

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 16

2015

№ 2

Издается с 2000 года

Редакционный совет:

VIDYADHAR S., PhD, prof.

JEN-HWA GUO, PhD, prof.

JERRY L., PhD, prof.

KATALINIC B., PhD, prof.

АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.

БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.

ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.

КАЛЯЕВ И. А., чл.-корр. РАН, проф.

КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.

КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.

ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.

МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.

МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.

ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.

РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.

СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.

СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.

СОЙФЕР В. А., чл.-корр. РАН, проф.

СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.

СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.

ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.

ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.

ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.

ШЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.

ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.

ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.

ЮЩЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.

АНТОНОВ Б. И.

АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.

БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.

ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.

ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.

ЕРМОЛОВ И. Л., д. т. н., доц.

ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.

КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.

ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.

ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.

ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.

ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф.

РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.

ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.

ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.

ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Тарарыкин С. В., Аполонский В. В.** Методы синтеза редуцированных полиномиальных регуляторов динамических систем. 75
- Фалдин Н. В., Моржов А. В.** Чувствительность ошибки слежения к изменению параметров объекта управления в релейной автоколебательной системе. 81
- Воронин А. Ю.** Модифицированный частотный метод поиска параметров распределенного высокоточного регулятора. 89

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Лавровский Э. К., Письменная Е. В., Комаров П. А.** Управление ходьбой экзоскелета на нижних конечностях при вязкоупругой связи его с телом человека-оператора. 96
- Турыгин Ю. В., Платов С. А.** Исследование особенностей обработки торцов пружин горячей навивки методом плазменной резки с использованием робототехнического комплекса. 102

ИСПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

- Буканова Т. С., Алиев М. Т.** Микропроцессорная система электропривода на основе двухроторной электрической машины с дифференциальным управлением. 106
- Сафин А. Р., Мисбахов Р. Ш., Гуреев В. М.** Разработка рациональной структуры тягового электропривода трамвая в среде моделирования электроэнергетических объектов программы MATLAB. 111
- Хасанов З. М., Хасанов О. З., Гузаиров Р. М.** Математическая модель движения многосвязных систем электроприводов для технологических процессов электроодугового плазменного напыления. 116

УПРАВЛЕНИЕ И ДИАГНОСТИКА
В ЭЛЕМЕНТАХ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

- Андрянов А. И., Краснов Н. А.** Система управления нелинейной динамикой импульсного преобразователя напряжения со стабилизацией предельного тока. 123
- Будагян И. Ф., Костин М. С.** Вибродиагностика кинематических схем устройств точной механики методом радиосенсорной сверхкороткоимпульсной фазовой девиометрии. 127

ТРАНСПОРТНЫЕ НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

- Щербань И. В., Щербань О. Г., Конев Д. С.** Метод слабосвязанной интеграции спутниковой и микроэлектромеханической инерциальной навигационных систем транспортного средства. 133
- Забегав А. Н.** Алгоритмическое и программное обеспечение задачи оценки параметров навигационной системы автономного автомобиля. 140

Журнал входит в Перечень периодических изданий, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan
 ANSHAKOV G. P., Russia
 BOLOTNIK N. N., Russia
 CHENTSOV A. G., Russia
 CHERNOUSKO F. L., Russia
 FEDOROV I. B., Russia
 JEN-HWA GUO, PhD, prof., Taiwan
 JERRY LIN, PhD, prof., Taiwan
 KALYAEV I. A., Russia
 KATALINIC B., PhD, prof., Austria
 KRASNEVSKIY L. G., Belarus
 KUZNETSOV N. A., Russia
 LEONOV G. A., Russia
 MATVEENKO A. M., Russia
 MIKRIN E. A., Russia
 PESHEKHONOV V. G., Russia
 REZCHIKOV A. F., Russia
 SCHERBATYUK A. F., Russia
 SEBRYAKOV G. G., Russia
 SIGOV A. S., Russia
 SOJFER V. A., Russia
 SOLOMENTSEV Yu. M., Russia
 SOLOVJEV V. A., Russia
 SUBUDHI B., PhD, prof. India
 VASILYEV S.N., Russia
 YUSUPOV R. M., Russia

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Russia

Deputy Editor-in-Chief:

PODURAEV Yu. V., Russia
 PUTOV V. V., Russia
 YUSCHENKO A. S., Russia

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu., Russia

Editorial Board:

ALEXANDROV V. V., Russia
 ANTONOV B. I., Russia
 ARSHANSKY M. M., Russia
 BUKOV V. N., Russia
 FILARETOV V. F., Russia
 FRADKOV A. L., Russia
 FURSOV V. A., Russia
 GRADETSKY V. G., Russia
 ILYASOV B. G., Russia
 IVCHENKO V. D., Russia
 KOLOSOV O. S., Russia
 KOROSTELEV V. F., Russia
 LEBEDEV G. N., Russia
 LOKHIN V. M., Russia
 PAVLOVSKY V. E., Russia
 PROKHOROV N. L., Russia
 PSHIKHOPOV V. Kh., Russia
 RAPOPORT E. Ya., Russia
 SERGEEV S. F., Russia
 VITTIKH V. A., Russia
 YUREVICH E. I., Russia

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E.V., Russia

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Tararykin S. V., Apolonskiy V. V.** Methods of Synthesis of Reduced Polynomial Controls Dynamic Systems 75
Faldin N. V., Morzhov A. V. Sensitivity of Tracking Error to the Variations of the Plant Parameters in Relay Self-Oscillations System 81
Voronin A. Yu. Modified Frequency Search Method of Parameters for Distributed High-Precision Regulator 89

ROBOTIC SYSTEMS

- Lavrovsky E. K., Pismennaya E. V., Komarov P. A.** Walking Control of Lower Limbs Exoskeleton with Visco-Elastic Coupling with Human-Operator Body 96
Turygin Ju. V., Platov S. A. Hot Spring End Winding Process Research Based on the Robotics Plasma Cutting Method 102

ACTUATORS OF MECHATRONIC SYSTEMS AND TECHNOLOGIES

- Bukanova T. S., Aliev M. T.** Microprocessor Motor Drive System Based on Two-Rotor Electric Machine with a Differential Control 106
Safin A. R., Misbakhov R. Sh., Gureev V. M. Development of a Rational Structure of Traction Electric Tram in the Simulation Environment of Electric Power Facilities Program MATLAB 111
Khasanov Z. M., Khasanov O. Z., Guzairov R. M. The Mathematical Model of the Motion of Multicoupling Electric Drives Systems for the Technical Processes Electric Arc Plasma Spraying 116

CONTROL AND DIAGNOSTICS IN THE ELEMENTS OF MECHATRONIC SYSTEMS AND TECHNOLOGIES

- Andriyanov A. I., Krasnov N. A.** Control System Nonlinear Dynamics Switching DC/DC Converters Voltage with Stabilization Current Limit 123
Budagyan I. F., Kostin M. S. Vibrodiagnostics Kinematic Schemes of the Devices Precise Mechanics by Method Radiosensory Ultrashort Pulse Phase Deviametry 127

TRANSPORT NAVIGATION SYSTEM

- Shcherban I. V., Shcherban O. G., Konev D. S.** The Loosely Coupled Integration Method for the Satellite and Microelectromechanical Strapdown Inertial Navigation Systems of the Automotive Vehicle 133
Zabegaev A. N. Adaptive Software Complex for Car Navigation System 140

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

УДК 681.5.015.24

С. В. Тарарыкин, д-р техн. наук, проф., ректор, В. В. Аполонский, аспирант, vlad-apolonskiy@yandex.ru, Ивановский государственный энергетический университет имени В. И. Ленина

Методы синтеза редуцированных полиномиальных регуляторов динамических систем*

Решаются задачи повышения помехоустойчивости и робастности при одновременном снижении сложности систем автоматического управления с полиномиальными регуляторами "входа—выхода" на основе уменьшения степеней полиномов их передаточных функций. Выявляются возможности, определяются условия и разрабатываются методы редуцирования полиномиальных регуляторов путем формирования определенного распределения полюсов синтезируемых систем. Приводятся примеры эффективного управления объектами различной степени сложности с "быстрыми" и "медленными" нулями на основе использования редуцированных регуляторов.

Ключевые слова: система автоматического управления, помехоустойчивость, робастность, зона робастности, полиномиальный регулятор, среднегеометрический корень, области устойчивости

Введение

Динамические полиномиальные регуляторы (ПР) "вход—выход", формирующие управляющие воздействия на основе информации о регулируемой координате и ее производных по времени, являются эффективными устройствами управления сложными линейными и линеаризованными объектами [1—3].

Общая структурная схема аналогового прототипа САУ с одним входом и одним выходом на базе ПР приведена на рис. 1, где приняты следующие обозначения: y_3 и y — заданное и действительное значения регулируемой координаты; u — управляющее воздействие; s — комплексная переменная Лапласа; $A(s)$ и $B(s)$ — характеристический полином (ХП) и полином воздействия передаточной функции (ПФ) объекта управления (ОУ); $R(s)$ и $C(s)$ — полиномы ПФ регулятора.

Традиционная процедура синтеза ПР состоит в составлении и решении относительно коэффициентов полиномов $R(s)$ и $C(s)$ полиномиального уравнения вида

$$A(s)C(s) + B(s)R(s) = D(s), \quad (1)$$

где

$$A(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0;$$

$$B(s) = b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_1s + b_0;$$

$$R(s) = r_ks^k + r_{k-1}s^{k-1} + \dots + r_1s + r_0;$$

$$C(s) = s^l + c_{l-1}s^{l-1} + \dots + c_1s + c_0;$$

$$D(s) = s^p + d_{p-1}s^{p-1} + \dots + d_1s + d_0,$$

$D(s)$ — желаемый ХП САУ, определяющий заданное распределение ее полюсов; n, m, k, l, p — степени полиномов.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности на 2014—2016 гг.

Если рассматривать получение "минимальных" регуляторов, характеризующихся наименьшими степенями полиномов $R(s)$ и $C(s)$, обеспечивая требования "технической реализуемости" ПР при $k > l$ путем перехода от его аналогового прототипа к цифровой форме одним из методов численного интегрирования, то при составлении (1) необходимо соблюдать следующие условия:

$$k = n - 1, p = n + l, l = \begin{cases} m - 1 & \text{при } m > 0, \\ 0 & \text{при } m = 0. \end{cases}$$

В этом случае общий порядок N полиномов $R(s)$ и $C(s)$ определяется как

$$N = \deg R(s) + \deg C(s) = k + l = n - 1,$$

т. е. оказывается достаточно высоким.

Существенным недостатком САУ с "минимальными" ($k > l$), т. е. дифференцирующими, ПР является их большая чувствительность к высокочастотным помехам. Для повышения помехоустойчивости и улучшения робастных свойств таких систем при управлении объектами с "быстрыми" нулями [4] дополнительно повышают степень полинома $C(s)$, принимая $\deg C(s) \geq 1$. В этом случае общий поряд-

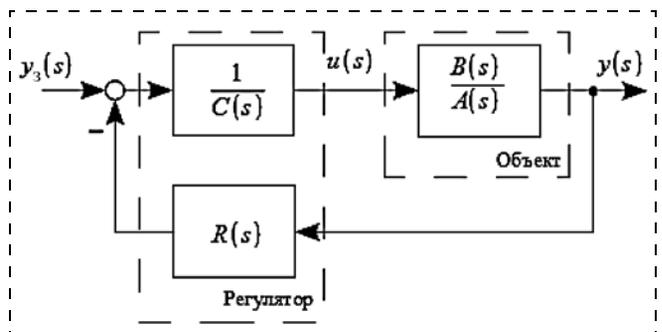


Рис. 1. Общая структурная схема САУ с ПР

док полиномов ПР достигает степени ОУ или превышает ее:

$$N = \deg R(s) + \deg C(s) \geq n.$$

При управлении объектами с "медленными" нулями улучшение фильтрации помех за счет повышения степени $C(s)$ может оказаться недопустимым из-за существенного снижения робастных свойств синтезируемых САУ.

Таким образом, в условиях высокой сложности и дифференцирующего характера ПР актуально повышение помехоустойчивости и обеспечение робастных свойств САУ не путем повышения степени $C(s)$, а за счет возможного снижения степени полинома $R(s)$ и соответствующего исключения из управления высших производных выходного сигнала ОУ.

Предпосылкой для такого редуцирования ПР является тот факт, что, как было показано в работе [5] при реализации робастного полиномиального управления, коэффициенты полиномов ПР могут менять знаки при относительно небольших вариациях среднегеометрического корня (СГК) $\Omega_0 = \sqrt[p]{d_0}$ желаемого ХП системы и, следовательно, могут принимать нулевые значения при определенном выборе СГК. Это указывает на возможность понижения порядка полинома $R(s)$ при вариациях Ω_0 , а также при изменениях вида распределения полюсов САУ с учетом особенностей конкретного ОУ.

1. Постановка задачи

Поставим задачу повышения помехоустойчивости и параметрической грубости при одновременном снижении сложности САУ с полиномиальными регуляторами "вход—выход" путем уменьшения степеней полиномов их ПФ (редуцирования регуляторов).

2. Оценка возможности редуцирования регуляторов и методы его выполнения

На рис. 2 показан общий вид семейства переходных характеристик САУ, полученных при вариациях СГК Ω_0 и расположенных в так называемой "зоне робастности" (заштрихована), характеризующейся наличием положительных значений коэффициентов ПР [5].

На границах $h_{D1}(t)$, $h_{D2}(t)$, разделяющих указанную "зону робастности" и "зоны риска", характеризующиеся появлением отрицательных значений одного или нескольких коэффициентов полиномов ПР, происходит обнуление (переход через ноль) значений этих коэффициентов. Очевидно, что условия такого обнуления могут достигаться подбором значений СГК Ω_0 ХП принятого вида или изменениями самого вида ХП $D(s)$.

Наибольший интерес представляет левая граница "зоны робастности" — $h_{D1}(t)$, соответствующая более высокому быстродействию САУ в отличие от

правой границы — $h_{D2}(t)$, отражающей темп процессов исходного ОУ.

Если при совпадении переходной характеристики САУ с левой границей "зоны робастности" происходит обнуление коэффициента при старшей степени s полинома $R(s)$, а вид и темп процесса соответствует требуемому качеству системы, то принятые выражения ХП $D(s)$ и СГК Ω_0 обеспечивают решение поставленной задачи.

Если на левой границе "зоны робастности" указанные условия не выполняются, то можно попытаться обеспечить их изменениями выражения желаемого ХП $D(s)$ и его СГК, оставаясь в пределах заданных требований к качеству САУ.

Вычисление необходимого значения Ω_0 в рамках принятого распределения полюсов САУ, определяемого выражением $D(s)$, может быть организовано путем многократного расчета параметров полно-размерного (нередуцированного) ПР при вариациях Ω_0 и фиксации границ перехода САУ из "зоны робастности" в "зону риска" с соответствующим обнулением коэффициентов полиномов регулятора. Искомое значение Ω_0 будет соответствовать обнулению коэффициента при старшей производной, формируемой полиномом $R(s)$.

Однако следует отметить, что точный "выход" на граничную переходную характеристику САУ потребует проведения многочисленных расчетов с очень малым шагом значений Ω_0 .

Поэтому наряду с изложенным может быть применен более строгий аналитический метод синтеза редуцированного ПР, согласно которому в уравнении (1) степень полинома $R(s)$ изначально понижается на единицу, а желаемый ХП $D(s)$ представляется функцией аргумента Ω_0 в виде

$$D(s) = s^p + d'_{p-1} \Omega_0 s^{p-1} + \dots + d'_1 \Omega_0^{p-1} s + \Omega_0^p.$$

Результатом решения такого уравнения будут значения коэффициентов полиномов ПР, а также СГК Ω_0 . При этом получение положительного вещественного значения Ω_0 будет свидетельствовать об успешном решении задачи редуцирования регу-

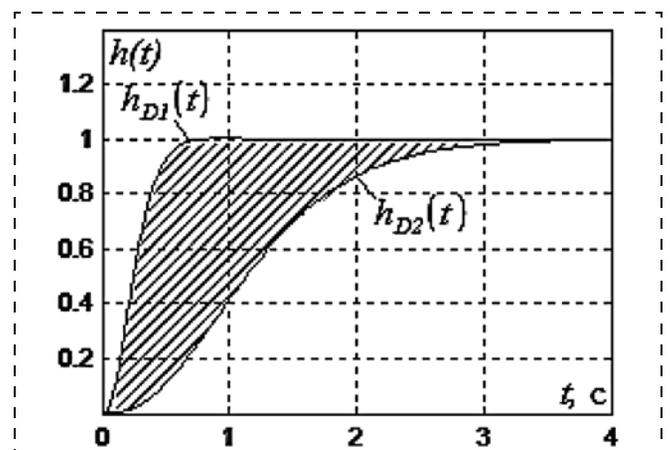


Рис. 2. "Зона робастности" САУ

лятора, и останется лишь оценить его на предмет соответствия требованиям быстродействия САУ.

Из анализа уравнения синтеза (1), содержащего произведение полиномов $A(s)C(s)$, следует, что успешное решение задачи редуцирования ПР математически означает возможность выявления такого действительного значения СГК желаемого ХП $D(s)$ САУ, при котором один из вещественных полюсов ОУ, т. е. корней полинома $A(s)$, способен выполнить функции корня вспомогательного полинома $C(s)$ регулятора. Это определяет возможность снижения на единицу порядка ОУ при расчете параметров основного полинома $R(s)$ регулятора по уравнению (1). Одним из необходимых условий редуцирования ПР при этом оказывается наличие вещественных полюсов управляемого объекта.

3. Редуцирование регуляторов при управлении объектами с "быстрыми" и "медленными" нулями

Проведем исследование возможности редуцирования регулятора при синтезе системы управления двухмассовым электромеханическим объектом (ЭМО1) с вязкоупругой кинематической передачей. Его функциональная и структурная схемы представлены соответственно на рис. 3, а, б, где СП — безынерционный силовой преобразователь, ЭД — электродвигатель постоянного тока, РО — рабочий орган, КП — кинематическая передача; u, U — управляющее и выходное напряжение СП; I — ток якорной цепи ЭД; M, M_y — электромагнитный момент и момент упругости; Ω_1, Ω_2 — угловые скорости первой и второй масс; C — конструктивный параметр ЭД; T_y, R_y — постоянная времени и сопротивление якорной цепи; J_1, J_2 — моменты инерции первой и второй масс; C_{12} — коэффициент жесткости; K_{T1}, K_{T2} — коэффициенты трения, $K_{СП}$ — коэффициент передачи СП.

Исходные параметры ЭМО1: $K_{СП} = 22$; $R_y = 3,15$ Ом; $T_y = 0,5$ с; $C = 0,16$; $J_1 = 0,5$ кг·м²; $J_2 = 0,85$ кг·м²; $C_{12} = 1,5$ Н·м; $K_{T1} = 0,25$ кг·м²/с; $K_{T2} = 4,5$ кг·м²/с.

Передаточная функция ЭМО1 от входа к выходу определяется выражением

$$H(s) = \frac{\Omega_2(s)}{u(s)} = \frac{b_1s + b_0}{s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} = \frac{1,32s + 7,92}{s^4 + 8,088s^3 + 19,62s^2 + 30,89s + 31,82}$$

ЭМО1 имеет один ноль $s_0 = -6$ и четыре полюса: $s_1 = -5,25$, $s_2 = -1,99$, $s_{3,4} = -0,42 \pm 1,69i$. Расположение нуля относительно полюсов указывает на его "быстрый" характер. Размеры областей положительности коэффициентов различных типов ПР k/l , обеспечивающих управление данным объектом при задании биномиального ХП Ньютона, представлены в табл. 1 в виде соответствующих интервалов значений СГК Ω_0 и времени переходного процесса — $t_{п}$.

Таблица 1
Области параметрической грубости САУ с ЭМО1 и различными типами ПР

Тип ПР (k/l)	Передаточная функция регулятора $R(s) / C(s)$	"Зона робастности"	
		в корневой области Ω_0, c^{-1}	во временной области $t_{п}, c$
ОУ с "быстрыми" нулями (ЭМО1)			
ПР3/0	$\frac{r_3s^3 + r_2s^2 + r_1s + r_0}{c_0}$	(2,9; 9,2)	(2,6; 0,8)
ПР3/1	$\frac{r_3s^3 + r_2s^2 + r_1s + r_0}{s + c_0}$	(2,4; 11,3)	(3,8; 0,8)
ОУ с "медленными" нулями (ЭМО2)			
ПР2/0	$\frac{r_2s^2 + r_1s + r_0}{c_0}$	(0,7; 13,8)	(8,3; 0,4)
ПР2/1	$\frac{r_2s^2 + r_1s + r_0}{s + c_0}$	(10,9; 17,7)	(0,7; 0,4)

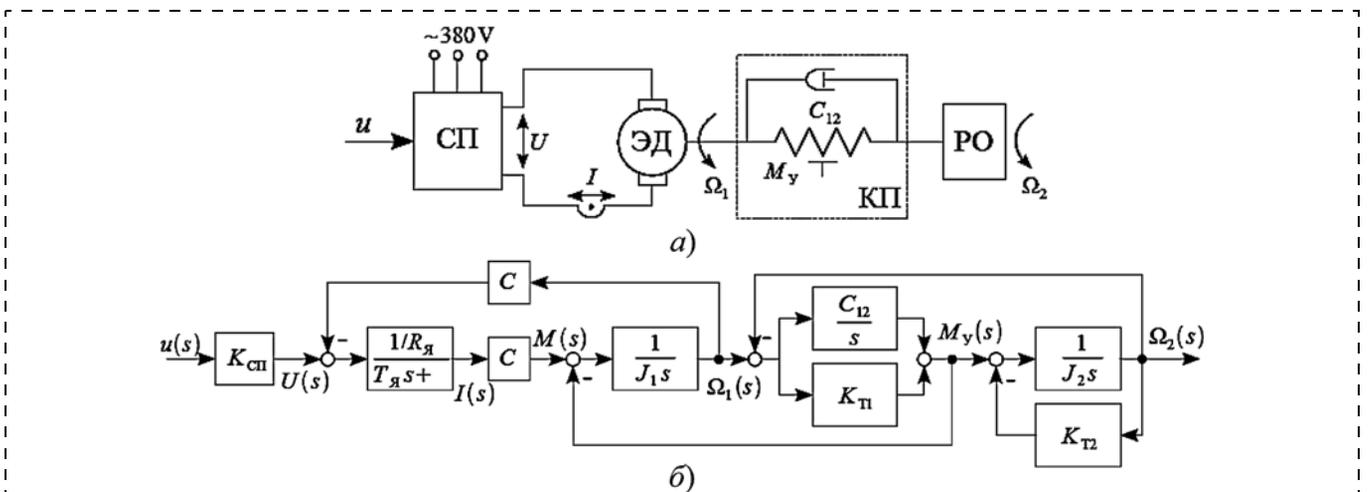


Рис. 3. Функциональная (а) и структурная (б) схемы двухмассового электромеханического объекта (ЭМО1)

В табл. 2 приведены результаты синтеза аналоговых прототипов регуляторов ПР 3/0 и ПР 3/1 для управления рассматриваемым объектом. Переход к цифровым реализациям ПР здесь и далее осуществляется с использованием метода численного интегрирования Эйлера путем подстановки $s = (1 - z^{-1})/T_0$, где T_0 — такт квантования времени.

На рис. 4, а представлена переходная характеристика I для САУ с "минимальным" регулятором ПР 3/0 при $t_{\text{п}} = 0,9$ с ($\Omega_0 = 8,2$ с⁻¹) и такте квантования $T_0 = 0,001$ с, расположенная внутри "зоны робастности", на которой видно значительное влияние аддитивной помехи в канале обратной связи в виде белого шума мощностью $5 \cdot 10^{-6}$ Вт/м².

Таблица 2

Результаты синтеза регуляторов ПР k/l при вариациях СГК ХП и времени переходного процесса

Тип ОУ	Тип регулятора	Время переходного процесса $t_{\text{п}}$, с	СГК Ω_0 , с ⁻¹	r_3	r_2	r_1	r_0	c_0
С "быстрыми" нулями (ЭМО1)	ПР 3/0 (2/0)	0,7	10,5	-2,25	21,04	315,99	1513,50	3,96
		0,8	9,2	0,00	21,78	239,58	900,16	1,00
		0,9	8,2	0,59	19,98	182,38	567,41	0,22
	ПР 3/1 (2/1)	0,7	13,0	-83,63	739,43	9617,09	45 710,33	166,66
		0,8	11,3	0,00	663,92	6354,51	23 556,98	48,58
		0,9	10,1	19,28	535,83	4261,18	13 015,00	16,88
С "медленными" нулями (ЭМО2)	ПР 2/0 (1/0)	0,3	18,2	—	-1,34	-22,69	-83,97	2,34
		0,4	13,9	—	0,00	8,20	104,71	1,00
		0,5	11,2	—	0,49	16,29	128,25	0,51
	ПР 2/1 (1/1)	0,3	23,2	—	-54,11	-985,24	-4735,89	113,67
		0,4	17,7	—	0,00	166,11	2074,95	37,50
		0,5	14,3	—	8,10	231,42	1634,81	15,80

Введение в структуру регулятора ПР 3/1 фильтрующего звена ($\text{deg}C(s) = 1$) позволяет значительно уменьшить негативное влияние помехи на выходную координату (график I на рис. 4, б) при том же быстродействии САУ ($t_{\text{п}} = 0,9$ с, $\Omega_0 = 10,1$ с⁻¹), но приводит к усложнению управляющего устройства.

Используя "точки вырождения" регулятора, при задании времени переходного процесса $t_{\text{п}} = 0,8$ с ($\Omega_0 = 11,3$ с⁻¹) удается усилить указанный эффект (график I на рис. 4, в) применением более простого ПР, полученного путем обнуления коэффициента r_3 , т. е. исключения из управления старшей производной выходного сигнала. При этом исходная структура регулятора ПР 3/1 трансформируется (табл. 2) в редуцированную структуру ПР 2/1.

Дополнительное упрощение регулятора при сохранении высокой помехоустойчивости САУ (график I на рис. 4, з) можно получить (табл. 2) приведением "минимального" ПР 3/0 к редуцированному виду ПР 2/0 при задании времени переходного процесса $t_{\text{п}} = 0,8$ с и значения СГК $\Omega_0 = 9,2$ с⁻¹.

Аналитический поиск "точек вырождения" ПР 3/0 осуществляется путем записи полиномиального уравнения (1) как системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов полиномов регулятора $R(s)$, $C(s)$, а также неизвестной величины СГК Ω_0 при $\text{deg}R(s) = 2$:

$$\begin{aligned}
 c_0 &= 1; \\
 a_3 c_0 + b_1 r_2 &= d'_3 \Omega_0; \\
 a_2 c_0 + b_1 r_1 + b_0 r_2 &= d'_2 \Omega_0^2; \\
 a_1 c_0 + b_1 r_0 + b_0 r_1 &= d'_1 \Omega_0^3; \\
 a_0 c_0 + b_0 r_0 &= d'_0 \Omega_0^4.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Решая полученную систему уравнений (2) относительно неизвестных параметров, включая Ω_0 ,

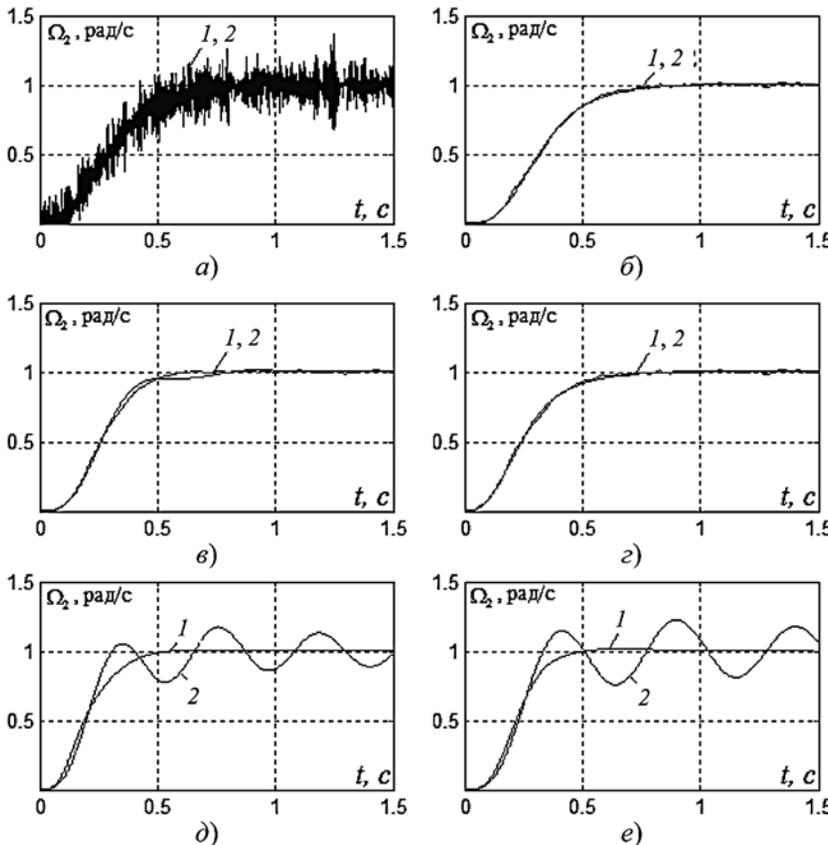


Рис. 4. Графики переходных процессов САУ с ПР 3/0 (а, д), ПР 3/1 (б, е), ПР 2/1 (в) и ПР 2/0 (з)

находим четыре варианта их значений, при которых возможно снижение порядка полинома $R(s)$: $\Omega_{01} = 9,2 \text{ c}^{-1}$, $\Omega_{02} = 2,8 \text{ c}^{-1}$, $\Omega_{03,4} = 6,0 \pm 3,2i \text{ c}^{-1}$. Окончательно выбираем наибольшее действительное значение $\Omega_0 = 9,2 \text{ c}^{-1}$, соответствующее левой границе $h_{D1}(t)$ "зоны робастности" САУ (см. рис. 2) и обеспечивающее желаемое редуцирование регулятора (табл. 2).

Важно отметить, что такое редуцирование регуляторов не придает им неминимально-фазовый характер, не выводит синтезируемые САУ за пределы "зоны робастности" и не вызывает существенных изменений их показателей параметрической грубости. Это наглядно иллюстрируют соответствующие переходные характеристики 2 на рис. 4, а—г, полученные при увеличении параметров J_2 и C_{12} ЭМО1 на 40 % от их исходных значений.

В тех же условиях, но при выборе $t_{\text{п}} = 0,7 \text{ с}$ и появлении отрицательных коэффициентов "минимального" ПР 3/0 и фильтрующего ПР 3/1 (табл. 2), как показывают соответствующие переходные характеристики на рис. 4, д, е, САУ приобретают высокую чувствительность к параметрическим возмущениям.

Рассмотрим второй тип электро-механического объекта управления (ЭМО2), функциональная и структурная схемы которого представлены на рис. 5, а, б, где СЭП — следящий электропривод с безынерционным силовым преобразователем; ПП — преобразователь перемещения; $K_{\text{ПП}}$ — коэффициент преобразования перемещения; U_{φ} — сигнал задания угла; φ_1 — угловое положение вала; x_1, x_2 — линейные перемещения; β — коэффициент сопротивления демфера; c_1, c_2 — жесткость пружин.

Исходные значения параметров объекта: $b_0 = 1$, $a_1 = 20,6$; $a_0 = 202,8$; $K_{\text{ПП}} = 1$; $B = 3 \text{ Н} \cdot \text{с}/\text{м}$; $c_1 = 2 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $c_2 = 36,36 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $T_1 = 1,5 \text{ с}$; $T_2 = 0,078 \text{ с}$; $G_0 = 0,052$.

Соответствующая передаточная функция ЭМО2 имеет вид

$$H(s) = \frac{x_2(s)}{U_{\varphi}(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{s + 0,6667}{s^3 + 33,383 s^2 + 466,15 s + 2592,7}$$

Поскольку для рассматриваемого объекта нуль $s_0 = -0,67$ располагается правее полюсов $s_1 = -12,79$, $s_{2,3} = -10,3 \pm 9,83i$, можно говорить о его "медленном" характере. Границы "зоны робастности",

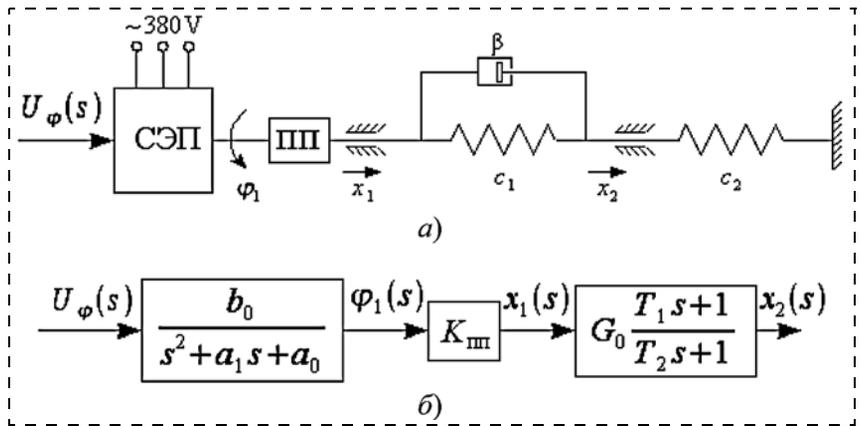


Рис. 5. Функциональная (а) и структурная (б) схемы двухмассового электро-механического объекта (ЭМО2)

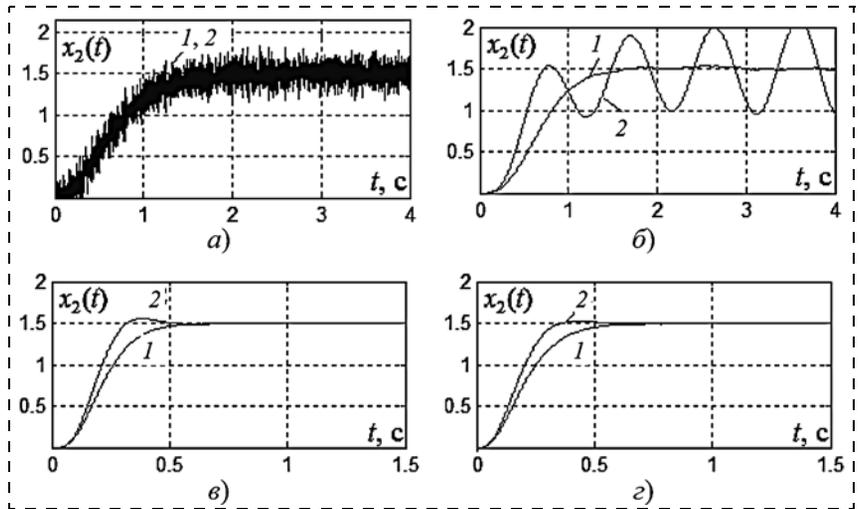


Рис. 6. Графики переходных процессов САУ с ПР 2/0 (а), ПР 2/1 (б), ПР 1/1 (в) и ПР 1/0 (г)

а также результаты синтеза аналоговых прототипов "минимального" (ПР 2/0) и "неминимального" (ПР 2/1) регуляторов для управления данным объектом приведены в табл. 1 и 2.

Переходные характеристики САУ с ПР 2/0 и ПР 2/1 при такте квантования $T_0 = 0,001 \text{ с}$, расположенные в "зонах робастности" при $t_{\text{п}} = 0,5 \text{ с}$ и воздействии на координату x_2 аддитивной помехи в виде белого шума мощностью $10^{-5} \text{ Вт}/\text{м}^2$, представлены соответственно на рис. 6, а, б (графики 1). Аналогично управлению ЭМО1 повышение фильтрующей способности "неминимального" регулятора (ПР 2/1) в данном случае также обеспечивает подавление помехи ценой возрастания сложности регулятора. Однако увеличение степени полинома $C(s)$ при наличии "медленного" нуля ОУ приводит к существенному снижению робастных свойств САУ, что наглядно иллюстрируют переходные характеристики 2 на рис. 6, а, б, полученные при уменьшении параметра a_1 на 50 %.

Выполнение процедуры редуцирования ПР 2/1 и приведение его к виду ПР 1/1 путем обнуления коэффициента r_2 выбором СГК $\Omega_0 = 17,7 \text{ c}^{-1}$

(см. табл. 2) при ускорении переходного процесса до $t_{\text{п}} = 0,4$ с обеспечивает не только упрощение регулятора, но и существенное улучшение помехоустойчивости и параметрической грубости САУ (рис. 6, в). Однако практически тот же эффект (рис. 6, з) может обеспечиваться редуцированием ПР 2/0, т. е. приведением его к наиболее простому виду ПР 1/0 при задании значения

$$\Omega_0 = 13,9 \text{ с}^{-1} (t_{\text{п}} = 0,4 \text{ с}).$$

Таким образом, при управлении заданным ЭМО2 более высокая эффективность достигается использованием редуцированного дифференцирующего ПР минимальной сложности.

Определенной "платой" за улучшение показателей качества САУ, синтезированных с использованием редуцированных ПР на левой границе "области робастности" (см. рис. 2), является повышение форсировок силовых исполнительных устройств в соответствии с темпом процессов, заданным значением СГК Ω_0 как решением системы (2).

Следует отметить, что в отличие от известных [6, 7] методов более кардинального редуцирования линейных регуляторов, предполагающих группировку полюсов системы в некоторой области комплексной плоскости с использованием сложных численных расчетов, а также схемы спектральной декомпозиции системы и принципа отсечения быстро затухающих мод, разработанный подход основывается на модификации классического метода модального управления и сохраняет для разработчика возможность формирования качества переходных процессов на стадии синтеза САУ.

Заключение

Рациональным путем повышения помехоустойчивости при сохранении робастных свойств и снижении сложности САУ на базе дифференцирующих ПР "вход—выход" является редуцирование регуляторов, позволяющее понизить степень полиномов их

ПФ и исключить из управления высшую производную выходного сигнала ОУ.

Такое редуцирование основывается на учете особенностей конкретного объекта и реализуется определенным выбором распределения полюсов синтезируемой САУ, обеспечивающего расположение ее переходной характеристики на левой границе "зоны робастности" и обнуление коэффициента при старшей степени z полинома числителя $R(s)$.

Наряду с упрощением ПР это позволяет сохранить робастные свойства САУ, характерные для области положительности коэффициентов полиномов регулятора ("зоны робастности") в случае "быстрых" нулей ОУ, значительно снизить параметрическую чувствительность системы при наличии "медленных" нулей объекта и в обоих случаях существенно улучшить показатели помехоустойчивости синтезируемых систем.

Редуцирование реализуется на основе модификации классического метода модального управления, что сохраняет возможность формирования желаемых показателей качества при синтезе САУ.

Список литературы

1. Крутько П. Д. Полиномиальные уравнения и обратные задачи динамики управляемых систем // Изв. РАН. Техн. кибернетика. 1986. № 1. С. 125—133.
2. Гайдук А. Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). М.: Физматлит, 2012. 360 с.
3. Тарарыкин С. В., Тютиков В. В. Системное проектирование линейных регуляторов состояния // Изв. РАН. ТиСУ. 1995. № 4.
4. Гудвин Г. К., Гребс С. Ф., Сальгадо М. Э. Проектирование систем управления. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. 911 с.
5. Тарарыкин С. В., Тютиков В. В. Робастное модальное управление динамическими системами // Изв. РАН. АиТ. 2002. № 5.
6. Вороной В. В. Краткий обзор методов синтеза регуляторов пониженного порядка // Сб. научн. тр. НГТУ. 2010. № 4 (62). С. 25—34.
7. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Концепция модальной редукции моделей управляемых систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 12. С. 2—8.

S. V. Tararykin, Professor, Rector, V. V. Apolonskiy, Postgraduate student, vlad-apolonskiy@yandex.ru, Ivanovo State Power University named after V. I. Lenin

Methods of Synthesis of Reduced Polynomial Controls Dynamic Systems

The problems of increasing of the noise immunity and robustness with reduction of the complexity of the automatic control systems with polynomial controllers "input/output" at the same time are solved based on reduction of the polynoms of their transfer functions. The possibilities are detected, the conditions are determined and the methods are developed for reduction of the polynomial controllers by forming definite allocation of the poles of the synthesizable systems taking into account features of the mathematical model of the object. Detailed analysis of the functioning of the systems on the borders of the "robust zones" and "risk zones" is carried out which is characterized with appearing of the positive and negative coefficients of the polynoms of the controllers. The spans of feasible changes of the parameters of the object are determined by the criterion of robust stability of the system. In contradistinction from other methods the introduced approach is based on modification of the classical method of modal control which includes a possibility of formation of the quality of transition processes at the stage of synthesis of a system. The examples of effective controlling of electromechanical objects with different complexity are given.

Keywords: automatic control system, noise immunity, robustness, robustness area, polynomial controller, geometric average square, the area of sustainability

References

1. **Krut'ko P. D.** Polinomial'nye uravneniya i obratnye zadachi dinamiki upravlyaemykh system. *Izv. RAN. Tekhn. kibernetika*. 1986. N. 1. P. 125—133.
2. **Gayduk A. R.** Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (polinomial'nyy podkhod). M.: Fizmatlit, 2012. 360 p.
3. **Tararykin S. V., Tyutikov V. V.** Sistemnoe proektirovanie lineynykh regulyatorov sostoyaniya. *Izv. RAN. TiSU*. 1995. N. 4.

4. **Gudvin G. K., Grebe S. F., Sal'gado M. E.** Proektirovanie sistem upravleniya. M.: BINOM. Laboratoriya znaniy, 2004. 911 p.
5. **Tararykin S. V., Tyutikov V. V.** Robastnoe modal'noe upravlenie dinamicheskimi sistemami. *Izv. RAN. AiT*. 2002. N. 5.
6. **Voronoy V. V.** Kratkiy obzor metodov sinteza regulyatorov ponizhennogo poriyadka. *Sb. nauchn. tr. NGTU*. 2010. N. 4 (62). P. 25—34.
7. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Kontseptsiya modal'noy redukttsii modeley upravlyaemykh sistem. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*. 2013. N. 12. P. 2—8.

УДК 681.511.4

Н. В. Фалдин, д-р техн. наук, проф., nvfaldin@yandex.ru,

А. В. Моржов, канд. техн. наук, доц., morzhov@mail.ru,

Тульский государственный университет

Чувствительность ошибки слежения к изменению параметров объекта управления в релейной автоколебательной системе¹

Рассматриваются автоколебательные системы с двухпозиционным релейным элементом и гладким нелинейным объектом управления. Разработан основанный на дискретной линеаризации по полезному сигналу метод получения функций чувствительности ошибки слежения к изменению параметров объекта управления. Метод можно использовать для анализа, а также при синтезе релейной системы. Приводится пример, иллюстрирующий получение функции чувствительности.

Ключевые слова: релейная система, нелинейный объект, автоколебания, дискретная линеаризация, чувствительность, ошибка слежения

Введение

Релейные автоматические системы находят широкое применение в технике. При их анализе и синтезе важно иметь информацию о чувствительности системы к изменению параметров объекта управления. Располагая функциями чувствительности, можно оперативно оценить влияние отклонения параметров от их номинальных значений на выходные характеристики системы. На практике такие отклонения всегда имеют место.

Далее, функции чувствительности используются для назначения допусков на элементы системы управления. С их помощью можно выполнить синтез системы с заданными ограничениями на чувствительность.

Теория чувствительности наиболее бурно развивалась в 60-е, 70-е и 80-е годы прошлого столетия. На эту тему имеется большое число публикаций. Однако в опубликованных работах весьма слабо представлены методы исследования чувствительности релейных автоматических систем. Рассматривались лишь релейные системы с линейными объектами управления. Между тем, реальные объекты управления, как правило, являются нелинейными.

Данная статья посвящена разработке метода получения функций чувствительности ошибки слежения в релейных автоколебательных системах. Рассмат-

риваются системы с двухпозиционным релейным элементом и гладким нелинейным объектом управления. Именно произвольный гладкий нелинейный объект существенно усложняет исследование.

Для оперативной оценки точности режима слежения релейной системы на практике, как правило, используют какую-либо ее линеаризацию по полезному сигналу. Наиболее эффективным методом, который можно использовать при любой нелинейности объекта управления, является дискретная линеаризация [1—3]. Метод был разработан авторами настоящей статьи, и его практическое применение показало, что он характеризуется высокой точностью.

В работе для получения функции чувствительности полезной составляющей выходного сигнала используется дискретная линеаризация релейной системы. Определение функции чувствительности сводится к решению неоднородного линейного разностного уравнения с постоянными коэффициентами с периодом дискретности по времени, равным полупериоду автоколебаний. Это позволяет получить решетчатую функцию чувствительности, которая задает чувствительность каждой дискреты выходного сигнала.

Следящие релейные системы проектируются таким образом, чтобы частота автоколебаний существенно превосходила частоту входного сигнала. В этих условиях, располагая решетчатой функцией чувствительности выходного сигнала, можно исследовать чувствительность ошибки слежения к изменению параметров объекта управления.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-00662).

Чувствительность периодического движения

Отклонение параметров объекта управления от их номинальных значений приводит к изменению периодического движения. Именно это изменение оказывает наиболее существенное влияние на чувствительность режима слежения. Поэтому необходимо, прежде всего, получить функции чувствительности периодической траектории.

Рассмотрим релейную систему, функциональная схема которой представлена на рис. 1. Движение системы задается уравнениями

$$\frac{dx}{dt} = f(x, \alpha, u), \quad (1)$$

$$u = \Phi(\varepsilon, A, b), \quad \varepsilon = y - R^T x, \quad (2)$$

где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ и $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ — векторы; R^T — матрица-строка; α — некоторый скалярный параметр; u — сигнал с выхода релейного элемента; y — входной сигнал. Релейный элемент является двухпозиционным. Функция Φ задается его статической характеристикой, представленной на рис. 2.

Предполагается, как это обычно имеет место в следящих системах, что объект обладает симметрией:

$$f(-x, \alpha, -u) = -f(x, \alpha, u).$$

В таких релейных системах при отсутствии входного сигнала, как правило, имеют место симметричные автоколебания, т. е.

$$x(t + T) = -x(t),$$

где $2T$ — период.

Фазовый годограф [4—6] позволяет легко определить возникающие в автономной ($y(t) \equiv 0$) системе (1), (2) автоколебания. Пусть $x(t)$ — периодическая траектория автономной системы (1), (2) периода $2T$, обладающая указанной выше симметрией. Получим

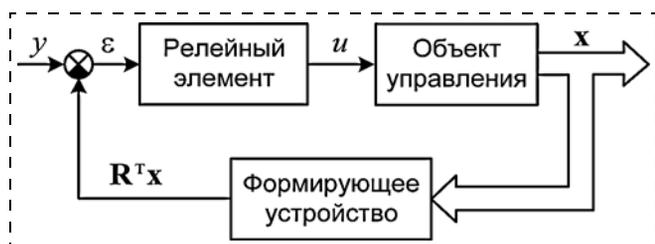


Рис. 1

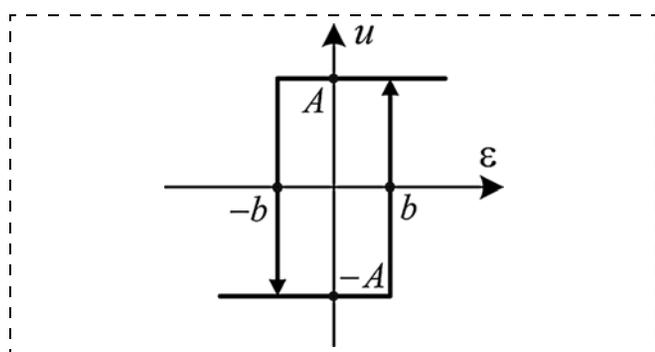


Рис. 2

функцию чувствительности траектории $x(t)$ к изменению параметра α .

Дадим параметру α малое приращение $\delta\alpha$. Малое изменение параметра α приведет к малому изменению периодической траектории. Обозначим периодическую траекторию в параметрически возмущенной системе $\tilde{x}(t) = x(t) + \delta x(t)$. Приращение $\delta x(t)$ имеет тот же порядок малости, что и $\delta\alpha$.

Учитывая симметрию, ограничимся рассмотрением на полупериоде. На полупериоде сигнал управления $u(t)$ является постоянной величиной.

Подставим в уравнение (1) траекторию $\tilde{x}(t)$:

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = \frac{dx}{dt} + \frac{d\delta x}{dt} = f(x + \delta x, \alpha + \delta\alpha, u). \quad (3)$$

Полагая, что функция f непрерывно дифференцируема по x и α , из (3) найдем:

$$\frac{d\delta x}{dt} = \frac{\partial f(x, \alpha, u)}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f(x, \alpha, u)}{\partial \alpha} \delta\alpha. \quad (4)$$

Равенство (4) называется уравнением в вариациях. В нем опущены слагаемые, имеющие порядок малости выше первого.

Вариация параметра α приведет к изменению периода. Период траектории $\tilde{x}(t)$ обозначим $2(T + \delta T)$, где δT — малая величина.

Равенство (4) представляет собой неоднородное линейное уравнение с переменными коэффициентами. Обозначим $V^0(t_0, t)$ нормированную фундаментальную матрицу решений однородного ($\delta\alpha = 0$) уравнения (4), где t_0 — начальный момент времени. Совместим начальный момент с моментом переключения на траектории $x(t)$ управления с $u = -A$ на $u = A$, положив $t_0 = 0$. Пусть, далее, $r(t)$ — решение неоднородного уравнения (4) при $\delta x(0) = 0$, $\delta\alpha = 1$. Решение уравнения (4) при произвольном начальном условии $\delta x(0)$ имеет вид

$$\delta x(t) = V^0(0, t) \delta x(0) + r(t) \delta\alpha. \quad (5)$$

На траектории $\tilde{x}(t)$ переключение управления с $u = A$ на $u = -A$ происходит в момент $T + \delta T$ и, следовательно,

$$-R^T [x(T + \delta T) + \delta x(T + \delta T)] = -b. \quad (6)$$

Опуская, как и выше, величины, имеющие порядок малости выше первого, и принимая во внимание условие переключения релейного элемента на траектории $x(t)$, из (6) найдем

$$\delta T = -\frac{R^T \delta x^-(T)}{R^T \dot{x}^-(T)}, \quad (7)$$

здесь и в дальнейшем символом "минус" обозначаются пределы слева.

Ниже равенства, в которых не учитываются величины, имеющие порядок малости выше первого, будем записывать, не оговаривая это особо.

Периодическая траектория $\tilde{x}(t)$ обладает симметрией, и поэтому

$$x(T + \delta T) + \delta x(T + \delta T) = -x(0) - \delta x(0). \quad (8)$$

Из (8), принимая во внимание симметрию траектории $\mathbf{x}(t)$, следует

$$\delta\mathbf{x}(0) = -\delta\mathbf{x}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^-(T)\delta T. \quad (9)$$

Подставляя (7) в (9) и учитывая (5), найдем

$$\begin{aligned} \left[\mathbf{I} + \mathbf{V}^0(0, T) - \frac{\dot{\mathbf{x}}^-(T)\mathbf{R}^T\mathbf{V}^0(0, T)}{\mathbf{R}^T\dot{\mathbf{x}}^-(T)} \right] \delta\mathbf{x}(0) = \\ = \left[\frac{\dot{\mathbf{x}}^-(T)\mathbf{R}^T\mathbf{r}(T)}{\mathbf{R}^T\dot{\mathbf{x}}^-(T)} - \mathbf{r}(T) \right] \delta\alpha, \end{aligned} \quad (10)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица. Из (10) следует

$$\delta\mathbf{x}(0) = \boldsymbol{\gamma}\delta\alpha, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\gamma} = \left[\mathbf{I} + \mathbf{V}^0(0, T) - \frac{\dot{\mathbf{x}}^-(T)\mathbf{R}^T\mathbf{V}^0(0, T)}{\mathbf{R}^T\dot{\mathbf{x}}^-(T)} \right]^{-1} \times \\ \times \left[\frac{\dot{\mathbf{x}}^-(T)\mathbf{R}^T\mathbf{r}(T)}{\mathbf{R}^T\dot{\mathbf{x}}^-(T)} - \mathbf{r}(T) \right]. \end{aligned}$$

Если в (5) положить $\delta\mathbf{x}(0) = \boldsymbol{\gamma}\delta\alpha$, то получим вариацию периодической траектории, которую обозначим

$$\delta\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\rho}(t)\delta\alpha,$$

где

$$\boldsymbol{\rho}(t) = \mathbf{V}^0(0, t)\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{r}(t). \quad (12)$$

Легко видеть, что $\boldsymbol{\rho}(t)$ является функцией чувствительности периодической траектории по параметру α .

Из (7) и (5) следует, что

$$\delta T = \nu\delta\alpha, \quad (13)$$

здесь

$$\nu = -\frac{\mathbf{R}^T\boldsymbol{\rho}(T)}{\mathbf{R}^T\dot{\mathbf{x}}^-(T)}.$$

Таким образом, при фиксированном $\delta\alpha$ траектория $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\rho}(t)\delta\alpha$ имеет период $2T^* = 2(T + \nu\delta\alpha)$.

Чувствительность ошибки слежения

Рассматривается режим слежения в параметрически возмущенной релейной системе. Воспользуемся дискретной линеаризацией.

Пусть на вход системы подается малый медленно меняющийся сигнал $y(t)$. Он приведет к малому изменению установившегося движения, которое, собственно, и определяет режим слежения.

Обозначим $\hat{\mathbf{x}}(t) = \tilde{\mathbf{x}}(t) + \delta\tilde{\mathbf{x}}(t)$ установившуюся траекторию системы, здесь $\delta\tilde{\mathbf{x}}(t)$ — малая величина. Подставив в уравнение (1) траекторию $\hat{\mathbf{x}}(t)$, ана-

логично тому, как это делалось выше, получим уравнение в вариациях

$$\frac{d\delta\tilde{\mathbf{x}}}{dt} = \frac{\partial\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}, \alpha + \delta\alpha, u)}{\partial\tilde{\mathbf{x}}} \delta\tilde{\mathbf{x}}. \quad (14)$$

Пусть

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}, \alpha + \delta\alpha, u) = \frac{\partial\mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha + \delta\alpha, u)}{\partial\mathbf{x}}.$$

Из (14) следует, что

$$\frac{d\delta\tilde{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{M}(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho}\delta\alpha, \alpha + \delta\alpha, u)\delta\tilde{\mathbf{x}}.$$

Так как $\delta\alpha$ является малой величиной, то можно записать

$$\frac{d\delta\tilde{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{M}(\mathbf{x}, \alpha, u)\delta\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{N}(\mathbf{x}, \alpha, u)\delta\alpha\delta\tilde{\mathbf{x}}, \quad (15)$$

где

$$\mathbf{N}(\mathbf{x}, \alpha, u) = \frac{d}{d\delta\alpha} \mathbf{M}(\mathbf{x} + \boldsymbol{\rho}\delta\alpha, \alpha + \delta\alpha, u)|_{\delta\alpha=0}.$$

Во избежание недоразумений отметим, что в равенстве (15) $\delta\alpha$ и $\delta\tilde{\mathbf{x}}$ — независимые малые величины.

Отметим, и это весьма важно, что матрицы $\mathbf{M}(\mathbf{x}, \alpha, u)$ и $\mathbf{N}(\mathbf{x}, \alpha, u)$ зависят только от периодической траектории $\mathbf{x}(t)$ и номинального значения параметра α .

Равенство (15) представляет собой однородное линейное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами. Найдем для (15) нормированную фундаментальную матрицу решений.

Положим $\delta\tilde{\mathbf{x}}(t) = \delta\tilde{\mathbf{x}}^0(t) + \mathbf{m}(t)\delta\alpha$, где $\delta\tilde{\mathbf{x}}^0(t)$ — решение уравнения (15) при $\delta\alpha = 0$ и некотором начальном условии $\delta\tilde{\mathbf{x}}^0(0)$. Из (15) следует

$$\frac{d}{dt} \mathbf{m}(t) = \mathbf{M}(\mathbf{x}, \alpha, u)\mathbf{m}(t) + \mathbf{N}(\mathbf{x}, \alpha, u)\delta\tilde{\mathbf{x}}^0(t). \quad (16)$$

В уравнении (16) $\delta\tilde{\mathbf{x}}^0(t)$ — известная функция времени.

Пусть $\mathbf{m}(t)$ — решение уравнения (16) при $\mathbf{m}(0) = 0$.

Это решение зависит от функции $\delta\tilde{\mathbf{x}}^0(t)$, которая, в свою очередь, определяется начальным условием $\delta\tilde{\mathbf{x}}^0(0)$.

При $\delta\alpha = 0$ уравнение (15) имеет введенную ранее нормированную фундаментальную матрицу решений $\mathbf{V}^0(0, t)$. Столбцы этой матрицы являются решениями уравнения (15) при начальных условиях $\mathbf{e}^1 = (1, 0, \dots, 0)$, $\mathbf{e}^2 = (0, 1, 0, \dots, 0)$, ..., $\mathbf{e}^n = (0, \dots, 0, 1)$. Обозначим $\mathbf{V}^\alpha(0, t)$ матрицу, столбцы которой образованы векторами $\mathbf{m}^1(t)$, $\mathbf{m}^2(t)$, ..., $\mathbf{m}^n(t)$, причем вектор $\mathbf{m}^i(t)$ является решением уравнения (16) при $\delta\tilde{\mathbf{x}}^0(0) = \mathbf{e}^i$, $i = \overline{1, n}$. Легко видеть, что

$$\mathbf{V}(0, t) = \mathbf{V}^0(0, t) + \mathbf{V}^\alpha(0, t)\delta\alpha \quad (17)$$

является нормированной фундаментальной матрицей решений уравнения (15). Строго говоря, $\mathbf{V}(0, t)$

задает линейризованную по α нормированную фундаментальную матрицу решений.

В работе [1] для релейной автоколебательной системы получено линейное разностное уравнение с периодом дискретности по времени, равным полупериоду автоколебаний, задающее дискретную линейризацию системы по полезному сигналу. Запишем это уравнение для параметрически возмущенной системы (1), (2):

$$\begin{aligned} \delta \tilde{\mathbf{x}}((k+1)T^*) = & \left[\mathbf{V}(0, T^*) - \right. \\ & \left. - \frac{(\tilde{\mathbf{x}}^-(T^*) - \tilde{\mathbf{x}}^+(T^*)) \mathbf{R}^T \mathbf{V}(0, T^*)}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^*)} \right] \delta \tilde{\mathbf{x}}(kT^*) + \\ & + \frac{\tilde{\mathbf{x}}^-(T^*) - \tilde{\mathbf{x}}^+(T^*)}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T^*)} y((k+1)T^*), \end{aligned} \quad (18)$$

здесь и в дальнейшем символом "плюс" обозначены пределы справа.

Принимая во внимание, что $\mathbf{V}(0, T^*) = \mathbf{V}^0(0, T^*) + \mathbf{V}^\alpha(0, T^*)\delta\alpha$, $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) + \rho(t)\delta\alpha$, $T^* = T + v\delta\alpha$, преобразуем равенство (18). Далее, для сокращения весьма громоздких формул вместо $\mathbf{V}^0(0, t)$ и $\mathbf{V}^\alpha(0, t)$ будем использовать обозначения $\mathbf{V}^0(t)$ и $\mathbf{V}^\alpha(t)$. Так как $\delta\alpha$ является малой величиной, из (18) следует

$$\begin{aligned} \delta \tilde{\mathbf{x}}((k+1)T^*) = & \left\{ \mathbf{V}^0(T) + \dot{\mathbf{V}}^0(T)v\delta\alpha + \mathbf{V}^\alpha(T)\delta\alpha - \right. \\ & - \frac{[(\dot{\mathbf{x}}^-(T) + \ddot{\mathbf{x}}^-(T)v\delta\alpha + \dot{\rho}^-(T)\delta\alpha) - (\dot{\mathbf{x}}^+(T) + \ddot{\mathbf{x}}^+(T)v\delta\alpha + \dot{\rho}^+(T)\delta\alpha)]}{\mathbf{R}^T[\dot{\mathbf{x}}^-(T) + \ddot{\mathbf{x}}^-(T)v\delta\alpha + \dot{\rho}^-(T)\delta\alpha]} \times \\ & \times \mathbf{R}^T(\mathbf{V}^0(T) + \dot{\mathbf{V}}^0(T)v\delta\alpha + \mathbf{V}^\alpha(T)\delta\alpha) \left. \right\} \delta \tilde{\mathbf{x}}(kT^*) + \\ & + \frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(T) + \ddot{\mathbf{x}}^-(T)v\delta\alpha + \dot{\rho}^-(T)\delta\alpha) - (\dot{\mathbf{x}}^+(T) + \ddot{\mathbf{x}}^+(T)v\delta\alpha + \dot{\rho}^+(T)\delta\alpha)}{\mathbf{R}^T[\dot{\mathbf{x}}^-(T) + \ddot{\mathbf{x}}^-(T)v\delta\alpha + \dot{\rho}^-(T)\delta\alpha]} \times \\ & \times y((k+1)T^*). \end{aligned} \quad (19)$$

Выделим в (19) слагаемые, не зависящие от $\delta\alpha$ (исключая знаменатель), и слагаемые, зависящие от $\delta\alpha$:

$$\begin{aligned} \delta \tilde{\mathbf{x}}((k+1)T^*) = & \\ = & \left[\mathbf{V}^0(T) - \frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T)) \mathbf{R}^T \mathbf{V}^0(T)}{\mathbf{R}^T[\dot{\mathbf{x}}^-(T) + \ddot{\mathbf{x}}^-(T)v + \dot{\rho}^-(T)\delta\alpha]} \right] \delta \tilde{\mathbf{x}}(kT^*) + \\ + & \left[\dot{\mathbf{V}}^0(T)v + \mathbf{V}^\alpha(T) - \frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T)) \mathbf{R}^T (\mathbf{V}^0(T)v + \mathbf{V}^\alpha(T))}{\mathbf{R}^T[\dot{\mathbf{x}}^-(T) + \ddot{\mathbf{x}}^-(T)v\delta\alpha + \dot{\rho}^-(T)\delta\alpha]} - \right. \\ - & \left. \frac{[\ddot{\mathbf{x}}^-(T)v - \ddot{\mathbf{x}}^+(T)v + \dot{\rho}^-(T) - \dot{\rho}^+(T)] \mathbf{R}^T \mathbf{V}^0(T)}{\mathbf{R}^T[\dot{\mathbf{x}}^-(T) + \ddot{\mathbf{x}}^-(T)v\delta\alpha + \dot{\rho}^-(T)\delta\alpha]} \right] \delta\alpha \delta \tilde{\mathbf{x}}(kT^*) + \\ + & \frac{\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T)}{\mathbf{R}^T[\dot{\mathbf{x}}^-(T) + \ddot{\mathbf{x}}^-(T)v\delta\alpha + \dot{\rho}^-(T)\delta\alpha]} y((k+1)T^*) + \\ + & \frac{\ddot{\mathbf{x}}^-(T)v - \ddot{\mathbf{x}}^+(T)v + \dot{\rho}^-(T) - \dot{\rho}^+(T)}{\mathbf{R}^T[\dot{\mathbf{x}}^-(T) + \ddot{\mathbf{x}}^-(T)v\delta\alpha + \dot{\rho}^-(T)\delta\alpha]} \delta\alpha y((k+1)T^*). \end{aligned} \quad (20)$$

Выполним линейризацию по $\delta\alpha$ уравнения (20) в окрестности $\delta\alpha = 0$. В результате получим равенство

$$\begin{aligned} \delta \tilde{\mathbf{x}}((k+1)T^*) = & \mathbf{P} \delta \tilde{\mathbf{x}}(kT^*) + \mathbf{Q} y((k+1)T^*) + \\ & + \mathbf{L} \delta\alpha \delta \tilde{\mathbf{x}}(kT^*) + \mathbf{S} \delta\alpha y((k+1)T^*). \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mathbf{P} = & \mathbf{V}^0(T) - \frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T)) \mathbf{R}^T \mathbf{V}^0(T)}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T)}; \\ \mathbf{Q} = & \frac{\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T)}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T)}; \\ \mathbf{L} = & \dot{\mathbf{V}}^0(T)v + \mathbf{V}^\alpha(T) + \\ + & \frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T)) \mathbf{R}^T \mathbf{V}^0(T) \mathbf{R}^T (\ddot{\mathbf{x}}^-(T)v + \dot{\rho}^-(T))}{(\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T))^2} - \\ - & \left[\frac{(\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T)) \mathbf{R}^T (\mathbf{V}^0(T)v + \mathbf{V}^\alpha(T))}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T)} + \right. \\ + & \left. \frac{[\ddot{\mathbf{x}}^-(T)v - \ddot{\mathbf{x}}^+(T)v + \dot{\rho}^-(T) - \dot{\rho}^+(T)] \mathbf{R}^T \mathbf{V}^0(T)}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T)} \right]; \\ \mathbf{S} = & \frac{\ddot{\mathbf{x}}^-(T)v - \ddot{\mathbf{x}}^+(T)v + \dot{\rho}^-(T) - \dot{\rho}^+(T)}{\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T)} - \\ - & \frac{[\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T)] \mathbf{R}^T (\ddot{\mathbf{x}}^-(T)v + \dot{\rho}^-(T))}{(\mathbf{R}^T \dot{\mathbf{x}}^-(T))^2}. \end{aligned}$$

Будем релейную систему с номинальным значением параметра α рассматривать как частный случай параметрически возмущенной системы при $\delta\alpha = 0$.

При $\delta\alpha = 0$ $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t)$, $\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) + \delta \tilde{\mathbf{x}}(t)$. Вариацию траектории в данном случае будем обозначать символом "*", т. е. $\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) + \delta \tilde{\mathbf{x}}^*(t)$.

Периодическая траектория $\mathbf{x}(t)$ имеет период $2T$. Матрица \mathbf{P} и вектор \mathbf{Q} зависят только от траектории $\mathbf{x}(t)$. Поэтому разностное уравнение, задающее дискретную линейризацию релейной системы при номинальном значении параметра α , можно получить из (21), положив в нем $\delta\alpha = 0$ и заменив период дискретности T^* на T :

$$\delta \tilde{\mathbf{x}}^*((k+1)T) = \mathbf{P} \delta \tilde{\mathbf{x}}^*(kT) + \mathbf{Q} y((k+1)T). \quad (22)$$

Траектории движения

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \tilde{\mathbf{x}}(t) + \delta \tilde{\mathbf{x}}(t),$$

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \tilde{\mathbf{x}}(t) + \delta \tilde{\mathbf{x}}^*(t)$$

соответственно параметрически возмущенной системы и системы с номинальным значением параметра α содержат периодические функции $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ и $\mathbf{x}(t)$. Каждая из этих функций обладает симметрией и не

имеет постоянной составляющей. Поэтому на практике при исследовании режима слежения основной интерес представляет не траектория $\hat{\mathbf{x}}(t)$, а функции $\delta\tilde{\mathbf{x}}(t)$ и $\delta\tilde{\mathbf{x}}^*(t)$, задающие "средние" значения, на которые наложены колебания. Именно указанные "средние" значения являются полезной составляющей движения релейной системы.

Релейные системы часто являются подсистемой некоторой "главной" системы. В качестве примера можно привести автоколебательные рулевые приводы ракеты. Высокочастотные колебания фильтруются "главной" системой, имеющей большую инерционность, т. е. она реагирует на полезную составляющую движения.

Принимая во внимание сказанное выше, для исследования режима слежения необходимо получить функцию чувствительности полезной составляющей движения, т. е. вариации $\delta\tilde{\mathbf{x}}^*(t)$.

Положим в равенстве (21) $T^* = T + v\delta\alpha$. В результате получим

$$\delta\tilde{\mathbf{x}}((k+1)(T+v\delta\alpha)) = \mathbf{P}\delta\tilde{\mathbf{x}}(k(T+v\delta\alpha)) + \mathbf{Q}\mathbf{y}((k+1)(T+v\delta\alpha)) + \mathbf{L}\delta\alpha\delta\tilde{\mathbf{x}}(k(T+v\delta\alpha)) + \mathbf{S}\delta\alpha\mathbf{y}((k+1)(T+v\delta\alpha)). \quad (23)$$

Для любого k ($k \neq \infty$), опуская в (23) величины, имеющие порядок малости относительно $\delta\alpha$ выше первого, найдем

$$\delta\tilde{\mathbf{x}}((k+1)T) + [(k+1)v\delta\alpha]\delta\dot{\tilde{\mathbf{x}}}((k+1)T) = \mathbf{P}[\delta\tilde{\mathbf{x}}(kT) + kv\delta\alpha\delta\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(kT)] + \mathbf{Q}[\mathbf{y}((k+1)T) + (k+1)v\delta\alpha\dot{\mathbf{y}}((k+1)T)] + \mathbf{L}\delta\alpha\delta\tilde{\mathbf{x}}(kT) + \mathbf{S}\delta\alpha\mathbf{y}((k+1)T). \quad (24)$$

Вычтем из (24) равенство (22), поделим его на $\delta\alpha$ и перейдем к пределу при $\delta\alpha \rightarrow 0$:

$$\lim_{\delta\alpha \rightarrow 0} \frac{\delta\tilde{\mathbf{x}}((k+1)T) - \delta\tilde{\mathbf{x}}^*((k+1)T)}{\delta\alpha} + \lim_{\delta\alpha \rightarrow 0} (k+1)v\delta\alpha\delta\dot{\tilde{\mathbf{x}}}((k+1)T) = \mathbf{P} \lim_{\delta\alpha \rightarrow 0} \frac{\delta\tilde{\mathbf{x}}(kT) - \delta\tilde{\mathbf{x}}^*(kT)}{\delta\alpha} + \mathbf{P} \lim_{\delta\alpha \rightarrow 0} kv\delta\alpha\delta\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(kT) + (k+1)v\mathbf{Q}\dot{\mathbf{y}}((k+1)T) + \mathbf{L} \lim_{\delta\alpha \rightarrow 0} \delta\tilde{\mathbf{x}}(kT) + \mathbf{S}\mathbf{y}((k+1)T). \quad (25)$$

Обозначим производную

$$\frac{\partial\tilde{\mathbf{x}}^*(kT)}{\partial\alpha} = \lim_{\delta\alpha \rightarrow 0} \frac{\delta\tilde{\mathbf{x}}(kT) - \delta\tilde{\mathbf{x}}^*(kT)}{\delta\alpha} = \mathbf{z}(kT).$$

Из (25) следует

$$\mathbf{z}((k+1)T) = \mathbf{P}\mathbf{z}(kT) + \mathbf{P}kv\delta\alpha\delta\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(kT) + \mathbf{L}\delta\tilde{\mathbf{x}}(kT) - (k+1)v\delta\alpha\delta\dot{\tilde{\mathbf{x}}}((k+1)T) + (k+1)v\mathbf{Q}\dot{\mathbf{y}}((k+1)T) + \mathbf{S}\mathbf{y}((k+1)T). \quad (26)$$

Равенство (22) справедливо для любого k ($k = 0, 1, 2, \dots$). Естественно предположить, что оно выполняется и для переменных с непрерывным временем t , т. е. если в (22) положить $kT = t$. Проинтегрируем полученное таким образом равенство по t и запишем его для момента $t = kT$:

$$\delta\dot{\tilde{\mathbf{x}}}^*((k+1)T) = \mathbf{P}\delta\dot{\tilde{\mathbf{x}}}^*(kT) + \mathbf{Q}\dot{\mathbf{y}}((k+1)T). \quad (27)$$

Рассмотренный выше способ получения равенства (27) не является строгим. Но для дискретной линеаризации как приближенного метода исследования это вполне оправданно. Далее, в работах [1–3] методом дискретной линеаризации был выполнен анализ режима слежения в релейных системах за гармоническими входными сигналами, и при этом выполнялся переход от решетчатых функций к непрерывным путем замены kT на t . На конкретных примерах была показана допустимость такого перехода.

Если принять во внимание (27), равенство (26) заметно упрощается:

$$\mathbf{z}((k+1)T) = \mathbf{P}\mathbf{z}(kT) + \mathbf{L}\delta\tilde{\mathbf{x}}^*(kT) - v\mathbf{P}\delta\dot{\tilde{\mathbf{x}}}^*(kT) + \mathbf{S}\mathbf{y}((k+1)T). \quad (28)$$

В равенстве (28) $\delta\tilde{\mathbf{x}}^*(kT)$ и $\delta\dot{\tilde{\mathbf{x}}}^*(kT)$ находятся из решения уравнения (22), причем $\delta\tilde{\mathbf{x}}(kT)$ определяется указанным выше способом.

Режиму слежения, как уже отмечалось, соответствует установившееся движение релейной системы. Поэтому следует искать частные решения уравнений (22) и (28), определяющие установившиеся движения. Это обычно несложно выполнить, ориентируясь на правые части указанных уравнений.

Полученная в результате решения уравнения (28) решетчатая функция $\mathbf{z}(kT)$ задает чувствительность к изменению параметра α решетчатой функции $\delta\tilde{\mathbf{x}}^*(kT)$, т. е. чувствительность каждой ее дискреты. Полезная составляющая движения параметрически возмущенной релейной системы имеет вид

$$\delta\tilde{\mathbf{x}}(kT) = \delta\tilde{\mathbf{x}}^*(kT) + \mathbf{z}(kT)\delta\alpha.$$

Пусть выходной сигнал релейной системы (см. рис. 1) задается равенством

$$X(t) = \mathbf{C}^T\mathbf{x}(t),$$

где \mathbf{C}^T — матрица-строка. Полезная составляющая выходного сигнала имеет вид

$$\delta\tilde{X}(kT) = \mathbf{C}^T\delta\mathbf{x}(kT).$$

Ошибка слежения, записанная относительно полезной составляющей выходного сигнала, имеет вид

$$\varepsilon(kT) = y(kT) - \delta\tilde{X}(kT) = y(kT) - \mathbf{C}^T[\delta\tilde{\mathbf{x}}^*(kT) + \mathbf{z}(kT)\delta\alpha] = \varepsilon^0(kT) - \mathbf{C}^T\mathbf{z}(kT)\delta\alpha, \quad (29)$$

где $\varepsilon^0(kT)$ — ошибка слежения в параметрически невозмущенной системе. Из (29) следует, что функ-

ция чувствительности ошибки слежения имеет вид

$$\frac{d\varepsilon(kT)}{d\alpha} = -\mathbf{C}^T \mathbf{z}(kT).$$

На практике при анализе точности режима слежения часто удобно перейти от решетчатых функций к функциям с непрерывным временем t , положив $kT = t$. Такой переход, как правило, не приводит к сколь-либо заметным ошибкам.

Пример

На рис. 3 изображена структурная схема релейной автоколебательной следящей системы. Подача на вход дополнительного сигнала $\mu \dot{y}$ (он относится к системе коррекции) позволяет устранить статическую ошибку при обработке линейно нарастающих входных сигналов, а также повысить точность воспроизведения других типов сигналов. Релейный элемент является двухпозиционным (см. рис. 2) и описывается функциональной зависимостью

$$\varphi(x_1) = \frac{2\alpha}{\pi} \operatorname{arctg}(\beta x_1).$$

Система имеет следующие значения параметров: $A = 27$, $b = 0,005$, $\Omega = 0,15$, $\tau = 0,0015$, $\beta = 0,02$, $c = 0,052$, $J = 0,0093$, $q = 120$, $C_1 = 0,003$, $C_2 = 1$, $\mu = 0,3606$.

Определяется чувствительность ошибки слежения к изменению параметра α , номинальное значение которого равно 120. Рассматривается гармонический входной сигнал

$$y(t) = a \sin \omega t,$$

где $a = 1$, $\omega = 1$ рад/с.

Движение системы задается уравнениями (1), (2). Здесь: $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$, $\mathbf{R}^T = [0 \ C_1 \ C_2]$, вектор-функция

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \alpha, u) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\tau}x_1 - \frac{c}{\tau\Omega}x_2 + \frac{1}{\tau\Omega}u \\ \frac{2\alpha c}{\pi J} \operatorname{arctg}(\beta x_1) \\ \frac{1}{q}x_2 \end{pmatrix}.$$

Для изображенной на рис. 3 релейной системы был построен фазовый годограф и с его помощью установлено, что в системе при $y(t) = 0$ имеет место периодическое движение с полупериодом $T = 0,0083956$ с. Траектория $\mathbf{x}(t)$ определялась путем численного интегрирования уравнения (1). Фазовый годограф задает необходимое начальное условие.

Матрицы $\mathbf{V}^0(T)$ и $\mathbf{V}^\alpha(T)$ рассчитывались указанным выше способом, причем в процессе вычисления определялась также матрица $\dot{\mathbf{V}}^0(T)$. Функция

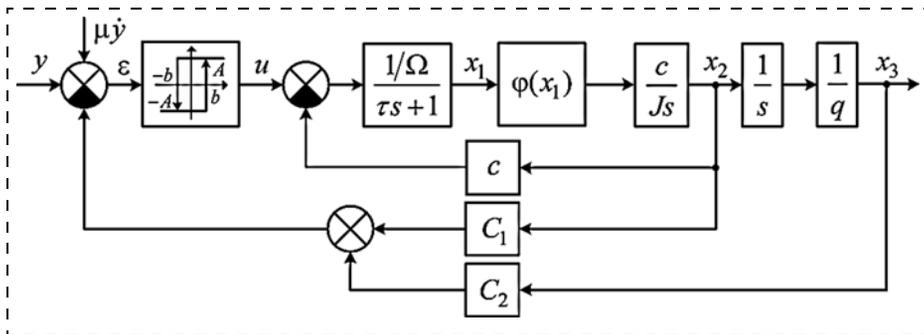


Рис. 3

чувствительности периодической траектории $\rho(t)$ находится с помощью уравнения (4). В соответствии с (7) и (5) параметр $v = -5,06304 \cdot 10^{-5}$.

Далее, как следует из уравнения (1), входящие в матрицы \mathbf{L} и \mathbf{S} векторы имеют вид

$$\ddot{\mathbf{x}}^-(T) = \mathbf{M}(\mathbf{x}(T), \alpha, A)\mathbf{f}(\mathbf{x}(T), \alpha, A);$$

$$\ddot{\mathbf{x}}^+(T) = \mathbf{M}(\mathbf{x}(T), \alpha, -A)\mathbf{f}(\mathbf{x}(T), \alpha, -A).$$

Вариация $\delta \mathbf{x}(t)$ является решением уравнения (4) при $\delta \mathbf{x}(0) = \gamma \delta \alpha$ и поэтому

$$\dot{\rho}^-(T) = \mathbf{M}(\mathbf{x}(T), \alpha, A)[\mathbf{V}^0(0, T)\gamma + \mathbf{r}(T)] + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}(T), \alpha, A)}{\partial \alpha}.$$

Учитывая непрерывность периодической траектории $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) + \delta \mathbf{x}(t)$, найдем

$$\delta \dot{\mathbf{x}}^+(T) = \delta \dot{\mathbf{x}}^-(T) + (\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T))v\delta \alpha. \quad (30)$$

Принимая во внимание (30), в соответствии с уравнением (4) имеем

$$\dot{\rho}^+(T) = \mathbf{M}(\mathbf{x}(T), \alpha, -A)[\mathbf{V}^0(0, T)\gamma + \mathbf{r}(T) + (\dot{\mathbf{x}}^-(T) - \dot{\mathbf{x}}^+(T))v] + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}(T), \alpha, -A)}{\partial \alpha}.$$

Ниже приводятся численные значения матриц, входящих в разностные уравнения (22) и (26):

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} -2,02375 & -438,42941 & -1,43145 \cdot 10^5 \\ 4,6248 \cdot 10^{-3} & 0,99687 & 0 \\ 2,78219 \cdot 10^{-7} & 6,98254 \cdot 10^{-5} & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} -1,43145 \cdot 10^5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} -1176,1694 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2,54713 \cdot 10^{-5} & 3,66648 & 1176,1694 \\ 3,88326 \cdot 10^{-5} & -1,51011 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 3,96447 \cdot 10^{-10} & -4,21729 \cdot 10^{-7} & 0 \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим сначала решение разностного уравнения (22). В соответствии со структурной схемой

(рис. 3) на вход системы подается суммарный сигнал $y(t) + \mu \dot{y}(t)$. Поэтому в (22) следует положить

$$y((k+1)T) = a \sin(\omega(k+1)T) + \mu a \omega \cos(\omega(k+1)T).$$

Поскольку в уравнении (22) в качестве вынуждающих стоят гармонические функции, соответствующее режиму слежения частное решение будем искать в виде

$$\delta \tilde{\mathbf{x}}^*(kT) = \mathbf{V} \cos(\omega kT) + \mathbf{H} \sin(\omega kT), \quad (31)$$

здесь \mathbf{V} и \mathbf{H} — векторы. Подставив (31) в (22) и приравняв векторы при гармонических функциях $\sin(\omega kT)$ и $\cos(\omega kT)$ [1], найдем:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \left[\mathbf{I} \sin(\omega T) + \frac{1}{\sin(\omega T)} (\mathbf{I} \cos(\omega T) - \mathbf{P})^2 \right]^{-1} \times \\ &\times \left[\frac{1}{\sin(\omega T)} (\mathbf{I} \cos(\omega T) - \mathbf{P}) \mathbf{Q} \mu a \omega \cos(\omega T) - \right. \\ &\quad \left. - a \mathbf{P} \mathbf{Q} + \mu a \omega \mathbf{Q} \sin(\omega T) \right]; \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{\sin(\omega T)} [(\mathbf{P} - \mathbf{I} \cos(\omega T)) \mathbf{V} + \\ &\quad + \mathbf{Q} (\mu a \omega \cos(\omega T) + a \sin(\omega T))]. \end{aligned}$$

При $a = 1$ и $\omega = 1$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 81,00796 \\ 119,95757 \\ -0,00013 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} -217,50703 \\ 0,37689 \\ 1,00038 \end{bmatrix}.$$

Соответствующее режиму слежения частное решение уравнения (26) определяется аналогичным образом. Из (31) следует, что

$$\begin{aligned} \delta \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^*((k+1)T) &= \\ &= \mathbf{H} \omega \cos(\omega(k+1)T) - \mathbf{V} \omega \sin(\omega(k+1)T). \end{aligned}$$

Положим

$$\mathbf{z}(kT) = \tilde{\mathbf{V}} \cos(\omega kT) + \tilde{\mathbf{H}} \sin(\omega kT). \quad (32)$$

Имеют место равенства:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{V}} &= \left[-\left(\mathbf{I} \sin(\omega T) + \frac{1}{\sin(\omega T)} (\mathbf{P} - \mathbf{I} \cos(\omega T))^2 \right) \right]^{-1} \times \\ &\times \left[\frac{1}{\sin(\omega T)} (\mathbf{P} - \mathbf{I} \cos(\omega T)) \{ (\mathbf{B} \sin(\omega T) - \right. \\ &\quad - \mathbf{H} \cos(\omega T)) \omega \mathbf{v} + \mathbf{L} \mathbf{B} + \mathbf{Q} (a \cos(\omega T) - \\ &\quad - \mu a \omega \sin(\omega T)) \omega \mathbf{v} + \mathbf{S} (\mu a \omega \cos(\omega T) + a \sin(\omega T)) \} + \\ &\quad + \{ \mathbf{V} \cos(\omega T) + \mathbf{H} \sin(\omega T) \} \omega \mathbf{v} + \mathbf{L} \mathbf{H} - \mathbf{Q} (\mu a \omega \cos(\omega T) + \\ &\quad + a \sin(\omega T)) \omega \mathbf{v} + \mathbf{S} (a \cos(\omega T) - \mu a \omega \sin(\omega T)) \} \right]; \\ \tilde{\mathbf{H}} &= \frac{1}{\sin(\omega T)} [(\mathbf{P} - \mathbf{I} \cos(\omega T)) \tilde{\mathbf{V}} + (\mathbf{B} \sin(\omega T) - \\ &\quad - \mathbf{H} \cos(\omega T)) \omega \mathbf{v} + \mathbf{L} \mathbf{B} + \mathbf{Q} (a \cos(\omega T) - \\ &\quad - \mu a \omega \sin(\omega T)) \omega \mathbf{v} + \mathbf{S} (\mu a \omega \cos(\omega T) + a \sin(\omega T))]. \end{aligned}$$

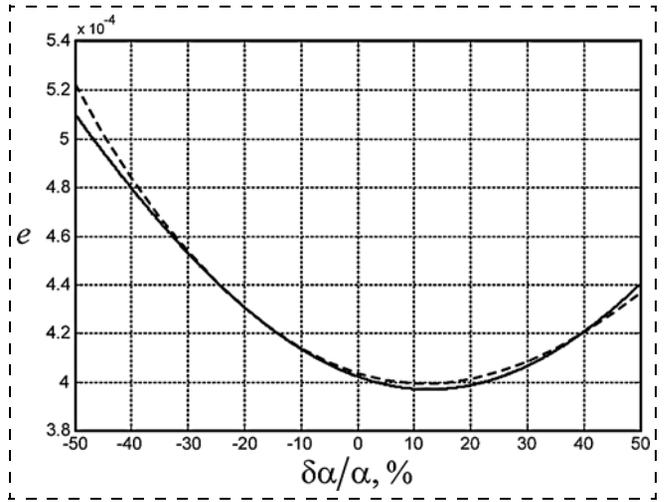


Рис. 4

После соответствующих расчетов было установлено, что при $a = 1$, $\omega = 1$

$$\tilde{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} -0,28648 \\ -0,00038 \\ -3,76655 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} 3,13975 \\ -0,00255 \\ -1,96509 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}.$$

Ошибку слежения будем определять, ориентируясь на полезную составляющую выходного сигнала. Перейдем в равенствах (31) и (32) к непрерывному времени t , положив $kT = t$. Амплитуда ошибки слежения в зависимости от отклонения параметра α равна

$$e_m(\delta\alpha) = \sqrt{(H_3 - \tilde{H}_3 \delta\alpha - a)^2 + (B_3 + \tilde{B}_3 \delta\alpha)^2}, \quad (33)$$

где H_3 , \tilde{H}_3 , B_3 , \tilde{B}_3 — компоненты векторов, соответствующие выходной координате x_3 .

На рис. 4 приведены графики, задающие амплитуду ошибки слежения в зависимости от величины $\delta\alpha$. Сплошной линией представлены результаты, подсчитанные по формуле (33), а штриховой — результаты, полученные путем компьютерного моделирования релейной системы. При этом в выходном сигнале выделялась составляющая движения, имеющая частоту входного сигнала. Именно она является полезной составляющей. Из рис. 4 видно, что при отклонении параметра α от номинального значения на величину, не превышающую 50 %, теоретические результаты отличаются от "экспериментальных" менее чем на 3 %.

Заключение

В работе для получения функции чувствительности ошибки слежения использовался метод дискретной линеаризации, который является приближенным. Обращение к данному методу оправдывается двумя обстоятельствами. Во-первых, как показало его практическое использование, он харак-

теризуется высокой точностью. Допустимость его применения хорошо иллюстрируется рассмотренным выше примером. Во-вторых, он позволяет сравнительно просто ввести в процедуру синтеза использование функции чувствительности, что очень важно.

Авторы сознательно выбрали наиболее сложный для исследования вариант: релейную систему с произвольным гладким нелинейным объектом управления. Разработанный метод определения функции чувствительности ошибки слежения является своего рода алгоритмом для получения указанных функций для систем с другими типами нелинейностей объекта управления, например, кусочно-линейными, содержащими звенья с ограничителями и т. п.

Выше было рассмотрено получение функции чувствительности при изменении одного скалярного параметра объекта управления. Если имеет место изменение нескольких параметров, то ошибка слежения, обусловленная этим изменением, определяется суммированием ошибок, порожденных вариацией каждого из параметров. При этом функции чувствительности по каждому из параметров определяются изложенным выше способом.

Разработанный метод можно использовать для анализа релейных автоколебательных следящих систем, а также при их синтезе и оптимизации.

Список литературы

1. **Фалдин Н. В., Морзхов А. В.** Дискретная линеаризация по полезному сигналу релейных автоколебательных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 11. С. 13—19.
2. **Морзхов А. В., Фалдин Н. В.** Линеаризация по полезному сигналу релейных систем управления с трехпозиционным релейным элементом и нелинейным объектом управления // Изв. РАН. ТиСУ. 2008. № 4. С. 5—14.
3. **Морзхов А. В., Фалдин Н. В.** Дискретная линеаризация по полезному сигналу релейных систем с кусочно-линейным объектом управления и трехпозиционным релейным элементом // Вторая междунар. конф. "Системный анализ и информационные технологии" САИТ—2007, г. Обнинск, Россия. Тр. конф. Т. 1. М.: Изд-во ЛКИ, 2007. С. 42—45.
4. **Фалдин Н. В.** Точный метод исследования релейных систем // Машиностроение (энциклопедия). Т. 1—4. Автоматическое управление. Теория / Под ред. Е. А. Федосова. М.: Машиностроение, 2000. С. 231—253.
5. **Фалдин Н. В.** Релейные системы автоматического управления // Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. С. 573—636.
6. **Фалдин Н. В., Феофилов С. В.** Исследование периодических движений в релейных системах, содержащих звенья с ограничениями // Изв. РАН. ТиСУ. 2007. № 2. С. 15—27.

N. V. Faldin, Professor, nvfaldin@yandex.ru, **A. V. Morzhov**, Associate professor, morzhov@mail.ru, Tula State University

Sensitivity of Tracking Error to the Variations of the Plant Parameters in Relay Self-Oscillations System

Self-oscillation control systems with a bistable relay element and smooth nonlinear plant are discussed. The method for evaluating the function of system tracking mode sensitivity to variations of the plant parameters is proposed. This method is based on the high-precision method of relay systems discrete linearization by useful signal.

Variations of the plant parameters lead to variations of the periodic movement. This has a significant impact on tracking mode sensitivity. Therefore it is necessary to get first the sensitivity functions for self-oscillation parameters (periodic trajectory, period). During the research of tracking mode of the relay self-oscillation control system the most interest is not an output signal, but its average component (also called useful component). In the system this component is modulated by the oscillations. The inhomogeneous linear differential equation with constant coefficients is obtained. The solution of this equation is sample function, which defines sensitivity of the useful component of relay system motion in tracking mode. Sampling period of this function is equal to the period of self-oscillating motions.

Relay self-oscillation systems are designed so, that the frequency of self-oscillations is significantly greater than the frequency of input signal. If we have sample function of output signal sensitivity, we can easily find sensitivity of tracking error.

The developed method of sensitivity functions definition can be used as for analysis, as for synthesis of relay self-oscillation systems.

Keywords: relay control system, nonlinear plant, self-oscillations, discrete linearization, sensitivity, tracking error

References

1. **Faldin N. V., Morzhov A. V.** Diskretnaja linearizacija po poleznomu signalu relejnyh avtokolebatel'nyh sistem upravlenija. *Mehatronika, avtomatizacija, upravlenie*. 2006. N. 11. P. 13—19.
2. **Morzhov A. V., Faldin N. V.** Linearizacija po poleznomu signalu relejnyh sistem upravlenija s trehpozicionnym relejnym jelementom i nelinejnym ob'ektom upravlenija. *Izv. RAN. TiSU*. 2008. N. 4. P. 5—14.
3. **Morzhov A. V., Faldin N. V.** Diskretnaja linearizacija po poleznomu signalu relejnyh sistem s kusocno-linejnym ob'ektom upravlenija i trehpozicionnym relejnym jelementom. *Vtoraja mezhduнародnaja konferencija "Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii" SAIT-2007*, g. Obninsk, Rossija. *Trudy konferencii*. V. 1. M.: Izd-vo LKI, 2007. P. 42—45.
4. **Faldin N. V.** Tochnyj metod issledovanija relejnyh sistem. *Mashinostroenie (jenciklopedija)*. V. 1—4. Avtomaticheskoe upravlenie. Teorija. Pod red. E. A. Fedosova. M.: Mashinostroenie, 2000. P. 231—253.
5. **Faldin N. V.** Relejnye sistemy avtomaticheskogo upravlenija. *Matematicheskie modeli, dinamičeskie harakteristiki i analiz sistem avtomaticheskogo upravlenija*. Pod red. K. A. Pupkova, N. D. Egupova. M.: Izd-vo MGTU im. N. Je. Baumana, 2004. P. 573—636.
6. **Faldin N. V., Feofilov S. V.** Issledovanie periodičeskih dvizhenij v relejnyh sistemah, soderzhashhijh zven'ja s ogranichenijami. *Izv. RAN. TiSU*. 2007. N. 2. P. 15—27.

А. Ю. Воронин, канд. техн. наук, доц., iraven@yandex.ru,
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал)
ФГАОУ ВПО "Северо-Кавказский федеральный университет"

Модифицированный частотный метод поиска параметров распределенного высокоточного регулятора

Обсуждается решение задачи управления объектом с распределенными параметрами. В качестве корректирующего блока в системе управления используется распределенный высокоточный регулятор, представляющий собой функцию нескольких переменных, связанных с геометрическими параметрами объекта. Коэффициенты этого регулятора могут быть определены несколькими методами, однако модифицированный частотный метод позволяет исключить из регулятора неопределенность, равную бесконечности, что положительно сказывается на характере переходных процессов замкнутой системы автоматического управления.

Ключевые слова: модифицированный, частотный, метод, распределенный, высокоточный, регулятор

Введение

Наибольшую актуальность в задачах управления физическими процессами приобретают объекты и системы с распределенными параметрами. К данному классу объектов и систем относятся гидротосферные [1], электромагнитные [2] и другие процессы, параметры которых распределены не только во времени, но и в пространстве. С некоторыми допущениями для их анализа и синтеза могут быть использованы методы, применяемые для сосредоточенных систем. Однако, если входное воздействие на объект (систему) представлено функциями, распределенными в пространственных областях, то следует применять методы анализа и синтеза распределенных систем управления.

Для анализа, синтеза и оптимизации систем с распределенными параметрами существуют разнообразные методы, например: подвижное управление в системах с распределенными параметрами [3]; частотные методы синтеза [4]; аналитическое конструирование оптимальных регуляторов [5]; параметрический метод синтеза регуляторов [6]; альтернативный метод [7]; робастная стабилизация распределенных систем [8]; управление корнями замкнутой системы с помощью конечномерного регулятора [9];

распределенное управление приводом конструкции для гибких балок [10].

Рассмотрим более подробно частотные методы синтеза распределенных регуляторов, а в частности, метод синтеза распределенного высокоточного регулятора (РВР).

В работе [4] приведена методика определения параметров такого регулятора. Рассмотрим некоторые из особенностей этой методики на примере следующей задачи. Предположим, что имеется распределенный объект управления (нагревательная камера), для которого требуется спроектировать систему управления (рис. 1).

Конструкция нагревательной камеры включает корпус (1), два секционных нагревателя (2) (число секций каждого секционного нагревателя равно 20). Информация о температурном поле внутри камеры снимается с помощью термопар (3).

Геометрические параметры камеры: $X_L = 1,2$ м; $Y_L = 0,8$ м; $Z_L = 0,05$ м; $Z_1 = 0,0235$ м; $Z_2 = 0,0265$ м; $Z_D = 0,005$ м; скорость заготовки v .

Постановка задачи: для системы управления температурным полем нагревательной камеры требуется определить передаточные функции распределенных высокоточных регуляторов $R^{(1)}(x, y, s)$ и $R^{(2)}(x, y, s)$, с учетом ограничений на запасы устойчивости: по фазе $\Delta\varphi \geq \pi/6$; по модулю $\Delta L > 0$ дБ. Здесь и далее L — логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ), φ — логарифмическая фазово-частотная характеристика (ЛФЧХ).

Математическая модель объекта управления

Для оценки динамических характеристик опишем математическую модель объекта управления. При этом сделаем следующие допущения: температура на входе и выходе камеры поддерживается постоянной; тепловой поток через боковые стенки камеры равен нулю; скорость движения заготовки v вследствие малости примем равной 0. С учетом при-

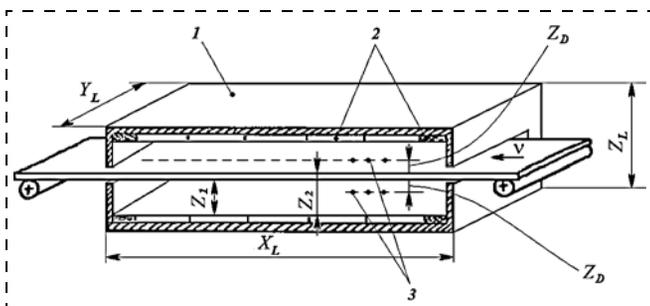


Рис. 1. Нагревательная камера

нятых допущений система уравнений теплопроводности может быть записана в следующем виде [11]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial \tau} &= a_1 \cdot \nabla^2 T_1, \quad T_1 = f(x, y, z, \tau), \\ 0 < x < X_L, \quad 0 < y < Y_L, \quad 0 < z < Z_1, \quad \tau > 0; \\ \frac{\partial T_2}{\partial \tau} &= a_2 \cdot \nabla^2 T_2, \quad T_2 = f(x, y, z, \tau), \\ 0 < x < X_L, \quad 0 < y < Y_L, \quad Z_1 < z < Z_2, \quad \tau > 0; \\ \frac{\partial T_3}{\partial \tau} &= a_3 \cdot \nabla^2 T_3, \quad T_3 = f(x, y, z, \tau), \\ 0 < x < X_L, \quad 0 < y < Y_L, \quad Z_2 < z < Z_2 + Z_1, \quad \tau > 0; \\ \nabla^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Граничные условия для системы уравнений (1) с учетом рис. 1 задаются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \lambda_1 \frac{\partial T_1(x, y, Z_1, \tau)}{\partial z} &= \lambda_2 \frac{\partial T_2(x, y, Z_1, \tau)}{\partial z}, \\ \lambda_2 \frac{\partial T_1(x, y, Z_2, \tau)}{\partial z} &= \lambda_3 \frac{\partial T_2(x, y, Z_2, \tau)}{\partial z}, \\ T_1(x, y, Z_1, \tau) &= T_2(x, y, Z_1, \tau), \\ T_2(x, y, Z_2, \tau) &= T_3(x, y, Z_2, \tau), \\ \lambda_1 \frac{\partial T_1(x, y, 0, \tau)}{\partial z} &= U(x, y), \\ \lambda_3 \frac{\partial T_3(x, y, (Z_2 + Z_1), \tau)}{\partial z} &= U(x, y), \\ 0 \leq x \leq X_L, \quad 0 \leq y \leq Y_L, \quad \tau \geq 0; \\ T_1(0, y, z, \tau) &= T_1(X_L, y, z, \tau) = 0, \\ T_2(0, y, z, \tau) &= T_2(X_L, y, z, \tau) = 0, \\ T_3(0, y, z, \tau) &= T_3(X_L, y, z, \tau) = 0, \\ 0 \leq y \leq Y_L, \quad 0 \leq z \leq Z_L, \quad \tau \geq 0; \\ \frac{\partial T_1(x, 0, z, \tau)}{\partial y} &= \frac{\partial T_1(x, Y_L, z, \tau)}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial T_2(x, 0, z, \tau)}{\partial y} &= \frac{\partial T_2(x, Y_L, z, \tau)}{\partial y} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_3(x, 0, z, \tau)}{\partial y} &= \frac{\partial T_3(x, Y_L, z, \tau)}{\partial y} = 0, \\ 0 \leq x \leq X_L, \quad 0 \leq z \leq Z_2 + Z_1, \quad \tau \geq 0, \end{aligned}$$

где x, y, z — пространственные координаты; τ — время; λ_1, λ_3 — коэффициент теплопроводности воздуха в соответствующих средах (1 и 3, рис. 1) ($\lambda_1 = \lambda_3 = 0,059$ [12]), λ_2 — коэффициент теплопроводности материала листовой заготовки ($\lambda_2 = 20,1$ [12]); a_1, a_3 — коэффициент температуропроводности воздуха в соответствующих средах ($a_1 = a_3 = 0,4 \cdot 10^{-5}$ [12]); a_2 — коэффициент температуропроводности материала заготовки ($a_2 = 0,19 \cdot 10^{-4}$ [12]); T_1, T_2, T_3 — температурное поле в соответствующих средах; $U_k(x, y, \tau)$ — функции входного воздействия ($k = 1, k = 2$). В модели (1) в качестве функций выхода принимаем температурные поля $T_1(x, y, (Z_1 - Z_D), \tau)$ и $T_3(x, y, (Z_2 + Z_D), \tau)$.

Далее полученная система уравнений решается с использованием численных методов [13].

Анализ объекта управления

Для анализа объекта управления необходимо задать функцию распределенного входного воздействия на данный объект. С учетом того, что все грани нагревательной камеры — теплоизолированные, за исключением областей, через которые заготовка поступает внутрь, входное воздействие на данный объект будем разлагать в ряд Фурье по пространственным координатам [4] с использованием функций $\cos(\cdot)$ и $\sin(\cdot)$. При этом входное воздействие на распределенный объект можно записать в виде следующего ряда:

$$U(x, y) = A + \sum_{i=1}^6 B \sin(\psi_i x) \cos(\chi y), \quad (2)$$

$$0 \leq x \leq X_L, \quad 0 \leq y \leq Y_L, \quad A = 300, \quad B = 100,$$

$$\psi_i = \frac{\pi i}{X_L}, \quad \chi = \frac{2\pi}{Y_L}.$$

Графики первых трех гармоник ряда (2) приведены на рис. 2—3.

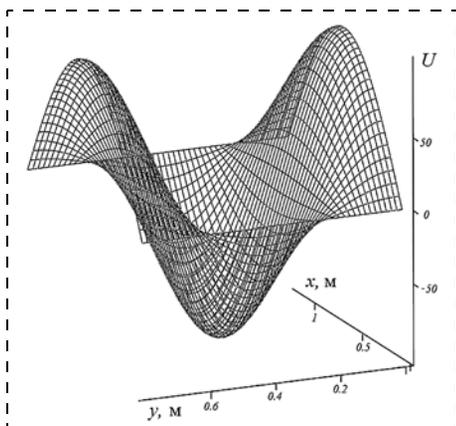


Рис. 2. Первая гармоника ряда $U(x, y)$

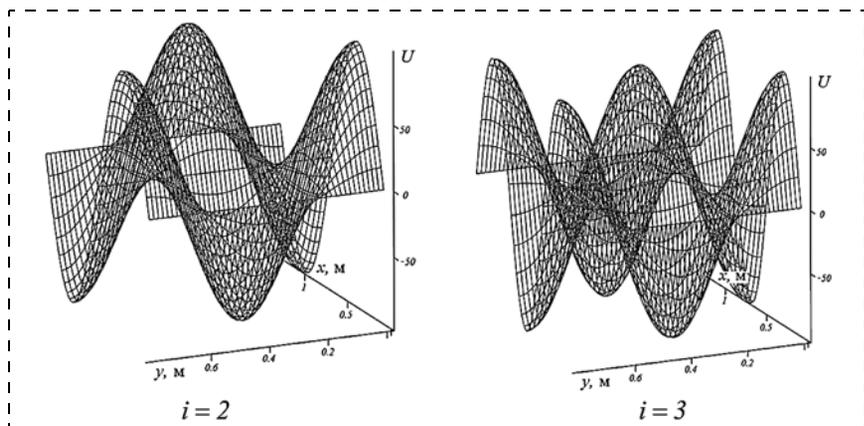


Рис. 3. Вторая и третья гармоники ряда $U(x, y)$

Подавая на вход объекта управления поочередно каждую составляющую ряда входного воздействия (2), определяем его реакцию. Результаты компьютерного моделирования показывают, что объект управления является устойчивой системой.

С использованием полученных данных аппроксимируем передаточные функции объекта управления при каждой i -й моде, $i = \overline{1, 6}$, входного воздействия в виде апериодического звена с чистым запаздыванием:

$$W(i, s) = \frac{k(i)}{\tau_R(i)s + 1} e^{-s\tau_Z(i)},$$

где $k(i)$, $\tau_R(i)$, $\tau_Z(i)$ — константы, определяемые с использованием графиков переходных процессов (рис. 4), s — оператор Лапласа.

Коэффициент передачи объекта $k(i)$ определяется из соотношения

$$k(i) = \frac{T_{\max}(i)}{U(i)},$$

где $T_{\max}(i)$ — установившиеся значения амплитуд функций выхода, $U(i)$ — амплитуды входных воздействий в фиксированной точке по x и по y .

После этого определяем значения констант комплексных передаточных коэффициентов для каждой пространственной моды (i) входного воздействия. Все полученные данные заносим в таблицу.

Как показывают результаты численного моделирования, система обладает свойством фильтрации

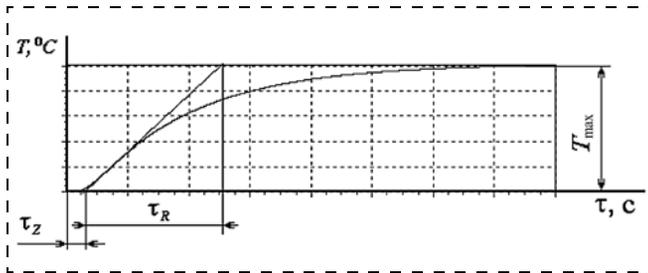


Рис. 4. Определение констант τ_Z , τ_R и T_{\max}

Параметры переходных процессов

Номер моды, i	T_R , с	τ_Z , с	k
1	192	25	4,048583
2	170	23	3,775620
3	161	23	3,377386
4	158	22	2,960862
5	132	22	2,559751
6	115	20	2,224969

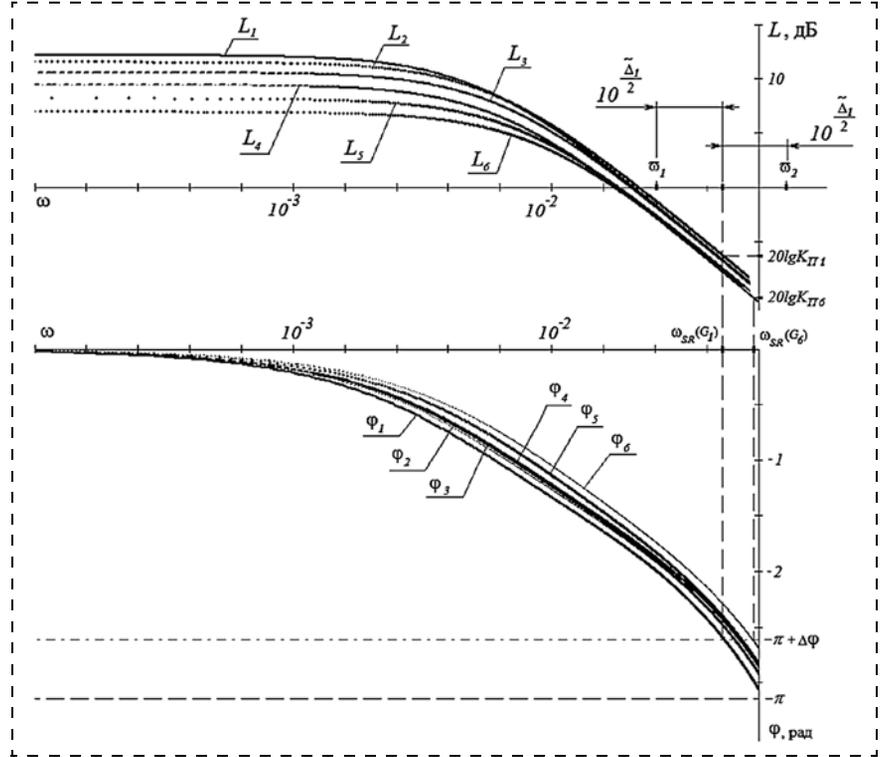


Рис. 5. ЛАЧХ и ЛФЧХ объекта управления

пространственных мод, т. е. с увеличением параметра i значение коэффициента передачи $k(i)$ уменьшается.

С использованием полученных передаточных функций объекта управления построим частотные характеристики (ЛАЧХ и ЛФЧХ) распределенного объекта (рис. 5).

Далее с учетом полученных частотных характеристик в соответствии с критерием устойчивости Найквиста [14], обобщенным на распределенные системы в работе [4], определим параметры распределенного регулятора.

Синтез РВР

Для распределенной системы управления температурным полем в качестве корректирующего блока выберем РВР [4]. Его передаточная функция может быть записана в виде

$$R(x, y, s) = E_1 \left(\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{\nabla^2}{n_1} \right) + E_2 \left(\frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{\nabla^2}{n_2} \right) s + E_4 \left(\frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{\nabla^2}{n_4} \right) \frac{1}{s}, \quad (3)$$

где E_1, E_2, E_4 — общие коэффициенты усиления;

n_1, n_2, n_4 — весовые коэффициенты; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$;

s — оператор Лапласа.

Расчет пропорциональной составляющей РВР

Для определения значений коэффициентов E_1 и n_1 пропорциональной составляющей РВР с использованием частотных характеристик (рис. 5) определяются коэффициенты передачи объекта $K_{п1}$ и $K_{п6}$.

Значения коэффициентов E_1 и n_1 находим из следующей системы уравнений [4]:

$$\begin{cases} \frac{1}{K_{п1}} = E_1 \left[\frac{n_1 - 1 + G_1}{n_1} \right] = 2,195653, & G_1 = \psi_1^2 + \chi^2; \\ \frac{1}{K_{п6}} = E_1 \left[\frac{n_1 - 1 + G_6}{n_1} \right] = 3,077897, & G_6 = \psi_6^2 + \chi^2, \end{cases} \quad (4)$$

где G_1, G_6 — значения обобщенной координаты [4].

Делением первого уравнения системы (4) на второе получаем уравнение для нахождения n_1 :

$$\frac{E_1 \left[\frac{n_1 - 1 + G_1}{n_1} \right]}{E_1 \left[\frac{n_1 - 1 + G_6}{n_1} \right]} = 0,713361,$$

отсюда $n_1 = 529,469196$.

Затем преобразуем систему уравнений (4) к виду

$$\begin{cases} K_{п1}n_1 = E_1n_1 - 1 + E_1G_1; \\ K_{п6}n_1 = E_1n_1 - 1 + E_1G_6. \end{cases} \quad (5)$$

Отсюда $E_1 = \frac{(K_{п1} - K_{п6})n_1}{G_1 - G_6} = 1,947261$.

Далее определим интегрирующую и дифференцирующую составляющие распределенного регулятора.

Интегрирующая и дифференцирующая составляющие РВР

Для определения параметров E_2, E_4, n_2, n_4 РВР (3) необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \lg(\omega_{SR}(G_1)) = \\ = 0,5 \lg \left[E_4 \left[\frac{n_4 - 1 + G_1}{n_4} \right] \right] - 0,5 \lg \left[E_2 \left[\frac{n_2 - 1 + G_1}{n_2} \right] \right]; \\ \lg(\omega_{SR}(G_6)) = \\ = 0,5 \lg \left[E_4 \left[\frac{n_4 - 1 + G_6}{n_4} \right] \right] - 0,5 \lg \left[E_2 \left[\frac{n_2 - 1 + G_6}{n_2} \right] \right], \end{cases} \quad (6)$$

где $\omega_{SR}(G_1), \omega_{SR}(G_6)$ — частоты среза, определяемые с использованием частотных характеристик (рис. 5).

Вычитая из второго уравнения первое, получим

$$\lg(\Delta\omega^2) = \lg \left(\frac{n_4 - 1 + G_6}{n_4 - 1 + G_1} \right) - \lg \left(\frac{n_2 - 1 + G_6}{n_2 - 1 + G_1} \right). \quad (7)$$

Из графика на рис. 5 определим

$$\omega_{SR}(G_1) = 0,046004, \quad \omega_{SR}(G_6) = 0,058911.$$

Затем найдем

$$\Delta\omega^2 = (\omega_{SR}(G_6))^2 / (\omega_{SR}(G_1))^2 = 0,609818.$$

В соответствии с работой [4], поскольку $\Delta\omega^2 > 0$, то n_2 примем равным ∞ . Подставляя n_2 в уравнение (7) и преобразуя, получим уравнение для определения n_4 :

$$n_4 = \frac{(\Delta\omega^2 - 1 + G_6 - \Delta\omega^2 G_1)}{\Delta\omega^2 - 1} = 307,38029.$$

Для нахождения значений параметров E_2 и E_4 запишем уравнение связи

$$\tilde{\Delta}_1 = \lg\omega_1 - \lg\omega_2, \quad (8)$$

где $\tilde{\Delta}_1$ — коэффициент, учитывающий параметрические возмущения в системе.

В нашем случае [4] значение $\tilde{\Delta}_1$ выбрано равным 0,5.

С учетом уравнения (8) для определения E_2 и E_4 запишем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \lg(\omega(G_1)) = \\ = 0,5 \lg \left[E_4 \left[\frac{n_4 - 1 + G_1}{n_4} \right] \right] - 0,5 \lg \left[E_2 \left[\frac{n_2 - 1 + G_1}{n_2} \right] \right]; \\ \tilde{\Delta}_1 = \lg \left[\frac{1}{E_2 \left[\frac{n_2 - 1 + G_1}{n_2} \right]} \right] - \lg \left[E_4 \left[\frac{n_4 - 1 + G_1}{n_4} \right] \right]. \end{cases} \quad (9)$$

Решая систему уравнений (9), получим: $E_4 = 0,0212099$; $E_2 = 12,22362$.

Все полученные значения заносим в передаточную функцию РВР:

$$R(x, y, s) = 1,947261(0,998 - 0,002\nabla^2) + 12,22362s + 0,0212099(0,997 - 0,003\nabla^2) \frac{1}{s}. \quad (10)$$

Далее с использованием компьютерной модели проведем анализ замкнутой синтезированной системы управления.

Анализ замкнутой синтезированной системы управления

Составим компьютерную модель работы распределенной системы управления, схема которой представлена на рис. 6.

В результате компьютерного моделирования при задающем воздействии 100°C на выходе системы управления были получены графики переходных процессов, представленные на рис. 7.

Система управления оказывается устойчивой, а ошибка регулирования стремится к нулю.

Следует отметить, что регулятор (10), синтезированный с использованием вышеприведенной методики [4], содержит неопределенность, равную бесконечности ($n_2 = \infty$), что значительно влияет на параметры переходных процессов замкнутой системы управления. Модифицируем используемую для синтеза методику, чтобы исключить возможность появления этой неопределенности.

Модифицированный частотный метод синтеза РВР. Этот метод основан на том, что параметры каждой составляющей РВР в (3) определяются отдельно. Для этого необходимо определить значения частот $\omega_{И1}$, $\omega_{И6}$, $\omega_{Д1}$, $\omega_{Д6}$, определяющих постоянные времени интегрирования и дифференцирования для 1-й и 6-й мод входного воздействия при $\tilde{\Delta}_1 = \tilde{\Delta}_6 = 0,5$ (рис. 8).

Параметры пропорциональной составляющей РВР находятся таким же образом, как в вышеприведенной методике, и имеют такие же значения, а параметры интегрирующей составляющей РВР находятся из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \omega_{И1} = E_4 \left[\frac{n_4 - 1 + G_1}{n_4} \right] = 0,02587; \\ \omega_{И6} = E_4 \left[\frac{n_4 - 1 + G_6}{n_4} \right] = 0,033128, \end{cases} \quad (11)$$

где $\omega_{И1}$, $\omega_{И6}$ — круговые частоты (рис. 8).

Разделив первое уравнение системы (11) на второе и преобразовав результат, находим значение коэффициента $n_4 = 787,486909$.

Далее, с использованием n_4 , определяем значение коэффициента E_4 :

$$E_4 = \frac{\omega_{И1}}{\left[\frac{n_4 - 1 + G_1}{n_4} \right]} = 0,01602.$$

Параметры дифференцирующей составляющей РВР находятся с использованием следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{\omega_{Д1}} = E_2 \left[\frac{n_2 - 1 + G_1}{n_2} \right] = 0,081809; \\ \frac{1}{\omega_{Д6}} = E_2 \left[\frac{n_2 - 1 + G_6}{n_2} \right] = 0,104761, \end{cases} \quad (12)$$

где $\omega_{Д1}$, $\omega_{Д6}$ — круговые частоты (рис. 8).

Разделив первое уравнение системы (12) на второе и преобразовав результат, находим значение коэффициента $n_2 = 787,486909$.

Далее, с использованием n_2 , определяем значение коэффициента E_2 по формуле

$$E_2 = \frac{-1}{\left[\frac{n_2 - 1 + G_1}{n_2} \right]} = 12,223624. \quad (13)$$

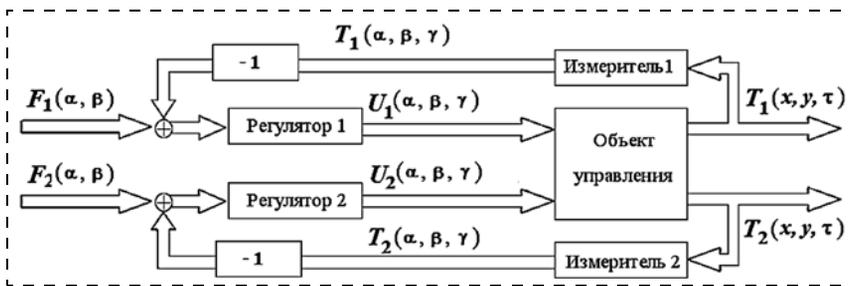


Рис. 6. Структурная схема системы управления: F_1, F_2 — задающие воздействия; U_1, U_2 — управляющие воздействия; T_1, T_2 — функции выхода; α, β — шаги дискретизации по пространственным координатам x, y ; γ — шаг дискретизации по времени τ

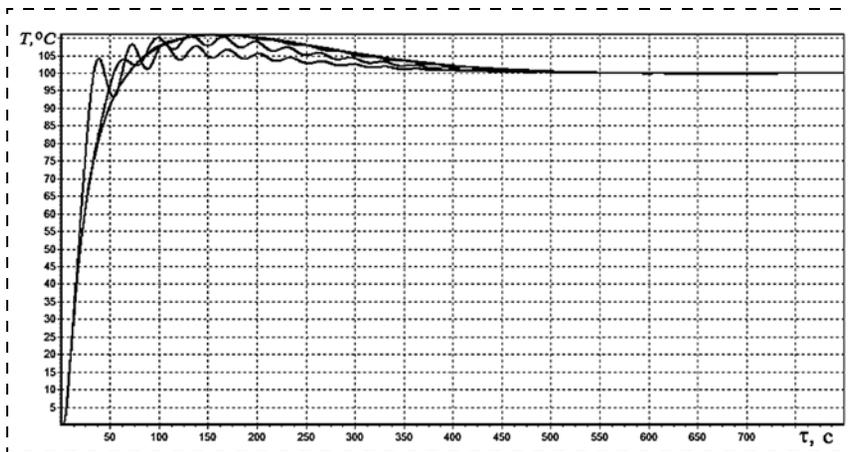


Рис. 7. Графики переходных процессов замкнутой САУ

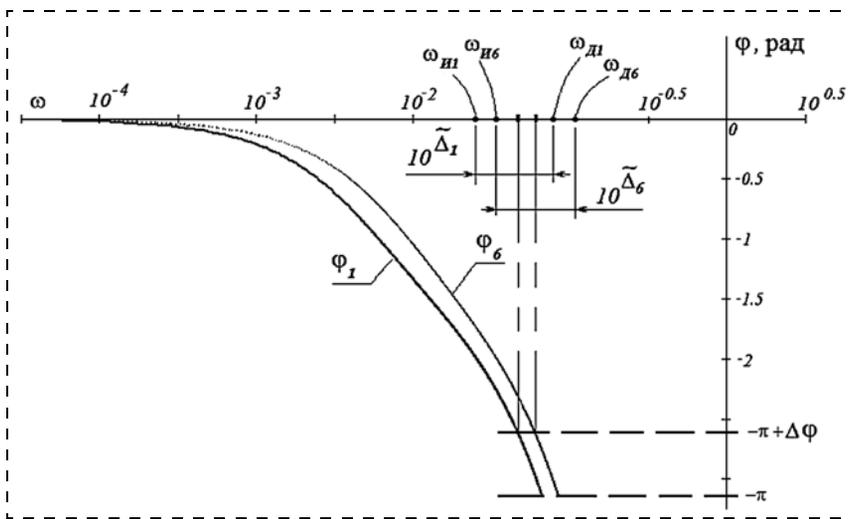


Рис. 8. ЛФЧХ распределенного объекта

Все вычисленные коэффициенты подставляем в передаточную функцию РВР (3):

$$\begin{aligned} R(x, y, s) = & 1,947261(0,998 - 0,0027\nabla^2) + \\ & + 12,2236244928(0,99873 - 0,00127\nabla^2)s + \\ & + 0,01602(0,99873 - 0,0127\nabla^2) \frac{1}{s}. \end{aligned} \quad (14)$$

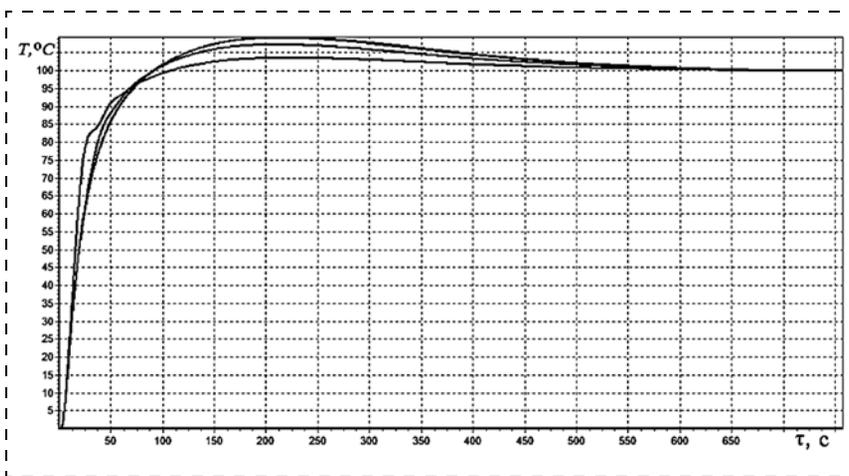


Рис. 9. Графики переходных процессов замкнутой САУ

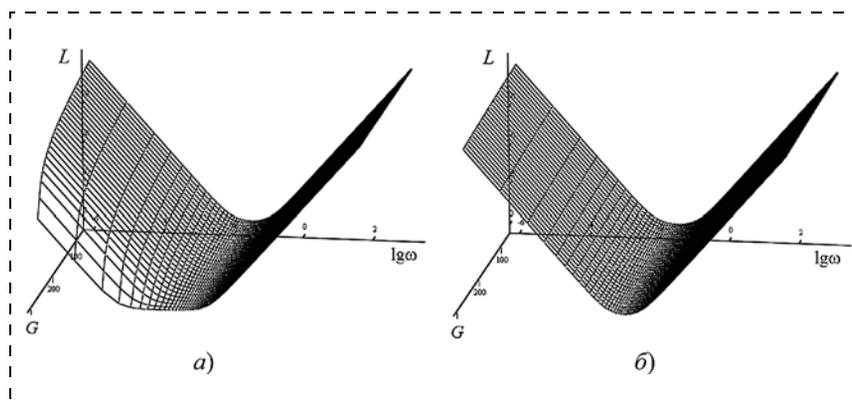


Рис. 10. Частотные поверхности РВР

В результате моделирования, на выходе распределенной системы управления, были получены графики переходных процессов, показанные на рис. 9.

Как показывают результаты расчетов, модифицированный распределенный высокоточный регулятор обеспечивает меньшее значение перерегулирования и отсутствие длительного колебательного процесса регулируемой величины.

Сравним частотные поверхности двух РВР. Для этого, в соответствии с работой [4], преобразуем полученные передаточные функции (10) и (14) к виду

$$R_1(G, s) = 1,947261(0,998 + 0,002G) + 12,22362s + 0,0212099(0,997 + 0,003G) \frac{1}{s}; \quad (15)$$

$$R_2(G, s) = 1,947261(0,998 + 0,002G) + 12,2236244928(0,99873 + 0,00127G)s + 0,01602(0,99873 + 0,00127G) \frac{1}{s}. \quad (16)$$

Далее, заменяем s на $j\omega$, $j = \sqrt{-1}$, выделяем мнимую и действительную части уравнений, определяем значения модуля M и фазы φ и строим частотные поверхности.

На рис. 10, а приведены частотные поверхности (ЧП) функции (15), а на рис. 10, б приведены ЧП функции (16). Как показывают результаты расчетов, при увеличении G форма ЧП функции R_1 значительно искажается, что сказывается на запасах устойчивости системы. В отличие от ЧП функции R_1 , ЧП функции R_2 не содержат искажений, а значит, она не так сильно влияет на выбранные запасы устойчивости распределенной системы управления.

Список литературы

1. Воронин А. Ю., Зайцев В. С. Математическая модель гидротермических процессов месторождения минеральных вод // Известия СПбГЭТУ "ЛЭТИ". 2011. № 7. С. 28–35.
2. Воронин А. Ю., Першин И. М. Синтез распределенной системы управления магнитным полем тороидальной камеры (часть 1) // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 8. С. 51–56.
3. Кубышкин В. А., Фиягина В. И. Подвижное управление в системах с распределенными параметрами. М.: СИНТЕГ, 2005. 232 с.
4. Першин И. М. Анализ и синтез систем с распределенными параметрами. Пятигорск: Рекламно-информационное агентство на КМВ. 2007. 244 с.
5. Сиразетдинов Т. К. К аналитическому конструированию регуляторов в процессах с распределенными параметрами // Автоматика и телемеханика. 1965. № 9. С. 81–89.
6. Бутковский А. Г., Пустыльников Л. М. Теория подвижного управления системами с распределенными параметрами. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. 383 с.
7. Рапопорт Э. А. Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации. М.: Наука, 2000. 336 с.
8. Pramod P., Khargonekar R., Poolla K. Robust stabilization of distributed systems // Automatica. 1986. V. 22. N. 1. P. 77–84.
9. Curtain Ruth F. Pole Assignment for distributed systems by Finite-Dimensional Control // Automatic. 1985. V. 21. N. 1. P. 56–69.
10. Snawn E., Burke E., Hubbarg J. E. Distributed actuator control design for flexible beams // Automatica. 1988. V. 2, N. 5. P. 919–927.
11. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 599 с.
12. Бабичев А. П., Бабушкина Н. А., Братковский А. М. и др. Физические величины: Справочник. Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мелихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
13. Микеладзе Ш. Е. Численные методы интегрирования дифференциальных уравнений с частными производными. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 108 с.
14. Desoer C. A., Wing J. On the generalized Nyquist stability criterion // IEEE Conference on Decision and Control, San Diego. Jan. 1979. P. 580–586.

Modified Frequency Search Method of Parameters for Distributed High-Precision Regulator

The article is devoted to the solution of the urgent tasks of control by objects with distributed parameters. The distributed objects (systems) is a physical processes which are related with a time and with a spatial coordinates. This article discusses the object with distributed parameters, for which needing to synthesize a control system. As the regulator uses a distributed high-precision regulator, which is a function of several variables related of a geometric parameters of the object. The coefficients of this regulator can be found by several methods, however, the modified frequency method of synthesis allows excluding from regulator uncertainty equal to infinity. This has a positive effect on the dynamical process of a closed-loop automatic control system, because as reserve of sustainability by module and phase, for a closed system, remain in the acceptable range for each of the selected modes (harmonics) of the Fourier series on spatial coordinates distribution of the control action.

Keywords: modified, frequency, method, distributed, high-precision, regulator

References

1. Voronin A. Yu., Zaytsev V. S. Matematicheskaya model' gidrolitosferykh protsessov mestorozhdeniya mineral'nykh vod. *Izvestiya SPbGETU "LETI"*. 2011. N. 7. P. 28–35.
2. Voronin A. Yu., Pershin I. M. Sintez raspredelennoy sistemy upravleniya magnitnym polem toroidal'noy kamery (chast' 1). *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*. 2006. N. 8. P. 51–56.
3. Kubyshkin V. A., Finyagina V. I. Podvignoye upravlenie v sistemah s raspredelennymi parametrami. M.: SINTEG, 2005. 232 p.
4. Pershin I. M. Analiz i sintez sistem s raspredelennymi parametrami. Pyatigorsk: Reklamno-informatsionnoe agentstvo na KMV, 2007. 244 p.
5. Sirazetdinov T. K. K analiticheskomu konstruirovaniyu regulatorov v processah s raspredelennymi parametrami. *Avtomatika i telemekhanika*. 1965. N. 9. P. 81–89.
6. Butkovskii A. G., Pustyl'nikov L. M. Teoriya podvigного upravleniya sistemami s raspredelennymi parametrami. M.: Nauka. Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoi literatury. 1980. 383 p.
7. Rapoport E. Ya. Alternansnyi metod v prikladnykh zadachah optimizatsii. M.: Nauka, 2000. 336 p.
8. Pramod P., Khargonecar R., Poolla K. Robust stabilization of distributed systems. *Automatica*. 1986. V. 22, N. 1. P. 77–84.
9. Curtain Ruth F. Pole Assignment for distributed systems by Finite-Dimensional Control. *Automatica*. 1985. V. 21, N. 1. P. 56–69.
10. Snawn E., Burke E., Hubbarg J. E. Distributed actuator control design for flexible beams. *Automatica*. 1988. V. 2, N. 5. P. 919–927.
11. Lykov A. V. Teoriya teploprovodnosti. M.: Vysshaya shkola, 1967. 599 p.
12. Babichev A. P., Babushkina N. A., Bratkovskiy A. M. i dr. Fizicheskie velichiny: Spravochnik. Pod red. I. S. Grigor'eva, E. Z. Melihova. M.: Energoatomizdat, 1991. 1232 p.
13. Mikeldadze Sh. E. Chislennyye metody integrirovaniya differentsial'nykh uravneniy s chastnymi proizvodnymi. M.: Izd-vo AN SSSR, 1963. 108 p.
14. Desoer S. A., Wing J. On the generalized Nyquist stability criterion. *IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego. Jan. 1979. P. 580–586.

ИНФОРМАЦИЯ



С 17 по 19 апреля 2015 г. в МГТУ им. Н. Э. Баумана
состоится международная конференция

"УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ В ИНЖЕНЕРНЫХ ПРИЛОЖЕНИЯХ" (ICIPCE–2015)

Организаторы конференции:

- Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,
- Нанкинский политехнический университет (NJUST),
- Научно-инженерный институт (SCIEI).

Сопредседатели программного комитета конференции: проф. А. А. Александров и проф. Ван Сяофэн

Научные направления конференции

- Инженерные решения задач управления подвижными объектами
- Современные информационные технологии
- Системы ориентации, стабилизации и навигации
- Состояние и перспективы развития теории и систем управления
- Компьютерные системы и сети
- Бортовое и наземное инженерное оборудование и перспективы его совершенствования
- Современные педагогические концепции в мировом образовательном пространстве

Подробную информацию о конференции см. сайте: <http://icipce.org/Russian.html>

УДК 521.1, 681.51.011

Э. К. Лавровский, канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр.,

Е. В. Письменная, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., epismen@ua.ru, **П. А. Комаров**, мл. науч. сотр.,
НИИ механики МГУ

Управление ходьбой экзоскелетона нижних конечностей при вязкоупругой связи его с телом человека-оператора¹

Рассматривается динамика пассивного экзоскелетона (с дополнительной нагрузкой и без) при плоской, регулярной, одноопорной ходьбе человека-оператора по ровной, горизонтальной поверхности. Экзоскелетон имеет аналогичное человеку строение и связан с оператором с помощью упругих лямок в некоторых точках тела. Изучаются вопросы эффективности такого способа динамического воздействия человека на данный механизм.

Ключевые слова: экзоскелетон, точки контакта тела и аппарата, качество отслеживания желаемого режима ходьбы

Введение

Рассматривается плоская, одноопорная, регулярная ходьба человека с надетым на него пассивным экзоскелетоном по ровной горизонтальной поверхности. Активные варианты аппарата подобного типа призваны помочь как здоровому человеку при перемещении тяжелых грузов или при длительной ходьбе, так и людям с ограниченными двигательными возможностями (ослабленным, либо парализованным людям). Пассивный экзоскелетон отличается от активного только тем, что не имеет двигателей в шарнирах конструкции. Он управляется исключительно за счет мускульных усилий человека-оператора, воздействующего на механизм с помощью лямок, которые соединяют определенные точки тела и конструкции. Поскольку на сегодняшний день существуют два направления развития экзоскелетонов — пассивный и активный, то изучение пассивного аппарата представляет собой отдельную задачу. Кроме того, пассивный вариант является еще и существенным элементом активного варианта аппарата. Поэтому изучение взаимодействия человека и механизма в варианте пассивного экзоскелетона можно считать важнейшей предпосылкой создания в дальнейшем эффективного аппарата с активной системой управления.

Экзоскелетон расположен частично за спиной и по бокам тела человека, в его "рюкзаке" может находиться дополнительный точечный груз. Тело человека и конструкция экзоскелетона, хотя и повторяющая человеческое тело, не слиты вместе: контакт поддерживается лишь в восьми точках тела с помощью лямок, которые рассматриваются как упругие линейные пружинки с различными коэффициентами упругости и демпфирования. Этими восемью

точками являются плечи человека, условная середина его корпуса и таз, а также середины бедер и голени каждой из ног; еще одной точкой контакта является точка стопы (голеностопный сустав) переносимой ноги. Считается, что стопы опорных ног человека и аппарата совпадают во все время одного рассматриваемого шага. Таким образом, экзоскелетон может в некотором смысле повторять диктуемое ему человеком движение. Чтобы избежать проникновения конструкции экзоскелетона в человеческое тело, будем считать, что это вызывает резкий рост коэффициентов упругости лямок-пружин в соответствующих точках контакта, стремящихся вытолкнуть "железо" из тела.

Задача организации ходьбы аппарата заключается в согласованном осуществлении движения всех элементов его конструкции по задаваемым оператором желаемым траекториям. Это, в частности, предполагает комфортное ощущение человека: отсутствие вибраций и низкий уровень энергетических затрат со стороны человека-оператора.

1. Динамика аппарата

Рассматривается задача управления биомеханизмом — человеком, интегрированным с экзоскелетом — при перемещении его по ровной горизонтальной поверхности в режиме плоской, регулярной, одноопорной ходьбы в течение одного шага. На рис. 1 показана схема аппарата в абсолютной системе осей XYZ , введены обозначения углов, моментов $M_{i,j}$ ($i = 1, 2; j = 1, 2, 3$) в суставах экзоскелетона; в точке (x_{1p}, y_{1p}) опорной ноги приложены силы реакции R_{1x}, R_{1y} ; в стопе переносимой ноги (x_{2p}, y_{2p}) силы реакции, естественно, равны нулю, вместе со стопным моментом M_{21} . Определяющими координатами тела человека являются координаты тазобедренного сустава (x^*, y^*) , а также углы звеньев тела с вертикалью $(\psi^*, \alpha_1^*, \beta_1^*, \alpha_2^*, \beta_2^*)$, соответствующие одноименным координатам $(x, y, \psi,$

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований, грант № 12-01-00800-а.

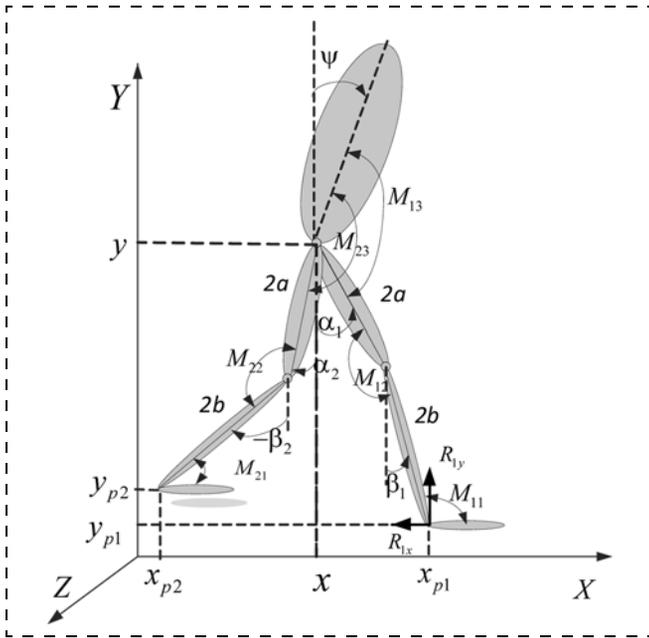


Рис. 1

$\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$), характеризующим положение "тела" экзоскелетона.

Пусть, например, человек-оператор, используя мышечные усилия, движется строго в режиме комфортабельной ходьбы [1]. Тогда

$$\begin{aligned} x^* &= Vt - \sigma, y^* = h, V = L/T, \sigma = L/2; \\ x_{1p} &= y_{1p} = 0; t \in [0, T], \end{aligned} \quad (1)$$

где V — скорость его перемещения, T — полупериод одного шага, L — длина шага, h — высота перемещения точки таза над горизонтальной поверхностью перемещения (все эти величины постоянны), причем перемещение его переносной ноги подчиняется закону

$$x_{2p}^* = -L \cos(\Omega t), y_{2p}^* = \delta^2 \sin^2(\Omega t), \Omega = \pi/T, \quad (2)$$

где δ — некоторая константа, задающая высоту траектории переносимой ноги (обычно $\delta^2 = 0,02$ м) и, наконец, угол корпуса ψ^* [1] изменяется по периодическому закону

$$\begin{aligned} \psi^*(t) &= -\frac{ML}{2K_r} \left[\operatorname{ch}(\omega t) - \frac{1 + \operatorname{ch}(\omega T)}{\operatorname{ch}(\omega T)} \operatorname{sh}(\omega t) \right] - \frac{Mx^*}{K_r}, \\ \sigma &= \frac{L}{2}, \omega^2 = \frac{K_r g}{J + K_r h}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь M, K_r, J — масс-инерционные характеристики человеческого тела, смысл которых будет пояснен ниже, g — ускорение свободного падения. Экзоскелетон должен повторять такое ("желаемое") движение, причем на его истинное перемещение влияют только вес и силы, развиваемые пружинками в точках контакта.

Используя метод Лагранжа, можем получить в общем случае следующую систему [1], описываю-

щую движение экзоскелетона, структурные уравнения которой имеют вид

$$B(z)\|\ddot{z}\| + D(z)\|\dot{z}\|^2 + Ag\|\sin z\| = Q_z, \quad (4)$$

где $\|z\| = \|x, y, \psi, \alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2\|$ — вектор пространства переменных, а $B(z), D(z), A$ — некоторые матрицы. Полный вид этих уравнений приведен, например, в работе [2]. Здесь обозначено

$$Q_z = \|Q_x, Q_y, Q_\psi, Q_{\alpha_1}, Q_{\beta_1}, Q_{\alpha_2}, Q_{\beta_2}\|^T,$$

где

$$\begin{aligned} Q_x &= R_{1x} + Q_x^*, R_{2x} = 0; \\ Q_y &= R_{1y} + Q_y^*, R_{2y} = 0; \\ Q_\psi &= -\sum_{i=1}^2 M_{i3} + Q_\psi^*; \\ Q_{\alpha_i} &= -M_{i2} - M_{i3} + 2a(R_{ix} \cos \alpha_i + R_{iy} \sin \alpha_i) + Q_{\alpha_i}^*, \\ i &= 1, 2; \\ Q_{\beta_i} &= M_{i2} + 2b(R_{ix} \cos \beta_i + R_{iy} \sin \beta_i) + M_{i1} + Q_{\beta_i}^*, \\ i &= 1, 2; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} M &= m_t + 2m_a + 2m_b, J_a^* = J_a + 4m_b a^2, \\ K_a &= m_a a_* + 2m_b a, K_b = m_b b_*, \\ J_{ab} &= 2m_b a b_*, K_r = m_t r, \end{aligned} \quad (6)$$

где R_{ix}, R_{iy} — силы реакций опоры; $2a$ и $2b$ — соответственно длины бедер и голени экзоскелетона (и человека); m_a, m_b — их массы; m_t — масса корпуса; r — расстояние центра масс корпуса от таза; a_*, b_* — соответственно расстояния центров масс бедра и голени от таза и коленей ног; J и J_a — моменты инерции соответственно корпуса и бедра относительно точки таза; J_b — момент инерции голени относительно колена. Соотношения (6) определяют некоторые масс-инерционные характеристики, от которых зависят левые части в (4).

Уравнения (4)–(5) в принципе пригодны для описания движения как в одноопорной (с мгновенной двуопорной фазой), так и с протяженной двуопорной фазой, а также в режиме с протяженной двуопорной фазой, где сочетаются обе фазы. Под номером один понимается передняя опорная, под номером два — задняя (переносимая) нога. Стопы человека и экзоскелетона считаются невесомыми. Полная система масс-инерционных характеристик тела человека и экзоскелетона, используемых ниже во всех численных экспериментах, указана в **Приложении**. Экзоскелетон может быть нагружен дополнительно массой порядка $P = 50 \dots 100$ кг на корпусе, на высоте $rol = 45$ см от таза.

Поскольку рассматривается одноопорная ходьба, число введенных переменных переопределено, и координаты таза могут быть выражены через углы опорной ноги:

$$\begin{aligned} x_{1p} - x &= 2a \sin \alpha_1 + 2b \sin \beta_1; \\ y - y_{1p} &= 2a \cos \alpha_1 + 2b \cos \beta_1, \end{aligned} \quad (7)$$

(причем можно считать, что $x_{1p} = y_{1p} = 0$). Используя формулы (7) и дифференцируя их, можно при одноопорной ходьбе заменить выражения \ddot{x} и \ddot{y} через углы и получить систему [3] с меньшим числом независимых переменных.

Заметим, что (в отличие от работ [1, 2, 4]) данная динамическая система содержит в правых частях формул (5) функции Q^* , которые отражают воздействие пружин (лямок) в точках контакта с телом человека. Эти функции Q^* представляют собой виртуальные работы сил воздействия пружин по соответствующим координатам лагранжевых уравнений. Формулы, их выражающие, формируются по единому плану: строятся деформации пружин в точках контакта, которые равны

$$\Delta x = x_{man}^* - x_{appatus}, \Delta y = y_{man}^* - y_{appatus},$$

где x_{man}^* , y_{man}^* и $x_{appatus}$, $y_{appatus}$ — координаты данных точек по соответствующим осям в теле человека (это функции времени) и на экзоскелетоне; по ним с учетом еще и скоростей деформации строятся компоненты вязкоупругих сил в этих точках:

$$f_x = c\Delta x + d\Delta\dot{x}, f_y = c\Delta y + d\Delta\dot{y}, \quad (8)$$

где c [Н/см], d [Н·с/см] — соответствующие коэффициенты жесткости и демпфирования; наконец, компоненты вектора сил умножаются на виртуальные перемещения данных точек на теле экзоскелетона и строится суммарная виртуальная работа по всем точкам контакта $i = \overline{1, 8}$:

$$\delta Q = \sum_{i=1}^8 (f_x^i \delta x_i + f_y^i \delta y_i).$$

Выражения Q^* в тех или иных строках формул (5) содержат ту часть члена δQ , которая относится к вариациям соответственно по δx , δy , $\delta\psi$, $\delta\alpha_1$, $\delta\beta_1$, $\delta\alpha_2$, $\delta\beta_2$ при выражении через них всех вариаций точек контакта δx_i , δy_i . Приведем вид всех выражений Q^* :

$$\begin{aligned} Q_x^* &= \sum_{i=1}^8 f_x^i; \quad Q_y^* = \sum_{i=1}^8 f_y^i; \\ Q_\psi^* &= -rop(f_x^1 \cos\psi + f_y^1 \sin\psi) - \\ &- rog(f_x^2 \cos\psi + f_y^2 \sin\psi) + \\ &+ smesh \left[\sin\psi \sum_{i=1-3} f_x^i - \cos\psi \sum_{i=1-3} f_y^i \right]; \\ Q_{\alpha_1}^* &= l_4(f_x^4 \cos\alpha_1 + f_y^4 \sin\alpha_1) + \\ &+ 2a(f_x^5 \cos\alpha_1 + f_y^5 \sin\alpha_1); \\ Q_{\beta_1}^* &= l_5(f_x^5 \cos\beta_1 + f_y^5 \sin\beta_1); \\ Q_{\alpha_2}^* &= l_4(f_x^6 \cos\alpha_2 + f_y^6 \sin\alpha_2) + \\ &+ 2a(f_x^7 \cos\alpha_2 + f_y^7 \sin\alpha_2); \\ Q_{\beta_2}^* &= l_5(f_x^7 \cos\beta_2 + f_y^7 \sin\beta_2) + \\ &+ 2b(f_x^8 \cos\beta_2 + f_y^8 \sin\beta_2). \end{aligned} \quad (9)$$

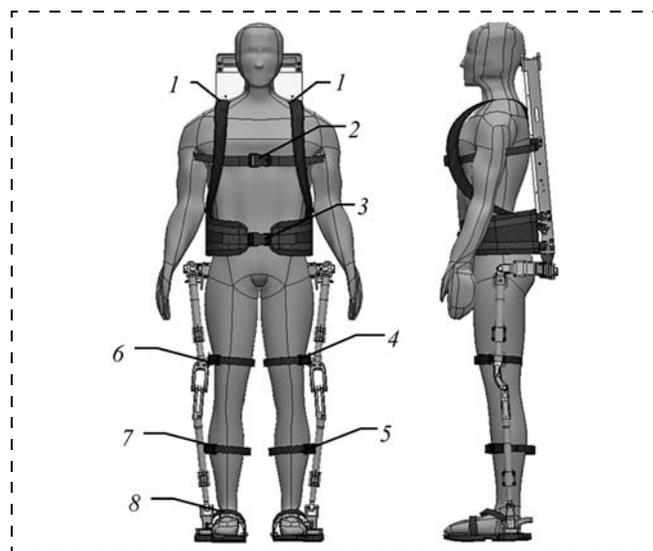


Рис. 2

Обозначения rop , rog , $smesh$ пояснены ниже.

Упруговязкие лямки являются единственным силовым связующим звеном между человеком и аппаратом. Для целей надежного обеспечения требуемого движения экзоскелетона важно как число и расположение точек контакта на теле человека, так и их упругие характеристики. В соответствии с конструкцией экзоскелетона таких точек восемь (рис. 2): три на корпусе аппарата — на высоте $rop = 60$ см от таза (№ 1), на высоте $rog = 20$ см (№ 2), на уровне самого таза (№ 3), на бедрах находятся точки (№ 4, № 6) — на расстоянии $l_4 = l_6 = 35$ см от тазобедренного сустава, на голених (№ 5, № 7) — на расстоянии $l_5 = l_7 = 30$ см от коленного сустава. Точечная стопа (точнее голеностопный сустав) на опорной ноге во все время исследуемой одноопорной фазы движения рассматривалась как совмещенная с соответствующей точкой на теле человека, т. е. $x_{1p} = y_{1p} = 0$, а аналогичная точка на переносимой ноге аппарата считалась связанной упругой связью с соответствующей точкой на стопе человека — это и была последняя восьмая точка. Отметим, что в точке 1 учитывались раздельно силы воздействия лямки на аппарат по вертикали f_{1y} и по горизонтали f_{1x} , поскольку в этой верхней точке оператор и поднимает, и продвигает вперед висящий на нем экзоскелетон. В остальных точках за основу брался суммарный вектор $\sqrt{f_{ix}^2 + f_{iy}^2}$, $i = 2, \dots, 8$. При численном исследовании задачи длины бедер, голених аппарата и человека считались одинаковыми и равными. Корпус человека считался стержнем, однако рама аппарата в отличие от корпуса человека рассматривалась как имеющая перевернутую Г-образную форму с горизонтальным (невесомым) участком смещения ($smesh = 10$ см), которым она прикреплялась к тазу аппарата.

Масс-инерционные характеристики тела человека были выбраны для нижних конечностей со-

гласно работе [5] — они приводятся в *Приложении*. Массы рамы, обоих бедер и голени аппарата принимались равными каждый 5 кг при равномерном распределении массы.

2. Результаты численных исследований при движении человека в пассивном экзоскелетоне

Описанные выше математические модели были использованы для проведения численного исследования движения экзоскелетона, надетого на оператора, движущегося комфортабельной походкой (1)–(3), с параметрами: $L = 50$ см, $h = 84,5$ см, $T = 0,7$ с, $2a = 51,4$ см, $2b = 40,2$ см, $M = 89,1$ кг, $r = 37,05$ см, $smesh = 10$ см, $rol = 45$ см, $P = 50$ кг или $P = 100$ кг, $m_t = 47,6$ кг, $K_r = rm_t + P \cdot rol + 5\sqrt{(r^2 + smesh^2)}$, $J = (m_t + 5)r^2/3 + P(rol^2 + smesh^2)$.

Рассматривались варианты с нулевым и ненулевым демпфированием и с коэффициентами жесткости на корпусе аппарата и в стопе переносимой ноги 50...2500 Н/см. Жесткости пружин на ногах аппарата варьировались в пределах 20...200 Н/см. В основном варианте моделирования принято:

$$c_1 = c_2 = c_3 = c_8 = 250 \text{ Н/см}, \\ c_4 = c_5 = c_6 = c_7 = 20 \text{ Н/см},$$

где c_i , $i = \overline{1,8}$, — жесткости пружин в точках с соответствующими номерами.

Особо остановимся на случаях "проникновения" той или иной лямки в пространство, отвечающее человеческому телу. Естественно, что при этом тело дополнительно сопротивляется такому проникновению, что моделируется увеличением первоначально предписанной каждой точке жесткости. Это увеличение жесткости рассчитывалось по общей схеме. Пусть, для примера, лямка проникает в тело человека по горизонтали в первой точке, т. е. $(x_1^* - x_1 - smesh) < 0$. Тело, естественно, стремится "оттолкнуть" экзоскелетон за счет дополнительной силы, направленной по отрицательной горизонтальной оси x . Будем считать, что при этом жесткость увеличивается по закону $c_1^x = c_1(1 + a_{k1}[x_1^* - x_1 - smesh]^2)$, где a_{k1} — некоторый положительный коэффициент. Данная модель жесткости обеспечивает возможность безграничного роста жесткости c_1^* , что, как оказалось, может приводить к нереально большим значениям упругих сил при численном исследовании задачи. В силу этого величина c_1^x дополнительно ограничивалась сверху условием $c_1^x \leq c_{lim} = 2c_1$. По такой же схеме рассчитывался рост жесткостей и в других точках контакта: $c = c_0(1 + a_{kc}\Delta^2)$, где c_0 [Н/см] — исходная жесткость лямок, а Δ — значение "проникновения" в см, параметр a_{kc} принимался равным $a_{kc} = 5$ [см⁻²].

Важным фактором, сильно влияющим на движение, является введение и учет демпфирующих свойств лямок. Демпфирование сглаживает возникающие колебательные процессы, причем правильный выбор величины этой характеристики делает

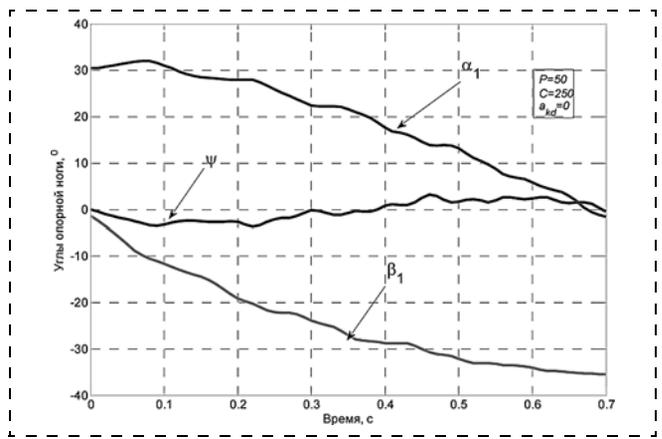


Рис. 3

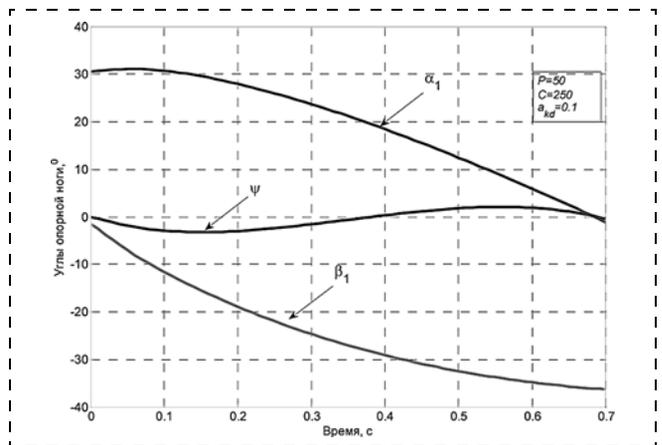


Рис. 4

процесс стабильным, а неправильный способствует его дестабилизации в целом. Удачным оказался, например, выбор коэффициента демпфирования d , адекватно соответствующего коэффициенту жесткости c согласно формуле $d = a_{kd}c$ при $a_{kd} = 0,1$ [с]. В результате учета коэффициентов жесткости и демпфирования строились силовые воздействия лямок в соответствии с выражениями (8).

Результаты исследований некоторых характеристик движения экзоскелета представлены графиками углов и угловых скоростей в опорной и переносной ногах, а также сил, возникающих в лямках. Ниже перечислены варианты принятых параметров, которым отвечают графики на рис. 3, 4, рис. 5–8 (см. вторую сторону обложки), рис. 9, рис. 10–11 (см. вторую сторону обложки), рис. 12, 13, рис. 14–15 (см. вторую сторону обложки); при этом считалось, что указанная выше величина c_0 различна для торсовых лямок (обозначим ее как C) и ножных, которые в 12,5 раза меньше торсовых:

- вариант A_1 : $C = 50$ Н/см, $c_{lim} = \infty$, $P = 50$ кг, $a_{kd} = 0$;
- вариант A_2 и A_3 отличаются от A_1 соответственно тем, что $C = 250$ Н/см или $C = 2500$ Н/см;
- вариант B_1 : $C = 250$ Н/см, $c_{lim} = 2c_0$, $P = 50$ кг, $a_{kd} = 0,1$ с (или $d = 25$ Н·с/см);
- вариант B_2 отличается от B_1 тем, что $C = 2500$ Н/см.

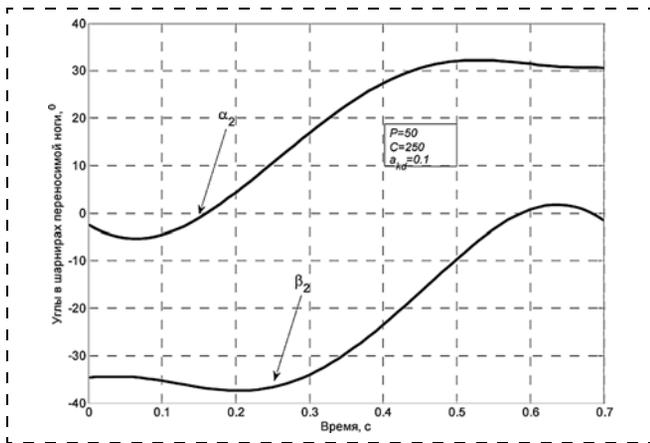


Рис. 9

Кроме того, при моделировании в условиях вариантов *A* считалось, что начальные значения углов и угловых скоростей экзоскелетона и человека совпадают, в то время как для вариантов *B* рассматривались процессы с рассогласованием не более 5 % по начальным углам и угловым скоростям. Условиям варианта *A*₁ соответствуют рис. 7 и 8 (на второй стороне обложки); условиям варианта *A*₂ — рис. 3 и рис. 5, 8, 10 (см. вторую сторону обложки); условиям варианта *A*₃ — рис. 12, 13 и рис. 14 (см. вторую сторону обложки); условиям *B*₁ — рис. 4, 9 и рис. 6, 11 (см. вторую сторону обложки); условиям *B*₂ — рис. 15 (см. вторую сторону обложки).

Опишем полученные результаты. Нетрудно заметить, что графики, представленные на рис. 3 и рис. 5, 7, 8, 10 (см. вторую сторону обложки), которые отвечают относительно малым коэффициентам жесткости $C = 250$ Н/см, демонстрируют высокий уровень колебаний соответствующих характеристик движения. В то же время на соответствующих им графиках (рис. 4, 9 и рис. 6, 11 (см. вторую сторону обложки)) при таких же значениях коэффициентов жесткости колебания отсутствуют. Это объясняется введением демпфирования в модель. Отметим, что на рис. 6 приведены графики как реальных, так и желаемых процессов, что позволяет оценить точность движения при введении демпфирования. При исследовании тех же процессов с увеличенными в 10 раз коэффициентами жесткости (рис. 12, 13 и рис. 14, см. вторую сторону обложки) колебания по углам опорной и переносной ног отсутствуют. Однако наблюдаются большие колебания по силам взаимодействия между экзоскелетом и человеком-оператором, обуславливающие некомфортный режим движения для последнего (рис. 14, см. вторую сторону обложки). В то же время, в сходном режиме движения рис. 15 таких колебаний нет. Это лишний раз подчеркивает необходимость введения демпфирования в систему крепления лямок. Возвращаясь к рис. 8 (см. вторую сторону обложки), на котором представлены два варианта

жесткостей лямок — мягкая и более жесткая, видим, что предпочтительнее большая жесткость.

Наряду с описанными выше исследованиями по углам и угловым скоростям изучались вопросы, связанные с биомеханическим функционалом энергии, затрачиваемым человеком при заданном режиме ходьбы. С этой целью вначале решалась обратная задача динамики для системы (4)—(5) с антропоморфными масс-инерционными параметрами и с учетом виртуальных работ, обусловленных воздействием экзоскелетона на человека-оператора. В результате определяли управляющие моменты mom_i во всех суставах тела человека-оператора. Энергетический функционал описывается формулой

$$W = \int_0^T \sum_i |mom_i \cdot \dot{\phi}_i| dt, \quad (10)$$

где ϕ_i — межзвенные углы человека в суставах. Для режимов, представленных на рис. 3 и рис. 5, 7, 8, 10 (см. вторую сторону обложки), $W = 562,8$ Дж; для режима, показанного на рис. 12—14, $W = 475$ Дж. В то же время, для режима с демпфированием (рис. 15, см. вторую сторону обложки) значение W значительно меньше и составляет 174 Дж. Это показывает,

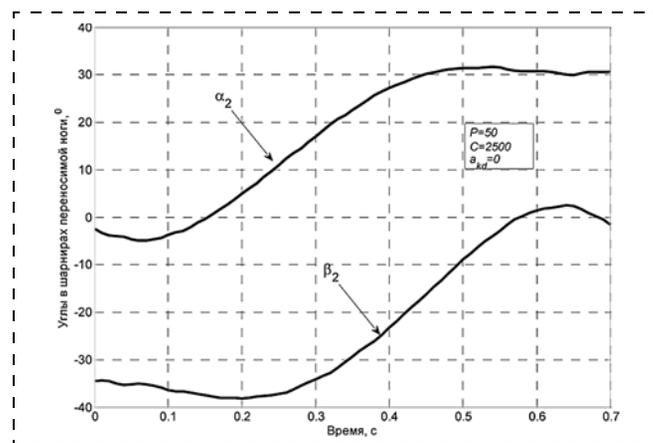


Рис. 12

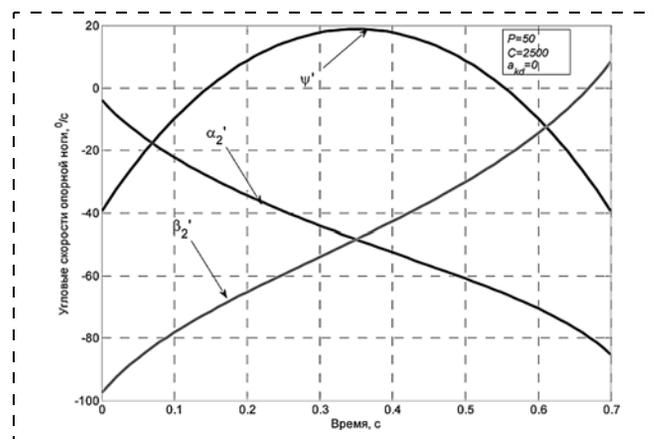


Рис. 13

что использование лямок с высоким коэффициентом жесткости без демпфирования, приводящее к существенным колебаниям по силам (несмотря на хорошее отслеживание по углам и угловым скоростям), является некомфортным для человека и приводит к значительным энергетическим потерям.

Заключение

1. В отличие от большинства ранее выполненных работ, где управление движением шагающего механизма осуществляется под действием внешних моментов в шарнирах, здесь рассмотрена динамика экзоскелетона только под действием упругих сил со стороны тела оператора.

2. Выявлен демпфирующий эффект при рассмотрении упруговязких связей между человеком-оператором и экзоскелетом, заключающийся в том, что введение демпфирующих элементов и правильный выбор параметров упругости и демпфирования позволяет существенно снизить уровень вибраций и добиться уменьшения энергетических затрат со стороны оператора. В результате этого повышается комфортность использования данного механизма.

3. Результаты данного исследования создают предпосылки построения более эффективных вариантов моделей активных экзоскелетов, а также других устройств, предназначенных для перемещения грузов.

Список литературы

1. **Белецкий В. В.** Двунюгая ходьба. М.: Наука, 1984. 286 с.
2. **Лавровский Э. К., Письменная Е. В.** Алгоритмы управления экзоскелетом нижних конечностей в режиме одноопорной ходьбы по ровной и ступенчатой поверхностям // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 1. С. 44–51.
3. **Формальский А. М.** Перемещение антропоморфных механизмов. М.: Наука, 1984. 368 с.
4. **Белецкий В. В.** Плоские линейные модели двунюгого шага. Препринт Института прикладной математики им. М. В. Келдыша АН ССР, № 95, 1973.
5. **Лавровский Э. К., Воронов А. В.** Определение масс-инерциальных характеристик ноги человека // Физиология человека. 1998. № 2. С. 91–101.

Приложение

При численном исследовании задачи в качестве модели тела человека была рассмотрена следующая среднестатистическая модель [5]: рост 1,747 м, масса 73,4 кг; длины бедер, голени и корпуса соответственно равны 0,514, 0,402 и 0,741 м, их массы соответственно 9; 2,9 и 47,6 кг (масса стоп — каждая по 1 кг, высота голеностопного сустава над поверхностью 9 см); $a_* = 0,245$ и $b_* = 0,161$ м. Корпус человека считался стержнем, равномерно распределенным по массе; исходя из этого подсчитывались величины K_r и J . Значения других моментов инерции: центральный момент инерции бедра $0,1662 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, центральный момент инерции голени $0,0357 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Масса экзоскелетона была принята равной 15 кг: 5 кг — масса корпуса, по 2,5 кг — массы каждого из бедер и голени, причем их масса всюду распределена равномерно.

E. K. Lavrovsky, Senior Research Fellow, **E. V. Pismennaya**, Senior Researcher,
P. A. Komarov, Scientific Researcher, Institute of mechanics of MSU

Walking Control of Lower Limbs Exoskeleton with Visco-Elastic Coupling with Human-Operator Body

This paper considers the dynamics of a passive exoskeleton (with additional load or not) with a flat, regular, single support human operator walking on a flat, horizontal surface. Exoskeleton has a similar structure and a person related to the operator by means of elastic straps at certain points of the body. We study the effectiveness of this method of dynamic human impact on this mechanism.

Identified damping effect when considering the viscoelastic bonds between human operators and exoskeletons, consisting in the introduction of the damping elements, and the correct selection of the parameters of the elastic and damping can significantly reduce vibrations and to obtain a reduction of energy costs for the operator. As a result of this increased comfort of use of this mechanism. The results of this study provide the prerequisites of building a more effective options for models of active exoskeletons, and other devices designed to move cargo.

Keywords: exoskeleton of lower limb, point of contact of the body and the machine, the quality of tracking the desired walking mode

References

1. **Beletskii V. V.** Dvunogaya khod'ba. M.: Nauka, 1984. 286 p.
2. **Lavrovskii E. K., Pis'mennaya E. V.** Algoritmy upravleniya ekzoskeletonom nizhnikh konechnostei v rezhime odnoopornoi khod'by po rovnoi i stupenchatoi poverkhnostyam. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*. 2014. N. 1. P. 44–51.
3. **Formal'skii A. M.** Peremeshchenie antropomorfnykh mekhanizmov. M.: Nauka, 1984. 368 p.
4. **Beletskii V. V.** Ploskie lineinye modeli dvunogogo shaganiya. *Preprint Instituta prikladnoi matematiki im. M. V. Keldysha AN SSR*. N. 95. 1973.
5. **Lavrovskii E. K., Voronov A. V.** Opredelenie mass-inertsial'nykh kharakteristik nogi cheloveka. *Fiziologiya cheloveka*. 1998. N. 2. P. 91–101.

Ю. В. Турыгин, д-р техн. наук, проф., turygin@istu.ru, **С. А. Платов**, аспирант, serge.platov@gmail.com, Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

Исследование особенностей обработки торцов пружин горячей навивки методом плазменной резки с использованием робототехнического комплекса

Рассматривается обработка торца пружины методом плазменной резки на робототехническом комплексе (РТК). Выявлены недостатки в его работе и разработаны методы по их устранению. Предложена новая технология процесса обработки торца пружины. На основании новых требований сформулированы задачи для модернизации системы управления РТК. Разработана новая функциональная схема, изготовлена действующая система управления РТК.

Ключевые слова: робототехнические системы, промышленный робот, система управления, промышленный контроллер, плазменная резка, пружины

Введение

Пружина — упругий элемент, предназначенный для накопления или поглощения энергии. Существуют две основные технологии ее изготовления из прутков круглого сечения: диаметром до ~ 10 мм пружины изготавливают методом холодной навивки (без нагрева прутка) на специальных навивочных станках; при большем диаметре прутка его предварительно нагревают до температуры ~ 1000 °С и в этом состоянии выполняют навивку. Пружины, изготовленные таким методом, называют пружинами горячей навивки.

Продукция пружинных производств имеет практическое применение в таких отраслях промышленности, как энергетическая, нефтегазовая, инструментальные производства и др. Особо следует отметить применение пружин на железнодорожном транспорте, грузооборот которого составил в 2012 году 89,6 % от общего грузооборота в РФ [1]. Повышение объемов железнодорожных перевозок достигается, в том числе, за счет строительства новых железных дорог и увеличения парка подвижного состава, основой которого являются железнодорожные грузовые и пассажирские вагоны.

Основным компонентом ходовой части железнодорожного вагона является вагонная тележка, в состав которой входит пружина. Обеспечение надежного прилегания ее торцов к посадочному месту рамы с одной стороны и буксовому узлу — с другой, является одним из важных факторов долговечной работы вагонной тележки.

Технология обработки торцов пружин

Технологический процесс изготовления пружин включает в себя несколько операций: входной ультразвуковой контроль, навивка прутка (включая нагрев), высокотемпературный отпуск, обработка торцов пружин, обжатие, поверхностное упрочнение и окраска. На сегодняшний день "узким" местом является обработка торцов, назначение которой — получение "плоской" поверхности торцов для обеспечения прилегания пружины к посадочным

местам вагонной тележки. Существует несколько технологических решений для данной технологической операции:

- использование вальцованных прутков [1]. Данная технология подразумевает использование в качестве заготовки для навивки пружин прутка с оттянутыми (вальцованными) концами, при этом первый конец прутка должен быть ориентирован перед навивкой, а последний ориентирован относительно первого определенным образом, чтобы после навивки торцы пружины имели отклонение от плоскостности в допуске, определенном нормативно-технической документацией. Сам процесс оттяжки концов представляет следующую последовательность действий: нагрев концов прутка до температуры 1000 ± 50 °С и их формирование (в прямоугольное сечение) на молотах, кузнечных прессах или ковочных вальцах. Данный процесс представляет сложность в части его автоматизации, и на пружинных производствах чаще всего является ручной операцией;
- резка торцов пружин шлифованием [2]. Обработка пружины проводится после ее навивки на шлифовальных станках. Данный метод является оптимальным для обработки пружин, изготовленных из прутка диаметром до 14 мм. При обработке пружин из прутка большего диаметра увеличивается время обработки и повышается расход абразивного инструмента;
- комбинированный метод. "Черновая" обработка торцов пружин выполняется методом плазменной резки. Дальнейшая "чистовая" обработка торцов пружин до соответствия нормативно-технической документации достигается шлифованием.

Автоматизация процесса обработки торцов пружин методом плазменной резки

Среди перечисленных методов обработки торцов пружин, а также дополнительно рассмотренных в работе [3], следует отметить комбинированный метод как один из наиболее выгодных по времени и себестоимости. Структурная схема процесса "черновой" обработки торцов пружин представлена на рис. 1.



Рис. 1. Структурная схема обработки торцов пружин

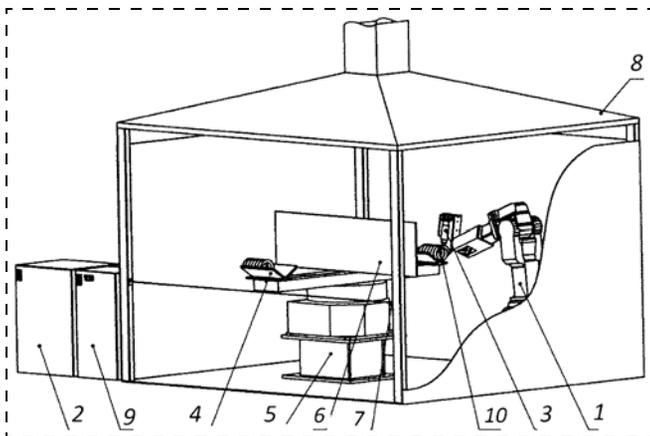


Рис. 2. Робототехнический комплекс:

1 — робот; 2 — оборудование плазменной резки; 3 — резак; 4 — зажимное устройство; 5 — поворотный стол; 6 — защитный экран; 7 — лазерный барьер; 8 — вентиляционная установка; 9 — шкаф управления робота; 10 — обрабатываемая пружина

Робототехнический комплекс (РТК), обеспечивающий работу по данной схеме, представлен на рис. 2. Основным компонентом РТК является промышленный робот 1 типа *Kawasaki FSN-20*, функцией которого является перемещение измерительного и режущего инструментов в зависимости от типа обрабатываемой пружины. Другим, не менее важным компонентом РТК, является оборудование плазменной резки типа *Kjellberg HiFocus 360+*, в состав которого входят силовая установка 2 и резак 3 (являющийся режущим инструментом), обеспечивающее процесс плазменной резки. Базирование и фиксация обрабатываемой пружины осуществляется в зажимном устройстве 4. Поворотный стол оригинальной конструкции 5 с защитным экраном 6 перемещает пружину в зону резки. Обеспечение безопасной работы, а именно, контроль присутствия человека в опасной зоне (зоне обработки торцов пружин), осуществляется с помощью светового барьера 7. Поддержание санитарно-гигиенических условий труда, а также заданных технологических условий для функционирования технологического процесса в производственных помещениях обеспечивает принудительная вентиляция 8. Обеспечение процесса обработки торцов пружины, включающее в себя управление вышеперечисленными компонентами по заданному алгоритму в соответствии с технологическими параметрами и его безопасной работой, является основной функцией системы управления 9 РТК.

Технология обработки торца пружины состоит из нескольких этапов: в зоне загрузки—выгрузки пружина устанавливается в зажимное устройство, ориентируется с помощью механического упора и

после этого фиксируется. На следующем этапе осуществляется ее перемещение в зону резки с использованием поворотного стола. Далее следует процесс измерения торца пружины с помощью лазерного измерительного датчика, и затем осуществляется процесс подрезки торца пружины режущим инструментом. Перемещение измерительного и режущего инструментов по заранее запрограммированной траектории движения выполняет робот. Завершающей операцией является перемещение пружины из зоны резки в зону погрузки—разгрузки, где и выгружается обработанная пружина и загружается необработанная. В дальнейшем цикл повторяется.

В работе [4] приведен анализ дефектов обработки торцов пружин, присущих вышеописанной технологии, и разработаны методы по их устранению.

В ходе эксплуатации РТК выявлены следующие недостатки в его работе за период более двух лет.

- Перемещение пружины в зону обработки осуществляется с помощью поворотного устройства. Необходимым требованием работы оборудования плазменной резки является обеспечение надежного электрического контакта (отрицательной полярности) на обрабатываемой детали, но так как поворот стола выполняется в одном направлении, для передачи электрического тока к пружине требуется использовать электрический подвижной контакт. В процессе работы происходит его механический и "электрический" износ, повышается переходное сопротивление, уменьшается ток через него (который является одним из основных параметров процесса плазменной резки), что в конечном итоге приводит к ухудшению качества реза. Практика эксплуатации РТК показала периодичность замены данного узла (один раз в месяц), что дополнительно приводит к простоям оборудования на период ремонта и увеличению материальных затрат на запасные части.
- Режущий инструмент оборудования плазменной резки — резак — в своем составе имеет быстро изнашивающиеся детали, а именно катод и сопло рабочего газа, срок замены которых регламентирован в работе [5]. Замена катода должна проводиться через 500 циклов резки, а замена сопла — в зависимости от времени реза при заданной толщине обрабатываемой детали и на текущий момент времени осуществляется по визуальному контролю качества реза. Это приводит к снижению качества обработки торцов пружин по причине несвоевременной замены данных деталей. Требования, предъявляемые к оборудованию, используемому в производстве пружин, в соответствии с политикой внедрения автоматизированной системы управления технологическим процессом (АСУТП) на современном предприятии:
- наличие аппаратно-программного обеспечения системы управления РТК для интеграции в существующую сеть к АСУТП. Это дает такие преимущества, как возможность удаленного мониторинга оборудования в режиме реального времени,

загрузки из базы данных и сохранения в ней технологических параметров, а также оперативного учета изготовленной продукции, и другие функциональные возможности;

- в состав системы управления должен входить сканер штрих-кода для идентификации оператора, работающего на данном рабочем месте, и для идентификации технологической карты партии, в соответствии с которой передаются технологические параметры из базы данных (БД) АСУТП в систему управления РТК;
 - реализация управления РТК (в том числе для ввода-вывода технологических параметров) с помощью человеко-машинного интерфейса, позволяющего обмен информационными сообщениями на русском языке. Это обеспечивает дружественную работу системы "человек—машина", мониторинг текущего процесса работы и состояния компонентов РТК в режиме реального времени.
- На основании вышеизложенного сформулированы следующие функциональные требования к системе управления РТК:

- ввести в технологию обработки торца пружины процесс измерения на основании технических характеристик обрабатываемого изделия [4];
- обеспечить расчет точек траектории перемещения измерительного и режущего инструментов;
- разработать алгоритм управления процессом обработки торца пружины в режиме реального времени;
- исключить подвижный электрический контакт;
- обеспечить автоматический учет времени работы быстроизнашивающихся деталей режущего инструмента с оповещением оператора о своевременной его замене;
- расширить функциональные возможности системы управления в соответствии с новыми требованиями, предъявляемыми оборудованию, используемому в производстве пружин на предприятии.

Для решения поставленных задач предложено следующее решение: измерение геометрических параметров пружины проводить бесконтактным лазерным измерителем, установленным на последнем

звене робота, с помощью которого осуществлять его перемещение в процессе измерения. На основе математических моделей, приведенных в работе [4], разработать алгоритмы для расчета точек, образующих траекторию перемещения лазерного измерителя и резака, и управления процессом плазменной резки в режиме реального времени. Провести замену электрического подвижного контакта на гибкий кабель, при этом обеспечив возвратно-вращательное движение поворотного стола. Разработать математическую модель и, на ее основе, алгоритм учета времени работы быстроизнашивающихся деталей режущего инструмента с оповещением оператора о своевременной его замене. Расширить функциональные возможности системы управления за счет подбора современного оборудования, имеющего в своем составе аппаратно-программную возможность реализации новых алгоритмов, необходимых для работы РТК, а также обеспечивающего подключение СУ к АСУТП предприятия.

Поскольку основное назначение контроллера робота — это управление его движением, то логично для него оставить только эту функцию, а для управления оборудованием, входящим в состав РТК, использовать промышленный программируемый логический контроллер (ПЛК). К примеру, в работе [6] предложено аналогичное решение — для процесса измерения использовать компьютер, а для управления перемещением измерительного датчика применять робот. В другом примере [7] используется ПЛК для управления несколькими роботами. И в том и в другом случае на контроллер робота возложена его основная функция — управление его движением.

Условия работы РТК предъявляют серьезные требования к электронному оборудованию для промышленного применения. Продукция компании *Omron* применяется в системах управления технологическим оборудованием на предприятии по производству пружин. За последние три года не отмечено ни одного случая выхода из строя компонентов, произведенных данной компанией, что является одним из критериев выбора. К примеру, ПЛК серии *CJ1M* с помощью дополнительных модулей позволяет реализовать практически любое функциональное устройство (дискретные входы/выходы, АЦП, ЦАП, канал обмена данными и др.).

Для реализации нового технологического процесса обработки пружин, решения поставленных задач и модернизации РТК разработана функциональная схема системы управления, представленная на рис. 3.

В качестве центрального процессора выбран контроллер *CJ1M-CPU13*, для разработки программного обеспечения которого используется программный продукт *CX-Programmer*, соответствующий Международному стандарту МЭК 6-1131/3 [8], а именно поддерживающий язык LD для управления

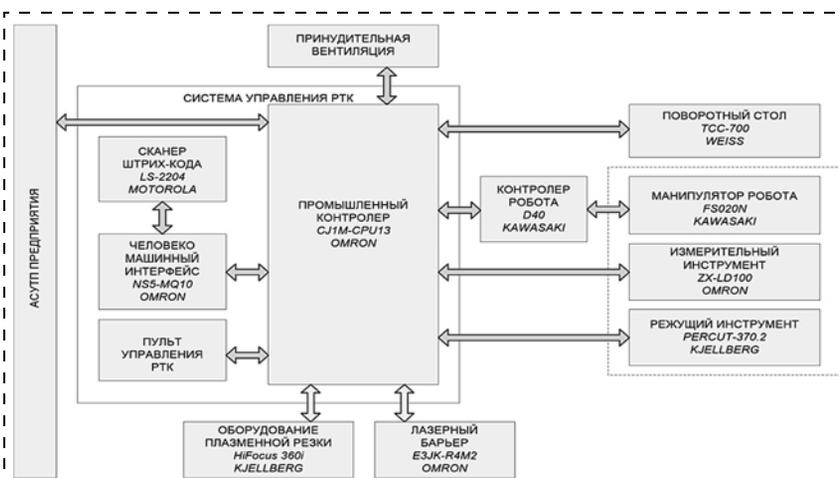


Рис. 3. Функциональная схема системы управления робототехнического комплекса

дискретными сигналами и язык ST для реализации математического обеспечения. Человеко-машинный интерфейс реализован на панели оператора NS5-MQ10, которая обеспечивает обмен информационными сообщениями на русском языке.

Модули входов-выходов обеспечивают обмен дискретными сигналами (управление и контроль состояний) между ПЛК и компонентами РТК. Данные, полученные в процессе измерения, преобразуются в цифровой код для обработки в ПЛК с помощью модуля аналого-цифрового преобразования. Модуль цифроаналогового преобразования обеспечивает задание тока реза для оборудования плазменной резки. Передача данных (рассчитанных координат точек траекторий измерения и обработки) из ПЛК в контроллер робота осуществляется с помощью модуля последовательного интерфейса на физическом уровне по RS485, по протоколу Modbus RTU. Сканер штрих-кода, подключенный к системе управления, необходим для идентификации оператора и карты партии обрабатываемых деталей на данной технологической операции.

Заключение

В результате проведенного исследования выявлены недостатки в работе РТК и разработаны методы по их устранению. Для повышения качества обрабатываемых деталей и производительности РТК разработан новый технологический процесс обработки торцов пружины. Разработана новая функциональная схема системы управления, удовлетворяющая требованиям к управлению РТК. Разработана и изготовлена действующая система управления РТК.

Решены следующие задачи: автоматический расчет точек траектории движения измерительного и режущего инструментов, исключен подвижной электрический контакт, обеспечен учет времени работы быстроизнашивающихся деталей режущего инструмента и оповещение о своевременной их замене, проведено подключение системы управления РТК к АСУТП предприятия в соответствии с заданными требованиями. Проведена промышленная апробация РТК. На заключительном этапе предполагается разработать и провести апробацию алгоритмов измерения торца пружины и управления процесса плазменной резки в режиме реального времени.

Список литературы

1. **Вагонмаш**, вальцовка прутка. URL: <http://vagonmash.eu/en/press-center/news/40-december-2012>. (дата обращения: 04.05.2014).
2. **Изготовление** пружин. URL: <http://prughina.msk.ru/izgotovlenie-pruzhin/>. (дата обращения: 04.05.2014).
3. **Платов С. А., Турыгин Ю. В.** Исследование и повышение эффективности РТК подрезки торцов пружин // Молодые ученые — ускорению научно-технического прогресса в XXI веке: сб. тр. Всероссийской научн.-техн. конф. Ижевск, 2013. 1415 с.
4. **Платов С. А., Турыгин Ю. В.** Обработка торцов пружин вагонных тележек методом плазменной резки // Интеллектуальные системы в производстве. Ижевск: Изд-во ИжГТУ. 2013. № 2. С. 96—100.
5. **Short Instruction Manual** // Kjellberg Finsterwalde Plasma und Maschinen GmbH. Kjellberg. 2010. 210 p.
6. **Zeng L., Peter R., Kym M., Andrew H.** Control of Industrial Robots for Meat Processing Applications // Food Science Australia, CSIRO. URL: <http://www.araa.asn.au/acra/acra2003/papers/12.pdf>. (дата обращения: 11.03.2014).
7. **Luiz Affonso.** Programmable Logic Controller, 2010. 178 p.
8. **Зюбин В. Е.** Программирование ПЛК: языки МЭК 61131-3 и возможные альтернативы // Промышленные АСУ и контроллеры. 2005. № 11. С. 31—35.

Ju. V. Turygin, Professor, turygin@istu.ru, **S. A. Platov**, Postgraduate student, serge.platov@gmail.com, Kalashnikov Izhevsk State Technical University

Hot Spring End Winding Process Research Based on the Robotics Plasma Cutting Method

The article concentrates on the research of the hot coiled spring processing by means of plasma cutting. It covers the alternative solutions of the processing methods as well as the plasma cutting technology. Robotic system (Robotics) is represented as the basis for the technology solution in order to carry out the spring end grinding process by means of plasma cutting. The analysis of its operation activity for a period of two years resulted in the development of the methods to rectify the deficiencies found in the course of the robotics system lifetime. Spring end grinding process defects have been detected. It was developed the list of engineering solutions for the purpose of elimination of the defects. On the basis of the developed methods and engineering solutions along with the newly specified criteria for Robotic system control it was determined a list of operating system (OS) requirements. It was developed a new functional chart and control algorithms for Robotics OS. It has been developed and carried out the industrial practical testing of the new Operating System.

Keywords: robotic systems, industrial robot, control system, industrial controller, plasma cutting, springs

References

1. **Vagonmash**, val'tsovka prutka. URL: <http://vagonmash.eu/en/press-center/news/40-december-2012>. (date of access 04.05.2014).
2. **Izgotovlenie** pruzhin. URL: <http://prughina.msk.ru/izgotovlenie-pruzhin/>. (date of access: 04.05.2014).
3. **Platov S. A., Turygin Yu. V.** Issledovanie i povyshenie effektivnosti RTK подрезки торцов пружин. *Molodye uchenye — uskoreniyu nauchno-tekhnicheskogo progressa v XXI veke: sb. tr. Vserossiyskoy nauchn.-tekhn. konf.* Izhevsk, 2013. 1415 p.
4. **Platov S. A., Turygin Yu. V.** Obrabotka tortsov pruzhin vagonnykh telezhek metodom plazmennoy rezki. *Intellektual'nye sistemy v proizvodstve.* Izhevsk: Izd-vo IzhGTU. 2013. N. 2. P. 96—100.

5. **Short Instruction Manual.** *Kjellberg Finsterwalde Plasma und Maschinen GmbH.* Kjellberg. 2010. 210 p.
6. **Zeng L., Peter R., Kym M., Andrew H.** Control of Industrial Robots for Meat Processing Applications. *Food Science Australia, CSIRO.* URL: <http://www.araa.asn.au/acra/acra2003/papers/12.pdf>. (data accept: 11.03.2014).
7. **Luiz Affonso.** Programmable Logic Controller, 2010. 178 p.
8. **Zyubin V. E.** Programmirovaniye PLK: yazyki MEK 61131-3 i vozmozhnyye al'ternativy. *Promyshlennyye ASU i kontrolyery.* 2005. N. 11. P. 31—35.

УДК 681.532.55

Т. С. Буканова, канд. техн. наук, ст. преподаватель, BukanovaTS@volgatech.net,

М. Т. Алиев, канд. техн. наук, доц.,

Поволжский государственный технологический университет

Микропроцессорная система электропривода на основе двухроторной электрической машины с дифференциальным управлением

Представлена структура управляемого электропривода на основе двухроторной электрической машины с дифференциальным управлением. Рассмотрена практическая реализация, принцип работы и характеристики микропроцессорной системы блока управления нагрузкой для регулирования частоты вращения двухроторной электрической машины с двумя дифференциально взаимосвязанными роторами.

Ключевые слова: микропроцессорная система, электрическая машина, электропривод, двухроторная электрическая машина

Введение

Реализация технологических процессов в промышленности в подавляющем большинстве случаев предполагает использование электропривода для приведения в действие рабочих органов технологических машин. С развитием вычислительной техники для решения задач регулирования параметров движения рабочего органа технологического аппарата средствами электропривода применяют два основных метода частотного управления: скалярное и векторное управление.

Метод скалярного управления [1–6] достаточно прост в реализации, но обладает существенными функциональными недостатками. Для обеспечения качественного управления характеристиками необходима установка датчиков скорости и момента на валу двигателя, однако при этом управление становится инерционным, а сам электропривод увеличивается как по массогабаритным параметрам, так и по стоимости. Кроме того, принцип скалярного управления не позволяет управлять одновременно и моментом, и скоростью, поэтому приходится выбирать.

Метод векторного управления [7–13] использует переменные электрического двигателя (тока статора, потокосцепления) в виде векторной физической величины — направленного вектора, который обладает амплитудой и фазой. Управление именно совокупностью этих параметров во времени лежит в основе векторного принципа. Свойства системы достигаются за счет разделения каналов регулирования потокосцепления и скорости вращения электродвигателя. Векторные системы управления позволяют реализовать управление как скоростью, так и моментом на валу двигателя, однако их аппа-

ратная реализация характеризуется высокой стоимостью компонентов, большой вычислительной сложностью и необходимостью знать параметры двигателя для расчета оптимальных параметров.

При решении задач управления невысокой сложности достоинством однопроцессорных систем является простота аппаратной и программной реализации. Однако при этом к микроконтроллеру предъявляются повышенные требования по наличию встроенных периферийных модулей и портов ввода-вывода, по быстродействию и объему памяти; значительно усложняется разработка программного обеспечения.

Большинство применяемых в промышленности преобразователей строятся на двухпроцессорной основе. Первый процессор выполняет основные функции преобразователя частоты (реализация алгоритмов управления инвертором, выпрямителем, опрос датчиков и т. д.), второй обеспечивает работу пульта управления, связь с системой верхнего уровня и другие сервисные функции. При этом снижаются требования к микропроцессорам по встроенной периферии, быстродействию и объему памяти; упрощается разработка программного обеспечения для каждого из контроллеров. Управление преобразователем может осуществляться с помощью пульта, дискретных или аналоговых входов.

Основным направлением технического переоснащения промышленности является внедрение современных систем автоматического управления на базе единых модулей, объединяющих собственно электромеханические компоненты с силовой электроникой, которые управляются микроконтроллерами, персональными компьютерами или другими вычислительными устройствами.

Целью данной работы является разработка микропроцессорной системы электропривода на основе двухроторной электрической машины с дифференциальным управлением.

Двухроторная электрическая машина с дифференциальным управлением

Для управления рабочим органом технологического аппарата предложено использовать двухроторную электрическую машину (ДЭМ) с дифференциальным управлением с (ДУ) [14]. ДЭМ с ДУ состоит из двух взаимосвязанных подсистем: двигательной и генераторной. В отличие от обычных двигателей, когда управление выходными характеристиками происходит в результате изменения параметров подводимой энергии — тока, напряжения, частоты, в представленной электрической машине управление происходит путем изменения модуля тормозного момента, действующего со стороны генераторной обмотки на промежуточный ротор электрической машины, который дифференциально взаимосвязан с внутренним ротором [15]. Дифференциальная взаимосвязь предполагает такое конструктивное исполнение и электромагнитную связь промежуточного и основного роторов электрической машины, что в установившихся режимах обеспечивается постоянство их относительной скорости вращения. Таким образом, дифференциальное управление частотой вращения ДЭМ заключается в целенаправленном воздействии (в виде разгона или торможения ротора) на дополнительно введенный для управления промежуточный ротор системы двух дифференциально взаимосвязанных роторов в целях достижения заданного состояния, например стабилизации частоты вращения основного ротора.

Реализация дифференциального управления предполагает изменение сопротивления нагрузки в цепи обмотки генераторной части ДЭМ с ДУ в целях управления частотой вращения внутреннего ротора [16].

Микропроцессорная система управления нагрузкой двухроторной электрической машины

Управляемый электропривод, в котором в качестве электромеханического устройства применена ДЭМ с ДУ, традиционно можно разделить на следующие части:

- механическую часть, включающую в себя непосредственно электромеханическое устройство — ДЭМ с ДУ, сопряженную с механической нагрузкой;
- силовую часть, представляющую собой управляемый выпрямитель напряжения для преобразования переменного тока в постоянный и управляемую нагрузку обмотки дополнительной части ДЭМ с ДУ — блок управления нагрузкой (БУН);

- управляющую часть, представляющую собой терминальную систему управления (ТСУ) электроприводом, основное назначение которой — формирование сигналов управления для изменения нагрузки по результатам анализа процессов на основании предложенной математической модели ДЭМ с ДУ.

Структурная схема электропривода на основе ДЭМ с ДУ представлена на рис. 1.

ДЭМ с ДУ соединена с сетью переменного напряжения общепромышленного назначения. В результате роторы ДЭМ начинают вращаться. Внутренний ротор ДЭМ с ДУ соединен с механической нагрузкой электропривода и предназначен для приведения в действие рабочего органа технологической машины с частотой вращения ω_1 . При функционировании ДЭМ с ДУ происходит вращение промежуточного ротора с частотой ω_2 .

Дополнительная часть ДЭМ с ДУ соединена с БУН через управляемый выпрямитель напряжения, формирующий шину постоянного тока. БУН содержит управляемую коммутируемую матрицу полезной нагрузки (МПН), которая включена в цепь обмотки дополнительной части. Управление значением нагрузки происходит по сигналу n , определяющему число подключаемых в качестве нагрузки дополнительной части элементов МПН — значение сопротивления R_H . При вращении дополнительного ротора и подключенной к обмотке статора нагрузки R_H МПН возникает электрический ток I , протекающий по нагрузке.

ТСУ представляет собой компьютерную управляющую систему, которая на основе значения протекающего по нагрузке и обмотке дополнительной части электрического тока I восстанавливает текущие параметры ДЭМ с ДУ. На основе анализа восстановленных параметров, в частности частоты вращения внутреннего ротора ω_1 , и заданной требуемой частоты вращения $\omega_{1\text{треб}}$ происходит расчет требуемой нагрузки $R_{H\text{треб}}$ в обмотке дополнительной части и формирование сигнала управления n . Процесс управления электроприводом на основе ДЭМ с ДУ заключается в подстройке частоты вращения внутреннего ротора электропривода ω_1 и сводится к управлению значением нагрузки R_H МПН дополнительной части ДЭМ с ДУ. Для изменения электрического сопротивления R_H в цепи дополнительной части включен БУН.



Рис. 1. Структурная схема управляемого электропривода на основе двухроторной электрической машины с дифференциальным управлением

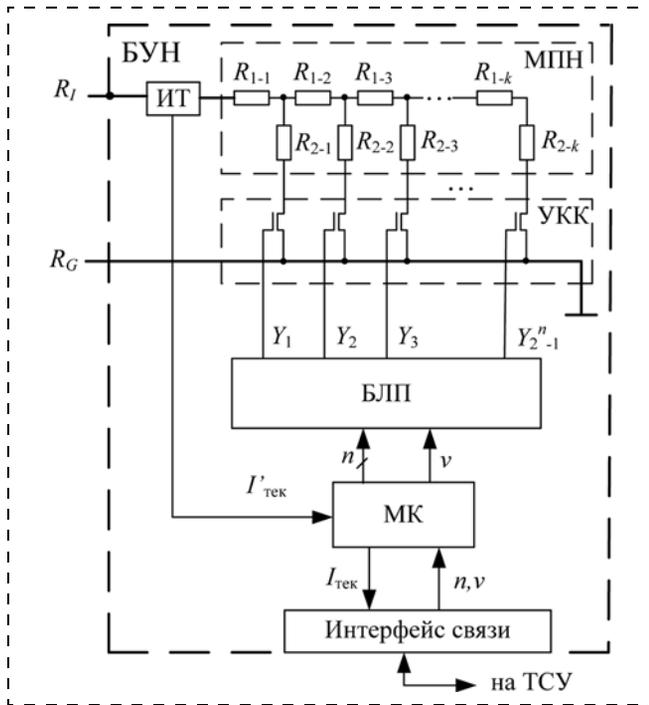


Рис. 2. Функциональная схема микропроцессорной системы блока управления нагрузкой:

ИТ — измеритель тока; МПН — матрица полезной нагрузки; УКК — управляемые коммутируемые ключи; БЛП — блок логического преобразования; БУН — блок управления нагрузкой; МК — микроконтроллер; ТСУ — терминальная система управления

Таблица 1

Таблица истинности блока логического преобразования (вариант 1)

№	Входы				Выходы ($v = 1$)					
	X_n	...	X_2	X_1	Y_1	Y_2	Y_3	...	$Y_{(2^2-2)}^n$	$Y_{(2^2-1)}^n$
1	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0
2	0	...	0	1	1	0	0	...	0	0
3	0	...	1	0	1	1	0	...	0	0
4	0	...	1	1	1	1	1	...	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$2^n - 1$	1	...	1	0	1	1	1	...	1	0
2^n	1	...	1	1	1	1	1	...	1	1

Таблица 2

Таблица истинности блока логического преобразования (вариант 2)

№	Входы				Выходы ($v = 1$)					
	X_n	...	X_2	X_1	Y_1	Y_2	Y_3	...	$Y_{(2^2-2)}^n$	$Y_{(2^2-1)}^n$
1	0	...	0	0	0	0	0	...	0	0
2	0	...	0	1	1	0	0	...	0	0
3	0	...	1	0	0	1	0	...	0	0
4	0	...	1	1	0	0	1	...	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$2^n - 1$	1	...	1	0	0	0	0	...	1	0
2^n	1	...	1	1	0	0	0	...	0	1

БУН состоит из МПН, управляемых коммутируемых ключей (УКК), блока логического преобразования (БЛП), микроконтроллера (МК) и измерителя тока (ИТ) (рис. 2).

МПН представляет собой электрическую цепь из повторяющихся элементарных нагрузок с двумя номиналами R_{1-k} и R_{2-k} . Каждый отвод нагрузки R_{2-k} МПН соединен с общей шиной через УКК. Ключ предназначен для включения или выключения в цепь нагрузки. Ключ замкнут, когда соответствующий ему выходной сигнал БЛП равен единице, и наоборот. В качестве управляемых ключей, коммутирующих отводы МПН на общую шину, используются полевые транзисторы. Исходя из структуры МПН БУН реализует дискретное изменение сопротивления R_n , включаемого в цепь дополнительной части ДЭМ с ДУ в зависимости от управляющего сигнала с БЛП. Представленная МПН позволяет равномерно распределять выделяемую мощность, избегая перегрева отдельных элементов.

БУН функционирует следующим образом. Сигналом управления v с ПК определяется вариант функционирования БЛП, который по цифровому n -разрядному сигналу управления ТСУ формирует исполнительные дискретные воздействия. Первый вариант ($v = 1$) принципа функционирования БЛП представлен в табл. 1.

В данном случае согласно табл. 1 двоичный код на выходе ТСУ преобразуется в числовое значение. Каждый выход Y_k БЛП управляет соответствующим ключом отвода ячейки МПН, причем согласно табл. 1 значению "0" соответствует неподключенная ячейка, а значению "1" — подключенная ячейка МПН БУН. Таким образом, сигналы с БЛП определяют замыкание ключей соответствующего отвода МПН и число подключенных ячеек матрицы БУН.

При n -разрядном сигнале управления ТСУ возможно 2^n вариантов управляющих сигналов, обеспечивающих подключение $k = (2^n - 1)$ ячеек МПН БУН. Каждое из 2^n состояний БУН определяет значение сопротивления R_n и силу тока в цепи дополнительной части электропривода. Дискретность изменения характеристик определяется величиной $k = 2^n - 1$ и соответствует числу дискретных значений, которые принимает нагрузка R_n дополнительной части ДЭМ с ДУ. Этим обусловлено число возможных частот вращения внутреннего ротора электропривода. Диапазон изменения характеристик определяется величиной k и нагрузками R_{1-k} и R_{2-k} МПН БУН.

Сопротивление МПН $R_{k(1)}$ при подключении k ячеек согласно табл. 1 соответствует электрической

нагрузке R_H дополнительной части и определяется по формуле

$$R_{k(1)} = R_{1-1} + R'_i,$$

$$R'_i = \begin{cases} R_{1-1}, & \text{если } i = 1; \\ \left. \frac{(R_{1-i} + R'_{i+1})R_{2-(i-1)}}{R_{1-i} + R'_{i+1} + R_{2-(i-1)}} \right|_{i=\overline{2, k}}, & \text{если } i \geq 2, \end{cases} \quad (1)$$

где при $i = k$ значение $R'_{(i+1)} = R_{2-i}$

Ток I_k на выходе МПН определяется по формуле

$$I_k = \frac{U_0}{R_k}, \quad (2)$$

где U_0 — напряжение на выходе дополнительной части ДЭМ с ДУ.

Вторым вариантом функционирования БЛП ($v = 2$) является принцип управления коммутируемыми ключами, представленный в табл. 2.

Согласно табл. 2 при n -разрядном двоичном коде управления с ТСУ определяется замыкание только одного ключа, реализуя преобразование из двоичного кода в позиционный. Таким образом, позиция коммутируемого ключевого элемента определяет значение сопротивления R_H МПН в цепи обмотки дополнительной части ДЭМ с ДУ.

Сопротивление МПН $R_{k(2)}$ при подключении k -го отвода согласно табл. 2 соответствует нагрузке R_H дополнительной части ДЭМ с ДУ и определяется по формуле

$$R_{k(2)} = R_{2-k} + \sum_{i=1}^k R_{1-i}. \quad (3)$$

Характеристика изменения сопротивления МПН R_k при различных вариантах коммутации отводов представлена на рис. 3.

При последовательном подключении ($v = 1$) отводов от нулевого до k -го происходит ступенчатое уменьшение значение сопротивления МПН с экспоненциальным характером. Во втором случае коммутации ($v = 2$) обеспечивается равномерное ступенчатое линейное увеличение сопротивления МПН

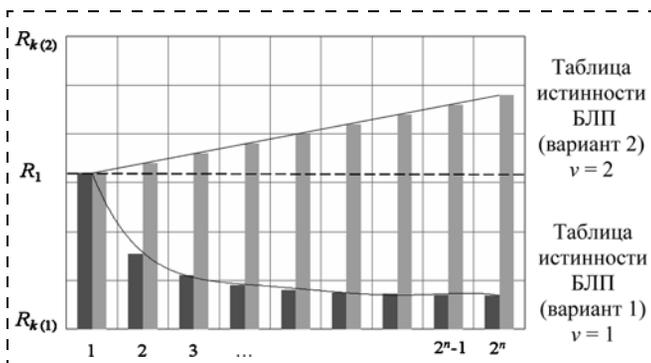


Рис. 3. Изменение сопротивления матрицы полезной нагрузки

в зависимости от номера подключаемого отвода ключевого элемента.

В общем случае при произвольном числе позиций из k отводов и последовательности замыкания УКК $\{s_k\}$ выполняется преобразование к МПН с s -группами с последовательно-параллельным подключением групп элементов R_{1-s} и R_{2-s} , сопротивления которых находят по формулам (1) и (3).

БЛП целесообразно реализовать на основе программируемых логических интегральных схем, работа которых характеризуется табл. 1 и 2 функционирования БЛП. Управление выбором активируемой таблицы функционирования БЛП происходит по значению сигнала v . Замыкание соответствующих ключей МПН определяется значением n .

Для отслеживания состояния параметров нагрузки дополнительной части ДЭМ с ДУ в БУН использован измеритель тока (ИТ), осуществляющий измерение силы тока в нагрузочной цепи. ИТ представляет собой шунтирующий резистор значительно меньшего номинала, чем сопротивление МПН, и операционный усилитель, осуществляющий преобразование протекающего по нему тока в значение напряжения. МК, установленный в БУН, осуществляет аналого-цифровое преобразование напряжения с ИТ и формирует соответствующий ему двоичный код. Для передачи полученного значения в ТСУ предусмотрен интерфейс связи БУН.

Полученные результаты

Микропроцессорная система БУН обеспечивает изменение нагрузки R_H МПН дополнительной части ДЭМ с ДУ для устранения рассогласования текущей и заданной частот вращения электропривода. Особенностью предлагаемой системы является отсутствие датчиков, отслеживающих механические параметры движения рабочего органа технологической машины. Для реализации обратной связи в состав БУН входит ИТ, который осуществляет отслеживание текущего значения тока в цепи нагрузки дополнительной части и его передачу по интерфейсу связи в ТСУ для восстановления параметров электропривода на основе ДЭМ с ДУ и обеспечения контроля его функционирования.

Таким образом, осуществляется регулирование частоты вращения выходного вала в широком диапазоне с обеспечением номинальных энергетических характеристик работы основной части во всем диапазоне регулирования. При этом мощность, потребленная ДЭМ с ДУ, распределяется на две составляющие: механическую, передаваемую на нагрузку, и электрическую, потребляемую электрической нагрузкой МПН.

Список литературы

1. Cirstea M. N., Dinu A., Khor J. G., McCormick M. Neural and Fuzzy Logic Control of Drives and Power Systems. Oxford, UK: Newnes, 2002. 408 p.

2. **Соколовский Г. Г.** Электроприводы переменного тока с частотным регулированием. М.: Академия, 2007. 264 с.
3. **Карлов Б. Н., Есин Е. В.** Современные преобразователи частоты: методы управления и аппаратная реализация // Силовая электроника. 2004. № 1. С. 50–54.
4. **Терехов В. М., Осипов О. И.** Системы управления электроприводов: учеб. для студентов вузов. М.: Академия, 2006. 299 с.
5. **Степанов В., Матисон В., Виноградов А.** Новые средства энергосбережения и оптимизации энергопотребления // Силовая электроника. 2005. № 3. С. 30–33.
6. **Barnes M.** Practical Variable Speed Drives and Power Electronics: Practical Professional Books. Newnes, 2003. 304 p.
7. **Trzynadlowski A. M.** Control of induction motors. Academic Press, 2000. 228 p.
8. **Шрейнер Р. Т., Дмитренко Ю. А.** Оптимальное частотное управление асинхронными электроприводами / Под ред. Г. В. Чалый. Кишинев: Штиинца, 1982. 224 с.
9. **Народицкий А. Г.** Современное и перспективное алгоритмическое обеспечение частотно-регулируемых электроприводов. СПб: Санкт-Петербургская Электротехническая Компания, 2004. 127 с.
10. **Рудаков В. В., Столяров И. М., Дартау В. А.** Асинхронные электроприводы с векторным управлением. Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1987. 134 с.

11. **Chang J. H., Kim B. K.** Minimum-time minimum-loss speed control of induction motors under field-oriented control // IEEE transactions on industrial electronics. 1997. N. 6. V. 44. P. 809–815.
12. **Quang N. Ph., Dittrich J.-A.** Vector Control of Three-Phase AC Machines: System Development in the Practice (Power Systems). Springer, 2010. 340 p.
13. **Vas P.** Sensorless Vector and Direct Torque Control: Monographs in Electrical and Electronic Engineering. USA: Oxford University Press, 1998. 768 p.
14. **Патент** 2400006 Российская Федерация, МПК7 H 02K 16/02 Электрическая машина / А. Б. Савиных, Т. С. Буканова; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО Марийский государственный технический университет. № 2009104680/28; заявл. 11.02.2009; опубл. 20.09.2010, Бюл. № 26. 8 с.
15. **Буканова Т. С.** Способ управления и модель электрической машины с дифференциальным торможением // Мехатроника, автоматизация и управление. 2011. № 12. С. 21–27.
16. **Буканова Т. С., Савиных А. Б., Алиев М. Т.** Алгоритм управления электропривода с дифференциальным торможением // Известия ТулГУ. Технические науки. Вып. 5. Тула: Изд-во ТулГУ, 2012. С. 120–129.

T. S. Bukanova, Senior lecturer, BukanovaTS@volgatech.net, **M. T. Aliev**, Associate professor, Volga State University of Technology

Microprocessor Motor Drive System Based on Two-Rotor Electric Machine with a Differential Control

The paper presents the structure of the drive managed on the basis of two-rotor electric machine with differential control. We consider the practical implementation of the principle of operation and performance of the microprocessor control unit for controlling the load speed by double electric machine with two rotors differentially interrelated.

Keywords: microprocessor system, electric machine, electric drive, double-rotor electric machine

References

1. **Cirstea M. N., Dinu A., Khor J. G., McCormick M.** Neural and Fuzzy Logic Control of Drives and Power Systems. Oxford, UK: Newnes, 2002. 408 p.
2. **Sokolovskiy G. G.** Elektroprivody peremennogo toka s chastotnym regulirovaniem. M.: Akademiya, 2007. 264 p.
3. **Karlov B. N., Esin E. V.** Sovremennye preobrazovateli chastoty: metody upravleniya i apparatnaya realizatsiya. *Silovaya elektronika*. 2004. N. 1. P. 50–54.
4. **Terekhov V. M., Osipov O. I.** Sistemy upravleniya elektroprivodov: ucheb. dlya studentov vuzov. M.: Akademiya, 2006. 299 p.
5. **Stepanov V., Matison V., Vinogradov A.** Novye sredstva energosberezheniya i optimizatsii energopotrebleniya. *Silovaya elektronika*. 2005. N. 3. P. 30–33.
6. **Barnes M.** Practical Variable Speed Drives and Power Electronics: Practical Professional Books. Newnes, 2003. 304 p.
7. **Trzynadlowski A. M.** Control of induction motors. Academic Press, 2000. 228 p.
8. **Shreyner R. T., Dmitrenko Yu. A.** Optimal'noe chastotnoe upravlenie asinkhronnymi elektroprivodami. Pod red. G. V. Chaluy. Kishinev: Shtiintsa, 1982. 224 p.
9. **Naroditskiy A. G.** Sovremennoe i perspektivnoe algoritmicheskoe obespechenie chastotno-reguliruemyykh elektroprivodov. Spb: Sankt-Peterburgskaya Elektrotekhnicheskaya Kompaniya, 2004. 127 p.

10. **Rudakov V. V., Stolyarov I. M., Dartau V. A.** Asinkhronnye elektroprivody s vektornym upravleniem. L.: Energoatomizdat, Leningr. otd-nie, 1987. 134 p.
11. **Chang J. H., Kim B. K.** Minimum-time minimum-loss speed control of induction motors under field-oriented control. *IEEE transactions on industrial electronics*. 1997. N. 6. V. 44. P. 809–815.
12. **Quang N. Ph., Dittrich J.-A.** Vector Control of Three-Phase AC Machines: System Development in the Practice (Power Systems). Springer, 2010. 340 p.
13. **Vas P.** Sensorless Vector and Direct Torque Control: Monographs in Electrical and Electronic Engineering. USA: Oxford University Press, 1998. 768 p.
14. **Patent** 2400006 Rossiyskaya Federatsiya, MPK7 H 02K 16/02 Elektricheskaya mashina. A. B. Savinykh, T. S. Bukanova; zavayitel' i patentooladatel' GOU VPO Mariyskiy gosudarstvennyy tekhnicheskii universitet. № 2009104680/28; zavavl. 11.02.2009; opubl. 20.09.2010, Byul. № 26. 8 p.
15. **Bukanova T. S.** Sposob upravleniya i model' elektricheskoy mashiny s differentsial'nym tormozheniem. *Mekhatronika, avtomatizatsiya i upravlenie*. 2011. N. 12. P. 21–27.
16. **Bukanova T. S., Savinykh A. B., Aliev M. T.** Algoritm upravleniya elektroprivoda s differentsial'nym tormozheniem. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskije nauki*. Iss. 5. Tula: Izd-vo TulGU, 2012. P. 120–129.

А. Р. Сафин, канд. техн. наук, доц., sarkazan@bk.ru,
Р. Ш. Мисбахов, канд. техн. наук, доц., **В. М. Гуреев**, д-р техн. наук, проф.
 Казанский государственный энергетический университет, г. Казань

Разработка рациональной структуры тягового электропривода трамвая в среде моделирования электроэнергетических объектов программы MATLAB

Рассматривается имитационная модель тягового электропривода трамвая с асинхронными двигателями. Разработка имитационной модели выполнена с помощью программы MATLAB в приложении SimPowerSystem. Предложенная модель позволяет рассчитывать энергетические показатели тягового электропривода трамвая.

Ключевые слова: тяговый электропривод, тяговый инвертор, трамвай, имитационная модель, потери электрической энергии

Введение

В современной городской транспортной системе России из года в год все более важное место занимают трамвайные вагоны, так как этот вид транспорта обеспечивает минимальные эксплуатационные затраты, высокие объемы перевозки пассажиров и снижение загрязнения окружающей среды. В связи с этим необходимо создание новых современных трамвайных вагонов с улучшенными энергетическими характеристиками. Среди комплекса научно-технических проблем, направленных на улучшение процесса перевозки пассажиров, важным является вопрос снижения затрат электроэнергии трамвайными вагонами во время движения, которые существенно зависят от характеристик схем тягового электропривода. Повышение энергоэффективности является важной государственной задачей согласно приоритетным направлениям развития науки, технологий и техники в РФ (Указ президента РФ от 7 июля 2011 года № 899 "Об утверждении приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в РФ и перечня критических технологий РФ").

Теоретические основы исследований электрической тяги рельсового транспорта начали закладываться в конце позапрошлого столетия. Основы для изучения фундаментальных проблем динамики рельсовых экипажей были заложены известными отечественными и зарубежными учеными: Н. Е. Жуковским, Н. П. Петровым, В. Е. Розенфельдом, В. В. Шевченко, В. Д. Тулуповым, Ф. Картером и др. Эти ученые разработали первые расчетные схемы рельсового экипажа, поезда и пути, поставили и решили важные задачи транспортной механики и электрической тяги.

Большой вклад в исследования электроподвижного состава внесли представители коллективов Всероссийского научно-исследовательского института железнодорожного транспорта, Всероссийского научно-исследовательского института вагоностроения, Тверского института вагоностроения, ЦКБ транспортного машиностроения, Московского,

Санкт-Петербургского, Уральского, Омского, Самарского университетов путей сообщения и ряд других научных и производственных организаций и вузов.

В настоящее время в области динамики рельсового подвижного состава накоплен богатый опыт теоретических и экспериментальных трудов. К основным методам исследований относятся: натурный и модельный эксперименты; аналитическое, физическое и электронное моделирование, а также эффективные методы цифрового моделирования, основанные на численном интегрировании дифференциальных уравнений, которыми описывают движение электроподвижного состава [1].

В данной работе в качестве среды моделирования выбрана библиотека блоков SimPowerSystems (в версии MATLAB 6.1 и ранее — Power System Blockset), которая является одной из множества дополнительных библиотек Simulink, ориентированных на моделирование конкретных устройств. SimPowerSystems содержит набор блоков для имитационного моделирования электротехнических устройств. В состав библиотеки входят модели пассивных и активных электротехнических элементов, источников энергии, электродвигателей, трансформаторов, линий электропередачи и другого оборудования. Имеется также раздел, содержащий блоки для моделирования устройств силовой электроники, включая системы управления для них. Используя специальные возможности Simulink и SimPowerSystems, пользователь может не только имитировать работу устройств во временной области, но и выполнять различные виды анализа таких устройств.

Несомненным достоинством SimPowerSystems является тот факт, что сложные электротехнические системы можно моделировать, сочетая методы имитационного и структурного моделирования. Например, силовую часть полупроводникового преобразователя электрической энергии можно выполнить с использованием имитационных блоков SimPowerSystems, а систему управления — с помощью обычных блоков Simulink, отражающих лишь алгоритм ее работы, а не ее электрическую схему.

Такой подход, в отличие от пакетов схемотехнического моделирования, позволяет значительно упростить всю модель, а значит, повысить ее работоспособность и скорость работы. Кроме того, в модели с использованием блоков SimPowerSystems можно использовать блоки и остальных библиотек Simulink, а также функции самого MATLAB, что дает практически неограниченные возможности для моделирования электротехнических систем.

Таким образом, SimPowerSystems в составе Simulink на настоящее время может считаться одним из лучших пакетов для моделирования электротехнических устройств и систем [2, 3].

Цель создания имитационной модели — определение рациональной структуры тягового электропривода с минимально возможными потерями электроэнергии в тяговом преобразователе и тяговом электродвигателе.

Задачей моделирования является анализ потерь электроэнергии в тяговом инверторе трамвая, в тяговом двигателе, системе охлаждения с учетом различных условий движения, элементной базы инвертора, способов управления.

Математическая модель движения трамвая

Как известно, объект управления, в данном случае трамвай, описывается следующей системой уравнений:

$$(1 + \gamma)m \frac{dy}{dt} = F - B - W_0(v) - W_g(s), \quad (1)$$

$$\frac{ds}{dt} = v,$$

где s — координата центра масс электроподвижного состава (ЭПС), в данном случае трамвая; v — скорость трамвая; t — время; m — масса состава; γ — коэффициент, учитывающий дополнительную инерцию вращающихся масс; F — суммарная сила тяги; B — суммарная тормозная сила; W_0, W_g — основное и дополнительное сопротивления движению.

Основное удельное сопротивление движению состава (Н/кН), определяется по эмпирической формуле

$$w_0 = a + bv + cv^2, \quad (2)$$

где a, b, c — постоянные числовые коэффициенты; v — скорость движения.

Скорость трамвая определяется по формуле

$$v = 3,6 \cdot \frac{n\pi D}{g \cdot 60}, \quad (3)$$

где n — частота вращения вала тягового двигателя; D — диаметр колеса трамвая; g — передаточное отношение редуктора трамвая.

Энергетические показатели трамвая

Потребленная тяговым инвертором трамвая энергия вычисляется следующим образом:

$$E_{\text{инв}} = \int_0^T U_c I_{\text{инв}} dt, \quad (4)$$

где U_c — напряжение сети; $I_{\text{инв}}$ — сила тока, потребляемого инвертором.

Полная мощность, потребляемая из тягового инвертора, равна

$$P_{\text{двиг}} = \frac{3}{2} (U_{sq} I_{sq} + U_{sd} I_{sd}), \quad (5)$$

где $I_{sq}, I_{sd}, U_{sq}, U_{sd}$ — проекции векторов тока и напряжения статора во вращающейся системе координат.

Энергия, потребляемая тяговым двигателем, равна

$$E_{\text{двиг}} = \int_0^T P_{\text{двиг}} dt. \quad (6)$$

Механическая энергия на валу двигателя рассчитывается по формуле

$$E_{\text{мех}} = \int_0^T \omega_{\text{двиг}} M_{\text{вр}} dt, \quad (7)$$

где $\omega_{\text{двиг}}$ — угловая скорость вращения вала двигателя; $M_{\text{вр}}$ — вращающий момент двигателя.

КПД тягового инвертора и тягового двигателя рассчитываются, соответственно, по следующим выражениям:

$$\eta_{\text{инв}} = \frac{E_{\text{двиг}}}{E_{\text{инв}}}; \quad (8)$$

$$\eta_{\text{двиг}} = \frac{E_{\text{мех}}}{E_{\text{двиг}}}. \quad (9)$$

Структура имитационной модели

За основу исследования взята силовая электрическая схема тягового преобразователя трамвайного вагона "Спектр" [4].

Трамвайный вагон (модель 71-402) представляет собой четырехосный вагон, предназначен для перевозки пассажиров на городских линиях с колеей 1524 мм. Питание электрических цепей вагона осуществляется от контактной сети с номинальным напряжением 550...600 В. Вагон оборудован тяговым асинхронным электроприводом с частотным регулированием и приспособлен для эксплуатации как в одиночку, так и по системе многих единиц в составе поезда из двух вагонов.

Пассажи́рское помеще́ние рассчита́но на 34 места для сидения и 164 мест для стояния пассажиров при максимальной загрузке 10 чел/м².

Тяговые двигатели (4 шт.) — асинхронные с номинальной мощностью 54 кВт, с короткозамкнутым ротором, частотно-управляемые с самообдувом АТЧД-225-4УХЛ2. Тиристорные тяговые преобразователи, каждый из которых управляет двумя тяговыми двигателями, имеют встроенную систему микропроцессорного управления; охлаждение осуществляется встроенным вентилятором с асинхронным приводом. Преобразователи обеспечивают полностью бесконтактное управление режимами работы двигателей, глубокое электродинамическое торможение (практически до полной остановки), рекуперацию электроэнергии.

Крутящий момент от каждого из двух тяговых электродвигателей передается на ось колесной пары через карданный вал и двухступенчатый редуктор с передаточным числом 7,36. Диаметр колес 710 мм, масса порожнего вагона не более 19,5 т. Максимальная скорость 75 км/ч. На рис. 1 обозначены основные элементы трамвайного вагона.

Моделировалась работа одного тягового преобразователя с двумя тяговыми двигателями с учетом равномерной загрузки всех четырех двигателей.

Общий функциональный вид имитационной модели тягового электропривода трамвая в SimPowerSystems представлен на рис. 2.

Рассмотрим входящие в имитационную модель блоки.

1. Блок управления тяговым электроприводом (рис. 3) реализует ШИМ на частоте 3 кГц. Возможен сравнительный анализ различных законов управления тяговым электроприводом (скалярное, векторное) в целях выбора наиболее рационального для конкретного подвижного состава. Рассчитывается расход электроэнергии на охлаждение, осуществляемое встроенным вентилятором с асинхронным приводом.

Элемент "Задатчик скорости и ускорения" содержит ПИ регулятор (пропорционально-интегральный) и определяет максимальную скорость движения трамвая. Элемент "Блок задания закона управления U/f " (рис. 3) обеспечивает исполнение скалярного управления асинхрон-

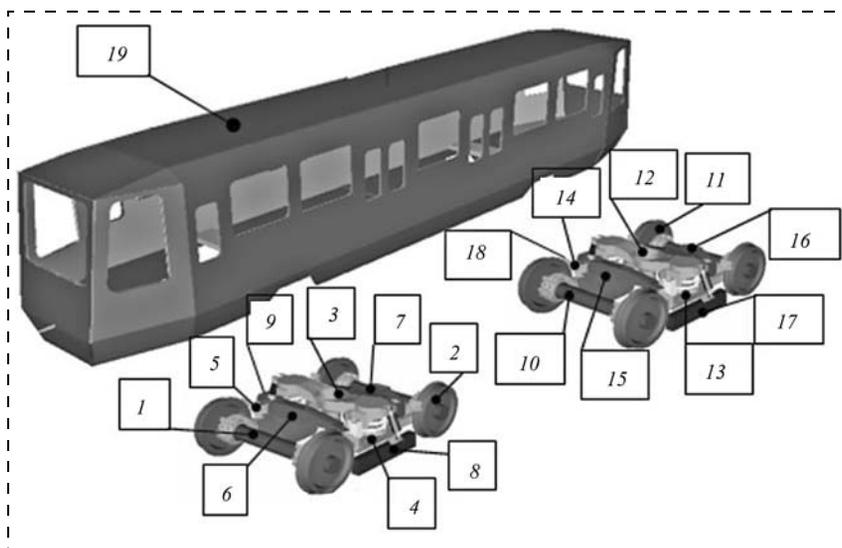


Рис. 1. Основные элементы трамвайного вагона "Спектр":

1–2, 10–11 — колесные пары; 3, 12 — надрессорные балки; 4, 5, 13, 14 — продольные балки; 6, 7, 15, 16 — моторные балки с тяговыми электродвигателями; 8, 9, 17, 18 — башмаки магниторельсового тормоза; 19 — кузов



Рис. 2. Общий функциональный вид имитационной модели тягового электропривода трамвая в SimPowerSystems

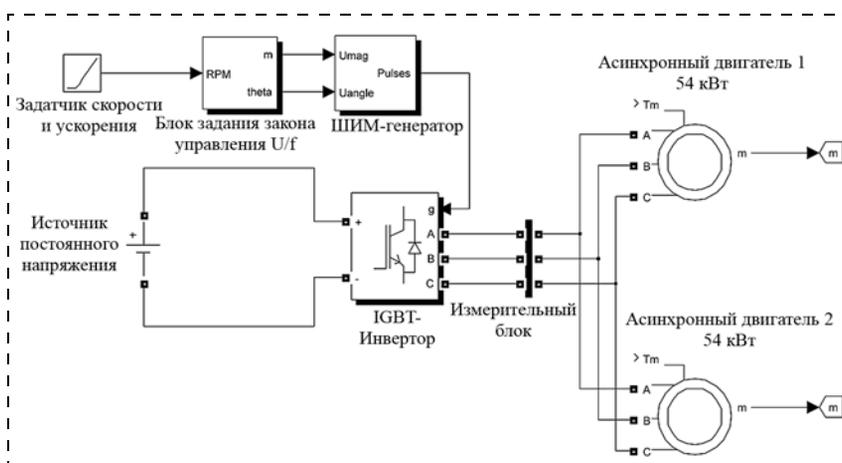


Рис. 3. Блок управления тяговым электроприводом

ным электроприводом по закону U/f с поддержанием заданного момента. Элемент "ШИМ-генератор" задает несущую частоту широтно-импульсной модуляции. Элемент "IGBT-инвертор" взят из библиотеки SimPowerSystems, который позволяет задавать тип полупроводникового элемента тягового преобразователя и его параметры. Модель асинхронного двигателя включает в себя сопротивления и индуктивности обмоток ротора и статора, а также момент инерции на валу двигателя в зависимости от массы состава. Выходные электрические и механические параметры тяговых двигателей подаются на блок m , откуда они подаются в блок вычисления потребленной тяговыми двигателями электроэнергии.

2. Блок вычисления потерь в IGBT-инверторе (динамических, статических) (рис. 4) позволяет задавать конкретные характеристики полупроводниковых элементов преобразователя, а также проверить тепловой режим работы преобразователей в целях выбора соответствующего режима работы системы охлаждения.

В схеме расчета статистических потерь (потерь проводимости) в модуле IGBT-транзистора находится мгновенное значение тока в модуле IGBT, которое дальше пересчитывается в действующее значение. Данное значение преобразуется в прямое падение напряжения на транзисторе на основе интерполяционных таблиц, которые задаются с учетом реальных характеристик IGBT-транзистора. Далее вычисляется мощность и энергия потерь в одном модуле и во всех шести соответственно.

Статические потери в обратных диодах модулей IGBT вычисляются аналогично.

Потери на выключение транзистора и на восстановление обратного диода транзистора вычисляются аналогично.

3. Блок вычисления потребленной электроэнергии тяговым инвертором из сети, тяговыми асинхрон-

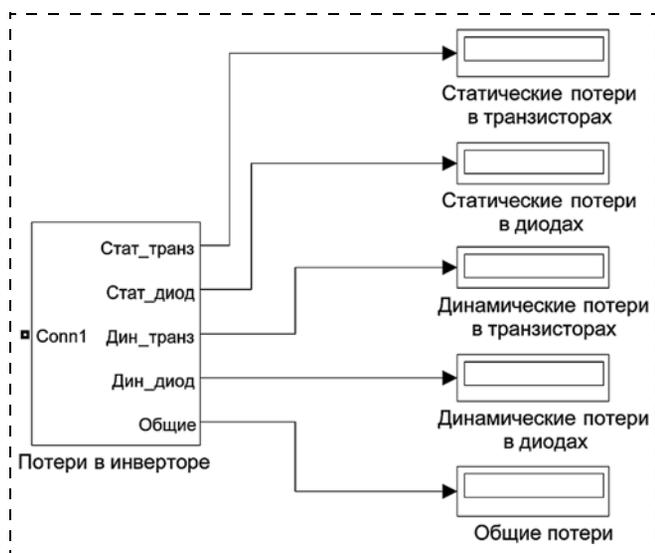


Рис. 4. Блок вычисления потерь в IGBT-инверторе

ными двигателями и механической энергии на валу тягового двигателя позволяет вычислять КПД отдельных элементов и всего тягового электропривода в целом (рис. 5).

На вход In3 подается значение вращающего момента $M_{вр}$, на вход In4 — частота вращения вала двигателя $\omega_{двиг}$, на вход In5 — значение силы тока $I_{инв}$, потребляемого тяговым инвертором.

Потребленная инвертором энергия вычисляется на основании формулы (4).

Напряжение берется равным номинальному значению сети 550 В, имеется возможность задавать изменение напряжения в сети в зависимости от нагрузки в ней. Интегрирование проводится с помощью блока Integrator из библиотеки SimPowerSystems.

Расчет электрической энергии, потребленной тяговым двигателем из тягового инвертора, выполняется на основе уравнений (5) и (6).

Механическая энергия на валу двигателя рассчитывается на основе формулы (7).

КПД инвертора и тягового двигателя рассчитываются по выражениям (8) и (9) соответственно.

4. Блок моделирования движения трамвая, который учитывает диаметр колес, передаточное число редуктора, массу вагона в зависимости от нагрузки, скорость движения, удельное сопротивление движению состава, профиль пути, момент инерции на валу двигателя (рис. 6), позволяет выполнять расчет скорости, ускорения и пройденного пути подвижного состава. Сопротивление движению пересчитывается в момент сопротивления на валу тягового двигателя.

Вход In1 принимает значение частоты вращения вала тягового двигателя, которое преобразуется в линейную скорость. Путем численного интегрирования и дифференцирования системы уравнений (1) получаем путь, пройденный составом, и ускорение состава.

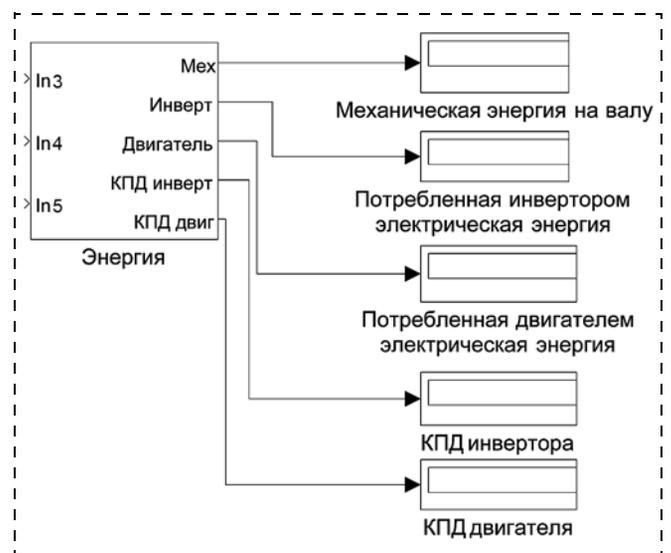


Рис. 5. Блок вычисления потребления электроэнергии тяговым электроприводом

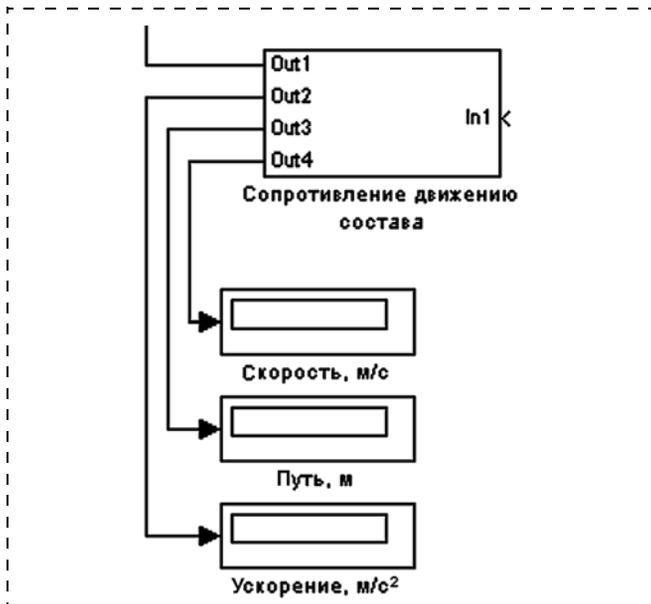


Рис. 6. Блок моделирования движения трамвая

Путем пересчета скорости в км/ч рассчитывается основное удельное сопротивление движению по формуле (2).

Модели асинхронного двигателя и инвертора стандартные и взяты из библиотеки SimPowerSystem. Разработаны отдельные силовые блоки и блоки управления с учетом особенностей схемы управления конкретной марки трамвая.

Результаты моделирования

Проведенное имитационное моделирование в режиме пуска тягового электропривода трамвая и в режиме стабилизации скорости показало адекватность разработанной модели электромеханическим процессам, происходящим в электроприводе трамвая.

Согласно техническим характеристикам трамвая "Спектр" при номинальной нагрузке и напряжении

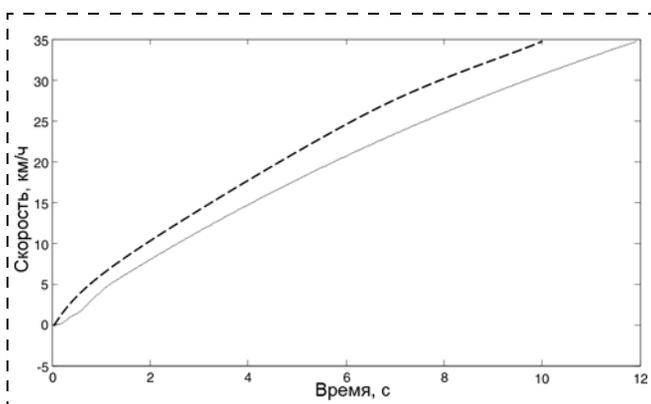


Рис. 7. Моделирование режима разгона при номинальной нагрузке и напряжении на горизонтальном участке: — стандартный разгон трамвая "Спектр"; — смоделированный разгон

Сравнение имитационных моделей тягового электропривода трамвая (моделирование пуска до $v_{ном} = 40$ км/ч, $a = const$, 1 тяговый преобразователь с 2 тяговыми электродвигателями)

Тип управления	Энергетические показатели	
	Потребление электроэнергии из тяговой сети — общее (Дж) — на входе тягового инвертора	Потери в инверторе, Дж (статические и динамические) — на основе учета реальных характеристик полупроводниковых элементов
Скалярное управление ($U/f = const$) ШИМ — 3000 кГц	$3,453 \cdot 10^5$	2659
Векторное управление	$3,535 \cdot 10^5$	4200

на горизонтальном участке пути время разгона до скорости 40 км/ч составляет 12 с (дистанция 100 м).

Результаты моделирования разгона представлены на рис. 7.

Отклонение от реальных данных составляет 12,5 %, что допустимо для имитационного моделирования.

Удельный расход электроэнергии на тягу составляет $48,4 \text{ Вт} \cdot \text{ч/т} \cdot \text{км}$ [4].

На основании моделирования (см. таблицу) потребление электроэнергии в течение 12 с пуска составляет $3,453 \cdot 10^5$ Дж, для четырех двигателей при равномерной нагрузке это значение будет в два раза больше — $6,91 \cdot 10^5 \text{ Дж} \approx 0,2 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$. С учетом массы наполненного вагона (32,2 т) удельный расход электроэнергии на тягу составляет $200 \text{ Вт} \cdot \text{ч/32,2} \times 0,1 \text{ т} \cdot \text{км} = 62,1 \text{ Вт} \cdot \text{ч/т} \cdot \text{км}$, что на 22 % отличается от реального удельного расхода электроэнергии на тягу.

Проведено сравнение имитационных моделей тягового электропривода с различными законами управления: скалярным и векторным. Результаты показывают более высокое потребление электроэнергии при векторном управлении, что связано с более высокой частотой работы IGBT-модулей — 5...10 кГц (см. таблицу).

Применение данной модели позволит оценить рассматриваемые параметры тягового преобразователя (тип полупроводниковых элементов, схемы снижения пульсации напряжения и т. д.), сравнить различные алгоритмы управления в зависимости от загрузки подвижного состава, профиля пути, скорости движения.

Совершенствование и апробация данной модели проводится совместно с коллегами из Технического университета Дрездена (транспортный факультет им. Фридриха Листа, каф. "Системы управления движением транспорта") в целях внедрения в симулятор движения электроподвижного состава, разработанного на базе программного комплекса MATLAB [5].

Работа выполнена в рамках договора с Минобрнауки РФ от "12" февраля 2013 г. № 02.G25.31.0004.

Список литературы

1. Бахвалов Ю. А., Зарифьян А. А., Кашников В. Н., Колпахчян П. Г., Плохов Е. М., Янов В. П. Моделирование электромеханической системы электровоза с асинхронным тяговым приводом / Под ред. Е. М. Плохова. М.: Транспорт, 2001. 286 с.
2. Герман-Галкин С. Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в Matlab 6.0: Учебное пособие. СПб.: КОРОНА принт, 2001. 320 с.
3. Черных И. В. Моделирование электротехнических устройств в Matlab, SimPowerSystems и Simulink. М.: ДМК Пресс; СПб.: Питер, 2008. 288 с.
4. Гейзер А. И. Трамвайные вагоны моделей 71-402 и 71-403 с асинхронным приводом производства ФГУП "Уралтрансмаш" // Транспорт Урала. 2005. № 2 (5). С. 46–51.
5. Safin A. R. Selection of Efficient Control Circuits for a Tram Traction Electric Drive on the Basis of Development of a Simulation Model. Russian Electrical Engineering // Allerton Press. 2013. V. 84, № 1. P. 57–61.

A. R. Safin, Associate Professor, sarkazan@bk.ru, R. S. Misbakhov, Associate Professor, V. M. Gureev, Full Professor, Kazan State Power Engineering University

Development of a Rational Structure of Traction Electric Tram in the Simulation Environment of Electric Power Facilities Program MATLAB

We considered the development of a simulation model of tram traction drive with induction motors. Development of a simulation model is executed with the help of the program "Matlab" and SimPowerSystem application. The proposed model allows to calculate the energy performance traction for an electric tram.

SimPowerSystems, as part of Simulink, is considered one of the best packages for the simulation of electrical devices and systems. The purpose of the simulation model is to find out the rational structure of a traction drive with a minimal loss of electricity in a traction inverter and traction motor.

The problem of modeling is to analyze the energy losses in a traction inverter tram in a traction engine cooling system taking into account the different traffic conditions, element base of an inverter and control methods.

Application of this model will allow to assess parameters of the traction converter (type of semiconductor elements, circuits of ripple voltage reduction etc.), to compare different control algorithms depending on the load of the rolling stock, track profile, and speed.

Improvement and validation of this model is carried out together with colleagues from Traffic control systems department of the Technical University of Dresden, with the purpose of introduction of electric rolling motion simulator, based on MATLAB software package.

Keywords: traction, traction inverter, tram, simulation model, energy losses

References

1. Bakhvalov Yu. A., Zarifyan A. A., Kashnikov V. N., Kolkpakh'yan P. G., Plokhov E. M., Yanov V. P. Modelirovanie elektromekhanicheskoy sistemy elektrovoza s asinkhronnym tyagovym privodom. Pod red. E. M. Plokhova. M.: Transport, 2001. 286 p.
2. German-Galkin S. G. Komp'yuternoe modelirovanie poluprovodnikovyykh sistem v Matlab 6.0: Uchebnoe posobie. SPb.: KORONA print, 2001. 320 p.
3. Chernykh I. V. Modelirovanie elektrotekhnicheskikh ustroystv v Matlab, SimPowerSystems i Simulink. M.: DМК Press; SPb.: Piter, 2008. 288 p.
4. Geyzer A. I. Tramvaynye vagonny modeley 71-402 i 71-403 s asinkhronnym privodom proizvodstva FGUP "Uraltransmash". *Transport Urala*. 2005. N. 2 (5). P. 46–51.
5. Safin A. R. Selection of Efficient Control Circuits for a Tram Traction Electric Drive on the Basis of Development of a Simulation Model. Russian Electrical Engineering. *Allerton Press*. 2013. V. 84, N. 1. P. 57–61.

УДК 621.793; 681.587

З. М. Хасанов, д-р техн. наук, проф., zimfirm@list.ru,

О. З. Хасанов, математик — системный программист,

Р. М. Гузаиров, начальник отдела информационной безопасности, управления и информационных технологий, Уфимский государственный авиационный технический университет

Математическая модель движения многосвязных систем электроприводов для технологических процессов электродугового плазменного напыления

Рассмотрены конструкционные решения проектирования прецизионных сложных многосвязных электроприводов для технологического оборудования электродугового плазменного напыления. Представлена математическая модель для оценки основных динамических параметров и характеристик механизмов многосвязных электроприводов.

Ключевые слова: автоматизация, динамика многосвязного движения, кинематическая схема, уравнения Лагранжа II рода, обобщенная координата и ее производные, держатель плазмотрона

Введение

Появление и быстрое совершенствование технологического оборудования электродугового плазменного напыления (ТО ЭПН), у которого координатный стол или рабочий орган выполняет точные программируемые перемещения с помощью многосвязных систем электроприводов (МСЭП), позволяющих точно выполнять комплекс различных технологических операций ЭПН в цеховых условиях и при действии на рабочие органы МСЭП всех голономных и неголономных связей, сил трения и качения, упругих деформаций, активных и пассивных сил, требуют создания принципиально новых систем автоматического управления ТО ЭПН и математических моделей для них.

Система управления МСЭП — трехуровневая. Два верхних уровня задают общую стратегию и тактику поведения систем электроприводов исходя из условия выполнения заданной технологической операции, т. е. плавный разгон (торможение) рабочих механизмов МСЭП до заданной скорости, равномерное или регулируемое движение. Они также выявляют аварийные ситуации и в случае обнаружения принимают меры по устранению. Нижний уровень состоит из пяти взаимосвязанных сепаратных подсистем адаптивного управления, каждая из которых управляет своим электроприводом в соответствии с управляющими сигналами, поступающими с верхнего уровня управления, что в итоге должно обеспечить согласованное движение рабочих органов МСЭП на заданных участках их маршрута по одному из возможных законов: с заданной скоростью, с заданным ускорением во всех режимах разгона, торможения.

Разработанное в Уфимском государственном авиационном техническом университете автоматизированное ТО ЭПН представлено на рис. 1, где использованы следующие обозначения: 1 — блок автоматического управления расходом плазмообразующих газов; 2 — технологическая установка; 3 — напыляемая деталь; 4 — каретка держателя плаз-

мотрона; 5 и 6 — измерители расхода массы газов; 8 — пирометр; 9 — измеритель угловых перемещений; 10 и 11 — измерители геометрических размеров детали с покрытием.

Задача управления исполнительными механизмами ТО ЭПН состоит в расчете программных управляющих воздействий на рабочие органы МСЭП по информации о траектории движения обрабатываемого изделия относительно каретки держателя плазмотрона или о скорости их взаимного перемещения. В общем случае для получения требуемой поверхности необходимо, чтобы в совокупности пять отдельных механизмов перемещались по шести независимым координатам. Число степеней подвижности для каждого отдельного механизма МСЭП выбирается таким образом, чтобы в совокупности они позволяли осуществлять перемещение по каждой из шести пространственных координат. При этом каждый механизм должен иметь произвольное число управляемых координат, меньшее шести, и при их программно согласованном взаимном перемещении они должны воспроизводить поверхность с заданными геометрическими размерами.

Существующие на сегодняшний день методики синтеза МСЭП в составе систем воспроизведения движения исполнительных механизмов ТО ЭПН не учитывают проблему программно-адаптивных режимов функционирования объектов управления ТО ЭПН. Кроме того, прецизионность таких МСЭП, их высокая стоимость, сложный характер силового взаимодействия компонентов, а также необходимость согласованного управления входящими в них приводами обуславливают тот факт, что процессы их проектирования, наладки и перестройки при переходе с одной технологической операции на другую чрезвычайно сложны и требуют больших затрат времени [1, 2].

Постановка задач управления

Решение проблемы повышения качества и конкурентоспособности деталей машин, изготавливаемых с использованием ТО ЭПН, невозможно без применения концепции CALS (Continuous Acquisition Life cycle Support). Способ достижения желаемых целей заложен в стратегию CALS, предполагающую создание комплекса PDM-систем (Product Data Management) для всех участников, проектирующих и эксплуатирующих ТО ЭПН.

PDM-система должна интегрировать всю связанную с изделием и ТО ЭПН информацию, включая геометрические и технические данные детали, чертежи, программное обеспечение и многое другое. Выступая в качестве средства интеграции, соединяющего множество различных компьютерных систем проектирования и поддерживающего жизненный цикл ТО ЭПН, PDM-система обеспечивает доступность для соответствующих сотрудников нужной им информации в нужное время и в нужной форме.

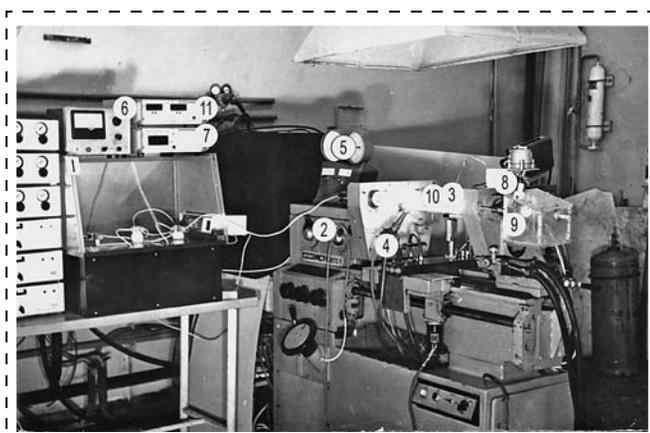


Рис. 1. Общий вид технологического оборудования ЭПН

В настоящее время разработано множество подходов и алгоритмов, позволяющих синтезировать системы управления сложными многосвязными электроприводами. Однако не все из них могут быть использованы при синтезе устройств управления МСЭП для ТО ЭПН. Основной причиной этого являются прецизионность и сложность конструкции МСЭП как механизма перемещения, обусловленные существенным и быстрым изменением параметров нагрузок его многосвязных электроприводов ввиду сильного взаимодействия всех степеней подвижности пяти взаимосвязанных прецизионных электроприводов.

Задачу синтеза многосвязных систем управления для каждой степени подвижности МСЭП разделили на несколько частей. Вначале необходимо провести синтез адаптивных корректирующих устройств, последовательно включаемых в канал управления каждого электропривода и стабилизирующих параметры нагрузки этого электропривода на номинальном уровне, т. е. компенсирующих воздействие со стороны остальных приводов. Это обеспечит независимость работы каждого электропривода от движения в других степенях подвижности. Каждый ЭП в МСЭП с синтезированной самонастройкой можно описать системой дифференциальных уравнений. После этого на втором этапе синтеза МСЭП для электропривода с уже постоянными параметрами одним из известных методов необходимо синтезировать САУ, обеспечивающую этому электроприводу заданную динамическую точность управления. По предложенной методике созданы опытные образцы МСЭП, работающие в прямоугольной декартовой, цилиндрической и комбинированной координатных системах [3].

Известные в настоящее время методы синтеза адаптивных цифровых систем управления МСЭП в зависимости от формы математического описания можно разделить на четыре основные группы: методы на основе аппарата дифференциальных и разностных уравнений; методы, основанные на аппарате интегральных уравнений; методы на основе интегральных преобразований Лапласа и Фурье; методы, основанные на спектральных формах представления математических моделей. Характеристиками систем соответственно являются: дифференциальные операторы, передаточные функции, импульсные переходные характеристики, спектральные характеристики относительно установленных или выбранных функций.

Кроме того, высокая стоимость, прецизионность и сложный характер силового взаимодействия всех компонентов МСЭП, а также необходимость согласованного управления всеми входящими в него электроприводами обуславливают то, что процессы их проектирования, наладки и перенастройки при переходе с одного ТП ЭПН на другой — чрезвычайно сложны и требуют больших затрат времени.

Изложенные выше обстоятельства делают весьма актуальной задачу разработки математического описания рассматриваемых МСЭП и методики их проектирования на ЭВМ. Успешное решение всего комплекса вышеописанных задач позволит существенно сократить сроки проектирования, повысить его качество, а также уменьшить материальные и временные затраты, увеличить быстродействие и гибкость МСЭП. Кроме того, разработанная математическая модель (ММ) движения рабочих механизмов многосвязных СЭП позволит проигрывать на ЭВМ новые перспективные алгоритмы адаптивного управления как всей системой в целом, так и отдельными входящими в него приводами.

Математическая модель управляемого движения механизмов МСЭП

Сущность технологической схемы ЭПН подробно описана в работе [1, 4]. В отличие от механической обработки поверхностей деталей при плазменном напылении наиболее важным фактором является точность задания скоростей перемещения плазмотрона относительно напыляемой поверхности детали. Кинематическая схема напыления на деталь, имеющей форму тела вращения, представлена на рис. 2. С помощью скорости перемещения v каретки держателя плазмотрона относительно детали, имеющей форму тела вращения, и контурной оборотной подачи (шага напыления) s определим скорости перемещения каретки держателя плазмотрона $\dot{x}_n, \dot{y}_n, \dot{z}_n$ в координатах станка $X_0; Y_0; Z_0$ и угловую скорость вращения ω главного электропривода ТО ЭПН, зависящую при заданных v и s от формы напыляемой детали (круговой цилиндр, прямой круговой конус) [5].

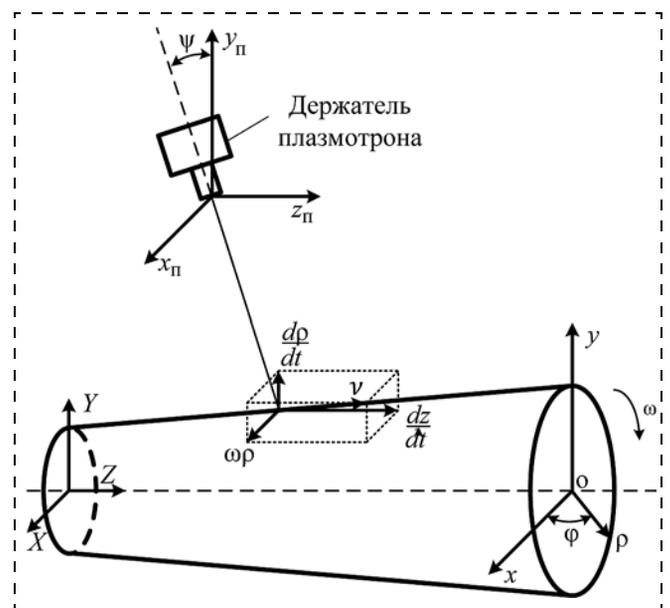


Рис. 2. Кинематическая схема напыления на деталь

Скорость движения рабочих механизмов держателя плазмотрона относительно напыляемой детали (рис. 2) можно описать уравнением

$$v = \sqrt{\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \rho^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}, \quad (1)$$

где ρ , φ , z — цилиндрические координаты.

Так как шаг напыления (оборотная подача) $s = 2\pi\gamma$, тогда для цилиндрической системы координат выражение для расчета шага спирали γ (траектории перемещения центра пятна напыления по напыляемой поверхности детали) имеет вид

$$\gamma = \sqrt{\gamma_z^2 + \gamma_\rho^2}, \quad (2)$$

здесь γ_z , γ_ρ — шаг проекции траектории перемещения центра пятна напыления на ось z и плоскость $z = 0$ соответственно.

При напылении на поверхность детали траекторию перемещения центра пятна описывает уравнение

$$z = \varphi\gamma_z \cos\psi = \varphi\gamma_z \left(\sqrt{1 + k_\psi^2}\right)^{-1}, \quad (3)$$

где ψ — угол между касательной и образующей тела вращения в текущей точке центра напыления и осью z , а выражение для расчета k_ψ имеет вид

$$k_\psi = \sin\varphi \frac{d\rho}{dz} + \rho \cos\varphi \frac{d\varphi}{dz}. \quad (4)$$

Значение k_ψ определяется уравнением поверхности напыляемой детали $\rho = f(\varphi, z)$. Условия обеспечения заданной толщины и шага волнистости покрытия можно описать следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} v = \sqrt{\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \rho^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}; \\ z = \frac{\varphi\left(\sqrt{\gamma_z^2 + \gamma_\rho^2}\right)}{\sqrt{1 + \left(\sin\varphi \frac{d\rho}{dz} + \rho \cos\varphi \frac{d\varphi}{dz}\right)^2}}; \\ \rho = \left(\sin\varphi \frac{d\rho}{dz} + \rho \cos\varphi \frac{d\varphi}{dz}\right) z. \end{cases} \quad (5)$$

Первое уравнение системы определяет скорость перемещения держателя каретки плазмотрона, второе — уравнение траектории перемещения центра пятна напыления по поверхности вращающейся детали, а третье — уравнение поверхности напыляемой детали.

Кинематическая схема четырех взаимосвязанных электроприводов каретки держателя плазмотрона в узловой модели технологического оборудования ЭПН представлена на рис. 3. Здесь каждый электропривод МСЭП обладает одной степенью свободы. Формирование требуемой динамики движения

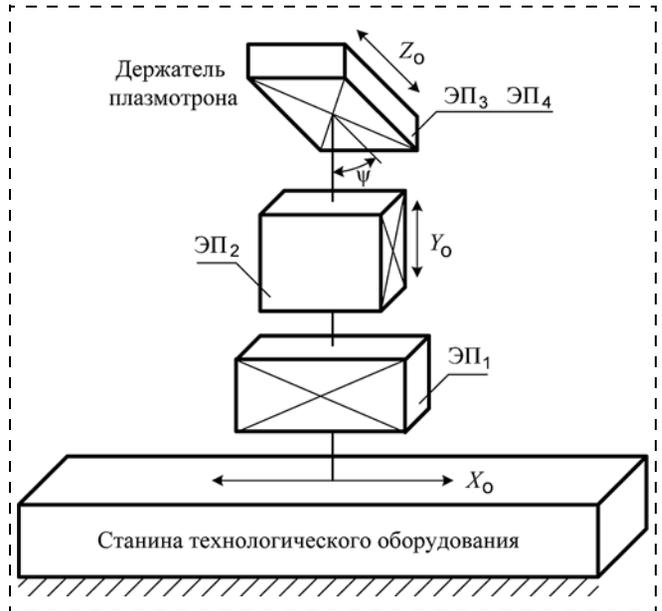


Рис. 3. Кинематическая схема четырех взаимосвязанных ЭП

рабочих механизмов электропривода происходит путем изменения скорости, ускорения и моментов сил, вызванных соответствующими системами управления системой взаимосвязанных электроприводов [6]. Значение результирующего ускорения, действующего на держатель плазмотрона, может быть определено путем анализа направлений действия ускорений узлов МСЭП и изменения перемещения системы координат $x_{п}$, $y_{п}$, $z_{п}$ каретки держателя плазмотрона.

Совокупность взаимодействующих сил с источниками энергии и информационно-силовыми связями условно можно определить как обобщенный механизм МСЭП. Тогда объектами исследования становятся особенности поведения обобщенных механизмов МСЭП и соответствующие рассматриваемым задачам их принципы построения. Такое рассмотрение МСЭП позволяет решить прямые и обратные задачи синтеза рассматриваемой сложной механической системы.

Способ решения указанной выше задачи состоит в разработке уже на этапе предварительных работ математических моделей движения МСЭП, представленных в виде дифференциальных уравнений. Определение уравнений для САУ и методы проектирования их алгоритмов представлены в работах [7], в настоящей статье они не являются предметом обсуждения.

Пусть уравнения движения четырех взаимосвязанных ЭП каретки держателя плазмотрона и ЭП напыляемой детали заданы по методу Лагранжа [8]. Общий вид уравнения Лагранжа II рода [9]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_{п}}{\partial q_i} = Q_i; \quad i = 1, 2, \dots, \quad (6)$$

где E_k, E_{Π} — полная кинетическая и потенциальная энергии механической системы четырех взаимосвязанных ЭП, рассчитанные относительно неподвижной системы отсчета $X_0; Y_0; Z_0$, соответственно; q_i — обобщенные координаты, описывающие положение каретки держателя плазмотрона; \dot{q}_i — обобщенные скорости; Q_i — обобщенные силы; i — число уравнений, в рассматриваемом случае равное числу степеней свободы.

Суммарная кинетическая энергия, действующая на держатель плазмотрона, может быть представлена в виде суммы

$$E_k = E_{k1} + E_{k2} + E_{k3}, \quad (7)$$

здесь E_{k1} — кинетическая энергия в механической системе ЭП₁; E_{k2} — кинетическая энергия в механической системе ЭП₂; E_{k3} — кинетическая энергия во взаимосвязанных механизмах углового перемещения каретки держателя плазмотрона (ЭП₃, ЭП₄) относительно оси вращения напыляемой детали.

Тогда уравнения Лагранжа для представленной на рис. 3 модели движения каретки держателя плазмотрона имеют вид

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{X}_0} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial X_0} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial X_0} = Q_1; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{Y}_0} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial Y_0} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial Y_0} = Q_2; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{Z}_0} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial Z_0} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial Z_0} = Q_3; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial \psi} + \frac{\partial E_{\Pi}}{\partial \psi} = M, \end{cases} \quad (8)$$

где X_0, Y_0, Z_0, ψ — обобщенные координаты (рис. 3); $\dot{X}_0, \dot{Y}_0, \dot{Z}_0, \dot{\psi}$ — обобщенные скорости, соответствующие координатам; Q_1, Q_2, Q_3 — обобщенные силы, вызывающие соответствующие перемещения X_0, Y_0 и Z_0 ; M — обобщенный момент силы, вызывающий угловое перемещение каретки держателя плазмотрона, определенное углом ψ .

Пусть исполнительный механизм ЭП₁ с массой m_1 движется вдоль оси перемещения OX_0 возвратно-поступательно с программно изменяющейся скоростью \dot{x}_{Π}^1 . Следовательно,

$$E_{k1} = m_1(\dot{x}_{\Pi}^1)^2/2. \quad (9)$$

Во время обратного хода ЭП₁ исполнительный механизм вертикального перемещения ЭП₂ с массой m_2 движется поступательно вдоль оси OY_0 со скоростью \dot{y}_{Π}^2 . Тогда

$$E_{k2} = m_2(\dot{y}_{\Pi}^2)^2/2. \quad (10)$$

Движения механизмов позиционирования держателя плазмотрона складываются из переносного

движения исполнительного механизма ЭП₃ (вращательного в плоскости $x_{\Pi}0y_{\Pi}$ относительно угла ψ) и относительного движения взаимосвязанных механизмов электроприводов ЭП₃, ЭП₄ (поступательного вдоль оси $0z_{\Pi}$ выдвигания плазмотрона). Поэтому

$$E_{k3} = E_{k3(\text{пер})} + E_{k3(\text{отн})}, \quad (11)$$

где $E_{k3(\text{пер})} = J_3\dot{\psi}^2/2$, $E_{k3(\text{отн})} = (m_3 + m_4)(\dot{z}_{\Pi}^3 + \dot{z}_{\Pi}^4)^2/2$.

Обобщенные координаты подвижной массы механизмов электропривода позиционирования ЭП₃ и выдвигания ЭП₄ (рис. 4) представим выражениями:

$$\begin{cases} z_{\Pi}^{m_1} = Z_0^{\Pi} + (z_{m_i} + 0,5L)\sin\psi; \\ y_{\Pi}^{m_1} = (z_{m_i} + 0,5L)\cos\psi; \\ z_{\Pi}^{m_i} = Z_0^{\Pi} + z_{m_i}\sin\psi; \\ y_{\Pi}^{m_i} = z_{m_i}\cos\psi; \\ z_{\Pi}^{m_n} = Z_0^{\Pi} + (z_{m_i} - 0,5L)\sin\psi; \\ y_{\Pi}^{m_n} = (z_{m_i} - 0,5L)\cos\psi. \end{cases} \quad (12)$$

Тогда значения составляющих обобщенной скорости находятся из следующих зависимостей:

$$\begin{cases} \dot{z}_{\Pi}^{m_1} = \dot{Z}_0^{\Pi} + \dot{z}_{m_i}\sin\psi + \dot{\psi}(z_{m_i} + 0,5L)\cos\psi; \\ \dot{y}_{\Pi}^{m_1} = \dot{z}_{m_i}\cos\psi - \dot{\psi}(z_{m_i} + 0,5L)\sin\psi; \\ \dot{z}_{\Pi}^{m_i} = \dot{Z}_0^{\Pi} + \dot{z}_{m_i}\sin\psi + \dot{\psi}z_{m_i}\cos\psi; \\ \dot{y}_{\Pi}^{m_i} = \dot{z}_{m_i}\cos\psi - \dot{\psi}z_{m_i}\sin\psi; \\ \dot{z}_{\Pi}^{m_n} = \dot{Z}_0^{\Pi} + \dot{z}_{m_i}\sin\psi - \dot{\psi}(0,5L - z_{m_i})\cos\psi; \\ \dot{y}_{\Pi}^{m_n} = \dot{z}_{m_i}\cos\psi + \dot{\psi}(0,5L - z_{m_i})\sin\psi. \end{cases} \quad (13)$$

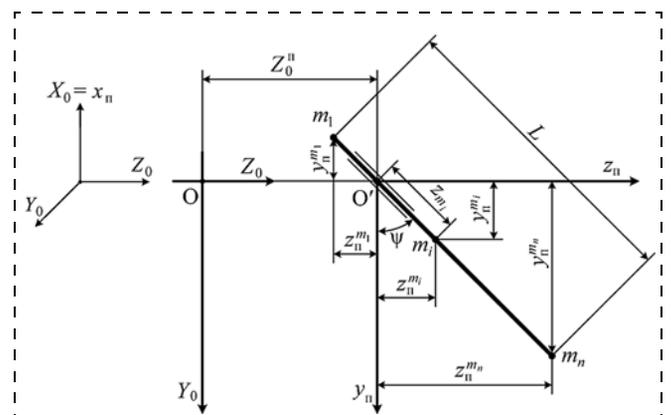


Рис. 4. Схема для расчета динамики движения держателя плазмотрона

Решив системы уравнений (8)–(13), получим выражение для расчета кинетической энергии для перемещения каретки держателя плазмотрона:

$$E_k = \frac{1}{2} [J_\Sigma \dot{\psi}^2 + m_x \dot{X}_0^2 + m_y \dot{Y}_0^2 + m_1 (\dot{z}_\Pi^{m_1})^2 + m_1 (\dot{y}_\Pi^{m_1})^2 + m_n (\dot{z}_\Pi^{m_n}) + m_n (\dot{y}_\Pi^{m_n})], \quad (14)$$

где J_Σ — суммарный момент инерции масс многосвязных механизмов всех четырех ЭП, приведенный к неподвижной системе координат X_0, Y_0, Z_0 ; m_x, m_y — массы механизмов ЭП₁ и ЭП₂ при движении вдоль осей соответственно X_0 и Y_0 ; m_1, m_n — массы многосвязных механизмов ЭП₃ и ЭП₄ при минимальном и максимальном выдвигении положения держателя плазмотрона (рис. 4); $\dot{z}_\Pi^{m_1}, \dot{y}_\Pi^{m_1}, \dot{z}_\Pi^{m_n}$ и $\dot{y}_\Pi^{m_n}$ — минимальные и максимальные значения скоростей для заданных масс m_1, m_n , определенные из зависимости (13); \dot{X}_0, \dot{Y}_0 и $\dot{\psi}$ получаем из уравнения (8).

Максимальный суммарный момент инерции J_Σ определяется по формуле

$$J_\Sigma = J_{X_0} + J_{Y_0} + J_{z_\Pi}^{m_i} + J_{z_\Pi}^\psi + m_n(0,5L + z_{m_i})^2 + m_1(0,5L - z_{m_i})^2, \quad (15)$$

здесь J_{X_0} и J_{Y_0} — моменты инерции подвижных масс механизмов ЭП₁ и ЭП₂; $J_{z(\varphi)}, J_{z_\Pi}$ — моменты инерции подвижных масс взаимосвязанных механизмов ЭП₃, ЭП₄ (позиционирование по углу ψ , по координате z_Π).

С учетом собственного веса держателя плазмотрона потенциальную энергию, действующую на модуль ЭП₃, ЭП₄, можно найти из выражения

$$E_{\Pi(i)} = x_\Pi m_n g, \quad (16)$$

где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения.

Подставив выражения (14) и (16) в систему уравнений (7) и обозначив массу подвижных элементов ЭП₁, ЭП₂, ЭП₃ (равную массе ЭП₄) соответственно $m_x + m_y + m_n = m_1$; $m_y + m_n = m_2$ и $m_z + m_\psi = m_n$, получим новую систему дифференциальных уравнений движения рассматриваемой модели:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{X}_0 + m_2 \ddot{z}_{m_i} \sin \psi + m_2 \ddot{\psi} \dot{z}_{m_i} \cos \psi + \\ + 2m_2 \dot{\psi} \dot{z}_{m_i} \cos \psi - m_2 \dot{\psi}^2 z_{m_i} \sin \psi = Q_1; \\ m_n (\ddot{Y}_0 + g) = Q_2; \\ m_2 \ddot{X}_0 \sin \psi + m_2 \ddot{z}_{m_i} - 2m_2 \dot{\psi}^2 z_{m_i} = Q_3; \\ (J_\Sigma + 2m_2 z_{m_i}^2) \ddot{\psi} + m_2 \ddot{X}_0 z_{m_i} \cos \psi + \\ + 4m_2 \dot{z}_{m_i} z_{m_i} \dot{\psi} = M. \end{cases} \quad (17)$$

Система уравнений (17) получена при следующих условиях:

1. Механические элементы всех узлов многосвязных ЭП жесткие и не подвергаются деформациям под влиянием действующих на них сил.

2. Обобщенные силы Q_1, Q_2, Q_3 и момент M имеют номинальные значения и не учитывают сопротивления трения покоя и движения.

На этапе математического моделирования принятые положения не меняют существенным образом динамики движения электроприводов, тем более что установление достоверности полученных из системы уравнений (17) результатов происходит на этапе натурных испытаний модели на реальных многосвязных приводах автоматизированного технологического оборудования электродугового плазменного напыления.

Система дифференциальных уравнений (17) численно исследована в программных пакетах Maple и MathCAD. Расчеты системы уравнений (17) проводили при различных начальных распределениях обобщенных сил и скоростей, вызывающих синхронное или программное перемещение держателя плазмотрона относительно движения напыляемой детали.

Система уравнений позволяет получать динамические параметры всех многосвязных ЭП, определять пространственные координаты их центра тяжести, а методика расчета может быть реализована как для работы в приращениях, так и для работы в абсолютных координатах.

Заключение

1. Разработана математическая модель для оценки динамических сил, моментов и ускорений в узлах и элементах сложных многосвязных ЭП, исполнительные механизмы которых двигаются во взаимосвязанных друг с другом цилиндрических или прямоугольных системах координат.

2. Оценка скорости и ускорения, действующих на держатель плазмотрона и на зажимы крепления напыляемой детали при непостоянной скорости движения приводов и при определенных характеристиках узлов многосвязных приводов друг с другом, дает возможность оптимально подобрать технические и эксплуатационные параметры каждого привода МСЭП. Например, представленные уравнения динамики движения для заданных значений переносимых масс, длительности отдельных движений или заданных значений скоростей и ускорений позволяют определить как предельные динамические, так и оптимальные параметры отдельных узлов и в целом всех многосвязных обобщенных механизмов МСЭП.

3. Для подтверждения основных теоретических выводов были проведены экспериментальные исследования динамики движения механизмов МСЭП. Проведенные эксперименты показали удовлетворительное совпадение (4...5 %) полученных теоретических и экспериментальных исследований.

Список литературы

1. **Бобров Г. В., Ильин А. А.** Нанесение неорганических покрытий: (теория, технология, оборудование): Учеб. пособие для студентов вузов. М.: Интермет Инжиниринг, 2004. 624 с.
2. **Хасанов З. М.** Автоматизированное технологическое оборудование для электродугового плазменного напыления // Сварочное производство. 2006. № 5. С. 44—50.
3. **Хасанов З. М., Хасанов О. З.** Самонастраивающаяся управляющая система с моделью для динамического управления электроприводами в высокотемпературных технологических процессах // Автоматизация и современные технологии. 2008. № 12. С. 23—32.
4. **Хасанов З. М., Хасанов О. З.** Методика моделирования адаптивной системы управления автоматизированным электроприводом методом эквивалентных структурных преобразований // Технология машиностроения. 2007. № 8. С. 58—67.

5. **Хасанов З. М., Хасанов О. З.** Об эффективности использования функций связи между контрольно-управляющими устройствами в системах адаптивного управления электроприводами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 6. С. 32—39.
6. **Хасанов З. М., Гузайров Р. М.** К задаче синтеза систем электроприводов технологического оборудования электродугового плазменного напыления // Вестник УГАТУ. 2013. Т. 17, № 1. С. 146—149.
7. **Хасанов З. М., Гузайров Р. М.** К проектированию широкодиапазонного электропривода для технологического оборудования электродугового плазменного напыления // Вестник УГАТУ. 2013. Т. 17, № 1. С. 128—134.
8. **Кулаков Ф. М.** Супервизорное управление манипуляционными роботами. М.: Наука, 1980. 448 с.
9. **Кореньев Г. В.** Целенаправленная механика управляемых манипуляторов. М.: Наука, 1979. 447 с.

Z. M. Khasanov, Professor, zimfirm@list.ru, **O. Z. Khasanov**, mathematician, system programmer, **R. M. Guzairov**, Head of Department Information Security, management of Information Technology, Ufa State Aviation Technical University

The Mathematical Model of the Motion of Multicoupling Electric Drives Systems for the Technological Processes Electric Arc Plasma Spraying

This paper shows a general approach to building of automation systems for production equipment of plasma electric arc spraying, based on algorithmic control of workpiece form elements and, the assignment of motion algorithms for precise mechanisms in multivariable electric drive systems (MEDS) taking into account a variability of forces and moments in MEDS mechanisms. The algorithms of adaptive control implementation and parameters computation for a special class of precise mechanisms in MEDS built on the basis of closed-chain mechanisms for divided motion of processing tools and workpieces in three-dimensional space are proposed.

One of speed increase variant by means of auxiliary time reduction of plasma torch mechanisms motion using programmed correction of control signals by acceleration and braking is described. The development of mathematical model of MEDS performing coordinated motion of plasma torch holder mechanisms and workpiece is considered. The technique of MEDS kinematic and dynamic parameters calculation during technology cycles of plasma coating is proposed. The requirements to mathematical modelling tools are considered.

Keywords: automation, multivariable dynamic motion, kinematics, Lagrange equations of type II, generalized coordinates and its derivatives, the holder the plasmatron

References

1. **Bobrov G. V., Il'in A. A.** Nanesenie neorganicheskikh pokrytiy: (teoriya, tekhnologiya, oborudovanie): Ucheb. posobie dlya studentov vuzov. M.: Intermet Inzhiniring, 2004. 624 p.
2. **Khasanov Z. M.** Avtomatizirovannoe tekhnologicheskoe oborudovanie dlya elektrodugovogo plazmennogo napyleniya. *Svarochnoe proizvodstvo*. 2006. N. 5. P. 44—50.
3. **Khasanov Z. M., Khasanov O. Z.** Samonastroyayushchayaya upravlyayushchaya sistema s model'yu dlya dinamicheskogo upravleniya elektroprivodami v vysokotemperaturnykh tekhnologicheskikh protsessakh. *Avtomatizatsiya i sovremennyye tekhnologii*. 2008. N. 12. P. 23—32.
4. **Khasanov Z. M., Khasanov O. Z.** Metodika modelirovaniya adaptivnoy sistemy upravleniya avtomatizirovannym elektropriivodom metodom ekvivalentnykh strukturnykh preobrazovaniy. *Tekhnologiya mashinostroeniya*. 2007. N. 8. P. 58—67.

5. **Khasanov Z. M., Khasanov O. Z.** Ob effektivnosti ispol'zovaniya funktsiy svyazi mezhdru kontrol'no-upravlyayushchimi ustroystvami v sistemakh adaptivnogo upravleniya elektropriivodami. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*. 2005. N. 6. P. 32—39.
6. **Khasanov Z. M., Guzairov R. M.** K zadache sinteza sistem elektropriivodov tekhnologicheskogo oborudovaniya elektrodugovogo plazmennogo napyleniya. *Vestnik UGATU*. 2013. V. 17, N. 1. P. 146—149.
7. **Khasanov Z. M., Guzairov R. M.** K proektirovaniyu shirokodiapazonnogo elektropriivoda dlya tekhnologicheskogo oborudovaniya elektrodugovogo plazmennogo napyleniya. *Vestnik UGATU*. 2013. V. 17, N. 1. P. 128—134.
8. **Kulakov F. M.** Supervizornoe upravlenie manipulyatsionnymi robotami. M.: Nauka, 1980. 448 p.
9. **Korenev G. V.** Tselenapravlenneya mekhanika upravlyaemykh manipulyatorov. M.: Nauka, 1979. 447 p.

УДК 621.314:681.511

А. И. Андриянов, канд. техн. наук, доц., **Н. А. Краснов**, аспирант,
Брянский государственный технический университет

Система управления нелинейной динамикой импульсного преобразователя напряжения со стабилизацией предельного тока

Рассматривается система управления импульсным преобразователем напряжения с нелинейной внешней характеристикой, имеющей участки стабилизации напряжения и тока. Рассчитаны карты динамических режимов и диаграммы пульсаций напряжения при различных параметрах системы. Предлагаемая система управления понижающим преобразователем позволяет уменьшить области непроектных режимов работы преобразователя.

Ключевые слова: импульсный преобразователь, нелинейная динамика, бифуркация, система управления, понижающий преобразователь, метод направления на цель

Введение

На сегодняшний день импульсные преобразователи (ИП) напряжения широко используются в различных областях техники, поскольку обеспечивают высокие показатели качества выходного сигнала при приемлемых массогабаритных показателях [1]. Наиболее широко ИП используются во вторичных источниках питания, оборудовании радиотехники и лабораторном оборудовании. Основной задачей замкнутых систем управления импульсными преобразователями является стабилизация выходного напряжения или тока.

Часто при построении систем электропитания используется нелинейная внешняя характеристика преобразователя, имеющая как участок стабилизации напряжения, так и участок стабилизации тока [1], которая существенно влияет на динамические характеристики системы, особенно в точке ее перегиба.

Известно, что в системах с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) в результате бифуркаций возможно возникновение хаотических и непроектных динамических режимов работы [2]. Под непроектными режимами работы в данном случае понимаются циклы с кратностью периода m , отличной от единицы (m -циклы), когда частота пульсаций выходного напряжения в m раз меньше, чем частота ШИМ. В связи с этим на этапе проектирования системы управления (СУ) ИП одной из приоритетных задач является определение оптимальной структуры и параметров СУ, позволяющих исключить возможность возникновения опасных и нежелательных режимов работы [2] и обеспечить работу преобразователя в проектном 1-цикле.

Управлению нелинейной динамикой импульсных преобразователей посвящено достаточно много работ [3–5]. Основной проблемой рассматриваемых в них методов является либо сложность реализации, как в методе линеаризации отображения Пуанкаре [3, 4], либо, как в методе Пирагаса [5], ограниченные возможности по управлению динамикой в области мультистабильности, когда устойчивы несколько 1-циклов и только один из них является проектным.

Перспективным методом управления нелинейной динамикой рассматриваемых систем является так называемый метод направления на цель [6], но на сегодняшний день он остается математической абстракцией и не применяется в технике. В работе [7] авторы предприняли попытку его развития в приложении к преобразовательной технике на примере понижающего преобразователя и получили обнадеживающие результаты. Данная статья является продолжением исследований по повышению качества динамики импульсных преобразователей с нелинейной внешней характеристикой [8]. Основной задачей работы является создание структуры СУ, обеспечивающей проектный режим работы в заданном диапазоне изменения параметров системы на основе метода направления на цель.

Описание объекта исследования

При исследовании динамических систем, таких как ИП, описываемых дифференциальными уравнениями, при различных параметрах системы могут возникнуть режимы работы с большой амплитудой колебаний выходного сигнала. Для исключения данного недостатка авторами предлагается выполнить структурный синтез СУ, где для стабилизации

проектного режима используется метод направления на цель (МНЦ) [4]. Сущность метода заключается в использовании заранее рассчитанного задания на неподвижную точку при формировании импульса управления силовым ключом для коррекции траектории в направлении этой точки. Данный подход расширит область проектной работы и обеспечит устойчивый режим работы в широком диапазоне параметров системы.

Функциональная схема рассматриваемой САУ представлена на рис. 1. Здесь приняты следующие обозначения: R — активное сопротивление дросселя; L — индуктивность дросселя; C — емкость конденсатора; R_H — сопротивление нагрузки; E — напряжение источника питания; β_1, \dots, β_4 — масштабные коэффициенты цепей обратной связи; $U_{зт}, U_{зн}$ — напряжение задания на ток и напряжение соответственно; $U_{и}$ — импульсы управления силовым ключом; U_y — управляющий сигнал; U_p — развертывающее пилообразное напряжение; ОСУ — основная система управления; ВСУ — вспомогательная система управления; ГРН — генератор развертывающего напряжения; ИП — импульсный преобразователь; УВХ1, УВХ2 — устройство выборки-хранения; УА1, УА2 — универсальные аппроксиматоры; ВСН — вычислитель сопротивления нагрузки; КУ — коммутирующее устройство; K_1, \dots, K_4 — коэффициенты пропорциональности; α_1, α_2 — коэффициенты пропорциональных регуляторов напряжения и тока соответственно; $\Delta U_{ошт}, \Delta U_{ошн}$ — ошибка ОСУ по току и напряжению соответственно; U_{ck3}, I_{Lk3} — компоненты вектора задания на неподвижную точку 1-цикла; U_{ck}, I_{Lk} — компоненты вектора

обратных связей по переменным состояниям в стробоскопические моменты времени; $\Delta U_{ош1k} - \Delta U_{ош4k}$ — дополнительные управляющие сигналы ВСУ.

В предлагаемой СУ можно выделить две подсистемы [7]: основную (ОСУ) и вспомогательную систему управления (ВСУ). Задача ОСУ — обеспечить стабилизацию выходного напряжения или тока в соответствующем режиме. Для этого ОСУ имеет два контура обратных связей, использующих сигналы датчиков о токе дросселя и напряжении на конденсаторе LC-фильтра. Для управления участком стабилизации тока в ОСУ предусмотрено звено гистерезиса, управляющее положением КУ, которое определяет режим стабилизации преобразователя: обратная связь (ОС) по напряжению или ОС по току.

Принцип работы ОСУ заключается в вычислении отклонения сечения Пуанкаре [4] масштабированного сигнала датчика от заданной неподвижной точки и введение полученного рассогласования в основной контур управления.

Задача ВСУ — сформировать дополнительные управляющие воздействия на сигналы ОСУ для каждого режима работы преобразователя для обеспечения проектного 1-цикла. Для этого сигналы о текущих параметрах системы передаются на блоки аппроксиматоров УА1 и УА2, где вычисляются компоненты вектора задания на неподвижную точку. В качестве аппроксиматоров выбраны нейронные сети типа многослойный перцептрон [7].

После получения отклонения сигналов текущего значения неподвижной точки системы от заданных с помощью блоков В1 и В2 сигналы корректирующего воздействия масштабируются соответствующими коэффициентами K_1, K_2 и изменяют $\Delta U_{ош}$ соответствующей ОС с помощью вычитателей В3 и В4.

Математическая модель системы

Кусочно-гладкая математическая модель представленной на рис. 1 САУ разработана с использованием результатов, полученных авторами в работе [8] для ОСУ.

На каждом участке гладкости САУ описывается системой линейных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}_i \mathbf{X} + \mathbf{B}_i, \quad (1)$$

где \mathbf{A}_i — матрица постоянных коэффициентов на i -м участке гладкости; \mathbf{B}_i — вектор вынуждающих воздействий на i -м участке; $\mathbf{X} = (x_1, x_2)^T = (i_L, U_C)^T$ — вектор переменных состояния. Для сокращения объема статьи матрицы $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i$ не приводятся [8].

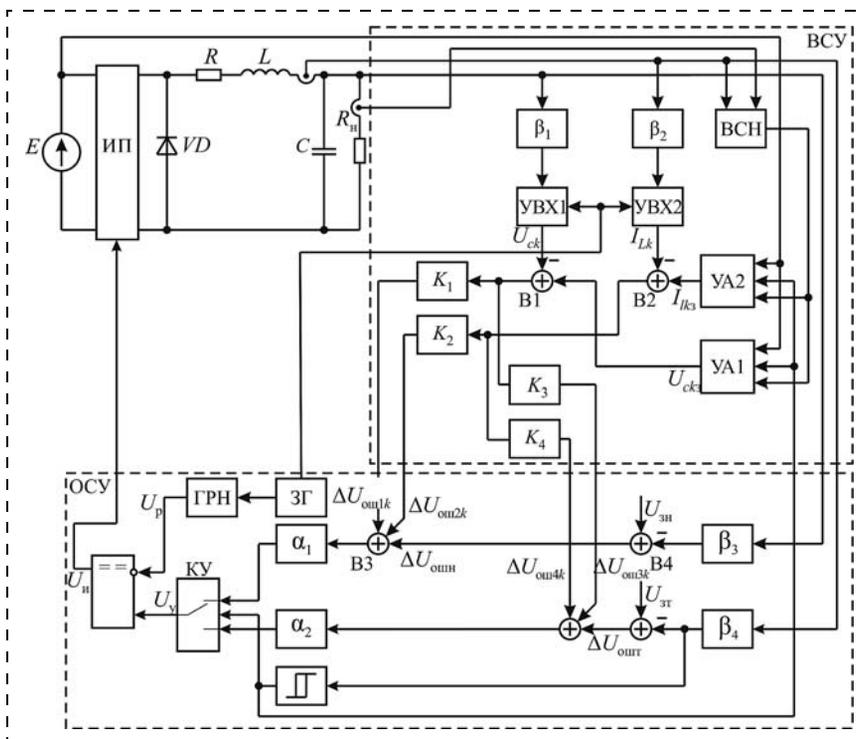


Рис. 1. Схема замещения замкнутой импульсной системы автоматического управления импульсного преобразователя с нелинейной внешней характеристикой

В рассматриваемой системе на тактовом интервале может быть реализовано пять коммутаций (включение и выключение силового ключа, переключение КУ в режим обратной связи по току и напряжению, коммутация силового диода при переходе в режим прерывистых токов).

Уравнения (разностные функции), на основе которых определяются моменты коммутации при использовании только ОСУ, могут быть представлены в виде [8]

$$\varphi_{\text{ст.н}}(\mathbf{X}, z) = \alpha_1(U_{\text{зн}} - \beta_3 x_2(z)) - U_{\text{pm}}z; \quad (2)$$

$$\varphi_{\text{ст.т}}(\mathbf{X}, z) = \alpha_2(U_{\text{зт}} - \beta_4 x_1(z)) - U_{\text{pm}}z; \quad (3)$$

$$\varphi_{\text{вп}}(\mathbf{X}, z) = \alpha_2(U_{\text{вп}} - \beta_4 x_1(z)); \quad (4)$$

$$\varphi_{\text{нп}}(\mathbf{X}, z) = U_{\text{нп}} - \beta_4 x_1(z); \quad (5)$$

$$\varphi_0(\mathbf{X}, z) = x_1(z), \quad (6)$$

где U_{pm} — амплитуда развертывающего напряжения; z — относительное время на тактовом интервале, которое может быть представлено как $z = (t - (k - 1)a)/a$; $U_{\text{лп}}$ — левый предел передаточной характеристики звена с гистерезисом (рис. 1); $U_{\text{пп}}$ — правый предел передаточной характеристики звена с гистерезисом; $\varphi_{\text{ст.н}}(\mathbf{X}, z)$ — разностная функция, определяющая момент коммутации ключа в режиме стабилизации напряжения; $\varphi_{\text{ст.т}}(\mathbf{X}, z)$ — разностная функция, определяющая момент коммутации ключа в режиме стабилизации тока; $\varphi_{\text{лп}}(\mathbf{X}, z)$ — разностная функция, определяющая момент пересечения левого предела петли гистерезиса; $\varphi_{\text{пп}}(\mathbf{X}, z)$ — разностная функция, определяющая момент пересечения правого предела петли гистерезиса; $\varphi_0(\mathbf{X}, z)$ — разностная функция, определяющая момент пересечения нуля током дросселя.

Уравнения (2) и (3) определяют моменты коммутации силового ключа, когда сигнал управления сравнивается с развертывающим напряжением ГРН в режимах стабилизации напряжения и тока соответственно. На основе уравнений (4) и (5) определяются моменты коммутации КУ (режим стабилизации тока или напряжения) при прохождении сигналом управления верхней или нижней границы петли гистерезиса соответственно. С помощью уравнения (6) рассчитывается момент перехода тока дросселя через ноль (в случае работы преобразователя в режиме прерывистых токов). Более подробно эти уравнения рассматриваются в работе [8].

При использовании МНЦ вводятся дополнительные управляющие воздействия $\Delta U_{\text{ош1k}}$, $\Delta U_{\text{ош2k}}$, $\Delta U_{\text{ош3k}}$, $\Delta U_{\text{ош4k}}$, которые определяются уравнениями

$$\Delta U_{\text{ош1k}} = K_1(U_{\text{сkз}} - U_{\text{сk}}); \quad (7)$$

$$\Delta U_{\text{ош2k}} = K_2(I_{\text{Lkз}} - I_{\text{Lk}}); \quad (8)$$

$$\Delta U_{\text{ош3k}} = K_3(U_{\text{сkз}} - U_{\text{сk}}); \quad (9)$$

$$\Delta U_{\text{ош4k}} = K_4(I_{\text{Lkз}} - I_{\text{Lk}}), \quad (10)$$

где $U_{\text{сk}} = \beta_1 x_2(z)$; $I_{\text{Lk}} = \beta_2 x_1(z)$.

Учитывая данные воздействия разностные функции (2) и (3) приобретают вид

$$\begin{aligned} \varphi'_{\text{ст.н}}(\mathbf{X}, z) &= \\ &= \alpha_1(U_{\text{зн}} - \beta_3 x_2(z) - \Delta U_{\text{ош1k}} - \Delta U_{\text{ош2k}}) - U_{\text{pm}}z; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi'_{\text{ст.т}}(\mathbf{X}, z) &= \\ &= \alpha_2(U_{\text{зт}} - \beta_4 x_1(z) - \Delta U_{\text{ош3k}} - \Delta U_{\text{ош4k}}) - U_{\text{pm}}z. \end{aligned}$$

Результаты моделирования

Авторами выполнено моделирование системы замкнутого автоматического управления преобразователя с участком стабилизации тока в среде MATLAB Simulink. Моделирование проводили при следующих параметрах системы: $L = 0,04$ Гн; $C = 1$ мкФ; $R = 10$ Ом; $R_{\text{н}} = 1...120$ Ом; $\alpha_1 = 0...120$; $\alpha_2 = 50$; $\beta_1 = \beta_2 = \beta_4 = 1$; $\beta_3 = 0,01$; $U_3 = 5,5$ В; $U_{\text{оп}} = 10$ В; $a = 0,0001$ с; $K_1 = -0,007$; $K_2 = -0,05$; $K_3 = -0,015$; $K_4 = -0,15$; $I_{\text{вп}} = 26$ А (верхний предел петли гистерезиса); $I_{\text{нп}} = 22$ А (нижний предел петли гистерезиса).

Результаты моделирования представлены на рис. 2, а, б в виде карт динамических режимов, которые отражают области разбиения пространства параметров системы на области устойчивости различных режимов. На рис. 2 символами $\Pi_{i,j}$ отмечены

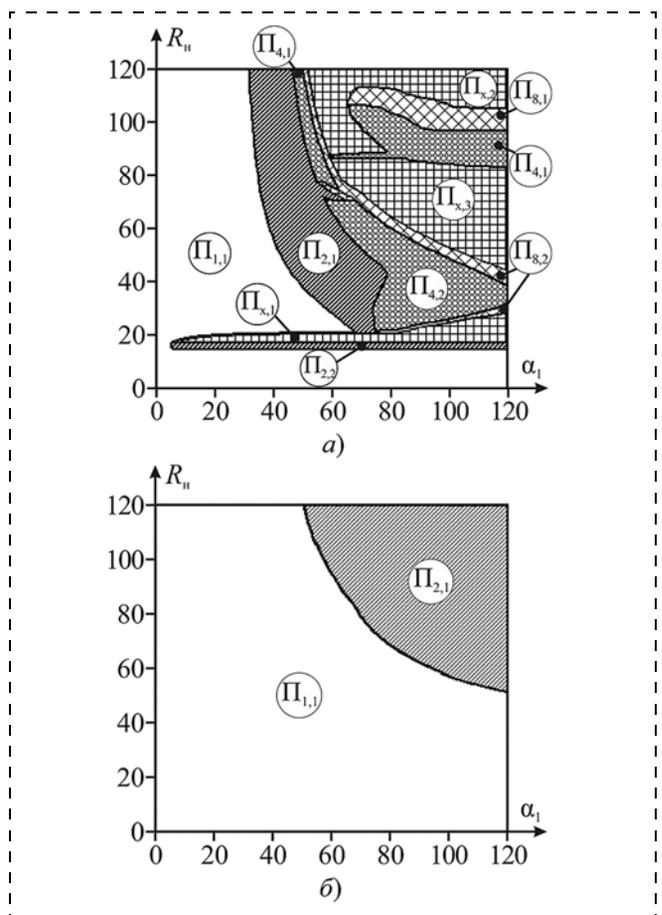


Рис. 2. Карта динамических режимов: а — без использования ВСУ, б — с использованием ВСУ

области устойчивости, где i — m -цикл, характерный для данной области, а j — порядковый номер области на карте динамических режимов. Например, область $\Pi_{4,2}$ представляет собой вторую область неустойчивости 4-цикла. Области, отмеченные символом $\Pi_{x,j}$, соответствуют режимам работы САУ, в которых существуют хаотические режимы работы преобразователя ($m \rightarrow \infty$).

Как видно из рис. 2, а, использование только ОСУ, т. е. стабилизации среднего значения U_c и I_L посредством ОС, приводит к появлению областей неprojektных режимов работы системы. Большую часть карты занимают области, в которых могут возникнуть нежелательные и опасные режимы работы. В каждом таком режиме амплитуда пульсаций выходного напряжения в несколько раз превышает амплитуду в проектном 1-цикле. На рис. 3, а представлена диаграмма относительной амплитуды пульсаций выходного напряжения преобразователя, которая определяется по выражению

$$U_{\text{отн}} = \frac{U_{\text{вых}m}}{U_{\text{вых}1m}},$$

где $U_{\text{вых}m}$ — наибольшая амплитуда напряжения на конденсаторе, $U_{\text{вых}1m}$ — наибольшая амплитуда напряжения на конденсаторе в проектном 1-цикле.

Как видно из диаграммы, в отдельных областях существования неprojektных режимов размах колебаний U_c превышает в 30...35 раз значения ампли-

туды проектного режима. Возникновение подобных режимов может привести к перегреву элементов силовой цепи, выходу из строя устройства или срабатыванию защит и аварийному отключению системы.

На рис. 2, б представлена карта динамических режимов работы с использованием ВСУ. Как видно, использование МНЦ заметно снижает площадь неprojektных режимов работы системы, а в некоторых случаях, таких как $\Pi_{x,1}$ и $\Pi_{2,2}$ (см. рис. 2, а), полностью исключает их возникновение. В результате работы ВСУ в данном случае осталась одна область 2-цикла $\Pi_{2,1}$, возникающая при значениях $\alpha > 50$ и $R_H > 55$ Ом.

Соответствующая диаграмма пульсаций выходного напряжения представлена на рис. 3, б. Как видно, использование ВСУ привело не только к уменьшению площади области нежелательной работы системы, но и к снижению размаха колебаний U_c в неprojektных режимах работы. Таким образом, амплитуда напряжения на конденсаторе в режиме $\Pi_{2,1}$ не превышает более чем в 2,5 раза размах колебаний в проектном 1-цикле.

Заключение

В статье рассмотрена система управления нелинейной динамикой непосредственного понижающего преобразователя напряжения с нелинейной внешней характеристикой. Предлагаемый способ управления позволяет обеспечить высокие показатели качества выходного сигнала в режимах стабилизации тока и напряжения в широком диапазоне изменения параметров системы. Данное решение наиболее эффективно в системах, где использование параметрического синтеза ограничено или по каким-либо причинам невозможно.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-31126).

Список литературы

1. Мелешин В. И. Транзисторная преобразовательная техника. М.: Техносфера, 2005. 627 с.
2. Жусубалиев Ж. Т., Колоколов Ю. В. Бифуркации и хаос в релейных и широтно-импульсных системах автоматического управления. М.: Машиностроение-1, 2001. 120 с.
3. Poddar G., Chakrabarty K., Banerjee S. Control of chaos in DC-DC converter // Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. 1998. V. 45, N. 6. P. 672–676.
4. Poddar G., Chakrabarty K., Banerjee S. Control of chaos in the boost converters // Electronics Letters. 1995. V. 31, N. 11. P. 841–842.
5. Batlle C., Fossas E., Olivar G. Stabilization of periodic orbits of the buck converter by time-delayed feedback // International Journal of Circuit Theory and Applications. 1999. V. 27, N. 3. P. 617–631.
6. Franco D., Liz E. A two-parameter method for chaos control and targeting in one-dimensional maps // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2011. V. 23, N. 1. P. 1–11.
7. Андриянов А. И., Краснов Н. А. Нейросетевая система управления нелинейной динамикой непосредственного понижающего преобразователя напряжения // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 12. С. 33–38.
8. Андриянов А. И., Краснов Н. А. Нелинейная динамика импульсных преобразователей напряжения со стабилизацией предельного тока // Электротехнические комплексы и системы управления. 2014. № 2. С. 47–54.

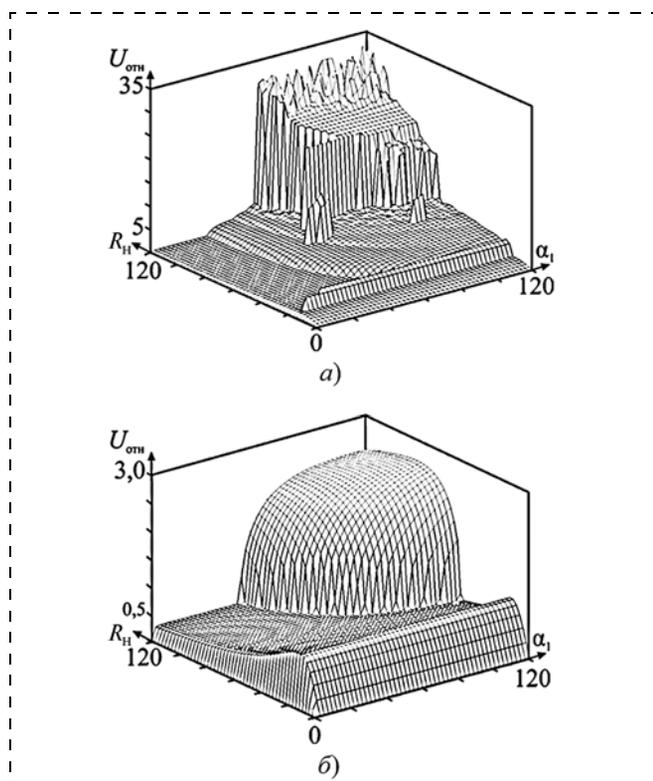


Рис. 3. Диаграмма пульсаций напряжения на конденсаторе при различных параметрах системы: а — без использования ВСУ, б — с использованием ВСУ

Control System Nonlinear Dynamics Switching DC/DC Converters Voltage with Stabilization Current Limit

The article considers the nonlinear dynamics control system of pulsed voltage converter with a nonlinear external characteristic having parts stabilization of voltage and current. The proposed control system is constructed using the target oriented control to effectively control the dynamics of nonlinear discrete systems wide class. Using this approach will help in some cases abandon parametric synthesis for the given nonlinear dynamical properties of voltage converters. Provides maps and charts of dynamical mode voltage ripple in the space of two parameters of the system. The result of this approach is the reduction of non-project areas of dynamic modes of operation of the converter. The data obtained can be used as a stage of technical design and form the basis for further research related to the control of the nonlinear dynamics of switching converters.

Keywords: pulse converter, nonlinear dynamics, bifurcation, control system, buck-converter, the target-oriented control

References

1. Meleshin V. I. Tranzistornaya preobrazovatel'naya tekhnika. M.: Tekhnosfera, 2005. 627 p.
2. Zhusubaliyev Zh. T., Kolokolov Yu. V. Bifurkatsii i khaos v releynykh i shirotno-impul'snykh sistemakh avtomaticheskogo upravleniya. M.: Mashinostroenie-1, 2001. 120 p.
3. Poddar G., Chakrabarty K., Banerjee S. Control of chaos in DC-DC converter. *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*. 1998. V. 45, N. 6. P. 672–676.
4. Poddar G., Chakrabarty K., Banerjee S. Control of chaos in the boost converters. *Electronics Letters*. 1995. V. 31, N. 11. P. 841–842.
5. Batlle C., Fossas E., Olivar G. Stabilization of periodic orbits of the buck converter by time-delayed feedback. *International Journal of Circuit Theory and Applications*. 1999. V. 27, N. 3. P. 617–631.
6. Franco D., Liz E. A two-parameter method for chaos control and targeting in one-dimensional maps. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2011. V. 23, N. 1. P. 1–11.
7. Andriyanov A. I., Krasnov N. A. Neyrosetevaya sistema upravleniya nelineynoy dinamikoey neposredstvennogo ponizhayushchego preobrazovatelya napryazheniya. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie*. 2013. V. 56, N. 12. P. 33–38.
8. Andriyanov A. I., Krasnov N. A. Nelineynaya dinamika impul'snykh preobrazovateley napryazheniya so stabilizatsiey predel'nogo toka. *Elektrotekhnicheskie komplekсы i sistemy upravleniya*. 2014. N. 2. P. 47–54.

УДК 621.396.96

И. Ф. Будагян, д-р физ.-мат. наук, проф., budif@yandex.ru,

М. С. Костин, аспирант, mihaikos@mail.ru,

Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики (МГТУ МИРЭА)

Вибродиагностика кинематических схем устройств точной механики методом радиосенсорной сверхкороткоимпульсной фазовой девиометрии

Освещены вопросы виброметрических исследований кинематических элементов конструкций мехатронных устройств, генерирующих в процессе эксплуатации собственные механические колебания или промодулированных внешними акустическими возмущениями среды, радиоволновыми методами на предмет виброметрологической диагностики. Сформулированы принципы радиосенсорного сверхкороткоимпульсного зондирования. Определены преимущества и особенности рассматриваемого способа. Предложены численные методы цифровой фильтрации сигналов с применением одномерного оконного преобразования Фурье и обработки данных с использованием кепстрального анализа как одного из наиболее эффективных при оценке параметров акустомеханических колебаний. Приведена реализация аналитической модели тестового режима отладки радиосенсорной системы виброметрологического комплекса.

Ключевые слова: диагностика, виброустойчивость, радиоволновая виброметрия, радиосенсорный локатор, сверхкороткий радиоимпульс, аналитическая модель, оконное преобразование Фурье, кепстральный анализ, взаимная корреляция

Введение

Метрологическая диагностика и оценка виброметрических характеристик устройств точной механики требует применения специальных методов, обеспечивающих беспрепятственный дистанционный контроль динамических параметров, описывающих закон колебательного процесса кинематического элемента зондируемой поверхности исследуемой

конструкции. Среди бесконтактных методов съема и регистрации вибрационных параметров (виброперемещения, виброскорости, виброускорения) классифицируют три основные группы косвенных принципов преобразования акустомеханических колебаний в сигнал: оптический, ультразвуковой и радиоволновый.

Ввиду актуализации развития перспективных направлений в части применения специализирован-

ных средств радиометрологической диагностики особое внимание в этой области сосредоточено на системах радиоволнового мониторинга, построенных по принципу сверхкороткоимпульсных локаторов, действие которых основано на классических законах импульсной радиолокации. С появлением высокоскоростных АЦП параллельного преобразования задача обнаружения, приема и обработки СВЧ сигнала фактически сводится к реализации программных численных методов, что минимизирует функционал аппаратной аналоговой части устройства. При этом разработка и анализ высокочувствительных комплексов бесконтактных радиоизмерений характеристик механических вибраций находится в непрерывном поиске синтеза и выбора наиболее оптимальных технических решений и математических алгоритмов обработки сигналов. Так, решение задачи приема отраженного от цели сигнала обеспечивается классическими методами оптимального обнаружения на основе критерия максимального отношения правдоподобия, в то время как оптимизация обработки принимаемых эхосигналов в модели достигается применением оконного преобразования Фурье и кепстрального анализа.

Реализация предложенных в работе численных методов обработки сигналов описывается тестовой аналитической моделью системы в среде MATLAB с использованием масштабно-дифференциального преобразования во времени для относительно медленно (механические вибрации) и мгновенно (радиоволна) протекающих колебаний, что существенно повышает эффективность и скорость вычислений.

Система радиосенсорной сверхкороткоимпульсной виброметрологической диагностики представляет собой радиоволновый программно-аппаратный комплекс на базе однокристалльного 256-разрядного приемопередатчика NVA6201 норвежской компании Novelda AS с энергопотреблением не более 120 мВт в корпусе QFN32 [1]. Комплекс предназначен для бесконтактного дистанционного зондирования поверхности динамических и статических элементов функциональных узлов технических устройств точной радио- и микромеханики, генерирующих собственные механические колебания или промодулированных внешними виброакустическими возмущениями среды в целях регистрации динамических характеристик. Приемопередатчик снабжен высокоскоростным АЦП с частотой дискретизации 39 Гвыб/с, что соответствует 39 точкам на 1 нс или периоду дискретизации около 25 пс [1]. Получение абсолютных и статистических информационных данных о вибрационных характеристиках микроэлектромеханических устройств, радиоэлементов функциональных ячеек электрических схем на печатной плате и несущих конструкций также представляет одну из задач испытаний аппаратуры на виброустойчивость и надежность при неразрушающем контроле.

1. Сверхкороткоимпульсная радиоволновая виброметрия

Среди применяемых радиоволновых методов измерения вибраций классифицируют следующие: резонаторные, интерференционные и фазовые. Для перечисленных методов можно определить следующие недостатки в обеспечении генерации зондируемого сигнала и регистрации фиксируемых параметров: необходимость сохранения высокой стабильности частоты зондирующего радиосигнала в целях уменьшения его флуктуации, повышения чувствительности и качества работы системы; увеличение глубины проникающей способности радиоимпульсов при реализации подповерхностной локации и обеспечение достаточно удаленного от цели съема виброакустических параметров с требуемым разрешением [2]. Перечисленные недостатки в работе радиоволновых систем могут компенсироваться за счет применения радиотехнических решений, построенных на принципах сверхкороткоимпульсной радиолокации, что в рамках современной науки способно решить многие радиофизические задачи с перспективой дальнейшей модернизации. Так, с применением радиоимпульсов наносекундной длительности исключается необходимость генерирования СВЧ сигнала заданной частоты, как это принято в локаторах с непрерывным и моноимпульсным действием, что исключает необходимость обеспечения частотной стабилизации в высокочастотной области. Сверхкороткий широкополосный радиоимпульс формируется как результат дифференцирования видеоимпульса наносекундной длительности при его воздействии на широкополосную антенну и не имеет несущей частоты, а характеризуется длительностью, центральной частотой и полосой спектра. Заметим, что обязательным условием в выборе длительности радиоимпульса (следовательно, и приемопередаточной антенны) является то, что его фактическая длина волны не должна быть меньше собственной амплитуды виброперемещений зондируемой поверхности исследуемого элемента, иначе это осложняется нелинейными искажениями принимаемого сигнала. Таким образом, остается лишь стабилизировать частоту дискретизации зондирования, которую для регистрации механических колебаний достаточно взять в диапазоне от сотен кГц до десятков МГц, что значительно проще в техническом смысле реализации в сравнении со стабилизацией в СВЧ области. Кроме того, сверхширокополосность радиоимпульса улучшает энергетику сигнала, обеспечивает требуемую проникающую способность и делает систему более помехоустойчивой к воздействию внешних электромагнитных помех. Распределение во временной последовательности выборки радиоимпульсов, отраженных от вибрирующей цели, описывается законом фазовой модуляции, девиация которой отражает характеристику плоскопараллельных колебаний вдоль линии визирования. Импульсное зондирование, построенное на вре-

менном оконном стробировании, позволяет четким образом локализовать координатную привязку к цели, тем самым максимальным образом исключив помехи от пространственно распределенных поверхностей, генерирующих ложные эхосигналы, и восстановить в более явном виде кривую колебательного закона исследуемой поверхности.

2. Аналитическое описание модели системы

Инженерные исследования многопараметрических процессов и сложных систем априори предполагают планирование эксперимента с описанием математической модели системы в целом. Существенным фактором воспроизводимости ожидаемых результатов при радиоизмерениях является качество аналитической модели системы, посредством которой можно с достоверной точностью провести корреляционную оценку измерений при сравнении теоретических расчетов с результатами программного моделирования. Основными требованиями, предъявляемыми к модели системы, являются ее адекватность, однозначность по отношению к регламентируемым условиям эксперимента и минимальность затрат ресурсов вычислительной техники [3].

Прием сигнала радиосенсорным локатором осуществляется с заданной частотой зондирования (стробирования) с задержкой, определяющей расстояние до потенциально расположенной цели (элемента кинематической схемы). Обнаружение отраженных от цели импульсов выполняется по критерию максимального отношения правдоподобия из расчета известной частоты следования радиоимпульсов и времени задержки. Фильтрация принимаемых эхосигналов в устройстве осуществляется программным способом на базе оконного одномерного преобразования Габора путем накопления выборки радиоимпульсов, прошедших предварительное усиление через пороговое устройство и высокоскоростное АЦП. При этом нахождение низкочастотной компоненты механического колебания, содержащегося в фазораспределенной последовательности отраженных радиоимпульсов, выполняется путем кепстрального анализа реперного и преобразованного одиночного эхосигнала, либо очередной соседней парной последовательности аналогично принятых радиоимпульсов [4].

При смежном программном моделировании быстроизменяющихся (сверхкороткий импульс, нано- и пикосекундное колебание) и медленно протекающих (механические вибрации — от миллисекундного до секундного цикла) процессов на одной временной оси возникают вычислительные затруднения, которые фактически сводят в предел оперативные ресурсы микропроцессора. Это обусловлено тем, что шаг дискретизации времени приходится выбирать из расчета минимального, т. е. соответствующего радиоимпульсу, в то время как конечная точка исследуемого процесса будет определяться низкочастотным колебанием. Для решения

подобного рода вычислительных задач существует ряд способов: параллельные вычисления с применением специальных средств суперпроцессорной техники или применение иных аналитических методов и алгоритмов. В данной работе предлагается реализация модели с использованием двух дифференциальных масштабов времени для каждого из колебательных процессов в отдельности относительно оси выборки.

Программный код функциональной модели радиосенсорной системы реализован в среде MATLAB и оформлен в виде *m*-файла, результаты работы которого могут быть наглядно графически представлены как процессы приема и обработки эхосигнала. Аналитическая модель предполагает рассмотрение частного случая радиоимпульсного эхоприема сигнала от поверхности вибрирующей цели при наличии гауссовых коррелируемых шумов от подстилающей поверхности и элементов ограниченного пространства [5]. Численный алгоритм приема и обработки данных основан на принципе определения дальности относительно изменения фазы отраженного сигнала [3]:

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2 = -\frac{4\pi}{c}f(R_1 - R_2) = -\frac{4\pi}{c}f_c v_s T_{\Pi}$$

Здесь $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2$ — разности фаз при смещении поверхности объекта с расстояния R_1 до R_2 ; f_c — центральная частота спектра радиоимпульса; c — скорость света; $v_s = v_m \sin(\omega_s t + \varphi)$ — виброскорость, где $v_m = 2\pi F A_0$, а F, A_0 — частота и амплитуда вибрации; $T_{\Pi} = 1/F_{\Pi}$ — период следования зондируемых импульсов; F_{Π} — частота зондирования.

При этом закон девиации частоты следования отраженных импульсов имеет следующий вид [3]:

$$F_s = \frac{1}{T_s} = \frac{c}{d - T_{\Pi} v_m \sin(\omega_s t)} = \frac{F_{\Pi}}{1 - v_m \sin(\omega_s t)/c}$$

где d — пространственное расстояние между импульсами вдоль линии визирования; $\omega_s = 2\pi F$ — угловая частота механических колебаний; c — скорость света.

3. Численные методы цифровой фильтрации сигнала

Задача оптимальной фильтрации сверхкороткоимпульсного радиосигнала, представленного несколькими периодами колебаний с гауссовой огибающей, решается в работе с применением оконного преобразования Фурье, причем результатом этого преобразования является не спектр исходного сигнала, а спектр от произведения сигнала и оконной функции (рис. 1). Идея такого преобразования заключается в том, что весь временной интервал сигнала разделяется на подынтервалы — оконные стробы, и преобразование проводится последовательно для каждого окна в отдельности. Тем самым осуществляется переход к частотно-временному представлению, что позволяет анализировать осо-

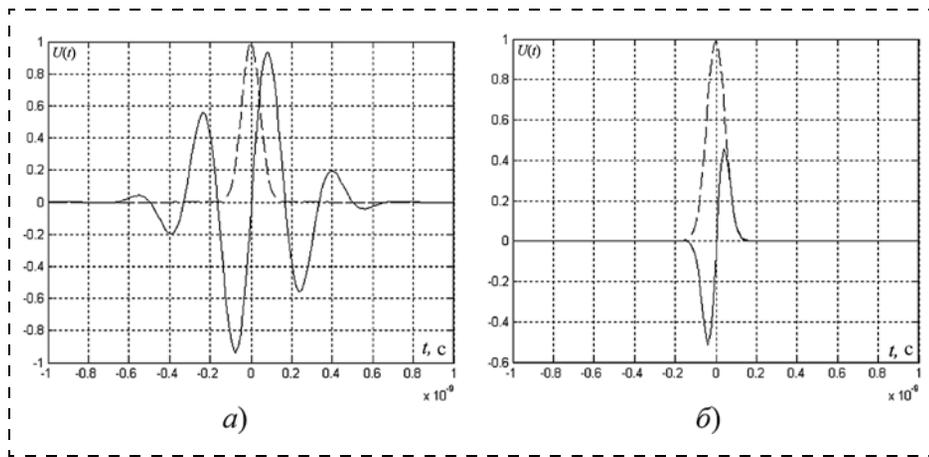


Рис. 1. Графическое представление принципа частотно-временной селекции:
a — нормированный радиоимпульс и строб-импульс окна (штриховая линия); *б* — нормированный строб-импульс окна и результат преобразования Габора

бенности нестационарных сигналов. В качестве оконного строба выбрана функция Гаусса. Форма такого окна практически исключает эффект Гиббса, поскольку известно, что применение окон, отличных от прямоугольных, уменьшает влияния боковых лепестков в спектре за счет увеличения ширины главного лепестка и определяет данный вид фильтрации как преобразование Габора. Однако спектр, полученный путем оконного преобразования Фурье, является оценкой спектра исходного сигнала и допускает искажения.

Оконное преобразование можно записать следующим образом [6]:

$$S(\omega, b_k) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)\psi(t - b_k)\exp(-j\omega t)dt, \quad (1)$$

где $\psi(t - b_k)$ есть функция окна сдвига преобразования по координате времени t на фиксированные значения параметра b_k . В случае преобразования Габора $\psi(t - b_k)$ описывается кривой Гаусса:

$$\psi(t - b_k) = \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - b_k)^2}{2\sigma^2}\right).$$

Таким образом, оконное преобразование состоит в умножении исследуемого сигнала $s(t)$ на функцию окна $\psi(t - b_k)$, распределенную в окрестности $t = b_k$, и вычислении коэффициентов Фурье подынтегрального произведения (1). Обозначим $\psi_{\omega, b}(t) = \psi(t - b_k)\exp(-j\omega t)$, тогда выражение (1) принимает вид

$$S(\omega, b_k) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)\psi_{\omega, b}(t)dt. \quad (2)$$

Из формулы (2) следует, что фактически оконное преобразование представляет собой взаимную корреляционную функцию двух сигналов. При этом сигнал есть произведение гармонического сигнала и огибающей.

Для каждого состояния окна на временной оси сигнала вычисляется свой комплексный спектр. Однако в данном случае преобразование осуществляется с заданной периодичностью относительно частоты зондирования.

Таким образом, оптимальная длительность окна определяется из расчета максимально выделяемой мощности и определяется выражением [3]

$$\tau_{opt} = T_c \tau \frac{\sqrt{(\pi\tau)^2 - T_c^2}}{T_c^2 - (\pi\tau)^2},$$

где T_c — период заполнения, соответствующий центральной частоте f_c радиоимпульса; τ — длительность принимаемого радиоимпульса.

4. Кепстральный анализ выборочной последовательности импульсов

Кепстральный анализ применяют для сигналов, представляющих собой свертку двух временных функций, причем таких, что после преобразования их в спектр они образуют неперекрывающиеся на оси кепстрального времени q импульсы. Кепстральное преобразование можно представить следующим образом [6]:

$$C_S(q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln[S(\omega)]^2 \exp(j\omega q) d\omega, \quad (3)$$

где $S(\omega)$ — амплитудный спектр непрерывного сигнала $s(t)$.

Поскольку $S^2(\omega)$ имеет смысл спектральной плотности энергии сигнала $s(t)$, то $C_S(q)$ определяется как энергетический спектр функции $\ln[S(\omega)]^2$, поэтому выражение (3) принято называть кепстром мощности. Очевидно, что аргумент q имеет размерность времени. Также следует отметить, что выражение (3) имеет смысл не для любого сигнала $s(t)$. Действительно, для сигнала с конечной энергией

выполняется условие $\int_{-\infty}^{\infty} S^2(\omega) d\omega < \infty$, из которого

следует, что при $|\omega| \rightarrow \infty$ $S^2(\omega) \rightarrow 0$. Но тогда при $|\omega| \rightarrow \infty$ обращается в бесконечность $|\ln S(\omega)|$, и интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \ln S^2(\omega) d\omega$ расходится. Такое противоречие

при решении практических задач снимается путем замены пределов интегрирования $\pm\infty$ на граничные частоты $\pm\omega_{гр}$, в пределах которых заключена основная часть энергии сигнала, и значение функции

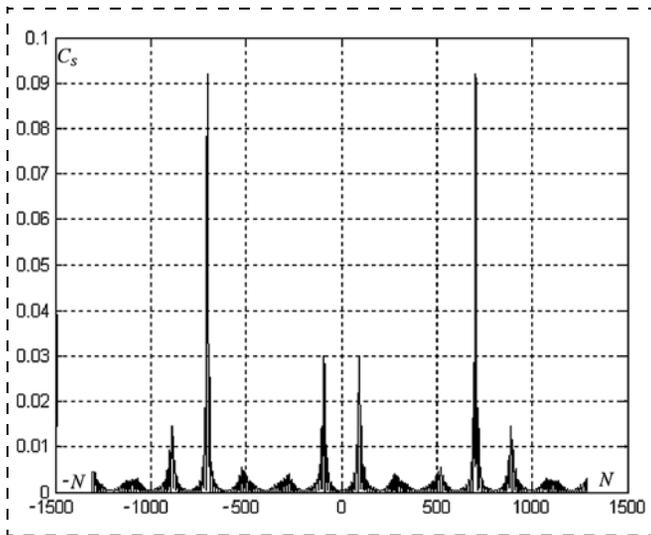


Рис. 2. Графическое представление модуля симметричного кепстра соседней последовательности отраженных радиопульсов относительно оси выборки

$\ln S^2(\omega)$ ограничено. Таким образом, определение кепстра мощности свертки сигналов решается для двух соседних отраженных импульсов или опорного и очередного принимаемого эхосигнала (рис. 2). В случае цифровой обработки сигналов свертка заменяется алгоритмом БПФ-ОБПФ. Для надежного определения опережения (запаздывания) эхосигнала, вызванного возвратно-поступательными колебаниями цели (элемента кинематической схемы) вдоль линии визирования, используется первый импульс кепстра.

Координатное положение первого максимума (номер первого максимума выборки вектора) относительно нуля кепстрального времени будет определять мгновенное значение амплитуды колебания, а его амплитуда — коэффициент отражения зондируемой поверхности. Поэтому важно, чтобы кепстр концентрировался вблизи начала отсчета кепстрального времени. Кроме того, амплитудный кепстр должен быть свободен от ложных всплесков, что зависит от структуры спектра $S(\omega)$ исходного сигнала, а следовательно, и предварительной фильтрации.

Достоверность принятого и обработанного эхосигнала в модели определяется коэффициентом корреляции по отношению к заранее известному реперному механическому колебанию, представленным двумя случайными частотными компонентами 0,4 и 1 кГц с амплитудой виброперемещения 0,1...0,5 мм при частоте зондирования 100 кГц и длительности зондируемого радиопульса 0,5 нс (рис. 3) [2, 4, 7].

Заключение

Радиосенсорный метод виброметрологической диагностики элементов кинематических схем устройств точной механики способен существенно расширить информативные возможности проведе-

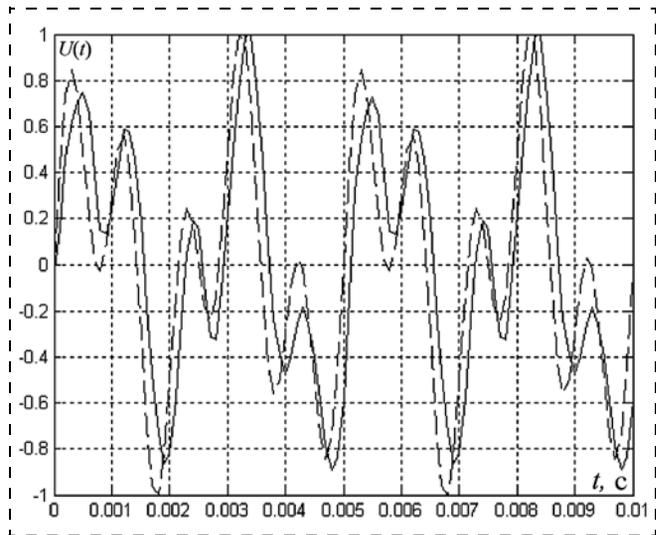


Рис. 3. Графическое представление реализации эхосигнала от заданной цели (штриховой линией указан реперный сигнал механического колебания). Коэффициент корреляции $K_r = 0,905$

ния научных и инженерных как теоретических, так и практических исследований в области бесконтактных радиоволновых измерений виброакустических колебаний методами сверхкороткоимпульсной эхолокации. Предложенный метод кепстральной обработки сигнала и его масштабнo-дифференциального преобразования во времени реализован на базе аналитической модели радиосенсорного радара. Эта модель, представленная системой мгновенно и медленно протекающих процессов, позволяет повысить эффективность программных вычислений, что может быть полезным при отладке и тестировании численных методов обработки сигналов в нелабораторных условиях. В перспективе планируется дальнейшее совершенствование программного численного метода, поиск и оптимизация оконных функций Фурье и алгоритмов обработки сигнала в целях повышения чувствительности системы к механическим колебаниям с амплитудой виброперемещения менее 100 мкм.

Также хотелось бы отметить, что особенный интерес представляет применение виброметрического программно-аппаратного комплекса в робототехнике как системы сенсорного распознавания геометрии движения сложных кинематических схем, а также как одного из эффективных способов дистанционного управления элементами механики по принципу организации радиосенсорных цепей обратной связи в автоматике [8, 9]. Кроме того, по форме отраженного от поверхности объекта сверхкороткого импульса, а точнее, по изображению огибающей импульса за период выборки, можно судить также о структурных и физических свойствах зондируемого объекта. Организация приема обработки такого сигнала может быть решена с применением метода масштабнo-временного преобразования (МВП), поскольку данный алгоритм является наи-

более эффективным по широкополосности и чувствительности при исследовании быстропротекающих процессов. При МВП осуществляется считывание мгновенных значений исследуемого эхосигнала с помощью суперкоротких дельта-импульсов относительно сдвигающейся выборки, что обеспечивает масштабируемое (растянутое) представление сигнала во времени и значительно упрощает процедуру приема и обработки. В совокупности по форме огибающей собранного из частей и сглаженного радиоимпульса, отраженного от цели, можно судить не только о структуре и материале объекта, но и даже о конкретной ограниченной траектории его движения, имея базу радиообразов, путем сравнения полученного изображения с репером при последующей корреляции.

Список литературы

1. **Официальный** сайт норвежской компании Novelda AS по разработке радиосенсорных систем управления на базе XeThru технологий. URL: <https://www.xethru.com/> (дата обращения: 10.04.2014).

2. **Будагян И. Ф., Костин М. С.** Радиосенсорный виброметрический локалатор // *Materiały IX Międzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji "Wykształcenie i nauka bez granic — 2013"*. Techniczne nauki. Przemysł.: Nauka i studia, 2013. V. 46. P. 31—35.
3. **Mahafza, Bassem R.** Radar systems & analysis and design using Matlab. USA.: CHAPMAN & HALL/CRC, 2009. 533 p.
4. **Будагян И. Ф., Костин М. С.** Масштабно-временное моделирование сверхкороткоимпульсного виброметрического локалатора // *Materiály X mezinárodní vědecko — praktická conference "Věda a technologie: krok do budoucnosti — 2014"*. Technické vědy. Praha.: Publishing House "Education and Science", 2014. V. 33. P. 65—70.
5. **Костин М. С.** Моделирование системы радиолокационной виброметрии. // *T-comm. Математическое моделирование систем и средств связи*. 2013. № 11. С. 97—101.
6. **Дьяконов В. П.** MATLAB и SIMULINK для радиоинженеров. М.: ДМК Пресс, 2011. 975 с.
7. **Костин М. С.** Моделирование виброметрического СШП радара // *Актуальные проблемы и перспективы развития радиотехнических и инфокоммуникационных систем: Сб. научн. тр. М.: РАДИОИНФОКОМ, 2013. Ч. 1. С. 246—249.*
8. **Костин М. С.** Технологические аспекты радиоволновой виброметрии при неразрушающем контроле несущих конструкций и механизмов радиоэлектронных средств // *Сборник трудов 62-й научно-технической конференции МГТУ МИРЭА. М.: МИРЭА, 2013. С. 111—116.*
9. **Костин М. С.** Экспертная система радиосенсорного сбора данных // *Труды Международной научно-методической конференции "Информатизация инженерного образования" — ИНФОРИНО—2014. М.: Издательство МЭИ, 2014. С. 369—370.*

I. F. Budagyan, D. of Sci., the professor, budif@yandex.ru,
M. S. Kostin, the postgraduate student, mihailkos@mail.ru,
 Moscow State Institute of Radio Engineering, Electronics and Automation (MSTU MIREA)

Vibrodiagnostics Kinematic Schemes of the Devices Precise Mechanics by Method Radiosensory Ultrashort Pulse Phase Deviametry

In this paper the problem of vibrometric research kinematic elements constructions of mechatronic devices, generating in the process of exploitation own mechanical vibrations or modulated external acoustic perturbations of the environment, radiowave methods on the subject vibrometrological diagnostic is considered. The principles of radiosensory ultrashort pulse radiolocation are formulated. The advantages and peculiarities of the considered method are defined. The numerical methods of digital filtering of signals with application of one-dimensional windowed Fourier transform and process the data using cepstral analysis as one of the most effective when assessing acoustomechanical fluctuations are proposed. The implementation of the analytical model of test debug mode radiosensory system vibrometrological complex is presented.

Keyword: diagnostic, vibration resistance, radiowave vibrometric, radiosensory locator, ultrashort pulse, analytical model, the windowed Fourier transform, cepstral analysis, cross-correlation

References

1. **Official'nyj** sajt norvezhskoj kompanii Novelda AS po razrabotke radiosensornyh sistem upravlenija na baze XeThru tehnologij. URL: <https://www.xethru.com/> (date of handling: 10.04.2014).
2. **Budagyan I. F., Kostin M. S.** Radiosensornyj vibrometricheskij lokator. *Materiały IX Międzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji "Wykształcenie i nauka bez granic — 2013"*. Techniczne nauki. Przemysł.: Nauka i studia, 2013. V. 46. P. 31—35.
3. **Mahafza, Bassem R.** Radar systems & analysis and design using Matlab. USA.: CHAPMAN & HALL/CRC, 2009. 533 p.
4. **Budagyan I. F., Kostin M. S.** Mashtabno-vremennoe modelirovanie sverhkorotkoimpul'snogo vibrometricheskogo lokatora. *Materiály X mezinárodní vědecko — praktická conference "Věda a technologie: krok do budoucnosti — 2014"*. Technické vědy. Praha.: Publishing House "Education and Science", 2014. V. 33. P. 65—70.

5. **Kostin M. S.** Modelirovanie sistemy radiolokacionnoj vibrometrii. *T-comm. Matematicheskoe modelirovanie sistem i sredstv svyazi*. 2013. N. 11. P. 97—101.
6. **D'jakonov V. P.** MATLAB i SIMULINK dlja radioinzhenеров. М.: ДМК Пресс, 2011. 975 p.
7. **Kostin M. S.** Modelirovanie vibrometricheskogo UWB radara. *Aktual'nye problemy i perspektivy razvitiya radiotekhnicheskij i infokommunikacionnyh sistem: Sb. nauchn. tr. М.: РАДИОИНФОКОМ, 2013. Ч. 1. P. 246—249.*
8. **Kostin M. S.** Tehnologicheskie aspekty radiovolnovoj vibrometrii pri nerazrushajushhem kontrole nesushhij konstrukcij i mehanizmov radioelektronnyh sredstv. *Sbornik trudov 62-j nauchno-tehnicheskij konferencii MSTU MIREA. Moscow: MIREA, 2013. P. 111—116.*
9. **Kostin M. S.** Jekspertnaja sistema radiosensornogo sbora dannyh. *Trudy Mezhduнародной nauchno-metodicheskij konferencii "Informatizacija inzhenerного obrazovanija" — INFORINO—2014. М.: Izdatel'stvo MEI, 2014. P. 369—370.*

УДК 621.3.089.2, 681.518.3

И. В. Щербань, д-р техн. наук, проф., shcheri@mail.ru,
О. Г. Щербань, канд. техн. наук, доц., **Д. С. Конев**, аспирант,
Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону

Метод слабосвязанной интеграции спутниковой и микроэлектромеханической инерциальной навигационных систем транспортного средства¹

Разработан метод комплексирования измерений спутниковой и микроэлектромеханической инерциальной навигационных систем, позволяющий осуществлять непрерывное оценивание линейных и угловых параметров наземного транспортного средства в реальном времени его движения с достаточной точностью.

Ключевые слова: наземное транспортное средство, интегрированная инерциально-спутниковая навигационная система, слабосвязанный уровень

Введение

Возможности массового внедрения навигационных систем (НС) в практику эксплуатации наземных транспортных средств (ТС) обусловлены тем, что в последнее время созданы бортовые приемники-навигаторы спутниковых навигационных систем (СНС) GPS/ГЛОНАСС, использование которых, в принципе, позволяет решать задачу навигации наземных ТС с требуемой точностью. В настоящее время неразрешенными проблемами автономного использования на борту наземных ТС спутниковых навигаторов являются следующие [1–3].

Во-первых, до сих пор не решена проблема временных деградаций видимого спутникового созвездия, особенно в условиях городской застройки, лесистой или горной местности, когда существенно ухудшаются точностные показатели спутниковых навигационных решений.

Во-вторых, существуют сложности в определении угловых параметров наземных ТС — функций пространственных углов и составляющих вектора абсолютной угловой скорости автомобиля. Известно, что возможность высокоточного определения пространственных разворотов подвижного объекта достигается посредством использования режимов фазовых разностных (интерферометрических) измерений спутниковых систем. Конструктивно это осуществляется за счет дополнительного построения антенной интерферометрической системы на

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках проекта "Создание высокотехнологичного производства по изготовлению информационно-телекоммуникационных комплексов спутниковой навигации ГЛОНАСС/GPS/Galileo" по постановлению Правительства РФ № 218 от 09.04.2010 г.

борту объекта и использования в составе бортовой аппаратуры модуля измерений разностей фаз сигналов. Подобная антенная интерферометрическая система мало того, что значительно увеличивает стоимость бортового оборудования, но и эффективна только при длине базы подвижного объекта более 10 м. Эти факты, очевидно, обуславливают невозможность подобного схемотехнического решения с точки зрения повсеместной реализации его на наземных транспортных средствах.

В-третьих, известно, что дискретность получения измерительной информации от спутников составляет 1...5 с, что не позволяет обеспечить непрерывность оценивания и регистрации параметров движения наземных ТС. В свою очередь, возможность непрерывного оценивания временных функций навигационных параметров наземного ТС в процессе его движения и их высокочастотная регистрация, особенно углов, линейных и угловых скоростей, крайне необходимы в аварийных режимах, например, при дорожно-транспортных происшествиях. Наличие подобной информации, регистрируемой не реже 0,1 с, позволит существенно упростить вопросы анализа конфликтных ситуаций, анализа аварийных режимов функционирования наземных ТС.

Преодоление вышеуказанных проблем традиционно осуществляется на основе совместного использования измерительной информации бортовых спутниковых навигаторов и измерений дополнительных автономных инерциальных датчиков, размещаемых на борту ТС. Применительно к автотранспортной технике элементной системой подобной дополнительной инерциальной навигационной системы (ИНС) может быть лишь система микроэлектромеханических (МЭМС) инерциальных измерителей. Дешевизна платформенных ИНС (БИНС) на

основе технологии МЭМС позволит обеспечить массовое внедрение интегрированных инерциально-спутниковых навигационных систем в автомобильную технику.

Разработан метод слабосвязанного (Loosely Coupled Systems) комплексирования измерений СНС и грубой МЭМС БИНС, позволяющий осуществлять непрерывную оценку линейных и угловых параметров автомобиля с достаточной точностью в реальном времени. Синтезированный на его основе алгоритм не имеет проблем со сходимостью и требует для реализации принципиально меньших вычислительных затрат в сравнении с алгоритмами, основанными на оптимальных стохастических фильтрах.

Ограничениями метода являются условие отсутствия "выбросов" спутниковых измерений на временных интервалах более одной минуты, когда СНС случайным неконтролируемым образом выдают неопознанную недостоверную навигационную информацию, а также допущение, что ТС движется только по автомобильным дорогам, координаты которых отражены в навигационных цифровых картах.

Анализ особенностей решаемой задачи

Существующие методы решения навигационных задач в интегрированных инерциально-спутниковых навигационных системах различаются в зависимости от глубины комплексирования и взаимного использования измерительной информации от СНС и от БИНС. В настоящее время считается, что варианты тесной интеграции, реализуемые на основе методов оптимальной линейной стохастической фильтрации, являются наиболее предпочтительными [1, 4, 5]. Однако на практике оказывается, что применительно к автотранспортной технике подобная интеграция не всегда эффективна, так как, во-первых, синтезируемые алгоритмы имеют значительную вычислительную емкость и, во-вторых, реализуемые фильтры имеют малые запасы устойчивости. Например, в работе [3] показано, что такие фильтры могут иметь порядок от 20 до 70, а в работе [4] приведена оценка сложности вычислений фильтра Калмана в зависимости от размерностей модели объекта и измерительной системы. Показано, что при вышеуказанных размерностях сложность вычислений достигает 10^8 коротких операций (flops) на один шаг фильтрации. Таким образом, в наиболее обремененном режиме обработки измерительной информации от СНС с темпом 1 с подобные навигационные алгоритмы могут быть реализованы лишь высокопроизводительными и, соответственно, дорогостоящими бортовыми вычислителями, что также принципиально затрудняет возможность массового использования интегрированных НС в автомобильной технике.

Расходимость же фильтров традиционно объясняется тем фактом, что работу грубых БИНС на длительных временных интервалах недопустимо

описывать с помощью линейных моделей уравнений ошибок [1, 5]. В работе [5] проблема расходимости фильтра для тесноинтегрированной НС с грубой БИНС решена за счет введения так называемых обратных связей. Здесь в целях минимизации текущих ошибок БИНС в правые части модельных уравнений инерциальной навигации добавляются корректирующие сигналы. Это позволяет списывать ошибки БИНС, так что линейные модели всегда остаются верными и, таким образом, преодолевается проблема неустойчивости фильтра. Но, опять-таки, синтезированный алгоритм характеризуется существенной вычислительной емкостью и относительно длительным временным интервалом сходимости решения — порядка десятков минут.

Итак, очевидно, что для обеспечения требуемой точности навигационного решения необходимо осуществлять не только коррекцию измерений МЭМС БИНС, но и периодическое списание ее погрешностей. Кроме того, необходимо учесть, что кодовые и доплеровские навигационные измерения СНС также имеют случайные погрешности, обусловленные алгоритмически нескомпенсированными ошибками [2]. Тогда понятно, что в рассматриваемом случае простейшая схема раздельной интеграции (Separate Systems), когда автономные спутниковые навигационные решения просто заменяют соответствующую информацию инерциальной системы, также неэффективна.

Метод комплексирования измерений МЭМС БИНС и СНС

Для обеспечения возможности решения задачи принято допущение, что наземное ТС движется только по автомобильным дорогам, координаты которых отражены в навигационных цифровых картах. Для описания движения ТС используются следующие правые системы координат (СК) [2, 6]: референсная СК Пулково, где за отсчетную поверхность принят эллипсоид Красовского; геодезические СК ПЗ-90 и WGS; топоцентрическая СК *OENh*, где положение центра масс (ЦМ) объекта задано геодезическими координатами — высотой места h , широтой φ и долготой λ , связанными с вектором γ нормальной силы тяжести; СК *Sxyz*, связанная с ТС (ССК), совершающая движение вместе с ним и ориентированная следующим образом: ось Sy направлена вдоль продольной оси автотранспортного средства, ось Sz лежит в плоскости (yz) симметрии объекта и перпендикулярна продольной оси, а ось Sx образует правый ортогональный трехгранник.

Без нарушения общности рассуждений и в целях их конкретизации предполагалось, что на ТС используется наиболее распространенная, грубая и относительно дешевая микроэлектромеханическая БИНС, построенная на трех акселерометрах и трех датчиках угловой скорости (ДУС). Приемник спут-

никовой системы реализует при этом только кодовые измерения.

Выходными навигационными параметрами задачи являются широта φ и долгота λ положения наземного ТС на поверхности Земли, его модуль скорости V_m , а также углы курса K , продольных ψ и боковых θ наклонов ТС.

Метод основан на классической последовательности предсказания—коррекции [1, 3, 5]. В классическом предикторном блоке [1, 3, 5] при этом осуществляется решение навигационной задачи БИНС. В корректорном блоке на основе минимизации невязок относительно траектории дороги расчетных значений инерциальной системы и измеренных значений спутниковой системы осуществляется привязка местоположения ТС к карте. Далее по характеристикам текущего участка дороги рассчитываются параметры, являющиеся начальными для следующего такта решения навигационной задачи БИНС в предикторном блоке. Такое построение вычислений исключает накопление ошибок БИНС.

Навигационные сообщения СНС формируются в общем случае в неэвидистантные моменты времени $\dots t_{j-1}, t_j, t_{j+1}, \dots$ [2, 3]. Соответственно, на временных интервалах $T_k = t_j - t_{j-1}$ решается навигационная задача БИНС с темпом $T_0 \ll T_k$, определяемым из трудоемкости задач и производительности бортового вычислителя ТС. Таким образом, в предикторном блоке выполняется $k = T_k/T_0$ итерационных циклов решения навигационной задачи БИНС, где кроме $\varphi, \lambda, K, \theta$ и ψ также вычисляются текущие значения высоты места ТС h , восточная V_E , северная V_N и вертикальная V_h составляющие линейной скорости ТС относительно Земли. Измеренные БИНС составляющие n_x, n_y, n_z вектора \mathbf{n} кажущегося ускорения автомобиля на оси ССК и составляющие $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ вектора $\boldsymbol{\omega}$ угловой скорости его вращения поступают с темпом T_0 .

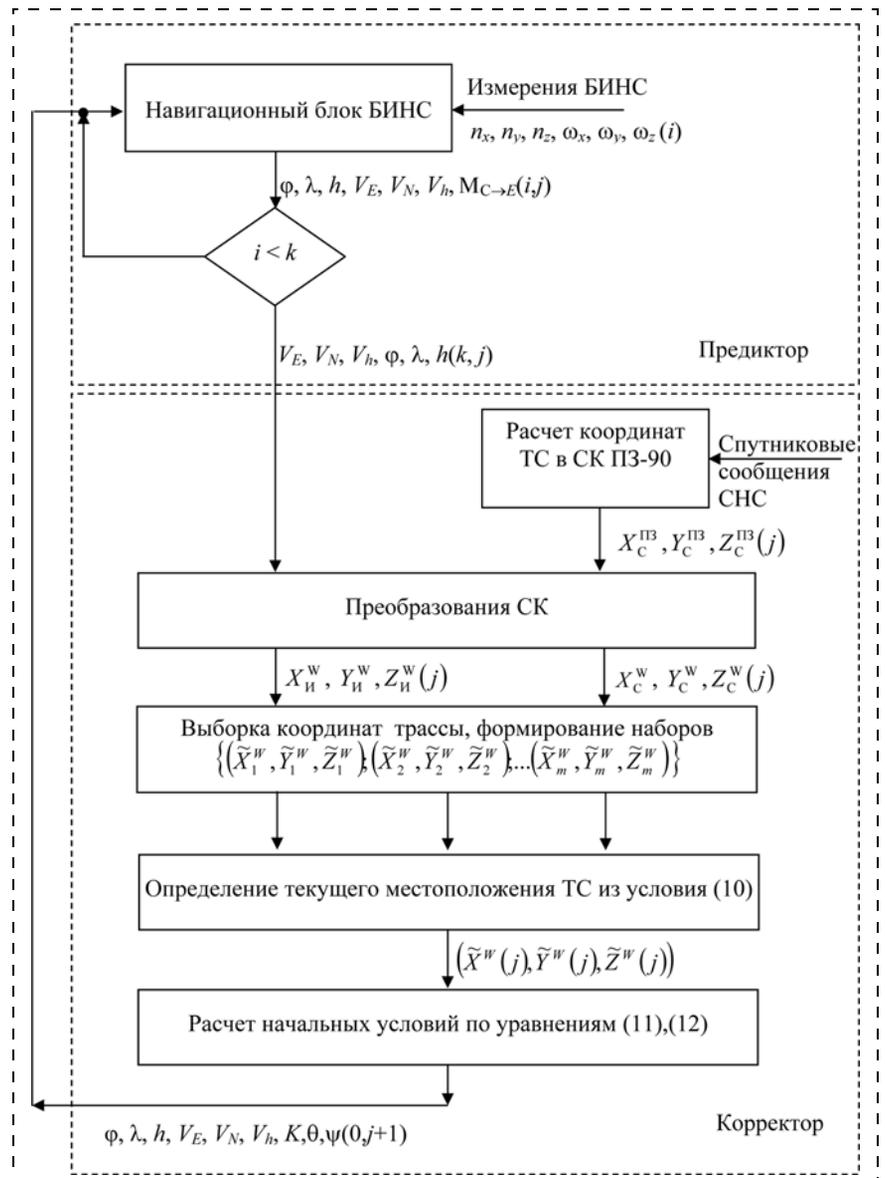
На j -м такте $[t_{j-1}; t_j]$ начальные условия $K, \theta, \psi, V_E, V_N, V_h, \varphi, h, \lambda(0, j)$ (здесь и далее принято, что аргументы (в данном случае $(0, j)$), относятся ко всем перечисленным переменным) для первого итерационного цикла предикторного блока рассчитываются в предыдущем $(j-1)$ -м такте в корректорном блоке (см. рисунок). Каждый i -й ($i = \overline{1, k}$) цикл предикторного блока включает следующую последовательность действий.

Вначале выполняется интегрирование матричного дифференциального уравнения Пуассона для определения компонент матрицы $\mathbf{M}_{C \rightarrow E}(i, j)$ перехода из ССК в геодезическую СК ENh [6]:

$$\dot{\mathbf{M}}_{C \rightarrow E} = \mathbf{M}_{C \rightarrow E} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_\gamma \mathbf{M}_{C \rightarrow E}, \quad (1)$$

где $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$ — кососимметрическая матрица, формируемая по текущим измерениям ДУСов;

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_\gamma = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_h & \omega_N \\ \omega_h & 0 & -\omega_E \\ -\omega_N & \omega_E & 0 \end{bmatrix}; \quad \omega_E = -\frac{V_N}{R_\varphi}; \quad \omega_N = \Omega \cos \varphi + \frac{V_E}{R_\lambda};$$



Блок-схема алгоритма

$$\omega_h = \Omega \sin \varphi + \frac{V_E}{R_\lambda} \operatorname{tg} \varphi; R_\varphi = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} + h;$$

$$R_\lambda = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} + h;$$

$$\mathbf{M}_{C \rightarrow E} = \begin{bmatrix} \cos K \cos \theta + \sin K \sin \psi \sin \theta & \sin K \cos \theta & \cos K \sin \theta - \sin K \sin \psi \cos \theta \\ -\sin K \cos \theta + \cos K \sin \psi \sin \theta & \cos K \cos \theta & -(\sin K \sin \theta + \cos K \sin \psi \cos \theta) \\ -\cos \psi \sin \theta & \sin \psi & \cos \psi \cos \theta \end{bmatrix};$$

Ω — угловая скорость суточного вращения Земли; a, e — параметры эллипсоида Красовского.

При вычислении текущих значений компенсационных ускорений $a_E, a_N, a_h(i, j)$ пренебрегаем изменением вектора гравитационного ускорения на такте T_0 и в расчетах используем значения $\varphi, \lambda, V_N, V_E, R_\varphi, R_\lambda(i-1, j)$, полученные на предыдущем шаге или полученные в предыдущем $(j-1)$ -м такте корректорного блока, если $i=1$. Для этого вначале вычисляется значение ускорения свободного падения на поверхности эллипсоида γ_ε :

$$\gamma_\varepsilon = \frac{a\gamma_e \cos^2 \varphi + b\gamma_p \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (2)$$

где γ_e, γ_p — значения ускорения свободного падения на земном экваторе и полюсе, равные $\gamma_e = 9,780$; $\gamma_p = 9,832$ (м/с²). По значению γ_ε рассчитываются составляющие вектора \mathbf{g} , представляющего собой сумму вектора γ нормальной силы тяжести и вектора аномалии силы тяжести $\Delta \mathbf{g}$:

$$g_E = -\gamma_\varepsilon \eta_g; g_N = -\gamma_\varepsilon \xi_g; g_h = \gamma_\varepsilon + \Delta g_h, \quad (3)$$

где η_g, ξ_g — восточная и северная составляющие уклонения отвесной линии; Δg_h — проекция соответствующего вектора на геодезическую вертикаль (ось h).

Тогда

$$\begin{aligned} a_E &= V_h(2\Omega + \dot{\lambda}) \cos \varphi - V_N(2\Omega + \dot{\lambda}) \sin \varphi + g_E; \\ a_N &= V_E(2\Omega + \dot{\lambda}) \sin \varphi + V_h \dot{\varphi} + g_N; \\ a_h &= g_h - V_E(2\Omega + \dot{\lambda}) \cos \varphi - V_N \dot{\varphi}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{где } \dot{\varphi} = \frac{V_N}{R_\varphi}; \dot{\lambda} = \frac{V_E}{R_\lambda \cos \varphi}.$$

По измеряемым акселерометрами текущим значениям n_x, n_y, n_z вычисляются составляющие

$$\begin{bmatrix} n_E \\ n_N \\ n_h \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{C \rightarrow E}(i, j) \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix}, \quad (5)$$

и, окончательно, находятся ускорения ТС в геодезической СК в i -м итерационном цикле:

$$\dot{V}_E = n_E - a_E; \dot{V}_N = n_N - a_N; \dot{V}_h = n_h - a_h. \quad (6)$$

Текущие скорости и координаты ТС определяются из следующих уравнений:

$$\begin{aligned} V_E(i, j) &= V_E(i-1, j) + \int_{T_0} \dot{V}_E(\tau) d\tau; \\ V_N(i, j) &= V_N(i-1, j) + \int_{T_0} \dot{V}_N(\tau) d\tau; \\ V_h(i, j) &= V_h(i-1, j) + \int_{T_0} \dot{V}_h(\tau) d\tau; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \varphi(i, j) &= \varphi(i-1, j) + \int_{T_0} \frac{V_N(\tau)}{R_\varphi(\tau)} d\tau; \\ \lambda(i, j) &= \lambda(i-1, j) + \int_{T_0} \frac{V_E(\tau)}{R_\lambda(\tau) \cos \varphi(\tau)} d\tau; \\ h(i, j) &= h(i-1, j) + \int_{T_0} V_h(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, начальными условиями для выполнения теперь уже коррекции на j -м такте являются навигационные параметры $V_E, V_N, V_h, \varphi, \lambda, h(k, j)$, рассчитанные по уравнениям (11) в k -м цикле этого j -го такта, а также координаты ТС в СК ПЗ-90 $X_c^{\text{ПЗ}}, Y_c^{\text{ПЗ}}, Z_c^{\text{ПЗ}}(j)$, рассчитываемые по измерениям СНС с темпом T_k . (Далее для обозначения навигационных параметров, рассчитываемых по спутниковым измерениям, используется индекс "с", а для рассчитываемых по измерениям БИНС — индекс "и".) В ходе коррекции осуществляется сравнение этих групп навигационных параметров, формируемых по измерениям БИНС и СНС, с координатами трассы. Для этого, в первую очередь, выполняются преобразования систем координат.

Преобразование выходных данных предикторного блока из СК Пулково в СК WGS выполняется в три этапа. Вначале выполняется переход из геодезических координат в декартовы координаты СК Пулково в соответствии с уравнениями

$$\begin{aligned} X^\Pi(k, j) &= (W + h) \cos \varphi \cos \lambda; \\ Y^\Pi(k, j) &= (W + h) \cos \varphi \sin \lambda; \\ Z^\Pi(k, j) &= (W(1 - e^2) + h) \sin \varphi, \end{aligned} \quad (9)$$

где $W(k, j) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$ — радиус кривизны пер-

вого вертикала, а затем выполняется переход из декартовых координат Пулково в декартовы координаты ПЗ-90 и, далее, в СК WGS $X_i^W, Y_i^W, Z_i^W(j)$ по известным уравнениям [2, 5, 6]. Одновременно выполняется расчет и по спутниковым сообщениям декартовых координат в СК WGS $X_c^{\text{ПЗ}}, Y_c^{\text{ПЗ}}, Z_c^{\text{ПЗ}}(j)$.

В результате получаем две группы координат ТС в СК WGS в одноименные моменты времени t_j , но

формируемые по результатам работы разнородных навигационных систем: МЭМС БИНС — $X_{и}^W, Y_{и}^W, Z_{и}^W(j)$ и СНС — $X_{с}^W, Y_{с}^W, Z_{с}^W(j)$.

Далее учтено, что ТС может совершать движение только по дорогам, координаты которых отражены в навигационных цифровых картах свободного доступа. Вначале выполняется выборка группы из m наборов координат $\{(\tilde{X}_1^W, \tilde{Y}_1^W, \tilde{Z}_1^W); (\tilde{X}_2^W, \tilde{Y}_2^W, \tilde{Z}_2^W); \dots; (\tilde{X}_m^W, \tilde{Y}_m^W, \tilde{Z}_m^W)\}$, описывающих в СК WGS траекторию дороги в окрестности возможного местоположения ТС. Величина выборки определяется точностью работы СНС. Экспериментальные исследования показали, что при штатном функционировании СНС достаточным является интервал выбираемого участка дороги в ± 50 м относительно возможного местоположения ТС.

Необходимо также отметить следующее. Традиционно в навигационных цифровых картах свободного доступа (например, OpenStreetMap) используется кусочно-линейная аппроксимация дорог, и длины аппроксимирующих отрезков, соответственно, определяются формой траектории. При реализации выборки необходимо переходить к фиксированному шагу изменения расстояния между соседними наборами координат в выбираемой группе.

За действительное текущее местоположение ТС принимается такая тройка координат дороги $(\tilde{X}^W(j), \tilde{Y}^W(j), \tilde{Z}^W(j))$ из вышеназванной выборки, которая удовлетворяет условиям

$$\min_{\Delta R_{и}, \Delta R_{с}} \left\langle \Delta R_{и} = \min_{(\tilde{X}_s^W, \tilde{Y}_s^W, \tilde{Z}_s^W)} \{\Delta R_{и}(s)\}; \right. \\ \left. \Delta R_{с} = \min_{(\tilde{X}_s^W, \tilde{Y}_s^W, \tilde{Z}_s^W)} \{\Delta R_{с}(s)\} \right\rangle, \quad (10)$$

где $s = \overline{1, m}$;

$$\Delta R_{НС}(s) = \sqrt{(X_{НС}^W - \tilde{X}_s^W)^2 + (Y_{НС}^W - \tilde{Y}_s^W)^2 + (Z_{НС}^W - \tilde{Z}_s^W)^2};$$

НС = и, с.

Для исключения накопления ошибок БИНС далее рассчитываются начальные условия для первого итерационного цикла предикторного блока последующего $(j + 1)$ -го такта. Для этого осуществляется обратный перевод найденных согласно (10) координат из СК WGS в декартовые координаты Пулково, а затем и в геодезические координаты. Именно по формируемым таким образом значениям

$\varphi, h, \lambda(0, j + 1)$ и находятся составляющие скорости из уравнений:

$$V_E(0, j + 1) = \Delta\lambda \left(\frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)}} + h \right) \cos \varphi;$$

$$V_N(0, j + 1) = \Delta\varphi \left(\frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} + h \right); \quad (11)$$

$$V_h(0, j + 1) = \frac{h(0, j + 1) - h(0, j)}{T_k},$$

где $\Delta\lambda = \frac{\lambda(0, j + 1) - \lambda(0, j)}{T_k}$; $\Delta\varphi = \frac{\varphi(0, j + 1) - \varphi(0, j)}{T_k}$.

Окончательное определение начальных данных для итерационной схемы завершается расчетом углов, используемых для построения начальной матрицы $\mathbf{M}_{C \rightarrow E}(0, j + 1)$. За начальный угол курса ТС при этом принимается угол курса текущего участка дороги, начальный угол θ считается равным нулю, а угол ψ рассчитывается как

$$\psi(0, j + 1) = \arcsin \left(\frac{V_h}{\sqrt{V_E^2 + V_N^2 + V_h^2}} \right). \quad (12)$$

Блок-схема алгоритма представлена на рисунке.

Моделирование и экспериментальные исследования

В целях повышения качества сравнительного численного анализа моделировались те же условия функционирования ТС, что и рассмотренные в работе [6] в примере для полного созвездия СНС и грубой БИНС.

Моделирование спутникового сегмента СНС и, соответственно, измерений кодовых псевдодальностей не проводилось. В качестве сообщений СНС рассматривались действительные координаты моделируемого движения ТС в ПЗ-90, но подверженные наложению аддитивного шума с среднеквадратичным отклонением (СКО) 3 м. Это позволило имитировать характерный для полного созвездия процесс спутниковых измерений координат ТС [2, 5].

Моделирование выходных сигналов датчиков БИНС выполнялось следующим образом. Были реализованы типовые алгоритмы измерений БИНС и определены "эталонные" функции $n_x, n_y, n_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z(t)$ без учета шумовых составляющих датчиков с дискретностью 0,1 с. Последующее решение детерминированных уравнений (3)–(8) осуществлялось с тем же шагом. Найденные таким образом эволюции навигационных параметров ТС сравнивались с исходными функциями, определяющими его движение. В итоге вышло, что восстановленные по "измерениям" и исходные навигационные параметры ТС отличались на 2...5 %. Такие ошибки являются методическими и объясняются тем, что ими-

тируемые дискретные выходные значения датчиков БИНС в схеме численного интегрирования в течение шага интегрирования являются постоянными и не пересчитываются. За счет соответствующего выбора шага интегрирования и, следовательно, частоты съема измерений БИНС данная методическая погрешность может быть практически сведена к нулю. Например, уменьшение шага интегрирования на порядок приводило к уменьшению вышеозначенных методических ошибок приблизительно в 8...9 раз.

Далее на "эталонные" измерения БИНС также накладывали аддитивный белый шум, где значения шумовых составляющих определялись из технических характеристик МЭМС датчиков L3G42000D (ДУСов) и LSM303DLH (акселерометров). Систематические погрешности датчиков, обусловленные влиянием температуры, нестабильностью источников питания и аналогичными факторами, как и в работе [5], не задавались.

При моделировании были выполнены десятки реализаций, что позволило сделать следующие выводы.

Во-первых, наблюдалось практически полное соответствие полученных результатов определения навигационных параметров ТС результатам, представленным в работе [5]. Так, на конечный момент времени абсолютно равными оказались СКО по координатам — 3 м. СКО модуля скорости при моделировании были равны 0,23 м/с, тогда как в работе [5] — 0,2 м/с. При расчете угловых характеристик в работе [5] азимутальная ошибка (ошибка угла курса) оказалась на порядок больше ошибок построения вертикали и СКО равнялось 50'. Это объяснялось плохой наблюдаемостью азимутальной ошибки при прямолинейном движении. При моделировании же точность определения угла курса характеризовалась СКО менее 30', что объясняется привязкой решения, формируемого на каждом такте коррекции, к действительному значению азимута текущего участка дороги.

Кроме того, оказалось, что при выборе решения из условия (10) не всегда точность местоопределения ТС по данным СНС была выше точности МЭМС БИНС.

Во-вторых, реализованный алгоритм не имеет проблем со сходимостью и требует для реализации принципиально меньших вычислительных затрат в сравнении с алгоритмами, основанными на оптимальных стохастических фильтрах. Впоследствии оказалось, что для непрерывного оценивания и регистрации параметров ТС с дискретностью 0,1 с достаточным является использование вычислителя с производительностью всего 1,25 DMIPS/МГц.

Для экспериментальных натурных исследований были выбраны следующие инструментальные средства. БИНС выполнена на относительно дешевых МЭМС микросхемах LSM303DLH (содержит три акселерометра) и L3G42000D (три ДУСа), а приемник спутниковой системы реализован на

навигационном модуле Геос-3М. Вычислительный модуль, обеспечивающий решение всех необходимых в этом случае задач, реализован на основе микроконтроллера STM32F407. Движение автомобиля осуществлялось по размеченному заранее маршруту с формой, близкой к окружности.

Ожидалось, что модельные точностные показатели в ходе экспериментальных исследований должны ухудшаться, что объяснялось наличием неучтенных в алгоритме систематических погрешностей датчиков вследствие нестабильности питания, температурных факторов. Наличие подобных неучтенных составляющих как раз и обуславливает расходимость фильтров. Например, в работе [5] влияние подобных факторов вообще не рассматривалось, а в работе [7] для компенсации систематических погрешностей измерителей в вектор состояния включались параметры, характеризующие уходы нулей гироскопов. В рассмотренном алгоритме подобный подход принципиально не реализуем. Поэтому осуществлялись попытки предварительного определения функциональных зависимостей смещений нуля датчиков от температуры. Однако известно, что подобные модели нестационарные, зависят от времени эксплуатации, а проведение регулярных калибровок БИНС в условиях эксплуатации автотранспортных средств невозможно. Поэтому при экспериментальных исследованиях использовались упрощенные линейные модельные зависимости, позволяющие лишь частично скомпенсировать температурные систематические смещения МЭМС измерителей БИНС. Также использовались дополнительные высокостабильные источники питания. Оценивались только координатные параметры, причем как в конечной точке маршрута, так и в промежуточных его точках. В результате оказалось, что с точностью до погрешностей натурных измерений местоположения автомобиля результаты натурных экспериментов соответствуют результатам численного моделирования.

Заключение

Разработанный метод интеграции грубой МЭМС БИНС и СНС позволяет избежать накопления ошибок и имеет точность, сравнимую с точностью методов, основанных на оптимальной линейной стохастической фильтрации. Но алгоритм решения при этом не имеет проблем со сходимостью, требует минимальных вычислительных затрат на реализацию и обеспечивает непрерывное оценивание линейных и угловых параметров ТС. Таким образом, обеспечивается возможность эффективного комплексования грубой и относительно дешевой БИНС на основе МЭМС-технологии с приемной аппаратурой спутниковой навигации ТС и, соответственно, возможность массового использования интегрированных СНС в автомобильной технике. Использование таких интегрированных СНС позволит существенно упростить вопросы анализа кон-

фликтных ситуаций, аварийных режимов функционирования наземных ТС.

Ограничениями метода являются условие отсутствия "выбросов" спутниковых измерений на временных интервалах более одной минуты, когда СНС случайным неконтролируемым образом выдают непознанную недостоверную навигационную информацию, а также допущение, что ТС движется только по автомобильным дорогам, координаты которых отражены в навигационных цифровых картах.

Список литературы

1. Голован А. А., Парусников Н. А. Математические основы навигационных систем. Ч. I. Математические модели инерциальной навигации. 2-е изд. М.: МГУ, 2010. 126 с.

2. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

3. Фокин Л. А., Шипицын А. Г. Методы пространства состояний в задаче синтеза слабосвязанной инерциально-спутниковой навигационной системы // Вестник ЮУрГУ. 2006. № 14. С. 148–155.

4. Grewal M. S., Andrews A. P. Application of Kalman Filtering to GPS, INS, and Navigation (Notes), Kalman Filtering Consulting Associates. Anaheim: CA, 2000. 401 p.

5. Демидов О. В. Задача тесной интеграции систем ГЛОНАСС и GPS с ИНС разных классов точности: Дисс. на соиск. степ. канд. физ.-мат. наук. М., 2009. 139 с.

6. Щербань И. В., Щербань О. Г., Конев Д. С. Обобщенная модель подвижного объекта для реализации тесной интеграции разнородных навигационных систем // Автоматизация и современные технологии. 2013. № 2. С. 24–29.

7. Морозов А. С. Анализ и синтез алгоритма обработки информации в интегрированной инерциально-спутниковой навигационной системе наземного автотранспорта: Дисс. на соиск. степ. канд. технич. наук. М., 2009. 155 с.

I. V. Shcherban, Professor of the Department, shcheri@mail.ru, O. G. Shcherban, Associate professor, D. S. Konev, Graduate student, Southern Federal University, Rostov-on-Don

The Loosely Coupled Integration Method for the Satellite and Microelectromechanical Strapdown Inertial Navigation Systems of the Automotive Vehicle

The Loosely Coupled integration method of a satellite and microelectromechanical (MEMS) strapdown inertial navigation systems (SINS) for the automotive vehicle has been developed. This method allows the continuous estimation of linear and angular parameters of a automotive vehicles in real time with a sufficient accuracy.

The realized method is universal for any of the inertial sensors lower class of accuracy and accordingly the cost. It has no problems with convergence and requires a fundamentally lower computational costs in comparison with algorithms, based on the stochastic optimal filters.

Thus it is possible to effectively integrate the rough and relatively inexpensive MEMS SINS with the satellite navigation system. So the possibility of mass use of integrated inertial-satellite navigation systems in automotive vehicles has been realized.

The practical application of the developed method for the integrated inertial-satellite navigation systems will greatly simplify the analysis of the emergency functioning of a automotive vehicles and conflict analysis in the case of several automotive vehicles.

The results of simulation modeling and pilot experience are given, which confirm the efficiency of the synthesized method.

Keywords: automotive vehicle, integrated inertial-satellite navigation system, loosely coupled system

References

1. Golovan A. A., Parusnikov N. A. Matematicheskie osnovy navigatsionnykh sistem. Ch. I. Matematicheskie modeli inertsiyal'noy navigatsii. 2-e izd. M.: MGU, 2010. 126 p.

2. ГЛОНАСС. Printsipy postroeniya i funktsionirovaniya / Pod red. A. I. Perova, V. N. Kharisova. M.: Radiotekhnika, 2010. 800 p.

3. Fokin L. A., Shchipitsyn A. G. Metody prostranstva sostoyaniy v zadache sinteza slabosvyazannoy inertsiyal'no-sputnikovoy navigatsionnoy sistemy. Vestnik YuUrGU. 2006. N. 14. P. 148–155.

4. Grewal M. S., Andrews A. P. Application of Kalman Filtering to GPS, INS, and Navigation (Notes), Kalman Filtering Consulting Associates. Anaheim: CA, 2000. 401 p.

5. Demidov O. V. Zadacha tesnoy integratsii sistem GLONASS i GPS s INS raznykh klassov tochnosti: diss. na soisk. step. kand. fiz.-mat. nauk. M., 2009. 139 p.

6. Shcherban' I. V., Shcherban' O. G., Konev D. S. Obobshchennaya model' podvizhnogo ob'ekta dlya realizatsii tesnoy integratsii raznorodnykh navigatsionnykh sistem. Avtomatizatsiya i sovremennyye tekhnologii. 2013. N. 2. P. 24–29.

7. Morozov A. S. Analiz i sintez algoritma obrabotki informatsii v integrirovannoy inertsiyal'no-sputnikovoy navigatsionnoy sisteme nazemnogo avtotransporta: diss. na soisk. step. kand. tekhnich. nauk. M., 2009. 155 p.

Алгоритмическое и программное обеспечение задачи оценки параметров навигационной системы автономного автомобиля

Разработаны алгоритмы оценки параметров навигационной системы на основе различных линеаризаций фильтра Калмана. Представлена архитектура программной системы навигации автономного автомобиля. Система навигации является много-режимной и может переключаться между режимами, варьируя точность и загрузку центрального процессора системы. Различные режимы соответствуют различным реализациям фильтра Калмана, а также различным моделям движения. Архитектура системы описана с помощью унифицированного языка моделирования (UML).

Ключевые слова: автономный автомобиль, навигационная система, оценка состояния, фильтр Калмана, штатный и нештатный режимы

Введение

Несколько лет назад задача создания автономного автомобиля [1, 2] находилась на стадии лабораторных исследований. Для стимуляции этого процесса проводились и продолжают проводиться соревнования автономных автомобилей, например, DARPA Urban Challenge [3] или Grand Cooperative Driving Challenge.

В настоящее время процесс перешел в стадию промышленной разработки. Многие автопроизводители обещают выпуск своих версий автономного автомобиля в течение десятилетия. Основную сложность представляют задача распознавания окружающего пространства за счет использования сенсоры автомобиля [4] и задача точной привязки автомобиля к существующей карте местности [5]. Важной составной частью второй задачи является проблема наиболее точного определения координат, углов, скоростей и ускорений навигационной системой автомобиля.

Особенности оценки вектора состояния автомобиля

В лабораторных условиях возможно использование различных навигационных систем [6], однако в случае автомобиля, перемещающегося в условиях открытого пространства, целесообразно использование систем глобального спутникового позиционирования (GPS и ГЛОНАСС). Поскольку точность подобных систем не всегда достаточна для решения задач позиционирования автомобиля, в навигационную систему добавляют инерциальный блок, состоящий из трехосевого акселерометра и трехосевого гироскопа. В то же время для позиционирования исключительно с помощью инерциальной системы требуется ее высокая точность и, следовательно, стоимость, что исключает такой подход при серийном использовании. Таким образом, оптимальным является совместное применение обеих систем (рис. 1, см. третью сторону обложки).

Использование различных типов сенсоров ставит перед разработчиком навигационной системы автомобиля задачу комплексирования данных. Одним

из наиболее удобных и часто используемых инструментов решения этой задачи является фильтр Калмана [7]. Он позволяет объединять данные, поступающие на различной частоте, легко варьировать веса различных измерений, а также менять модель оценки в зависимости от изменения окружающих условий.

Как правило, движение автомобиля характеризуется отсутствием проскальзывания колес, что позволяет вводить некоторые ограничения на модель движения и, тем самым, добиваться более точной оценки. Такой режим движения автомобиля будем называть штатным. Однако очевидно, что условие отсутствия проскальзывания колес выполняется в реальных условиях не всегда. В этом режиме, который мы назовем нештатным, необходимо применение другой модели движения, которая удовлетворяет соответствующим условиям.

Использование фильтра Калмана для оценки вектора состояния системы с большим числом параметров может приводить к высокой нагрузке на процессор вычислительной системы, особенно в случае большой частоты поступления входных данных. В лабораторных условиях есть возможность не экономить вычислительные ресурсы за счет использования мощных компьютеров. В то же время, для задач, предполагающих выпуск серийного продукта, оптимизация пути решения поставленной задачи дает возможность использовать вычислительный комплекс меньшей мощности и, следовательно, ведет к уменьшению себестоимости.

Модель движения автомобиля в штатном и нештатном режимах

Будем считать, что автомобиль движется в трехмерном пространстве. Выберем локальную навигационную систему, привязанную к месту действия автомобиля. Будем считать автомобиль твердым телом, в этом случае автомобиль будет иметь шесть степеней свободы: координаты некоторой фиксированной точки автомобиля A и три угла Крылова — тангаж, крен, курс.

В большинстве случаев автомобиль движется в штатном режиме, и на модель движения разумно наложить следующее неголономное ограничение. Если выбрать точку A в середине оси задних колес автомобиля, то можно считать, что скорость автомобиля направлена перпендикулярно задней оси вдоль его продольной оси. Это позволит, во-первых, оценить более точно угол тангажа автомобиля, во-вторых, оценить угол курса. Причем это единственный способ оценить угол курса при использовании набора сенсоров GPS/ГЛОНАСС, инерциального модуля с низкой или средней точностью.

В этом случае кинематическая модель движения автомобиля будет выглядеть следующим образом:

$$\dot{x} = Cve_x;$$

$$\dot{y} = a;$$

$$\dot{a} = \xi_a;$$

$$\dot{\alpha}_1 = \omega_1 + \sin\alpha_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 \cdot \omega_2 + \cos\alpha_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_2 \cdot \omega_3;$$

$$\dot{\alpha}_2 = \cos\alpha_1\omega_2 - \sin\alpha_1\omega_3;$$

$$\dot{\alpha}_3 = \frac{\sin\alpha_1}{\cos\alpha_2}\omega_2 + \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2}\omega_3;$$

$$\dot{\omega} = \xi_\omega,$$

где x — вектор положения точки A в локальной системе координат; v — скаляр, равный линейной скорости тела; e_x — единичный вектор, направленный по оси X системы координат, связанной с телом; a — скаляр, равный тангенциальной составляющей линейного ускорения автомобиля; C — матрица преобразования из системы координат, связанной с телом, в локальную систему координат; ω — вектор угловой скорости автомобиля; ξ_a и ξ_ω — случайные процессы, характеризующие изменение ускорения и угловой скорости соответственно.

Однако в некоторых случаях подобное неголономное ограничение некорректно, например, автомобиль может уйти в занос, т. е. перейти в нештатный режим. В этом случае разумно оставить неголономное ограничение по вертикальной оси, но временно снять ограничение по поперечной оси, вернув его, как только восстановится штатный режим движения автомобиля. Вторая кинематическая модель получается из первой заменой первого уравнения на уравнение

$$\dot{x} = C(v e_x + v_y e_y)$$

и добавлением пары уравнений:

$$\dot{v}_y = a_y;$$

$$\dot{a}_y = \xi_{a_y},$$

где v_y — вертикальная составляющая скорости автомобиля; a_y — вертикальная составляющая ускорения; e_y — единичный вектор, направленный по оси Y системы координат, связанной с телом; ξ_{a_y} —

случайный процесс, характеризующий изменение вертикальной составляющей угловой скорости.

О том, находится ли автомобиль в заносе и какую модель лучше использовать в данный момент, можно судить, например, по информации от датчиков скорости вращения колеса. Сопоставление скорости вращения колеса, скорости от системы глобального позиционирования и угловой скорости от гироскопов позволяет определить, находится ли колесо в контакте с поверхностью, либо проскальзывает.

Варианты фильтра Калмана для оценки состояния автомобиля

Как уже было сказано, для оценки положения автомобиля мы будем использовать фильтр Калмана. Существует несколько различных модификаций фильтра, позволяющих получить оценку состояния системы с разной точностью, используя различное количество системных ресурсов. В предлагаемой навигационной системе автомобиля будут использоваться три варианта фильтра Калмана:

1) *линеаризованный фильтр Калмана* [8], который наименее требователен к ресурсам, но позволяет получить хорошую оценку только вблизи заданной траектории;

2) *расширенный фильтр Калмана* [9], который позволяет получить более точную оценку состояния системы, но при этом требует больших вычислительных ресурсов;

3) *итерационный расширенный фильтр Калмана* [9], который позволяет получить более точную оценку, чем расширенный фильтр, но требует еще большего количества вычислительных ресурсов.

В качестве примера покажем, как с помощью расширенного фильтра Калмана получить оценку вектора состояния автомобиля для штатного и нештатного режимов. Здесь оценка состояния автомобиля включает два этапа: этап прогноза и этап коррекции.

Программная реализация системы оценки состояния автомобиля

На основе вышеизложенного можно сформулировать следующие требования к программной реализации навигационной системы. Программный комплекс должен позволять:

1) принимать и обрабатывать данные сенсоров;

2) выдавать по запросу координаты и скорости автомобиля;

3) непосредственно в процессе работы переключать модели движения в зависимости от типа движения автомобиля;

4) непосредственно в процессе работы переключаться между различными реализациями фильтра Калмана в зависимости от требуемой точности и текущей нагрузки на вычислительный комплекс автомобиля.

Реализация первых двух требований не представляет какой-либо сложности. Рассмотрим более

подробно, как программный комплекс реализует выполнение последних двух требований.

Для описания структуры программного комплекса используем унифицированный язык моделирования UML [10]. UML — это язык графического описания для объектного моделирования в области разработки программного обеспечения. UML обладает большим набором различных диаграмм, позволяющих с разных сторон показать взаимодействие компонентов программного обеспечения. Нам понадобятся два вида диаграмм:

- диаграмма классов, которая демонстрирует классы системы, их атрибуты, методы и взаимосвязи между ними;
- диаграмма последовательности, на которой показано взаимодействие объектов, упорядоченное по времени, с отражением продолжительности обработки и последовательности их проявления.

На диаграмме классов (рис. 2, см. третью сторону обложки) видно, что все классы реализации можно разделить на четыре группы:

1) *классы моделей*, куда относятся модели для обоих возможных режимов движения автомобиля. Все классы группы объединены общим интерфейсным классом IKFModel, позволяющим работать с ними по единому образцу;

2) *классы теорий*, куда относятся классы, представляющие теорию расширенного фильтра Калмана и теорию линеаризованного фильтра. Члены этой группы аналогично объединены общим интерфейсом IKFTheory. Поскольку формулы, используемые в расширенном фильтре Калмана и в итерационном расширенном фильтре Калмана, идентичны, оба метода используют единый класс теории KFTheoryExtended;

3) *классы реализаций*, куда входят классы KFImplementationBase и KFImplementationIterated, которые выполняют функции формирования запросов для классов, относящихся к первым двум группам. Разница между расширенным фильтром Калмана и итерационным расширенным фильтром Калмана состоит в порядке применения формул, что ото-

бражено в разнице классов KFImplementationBase и KFImplementation Iterated. Оба класса объединены интерфейсом IKFImplementation;

4) *класс менеджера*, который осуществляет общие функции по созданию объектов и формированию связей между ними.

Таким образом, реализация действующей навигационной системы состоит из объекта класса менеджера и одного объекта из каждой из первых трех групп. Класс менеджера передает им поступающие данные с датчиков навигационной системы для оценки состояния автомобиля. Также, при необходимости, он может подменять объекты одного класса на объекты другого, находящегося в той же группе, для выполнения более точных вычислений либо управления ресурсами системы.

Особенности использования программного комплекса

Рассмотрим, как выглядит процесс оценки состояния системы при получении новых данных. Для этого посмотрим на диаграмму последовательности, написанную также на языке моделирования UML.

На диаграмме (рис. 3, см. третью сторону обложки) приведены не все элементы. Поскольку в системе одновременно задействованы только по одному объекту из каждой группы, то для отображения взаимодействия объектов в процессе оценки состояния системы мы отобразим по одному объекту из каждой группы. На диаграмме показана реализация для расширенного фильтра Калмана.

Объект реализации при получении данных посредством запросов объекту модели подготавливает данные для этапа прогноза, т. е. формирует матрицу частных производных F и функцию движения $f()$. Сформированные данные передаются в объект теории для выполнения этапа прогноза и обновления вектора состояния и матрицы ковариаций. Далее объект реализации аналогично поступает для формирования матрицы H и функции $h()$ и выполнения этапа коррекции. Таким образом, в четыре этапа объект реализации обновляет данные о состоянии системы.

В случае применения итерационного расширенного фильтра Калмана, т. е. использования объекта класса KFImplementationIterated, этап формирования матрицы H и функции $h()$ и выполнения этапа коррекции повторяется несколько раз до достижения требуемой точности.

Теперь рассмотрим диаграмму последовательности при попытке системы высвободить вычислительные ресурсы, т. е. переключении работы навигационной системы с расширенного фильтра Калмана на линеаризованный.

На диаграмме (рис. 4) видно, что при требовании высвободить ресурсы объект менеджера подменяет объект

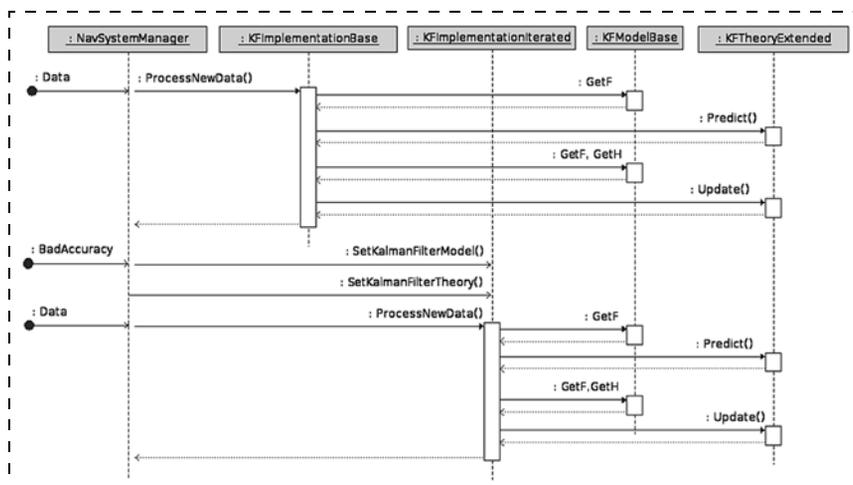


Рис. 4. Диаграмма последовательности высвобождения ресурсов

класса теории. При этом действующий объект реализации продолжает действовать через прежний интерфейс.

При переключении навигационной системы на более точный режим оценивания класс менеджера оставляет прежний объект класса теории (KFTheoryExtended), но подменяет класс реализации с KFImplementationBase на KFImplementationIterated для запуска итерационных вычислений. Это изображено на диаграмме последовательности (рис. 5).

Последней диаграммой последовательности покажем поведение программной реализации навигационной системы при идентификации состояния, при котором автомобиль начал двигаться по нестандартной схеме, т. е. началось проскальзывание в колесах.

На диаграмме (рис. 6) видно, что при поступлении информации об изменении режима движения класс менеджера переключает текущую модель движения с KFModelNormal на KFModelSkid, т. е. временно снимает неголономное ограничение по оси y . При восстановлении обычного режима движения класс менеджера переключает модель обратно.

Заключение

В работе описана программная реализация навигационной системы автомобиля, основанная на использовании различных модификаций фильтра Калмана. Реализация позволяет непосредственно в процессе работы переключаться между линеаризованным, расширенным и итерационным расширенным фильтром Калмана, тем самым динамически регулируя нагрузку на вычислительную систему автомобиля, а также точность оценки положения автомобиля. Кроме этого, реализация позволяет в процессе работы переключать модели движения автомобиля, подстраиваясь под изменение типа реального движения.

Очевидно, что данный метод может быть применен не только к автономному автомобилю, а к любой системе, состояние которой меняется во времени. Для использования метода достаточно выбрать корректные модели для использования в соответствующих вариациях фильтра Калмана.

Список литературы

1. Павловский В. Е., Огольцов В. Н. Динамическая модель механической трансмиссии автомобиля // Спецтехника и связь. 2012. № 5–6. С. 27–36.

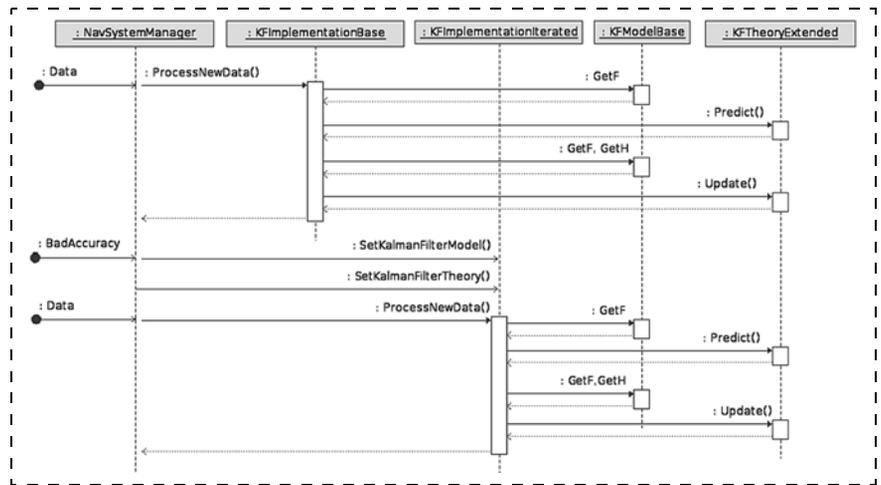


Рис. 5. Диаграмма последовательности переключения на более точный режим оценивания

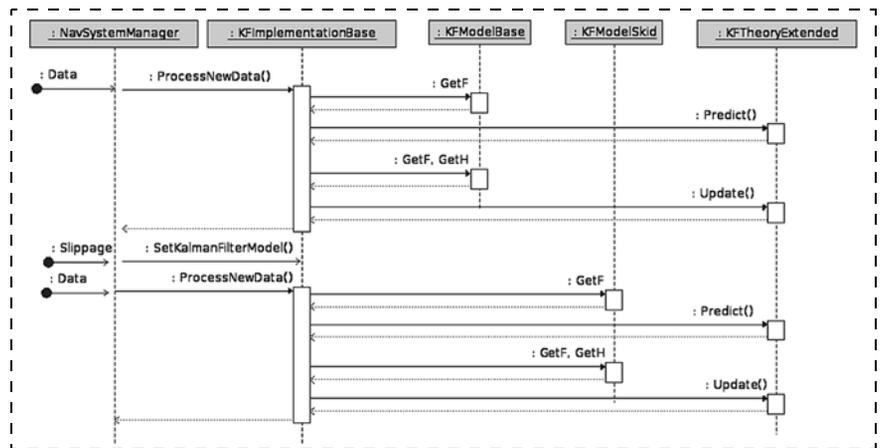


Рис. 6. Диаграмма последовательности переключения режима движения

2. Павловский В. Е., Огольцов В. Н., Огольцов Н. С. Микрокомпьютерная система управления нижнего уровня для автомобиля с механической трансмиссией // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 6. С. 29–36.
3. Basarke C., Berger C., Rumpe V. Software & Systems Engineering Process and Tools for the Development of Autonomous Driving Intelligence // J. Aerosp. Comput., Inf., Commun. 2007, N. 4. P. 1158–1174.
4. Atul Kanaujia, Tae Eun Choe, Hongli Deng. Complex Events Recognition under Uncertainty in a Sensor Network. 2014. URL: <http://arxiv.org/pdf/1411.0085.pdf>.
5. Kurdej M., Moras J., Cherfaoui V., Bonnifait Ph. Enhancing Mobile Object Classification Using Geo-referenced Maps and Evidential Grids // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. 5th Workshop on Planning, Perception and Navigation for Intelligent Vehicles, Tokyo, Japan. 2013.
6. Забегаев А. Н., Калинин А. В., Павловский В. В., Павловский В. Е. Объединенная система навигации мобильного робота по маякам и видеоориентирам // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 10. С. 66–70.
7. Kalman R. A new approach to linear Filtering and prediction problems // Transactions ASME Journal of Basic Engineering. 1960. N. 82.
8. Grewal M., Andrews A. Kalman Filtering: theory and practice. NJ, USA: Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, 1993.
9. Maybeck P. S. Stochastics Models, Estimation, and Control: Introduction. New York: ACADEMIC PRESS, INC, 1979.
10. OMG Unified Modeling Language (OMG UML), Infrastructure v2.4.1, 2011. URL: <http://www.omg.org/spec/UML/2.4.1/Infrastructure/PDF>

Adaptive Software Complex for Car Navigation System

This article presents the software complex structure of autonomous vehicle navigation system. Navigation algorithms are based on different linearizations of Kalman filter, including perturbation Kalman filter, extended Kalman filter, iterated extended Kalman filter. Navigation system is a multi-mode and can vary accuracy and system CPU load by switching between modes. Different modes correspond to different implementations of the Kalman filter, as well as different motion models. Various implementations of the Kalman filter are used to select estimation accuracy and current CPU load. Different motion models are used to allow system to react instantly to changes in the environment. All switching happens in real time and do not require additional CPU calculations. The system architecture is described using the Unified Modeling Language (UML) and can be implemented in most object-oriented programming languages.

Keywords: autonomous vehicle, Kalman filter, navigation system, system state estimation

References

1. Pavlovskiy V. E., Ogol'tsov V. N. Dinamicheskaya model' mekhanicheskoy transmissii avtomobilya. *Spetstekhnika i vyzaz'*. 2012. N. 5–6. P. 27–36.
2. Pavlovskiy V. E., Ogol'tsov V. N., Ogol'tsov N. S. Mikro-komp'yuternaya sistema upravleniya nizhnego urovnya dlya avtomobilya s mekhanicheskoy transmissiey. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*. 2014. N. 6. P. 29–36.
3. Basarke C., Berger C., Rumpe B. Software & Systems Engineering Process and Tools for the Development of Autonomous Driving Intelligence. *J. Aerosp. Comput., Inf., Commun.* 2007. N. 4. P. 1158–1174.
4. Atul Kanaujia, Tae Eun Choe, Hongli Deng. Complex Events Recognition under Uncertainty in a Sensor Network. 2014. URL: <http://arxiv.org/pdf/1411.0085.pdf>
5. Kurdej M., Moras J., Cherfaoui V., Bonnifait Ph. Enhancing Mobile Object Classification Using Geo-referenced Maps and Environmental Grids. *EEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. 5th Workshop on Planning, Perception and Navigation for Intelligent Vehicles, Tokyo, Japan*. 2013.
6. Zabegaev A. N., Kalinichenko A. V., Pavlovskiy V. V., Pavlovskiy V. E. Ob'edinennaya sistema navigatsii mobil'nogo pobota po mayakam i videoopientipam. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*. 2011. N. 10. P. 66–70.
7. Kalman R. A new approach to linear Filtering and prediction problems. *Transactions ASME Journal of Basic Engineering*. 1960. N. 82.
8. Grewal M., Andrews A. Kalman Filtering: theory and practice. NJ, USA: Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, 1993.
9. Maybeck P. S. Stochastics Models, Estimation, and Control: Introduction. New York: ACADEMIC PRESS, INC, 1979.
10. OMG Unified Modeling Language (OMG UML), Infrastructure v2.4.1, 2011. URL: <http://www.omg.org/spec/UML/2.4.1/Infrastructure/PDF>

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: (499) 269-5397, тел./факс: (499) 269-5510

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор Е. В. Комиссарова.

Сдано в набор 26.11.2014. Подписано в печать 19.01.2015. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН215. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.