, виброползучесть, возникновение виброкипящего слоя и т. д.

Между вибрационной механикой и синергетической теорией управления, развитой научной школой Южного федерального университета [2—4], оказывается, существует внутренняя глубокая концептуальная связь. Эта связь проявляется в возникновении существенно новых динамических свойств систем. Перейдем к рассмотрению указанных свойств.

### 1. Базовые положения вибрационной механики

Рассмотрим базовые положения вибрационной механики, которые опираются на *концепцию частичного игнорирования движений, т. е. механики систем со скрытыми движениями* [1]. Предположим, что движение некоторой физической системы описывается дифференциальными уравнениями

$$\mathbf{m}(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{R}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}$  —  $n$ -мерный вектор обобщенных координат,  $\mathbf{m}(\mathbf{x})$  — невырожденная  $n \times n$  матрица инерционных коэффициентов,  $\mathbf{R}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, t)$  — вектор сил. Тогда можно положить

$$\begin{aligned} x_1 &= X_1 + y_1, \dots, x_k = X_k + y_k, x_{k+1} = X_{k+1}, \dots, \\ x_{k+l} &= X_{k+l}, \quad x_{k+l+1} = \tilde{y}_{k+l+1}, \dots, x_n = \tilde{y}_n \end{aligned} \quad (2)$$

и назвать  $X_1, \dots, X_{k+l}$  — *явными (учитываемыми)*, а  $y_1, \dots, y_k, \tilde{y}_{k+l+1}, \dots, \tilde{y}_n$  — *скрытыми (игнорируемыми) движениями*. В монографии [1] обобщенные координаты  $x_{k+1}, \dots, x_{k+l}$  названы *явными*,  $x_1, \dots, x_k$  — *частично скрытыми*, а  $x_{k+l+1} = \tilde{y}_{k+l+1}, \dots, x_n = \tilde{y}_n$  — *скрытыми обобщенными координатами*, т. е. быстрыми переменными.

Перейдем теперь согласно выражениям (2) к новым обобщенным координатам  $X_1, \dots, X_{k+l}, \tilde{y}_{k+l+1}, \dots, \tilde{y}_n$ , тогда "избыточные" быстрые переменные  $y_1, \dots, y_k$  можно считать либо известными функциями времени, либо удовлетворяющими дополнительным независимым соотношениям

$$y_s(\mathbf{X}, \mathbf{y}) = 0, s = 1, \dots, k, \quad (3)$$

где  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_{k+l})$  и  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_k, \tilde{y}_{k+l+1}, \dots, \tilde{y}_n)$  — соответственно  $(k+l)$ - и  $(n-l)$ -мерные вектор-столбцы;  $k$  — целое значение, равное числу скрытых переменных в (2). В работе [1] подчеркивается, что соотношения (3) можно задавать произвольно. В то же время эти равенства играют существенную роль, так как они определяют принцип, в соответствии с которым игнорируемые движения отделяются от учитываемых в первых  $k$  соотношениях (2). В общем случае эти соотношения могут представлять собой некоторые дифференциальные уравнения. Здесь же будем полагать их конечными и разрешимыми относительно  $y_1, \dots, y_k$ . Предположим теперь, что

$$\mathbf{m}_0(\mathbf{X}_0)\ddot{\mathbf{X}}_0(t) = \mathbf{R}_0(\dot{\mathbf{X}}_0, \mathbf{X}_0, t) \quad (4)$$

является системой  $2(k+l)$ -го порядка, которая составлена на основании того, что скрытые движения отсутствуют. В книге [1] эта система названа *упрощенной системой*, записанной относительно медленной переменной  $\mathbf{X}$ . Тогда, подставив (2) в уравнения (1) и используя  $n-k-l$  этих уравнений и  $k$  соотношений (3), можно найти производные  $\ddot{y}_1(t), \dots, \ddot{y}_k(t), \ddot{y}_{k+l+1}(t), \dots, \ddot{y}_n(t)$  и исключить их из остальных  $(k \neq l)$  уравнений. В соответствии с соотношениями (3) из этих уравнений можно также исключить переменные  $y_1, \dots, y_k$  и  $\dot{y}_1(t), \dots, \dot{y}_k(t)$  и в результате получить

$$\mathbf{m}_0(\mathbf{X}_0)\ddot{\mathbf{X}}_0(t) = \mathbf{R}_0(\dot{\mathbf{X}}_0, \mathbf{X}_0, t) + \mathbf{V}_1(\dot{\mathbf{X}}, \mathbf{X}, \tilde{\mathbf{y}}, \mathbf{y}, t), \quad (5.1)$$

где  $\tilde{\mathbf{y}} = (\tilde{y}_{k+l+1}, \dots, \tilde{y}_n)$ .

Полученные уравнения отличаются от (4) наличием  $\mathbf{V}_1$  — *вектора дополнительных сил*. Эти уравнения вместе с соотношениями (3) и остальными дифференциальными уравнениями образуют систему, которая в силу (2) эквивалентна исходной системе (1). Если бы указанные остальные дифференциальные уравнения удалось проинтегрировать с учетом (3), то тогда были бы найдены функции  $\mathbf{y}(\dot{\mathbf{X}}, \mathbf{X}, t, \tilde{\mathbf{c}})$ , зависящие от  $2n(n-k-l)$  произвольных постоянных  $\tilde{\mathbf{c}}$ , которые зависят от начальных условий для функций  $\tilde{y}_{k+l+1}, \dots, \tilde{y}_n$ . В результате была бы получена система

$$\mathbf{m}_0(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{R}_0(\dot{\mathbf{X}}, \mathbf{X}, t) + \mathbf{V}_2(\dot{\mathbf{X}}, \mathbf{X}, t, \mathbf{c}). \quad (5.2)$$

В монографии [1] более подробно изложены рассуждения, приводящие к такого рода системам. Переход к этим системам существенным образом опирается на предположение, что для нас перво-

степенный интерес представляют явные движения, а влияние скрытых движений либо мало, либо их можно учесть приближенно. При этих предположениях использование указанных систем окажется проще и удобнее. В этом и состоит сущность предложенной в работе [1] концепции игнорирования скрытых движений.

Преимущества этой концепции особенно проявляются в случае, когда дополнительные силы  $\mathbf{V}_2$  можно считать не зависящими от постоянных  $\mathbf{c}$ . Это наиболее характерно для систем, встречающихся в вибрационной механике, когда изучаются движения, асимптотически устойчивые по скрытым координатам  $\tilde{y}_{k+l+1}, \dots, \tilde{y}_n$  и их скоростям  $\dot{\tilde{y}}_{k+l+1}(t), \dots, \dot{\tilde{y}}_n(t)$  во всей области изменения переменных. Тогда, в принципе, можно как бы "почти забыть" о существовании в исходной системе скрытых обобщенных координат. При этом система с течением времени "забывает" соответствующие начальные условия, а переменные  $\tilde{\mathbf{y}}$  и  $\mathbf{y}$  превращаются в конкретные функции времени. В этом случае приведенные выше уравнения приобретают следующую общую форму:

$$\mathbf{m}_0(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{R}_0(\dot{\mathbf{X}}, \mathbf{X}, t) + \mathbf{V}(\dot{\mathbf{X}}, \mathbf{X}, t). \quad (5.3)$$

В этих уравнениях скрытые движения представлены только выражениями для дополнительных сил  $\mathbf{V}$ , и в зависимости от указанных асимптотически устойчивых движений эти выражения будут различными для соответствующего типа такого движения. Очевидные преимущества перехода от исходных уравнений (1) к уравнениям для явных движений (5.3) состоят в понижении порядка изучаемых движений.

В фазовом пространстве рассматриваемое понижение порядка дифференциальных уравнений можно интерпретировать как притяжение изображающей точки (ИТ) исходной системы (1) к некоторой цилиндрической поверхности  $\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{y}}(t)$  и последующее ее движение по этой поверхности или в ее малой окрестности. Очевидно, что уравнения движения ИТ по указанной поверхности будут описываться уравнениями, отличающимися от уравнений движения в пространстве  $\dot{\mathbf{X}}(t), \tilde{\mathbf{y}}, t$ . Подчеркнем, что при сформулированном условии, а также при выполнении соотношений (2) и (3) имеется полное соответствие между свойствами устойчивости исходной системы (1) по переменным  $\dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{x}$  и движений координат  $\dot{\mathbf{X}}(t)$  и  $\mathbf{X}$ , описываемых уравнениями (5).

Уравнения вида (5.3) отнесены в работе [1] к *основным уравнениям вибрационной механики*, построение которых опирается на следующую, почти очевидную основную теорему механики систем со скрытыми движениями:

**Теорема.** Дифференциальные уравнения явных движений отличаются от уравнений упрощенной системы наличием некоторых дополнительных сил,

зависящих в общем случае как от явных, так и от скрытых обобщенных координат и скоростей или от явных обобщенных координат и скоростей и соответствующего числа постоянных интегрирования. В случае асимптотической устойчивости движения по скрытым обобщенным координатам и скоростям при любых  $\mathbf{X}(t)$  из рассматриваемой области зависимость дополнительных сил от указанных постоянных с течением времени становится несущественной, и можно считать, что эти силы зависят только от явных движений. При условии однозначности и непрерывности преобразования от исходных переменных  $\mathbf{x}$  к переменным  $\mathbf{X}$ ,  $\tilde{\mathbf{y}}$  и обратно вблизи рассматриваемых движений между свойствами устойчивости движений исходной системы (1) по переменным  $\dot{\mathbf{X}}(t)$  и  $\mathbf{x}$  и системы (5.3) по переменным  $\dot{\mathbf{X}}(t)$  и  $\mathbf{X}$  имеется полное соответствие.

В книге [1] подчеркивается, что появление в уравнениях явных движений (5.3) дополнительных сил  $\mathbf{V}$  не поддается объяснению, если не учитывать наличия скрытых движений. Разумеется, что при наличии скрытых движений и не учете сил  $\mathbf{V}$  основные законы и положения механики для основных движений выполняться не будут, либо будут выполняться лишь приближенно. Указанное обстоятельство нередко служило поводом для ошибок и парадоксов, вплоть до выражения сомнений вообще в справедливости известных законов классической механики. Однако очевидно, что обоснованное игнорирование малосущественных движений и степеней свободы дает возможность значительно упростить изучение поведения механических систем. Игнорирование же существенных степеней свободы приводят к неверным утверждениям о движении этих систем количественного и качественного характера. В связи с этим в работе [1] ставятся два важных вопроса:

1. Допустимо ли не учитывать скрытые движения, в частности, скрытые степени свободы, т. е. вместо уравнений (1) или (5.3) рассматривать упрощенные уравнения (4)?

2. Как практически получить выражения, хотя бы приближенные, для дополнительных сил?

В работе [1] отмечается, что ответ на первый вопрос может быть получен на основе метода малого параметра и метода интегральных многообразий, однако в литературе мало публикаций, посвященных его рассмотрению с общих позиций механики. Ответу же на второй вопрос посвящена сама монография [1], в которой изложены способы приближенного нахождения вибрационной силы  $\mathbf{V}$ , а также составления и анализа основных уравнений вибрационной механики для различных случаев их разделения на медленные и быстрые движения для конкретных предположений и технических применений.

В целом, судя по работе [1], в настоящее время развиты методы приближенного анализа вибрационных процессов и эвристического построения соответствующих уравнений типа (4), описывающих медленные движения механической системы. Что же

касается методов регулярного синтеза и целенаправленного формирования вибрационных сил, например для виброреологических нелинейных систем, то эти методы только начинают развиваться. Как отмечается в работе [1], решение этой важной проблемы — задача ближайшего будущего.

Учитывая важность формирующихся в течение многих десятилетий теоретических основ вибрационной механики, а также ее разнообразных применений — от маятниковых устройств и роторных механизмов до виброреологии различных сред, рассмотрим теперь изложенные выше базовые положения вибромеханики и возникающие при этом нерешенные проблемы с точки зрения синергетического подхода к управляемым механическим системам.

## 2. Вибрационная механика и методы синергетической теории управления

Если внимательно изучить содержание кратко изложенных выше базовых положений вибромеханики и ее основной теоремы, то можно с очевидностью убедиться, что все они существенным образом согласуются с идеологией синергетического подхода, опирающегося, как известно, на принцип "расширения—сжатия" фазового пространства. Исчерпывающее решение указанных выше задач вибрационной механики, сформулированных Н. И. Блехманом в основополагающей монографии [1], может быть изложено в терминах синергетического подхода и, следовательно, метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР). Тогда эту науку можно назвать "*управляемой вибромеханикой*". Рассмотрим ее основные задачи в терминах метода АКАР.

Так, скрытые переменные вибромеханики — это координаты состояния, которые не являются основными и "исчезают" в процессе движения ИТ управляемой системы к финишному инвариантному многообразию, непосредственно связанному с той технологической задачей, которую и должна, в конечном итоге, реализовать вибросистема. Указанное финишное многообразие как раз и описывается системой уравнений пониженного порядка (4), относящейся к основным уравнениям вибромеханики. Иначе говоря, уравнения (4) — это уравнения декомпозированной системы в методе АКАР.

Действие же сил  $\mathbf{V}_1$ ,  $\mathbf{V}_2$  и  $\mathbf{V}$ , соответственно входящих в основные уравнения вибромеханики (5.1)—(5.3), адекватны действию "внутренних" управлений метода АКАР, обеспечивающих асимптотически устойчивое движение ИТ вдоль инвариантных многообразий или их пересечений. Следует подчеркнуть, что в методе АКАР, в отличие от методов вибромеханики [1], никаких упрощающих эвристических предположений о разделении движений на "быстрые" и "медленные" не делается. Такого рода разделение движений в методе АКАР реализуется в результате регулярных процессов управле-

ния, "сжимающих" фазовый объем системы, т. е. осуществляется управляемая асимптотическая динамическая декомпозиция системы. В результате этих декомпозиционных процессов могут быть сформированы уравнения типа (4), описывающие некоторую поверхность в фазовом пространстве. К этой поверхности "притягиваются" ИТ из определенной области.

Особо подчеркнем, что синергетический подход и метод АКАР позволяют дать исчерпывающие ответы на поставленные выше два фундаментальных вопроса вибрационной механики [1]. *Во-первых*, дело не столько в игнорировании скрытых движений, т. е. скрытых степеней свободы, сколько в целенаправленности процессов движения ИТ к финишным многообразиям, описываемым уравнениями (4) пониженного порядка. В процессе этого движения указанные скрытые степени свободы "оседают" на промежуточных или финишных инвариантных многообразиях. *Во-вторых*, в методе АКАР совершенно регулярно и точно получаются "внутренние" управления, действие которых адекватно действию дополнительных сил в приближенных методах вибрационной механики. Именно исчерпывающие ответы на указанные выше фундаментальные вопросы, данные методом АКАР, и позволяют положить начало нового направления — "управляемой вибромеханики".

Конкретно суть этого направления сводится к целенаправленному формированию уравнений типа (4), которые в терминах метода АКАР являются желаемыми инвариантными многообразиями, включающими в себя, в частности, и *технологические инварианты*. Такие инварианты возникают в вибромеханике при рассмотрении следующих задач [1]: стабилизация маятниковых систем с вибрирующей осью подвеса; синхронизация вращающихся тел; вибрационное поддержание вращения роторов; вибрационное поддержание планетарного движения (вибрационные дробилки и мельницы); вибрационное торможение вращения; самосинхронизация механических вибровозбудителей; вибрационное перемещение и смещение (грохота, сушилки, концентрационные столы, сепараторы и др.); вибрационное разделение компонентов сыпучих смесей; вибрационное погружение, внедрение и резание; виброреология, т. е. деформация и текучесть веществ, и т. д.

### 3. Пример

В качестве примера рассмотрим задачу П. Л. Капицы о стабилизации "перевернутого маятника". На рис. 1, взятом из работы [5], изображена схема такого маятника, который требуется поддерживать в устойчивом верхнем положении, используя соответствующие способы перемещения его оси. Для решения этой задачи применим метод (АКАР) [2–4], позволяющий синтезировать базовые законы управ-

ления, отражающие естественные свойства "перевернутого маятника".

**Синтез законов управления.** В научно-технической литературе [6] в течение многих лет исследуется поведение нелинейной колебательной системы с параметрическим возбуждением вида

$$\ddot{\theta}(t) = \omega; \dot{\omega}(t) = M - (v + \mu \sin \omega t) \sin \theta, \quad (6)$$

где  $\theta$  — угловая переменная;  $M, v, \mu$  — параметры. Уравнениями (6) описывается, например, движение маятника на колеблющемся основании или дисбалансного ротора, движение заряженной частицы в поле синусоидальной волны и т. д. Так, при  $M = 0$  и  $\sin \theta \approx \theta$  система (6) превращается в широко известное уравнение Матье, описывающее процессы линейного параметрического возбуждения и резонанса. Особенно много внимания было уделено изучению устойчивости "перевернутого маятника" в верхнем положении, когда его основание подвергается вертикальным гармоническим колебаниям. В этом случае маятник описывается дифференциальным уравнением

$$J\ddot{\theta}(t) - ml(g + a\omega^2 \sin \omega t) \sin \theta = 0, \quad (7)$$

где  $\theta$  — угол отклонения от вертикали;  $J, m$  — момент инерции и масса;  $l$  — расстояние от центра масс до оси подвеса;  $g$  — ускорение силы тяжести.

В начале 50-х годов XX в. были опубликованы знаменитые работы П. Л. Капицы [7, 8], вызвавшие научную сенсацию. В этих работах на основе эвристических рассуждений изучается задача о поведении маятника (7) с вибрирующей осью подвеса. Именно в них впервые было введено понятие о "вибраци-

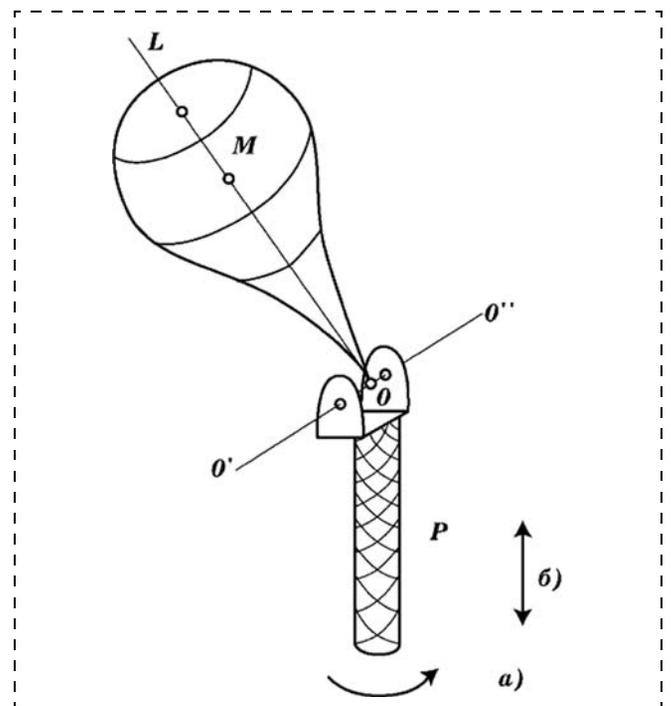


Рис. 1. Схема "перевернутого маятника"

онном моменте". В последующих многочисленных работах этот прием был использован для решения различных прикладных задач в области нелинейных колебаний [1]. Собственно говоря, П. Л. Капицей был поставлен сложный вопрос о причинах стабилизации верхнего, опрокинутого положения маятника (7) путем гармонических вертикальных колебаний его оси подвеса по закону  $u(t) = a\omega^2 \sin \omega t$ . Рассмотрим решение методом АКАР [2–4] более общей задачи синтеза управления "перевернутым маятником": найти закон управления  $u = F(\theta, \dot{\theta})$  в форме обратных связей, обеспечивающий стабилизацию маятника (7) относительно вертикального положения. Синтезируемый закон, имеющий физический смысл ускорения, должен в функции времени  $u(t)$  иметь периодический характер. Для решения этой новой задачи синтеза введем обозначения  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}(t)$  и запишем уравнение (7) в виде системы

$$\dot{x}_1(t) = x_2; \dot{x}_2(t) = \frac{ml}{J}(g + u)\sin x_1. \quad (8)$$

Ставится задача: найти закон управления  $u(x_1, x_2)$ , обеспечивающий устойчивость системы (8) относительно положения  $x_1 = x_2 = 0$ . Желательно, чтобы этот закон в функции времени имел периодический характер. Для этого введем следующую макропеременную:

$$\psi = x_2 - \omega \sqrt{A^2 - x_1^2}, \quad (9)$$

где  $A$ ,  $\omega$  — соответственно заданные амплитуда и частота колебаний. Тогда, подставляя  $\psi$  (9) в инвариантное соотношение

$$T\dot{\psi}(t) + x_1^2 \psi = 0,$$

получаем выражение

$$x_2 + \frac{\omega x_1 \dot{x}_1(t)}{\sqrt{A^2 - x_1^2}} + \frac{x_1^2}{T} \psi = 0,$$

откуда, в силу уравнений маятника (8), находим закон управления

$$\frac{mlu}{J} = -\frac{\omega x_1 x_2}{\sqrt{A^2 - x_1^2} \sin x_1} - \frac{x_1^2 \psi}{T \sin x_1} - \frac{mJg}{J}. \quad (10)$$

Отсюда следует, что движение замкнутой системы (8), (11) будет описываться дифференциальными уравнениями

$$\dot{x}_1(t) = x_2; \dot{x}_2(t) = -\frac{\omega x_1 x_2}{\sqrt{A^2 - x_1^2}} = -\frac{x_1^2 \psi}{T}. \quad (11)$$

Покажем, что система (11) действительно имеет интеграл движения  $\psi_1 = 0$  (9). Для этого поделим

второе уравнение системы (11) на первое, тогда получим

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\omega x_1}{\sqrt{A^2 - x_1^2}} - \frac{x_1^2 \psi}{Tx_2}.$$

Положив в этом уравнении  $\psi_1 = 0$  и интегрируя, находим

$$x_2 = \omega \sqrt{A^2 - x_1^2},$$

т. е. снова получаем  $\psi_1 = 0$ , что свидетельствует о наличии в системе (11) интеграла движения  $\psi_1 = 0$  (9). Итак, энергетическим методом синтезирован базовый закон управления  $u$  (10) в функции обратных связей, т. е. координат  $x_1$  и  $x_2$  "перевернутого маятника". Используя (9), представим замкнутую систему (11) в координатах  $x_1$  и  $\psi$ :

$$\dot{x}_1(t) = \omega \sqrt{A^2 - x_1^2} + \psi; \dot{\psi}(t) = -\frac{x_1^2}{T} \psi. \quad (12)$$

Продифференцировав первое уравнение, запишем замкнутую систему с учетом  $\psi$  (9) также в виде

$$\ddot{x}_1(t) = -\omega^2 x_1 - \left( \frac{\omega^2 x_1 x_2}{x_2 - \psi} + \frac{x_1^2}{T} \right) \psi; \ddot{\psi}(t) = -\frac{x_1^2}{T} \psi. \quad (13)$$

Из уравнений (13) следует, что через  $t \approx (3 \div 4)T$  функция  $\psi \rightarrow 0$ , и в замкнутой системе (11) устанавливаются гармонические колебания

$$x_1(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0); x_2(t) = A \omega \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (14)$$

Рассмотрим теперь поведение замкнутой системы (11) на инвариантном многообразии  $\psi = 0$  (9), куда она неизбежно выходит под действием базового закона управления (10). Движение замкнутой системы (11) вдоль многообразия  $\psi = 0$  (9) описывается декомпозированным уравнением

$$\dot{x}_{1\psi}(t) = \omega \sqrt{A^2 - x_{1\psi}^2},$$

$$\text{т. е. } \dot{x}_{1\psi}^2 + \omega^2 x_{1\psi}^2 = \omega^2 A^2 = 2E_0, \quad (15)$$

где  $E_0$  — полная энергия системы. Это означает, что система (11) обладает на многообразии  $\psi = 0$  (9) предельным циклом, т. е. гармоническим аттрактором. Отсюда следует, что маятник, который как бы еще раз "перевернулся", устойчиво колеблется возле верхнего положения с заданными частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$ . На многообразии  $\psi = 0$  (9) базовый закон управления (11) редуцируется во "внутреннее" управление

$$\frac{mlu_\psi}{J} = -\frac{\omega^2 x_{1\psi}}{\sin x_{1\psi}} - \frac{mJg}{J}, \quad (16)$$

а замкнутая система (8), (16) описывается уравнением

$$\ddot{x}_{1\psi}(t) + \omega^2 x_{1\psi} = 0, \quad (17)$$

которое непосредственно следует из (13) при  $\psi = 0$ . Несколько неожиданно, что полученное выражение (17) — это уравнение обычной консервативной системы. Иначе говоря, диссипативная система, исходно описываемая нелинейными дифференциальными уравнениями (11) или (12), преобразуется на многообразии  $\psi = 0$  (9) в консервативную систему (17), имеющую решение

$$x_{1\psi}(t) = a \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (18)$$

где

$$a = \frac{1}{\omega} \sqrt{\dot{x}_{10\psi}^2 + \omega^2 x_{10\psi}^2}; \quad \varphi_0 = \arctg\left(\frac{\dot{x}_{10\psi}}{\omega x_{10\psi}}\right). \quad (19)$$

Переход замкнутой диссипативной системы (11) в консервативную форму (17) на многообразии  $\psi = 0$  (9) вполне естественен с физической точки зрения. Дело в том, что после попадания системы (11) на многообразие  $\psi = 0$  (9) в ней устанавливается баланс между энергией маятника и энергией, поступающей от управления  $u$  (10). По своей структуре решение (18), (19) совпадает с (14), однако начальные условия в (19) связаны соотношением (9), т. е.

$$x_{20\psi} = \dot{x}_{10\psi} = \omega \sqrt{A^2 - x_{10\psi}^2},$$

подставив которое в (19), находим

$$a = A \text{ и } \varphi_0 = \arctg\left(\frac{\sqrt{A^2 - x_{10\psi}^2}}{\dot{x}_{10\psi}}\right) = \arcsin \frac{x_{10\psi}}{A}. \quad (20)$$

Согласно (14) и (20) решения нелинейной системы (12) и консервативной системы (17) на энергетическом многообразии  $\psi = 0$  (9) точно совпадают.

Таким образом, поведение маятника на многообразии  $\psi = 0$  (9) описывается, с одной стороны, нелинейным дифференциальным уравнением (12), имеющим решение (14), а с другой — уравнением консервативной системы (17), которое имеет решение (18), точно совпадающее с (14). Этот, на наш взгляд, достаточно неординарный факт, отражающий внутренние естественные закономерности в поведении маятника (8), управляемого законом (10), свидетельствует о перспективных возможностях метода АКАР в задачах управления нелинейными колебаниями.

Сделаем теперь упрощающие предположения о том, что сила тяжести  $mg$  в система (8) либо мала по сравнению с развиваемой вибрирующим маятником силой инерции  $m\omega^2$ , либо  $g(t)$  представляет собой некоторое неизменяемое постоянное и ограниченное возмущение  $|g| \leq g_0$ , действующее на маятник (8). Тогда член  $\frac{ml}{J}g$  в законе управления (10) будет отсутствовать, т. е.

$$u = -\frac{J\omega x_1 x_2}{ml\sqrt{A^2 - x_1^2} \sin x_1} - \frac{J\psi x_1^2}{mlT \sin x_1}. \quad (21)$$

В этом случае поведение замкнутой системы (8), (21) по-прежнему описывается уравнениями (11). При этом на многообразии  $\psi = 0$  (9) закон управления  $u$  (21) редуцируется в форму

$$u_{1\psi} = -\frac{J\omega^2 x_{1\psi}}{ml \sin x_{1\psi}}, \quad (22)$$

а замкнутая система (8), (22) будет иметь консервативный вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1\psi}(t) &= x_{2\psi}; \\ \dot{x}_{2\psi}(t) &= -\omega^2 x_{1\psi} + \frac{mlg}{J} \sin x_{1\psi}. \end{aligned} \quad (23)$$

Условие устойчивости системы (23) следующее:

$$J\omega^2 > mlg \text{ при } -\pi < x_{1\psi} < \pi. \quad (24)$$

Отсюда предполагая, что для маятника  $J = ml^2$ , имеем

$$l\omega^2 > g. \quad (25)$$

Условие (25) является верхним и обеспечивает устойчивость "перевернутого маятника" (8) при действии на него редуцированного закона управления (22).

Найдем теперь нижнюю и верхнюю границы амплитуды управляющего воздействия  $u_{1\psi}$  (21). Для этого вычислим предел

$$u_{1\psi \text{ inf}} = -\lim_{x_{1\psi} \rightarrow 0} \left| \frac{J\omega^2 x_{1\psi}}{\sin x_{1\psi}} \right| = -l\omega^2, \quad (26)$$

из которого следует нижняя граница управляющего воздействия. Учитывая, что  $x_{1\psi}(t)$  — это гармоническая функция (14) с амплитудой  $A$ , верхнее значение управляющего воздействия  $u_{1\psi}$  (22) будет равно

$$u_{1\psi \text{ sup}} = -\frac{l\omega^2 A}{\sin A} \text{ при } A < \pi, \text{ рад.} \quad (27)$$

Из (26) и (27) следует, что амплитуда управляющего воздействия  $u_{1\psi}$ , имеющего периодический характер, равна

$$B = A_u = 0,5l\omega^2 \left( \frac{A}{\sin A} - 1 \right), \quad A < \pi, \text{ рад.} \quad (28)$$

Итак, в результате исследования замкнутой системы (8), (22) на многообразии  $\psi = 0$  (9) найдены условия устойчивости (25), амплитуда  $A_u$  (28) управляющего воздействия и гарантированная область притяжения (24) "перевернутого маятника" к верхнему положению. Следует отметить, что закон управления  $u_{1\psi}$  (22) — это своего рода аналог вибрационной силы, формирующей "медленное" движение маятника согласно основам вибрационной механики [1, 7, 8].

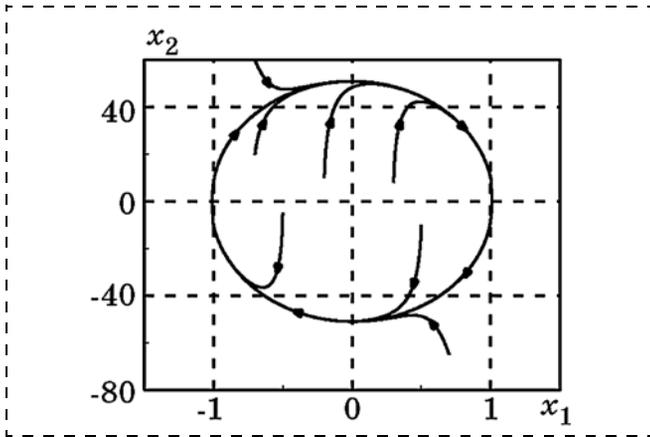


Рис. 2. Фазовый портрет системы

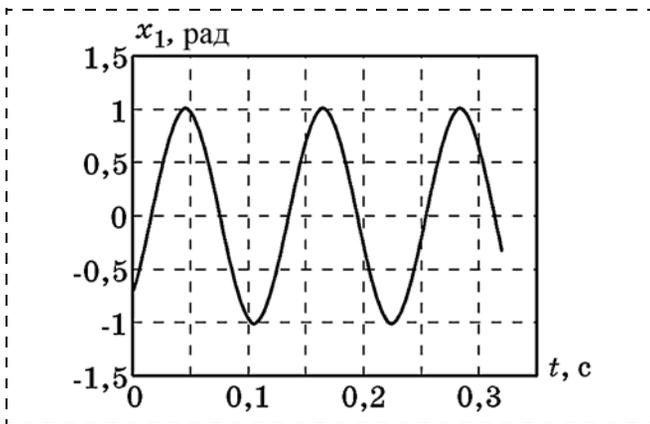


Рис. 3. График поведения координаты  $x_1$

На рис. 2–5 приведены результаты моделирования системы (8), (21) при  $l = 0,3$  м,  $\omega = 50$  рад/с,  $A = 1$  рад,  $T = 0,02$  с, которые в полной мере подтверждают теоретические положения метода АКАР применительно к задаче управления "перевернутым маятником" путем введения обратных связей.

**О задаче П. Л. Капицы.** Изложенное выше решение задачи стабилизации "перевернутого маятника" (8) основано на идеологии введения некоторой совокупности обратных связей по координатам  $x_1$  и  $x_2$ . Эти связи синтезированы в виде соответствующего закона управления  $u(x_1, x_2)$  на основе энергетического метода, базирующегося на введении инвариантных многообразий. В указанной постановке задача стабилизации "перевернутого маятника" исчерпывающим образом решена как в форме базового закона управления  $u(x_1, x_2)$  (10), переводящего маятник в верхнее положение из произвольных начальных условий по  $x_{10}$  и  $x_{20}$ , так и в форме редуцированного закона  $u_\psi$  (22), обеспечивающего стабилизацию маятника в определенной области притяжения. На основе полученных законов замкнутого управления могут быть построены соответствующие системы стабилизации. Такова суть общего подхода к задаче стабилизации "перевернутого маятника" вертикальными колебаниями на основе синтезируемых обратных связей.

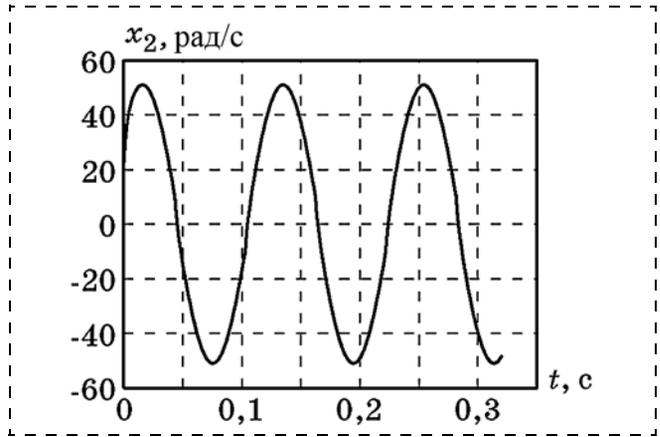


Рис. 4. График поведения координаты  $x_2$

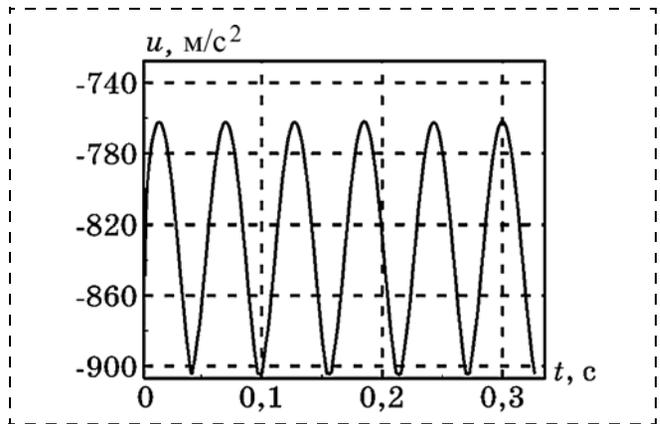


Рис. 5. График поведения управления  $u_1$

Однако, начиная с работ П. Л. Капицы [7, 8], задача стабилизации "перевернутого маятника" продолжает активно изучаться как задача анализа системы (8) при априорном задании закона управления в виде гармонической функции времени  $u(t) = a\omega^2 \sin \omega t$ . В результате приходят к необходимости анализа нелинейного нестационарного дифференциального уравнения типа Матье (7), точное решение которого в литературе отсутствует [1, 5, 6, 9]. В связи с этим в работах многих авторов развивались методы поиска приближенных решений таких уравнений путем разделения движений на быстрые и медленные. Обширный обзор такого рода методов асимптотического усреднения сделан в монографии [1].

Перейдем теперь к исследованию свойств синтезированных выше законов управления как периодических функций времени. Проведем общепринятый анализ [1, 6, 7] поведения маятника (8), находящегося под действием вертикальных колебаний, генерируемых законом управления (22) в виде периодической функции времени. С учетом (14) запишем закон управления:

$$u_{1\psi}(t) = -\frac{l\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0)}{\sin[A \sin(\omega t + \varphi_0)]}. \quad (29)$$

Видно, что закон управления  $u_{1\psi}(t)$  — это периодическая функция времени с амплитудой  $A_u$  (28). Учитывая, что  $\sin^2(\omega t + \varphi_0) = 0,5 - 0,5\cos 2(\omega t + \varphi_0)$ , на основе (29) можно получить приближенные законы управления

$$u_{1\psi}(t) \cong -\frac{12l\omega^2}{12 - A^2 + A^2\cos 2(\omega t + \varphi_0)} \quad (30)$$

или

$$u_{1\psi}(t) \approx -l\omega^2 \left[ 1 + \frac{A^2}{12} - \frac{A^2}{12} \cos 2(\omega t + \varphi_0) \right]. \quad (31)$$

Из (29)—(31) непосредственно следует, что закон  $u_{1\psi}(t)$  (29) — это периодическая функция времени с задаваемыми амплитудой  $A_u$  (26), частотой  $\omega_1 = 2\omega$  и периодом  $T \cong \pi/\omega$ . На рис. 6 и 7 показаны результаты моделирования поведения "перевернутого маятника" (8) под действием вертикальных периодических колебаний  $u_{1\psi}(t)$  (27). Из-за резонансного взаимодействия между управлением  $u_{1\psi}(t)$  (27) и маятником (8) могут возникать его модулированные колебания. Аналогично действуют и законы управления (28) и (29).

Таким образом, закон управления  $u_{1\psi}(t)$  (27) и его приближения (28) или (29) позволили найти эле-

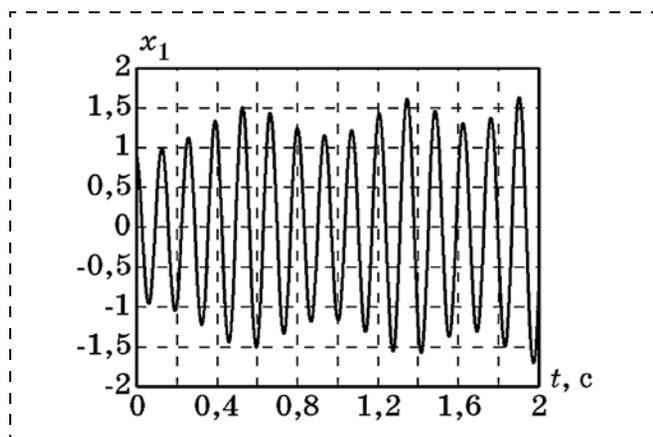


Рис. 6. График поведения координаты  $x_1$

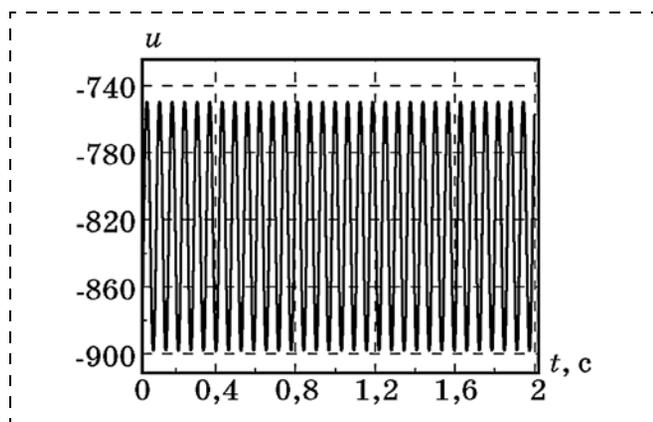


Рис. 7. График поведения управления  $u_{1\psi}$

гантное решение задачи стабилизации "перевернутого маятника" в форме, поставленной П. Л. Капицей [7, 8]. Оказывается, что для этого следует осуществить вертикальные колебания точки подвеса маятника по периодическому закону  $u_{1\psi}(t)$  (27), который имеет амплитуду  $A_u$  (26), частоту  $\omega_1 = 2\omega$  и период  $T = \pi/\omega$ . При этом должно выполняться условие  $l\omega^2 > g$ , т. е.  $l\omega_1^2 > 4g$ . Важно особо подчеркнуть, что между колебаниями управляющего воздействия  $u_{1\psi}(t)$  (27) и маятника возникает основной параметрический резонанс  $\omega_1 : \omega = 2$ , что имеет самостоятельное значение. Реализация законов (27)—(29) не вызывает каких-либо технических затруднений и может быть осуществлена на генераторах гармонических колебаний.

Подведем итоги. Синтезированный на основе метода АКАР базовый закон управления  $u$  (11), формирующий соответствующие обратные связи по координатам  $x_1$  и  $x_2$ , переводит "перевернутый маятник" из произвольного начального состояния  $(x_{10}, x_{20})$  на многообразии  $\psi = 0$  (9), на котором он совершает устойчивые колебания (14) с заданными амплитудой  $A$  и частотой  $\omega$ . При использовании усеченного закона  $u_1$  (20) маятник также стабилизируется в верхнем положении при выполнении условия (23). На многообразии  $\psi = 0$  (9) законы (11) и (20) редуцируются соответственно в формы (16) и (21), имеющие периодический характер. Закон управления  $u_{1\psi}(t)$  (21), записанный в виде функций времени (27) или (28), (29), эффективно решает задачу П. Л. Капицы [7, 8] стабилизации "перевернутого маятника" вертикальными колебаниями.

Сравним полученные здесь результаты с уже известными. В работах [1, 7, 8] и многих других показано, что если в модели (8) выбрать закон управления в виде  $u(t) = a\omega^2 \sin \omega t$ , то условие устойчивости "перевернутого маятника" в верхнем положении должно быть следующим:  $a^2\omega^2 > 2lg$ . Это условие существенно отличается от полученного выше выражения (23) тем, что содержит амплитуду  $a$ , которая, как и частота  $\omega$  в законе управления  $u = a\omega^2 \sin \omega t$ , должна быть должным образом выбрана. Условие же (23) вообще не содержит амплитуды колебаний, что позволяет выбирать ее, исходя из наших желаний. Такое преимущество синергетических законов управления (20), (21), (27) или (28), (29) объясняется тем важным обстоятельством, что эти законы были синтезированы методом АКАР, а не внешне "навязаны", как это имеет место в известных подходах к задаче П. Л. Капицы [1, 7, 8]. В работе [10] особое внимание обращается на необходимость минимизации амплитуды закона управления  $u$ . В нашем случае эта амплитуда может выбираться в зависимости от желаемых частоты  $\omega$  и амплитуды  $A$  колебаний маятника в верхнем положении.

В целом, изложенное означает, что проблема стабилизации маятника с вибрирующим подвесом получила в методе АКАР общее решение как в форме обратных связей, так и в виде периодических во времени колебаний.

## Заклучение

В статье выявлена концептуальная взаимосвязь между двумя крупными направлениями современной науки — синергетической теорией управления и вибромеханикой, получившими в последние годы существенное развитие. Указанная взаимосвязь проявляется в аналогии процессов динамического взаимодействия, в возникновении притягивающих многообразий — аттракторов, а также в возникновении новых динамических и технологических свойств синтезируемых систем. Между указанными направлениями имеются и определенные различия. Дело в том, что в вибромеханике управляющие воздействия осуществляются, как правило, в функции времени путем подбора соответствующих колебательных воздействий, а в синергетической теории управления управляющие воздействия синтезируются в функции обратных связей, обеспечивающих желаемые колебательные и вибрационные процессы. Указанные новые научные направления дополняют друг друга для решения современных

крупных технологических задач управления сложными объектами разной природы.

## Список литературы

1. **Блехман И. И.** Вибрационная механика. М.: Наука, 1994.
2. **Колесников А. А.** Синергетическая теория управления. М.: Энергоатомиздат. 1994.
3. **Современная** прикладная теория управления / Под ред. А. А. Колесникова. Москва-Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000.
4. **Синергетические** методы управления сложными системами: теория системного синтеза. М.: УРСС/КомКнига, 2006, 2012. 240 с.
5. **Неймарк Ю. И., Коган Н. Я., Савельев В. П.** Динамические модели теории управления. М.: Наука, 1985.
6. **Неймарк Ю. И., Ланда П. С.** Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.
7. **Капица П. Л.** Маятник с вибрирующим подвесом // Успехи физических наук. 1954. Т. 44, Вып. 1.
8. **Капица П. Л.** Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1951. Т. 21, Вып. 5.
9. **Стокер Дж.** Нелинейные колебания в механических и электрических системах. М.: ИЛ, 1952.
10. **Фрадков А. Л.** Кибернетическая физика. СПб.: Наука, 2003.

## Synergetic Control Theory and Vibro-Mechanics: a Conceptual Relation

**A. A. Kolesnikov**, anatoly.kolesnikov@gmail.com, **Al. A. Kolesnikov**, kolesnik7@mail.ru,  
Southern Federal University, Taganrog, 347922, Russian Federation

Received on January 29, 2015

*The paper established a deep conceptual relation between the vibro-mechanics and the synergetic control theory. This conceptual relation is revealed in the emergence of new phenomena in the complex systems, namely: expansion and compression of the phase flow; transition of the point representing system into the internal attracting manifolds, on which new dynamic properties of the system are formed. In vibro-mechanics the control actions are carried out usually as a function of time by selecting the corresponding vibration actions, but the synergetic theory of the control actions is synthesized in the feedback function, ensuring the desired oscillation and vibration processes. These new research areas complement each other in meeting today's major technological challenges of controlling complex objects of different nature. We prove that with an example of a complete solution of the famous P. L. Kapitza's problem of "the inverted pendulum stabilization".*

**Keywords:** system phase space extension—compression, attracting invariant manifolds, attractors, dynamic properties, stabilization, inverted pendulum

For citation:

**Kolesnikov A. A., Kolesnikov Al. A.** Synergetic Control Theory and Vibro-Mechanics: a Conceptual Relation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 5, pp. 291—299.

DOI: 10.17587/mau.16.291-299

## References

1. **Blehm I. I.** *Vibracionnaja mehanika* (Vibrational mechanics), Moscow, Nauka, 1994 (in Russian).
2. **Kolesnikov A. A.** *Sinergeticheskaja teorija upravljenija* (Synergetic control theory), Moscow, Jenergoatomizdat, 1994 (in Russian).
3. **Kolesnikov A. A.** *Sovremennaja prikladnaja teorija upravljenija* (Modern Applied Control Theory), Moskva—Taganrog, Publishing house of TRTU, 2000 (in Russian).
4. **Kolesnikov A. A.** *Sinergeticheskie metody upravljenija slozhnymi sistemami: teorija sistemnogo sinteza* (Synergetic control methods for complex systems: theory system synthesis), Moscow, URSS/ Kom-Kniga, 2006, 240 p. (in Russian).

5. **Nejmark Ju. I., Kogan N. Ja., Savel'ev V. P.** *Dinamicheskie modeli teorii upravljenija* (Dynamic models of control theory), Moscow, Nauka, 1985 (in Russian).
6. **Nejmark Ju. I., Landa P. S.** *Stohasticheskie i haoticheskie kolebanija* (Stochastic and Chaotic Oscillations), Moscow, Nauka, 1987 (in Russian).
7. **Kapica P. L.** *Majatnik s vibrirujushhim podvesom* (The pendulum with a vibrating suspension), *Uspehi Fizicheskikh Nauk*, 1954, vol. 44, iss. 1 (in Russian).
8. **Kapica P. L.** *Dinamicheskaja ustojchivost' majatnika pri kolebljushhejsja tochke podvesa* (Dynamic stability of a pendulum with a vibrating suspension point), *Zhurnal Jeksperimental'noj i Teoreticheskoj Fiziki*, 1951, vol. 21, iss. 5 (in Russian).
9. **Stoker Dzh.** *Nelinejnye kolebanija v mehanicheskikh ijelektricheskikh sistemah* (Nonlinear vibrations in mechanical and electrical systems), Moscow, IL, 1952 (in Russian).
10. **Fradkov A. L.** *Kiberneticheskaja fizika* (Cybernetic physics), SPb., Nauka, 2003 (in Russian).

Corresponding author:

**Kolesnikov Anatoly A.**, D. Sc, Professor, Southern Federal University, Taganrog, 347922, Russian Federation,  
e-mail: anatoly.kolesnikov@gmail.com

## Системы экстремального регулирования на основе комбинации поисковых оптимизационных алгоритмов

*Рассмотрены подходы к созданию систем экстремального регулирования, основанных на одновременном комбинированном использовании различных алгоритмов поиска оптимума функции качества. Показаны особенности реализации подобных систем на базе подходов конкуренции и компромисса, а также их преимущества и возможные способы организации настройки.*

**Ключевые слова:** системы экстремального регулирования; настройка систем управления; многомодульные и гибридные системы управления; интеграция алгоритмов управления

### Введение

Структура и методы проектирования систем экстремального регулирования (СЭР) в значительной степени зависят от принятого и реализуемого алгоритма поиска экстремума функции  $y = f(x)$ . По этому признаку СЭР подразделяются на следующие типы [1, 2]:

- с определением производной показателя качества  $dy/dx$  или  $dy/dt$ ;
- с определением знака производной показателя качества;
- шаговые системы, реагирующие на знак и значения приращений выходного сигнала  $u$ ;
- с модулирующим поисковым сигналом, которые определяют направление движения к экстремуму по сдвигу фазы между входными и выходными сигналами;
- с запоминанием экстремума, реагирующие на разность между оптимальным, достигнутым в предыдущие моменты времени, и текущим значением выхода  $u$  или его производной, как правило, первого или второго порядка.

В работах 50...60-х годов XX века В. В. Казакевича, Л. М. Либерзона, А. Б. Родова и многих других были подведены итоги интенсивного, скачкообразного развития теории СЭР этих лет. При исследовании и решении задач проектирования СЭР на этом этапе ставились задачи определения: установившегося периода автоколебаний около экстремума; амплитуды колебаний входа и выхода объекта; среднего уровня автоколебаний или потерь на поиск.

Определение указанных параметров одним из разработанных в эти годы методов [1, 3, 4] позволяет в дальнейшем решить задачу об устойчивости системы экстремального регулирования.

Конец XX — начало XXI века связаны с очередным интенсивным, скачкообразным развитием СЭР, что подтверждается значительным числом работ как за рубежом, так и в отечественной литературе (подробный их обзор дан в работе [8]).

В работах отечественных авторов этого периода можно выделить ряд направлений. Одно из них связано с совершенствованием СЭР, функционирующих на основе использования оценок градиента

оптимизируемого параметра или критерия по управляющим (входным) параметрам. Данный класс систем можно выделить в отдельную категорию. Динамика градиентных квазистационарных систем рассмотрена А. А. Красовским [9], Г. А. Французовой [8] и др. Для данных систем можно выделить важное обстоятельство, облегчающее их синтез, — это отсутствие нелинейной поисковой подсистемы, реализуемой в виде релейного элемента или подсистемы запоминания. Дополнительно в ряде случаев, если экстремальная характеристика может быть представлена параболой, можно выполнить замену экстремальной статической характеристики, перейдя непосредственно к линейному выражению для градиента, что позволяет рассматривать эквивалентную линейную систему. Указанное обстоятельство привело к появлению множества модифицированных градиентных систем.

Другим направлением совершенствования СЭР является развитие идей В. В. Казакевича, связанных с практическими аспектами использования СЭР, основанных на методах статистики и прогнозирования. Так, в работах [10—12] показано, что подобные системы в отдельных случаях позволяют обеспечить высокое качество поисковых процессов, достижение которого другими способами затруднительно в силу ограничений на допустимые значения управляющих воздействий.

Основным недостатком подобных систем являются сложности, связанные с их расчетом и точной настройкой для условий конкретного объекта управления. Одним из возможных направлений решения этой проблемы является разработка СЭР, основанных на комбинировании различных поисковых оптимизационных алгоритмов.

### Способы интеграции поисковых оптимизационных алгоритмов

В СЭР интеграцию различных поисковых алгоритмов можно выполнить на уровнях дискретных или аналоговых сигналов. При этом независимо от типа сигнала можно выделить два разных подхода:

- конкуренция, когда каждый поисковый алгоритм, завершив свой рабочий цикл, может изменить

направление, а также, возможно, и скорость движения к оптимуму, если это позволяет разрешающий противоречия алгоритм блокировки (рис. 1, а);

- компромисс между поисковыми алгоритмами, например, путем взвешенного суммирования сигналов управления согласно схеме, показанной на рис. 1, б, при

$$U = \sum_{l=1}^L \lambda_l U_l, \quad (1)$$

где  $\lambda$  определяет вклад отдельного поискового алгоритма;  $L$  — число поисковых алгоритмов.

Выбор  $\lambda$  может быть основан на решении таких задач, как:

- закрепление за каждым алгоритмом отдельной области пространства состояний системы. Если  $\lambda$  принимает дискретное значение исходя из соответствия состояния системы заданным условиям, то СЭР относится к классу гибридных систем;
- оценка характеристик качества работы, например, путем оценок ошибок подсистем предвидения отдельных алгоритмов по способу, представленному в работе [13];
- организация постепенной настройки СЭР в соответствии с условиями конкретного объекта, при которой на первом этапе  $\lambda$  выше для подсистем с развитой методологией проектирования.

В СЭР с интеграцией на базе конкуренции алгоритм блокировки разрешает работу отдельных алгоритмов исходя из принципа обеспечения возможности доступа каждого алгоритма к управлению, например, блокируя алгоритмы, пытающиеся монополизировать функцию управления. Для решения этой задачи алгоритм блокировки анализирует в первую очередь управляющие команды алгоритмов и может информировать их о фактическом управлении и о необходимости перезапуска.

### Пример СЭР на основе компромисса между поисковыми алгоритмами

В качестве примера рассмотрим СЭР на основе компромисса между градиентным алгоритмом поиска [8] и алгоритмом, использующим технологии прогнозирования, отличные от линейной экстраполяции [11, 14]. Структуры подсистем на основе этих алгоритмов показаны на рис. 2.

Характерные особенности градиентного алгоритма (рис. 2, а) хорошо известны и рассмотрены в работах [8, 9]. Остановимся более подробно на алгоритме, показанном на рис. 2, б. Вариант этого

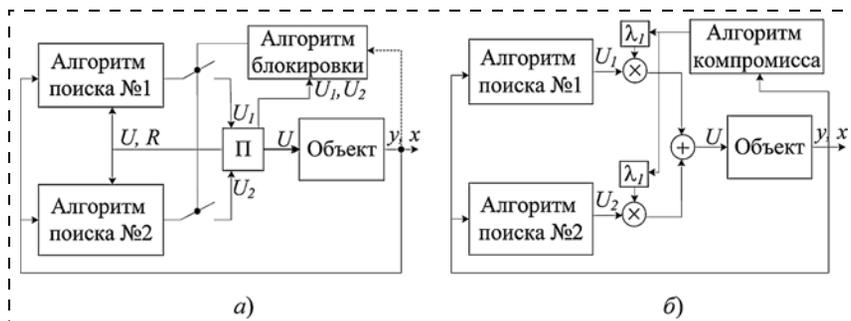


Рис. 1. Подход к экстремальному регулированию путем интеграции различных поисковых алгоритмов на основе: а — конкуренции; б — компромисса (П — блок переключения направления движения к экстремуму; R — сигнал перезапуска)

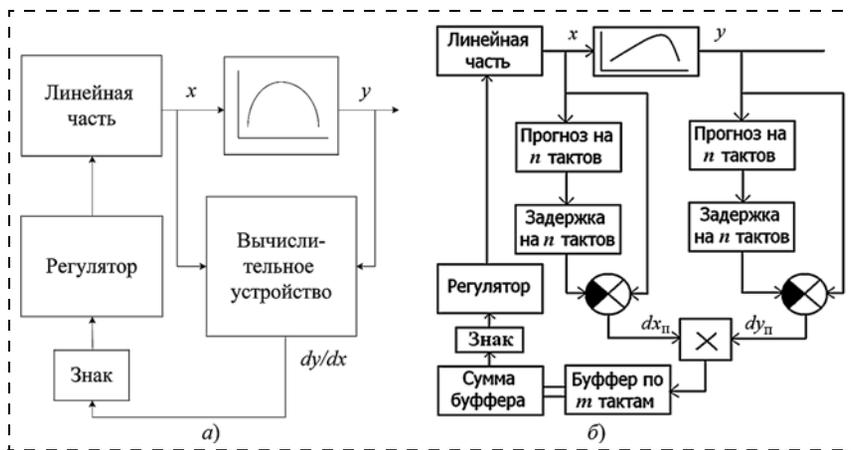


Рис. 2. Поисковые оптимизационные алгоритмы: а — на основе градиентного алгоритма поиска с вычислительным устройством согласно работе [8]; б — на основе алгоритма поиска с отдельными прогнозами  $x$  и  $y$  [14]

алгоритма предложен в работе [14] для оперативного поиска экстремума зависимости активной мощности электрической дуги  $y$  от переменного тока  $x$  в дуговой сталеплавильной печи. Принцип его работы можно сформулировать следующим образом: проведенные с момента прогноза изменения в управлении относительно предварительно прогнозируемой динамики изменения  $x$  должны положительно повлиять на динамику изменения выходного параметра  $y$  относительно его прогнозируемого уровня. Подобная система оказывается эффективна при наличии одновременных возмущений по  $x$  и  $y$  вследствие роста качества отдельного прогноза при известных особенностях технологического процесса.

При работе системы [14] выходной сигнал  $y$  с объекта управления аппроксимируется полиномом второго порядка, который используется для получения спрогнозированного значения выходного параметра  $y_n(t + n\Delta t)$ , которое, задержавшись на  $n$  тактов, поступает на элемент сравнения, где формируется разница между текущим действительным и спрогнозированным ранее значениями выходного параметра:

$$\Delta y_n = y(t) - y_n(t). \quad (2)$$

Величина  $\Delta x_{\Pi}$  формируется как разница между текущим действительным и спрогнозированным ранее значениями входного параметра. В рассматриваемом примере, чтобы исключить влияние особенностей модуляции сигналов управления, используются знаковые версии для обоих алгоритмов на рис. 2. Это позволяет в алгоритме на рис. 2, б использовать знак произведения  $\Delta x_{\Pi} \Delta y_{\Pi}$  для выбора направления дальнейшего движения к экстремуму. Для повышения устойчивости поискового процесса рассчитывается сумма произведения  $\Delta x_{\Pi} \Delta y_{\Pi}$  по последним  $m$  тактам работы системы. Таким образом, разница (2), связанная как с изменениями в управлении, так и с неточностью прогнозирования, используется при выборе направления дальнейшего движения к экстремуму:

$$U = \text{sign} \left( \sum_{i=1}^m \Delta x_{\Pi}(i) \Delta y_{\Pi}(i) \right). \quad (3)$$

Экстремальная статическая характеристика объекта представлена зависимостью  $y = -x_2 + 10x + 100$ . Моделью линейной части является инерционное звено первого порядка с постоянной времени 10 с.

Для сравнительного изучения влияния параметров настройки алгоритма, показанного на рис. 2, б, на качество поисковых процессов системы автоматической оптимизации управления (САОУ) был проведен автоматизированный вычислительный эксперимент в среде VisSim (более  $10^5$  опытов). Полученные результаты представлены на рис. 3 в форме зависимости интегральных потерь на поиск от комбинации числа тактов задержки  $n$  и общего числа тактов  $N$ , по которым выполняется аппроксимация. При этом для каждой комбинации было подобрано значение  $m$ , оптимальное по следующему критерию:

$$\Pi \rightarrow \min,$$

$$\Pi = \max[\Pi_{\omega_1}^{\text{BГ}}, \Pi_{\omega_1}^{\text{B}}, \Pi_{\omega_1}^{\text{Г}}, \Pi_{\omega_2}^{\text{BГ}}, \Pi_{\omega_2}^{\text{B}}, \Pi_{\omega_2}^{\text{Г}}], \quad (4)$$

где  $\Pi_{\omega}^{\text{B}}$ ,  $\Pi_{\omega}^{\text{Г}}$ ,  $\Pi_{\omega}^{\text{BГ}}$  — интегральные оценки качества поиска при соответственно вертикальном, гори-

зонтальном и комбинированном дрейфе статической характеристики с частотой  $\omega$ ;  $\omega_1 = 0,15$  Гц;  $\omega_2 = 1$  Гц.

Также было получено выражение для приближенного определения рационального значения коэффициента усиления пропорционального регулятора:

$$\lg(K_y) = 0,429\vartheta_2 + 0,323\vartheta_1 - 0,059_1\vartheta_2 + 1,483;$$

$$\vartheta_1 = \lg\left(\frac{T}{S_t \tau}\right); \quad \vartheta_2 = \lg\left(\frac{T}{T_w}\right), \quad (5)$$

где  $T/(S_t \tau)$  характеризует связь быстродействия исполнительных устройств с частотой опроса датчиков и вызова алгоритма САОУ;  $T/T_w$  — связь инерции линейной части с частотой действующих возмущений;  $T_w$  — период возмущений;  $T$  — постоянная времени инерционного звена модели линейной части;  $S_t \tau$  — дискретность работы алгоритма во времени при шаге моделирования  $\tau$ .

На рис. 4 показаны примеры поисковых процессов как при раздельном, так и при совместном использовании алгоритмов в условиях одновременного горизонтального и вертикального дрейфа статической характеристики частотой 0,15 Гц. При моделировании раздельную работу и интеграцию осуществляли при одинаковых коэффициентах усиления 125 единиц по каналу каждого из алгоритмов с ограничением суммы управляющих сигналов на этом же уровне. Ограничение позволяет выявить результат именно от интеграции алгоритмов, а не от усиления общего коэффициента передачи вследствие суммирования двух управляющих сигналов.

Из рис. 4 видно, что интеграция градиентного алгоритма с системой на базе прогноза в отдельных случаях позволяет улучшить качество поисковых процессов по сравнению с работой каждого из алгоритмов в отдельности.

Альтернативой рассматриваемой СЭР с интеграцией алгоритмов может, например, являться использование градиентного поискового алгоритма с пропорционально-дифференциальным (ПД) регулятором. Промышленные правила его ручной на-

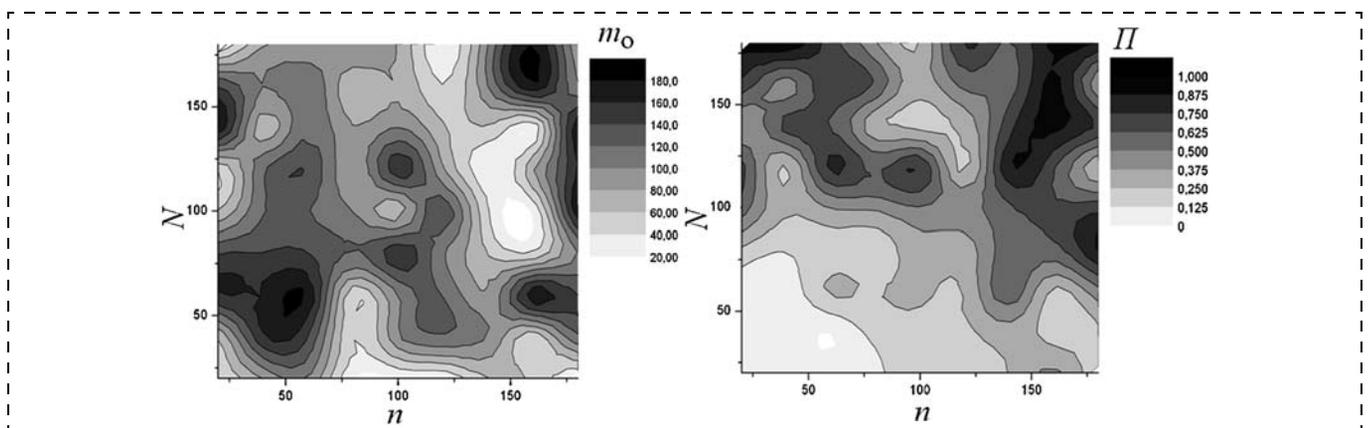
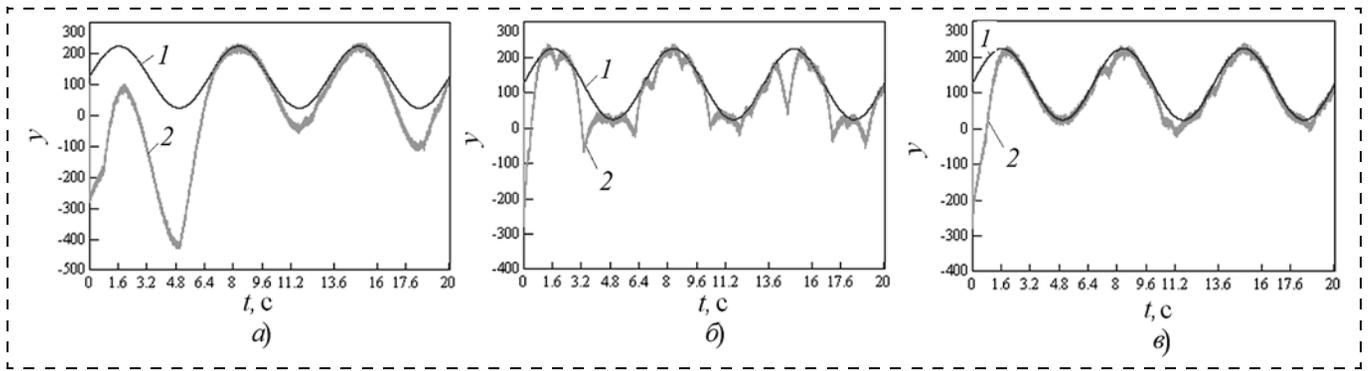


Рис. 3. Зависимость качества поисковых процессов САОУ от  $n$  и  $N$ :

$\Pi$  — значения критерия (4); светлый цвет — высокое качества поиска;  $m_0$  — оптимальное согласно минимуму  $\Pi$  значение параметра  $m$  при комбинациях  $n$  и  $N$



**Рис. 4. Процессы при работе алгоритмов поиска:**  
 а — градиентного; б — на базе прогноза входного и выходного параметра; в — при их совместной работе (1 — значения дрейфующего экстремума; 2 — фактическое значение  $y$ )

стройки для систем стабилизации предполагают следующий алгоритм:

- задать минимальные значения  $K_p$  и время дифференцирования  $T_d$ ;
- увеличивать  $K_p$  до появления быстро затухающих колебательных переходных процессов;
- увеличивать  $T_d$  до тех пор, пока колебания не будут устранены или до появления высокочастотных колебаний, свидетельствующих об избыточном дифференциальном управлении;
- повторять установки в соответствии с двумя предыдущими шагами до тех пор, пока колебания не удастся устранить.

Изучение работы СЭР показало, что интеграция алгоритмов позволяет дополнительно увеличить коэффициент усиления для прогнозирующего алгоритма по аналогии с настройкой  $T_d$  ПД регулятора в системе стабилизации. О достижении предельного уровня могут свидетельствовать высокочастотные составляющие, присутствующие на рис. 4, б, в.

### Пример СЭР с интеграцией конкурирующих алгоритмов

Подход к созданию СЭР на основе конкуренции в случае дискретных команд отдельных алгоритмов основан на использовании общего триггера, определяющего направление движения к оптимуму.

При отсутствии алгоритма согласования противоречий они могут разрешаться за счет "захвата" процесса поиска более активным алгоритмом, чаще выполняющим изменение направления движения к оптимуму. При этом более высокая активность отдельного алгоритма может быть обусловлена одновременным действием ряда факторов:

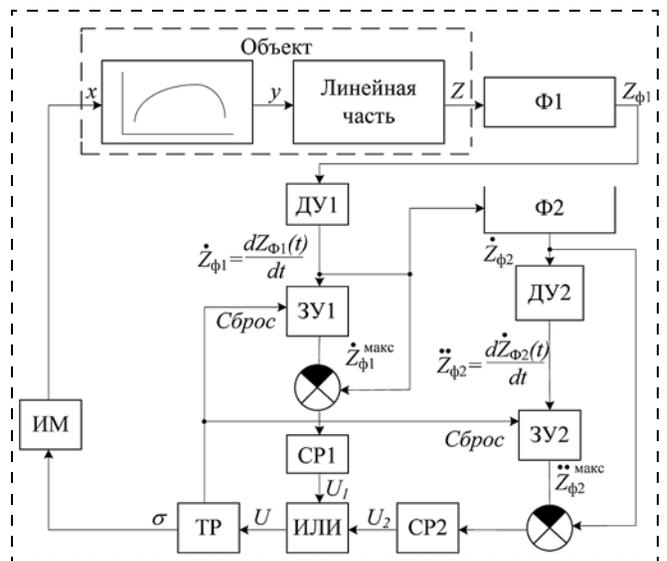
- более совершенным алгоритмом управления;
- противодействием работе других алгоритмов в силу противоречий;
- неустойчивой работой.

Указанные причины могут приводить к существенному росту интенсивности изменений направления движения к экстремуму в процессе поиска. В то же время, некоторые алгоритмы в таких условиях могут оказаться неработоспособны, поскольку им, например, может потребоваться некоторое время

для оценки эффекта от примененного к системе тестирующего воздействия.

Это означает, что используемые в СЭР алгоритмы должны учитывать возможность отличия сформированного от фактически поданного на объект управления. В отдельных алгоритмах уже содержатся способы разрешения указанной проблемы. Например, при использовании алгоритма, основанного на запоминании оптимального значения параметра, сброс запомненного значения в момент переключения направления движения к экстремуму в результате команды любого алгоритма позволяет учесть фактически поданное управление.

Вариант организации процесса интеграции конкурирующих алгоритмов и возможные преимущества этого рассмотрим на примере поисковой системы, показанной на рис. 5. Объектом является



**Рис. 5. СЭР с одновременным использованием поисковых алгоритмов запоминания экстремума первой и второй производной оптимизируемого параметра:**

$\Phi 1-2$  — фильтры  $1/(p + 1)^2$ ;  $DU 1-2$  — дифференцирующие устройства;  $ZU 1-2$  — блоки запоминания максимального значения;  $CP 1-2$  — реле, формирующие команду на изменение направления перемещения вала ИМ;  $TR$  — триггер реверса, изменяющий направление перемещения вала ИМ на противоположное; ИМ — исполнительный механизм

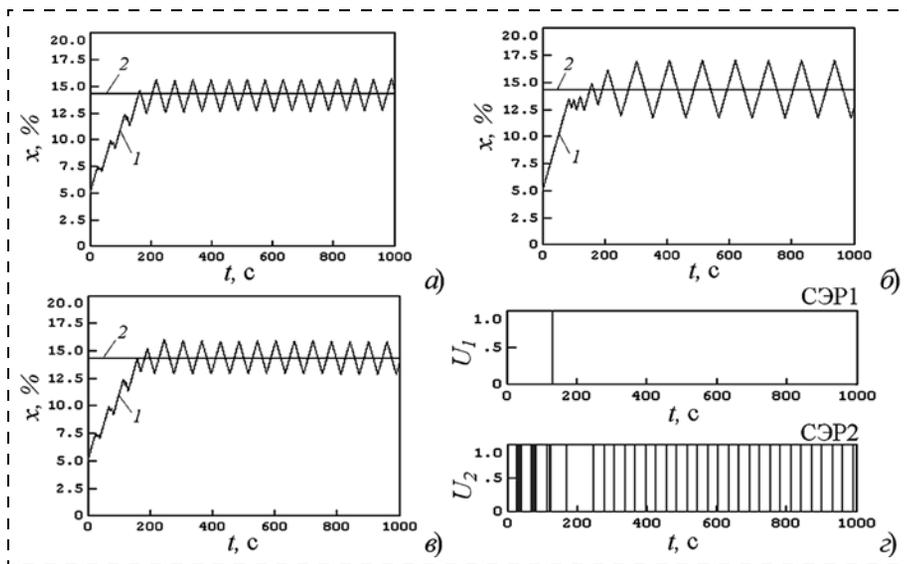
модель нагрева купола доменного воздушнонагревателя. Статические свойства зависимости температуры купола  $y$  от положения жалюзи воздушного вентилятора горелки  $x$  представлены зависимостью  $y = -5,4x^2 + 155x + 283$ . При отсутствии дрейфа оптимум  $1395^\circ\text{C}$  достигается при  $x = 14,3\%$ . Динамические свойства терморпары в защитном чехле, расположенном в кладке купола, представлены последовательным соединением двух инерционных звеньев первого порядка с постоянными времени  $T_1 = 60$  и  $T_2 = 2$ . Контур содержит модель исполнительного механизма постоянной скорости  $0,1\%/с$ .

Особенностью СЭР является одновременное использование контуров на основе двух алгоритмов оптимизации: с запоминанием максимума первой производной выходной величины (СЭР1) и с запоминанием максимума второй производной (СЭР2), которые работают совместно. Управляющие сигналы  $U_1$  и  $U_2$  алгоритмов СЭР1 и СЭР2 формируются согласно следующим условиям:

$$U_1 = \begin{cases} 0 & \text{при } \dot{z}_{\Phi 1} \geq \dot{z}_{\Phi 1}^{\text{макс}} - \Delta Z_{\Phi 1}; \\ 1 & \text{при } \dot{z}_{\Phi 1} < \dot{z}_{\Phi 1}^{\text{макс}} - \Delta Z_{\Phi 1}; \end{cases} \quad (6)$$

$$U_2 = \begin{cases} 0 & \text{при } \ddot{z}_{\Phi 2} \geq \ddot{z}_{\Phi 2}^{\text{макс}} - \Delta Z_{\Phi 2}; \\ 1 & \text{при } \ddot{z}_{\Phi 2} < \ddot{z}_{\Phi 2}^{\text{макс}} - \Delta Z_{\Phi 2}. \end{cases}$$

где  $\dot{z}_{\Phi 1}$ ,  $\ddot{z}_{\Phi 2}$  — текущие значения первой и второй производных оптимизируемого параметра по времени;  $\dot{z}_{\Phi 1}^{\text{макс}}$ ,  $\ddot{z}_{\Phi 2}^{\text{макс}}$  — запомненные максимальные на текущий момент значения  $\dot{z}_{\Phi 1}$ ,  $\ddot{z}_{\Phi 2}$ ;  $\Delta Z_{\Phi 1}$ ,  $\Delta Z_{\Phi 2}$  — зоны нечувствительности.



**Рис. 6.** Перемещение вала ИМ (1) и оптимальное его положение (2) при: а — отдельной работе СЭР2 ( $\Delta Z_{\Phi 2} = 0,02$ ); б — отдельной работе СЭР1; в — совместной работе СЭР1 и СЭР2; г — импульсы на изменение направление движения вала ИМ при совместной работе СЭР1 и СЭР2

Выбор направления перемещения вала ИМ  $\sigma$  формируется в зависимости от  $U_1$  и  $U_2$ :

$$U = \begin{cases} 0 & \text{при } U_1 = 0 \text{ и } U_2 = 0; \\ 1 & \text{при } U_1 = 1 \text{ или } U_2 = 1; \end{cases} \quad (7)$$

$$\sigma(\tau) = \begin{cases} \sigma(\tau) & \text{при } U = 0; \\ -\sigma(\tau) & \text{при } U = 1. \end{cases}$$

При смене направления перемещения вала ИМ ( $U = 1$ ) выполняется сброс запомненных блоками ЗУ максимальных значений производных:

$$\dot{z}_{\Phi 1}^{\text{макс}} = \begin{cases} \dot{z}_{\Phi 1}^{\text{макс}} & \text{при } \dot{z}_{\Phi 1} \leq \dot{z}_{\Phi 1}^{\text{макс}} \text{ и } U = 0; \\ \dot{z}_{\Phi 1} & \text{при } \dot{z}_{\Phi 1} < \dot{z}_{\Phi 1}^{\text{макс}} \text{ или } U = 1; \end{cases} \quad (8)$$

$$\ddot{z}_{\Phi 2}^{\text{макс}} = \begin{cases} \ddot{z}_{\Phi 2}^{\text{макс}} & \text{при } \ddot{z}_{\Phi 2} \leq \ddot{z}_{\Phi 2}^{\text{макс}} \text{ и } U = 0; \\ \ddot{z}_{\Phi 2} & \text{при } \ddot{z}_{\Phi 2} < \ddot{z}_{\Phi 2}^{\text{макс}} \text{ или } U = 1. \end{cases}$$

При постоянных параметрах фильтров Ф1-2 качество работы СЭР определяется зонами нечувствительности  $\Delta Z_{\Phi 1}$  и  $\Delta Z_{\Phi 2}$ . При их значениях  $0,4$  и  $0,02$ , соответственно, переходные процессы определяются работой контура с запоминанием второй производной. Из рис. 6, а и б, в видно совпадение поисковых процессов при отдельной работе СЭР2 и СЭР с интеграцией алгоритмов, т. е. при совместном использовании алгоритмов качество поиска не снизилось.

Увеличение зоны нечувствительности СЭР2 до  $\Delta Z_{\Phi 2} = 0,06$  приводит к существенному снижению качества поиска при отдельной работе СЭР2 (рис. 7, а). При работе СЭР с интеграцией алгоритмов качество процесса теперь определяется работой СЭР1. Видно соответствие процессов на рис. 6, б и 7, б. Из рис. 7, б видно, что увеличилось время выхода в область экстремума. Причиной являются возникающие противоречия между алгоритмами управления СЭР1 и СЭР2.

Полученные результаты говорят о возможности организации последовательной настройки СЭР. Например, на первом этапе требуемое качество поисковых процессов можно обеспечить за счет СЭР1, а далее выполнить постепенную подстройку зоны нечувствительности СЭР2 по второй производной, рациональные значения которой может быть трудно определить заблаговременно.

Рассмотрим поведение СЭР при наличии дополнительного блока разрешения противоречий путем введения блокировки управления от отдельных алгоритмов. Блокировка работы обоих алгоритмов выполняется

Рассмотрим поведение СЭР при наличии дополнительного блока разрешения противоречий путем введения блокировки управления от отдельных алгоритмов. Блокировка работы обоих алгоритмов выполняется

на заданное время после подачи принятой к исполнению команды на изменение направления движения вала ИМ. Прием для СЭР1 время блокирования 1 с, а для СЭР2 — 2 с. Полученные поисковые процессы представлены на рис. 8.

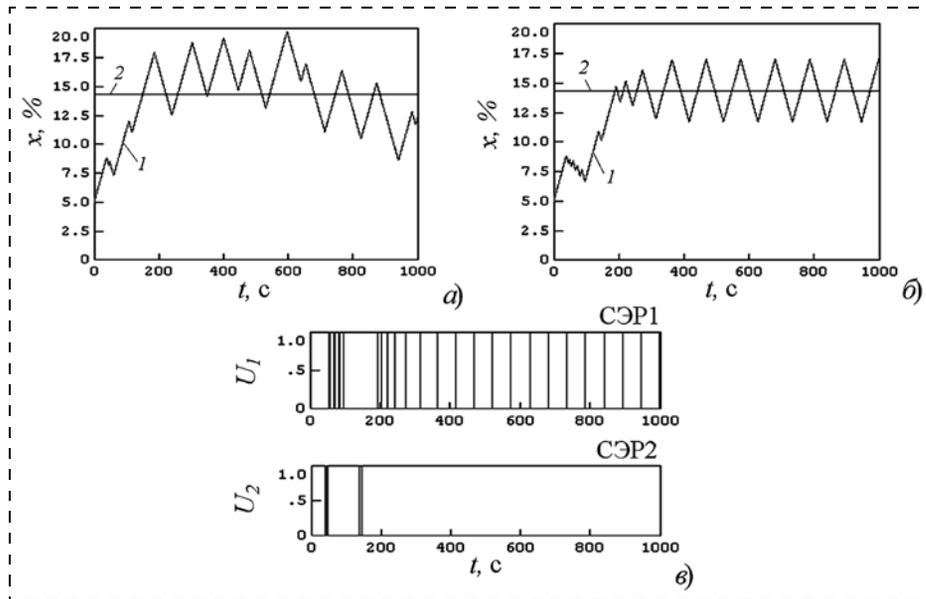
Видно, что СЭР с интеграцией алгоритмов успешно справляется с задачей поиска экстремума. Наличие блокировки позволило снизить интенсивность подачи управляющих воздействий от СЭР1 и СЭР2 и добиться качественной работы системы. Изучение различных вариантов блокировки показало, что в данном случае для достижения приемлемого качества поисковых процессов требуется блокировка СЭР2 после подачи команд как от СЭР1, так и от СЭР2. Работа СЭР1 может блокироваться подачей команд только от СЭР1.

Необходимо отметить, что после введения блокировки СЭР1 оказывает значимое воздействие на процесс движения к экстремуму на этапе, когда вследствие приближения к экстремуму значения производных непрерывно уменьшаются.

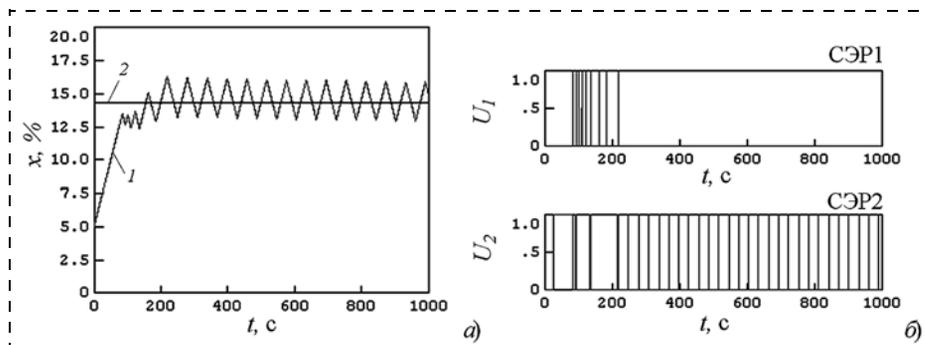
### Заключение

Подводя итоги, отметим, что разработка единого способа интеграции работы алгоритмов СЭР различных типов позволяет в перспективе создать систему, качественно решающую поисковые задачи даже при неточной настройке ряда параметров отдельных ее компонентов, а также предложить некоторый алгоритм последовательного подбора параметров настройки такой системы, который не приводил бы к существенным нарушениям процесса поиска экстремума.

Основным отличием предлагаемого подхода к управлению является предоставление свободы отдельным конкурирующим алгоритмам. Задачей алгоритма интеграции в таких условиях является реализация эффективных правил конкуренции. Перспективным направлением дальнейших исследований в данной области является разработка алгоритма настройки параметров выдержки блокирующей системы, что позволяет управлять частотным разделением диапазонов работы различных поисковых оптимизационных алгоритмов.



**Рис. 7. Перемещение вала ИМ (1) и оптимальное его положение (2) при:** а — отдельной работе СЭР2 с запоминанием второй производной ( $\Delta Z_{\Phi 2} = 0,06$ ); б — совместной работе СЭР1 и СЭР2; в — импульсы на изменение направление движения вала ИМ при совместной работе СЭР1 и СЭР2



**Рис. 8. Совместная работа СЭР1 и СЭР2 при наличии подсистемы разрешения конфликтов:** а — показано положение вала ИМ (1 — перемещение в ходе поиска; 2 — оптимальное); б — импульсы на изменение направление движения вала ИМ

### Список литературы

1. **Либерзон Л. М., Родов А. Б.** Системы экстремального регулирования / Под ред. В. В. Казакевича. М.: Энергия. 1965. 160 с.
2. **Либерзон Л. М., Родов А. Б.** Шаговые экстремальные системы. М.: Энергия, 1969. 96 с.
3. **Ивашенко Н. Н.** Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем. Учеб. для вузов. М.: Машиностроение, 1978. 736 с.
4. **Воронов А. А.** Основы теории автоматического управления. Часть III. Оптимальные, многосвязные и адаптивные системы. Л.: Энергия, 1970. 328 с.
5. **Frantsuzova G.** Features of different types of automatic extremum seeking systems based on localization method // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2012. V. 48. P. 438–446.
6. **Frantsuzova G. A.** Design of Two-Loops Extremum Seeking System by Means of Localization Method // Proc. of the IASTED Intern. Conf. "Automation, Control and Information Technology (ACIT-in 2005). Anaheim-Calgary-Zurich: ACTA Press, 2005. P. 415–419.
7. **Joon-Young C, Miroslav K., Kartik B. Ariyur, Jin S. Lee.** Extremum Seeking Control for Discrete-Time Systems // IEEE Transactions on automatic control. 2002. V. 47. N. 2. P. 318–323.
8. **Французова Г. А.** Синтез систем экстремального регулирования для нелинейных нестационарных объектов на основе принципа локализации: Дис. ... докт. техн. наук: 05.13.01. Новосибирск, 2004.
9. **Красовский А. А.** Динамика непрерывных самонастраивающихся систем. М.: Физматгиз, 1963.

10. Усачев М. В. Система автоматического управления энергетическим режимом электродуговых печей переменного тока. Дис. ... канд. техн. наук: 05.13.06. Москва, 2009.

11. Рябчикова Е. С., Рябчиков М. Ю., Парсункин Б. Н. Применение прогнозной модели для оптимизации управления энергетическим режимом ДСП // Автоматизированные технологии и производства. 2012. № 4. С. 179—189.

12. Пыхова О. В. Автоматическая оптимизация управления технологическим процессом измельчения рудных материалов //

Автоматизированные технологии и производства. 2014. № 6. С. 165—177.

13. Чернодуб А. Н., Дзюба Д. А. Обзор методов нейрорегулирования // Проблемы программирования. 2011. № 2. С. 79—94.

14. Рябчиков М. Ю., Парсункин Б. Н., Рябчикова Е. С. Оптимизация управления электрическими режимами работы дуговых сталеплавильных печей переменного тока с использованием прогнозирующей системы // Автоматизация в промышленности. 2014. № 11. С. 52—56.

## Extreme Control Systems Based on a Combination of Search Optimization Algorithms

M. Yu. Ryabchikov, mt\_mgn@mail.ru, E. S. Ruabchikova, mika.elena@mail.ru,  
Magnitogorsk State Technical University named after G. I. Nosov,  
Magnitogorsk, Chelyabinsk Region, 455000, Russian Federation

Received on October 13, 2014

The authors consider approaches to development of the extreme control systems (ECS) based on a simultaneous combination of different algorithms of search for a fitness function optimum. Such systems require a method for integration of the results of different algorithms. As a distinctive feature an algorithm can have high performance under certain conditions, developed methods of configuration, effective means of estimation of the future, current and past system states. Sometimes a system solution for a control problem was no good. This was a result of an excessive simplification of the search algorithm, e.g. carried out in order to facilitate the proceeding system design and performance of the structural transformations of the control system loops. In the authors' opinion, the approach based on integration of different algorithms, first of all, is aimed at preservation of high quality extreme control of a system. Weighted summation of the separate control signals is the traditional way to integrate the algorithms into the control systems. This method is a "compromise" between the controls proposed by different algorithms. However, in this paper the authors consider another way available for the extreme control systems. They examine ways of integration of the search algorithms as exemplified by the systems, which include not only the well-known algorithms with developed methods of design and algorithms of high efficiency, but also a complex configuration in terms of specific tasks. The authors demonstrate that in certain cases the methods of integration under consideration allow us to achieve a higher quality of the search processes than each algorithm taken separately. They show possible methods to organize configuration for such systems. They suggest high quality performance based on separate search algorithms, at the first stage, and a further "manual" parameter of configuration.

**Keywords:** extreme control systems, control system configuration, hybrid and multimodule systems, integration of search optimization algorithms

For citation:

Ryabchikov M. Yu., Ruabchikova E. S. Extreme Control Systems Based on a Combination of Search Optimization Algorithms. *Mechatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 5, pp. 300—306.

DOI: 10.17587/mau.16.300-306

### References

1. Liberzon L. M., Rodov A. B. *Sistemy ekstremal'nogo regulirovaniya* (Extremum seeking systems), Moscow, Energiya, 1965, 160 p. (in Russian).

2. Liberzon L. M., Rodov A. B. *Shagovye ekstremal'nye sistemy* (Stepping extremum seeking systems), Moscow, Energiya, 1969, 96 p. (in Russian).

3. Ivashchenko N. N. *Avtomaticheskoe regulirovanie. Teoriya i elementy sistem* (Automatic control. Theory and system elements), Moscow, Mashinostroenie, 1978, 736 p. (in Russian).

4. Voronov A. A. *Osnovy teorii avtomaticheskogo upravleniya. Chast' III. Optimal'nye, mnogosvyaznye i adaptivnye sistemy* (Fundamentals of the theory of automatic control. Part III. Optimal multi-variable and adaptive systems Leningrad: Energiya), 1970, 328 p. (in Russian).

5. Frantsuzova G. Features of different types of automatic extremum seeking systems based on localization method, *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, Allerton Press, 2012, no. 48, pp. 438—446.

6. Frantsuzova G. A. Design of Two-Loops Extremum Seeking System by Means of Localization Method, *Proc. of the IASTED Intern. Conf. "Automation, Control and Information Technology (ACIT-in 2005)"*, Anaheim-Calgary-Zurich, ACTA Press, 2005, pp. 415—419.

7. Joon-Young C., Miroslav K., Kartik B. Ariyur, Jin S. Lee. Extremum Seeking Control for Discrete-Time Systems. *IEEE Transactions on automatic control*, 2002, vol. 47, no. 2, pp. 318—323.

8. Frantsuzova G. A. Sintez sistem ekstremal'nogo regulirovaniya dlya nelineinykh nestatsionarnykh ob"ektov na osnove printsi pa lokalizatsii: dissertation doctor of Engineering Sciences: 05.13.01, Novosibirsk, 2004 (in Russian).

9. Krasovskii A. A. *Dinamika nepreryvnykh samonastroyayushchikhsya sistem* (Dynamics of continuous adaptive systems), Moscow, Fizmatgiz, 1963, 468 p. (in Russian).

10. Usachev M. V. Sistema avtomaticheskogo upravleniya energeticheskim rezhimom elektrodugovykh pechei peremennogo toka: dissertation candidate of Engineering Sciences: 05.13.06, Moscow, 2009 (in Russian).

11. Ryabchikova E. P., Ryabchikov M. Yu., Parsunkin B. N. *Primeneniye prognoznoi modeli dlya optimizatsii upravleniya energeticheskim rezhimom DSP* (Predictive model for management optimization of arc furnace power mode), *Avtomatizirovannye Tekhnologii i Proizvodstva*, 2012, no. 4, pp. 179—189 (in Russian).

12. Pykhova O. V. *Avtomaticheskaya optimizatsiya upravleniya tekhnologicheskim protsessom izmel'cheniya rudnykh materialov* (Automatic control optimization for ore materials grinding process), *Avtomatizirovannye Tekhnologii i Proizvodstva*, 2014, no. 6, pp. 165—177 (in Russian).

13. Chernodub A. N., Dzyuba D. A. *Obzor metodov neuroupravleniya* (Review methods neurocontrol), *Problemy programmirovaniya*, 2011, no. 2, pp. 79—94 (in Russian).

14. Ryabchikov M. Yu., Parsunkin B. N., Ryabchikova E. P. *Optimizatsiya upravleniya elektricheskimi rezhimami raboty dugovykh stalaplavil'nykh pechei peremennogo toka s ispol'zovaniem prognoziryuyushchei sistema* (Management optimization of electric operating modes of arc furnaces of alternating current using predicting system), *Avtomatizatsiya v Promyshlennosti*, 2014, no. 11, pp. 52—56 (in Russian).

Corresponding author:

Ryabchikov Mikhail Yu., Ph. D., Associate Professor at the department of automated control systems, Magnitogorsk State Technical University named after G. I. Nosov, Magnitogorsk, Chelyabinsk Region, 455000, Russian Federation, e-mail: mt\_mgn@mail.ru

УДК [681.513.3:004.896]:[621.396.969.36:531.211.3]

**П. В. Степанов**, аспирант, stepanov.pavel.v@inbox.ru,  
**И. А. Щербатов**, канд. техн. наук, доц., sherbatov2004@mail.ru,  
Астраханский государственный технический университет

## Многоагентная система планирования движения мобильного робота на основе искусственных силовых полей

*Рассмотрена двухуровневая архитектура многоагентной системы планирования движения робота в частично детерминированной среде на основе подхода с использованием искусственных силовых полей. Проведен критический анализ работ и показаны основные особенности применения теории искусственных силовых полей для управления движением мобильного робота в среде с динамическими препятствиями. Выявлены три основных недостатка, присущих существующим решениям, поставлена задача разработки многоагентной архитектуры планирования движения робота на основе искусственных силовых полей. Рассмотрены агенты, расположенные на двух уровнях архитектуры и обеспечивающие расчет воздействия искусственного силового поля, автоматический выбор маршрута, обнаружение и предотвращение столкновения с препятствиями. Траектория движения робота описывается с применением теории графов, а кратчайший путь на графе вычисляется по комбинированному алгоритму, объединяющему алгоритм построения диаграммы Вороного и алгоритм Дейкстры. Приведен расчетный пример, иллюстрирующий изложенный в работе подход. Разработанное программное обеспечение реализовано для автономного информационно-справочного комплекса.*

**Ключевые слова:** многоагентная архитектура, реактивный агент, генерирующий агент, искусственное силовое поле, мобильный робот, объезд препятствий

### Введение

Увеличение потребностей посетителей мест массового скопления людей (торговых центров, банков, аэропортов) в предоставлении качественных информационно-справочных и сервисных услуг предопределяет развитие удобных инновационных способов их предоставления. Такие задачи решаются за счет применения информационно-справочных комплексов на базе мобильных роботизированных платформ [1].

При этом крайне важной задачей является перемещение мобильного робота в частично детерминированной среде, где изначально известны координаты статических препятствий (стен, витрин и пр.). В местах массового скопления людей, как правило, существует необходимость объезда большого числа подвижных препятствий, т. е. маневрирования, и сопровождения человека до пункта назначения. Навигация в динамической среде предусматривает выбор базовой траектории и отклонение от нее для объезда препятствий с последующим возвратом на ту же траекторию.

Для объезда препятствий в реальном времени наиболее часто используется подход, который основан на том, что в случае обнаружения человека робот замедляется или останавливается и предупреждает человека об опасности столкновения. После этого робот продолжает движение по заданной траектории (при условии, что препятствие устранено). Например, в работе [2] описывается двух-

слойная технология навигации робота, объединяющая два метода: оффлайн-метод, прокладывающий маршрут на основе карты приоритетных объектов (наиболее посещаемых людьми мест); онлайн-метод, который сгенерированный путь адаптирует под статические и динамические препятствия. Однако в последнее время широкое распространение получил подход, который базируется на концепции искусственных силовых полей (ИСП).

### Особенности использования и современное состояние концепции силовых полей в задачах управления движением роботами

Для отклонения мобильной платформы от объектов можно использовать их силовые поля. Подобные модели [2–4], основанные на воздействии силового поля (рис. 1, см. третью сторону обложки), нередко являются эталонным решением для достижения своевременной реакции на динамически изменяющееся окружение. Однако многочисленные эксперименты показали, что такой подход малоэффективен из-за нескольких недостатков (например, силовые поля могут перекрываться и накладываться друг на друга) [4]. Робот будет двигаться по убыванию потенциала поля, создаваемого объектами и препятствиями, что может привести его в локальный минимум (пересечение окружностей силовых полей в одной точке). Проблема может быть решена путем внедрения акустических датчиков, но робот может настолько отклониться от базовой траекто-

рии, что это приведет его в тупик. Ситуация осложняется и тем, что у робота есть свои собственные конструкционные и кинематические ограничения, накладываемые на передвижение.

Одним из наиболее эффективных подходов для объезда препятствий является способ вычисления искусственной силы отталкивания, которая воздействует на робота со стороны препятствий, и силы притяжения со стороны цели [3, 5]. Данные силы суммируются для получения равнодействующей всех сил и используются для контроля движения робота. Подход на основе ИСП и аналогичные подходы имеют хорошо известные недостатки, например, обладают локальными антиградиентами целевой функции движения робота (например, при преодолении узкого прохода) [6]. Однако, если карта местности используется и для хранения данных от сенсорных датчиков очувствления [7], то можно с еще большей точностью вычислять вектор скорости движения (и конечную траекторию робота). В этом случае [3] большой набор данных от датчиков выражен в одном векторе силы, поэтому в качестве решения предлагается составление векторных гистограмм секторов. В данной концепции понятие "равнодействующая сил" подменяется понятием "точка минимума", по которым передвигается робот. Данный подход применим как для закрытых, так и для открытых пространств, а его преимущества описаны в работе [8].

Несмотря на большое число серьезных различий, можно выделить три общих недостатка отдельных разновидностей подходов на основе ИСП:

- локальные алгоритмы не в состоянии решить проблему препятствий, где робот сталкивается с затруднениями при навигации, например, узких проходов, переполненных коридоров или тупиков, в которых потребовалось бы задействовать глобальное планирование маршрута;
- предполагается, что робот — это материальная точка, что не позволяет учитывать реальные габаритные размеры платформы, а следовательно для каждого привода электромотора необходимо задавать свой вектор скорости. Это нетривиальная задача, поэтому требуется осуществлять плавную навигацию, учитывая геометрические и кинематические особенности робота;
- не предусматривается максимальное ограничение отклонения мобильной платформы от расчетного пути во время объезда препятствий, тем самым может возникать нежелательная ситуация в местах большого скопления людей, где роботу было бы уместным остановиться, предупредить людей и ждать.

Для решения первой проблемы существует класс подходов, комбинирующий традиционные алгоритмы планирования пути с алгоритмами на основе ИСП, которые не будут содержать минимумов (например, Motor Schemata [5] и навигационные шаблоны [9]). Данные алгоритмы позволяют вести

робота в режиме реального времени таким образом, что он не сталкивается с препятствиями.

Вторая проблема рассматривается в другом классе подходов. В работе [10] представлен метод скоростного изменения траектории (CVM), который предлагает решение проблемы оптимизации ограничения скорости движения робота в пространстве. Физические ограничения (скорость и ускорение) накладываются на поступательную и вращательные компоненты скорости робота. Робот сам выбирает скорость, которая удовлетворяет всем ограничениям и максимизирует целевую функцию, влияющую на скорость, безопасность движения и целенаправленность [11].

Для этих же целей применяется динамический подход, представленный в работе [11], который опирается на идею проведения локального поиска допустимых скоростей (DW) и позволяет роботу избегать препятствий во время движения. Для снижения вычислительной сложности алгоритма в определенном динамически сгенерированном пространстве, в центре которого расположен робот, принимаются во внимание те объекты, движение и скорость которых не прямолинейны. Теоретическое рассмотрение свойства сходимости описано в работе [12]. В работе [13] предложена схема ограничения скоростей (FVM), обобщение концепции DW, которая учитывает препятствия, форму роботизированной платформы, скорость и ускорение в целях осуществления навигации в переполненном препятствиями пространстве.

Методы CVM и DW способны вычислять плавные траектории движения с учетом кинематических ограничений, однако и в них есть проблема локальных минимумов (ее решение предложено в работе [14] путем введения этапа планирования). Задача объезда препятствий решается путем устранения проблемы нелинейного управления с обратной связью [15]. Траектория движения строится за счет контроля скоростного приближения к так называемой "виртуальной цели", которую необходимо отслеживать по пути следования [16, 17]. Объезд препятствия реализуется с помощью деформации виртуальной зоны, которая определяет зону безопасности вокруг роботизированной платформы (присутствие препятствия вызывает соответствующую реакцию среды). Сочетание пути следования со стратегией реактивного обхода препятствий имеет одно естественное ограничение, в котором обе концепции оказываются противоположные системные реакции. Эта ситуация приводит к локальному минимуму, где необходимо эвристическое переключение между стратегиями. Но проблема № 3 здесь не рассматривается.

Проблемы 1—3 комплексно рассмотрены в работах [18, 19], где планирование пути происходит в автономном режиме, после чего путь в реальном режиме пересчитывается с учетом сил, действующих со стороны препятствий. В частности, путь выбирается из набора однотипных (гомтопных)

перемещений, однако они представлены неявно, так как объем свободного пространства превышает максимально допустимое отклонение от маршрута. Во время выполнения алгоритмы реактивного управления используются для выбора допустимого варианта из множества однотипных путей, используя максимальное приближение к окружающей среде [3]. Понятие изменяющейся траектории рассматривается также и в работе [20], в которой текущий путь описывается как отображение координат действительных чисел в пространственную модель робота и может многократно пересчитываться в зависимости от координат препятствий. Подход был разработан для систем, имеющих сложные формы. Методы, основанные на изменении пути, способны избегать локальных минимумов, так как целостность пути сохраняется в процессе его изменения, и существует возможность задания максимально допустимого отклонения от маршрута. Однако они имеют высокие вычислительные требования по памяти, поскольку требуется запоминать множество альтернативных путей, либо изменять деформацию пути в режиме реального времени.

### Постановка задачи

С учетом вышесказанного требуется устранить указанные недостатки и обеспечить решение задачи планирования движения с использованием концепции ИСП. Пусть имеются геометрические размеры робота и препятствий.

*Упрощение.* Кинематические ограничения на перемещение робота отсутствуют.

Необходимо по заданным начальной позиции  $A$ , конечной позиции  $B$  и ориентации робота в пространстве построить траекторию движения (путь) от  $A$  до  $B$ , являющуюся непрерывной последовательностью позиций и ориентаций робота без столкновения с препятствиями. Тогда траекторию движения робота можно представить в виде неориентированного графа  $G(N, P)$ , вершинами которого являются контрольные точки (узлы траектории), а ребра — это доступные пути перемещения в пространстве (рис. 2, см. третью сторону обложки).

Таким образом, задача исследования — синтез архитектуры системы планирования движения мобильного робота в частично детерминированной среде с динамическими препятствиями на основе концепции ИСП, обеспечивающей реализацию плавной траектории объезда препятствий и предотвращения столкновений.

### Архитектура многоагентной системы планирования движения

Двухуровневая архитектура многоагентной системы планирования движения представлена на рис. 3 (см. третью сторону обложки). Предполагается, что робот в каждый момент времени может

точно позиционироваться на основе подсистемы самолокализации с помощью лазерного дальномера.

В разработанной архитектуре присутствует как подсистема опроса датчиков, так и подсистема принятия решений. Каждая подсистема может быть представлена как составляющая многоагентной системы, использующей систему реального времени в качестве программной оболочки. Агенты (на рис. 3 обозначены  $A_1, \dots, A_7$ ) обмениваются информационными сообщениями (прямоугольники) с распределенной подсистемой, содержащей массивы данных и методы работы с ними, а также обмениваются данными между собой. Генерирующие агенты ( $A_1, A_2$ ) расположены на первом уровне архитектуры. Они создают последовательность действий (генерируют траекторию) для обеспечения перемещения робота и контролируют текущее отклонение от заданной траектории. Реактивные агенты ( $A_3, \dots, A_7$ ), расположенные на втором уровне, обеспечивают движение робота по сгенерированной траектории и действия по обеспечению безопасности перемещения.

### Генерирующие агенты

*Агент-построитель окружающего пространства* ( $A_1$ ) строит модель окружающей среды  $M$  (карту движения). На карте располагаются узлы  $N = \{n_i\}$ ,  $i = \overline{1, k}$ , где  $k$  — число узлов карты (характерные точки, например: центр комнаты, Т-образное пересечение, дверь, центр коридора и т. д.), относящиеся к ключевой информации конкретной области пространства. Карта строится на основе геометрического отображения множества точек  $S = \{s_j\}$ ,  $j = \overline{1, l}$ , где  $s_j$  — сегмент рабочего пространства, который определяется парой точек, а  $l$  — общее число сегментов. Упорядоченные сегменты позволяют определить расстояния не только между препятствиями и свободным пространством, но и вычислить границы свободной территории. Препятствия представляют собой ограниченные многоугольники, свободное пространство также ограничено. Следовательно, существует замкнутый полигон, состоящий из ломаных линий сегментов  $S$  карты  $M$ , где нет свободного пространства вне многоугольника.

Получение информации о топологии свободного пространства основано на методе построения диаграммы Вороного [21] и реализован в алгоритме № 1.

*Шаг 1.* Рабочее пространство представляет собой местность с произвольным разрешением  $z$  и делится сеткой  $g = \{m_r\}$ ,  $r = \overline{1, z}$ , где каждая ячейка помечена как свободное или занятое пространство.

Для отнесения ячейки к свободному (занятому) пространству решается тривиальная геометрическая задача. Выполняется проверка нахождения ячейки  $m_r$  внутри или снаружи полигона, ограниченного препятствиями и свободным пространством. Так как все полигоны замкнуты и состоят из упорядоченных сегментов, то эта задача решается путем проведения перпендикуляра через центр  $m_r$

и определения ближайшего сегмента, который пересекает линия (если линия не пересекает ни один из сегментов, то  $s_j$  не лежит в свободном пространстве). Далее  $s_j$  относится к свободному или занятому пространству в зависимости от того, где расположен центр ячейки  $m_r$  по отношению к  $s_j$ .

**Шаг 2.** Каждая ячейка сетки  $m_r$ , которая помещена как свободное пространство, является вершиной диаграммы Вороного тогда и только тогда, когда ее центр расположен на одинаковом расстоянии (приблизительно) от трех ближайших сегментов.

**Шаг 3.** Результирующие узлы  $n_i$  добавляются к маршруту  $R$  и отмечаются позицией соответствующей ячейки  $m_r$ .

**Шаг 4.** Для каждой пары вершин  $n_{i1}, n_{i2}, i1 \neq i2$  создается связь между ними только в том случае, когда через них можно провести прямую, не пересекающую ни один из сегментов на карте  $M$ .

*Агент-планировщик пути (A2)* предназначен для выбора траектории движения и позволяет роботу планировать и выполнять высокоуровневые задачи, такие как "Направляйся к отделу А", "Вызывай лифт" или "Перемести груз". Данные задачи, в зависимости от контекста текущих выполняемых процессов, могут быть разбиты на подзадачи, такие как "Подъехать к двери, открыть дверь", или на примитивные действия, например "Занять позицию  $(x_i, y_i, \theta_i)$ ". Когда агент A2 получает навигационное задание (например, позицию, которую нужно занять), выполняется *алгоритм № 2*.

*Алгоритм № 2* вычисляет кратчайший путь  $P$  для объезда препятствия.

**Шаг 1.** Пара узлов  $n_0$  и  $n_k$ , соответствующих начальной и конечной позиции, добавляется к пути  $P$ .

**Шаг 2.** Для каждой вершины  $n_i \in P: P \in R$  создается взаимосвязь между  $n_i$  и  $n_0$  (если возможно провести прямую, соединяющую  $n_i$  и  $n_0$ ) или между  $n_i$  и  $n_k$  (если прямую провести не удастся).

**Шаг 3.** Строится кратчайший путь  $P^*$  между вершинами  $n_0$  и  $n_k$ .

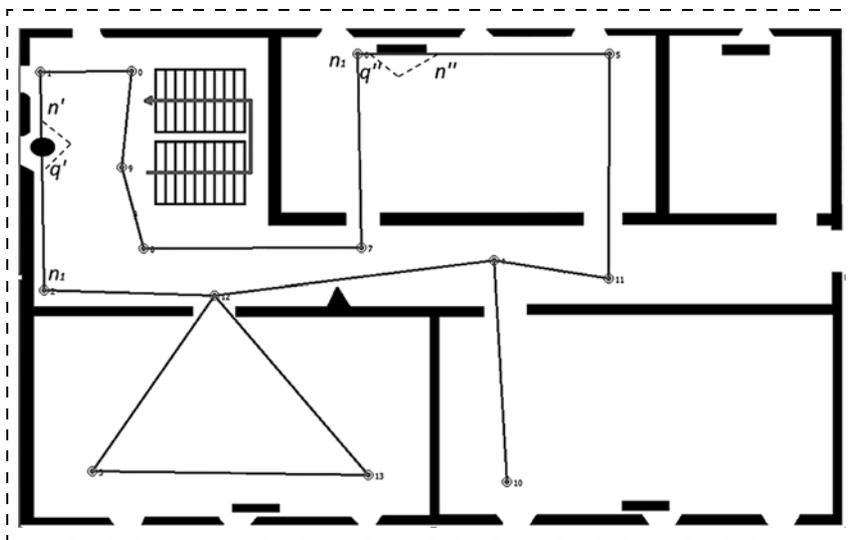


Рис. 4. Пример планирования траектории движения робота

*Агент-планировщик пути* получает информацию о последнем добавленном узле  $n_i$  (следующая точка на карте для посещения). Затем агент генерирует и сглаживает траекторию движения от текущей точки  $q' = (x'_b, y'_b, \theta'_b)$  к целевой  $q'' = (x''_b, y''_b, \theta''_b)$ , где  $\theta''_b$  может быть рассчитано или задано вручную для обеспечения минимального отклонения от целевой траектории. В текущем представлении функция контроля движения является прообразом биологического механизма и называется  $\xi$ -модель [22]. Гладкость траектории — фундаментальная характеристика. Поскольку существуют геометрические и кинематические ограничения, необходимо, чтобы *агент-планировщик пути* строил плавную траекторию с замкнутой обратной связью, вычисляя скорость движения и кривизну траектории в каждый момент времени (линейные и угловые значения скоростей). Агент A2 обеспечивает необходимой информацией реактивных агентов и не может предотвратить столкновение с препятствием.

### Реактивные агенты

Карта  $M$  используется для построения набора маршрутов  $R$  и для выбора узлов  $N$  при движении в условиях динамически изменяющейся среды на основе данных от сенсоров очувствления. Выделены следующие типы реактивных агентов, обеспечивающих движение робота.

*Агент-построитель локальной карты (A3)*, *агент-построитель силового поля (A4)* и *агент-безопасный навигатор (A5)* — это реактивные агенты, которые генерируют команды для объезда препятствий. На рис. 3 (см. третью сторону обложки) показаны два совмещенных объекта — *изображение* (экоцентрическое статико-динамическое представление среды, которое обновляется по показаниям сенсоров очувствления [23]), а также ИСП (сформированное на основе *изображения* и информации от датчиков [4]).

Агенты A3 и A4 на основании поступающих данных от сенсоров регулярно обновляют *изображение*, согласованное с реальным состоянием окружающей среды.

Агент A5 через равные интервалы времени (такт управления, значение задается вручную) выполняет виртуальную навигацию в ИСП (представление формируется в реальном масштабе времени), тем самым определяя безопасный сегмент траектории, которая позволяет роботу успешно избегать столкновения с препятствиями, продолжая движение к целевой точке.

*Агент-безопасный навигатор* получает информацию о  $n'_i$  от *агента-планировщика пути до целевого значения (A6)* и использует ее для вычисления нового узла в качестве конеч-

ной вершины безопасной траектории. Этот агент позволяет роботу на основе данных об ИСП и целевой точке обеспечить объезд препятствия. Пусть робот находится в положении  $q'$ , тогда агент А2 устанавливает  $n'$  в качестве текущей вершины. Агент А5 выполняет виртуальную навигацию в ИСП и в случае успеха устанавливает новую целевую точку  $n'$  (рис. 4).

Агент А6 вычисляет плавную траекторию движения до  $n'$ , и робот начинает движение по направлению к этой точке, которая может быть не достигнута в течение такта управления. Это обусловлено тем, что в следующий такт управления, когда робот будет в позиции  $q''$ , агент А5 вычисляет новую точку  $n''$ , которая передается агенту А6.

Эта процедура повторяется до тех пор, пока не будет достигнута вершина  $n'$ . В то же время такой подход гарантирует гладкость траектории (за счет работы агента А2) и безопасность (так как агент А5 в реальном времени вычисляет свободную от препятствий траекторию в ИСП) [24].

Поскольку фактическая траектория робота отличается от виртуальной, сгенерированной в ИСП, то робот может столкнуться с объектами среды. *Агент предотвращения столкновения (А7)* исключает любой контакт с элементами окружающего пространства и подвижными препятствиями. В ситуациях, предшествующих столкновению, происходит отключение механизма плавной навигации и замедление либо останов двигателей. После этого робот поворачивается до тех пор, пока не будет найден свободный коридор и осуществлен повторный запуск механизма плавной навигации. Это позволяет безопасно объезжать препятствия даже в тех случаях, когда среда очень динамична, а другой робот или человек могут быстро приблизиться, не позволяя роботу маневрировать. Очевидно, что в таком случае траектория гладкой не будет.

### Расчетный пример

Многоагентная архитектура системы планирования движения реализована на базе роботизированной мобильной платформы MobileBot [1]. Для этого разработано программное обеспечение на языке Visual C#. Вершины графа определяются по алгоритму построения диаграммы Вороного исходя из ячеек свободного пространства (агент А1). После построения возможных путей перемещения мобильной платформы программа сохраняет в файл матрицу смежности вычисленного графа. Затем по алгоритму Дейкстры вычисляется кратчайший путь между целевыми вершинами. Рассмотрим расчетный пример, иллюстрирующий предложенный подход.

Предположим, граф  $G(N, P)$  имеет 10 вершин с координатами:  $A_1 = (162; 59)$ ;  $A_2 = (27; 58)$ ;  $A_3 = (32; 348)$ ;  $A_4 = (372; 347)$ ;  $A_5 = (786; 348)$ ;  $A_6 = (782; 34)$ ;  $A_7 = (448; 34)$ ;  $A_8 = (453; 292)$ ;  $A_9 = (164; 293)$ ;  $A_{10} = (165; 178)$ .

Матрица весов  $W$  графа  $G(N, P)$ :

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 134 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 109 \\ 134 & 0 & 288 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 288 & 0 & 339 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 339 & 0 & 416 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 416 & 0 & 321 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 321 & 0 & 320 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 320 & 0 & 253 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 253 & 0 & 286 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 286 & 0 & 120 \\ 109 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 120 & 0 \end{pmatrix},$$

где  $w_{i,j} = -1$  если ребра между вершинами  $i$  и  $j$  не существует;  $w_{i,j} \neq -1$  — расстояние между вершинами в пикселях изображения.

Пусть масштабный коэффициент преобразования значения расстояния в пикселях в сантиметры равен 1,36186770428016. По алгоритму Дейкстры (асимптотическая оценка  $O(n^2)$ ) вычисляется кратчайший путь между двумя вершинами графа, и информация об этом передается в программу планирования движения робота, которая формирует путь и преобразовывает его в последовательность команд. Агент А2 вычисляет необходимое свободное пространство для объезда роботом окружающих препятствий, после чего агент А5 формирует управляющее воздействие объезда препятствия, а агент А7 осуществляет мониторинг ситуации и при опасном сближении с динамическим препятствием останавливает мобильную платформу.

Путь между вершинами  $A_1$  и  $A_3$  приводится к следующей последовательности команд для робота:  $left(114.218)$ ;  $fwd(-316.893)$ ;  $right(60.2759)$ ;  $left(210.882)$ ;  $fwd(-321.636)$ ;  $right(228.894)$ ;  $fwd(-62.2415)$ .

При командах  $left$  и  $right$  мобильная платформа поворачивается на заданный угол (в градусах) влево (или вправо), команда  $fwd$  задает (в сантиметрах) движение на определенное расстояние.

Предложенная система была опробована на базе мобильного робота MobileBot под операционной системой ROS в учебном корпусе во время занятий, что позволило частично смоделировать трафик движения в торговом центре.

### Заключение

Рассмотренная архитектура при реализации для платформы MobileBot выявила один недостаток. Поскольку объезд препятствий зависит от ИСП, то имеют место локальные минимумы поля, что может препятствовать достижению целевого узла в случае, если стратегия выхода из минимума не сработала. В этом случае может возникнуть ситуация, при которой робот сильно отклонится от назначенной траектории во время поиска альтернативного решения. Устранение указанного недостатка — направление для дальнейших исследований в области

ти применения ИСП для планирования движения робота на основе предложенной многоагентной архитектуры.

#### Список литературы

1. **Голубкин И. А., Кирилин С. А., Щербатов И. А.** Принципы разработки мультимедийных прикладных роботизированных устройств // Вестник Астраханского государственного технического университета. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 2. С. 153—157.
2. **Khatib O.** Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots // The International Journal of Robotics Research. 1986. V. 5 (1). P. 90—98.
3. **Borenstein J., Koren Y.** The vector field histogram—fast obstacle avoidance for mobile robots // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 1991. V. 7 (3). P. 278—288.
4. **Piaggio M., Sgorbissa A.** AI-CART: an algorithm to incrementally calculate artificial potential fields in real-time // Proc. IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation, CIRA '99. 1999. P. 238—243.
5. **Koren Y., Borenstein J.** Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation // Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation. 1991. V. 2. P. 1398—1404.
6. **Arkin R. C.** Motor schema based mobile robot navigation // The International Journal of Robotics Research. 1989. V. 8 (4). P. 92—112.
7. **Elfes A.** Using occupancy grids for mobile robot perception and navigation, Computer. 1989. V. 22 (6). P. 46—57.
8. **Ulrich I., Borenstein J.** VFH+: reliable obstacle avoidance for fast mobile robots // Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation. 1998. V. 2. P. 1572—1577.
9. **Slack M.** Navigation templates: mediating qualitative guidance and quantitative control in mobile robots // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. 1993. V. 23 (2). P. 452—466.
10. **Simmons R.** The curvature-velocity method for local obstacle avoidance // Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation. 1996. V. 4. P. 3375—3382.
11. **Zhang F., O'Connor A., Luebke D., Krishnaprasad P.** Experimental study of curvature-based control laws for obstacle avoidance // Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA '04. 2004. V. 4. P. 3849—3854.
12. **Ogren P., Leonard N.** A convergent dynamic window approach to obstacle avoidance // IEEE Transactions on Robotics. 2005. V. 21 (2). P. 188—195.
13. **Damas B., Santos-Victor J.** Avoiding moving obstacles: the forbidden velocity map // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS 2009. P. 4393—4398.
14. **Arras K., Persson J., Tomatis N., Siegwart R.** Real-time obstacle avoidance for polygonal robots with a reduced dynamic window // Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA '02. 2002. V. 3. P. 3050—3055.
15. **Lapierre L., Zapata R., Lepinay P.** Simultaneous path following and obstacle avoidance control of a unicycle-type robot // IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2007. P. 2617—2622.
16. **Aicardi M., Casalino G., Bicchi A., Balestrino A.** Closed loop steering of unicycle like vehicles via lyapunov techniques // Robotics Automation Magazine. 1995. V. 2 (1). P. 27—35.
17. **Soetanto D., Lapierre L., Pascoal A.** Adaptive, non-singular path-following control of dynamic wheeled robots // Proc. 42nd IEEE Conference on Decision and Control. 2003. V. 2. P. 1765—1770.
18. **Quinlan S., Khatib O.** Elastic bands: connecting path planning and control // Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation. 1993. V. 2. P. 802—807.
19. **Brock O., Khatib O.** Elastic strips: a framework for motion generation in human environments // The International Journal of Robotics Research. 2002. V. 21 (12). P. 1031—1052.
20. **Lamirault F., Bonafous D., Lefebvre O.** Reactive path deformation for nonholonomic mobile robots // IEEE Transactions on Robotics. 2004. V. 20 (6). P. 967—977.
21. **Sugihara K.** Approximation of generalized voronoi diagrams by ordinary voronoi diagrams // CVGIP: Graphical Models and Image Processing. 1993. V. 55. P. 522—531.
22. **Morasso P., Sanguineti V.** Computational maps and target fields for reaching movements // Self-organization, Computational Maps, and Motor Control. Advances in Psychology. 1997. V. 119. P. 507—546.
23. **Piaggio M., Sgorbissa A., Vercelli G., Zaccaria R.** Fusion of sensor data in a dynamic representation // Proc. of the First Euro-micro Workshop on Advanced Mobile Robot. 1996. P. 10—16.
24. **Ющенко А. С.** К теории деятельности эргатических мехатронных систем // Мехатроника. 2000. № 3. С. 2—11.
25. **Киселев Д. В., Ющенко А. С.** Нечеткое управление движением мобильных роботов // Вестник МГУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2001. № 1. С. 86—99.
26. **Киселев Д. В., Ющенко А. С., Вечканов В. В., Коротаев Ю. А.** Система нечеткого управления конфигурацией шасси мобильного робота // Матер. 12-й науч.-техн. конф. "Экстремальная робототехника". СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2002. С. 119—130.
27. **Тимофеев А. В., Юсупов Р. М.** Принципы построения интегрированных систем мультиагентной навигации и интеллектуального управления мехатронными роботами // Information Technologies & Knowledge. 2011. V. 5. N. 3. P. 237—244.
28. **Васильев И. А.** Построение карт для мобильного робота // Автоматизация в промышленности. 2011. № 12.
29. **Картавцев К. В., Мелехова О. Н., Тимченко С. В.** Модель детерминированной сети роботов // Доклады ТУСУР. 2010. № 1 (21).
30. **Васильев И. А.** Построение траекторий движения для колесного мобильного робота, снабженного лазерным сканирующим дальномером // Тр. XXI Междунар. науч.-техн. конф. "Экстремальная робототехника". 2010.
31. **Зенкевич С. Л., Минин А. А.** Построение карты мобильным роботом, оснащенным лазерным дальномером, методом рекуррентной фильтрации. // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 8. С. 5—12.

## Multi-Agent System for Detection of the Moving Obstacles and Movement Planning for the Mobile Robot Systems

**P. V. Stepanov**, stepanov.pavel.v@inbox.ru,

**I. A. Shcherbatov**, sherbatov2004@mail.ru,

Astrakhan State Technical University, Astrakhan, 414056, Russian Federation

Received on May 26, 2014

*The topic of this article is an off-line movement system for the mobile robots. Its main goal is to ensure their movement from one point to another in a partially determined environment with static and mobile obstacles. Several systems are described. They are calculation of the impact of a potential force field, path assessment based on a neural network, avoiding collision system and a multi-agent system architecture for detection of obstacles and mobile robot control. The article presents mobile robot agents, which process data concerning the environment, communicate with each other and allow a robot to avoid the static and dynamic obstacles. Besides that, the most important task for a robot is movement in a partially determined environment, in which the obstacles' coordinates are unknown for the system. From a technical point of view, navigation in a dy-*

dynamic context is the next set of actions: a robot is given a certain trajectory from point A to point B and then it will be able to deviate from a certain route. The task is difficult because a mobile robot has its own design and kinematic restrictions. In crowded places there are many people. Consequently, there numerous moving obstacles to be avoided, i.e. the robot movement involves maneuvering and even escort of persons to the point of destination (department of a shopping center or museum exhibit). From a technical point of view, in order to avoid collision of a mobile platform with the objects their force fields can be used. The experimental results of the developed system are presented below.

**Keywords:** mobile robot, obstacle avoidance, potential force field, agent, multi-agent, actual and virtual robot movement

For citation:

**Stepanov P. V., Shcherbatov I. A.** Multi-Agent System for Detection of the Moving Obstacles and Movement Planning for the Mobile Robot Systems, *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 5, pp. 307–313.

DOI: 10.17587/mau.16.307-313

## References

1. **Golubkin I. A., Kirilin S. A., Shcherbatov I. A.** *Principy razrabotki mul'timedijnyh prikladnyh robotizirovannyh ustrojstv* (Principles of development of multimedia applications for robotic devices), *Vestnik Astrahanskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta. Serija: Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika*, 2010, no. 2, pp. 153–157 (in Russian).
2. **Khatib O.** Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots, *The International Journal of Robotics Research*, 1986, vol. 5 (1), pp. 90–98.
3. **Borenstein J., Koren Y.** The vector field histogram-fast obstacle avoidance for mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991, vol. 7 (3), pp. 278–288.
4. **Piaggio M., Sgorbissa A.** AI-CART: an algorithm to incrementally calculate artificial potential fields in real-time, *Proc. IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation (CIRA '99)*, 1999, pp. 238–243.
5. **Koren Y., Borenstein J.** Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation, *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1991, vol. 2, pp. 1398–1404.
6. **Arkin R. C.** Motor schema based mobile robot navigation, *The International Journal of Robotics Research*, 1989, vol. 8 (4), pp. 92–112.
7. **Elfes A.** Using occupancy grids for mobile robot perception and navigation, *Computer*, 1989, vol. 22 (6), pp. 46–57.
8. **Ulrich I., Borenstein J.** VFH+: reliable obstacle avoidance for fast mobile robots, *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1998, vol. 2, pp. 1572–1577.
9. **Slack M.** Navigation templates: mediating qualitative guidance and quantitative control in mobile robots, *Proc. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1993, vol. 23 (2), pp. 452–466.
10. **Simmons R.** The curvature-velocity method for local obstacle avoidance, *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1996, vol. 4, pp. 3375–3382.
11. **Zhang F., O'Connor A., Luebke D., Krishnaprasad P.** Experimental study of curvature-based control laws for obstacle avoidance, *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA '04)*, 2004, vol. 4, pp. 3849–3854.
12. **Ogren P., Leonard N.** A convergent dynamic window approach to obstacle avoidance, *Proc. IEEE Transactions on Robotics*, 2005, vol. 21 (2), pp. 188–195.
13. **Damas B., Santos-Victor J.** Avoiding moving obstacles: the forbidden velocity map, *Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2009)*, 2009, pp. 4393–4398.
14. **Arras K., Persson J., Tomatis N., Siegwart R.** Real-time obstacle avoidance for polygonal robots with a reduced dynamic window, *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA '02)*, 2002, vol. 3, pp. 3050–3055.
15. **Lapierre L., Zapata R., Lepinay P.** Simultaneous path following and obstacle avoidance control of a unicycle-type robot, *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2007, pp. 2617–2622.
16. **Aicardi M., Casalino G., Bicchi A., Balestrino A.** Closed loop steering of unicycle like vehicles via Lyapunov techniques, *Robotics Automation Magazine*, 1995, vol. 2 (1), pp. 27–35.
17. **Soetanto D., Lapierre L., Pascoal A.** Adaptive, non-singular path-following control of dynamic wheeled robots, *Proc. 42nd IEEE Conference on Decision and Control*, 2003, vol. 2, pp. 1765–1770.
18. **Quinlan S., Khatib O.** Elastic bands: connecting path planning and control, *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1993, vol. 2, pp. 802–807.
19. **Brock O., Khatib O.** Elastic strips: a framework for motion generation in human environments, *The International Journal of Robotics Research*, 2002, vol. 21 (12), pp. 1031–1052.
20. **Lamiraux F., Bonnafous D., Lefebvre O.** Reactive path deformation for nonholonomic mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics*, 2004, vol. 20 (6), pp. 967–977.
21. **Sugihara K.** Approximation of generalized voronoi diagrams by ordinary voronoi diagrams, *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, 1993, vol. 55, pp. 522–531.
22. **Morasso P., Sanguineti V.** Computational maps and target fields for reaching movements, *Self-organization, Computational Maps, and Motor Control*, in: *Advances in Psychology*, 1997, vol. 119, pp. 507–546.
23. **Piaggio M., Sgorbissa A., Vercelli G., Zaccaria R.** Fusion of sensor data in a dynamic representation, *Proc. of the First Euromicro Workshop on Advanced Mobile Robot*, 1996, pp. 10–16.
24. **Jushhenko A. S.** *K teorii dejatel'nosti jergaticheskikh mehatronnyh sistem* (On the theory of activity ergatic mechatronic systems), *Mehatronika*, 2000, no. 3, pp. 2–11 (in Russian).
25. **Kiselev D. V., Jushhenko A. S.** *Nechetkoe upravlenie dvizheniem mobil'nyh robotov* (Fuzzy motion control of mobile robots), *Vestnik MGTU im. N. Je. Baumana. Ser. Priborostroenie*, 2001, no. 1, pp. 86–99 (in Russian).
26. **Kiselev D. V., Jushhenko A. S., Vechkanov V. V., Korotaev Ju. A.** *Sistema nechetkogo upravlenija konfiguracij shassi mobil'nogo robota* (Fuzzy's control system of a mobile robot's chassis), *Proc. 12th Scientific and Technical Conference "Extreme Robotics"*, SPb.: Publishing house of SPbGTU, 2002, pp. 119–130 (in Russian).
27. **Timofeev A. V., Jusupov R. M.** *Principy postroenija integrirovannyh sistem mul'tiagentnoj navigacii i intellektual'nogo upravlenija mehatronnymi robotami* (Construction's principles of the integrated multi-agent system's navigation and intellectual control of mechatronic robots), *International Journal "Information Technologies & Knowledge"*, 2011, vol. 5, no. 3, pp. 237–244 (in Russian).
28. **Vasil'ev I. A.** *Postroenie kart dlja mobil'nogo robota* (Mapping for a mobile robot.), *Avtomatizacija v Promyshlennosti*, 2011, no. 12 (in Russian).
29. **Kartavcev K. V., Melehova O. N., Timchenko S. V.** *Model' determinirovannoj seti robotov. Part 1* (Model deterministic network's model of robots.), *Doklady TUSURa*, 2010, no. 1 (21) (in Russian).
30. **Vasil'ev I. A.** *Postroenie traektorij dvizhenija dlja koljosnogo mobil'nogo robota, snabzjonnogo lazernym skanirujushhim dal'nomerom* (Construction Trajectory's generating for wheeled mobile robot equipped with a laser scanning rangefinder.), *Proc. XXI Internat. Scientific and Technical Conference "Extreme Robotics"*, 2010 (in Russian).
31. **Zenkevich S. L., Minin A. A.** *Postroenie karty mobil'nyh robotov, osnashhennym lazernym dal'nomerom, metodom rekurrentnoj fil'tracii* (Mapping for mobile robot equipped with a laser range finder with method of recurrent filtering.), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2007, no. 8 (in Russian).

Corresponding author:

**Shcherbatov Ivan A.**, Ph. D., Associate Professor, shcherbatov2004@mail.ru, Astrakhan State Technical University, Astrakhan, 414056, Russian Federation

УДК 004.621.391:004.3.049.77

**Т. А. Алиев**, проф., д-р техн. наук, академик НАНА, директор, telmancyber@rambler.ru,  
**О. Г. Нусратов**, проф., д-р техн. наук, зам. директора, nusratov@cyber.ab.az,  
**Г. А. Гулуев**, канд. техн. наук, директор СКБ, scb\_06@mail.ru,  
**Ас. Г. Рзаев**, канд. техн. наук, зав. лаб., asifrzayev48@gmail.com,  
**Ф. Г. Пашаев**, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., pasha.farhad@gmail.com,  
**М. Г. Резван**, науч. сотр., rezvanmahammad@gmail.com,  
**А. Б. Керимов**, канд. физ.-мат. наук, науч. сотр., cyberazerkerimov@gmail.com  
Институт систем управления Национальной академии наук Азербайджана, Баку, Азербайджан

## Алгоритмы диагностики неисправностей штанговых глубинно-насосных установок

*Обсуждается разработка алгоритмов автоматической диагностики неисправностей штанговых глубинных насосов в нефтестроительстве. Приведены алгоритмы выделения массива сигналов усилия из текущей информации, нормализации по периоду и масштабирования по параметру, а также алгоритм позиционно-бинарной идентификации неисправностей глубинно-насосных установок. Приведены результаты идентификации сигналов, получаемых от скважины.*

**Ключевые слова:** алгоритм, нормализация, диагностика, идентификация, позиционно-бинарная технология, нефтестроительство

### Введение

Известно, что основным способом механизированной добычи нефти является применение штанговых глубинно-насосных установок (ШГНУ) и погружных электроцентробежных насосов (ЭЦН). Так, в РФ в 41 % скважин эксплуатируются ШГНУ и 54 % — ЭЦН [1]. Публикуемые данные свидетельствуют о том, что более 85 % скважин с механизированной добычей в США оснащены ШГНУ. ШГНУ столь популярны из-за своей простоты, надежности и возможности применения в широком диапазоне условий эксплуатации [2].

В настоящее время ШГНУ оборудовано более 2/3 эксплуатационного фонда скважин, и их число постоянно увеличивается. Такой способ добычи еще длительное время останется самым распространенным.

Однако из-за уменьшения запасов нефти, увеличения заводнения пластов и простоев скважины за счет несвоевременной диагностики состояния оборудования рентабельность добычи нефти ШГНУ резко падает. Вопросы качественной и точной диагностики неисправностей ШГНУ являются важным звеном в деле обеспечения рентабельности длительно эксплуатируемых нефтяных месторождений. Своевременное обнаружение неисправностей ШГНУ и принятие необходимых мер по их устранению обеспечивают необходимый уровень стабилизации добычи нефти.

Механизм работы ШГНУ заключается в том, что усилие от действия жидкости на плунжер насоса передается вверх по колонне штанг и далее через полированный шток, балансир, кривошипно-шатунный механизм, редуктор, клиноременную передачу к приводному электродвигателю станка качалки (СК). Информация об усилии в точке подвеса штанг содержит полные и наименее искаженные данные о состоянии подземного насосного оборудования. Поэтому динамометрирование (съем и анализ кривой усилия  $P$  в функции перемещения  $S$  точки подвеса штанг)  $P(S)$  стало общепринятым способом контроля работы и диагностирования ШГНУ [3].

Исходя из этого для визуального контроля технического состояния ШГНУ были разработаны телемеханические системы динамометрирования "ПАТ-Нефтяник", ТМ-600, ТМ-600М, ТМ-620, ТМ-620-01, ТМ660р, ТМ-Микро, Хазри, которые успешно эксплуатировались на нефтяных промыслах стран СНГ [4].

Методы диагностирования по динамограммам можно классифицировать следующим образом [4]:

- диагностирование непосредственно по признакам наземной динамограммы;
- диагностирование по вторичным признакам наземной динамограммы (характеристики спектра: дисперсия, корреляция и регрессия сигнала датчика усилия, коэффициенты разложения динамограммы в ряд Фурье);

- диагностирование по характерным признакам формы наземной динамограммы:
  - а) алгоритм анализа динамограмм по характерным точкам;
  - б) алгоритм разностной кривой [5];
- диагностирование сравнением формы исследуемой динамограммы с эталонной, снятой сразу после ремонта скважины и хранящейся в памяти устройства:
  - а) диагностирование сравнением аппроксимированных кривых динамограмм;
  - б) диагностирование сравнением эталонных и текущих динамограмм позиционно-бинарным составяющих (ПБС);
- диагностирование по признакам плунжерной динамограммы, рассчитанной по данным наземной динамограммы и конструкции скважины;
- диагностирование по характерным признакам формы плунжерной динамограммы.

В 1990-х годах в странах СНГ были созданы и внедрены станции управления "АСУС-02", "Интел-СУС", "ИСУ СК" и другие [6]. Среди современных западных средств автоматизации ШГНУ необходимо выделить такие, как станция управления *LWM VSD* и *REGEN* фирмы *Lufkin Automation* (США), построенная на базе контроллера *SAM Well Manager*, станции управления с преобразователем частоты *ePAC II* и *WellPilo* фирмы *Weatherford* (США), станции управления *VLT SALT* фирмы *Danfoss* и др. [7].

В созданных станциях управления ШГНУ частично применены те или иные методы диагностирования в полуавтоматическом режиме. Таким образом, все способы в конечном итоге сводятся к визуальному анализу обработанной динамометрической информации специалистами-технологами и принятию решения о соответствующей неисправности.

Недостатком всех этих способов является тот факт, что результат диагностики зависит от квалификации специалиста-технолога. Часто даже специалист высокой квалификации затрудняется точно определить неисправности глубинных насосов визуально по динамограммам, особенно для глубоких скважин. Поэтому для повышения достоверности и точности определения неисправностей оборудования становится важной автоматическая алгоритмическая обработка полученной цифровой информации и идентификация динамограмм и ваттметрограмм (ваттметрограмма — зависимость потребляемой электрической мощностью двигателя  $W$  от времени  $t$ ) с помощью современных технологий анализа циклических сигналов.

## 1. Постановка задачи

Широкое внедрение систем централизованного контроля, диагностики и управления скважин, оснащенных ШГНУ, требует разработки алгоритмов автоматической диагностики неисправностей ШГНУ

на базе анализа сигнала усилия, передаваемого со штанг на подвеску, за период качания станка качалки. Проведенные в Институте кибернетики НАН Азербайджана исследования показывают, что эффективной при решении этой задачи может оказаться позиционно-бинарная технология анализа периодических сигналов усилия, передаваемого на подвеску, включающая:

- выделение из общей полученной от скважины информации массива данных усилия за цикл качания, начало которого совпадает с началом хода полированного штока вверх;
- нормализация и масштабирование параметров массива данных усилия за цикл качания;
- идентификация неисправностей ШГНУ на базе нормализованного и масштабированного массива данных с использованием позиционно-бинарной технологии анализа циклических сигналов.

## 2. Решение задачи

### 2.1. Решение задачи выделения из общей информации, полученной от скважины, массива данных усилия за цикл качания, начало которого совпадает с началом хода полированного штока вверх

Известно [8], что информация, полученная от скважины, содержит данные о ходе полированного штока  $S(t)$ , об усилии колонны штанг на подвеске  $P(t)$  и о потребляемой двигателем станка качалки мощности  $W(t)$  и имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & S_1 & P_1 & W_1 \\ 2 & S_2 & P_2 & W_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ l & S_l & P_l & W_l \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ I & S_I & P_I & W_I \end{pmatrix},$$

где  $I$  — число произвольно полученных точек результата измерения.

Для достоверной диагностики неисправностей оборудования скважин, оснащенных ШГНУ, необходимо полученный произвольный массив информации о динамограмме и ваттметрограмме из  $I$  строк преобразовать в массив из  $N$  строк ( $N$  — число точек в одном цикле качания), начало которого будет совпадать с началом цикла работы станка-качалки, при условии, что  $I > N$ :

$$\begin{pmatrix} 1 & S_l = S_{\min} & P_l & W_l \\ 2 & S_{l+1} & P_{l+1} & W_{l+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N & S_{l+(N-1)} & P_{l+(N-1)} & W_{l+(N-1)} \end{pmatrix},$$

где  $l$  — номер строки, при котором значение хода достигает своего минимума  $S_{\min}$ .

Анализ кривых изменения хода полированного штока  $S(t)$ , усилия колонны штанг, передаваемого

на подвеску  $P(t)$ , и потребляемой мощности  $W(t)$  двигателя станка качалки показывает:

- кривые  $P(t)$  и  $W(t)$  содержат информацию о неисправностях глубинного насоса, а  $S(t)$  не содержит информацию о неисправностях, приблизительно подчиняется синусоидальному закону и служит для определения начала цикла;
- во всех кривых нарушается закон монотонности функции из-за погрешности датчиков, что приводит к ложным результатам при алгоритмическом определении цикла работы глубинного насоса (ГН);
- так как каждый ГН имеет свой индивидуальный цикл качания, то начала из разных скважин оказываются разными, т. е., синхронизация работы пункта опроса информации и станка качалки отсутствует;
- для точной селекции полного цикла оборота ГН возникает необходимость в сглаживании полученных данных.

С учетом изложенного для алгоритмического определения цикла качания станка качалки используется кривая  $S(t)$ .

Для сглаживания кривой  $S(t)$  в работе [9] проанализированы методы сглаживания и выбран для этой цели алгоритм скользящего среднего.

Применив алгоритм скользящего среднего для сглаживания сигнала хода глубинного насоса во времени, получим уже сглаженные сигналы, в которых условия монотонности функции соблюдаются. Это означает, что пользуясь полученными данными кривых после сглаживания, можно определить начало и длительность периода качания станка качалки безошибочно. На рис. 1 приведены сглаженные графики изменения хода станка качалки во времени, полученные в разные моменты времени от скважи-

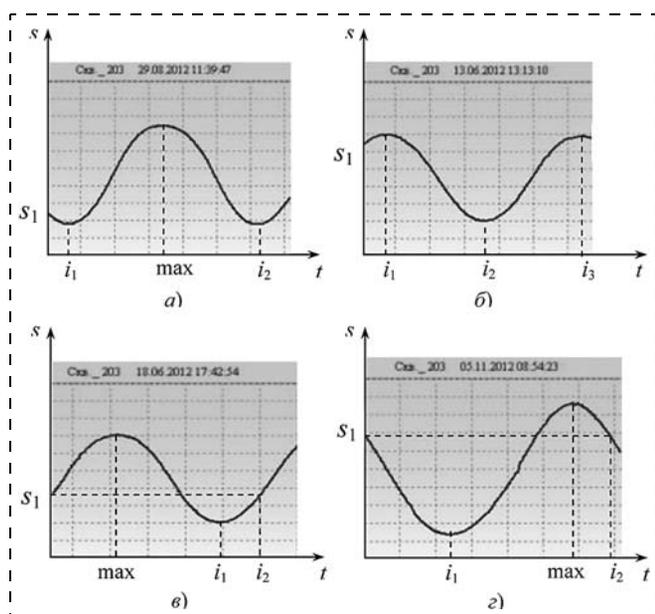


Рис. 1. Сглаженные графики изменения хода станка качалки во времени, полученные в разные моменты времени, с пояснением алгоритма определения нормированного массива данных

ны посредством комплекса контроля, диагностики и робастного управления "Айна", который внедрен в нефтегазодобывающее управление "Бибиэйбат-нефть" Республики Азербайджан.

Поскольку  $S(t)$  — синусоидальная функция, и полученный массив охватывает не меньше одного периода функции, то это означает, что функция  $S(t)$  имеет хотя бы один минимум, который соответствует нижнему положению плунжера глубинного насоса. В частном случае в полученном массиве функция  $S(t)$  может иметь два минимума. Учитывая эти обстоятельства, предложен следующий алгоритм определения нормированного массива данных хода, усилия, электрической мощности:

1. В исходном массиве имеются два минимума и в середине один максимум (рис. 1, а). В этом случае массив между двумя минимумами принимается как искомый. Если обозначить исходный массив  $S_i$ ,  $i \in [1, I]$ , а искомый —  $S_n^1$ ,  $n \in [1, N]$ , и обозначить индексы минимумов в исходном массиве  $i_1$  и  $i_2$ , тогда:

$$N = i_2 - i_1 + 1;$$

$$S_n^1 = S_{i_1 + (n-1)}, n \in [1, N].$$

2. В исходном массиве имеются два максимума и в середине один минимум (рис. 1, б). Если обозначить индексы первого максимума, минимума и второго максимума соответственно  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ , тогда:

$$N = i_3 - i_1 + 1.$$

Пользуясь этим, искомый массив можно определить следующим образом:

$$S_n^1 = S_{i_2 + (n-1)}, n \in \left[1, \frac{N}{2}\right],$$

$$S_{\frac{N}{2} + n}^1 = S_{i_1 + (n-1)}, n \in \left[1, \frac{N}{2}\right].$$

3. В исходном массиве имеется один минимум и один максимум. Тут возможны два случая:

- максимум наступает раньше, чем минимум (рис. 1, в). В этом случае применяется следующий алгоритм: находится индекс точки минимума в массиве  $S$ . Находится индекс первой точки после минимума, значение которой больше или равно  $S_1$ . Индекс этой точки принимаем как  $i_2$  и индекс точки минимума —  $i_1$ . Отметим, что  $i_2$  соответствует длине одного периода. Тогда для искомого массива:

$$N = i_2$$

$$\text{и } S_n^1 = S_{i_1 + (n-1)}, n \in [1, i_2 - i_1 + 1],$$

$$S_{i_2 - i_1 + n}^1 = S_{i_1 + (n-1)}; n \in [1, i_1];$$

- минимум наступает раньше, чем максимум (рис. 1, г). В этом случае принимается следующий алгоритм: отыскивается индекс первой точ-

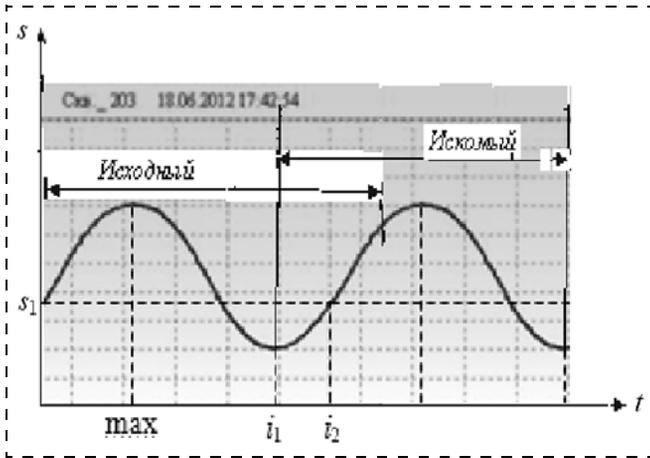


Рис. 2. Графическое изображение преобразования исходного массива в искомый нормированный

ки после максимума, значение которой меньше или равно  $s_1$ . Индекс этой точки принимается как  $i_2$  и индекс точки минимума — как  $i_1$ . Отметим, что  $i_2$  соответствует длине одного периода. Тогда для искомого массива получим:

$$N = i_2,$$

$$S_n^1 = S_{i_1+(n-1)}, \quad n \in [1, i_2 - i_1 + 1],$$

$$S_{i_1+n} = S_1 + (n - 1), \quad n \in [1, i_1].$$

Далее, аналогичным образом происходит получение искомого нормированного массивов усилия  $P$  на полированный шток и мощности  $W$ , потребляемой асинхронным двигателем привода станка-качалки с использованием полученных индексов  $i$ .

На рис. 2 показан пример графического изображения преобразования исходного массива в искомый нормированный на основе данных рис. 1, в.

## 2.2. Нормализация по периоду и масштабирование по величине данных усилия за цикл качания [10]

Суть задачи нормализации по периоду качания заключается в следующем.

Пусть получена реальная кривая изменения усилия во времени (рис. 3), и известны ее дискретные значения  $P_i(t_i)$  в моменты времени  $t_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

Требуется определить дискретные значения  $P_k(t_k)$  в моменты времени  $t_k$ ,  $k = 1, \dots, m$ , при условии, что начальные и конечные значения совпадают, т. е.

$$P_{k=1} = P_{i=1}; \quad P_{k=m} = P_{i=n} \quad (1)$$

Тогда задача сводится к следующему.

Пусть один период функции  $P(t)$  подвержен аналого-цифровому преобразованию с шагом дискретизации  $\Delta t_i = \frac{T}{n-1}$ , и получены  $n$  дискретных значений  $P_i(t_i)$ . Требуется найти значения  $P_k(t_k)$

той же самой функции в момент времени шагом дискретизации  $\Delta t_k = \frac{T}{m-1}$ .

По условиям задачи в начале и в конце кривой значения функции соответственно равны:

$$P(t_{k=1}) = P(t_{i=1}); \quad P(t_{k=m}) = P(t_{i=n}). \quad (2)$$

Тогда промежуточные значения ( $1 < K < m$ ) функции  $P_k$  можно определить следующим образом:

$$P(t_k) = P(t_i), \quad \text{если } (K-1)\Delta t_k = (i-1)\Delta t_i, \quad (3)$$

т. е. если  $i$ -я и  $k$ -я точки совпадают.

Если же  $k$ -я точка попадает между двумя ( $(i-1)$ -й и  $i$ -й) точками, т. е.  $(i-1)\Delta t_i < (K-1)\Delta t_k < i\Delta t_i$ , тогда

$$P(t_k) = P(t_i) + \frac{P(t_{i+1}) - P(t_i)}{\Delta t_i} [(K-1)\Delta t_k - (i-1)\Delta t_i]. \quad (4)$$

Таким образом, для значения  $P(t_k)$  при  $1 < K < m$  получим:

$$P_k = \begin{cases} P_i, & \text{если } (K-1)\Delta t_k = (i-1)\Delta t_i; \\ P_i + \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta t_i} [(K-1)\Delta t_k - (i-1)\Delta t_i]; & \\ \text{если } (i-1)\Delta t_i < (K-1)\Delta t_k < i\Delta t_i, & \end{cases}$$

где  $\Delta t_k = \frac{T}{m-1}$ ;  $\Delta t_i = \frac{T}{n-1}$  — шаги дискретизации информации за период качания станка качалки, соответственно, при разделении периода на  $(m-1)$  и  $(n-1)$  частей.

Отметим, что выражение (4) справедливо для линейных участков функций  $X(t)$ , поэтому шаг дискретизации  $\Delta t_i$  должен быть выбран так, чтобы нелинейностью куска функции в интервале  $i-1, \dots, i+1$  можно было бы пренебречь.

После получения массива данных  $P_k$  согласно формулам (4) для сравнения кривых усилия, полученных в различных условиях работы одной и той же скважины (при изменении выходных параметров

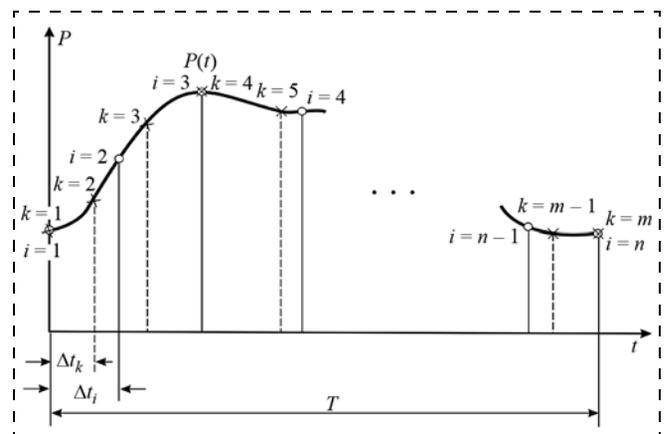


Рис. 3. Реальная кривая изменения усилия во времени и ее дискретизация

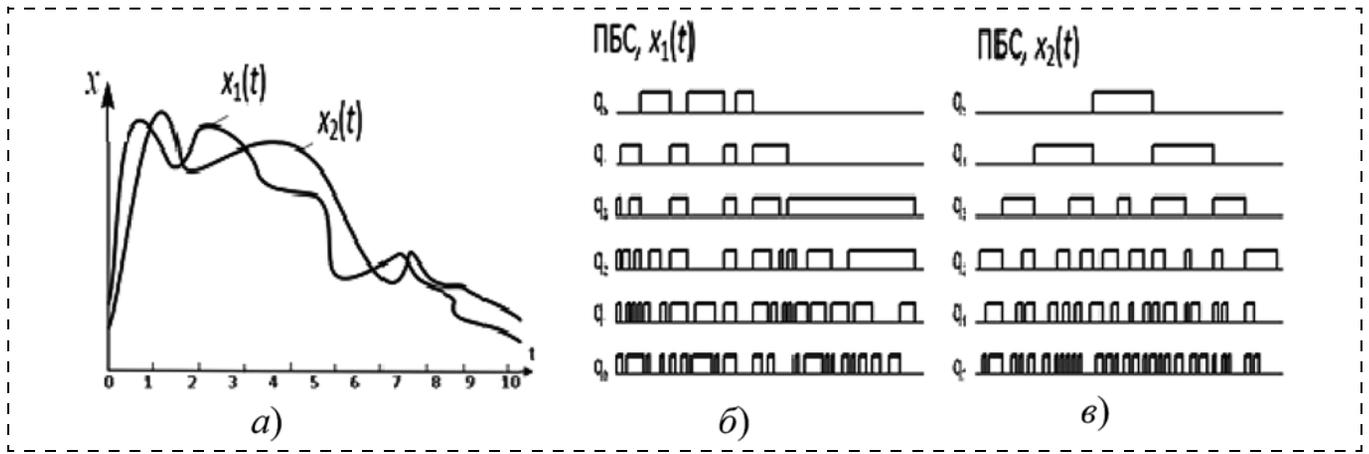


Рис. 4. Сигналы усилия: эталонный  $X_1(t)$  и текущий  $X_2(t)$  (а) и ПБС этих сигналов (б и в, соответственно)

датчиков от внешней среды, цикла качания и т. д.), необходимо их привести к единому масштабу по следующей формуле:

$$P_k^N = \frac{P_k}{P_{k\max}} A, \quad (5)$$

где  $A$  — определенное целое число, выражающее масштаб усилия по координатной оси  $OY$ .

Таким образом, мы получим нормализованный массив  $P_k^N$ , который будет учитывать изменения хода, числа качания станка качалки и отклонения параметров датчиков усилия и хода под воздействием внешних условий.

Дальнейшая идентификация неисправностей может быть осуществлена с использованием позиционно-бинарной технологии анализа циклических сигналов [11, 12].

### 2.3. Идентификация неисправностей ШГНУ с использованием позиционно-бинарной технологии идентификации циклических сигналов

Суть позиционно-бинарной технологии заключается в том, что сигналы усилия в процессе аналогово-цифрового преобразования трансформируются в позиционно-бинарные составляющие (ПБС) (рис. 4), где в качестве информативных признаков используется длительность ПБС в каждой позиции, которая изменяется в зависимости от изменения формы сигнала.

При этом близость текущих сигналов, поступающих с объекта, и эталонных сигналов оценивается путем вычисления числовых параметров близости сигнала по результату покрытия ПБС анализируемых пар сигналов, формируемых в каждой позиции с учетом веса позиций и параметра, характеризующего временное расположение ПБС в течение цикла работы ГНУ, в соответствии с выражением [13]

$$S_{w_r} = \sum_{i=1}^N \min_{m \in \{0, 1, \dots, M\}} \{ \varphi_{i,(n-1),m} 2^{n-1} + \varphi_{i,(n-2),m} 2^{n-2} + \dots + \varphi_{i,(n-k),m} 2^{n-k} + \varphi_{i,0,m} 2^0 \}, \quad (6)$$

где  $S_{w_r}$  — числовой параметр, характеризующий степень близости распознаваемых сигналов;  $N$  — число отсчетов сигнала;  $n$  — число позиций в ПБС-разложении;  $M$  — общее число шагов;  $m$  — выбранный шаг;  $\varphi_{i,(n-k),m}$  равно 1, если есть переход (0 → 1) или (1 → 0) для  $i$ -го отсчета на позиции  $n - k$ , соответствующей шагу  $m$ ;  $\varphi_{i,(n-k),m}$  равно 0, если есть переход (1 → 1) или (0 → 0) для  $i$ -го отсчета на позиции  $n - k$ , соответствующей шагу  $m$ , где  $k = 1, \dots, n$ .

Массивы ПБС эталонных сигналов хранятся в памяти компьютера пункта управления комплекса контроля, диагностики и робастного управления. Полученная от скважины текущая информация (рис. 5, а) о динамограмме после обработки по описанным выше алгоритмам (рис. 5, б) подвергается определению ПБС. Осуществляется сравнение по формуле (6) ПБС текущей информации с ПБС

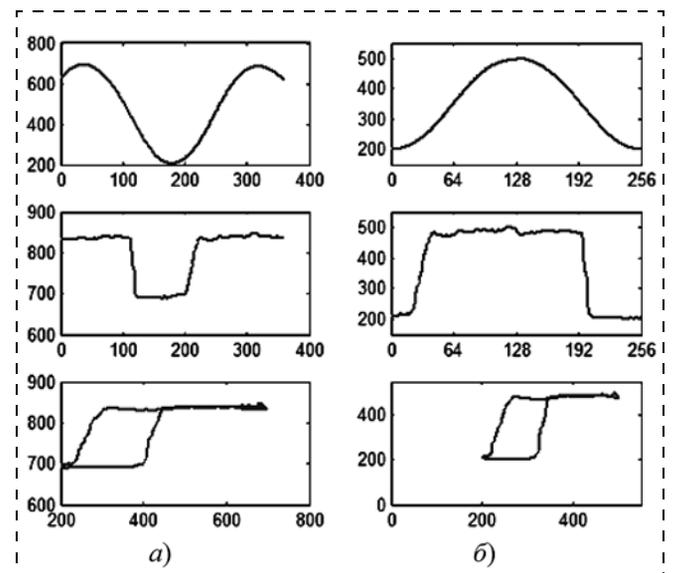


Рис. 5. Текущая информация:

а — исходные сигналы хода, усилия и динамограмма; б — сигналы хода, усилия и динамограмма, полученная после нормализации по периоду и масштабирования

Результаты сравнения ПБС текущего сигнала с эталонами методом ПБС со сдвигом

Сравниваемые сигналы	Числовые значения близости сигналов $S_{W_r}$	Состояние ШГНУ
Текущий, Эт-1	21 413	Нормальная работа
Текущий, Эт-2	24 938	Обрыв штанг
Текущий, Эт-3	24 615	Нагнетание насоса
Текущий, Эт-4	21 752	Прием насоса
Текущий, Эт-5	18 703	Прихват плунжера
Текущий, Эт-6	20 179	Утечка нагнетательного клапана (УНК)
Текущий, Эт-7	23 821	УНК и труб
Текущий, Эт-8	20 268	Откачка, газ и УНК
Текущий, Эт-9	20 314	Утечка приемного клапана (УПК)
Текущий, Эт-10	17 197	Откачка уровня
Текущий, Эт-11	22 887	Течь в насосных трубах
Текущий, Эт-12	18 905	Высокая посадка плунжера
Текущий, Эт-13	21 225	>% УНК
Текущий, Эт-14	19 945	<% УНК
Текущий, Эт-15	19 890	<% УПК
Текущий, Эт-16	18 447	>% УПК
Текущий, Эт-17	17 846	<% заполнение насоса
Текущий, Эт-18	18 223	>% заполнение насоса

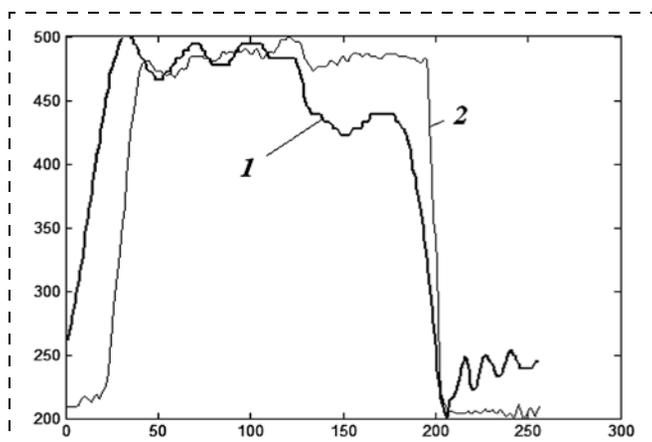


Рис. 6. Графическое представление сравниваемых сигналов: 1 — эталон-10 и 2 — текущий

каждого из эталонов, хранящихся в памяти компьютера. Результаты сравнения ПБС текущего сигнала с эталонами методом ПБС со сдвигом приведены во втором столбце таблицы. Выбирается эталон, значения ПБС которого мало отличаются от ПБС текущей информации. В нашем примере это эталон-10 (эт-10, см. таблицу), который соответствует состоянию ШГНУ "Откачка уровня". На рис. 6 приведено графическое представление результата сравниваемых сигналов эталон-10 и текущего.

### Выводы

1. Разработан алгоритм автоматической идентификации формы кривых усилия, передаваемого на

полированный шток станка-качалки, на базе позиционно-бинарной технологии анализа циклических сигналов.

2. Разработанный алгоритм прост в реализации на компьютере и не требует больших ресурсов.

3. Программа алгоритма автоматической идентификации составлена на объектно-ориентированном языке программирования Borland DELPHI 7 и включена в состав общего ПО комплекса контроля, диагностики и робастного управления "Айна", внедренного на третьем промысле "Shirvan Operating Company" Ltd. в Азербайджане.

*Данная работа выполнена при финансовой поддержке Фонда Развития Науки при Президенте Азербайджанской Республики — Грант № EIF-RITN-MQM-2/IKT-2-2013-7(13)-29/15/1.*

### Список литературы

1. **Маркетинговое** исследование рынка установок штанговых глубинных насосов (УШГН). Аналитический отчет. Research. Techart. 2010. URL: <http://www.techart.ru/files/research/walking-beam-pumping-unit.pdf>.
2. **Neely A. B., Tolbert H. E.** Experience with Pump-Off Control in the Permian Basin. SPE Paper No. 14345, SPE Technical Conference and Journal of Petroleum Technology. 1988, May. P. 645—648.
3. **Абдуллаев А. А., Джавадов А. А., Левин А. А., Набиев И. А.** Телемеханические комплексы для нефтяной промышленности. М.: Недра, 1982. 200 с.
4. **Алиев Т. М., Тер-Хачатуров А. А.** Автоматический контроль и диагностика СШНУ. М.: Недра, 1988. 232 с.
5. **Алиев Т. М., Рыскин Л. М., Тер-Хачатуров А. А.** Об одном методе определения состояния глубинного штангового насоса // Нефть и газ. 1980. № 11. С. 81—85.
6. **Гулуев Г. А., Алиев Я. Г., Ризванов М. Г., Рзаев Ас. Г., Саттаров И. Р.** Интеллектуализированная станция управления станком качалки // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 8. Стр. 17—20.
7. **Гулуев Г. А., Рзаев Ас. Г., Алиев Я. Г., Резван М. Г., Хакимьянов М. И.** Контроллеры и станции управления скважин, эксплуатирующихся штанговыми глубинными насосами // Azərbaycan neft təsərrüfatı. 2014. N. 9. P. 32—40.
8. **Рзаев Ас. Г.** Алгоритм нормализации массива данных хода, усилия, электрической мощности для идентификации неисправностей штанговых глубинных насосов // Известия НАНА. Сер. физико-технических и математических наук. Т. XXXIII. 2013. № 6. С. 197—204.
9. **Рзаев Ас. Г., Керимов А. Б., Асадов К. Ф.** Выбор метода сглаживания графика изменения хода перемещения точки подвески штанг станка-качалки // Известия НАНА. Сер. физико-технических и математических наук. Т. XXXIII. 2013. № 6. С. 248—253.
10. **Рзаев Ас. Г.** Алгоритм нормализации информации динамограмм до идентификации позиционно-бинарной технологией // Известия НАНА. Сер. физико-технических и математических наук. Т. XXXII. 2012. № 6. С. 44—48.
11. **Нусратов О. К.** Позиционно-широко-импульсный алгоритм распознавания циклических сигналов // Автоматика и вычислительная техника. 2006. № 1. С. 12—17.
12. **Алиев Т. А., Нусратов О. К., Рзаев Р. Р.** Позиционно-бинарное распознавание циклических сигналов с нечетким временным анализом информационных признаков // Тр. IX Междунар. симпозиума "Интеллектуальные системы — INTELS 2010". С. 106—110.
13. **Нусратов О. К., Керимов А. Б., Асадов К. Ф.** Коррекция ошибок при позиционно-бинарном распознавании циклических сигналов // Известия НАНА. Сер. физико-технических и математических наук. Т. XXXIII. 2013. № 3. С. 90—96.

# Algorithms for Diagnostics of Fault Conditions of the Sucker Rod Pumping Units

T. A. Aliev, telmancyber@rambler.ru, O. G. Nusratov, nusratov@cyber.ab.az, G. A. Guluyev, scb\_06@mail.ru, As. H. Rzayev, asifrzayev48@gmail.com, F. H. Pashayev, pasha.farhad@gmail.com, M. H. Rezvan, rezvanmahammad@gmail.com, A. B. Kerimov, cyberazerkerimov@gmail.com, Institute of Control Systems of the Azerbaijan National Academy of Sciences, Baku, Az1141, Azerbaijani Republic

Received on November 05, 2014

The dynamometer card-based methods for diagnostics of the underground equipment for sucker rod pumping units have the following aspects: diagnostics based directly on the characteristics of a ground dynamometer card; diagnostics based on the secondary characteristics of a dynamometer card (spectral characteristics: variance, correlation and regression of the signal of the force sensor, Fourier coefficients, series expansion for a dynamometer card, etc.); and diagnostics based on the typical characteristics of the shape of a ground dynamometer card. Our studies and operation experience demonstrated that the above methods are not invariant with respect to the pump running depth and the changes in the pumping unit operating conditions. Therefore, development and introduction of new diagnostic methods based on new information technologies are necessary and relevant. The paper deals with the development of the algorithms for an automated diagnostics of the fault conditions of the sucker rod pumping units in the oil extraction industry. The authors propose algorithms for an automated identification of the fault conditions of the sucker rod pumping units with the use of the position-binary technology for analysis of the periodic signals of the force of the rod string on the hanger. The authors solved the problem of precise determination of the beginning and duration of the pumping unit period based on the data on the polished rod stroke with the use of a moving average algorithm. The following algorithms are presented: for retrieval of information about the force per a pumping period, the beginning of which coincides with the beginning of the polished rod stroke upwards from the common array of the data (force, stroke, consumed power) received from the well; normalization and scaling of the parameters of the array of force per a pumping period; the essence of the position-binary identification, which forces the signals' transformation into the position-binary components, in which the informative attributes are their duration in each position, which changes, depending on a signal form. Based on the position-binary technology, the program of the algorithm for an automated identification of the form of curves of the force on the polished rod of the sucker rod pumps was compiled in Borland DELPHI 7 object-oriented programming language and included in Ayna, general control, diagnostics and robust management complex, introduced at the oil field 3 of Shirvan Operating Company Ltd. in Azerbaijan. The authors provide an example of comparison of the position-binary components of the current signal received from the well with the known reference systems.

**Keywords:** algorithm, normalization, diagnostics, identification, position-binary technology, oil extraction

**Acknowledgements:** This work was supported by the Science Development Fund under the President of the Republic of Azerbaijan, Grant no. EIF-RITN-MQM-2/IKT-2-2013-7(13)-29/15/1

For citation:

Aliev T. A., Nusratov O. G., Guluyev G. A., Rzayev As. H., Pashayev F. H., Rezvan M. H., Kerimov A. B. Algorithms for Diagnostics of Fault Conditions of the Sucker Rod Pumping Units, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 5, pp. 314–320.

DOI: 10.17587/mau.16.314-320

## References

1. *Marketingovoe issledovanie rynka ustanovok shtangovykh glubinykh nasosov (UShGN)* (Marketing research of sucker rod pumping units marker. Analysis report), Analiticheskii otchet (Research Techart), 2010, available at: <http://www.techart.ru/files/research/walking-beam-pumping-unit.pdf>.
2. Neely A. B., Tolbert H. E. Experience with Pump-Off Control in the Permian Basin, SPE Paper No. 14345, *SPE Technical Conference and Journal of Petroleum Technology*, May, 1988, p. 645–648.
3. Abdullaev A. A., Dzhavadov A. A., Levin A. A., Nabiev I. A. *Telemekhanicheskie komplekсы dlia nef'tianoi promyshlennosti* (Telemechanic complexes for oil industry), Moscow, Nedra, 1982, 200 p. (in Russian).
4. Aliev T. M., Ter-Khachaturov A. A. *Avtomaticheskii kontrol' i diagnostika SShNU* (Automated control and diagnostics of SRPU), Moscow, Nedra, 1988, 232 p. (in Russian).
5. Aliev T. M., Ryskin L. M., Ter-Khachaturov A. A. *Ob odnom metode opredeleniia sostoiianiia glubinnogo shtangovogo nasosa* (On an emethod of determining the condition of a sucker rod pump), *Nef't i Gaz*, 1980, no. 11, p. 81–85 (in Russian).
6. Guluyev G. A., Aliev Ia. G., Rizvanov M. H., Rzaev As. H., Sattarov I. R. *Intellektualizirovannaiia stantsiia upravleniia stankom kachalki* (Intellectualized station of pumping unit control), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2011, no. 8, pp. 17–20 (in Russian).
7. Guluyev G. A., Rzaev As. H., Aliev Ia. G., Rezvan M. H., Khamim'ianov M. I. *Kontrollery i stantsii upravleniia skvazhin, ekspluatiruiushchikhsia shtangovymi glubinnymi nasosami* (Controllers and control stations for oil wells operated by sucker rod pumps), *Azərbaycan neft təsərrüfatı*, 2014, no. 09, pp. 32–40.
8. Rzaev As. H. *Algoritim normalizatsii massiva dannykh khoda, usiliia, elektricheskoi moshchnosti dlia identifikatsii neispravnostei shtangovykh glubinykh nasosov* (Algorithm for normalization of the array data of stroke, force and power to identify the malfunction of sucker rod pumps), *Izvestiia NANA, Seriiia Fiziko-Tekhnicheskikh I Matematicheskikh Nauk*, 2013, vol. XXXIII, no. 6, pp. 197–204 (in Russian).
9. Rzaev As. H., Kerimov A. B., Asadov K. F. *Vybor metoda sglazhivaniia grafika izmeneniia khoda peremeshcheniia tochki podveski shtang stanka kachalki* (Select smoothing methods graphic changes of suspension moving point rods pumping unit), *Izvestiia NANA, Seriiia Fiziko-Tekhnicheskikh I Matematicheskikh Nauk*, 2013, vol. XXXIII, no. 6, pp. 248–253 (in Russian).
10. Rzaev As. H. *Algoritim normalizatsii informatsii dinamogramm do identifikatsii pozitsionno-binarnoi tekhnologii* (Algorithm for normalization of dynamometer card data to identification by position-binary technology), *Izvestiia NANA, Seriiia Fiziko-Tekhnicheskikh I Matematicheskikh Nauk*, 2012, vol. XXXII, no. 6, pp. 44–48 (in Russian).
11. Nusratov O. K. *Pozitsionno-shirotno-impul'snyi algoritimov raspoznavaniia tsiklicheskikh signalov* (Position-pulse-duration algorithm for recognition of periodic signals.), *Avtomatika i vychislitel'naia tekhnika*, 2006, no. 1, pp. 12–17 (in Russian).
12. Aliev T. A., Nusratov O. K., Rzaev R. R. *Pozitsionno-binarnoe raspoznavanie tsiklicheskikh signalov s nechetkim vremennym analizom informatsionnykh priznakov* (Position-binary recognition of periodic signal with fuzzy analysis of information attributes in the time domain.), *Proc. IX Mezhdunarodnyi simpozium "Intellektualnye sistemy — INTELS 2010"*, pp. 106–110 (in Russian).
13. Nusratov O. K., Kerimov A. B., Asadov K. F. *Korreksiia oshibok pri pozitsionno — binarnom raspoznavanii tsiklicheskikh signalov* (Correction of errors of position-binary recognition of periodic signals), *Izvestiia NANA, Seriiia Fiziko-Tekhnicheskikh I Matematicheskikh Nauk*, 2013, vol. XXXIII, no. 3, pp. 90–96 (in Russian).

Corresponding author:

Pashayev Farhat G., Leading Researcher, Institute of Control Systems of the Azerbaijan National Academy of Sciences, Baku, Az1141, Azerbaijani Republic, e-mail: pasha.farhad@gmail.com

**И. Ф. Нугаев**, д-р техн. наук, проф., inugaev@yandex.ru,  
**В. И. Васильев**, д-р техн. наук, проф., vasilyev@ugatu.ac.ru,  
 Уфимский государственный авиационный технический университет

## Управление процессами скважинной добычи нефти на основе каскадных алгоритмов

*Рассматривается подход к повышению эффективности алгоритмов управления скважинной нефтедобычей на базе установок электроцентробежных насосов, основанный на применении принципа каскадного построения алгоритма управления, где в качестве каскадов выступают алгоритмы управления отдельными локальными слоями процесса. Обсуждается методика синтеза локальных алгоритмов управления на основе многоуровневой модели процесса.*

**Ключевые слова:** автоматизация управления технологическими процессами, управление скважинной добычей нефти на базе установок электроцентробежных насосов, каскадные алгоритмы управления

### Введение

Современные технологические процессы, как правило, относятся к классу сложных объектов управления, обладающих такими свойствами, как многослойность, многомерность, многосвязность. Методам построения алгоритмов управления объектами данного класса посвящены многочисленные труды (см., например [1, 3]). В качестве базового принципа управления здесь, как правило, рассматривается иерархический принцип, предполагающий построение локальных алгоритмов управления отдельными элементами сложного объекта и алгоритмов высших уровней, обеспечивающих координирование локальных. Обобщенная структура иерархической системы управления сложным объектом, представленная в работе М. Месаровича, Д. Мако, И. Такахара [1], имеет вид, показанный на рис. 1.

В то же время при практической разработке автоматизированных систем управления технологическими процессами авторами был выделен тип технологических процессов, обладающих свойствами, требующими специальных подходов к построению алгоритмов управления. В частности, это многослойные процессы с неуправляемыми внутренними слоями, представляющие собой последовательность локальных процессов (ЛП), постоянные времена  $\tau_i$  которых существенно различаются (на порядки). Управляемыми параметрами  $Y$  здесь являются параметры процессов выходного слоя, а управляемыми параметрами  $U$  обладают процессы только входного слоя. При этом возмущающим воздействиям  $V$  подвергаются процессы всех слоев (рис. 2).

Очевидно, что в данном случае отсутствие возможности непосредственного управления локальными процессами делает неуместным известный принцип иерархического построения алгоритмов управления. Здесь традиционно строится алгоритм управления на основе упрощенного представления многослойного процесса в виде единого — однослойного, входом которого являются управляющие

параметры процессов входного слоя, а выходом — управляемые параметры процессов выходного слоя (рис. 3).

Анализ качества управления процессами на основе алгоритмов, построенных на основе данного подхода, показывает низкую эффективность компенсации возмущений, действующих на промежуточные слои процесса, что выражается в больших

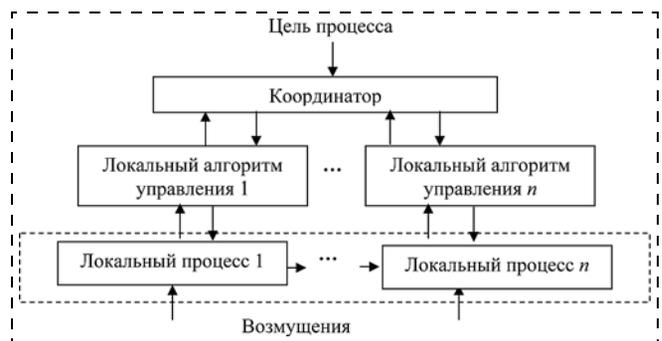


Рис. 1. Обобщенная структура иерархической системы управления многослойным процессом

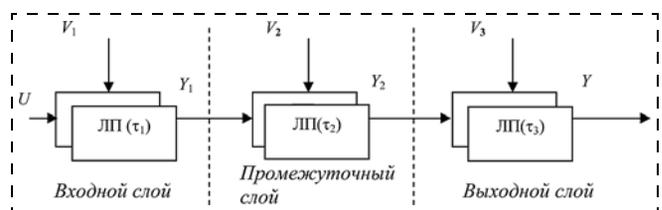


Рис. 2. Обобщенная структура многослойного процесса с неуправляемыми внутренними слоями:  $\tau_1 \ll \tau_2 \ll \tau_3$

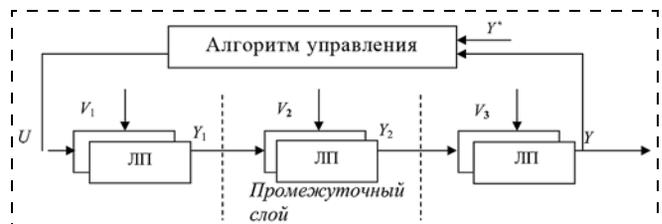


Рис. 3. Структура традиционной САУ многослойным процессом с неуправляемыми внутренними слоями

значениях и длительностях отклонений выходных параметров процесса, вызванных незначительными возмущениями промежуточных слоев. Это объясняется тем, что при выработке управления используется информация только о выходных параметрах процессов. При этом компенсация возмущений, действующих на промежуточные слои, возможна только после достижения ими выходного слоя.

В качестве примера технологического процесса данного типа можно привести процесс нефтедобычи из продуктивного геологического пласта гидродинамическим способом. Здесь входной слой представляют процессы извлечения и нагнетания жидкости отдельными скважинами; промежуточный слой — процессы движения пластовой жидкости в зонах влияния скважин; выходной слой — процесс движения жидкости в продуктивном пласте. Управляющими параметрами здесь обладают отдельные скважины (первый слой); управляемыми параметрами являются параметры состояния жидкости пласта (третий слой). Таким образом, процессы второго и третьего слоев, подвергаясь возмущающим воздействиям, не обладают прямыми управляющими параметрами [5].

Другим примером являются процессы скважинной добычи нефти на базе установки электроцентробежного насоса, подробно представленные ниже.

В работе рассматривается подход к повышению эффективности управления многослойными процессами на основе известного каскадного принципа

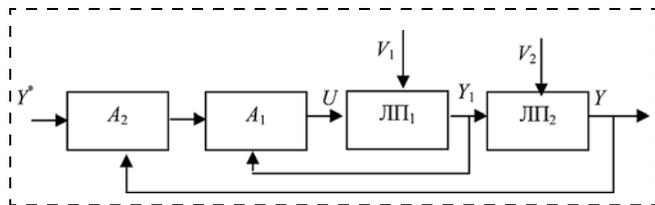


Рис. 4. Структура системы управления многослойным процессом на основе каскадного алгоритма управления (для случая двух локальных процессов)

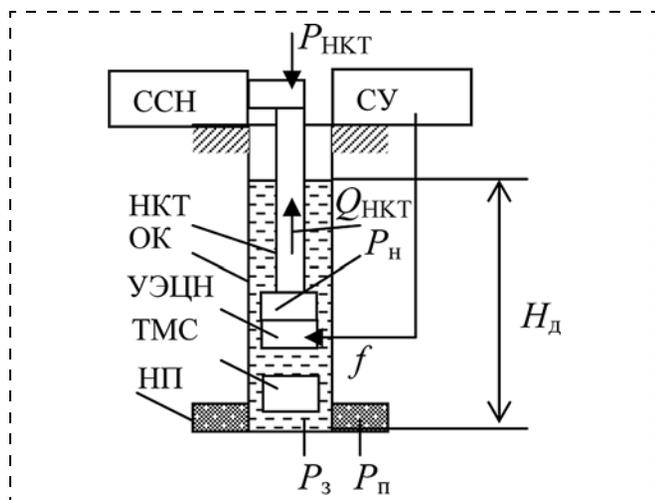


Рис. 5. Схема процесса нефтедобычи на базе скважины с УЭЦН

построения алгоритмов управления, рассмотренного в работе Р. Изермана [2]. Принцип заключается в построении алгоритма в многокаскадной форме, где в качестве каскадов выступают алгоритмы  $A_i$  управления локальными процессами ЛП<sub>i</sub>. На рис. 4 показан случай  $i = 1, 2$ .

Подход рассмотрен на примере управления процессами скважинной добычи нефти.

### Скважинная добыча нефти как многослойный процесс управления

Схема скважинной системы, показанная на рис. 5, содержит следующие основные элементы: нефтеносный пласт (НП), обсадная колонна скважины (ОК), установка электроцентробежного насоса (УЭЦН), насосно-компрессорные трубы (НКТ), система управления (СУ) УЭЦН, телеметрическая система (ТМС), система сбора нефти (ССН).

На первом этапе жидкость из нефтеносного пласта вследствие разницы пластового давления  $P_{\text{п}}$  и давления  $P_3$  в забойной части скважины поступает в обсадную колонну. Данный процесс продолжается до достижения жидкостью статического уровня  $H_c$ , обеспечивающего выравнивание давлений  $P_{\text{п}}$  и  $P_3$ . На следующем этапе с помощью системы управления включается насосная установка, создающая давление  $P_{\text{н}}$  в насоснокомпрессорных трубах, обеспечивающее извлечение жидкости из ОК в систему сбора нефти. При этом уровень жидкости в ОК снижается и устанавливается на динамическом уровне  $H_{\text{д}}$ , зависящем от потока (дебита)  $Q_{\text{НКТ}}$  извлечения жидкости через НКТ. Очевидно, что уровень  $H_{\text{д}}$  не должен опускаться ниже допустимого  $H_{\text{min}}$ , который определяется уровнем погружения УЭЦН, а также такими технологическими параметрами, как давление разгазирования нефти и др. Максимальный дебит  $Q$  обеспечивается при минимальном уровне жидкости в ОК:  $Q_{\text{max}}: H_{\text{д}} = H_{\text{min}}$ .

Рассмотрим задачу управления данным процессом. В качестве управляемого параметра здесь выступает динамический уровень  $H_{\text{д}}$  жидкости в ОК, в качестве управляющего параметра — частота  $f$  питающего напряжения асинхронного электродвигателя, входящего в состав УЭЦН, определяющая режим работы насоса. Целью управления является поддержание заданного значения  $H_{\text{д}}^*$  динамического уровня жидкости в ОК:  $f: H_{\text{д}} = H_{\text{д}}^*$ .

Анализ данного технологического процесса как объекта управления показал, что он имеет выраженную трехслойную структуру (рис. 6):

1) входной слой — локальный процесс создания давления  $P_{\text{н}}$  в УЭЦН; входной (управляющий) параметр  $U = f$ ; выходной параметр  $Y_1 = P_{\text{н}}$ ; возмущающее воздействие — изменение параметров центробежного насоса, таких как максимальный напор  $V_1 = dH_0$ ;

2) промежуточный слой — локальный процесс движения жидкости в НКТ; входной (управляющий) параметр  $Y_1 = P_{\text{н}}$ ; выходной параметр  $Y_2 = Q_{\text{НКТ}}$ ;

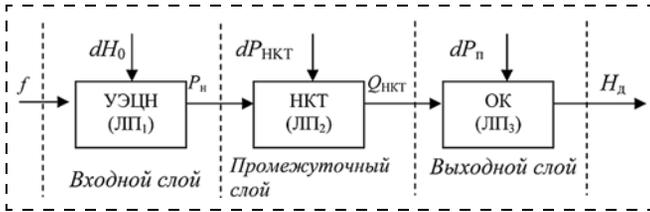


Рис. 6. Структура процесса нефтедобычи как многослойного объекта управления

возмущающее воздействие — изменение противодавления в НКТ, создаваемое системой сбора нефти:  $V_2 = dP_{\text{НКТ}}$ ;

3) выходной слой — локальный процесс движения жидкости в ОК; входной параметр —  $Y_2 = Q_{\text{НКТ}}$ ; выходной параметр —  $Y = H_{\text{д}}$ ; возмущающее воздействие — изменение пластового давления:  $V_3 = dP_{\text{п}}$ .

### Построение структуры каскадного алгоритма управления процессами скважинной нефтедобычи

Очевидно, что для эффективности компенсации внутренних возмущений  $V_1, \dots, V_N$  необходимо строить алгоритм  $A$  вычисления управления  $U$ , который использует информацию о текущих значениях данных возмущений:  $U = A(Y^*, V_1, V_2, \dots, V_N)$ .

Для построения алгоритма данного типа предлагается применение многокаскадного принципа, рассмотренного в работе Изермана Р. [2]. Принцип заключается в построении алгоритма в многокаскадной форме, где в качестве каскадов выступают алгоритмы  $A_i$  управления локальными процессами. Целью локального алгоритма  $A_i$  является вычисление значения входного параметра  $Y_{i-1}^*$  локального процесса, обеспечивающего достижение требуемого значения входного параметра  $Y_i^*$  с учетом его текущего значения  $Y_i$ :  $Y_{i-1}^* = A_i(Y_i^*, Y_i)$ . Последовательность локальных алгоритмов данного типа формируется путем соединения их входов и выходов, начиная с алгоритма выходного слоя (рис. 7):

- алгоритм  $A_N$  локального процесса выходного слоя вычисляет требуемое значение  $Y_{N-1}^*$  выходного параметра  $Y_{N-1}$  локального процесса предпоследнего слоя на основе заданного требуемого значения  $Y^*$  выходного параметра процесса  $Y$  и его текущего состояния  $Y_N$ :  $Y_{N-1}^* = A_N(Y^*, Y_N)$ ;
- алгоритм  $A_{N-1}$  локального процесса предпоследнего слоя вычисляет требуемое значение  $Y_{N-2}^*$  выходного параметра  $Y_{N-2}$  локального процесса  $(N-2)$ -го слоя на основе полученного от алгоритма  $A_N$  требуемого значения  $Y_{N-1}^*$  выходного параметра  $Y_{N-1}$  и его текущего состояния  $Y_{N-1}$ :  $Y_{N-2}^* = A_{N-1}(Y_{N-1}^*, Y_{N-1})$ ;
- алгоритм  $A_i$   $i$ -го локального процесса  $i$ -го промежуточного слоя вычисляет требуемое значение  $Y_{i-1}^*$  выходного параметра  $Y_{i-1}$  локального процесса  $(i-1)$ -го слоя на основе полученного от алгоритма  $A_{i-1}$  требуемого значения  $Y_i^*$  выходного параметра  $Y_i$  и его текущего состояния  $Y_i$ :  $Y_{i-1}^* = A_i(Y_i^*, Y_i)$ ;

- алгоритм  $A_1$  1-го локального процесса 1-го входного слоя вычисляет требуемое значение управляющих параметров  $U$  процесса на основе полученного требуемого значения  $Y_1^*$  выходного параметра  $Y_1$  и его текущего состояния  $Y_1$ :  $U = A_1(Y_1^*, Y_1)$ .

Таким образом, управление процессом осуществляется на основе информации о текущих значениях выходных параметров слоев:  $U = A_i(Y^*, Y_1, Y_2, \dots, Y_N)$ . Учитывая то, что выходные параметры  $Y_i$  слоев определяются значениями их входных параметров  $Y_{i-1}$  и возмущающих воздействий  $V_i$ , в алгоритме управления можно провести замену  $Y_i = W_i(Y_{i-1}, V_i)$ . В результате алгоритм вычисления управления процессом принимает искомую форму:

$$U = A(Y^*, Y_2, Y_3, \dots, Y_{N-1}, V_1, V_2, \dots, V_N). \quad (1)$$

В результате в структуру каскадного алгоритма управления вводится возможность компенсировать локальные возмущающие воздействия непосредственно после их возникновения с помощью локальных алгоритмов. При этом длительность процесса компенсации возмущения локального слоя определяется ее собственной постоянной времени и постоянными времени предшествующих слоев. В частности длительность процесса компенсации возмущения первого локального слоя определяется только ее собственной постоянной времени.

Структура системы управления процессами скважинной добычи нефти с алгоритмами, построенными на каскадном принципе, показана на рис. 8.

Далее рассмотрим предлагаемую методику синтеза локальных алгоритмов управления.

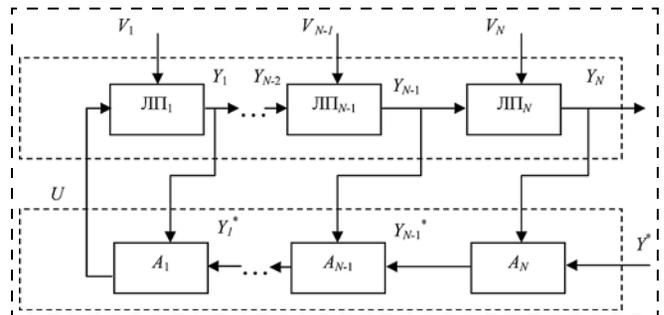


Рис. 7. Структура системы управления многослойным процессом на основе каскадного алгоритма управления

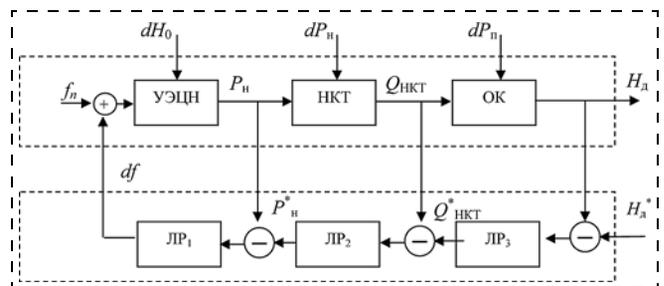


Рис. 8. Структура системы управления процессами скважинной нефтедобычи, построенной на каскадном принципе

## Синтез локальных алгоритмов каскадного управления

Синтез локальных алгоритмов управления предлагается выполнять последовательно, начиная с первого (входного) слоя, на основе принципа регулирования с обратной связью по отклонению:

1) структура локальной системы управления (ЛСАУ<sub>1</sub>) входного слоя, построенная на основе принципа регулирования по отклонению, имеет вид, показанный на рис. 9, а. Синтез алгоритма А<sub>1</sub> локального регулятора ЛР<sub>1</sub> выполняется на основе модели локального процесса первого слоя (ЛП<sub>1</sub>) вида

$$\begin{aligned} \frac{dX_1}{dt} &= F_1(X_1, U, V_1); \\ Y_1 &= \hat{F}_1(X_1, U) \end{aligned} \quad (2)$$

по критерию минимального времени  $T_1$  отработки задающих  $Y_2^*$  и компенсации возмущающих воздействий  $V_1$ :  $U = A_1(Y_1 - Y_1^*): T_1 \rightarrow \min$ ;

2) структура локальной системы управления (ЛСАУ<sub>2</sub>) промежуточного слоя, построенная на основе принципа регулирования по отклонению, имеет вид, показанный на рис. 9, б. Синтез алгоритма А<sub>2</sub> локального регулятора ЛР<sub>2</sub> выполняется на основе объединенной модели ЛОУ<sub>2</sub> и ЛСАУ<sub>1</sub> вида

$$\begin{aligned} \frac{dX_2}{dt} &= F_2(X_2, Y_1^*, V_2); \\ Y_2 &= \hat{F}_2(X_2, Y_1^*); \\ \frac{dX_1}{dt} &= F_1(X_1, U, V_1); \\ Y_1 &= \hat{F}_1(X_1, U); U = A_1(Y_1 - Y_1^*) \end{aligned} \quad (3)$$

по критерию минимального времени  $T_2$  отработки задающих  $Y_3^*$  и компенсации возмущающих  $V_2$  воздействий:  $Y_1^* = A_2(Y_2 - Y_2^*): T_2 \rightarrow \min$ ;

3) структура локальной системы управления (ЛСАУ<sub>3</sub>) выходного слоя, построенная на основе принципа регулирования по отклонению, имеет вид, показанный на рис. 9, в. Синтез алгоритма А<sub>3</sub> регулятора ЛР<sub>3</sub> выполняется на основе моделей ЛОУ<sub>3</sub>, ЛСАУ<sub>2</sub> и ЛСАУ<sub>1</sub> вида

$$\begin{aligned} \frac{dX_3}{dt} &= F_3(X_3, Y_2^*, V_3); \\ Y_3 &= \hat{F}_3(X_3, Y_2^*); \\ \frac{dX_2}{dt} &= F_2(X_2, Y_1^*, V_2); \\ Y_2 &= \hat{F}_2(X_2, Y_1^*); Y_1^* = A_2(Y_2 - Y_2^*); \\ \frac{dX_1}{dt} &= F_1(X_1, U, V_1); \\ Y_1 &= \hat{F}_1(X_1, U); U = A_1(Y_1 - Y_1^*) \end{aligned} \quad (4)$$

по критерию минимального времени  $T_3$  отработки задающих  $Y^*$  и компенсации возмущающих  $V_3$  воздействий:  $Y_2^* = A_2(Y_3 - Y^*): T_3 \rightarrow \min$ .

Для синтеза алгоритмов управления разработана многоуровневая система моделей указанных локальных процессов в форме переменных состояния [6]:

1) модель локального процесса первого уровня (УЭЦН)

$$\begin{cases} \frac{dn}{dt} = \frac{1}{2\pi J} \left( \frac{2M_k \left( \frac{u}{u_n} \right)^2 / \left( \frac{f}{f_n} \right)^2}{\left( \frac{n_0 - n}{\Delta n_k} + \frac{\Delta n_k}{n_0 - n} \right)} - M_c \right); \\ P_H = \rho g \left( H_f \left( \frac{n}{n_n} \right)^2 - S_f Q_{\text{НКТ}}^2 \right), \end{cases}$$

где  $J, M_k, M_c, n, n_0, n_n, \Delta n_k$  — соответственно момент инерции, критический момент, момент сопротивления, частота вращения, частота вращения на холостом ходу, номинальная частота, конструктивная постоянная вала электродвигателя;  $u, u_n, f, f_n$  — соответственно напряжение, номинальное напряжение, частота, номинальная частота питания электродвигателя;  $H_f, S_f$  — соответственно максимальный напор и сопротивление насоса;  $\rho$  — плотность добываемой жидкости;

2) модель локального процесса второго уровня (НКТ)

$$\frac{dQ}{dt} = - \frac{S_{\text{НКТ}}}{\rho L_{\text{НКТ}}} (P_{\text{НКТ}} - P_H) - \frac{32 L_{\text{НКТ}} \eta}{D^2} Q_{\text{НКТ}},$$

где  $L_{\text{НКТ}}, S_{\text{НКТ}}$  — соответственно длина и площадь сечения НКТ;  $P_{\text{НКТ}}$  — статическое давление, создаваемое столбом жидкости в НКТ;

3) модель локального процесса третьего уровня (ОК):

$$\begin{cases} \frac{dP_3}{dt} = \frac{\rho g}{S_{\text{ОК}}} \left( \frac{\eta \ln \left( \frac{R_{\text{п}}}{R_{\text{с}}} \right)}{2\pi k_{\text{пр}} h} (P_{\text{п}} - P_3) - Q_{\text{НКТ}} \right); \\ H_{\text{д}} = \frac{1}{\rho g} P_3, \end{cases}$$

где  $R_{\text{п}}, h, k_{\text{пр}}$  — соответственно радиус, толщина, проницаемость пласта;  $S_{\text{ОК}}$  — площадь ОК.

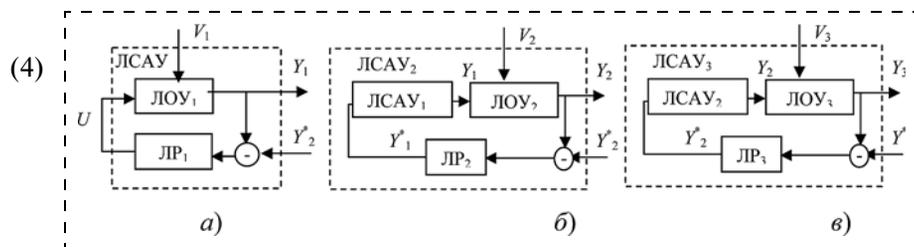


Рис. 9. Структуры локальных систем управления

Постоянные времени слоев процесса существенно различаются:  $\tau_{уЭЦН} \approx 60 \dots 100$  с;  $\tau_{НКТ} \approx 600 \dots 1000$  с;  $\tau_{ОК} \approx (1 \dots 3)10^4$  с;  $\tau_{уЭЦН} \ll \tau_{НКТ} \ll \tau_{ОК}$ .

В результате синтеза по критерию минимального времени процессов обработки задающего и возмущающих воздействий были получены алгоритмы локальных регуляторов вида

$$A_1: f = 2,2 \cdot 10^{-6}(P_H^* - P_H);$$

$$A_2: P_H^* = 10^6(Q_{НКТ}^* - Q_{НКТ}) + 5 \cdot 10^2 \int_0^t (Q_{НКТ}^* - Q_{НКТ}) dt;$$

$$A_3: Q_{НКТ}^* = 8 \cdot 10^{-2}(H_D^* - H_D) + 0,5 \cdot 10^{-5} \int_0^t (H_D^* - H_D) dt.$$

На рис. 10 показаны процессы обработки возмущений ступенчатой формы, последовательно действующих во всех слоях объекта:

$$V_1 = \begin{cases} 0, & t \leq 10^4 \text{ с;} \\ dH_0 = 50 \text{ м,} & t > 10^4 \text{ с;} \end{cases}$$

$$V_2 = \begin{cases} 0, & t \leq 1,6 \cdot 10^4 \text{ с;} \\ dH_{НКТ} = 50 \text{ м,} & t > 1,4 \cdot 10^4 \text{ с;} \end{cases}$$

$$V_3 = \begin{cases} 0, & t \leq 2,5 \cdot 10^4 \text{ с;} \\ dP_H = 1 \text{ МПа,} & t > 1,85 \cdot 10^4 \text{ с.} \end{cases}$$

Для сравнительного анализа эффективности многослойного алгоритма был проведен синтез традиционного однослойного алгоритма системы управления, показанной на рис. 11.

В результате синтеза по критерию минимального времени процессов обработки задающего и возмущающих воздействий был получен пропорционально-интегральный регулятор:

$$df = 0,02(H_D^* - H_D) + 0,05 \cdot 10^{-5} \int_0^t (H_D^* - H_D) dt.$$

На рис. 12 показаны процессы компенсации по выходу  $H_D$  возмущений ступенчатой формы, последовательно действующих во всех слоях объекта:

$$V_1 = \begin{cases} 0, & t \leq 10^4 \text{ с;} \\ dH_0 = 50 \text{ м,} & t > 10^4 \text{ с;} \end{cases}$$

$$V_2 = \begin{cases} 0, & t \leq 1,4 \cdot 10^4 \text{ с;} \\ dH_{НКТ} = 50 \text{ м,} & t > 1,4 \cdot 10^4 \text{ с;} \end{cases}$$

$$V_3 = \begin{cases} 0, & t \leq 1,85 \cdot 10^4 \text{ с;} \\ dP_H = 1 \text{ МПа,} & t > 1,85 \cdot 10^4 \text{ с.} \end{cases}$$

Из диаграмм рис. 10 и рис. 12 видно, что характер реакции выходных параметров на возмущения

внутренних слоев существенно различается. При управлении однокаскадным алгоритмом процессы компенсации практически идентичны вследствие их прохождения через все слои процесса и определяются постоянной времени процесса:

- $V_1: \Delta H_{д\max} = -50$  м;  $\Delta t = 1,5 \cdot 10^4$  с;
- $V_2: \Delta H_{д\max} = 50$  м;  $\Delta t = 0,4 \cdot 10^4$  с;
- $V_3: \Delta H_{д\max} = 30$  м;  $\Delta t = 0,4 \cdot 10^4$  с.

При управлении каскадным алгоритмом характер реакции выходных параметров на возмущения

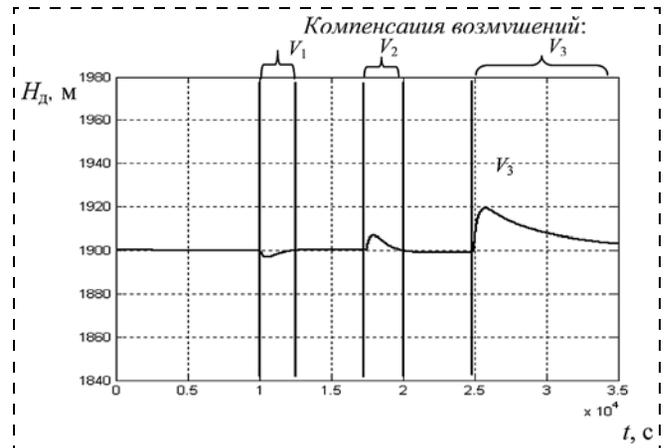


Рис. 10. Процессы компенсации возмущений каскадным алгоритмом управления

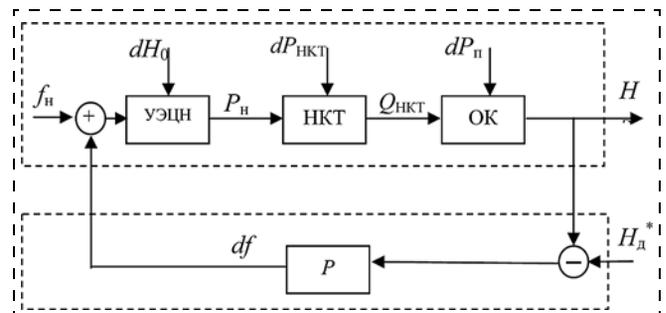


Рис. 11. Структура системы управления на основе однокаскадного алгоритма управления

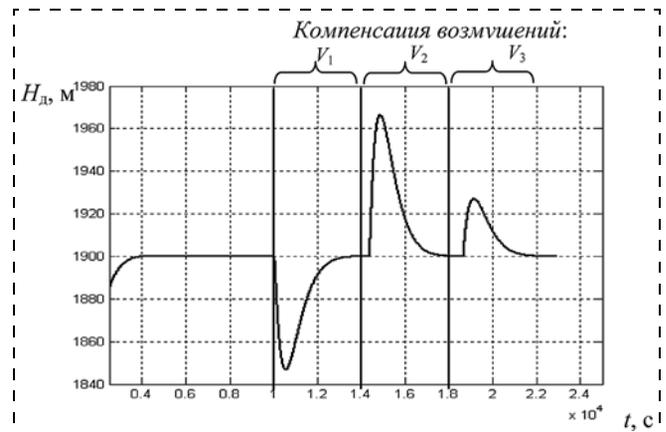


Рис. 12. Процессы компенсации возмущений ступенчатой формы однокаскадным алгоритмом управления

внутренних слоев определяется постоянной времени локальных объектов:

- $V_1: \Delta H_{\text{дmax}} = -1 \text{ м}; \Delta t = 0,1 \cdot 10^4 \text{ с};$
- $V_2: \Delta H_{\text{дmax}} = 5 \text{ м}; \Delta t = 0,2 \cdot 10^4 \text{ с};$
- $V_3: \Delta H_{\text{дmax}} = 20 \text{ м}; \Delta t = 1 \cdot 10^4 \text{ с}.$

По графикам видно, что по сравнению с однокаскадным алгоритмом амплитуда реакции на возмущение первого слоя уменьшилась в 60 раз, второго слоя — уменьшилась в 15 раз, третьего слоя — практически не изменилась.

### Заключение

В результате исследований принципов построения алгоритмов управления многослойными технологическими процессами с неуправляемыми внутренними слоями на примере управления процессами скважинной добычи нефти показана эффективность применения каскадного принципа. Эффективность оценивалась с точки зрения влияния возмущений внутренних слоев на выходные

параметры процесса. Сравнительный анализ результатов вычислительных экспериментов показывает существенное снижение влияния возмущений на выходные параметры процесса по мере их удаления от выходного слоя при применении каскадного алгоритма управления по сравнению с традиционными алгоритмами.

### Список литературы

1. Месарович М., Мако Д., Такахага И. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973. 344 с.
2. Изерман Р. Цифровые системы управления. М.: Мир, 1984. 541 с.
3. Васильев В. И., Гусев Ю. М., Ефанов В. Н. и др. Многоуровневое управление динамическими объектами. М.: Наука, 1987. 309 с.
4. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
5. Владимиров И. В., Хисамутдинов Н. И., Тазиев М. М. Проблемы разработки водонефтяных и частично заводненных зон нефтяных месторождений. М.: ВНИИОЭНГ, 2007. 360 с.
6. Нугаев И. Ф., Искужин Р. В. Динамическая модель нефтедобывающей скважины на базе УЭЦН как объекта управления // Нефтегазовое дело. 2012. № 5. С. 31–46.

## Use of Multi-Cascade Principle for the Downhole Oil Production Control

I. F. Nugaev, inugaev@yandex.ru, V. I. Vasilyev, vasilyev@ugatu.ac.ru, Ufa State Aviation Technical University, Ufa, 450000, Russian Federation

Received on July 01, 2014

*The topic of this paper is methodology for improvement of the efficiency of the downhole oil production control algorithms. The approach is based on the use of the well-known multi-cascade principle, in which the cascades represent the control algorithms of separate local layers of the process. The results of investigation of the multi-layered control principles on the example of the downhole oil production control process show the efficiency of application of the cascade control principle. The downhole oil production is considered as a multilayer control process: 1) Input layer — the local process of creation of pressure in an electrical submersible pump (ESP); 2) Inner layer — the local process of the fluid motion in the pump-compressor pipes; 3) Output layer — the local process of the fluid motion in the casing well. According to the principle of the cascade control, the control algorithm consists of several cascades (local control algorithms). Each local algorithm calculates the set value for the next local algorithm on the basis of the current value of the output parameter for the respective local process. As a result, the control algorithm immediately takes into account the current disturbances of all the previous layers. Duration of the compensation process of the local layer disturbance is determined by its own time constant. The paper presents a methodology for the local control algorithms design. The design procedure begins from the first (input) process layer. The design of the local algorithms is determined by the criterion of the minimum regulation time with the use of the model of the local process layer. The efficiency was assessed from the point of view of the influence of the inner layers' disturbances on the output parameters of the considered technological process. Analysis of the results of the computation experiments demonstrates a significant decline of the influence of the inner disturbances on the output parameters, when the multi-cascade control algorithm is compared with the use of the conventional control algorithms.*

**Keywords:** automated control systems, technological processes, downhole oil production, electrical submersible pump, multi-cascade principle

For citation:

Nugaev I. F., Vasilyev V. I. Use of Multi-Cascade Principle for the Down-hole Oil Production Control, *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 5, pp. 321–326.

DOI: 10.17587/mau.16.321-326

### References

1. Mesarovic M., Mako D., Takahara Y. *Teoriya ierarkhicheskikh mnogourovnevnykh sistem* (Theory of hierarchical multi-level systems), Moscow, Mir, 1973 (in Russian).
2. Isermann R. *Tsifrovye sistemy upravleniya* (Digital control systems), Moscow, Mir Pub, 1984 (in Russian).
3. Gusev Yu. M., Efanov V. N., Krymskii V. G., Rutkovskii V. Yu., Semeran V. A., Rutkovskii V. Yu. *Mnogourovnevnoe upravlenie dinami-cheskimi ob'ektami* (Multi-level control of dynamic objects), Moscow, Nauka Pub., 1987 (in Russian).

4. Krasovsky A. A. ed. *Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya* (Guide of the theory of automatic control), Moscow, Nauka, 1987 (in Russian).

5. Vladimirov I. V., Khisamutdinov N. I., Taziev M. M. *Problemy razrabotki vodoneftyanykh i chastichno zavodnennykh zon neftyanykh mestorozhdenii* (Problems of development of water-oil and partially flooded areas of oil fields), Moscow, VNIIOENG, 2007 (in Russian).

6. Nugaev I. F., Iskozhin R. V. Dynamic model of oil production on the basis of ESP as control object, *Electronic scientific journal Oil-Gas Industry*, 2012, no. 5.

Corresponding author.

Nugaev Il'dar F., D. Sc, Professor of the Department of Electronics and Biomedical Technology, Ufa State Aviation Technical University, Lenin Str., 2, 51, Ufa, 450000, Russian Federation, e-mail: inugaev@yandex.ru

УДК 681.518

**С. Ю. Боровик**, д-р техн. наук, вед. научн. сотр., borovik@iccs.ru,

**М. М. Кутейникова**, мл. научн. сотр., kuteynikova@iccs.ru,

**П. Е. Подлипнов**, инж., perodlypnov@yandex.ru, **Б. К. Райков**, ст. научн. сотр, raikov@iccs.ru,

**Ю. Н. Секисов**, д-р техн. наук, зав. лаб., sekisov@iccs.ru,

**О. П. Скобелев**, д-р техн. наук, гл. научн. сотр., borovik@iccs.ru,

Институт проблем управления сложными системами Российской академии наук, г. Самара

## Влияние соседних лопаток на измерение радиальных зазоров в турбине\*

*Исследуется влияние шага установки лопаток на колесе ротора турбины газотурбинного двигателя на результат измерения радиальных и осевых смещений их торцов. Приводится описание модели электромагнитного взаимодействия чувствительных элементов одновитковых вихретоковых датчиков с торцами контролируемой и соседних лопаток. Рассматривается модель дифференциальной измерительной цепи с импульсным питанием, которая, в сочетании с моделями электромагнитного взаимодействия чувствительных элементов, обеспечивает получение семейства функций преобразования измерительной цепи и позволяет количественно оценить влияние соседних лопаток. Приводится описание методики получения семейства градуировочных характеристик системы измерения радиальных и осевых смещений торцов лопаток, которая позволяет избежать возможных погрешностей, связанных с влиянием соседних лопаток в процессе эксплуатации системы.*

**Ключевые слова:** турбина, лопатки сложной формы, радиальные и осевые смещения, одновитковый вихретоковый датчик, влияние соседних лопаток, модель электромагнитного взаимодействия, модель измерительной цепи, уменьшение влияния, методика получения градуировочных характеристик

### Введение

Проблема измерения радиальных зазоров (РЗ) между торцами лопаток и статорной оболочкой особенно актуальна на современном этапе развития авиационных газотурбинных двигателей (ГТД) нового поколения, в которых предусматриваются системы управления, функционирующие на основе информации, полученной непосредственно с датчиков, установленных в газоздушном тракте и работающих в крайне тяжелых и даже экстремальных условиях (температура выше 1000 °С в турбине, околосвуковая линейная скорость торцов лопаток, повышенный уровень вибраций, загрязненность, ионизация и др.) [1].

Согласно работе [2] наиболее перспективными для работы в таких условиях являются одновитковые вихретоковые датчики (ОВТД) с чувствительными элементами (ЧЭ) в виде отрезка проводника и токовыми (ТВ), выполненными из тех же сплавов, что и лопатки. С помощью ТВ ЧЭ связан с согласующим трансформатором (СТ), размещенным вне статорной оболочки (в благоприятных условиях по сравнению с условиями работы ЧЭ). Изменения индуктивности ЧЭ, связанные с РЗ, трансформируются в соответствующие изменения индук-

тивности первичной обмотки СТ, включенной в измерительную цепь (ИЦ) с аналого-цифровым преобразователем (АЦП) на выходе.

Однако торцы лопаток совершают многомерные движения, причинами которых являются термические и упругие деформации элементов конструкций лопаточного колеса (ЛК), причем изменения РЗ являются следствием смещений торцов лопаток только в одном радиальном направлении. Поэтому для измерения РЗ с помощью ОВТД приходится использовать так называемые кластерные методы, предусматривающие применение группы (кластера) ОВТД и обеспечивающие измерение нескольких составляющих смещений, число которых равно числу ОВТД в составе кластера [3].

Вместе с тем, приходится констатировать, что все многообразие кластерных методов и реализующих их средств, описание которых приведено в работе [3], в основном ориентировано на применение в компрессорах ГТД. И только в более поздних публикациях [4, 5] рассматривается новый кластерный метод измерения РЗ и осевых смещений ЛК в турбине. При этом предполагается, что турбинные лопатки отличаются от лопаток компрессора более сложной формой и повышенной кривизной поверхности пера (сечения плоскостью, перпендикулярной оси лопатки, — "серповидные", а плоскостью, параллельной оси, — "U-образные", что связано с

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-00802).

наличием выступов в торце лопатки), а толщина лопатки существенно уменьшается от головной к хвостовой части.

Метод предусматривает использование распределенного кластера (РК) из двух ОВТД. Оба датчика включены в дифференциальную ИЦ преобразователя (с АЦП на выходе), который включен в состав технических средств системы измерения радиальных и осевых смещений торцов лопаток. Разработано программное обеспечение и проведены экспериментальные исследования системы на имитаторе объекта, подтверждающие работоспособность и эффективность метода.

Кроме того, проведен комплекс теоретических исследований, в ходе которых разработаны модель электромагнитного взаимодействия ЧЭ с торцом турбинной лопатки, а также модель ИЦ с датчиками. С помощью разработанных моделей получены семейства функций преобразования (ФП) в виде зависимостей эквивалентных индуктивностей ЧЭ и цифровых кодов на выходе ИЦ от радиальных и осевых смещений торца контролируемой лопатки с учетом геометрических и физических параметров ЧЭ и лопатки, а также электрических параметров элементов ИЦ, включая датчик [6–9].

Вместе с тем, необходимо отметить, что в современных и перспективных турбинах авиационных ГТД шаг установки лопаток может быть невелик и в линейном выражении соизмерим с длиной ЧЭ. Это означает, что соседние лопатки будут оказы-

вать влияние на полезные изменения индуктивности ЧЭ, причем это влияние может оказаться весьма существенным.

Однако, несмотря на большой объем проведенных теоретических исследований, результаты которых приведены в работах [3, 6–9], влияние соседних лопаток на сегодняшний день остается неизученным. Настоящая статья призвана устранить существующий пробел.

В статье рассматриваются модели электромагнитного взаимодействия ЧЭ обоих ОВТД в составе РК с контролируемой и соседними лопатками, приводятся результаты моделирования ИЦ, исходными данными для которого являются результаты моделирования первичного преобразования в ЧЭ. При этом для удобства читателей указанным материалам предшествует краткое описание метода измерения РЗ и осевых смещений ЛК.

Рассматриваются также вопросы уменьшения влияния соседних лопаток, которые связаны с вновь разработанной методикой получения семейства градуировочных характеристик (ГХ) измерительных каналов ОВТД в составе РК.

### Метод измерения

Размещение ЧЭ ОВТД в составе РК относительно ЛК турбины с лопатками под номерами 1, 2, ...,  $n_{л} - 1, n_{л}$  показано на рис. 1, а. Центры ЧЭ<sub>1</sub> и ЧЭ<sub>2</sub> в точках  $O_1$  и  $O_2$  находятся на угловом расстоянии друг от друга  $1,5\psi_{л}$  (где  $\psi_{л}$  — шаг установки лопаток\*), а в представленном на рис. 1, а положении ЛК ЧЭ<sub>1</sub> выполняет рабочую функцию (ЧЭ<sub>1</sub>-Р), ЧЭ<sub>2</sub> — компенсационную (ЧЭ<sub>2</sub>-К).

Системы отсчета изображены на рис. 1, б: начала отсчетов (точки  $O$  и  $O'$ ) расположены в середине отрезков  $O_1O'_1$  и  $O_2O'_1$ , направление оси  $Z$  совпадает с направлением вращения, а вдоль оси  $X$  происходят осевые смещения ЛК и торцов лопаток (они характеризуются изменением координаты  $x$ ). Поскольку начала отсчета (точки  $O$  и  $O'$ ) находятся на внутренней поверхности статорной оболочки и ось  $Y$  направлена по радиусу, то РЗ определяет координата  $u$ .

Метод предусматривает фиксацию минимальных значений индуктивностей рабочих ЧЭ ( $L_{чЭ1,min}$  и  $L_{чЭ2,min}$ ) в моменты времени  $t_{1,min}$  и  $t_{2,min}$  (рис. 1, в), когда торцы лопаток проходят окрестности центров ЧЭ<sub>1</sub> и ЧЭ<sub>2</sub> в точках  $O_1$  и  $O_2$ . Если вращение ЛК

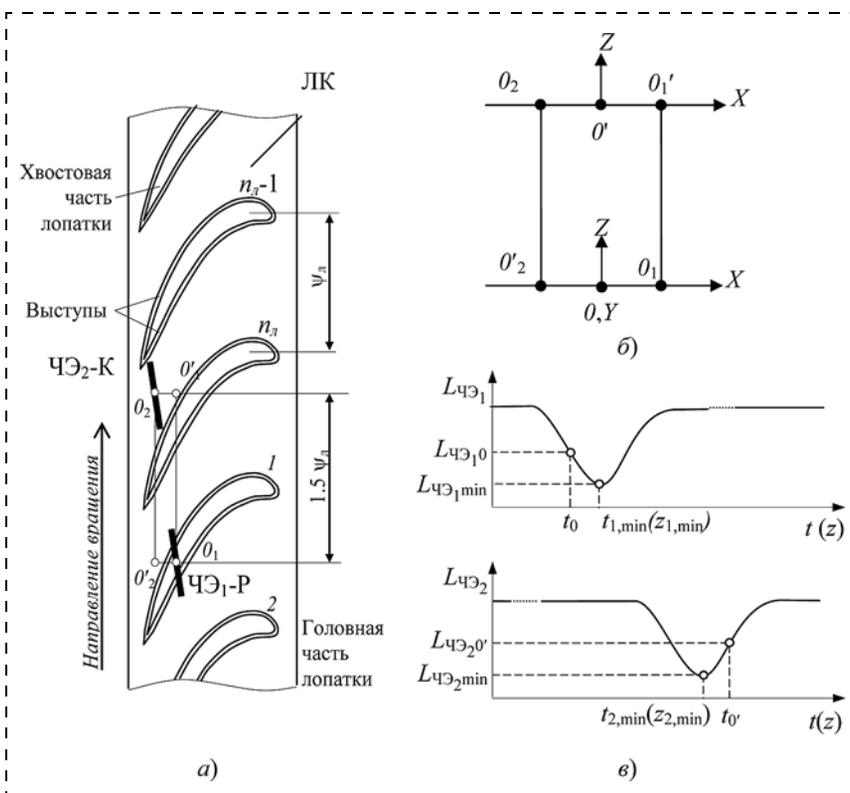


Рис. 1. Размещение лопаток на ЛК, ЧЭ ОВТД в составе РК (а), системы отсчета (б) и изменения индуктивностей  $L_{чЭ1}$  и  $L_{чЭ2}$  во времени (в)

\* Угловому шагу  $\psi_{л}$  соответствует шаг  $z_{л}$  в линейном выражении.

равномерно, то ось времени  $t$  можно заменить на ось  $Z$ . Тогда минимальным значениям индуктивностей  $L_{\text{ЧЭ}_1, \min}$  и  $L_{\text{ЧЭ}_2, \min}$  будут соответствовать  $z_{1, \min}$  и  $z_{2, \min}$  (вместо  $t_{1, \min}$  и  $t_{2, \min}$ ). Кроме того, обязательным условием работоспособности метода является разворот ЧЭ<sub>1</sub> и ЧЭ<sub>2</sub> относительно оси  $Z$  на угол 30...60° против часовой стрелки, что связано со специфическими особенностями турбинной лопатки и, в первую очередь, с наличием выступов в ее торцевой части. Если бы ЧЭ<sub>1</sub> и ЧЭ<sub>2</sub> размещались симметрично относительно оси  $Z$ , т. е. с углом разворота 30...60° по часовой стрелке, то прохождение ЧЭ выступами контролируемой лопатки сопровождалось бы "двоением" минимальных значений индуктивностей  $L_{\text{ЧЭ}_1, \min}$  и  $L_{\text{ЧЭ}_2, \min}$  вместо одиночных минимумов, изображенных на рис. 1, в. Вместе с тем, чтобы дополнительно уменьшить влияние кривизны поверхностей пера в торцевой части лопатки, ЧЭ<sub>1</sub> и ЧЭ<sub>2</sub> смещены в сторону ее хвостовой части (рис. 1, а).

Семейство ФП ЧЭ ОВТД в составе РК представляется в виде зависимости индуктивностей ЧЭ<sub>1</sub> и ЧЭ<sub>2</sub> от координат смещений  $x$  и  $y$  ( $L_{\text{ЧЭ}_1}(x, y)$ ,  $L_{\text{ЧЭ}_2}(x, y)$ ).

Семейство ФП (как система из двух уравнений) по значениям  $L_{\text{ЧЭ}_1, \min}$ ,  $L_{\text{ЧЭ}_2, \min}$  позволяет найти искомые координаты  $y$  (РЗ) и  $x$ .

Вместо семейства ФП ( $L_{\text{ЧЭ}_1}(x, y)$ ,  $L_{\text{ЧЭ}_2}(x, y)$ ) в системе измерения, реализующей рассматриваемый метод, обычно используется семейство ГХ — зависимостей цифровых кодов  $C_1(x, y)$  и  $C_2(x, y)$ , полученных экспериментально, и экстремальные значения кодов  $C_1$  и  $C_2$ , соответствующие  $L_{\text{ЧЭ}_1}(x, y)$ ,  $L_{\text{ЧЭ}_2}(x, y)$  [5]. (Здесь и далее полужирным прямым шрифтом обозначены расчетные функции изменения и эмпирические зависимости кодов от координат смещений (ФП и ГХ), а светлым курсивом обозначены значения кодов, полученные после аналогово-цифрового преобразования и обработки).

#### **Модель электромагнитного взаимодействия рабочего и компенсационного ЧЭ с контролируемой и соседними лопатками. Результаты моделирования**

Основой вновь разработанной модели является существующая модель электромагнитного взаимодействия ЧЭ датчика с торцом контролируемой турбинной лопатки с учетом ее формы и объема, в которой используется метод конечных элементов [6]. В такой модели лопатка разделена на пять частей: выпуклая и вогнутая поверхности пера, названные спинкой и корытом соответственно, поверхности сопряжения спинки и корыта со стороны входа и выхода газового потока — входная и выходная кромки, а также поверхность между выступами всех четырех перечисленных частей в торце

лопатки, названная дном (пятая часть). Предполагается, что толщины поверхностей спинки, корыта, входной и выходной кромок, а также дна исчезающе малы.

Разбиение на конечные элементы (КЭ) всех перечисленных частей лопатки выполняется с равномерным шагом по длине, ширине и высоте. При этом формируется геометрическое представление модели — объемная сетка из бесконечно тонких проводящих нитей, проходящих по ребрам КЭ. В этом случае электрически представленный КЭ сохраняет пространственное положение и геометрию исходного КЭ, а потому и все объекты электромагнитного взаимодействия, которые складываются из электрических эквивалентов соответствующих КЭ, в своих электрических представлениях будут адекватны исходным геометрическим представлениям.

Каждый проводник КЭ рассматривается как элемент тока. Соединения проводников в точке образуют узел, а замкнутое соединение — контур. В контурах объемной сетки под воздействием магнитного поля, возбуждаемого током ЧЭ, возникают ЭДС и соответствующие контурные (вихревые) токи. Каждый элемент тока в окружающем пространстве создает дополнительное магнитное поле, взаимодействующее с контуром ЧЭ и со всеми контурами КЭ. Далее сетка из проводящих нитей заменяется на электрическую схему, в которой сохраняются контуры сетки, а в ветвях между узлами включены эквивалентные сопротивления, значения которых зависят от электропроводности материала и размеров КЭ.

Предполагается, что в ИЦ используется импульсное питание — через СТ ОВТД и ТВ передний фронт прямоугольного импульса передается без искажений в контур ЧЭ. Математическое описание процессов в эквивалентной схеме при импульсном возбуждении ЧЭ можно представить системой дифференциальных уравнений, составленных на основе законов Кирхгофа. Число уравнений в системе определяется общим числом контуров. В расчетах индукции магнитного поля используется закон Био—Савара.

Результат моделирования для заданного размещения ЧЭ, заданных координат смещений торца контролируемой лопатки, геометрических и электрических параметров контура ЧЭ и лопатки представлен эквивалентной индуктивностью, изменяющейся во времени ( $L_{\text{ЧЭ}}^{\exists}(t)$ ). В момент появления переднего фронта импульса питания  $L_{\text{ЧЭ}}^{\exists}$  скачком уменьшается, а затем, по мере затухания вихревых токов в лопатке, монотонно возрастает и стремится к постоянной величине (при  $t \rightarrow \infty$ ), соответствующей индуктивности при отсутствии лопатки в зоне чувствительности датчика ( $L_{\text{ЧЭ}, \infty}^{\exists}$ ). При этом согласно рассматриваемому методу за информативное значение индуктивности рабочего ЧЭ принимается ее минимум, а соответствующее значе-

ние функции  $L_{\text{ЧЭ}}^{\text{э}}(t)$  фиксируется в момент появления заднего фронта импульса питания (не более  $0,2 \cdot 10^{-6}$  с). Индуктивность компенсационного ЧЭ предполагается постоянной и равной  $L_{\text{ЧЭ},\infty}^{\text{э}}$ . Также предполагается, что КЭ не взаимодействуют между соседними лопатками, равно как и между частями одной лопатки.

В отличие от существующей [6] во вновь разработанной модели предусмотрены два варианта: в первом электромагнитное взаимодействие осуществляется между ЧЭ и контролируемой лопаткой, находящейся на минимальном расстоянии от ЧЭ, а также с двумя соседними лопатками, каждая из которых находится на расстоянии шага  $\psi_{\text{л}}$  ( $z_{\text{л}}$ ) от контролируемой (имитируется функционирование рабочего ЧЭ в РК ОВТД, рис. 2, а); во втором варианте электромагнитное взаимодействие осуществляется между ЧЭ и двумя лопатками, находя-

щимися на расстоянии, равном  $0,5\psi_{\text{л}}$  ( $0,5z_{\text{л}}$ ) от ЧЭ (имитируется функционирование компенсационного ЧЭ, рис. 2, б). При этом в изменениях эквивалентных индуктивностей ЧЭ учитывается совокупное влияние вихревых токов во всех лопатках. На рис. 2, в это влияние показано на графиках  $L_{\text{ЧЭ}}^{\text{э}}(t)$  отдельно для ЧЭ-Р и ЧЭ-К, причем графики 1 как для ЧЭ-Р, так и для ЧЭ-К демонстрируют постоянство во времени эквивалентных индуктивностей и равенство  $L_{\text{ЧЭ},\infty}^{\text{э}}$  (при отсутствии лопаток), а штриховые линии ограничивают во времени длительность импульса питания ( $\Delta t$ ) и соответствуют его заднему фронту.

Для ЧЭ-Р графики 2 и 3 — это изменения эквивалентной индуктивности при отсутствии соседних лопаток и их наличии соответственно. Точки пересечения этих графиков со штриховой линией характеризуют информативные значения эквивалентных индуктивностей ЧЭ, а их разность ( $\Delta L_{\text{Рсл}}$ ) — влияние соседних лопаток. Для ЧЭ-К график 2 — это изменение эквивалентной индуктивности с учетом соседних лопаток, а разность эквивалентных индуктивностей (графики 2 и 1) в момент окончания импульса питания (штриховая линия) характеризует влияние соседних лопаток на ЧЭ-К ( $\Delta L_{\text{Ксл}}$ ).

Далее приводятся результаты вычислительных экспериментов, в которых использовалась разработанная модель.

На рис. 3 представлены семейства ФП ЧЭ<sub>1</sub> и ЧЭ<sub>2</sub>, выполняющих рабочие функции в РК ОВТД, в предположении отсутствия соседних лопаток ( $z_{\text{л}} \rightarrow \infty$ ). Методика проведения эксперимента и исходные данные аналогичны тем, что были использованы в экспериментах на существующей модели [6], с той лишь разницей, что длительность импульса питания была уменьшена до  $0,06 \cdot 10^{-6}$  с, а сопротивление контура ЧЭ увеличено до 0,4 Ом. Как и ожидалось, семейства ФП на рис. 3 идентичны тем, что получены ранее [7].

Влияние соседних лопаток на семейства ФП, представленные на рис. 3, оценивается с помощью разности информативных значений эквивалентных индуктивностей ЧЭ, выполняющих рабочие функции —  $\Delta L_{\text{Рсл}}$  (см. рис. 2, в). Результаты вычислений, в свою очередь, представлены на рис. 4 в виде семейств функций влияния (ФВ)  $\delta L_{\text{Рсл}_1}(x, y)$  и  $\delta L_{\text{Рсл}_2}(x, y)$  при  $y = \text{const}$  (0,5; 1,0; 1,5 мм) для шага  $z_{\text{л}}$ , равного 32 мм (а) и 26 мм (б).

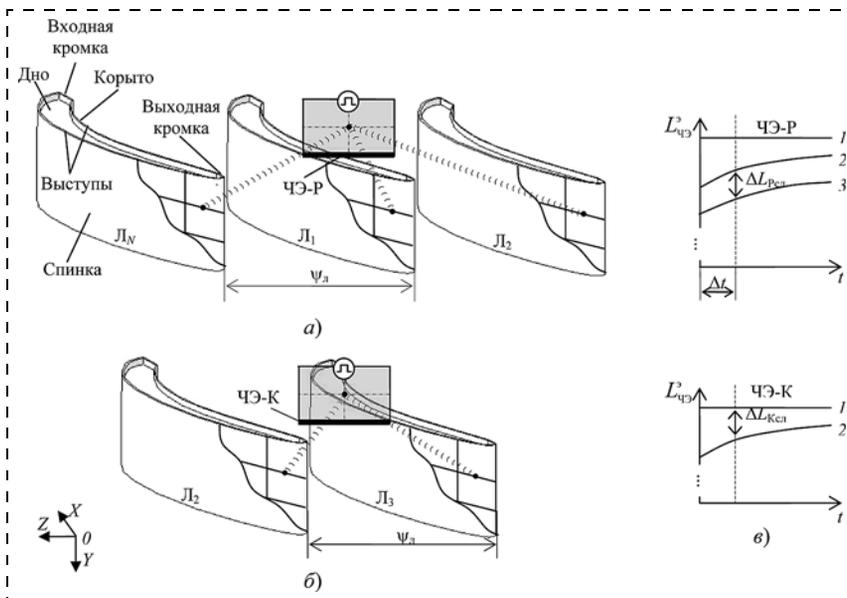


Рис. 2. Взаимодействие ЧЭ-Р с контролируемой и соседними лопатками (а) и ЧЭ-К — с соседними лопатками (б), а также изменения эквивалентных индуктивностей ЧЭ-Р и ЧЭ-К во времени (в)

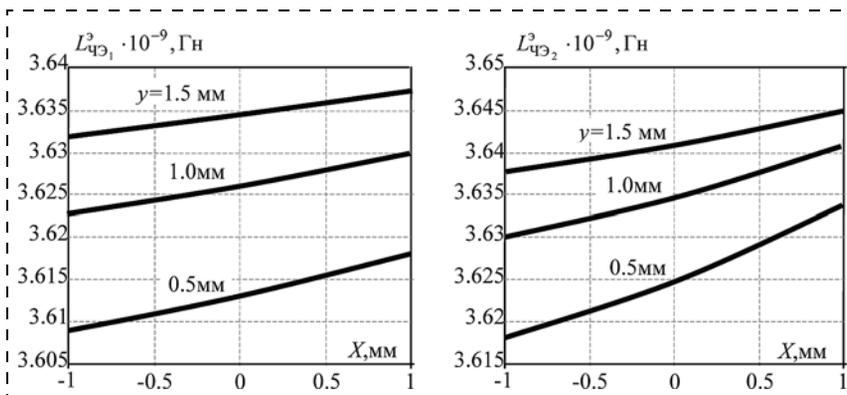


Рис. 3. Семейства ФП ЧЭ<sub>1</sub> и ЧЭ<sub>2</sub> без учета влияния соседних лопаток

При этом ФВ рассчитывали по формуле

$$\delta L_{Pcl} = \frac{\Delta L_{Pcl}}{L_{ЧЭ, \infty}} \cdot 100 \%,$$

где  $L_{ЧЭ, \infty}$  — эквивалентная индуктивность ЧЭ при отсутствии лопатки.

Из графиков следует, что с уменьшением шага  $z_{л}$  (от 32 до 26 мм) влияние соседних лопаток возрастает в несколько раз, причем это влияние тем больше, чем меньше РЗ ( $y$ ). Вместе с тем, это влияние не превышает 0,03 %.

Как уже отмечалось, эквивалентная индуктивность ЧЭ при отсутствии лопаток (т. е. при  $z_{л} \rightarrow \infty$ ) постоянна во времени и, в соответствии с рис. 2, *в*, имеет наибольшее значение ( $3,657 \cdot 10^{-9}$  Гн). Соседние лопатки оказывают влияние не только на информативные значения эквивалентных индуктивностей рабочих ЧЭ, но и на индуктивности ЧЭ, выполняющих компенсационные функции. На рис. 5 представлены результаты моделирования семейств ФП ( $L_{ЧЭ_1}^{\ominus}(x, y)$  и  $L_{ЧЭ_2}^{\ominus}(x, y)$ ), полученные для компенсационных ЧЭ. Поскольку ЧЭ-К, как и ЧЭ-Р, через СТ включены в общую ИЦ, то в процессе моделирования ФП фиксация эквивалентных индуктивностей ЧЭ-К проводится при таких значениях координаты  $z$ , которым соответствуют минимумы информативных значений эквивалентных индуктивностей ЧЭ-Р. При этом ЧЭ<sub>1</sub>-К в ИЦ функционирует в паре с ЧЭ<sub>2</sub>-Р, а ЧЭ<sub>2</sub>-К — в паре с ЧЭ<sub>1</sub>-Р.

Из графиков следует, что под влиянием соседних лопаток индуктивность компенсационных ЧЭ утрачивает свое постоянство и становится зависимой как от координат смещений торцов лопаток ( $x$  и  $y$ ), так и от шага  $z_{л}$ . Однако большая часть значений эквивалентных индуктивностей компенсационных ЧЭ в семействе ФП (рис. 5) по-прежнему превышает все возможные значения эквивалентных индуктивностей семейства ФП рабочих ЧЭ на рис. 3.

Из графиков следует, что под влиянием соседних лопаток индуктивность компенсационных ЧЭ утрачивает свое постоянство и становится зависимой как от координат смещений торцов лопаток ( $x$  и  $y$ ), так и от шага  $z_{л}$ . Однако большая часть значений эквивалентных индуктивностей компенсационных ЧЭ в семействе ФП (рис. 5) по-прежнему превышает все возможные значения эквивалентных индуктивностей семейства ФП рабочих ЧЭ на рис. 3.

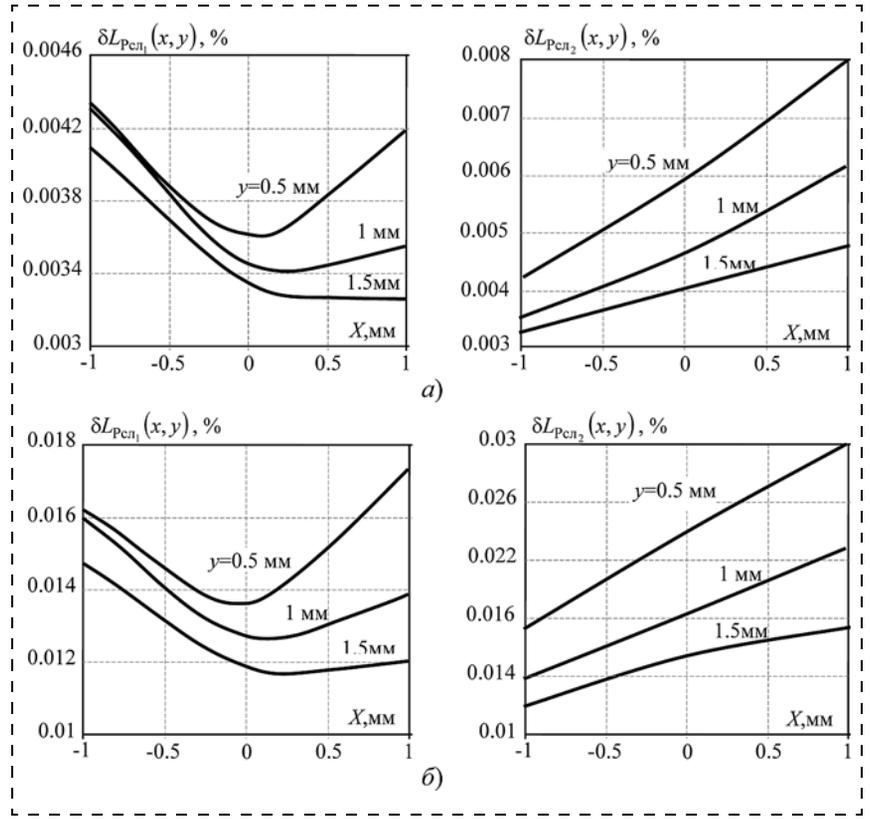


Рис. 4. ФВ соседних лопаток на рабочие ЧЭ ( $\delta L_{Pcl_1}(x, y)$  и  $\delta L_{Pcl_2}(x, y)$  при  $z_{л}$ , равном 32 (а) и 26 мм (б)

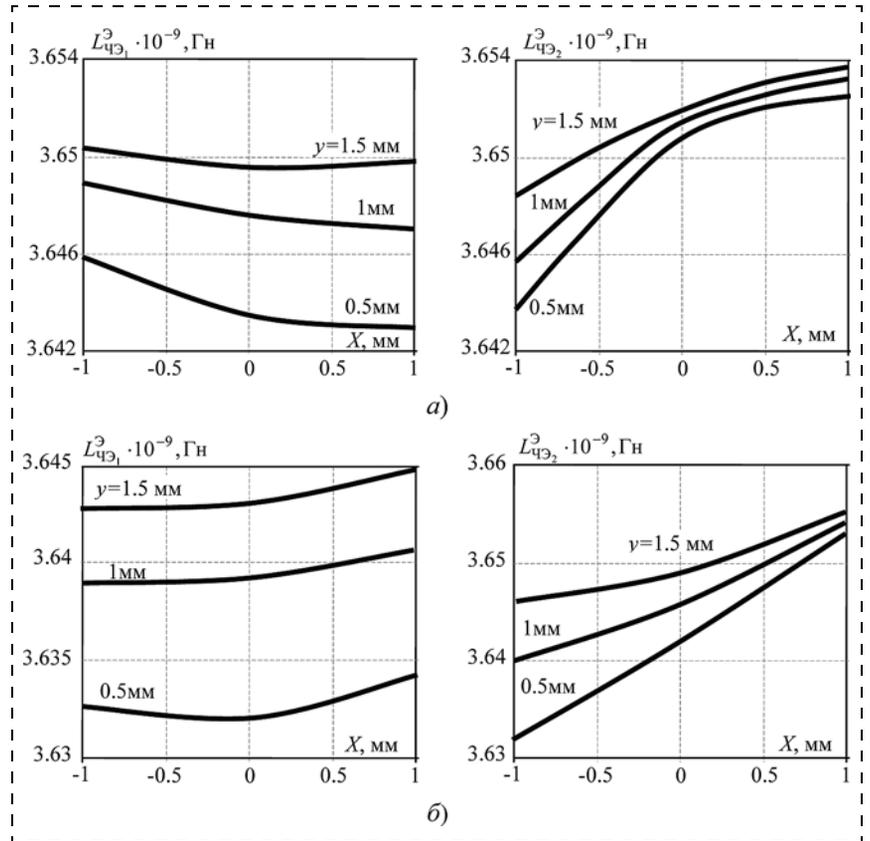


Рис. 5. Семейства ФП компенсационных ЧЭ при наличии соседних лопаток, установленных с шагом  $z_{л}$ , равным 32 (а) и 26 мм (б) (ЧЭ<sub>1</sub>-К функционирует в паре с ЧЭ<sub>2</sub>-Р, а ЧЭ<sub>2</sub>-К — с ЧЭ<sub>1</sub>-Р)

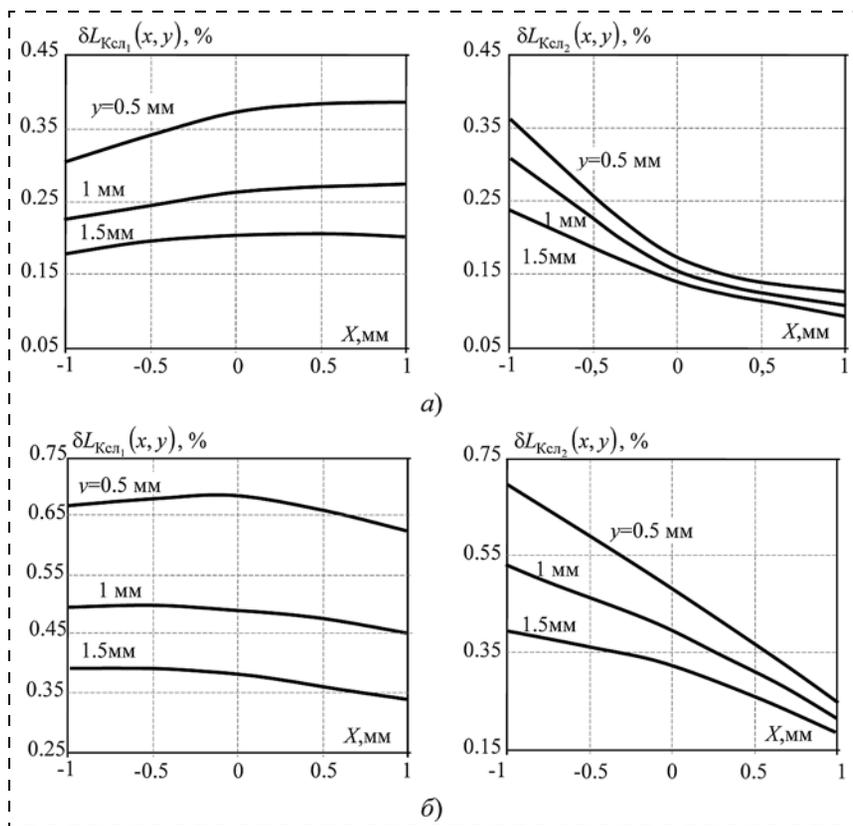


Рис. 6. Семейства ФВ соседних лопаток на компенсационные ЧЭ ( $\delta L_{Kcл_1}(x, y)$  и  $\delta L_{Kcл_2}(x, y)$  при шаге  $z_d$  равном 32 (а) и 26 мм (б))

Сравнение ФВ соседних лопаток на компенсационные ЧЭ, вычисленные аналогично ФВ соседних лопаток на рабочие ЧЭ по формуле

$$\delta L_{Kcл} = \frac{\Delta L_{Kcл}}{L_{ЧЭ, \infty}} \cdot 100 \%$$

и с учетом рис. 2, в, показывают многократное превышение  $\delta L_{Kcл}$  над  $\delta L_{Pcл}$  (значение  $\delta L_{Kcл}$  достигает 0,75 % при уменьшении  $z_d$  до 26 мм, рис. 6). Учитывая суммарное действие рабочего и компенсационного ЧЭ в дифференциальной ИЦ, можно ожидать значительное увеличение вклада компенсационного ЧЭ за счет соседних лопаток и его доминирующее влияние на ФП ИЦ.

#### Влияние соседних лопаток на результаты моделирования измерительной цепи

Входная часть ИЦ — это дифференциальная схема, в ветви которой включены первичные обмотки СТ<sub>1</sub> и СТ<sub>2</sub> датчиков в составе РК, осуществляющие связь с ЧЭ<sub>1</sub> и ЧЭ<sub>2</sub> соответственно. Питание схемы — прямоугольные импульсы малой длительности ( $\Delta t$  не более  $0,2 \cdot 10^{-6}$  с) с частотой повторения порядка 1 МГц. Токи в ветвях преобразуются в напряжения на выходах преобразователей "ток — напряжения" (ПТН<sub>1</sub> и ПТН<sub>2</sub>), а их разно-

стное напряжение подается на дифференциальные входы масштабирующего усилителя (МУс) (ПТН и МУс выполнены на операционных усилителях). Предполагается, что при отсутствии лопаток в зонах чувствительности ЧЭ<sub>1</sub> и ЧЭ<sub>2</sub> эквивалентные индуктивности обоих ЧЭ равны, а в одну из ветвей дифференциальной схемы последовательно с первичной обмоткой СТ<sub>2</sub> включена дополнительная катушка индуктивности, причем значения индуктивности, коэффициентов передачи входных токов в ПТН<sub>1</sub>, ПТН<sub>2</sub> и напряжений в МУс подбираются таким образом, чтобы выходное напряжение МУс было однополярным и с появлением лопаток в зонах чувствительности ЧЭ<sub>1</sub> и ЧЭ<sub>2</sub> изменялось в пределах от 0,5 до 1,0 В и от 0,5 до 0 В при смене функций ЧЭ. Тогда включение на выходе МУс десятиразрядного АЦП с однополярным входом (0...1 В) обеспечивает изменения выходных кодов  $C_1$  в пределах от 512 до 1024 и кодов  $C_2$  от 512 до 0 [5].

Описание модели ИЦ, а также результатов моделирования рассматриваются в работах [8, 9]. В модели оба датчика могут быть представлены эквивалентными индуктивностями первичных обмоток СТ, которые согласно работе [10], могут быть выражены в виде  $L^{\exists} = n^2 L_{ЧЭ}^{\exists}(t)$  (где  $n$  — коэффициент трансформации СТ) в начале переходного процесса, возбуждаемого импульсом питания. При этом  $L_{ЧЭ}^{\exists}(t)$  определяется в результате моделирования электромагнитного взаимодействия ЧЭ с торцевой частью турбинной лопатки. Однако в процессе моделирования ИЦ в работе [8] не учитывалось влияние соседних лопаток, и значения эквивалентных индуктивностей ЧЭ, выполняющих компенсационные функции, принимались постоянными во времени и равными  $L_{ЧЭ, \infty}^{\exists}$ .

Поэтому в настоящей работе в вычислительных экспериментах по исследованию ФП ИЦ ( $C_1(x, y)$  и  $C_2(x, y)$ ) использовалась модель электромагнитного взаимодействия ЧЭ с учетом влияния соседних лопаток как на рабочие, так и на компенсационные ЧЭ, т. е. эквивалентные индуктивности первичных обмоток СТ рабочего и компенсационного датчиков представлены как функции времени. Кроме того, в исходные данные модели ИЦ (по сравнению с работой [8]) внесены изменения, которые, в первую очередь, касаются трансформации  $L_{ЧЭ}^{\exists}(t)$  в первичную обмотку СТ и ее сопротивления. По экспериментальным данным, которыми располагают авторы, индуктивность ТВ в реальных конструкциях ОВТД (в отличие от идеальных, в которых индуктивность ТВ нулевая) составляет порядка  $2L_{ЧЭ, \infty}$ .

В связи с этим приведенное выше выражение должно быть скорректировано и представлено формулой  $L^3 = n^2(2L_{\text{чЭ},\infty}^3 + L_{\text{чЭ}}^3(t))$ , что приближает результаты расчета к данным, полученным на измерителе RLC-параметров E7-12 (величина  $L^3$  примерно втрое больше той, что была использована в работе [9]). Скорректировано и значение сопротивления первичной обмотки СТ, которое выбрано максимально приближенным к активному сопротивлению, измеренному на том же приборе на частоте 1 МГц\*.

Поскольку длительность импульса питания  $\Delta t$  уменьшена до  $0,06 \cdot 10^{-6}$  с, то увеличены коэффициенты передачи ПТН и МУс (сопротивления в цепи обратной связи ПТН и МУс выбраны 281 Ом и 680 Ом соответственно, а на входе МУс — 12 Ом).

Результаты моделирования семейств ФП ИЦ ( $C_1(x, y)$  и  $C_2(x, y)$ ) без учета влияния соседних лопаток ( $z_{\text{л}} \rightarrow \infty$ ) изображены на рис. 7, а на рис. 8 — влияние шага установки лопаток только на характеристики  $C_1(x)$  и  $C_2(x)$  при  $y = 0,5$  мм для  $z_{\text{л}} \rightarrow \infty$ , а также равном 32 и 26 мм. На графиках (рис. 8) видны существенные изменения кодов, связанные с влиянием соседних лопаток, которые достигают нескольких сотен единиц ( $C_1$  в сторону понижения,  $C_2$  в сторону повышения). При этом характер изменений  $C_1(x)$  изменяется с падающего на возрастающий.

В полном объеме семейство ФП ИЦ представлены на рис. 9 при  $z_{\text{л}}$ , равном 32 мм (рис. 9, а) и 26 мм (рис. 9, б), а на основе полученных здесь данных построены семейства ФВ ( $\delta C_1(x, y)$  и  $\delta C_2(x, y)$ ) соседних лопаток ( $\delta C = \frac{\Delta C}{\Delta C_{\text{max}}} \cdot 100$  %, где

$\Delta C$  — изменения кодов из-за влияния соседних лопаток при выбранном значении  $y$  (изменения  $\Delta C$  при  $y = 0,5$  мм показаны на рис. 8),  $\Delta C_{\text{max}}$  — диапазоны изменений ко-

\* Индуктивность около  $9 \cdot 10^{-6}$  Гн, активное сопротивление 17,5 Ом по экспериментальным данным при отсутствии лопатки в зоне чувствительности датчика (по данным измерителя RLC-параметров E7-12).

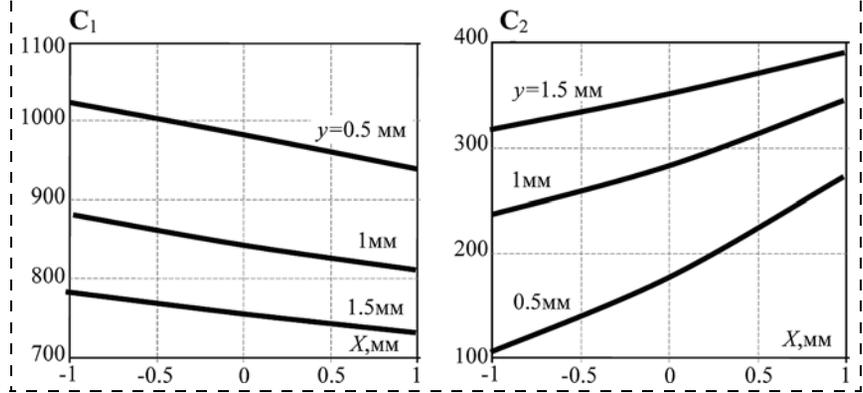


Рис. 7. Семейство ФП ИЦ ( $C_1(x, y)$ ,  $C_2(x, y)$ ) без учета влияния соседних лопаток ( $z_{\text{л}} \rightarrow \infty$ )

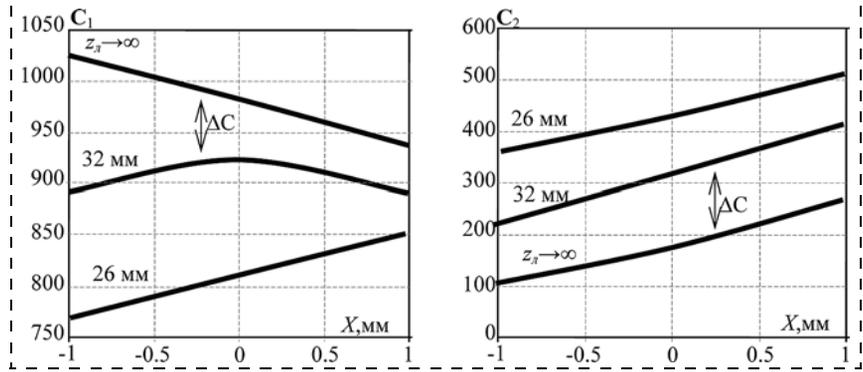


Рис. 8. Влияние шага лопаток ( $z_{\text{л}}$ ) на характеристики  $C_1(x)$  и  $C_2(x)$  при  $y = 0,5$  мм

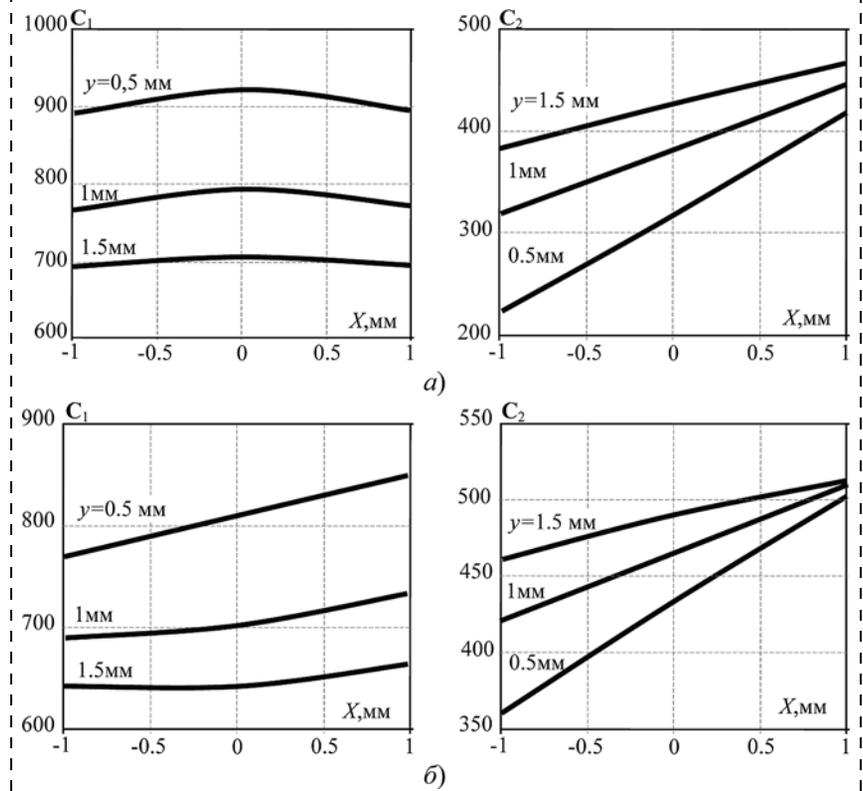


Рис. 9. Семейство ФП ИЦ ( $C_1(x, y)$ ,  $C_2(x, y)$ ) с учетом влияния соседних лопаток при  $z_{\text{л}}$ , равном 32 (а) и 26 мм (б)

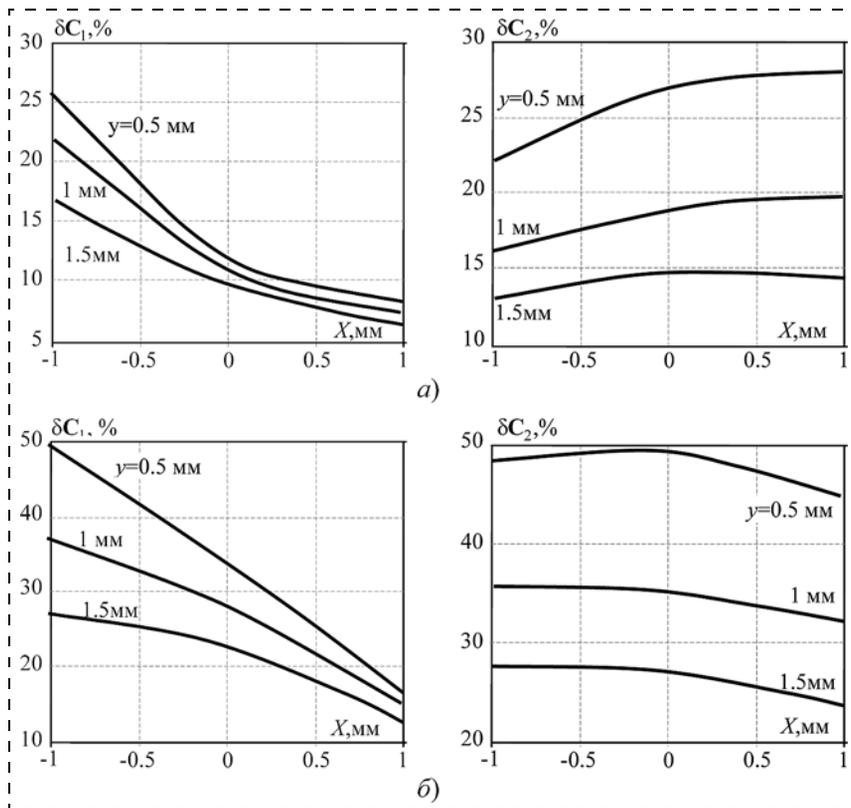


Рис. 10. ФВ соседних лопаток ( $\delta C_1(x, y)$ ,  $\delta C_2(x, y)$ ) при  $z_d$ , равном 32 (а) и 26 мм (б)

дов  $C_1$  и  $C_2$  (в рассматриваемой ИЦ  $\Delta C_{\max}$  составляет 512 единиц).

Семейства ФВ соседних лопаток изображены на рис. 10 и демонстрируют весьма значительные изменения  $\delta C_1(x, y)$  и  $\delta C_2(x, y)$ , которые достигают 50 % при шаге 26 мм. При этом следует подчеркнуть, что характер изменений ФВ определяют компенсационные ЧЭ ( $\delta C_1(x, y)$  идентичны  $\delta L_{K_{сл_2}}(x, y)$ , а  $\delta C_2(x, y)$  — соответственно  $\delta L_{K_{сл_1}}(x, y)$  ( $L_{K_{сл_1}}(x, y)$  и  $\delta L_{K_{сл_2}}(x, y)$  представлены на рис. 6)).

Возвращаясь к семействам ФП ИЦ (см. рис. 9, а), в которых учтено влияние соседних лопаток, необходимо отметить, что при  $z_d = 32$  мм наблюдается немонотонный характер  $C_1(x, y)$  и наличие экстремумов при всех значениях  $y$  (0,5; 1,0; 1,5 мм) (без учета соседних лопаток оба семейства ФП ( $C_1(x, y)$  и  $C_2(x, y)$ ) — монотонны). Это означает, что при решении системы уравнений, в которой используются семейства ФП, нельзя использовать метод секущих Ньютона и реализующие его алгоритмы [3]. Решение возможно, если воспользоваться алгоритмом, рассмотренном в работе [11].

#### Уменьшение влияния соседних лопаток

Известно, что в существующих системах измерения РЗ, в том числе в системах, реализующих кластерные методы, для вычислений текущих значений РЗ используют ФП, полученные экспериментально, т. е. ГХ [2]. Однако осуществить процедуру полу-

чения ГХ (и тем более семейств ГХ для РК ОБТД) на ЛК реальных компрессоров или турбин ГТД не представляется возможным. Поэтому для их получения применяются специальные градуировочные устройства [1], которые оснащены необходимым измерительным оборудованием, причем в каждом из них предусматривается установка одной лопатки того же типа и тех же размеров, что используется на объекте измерения. В свою очередь, в существующей методике получения ГХ предполагается, что только ЧЭ датчика, выполняющего рабочие функции, взаимодействует с торцом лопатки, а компенсационный ЧЭ расположен вне зоны взаимодействия. Иначе говоря, в существующей методике градуировки систем измерения с ОБТД на входе не учитываются влияния соседних лопаток на ЧЭ датчиков, выполняющих не только рабочие, но и компенсационные функции, и это, как уже отмечалось, может стать причиной больших погрешностей.

Несмотря на очевидный недостаток, такая методика многократно применялась в экспериментальных исследованиях компрессоров, лопатки которых имеют сравнительно малую кривизну и толщину торцевой части, а ЧЭ ориентированы "квазипараллельно" торцам лопаток, что снижает влияние соседних лопаток на компенсационный и, тем более, на рабочий ЧЭ.

Существующая методика градуировки остается в силе и в случае применения подобных систем для исследований РЗ в турбинах с лопатками сложной формы и повышенной кривизной поверхностей пера, но только при условии достаточно большого шага установки лопаток на ЛК (как было показано выше, уже при шаге 32 мм существующая методика градуировки может быть причиной погрешностей более 20 %).

В отличие от существующей, в предлагаемой методике градуировки предусмотрено использование не одной, а пяти лопаток, применяемых в реальной турбине. Лопатки устанавливаются на общем основании с тем же шагом в линейном выражении, что и на ЛК реальной турбины. В сущности, такая конструкция имитирует фрагмент ЛК, а в совокупности с элементами конструкции, позволяющими осуществлять трехкоординатное смещение "имитатора" (в направлении осей  $X, Y, Z$  системы отсчета), измерительным инструментом — индикаторами перемещений часового типа с требуемой разрешающей способностью (до 0,01 мм), а также РК из двух ОБТД, ЧЭ которых размещены в соответствии с рис. 1 по отношению к имитатору, она обеспечивает получение семейства ГХ с учетом соседних лопаток.

Сравнение результатов экспериментальных исследований, проведенных по существующей и предлагаемой методикам получения ГХ, показали эффективность последней, и это означает реальную возможность существенного уменьшения влияния соседних лопаток и связанных с ним погрешностей.

### Заключение

Разработана новая модель электромагнитного взаимодействия как рабочего ЧЭ с контролируемой и ближайшими соседними лопатками, так и компенсационного ЧЭ с ближайшими соседними лопатками. С помощью разработанной модели получены семейства ФП в виде зависимостей эквивалентных индуктивностей рабочего и компенсационного ЧЭ от  $x$ ,  $y$ -координат смещений торцов лопаток сложной формы, которые далее использованы для расчета ФВ соседних лопаток при различных значениях шага установки лопаток. Показано, что влияние соседних лопаток на компенсационный ЧЭ намного больше, чем на рабочий, и возрастает с уменьшением шага их установки.

С помощью модели дифференциальной ИЦ, исходными данными для которой являются результаты моделирования электромагнитного взаимодействия рабочего и компенсационного ЧЭ с контролируемой и соседними лопатками, которые представлены эквивалентными индуктивностями, изменяющимися во времени, получены семейства ФП в виде зависимостей цифровых кодов от  $x$ ,  $y$ -координат, и они использованы для расчета ФВ соседних лопаток при различных значениях шага их установки. Показано, что влияние соседних лопаток велико (десятки процентов), причем доминирующая роль принадлежит компенсационному ЧЭ.

Разработана методика получения семейства ГХ систем измерения  $x$ ,  $y$ -координат смещений торцов лопаток, основной отличительной особенностью которой является использование имитатора ЛК с несколькими лопатками из числа тех, что устанавливаются на реальном объекте. Методика позволяет в процессе градуировки учесть влияние соседних лопаток и избежать возможных погрешностей при дальнейшей эксплуатации систем.

### Список литературы

1. Donald L. Simon, Sanjay Garg, Gary W. Hunter, Ten-Huei Guo and Kenneth J. Semega. Sensor Needs for Control and Health Management of Intelligent Aircraft Engines // Proc. Of ASME Turbo Expo 2004: Power for Land, Sea, and Air. Vol. 2: Turbo Expo 2004 (Vienna, Austria, June 14–17, 2004). Vienna, 2004.
2. Методы и средства измерения многомерных перемещений элементов конструкций силовых установок / Под ред. Секисова Ю. Н., Скобелева О. Н. Самара: Самарский научный центр РАН, 2001. 188 с.
3. Кластерные методы и средства измерения деформаций статора и координат смещений торцов лопаток и лопастей в газотурбинных двигателях / Под общ. ред. Скобелева О. П. М.: Машиностроение, 2011. 298 с.
4. Бельский Л. Б., Кутейникова М. М., Райков Б. К., Секисов Ю. Н., Скобелев О. П. Способ измерения радиальных зазоров и осевых смещений торцов лопаток рабочего колеса турбины. Патент РФ 2457432. 2012. Бюл. 21.
5. Боровик С. Ю., Кутейникова М. М., Райков Б. К., Секисов О. П., Скобелев О. П. Измерение радиальных зазоров между статором турбины и торцами лопаток сложной формы с помощью одновитковых вихрековых датчиков // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 10. С. 38–46.
6. Кутейникова М. М., Секисов Ю. Н., Скобелев О. П. Модель электромагнитного взаимодействия чувствительного элемента одновиткового вихрекового датчика с торцом лопатки сложной формы // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Тр. XV Междунар. конф. Самара, 25–28 июня 2013 г. С. 627–635.
7. Кутейникова М. М., Секисов Ю. Н., Скобелев О. П. Результаты моделирования электромагнитного взаимодействия чувствительных элементов одновитковых вихрековых датчиков в составе кластера с торцом лопатки сложной формы // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Тр. XV Междунар. конф. Самара, 25–28 июня 2013 г. С. 636–641.
8. Боровик С. Ю., Кутейникова М. М., Секисов Ю. Н., Скобелев О. П. Модель измерительной цепи с переменными во времени эквивалентными индуктивностями одновитковых вихрековых датчиков // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Тр. XVI Междунар. конф. Самара, 30 июня–03 июля, 2014. С. 692–696.
9. Боровик С. Ю., Кутейникова М. М., Секисов Ю. Н., Скобелев О. П. Результаты моделирования измерительных цепей с одновитковыми вихрековыми датчиками и приближенным дифференцированием // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Тр. XVI Междунар. конф. Самара, 30 июня–03 июля, 2014 г. С. 697–703.
10. Хритин А. А. Система измерения радиальных зазоров в турбомашине: дисс. канд. техн. наук: 05.11.16. Самара, 1993. 180 с.
11. Кутейникова М. М., Секисов Ю. Н. Алгоритм вычисления радиальных и осевых смещений торцов лопаток // Проблемы управления и моделирования в сложных системах. Тр. XII Междунар. конф. Самара, 21–23 июня 2010 г. С. 323–327.

## Adjacent Blades' Effect on the Tip Clearance Measurements in Turbines

S. Yu. Borovik, borovik@iccs.ru, M. M. Kuteynikova, kuteynikova@iccs.ru,  
P. E. Podlipnov, pepodlypnov@yandex.ru, B. K. Raykov, raykov@iccs.ru,  
Yu. N. Sekisov, sekisov@iccs.ru, O. P. Skobelev, borovik@iccs.ru,  
Institute for Complex Systems Control of RAS, Samara, 443020, Russian Federation

Received on December 01, 2014

*The article investigates the blade pitch effect on the measurements of the blade tips radial and axial displacements in the turbines of the gas-turbine engines and gives a model description of the electromagnetic interaction between the work and compensating sensitive elements of the eddy-current single-coil sensors in the amount of the distributed cluster of sensors and in-*

spected and adjacent blades. By means of the developed model the families of the conversion functions as dependences of the equivalent inductances of the sensitive elements from the radial and axial displacements of the irregular shaped blades are defined. These conversion functions were later used for computation of the dominant functions of the adjacent blades at various blade pitches. The authors demonstrated that the adjacent blades effect on the compensating sensitive element is far greater than on the work of the sensitive element and it increases with the blade pitch decrease. A model of differential measuring circuit with pulsed power was considered. The inputs of this model are the modeling results of the electromagnetic interactions between the sensitive elements and the rotor blades presented as the equivalent inductances changing in time. The families of the conversion functions as dependences of the digital codes from the radial and axial displacements of controlled blades were obtained. They are used, as before, for computation of the dominant functions of the adjacent blades at various blade pitches. The method is presented for obtaining of the calibration characteristics of the systems for measurement of the blade tips' radial and axial displacements. It gives an opportunity to avoid possible errors, typical for the adjacent blades effect, during the system operation.

**Keywords:** turbine, irregular shaped blades, radial and axial displacements, eddy-current single-coil sensor, adjacent blades effect, electromagnetic interactions model, measuring circuit model, influence reduction, method for obtaining of the calibration characteristics

**Acknowledgements:** This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 14-08-00802

For citation:

**Borovik S. Yu., Kutejnikova M. M., Podlipnov P. E., Raykov B. K., Sekisov Yu. N., Skobelev O. P.** Adjacent Blades' Effect on the Tip Clearance Measurements in Turbines, *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 5, pp. 327—336.

DOI: 10.17587/mau.16.327-336

### References

1. Donald L. Simon, Sanjay Garg, Gary W. Hunter, Ten-Huei Guo and Kenneth J. Semega. Sensor Needs for Control and Health Management of Intelligent Aircraft Engines, *Proc. of ASME Turbo Expo 2004: Power for Land, Sea, and Air*, 2004, vol. 2.
2. Sekisov Yu. N., Skobelev O. P. *Metody i sredstva izmereniya mnogomernyx peremeshhenij e'lementov konstrukcij silovyx ustanovok* (Methods and tools for measuring of multi-dimensional displacements of power-plant constructional elements), Samara, Samarskij nauchnyj centr RAN (Samara scientific center of Russian academy of sciences), 2001, 188 p. (in Russian).
3. Skobelev O. P. *Klasternye metody i sredstva izmereniya deformacij statora i koordinat smeshhenij torcov lopatok i lopastej v gazo-turbinnyx dvigatelyax* (Cluster methods and tools for measuring of stator deformations and coordinates of blade tips displacements in gas-turbine engines), Moscow, Mashinostroenie, 2011, 298 p. (in Russian).
4. Belen'kij L. B., Kutejnikova M. M., Rajkov B. K., Sekisov Yu. N., Skobelev O. P. *Sposob izmereniya radial'nyx zazorov i osevyx smeshhenij torcov lopatok rabochego koleasa turbiny* (The method of measurement of radial clearances and axial displacements of blade tips of turbine blade wheel), Patent RF 2457432. 2012, Byul. 21 (in Russian).
5. Borovik S. Yu., Kutejnikova M. M., Rajkov B. K., Sekisov O. P., Skobelev O. P. *Izmerenie radial'nyx zazorov mezhdue statorom turbiny i torcami lopatok slozhnoj formy s pomoshh'yu odnovitkovyx vixretkovyx datchikov* (The measurement of radial clearances between a turbine stator and blade tips with irregular form using single-coil eddy-current sensors), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 10, pp. 38—46 (in Russian).
6. Kutejnikova M. M., Sekisov Yu. N., Skobelev O. P. *Model' e'lektromagnitnogo vzaimodejstviya chuvstvitel'nogo e'lementa odnovitkovogo vixre-tokovogo datchika s torcom lopatki slozhnoj formy* (The model of electromagnetic interactions between the sensitive element of an eddy-current single-coil sensor and irregular form blade tip), *Problemy upravleniya i modelirovaniya v slozhnyx sistemax: Trudy XV Mezhdunarodnoj konferencii* (Samara, 25—28 iyunya 2013) (Complex Systems: Control and Modeling Problems: Proc. of XV international

conference (Samara, June, 25—28, 2013)), Samara, 2013, pp. 627—635 (in Russian).

7. Kutejnikova M. M., Sekisov Yu. N., Skobelev O. P. *Rezul'taty modelirovaniya e'lektromagnitnogo vzaimodejstviya chuvstvitel'nyx e'lementov odnovitkovyx vixretkovyx datchikov v sostave klastera s torcom lopatki slozhnoj formy* (The modeling results of electromagnetic interactions between sensitive elements of eddy-current single-coil sensors and irregular form blade tip), *Problemy upravleniya i modelirovaniya v slozhnyx sistemax: Trudy XV Mezhdunarodnoj konferencii* (Samara, 25—28 iyunya 2013). (Complex Systems: Control and Modeling Problems: Proc. of XV international conference (Samara, June, 25—28, 2013)), Samara, 2013, pp. 636—641 (in Russian).

8. Borovik S. Yu., Kutejnikova M. M., Sekisov Yu. N., Skobelev O. P. *Model' izmeritel'noj cepi s peremennymi vo vremeni e'kvivalentnymi induktivnostyami odnovitkovyx vixretkovyx datchikov* (The model of differential measuring circuit with equivalent inductances (being changing in time) of eddy-current single-coil sensors), *Problemy upravleniya i modelirovaniya v slozhnyx sistemax: Trudy XVI Mezhdunarodnoj konferencii* (Samara, 30 iyunya—03 iyulya, 2014). (Complex Systems: Control and Modeling Problems: Proc. of XVI international conference (Samara, June, 30-July, 03, 2014)), Samara, 2014, pp. 692—696 (in Russian).

9. Borovik S. Yu., Kutejnikova M. M., Sekisov Yu. N., Skobelev O. P. *Rezul'taty modelirovaniya izmeritel'nyx cepej s odnovitkovymi vixretkovymi datchikami i priblizhonnym differencirovaniem* (The modeling results of operating of measuring circuits with eddy-current single-coil sensors and approximate differentiation), *Problemy upravleniya i modelirovaniya v slozhnyx sistemax: Trudy XVI Mezhdunarodnoj konferencii* (Samara, 30 iyunya—03 iyulya, 2014). (Complex Systems: Control and Modeling Problems: Proc. of XVI international conference (Samara, June, 30-July, 03, 2014)), Samara, 2014, pp. 697—703 (in Russian).

10. Khritin A. A. *Sistema izmereniya radial'nyx zazorov v turbomashinax: diss. hand. texn. nauk: 05.11.16*. (The system for radial clearances measurements in turbomachines: PhD thesis), Samara, 1993, 180 p. (in Russian).

11. Kutejnikova M. M., Sekisov Yu. N. *Algoritm vychisleniya radial'nyx i osevyx smeshhenij torcov lopatok* (The algorithm for calculation of blade tips radial clearances and axial displacements), *Problemy upravleniya i modelirovaniya v slozhnyx sistemax. Trudy XII Mezhdunarodnoj konferencii* (Samara, 21—23 iyunya 2010) (Complex Systems: Control and Modeling Problems: Proc. of XII international conference (Samara, June, 21—23, 2010)), Samara, 2010, pp. 323—327 (in Russian).

Corresponding author:

**Borovik Sergey Yu.**, D. Sc, Leading Researcher, Institute for Complex Systems Control of RAS, Samara, 443020, Russian Federation, e-mail: borovik@iccs.ru, phone: +7 (846) 3332677

**Ю. М. Астапович**, канд. техн. наук, **Н. П. Митяшин**, д-р техн. наук, проф., mityashinnp@mail.ru,

**Ю. Б. Томашевский**, д-р техн. наук, проф., yurytomash@mail.ru,

**Е. Е. Миргородская**, канд. техн. наук, доц., mee85@inbox.ru,

**А. В. Денисов**, аспирант, denisov\_alex.v@mail.ru

Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А.

## Управление структурой гибкой системы электропитания

*Рассматривается организация электропитания нагрузки с помощью группового преобразователя с управляемой модульной структурой. Это позволит исключить неэффективную работу преобразователя при минимальной нагрузке и обеспечивать необходимый запас мощности при нагрузке, близкой к максимальной.*

**Ключевые слова:** групповой преобразовательный комплекс, модуль, структура, оптимизация, критерии, управление, гибкость, эффективность, моделирование

### Введение

Для ряда технологических процессов требуются источники питания переменного напряжения на частотах, отличных от общепромышленной. При этом нагрузка изменяется в широких пределах, что требует наличия на одном предприятии широкой гаммы источников соответствующих мощностей. В этих условиях полезными оказываются групповые преобразовательные комплексы (ГПК), образованные объединением выходных полюсов нескольких преобразовательных модулей (ПМ) ограниченного мощностного ряда. Такой подход к организации электропитания позволяет получить и другие преимущества: повышение живучести системы, удешевление резервирования, получение возможности в реальном масштабе времени изменять мощность работающего оборудования в целях адаптации к величине и характеру нагрузки [1].

Основными задачами при применении ГПК в системах электроснабжения являются распределение загрузки работающих ПМ, согласованной с их номинальными мощностями, и обеспечение наилучших энергетических и качественных показателей при изменении нагрузки в широких пределах. Существенно, что эти задачи необходимо решать в реальном масштабе времени.

В ряде известных схемных решений ГПК с изменяемой структурой достигается автоматическое распределение нагрузки между ПМ пропорционально их номинальным мощностям [2]. Рассмотрим метод такого автоматического распределения.

Пусть имеется  $n$  ПМ, включенных параллельно на общую нагрузку. Поскольку в нашем случае ПМ объединены по выходу, то распределение мощности между ними в заданной пропорции равносильно соответствующему распределению их выходных токов:

$$P_k/P_j = I_k^H/I_j^H.$$

Пусть ток  $j$ -го источника  $I_j$  является линейной функцией соответствующей управляющей величины  $\alpha_j$ , т. е.

$$I_j = b\alpha_j.$$

Распределение токов зададим положительными параметрами  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ , пропорциональными номинальным значениям токов соответствующих ПМ, такими что

$$\gamma_k > 0; \gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_n = 1.$$

При этом в установившемся режиме для токов  $I_k$  и  $I_j$  любых двух ПМ должно выполняться условие

$$I_k/I_j = I_k^H/I_j^H = \gamma_k/\gamma_j.$$

Для реализации такого распределения снабдим каждый ПМ пропорциональным регулятором, так что

$$\alpha_j = \kappa_{\Gamma}\varepsilon_j,$$

где  $\kappa_{\Gamma}$  — коэффициент усиления регулятора,  $\varepsilon_j = I_j^0 - I_j$  — ошибка регулирования  $j$ -го источника, причем уставка  $I_j^0$  вычисляется следующим образом:

$$I_j^0 = \gamma_j I^0.$$

Здесь  $I^0 = \sum_{i=1}^n I_i$  — суммарный ток всех источников.

Отсюда

$$\varepsilon_j = I_j^0 / (1 + b\kappa_{\Gamma}).$$

Следовательно, при достаточно большом значении коэффициента усиления регулятора  $\kappa_{\Gamma}$  величину  $\varepsilon_j$  можно считать близкой к нулю, т. е.

$$I_j \approx I_j^0 = \gamma_j I^0,$$

что обеспечивает заданное распределение нагрузки.

Недостатком такого метода распределения является тот факт, что последнее условие выполняется не только в номинальных режимах, но и в режимах, близких к холостому ходу, что приводит к снижению энергетических показателей системы электропитания.

Проблема может быть решена за счет перехода к системе с гибкой структурой, перестраиваемой с изменением нагрузки [3]. Эта система должна следить за значением нагрузки и обеспечивать соответствующие отключения или подключения ПМ, так чтобы обеспечивались надежность и высокие энергетические показатели всего комплекса.

### Постановка задачи

Из сказанного следует целесообразность такого изменения набора работающих преобразовательных модулей  $K$  при выборе его из общего множества преобразователей  $N$ , чтобы при текущей потребляемой мощности  $P$ , во-первых, обеспечивался необходимый запас по мощности и, во-вторых, средние значения энергетических показателей системы преобразования были близки к оптимальным. Далее возможные реализации наборов  $K$  будем называть *компоновками*.

Обозначим  $N/K$  — набор преобразователей из  $N$ , не подключенных к нагрузке в рассматриваемый момент,  $P_N$  и  $P_K$  — номинальные значения мощности преобразователей из  $N$  и  $K$ , т. е.

$$P_N = \sum_{i \in N} P_i, P_K = \sum_{i \in K} P_i.$$

Пусть далее  $\Delta P$  — требуемое значение запаса мощности, на которое мощность  $P_K$  должна превышать мгновенное значение мощности  $P$  нагрузки для надежного электроснабжения.

Для реализации предлагаемой системы помимо элементов, используемых в известных ГПК, должен быть предусмотрен блок управления структурой (БУС) комплекса, назначение которого состоит в принятии решений по отключению и подключению ПМ к нагрузке и их осуществлении таким образом, чтобы выполнялось условие:

$$P + \Delta P < P_K < P + \Delta P', \quad (1)$$

где  $\Delta P$  — допустимое с точки зрения эффективности преобразования превышение мощности  $P_K$  над мгновенной мощностью нагрузки  $P$  ( $\Delta P' > \Delta P$ ).

В простейшем случае функционирование БУС сводится к следующему. При нарушении левого неравенства БУС выбирает из множества  $N/K$  такой минимальный по мощности набор преобразователей  $M_1$ , подключение которого восстанавливает его выполнение, но не нарушает правое неравенство. Наоборот, в случае нарушения правого неравенства БУС выбирает из множества  $K$  такой максимальный по мощности набор преобразователей  $M_2$ , подключение которого восстанавливает его выполнение, но не нарушает левое неравенство.

Преимущество такого способа функционирования БУС состоит в том, что переход от компоновки, не удовлетворяющей неравенству (1), к новой компоновке, ему удовлетворяющей, сводится к отключению или подключению единственного ПМ. Его недостатком является то, что помимо получаемой этим способом компоновки могут существовать

другие компоновки, удовлетворяющие неравенству (1), но достигаемые несколькими переключениями ПМ. При этом некоторые из них могут обеспечивать более высокие средние значения энергетических показателей системы преобразования.

В связи с этим в настоящей работе решаются следующие задачи:

- построение математических моделей структуры компоновки и коммутаций компоновок;
- формализация критериев, характеризующих степень соответствия компоновки ГПК текущей нагрузке, и критериев качества коммутаций;
- разработка алгоритмов оптимизации процесса управления структурой по введенным критериям.

### Математическая модель структуры

Для исследования и параметрической оптимизации предлагаемой гибкой системы необходимо построить ее математическую модель. Будем рассматривать гибкий преобразовательный комплекс общего вида, модулями могут служить любые устройства силовой электроники, допускающие объединение по выходу: инверторы, выпрямители, импульсные преобразователи и т. п. Число модулей, входящих во множества  $N$ , обозначим  $n$ , причем считаем, что это число не превосходит 5. Это не снижает общности рассуждений и последующих математических конструкций, изменяя лишь их размерность.

Очевидно, число возможных компоновок преобразователя равно  $2^n$ , т. е. в наших предположениях не превышает  $2^5 = 32$ . При разумном подборе мощностей модулей из множества  $N$  можно достаточно равномерно распределить мощности компоновок во всем диапазоне нагрузок [4], однако в данном случае этого не предполагается. Иными словами считается, что набор мощностей модулей произволен, что соответствует наиболее частым практическим ситуациям.

### Модель структуры компоновки

Структура компоновки группового преобразователя удобно задать в виде  $s$ -разрядного кода, где  $s$  — число различных значений мощностей модулей, входящих в множество  $N$ . Здесь мы учитываем, что в  $N$  могут иметься несколько идентичных модулей для всех или некоторых значений мощностей. Располагая мощности модулей в порядке возрастания, представим произвольную компоновку  $\hat{k}$  в виде кода

$$\hat{k} = (k_1, k_2, \dots, k_i, \dots, k_s),$$

где  $k_i$  — число модулей, входящих в компоновку  $\hat{k}$  и имеющих мощность  $P_i$ . При этом считаем, что если  $i > j$ , то  $P_i > P_j$ , т. е. номер разряда увеличивается с увеличением мощности. Если число модулей, входящих в  $N$ , имеющих мощность  $P_i$ , равно  $n_i$ , то значение  $k_i$  может принимать любое целое значение от 0 до  $n_i$ .

Мощность всей компоновки, очевидно, равна

$$P_{\hat{k}} = \sum_{i=1}^s k_i P_i,$$

причем мощность полной компоновки, т. е. содержащей все модули, равна

$$P_N = \sum_{i=1}^s n_i P_i.$$

В частном случае, когда все модули в  $N$  имеют различные мощности, рассматривается двоичный код, так как  $k_i$  может принимать только два значения: 0 и 1, а код имеет  $n$  разрядов. Если же все модули имеют одну и ту же мощность, то получаем одноразрядный код, причем единственный разряд может принимать значения от 1 до  $n$ .

### Модель коммутации компоновок

В процессе управления структурой ГПК возникает необходимость реализовывать переход от одной компоновки к другой. Такой переход естественно назвать *коммутацией компоновок*.

Рассмотрим коммутацию  $\hat{k}_1 \rightarrow \hat{k}_2$ , где  $\hat{k}_1$  — исходная, а  $\hat{k}_2$  — конечная компоновки, причем

$$\hat{k}_1 = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots, \xi_n);$$

$$\hat{k}_2 = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_i, \dots, \eta_n).$$

Формально вычитая поразрядно первый код из второго, находим

$$\Delta = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_i, \dots, \delta_n),$$

где  $\delta_i = \eta_i - \xi_i$ .

Код  $\Delta$  можно считать моделью коммутации компоновок, поскольку он содержит полную информацию о том, какие и сколько модулей следует подключить (при  $\delta_i > 0$ ), отключить (при  $\delta_i < 0$ ) или оставить в компоновке (при  $\delta_i = 0$ ).

Общее число переключаемых ПМ при данной коммутации можно подсчитать по формуле

$$C(\hat{k}_1 \rightarrow \hat{k}_2) = \sum_{i=1}^n |\delta_i|. \quad (2)$$

Эта величина может выступать критерием оценки коммутаций.

### Степень соответствия компоновки ГПК текущей нагрузке

Введем следующие обозначения, используемые ниже при описании алгоритма работы блока управления структурой ГПК:

$P$  — текущая мощность нагрузки;

$P_{\hat{k}}$  — мощность компоновки  $\hat{k}$  преобразователя;

$\Delta P_{1кр}$  — минимально допустимое значение запаса мощности  $P_{\hat{k}}$  по отношению к мощности  $P$ ;

$\Delta P_{2н}$  — номинальное значение запаса мощности  $P_{\hat{k}}$ ;

$\Delta P_{2н}$  — максимально допустимое значение превышения мощности  $P_{\hat{k}}$  над мощностью  $P$ ;

$M_1(P_{\hat{k}}, P)$  — степень соответствия мощности компоновки  $P_{\hat{k}}$  требованию по запасу мощности по отношению к  $P$ ;

$M_2(P_{\hat{k}}, P)$  — степень соответствия мощности  $P_{\hat{k}}$  требованию по допустимому превышению по отношению  $P$  (по ограничению запаса мощности);

$M(P_{\hat{k}}, P)$  — степень общего соответствия мощности  $P_{\hat{k}}$  значению  $P$ .

Функции  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M(P_{\hat{k}}, P)$  принимают значения в диапазоне от 0 до 1, причем большим значениям каждой из этих функций соответствует большая степень соответствия компоновки  $P_{\hat{k}}$  мощности нагрузки с точки зрения конкретного требования. Значениям 0 и 1 функции отвечают ситуации безусловного несоответствия или безусловного соответствия этим требованиям.

### Определение допустимости компоновки $\hat{k}$ по отношению к требованию запаса мощности

Простейший алгоритм работы БУС, описанный выше, использующий четко заданные границы переключений модулей, целесообразно обобщить, задав более гибкие условия для определения смены компоновок. Цель такого обобщения состоит в создании условий для учета конкретной динамики нагрузки и возможности уменьшения числа переключений модулей.

Область мощности компоновки  $P_{\hat{k}}$ , в которой степень ее соответствия требованию по запасу мощности не равна нулю, зададим с помощью функции

$$M_1(P_{\hat{k}}, P) = \begin{cases} 0 & \text{при } P_{\hat{k}} < P_{1кр}; \\ \frac{P_{\hat{k}} - P_{1кр}}{P_{1н} - P_{1кр}} & \text{при } P_{1кр} < P_{\hat{k}} < P_{1н}; \\ 1 & \text{при } P_{\hat{k}} \geq P_{1н}. \end{cases}$$

Здесь  $P_{1кр} = P + \Delta P_{1кр}$ ;  $P_{1н} = P + \Delta P_{1н}$ , причем  $P_{1н} > P_{1кр}$ , так как  $\Delta P_{1н} > \Delta P_{1кр}$ . График функции  $M_1(P_{\hat{k}}, P)$  показан на рис. 1.

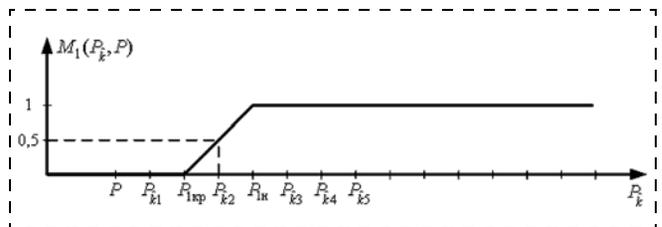


Рис. 1. Функция степени соответствия компоновки требованию по запасу мощности

В соответствии с этим графиком компоновка  $\hat{k}_1$  не соответствует требованию по запасу мощности, поскольку  $M_1(P_{\hat{k}_1}, P) = 0$ , компоновки  $\hat{k}_3, \hat{k}_4, \hat{k}_5$  соответствуют этому требованию полностью, так как для  $i = 3, 4, 5$   $M_1(P_{\hat{k}_i}, P) = 1$ , а компоновка  $\hat{k}_2$  соответствует требованию со степенью 0,5.

При изменении мощности  $P$  график  $M_1(P_{\hat{k}}, P)$  двигается вправо (при увеличении  $P$ ) или влево (при уменьшении  $P$ ). Поскольку мощности компоновок  $P_{\hat{k}}$  не изменяются, степень их соответствия указанному требованию изменяется.

### Определение допустимости компоновки $\hat{k}$ по отношению к требованию ограничения запаса мощности

Функцию  $M_2(P_{\hat{k}}, P)$ , задающую степень соответствия компоновки  $P_{\hat{k}}$  требованию по допустимому превышению мощности, введем с помощью следующей формулы:

$$M_2(P_{\hat{k}}, P) = \begin{cases} 1 & \text{при } P_{\hat{k}} < P_{2н}; \\ \frac{P_{2кр} - P_{\hat{k}}}{P_{2кр} - P_{2н}} & \text{при } P_{2н} < P_{\hat{k}} < P_{2кр}; \\ 1 & \text{при } P_{\hat{k}} \geq P_{2кр}. \end{cases}$$

Здесь  $P_{2кр} = P + \Delta P_{2кр}$ ;  $P_{2н} = P + \Delta P_{2н}$ , причем  $P_{2кр} > P_{2н}$ , так как  $\Delta P_{2кр} > \Delta P_{2н}$ . График функции  $M_2(P_{\hat{k}}, P)$  показан на рис. 2.

В соответствии с определением компоновки  $\hat{k}_1, \hat{k}_2, \hat{k}_3$  полностью удовлетворяют указанному требованию, компоновка  $\hat{k}_5$  ему не удовлетворяет, а компоновка  $\hat{k}_4$  соответствуют ему со степенью 0,4.

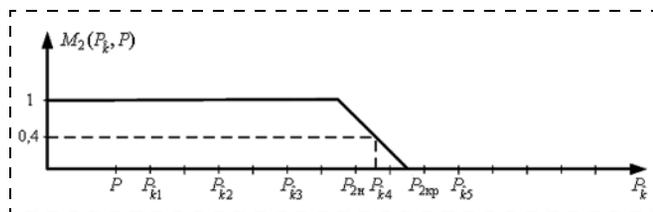


Рис. 2. Функция степени соответствия компоновки требованию по ограничению запаса мощности

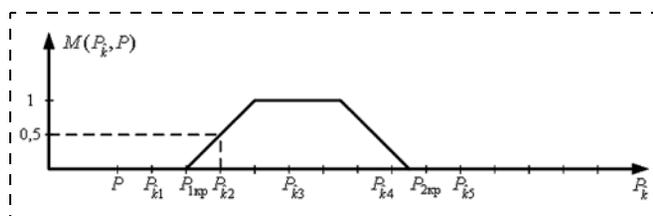


Рис. 3. Функция степени допустимости компоновок

### Область допустимости компоновки

Функции  $M_1(P_{\hat{k}}, P)$  и  $M_2(P_{\hat{k}}, P)$  можно рассматривать как функции принадлежности компоновки  $\hat{k}$  к нечеткому множеству  $K_1$  компоновок, допустимых по отношению к требованию запаса мощности, и к нечеткому множеству  $K_2$  компоновок, допустимых по отношению к требованию по ограничению запаса мощности, соответственно [5]. Но компоновка  $\hat{k}$  допустима, если она удовлетворяет текущей мощности нагрузки по обоим требованиям. Поэтому множество допустимых компоновок  $K$  является пересечением указанных нечетких множеств:

$$K = K_1 \cap K_2.$$

В соответствии с алгеброй нечетких множеств [5] функция принадлежности множества допустимых компоновок задается функцией

$$M(P_{\hat{k}}, P) = \min(M_1(P_{\hat{k}}, P), M_2(P_{\hat{k}}, P)).$$

График функции  $M(P_{\hat{k}}, P)$  показан на рис. 3.

Из этого графика следует, что компоновки  $\hat{k}_1, \hat{k}_5$  являются недопустимыми, компоновка  $\hat{k}_3$  допустима полностью, а  $\hat{k}_2, \hat{k}_4$  допустимы со степенями 0,5 и 0,4 соответственно.

### Алгоритмы управления структурой ГПК

Управление структурой ГПК сводится к решению следующих задач:

1. Определение необходимости изменения структуры, т. е. коммутации от исходной компоновки  $\hat{k}_s$  к новой  $\hat{k}_t$ , наилучшим образом соответствующей текущей нагрузке по критерию  $M(P_{\hat{k}}, P)$ .
2. Нахождение оптимальной последовательности переключений ПМ при реализации коммутации  $\hat{k}_s \rightarrow \hat{k}_t$  по одному из рассмотренных ниже критериев.
3. Аппаратная реализация коммутации.

### Определение необходимости осуществления коммутации

Для определения необходимости коммутаций компоновок на каждом такте работы БУС выполняется следующий алгоритм.

1. Для действующей в текущий момент компоновки  $\hat{k}_s$  определяется степень ее допустимости  $M(P_{\hat{k}_s}, P)$ .
2. Если  $M(P_{\hat{k}_s}, P) = 1$ , алгоритм осуществляет переход к пункту 4.

3. Ищутся компоновки  $\hat{k}$ , для которых  $M(P_{\hat{k}}, P) > M(P_{\hat{k}_s}, P)$ .

Если множество таких компоновок не пусто, то выбирается та из них  $\hat{k}_t$ , для которой минимально число переключений модулей  $C(\hat{k}_s \rightarrow \hat{k}_t)$ , необходимых для осуществления коммутации  $\hat{k}_s \rightarrow \hat{k}_t$ , рассчитываемое по формуле (2). После этого выполняется переход к пункту 4.

Если компоновки  $\hat{k}$ , для которых  $M(P_{\hat{k}}, P) > M(P_{\hat{k}_s}, P)$ , не существуют, то это означает, что текущая компоновка оптимальна по критерию  $M(P_{\hat{k}}, P)$ . Выполняется переход к пункту 4.

4. Конец алгоритма.

### Траектории коммутаций и критерии для их оценки

Все множество возможных компоновок и коммутаций удобно изобразить в виде модулей, тогда коммутациям  $\hat{k}_i \rightarrow \hat{k}_j$  соответствуют траектории из вершины-компоновки  $\hat{k}_i$  в вершину-компоновку  $\hat{k}_j$ . Матрица смежности такого графа для трехмодульного комплекса показана на рис. 4. Заголовки строк и столбцов здесь соответствуют кодам компоновок, так что номер строки равен десятичному значению двоичного кода. Например,  $\hat{k}_5$  есть код 101, т. е. соответствует компоновке, содержащей первый и третий модули. В заполненных ячейках матрицы записаны длительности переходных процессов соответствующих переключений, свободные ячейки соответствуют коммутациям, не сводящимся к переключению единственного ПМ.

При каждом переключении ПМ в ГПК и соответствующем изменении значений коэффициентов  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$  возникает электромагнитный переходный процесс (ПП). Поскольку уставки системы распределения формируются самой системой и изменяются в процессе регулирования, то установившийся режим наступает тогда, когда они достигают требуемых значений одновременно с регулируемые токами. Контур стабилизации выходного напряжения преобразователей в качестве регулирующих органов использует те же силовые ключи, что и система распределения, в силу чего обе системы являются друг для друга возмущающими факторами. По этой причине изменения структуры реализуются БУС с установленной задержкой во времени относительно моментов нарушения условий (1) для того, чтобы избежать наложения переходных процессов в обеих системах.

Таким образом, во избежание аварийных режимов целесообразно выполнять переключения ПМ, требуемые данной коммутацией, отдельно во времени в некоторой последовательности с задержками, достаточными для затухания соответствующих ПП.

	$\hat{k}_0$	$\hat{k}_1$	$\hat{k}_2$	$\hat{k}_3$	$\hat{k}_4$	$\hat{k}_5$	$\hat{k}_6$	$\hat{k}_7$
$\hat{k}_0$		$\tau_{01}$	$\tau_{02}$		$\tau_{04}$			
$\hat{k}_1$	$\tau_{10}$			$\tau_{13}$		$\tau_{15}$		
$\hat{k}_2$	$\tau_{20}$			$\tau_{23}$			$\tau_{26}$	
$\hat{k}_3$		$\tau_{31}$	$\tau_{32}$					$\tau_{37}$
$\hat{k}_4$	$\tau_{40}$					$\tau_{45}$	$\tau_{46}$	
$\hat{k}_5$		$\tau_{51}$			$\tau_{54}$			$\tau_{57}$
$\hat{k}_6$			$\tau_{62}$		$\tau_{64}$			$\tau_{67}$
$\hat{k}_7$				$\tau_{73}$		$\tau_{75}$	$\tau_{76}$	

Рис. 4. Матрица графа возможных компоновок и коммутаций трехмодульного ГПК

При этом реализации коммутаций, содержащих более одного переключения ПМ, неоднозначны из-за порядка, в котором они проводятся. Возможные варианты этих реализаций назовем *траекториями коммутаций*. Для выбора конкретной траектории коммутации необходимо ввести критерии их оценки. Рассмотрим возможные критерии для оценки таких последовательностей.

Каждое переключение ПМ требует затрат времени на затухание соответствующего переходного процесса. Это время в общем случае определяется исходной и конечной компоновками, переключаемым модулем и характером переключения (знаком  $\delta_j$ ). Выше это время обозначено как  $\tau_{ij}$ , где  $i, j$  — номера исходной и конечной компоновок переключения. Это позволяет рассматривать граф как взвешенный, в котором вес дуги равен длительности переходного процесса переключения соответствующего модуля  $\tau_{ij}$ .

Поскольку переключения модулей предполагается проводить последовательно, то каждая конкретная траектория, реализующая коммутацию  $\hat{k}_s \rightarrow \hat{k}_t$ , получает аддитивную оценку, равную минимально допустимому времени, затрачиваемому на нее. Так что, если траектория  $\theta$ , реализующая коммутацию  $\hat{k}_s \rightarrow \hat{k}_t$ , имеет вид

$$\theta = k_s \xrightarrow{\tau_{s1}} k_1 \xrightarrow{\tau_{21}} \dots \xrightarrow{\tau_{i-1i}} k_i \xrightarrow{\tau_{ii+1}} \dots \xrightarrow{\tau_{i+1i+2}} k_{i+1} \xrightarrow{\tau_{t-2t-1}} \dots \xrightarrow{\tau_{t-1t}} k_t$$

где  $k_t$  — промежуточные компоновки, то оценка этой траектории по длительности переходного процесса равна

$$\tau(\theta) = \sum_{i=s}^{t-1} \tau_{ii+1}$$

Рассмотренный критерий является аддитивным, т. е. его значение для коммутации компоновок равно сумме его значений для переключений модулей,

входящих в коммутацию компонок. Другими примерами аддитивных критериев являются критерии оценки коммутаций компонок по числу переключений модулей, по суммарной мощности переключаемых модулей, по числу колебаний выходного напряжения ГПК за время затухания переходного процесса.

Поиск траектории, оптимальной по одному из аддитивных критериев, сводится к классической задаче поиска минимального пути во взвешенном ориентированном графе. Известен алгоритм Дейкстры, эффективно решающий данную задачу. Однако поскольку определение оптимальной траектории коммутаций необходимо решать в реальном времени, целесообразно иметь готовые решения для всех возможных коммутаций, прошитые в памяти БУС.

Примером неаддитивных критериев может служить максимальное перерегулирование [6], взятое по всем переходным процессам, вызванным переключениями модулей при реализации данной коммутации, а также максимальная мощность модуля, участвующего в коммутации. Оптимальные траектории по этим критериям находятся методом перебора.

В более простом варианте можно ограничиться субоптимальными траекториями, удовлетворяющими следующим условиям.

1. Переход от одной компоновки к другой выполняется последовательным подключением или отключением единичных модулей с задержкой на время затухания соответствующего переходного процесса.

2. Последовательность переключений модулей должна быть такой, чтобы мощность ни одной из возникающих промежуточных компонок не уступала минимальной из мощностей начальной и конечной компонок.

3. Целесообразно проводить переключения в такой последовательности, чтобы отношение мощности переключаемого модуля к мощности исходной промежуточной компоновки была минимальна.

Первое условие обеспечивает исключение наложения переходных процессов в модулях, которые приводят к увеличению перерегулирования переходных процессов.

Второе условие связано с обеспечением надежности работы преобразователя в переходном режиме.

Выполнение третьего условия способствует снижению времени переходных процессов при каждом переключении.

Все три сформулированных условия будут выполнены, если переключения будут осуществляться в следующей последовательности.

1. Сначала проводятся все требуемые подключения, причем в порядке увеличения мощности модулей.

2. Модули одного типа (т. е. одной мощности) подключаются в любой последовательности.

3. После подключения всех модулей проводятся все требуемые отключения модулей в порядке уменьшения мощности модулей.

### Моделирование смены компоновки

Эффективность алгоритмов проверена с помощью разработанной компьютерной модели системы с переменной структурой для преобразователя с пятью модулями. На рис. 5 приведены результаты работы программы.

Моделирование проводилось при следующих параметрах комплекса. Фильтр:  $L_f = L_d = 10$  мГн,  $C_f = 3000$  мкФ, максимальная емкость коммутирующей батареи  $C = 900$  мкФ, индуктивность компенсатора  $L_k = 100$  мкГн, частота  $f = 200$  Гц.

Результаты моделирования отображают следующие процессы в системе: при  $n < 1000$  нагрузка номинальная, система распределяет потребляемые токи и, следовательно, мощность между преобразователями в соответствии с исходными значениями коэффициентов  $\gamma_1 = 0,3$ ,  $\gamma_2 = 0,1$ ,  $\gamma_3 = 0,4$ ,  $\gamma_4 = 0,2$ ,  $\gamma_5 = 0$ . В момент  $n_1 = 1000$  происходит резкое уменьшение нагрузки. В момент  $n_2 = 1150$  отключается третий преобразователь и реализует новые значения коэффициентов  $\gamma_1 = 1/2$ ,  $\gamma_2 = 1/6$ ,  $\gamma_3 = 0$ ,  $\gamma_4 = 1/3$ ,  $\gamma_5 = 0$ . В момент  $n_3 = 1250$  происходит увеличение нагрузки. В момент  $n_4 = 1350$  подключается пятый преобразователь и реализует новые значения коэффициентов  $\gamma_1 = 30/85$ ,  $\gamma_2 = 10/85$ ,  $\gamma_3 = 0$ ,  $\gamma_4 = 20/85$ ,  $\gamma_5 = 25/85$ .

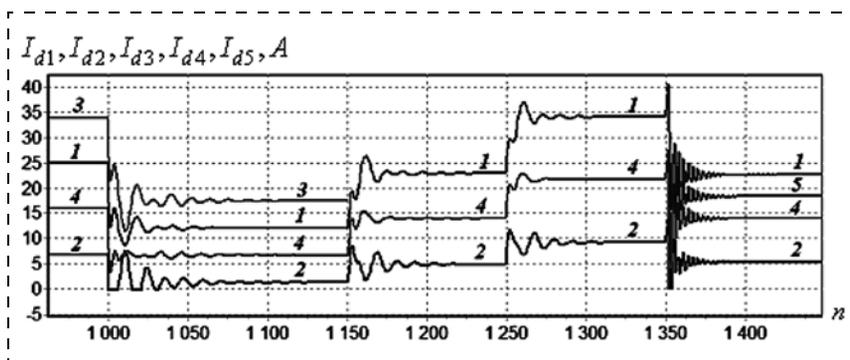


Рис. 5. Результаты моделирования группового преобразователя с переменным модульным составом (1–5 — огибающие потребляемых инверторами токов,  $n$  — номер периода выходной частоты)

### Основные результаты

1. Разработаны математические модели группового преобразовательного комплекса с гибкой модульной структурой для питания нагрузки, изменяющейся в широких пределах.

2. Представлены алгоритмы управления структурой преобразователя в функции нагрузки, обеспечивающие энергетическую эффективность как в режимах номинальной нагрузки, так и в режимах, близких к холостому ходу. Предложены алгоритмы определения оптимальной последова-

тельности переключений модулей по критериям качества переходных процессов.

3. Приведены результаты исследования переходных процессов преобразователя при изменении его структуры.

#### Список литературы

1. **Томашевский Ю. Б., Митяшин Н. П.** Системный анализ адаптивных электротехнических комплексов. Саратов: СГТУ, 2006. 132 с.
2. **Астапович Ю. М., Миргородская Е. Е., Митяшин Н. П., Максимова Н. Н.** Динамическая модель системы распределения мощности между компенсированными инверторами тока // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 6. URL:

<http://www.science-education.ru/113-10837> (дата обращения 05.02.2015).

3. **Астапович Ю. М., Миргородская Е. Е., Митяшин Н. П.** Гибкая система управления объединенными по выходу преобразовательными агрегатами // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2013. № 2 (70). Вып. 1. С. 147–150.
4. **Кантер И. И., Томашевский Ю. Б., Голембиовский Ю. Б.** Система централизованного электроснабжения на базе параллельно работающих преобразователей частоты // Электричество. 1991. № 1. С. 39–47.
5. **Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта** / Под ред. Д. А. Поспелова. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 321 с.
6. **Бесекерский В. А., Попов Е. П.** Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1966. 992 с.

## Control of the Structure of a Flexible Power Supply System

**Yu. M. Astapovich, N. P. Mityashin**, mityashinnp@mail.ru, **Yu. B. Tomashevsky**, yurytomash@mail.ru, **E. E. Mirgorodskaya**, mee85@inbox.ru, **A. V. Denisov**, denisov alex.v@mail.ru, Saratov State Technical University named after Yu. A. Gagarin, Saratov, 410054, Russian Federation

Received on February 05, 2015

*The article is dedicated to the group of converters with variable modular structure, the use of which eliminates inefficient operation of a converter at a minimal load and ensures the necessary power reserve under a load close to the maximal. Inefficiency of the group converters of a permanent structure may occur at a minimum load, in particular if the modules are used as stand-alone inverters with an excess reactive power compensator, which in this mode distorts considerably the quality of the output voltage curve. For this reason, in case the power supply is organized by a group of inverters and the total power of the modules is much larger than the current load power, it is advisable to change the module structure, depending on the load. The algorithm of an automatic determination of the optimal structure of the modules is presented. It is realized due to switching of the converter modules in real time. The structural optimization is implemented automatically according to two criteria: the degree of compliance of the modular structure of a converter with the necessary power reserve and the degree of compliance with the power limits. Algorithms were developed for determination of the optimal sequence of the switching modules according to the additive criteria (time transients, total power of modules, involved in switching). The mathematical models are based on the elements of the theory of fuzzy sets and optimization on graphs. The effectiveness of the algorithms was tested using the developed computer model for the system with a variable structure for a five module converter.*

**Keywords:** group converting complex, module, structure, optimization, criteria, control, flexibility, efficiency, modeling

For citation:

**Astapovich Yu. M., Mityashin N. P., Tomashevsky Yu. B., Mirgorodskaya E. E., Denisov A. V.** Control of the Structure of a Flexible Power Supply System, *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 5, pp. 337–343.

DOI: 10.17587/mau.16.337-343

#### References

1. **Tomashevsky Yu. B., Mityashin N. P.** *Sistemnyi analiz adaptivnykh elektrotekhnicheskikh kompleksov* (System analysis of adaptive electrotechnical complexes), Saratov, Publishing house of SGTU, 2006, 132 p. (in Russian).
2. **Astapovich Yu. M., Mirgorodskaya E. E., Mityashin N. P., Maksimova N. N.** *Dinamicheskaya model' sistemy raspredeleniya moshchnosti mezhdu kompensirovannymi invertorami toka* (Dynamic model of system of distribution of power between the compensated inverters of current), *Sovremennye Problemy Nauki i Obrazovaniya*, 2013, no. 6. URL: <http://www.science-education.ru/113-10837> (date of access 05.02.2015) (in Russian).

3. **Astapovich Yu. M., Mirgorodskaya E. E., Mityashin N. P.** *Gibkaya sistema upravleniya ob'edinennymi po vykhodu preobrazovatel'nymi agregatami* (Flexible control system of the conversion units united in output), *Vestnik Saratovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2013, no. 2 (70), vol. 1, pp. 147–150 (in Russian).

4. **Kanter I. I., Tomashevsky Yu. B., Golembiovsky Yu. B.** *Sistema tsentralizovannogo elektrosnabzheniya na baze parallel'no rabotayushchikh preobrazovatelei chastoty* (System of the centralized power supply on the base of parallel working converters of frequency), *Elektrichestvo*, 1991, no. 1, pp. 39–47 (in Russian).

5. **Pospelov D. A.** ed. *Nechetkie mnozhestva v modelyakh upravleniya i iskusstvennogo intellekta* (Indistinct sets in models of control and artificial intelligence), Moscow, Nauka, 1986, 321 p. (in Russian).

6. **Besekersky V. A., Popov E. P.** *Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* (Theory of systems of automatic control), Moscow, Nauka, 1966, 992 p. (in Russian).

Corresponding author:

**Mirgorodskaya Ekaterina E.**, Ph. D., Associate Professor, Saratov State Technical University named after Yu. A. Gagarin, Saratov, 410054, Russian Federation, e-mail: mee85@inbox.ru



# ЖУРНАЛ В ЖУРНАЛЕ



## Управление и информатика в авиакосмических и морских системах



**Главный редактор:**

ЛЕБЕДЕВ Г. Н.

**Ответственный секретарь:**

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

**Редакционная коллегия:**

АЛЕКСЕЕВ В. В.  
БАРАНОВ Л. А.  
БЕЛОКОНОВ И. В.  
БУКОВ В. Н.  
ВАСИЛЬЕВ В. И.  
ГОДУНОВ В. А.  
ГУРЕВИЧ О. С.  
ГУРСКИЙ Б. Г.  
ЕФИМОВ В. В.  
ЗАЙЦЕВ А. В.  
КРЫЖАНОВСКИЙ Г. А.  
НЕСТЕРОВ В. А.  
ОХТИЛЕВ М. Ю.  
ПАНКРАТОВ В. М.  
РАСПОПОВ В. Я.  
САБО Ю. И.  
СТЕПАНОВ О. А.  
СОЛДАТКИН В. М.  
ФИЛИМОНОВ Н. Б.  
ХИМЕНКО В. И.  
ЧЕБУРАХИН И. Ф.  
ШИРЯЕВ В. И.  
ШКОЛИН В. П.

**Редакция:**

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

## СОДЕРЖАНИЕ

**Фирсов С. Н.**

Многоуровневое системотехническое обеспечение функциональной работоспособности систем управления движением и навигации малогабаритного космического аппарата . . . . . 345

**Барулина М. А.**

Построение матрицы масс трехмерного конечного элемента для моделирования динамики микромеханических датчиков инерциальной информации и их узлов . . . . . 352

## Многоуровневое системотехническое обеспечение функциональной работоспособности систем управления движением и навигации малогабаритного космического аппарата

*Представлен один из возможных вариантов решения научно-прикладной задачи обеспечения функциональной работоспособности систем управления движением и навигации малогабаритного космического аппарата.*

**Ключевые слова:** функциональная работоспособность, нештатная ситуация, причина нештатной ситуации, спутниковая система, система управления и навигации, диагностика

**Введение.** Прогресс в освоении космического пространства и расширение возможностей его исследования формируют новые нестандартные требования к обеспечению функциональных возможностей малогабаритных спутников различного назначения на продолжительном интервале времени [1–3]. Различные нештатные ситуации, возникающие при эксплуатации спутников, приводят к ухудшению, а в некоторых случаях и к потере их функциональных свойств, что обуславливает актуальность перспективной научно-технической задачи обеспечения функциональной работоспособности спутниковых систем (СПС) [4–6].

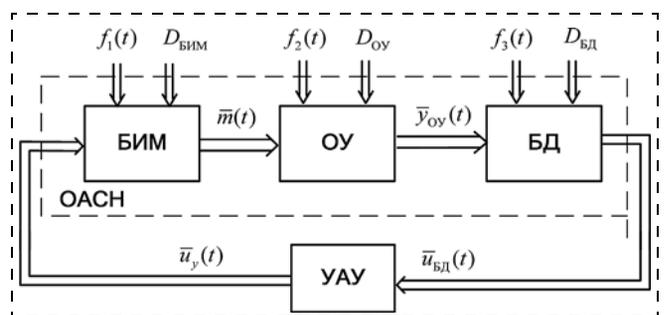
Реализация и использование первых подобных СПС стали возможными в результате частичной, а затем и полной замены громоздких и не гибких аналоговых регуляторов цифровыми системами. Одними из первых СПС, использовавших цифровые элементы, были системы "Целина" и "Океан", а также созданные на их базе серии аппаратов "Космос" и другие космические системы [7–8]. Это событие дало толчок развитию направления, связанного с разработкой перенастраиваемых систем управления аэрокосмическими аппаратами [9–11].

Разработкой таких систем занимаются многие исследователи и разработчики СПС, однако комплексные технические решения, направленные на обеспечение их функциональной работоспособности в условиях действия нештатных ситуаций, на сегодня отсутствуют.

Основная часть технических задач и их решений, связанных с разработкой систем, устойчивых к причинам возникновения нештатных ситуаций, относится к резервированию функциональных элементов СПС [3, 12–13]. Использование традиционных методов резервирования позволяет заложить свойство функциональной работоспособности СПС при ее проектировании, что обеспечивает при появлении нештатной ситуации сохранение полной или частичной работоспособности системы за счет аппаратной или иных видов избыточностей [14, 15]. Однако несмотря на многообразие методов, обеспечивающих резервирование, их анализ показывает, что каждый из них недостаточно эффективен при решении задачи обеспечения функ-

циональной работоспособности СПС, поскольку основным недостатком их использования является необоснованная аппаратная избыточность, приводящая к увеличению массы, габаритных размеров, энергопотребления и ряда других показателей. Сформировалась устойчивая тенденция сведения к минимуму применения избыточностей для обеспечения СПС свойством функциональной работоспособности, позволяющим системе выполнять определенные функции в нештатных ситуациях. Выявленные тенденции инженерной и научной практик свидетельствуют об актуальности и целесообразности научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ по обеспечению функциональной работоспособности СПС.

**Цель исследования.** Неотъемлемой частью СПС является система управления движением и навигации (СУДН), которая в наибольшей степени подвержена влиянию причин нештатных ситуаций (рис. 1) [14–16]. Основным элементом СУДН является объект автоматической стабилизации и навигации (ОАСН), состоящий из объекта управления (ОУ), блока исполнительных механизмов (БИМ) для выработки управляющих воздействий на ОУ, а также блока датчиков (БД) для определения пара-



**Рис. 1. Функциональная схема СУДН:**

$f_i(t)$ ,  $i = \overline{1, 3}$  — внешние возмущения;  $D_{\text{БИМ}}$ ,  $D_{\text{ОУ}}$ ,  $D_{\text{БД}}$  — множества нештатных ситуаций БИМ, ОУ и БД;  $\bar{u}_y(t)$  — вектор управляющих сигналов;  $\bar{m}(t)$  — вектор управляющих воздействий;  $\bar{y}_{\text{ОУ}}(t)$  — вектор измеряемых параметров движения ОУ;  $\bar{u}_{\text{БД}}(t)$  — вектор выходных сигналов БД

метров движения ОУ. Выходные сигналы с БД поступают на устройство автоматического управления (УАУ), которое с учетом текущего состояния, режима работы и алгоритма ориентации или стабилизации формирует сигналы управления, подаваемые на БИМ.

Пусть функциональная работоспособность СУДН характеризуется вектором параметров  $F = (f_1, f_2, \dots, f_M)$ , значения которых изменяются при наличии причины нештатной ситуации, а  $F_H$  — вектор параметров СУДН, характеризующий ее состояние, отвечающее требованиям нормативно-технической документации. Если в СУДН заложены те или иные избыточности, что в большинстве случаев имеет место, то выполнимо условие  $F_H > F$ , тогда как для не избыточных систем  $F_H = F$ . Если по тем или иным причинам у системы изменяются показатели функциональной работоспособности таким образом, что  $F_H < F$ , то это говорит о том, что система не соответствует нормативно-технической документации, а следовательно, не может выполнять функциональное назначение.

Отметим, что переход системы от состояния  $F_H < F$  в состояние  $F_H > F$  представляет собой неопределенное событие, связанное с причинами появления нештатной ситуации, и может трактоваться как задача управления объектом в условиях неопределенности, решение которой рассматривается в классической или в современной теории автоматического управления. Анализ подобных систем показал ограниченные возможности их использования и неспособность перевода ими СУДН от состояния  $F_H < F$  до  $F_H = F$ , что определяет необходимость разработки подхода, позволяющего обеспечивать указанный перевод СУДН с учетом нештатных ситуаций.

**Концепция многоуровневого системотехнического обеспечения функциональной работоспособности.** Функциональная работоспособность — способность системы выполнять определенные функции при появлении нештатных ситуаций. *Нештатная ситуация* — это такое состояние функционирования СУДН, когда появляется нерасчетное отклонение характеристик от номинального режима, обусловленного техническим заданием. При этом нештатная ситуация рассматривается как неопределенное событие. Для определения характеристик причины нештатной ситуации, таких как время и место ее возникновения, класс и вид, необходимо диагностическое обеспечение, позволяющее определять техническое состояние системы с глубиной до парируемой причины нештатной ситуации, построенное в виде иерархической структуры. На каждом уровне данной структуры располагается конечное множество причин неправильного функционирования объекта, т. е. причин нештатных ситуаций. Они могут быть названы в соответствующих физических терминах, отвечающих определенному уровню физического понимания процессов и их физического представления. Этот рекурсивный процесс поиска прекращается, когда выявленная

причина нештатной ситуации может быть парирована с помощью имеющихся избыточных ресурсов. Итак, *парируемая причина нештатной ситуации* — это причина, которая может быть устранена или нейтрализована с помощью соответствующего управления имеющимися избыточными ресурсами. Таким образом, глубина диагностирования зависит от имеющихся в текущий момент времени ресурсов париования причины нештатной ситуации. Определяется баланс между глубиной диагностирования и ресурсными средствами восстановления работоспособности СУДН. Следовательно, *диагностирование СУДН* — это поиск устранимой причины нештатной ситуации посредством имеющихся избыточных ресурсов.

Решенная задача по определению характеристик нештатной ситуации является основанием для реализации развитой функции париования причин нештатной ситуации. Для этого требуется сформировать множество избыточных ресурсов, обеспечивающих покрытие множества устранимых причин нештатных ситуаций, а также разработать гибкую процедуру использования этих ресурсов для париования причин, вызвавших нештатную ситуацию [4—6].

Современные и перспективные требования к локализации причин нештатных ситуаций в работе спутников обуславливают поиск новых более эффективных и конструктивных подходов, базирующихся на рациональном париовании посредством минимальных избыточных аппаратных средств и с помощью значительных программных средств восстановления работоспособности отказавших компонентов, приборов и гибкого их использования. Многообещающим представляется подход ситуационного париования причин нештатных ситуаций, основанный на гибком управлении значительными унифицированными и универсальными избыточными ресурсами восстановления неработоспособных компонент и всей системы в целом. Эффекты от такого подхода — это существенное снижение массы и габаритных размеров избыточного приборного оборудования, а следовательно, уменьшение бортового энергопотребления и, в конечном счете, повышение эффективности всей спутниковой миссии в целом.

Выполнение сформированных положений париования причин нештатных ситуаций возможно путем *самоорганизации* СУДН, которая осуществляется с помощью принципа трехуровневой иерархии.

*Первый уровень иерархии — блоковый.* На этом уровне обеспечивается функциональная работоспособность единичных или объединенных конструктивно законченных блоков, которые выполняют целевые функциональные преобразования для СУДН. Для измерения углового положения и угловых скоростей спутника относительно центра масс в зависимости от решаемых задач используются различные по принципу действия, конструктивным решениям и функциональным возможностям инерциальные датчики. Оснащение инерци-

альной навигационной системы аппаратно-программными средствами диагностирования и парирования причин нештатных ситуаций позволяет обеспечить функциональную работоспособность блока датчиков (ФРБД) в нештатных ситуациях. Этот блок при наличии причин, приводящих к нарушениям функционирования датчиков и искажению результатов измерений, должен обладать способностью самовосстановления измерений до приемлемых точностей. Обладая такими свойствами блок не будет распространять последствия причины нештатной ситуации, возникшей в нем, на другие компоненты СУДН, изменяя режимы их функционирования и вызывая цепную реакцию причин нештатных ситуаций, возможность диагностирования которых в реальном масштабе времени принципиально ограничена, а следовательно, существенно уменьшаются возможности их парирования.

При проектировании исполнительных органов СУДН формируются такие конструктивно законченные блоки, в которых применяются избыточные исполнительные органы, а также аппаратно-программные средства диагностирования и парирования возможных причин нештатных ситуаций. Такой блок, обладающий новыми свойствами, называется *функционально работоспособным блоком приводов* (ФРБП). Причины нештатных ситуаций, возникающих в таком блоке, диагностируются и парируются в реальном масштабе времени, что не сказывается на формировании необходимых управляющих моментов на спутник и на качество функционирования всей СУДН.

Третьим функционально законченным компонентом функционально работоспособной СУДН является *блок вычислителей* (ФРБВ), который формируется для подавления влияния причин нештатных ситуаций, возникающих при работе спутника и при реализации межблочных связей.

*Второй уровень иерархии самоорганизации — системный.* На этом уровне выполняется диагностирование функционального состояния всей СУДН, в результате чего при появлении причины нештатной ситуации находится место ее возникновения, устанавливается ее класс и конкретный вид, т. е. полностью определяется причина, вызвавшая ухудшение параметров функционирования спутниковой системы. После этого включается процедура парирования нештатной ситуации посредством имеющихся на борту избыточных ресурсов в целях восстановления функциональной работоспособности СУДН.

*Третий уровень самоорганизации — мегасистемный.* На этом уровне осуществляется диагностирование всей космической миссии, т. е. проекта в целом при появлении причины не-

штатной ситуации, которую не удалось диагностировать и парировать на нижних уровнях (блоковом и системном). При этом локализуется та часть миссии, где возникла причина нештатной ситуации, по доступной информации она классифицируется и определяется ее вид. На основании этого диагноза и имеющихся ресурсных возможностей на борту спутника и в ближайшей космической окрестности, а также в центре управления полетом и с учетом многих факторов политического, военного, экономического, стратегического характера принимается решение по парированию этой мегасистемной причины нештатной ситуации.

Проведенные исследования позволяют сформировать новый адаптивный трехуровневый подход к обеспечению функциональной работоспособности СУДН (рис. 2), заключающийся в применении основных принципов и результатов современной теории автоматического управления, а также методов сигнально-параметрического диагностирования систем и ситуационного парирования причин нештатных ситуаций [6, 17–19].

Модели, необходимые для реализации предлагаемой концепции, должны быть более полными, позволяющими моделировать объект как в номинальном, так и в аварийном режимах, а подходы к парированию причин нештатных ситуаций должны базироваться на методах анализа и управления имеющейся избыточностью, а также на возможности формировать критерии определения необходимого уровня избыточности. При использовании методов управления избыточностью синтез алгоритмов осуществим с использованием синтезируемых диагностических моделей, связывающих прямые и косвенные признаки причин нештатных ситуаций.

**Диагностическое обеспечение функционально работоспособных СУДН.** В рамках предлагаемой концепции системотехнического обеспечения функциональной работоспособности СУДН особенность глу-

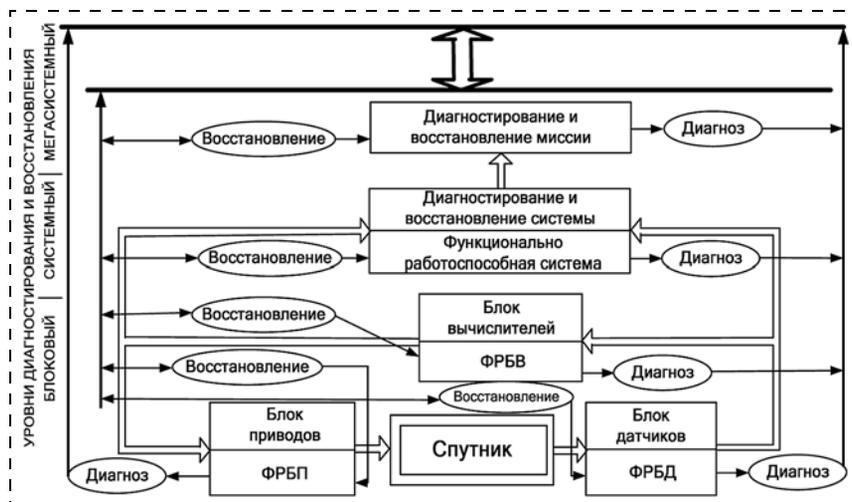


Рис. 2. Функциональная схема иерархического обеспечения функциональной устойчивости СУДН

бокого диагностирования заключается в том, что процесс поиска причины нештатной ситуации декомпозируется на четыре этапа. Первый этап — *системный*. Здесь решается задача определения наличия нештатной ситуации. Второй этап — *компонентный*. На этом этапе решается задача поиска компонента, в котором возникла причина нештатной ситуации — места. Этап третий — *внутрикомпонентный*, на котором устанавливается, к какому классу принадлежит причина нештатной ситуации. Заключительный этап — *причинный*. На этом этапе определяется устранимая в последующем причина нарушения функциональных свойств конкретного элемента.

Реализация этого принципа приводит к многошаговой процедуре поиска парируемых причин нештатных ситуаций. В основе любой многошаговой процедуры поиска находится структурная модель дихотомического типа, называемая также древовидной схемой или дихотомическим деревом (рис. 3).

Структура модели поиска в форме дихотомического дерева представляет собой по сути одну из разновидностей направленного графа. В вершинах такого графа используется условие перехода типа "если — то". Для реализации этого условия в наибольшей степени подходят конструкции в форме двузначных предикатов, позволяющих преобразовывать дискретные функции в значения "ноль" или "единица":

$$s_i = \begin{cases} 1 & \text{при } \sum_k |\Delta y_i(k)| \geq \delta_{i0}; \\ 0 & \text{при } \sum_k |\Delta y_i(k)| < \delta_{i0}, \quad i = \overline{1, m}, \end{cases}$$

где  $k = \overline{0, T}$  — дискретные значения моментов времени, соответствующих интервалу наблюдения;  $\Delta y_i(k)$  — отклонение  $i$ -го признака от номинального значения,  $i = \overline{1, m}$ ;  $\delta_{i0}$  — пороговое значение допустимого изменения  $i$ -го признака,  $i = \overline{1, m}$ .

Чтобы сформировать предикаты, необходимо располагать математическими конструкциями, связывающими прямые, недоступные измерению, характеристики причины нештатной ситуации с косвенными, доступными измерению. Эти математические конструкции представляют собой особый класс математических моделей — *функциональные диагностические модели* (ФДМ). ФДМ отражают связь между причиной нештатной ситуации и ее следствием. Как правило, причина нештатной ситуации недоступна непосредственно измерению или же ее измерение приводит к усложнению и удорожанию изделия, а также к снижению эффективности его функциони-

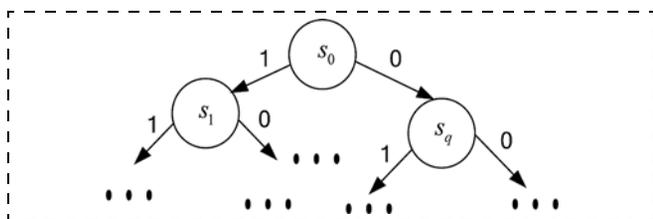


Рис. 3. Иерархическая структура диагностического обеспечения

рования. В этих условиях более рациональным представляется использование штатных измерителей, а именно датчиков, с помощью которых в результате последующей обработки сигналов получается информация о нештатной ситуации в виде признаков, соответствующих решаемой задаче. *Признаки причины нештатной ситуации* — это сигнальные или параметрические характеристики, измеренные в различных шкалах и отражающие отклонения от номинальных свойств объекта диагностирования.

Среди множества подходов к диагностированию технических систем в контексте рассматриваемой концепции наиболее приемлем сигнально-параметрический подход, обеспечивающий глубину диагностирования, адаптированную к имеющимся ресурсам восстановления [20].

В *сигнально-параметрическом подходе* используются характеристики нештатной ситуации как в сигнальной форме, так и в параметрической. Это позволяет конструктивно строить эффективные процедуры глубокого диагностирования с точностью до парируемой причины нештатной ситуации. Основой этого подхода являются создаваемые в зависимости от контекста решаемой задачи специальные ФДМ, которые связывают отклонения от эталонного поведения сигнальных характеристик объекта с отклонениями от номинальных значений соответствующих целевых диагностических признаков. *Диагностический признак* — отклонение текущего значения параметра системы, характеризующего его техническое состояние, от его номинального значения.

При разработке алгоритмических средств глубокого диагностирования применяются диагностические логические модели (ДЛМ), отражающие бинарную качественную связь между прямыми и косвенными диагностическими признаками объекта диагностирования. ДЛМ строятся на основании ФДМ с использованием предикатных уравнений.

Применяемый подход к разработке диагностического обеспечения СУДН в значительной степени формализован, так как базируется на аналитических диагностических моделях. Это позволяет создавать программные средства автоматизации процесса формирования диагностического обеспечения. Такие программные средства:

- во-первых, дополняют существующие комплексы автоматизированного проектирования, что способствует сокращению ресурсов на выполнение проектов;
- во-вторых, дают возможность регламентировать процесс формирования диагностического обеспечения, позволяющего достичь новый уровень в глубине и качестве диагноза;
- в третьих, представляют собой основу для разработки средств автоматизации реабилитационного обеспечения СУДН с учетом нештатных ситуаций.

**Ситуационное парирование причин нештатных ситуаций в функционально работоспособных СУДН.** Ситуационное парирование причин нештатных ситуаций заключается в гибком управлении про-

граммно-аппаратными избыточными средствами в зависимости от возникшей причины нештатной ситуации. Этот подход основывается на:

- полном диагностировании функционального состояния объекта, отражающем время появления причины нештатной ситуации, ее место, класс и вид;
- наличии избыточных ресурсов, покрывающих множество устранимых причин нештатных ситуаций;
- концепции выбора избыточного ресурса, учитывающей предыдущие нештатные ситуации исходя из текущей ситуации и задач миссии;
- методах эффективного парирования нештатной ситуации объекта диагностирования;
- средствах определения технического состояния восстановленного объекта диагностирования.

Реализация ситуационного подхода к парированию причины нештатной ситуации СУДН достигается путем формирования процедур выбора средств восстановления функциональной работоспособности системы на основании полученного диагноза.

На первом этапе разработки процедур выбора средства парирования анализируются рассматриваемые причины нештатных ситуаций с точки зрения возможности их парирования за счет имеющихся в наличии средств.

Предварительный анализ связей между причинами нештатных ситуаций и средствами их парирования типовых СУДН малогабаритных космических аппаратов подтверждает гипотезу о том, что одно и то же средство может быть использовано для парирования нескольких причин нештатных ситуаций, а влияние одной и той же аномалии может быть парировано за счет использования различных средств [4, 5, 15, 16]. Например, нештатная ситуация, приводящая к изменению преобразовательных свойств функционального элемента в одном из исполнительных механизмов, может быть парирована как сигнальной подстройкой управляющего сигнала, так и реконфигурацией аппаратуры. При этом обеспечивается компенсация ошибки формирования управляющего и кинетического моментов дефектного исполнительного механизма за счет структурной избыточности [5, 6].

Наличие перекрестных связей между средствами парирования и нештатными ситуациями обуславливает необходимость применения ситуационного подхода, позволяющего на основании информации о возникших нештатных ситуациях и текущем состоянии СУДН наиболее эффективно выбирать средства парирования.

Концептуально ситуационный подход парирования причины нештатной ситуации СУДН основан на том, что при выборе средств парирования учитывается множественность связей между причинами и имеющимися избыточностями (средствами парирования). С этой целью каждому  $j$ -му средству парирования ставится в соответствие характеристика  $P_j$ , численное значение которой равняется

Связи нештатных ситуаций и средств парирования СУДН

Причины	Средства парирования					
	$W_1$	$W_2$	$W_3$	$W_4$	...	$W_S$
$d_1$	1	1	0	0	...	1
$d_2$	1	1	1	0	...	0
...	...	...	...	...	...	...
$d_N$	1	0	0	0	...	1

числу нештатных ситуаций, парируемых за счет  $j$ -го средства.

Для расчета  $P_j$  на этапе выбора средства парирования связи между множествами причин нештатных ситуаций и средствами парирования задаются в виде приводимой таблицы.

Эта таблица формируется таким образом, что в ней число строк равно числу причин нештатных ситуаций  $N$ , а число столбцов — числу средств парирования  $S$ . Значение ячейки таблицы на пересечении  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца определяется в результате решения предикатного уравнения (1) и равняется "1" в случае, если  $i$ -я причина нештатной ситуации может быть компенсирована  $j$ -м средством восстановления, и "0" — если не может.

Для парирования обнаруженной причины нештатной ситуации  $d_m$  в СУДН выбирается такое средство  $W_S$ , которое содержит "1" в строке с номером  $m$ , и наименьшую сумму  $P_j$  элементов в соответствующем столбце.

В случае, если было определено сразу несколько средств парирования с идентичными значениями  $P_j$ , среди них выбирается то средство, которое обладает наивысшим приоритетом, установленным на этапе синтеза процедур парирования.

Для окончательного построения процедур выбора средства парирования причин нештатной ситуации целесообразно введение дополнительных признаков.

Некоторые причины нештатных ситуаций могут быть парированы реконфигурацией аппаратуры еще до полного окончания процедур диагностирования, следовательно, процесс выбора средства парирования начинается сразу после завершения процедуры поиска места возникновения.

В случае, если для компенсации причины нештатной ситуации может быть использована реконфигурация аппаратуры, то с момента, когда определено место ее возникновения, и до момента определения ее вида осуществляется парирование за счет имеющейся в наличии структурной избыточности. Второй этап выбора средства парирования причины нештатной ситуации начинается с момента завершения процедур диагностирования и получения полного диагноза.

На основании информации о нештатной ситуации, с учетом дополнительных признаков, осуществляется окончательный выбор средства парирования причины нештатной ситуации. В случае, если

ресурса выбранного средства парирования недостаточно, данный ресурс исключается из таблицы, и выбор средства восстановления осуществляется заново. Этот процесс длится до тех пор, пока средство парирования, позволяющее компенсировать влияние обнаруженной причины нештатной ситуации, не будет определено либо не будет выполнен переход на другой уровень обеспечения функциональной работоспособности.

Использование описанного выше метода выбора средства парирования в зависимости от результатов диагностирования повышает оперативность реагирования на появление в СУДН причин нештатных ситуаций, а также позволяет эффективно использовать имеющиеся в наличии избыточные ресурсы.

**Пример реализации многоуровневого системотехнического обеспечения функциональной работоспособности СУДН.** В целях исследования работоспособности синтезированных средств обеспечения функциональной работоспособности разработан специализированный аппаратно-программный комплекс (АПК), позволяющий исследовать процессы управления СУДН с избыточным числом двигателей-маховиков и датчиков угловой скорости в ФРБП и ФРБД в номинальном и нештатных режимах ее работы. Внешний вид АПК представлен на рис. 4.

Функциональный состав АПК позволяет подвергать СУДН влиянию широкого спектра разнообразных причин нештатных ситуаций, а также исследовать поведение СУДН в номинальных и аварийных режимах. Таким образом, создаются условия для отладки, доводки и коррекции разработанных моделей и методов обеспечения функциональной работоспособности СУДН.

Созданный АПК позволяет обрабатывать все основные режимы работы СУДН как в номинальном (штатном) режиме работы, так и в аварийных (нештатных) режимах. Проведенные на стенде макетного образца СУДН исследования в нештатных режимах работы показали работоспособность раз-

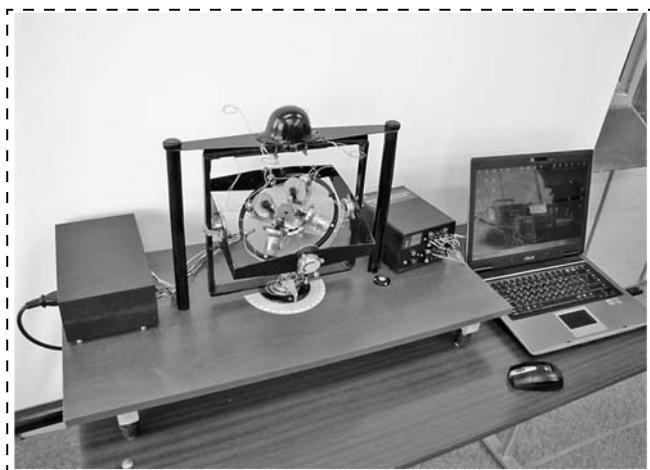


Рис. 4. Внешний вид АПК для исследования моделей и методов обеспечения функциональной работоспособности СУДН

работанных моделей и методов глубокого диагностирования и ситуационного парирования причин нештатных ситуаций.

**Заключение.** В результате проведенных исследований проведена унификация предложенных моделей и методов диагностирования, а также сформирована схема разработки алгоритмического обеспечения диагностирования функционального состояния СУДН. Предложенный подход упорядочивает процесс разработки и обеспечивает уменьшение затрат и улучшение качества, т. е. повышение эффективности разработки диагностического обеспечения.

Использование разработанных модифицированных ФДМ для восстановления функционального состояния динамического объекта позволяет провести унификацию предложенных моделей и адаптацию известных методов, а также сформировать схему разработки алгоритмического обеспечения ситуационного восстановления функционального состояния СУДН. В предложенной схеме систематизированы полученные в результате проведенных исследований знания, инструментальные средства и конкретный опыт по разработке алгоритмов. Использование такой схемы в реальных проектах позволило повысить качество функционирования модулей восстановления и сокращение сроков и средств их разработки.

#### Список литературы

1. Петухов Р. А., Евстифеев В. В., Палкин М. В. Комбинированная система управления угловым движением малого космического аппарата // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 4. С. 62–67.
2. Алешкин В. В., Плотноиков П. К., Челноков Ю. Н. Определение конфигурации блока датчиков при асимптотическом оценивании параметров движения // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 2. С. 60–65.
3. Заведеев А. И., Архипов Р. А. Особенности применения малоизбыточных кратных гиросиловых систем управления ориентацией космических аппаратов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 2. С. 73–78.
4. Фирсов С. Н. Формирование устойчивой к отказам структуры измерителей параметров движения систем ориентации и стабилизации // Гироскопия и навигация. 2013. № 4 (83). С. 72–83.
5. Фирсов С. Н. Формирование устойчивых к отказам блоков двигателей маховиков спутниковых систем стабилизации и ориентации // Теория и системы управления. 2014. № 4 (83). С. 83–104.
6. Фирсов С. Н. Методология обеспечения функциональной устойчивости спутниковых систем. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. 208 с.
7. Айзенберг Я. Е. Ракеты, жизнь, судьба. Х.: Инвестор, 2010. 176 с.
8. Котович В. И. Научно-производственное предприятие Хартрон-Аркос. Хроника дат и событий. 1959–2005. Х.: НПП Хартрон-Аркос, 2006. 212 с.
9. Айзенберг Я. Е. Динамическая обработка программного обеспечения бортовых вычислительных машин систем управления объектов ракетно-космической техники // Космічні науки і технології. 1997. Т. 3. С. 4–18.
10. Айзенберг Я. Е. Концепция построения системы управления АКА серии "Спектр" // Космічні науки і технології. 1995. Т. 1. С. 1–14.
11. Айзенберг Я. Е. Высокоточные системы стабилизации ракеты-носителя асимметричной конфигурации с учетом возможности отказа одного двигателя // Космічні науки і технології. 1998. Т. 4. № 1. С. 5–9.
12. Басыров А. Г., Лебедев Д. М., Мاستин А. Б. Планирование параллельной обработки информации в высокопроизводи-

тельных вычислительных системах бортовых комплексов управления космическими аппаратами // Мехатроника, автоматизация, управление. Приложение. 2011. № 1. С. 74–77.

13. Бровкин А. Г., Бурдыгов Б. Г., Гордийко С. В. Бортовые системы управления космическими аппаратами. М.: МАИ-ПРИНТ, 2010. 304 с.

14. Ахметов Р. В., Макаров В. П., Соллогуб А. В. Концепция автономного управления живучестью автоматических космических аппаратов дистанционного зондирования земли в аномальных ситуациях // Механика и машиностроение. 2009. Т. 11. № 3. С. 165–176.

15. Проектирование и экспериментальная отработка систем управления объектов ракетно-космической техники. Т. 2. Проектирование систем управления космических аппаратов и модулей орбитальных станций: учебник в 3 т. / Под общей ред. Ю. С. Алексеева, Ю. М. Златкина, В. С. Кривонова, А. С. Кулика, В. И. Чумаченко. Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского "Харьк. авиац. ин-т", НПП Хартрон-Аркус, 2012. 680 с.

16. Безопасность критических инфраструктур: математические и инженерные методы анализа и обеспечения / Под ред. В. С. Харченко. Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского "Харьк. авиац. ин-т", 2011. 641 с.

17. Фирсов С. Н. Обеспечение функциональной устойчивости системы стабилизации и ориентации малогабаритного автономного летающего изделия // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 5. С. 54–60.

18. Фирсов С. Н., Резникова О. В. Аппаратно-программный комплекс экспериментальной отработки процессов управления, диагностирования и парирования отказов малых космических аппаратов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2014. № 6. С. 60–69.

19. Фирсов С. Н. Обеспечение функциональной устойчивости стабилизации и ориентации космического аппарата // ScienceRise. 2014. № 1 (1). Р. 32–41.

20. Кулик А. С. Сигнально-параметрическое диагностирование систем управления. Х.: Бизнес Информ, 2000. 260 с.

## Multilevel Systems Engineering for the Functional Stability of the Small-Sized Spacecraft Movement and Navigation Control Systems

S. N. Firsov, sn.firsof@gmail.com,

National Aerospace University named after Zhukovsky, KhAI, Kharkov, 61000, Ukraine

Received on November 25, 2014

*Here we present one of the possible solutions to the scientific and applied problem of ensuring the functional stability of the small-sized spacecraft stabilization and orientation systems. Our research resulted in unification of the proposed models and methods of diagnostics, as well as presentation of a scheme for development of the algorithmic support for diagnostics of the functional condition of the movement and navigation control system (MNCS). The proposed approach organizes the development process and ensures a reduction of labor costs and quality improvement, i.e. an increase of the efficiency of the diagnostic software engineering. Application of the modified FDM developed to restore the functional state of a dynamic object provided opportunities to unify the proposed models and to adapt the known methods, as well as to form a scheme for development an algorithmic support for the situational restore of the functional condition of the MNCS. The proposed scheme systematizes knowledge, tools and specific experience in the development of algorithms obtained from the studies. The use of such a scheme in real projects can improve the quality of functioning of the recovery modules and save time and resources for their development.*

**Keywords:** small-sized spacecraft, functional stability, emergency situation, satellite system, control and navigation system

For citation:

Firsov S. N. Multilevel Systems Engineering for the Functional Stability of the Small-Sized Spacecraft Movement and Navigation Control Systems, *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 5, pp. 345–352.

DOI: 10.17587/mau.16.345-352

### References

1. Petuhov P. A., [Evsitfeev V. V.], Palkin M. V. *Kombinirovannaja sistema upravlenija ugloym dvizheniem malogo kosmicheskogo aparata* (The combined control system angular motion of small spacecraft), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2014, no. 4, pp. 62–67 (in Russian).

2. Aleshkin V. V., Plotnikov P. K., Chelnokov Ju. N. *Opreделение konfiguraciony bloka datchikov pri asimptoticheskom ocenivanii parametrov dvizhenija* (Determination of the configuration of the sensor unit in the asymptotic estimation of motion parameters), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2013, no. 2, pp. 60–65 (in Russian).

3. Zavedeev A. I., Arhipov P. A. *Osobennosti primenenija malo izbytoch-nyh kratnyh grosilovyhs sistem upravlenija orientaciej kosmicheskikh apparatov* (Features of the application a little redundant multiple power gyroscope systems attitude control of spacecraft), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2013, no. 2, pp. 73–78 (in Russian).

4. Firsov S. N. *Formirovanie ustojchivoj k otkazam struktury izmeritelej parametrov dvizhenija sistem orientacii i stabilizacii* (Formation of fault tolerance structure gauges motion parameters of the orientation and stabilization), *Giroskopija i Navigacija*, 2013, no. 4 (83), pp. 72–83 (in Russian).

5. Firsov S. N. *Formirovanie ustojchivyh k otkazam blokov dvigatelej mahovikov sputnikovyh sistemstabilizacii i orientacii* (Formation of fault tolerance engine blocks flywheels satellite systems stabilization and orientation), *Teorija i Sistemy Upravlenija*, 2014, no. 4 (83), pp. 83–104 (in Russian).

6. Firsov S. N. *Metodologija obespechenija funkcional'noj ustojchivosti sputnikovyh sistem* (Methodology to ensure functional stability of satellite systems), LAT LAMBERT Academic Publishing, 2014, 208 p. (in Russian).

7. Ajzenberg Ja. E. *Rakety, zhizn', sud'ba* (Rockets, life, fate), Khar'kov, Investor, 2010, 176 p. (in Russian).

8. Kotovich V. I. *Nauchno-proizvodstvennoe predpriatie Hartron-Arkos. Hronikadat i sobytij. 1959–2005* (Research and Production Enterprise Hartron Arcos. Chronicle of dates and events. 1959–2005), Khar'kov, NPP Hartron-Arkos, 2006, 212 p. (in Russian).

9. Ajzenberg Ja. E. *Dinamicheskaja obrabotka programmnoho obespechenija bortovyh vychislitel'nyh mashin sistem upravlenija ob'ektov raketno-kosmicheskoi tehniki* (Dynamic processing software onboard computers systems management facilities rocket and space technology), *Kosmichni Naukii Tehnologii*, 1997, vol. 3, pp. 4–18 (in Ukrainian).

10. Ajzenberg Ja. E. *Koncepcija postroenija sistemy upravlenija AKA serii "Spektr"* (The concept of building management systems RSC series "Spectrum"), *Kosmichni Naukii Tehnologii*, 1995, vol. 1, pp. 1–14 (in Ukrainian).

11. Ajzenberg Ja. E. *Vysokotochnye sistemy stabilizacii rakety-nositeja assimetrichnoj konfiguracii s uchetom vozmozhnosti otkaza odnogo dvigatelja* (Precision stabilization system booster asymmetric configuration with the possibility of failure of one engine), *Kosmichni Nauki i Tehnologii*, 1998, vol. 4, no. 1, pp. 5–9 (in Ukrainian).

12. **Basyrov A. G., Lebedev D. M., Mastin A. B.** *Planirovanie parallel'noj obrabotki informacii v vysokoproizvoditel'nyh vychislitel'nyh sis-temah bortovyh komp'nykh upravlenija kosmicheskimi apparatami* (Planning for parallel processing of information in high-performance computing systems onboard spacecraft control systems), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2011, no. 1, pp. 74–77 (in Russian).

13. **Brovkin A. G., Burdygov B. G., Gordijko S. V.** *Bortovye sistemy upravlenija kosmicheskimi apparatami* (The onboard systems of spacecraft control), Moscow, MAI-PRINT, 2010, 304 p. (in Russian).

14. **Ahmetov R. V., Makarov V. P., Sollogub A. V.** *Koncepcija avtonomnogo upravlenija zhivuchest'ju avtomaticheskikh kosmicheskikh apparatov distancionnogo zondirovanija zemli v anomal'nyh situacijah* (The concept of autonomous control of unmanned spacecraft survivability of remote sensing in abnormal situations), *Mehanika i Mashinostroenie*, 2009, vol. 11, no. 3, pp. 165–176 (in Russian).

15. **Alekseeva Ju. S., Zlatkina Ju. M., Krivcova V. S., Kulika A. S., Chumachenko V. I.** *Proektirovanie i jeksperimental'naja otrabotka sistem upravlenija ob'ektov raketno-kosmicheskoi tehniki* (Design and experimental development of control systems Ob-projects rocket and space technology. T. 2. Design of Control Systems Outer vehicles and orbital station modules: a textbook in 3 volumes.), Khar'kov, National Aerospace University "Kharkov Aviation Institute", NPP Hartron-Aeros, 2012, 680 p. (in Russian).

16. **Harchenko V. S.** *Bezopasnost' kriticheskikh infrastruktur: matematicheskie i inzhenernye metody analiza i obespechenija* (Security of critical infrastructures: mathematical and engi-stock-analysis methods

and software), Khar'kov, National Aerospace University "Kharkov Aviation Institute", 2011, 641 p. (in Russian).

17. **Firsov S. N.** *Obespechenie funkcional'noj ustojchivosti sistemy stabilizacii i orientacii malogabaritnogo avtonomnogo letajushhego izdelija* (Ensuring the functional stability of the system stabilization and targeting small-sized autonomous letayushego products), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2014, no. 5, pp. 54–60 (in Russian).

18. **Firsov S. N., Reznikova O. V.** *Apparatno-programmnyj kompleks jeksperimental'noj otrabotki processov upravlenija, diagnostirovanija i parirovanija otkazov malyh kosmicheskikh apparatov* (Hardware-software complex experimental development management processes, diagnosis and parry bounce small spacecraft), *Pribory i Sistemy. Upravlenie, Kontrol', Diagnostika*, 2014, no. 6, pp. 60–69 (in Russian).

19. **Firsov S. N.** *Obespechenie funkcional'noj ustojchivosti stabilizacii i orientacii kosmicheskogo apparata* (Ensuring functional stability and stabilization of the orientation of the spacecraft), *Science Rise*, 2014, no. 1 (1), pp. 32–41.

20. **Kulik A. S.** *Signal'no-parametricheskoe diagnostirovanie sistem upravlenija* (The signal-parametric diagnostics of control systems), Khar'kov, Biznes Inform, 2000, 260 p. (in Russian).

*Corresponding author:*

**Firsov Sergey N.**, Ph. D, Associate Professor, National Aerospace University named after Zhukovsky, KhAI, Kharkov, 61000, Ukraine, e-mail: sn.firsov@gmail.com

УДК 531.383

**М. А. Барулина**, канд. техн. наук, науч. сотр., marina@barulina.ru,  
Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов

## Построение матрицы масс трехмерного конечного элемента для моделирования динамики микромеханических датчиков инерциальной информации и их узлов

*Построена матрица масс трехмерного конечного элемента, полностью учитывающая теорию Тимошенко — жесткость сечения балки на изгиб и сдвиг сечения при деформации. Полученная матрица масс обобщает построенные ранее матрицы масс для подобных элементов. Показана возможность использования конечного элемента с предлагаемой матрицей масс для численного моделирования динамических процессов и нагрузок в микромеханических датчиках инерциальной информации и их узлах.*

**Ключевые слова:** микромеханический гироскоп, микромеханический акселерометр, конечно-элементное моделирование, теория Тимошенко, вибрации, динамическое воздействие, матрица масс

### Введение

Одним из главных недостатков, препятствующих более широкому использованию микромеханических датчиков, к которым относятся и микромеханические гироскопы (ММГ) и акселерометры (ММА), остается их относительно невысокая точность [1–5]. Так, современные ММГ демонстрируют стабильность систематического дрейфа на уровне единиц и десятков градусов в час (гироскоп ММГ-ЭПТРОН фирмы ГНЦ РФ ЦНИИ Электроприбор, Россия; QRS11 фирмы Systron Donner, США) [2, 3]. При этом требование к точности современных систем навигации и управления неуклонно растут. Требования по дрейфу ("уходу") для современных прецизионных датчиков инерциальной информации находятся на уровне сотых, тысячных и менее угловых градусов в час [1, 4, 5]. Такие требования к точности приборов обуславливают

необходимость глубокого, с достаточной степенью обобщения, исследования особенностей взаимного влияния различных по своей природе физических процессов, учета влияния внешней среды функционирования этих датчиков и, в частности, таких важнейших факторов, оказывающих влияние на точность и эффективность приборов инерциальной информации, как вибрационные воздействия.

При эксплуатации в реальных условиях микромеханические датчики инерциальной информации могут испытывать вибрации с амплитудами до 10g и с частотами до 2 кГц. Так как микромеханические гироскопы имеют подвижную вибрирующую часть [4, 5], то при проектировании и исследовании микромеханических датчиков инерциальной информации представляется важным более точное моделирование колебательных процессов, происходящих в приборе. Также важно при моделировании результата, более близкого к реальным процессам,

происходящим в датчике, рассматривать датчик как колебательную систему, состоящую из деформируемых тел — упругих подвесов, чувствительного элемента и т. д.

Одним из методов, которыми можно осуществлять такое моделирование, является метод конечных элементов (МКЭ) [6].

МКЭ получил широкое распространение с развитием вычислительной техники, и к настоящему времени его основные теоретические аспекты метода хорошо разработаны [6—8]. К достоинствам метода МКЭ можно отнести его универсальность и возможность применимости к решению самых разных классов задач. Одними из базовых типов для построения и исследования конечно-элементных моделей в задачах механики твердого тела, на основе которых проектируются современные ММГ и ММА, являются балочный и/или стержневой элементы [6, 7]. Поэтому в настоящей работе особое внимание уделено именно этому типу элементов.

Для исследования колебаний консервативной механической системы без учета демпфирования с помощью конечно-элементной модели записывается следующее матричное дифференциальное уравнение:

$$M\ddot{u} + Ku = P(t), \quad (1)$$

где  $M$  — матрица масс модели;  $K$  — матрица жесткости;  $P$  — вектор нагрузки;  $u, \ddot{u}$  — соответственно вектор перемещений и ускорений узлов модели.

Учет влияния на датчик тепловых, электростатических и других типов воздействий не является предметом рассмотрения данной статьи и требует дальнейшего исследования.

Матрицы масс и жесткости модели составляются по определенным правилам [6—8] из соответствующих матриц конечных элементов, составляющих конечно-элементную модель.

Решением уравнения (1) являются значения узловых перемещений. Зная узловые перемещения в данный момент времени, можно найти поле перемещений модели и определить напряженно-деформированное состояние в данный момент времени.

Физику процессов, для исследования которых предназначается конечный элемент, описывают так называемые аппроксимирующие функции, которые определяются в соответствии с той или иной теорией, принятой в качестве основной в зависимости от класса и вида решаемых задач. Выбор аппроксимирующих функций, обеспечивающих достаточную точность при относительной простоте вычислений, представляет собой одну из основных проблем МКЭ [7].

Для численного исследования колебательных процессов и напряженно деформированного состояния в механике твердого тела в настоящее время широко используются конечные элементы с аппроксимирующими функциями, полученными на основе классической теории изгиба Эйлера—Бернулли и сдвиговой теории Тимошенко.

Наиболее широко распространенная для моделирования классическая теория изгиба Эйлера—Бернулли имеет ряд недостатков, приводящих к недостоверным результатам при решении некоторых задач [9]. В рамках классической теории изгиба Эйлера—Бернулли делаются следующие предположения [10, 11]:

1) поперечные сечения стержня, плоские и перпендикулярные оси стержня до деформации, во время изгиба остаются плоскими и перпендикулярными деформированной оси стержня;

2) продольные сечения при изгибе не оказывают влияния друг на друга;

3) инерция поперечного сечения стержня при изгибе считается пренебрежимо малой.

В отличие от классической теории изгиба, теория Тимошенко описывает изгиб конечной балки более точно, ближе к реальному изгибу. Так, теория Тимошенко, во-первых, учитывает инерцию вращения поперечного сечения балки и, во-вторых, предполагает, что плоское поперечное сечение, нормальное к продольной оси, после деформации остается плоским, но не обязательно нормальным к деформированной продольной оси [9].

Эффекты, которые учитывает теория Тимошенко, очень важны при решении целого ряда современных задач, например, при рассмотрении изгибных деформаций коротких балок и стержней, решении динамических задач распространения фронтов возмущения, исследовании колебаний высокой частоты и т. д. Следует отметить и тот факт, что в динамических задачах возможно искажение поперечных сечений, связанное с модами колебаний [9].

Надо отметить, что вопросы применения теории Тимошенко в различных областях науки и техники привлекают внимание как зарубежных, так и российских ученых [12—17].

В настоящее время существует потребность в совершенствовании математического аппарата для конечных элементов, учитывающих теорию Тимошенко. Так, если аппроксимирующие функции и матрицы жесткости для трехмерных и двухмерных стержневых конечных элементов были ранее получены в работе [18], то матрица масс, полностью соответствующая теории Тимошенко, до настоящего времени была не разработана.

*Целью данной работы* является построение с учетом жесткости сечения балки на изгиб и сдвига сечения при деформации матрицы масс трехмерного конечного элемента на основе выражения для его кинетической энергии.

### Аппроксимирующие функции

Рассмотрим конечный элемент длины  $L$  (рис. 1). В данной работе будем рассматривать только элемент с постоянным прямоугольным поперечным сечением, хотя большинство выкладок может быть распространено на балки с произвольным поперечным сечением.

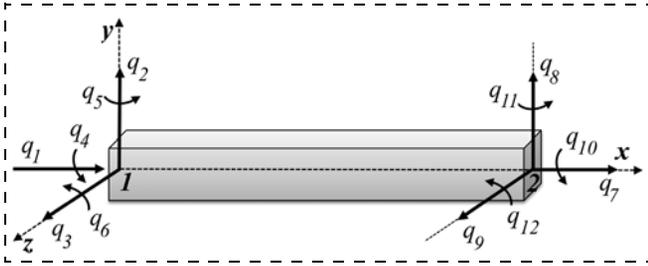


Рис. 1. Трехмерный элемент и узловые перемещения

Определим два узла — в центре левого и правого торцов соответственно (см. рис. 1). Введем локальную систему координат  $(xyz)$ , начало которой поместим в первом узле. Таким образом, координаты первого узла будут  $(0, 0, 0)$ , координаты второго узла —  $(L, 0, 0)$ .

Каждый узел рассматриваемого конечного элемента имеет шесть степеней свободы. Тогда вектор узловых перемещений  $q$  конечного элемента можно записать в виде:

$$q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6 \ q_7 \ q_8 \ q_9 \ q_{10} \ q_{11} \ q_{12}]^T; \quad (2)$$

где  $q_1, q_7$  — продольное перемещение 1-го и 2-го узлов вдоль оси  $x$ ;  $q_2, q_8$  и  $q_3, q_9$  — поперечное перемещение узлов в направлении оси  $y$  и  $z$  соответственно;  $q_4, q_{10}$  — углы кручения вокруг оси  $x$ ;  $q_5, q_{11}$  и  $q_6, q_{12}$  — углы изгиба в плоскости  $(xz)$  и  $(xy)$  соответственно.

Согласно принципам конечно-элементного моделирования, вектор перемещений в произвольной точке конечного элемента можно выразить через значения перемещений и углов поворота в узловых точках:

$$U = Nq, \quad (3)$$

где  $U = [U_x \ U_y \ U_z]^T$  — вектор проекций перемещения произвольной точки балки на оси  $x, y, z$ ;  $N$  — матрица аппроксимирующих функций, которые описывают поступательную и изгибную деформации балки. Отметим, что аппроксимирующие функции всегда (и для статики, и для динамики) являются функциями координат, в то время как узловые перемещения в случае динамики зависят от времени.

Компоненты вектора перемещений точки балки можно выразить через перемещения центра поперечного сечения, к которому она принадлежит, и через углы поворота сечения следующим образом [13]:

$$\begin{aligned} U_x &= u_x(x, t) - \theta(x, t)y + \psi(x, t)z; \\ U_y &= u_y(x, t) - \varphi(x, t)z; \\ U_z &= u_z(x, t) + \varphi(x, t)y, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $x, y, z$  — координаты точки;  $u_x(x, t)$  — продольное перемещение центра сечения;  $u_y(x, t), u_z(x, t)$  — поперечные перемещения центра сечения в направлении осей  $y$  и  $z$  соответственно;  $\varphi(x, t)$  — угол кручения вокруг оси  $x$ ;  $\psi(x, t), \theta(x, t)$  — углы изгиба в плоскости  $(xz)$  и  $(xy)$  соответственно. Далее для краткости обозначение  $u_x, u_y, u_z, \varphi, \psi, \theta$  как функций координаты  $x$  и времени  $t$  будет опущено.

Функции  $u_x, u_y, u_z, \varphi, \psi, \theta$  можно выразить через компоненты вектора узловых перемещений  $q$  следующим образом [18, 19]:

$$\begin{aligned} u_x &= (1 - \xi)q_1 + \xi q_7; \quad \varphi = (1 - \xi)q_4 + \xi q_{10}; \\ u_y &= -(\xi - 1)(\mu_z \xi - 2\mu_z \xi^2 + 1)q_2 + \\ &+ \frac{1}{2}[-\xi(\xi - 1)L(\mu_z - 2\mu_z \xi + 1)]q_6 - \xi(2\mu_z \xi^2 - 3\mu_z \xi + \\ &+ \mu_z - 1)q_8 + \frac{1}{2}[\xi(\xi - 1)L(2\mu_z \xi - \mu_z + 1)]q_{12}; \\ \theta &= 6\frac{1}{L}\xi(\xi - 1)\mu_z q_2 + (\xi - 1)(3\xi\mu_z - 1)q_6 - \\ &- 6\frac{1}{L}\xi(\xi - 1)\mu_z q_8 + \xi(3\mu_z \xi - 3\mu_z + 1)q_{12}; \\ u_z &= -(\xi - 1)(\mu_y \xi - 2\mu_y \xi^2 + 1)q_3 + \\ &+ \frac{1}{2}\xi(\xi - 1)L(\mu_y - 2\mu_y \xi + 1)q_5 - \xi(2\mu_y \xi^2 - 3\mu_y \xi + \\ &+ \mu_y - 1)q_9 - \frac{1}{2}[\xi(\xi - 1)L(2\mu_y \xi - \mu_y + 1)]q_{11}; \\ \psi &= -6\frac{1}{L}\xi(\xi - 1)\mu_y q_3 + (\xi - 1)(3\xi\mu_y - 1)q_5 + \\ &+ 6\frac{1}{L}\xi(\xi - 1)\mu_y q_9 + \xi(3\mu_y \xi - 3\mu_y + 1)q_{11}. \end{aligned} \quad (5)$$

В формулах (5) приняты следующие обозначения:

$$\xi = \frac{x}{L}; \quad \mu_z = \frac{1}{1 + \frac{12EI_z}{kAGL^2}}; \quad \mu_y = \frac{1}{1 + \frac{12EI_y}{kAGL^2}},$$

где  $E$  — модуль Юнга;  $G$  — модуль сдвига;  $k$  — коэффициент сдвига;  $A$  — площадь сечения;  $I_z, I_y$  — осевые моменты инерции поперечного сечения;  $L$  — длина элемента.

Коэффициент сдвига  $k$  позволяет учитывать деформацию поперечного сечения, а также нелинейность распределения нормальных продольных и поперечных напряжений. В данной работе для моделирования будет использоваться следующая формула для коэффициента сдвига [9]:

$$k = \frac{3}{2} - \frac{3}{10(1 + \nu)} - \frac{3\nu}{4(1 + \nu)},$$

где  $\nu$  — коэффициент Пуассона.

### Кинетическая энергия и матрица масс двухузлового конечного элемента с двенадцатью степенями свободы

К настоящему времени достаточно хорошо разработана общая теория построения матриц масс — согласованных, диагональных, несогласованных [6, 8, 20, 21]. В данной работе будет построена согласованная матрица масс (т. е. с использованием тех же аппроксимирующих функций (5), которые использовали и для матрицы жесткости в работе [18])

как дающая наиболее хороший уровень аппроксимации в задачах динамики [21].

Для построения матрицы масс, полностью учитывая теорию Тимошенко, будет использован классический и хорошо зарекомендовавший себя метод построения матрицы масс путем представления кинетической энергии конечного элемента через узловые скорости [6].

Так, если вектор узловых скоростей представить в виде:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3 \quad \dot{q}_4 \quad \dot{q}_5 \quad \dot{q}_6 \quad \dot{q}_7 \quad \dot{q}_8 \quad \dot{q}_9 \quad \dot{q}_{10} \quad \dot{q}_{11} \quad \dot{q}_{12}]^T, \quad (6)$$

где точкой обозначена производная по времени, то кинетическую энергию  $T$  элемента можно представить в виде квадратичной формы узловых скоростей:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{12} m_{i,j} \dot{q}_i \dot{q}_j. \quad (7)$$

Коэффициенты  $m_{i,j}$  в выражении (7) представляют собой компоненты матрицы масс.

Запишем кинетическую энергию балочного элемента в виде следующего интеграла по его объему  $V$  [22]:

$$T = \frac{\rho}{2} \int_V \left( \left( \frac{\partial U_x}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial U_y}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial U_z}{\partial t} \right)^2 \right) dV, \quad (8)$$

где  $\rho$  — плотность.

Учитывая соотношения (4) для рассматриваемого конечного элемента балки, выражение (8) перепишем в виде

$$T = \frac{\rho}{2} \int_V \left( (\dot{u}_x + \dot{\psi}z - \dot{\theta}y)^2 + (\dot{u}_y - \dot{\phi}z)^2 + (\dot{u}_z + \dot{\phi}z)^2 \right) dV. \quad (9)$$

Раскрывая скобки и проинтегрировав по площади поперечного сечения  $A$ , придем к следующему соотношению, с учетом того, что оси локальной системы координат являются главными осями инерции:

$$T = \frac{\rho}{2} \int_0^L \left( A\dot{u}_x^2 + (I_y + I_z)\dot{\phi}^2 + A\dot{u}_y^2 + I_z\dot{\theta}^2 + A\dot{u}_z^2 + I_y\dot{\psi}^2 \right) dx, \quad (10)$$

где  $A$  — площадь сечения, а осевые моменты инерции сечения  $I_y, I_z$  определяются соотношениями

$$I_y = \int_A z^2 dA, \quad I_z = \int_A y^2 dA.$$

Подставив в (10) выражения для производных по времени  $\dot{u}_x, \dot{u}_y, \dot{u}_z, \dot{\phi}, \dot{\psi}, \dot{\theta}$  от функций (5) и проинтегрировав по  $x$ , получим искомое представление (7) кинетической энергии через узловые скорости, в котором ненулевые компоненты  $m_{i,j}$

матрицы масс определяются следующими соотношениями ( $m_{i,j} = m_j, i$ ):

$$\begin{aligned} m_{1,1} &= m_{7,7} = \frac{\rho LA}{3}; \quad m_{4,4} = m_{10,10} = \frac{\rho L(I_z + I_y)}{3}; \\ m_{1,7} &= \frac{\rho LA}{6}; \quad m_{4,10} = \frac{\rho L(I_z + I_y)}{6}; \\ m_{2,2} &= m_{8,8} = \\ &= \frac{\rho A}{(1 + \gamma_z)^2} \left[ \frac{6}{5L} r_z^2 + \frac{L(70\gamma_z^2 + 147\gamma_z + 78)}{210} \right]; \\ m_{6,6} &= m_{12,12} = \\ &= \frac{\rho A}{(1 + \gamma_z)^2} \left[ \frac{L(10\gamma_z^2 + 5\gamma_z + 4)}{30} r_z^2 + \frac{L^3(7\gamma_z^2 + 14\gamma_z + 8)}{840} \right]; \\ m_{2,6} &= -m_{8,12} = \\ &= \frac{\rho A}{(1 + \gamma_z)^2} \left[ -\frac{(5\gamma_z - 1)}{10} r_z^2 + \frac{L^2(35\gamma_z^2 + 77\gamma_z + 44)}{840} \right]; \\ m_{2,8} &= \frac{\rho A}{(1 + \gamma_z)^2} \left[ -\frac{6}{5L} r_z^2 + \frac{L(35\gamma_z^2 + 63\gamma_z + 27)}{840} \right]; \\ m_{2,12} &= -m_{6,8} = \\ &= \frac{\rho A}{(1 + \gamma_z)^2} \left[ -\frac{(5\gamma_z - 1)}{10} r_z^2 - \frac{L^2(35\gamma_z^2 + 63\gamma_z + 26)}{840} \right]; \\ m_{6,12} &= \\ &= \frac{\rho A}{(1 + \gamma_z)^2} \left[ -\frac{L(-5\gamma_z^2 + 5\gamma_z + 1)}{30} r_z^2 - \frac{L^3(7\gamma_z^2 + 14\gamma_z + 6)}{840} \right]; \\ m_{3,3} &= m_{9,9} = \\ &= \frac{\rho A}{(1 + \gamma_y)^2} \left[ \frac{6}{5L} r_y^2 + \frac{L(70\gamma_y^2 + 147\gamma_y + 78)}{210} \right]; \\ m_{5,5} &= m_{11,11} = \\ &= \frac{\rho A}{(1 + \gamma_y)^2} \left[ \frac{L(10\gamma_y^2 + 5\gamma_y + 4)}{30} r_y^2 + \frac{L^3(7\gamma_y^2 + 14\gamma_y + 8)}{840} \right]; \\ m_{3,5} &= -m_{9,11} = \\ &= \frac{\rho A}{(1 + \gamma_y)^2} \left[ \frac{(5\gamma_y - 1)}{10} r_y^2 - \frac{L^2(35\gamma_y^2 + 77\gamma_y + 44)}{840} \right]; \\ m_{3,9} &= \frac{\rho A}{(1 + \gamma_y)^2} \left[ -\frac{6}{5L} r_y^2 + \frac{L(35\gamma_y^2 + 63\gamma_y + 27)}{840} \right]; \\ m_{3,22} &= -m_{5,9} = \\ &= \frac{\rho A}{(1 + \gamma_y)^2} \left[ \frac{(5\gamma_y - 1)}{10} r_y^2 + \frac{L^2(35\gamma_y^2 + 63\gamma_y + 26)}{840} \right]; \\ m_{5,11} &= \\ &= \frac{\rho A}{(1 + \gamma_y)^2} \left[ -\frac{L(-5\gamma_y^2 + 5\gamma_y + 1)}{30} r_y^2 - \frac{L^3(7\gamma_y^2 + 14\gamma_y + 6)}{840} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

В формулах (11) для  $m_{i,j}$  приняты следующие обозначения:

$$\gamma_z = \frac{12EI_z}{kAGL^2}; \gamma_y = \frac{12EI_y}{kAGL^2}; r_y^2 = \frac{I_y}{A}; r_z^2 = \frac{I_z}{A}. \quad (12)$$

Как видно из формул (12),  $r_y^2, r_z^2$  — квадраты радиуса инерции поперечного сечения балки.

Таким образом, формулы (11) определяют полностью матрицу масс рассматриваемого балочного элемента на основе теории Тимошенко.

Компоненты  $m_{i,j}$  ( $i, j = 1, 4, 7, 10$ ) определяют вклад в матрицу масс от продольного движения; компоненты  $m_{i,j}$  ( $i, j = 2, 6, 8, 12$ ) — вклад поперечного движения в плоскости ( $xy$ ); компоненты  $m_{i,j}$  ( $i, j = 3, 5, 9, 11$ ) — вклад поперечного движения в плоскости ( $xz$ ).

Из формул (11) следует, что учет влияния на деформацию балки жесткости сечения на изгиб выражается слагаемыми с квадратом радиуса инерции  $r_y^2, r_z^2$ . Учет дополнительного сдвига сечения при деформации в соответствии с теорией Тимошенко приводит к появлению в выражениях для компонент матрицы масс слагаемых с  $\gamma_z, \gamma_y$ .

В общем виде матрица масс конечного элемента, ненулевые элементы которой вычисляются по формулам (11), имеет вид

$$M(e) = \begin{pmatrix} m_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{1,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{2,2} & 0 & 0 & 0 & m_{2,6} & 0 & m_{2,8} & 0 & 0 & 0 & m_{2,12} \\ 0 & 0 & m_{3,3} & 0 & m_{3,5} & 0 & 0 & 0 & m_{3,9} & 0 & m_{3,11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{4,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{4,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{3,5} & 0 & m_{5,5} & 0 & 0 & 0 & m_{5,9} & 0 & m_{5,11} & 0 \\ 0 & m_{2,6} & 0 & 0 & 0 & m_{6,6} & 0 & m_{6,8} & 0 & 0 & 0 & m_{6,12} \\ m_{1,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{7,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{2,8} & 0 & 0 & 0 & m_{6,8} & 0 & m_{8,8} & 0 & 0 & 0 & m_{8,12} \\ 0 & 0 & m_{3,9} & 0 & m_{5,9} & 0 & 0 & 0 & m_{9,9} & 0 & m_{9,11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{4,10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{10,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{3,11} & 0 & m_{5,11} & 0 & 0 & 0 & m_{9,11} & 0 & m_{11,11} & 0 \\ 0 & m_{2,12} & 0 & 0 & 0 & m_{6,12} & 0 & m_{8,12} & 0 & 0 & 0 & m_{12,12} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Как видно из соотношений (11), матрица масс балочного конечного элемента (13) является симметричной матрицей с положительными элементами на главной диагонали. Помимо этого, матрица масс является положительно определенной.

Полученная матрица масс может быть приведена к матрице масс, приведенной в работе [6], полученной для балочных конечных элементов в рамках классической теории Эйлера — Бернулли. Для этого в формулах (11) достаточно положить равными нулю коэффициенты с  $\gamma_z, \gamma_y, r_y^2, r_z^2$ .

Для учета при деформации только жесткости сечения на изгиб и при пренебрежении сдвигом поперечного сечения необходимо обнулить слагаемые с  $\gamma_z, \gamma_y$ . Полученная в результате этих действий матрица совпадает с матрицей, построенной в работе [18].

## Численное моделирование и анализ результатов

Проверку построенного математического обеспечения выполнили на примере суперминиатюрного микромеханического гироскопа и акселерометра (СММГА) [23]. Для численного исследования в СММГА динамических процессов с использованием разработанной матрицы масс, учитывающей инерцию и сдвиг сечения при деформации, было разработано оригинальное специализированное программное обеспечение SMMGAtim.

Полученные в процессе численного моделирования результаты сравнивали с результатами, полученными в широко известном универсальном комплексе ANSYS при конечно-элементном моделировании с помощью элементов, учитывающих теорию Тимошенко.

Для интегрирования уравнений (1) в разработанном программном обеспечении SMMGAtim использовался безусловно сходящийся метод Ньюмарка [24]. В качестве матрицы жесткости в уравнении (1) использовалась матрица жесткости балочного элемента, построенная в работе [18] с учетом теории Тимошенко:

$$K(e) = \begin{pmatrix} k_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{1,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{2,2} & 0 & 0 & 0 & k_{2,6} & 0 & k_{2,8} & 0 & 0 & 0 & k_{2,12} \\ 0 & 0 & k_{3,3} & 0 & k_{3,5} & 0 & 0 & 0 & k_{3,9} & 0 & k_{3,11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{4,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{4,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{3,5} & 0 & k_{5,5} & 0 & 0 & 0 & k_{5,9} & 0 & k_{5,11} & 0 \\ 0 & k_{2,6} & 0 & 0 & 0 & k_{6,6} & 0 & k_{6,8} & 0 & 0 & 0 & k_{6,12} \\ k_{1,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{7,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{2,8} & 0 & 0 & 0 & k_{6,8} & 0 & k_{8,8} & 0 & 0 & 0 & k_{8,12} \\ 0 & 0 & k_{3,9} & 0 & k_{5,9} & 0 & 0 & 0 & k_{9,9} & 0 & k_{9,11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{4,10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{10,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{3,11} & 0 & k_{5,11} & 0 & 0 & 0 & k_{9,11} & 0 & k_{11,11} & 0 \\ 0 & k_{2,12} & 0 & 0 & 0 & k_{6,12} & 0 & k_{8,12} & 0 & 0 & 0 & k_{12,12} \end{pmatrix},$$

где

$$k_{1,1} = k_{7,7} = -k_{1,7} = \frac{EA}{L};$$

$$k_{4,4} = k_{10,10} = -k_{4,10} = \frac{kG(I_z + I_y)}{L};$$

$$k_{2,2} = k_{8,8} = -k_{2,8} = \frac{12EI_z}{L^3(\gamma_z + 1)};$$

$$k_{6,6} = k_{12,12} = \frac{EI_z(\gamma_z + 4)}{L(\gamma_z + 1)};$$

$$k_{2,6} = k_{2,12} = -k_{8,12} = -k_{6,8} = \frac{6EI_z}{L^2(\gamma_z + 1)};$$

$$k_{6,12} = -\frac{EI_z(\gamma_z - 2)}{L(\gamma_z + 1)};$$

$$k_{3,3} = k_{9,9} = -k_{3,9} = \frac{12EI_y}{L^3(\gamma_y + 1)};$$

$$k_{5,5} = k_{11,11} = \frac{EI_y(\gamma_y + 4)}{L(\gamma_y + 1)};$$

$$k_{3,5} = k_{3,11} = -k_{9,11} = -k_{5,9} = \frac{-6EI_y}{L^2(\gamma_y + 1)};$$

$$k_{5,11} = -\frac{EI_y(\gamma_y - 2)}{L(\gamma_y + 1)}.$$

Рассматривалась модель из двух конечных элементов (рис. 2, а). На рис. 2, а номера элементов показаны черными цифрами, номера узлов модели — белыми. Элемент 1 представляет упругий подвес, элемент 2 — чувствительный элемент.

Были приняты следующие параметры СММГА [23]: плотность  $\rho = 2228 \text{ кг/м}^3$ , модуль Юнга  $E = 190 \text{ ГПа}$ , коэффициент Пуассона  $\nu = 0,266$ .

Длина, высота и ширина подвеса принимались равными 164,9 мкм, 3,6 мкм, 3,6 мкм соответственно. Длина, высота и ширина чувствительного элемента равны 164,9 мкм [23].

Для моделирования в ANSYS была построена конечно-элементная модель (рис. 2, б), содержащая 1095 элементов и 2217 узлов.

На первом этапе решалась задача о нахождении собственных частот и форм колебаний СММГА.

В таблице приведены результаты определения собственных частот в разработанном программном обеспечении SMMGAtim на конечно-элементной модели из двух элементов и модального анализа ANSYS.

Первые две моды в таблице соответствуют собственным поперечным колебаниям в плоскостях ( $xy$ ) и ( $xz$ ). Третья и шестая мода соответствуют крутильным колебаниям вокруг оси  $x$ , четвертая и пятая моды — поперечным колебаниям в плоскостях ( $xy$ ) и ( $xz$ ).

Как видно из таблицы, отличия значений собственных частот поступательного движения, полученных в SMMGAtim и в ANSYS, составляет менее 1 %. Более значительное отличие собственных частот мод 3 и 6, полученных в SMMGAtim и в ANSYS, можно объяснить тем, что в ANSYS скорее всего используется матрица масс, полученная в работе [18] и не учитывающая сдвиг сечения.

Соответствующие первой частоте формы собственных колебаний, определенных на разработанной модели, идентичны определенным в ANSYS (рис. 3). Формы собственных колебаний, соответствующие остальным частотам, также совпали.

На следующем этапе была исследована реакция СММГА на динамическую нагрузку, обеспечивающую первичные колебания чувствительного элемента [23]. Рассматривалась распределенная нагрузка  $P(t)$ , приложенная к чувствительному элементу и изменяющаяся по гармоническому закону (рис. 3, а):

$$P(t) = A_p \sin(2\pi f_p t + \varphi_p), \quad (14)$$

где  $A_p$ ,  $f_p$ ,  $\varphi_p$  — амплитуда, частота и фаза приложенной нагрузки.

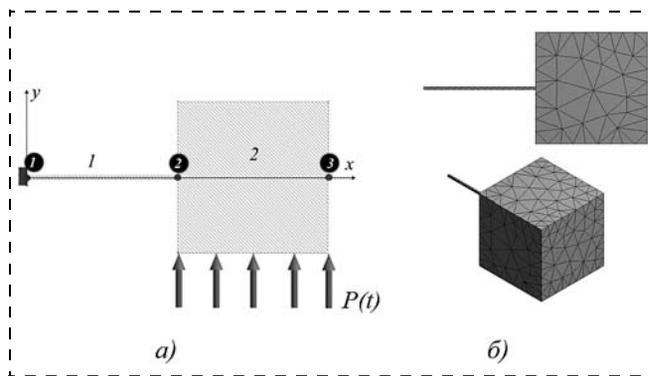


Рис. 2. Конечно-элементная модель СММГА: а — из двух элементов (SMMGAtim); б — из 1095 элементов (ANSYS)

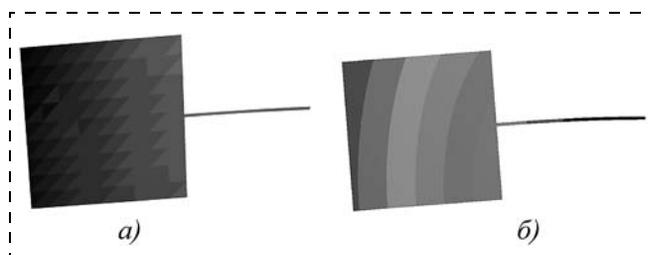


Рис. 3. Первая форма собственных колебаний: а — модель SMMGAtim; б — ANSYS

#### Результаты численного нахождения собственных частот (Гц)

Про- граммное обеспечение	№ моды					
	1	2	3	4	5	6
SMMGAtim	1102,3	1102,3	2808,3	11577,8	11577,8	194652,7
ANSYS	1104,3	1104,3	2666,8	11593	11593	193730

Для расчетов принимались следующие параметры нагрузки:

$$A_p = 5 \text{ Н/м}^2, \varphi_p = 0 \text{ рад.}$$

В реальном датчике частота  $f_p$  первичных вынужденных колебаний должна совпадать с резонансной. Для исследования влияния динамической нагрузки на чувствительный элемент частоту  $f_p$  будем варьировать от 20 до 1600 Гц.

На рис. 4—6 показан прогиб  $u_p$  чувствительного элемента (ЧЭ) как функции времени в точке приложения силы при различных значениях частоты вынужденных колебаний.

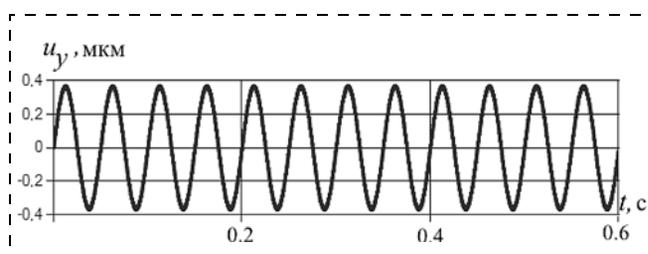


Рис. 4. Прогиб ЧЭ СММГА при  $f_p = 20 \text{ Гц}$

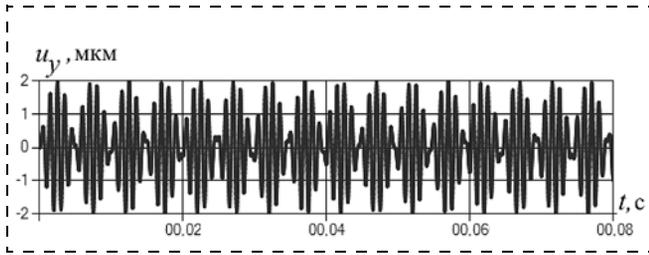


Рис. 5. Прогиб ЧЭ СММГА при  $f_p = 900$  Гц

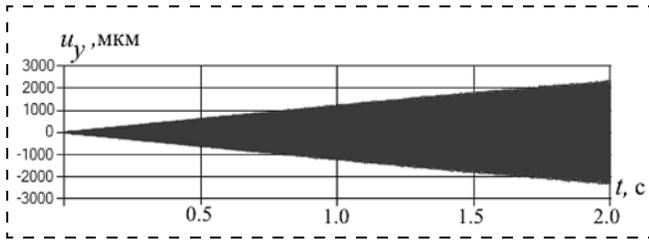


Рис. 6. Прогиб ЧЭ СММГА при  $f_p = 1102,28$  Гц

При частоте вынуждающей силы  $f_p = 20$  Гц максимальный прогиб составил 0,3697 мкм. Расчет в ANSYS дал максимальный прогиб 0,3794 мкм. Для частоты  $f_p = 900$  Гц максимальный прогиб составил 1,97 и 1,77 мкм.

На рис. 5 явно видно биение при приближении частоты вынуждающей силы к собственной частоте, на рис. 6 — показан прогиб чувствительного элемента при частоте вынуждающей нагрузки, совпадающей с резонансной.

Надо отметить, что для моделирования динамических процессов выбор шага расчета имеет важное значение. Метод Ньюмарка с параметрами 0,5 и 0,25 имеет второй порядок точности [25]. Поэтому для обеспечения точности результатов при вычис-

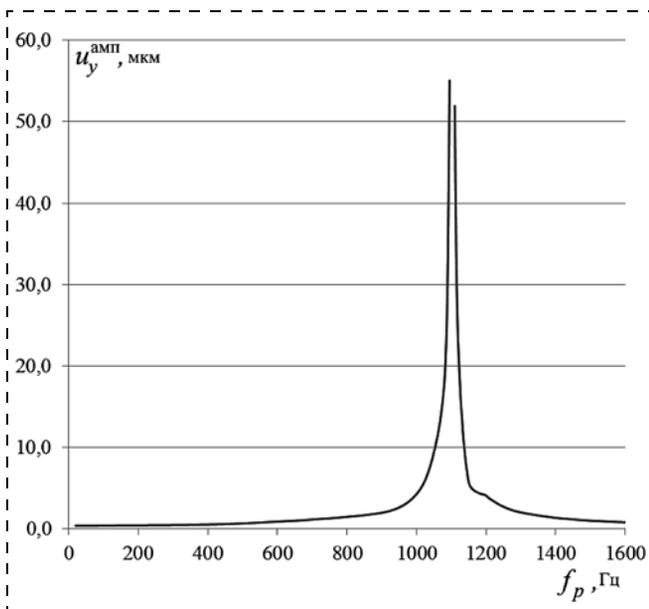


Рис. 7. Амплитудно-частотная характеристика

ления для  $f_p = 900$  Гц и  $f_p = 1102,28$  Гц (рис. 5, 6) шаг расчета принимался  $5 \cdot 10^{-7}$  с. Вычисления динамических задач в ANSYS с таким шагом требуют значительного времени (нескольких часов и более) и вычислительных ресурсов или же требуют использования редуцированных моделей [26]. Расчеты с использованием специализированного разработанного программного обеспечения SMMGAtim заняли менее 1 мин.

На рис. 7, на котором показана зависимость амплитуды колебаний чувствительного элемента  $u_y^{\text{амп}}$  от частоты  $f_p$  вынуждающей силы, явно видно явление резонанса при частоте  $f_p = 1102,28$  Гц.

## Выводы

Таким образом, построенная в данной работе матрица масс трехмерного конечного элемента, полностью учитывает теорию Тимошенко — жесткость сечения балки на изгиб и сдвиг сечения при деформации.

Построенная матрица масс, учитывающая сдвиг и инерцию сечения при деформации, обобщает полученные ранее матрицы масс, построенные на основе теории Эйлера—Бернулли [6,8] или только с учетом инерции сечения [18], которые могут быть определены из полученной матрицы как частный случай обнулением коэффициентов  $\gamma_z, \gamma_y, r_z^2, r_y^2$ .

Построенная матрица масс может быть использована для моделирования упругих подвесов микромеханических датчиков инерциальной информации и других элементов, которые могут быть представлены балочными или стержневыми конечными элементами.

В работе показана возможность использования трехмерного конечного элемента с предлагаемой матрицей масс для численного моделирования динамических процессов и нагрузок в микромеханических датчиках инерциальной информации.

Преимуществом предлагаемого трехмерного двенадцатистепенного конечного элемента для моделирования являются: учет сдвига и инерции сечения при деформации; полный контроль исследователя над процессом вычислений на любой стадии; низкие требования к вычислительным мощностям относительно универсальных программ конечно-элементного моделирования; возможность исследования высокочастотных колебаний, требующих при конечно-элементном моделировании использовать шаг расчета порядка  $10^{-7}$  с и менее.

Применение предлагаемого конечного элемента позволяет создавать специализированные программы с прозрачным алгоритмом расчета для компьютерного моделирования конкретных схем датчиков с учетом теории Тимошенко.

## Список литературы

1. Пешехонов В. Г. Современное состояние и перспективы развития гироскопических систем // Гироскопия и навигация. 2011. № 1. С. 3—17.

2. URL: <http://elektropribor.spb.ru/ru/newprod/rek.12012/mmg-eptron.pdf>
3. URL: <http://www.svstron.com/gyroscopes/qrs11-single-axis-analog-gyroscope>
4. **Распопов В. Я.** Микромеханические приборы. М.: Машиностроение, 2007. 400 с.
5. **Джашитов В. Э., Панкратов В. М.** Датчики, приборы и системы авиакосмического и морского приборостроения в условиях тепловых воздействий / Под общ. ред. акад. РАН В. Г. Пешехонова. С.-Петербург: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2005. 404 с.
6. **Образцов И. Ф., Савельев Л. М., Хазанов Х. С.** Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. М.: Высшая школа, 1985. 392 с.
7. **Расчеты** машиностроительных конструкций методом конечных элементов: Справочник / В. И. Мяченков, В. П. Малышев, В. П. Майборода и др.; Под общ. ред. В. И. Мяченкова. М.: Машиностроение. 1989. 520 с.
8. **Rades M.** Finite element analysis. Printech, 2006. 274 p.
9. **Григолюк Э. И., Селезов И. Т.** Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек // Итоги науки и техники. Сер.: Мех. тверд. деформ. тел. 1973. Т. 5. 272 с.
10. **Дарков А. В., Широ Г. С.** Сопrotивление материалов. М.: Высшая школа, 1969. 734 с.
11. **Светлицкий В. А.** Механика стержней. В 2-х ч. Ч. 1. Статика. М.: Высшая школа, 1987. 320 с.
12. **Stephen N. G.** The second spectrum of Timoshenko beam theory — Further assessment // Journal of Sound and Vibration. 2006. N. 292. P. 372—389.
13. **Bedjilili Y., Tounsi A., Berrabah H. M., Mechab I., Adda Bedia E. A., Benaissa S.** Natural frequencies of composite beams with a variable fiber volume fraction including rotary inertia and shear deformation // Applied Mathematics and Mechanics (English Edition). 2009. N. 30 (6). P. 717—726.
14. **Sadeghian M., Ekhteraei Toussi H.** Frequency analysis of a Timoshenko beam located on an elastic foundation // International Journal of Engineering (IJE) — Transactions A: Basics. 2011. Vol. 24, N. 1. P. 87—105.
15. **Rongqiao Xu, Guannan Wang.** Bending solutions of the Timoshenko partial-interaction composite beams using Euler-Bernoulli solutions // Journal of Engineering Mechanics. 2013. Vol. 139, N. 12. P. 1881—1885.
16. **Троценко Ю. В.** О применении модели балки Тимошенко в задаче о собственных не осесимметричных колебаниях цилиндрической оболочки с присоединенным твердым телом // Акустичний вісник. 2003. Т. 6, № 4. С. 54—64.
17. **Тулкина А. Н.** Определение частот и форм колебаний стержневой системы, содержащей нанообъект, на основе теории С. П. Тимошенко // Вестник СПбГУ (Серия 1). 2011. Вып. № 1. С. 144—154.
18. **Przemieniecki J. S.** Theory of matrix structural analysis. New York: Dover publications, 1985. 480 с.
19. **Bazoune A., Knulief Y. A.** Shape functions of three-dimensional Timoshenko beam element // Journal of Sound and Vibration. 2003. 259 (2). P. 473—480.
20. **Бацева О. Д., Дмитриев С. Н.** Сравнительный анализ способов получения несогласованных матриц масс // Наука и образование. 2013. № 12.
21. **Zienkiewicz O. C.** The Finite Element Method in Engineering Science. London: McGraw-Hill Publishing Co., 1971. 521 p. (Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 542 с.)
22. **Победя Б. Е., Георгиевский Д. В.** Основы механики сплошной среды. Курс лекций. М.: Физматлит, 2006. 272 с.
23. **Джашитов В. Э., Панкратов В. М., Барулина М. А.** Теоретические основы разработки и создания суперминиатюрного микромеханического многофункционального датчика инерциальной информации // Нано- и микросистемная техника. 2010. № 5 (118). С. 46—54.
24. **Newmark N. M.** A method of computation for structural dynamics // Journal of Engineering Mechanics. 1959. Vol. 85, N. 3. P. 67—94.
25. **Коробейников С. Н.** Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 262 с.
26. **Li H. Nayfeh, Mohammad I. Younis, Eihab M. Abdel-Rehman.** Reduced-Order Models for MEMS Applications // Nonlinear Dynamics. 2005. Vol. 41, Iss. 1—3. P. 211—236.

## Development of a Mass Matrix of the 3D Finite Element for Modeling of the Dynamics of Micromechanical Inertial Sensor Data and their Components

**M. A. Barulina**, marina@barulina.ru,  
Institute of Precision Mechanics and Control, RAS, Saratov, 410028, Russian Federation

Received on November 10, 2015

*Mass matrix of the 3D finite element with twelve degrees of freedom was constructed taking fully into account Timoshenko theory — the stiffness of the beam section bending and shear deformation of the cross section. The created mass matrix generalizes the mass matrices of the beam element, obtained in compliance with Euler-Bernoulli theory and Rayleigh theory previously constructed by the other authors. These matrices can be obtained by zeroing the specified coefficients in the mass matrix proposed in the paper. In order to verify the constructed mass matrix several numerical experiments were performed. The results were compared with the results of the numerical simulation in ANSYS. Numerical modeling demonstrated that the difference between the values of the natural frequencies in the translational motion obtained with the constructed mass matrix and in ANSYS, is less than 1 %. The difference of the maximum displacement under the harmonic loads is less than 5 %. The beats take place, when the frequency of the driving force is close to the value of the natural frequency. The effect of the resonance was obtained in the conditions of coincidence of the values of frequency of the driving force and the natural frequency. Thus the feasibility of using the proposed finite element mass matrix for the numerical simulation of the vibrating processes and loads of micromechanical inertial sensors was proved. The main advantages of the proposed 3D finite element with twelve degrees of freedom for modeling are: full respect of the inertia and shear deformation of the cross area; full control over the process of computing at any stage; low requirements for a computer power in comparison with the universal programs for the finite element modeling; possibility to do a study of high-frequency oscillations with a step of calculation equal to or less than  $10^{-7}$  s.*

**Keywords:** micromechanical gyroscope, micromechanical accelerometer, finite element analysis, theory of Timoshenko, vibration, mass matrix

For citation:

**Barulina M. A.** Development of a Mass Matrix of the 3D Finite Element for Modeling of the Dynamics of Micromechanical Inertial

Sensor Data and their Components, *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2015, vol.16, no. 5, pp. 352—360.

DOI: 10.17587/mau.16.352-360

## References

1. **Peshehonov V. G.** *Sovremennoe sostojanie i perspektivy razvitiya giroskopicheskikh sistem* (Gyroscopic Systems: Current Status and Prospects), *Giroskopija i navigacija*, 2011, no. 1, pp. 3–17 (in Russian).
2. **URL:** <http://elektroprigor.spb.ru/ru/newprod/rekl2012/mmg-eptron.pdf>
3. **URL:** <http://www.systron.com/gyroscopes/qrs11-single-axis-analog-gyroscope>
4. **Raspopov V. Ja.** *Mikromekhanicheskie pribory* (Micromechanical devices), Mashinostroenie, 2007, 400 p. (in Russian).
5. **Dzhashitov V. Je., Pankratov V. M.** *Datchiki, pribory i sistemy aviakosmicheskogo i morskogo priborostroeniya v usloviyah teplovykh vozdeystvij* (Sensors, instruments and systems for aerospace and ocean engineering under conditions of thermal effects, S.-Peterburg, GNC RF CNII "Jeletroprigor", 2005, 404 p. (in Russian).
6. **Obrazcov I. F., Savel'ev L. M., Hazanov H. S.** *Metod konechnykh jelementov v zadachah stroitel'noj mehaniki letatel'nykh apparatov* (The finite element method in problems of structural mechanics of aircraft), Moscow, Vysshaya shkola, 1985, 392 p. (in Russian).
7. **Mjachekov V. I., Mal'cev V. P., Majboroda V. P.** *Raschet mashinostroitel'nykh konstrukcij metodom konechnykh jelementov: Spravochnik* (Calculations of engineering structures by the finite element method), Moscow, Mashinostroenie, 1989, 520 p. (in Russian).
8. **Rades M.** Finite element analysis, Printech, 2006, 274 p.
9. **Grigoljuk Je. I., Selezov I. T.** *Neklassicheskie teorii kolebanij sterzhnej, plastin i obolochek* (Non-classical theory of oscillations of rods, plates and shells), *Itogi nauki i tehniki. Ser. Mehanika deform. tver. tel.*, 1973, vol. 5, 272 p. (in Russian).
10. **Darkov A. V., Shpiro G. S.** *Soprotivlenie materialov* (Strength of materials), Moscow, Vysshaya shkola, 1969, 734 p. (in Russian).
11. **Svetlickij V. A.** *Mekhanika sterzhnej* (Mechanics of rods). Part 1, Moscow, Vysshaya shkola, 1987, 320 p. (in Russian).
12. **Stephen N. G.** The second spectrum of Timoshenko beam theory — Further assessment, *Journal of Sound and Vibration*, 2006, no. 292, pp. 372–389.
13. **Bedjilili Y., Tounsi A., Berrabah H. M., Mechab I., Adda Bedia E. A., Benaissa S.** Natural frequencies of composite beams with a variable fiber volume fraction including rotary inertia and shear deformation, *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, 2009, no. 30 (6), pp. 717–726.
14. **Sadeghian M., Ekhteraei Toussi H.** Frequency analysis of a Timoshenko beam located on an elastic foundation, *International Journal of Engineering (IJE) — Transactions A: Basics*, 2011, vol. 24, no. 1, pp. 87–105.
15. **Rongqiao Xu, Guannan Wang.** Bending solutions of the Timoshenko partial-interaction composite beams using Euler-Bernoulli solutions, *Journal of Engineering Mechanics*, 2013, vol. 139, no. 12, pp. 1881–1885.
16. **Trocenko Ju. V.** *O primenenii modeli balki Timoshenko v zadache o sobstvennykh ne osesimmetrichnykh kolebanijah cilindricheskoy obolochki s prisoedinennym tverdym telom* (The application of Timoshenko beam model to the problem of natural not axisymmetric vibrations of a cylindrical shell with attached solid), *Akustichnij Visnik*, 2003, vol. 6, no. 4, pp. 54–64 (in Russian).
17. **Tulkina A. N.** *Opreделение chastot i form kolebanij sterzhnevoj sistemy, sodержashhej nanoob'ekt, na osnove teorii S. P. Timoshenko* (Definition of frequencies and mode shapes of rods system containing nano-objects, based on the theory SP Tymoshenko), *Vestnik SPbGU (Serija 1)*, SPbGU, 2011, iss. 1, pp. 144–154 (in Russian).
18. **Przemieniecki J. S.** *Theory of matrix structural analysis*, Dover publications, New York, 1985, 480 p.
19. **Bazoune A., Knulief Y. A.** Shape functions of three-dimensional Timoshenko beam element, *Journal of Sound and Vibration*, 2003, vol. 259 (2), pp. 473–480.
20. **Baceva O. D., Dmitriev S. N.** *Sravnitel'nyj analiz sposobov poluchenija nesoglasovannykh matric mass* (Comparative analysis of methods for the preparation inconsistent mass matrix), *Nauka i Obrazovanie*, 2013, no. 12 (in Russian).
21. **Zienkiewicz O. C.** *The Finite Element Method in Engineering Science*, London, McGraw-Hill Publishing Co., 1971. 521 p.
22. **Pobedrya B. E., Georgievskij D. V.** *Osnovy mehaniki sploshnoj sredy. Kurs lekcij* (Fundamentals of continuum mechanics. Lectures), Moscow, Fizmatlit, 2006, 272 p. (in Russian).
23. **Dzhashitov V. Je., Pankratov V. M., Barulina M. A.** *Teoreticheskie osnovy razrabotki i sozdaniya superminiaturnogo mikromekhanicheskogo mnogofunkcion-al'nogo datchika inercial'noj informacii* (The Theoretical Bases of Development and Creation of the Superminiature Micromechanical MultifunctionSensor of the Inertial Information), *Nano- i Mikrosistemnaja Tehnika*, 2010, no. 5 (118), pp. 46–54 (in Russian).
24. **Newmark N. M.** A method of computation for structural dynamics, *Journal of Engineering Mechanics*, 1959, vol. 85, no. 3, pp. 67–94.
25. **Korobejnikov S. N.** *Nelinejnoe deformirovanie tverdych tel* (Nonlinear deformation of solids), Novosibirsk, publishing house SO RAN, 2000 (in Russian).
26. **Li H. Nayfeh, Mohammad I. Younis, Eihab M. Abdel-Rehman** Reduced-Order Models for MEMS Applications, *Nonlinear Dynamics*, 2005, vol. 41, iss. 1–3, pp. 211–236.

Corresponding author:

**Barulina M. A.**, Ph. D., Researcher, Institute of Precision Mechanics and Control, RAS, ul. Rabochaya, 24, Saratov, 410028, Russian Federation, e-mail: marina@barulina.ru

---

---

## Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5397, тел./факс: (499) 269-5510

Дизайнер Т. Н. Погорелова.

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор Т. В. Пчелкина.

Сдано в набор 03.03.2015. Подписано в печать 13.04.2015. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН515. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций  
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".  
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.