DOI 10.17587/issn.1684-6427 ISSN 1684-6427 ISSN 1684-6427 ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

# М ЕХАТРОНИКА, ВТОМАТИЗАЦИЯ, У ПРАВЛЕНИЕ











том 19 2018 № 6

### Рисунки к статье В. Г. Градецкого, В. Г. Чащухина «ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ МИНИАТЮРНЫХ ВНУТРИТРУБНЫХ РОБОТОВ ВИБРАЦИОННОГО ТИПА»



Рис. 1. Миниатюрные мобильные роботы для движения внутри труб



Рис. 2. Внутреннее устройство миниробота





Рис. 10. Зависимость скорости робота от частоты внешних воздействий и протяженности импульса

Рис. 12. Зависимость скорости робота от частоты и длительности импульса

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

# ЕХАТРОНИКА ОМАТИЗАЦИ



Издается с ноября 2000 года

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор: ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н. Заместители главного редактора: БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н. ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.

ЮЩЕНКО А. С., д.т.н. Ответственный секретарь: БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Межлународный редсовет: DANIELE Z., PhD, Италия DORANTES D. J., PhD, Китай GROUMPOS P. P., PhD, Греция ISIDORI A., PhD, Италия KATALINIC B., PhD, Австрия LIN CH.-Y., PhD, Тайвань MASON O. J., PhD, Ирландия ORTEGA R. S., PhD, Франция SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США STRZELECKI R. M., PhD, Польша SUBUDHI B. D., PhD, Индия АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина ТРОФИМЕНКО Е. Е., д.т.н., Беларусь

#### Российский редсовет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН КАЛЯЕВ И.А., акад. РАН КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН МИКРИН Е. А., акад. РАН ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН СИГОВ А. С., акад. РАН СОЙФЕР В. А., акад. РАН СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

#### Редколлегия:

БОБЦОВ А. А., д.т.н. БУКОВ В. Н., д.т.н. ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н. ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н. КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н. ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н. ЛОХИН В. М., л.т.н. ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д.ф.-м.н. ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н. РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н. СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н. ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н. ФРАДКОВ А. Л., д.т.н. ФУРСОВ В. А., д.т.н. ЮРЕВИЧ Е. И., д.т.н.

#### Релакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю. Лиректор издательства: АНТОНОВ Б. И.

ISSN 1684-6427

### СОДЕРЖАНИЕ

#### МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

| Рустамов Г. А. Анализ методов построения предельных робастных систем управления с большим коэффициентом усиления |
|--|
| Опейко О. Ф. Робастный синтез дискретных ПИД регуляторов для объектов с интер-<br>вальными параметрами           |
| Голуб А. П., Селюцкий Ю. Д. Двухзвенный маятник в упругом подвесе  |

#### РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

| Андреев В. П., Ким В. Л., Плетенев П. Ф. Программно-аппаратное решение оператив | 3-    |
|---|-------|
| ного реконфигурирования гетерогенных роботов                                    | . 387 |

| Градецкий В. Г., Чащухин В. Г. | Исследование динамики миниатюрных внутритрубных |   |
|--------------------------------|---|---|
| роботов вибрационного типа     |   | 6 |

#### БИОМЕДИЦИНСКИЕ МЕХАТРОННЫЕ СИСТЕМЫ

Грязнов Н. А., Харламов В. В., Никитин С. А., Карсеева А. Ю., Киреева Г. С. Медицинский комплекс для лечения геморроя методом лазерной коагуляции под 

#### УПРАВЛЕНИЕ В АВИАКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

| Левский | Μ.  | В.  | Оптимальное    | управление | космическим | аппаратом | СІ | исклі | очи <sup>.</sup> | гел | ьной | i   |
|---------|-----|-----|----------------|------------|-------------|-----------|----|-------|------------------|-----|------|-----|
| ролью   | усл | 10В | ий трансверса. | пьности    |             |           |    |       |                  |     |      | 408 |

Большаков А. А., Кулик А. А., Сергушов И. В., Скрипаль Е. Н. Метод прогнозирования 

Шевченко А. М. Энергетический метод прогнозирования дистанции торможения воз-

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в БД RSCI на платформе Web of Science.

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу: http://novtex.ru/mech, e-mail: mech@novtex.ru

### THEORETICAL AND APPLIED SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

# MECHATRONICS, Vol. 19 **AUTOMATION, CONTRO** No. 6 MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLEI

Published since 2000

#### Editor-in-Chief FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief: BOLSHAKOV A. A. PODURAEV Yu. V. YUSCHENKO A. S.

**Resnonsible Secretary:** BEZMENOVA M. Yu.

#### International Editorial Board: ALIEV T. A., Azerbaijan DANIELE Z., PhD, Italy DORANTES D. J., PhD, China GARASCHENKO F. G., Ukraine GROUMPOS P. P., PhD, Greece ISIDORI A., PhD, Italy KATALINIC B., PhD, Austria LIN CH.-Y., PhD, Taiwan MASON O. J., PhD, Ireland ORTEGA R. S., PhD, France SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA STRZELECKI R. M., PhD, Poland SUBUDHI B. D., PhD, India TROFIMENKO Ye. Ye., Belarus

#### **Russian Editorial Board:** ANSHAKOV G. P. BOLOTNIK N N CHENTSOV A. G. CHERNOUSKO F. L. FEDOROV I. B. KALYAEV I. A. KURZHANSKI A. B. KUZNETSOV N. A. LEONOV G. A. MIKRIN E. A PESHEKHONOV V. G. REZCHIKOV A. F. SCHERBATYUK A. F. SEBRYAKOV G. G. SIGOV A. S. SOJFER V. A SOLOMENTSEV Yu. M. VASSILYEV S. N. VUSUPOV R M ZHELTOV S Yu

#### **Editorial Council:**

BOBTSOV A. A. BUKOV V. N. ERMOLOV I. L. FILARETOV V. F. FRADKOV V. L. FURSOV V. A. ILYASOV B G KOROSTELEV V. F. LEBEDEV G. N. LOKHIN V.M. PAVLOVSKY V. E. PSHIKHOPOV V. KH. RAPOPORT E. Ya. SERGEEV S. F. YUREVICH E. I. Editorial Staff:

#### BEZMENOVA M. Yu. Director of the Publishing House: ANTONOV B I

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospectives development of mechatronics, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

## CONTENTS

#### METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

Rustamov G. A. Analysis of Methods of Design of Robust Control Systems with High Gain 

| Opeiko O. F. | Robust | Synthesis | of Discrete | PID Controllers | For Objects with | Interval Para- |
|--------------|--------|-----------|-------------|-----------------|------------------|----------------|
| meters       |        |           |             |                 |                  |                |

Holub A. P., Selyutskiy Y. D. Elastically Mounted Double Aerodynamics Pendulum ...... 380

#### **ROBOTIC SYSTEMS**

Andreev V. P., Kim V. L., Pletenev P. F. Hardware & Software Solution for Rapid Reconfigura-

Gradetsky V. G., Chashchukhin V. G. Studying the Dynamics of Miniature in-Pipe Vibration 

#### **BIOMEDICAL MECHATRONIC SYSTEMS**

Gryaznov N. A., Kharlamov V. V., Nikitin S. A., Karseeva A. Y., Kireeva G. S. Medical Apparatus for Treatment of Hemorrhoids by Method of Laser Coagulation under Doppler 

#### **CONTROL IN AEROSPACE SYSTEMS**

Levskii M. V. Optimal Control of a Spacecraft with Exceptional Role of Conditions of Transver-

Bolshakov A. A., Kulik A. A., Sergushov I. V., Scripal E. N. Design the Method for Aircraft 

Shevchenko A. M. The Energy Method for Predicting the Aircraft Brake-Way ...... 424

Information about the journal is available online at: http://novtex.ru/mech.html, e-mail: mech@novtex.ru УДК 519.7:681.5

DOI: 10.17587/mau.19.363-373

**Г. А. Рустамов,** д-р техн. наук, проф., gazanfar.rustamov@gmail.com, Азербайджанский технический университет, г. Баку, Азербайджан

# Анализ методов построения предельных робастных систем управления с большим коэффициентом усиления

По хронологии развития обсуждаются теоретические основы и практические особенности основных методов построения робастных систем управления с большим коэффициентом усиления, позволяющих управлять динамическими объектами с функциональными неопределенностями. Предметом исследований являются методы "локализация движения", "робастная коррекция" и метод на основе функции Ляпунова, представляемый под названием "К<sub>∞</sub>-робастные системы управления". Приведен анализ преимуществ и недостатков данных методов. Представлены результаты компьютерного моделирования в программной среде MATLAB/Simulink.

**Ключевые слова:** неопределенный объект, большой коэффициент усиления, старшая производная, эффект локализации, робастная коррекция, функция Ляпунова, фазовый поток

> Я беру камень и отсекаю все лишнее Б. Микеланджело

#### Введение

Основные методы управления в условиях неопределенности — это методы, реализованные в классических адаптивных системах и робастных системах, которые возникли в 80-е годы XX столетия. Вообще говоря, адаптация является медленным процессом. Условие квазистационарности и слабая сходимость при наличии помех замедляют процесс адаптации. В результате быстродействие системы снижается.

Идея возникновения робастных систем весьма привлекательна. Несмотря на изменение характеристик объекта и внешней среды в этих системах самонастройка регулятора не выполняется. Синтезированный по одноразовой схеме "магический регулятор" должен выполнять функцию адаптивного регулятора и поддерживать показатели качества и запасы устойчивости системы в требуемых пределах при *широком изменении* реквизитов объекта и внешней среды.

Для решения данных задач в настоящее время в теории управления используется множество методов [1—8]: методы LMI, LQ-оптимизации,  $l_1$ -оптимизации,  $H_{\infty}$ -теории управления,  $\mu$ -синтеза, методы интервального анализа, метод функции Ляпунова, а также методы, использующие скользящие режимы, системы с координатнопараметрической обратной связью и др. Уникальность проблемы робастности привело к привлечению специальных разделов математики и разработке почти нового математического аппарата. Однако усилие решить плохо формализуемые практические задачи математическими средствами часто приводит к "методологическому кризису" [9].

Как "методологический тупик", так и ряд на первый взгляд незначимых инженерных неувязок привели к снижению задуманной эффективности чисто робастных систем. Далее появились задачи синтеза робастного управления, частично использующие средства адаптации.

В этом направлении следует отметить использование наблюдателей неопределенностей, построенных в рамках как нечеткой [10, 11], так и детерминированной постановок [12—19]. Однако "очистка" номинальной модели от всевозможных неопределенностей является обременительной и часто невыполнимой задачей из-за невозможности выделения неопределенностей ("охота на ведьм"), особенно в нелинейном случае. Поэтому в основном рассматриваются аддитивные и медленно изменяющиеся неопределенности.

Во многих постановках задачи синтеза робастных систем управления используются идеализированные математические предположения, нередко искаженные в реальных условиях. Эти условия направлены не на улучшения работоспособности системы, а на получение "явного вида решения".

Приведем цитату из работы [9]: "Ряд известных ученых считают состояние современной теории управления с точки зрения ее применения на практике неудовлетворительным и даже критическим. Так, Дж. Коулс констатировал: "Существует большой разрыв между теорией и практикой управления". Об этом прямо говорил один из ее основоположников А. А. Красовский, подчеркивая, что в развитии современной теории управления "с точки зрения практики далеко не все обстоит благополучно", "наблюдаются диспропорции и перекосы", "налицо отрыв ряда направлений от учета реальных ограничений и закономерностей".

Одним из направлений синтеза робастных систем управления, оставшихся в стороне от "виртуального математического нашествия", является метод синтеза робастных систем управления с большим коэффициентом усиления (МБКУ), предложенный еще в 50-е годы ХХ столетия. Особенность данного метода главным образом связана с тем, что методика синтеза имеет диалектическую основу — обратную пропорциональность статической ошибки Д, и коэффициента усиления К разомкнутой цепи. Для линейных систем показать эту зависимость не составляет особого труда [20]. Вопросы устойчивости одноконтурной системы автоматического регулирования с пропорциональным регулятором при  $K \to \infty$  на основе метода корневого годографа подробно рассмотрены в работе [21]. Если преобразовать модель неопределенного объекта в линейную форму, то без особых математических усилий можно использовать эту методику.

В МБКУ оценивание нелинейностей и неопределенностей не предусмотрено. Простота и универсальность данного подхода заключатся в подавлении динамики функционально неопределенного объекта и внешних возмущений путем деления на достаточно большое число и наделение объекта желаемой динамикой — "чем реставрировать паутину, легче ее построить заново". Однако полное подавление динамики объекта может обойтись неоправданно большими энергетическими затратами. МБКУ можно характеризовать как "*метод грубой силы*", способной подавлять динамику конечномерных процессов.

Кажущийся на первый взгляд простым, метод МБКУ при синтезе наталкивается на принципиальную трудность — увеличение *К* приводит к потере устойчивости системы. Здесь подтверждается сомнительность решения сложных задач простыми эвристическими приемами в соответствии со старой истиной — "чудес не бывает" [21].

Первичной задачей МБКУ является синтез структур, позволяющих беспредельно увеличивать *K* без нарушения устойчивости системы.

При этом задача сводится к структурному синтезу, который в настоящее время не нашел единого решения. Преобладают эвристические рассуждения.

Идея метода большего коэффициента усиления заложена в классических работах М. В. Меерова [22, 23]. Дальнейшему развитию посвящены большое число работ, из которых можно выделить работы А. С. Вострикова (локализация движения с комбинированным регулятором по высшей производной и большим коэффициентом усиления) [24—27], работы А. Б. и Н. Б. Филимоновых (робастная коррекция неопределенного объекта посредством двухконтурной системы с астатическим регулятором) [28—30], а также работа автора (одноконтурная система с робастным регулятором) [31, 32].

Целю настоящей работы является анализ теоретических аспектов и практических особенностей основных методов МБКУ, позволяющих управлять динамическими объектами с функциональными неопределенностями, а также дальнейшее развитие  $K_{\infty}$ -робастных систем управления, предложенных в работах автора [31—33].

#### Метод "локализация движения" А. С. Вострикова

В общем случае управляемый объект с функциональной неопределенностью описывается скалярным уравнением

$$y^{(n)} = f(t, \mathbf{y}) + b(t, \mathbf{y})u, \qquad (1)$$

где  $\mathbf{y} = (y, \dot{y}, ..., y^{(n-1)})^{\mathrm{T}} = (y_1, y_2, ..., y_n)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n$  — доступный измерению или оценке вектор состояния;  $y \in \mathbb{R}$  — управляемый выход;  $u \in \mathbb{R}$  — управляющее воздействие;  $f(\mathbf{y}, t), b(\mathbf{y}, t) > 0$  — неизвестные нелинейные нестационарные ограниченные функции.

Поскольку  $f(\cdot)$ ,  $b(\cdot)$  являются неизвестными, то их необходимо заменить соответствующими оценками, полученными подобно способу, описанному в работах [10, 11] или с применением метода обратных задач динамики [34], с использованием старшей производной  $y^{(n)}$ . В этом случае  $y^{(n)}$ является точной оценкой правой части уравнения объекта (1), которое далее подавляется коэффициентом усиления *K*.

Управление, содержащее старшую производную, имеет вид

$$u = K[F(\mathbf{y}, \upsilon) - y^{(n)}(t)].$$
 (2)

Такая конструкция обеспечивает инвариантность по отношению к функциональным неопределенностям  $f(\cdot)$ ,  $b(\cdot)$ . Желаемые динамические и статические показатели системы задаются путем соответствующего выбора слагаемого  $F(\mathbf{y}, \upsilon)$  эталонной модели (точнее, регулятора);  $\upsilon$  — вход системы (уставка, в общем случае эталонная траектория v(*t*), или по общепринятой терминологии "неявная эталонная модель").

В пределе при  $K \to \infty$  достигается желаемое (эталонное) движение в форме

$$y^{(n)} + F(\mathbf{y}, \upsilon) = 0.$$
 (3)

При достаточно большом *К* движение системы разлагается на медленную и быструю составляющие. После затухания быстрых гармоник, порождаемых параметром *К*, доминируют медленные составляющие, и с течением времени движение локализируется на многообразии, заданном уравнением (3) предельной системы.

Система управления является двухконтурной: внутренний контур охвачен обратной связью по высшей производной  $y^{(n)}$ . Здесь, как было отмечено выше, неопределенности  $f(\cdot)$ ,  $b(\cdot)$  оцениваются с помощью  $y^{(n)}$  и подавляются коэффициентом усиления K; внешний контур, замкнутый априори сформулированной эталонной моделью, ответственен за выполнение статических и динамических показателей системы.

Тем не менее, в обозначениях работы [24] эталонная модель  $F(\mathbf{y}, \upsilon)$  функционирует по разомкнутому циклу, поскольку не содержит ошибку регулирования  $\varepsilon = \upsilon - y$ , реализующую обратную связь. Поэтому при изменении  $\upsilon$  следует перестроить  $F(\cdot)$ . Другими словами, эталонная модель не имеет робастного свойства по отношению к уставке  $\upsilon(t)$ .

Управление (2) является, по существу, реализацией метода обратных задач динамики [34].

Очевидно, что при конечном *К* проявляются различные невидимые источники паразитной динамики, которые являются плохо формализуемыми.

Действительно, результаты компьютерного моделирования показывают, что при конечном K и сколь угодно малой задержке старшей производной  $\tilde{y}^{(n)} = y^{(n)}(t-\tau)$ управление (2) приводит к потере грубости. В данном методе нарушение грубости проявляется в потере устойчивости внутреннего контура.

**Пример 1.** Для простоты рассмотрим параметрически неопределенный объект 1-го порядка

$$\dot{y}(t) = -ay + bu + \zeta, \ y(0) = 0,$$
  
 $a = \{1; 2; 5\}, \ b = \{1; 2; 4\},$ 

с возмущением  $\zeta = 2\sin t$ . Здесь  $f(t, \mathbf{y}) = = -ay + \zeta(t), b(t, \mathbf{y}) = \text{const.}$ 

Управление с учетом задержки старшей производной имеет вид

$$\tilde{u} = K(F + \dot{\tilde{y}}) = K(F + \dot{y}(t - \tau)).$$

Примем K = 100,  $\tau = 0,0001$  с. Пусть уставкой является "единичный скачок"  $\upsilon = 1(t)$ . Для данной уставки F = 1 - y. Обобщая для класса ступенчатых функций, в качестве эталонной модели выбираем астатический ПИ регулятор с обратной связью

$$F = -\left(k_p\varepsilon + k_u\int_0^t \varepsilon dt\right), \varepsilon = \upsilon - y.$$

Параметры настройки  $k_p = 1,41, k_u = 1$  соответствуют эталонному полиному Баттерворта 2-го порядка.

На рис. 1 представлены переходные характеристики при  $\tau = 0$  (*a*) и  $\tau = 10^{-4}$  с (*б*), управляющий сигнал (*в*), а также фазовый портрет (*г*) при a = b = 2 и различных начальных условиях по выходу  $y = y_1$ .

Несмотря на малое значение времени задержки  $\tau$  старшей производной  $y^{(n)}(t)$ , n = 1, используемой в регуляторе, при конечном K = 100 наблюдается нарушение устойчивости (рис. 1,  $\theta$ ).

На рис. 1, *е* показан фазовый портрет системы, где выделяются быстрые (прямые линии) и медленные (параболы) составляющие движения. Разграничение этих движений приходится на линии

$$F = -\left(k_p\varepsilon + k_u \int_0^t \varepsilon dt\right) = 0$$

или 
$$L = \dot{\varepsilon} + (k_u/k_p)\varepsilon = 0, \ k_u/k_p = 0,71.$$



Рис. 1. Схема моделирования и динамические характеристики для системы 1-го порядка



Рис. 2. Схема моделирования и динамические характеристики предельной системы

Согласно (3), при  $K \to \infty$  предельная система описывается уравнением

$$\dot{y}(t-\tau)-\left(1,41\varepsilon+\int_{0}^{t}\varepsilon dt\right)=0.$$

В этом случае система является грубой и ведет себя "естественно" — устойчивость нарушается после критического значения запаздывания  $\tau_k = 0,64$  с.

При  $\tau = 0$  и  $\varepsilon = v - y = 1(t) - y$  уравнение предельной системы имеет вид

$$\ddot{y}(t) + 1,41\dot{y}(t) + y(t)) = 1(t) + 1,41\delta(t).$$

Эквивалентное уравнение в координатах состояния

$$\dot{y}_1 = y_2;$$
  
 $\dot{y}_2 = -y_1 - 1, 41y_2 + 1(t);$   
 $y = y_1; y_1(0) = 0; y_2(0) = 1, 41$ 

Как видно, параметры объекта *а* и *b* в уравнение предельной системы не входят, что свидетельствует о потенциальных возможностях "метода локализации" при конечном значении коэффициента усиления *К*. По рекомендации работы [24] *К* выбирается из условия  $b_{\min}K \approx (20...100)$ . На рис. 2 показаны переходные характеристика (*a*) и фазовый портрет ( $\delta$ ) предельной системы при  $\upsilon = 1(t)$ . Переходная характеристика *y*(*t*) соответствует пучку характеристик, полученному при конечном значении *K* = 100.

На рис. З показаны динамические характеристики системы при  $\upsilon = t$ , K = 20 (a,  $\delta$ ) и фазовый портрет системы (b). При  $\upsilon = t$  уравнение предельной системы в форме "вход—выход" имеет следующий вид:

$$\ddot{y}(t) + 1, 41\dot{y}(t) + y(t)) = 1, 41 + t,$$
  
 $y(\infty) = t.$ 

Положение линии  $L = \dot{\varepsilon} + 0,71\varepsilon = 0$  не зависит от значения *K*, поскольку соответствует априори заданной эталонной модели.

В работе [26] и недавно опубликованной статье [27] наблюдается некоторое отступление от использования старшей производной. Применение ПД регуляторов с множителем *К* позволяет подавлять  $f(t, \mathbf{y})$ ,  $b(t, \mathbf{y})$  без их оценки с помощью старшей производной  $y^{(n)}$ .

#### Метод "робастная коррекция" А. Б. и Н. Б. Филимоновых

Предложенная здесь система, как и в методе "локализация движения", имеет двухконтурную структуру. Внутренний контур с большим коэффициентом усиления выполняет робастную коррекцию неопределенного объекта, преобразуя его в линейную стационарную форму путем инверсии априори заданной модели корректирующего звена (КЗ). Внешний контур охвачен единичной обратной связью и отвечает за достижение цели управления посредством астатического стабилизирующего регулятора. Данный подход позволяет для определения параметров системы (параметры регулятора + параметры КЗ) исполь-



Рис. 3. Динамические характеристики системы при линейной уставке

зовать методы теории линейных систем, в частности метод модального управления.

Достоинством метода является возможность управления неопределенными минимально-фазовыми, неустойчивыми, а также нелинейными и нестационарными объектами без использования высшей производной.

Тем не менее, следует отметит ряд особенностей, ограничивающих область применения метода (используемые обозначения соответствуют [30]):

1) для передаточной функции объекта должно выполняться соотношение  $n - m \ge 1$ , n > m. При этом класс объектов, для которых m = n, не отвечает условию задачи:

2) желаемая настройка возможна лишь при соблюдении условия  $\rho = 1$ , т.е. для систем с астатизмом 1-го порядка:

3) число параметров настройки  $\tilde{N}$  велико. В частности, для объектов 2-го порядка n = 2 и при  $m = 0, n_R = 2, m_R = 1$  имеем

$$d = n - m - 1 = 1 \Rightarrow \tilde{N} = n_R + m_R + d + 1 = 5;$$

4) отработка уставки (задающего воздействия)  $v^{*}(t)$  и компенсация внешнего возмущения v(t)возлагается на астатический регулятор общей структуры. Для обеспечения астатизма по обоим входам полюса их изображений должны одновременно являться и полюсами регулятора, т.е. нулями замкнутой системы. Например, для уставки  $y^* = 1(t)$  и внешнего возмущения  $\zeta = \sin(\omega t)$  уравнение астатического регулятора имеет вид R(s) = $= B_R(s)/A_R(s) = B_R(s)/[s(s + \omega^2)]$ . Астатический регу-

лятор обеспечивает нулевую статическую ошибку для ограниченного класса входов, и при изменении их вида в процессе функционирования системы следует выполнить структурно-параметрический синтез регулятора, что приводит к сложной адаптивной системе с идентификатором входных сигналов;

5) передаточная функция (ПФ) H(s) корректирующего звена задается в виде многочлена, содержащего операторы чистого дифференцирования  $s, s^2, ..., s^d, d = n - m - 1$ , которые реализуются реальным дифференцирующим звеном [21, 32] или разностным аналогом при цифровой обработке [35]. В результате такой аппроксимации при больших *d* могут появляться источники паразитной динамики. Чувствительность системы к такому "динамическому мусору" можно легко исследовать путем компьютерного моделирования посредством структурно-параметрической настрой-

ки регулятора. Между тем, в работе [28] предлагается назначать  $\Pi \Phi H(s)$  в форме правильной рациональной дроби H(s) = B(s)/A(s). Эта привлекательная идея, позволяющая избавиться от оценки "проклятых производных", по-видимому, не нашла дальнейшего развития.

Пример 2. Пусть ПФ параметрически неопределенного объекта имеет вид  $W_0 = b/(s^2 + a_1s + a_2);$  $a_1 = \{0,2; 0,4; 1\}, a_2 = \{-1,5; -1; 2\}, b = \{0,2; 2; 4\}.$ В этом случае d = n - m - 1 = 1. Следователь-

но, уравнение K3  $H(s) = h_0 + h_1 s$ .

Положим  $h_0 = h_1 = 1$ . Далее, при  $\zeta = 0$  для уставки принимаем  $y^* = 1(t) + 0.5\sin(2t)$ . Соответствующее изображение

$$Y^*(s) = (s^2 + s + 1)/(s(s^2 + 4)).$$

Отсюда ПФ регулятора  $R(s) = B_R(s)/(s(s^2 + 4)).$ *B<sub>R</sub>* определяем из условия устойчивости характеристического многочлена A(s) замкнутой системы для предельного случая  $K \to \infty$ . В обозначениях работы [30]

$$A(s) = s^{\rho}A_{R}(s)H(s) + B_{R}(s),$$

где  $\rho = 1$ ,  $A_R(s) = s^2 + 4$ , H(s) = s + 1. Тогла

$$A(s) = s^4 + s^3 + 4s^2 + 4s + B_R(s).$$

Пусть A(s) имеет кратные корни  $s_i = -1, i = 1,$ 2, ..., 4:

$$A(s) = (s + 1)^4 = s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1.$$



Рис. 4. Схема компьютерного моделирования и динамические характеристики системы с астатическим регулятором

Отсюда  $B_R = 3s^3 + 2s^2 + 1$  и, в результате, ПФ регулятора равна

$$R(s) = \frac{3s^3 + 2s^2 + 1}{s(s^2 + 4)}$$

На рис. 4 показаны переходные характеристики по выходу (*a*), ошибке регулирования  $\varepsilon = y^* - y(\delta)$ , сигнал управления (*в*) и фазовый портрет системы при K = 50 (*г*).

В начальный момент времени управление принимает довольно высокое значение  $u(0) = u_{max} =$ = 150. Фазовый портрет получен при H = s + 4, K = 50. Как видно, фазовые траектории локализированы на линии  $H = \dot{\varepsilon} + 4\varepsilon = 0$ .

#### Метод "К<sub>то</sub>-робастное управление"

Предлагается одноконтурная схема, в которой регулятор одновременно выполняет и функцию K3, используемого в работе [30]. Уравнение регулятора с большим коэффициентом усиления K соответствует уравнению K3, однако имеет порядок n - 1. Это позволяет разместить все полюса приведенной линейной системы по желаемой схеме. Методологической основой построения такой системы является метод функции Ляпунова.

В общем случае рассматривается класс минимально-фазовых неопределенных объектов с одинаковым числом управлений и регулируемых переменных. В частности, одномерный по входу и выходу объект с функциональной неопределенностью, подобно рассматриваемым выше подходам, представляется математической моделью в форме "вход—выход":

$$y^{(n)} = f(\mathbf{y}, t) + b(\mathbf{y}, t)u + \upsilon(t), \ t \in [0, \infty],$$
(4)

где  $\mathbf{y} = (y, \dot{y}, ..., y^{(n-1)})^{\mathsf{T}} = (y_1, y_2, ..., y_n)^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^n$  — доступный измерению или оценке вектор состояния;  $y \in \mathbb{R}$  — управляемый выход;  $u \in \mathbb{R}$  — управляющее воздействие;  $f(\mathbf{y}, t), b(\mathbf{y}, t) > 0$  — в общем случае нелинейные нестационарные неизвестные ограниченные функции; v(t) — здесь — неконтролируемое ограниченное внешнее возмущение.

Рассматривается общая задача слежения, состоящая в выборе такого управления u, которое после завершения переходной составляющей обеспечивает движение выхода y(t) неопределенного объекта (4) по эталонной траектории (уставка)  $y_d(t)$  с заданной точностью

$$|y_d(t) - y(t)| = |e(t)| \le \delta_s, \ t \ge t_s,$$

где  $\delta_s$  — допустимая ошибка отработки уставки;  $t_s$  — время переходящих процессов в следящей системе (settling time). Указанные выше качественные показатели системы задаются априори при решении задачи синтеза.

Для синтеза управления использован метод функции Ляпунова, в частности метод квадратичных форм. Для простоты в качестве функции Ляпунова принята разлагающаяся на линейные множители квадратичная форма

$$V = \frac{1}{2}s^2,\tag{5}$$

где

$$s = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + e^{(n-1)}.$$
 (6)

Производная по времени функции Ляпунова *V* имеет простой вид:

$$\frac{dV}{dt} = \dot{V} = s\dot{s},\tag{7}$$

где

$$\dot{s} = c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \dots + e^{(n)}.$$
 (8)

Из формулы (7) следует, что для выполнения достаточного условия асимптотической устойчивости  $\dot{V} < 0$  следует поддерживать противоположность знаков переменных *s* и *s*.

Управление определяется в результате согласования u с условием  $\dot{V} < 0$ . С этой целью в соотношении (8) заменяем старшую производную:

$$e^{(n)} = y_d^{(n)} - y^{(n)} = y_d^{(n)} - f(\mathbf{y}, t) - b(\mathbf{y}, t)u.$$

Тогда

$$\dot{s} = \eta(t) - b(\mathbf{y}, t)u, \quad b(\mathbf{y}, t) > 0, \tag{9}$$

где

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + y_d^{(n)} - f(\mathbf{y}, t) - \upsilon(t)$$

Из выражения (9) видно, что при  $\eta(t) = 0$ управление, обеспечивающее условие  $\dot{V} = s\dot{s} < 0$ , можно задать в зависимости от  $s:u = \varphi(s)$ . При этом на  $\varphi(s)$  возлагается две функции:

а) компенсация влияния "математического мусора"  $\eta(t)$  на динамику системы;

б) выполнение условия  $\dot{V} = s\dot{s} < 0$  на всем интервале управления  $t \in [0, \infty)$ .

Для линейного управления  $u = \varphi(s) = Ks, K > 0$ , выражение (9) можно представить в виде

$$s = b^{-1}(\cdot)[\eta(t) - \dot{s}]/K.$$
 (10)

В пределе

$$\lim_{K\to\infty}(s(t))=0.$$

Отсюда следует, что в пределе выполняется условие а), и система описывается уравнением гиперплоскости:

$$s = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + e^{(n-1)} = 0, \ s(0) \in \{e : s = 0\}.$$
 (11)

Как видно, в это уравнение не входят реквизиты объекта и внешнего возмущения. Эта особенность означает, что при конечном K можно обеспечивать робастное свойство неопределенной системе с объектом (4).

Для устойчивости вырожденной траектории (11) s(t) = 0 коэффициенты  $c_i$  должны являться коэффициентами Гурвицева полинома пониженного порядка:

$$S(p) = p^{n-1} + c_{n-1}p^{n-2} + \dots + c_1.$$

Вещественные части корней такого полинома  $\operatorname{Re}(p_i) < 0.$ 

Кроме того, на  $c_i$  возлагается дополнительное условие, связанное с выполнением заданных значений  $\delta_s$  и  $t_s$ .

Покажем, что также выполняется условие  $\delta$ ). Подставляя u = Ks в выражение (9) при  $\eta(t) = 0$ , получаем  $\dot{s} = -b(\cdot)Ks$ . Поскольку  $b(\cdot) > 0$ , K > 0, то  $\dot{s}$  и *s* имеют противоположные знаки и, как следствие, выполняется условие  $\dot{V} = s\dot{s} < 0$ .

#### Особенности движения при большом коэффициенте усиления и определение параметров настройки регулятора

При большом коэффициенте усиления K фазовый поток стремится из произвольных начальных точек  $s(0) \notin \{e:s = 0\}$  к многообразию s = 0 и почти мгновенно достигает его малой окрестности. После затухания быстрых гармоник, порождаемых параметром K, доминируют медленные гармоники и дальнейшее движение системы в начало координат происходит по малой окрестности гиперплоскости s = 0. В пределе  $K \to \infty$  система вырождается, и ее движение точно описывается уравнением гиперплоскости s = 0,  $s(0) \in \{e:s = 0\}$ .

На рис. 5 представлен характер движения фазового потока для системы 2-го порядка при K = 20.

Перейдем к определению параметров настройки регулятора.

Система имеет n параметров настройки. Из них n - 1 — угловые коэффициенты  $c_i$  гиперплоскости s = 0, и независимо от порядка объекта один — коэффициент усиления регулятора K.

Определение  $c_i$ . Поскольку порядки регулятора и системы одинаковы и равны n - 1, то путем подбора  $c_i$  можно разместить все полюса системы по желаемой схеме, используя некоторый эталонный полином.



Рис. 5. Поле фазовых скоростей робастной системы с большим коэффициентом усиления

Значения  $c_i$  также могут определяться с помощью *Optimization Toolbox/Signal Constraint* по девяти вводимым качественным показателям [37, 38].

Определение К. После некоторого значения К в системе устанавливаются заданные перерегулирование  $\sigma$ % и время переходного процесса  $t_s$ . Выражение для определения К можно получить на основе выражения (11):

$$s = b^{-1}(\cdot)[\eta(t) - \dot{s}]/K.$$

Если априори можно оценить верхний предел выражения

$$\Delta_{\max} = \max | b^{-1}(\cdot)[\eta(t) - \dot{s}] |,$$

то можно получить формулу для определения Kв виде  $|s| \leq \Delta_{\max}/K = \gamma$ . Отсюда  $K = \Delta_{\max}/\gamma$ . Здесь  $\gamma$  — некоторое малое число, определяющее малую окрестность плоскости s = 0, по которому происходит медленное движение. Однако такая настройка соответствует наихудшему режиму и приводит к перерасходу энергии управления. Этот недостаток можно исключить путем самонастройки K, поддерживая систему в малой окрестности допустимой ошибки  $-\delta_s \leq e(t) \leq +\delta_s$ .

**Пример 3.** На рис. 6, a-e показаны результаты решения задачи, рассматриваемой в примере 2. Здесь управление  $u = Ks = K(\dot{e} + ce), c = 1, K = 50$ . Параметрами настройки являются c и K. В данном методе число параметров настройки является минимальным и при n = 2 равно двум.

Максимальное значение управления  $u(0) = u_{\text{max}} = 75$ . Локализация медленного движения происходит по линии  $s = \dot{e} + e = 0$ , которая является уравнением предельной системы. Одно-



Рис. 6. Динамические характеристики системы с К<sub>∞</sub>-робастным регулятором

контурная схема, соответствующая изложенным выше первым двум методам, существенно упрощает техническую реализацию системы.

#### Заключение

В работе исследованы основные подходы к построению следящих робастных систем управления с большим коэффициентом усиления. Предложенные методы позволяют обойти сложные математические исследования, присущие большинству известных методов синтеза робастных систем, и управлять нелинейными нестационарными объектами в условиях существенной неопределенности.

Во всех МБКУ происходит локализация медленного движения на многообразии, соответствующем уравнению предельной системы. Эта особенность при конечном *К* позволяет игнорировать быструю составляющую движения и аппроксимировать описание неопределенной системы линейным детерминированным уравнением.

Достоинства МБКУ:

- используется незначительная информация об объекте — достаточно структурного представления модели объекта;
- простота синтеза и возможность построения простых робастных систем управления, востребованных в инженерных приложениях;
- не используются наблюдатели неопределенностей, которые снижают быстродействие системы и создают новые неудобства, связанные с известными проблемами сходимости при наличии помех;

- использование в методе "локализация движения" старшей производной выхода позволяет точно оценивать функциональные неопределенности, не применяя при этом алгоритмы идентификации;
- одним из достоинств метода "робастная коррекция" является возможность управления неопределенными минимально-фазовыми, неустойчивыми, а также нелинейными и нестационарными объектами без использования высшей производной;
- исключительным и тем не менее не исследованным свойством метода "робастная коррекция" является то, что, принимая ПФ корректирующего звена в виде правильной рациональной дроби, можно избавиться от использования производных выхода;
- в методе синтеза на основе функции Ляпунова имеется возможность построения одноконтурного

робастного относительно уставки регулятора с весьма простым алгоритмом параметрической настройки.

Недостатки МБКУ:

- основным недостатком методов построения робастных систем с большим коэффициентом усиления является преобладание эвристических рассуждений и, как следствие, слабая математическая и методологическая основа; этот недостаток в основном относится к поиску структуры, позволяющему беспредельное увеличение коэффициента усиления без нарушения устойчивости;
- регуляторы первых двух методов не являются робастными относительно уставки, и при ее изменении во время функционирования системы требуется перестройка регулятора в реальном времени;
- метод "робастная коррекция" позволяет строить астатический регулятор для априори известного входа, однако также требуется перестройка регулятора при изменении уставки;
- вообще говоря, астатический регулятор обеспечивает нулевую статическую ошибку для конкретного класса входов. Поэтому при изменении их вида во время функционирования системы следует выполнить структурно-параметрический синтез регулятора. В реальном времени эта задача приводит к построению сложной адаптивной системы с идентификатором входных сигналов;
- метод "локализация движения" может привести к негрубости системы при наличии сколь угодно малой задержки в канале "высшая про-

изводная — регулятор"; в данном случае негрубость проявляется в нарушении устойчивости системы;

- *K*<sub>∞</sub>-робастные системы не охватывают объекты, обладающие свойством дифференцирования, т.е. имеющие нули в ΠΦ;
- низкая помехозащищенность по отношению к высокочастотным помехам, имеющим непосредственный доступ в регулятор;
- отсутствие аналитической формулы для определения коэффициента усиления;
- высокий коэффициент усиления вызывает чрезмерно высокое значение сигнала управления в начальный момент времени. Наложение же ограничения на управление снижает быстродействие и может привести к потере робастности;
- проблема информационного обеспечения состоит в измерении производных выхода с помощью дифференцирующих фильтров или оценивающих устройств, имеющих инерционность. Для систем высокого порядка наличие данной инерционности может нарушить работоспособность системы;
- компьютерная апробация существенно отстает от теоретических исследований.

В практических приложениях коэффициент усиления *К* принимает не столь уж большое значение, как его представляют.

Решение различных модельных задач с использованием программной среды MATLAB/Simulink позволяет сделать ряд положительных выводов, имеющих важное прикладное значение, и подобрать соответствующий метод по назначению.

#### Список литературы

1. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.

2. Поляк Б. Т., Хлебников М. В., Щербаков П. С. Управление линейными системам при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. М.: УРСС, 2014. 560 с.

3. Doyle J. C., Glover K., Khargonekar P. P., Francis B. A. State — space solution to standard H2 and H $\infty$  control problem // IEEE Trans. Automat. Control. 1989. Vol. 34, N. 8. P. 831–846.

4. Позняк А. С. Основы робастного управления ( $H_{\infty}$ -теория). М.: Изд. МФТИ, 1991. 128 с.

5. Зацепилова Ж. В., Честнов В. Н. Синтез регуляторов многомерных систем заданной точности по среднеквадратичному критерию на основе процедур LQ-оптимизации // Автоматика и телемеханика. 2011. № 11. С. 70-85.

6. Баландин Д. В., Коган М. М. Алгоритмы синтеза робастного управления динамическими системами. Нижний Новгород: ННГУ, 2007. 88 с.

7. Utkin V. I. Sliding Modes in Optimization and Control Problems. New York: Springer Verlag, 1992. 387 p.

8. **Емельянов В. С., Коровин С. К.** Новые типы обратных связей: Управление в условиях неопределенности. М.: Наука, 1997. 352 с.

9. **Филимонов Н. Б.** Методологический кризис "всепобеждающей математизации" современной теории управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. № 5. С. 291—299. 10. Ho H. F., Wong Y. K., Rad A. B. Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control Design: Lyapunov Approach // Proc. IEEE International Conference on Fuzzy System. 2001. P. 6–11.

11. Lee H., Tomizuka M. Adaptive Traction Control. University of California, Berkeley. Depertament of Mechanical Engineering. September. 1995. P. 95–32.

12. Потапенко Е. М. Робастные комбинированные системы управления с наблюдателями // Проблемы управления и информатики. Киев: НАНУ. 1995. № 2. С. 36—44.

13. Потапенко Е. М. Исследование робастности систем управления с наблюдателями // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1996. № 2. С. 104—108.

14. Потапенко Е. М. Синтез и сравнительный анализ робастных компенсаторов пониженного порядка // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1998. № 4. С. 65—74.

15. **Казурова А. Е., Потапенко Е. М.** Возможные варианты построения высокоточных систем управления упругой неопределенной электромеханической системой // Електротехніка та електроенергетіка. 2009. № 2. С. 4—14.

16. Потапенко Е. М. Сравнительная оценка робастных систем управления с различными типами наблюдателей // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1995. № 1. С. 109—116.

17. **Rustamov G. A.** Absolutely Robust Control Systems // Automatic Control and Computer Sciences. 2013. Vol. 47, N 5. P. 227–241.

18. **Rustamov G. A.** Design of Absolutely Robust Control Systems for Multilinked Plant on the Basis of an Uncertainty Hyperobserver // Automatic Control and Computer Sciences. 2014. Vol. 48, N. 3. P. 129–143.

19. Бобцов А. А., Пыркин А. А. Адаптивное и робастное управление с компенсацией неопределенностей: Учеб. пособие. СПб.: НИУ ИТМО, 2013. 135 с.

20. Rustamov G. A., Mamedova A. T., Rustamov R. G. Analysis of desing features of  $K_{\infty}$ -Robust Control Systems // Konfrans International Conference "Global Science and Innovation", November 18–19th, 2015. USA, Chicago, Vol. 2. P. 137–145.

21. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Метод больших коэффициентов усиления и эффект локализации движения в задачах синтеза систем автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 2 (95). С. 2—10.

22. **Мееров М. В.** Системы автоматического управления, устойчивые при бесконечно больших коэффициентах усиления // Автоматика и телемеханика. 1947. 8, № 4. С. 225–243.

23. Мееров М. В. Синтез структур систем автоматического управления высокой точности. М.: Наука, 1967. 424 с.

24. Востриков А. С. Синтез систем регулирования методом локализации. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007. 252 с.

25. Востриков А. С. Старшая производная и большие коэффициенты усиления в задаче управления нелинейными нестационарными объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2008. № 5. С. 2—7.

26. Востриков А. С. Проблема синтеза регуляторов для систем автоматики: состояние и перспективы // Автометрия. 2010. 46, № 2. С. 3—19.

27. Востриков А. С., Французова А. Г. Синтез ПИДрегуляторов для нелинейных нестационарных объектов // Автометрия. 2015. № 5. С. 53—60.

28. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Робастная коррекция в системах управления с большим коэффициентом усиления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 12 (165). С. 3–10.

29. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Метод большого коэффициента усиления в задаче робастного управления // Известия ЮФУ. 2015. № 1 (162). С. 175—185.

30. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Робастная коррекция динамических объектов в системах автоматического управления // Автометрия. 2015. 51, № 5. С. 61–68. 31. Рустамов Г. А. Робастная система управления с повышенным потенциалом // Известия Томского Политехнического Университета. 2014. Т. 324, № 5. С. 13—20.

32. Рустамов Г. А. К∞-робастные системы управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. № 7. С. 435—442.

33. Рустамов Г. А., Рустамов Р. Г. Особенности К∞робастных систем управления // XVIII Международная Научно-практическая конф. "Научное обозрение физикоматематических и технических наук в XXI веке". Prospero. 2015. № 6 (18). С. 30—33.

34. **Крутько П. Д.** Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. М.: Машиностроение. 2004. 576 с.

35. **Фуртат И. Б., Нехороших А. Н.** Робастное управление линейными мультиагентными системами с использованием левых разностей для оценки производных // УБС, 2017. Вып. 65. С. 41–59.

36. Рустамов Г. А., Рустамов Р. Г. Система робастного управления. Евразийский патент. № 025476 от 30.12.2016.

37. Mamedov G. A., Rustamov G. A., Rustamov R. G. Construction of a Logical Control by Means of Optimization of the Function When an Object Model is Indeterminate // Automatic Control and Computer Sciences. 2010. Vol. 44, N. 3. P. 119–123.

38. Рустамов Г. А., Абдуллаева А. Т., Рустамов Р. Г. Оптимизация функции Ляпунова при релейном управлении динамическими объектами // Автоматизация и современные технологии. 2013. № 3. С. 21—25.

#### Analysis of Methods of Design of Robust Control Systems with High Gain Coefficient

**G. A. Rustamov,** gazanfar.rustamov@gmail.com, Azerbaijan Technical University, Baku, AZ1073, Azerbaijan

> Corresponding author: Rustamov Gazanfar A., D. Sc., Professor, Azerbaijan Technical University, Baku, AZ1073, Azerbaijan, e-mail: gazanfar.rustamov@gmail.com

> > Accepted on September 28, 2017

This work is not an overview paper and doesn't cover history of evolution of design methods of robust control systems with high gain coefficient. According to the chronology of the development there are discussed theoretical foundations and practical features of the main methods of this class allowing to control dynamic objects with functional uncertainties. The subject of the research is methods of "localization of motion", "robust correction" and a method based on Lyapunov functions, presented as " $K_{\infty}$  — robust control systems". The first two methods lead to a two-loop scheme, and the second to a single-loop with robust controller. Despite the compensation of uncertainties and the ghosting of the system in a linear form, the regulators of the first two methods are not robust in relation to the reference trajectory and external disturbances. Therefore, when changing them, it is necessary to perform a structural-parametric change in the regulator in real time. Implementation of this concept in practice leads to the use of a complex adaptive system with a perturbation identifier. The advantages and disadvantages of the methods are analysed. The use of a high gain coefficient for suppressing uncertainties has a dialectical basis — the inverse proportionality of the static error to the open-loop gain. This feature led to a simple and universal engineering method of synthesis, which does not require the use of a special mathematical device. The main disadvantage of the first two methods is that there are prevailing heuristic reasonings while synthesis, mainly in the search for a structure that allows an unlimited increase in the gain without breaking stability. The results of computer simulation in the Matlab / Simulink software environment are presented.

Keywords: undefined object, high gain, high derivative, localization effect, robust correction, Lyapunov function, phase flow.

For citation:

**Rustamov G. A.** Analysis Of Methods Of Design Of Robust Control Systems With High Gain Coefficient, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 6, pp. 363–373.

DOI: 10.17587/mau.19.363-373

#### References

1. **Poljak B. T., Shherbakov P. S.** *Robastnaja ustojchivost' i upravlenie* (Robust stability and control), Moscow, Nauka, 2002, 303 p. (in Russian).

2. Poljak B. T., Hlebnikov M. V., Shherbakov P. S. Upravlenie linejnymi siste mam pri vneshnih vozmushhenijah: Tehnika linejnyh matrichnyh neravenstv (Control of linear systems under external perturbations: The technique of linear matrix inequalities), Moscow, URSS, 2014, 560 p. (in Russian). 3. Doyle J. C., Glover K., Khargonekar P. P., Francis B. A. State — space solution to standard N2 and N $\infty$  control problem, IEEE Trans. Automat. Control, 1989, vol. 34, no. 8, pp. 831–846.

4. **Poznjak A. S.** Osnovy robastnogo upravlenija ( $H_{\infty}$  – teorija) (Fundamentals of robust control ( $H_{\infty}$  – theory)), Moscow, MFTI, 1991, 128 p. (in Russian).

5. Zacepilova Zh. V., Chestnov V. N. Sintez reguljatorov mnogomernyh sistem za dannoj tochnosti po srednekvadratichnomu kriteriju na osnove procedur LQ-optimizacii (Synthesis of regulators of multidimensional systems of specified accuracy based on root-mean-square criterion on LQ-optimization procedures), Avtomatika i Telemehanika, 2011, no. 11, pp. 70–85 (in Russian).

6. Balandin D. V., Kogan M. M. Algoritmy sinteza robastnogo upravlenija dinamicheskimi sistemami (Algorithms for synthesis of robust control of dynamic systems), Nizhnij Novgorod, NNGU, 2007, 88 p. (in Russian).

7. Utkin V. I. Sliding Modes in Optimization and Control Problems. New York, Springer Verlag, 1992, 387 p.

8. Emeljanov V. S., Korovin S. K. Novye tipy obratnyh svjazej: Upravlenie v uslovijah neopredelennosti (New types of feedback: Control in uncertain conditions), Moscow, Nauka, 1997, 352 p. in Russian).

9. Filimonov N. B. Metodologicheskij krizis "vsepobezhdajushhej matematizacii" sovremennoj teorii upravlenija (Methodological crisis of the "all winning mathematization" of the modern control theory), Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie. 2016, no. 5, pp. 291–299 (in Russian).

10. Ho N. F., Wong Y. K., Rad A. B. Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control Design: Lya-punov Approach, *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy System.* 2001, pp. 6–11.

11. Lee H., Tomizuka M. Adaptive Traction Control. University of California, Berkeley. Depertament of Mechanical Enginering. September, 1995, pp. 95–32.

12. Potapenko E. M. Robastnye kombinirovannye sistemy upravlenija s nabljuda-teljami (Robust combined control systems with observers), Problemy Upravlenija i Informatiki, 1995, no. 2, pp. 36–44 (in Russian).

13. **Potapenko E. M.** Issledovanie robastnosti sistem upravlenija s nabljudateljami (Research of robust control systems with observers), Izv. RAN. Teorija i sistemy upravlenija, 1996, no. 2, pp. 104–108 (in Russian).

14. Potapenko E. M. Sintez i sravnitel'nyj analiz robastnyh kompensatorov po-nizhennogo porjadka (Synthesis and comparative analysis of robust compensators of reduced order), *Izv. RAN. Teorija i Sistemy Upravlenija*, 1998, no. 4, pp. 65–74 (in Russian).

15. Kazurova A. E., Potapenko E. M. Vozmozhnye varianty postroenija vysokotochnyh sistem upravlenija uprugoj neopredelennoj jelektromehanicheskoj sistemoj (Possible options of design of high-precision control systems for elastic uncertain electromechanical systems), Elektrotehnika ta Elektroenergetika. 2009, no. 2, pp. 4–14 (in Russian).

16. **Potapenko E. M.** Sravnitel'naja ocenka robastnyh sistem upravlenija s razlich-nymi tipami nabljudatelej (Comparative evaluation of robust control systems with different types of observers), *Izv. RAN. Teorija i Sistemy Upravlenija*, 1995, no. 1, pp. 109–116 (in Russian).

17. Rustamov G. A. Absolutely Robust Control Systems, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2013, vol. 47, no. 5, pp. 227–241.

18. **Rustamov G. A.** Design of Absolutely Robust Control Systems for Multilinked Plant on the Basis of an Uncertainty Hyperobserver, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2014, vol. 48, no. 3, pp. 129–143.

19. **Bobcov A. A., Pyrkin A. A.** *Adaptivnoe i robastnoe upravlenie s kompensaciej neopredelennostej* (Adaptive and robust control with uncertainty compensation), SPb., NIU ITMO, 2013, 135 p. (in Russian).

20. Rustamov G. A., Mamedova A. T., Rustamov R. G. Analysis of desing features of  $K_{\infty}$ -Robust Control Systems, Konfrans International Conference "Global Science and Innovation", November 18–19th, 2015, USA, Chicago, vol. 2, pp. 137–145.

21. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Metod bol'shih kojefficientov usilenija i jeffekt lokalizacii dvizhenija v zadachah sinteza sistem avtomaticheskogo uprav-lenija (Large gain coefficients method and effect of the motion localization in the problem of synthesis of the automatic control system), Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie, 2009, no. 2 (95), pp. 2–10 (in Russian).

22. **Meerov M. V.** Sistem avtomaticheskogo upravlenija, ustojchivye pri beskonechno bol'shih kojefficientah usilenija (Automatic control system, stable at infinitely large gain factors), Avtomatika i Telemehanika, 1947, vol. 8, no. 4, pp. 225–243 (in Russian). 23. **Meerov M. V.** *Sintez struktur sistem avtomaticheskogo upravlenija vysokoj tochnosti* (Synthesis of structures of automatic control systems with high precision), Moscow, Nauka, 1967, 424 p. (in Russian).

24. Vostrikov A. S. Sintez sistem regulirovanija metodom lokalizacii (Synthesis of control systems by localization method), Novosibirsk, Publishing house of NGTU, 2007, 252 p. (in Russian).

25. **Vostrikov A. S.** *Starshaja proizvodnaja i bol'shie kojefficienty usilenija v zadache upravlenija nelinejnymi nestacionarnymi obektami* (The highest derivative and large coefficients in controlling the linear non-stationary objects), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2008, no. 5, pp. 2–7 (in Russian).

26. Vostrikov A. S. Problema cinteza reguljatorov dlja sistem avtomatiki: sostojanie i perspektivy (The problem of the synthesis of regulators for automation systems: state and prospects), Avtometrija, 2010, vol. 46, no. 2, pp. 3–19 (in Russian).

27. Vostrikov A. S., Francuzova A. G. Sintez PID-reguljatorov dlja nelinejnyh nestacionarnyh obektov (Synthesis of PID-regulators for nonlinear nonstationary objects), Avtometrija, 2015, no. 5, pp. 53–60 (in Russian).

28. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Robastnaja korrekcija v sistemah upravlenija s bol'shim kojefficientom usilenija (Robust correction in control systems with high gain), Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie, 2014, no. 12 (165), pp. 3–10 (in Russian).

29. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Metod bol'shoqo kojefficienta usilenija v zadache robastnoqo upravlenija (Method a big gain in problems of robust control), *Izvestija JuFU*, 2015, vol. 162, no. 1, pp. 175–185 (in Russian).

30. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Robastnaja korrekcija dinamicheskih obektov v sistemah avtomaticheskogo upravlenija (Robust correction of dynamic objects in automatic control systems), Avtometrija, 2015, vol. 51, no. 5, pp. 61–68 (in Russian).

31. **Rustamov G. A.** Robastnaja sistema upravlenija c povyshennym potencialom (Robust control system with high potential), *Izvestija Tomskogo Politehnicheskogo Universiteta*, 2014, vol. 324, no. 5, pp. 13–20 (in Russian).

32. **Rustamov G. A.** K $\infty$ -*robastnye sistemy upravlenija* (K $\infty$ -robust control systems), *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2015, no. 7, pp. 435–442 (in Russian).

33. Rustamov G. A., Rustamov R. G. Osobennosti K $\infty$ -robastnyh sistem upravlenija (Features of K $\infty$ -robust control systems), *Prospero*, 2015, no. 6 (18), pp. 30–33 (in Russian).

34. **Krutko P. D.** *Obratnye zadachi dinamiki v teorii avtomaticheskogo upravlenija* (Inverse problems of dynamics in the theory of automatic control), Moscow, Mashinostroenie, 2004, 576 p. (in Russian).

35. Furtat I. B., Nehoroshih A. N. Robastnoe upravlenie linejnymi mul'tiagent-nymi sistemami s ispol'zovaniem levyh raznostej dlja ocenki proizvodnyh (Robust control of linear multi-agent systems using left differences for the estimation of derivatives), UBS, 2017, iss. 65, pp. 41–59 (in Russian).

36. Rustamov G. A., Rustamov R. G. Sistema robastnogo upravlenija (Robust control system), Evrazijskij patent.  $\mathbb{N}$  025476 ot 30.12.2016 (in Russian).

37. Mamedov G. A., Rustamov G. A., Rustamov R. G. Construction of a Logical Control by Means of Optimization of the Function When an Object Model is Indeterminate, *Automatic Control and Computer Sciences*, 2010, vol. 44, no. 3, pp. 119–123.

38. Rustamov G. A., Abdullaeva A. T., Rustamov R. G. *Optimizacija funkcii Ljapunova pri relejnom upravlenii dinamicheskimi obektami* (Optimization of the Lyapunov function in relay control of dynamic objects), *Avtomatizacija i Sovremennye Tehnologii*, 2013, no. 3, pp. 21–25 (in Russian).

**О. Ф. Опейко**, канд. техн. наук, доц., oopeiko@bntu.by, Белорусский национальный технический университет, г. Минск

# Робастный синтез дискретных ПИД регуляторов для объектов с интервальными параметрами

Целью работы является робастный линейный синтез многоконтурной системы с одним входом и одним выходом с пропорционально интегрирующими дискретными (ПИ) регуляторами для объекта с параметрами, заданными на интервале. Параметрический синтез ПИ регуляторов основан на разделении движений системы на быструю и медленную составляющие и локализации корней на комплексной плоскости. Метод эффективен, если динамика системы имеет быструю и медленную составляющие движения, в частности, для автоматизированных электроприводов технологических объектов. Приведен пример расчета и моделирования, иллюстрирующий разработанный метод.

Ключевые слова: многоконтурная система, редукция порядка, линейная модель, модальный синтез, пропорционально-интегрирующий регулятор, робастность, дискретное управление

#### Введение

Управление с регуляторами простой структуры (ПИ, ПИД) привлекает внимание исследователей [1—5] по причине широкой применимости в системах промышленной автоматики. Робастный синтез ПИ, ПИД регуляторов рассмотрен, в частности, в работах [3—5]. В работе [3] представлен метод синтеза ПИД регуляторов, свободный от аналитической модели объекта. Синтез робастного управления дискретных систем [4, 5] остается актуальным, тем более что точное решение задачи дискретного синтеза обычно дает сложные выражения для закона управления.

Вместе с тем, применение редуцированных моделей и разделения движений на быструю и медленную составляющие [6—15] позволяет построить синтез параметров управления на основании хоть и приближенных выражений, но отражающих основные свойства.

Целью работы является синтез дискретных робастных ПИ регуляторов двухконтурной системы на основании локализации корней и разделения движений на быструю и медленную составляющие для объекта со структурной и параметрической заданной на интервале неопре-



деленностью [16, 17]. Синтез выполняется в следующих предположениях.

Требуемое время регулирования системы значительно меньше, чем минимальное время реакции объекта на единичное ступенчатое воздействие во всем диапазоне изменения параметров объекта. Во внутреннем контуре время регулирования значительно меньше, чем во внешнем. Поэтому во внешнем контуре время расчета сигнала на выходе ПИ регулятора допускается большее, чем во внутреннем, но кратно ему.

Структура двухконтурной системы показана на рис. 1. Контуры и их регуляторы нумеруются начиная от внешнего контура.

#### Область качества и траектория корней

Система содержит цифровое управление с ПИ регуляторами  $K_1$  и  $K_2$  вида  $K_i = M_i/N_i = (c_{1i}(z-1) + c_{0i}T_C)/(z-1))$ , (i = 1, 2) и непрерывный линеаризованный объект, описываемый векторно-матричными уравнениями

$$\dot{x}_P = A_P x_P + B_P u, \ y = C_P x_P.$$

В этих уравнениях  $x_P$  — вектор переменных состояния объекта;  $A_P$ ,  $B_P$ ,  $C_P$  — матрицы его параметров; u — сигнал управления, формируемый дискретными ПИ регуляторами; y — выход объекта.

Замена переменной [19, 20]  $z = T_C q + 1$  отображает единичный круг с центром в начале координат на плоскости z в круг в левой полуплоскости переменной q радиусом  $R_C = T_C^{-1}$ . Внутренний контур содержит цифровой ПИ регулятор с периодом  $T_C$  дискретности, внешний — с периодом  $T_{C1} = kT_C (k -$ целая положительная величина), и радиусы областей устойчивости равны  $R_C = T_C^{-1}$  и  $R_{C1} = T_{C1}^{-1} = \varepsilon R_C$  соответственно.

Два параметра ПИ регулятора позволяют обеспечить заданные показатели качества лишь для модели объекта первого порядка. Передаточные функции редуцированных [21] моделей объекта для внутреннего и внешнего контуров имеют вид  $W_{Pi}(s) = M_{Pi}(s)/N_{Pi}(s) = b_{Pi}/(s + a_{Pi})$  (i = 1, 2) или, в дискретном виде,  $W_{Pi} = M_{Pi}(z)/N_{Pi}(z)$ . Здесь и везде далее  $T_{C2} = T_C$ ,  $R_{C2} = R_C N_{Pi}(z) = z - d_i$ ,  $d_i =$  $= \exp(-T_{Ci}a_{Pi})$ ,  $b'_{Pi} = b_{Pi}(1 - d_i)$ ,  $M_{Pi}(z) = M_{Pi} = b'_{Pi}$ . Параметры объекта изменяются в интервалах  $a_{Pi} \in [\underline{a}_{Pi}, \overline{a}_{Pi}]$ ,  $b_{Pi} \in [\underline{b}_{Pi}, \overline{b}_{Pi}]$ .

Для двух комплексных сопряженных корней  $q_{1,2} = -\alpha_0 \pm j\omega_0$  желаемого характеристического полинома синтезируемого контура справедливы ограничения  $\operatorname{Re}(q_i) = \alpha_{0i} \in [\underline{\alpha}_{0i}, \overline{\alpha}_{0i}]$   $(i = 1, 2), \omega_{0i}/\alpha_{0i} \leq k_0$ , которые определяют желаемую область качества в виде трапеции на комплексной плоскости переменной *s*. На плоскости переменной *q* это будет криволинейная трапеция.

Области качества на плоскости *q* показаны на рис. 2.

Характеристический полином замкнутого *i*-го контура принимает вид  $N_i(z) = (z - 1)(z - d_i) + (T_{Ci}c_{0i} + c_{1i}(z - 1))b'_{Pi}$ . Замена переменной  $z = (T_{Ci}q + 1)$  позволяет перейти к выражению полинома через переменную q:

$$N_i(q) = q^2 + qa'_{Pi}(1 + c_{1i}b'_{Pi}) + c_{0i}b'_{Pi}a'_{Pi}.$$
 (1)

Здесь  $a'_{Pi} = (1 - d_i)/T_{Ci}$ . Пусть равные действительные [21, 22] корни  $q_1 = q_2 = -\alpha_{0i} =$  $= -(a_{Pi} + c_{1i}b_{P0i})/2$  получаются при расчетном значении  $b_{Pi} = b_{P0i}$ , т. е.  $c_{1i} = (2\alpha_{0i} - a_{P0i})/b_{P0i}$ ;  $c_{0i} = q_1q_2/b_{P0i}$ . Относительные значения  $\gamma_{1i} = a_{Pi}/a_{P0i}$ и  $\gamma_i = b_{Pi}/b_{P0i}$  параметров объекта упрощают анализ движения корней при изменениях параметров объекта. Если  $a_{P0} \neq 0$  и  $b_{P0i} \neq 0$ , полином (1) можно представить в виде

$$N_i(q) = q^2 + q(a_{P0i}(\gamma_{1i} - \gamma_i) + 2\gamma_i \alpha_{0i}) + \gamma_i \alpha_{0i}^2.$$
 (2)

Если  $a_{P0i} = 0$  либо  $\gamma_i = \gamma_{1i}$ , учитывая, что  $b_{Pi} > 0$  всегда, полином принимает вид

$$N_{i}(q) = q^{2} + q 2 \gamma_{i} \alpha_{0i} + \gamma_{i} \alpha_{0i}^{2}.$$
 (3)

Выражения (2), (3) зависят от расчетной величины  $\alpha_{0i}$  и от относительных изменений  $\gamma_{1i}$ ,  $\gamma_i$ параметров объекта. Это позволяет рационально выбрать значения расчетных параметров  $a_{0i}$  и  $b_{P0i}$  внутри заданных интервалов изменения параметров объекта. Далее, так как обычно  $2\gamma_i\alpha_{0i} \gg \alpha_{P0i}(\gamma_{1i} - \gamma_i)$ , принято, что либо  $\gamma_{1i} = \gamma_i$ , либо  $a_{P0i} \approx 0$ , и поэтому рассматривается полином (3).

На рис. 2 представлено расположение корневой траектории при изменении у, относительно областей качества в виде трапеции. Траектория, начинаясь при значении  $\gamma = 0$  в точке  $q_{1,2} = 0$ , имеет вид окружности с центром  $(-R_i, j0)$  и радиусом  $R_i = c_{0i}/c_{1i}$ . При значениях  $0 < 2\gamma_i \alpha_{0i} < 4R_i$ корни комплексные сопряженные и, в частности, в точке  $2\gamma \alpha_{0i} = 2R_i$  равны  $q_{1,2} = -\alpha_{0i} \pm j\alpha_{0i}$ . В точке  $2\gamma_i\alpha_{0i} = 4R_i$  корни равные действительные  $q_{1,2} = -2R_i$  и остаются действительными при дальнейшем увеличении у. Достаточно, чтобы из действительных корней лишь один (доминирующий) корень принадлежал области качества. На рис. 2 показаны область качества (обозначена штриховыми линиями) и корневая траектория при изменении величины у, стрелки указывают возрастание у.

В пределе, при  $\gamma_i = \infty$ , корни примут значения  $q_1 = -R_i, q_2 = -\infty$ . Доминирующий корень должен оставаться в области качества, а второй корень — в области устойчивости, т. е. принадлежать кругу радиусом  $R_{Ci}$  с центром ( $-R_{Ci}, j0$ ). Пусть заданная область ограничена по действительной оси интервалом  $[-\bar{h}_i, -\underline{h}_i]$ . Рассмотрим случай, когда  $|\bar{h}_i - \underline{h}_i| \ge R_i$ . Учитывая, что радиус кривизны значительно превосходит размер области каче



Мехатроника, автоматизация, управление, Том 19, № 6, 2018

ства, кривизной трапеции пренебрегаем. Тогда для размещения корней достаточно принять за исходную при  $\gamma_i = 1$  точку кратности корней  $2\gamma_i \alpha_{0i} = 2\alpha_{0i} = 4R_i = 2\overline{h_i}$ . При  $\gamma_i = \overline{\gamma_i}$  один из корней (доминирующий) должен принять значение  $q_{1,m} = -\underline{h}_i$ . Корень  $q_{2m}$  будет удовлетворять выражениям

$$2\overline{\gamma}_{i}\alpha_{0i} = \underline{h}_{i} - q_{2m};$$
  

$$\overline{\gamma}_{i}\alpha_{0i}^{2} = \underline{h}_{i} |q_{2m}|.$$
(4)

Учитывая принадлежность корня  $q_{2\underline{m}} \leq -R_{Ci}$  области устойчивости, имея  $\alpha_{0i} = 2R_i = \overline{h_i}$  и вводя обозначение  $\eta_i = \underline{h}_i/R_i = 2\underline{h}_i/\overline{h_i}$ , можно из выражения (4) вычислить величину  $r_i = R_i/R_{Ci}$ :

$$r_i = \frac{(\eta_i - 1)}{\eta_i}.$$
 (5)

Наименьшее относительное изменение параметра в области качества получается, если  $\underline{\gamma}_i < 1$  и корни комплексные сопряженные. Наименьшему значению  $\underline{\gamma}_i < 1$  будет соответствовать пара комплексных сопряженных корней  $q_{1,2} = -\underline{h}_i \pm j \sqrt{\underline{\gamma}_i} \alpha_{0i}^2 - \underline{h}_i$ , кроме того,  $2\underline{h}_i = 2\underline{\gamma}_i \alpha_{0i}$ . Отсюда нетрудно получить диапазон  $\overline{\gamma}_i \in [\underline{\gamma}_i, \overline{\gamma}_i]$ . Наибольшее и наименьшее возможные относительные изменения параметра в области качества должны удовлетворять выражениям

$$\overline{\gamma}_{i} = \frac{1}{r_{i}(2-r_{i})} = \frac{\eta_{i}^{2}}{4(\eta_{i}-1)} = \frac{\underline{h}_{i}^{2}}{(2\underline{h}_{i}-\overline{h}_{i})\overline{h}_{i}};$$

$$\underline{\gamma}_{i} = \frac{\underline{h}_{i}}{\overline{h}_{i}}.$$
(6)

Если  $\overline{b}_{Pi}/\underline{b}_{Pi} \leq \overline{\gamma}_i$ , то корни будут принадлежать области качества для всех  $\gamma_i \in [\underline{\gamma}_i, \overline{\gamma}_i]$ . Если  $\overline{b}_{Pi}/\underline{b}_{Pi} > \overline{\gamma}_i$ , то в расчетной точке  $q_{1,2} = -\alpha_{0i} =$ =  $-2R_i$  имеем  $b_{Pi} = \overline{b}_{Pi}/\overline{\gamma}_i$ , тогда величине  $\underline{b}_{Pi}$  будет соответствовать  $\underline{\gamma}_i = \overline{\gamma}_i \underline{b}_{Pi}/\overline{b}_{Pi} < 1$  и пара комплексных сопряженных корней. Если эти корни принадлежат области качества, то задача робастного синтеза разрешима, если нет, то возникает необходимость в перенастраиваемом регуляторе.

Если  $|\bar{h}_i - \underline{h}_i| \ge R_i$ , то, приняв в качестве расчетного значения  $q_{1,2} = -\alpha_{0i} = -2R_i$  и  $\gamma_i = \underline{\gamma}_i = 1$ , всегда можно обеспечить принадлежность корня  $q_1$  области качества во всем диапазоне изменения  $\gamma_i \in [\underline{\gamma}_i, \overline{\gamma}_i]$ . Для этого следует рассчитать  $r_i = R_i/R_{Ci}$ , используя выражение (6) и исходя из заданного значения  $\overline{\gamma}_i$ . В результате получим

$$r_i = 1 - \sqrt{1 - \overline{\gamma}_i^{-1}}.$$

Учитывая, что  $2R_i = \bar{h}_i$ , радиус  $R_{Ci}$  области устойчивости, а следовательно, и  $T_{Ci} = R_{Ci}^{-1}$  определяются из последнего выражения:

$$R_{Ci} = \frac{R_i}{r_i} = \frac{R_i}{1 - \sqrt{1 - \overline{\gamma_i}^{-1}}} = \frac{\overline{h_i}}{2(1 - \sqrt{1 - \overline{\gamma_i}^{-1}})},$$
$$T_{Ci} \leq \frac{2(1 - \sqrt{1 - \overline{\gamma_i}^{-1}})}{\overline{h_i}}.$$
(7)

Область качества в виде криволинейной трапеции *ABCDE* шириной  $\overline{h_i} - \underline{h}_i$ , расположенная на расстоянии  $\underline{h}_i$  от мнимой оси с ограничением  $\omega_i/\alpha_i \leq 1$  для корней  $q_{1,2} = -\alpha_i \pm j\omega_i$ , показана на рис. 2.

Отрезок траектории для  $\gamma_i \in [\gamma_{0i}, \overline{\gamma}_i]$  принадлежит области качества, если выполнить условия

$$R_i = c_{0_i} / c_{1i} \leq \overline{h_i} / 2, \quad \alpha_{0i} = 2R_i \leq \overline{h_i}.$$
(8)

Таким образом, анализ движения корней при изменениях параметров объекта дает расчетные выражения (4)—(8).

#### Метод расчета параметров ПИ регуляторов

Исходными данными для расчета параметров регуляторов является требуемое быстродействие (время регулирования) в системе, заданное интервалом  $t_0 \in [\underline{t}_0, \overline{t}_0]$ , по которому определяется интервал  $[-\overline{h}_i, -\underline{h}_i]$  на комплексной плоскости корней для внешнего контура, а также интервалы  $a_{Pi} \in [\underline{a}_{Pi}, \overline{a}_{Pi}]$ ,  $b_{Pi} \in [\underline{b}_{Pi}, \overline{b}_{Pi}]$  изменения параметров объекта.

Вначале следует рассчитать значения корней внешнего идеализированного контура по выражению  $q_{1,2} = -\alpha_0$ , где  $\alpha_0 = 3/\underline{t}_0 = \overline{h}_1$ . Для расчетных значений параметров объекта  $a_{P0} = 0$ ,  $b_{P0}$ ,  $b_{P0} \in [\underline{b}_P, \overline{b}_P]$ ,  $a_{P0} \in [\underline{a}_P, \overline{a}_P]$  получаются значения параметров регулятора внешнего контура  $c_{11} = 2\alpha_0/b_{P0}$ ;  $c_{01} = q_1q_2/b_{P0}$ .

Зная параметры  $c_{01}$ ,  $c_{11}$ , можно определить для внешнего контура значение  $R_1 = c_{01}/c_{11} = 2\alpha_0$ . Далее по выражениям (5)—(8) определяются  $\overline{\gamma}$ ,  $r_1$ ,  $R_{C1}$ ,  $T_{C1}$ .

После этого становится возможным определение требований к динамическим показателям внутреннего контура, и цикл расчетов повторяется для внутреннего контура. Расчет может быть продолжен для любого числа контуров.

В качестве примера рассчитываются параметры ПИ регуляторов системы (см. рис. 1) для исходных данных, приведенных в таблице. В рас-

Параметры системы

| Показатели качества  | Параметры объекта  | Параметры ПИ регулятора   |  |  |  |
|--|--|---|--|--|--|
| Внешний контур   | $b_{P} \in [\underline{b}_{P}, \overline{b}_{P}] = [50; 100];$ | $T_{C1} = 0,01 \text{ c}; \ c_{01} = q_1 q_2 / b_{P01} = 8,0 \text{ c}^{-1};$ |  |  |  |
| $\overline{h_i} = 3t_{0i}^{-1} = 20 \text{ c}^{-1};  \underline{h_i} = 3\overline{t_{0i}}^{-1} = 8 \text{ c}^{-1}$ | $a_{P} \in [\underline{a}_{P}, \overline{a}_{P}] = [0; 1]$     | $c_{11} = (2\alpha_{01} - a_{P01}) / b_{P01} = 0,8$                           |  |  |  |
| Внутренний контур  | $b_P \in [\underline{b}_P, \overline{b}_P] = [20; 25];$        | $T_C = 0,001 \text{ c}; \ c_{02} = 500 \text{ c}^{-1};$                       |  |  |  |
| $\overline{h}_i = 200;  \underline{h}_i = 3\overline{t}_{0i}^{-1} = 100$   | $a_P \in [\underline{a}_P, \overline{a}_P] = [100; 200]$       | $c_{12} = (2\alpha_{02} - a_{P02})/b_{P02} = 5$                               |  |  |  |

чете приняты значения  $b_{P0i} = \underline{b}_{Pi}$ ,  $a_{P0i} = \underline{a}_{Pi} \times \epsilon = r_i \leq 0, 2$ . Каждый контур должен иметь время регулирования, заданное в пределах  $t_{0i} \in [\underline{t_{0i}}, \overline{t_{0i}}]$ , что определяет положение области качества  $[-\underline{h}_i, -\overline{h}_i]$ .

Реакция системы на ступенчатое воздействие представлена на рис. 3, a,  $\delta$  — при расчетных параметрах объекта, на рис. 3, e, e — при увеличенном вдвое коэффициенте усиления объекта; рис. 3, a, e — внешний контур содержит дискретный ПИ регулятор и расчетный инерционный объект, рис. 3,  $\delta$ , e — двухконтурная система с ПИ регуляторами.

На рис. 3 видно, что процессы реальной дискретно-непрерывной системы с учетом динамики внутреннего контура мало отличаются от динамики расчетного внешнего контура как при расчетном  $\underline{b}_P$ , так и при изменившемся значении  $\overline{b}_P$  коэффициента усиления. Показатели качества во всех представленных случаях находятся в допустимых пределах.



Результаты моделирования процессов показывают, что выбранные соотношения интервалов дискретности и локализации корней внутреннего и внешнего контуров позволяют при синтезе внешнего контура внутренний контур считать безынерционным звеном. Учитывая более высокое быстродействие внутреннего контура, при его синтезе можно пренебречь динамикой внешнего контура.

#### Заключение

Модальное управление для робастного синтеза дает преимущество в свободе локализации корней в зависимости от требуемого качества системы и интервалов изменения параметров.

При выборе малого параметра є, меньшего 0,25, рассчитанные для редуцированного объекта параметры робастных ПИ регуляторов обеспечивают требуемые показатели качества.

> Для заданных границ  $[-h_i, -\underline{h}_i]$ области качества на комплексной плоскости корней возможно оцедопустимый нить диапазон  $\gamma_i \in [\gamma_i, \overline{\gamma}_i]$  изменения коэффициента усиления объекта по условию принадлежности корней области качества, используя выра-(6), если  $2\underline{h}_{i} - \overline{h}_{i} > 0$ . жения Если же  $2\underline{h}_i - \overline{h}_i < 0$ , то  $\gamma_i = 1$  и  $\overline{\gamma}_i$  может принимать произвольные значения  $\overline{\gamma}_i > 1$ , однако интервал дискретности контура ограничивается условием (7).

#### Список литературы

1. **Kessler C.** Über die Vorausberechnung optimal abgestimmer Regelkreise // Regelungstechnik. 1954. N. 12. P. 274–281.

2. Astrom K. J., Hagglund T. Advanced PID Control. North Carolina: ISA, 2006. 461 p.

3. Keel L. H., Bhattacharia S. P. Controller Synthesis Free of Analytical Models:

Three Term Controllers // IEEE Trans on AC. 2008. Vol. AC-53, N. 6. P. 1353–1369.

4. **Veselý V., Rosinová D.** Robust PSD Controller Design // Proc. of the 18<sup>th</sup> International Conference on Process Control. Tatranská Lomnica, Slovakia. 2011. P. 565–570.

5. Кузнецов А. П., Марков А. В., Шмарлевский А. С. Анализ настроек канала регулирования потокосцепления ротора в системе векторного управления // Доклады БГУИР. 2008. № 4 (34). С. 84—91.

6. Chow J. N., Kokotovic P. V. A Decomposition of Near-Optimum Regulators for Systems with Slow and Fast Modes // IEEE Trans. on Autom. Contr. 1976. Vol. AC-21, N. 5. P. 701–705.

7. Enrigh W. H., Kamel M. S. On Selecting a Low-Order Model Using the Dominant Mode Concept // IEEE Trans. On AC. October 1980. Vol. AC-25, N. 5. P. 976–978.

8. **Pernebo L., Silverman L. M.** Model Reduction via Balanced State Space Representation // IEEE Trans. on Autom. Contr. 1982. Vol. AC-27, N. 2. P. 382–387.

9. Saksena V. R., O'Reilly J., Kokotovic P. V. Singular Perturbation and Time-scale Methods in Control Theory: Survey 1976–1983 // Automatica. 1984. Vol. 20, N. 3. P. 273–293.

10. Yousuff R. E. Skelton. Controller Reduction by Component Cost Analysis // IEEE Trans. on Autom. Contr. 1984. Vol. AC-29, N. 6. P. 520–530.

11. Anderson D. O., Liu Y. Controller Reduction Concepts and approaches // IEEE Trans. on Autom. Contr. 1989. Vol. AC-34, N. 8. P. 802–812.

12. Опейко О. Ф. Синтез линейной системы на основании упрощенной модели объекта // Автоматика и телемеханика. 2005. № 1. С. 29—35.

13. **Opeiko O. F.** Design of a Linear System Using a Semplified Plant Model // Autom. Remote Control. 2005. Vol. 66, N. 1. P. 24–30.

14. Sootla A., Rantzer A., Kotsalis G. Multivariable Optimization Based Model Reduction // IEEE Transactions on Automatic Control. 2009.Vol. 54, N. 10. P. 2477–2480.

15. **Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Концепция модальной редукции моделей управляемых систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 12. С. 2—8.

16. Гайдук А. Р., Плаксиенко Е. А. Робастность редуцированных динамических систем автоматизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. № 5. С. 308—315.

17. Гайворонский С. А., Езангина Т. А. Параметрический синтез линейного регулятора для интервального объекта управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 9. С. 5—9.

18. Aschemann H., Minisini J., Rauh A. Interval Arithmetic Techniques for the Design of Controllers for Nonlinear Dynamical Systems with Application in Mechatronics. I // Известия РАН. Теория и системы управления. 2010.  $\mathbb{N}$  5. С. 5–16.

19. Джури Э. Инноры и устойчивость динамических систем. М.: Наука. 1979. 304 с.

20. Петров Б. Н., Соколов Н. И., Липатов А. В. и др. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами. Инженерные методы анализа и синтеза. М.: Машиностроение, 1986. 256 с.

21. Опейко О. Ф. Подчиненное управление объектом с параметрической неопределенностью // Системный анализ и прикладная информатика. № 3. 2015. С. 21–24.

22. Опейко О. Ф. Условия робастной оптимальности дискретно-непрерывной системы // Труды XVI Международной конференции "Проблемы управления и моделирования в сложных системах" (30 июня — 03 июля 2014 г., г. Самара, Россия). Самара: Самарский научный центр РАН, 2014. С. 617—620.

#### Robust Synthesis of Discrete PID Controllers for Objects with Interval Parameters

#### O. F. Opeiko, oopeiko@bntu,by,

Belarusian National Technical University, Minsk, 220013, Belarus

Corresponding author: Opeiko O. F., Ph. D., Associate Professor Faculty of Information Technologies and Robotics, of Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus, e-mail: oopeiko@bntu.by

Accepted on March 12, 2018

The main aim of this paper is the robust control synthesis of the cascade system with discrete proportional integral (PI) controllers. The PI and proportional integral derivative (PID) controllers are employed for the control of the various, in particular, high order plants with structural and parametric uncertainties. But with PI controllers, only the low order plants can be correctly controlled. Consequently, the synthesis must be completed with the first order models of the plant in the control loops. Hence, the problem is to calculate the PI controller parameters in order to offer the dynamics quality in conditions of structural and parametric uncertainties of ithe plant. The proposed parametric synthesis is based on the time scale approach and roots location on the complex plane. The small constant  $\varepsilon$  is denoted as a spectral value of the slow mode as percentage to the fast one. The nominal dynamics of each loop must be similar to the second order model dynamics. For the second order subsystems the regions of the roots deviation on the complex plane with plant parameters variations allow to establish the conditions of dominant roots location in the denoted area. The values of small constant  $\varepsilon < 0,25$  get the linear system with calculated discrete PI controllers and the valid (not reduced) plant similar to the chosen second order model dynamics. The proposed synthesis method is helpful for the system with the fast and slow components; in particular, the electrical drives control system. The numerical example of synthesis is presented with simulation results, which illustrate the application of the method

Keywords: synthesis, robust control, cascade system, time scale, parameters uncertainty, proportional integral (PI) controllers, parameterization

For citation:

**Opeiko O. F.** Robust Synthesis of Discrete PID Controllers For Objects with Interval Parameters, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 6, pp. 374–379.

DOI: 10.17587/mau.19.374-379

#### References

1. **Kessler C.** Über die Vorausberechnung optimal abgestimmer Regelkreise, *Regelungstechnik*, 1954, no. 12, pp. 274–281.

2. Astrom K. J., Hagglund T. Advanced PID Control, North Carolina, ISA, 2006, 461 p.

 Keel L. H., Bhattacharia S. P. Controller Synthesis Free of Analytical Models: Three Term Controllers, *IEEE Trans on AC*, 2008, vol. AC-53, no. 6, pp. 1353–1369.
 4. Veselý V., Rosinová D. Robust PSD Controller Design,

4. **Veselý V., Rosinová D.** Robust PSD Controller Design, *Proceedings of the 18<sup>th</sup> International Conference on Process Control,* Tatranská Lomnica, Slovakia, 2011, p. 565–570.

5. Kusnetsov A. P., Markov A. S., Shmarlevski A. C. Analiz nastroek kanala regulirovania potokosceplenia rotora (Analysis of the Rotor Flux Linkage Aktuating Path Setting in a Vector Control System), Proc. BSUIR, 2008, no. 4 (34), pp. 84–91 (in Russian).

6. Chow J. N., Kokotovic P. V. A Decomposition of Near-Optimum Regulators for Systems with Slow and Fast Modes, *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, 1976, vol. AC-21, no. 5, pp. 701–705.

 Enrigh W. H., Kamel M. S. On Selecting a Low-Order Model Using the Dominant Mode Concept, *IEEE Trans. On AC*, October 1980, vol. AC-25, no. 5, pp. 976–978.
 8. Pernebo L., Silverman L. M. Model Reduction via Ba-

8. Pernebo L., Silverman L. M. Model Reduction via Balanced State Space Representation, *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, 1982, vol. AC-27, no. 2, pp. 382–387.
 9. Saksena V. R., O'Reilly J., Kokotovic P. V. Singular

9. Saksena V. R., O'Reilly J., Kokotovic P. V. Singular Perturbation and Time-scale Methods in Control Theory: Survey 1976–1983, *Automatica*, vol. 20, no. 3, 1984, pp. 273–293.

10. Yousuff R. E. Skelton. Controller Reduction by Component Cost Analysis, *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, 1984, vol. AC-29, no. 6, pp. 520–530.

11. Anderson D. O., Liu Y. Controller Reduction Concepts and approaches, *IEEE Trans. on Autom. Contr.*, 1989, vol. AC-34, no. 8, pp. 802–812.

12. **Opeiko O. F.** Sintez lineinoi sistemy na osnovanii uproshchennoi modeli obiekta (Design of a Linear System Using a Simplified Plant Model), Avtomatika i Telemekhanika, 2005, no. 1, pp. 29–35 (in Russian).

13. **Opeiko O. F.** Design of a Linear System Using a Simplified Plant Model, *Autom. Remote Control*, 2005, vol. 66, no. 1, pp. 24–30.

14. Sootla A., Rantzer A., Kotsalis G. Multivariable Optimization Based Model Reduction, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, vol. 54, no. 10, pp. 2477–2480.

15. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Konsyepsiya modalnoi reduksiyi modelei upravliaemykh sistem (Concept of Control Systems Model Modal Reduction), Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2013, no. 12, pp. 2–8 (in Russian).

16. Gaiduk A. R, Plaksienko E. A. Robastnost redutsyrovannykh dinamitcheskikh sistem avtomatizatsii (Robustness of Reduced Dynamical Automation Systems Reduction), Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2016, no. 5, pp. 308–315 (in Russian).

17. Gaivoronski, S. A., Iezanguina T. A. Parametritcheskii sintez lineinogo reguliatora dlia intervalnogo obiekta unravlenia (Linear Regulator Parametric Synthesis for Interval Plant), Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2013, no. 9, pp. 5–9 (in Russian).

18. Aschemann H., Minisini J., Rauh A. Interval Arithmetic Techniques for the Design of Controllers for Nonlinear Dynamical Systems with Application in Mechatronics. I., *Izvestia RAN Teoria i Sistemy Upravlenia*, 2010, no. 5, pp. 5–16.

19. **Jury E. I.** Inners and Stability of Dynamic Systems, A Willey-Interscience Publications, John Willey & Sons, New York—London—Sydney—Toronto, 1974.

20. Petrov B. N., Sokolov N. I., Lipatov A. V. Sistemy avtomaticheskogo upravlenia obiektami s peremennymi parametrami. Injenernye metody analiza I sinteza (Control systems with plant parameters variation. Engineering methods of analysis and synthesis.), Moscow, Mashinostroenie, 1986, 256 p. (in Russian).

 Opeiko O. F. Podchinennoe upravlenie obiektom s parametricheskoi neopredelennostiu (Cascade Control for Plant with Parameters Uncertainty), System Analysis and Applied Information Science, 2015, no. 3, pp. 21–24 (in Russian).
 Opeiko O. F. Uslovia robastnoi optimalnosti diskretno-

22. **Opeiko O. F.** Uslovia robastnoi optimalnosti diskretnonepreryvnoi sistemy (Robust optimality conditions for discrete continuous system), Proceedings of the XVI International conference Complex systems: Control and modeling problems, June 30–July 3, 2014, Samara, Russia, pp. 617–620 (in Russian).



Ежегодная специализированная выставка оборудования и технологий для АСУ ТП и встраиваемых систем

17—19 октября 2018 г. Москва, ЦВК "Экспоцентр", Павильон ФОРУМ

### ХVІІІ МЕЖДУНАРОДНАЯ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННАЯ ВЫСТАВКА "ПЕРЕДОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ АВТОМАТИЗАЦИИ. ПТА-2018"

#### ОСНОВНАЯ ТЕМАТИКА ВЫСТАВКИ

- Автоматизация промышленного предприятия
- Автоматизация технологических процессов
- Измерительные технологии и метрологическое обеспечение
- Робототехника и мехатроника

Подробную информацию о выставке ПТА-2011 см. на сайте: http://www.pta-expo.ru/moscow/tematika.htm **А. П. Голуб,** вед. инженер, holub.imech@gmail.com, **Ю. Д. Селюцкий,** канд. физ.-мат. наук, доц., seliutski@imec.msu.ru, НИИ механики МГУ имени М. В. Ломоносова, г. Москва

#### Двухзвенный маятник в упругом подвесе<sup>1</sup>

Рассматривается двухзвенный маятник, упруго закрепленный в потоке среды. Получены условия асимптотической устойчивости для тривиального положения равновесия (когда оба звена направлены вдоль потока). Численно исследованы предельные циклы, возникающие в системе. Проведены эксперименты в аэродинамической трубе НИИ механики МГУ. Данные, полученные в ходе эксперимента, качественно совпадают с результатами численного моделирования.

Ключевые слова: автоколебания, аэроупругость, предельные циклы, ветроэнергетическая установка, устойчивость

Системы твердых тел, которые движутся под действием сил упругости и аэродинамической (или гидродинамической) нагрузки, называются аэроупругими системами и представляют большой интерес с точки зрения фундаментальных исследований и приложений (в частности, в области авиастроения и гражданского строительства). Активные исследования таких систем начались в 30-х годах прошлого века, но даже сейчас они еще далеки от завершения, что связано с достаточно сложной природой и существенно нелинейным характером сил, действующих на тело со стороны среды.

В большинстве работ рассматривается тело (имеющее крыловидную форму или плохообтекаемое), которое упруго устанавливается в потоке таким образом, что оно имеет одну вращательную и одну поступательную степень свободы. В такой системе влияние упругих и аэродинамических сил при определенных обстоятельствах может привести к появлению колебаний (регулярных или близких к хаотическим). Некоторые вопросы описания и управления такими колебаниями обсуждаются в работах [1—4]. Кроме того, изучается динамика обтекаемых тел в течениях, в частности, в [5, 6].

Вообще говоря, такое движение считается нежелательным, поскольку может привести к разрушению объекта. Вместе с тем наличие таких колебаний, означает, что данная система может использоваться для преобразования энергии потока в полезную энергию. Принимая во внимание непрерывное увеличение нагрузки на экосистемы, наблюдающееся в большинстве стран мира, необходимо расширять сферу использования возобновляемой энергии, в частности энергии движущихся сред, чтобы преобразовывать ее в электричество или другие виды полезной энергии. Это стимулирует поиск новых вариантов устройств, подходящих для этой цели.

Наиболее распространенные ветро- и гидроэлектростанции преобразуют движение воздуха или воды во вращение рабочего элемента (вертикально или горизонтально установленной турбины).

Однако в последнее время различные группы исследователей разрабатывают и другие типы устройств для преобразования энергии потока [7—14]. В этих установках рабочий элемент совершает не вращательное, а колебательное движение. Важной задачей при разработке таких систем преобразования энергии является выбор и анализ механических систем, которые могут использоваться в качестве рабочих элементов.

Известно, что двухзвенный маятник, находящийся в поле силы тяжести, демонстрирует широкий спектр колебательных режимов, включая хаотические [15, 16]. Высокая нелинейность аэродинамической нагрузки позволяет ожидать, что динамика двухзвенного маятника, помещенного в поток среды, также будет достаточной для того, чтобы этот объект можно было применять в качестве преобразователя энергии потока. В настоящей работе исследуются некоторые особенности поведения такого маятника.

#### Математическая модель системы

Рассмотрим двухзвенный аэродинамический маятник, который представляет собой двухзвенный маятник, второе звено которого несет тонкое крыло с симметричным аэродинамическим профилем. Вся система помещается в поток с постоянной скоростью V и монтируется таким образом, что обе оси маятника вертикальны. В отличие от работы [17], мы предполагаем, что оба звена маятника снабжены линейными спиральными пружинами (рис. 1).

Введем систему отсчета *О*<sub>1</sub>*XY*, ось абсцисс которой направлена по скорости потока. Выберем угол

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (проекты 17-08-01366, 18-01-00538).



Рис. 1. Двухзвенный аэродинамический маятник в упругом закреплении (вид сверху)

между этой осью и первым звеном и угол между этой осью и вторым звеном в качестве обобщенных координат. Предположим, что пружины не напряжены, когда оба этих угла равны нулю, т. е. звенья ориентированы "вдоль потока".

Чтобы описать аэродинамическую нагрузку на крыло, воспользуемся квазистатическим подходом, в рамках которого предполагается, что аэродинамическая нагрузка на крыло зависит только от мгновенного состояния движения системы. Эту нагрузку можно разложить на силу лобового сопротивления **S** и подъемную силу **P**, приложенные в середине *C* хорды крыла, а также аэродинамический крутящий момент  $\mathbf{M}_z$  вокруг этой точки.

Сила сопротивления направлена вдоль воздушной скорости  $V_c$  точки C, а подъемная сила перпендикулярна ей. Тогда указанные компоненты аэродинамической нагрузки могут быть представлены в следующем виде:

$$S = \frac{1}{2}\rho s V_c^2 C_d(\alpha), P = \frac{1}{2}\rho s V_c^2 C_l(\alpha),$$
  

$$M_z = \frac{1}{2}\rho s b V_c^2 C_m(\alpha).$$
(1)

Здесь  $\rho$  — плотность воздуха; *s* — характерная площадь крыла; *b* — длина хорды крыла;  $C_d(\alpha)$  и  $C_l(\alpha)$  — безразмерные коэффициенты силы сопротивления и подъемной силы соответственно;  $C_m(\alpha)$  — безразмерный коэффициент аэродинамического момента относительно точки *C*;  $\alpha$  — мгновенный угол атаки, т.е. угол между  $V_c$  и хордой крыла. Поскольку профиль крыла симметричный, то выполнены следующие условия:

$$C_d(\alpha) = C_d(-\alpha); C_l(\alpha) = -C_l(-\alpha); C_m(\alpha) = -C_m(-\alpha).$$

Угол атаки и V<sub>c</sub> определяются из следующих кинематических соотношений:

$$V_{c}\cos\alpha = V\cos\theta + L_{1}\dot{\phi}\sin(\phi - \theta);$$
  

$$V_{c}\sin\alpha = V\sin\theta + L_{1}\dot{\phi}\cos(\phi - \theta) + R\dot{\theta}.$$
(2)

Здесь R — расстояние между точкой соединения первого и второго звеньев и точкой C;  $L_1$  — длина первого звена.

Учитывая вышесказанное, уравнения движения можно записать в следующем виде:

$$\begin{split} &(J_1 + mL_1^2)\ddot{\varphi} + mL_1L_2\cos(\theta - \varphi)\ddot{\theta} - \\ &- mL_1L_2\sin(\theta - \varphi)\dot{\theta}^2 = -\frac{\rho s V_c L_1}{2}C_d(\alpha) \times \\ &\times (V\sin\varphi + L_1\dot{\varphi} + R\cos(\theta - \varphi)\dot{\theta}) + \\ &+ \frac{\rho s V_c L_1}{2}C_l(\alpha)(-V\cos\varphi + R\sin(\theta - \varphi)\dot{\theta}) - \\ &- K_1\varphi + K_2(\theta - \varphi); \\ &(J_2 + mL_2^2)\ddot{\theta} + mL_1L_2\cos(\theta - \varphi)\ddot{\varphi} + \\ &+ mL_1L_2\sin(\theta - \varphi)\dot{\varphi}^2 = -\frac{\rho s V_c R}{2}C_d(\alpha) \times \\ &\times (V\sin\theta + R\dot{\theta} + L_1\cos(\theta - \varphi)\dot{\phi}) + \\ &+ \frac{\rho s V_c R}{2}C_l(\alpha)(-V\cos\theta + L_1\sin(\theta - \varphi)\dot{\phi}) + \\ &+ \frac{\rho s V_c^2 b}{2}C_m(\alpha) - K_2(\theta - \varphi). \end{split}$$

Здесь  $J_1$  — момент инерции первого звена относительно неподвижной оси;  $J_2$  — центральный момент инерции второго звена; m — масса второго звена;  $L_1$  — длина первого звена;  $L_2$  — расстояние от шарнира между первым и вторым звеньями до центра масс второго звена;  $K_{1, 2}$  — коэффициенты жесткости пружин, установленных в местах соединения звеньев.

Обезразмерим систему, введя безразмерное время  $\tau = V_0 t/b$  (где  $V_0$  — скорость набегающего потока), и введем безразмерные параметры:

$$u = \frac{V}{V_0}, \ u_c = \frac{V_c}{V_0}, \ j_{1,2} = \frac{2J_{1,2}}{\rho s b^3}, \ m = \frac{2m}{\rho s b},$$
$$l_{1,2} = \frac{L_{1,2}}{b}, \ r = \frac{R}{b}, \ k_{1,2} = \frac{2K_{1,2}}{\rho s V_0^2 b}.$$

Уравнения (2) и (3) примут следующий вид:

$$u_{c}\cos\alpha = u\cos\theta + l_{1}\dot{\varphi}\sin(\varphi - \theta); \qquad (4)$$

$$u_{c}\sin\alpha = u\sin\theta + l_{1}\dot{\varphi}\cos(\theta - \varphi) + r\dot{\theta}; \qquad (4)$$

$$(j_{1} + \mu l_{1}^{2})\ddot{\varphi} + \mu l_{1}l_{2}\ddot{\theta}\cos(\theta - \varphi) - \mu l_{1}l_{2}\dot{\theta}^{2}\sin(\theta - \varphi) =$$

$$= -u_{c}l_{1}C_{d}(\alpha)(u\sin\varphi + l_{1}\dot{\varphi} + r\dot{\theta}\cos(\theta - \varphi)) +$$

$$+ u_{c}l_{1}C_{l}(\alpha)(-u\cos\varphi + r\dot{\theta}\sin(\theta - \varphi)) - k_{1}\varphi + k_{2}(\theta - \varphi); \qquad (j_{2} + \mu l_{2}^{2})\ddot{\theta} + \mu l_{1}l_{2}\ddot{\varphi}\cos(\theta - \varphi) + \mu l_{1}l_{2}\dot{\varphi}^{2}\sin(\theta - \varphi) = \qquad (5)$$

$$= -u_{c}rC_{d}(\alpha)(u\sin\theta + r\dot{\theta} + l_{1}\dot{\varphi}\cos(\theta - \varphi)) +$$

$$+ u_{c}rC_{l}(\alpha)(-u\cos\theta + l_{1}\dot{\varphi}\sin(\theta - \varphi)) +$$

$$+ u_{c}^{2}C_{m}(\alpha) - k_{2}(\theta - \varphi).$$

Уравнения (4)—(5) образуют замкнутую систему уравнений движения маятника.

#### Положения равновесия и предельные циклы

Для крыла с симметричным профилем существует тривиальное положение равновесия:  $\varphi \equiv 0$ ,  $\theta \equiv 0$ . Это ситуация, когда оба звена направлены вдоль потока. Заметим, что система уравнений (4)—(5) может иметь и другие неподвижные точки, которые соответствуют "косым" положениям равновесия. Число таких положений возрастает с уменьшением жесткости пружин или увеличением скорости ветра. Однако здесь мы ограничимся анализом положения равновесия "вдоль потока".

Уравнения движения, линеаризованные в окрестности этого положения равновесия, выглядят следующим образом:

$$(j_{1} + \mu l_{1}^{2})\ddot{\varphi} + \mu l_{1}l_{2}\ddot{\theta} = -\mu l_{1}C_{d0}(u\varphi + l_{1}\dot{\varphi} + r\dot{\theta}) - -\mu^{2}l_{1}C_{l}^{\alpha}(u\theta + l_{1}\dot{\varphi} + r\dot{\theta}) - k_{1}\varphi + k_{2}(\theta - \varphi);$$
(6)  
$$(j_{2} + \mu l_{2}^{2})\ddot{\theta} + \mu l_{1}l_{2}\ddot{\varphi} = = -\mu(r - r_{0})(C_{l}^{\alpha} + C_{d0})(u\theta + l_{1}\dot{\varphi} + r\dot{\theta}) - k_{2}(\theta - \varphi).$$

Здесь  $C_{d0} = C_d(0); C_l^{\alpha} = C_l'(\alpha)|_{\alpha=0}; r_0$ -расстояние от C до центра давления крыла:  $r_0 = C_m^{\alpha}/(C_l^{\alpha} + C_{d0}),$  и  $C_m^{\alpha} = C_m'(\alpha)|_{\alpha=0}$ . Предположим, что расстояние от шарнира между звеньями до переднего края лопасти всегда положительно и, следовательно,  $r - r_0 > 0.$ 

Критерии асимптотической устойчивости этого положения равновесия в общем случае очень громоздки. Поэтому обсудим более подробно некоторые частные случаи.

Вначале рассмотрим маятник без пружин:  $k_1 = k_2 = 0$ . Предположим, что крыло достаточно тонкое. В этом случае, как известно из статических экспериментов, коэффициент лобового сопротивления при малых углах атаки мал:  $C_{d0} \ll 1$ .

Тогда для двух корней характеристического полинома можно записать следующие приближенные выражения:

$$\begin{split} l_{1,2} &= \pm i u \sqrt{\frac{C_{d0}(r-r_0)}{j_1(r-r_0)-m l_1^2(l_2-r+r_0)}} - u(r-r_0) \times \\ &\times l_1 \frac{j_1(r-r_0)-j_2 l_1-m l_1(l_2+l_1)(l_2-r+r_0)}{(j_1(r-r_0)-m l_1^2(l_2-r+r_0))^2} + o(C_{d0}). \end{split}$$

Другие два корня вычисляются из следующего уравнения с точностью до o(1):

$$(j_1ml_2^2 + j_2ml_1^2 + j_1j_2)l_{3,4}^2 + uC_l^{\alpha}(ml_1^2(l_2 - r) \times (l_2 - r + r_0) + j_1r(r - r_0) + j_2l_1^2)l_{3,4} + u^2C_l^{\alpha}(j_1(r - r_0) - ml_1^2(l_2 - r + r_0)) = 0.$$

Пусть выполнено неравенство:

$$j_1(r-r_0) - j_2 l_1 - m l_1 (l_2 + l_1) (l_2 - r + r_0) > 0.$$
(7)

Тогда нетрудно показать, что действительные части всех корней характеристического многочлена отрицательны и рассматриваемое равновесие асимптотически устойчиво. И, наоборот, если неравенство (7) не выполняется, то это равновесие неустойчиво.

Условие (7) заведомо выполнено, если крыло установлено достаточно далеко от шарнира между звеньями. В этом случае равновесие "вдоль потока" асимптотически устойчиво. В то же время неравенство (7) нарушается, когда крыло находится достаточно близко к шарниру между звеньями. При этом имеет место неустойчивость.

Проанализируем влияние жесткости пружин на устойчивость. При сделанных предположениях граница области устойчивости в пространстве параметров может быть представлена в следующей форме:

$$A_2(k_1 - k_{11})(k_1 - k_{12}) = 0, (8)$$

где

$$\begin{split} &A_{2} = (C_{l}^{\alpha})^{2} u^{2} l_{1}^{2} r(r-r_{0})(j_{2}+ml_{2}(l_{2}-r)) \times \\ &\times (j_{2}+ml_{2}(l_{2}-r+r_{0})); \\ &k_{11} = \frac{k_{2}(l_{1}+r-r_{0})(j_{1}(r-r_{0})-j_{2}l_{1}-}{l_{1}(r-r_{0})\times} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{-ml_{1}(l_{1}+l_{2})(l_{2}-r+r_{0}))}{\times (j_{2}+ml_{2}(l_{2}-r+r_{0}))}; \\ &k_{12} = \frac{C_{l}^{\alpha} u^{2} l_{1}(j_{1}r(r-r_{0})+j_{2}l_{1}^{2}+ml_{1}^{2}(l_{2}-r)(l_{2}-r+r_{0}))}{l_{1}r(j_{2}+ml_{2}(l_{2}-r))} + \\ &+ \frac{k_{2}(l_{1}+r)(j_{1}r-j_{2}l_{1}-ml_{1}(l_{1}+l_{2})(l_{2}-r))}{l_{1}r(j_{2}+ml_{2}(l_{2}-r))}. \end{split}$$

При  $r > j_2/ml_2 + l_2 + r_0$  величины  $k_{11}$  и  $k_{12}$  отрицательны,  $A_2 > 0$ , поэтому асимптотическая устойчивость имеет место для любых физически осмысленных значений коэффициентов жесткости. При  $j_2/ml_2 + l_2 < r < j_2/ml_2 + l_2 + r_0$  коэффициент  $A_2$  отрицательный. Это означает, что выражение (7) будет меньше нуля при достаточно больших  $k_1$  (для любых значений  $k_2$ ) и рассматриваемое положение равновесия будет неустойчивым.

Рассмотрим случай, когда вторая пружина отсутствует (т.е.  $k_2 = 0$ ). Тогда границы области устойчивости с точностью до o(1) определяются следующими формулами:

$$\begin{split} r_1 &= r_0, r_2 = r_0 + \frac{j_2 + m l_2^2}{m l_2}; \\ r_{3,4} &= \frac{k(j_2 + m l_2^2) + 2m l_2 l_1^2 u^2 C_y^{\alpha} + u^2 C_y^{\alpha} r_0 (j_1 + m l_1^2) \pm \sqrt{A}}{2(km l_2 + u^2 C_y^{\alpha} (j_1 + m l_1^2))}, \end{split}$$

где

$$A = (k(j_2 + ml_2^2) + C_y^{\alpha}u^2r_0(j_1 + ml_1^2))^2 - 4u^2C_y^{\alpha}l_1^2(u^2C_y^{\alpha}(mj_2 + j_1j_2 + ml^2j_1) + kr_0m^2l_2^2).$$

Если  $r_0$  достаточно мало, так что выполняется неравенство  $r_0 < 2l_1 \sqrt{j_1 m l_2^2 + j_2 m l_1^2 + j_1 j_2} \times$ 



Рис. 4. Предельные циклы, возникающие при различных значениях r: сплошная линия соответствует  $\phi$ , штриховая соответствует  $\theta$ 

 $(j_1 + ml_1^2)^{-1}$ , то существует некоторое критическое значение  $k_*$  жесткости пружины в первом шарнире, такое что при  $k < k^*$  величина A отрицательна, а при  $k > k^*$  — положительна. На рис. 2 качественно изображены области устойчивости рассматриваемого положения равновесия на плоскости (r, l) при  $k < k^*$  и  $k > k^*$ . Отметим, что область неустойчивости (выделена серой за-

ливкой) уменьшается с увеличением жесткости.

Отметим, что с точки зрения отбора энергии потока необходимо выбирать параметры системы таким образом, чтобы положение равновесия было неустойчивым.

Когда положение равновесия "вдоль потока" становится неустойчивым, в системе возникают колебания. Для их исследования проведено численное моделирование для следующих значений параметров:  $j_1 = 10, j_2 = 10, m = 10, l_1 = 1, l_2 = 1,$ r = 1, 2, u = 1. Для определения аэродинамических характеристик использовался профиль NACA0015 [18].

На рис. 3 показаны зависимости амплитуд  $\phi$ ,  $\theta^*$  первого и второго звеньев соответственно от коэффициентов жесткости.

Заметим, что вторая пружина, вообще говоря, оказывает стабилизирующее действие на систему. Тем не менее, увеличение жесткости первой пружины может привести к значительному увеличению амплитуды колебаний маятника.

В отсутствие пружин в системе есть два предельных цикла. Зависимость углов от времени показана на рис. 4 (сплошная линия для первого звена, штриховая для второго). Для первого цикла (при больших r) амплитуда первого звена относительно велика, при этом отклонение второго звена от оси потока невелико. В циклах второго типа, которые возникают при небольших r, оба звена колеблются с большими амплитудами (причем  $\theta^*$  может быть больше  $\phi^*$ ). В области малых r колебания становятся нерегулярными.

#### Экспериментальные исследования

Для изучения динамики аэродинамического маятника была проведена серия экспериментов. Испытания проводили в дозвуко-



Рис. 5. Двухзвенный аэродинамический маятник в аэродинамической трубе

вой аэродинамической трубе A10 НИИ механики МГУ (размер поперечного сечения рабочей области 0,8 м).

Звенья маятника изготовлены в виде рамок из стальных трубок (рис. 5). Крыло изготовлено из пенополистирола и имеет стандартный профиль NACA0015. Оно может быть закреплено в разных положениях по отношению ко второму звену.

Испытания проводили при различных значениях скорости потока (от 5 до 15 м/с) и разных расстояниях между центральной точкой крыла и шарниром между звеньями (от 8 до 14 см). Положение звеньев маятника регистрировали с использованием высокоскоростной камеры.

Массовые и инерционные параметры системы и аэродинамические характеристики крыла таковы, что условие (7) асимптотической устойчивости равновесия "вдоль потока" не выполняется.

На рис. 6, 7 приведены результаты эксперимента. Показана зависимость амплитуд  $\phi^*$ ,  $\theta^*$  колебаний звеньев маятника от скорости набегающего потока (рис. 6) и зависимость частоты колебаний  $\omega$  от скорости ветра V (рис. 7). Черным цветом на рис. 6 обозначены амплитуды первого звена, а серым — амплитуды второго. Различные кривые соответствуют разным положениям крыла.

Очевидно, существуют два разных типа предельных циклов при разных диапазонах параметра r (т. е. при разных расстояниях от крыла до первого звена). При относительно малых r амплитуда колебаний обоих звеньев практически не зависит от скорости ветра и немного уменьшается с ростом r. Амплитуда колебаний первого звена меньше, чем второго, а их частота линейно возрастает с увеличением V. Зарегистрированные циклы качественно соответствуют циклам, полученным при численном моделировании и показанным на рис. 4,  $\delta$ .

С ростом *r* возникает другой тип циклов, в которых  $\varphi^*$  больше  $\theta^*$ . Следует отметить, что  $\varphi$ возрастает при увеличении скорости ветра (что может быть связано с трением, оказывающим существенное влияние на затухание в области малых углов). Частота колебаний в этих циклах значительно ниже, чем в предыдущем примере. Циклы второго типа качественно соответствуют циклам, показанным на рис. 4, *a*.



#### Выводы

Исследована динамика двухзвенного аэродинамического маятника в упругом закреплении. Получены условия асимптотической устойчивости положения равновесия "вдоль потока". Исследуется влияние положения крыла и коэффициентов жесткости пружин на устойчивость.

Изучаются предельные циклы, возникающие в системе при определенных значениях параметров. Проанализирована зависимость их амплитуды от жесткости пружин.

Эксперименты с таким маятником проводили в аэродинамической трубе Института механики МГУ. В ходе испытаний были определены характеристики колебательных режимов для разных скоростей ветра и различных положений крыла на втором звене. Показано, что экспериментальные данные качественно согласуются с результатами численного моделирования.

#### Список литературы

1. **Strganac T. W., Ko J., Kurdila A. J.** Identification and Control of Limit Cycle Oscillations in Aeroelastic Systems // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2000. Vol. 23, Iss 6. P. 1127–1133.

2. **Dimitriadis G., Li J.** Bifurcation behavior of airfoil undergoing stall flutter oscillations in low-speed wind tunnel // AIAA Journal. 2009. Vol. 47. Iss. 11. P. 2577–2596.

3. Климина Л. А., Досаев М. З., Селюцкий Ю. Д. О динамике ветроэнергетической установки с рабочим элементом на основе механизма антипараллелограмма // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 8. С. 536—540.

4. Gao M., Cai G. Robust fault-tolerant control for wing flutter under actuator failure // Chinese Journal of Aeronautics. 2016. Vol. 29, Iss 4. P. 1007–1017.

5. Mannini C., Marra A. M., Bartoli G. VIV-galloping instability of rectangular cylinders: Review and new experiments. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2014. Iss. 132. P. 109–124.

6. Xu K., Ge Y., Zhang D. Wake oscillator model for assessment of vortex-induced vibration of flexible structures under wind action // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 2014. Iss. 136. P. 192–200.

7. Jones K. D., Davids S. T., Platzer M. F. Oscillating-wing power generation // 3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference. 1999. P. 1–6.

8. Isoc T., Leach F., Bobean C., Pavel V., Vadan I. Study and design of a wing oscillating wind system // Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE), 2011 7th International Symposium. 2011. P. 1–4.

9. Barrero-Gil A., Pindado S., Avila S. Extracting energy from vortex-induced vibrations: a parametric study. Appl. Math. Model. 2012. Vol. 36, Iss. 7. P. 3153–3160.

10. Klimina L. A., Samsonov V. A., Hwang S. S., Lin K. H., Lin C. H. Application of the Poincare-Pontryagin theorem to analysis of a dynamical model of a wind powered car // International Conference Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference), IEEE. 2016. P. 1–3.

11. Abdelkefi A. Aeroelastic energy harvesting. A review // International Journal of Engineering Science. 2016. Iss. 100. P. 112–135.

12. Klimina L., Dosaev M., Selyutskiy Yu. Asymptotic analysis of the mathematical model of a wind-powered vehicle // Applied Mathematical Modelling. Elsevier BV. 2017. Vol. 46. P. 691–697.

13. **Dosaev M., Klimina L., Selyutskiy Y.** Wind Turbine Based on Antiparallel Link Mechanism. New Trends in Mechanism and Machine Science, Mechanisms and Machine Science // Springer International Publishing. 2017. Vol. 43. P. 543–550.

14. Klimina L. A., Lokshin B. Ya., Selyutskiy Yu. D., Garziera R. Necessary and sufficient conditions of existence of periodical motions in the model of a hinge mechanism in a flow // Procedia Engineering. 2017. Vol. 199. P. 826–831.

15. **Zhou Z., Whiteman C.** Motions of a double pendulum // Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications. 1996. Vol. 26. Iss. 7. P. 1177–1191.

16. Awrejcewicz J., Sendkowski D. Geometric analysis of the dynamics of a double pendulum // Journal of Mechanics of Materials & Structures. 2007. Vol. 2, Iss. 8. P. 1421–1430.

17. **Dosaev M. Z., Selyutskiy Yu. D.** On dynamics of double pendulum in airflow // Proc. of the 6th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference. 2008. P. 4.

18. Sheldahl R. E., Klimas P. C. Aerodynamic Characteristics of Seven Symmetrical Airfoil sections Through 180 Degree Angle of Attack for Use in Aerodynamic Analysis of Vertical Axis Wind Turbines // Sandia National Laboratories. Albuquerque. 1981. P. 118.

#### **Elastically Mounted Double Aerodynamics Pendulum**

A. P. Holub, holub.imech@gmail.com, Y. D. Selyutskiy, seliutski@imec.msu.ru, Institute of Mechanics of Lomonosov MSU, Moscow, 119192, Russian Federation

Corresponding author: Holub Andrew P., Leading Engineer, Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russian Federation, e-mail: holub.imech@gmail.com

Accepted on March 02, 2018

Consider a double aerodynamic pendulum that represents a double pendulum, the second link of which carries a thin wing with symmetrical airfoil. The entire system is placed in flow with the constant speed V and mounted in such a way that both axes of the pendulum are vertical. We assume that both joints of the pendulum are equipped with linear spiral springs. Systems of rigid bodies that move under the combined action of elastic forces and aerodynamic (or hydrodynamic) load are called aeroelastic systems and are of great interest from the point of view of basic research and applications (especially in the areas of aerospace and civil engineering). An elastically mounted double-link aerodynamic pendulum is considered. It is assumed that the flow acts only upon the second link of the system. Conditions of asymptotic stability of the trivial

equilibrium "along the flow" (when both links are stretched along the flow) are obtained. Influence of position of the wing and of coefficients of structural stiffness upon the stability is discussed. Limit cycles are studied that arise in the system for a certain range of values of parameters. Dependence of their amplitude on coefficients of stiffness is analyzed. Experiments with such pendulum are performed in the wind tunnel of the Institute of Mechanics of Lomonosov MSU, where parameters of periodic motions are registered for different wind speeds, and different locations of the wing with respect to the second link. It is shown that experimental data is in qualitative agreement with results of numerical simulation.

Keywords: auto-oscillations, aeroelasticity, limit cycles, wind power station, stability

**Acknowledgements:** This work was partially supported by the Russian Foundation for Basic Research, projects 17-08-01366, 18-01-00538.

For citation:

Holub A. P., Selyutskiy Y. D. Elastically Mounted Double Aerodynamics Pendulum, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 6, pp. 380–386.

DOI: 10.17587/mau.19.380-386

#### References

1. Strganac T. W., Ko. J., Kurdila A. J. Identification and Control of Limit Cycle Oscillations in Aeroelastic Systems, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, vol. 23, iss. 6, pp. 1127–1133.

2. Dimitriadis G., Li J. Bifurcation behavior of airfoil undergoing stall flutter oscillations in low-speed wind tunnel, *AIAA Journal*, 2009, vol., 47, iss. 11, pp. 2577–2596.

3. Klimina L. A., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D. O dinamike vetroenergeticheskoy ustanovki s rabochim elementom na osnove mehanizma antiparalellogramma (Dynamics of a wind power stations with a working element based on the parallelogram mechanism), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 536–540 (in Russian).

4. Gao M., Cai G. Robust fault-tolerant control for wing flutter under actuator failure, *Chinese Journal of Aeronautics*, 2016, vol. 29, iss. 4, pp. 1007–1017.

5. Mannini C., Marra A. M., Bartoli G. VIV-galloping instability of rectangular cylinders: Review and new experiments, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2014, iss. 132, pp. 109–124.

6. Xu K., Ge Y., Zhang D. Wake oscillator model for assessment of vortex-induced vibration of flexible structures under wind action, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2014, iss. 136, pp. 192–200.

7. Jones K. D., Davids S. T., Platzer M. F. Oscillating-wing power generation, *3rd ASME/JSME Joint Fluids Engineering Conference*, 1999, pp. 1–6. 8. Isoc T., Leach F., Bobean C., Pavel V., Vadan I. Study and design of a wing oscillating wind system, *Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE)*, 2011 7th International Symposium, 2011, pp. 1–4.

9. **Barrero-Gil A., Pindado S., Avila S.** Extracting energy from vortex-induced vibrations: a parametric study, Appl. Math. Model., 2012, vol. 36, iss. 7, pp. 3153–3160.

10. Klimina L. A., Samsonov V. A., Hwang S. S., Lin K. H., Lin C. H. Application of the Poincare-Pontryagin theorem to analysis of a dynamical model of a wind powered car, *International Conference Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems* (*Pyatnitskiy's Conference*), IEEE, 2016, pp. 1–3.

11. Abdelkefi A. Aeroelastic energy harvesting. A review, *International Journal of Engineering Science*, 2016, iss. 100, pp. 112–135.

12. Klimina L., Dosaev M., Selyutskiy Yu. Asymptotic analysis of the mathematical model of a wind-powered vehicle, *Applied Mathematical Modelling*, Elsevier BV, 2017, vol. 46, pp. 691–697.

13. **Dosaev M., Klimina L., Selyutskiy Y.** Wind Turbine Based on Antiparallel Link Mechanism. New Trends in Mechanism and Machine Science, Mechanisms and Machine Science, *Springer International Publishing*, 2017, vol. 43, pp. 543–550.

14. Klimina L. A., Lokshin B. Ya., Selyutskiy Yu. D., Garziera R. Necessary and sufficient conditions of existence of periodical motions in the model of a hinge mechanism in a flow, *Procedia Engineering*, 2017, vol. 199, pp. 826–831.

15. **Zhou Z., Whiteman C.** Motions of a double pendulum, *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 1996, vol. 26, iss. 7, pp. 1177–1191.

16. Awrejcewicz J., Sendkowski D. Geometric analysis of the dynamics of a double pendulum, *Journal of Mechanics of Materials & Structures*, 2007, vol. 2, iss. 8, pp. 1421–1430.

17. Dosaev M. Z., Selyutskiy Yu. D. On dynamics of double pendulum in airflow, *Proc. of the 6th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference*, 2008, pp. 4.

18. Sheldahl R. E., Klimas P. C. Aerodynamic Characteristics of Seven Symmetrical Airfoil sections Through 180 Degree Angle of Attack for Use in Aerodynamic Analysis of Vertical Axis Wind Turbines, Sandia National Laboratories. Albuquerque, 1981, 118 p.

УДК 004.896

DOI: 10.17587/mau.19.387-395

В. П. Андреев<sup>1, 2, 3</sup>, д-р техн. наук, проф., andreevvipa@yandex.ru, В. Л. Ким<sup>1</sup>, аспирант, top7733@gmail.com, П. Ф. Плетенев<sup>1</sup>, аспирант, cpp.create@gmail.com <sup>1</sup>ФГБОУ ВО Московский государственный технологический университет "СТАНКИН", <sup>2</sup>Международная лаборатория "Сенсорика",

<sup>3</sup>Международный институт новых образовательных технологий (ФГБОУ ВО "Российский государственный гуманитарный университет"), г. Москва

# Программно-аппаратное решение оперативного реконфигурирования гетерогенных роботов\*

Предлагается программно-аппаратное решение распределенной системы управления модульного робота, которое обеспечивает возможность его оперативного реконфигурирования. Для организации межмодульного взаимодействия используется интерфейс на основе стандарта Ethernet. Информационное взаимодействие реализуется на основе библиотеки ZMQ, дополненной протоколом UDP. В отличие от Robotics Operating System (ROS) такое решение позволяет реализовать спецификацию для таких встраиваемых систем, как микроконтроллеры и одноплатные ЭВМ.

**Ключевые слова:** мобильный робот, реконфигурируемый модульный робот, управляющая система, распределенное управление

#### Введение

Началом использования модульного принципа в робототехнике можно считать 80-е годы прошлого столетия, когда в промышленности начали широко использоваться роботы-манипуляторы [1, 2]. В мобильной робототехнике модульный принцип построения и проектирования был предложен в ЦНИИ РТК (г. Санкт-Петербург) и впервые реализован в Советском Союзе в рамках первых государственных пятилетних программ по робототехнике приблизительно в те же годы [3]. Было создано серийное производство унифицированных компонентов роботов — электромеханических модулей, модулей управления и модульной системы программного обеспечения (ПО). К моменту аварии на Чернобыльской АЭС (26 апреля 1986 г.) в ЦНИИ РТК было подготовлено большое число проектов различных модулей, что позволило оперативно создать группировку из 15 специализированных мобильных роботов (МР), предназначенных для работ по ликвидации последствий аварии.

Второй этап развития модульной мобильной робототехники можно отнести к 90-м годам XX века. В ходе работ по устранению последствий

аварии на ЧАЭС возникло новое направление в модульной робототехнике — *реконфигурируемые модульные* роботы [4], т.е. роботы с переменной структурой.

В случае чрезвычайных ситуаций, аварий, катастроф, при освоении территорий Арктики и Антарктики, при исследовании других планет имеет место максимальная неопределенность в отношении предполагаемых условий работы, что значительно усложняет или даже делает невозможным планирование и выбор необходимой робототехники. Поэтому мобильные роботы, ориентированные на использование в подобных ситуациях, должны допускать формирование и изменение своей структуры непосредственно на месте проведения работ и во время самих работ. Другими словами, для выполнения таких работ должны использоваться роботы с переменной структурой, т.е. *реконфигурируемые* модульные MP.

В таких роботах должна осуществляться автоматическая реорганизация общей структуры системы управления в соответствии с быстро меняющимся составом и конфигурацией робототехнического устройства. Одна из основных трудностей создания подобных систем заключается в разработке систем управления (СУ), способных работать в режиме "plug and play". Реализация такого режима позволит быстро собирать робот на месте проведения работ, в том числе из

<sup>\*</sup> Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ: гранты 16-07-00811a и 16-07-01264а.

*модулей разных производителей*, что обеспечит экономическую эффективность эксплуатации и производства робототехники. Но данное требование приводит к значительному увеличению сложности системы скоординированного управления всеми модулями робота.

# Современные решения модульной мобильной робототехники

В настоящее время модульные МР разделяют на два типа: гомогенные и гетерогенные. В гомогенных роботах все модули, как правило, одинаковы по структуре и функционалу. По сути, это технический аналог колониальных организмов. Основная задача таких систем — обеспечить их автономную реконфигурацию и адаптацию к любым условиям окружающей среды. К гомогенным относятся такие модульные роботы, как M-TRAN [5] (2002—2008 гг.), ATRON [6] (2006 г.), Transmote [7] (2012 г.).

Гомогенные роботы обладают рядом уникальных свойств, выделяющих их среди разнообразия МР, а именно:

- адаптация к различным, иногда экстремальным, условиям окружающей среды благодаря автоматической реконфигурации;
- высокая устойчивость к неисправностям отдельных модулей во время выполнения работы;
- масштабируемость системы.

К недостаткам гомогенных роботов можно отнести следующие:

- каждый модуль должен обладать всеми средствами для движения и навигации;
- сложность скоординированного управления модульной системой;
- высокие требования к конструкции и системе управления каждого модуля;
- масштабируемость системы ограничивается возможностями программно-аппаратной реализации модулей.

Кроме того, при одинаковости по структуре и функционалу всех модулей один модуль, как правило, отличается от остальных — это модуль общего управления и связи с внешним супервизором (человеком-оператором).

Отличительной особенностью гетерогенных роботов является дифференциация модулей по их функциям. Каждый модуль отвечает за свой ограниченный набор задач, поэтому модули в гетерогенных системах неравноправны. Примерами гетерогенных роботов могут служить модульные роботы Thor [8] (2013 г.), SMART [9] (2012 г.), а также модульный робот для космических исследований [10] (2006 г.).

Несмотря на более низкий по сравнению с гомогенными уровень автономности, многие практические задачи решаются эффективнее системами с дифференциацией модулей по их функциям, т.е. модульными роботами с гетерогенной архитектурой. Гетерогенные роботы имеют следующие преимущества:

- относительно невысокие требования к системе управления модулей;
- масштабируемость робота теоретически не ограничена;
- способность к выполнению широкого спектра заданий;
- возможность адаптации к условиям окружающей среды.

К недостаткам гетерогенных роботов можно отнести:

- сложность осуществления автоматической реконфигурации;
- низкая устойчивость к неисправностям отдельных модулей;
- сложность скоординированного управления совокупностью модулей.

Следует отметить, что в системе управления рассмотренных гомогенных и гетерогенных роботов наблюдается наличие элементов распределенного управления.

На сегодняшний день, как мы полагаем, для применения в случае экстремальных ситуаций преимуществами обладают реконфигурируемые гетерогенные роботы. При решении означенных задач обеспечение автоматической реконфигурации робота в целом не является критичным, так как сборка робота может быть выполнена в ручном режиме. Любые изменения в конфигурации робота должны сопровождаться перестройкой соответствующего ПО. В известных гетерогенных роботах, вследствие использования централизованной системы управления, автоматическая перестройка элементов информационно-измерительной и управляющей системы (ИИУС) робота под новые состав и конфигурацию невозможна. Это не позволяет выполнять реконфигурирование роботов в режиме "plug and play".

Реализация режима "plug and play" достигается за счет разработки средств механического, электрического и информационного взаимодействия между модулями, т. е. соответствующих интерфейсов. Каждый интерфейс должен быть, с одной стороны, простым, а с другой — универсальным. Это обеспечит легкость сборки робота из модулей, разработанных разными производителями, таким же образом, как это делается в компьютерных технологиях. Например, сканеры, принтеры и другие внешние устройства разных производителей с помощью соответствующих драйверов легко подключаются через шину USB к компьютеру, оснащенному современной операционной системой (ОС). Мы считаем, что модульный робот должен собираться аналогично.

Низкая устойчивость к неисправностям отдельных модулей обычно решается дублированием систем, а также возможностью быстрой замены неисправных модулей на аналогичные или модифицированные. Но такая замена также требует от ИИУС робота быстрой адаптации к его новой структуре.

Таким образом, искомое программно-аппаратное решение ИИУС робота должно обеспечить возможность *оперативной реконфигурации* робота. В основу нашего решения положен *принцип полной функциональности модулей* гетерогенного робота. На данном этапе проекта механический интерфейс мы не рассматриваем.

# Принцип полной функциональности модулей робота

Каждый модуль робота должен быть полнофункциональным электронным или мехатронным устройством со своей собственной ИИУС, которая содержит все необходимые компоненты: датчики, вычислительные устройства, приводы и т.п. Иными словами, конструкция модуля должна соответствовать его функциональному назначению, а ИИУС модуля должна полностью обеспечивать его информационную и исполнительную функциональность. Принцип полной функциональности заключается в том, что каждый модуль робота должен быть способен любым удобным ему способом выполнять свою целевую функцию, используя только собственные средства для выполнения команд от внешней системы управления [11].

Общесистемное управление гетерогенным роботом реализуется в отдельном модуле, который является супервизором по отношению к другим модулям робота. В нашем случае модульсупервизор формирует цель управления и контролирует лишь *результат* ее достижения модулем-исполнителем, а не управляет процессом выполнения задачи этим модулем. Такая функциональная завершенность является *основным отличием* нашего решения от рассмотренных гетерогенных роботов, в которых модуль-супервизор управляет работой всех модулей на *исполнительном уровне*.

Здесь наблюдается определенная аналогия с *мультиагентными системами*, в которых знания и ресурсы распределяются между достаточно "самостоятельными" агентами, при этом имеется программный модуль общего командного управления — базовый агент (резидент). Сценарии формируются и исполняются каждым агентом самостоятельно. Агенты реагируют на непредсказуемые события, причем реакция может быть самостоятельной или может осуществляться во взаимодействии с резидентом или оператором [12]. В нашем случае "агент" — это не только программа, это программно-аппаратное реше-

ние ИИУС модуля, обеспечивающее его полную функциональность.

Рассмотрим реализацию принципа полной функциональности на примере транспортного модуля в составе гетерогенного модульного МР (рис. 1).

Пусть робот включает в себя следующие модули: модуль-супервизор, транспортный модуль (TM) и сенсорные модули. Модуль-супервизор получает от внешнего супервизора (например, человека-оператора) общее задание. В системе управления модуля-супервизора данное задание разбивается на подзадачи, распределяемые между соответствующими модулями. Модульсупервизор отправляет в TM цель управления вектор желаемого положения робота  $[X_G, Y_G, \varphi_G]^{\mathsf{T}}$ , где  $X_G, Y_G$  — координаты характеристической точки робота относительно базовой системы координат,  $\varphi_G$  — угол его ориентации.

ТМ должен самостоятельно достичь это целевое положение, используя методы управления, заложенные в его системе управления, и информацию, получаемую от своей сенсорной системы, включающей как дистанционные датчики, так и датчики внутреннего состояния (одометры, гироскопы, акселерометры и т.п.). Часть сенсорной системы ТМ, включающая дистанционные датчики, может функционировать как отдельный модуль (сенсорный модуль ближнего радиуса действия, рис. 1) с ограниченной зоной действия (например, в диапазоне 0...100 см) и иметь информационное взаимодействие с процессором ТМ. Вследствие естественных ошибок отработки траектории фактическое положение ТМ, а следовательно, и всего робота, задаваемое вектором  $[X'_{G}, Y'_{G}, \phi'_{G}]^{T}$ , отличается от желаемого. Сенсорный модуль дальнего радиуса действия, который использует более сложные дистанционные датчики (телевизионные, ультразвуковые, лазерные



Рис. 1. Использование принципа полной функциональности на примере транспортного модуля

и т.п.), обеспечивает "привязку" робота к базовой системе координат, например, по ориентирам во внешней среде. Точность отработки цели управления контролирует модуль-супервизор с помощью всей сенсорной системы робота. Сравнивая вектор измеренного положения  $[\tilde{X}_G, \tilde{Y}_G, \tilde{\varphi}_G]^{\mathsf{T}}$ с желаемым, модуль-супервизор корректирует реальное положение робота, задавая новую цель ТМ. Далее процесс повторяется до тех пор, пока не будет решена задача, изначально поставленная модулем-супервизором перед ТМ.

В этой схеме ТМ может быть снабжен колесным, шагающим или каким-либо иным движителем, но он должен отрабатывать заданную модулем-супервизором цель, независимо от его механической конструкции, структуры информационно-измерительной системы и алгоритма управления модуля. Реализация алгоритмов управления движением ТМ как полнофункционального устройства в составе гетерогенного модульного мобильного робота приведена в работе [13].

Описанную структуру можно рассматривать как одну из сложных систем [14], с понятием которых связаны "... следующие фундаментальные идеи...", непосредственно определяющие функционирование мультиагентных систем (MAS) [12]:

- в сложных системах существуют автономные объекты, которые взаимодействуют друг с другом при выполнении своих определенных задач;
- агенты должны иметь возможность реагировать на изменяющиеся условия среды, в которой они функционируют, и, возможно, изменять свое поведение на основе полученной информации;
- сложные системы характеризуются возникающими структурами — логически связанными схемами, которые формируются в результате взаимодействия между агентами.

На основе изложенного принципа полной функциональности в модульном МР реализуется распределенное управление, т.е. решается задача, близкая по сути задаче "... управления и распределенного взаимодействия в сетях динамических систем" с широким применением мультиагентных систем [12]. Такое распределенное управление позволяет распараллеливать вычислительный процесс реализации целевой функции робота за счет разделения процесса на функциональные подзадачи и распределения их между микропроцессорами модулей. Реализация функциональной подзадачи полностью возлагается на модуль-исполнитель. В результате снижаются требования к производительности вычислительных устройств, установленных в модулях. Тогда за вычислителем модуля-супервизора остаются лишь следующие функции: разбиение процесса на функциональные подзадачи, распределение задач между модулями, контроль за их исполнением, синхронизация процессов и отработка "поведенческих" задач. За модулем-супервизором также закрепляется задача информационного взаимодействия с внешним супервизором (человеком-оператором).

По аналогии с мультиагентной системой, "... в которой несколько агентов могут общаться, передавать друг другу некоторую информацию, взаимодействовать между собой и решать поставленную задачу...", данная система распределенного управления также требует наличия системы межмодульного информационного взаимодействия, но, в нашем случае, также и соответствующего программно-аппаратного обеспечения.

# Система межмодульного информационного взаимодействия

В современных модульных роботах, как гомогенных, так и гетерогенных, для реализации межмолульного информационного взаимодействия используются коммуникационные каналы, представляющие собой различные последовательные шины: І<sup>2</sup>С в модулях ЦНИИ РТК; САМ — в роботах M-TRAN, SMART; IrDA (по сути, RS-232) — в роботе ATRON; RS-485 в роботах Thor, Odin. Последовательная шина используется и в роботе TRANSMOTE (используется беспроводной интерфейс ZigBee). В системах управления таких роботов реализовано, по сути, два варианта работы: отрабатывать набор простых правил, помещенных в ПЗУ микроконтроллеров модулей, либо исполнять команды внешнего компьютера, подаваемые модулям через какой-либо один модуль, к шине которого (а значит, и к общей шине модулей) подключен этот компьютер. Тогда межмодульное взаимодействие в таких системах ограничивается, фактически, наиболее быстрой и эффективной передачей команд исполнительного или тактического уровня от внешнего компьютера к модулям и показаний датчиков — обратно. В этом случае информационный поток в процессе межмодульного взаимодействия невелик, поскольку на каждом модуле таких роботов либо нет возможности установить много датчиков, либо датчиков вообще нет. Как результат, по коммуникационному каналу достаточно передавать лишь команды исполнительного уровня. В нашем же случае предполагается использовать одновременно два типа сенсорных систем — ближнего и дальнего радиуса действия, содержащие большое число разнообразных датчиков, включая телевизионные многокамерные. Поскольку между этими системами необходимо обеспечить информационный обмен, информационный поток в коммуникационном канале может быть крайне велик (например, за счет многопотокового видео). Перечисленные интерфейсы не обладают для этого достаточной пропускной способностью.

Для организации межмодульного взаимодействия предлагается использовать широкополосный, надежный и недорогой интерфейс на основе стандарта Ethernet. Интерфейс на основе EtherCAT [15], представляющий собой расширение Ethernet для работы в реальном масштабе времени, а также Ethernet Powerlink [16] не дают возможности создания горизонтальных связей все межмодульное взаимодействие в этих системах должно происходить через "ведущего" шины. Это исключает возможность непосредственного взаимодействия между любыми модулями (по аналогии с мультиагентными системами) и, как следствие, реализацию полноценного распределенного управления. Использование стандарта Ethernet допустимо еще и потому, что в случае полной функциональности модулей отпадает необходимость в передаче команд исполнительного уровня, что приводит к более мягким требованиям к времени доставки сообщений и позволяет использовать интерфейсы с "мягким реальным временем".

Сеть Ethernet изначально не является "шиной" — в ней используются соединения типа "один к одному". Типичная топология такой сети — "звезда". Обе топологии имеют недостатки: "шина" требует либо применения большого числа коммутаторов, либо встраивания в каждое вычислительное устройство модуля нескольких интерфейсов Ethernet, а "звезда" заставляет прокладывать в корпусе робота большое число проводов. Поскольку все проводные соединения в нашем случае ограничены небольшими размерами робота, топология типа "звезда" оказывается предпочтительней.

При выборе топологии сети для модульного робота следует, по-видимому, руководствоваться сопоставлением целого ряда параметров: удобство и цена технической реализации, помехоустойчивость, наличие необходимых сетевых протоколов и соответствующих библиотек, программного и аппаратного обеспечения и т.п. Так, например, для роботов змеевидной конструкции, скорее всего, подойдет шинная топология, а для антропоморфных роботов — "звезда". Но этот вопрос требует подробного изучения и выработки соответствующих рекомендаций, что планируется сделать в дальнейших исследованиях.

В настоящее время для организации управления разнородными мехатронными устройствами широко используется программный каркас (framework) Robotics Operating System (ROS) [17]. Однако непосредственное его применение оказывается "тяжеловесным" — необходим, как минимум, компьютер под управлением полноценной OC Linux, для работы с ним требуется устанавливать на вычислительные устройства довольно сложное и объемное ПО, нужен высокий уровень входа для использования (для конфигурации, например, требуются диалекты языка XML).

В связи с экономическими требованиями и минимизацией массогабаритных параметров в модулях робота в качестве вычислительных устройств должны устанавливаться микроконтроллеры или, как максимум, одноплатные компьютеры (встраиваемые системы); ROS не ориентирован для работы непосредственно на встраиваемых системах. Поэтому необходимо такое ПО, которое было бы совместимо с ROS, но при этом было бы реализуемо на встраиваемых системах.

Выбор стандарта Ethernet позволяет реализовать информационно-измерительную и управляющую систему модульного робота в виде локальной вычислительной сети (ЛВС), узлами которой являются ИИУС отдельных модулей [18]. Данное решение обеспечивает перенос таких свойств сети, как масштабируемость и возможность автоматической реконфигурируемости, на модульную структуру робота.

В основу метода межмодульного информационного взаимодействия была положена разработанная авторами система территориально распределенного управления мехатронными устройствами [19], в которой минимальным объектом управления является любое электронное или мехатронное устройство — бортовой вычислитель, микроконтроллер, сенсор, манипулятор или иной исполнительный механизм. В нашем случае, как и в упомянутой работе, одна из ключевых задач заключается в разработке унифицированной системы правил создания ПО для конкретных моделей робототехнических устройств, позволяющих включать мехатронные компоненты в ЛВС без переработки их низкоуровневого программного кода. Иными словами, необходима система правил для разработки соответствующих драйверов — набора программных инструкций управления и сетевых протоколов для интерфейса программирования приложений (API — application programming interface). Такой интерфейс должен обеспечивать прозрачное интегрирование мехатронных устройств и их ПО в информационное пространство ИИУС модульного робота.

Предложенный в работе [19] подход основывался на разработанной библиотеке Zmq\_robot [20], которая являлась расширением библиотеки ZMQ [21]. Библиотека Zmq\_robot позволяет создавать как ПО для модулей-исполнителей, так и управляющие программы для модуля-супервизора. Однако этой библиотеке присущ тот же недостаток, что и ROS, — для работы с ней необходимо иметь вычислительное устройство большой производительности. Иными словами, программное обеспечение, создаваемое с использованием Zmq\_robot, не будет работать на встраиваемых системах.

Для решения данной проблемы была создана спецификация на метод межмодульного взаимодействия, учитывающая свойство полной функциональности модулей [22]. Для организации взаимодействий здесь предлагается в качестве основы также использовать библиотеку ZMQ, но дополнить ее протоколом UDP с широковещательными сообщениями. Такое решение дает возможность реализовать спецификацию *для встраиваемых систем*. В отличие от ROS каждый модуль снабжается общим для всех модулей интерфейсом, через который он предоставляет информацию о себе — имя модуля, его описание, функциональные интерфейсы и пр.

Предлагаемый подход межмодульного информационного взаимодействия базируется на следующих постулатах:

- обмен сообщениями реализуется по протоколам TCP и UDP через так называемые сетевые интерфейсы;
- используется "метаинтерфейс" интерфейс для выполнения общих для всех модулей команд;
- вводится понятие метаданных формализованное описание выполняемых модулями функций;
- предусмотрены: возможность использования разных методов кодирования информации (JSON, BSON и т.п.) и возможность выбора сетевых протоколов;
- используются "человекочитаемые" языки конфигурации и передачи данных (JSON, YAML и т.п.);
- для описания протокола используются методы организации IETF, позволяющие добиться одинакового поведения на разных платформах. Подробное описание разработанной специфи-

кации можно найти в работе [23].

#### Экспериментальные исследования

В настоящее время данные исследования находятся на начальном этапе. Предлагаемая программно-аппаратная реализация гетерогенного модульного мобильного робота протестирована на лабораторном макете (рис. 2), состоящем из модуля-супервизора, колесного ТМ, сенсорного модуля ближнего радиуса действия и силового модуля (батареи АКБ). Основное внимание на этом этапе было уделено обеспечению требований полной функциональности ТМ и силового модуля. Функции всех модулей на сегодняшний день реализованы в минимальном варианте.

ИИУС робота реализована в виде локальной вычислительной сети Ethernet. Программное обеспечение для организации межмодульного информационного взаимодействия построено на



Рис. 2. Сетевая структура межмодульного взаимодействия в лабораторном макете гетерогенного мобильного робота

основе библиотеки ZMQ с использованием сетевого протокола UDP.

Для ТМ предложен новый метод планирования движения для МР с использованием двумерных векторных полей [13]. При этом предполагается, что сенсорный модуль ближнего радиуса действия состоит только из одометрических и ультразвуковых датчиков и микроконтроллера, выполняющего обработку сигналов с датчиков.

Теоретические и экспериментальные исследования показали, что программно-аппаратное решение ИИУС модульного робота, реализованное на основе принципа полной функциональности модулей, имеет хорошую перспективу в обеспечении оперативного реконфигурирования гетерогенных модульных MP.

#### Перспективы

В ближайшем будущем мы предполагаем увеличить функциональный состав модулей робота, число дистанционных датчиков и их разнообразие в сенсорном модуле ближнего радиуса действия, а также усложнить функционал модулясупервизора. Это позволит выявить "узкие" места в нашем подходе.

Необходимо исследовать эффективность разделения сенсорной системы МР на системы ближнего и дальнего радиуса действия, реализуемые в виде отдельных модулей. Также необходимо продолжить исследования по использованию методов динамического параллакса в сенсорных системах МР. Предварительные результаты такого решения приведены в работе [24].

Полагаем, что необходимо исследовать возможность применения решений, используемых в мультиагентных системах, для реализации распределенных вычислений в многопроцессорной ИИУС модульного робота.

#### Заключение

Предложена новая структура программно-аппаратной части системы управления гетерогенного модульного робота, которая достаточно проста в реализации и обладает способностью автоматической реорганизации. Необходимое требование каждый модуль должен иметь конструкцию, соответствующую его функциональному назначению, и собственную ИИУС, которая полностью обеспечивает его информационную и исполнительную функциональность. В такой структуре автоматическое реконфигурирование системы управления достигается за счет использования:

- сетевой (типа Ethernet) структуры ИИУС робота, в которой каждый модуль является узлом локальной вычислительной сети;
- разработанной спецификации для метода межмодульной коммуникации, основанной на принципах ROS, но реализуемой на встраиваемых вычислительных системах;
- разработанного языка межмодульного взаимодействия.

Данный подход обеспечивает:

- распараллеливание вычислительного процесса управления за счет его распределения между вычислителями модулей, что упрощает общую задачу управления и снижает требования к вычислительным устройствам модулей;
- возможность быстрой сборки робота из модулей разного функционального назначения и различных производителей за счет использования соответствующих драйверов.

#### Список литературы

1. Бабич А. В., Баранов А. Г., Калабин И. В. и др. Промышленная робототехника / Под ред. Я. А. Шифрина. М.: Машиностроение, 1982. 415 с.

2. Воробьев Е. И., Козырев Ю. Г., Царенко В. И. Промышленные роботы агрегатно-модульного типа. М.: Машиностроение, 1988. 240 с.

3. Лопота А. В., Юревич Е. И. Этапы и перспективы развития модульного принципа построения робототехнических систем // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. СПб.: Издво Политехнического ун-та. 2013. № 1 (164). С. 98–103.

4. Юревич Е. И. Роботы ЦНИИ РТК на Чернобыльской АЭС и развитие экстремальной робототехники. СПб.: Издво СПбГПУ, 2004. 264 с.

5. Murata S., Yoshida E., Kamimura A., Kurokawa H., Tomita K. & Kokaji S. M-TRAN: selfreconfigurable modular robotic system // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2002. N. 7 (4). P. 432–441.

6. Østergaard E. H., Kassow K., Beck R. & Lund H. H. Design of the ATRON lattice-based self-reconfigurable robot // Autonomous Robots. 2006. N. 21 (2). P. 165–183.

7. Guifang Qiao, Guangming Song, Jun Zhang, Hongtao Sun, Weiguo Wang & Aiguo Song. Design of Transmote: a Modular Self-Reconfigurable Robot with Versatile Transformation Capabilities // Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. 2012. P. 1331–1336.

8. Lyder A. H., Stoy K., Mendoza-Garcia R.-F., Larsen J. C. & Hermansen P. On sub-modularization and morphological

heterogeneity in modular robotics // Intelligent Autonomous Systems of Advances in Intelligent Systems and Computing. Springer Berlin Heidelberg, 2013. Vol. 193, N. 12. P. 649–661.

9. Baca J., Ferre M. & Aracil R. A heterogeneous modular robotic design for fast response to a diversity of tasks // Robotics and Autonomous Systems, 2012. Vol. 60, N. 4. P. 522–531.

10. Hancher M. D., Hornby G. S. A modular robotic system with applications to space exploration // 2nd IEEE International Conference on Space Mission Challenges for Information Technology (SMC-IT'06). Pasadena, CA: Publisher "IEEE", 2006. P. 132–140.

11. Andreev V., Kim V. & Pletenev P. The principle of full functionality — the basis for rapid reconfiguration in heterogeneous modular mobile robots // Proceedings of the 28th DAAAM International Symposium. P. 0023–0028. B. Katalinic (Ed.), Published by DAAAM International. 2017. Vienna, Austria. DOI: 10.2507/28th.daaam.proceedings.003.

12. **НОУ** ИНТУИТ. Мультиагентные технологии. URL: https://www.intuit.ru /studies/courses/10618/1102/lecture/17391 (дата обращения: 17.03.2016).

13. Андреев В. П., Ким В. Л. Метод управления движением модульного мобильного робота с использованием двумерных векторных полей // Робототехника и техническая кибернетика. Санкт-Петербург: ЦНИИ РТК. 2017. № 4 (17). С. 22—27.

14. **Rzevski G.** Modelling large complex systems using multi-agent technology // In Proc. of 13th ACIS International Conference on Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking, and Parallel / Distributed Computing (SNPD2012), August 8–10, Kyoto, Japan, 2012. P. 434–437.

15. **EtherCAT** Technology Group, Industrial Ethernet Technologies. URL: https://www.ethercat.org/download/documents/Industrial\_Ethernet\_Technologies.pdf (дата обращения: 17.03.2016).

16. Ethernet POWERLINK Communication Profile Specification Version 1.2.0. URL: http://www.ethernet-powerlink.org/en/ downloads/technical-documents/ action/open-download/download/epsg-ds-301-v120-communication-profile-specification/ element/5158/?no cache=1 (дата обращения: 17.03.2016).

17. **ROS:** an open-source Robot Operating System / Morgan Quigley, Brian Gerkey, Ken Conley, Josh Faust, Tully Foote, Jeremy Leibs, Eric Berger, Rob Wheeler, Andrew Ng // ICRA workshop on open source software. 2009. Vol. 3, N. 3.2. P. 5.

18. Андреев В. П., Ким В. Л., Подураев Ю. В. Сетевые решения в архитектуре гетерогенных модульных мобильных роботов // Робототехника и техническая кибернетика. 2016. № 3 (12). С. 23—29.

19. Андреев В. П., Кирсанов К. Б. Технология многооператорного управления мобильными роботами через Интернет // Известия Южного Федерального университета. Технические науки. Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2015. № 10 (171). С. 6—17.

20. **Kirsanov K.** Software architecture of control system for heterogeneous group of mobile robots // 25th DAAAM International Symposium on Intelligent Manufacturing and Automation. 2014. Procedia Engineering (2015). 2015. Vol. 100. P. 216–221.

21. Hintjens P. "ZeroMQ: Messaging for Many Applications", O'Reilly Media.

22. Andreev V., Pletenev P. Organizing Intermodular Communication for Heterogeneous Modular Mobile Robot // Proceedings of the 28th DAAAM International Symposium, B. Katalinic (Ed.). Published by DAAAM International. 2017. Vienna, Austria, pp. 0474–0480. DOI: 10.2507/28th.daaam.proceedings.066.

23. Плетенев П. Ф. и др. 1/ПММВ — Протокол взаимодействия в гетерогенном модульном мобильном роботе. URL: https://asmfreak.github.io/modular\_ robots\_rfc/1/ПММВ/ (дата обращения: 20.01.2017).

24. Андреев В. П., Тарасова В. Э. Определение формы препятствий мобильным роботом с помощью сканирующих угловых перемещений ультразвукового датчика // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. № 11, Т. 18. С. 759—763. DOI: 10.17587/mau.18.759-763.

#### Hardware & Software Solution for Rapid Reconfiguration of Heterogeneous Robots

V. P. Andreev, andreevvipa@yandex.ru, V. L. Kim, top7733@gmail.com,
 P. F. Pletenev, cpp.create@gmail.com,
 MSTU "STANKIN", ML "Sensorika", IINET RSUH, Moscow

Corresponding author: Andreev V. P., Dr. Tech. Sc., Professor of Moscow State University of Technology "STANKIN", 127055 Moscow, Russian Federation, e-mail: andreevvipa@yandex.ru

Accepted on May ??, 2018

In cases of emergency situations, accidents, disasters, in process of reclamation of Arctic and Antarctic, exploration other planets the maximum uncertainty in terms of anticipated working conditions makes it very hard or even impossible to plan and to choose the needed robotics. To perform tasks in such conditions, one should use robots with variable structure, i.e. modular mobile robots, which should have hardware and software capable of rapid reconfiguration. We propose a hardware and software solution for information-measuring and control system (IMCS) of a heterogeneous modular robot, which is sufficiently simple to implement and which is able to reconfigure automatically. It is necessary to require that each module's construction must correspond to its functional purpose and its own IMCS must provide informational and executional functionality. We implement distributed control in such structure, similar to multi-agent systems, via decoupling computational and control process of robot goal function execution into functional subprocesses and distributing them between microcomputers of modules. System-wide robot control is running on a separate module, which plays role of a supervisor for other modules. Executive module is fully responsible for functional subprocess realization. We propose usage of a broadband, reliable and low-cost interface on top of Ethernet standard to organize intermodular interaction. The choice of Ethernet standard enables local-area like design of robot IMCS with IMCS of modules as its nodes. One should use microcontrollers or, as maximum, singleboard computers, i.e. embedded systems as computational devices for IMCS of modules. Informational intermodular interaction is developed using ZeroMO library with addition of UDP protocol with broadcast messages. This solution led to development of the specification for embedded systems (in contrast to Robotic Operating System), i.e. a unified system of driver development rules. Drivers are a set of control instructions and network protocols to create module's application programming interface (API). Proposed hardware and software solution was tested successfully using laboratory model of heterogeneous modular mobile robot, consisting of module-supervisor, wheeled transport module, close-range sensors module and power module (batteries). A new method of movement planning using two-dimension vector fields is proposed for transport module which is implemented as a full-functional mechatronics device.

**Keywords:** mobile robot, modular robot, reconfigurable modular robot, robotic system, control system, distributed control, local area network

Acknowledgements: The work was partially supported by the Russian Foundation for Basic Research: grants 16 07 00811a and 16 07 01264a

For citation:

Andreev V. P., Kim V. L., Pletenev P. F. Hardware & Software Solution for Rapid Reconfiguration of Heterogeneous Robots, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 6, pp. 387–395.

DOI: 10.17587/mau.19.387-395

#### References

1. Shifrin J. A. *Promyshlennye roboty* (Industrial robotics), Moscow, Mashinostroenie, 1982, 415 p. (in Russian).

2. Vorobyov E. I., Kozyrev Y. G., Tsarenko V. I. Promyshlennye roboty agregatno modul'nogo tipa (Industrial robots of aggregate-modular type), Moscow, Mashinostroenie, 1988, 240 p. (in Russian).

3. Lopota A. V., Yurevich E. I. Jetapy i perspektivy razvitija modul'nogo principa postroenija robototehnicheskih sistem (Stages and prospects for the development of a modular principle for the construction of robotic systems), *Nauchno-tehnicheskie vedomosti SPbGPU. Informatika. Telekommunikacii. Upravlenie*, 2013, no. 1 (164), pp. 98–103 (in Russian).

4. Yurevich E. I. Roboty CNII RTK na Chernobyl'skoj AJeS i razvitie jekstremal'noj robototehniki (Robots of RSSC for RTC at the

Chernobyl nuclear power plant and the development of extreme robotics), SPb., Publishing house of SPbGPU, 2004, 264 pp. (in Russian).

5. Murata S., Yoshida E., Kamimura A., Kurokawa H., Tomita K., Kokaji S. M-TRAN: selfreconfigurable modular robotic system, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2002, no. 7 (4), pp. 432–441.

6. Østergaard E. H., Kassow K., Beck R., Lund H. H. Design of the ATRON lattice-based self-reconfigurable robot, *Autonomous Robots*, 2006, no. 21 (2), pp. 165–183.

7. Qiao G., Song G., Zhang J., Sun H., Wang W., Song A. Design of Transmote: a Modular Self-Reconfigurable Robot with Versatile Transformation Capabilities, Proceedings of the 2012 *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, 2012, pp. 1331–1336.

8. Lyder A. H., Stoy K., Mendoza-Garcia R.-F., Larsen J. C., Hermansen P. On sub-modularization and morphological heterogeneity in modular robotics, Intelligent Autonomous Systems, of Advances in Intelligent Systems and Computing, Springer Berlin Heidelberg, 2013, vol. 193, no. 12, pp. 649–661.

9. Baca J. Ferre M., Aracil R. A heterogeneous modular robotic design for fast response to a diversity of tasks, *Robotics and Autonomous Systems*, 2012, vol. 60, no. 4, pp. 522–531.

10. Hancher M. D., Hornby G. S. A modular robotic system with applications to space exploration, *2nd IEEE International Conference on Space Mission Challenges for Information Technology (SMC-IT'06)*, Pasadena, CA, Publisher "IEEE", 2006, pp. 132–140.
11. Andreev V. P., Kim V. L., Pletenev P. F. The principle of full functionality — the basis for rapid reconfiguration in heterogeneous modular mobile robots, *Proceedings of the 28th DAAAM International Symposium, pp. 0023–0028, B. Katalinic (Ed.),* Published by DAAAM International, Vienna, Austria. DOI: 10.2507/28th.daaam.proceedings.003.

12. **NOU** INTUIT. Mul'itagentnye tehnologii (NOU INTUIT. Multiagent technologies), available at: https://www.intuit.ru /stud-ies/courses/10618/1102/lecture/17391 (accessed: 17.03.2016).

13. Andreev V. P., Kim V. L. Metod upravlenija dvizheniem modul'nogo mobil'nogo robota s ispol'zovaniem dvumernyh vektornyh polej (Motion control method for modular mobile robot using two-dimensional vector fields), Robototehnika i Tehnicheskaja Kibernetika, 2017, no. 4 (17), pp. 22–27 (in Russian).

14. **Rzevski G.** Modelling large complex systems using multiagent technology, *In Proc. of 13th ACIS International Conference on Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking, and Parallel / Distributed Computing (SNPD2012)*, August 8–10, Kyoto, Japan, 2012, pp. 434–437.

15. **EtherCAT** Technology Group, Industrial Ethernet Technologies (2014), available at: https://www.ethercat.org/download/documents/Industrial\_Ethernet\_Technologies.pdf, 2014 (accessed: 17.03.2016).

16. **Ethernet** POWERLINK Communication Profile Specification Version 1.2.0 (2014), available at: http://www.ethernet-powerlink.org/en/downloads/technical-documents/action /open-download/download/epsg-ds-301-v120-communication-profile-specification /element/5158/?no cache=1 (accessed: 17.03.2016).

17. Quigley M., Gerkey B., Conley K., Faust J., Foote T., Leibs J., Berger E., Wheeler R., Andrew Ng. ROS: an opensource Robot Operating System (2009), ICRA workshop on open source software, 2009, vol. 3, no. 3.2, pp. 5. 18. Andreev V. P., Kim V. L., Poduraev Yu. V. Setevye reshenija v arhitekture geterogennyh modul'nyh mobil'nyh robotov (Network—based design of heterogeneous modular mobile robotic systems), *Robototehnika i Tehnicheskaja Kibernetika*, 2016, no. 3 (12), pp. 23–29.

19. Andreev V. P., Kirsanov K. B. Tehnologija mnogooperatornogo upravlenija mobil'nymi robotami cherez Internet (Technology of multioperator mobile robot control via the internet), Izvestija Juzhnogo Federal'nogo Universiteta. Tehnicheskie Nauki, 2015, no. 10 (171), pp. 6–17 (in Russian).

20. **Kirsanov K.** Software architecture of control system for heterogeneous group of mobile robots, *25th DAAAM International Symposium on Intelligent Manufacturing and Automation*, 2014, Procedia Engineering, 2015, vol. 100, pp. 216–221.

21. **Hintjens P.** ZeroMQ: Messaging for Many Applications, O'Reilly Media, 2013.

22. Andreev V., Pletenev P. Organizing Intermodular Communication for Heterogeneous Modular Mobile Robot, *Proceedings* of the 28th DAAAM International Symposium, pp. 0474–0480, B. Katalinic (Ed.), Vienna, Austria, Published by DAAAM International, 2017, DOI: 10.2507/28th.daaam.proceedings.066.

23. **Pletenev P. F.** et al.  $1/PMMV - Protokol vzaimodejstvija v geterogennom modul'nom mobil'nom robote (Communication protocol in a heterogeneous modular mobile robot), available at: https://asmfreak.github.io/ modular_robots_rfc/1/ПММВ/ (accessed: 20.01.2017) (in Russian).$ 

24. Andreev V. P., Tarasova V. E. Opredelenie formy prepjatstvij mobil'nym robotom s pomoshh'ju skanirujushhih uglovyh peremeshhenij ul'trazvukovogo datchika (Determination of the Form of Obstacles by a Mobile Robot Using Scanning Angular Movements of Ultrasonic Sensor), Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, vol. 18, no. 11, pp. 759–763, DOI: 10.17587/mau.18.759-763 (in Russian).



### Конференция

### "ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В УПРАВЛЕНИИ" (ИТУ-2018)

2-4 октября 2018 г., Санкт-Петербург, Россия

### При поддержке:

- Российского фонда фундаментальных исследований
- Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН
- Отделения нанотехнологий и информационных технологий РАН
- Международной общественной организации "Академия навигации и управления движением"
- Научного совета РАН по теории управляемых процессов и автоматизации
- Объединенного Научного совета по комплексной проблеме "Процессы управления и автоматизации" РАН
- Российского национального комитета по автоматическому управлению

В. Г. Градецкий, проф., гл. науч. сотр., gradet@ipmnet.ru, В. Г. Чащухин, ст. науч. сотр., ketlk@mail.ru, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва

# Исследование динамики миниатюрных внутритрубных роботов вибрационного типа<sup>1</sup>

Приводятся результаты исследований динамики миниатюрных внутритрубных роботов вибрационного типа, оснащенных скользящими устройствами сцепления с внутренними поверхностями труб малых диаметров. Приводятся зависимости параметров роботов от частоты и длительности управляющих импульсов. Анализируется влияние колебаний разной частоты на характеристики роботов при движении в средах различной вязкости.

**Ключевые слова:** миниатюрный робот, электромагнитный принцип действия, колебательные процессы, механизм сцепления, труба малого диаметра

### Введение

Для миниатюрных роботов, принцип действия которых основан на частотной модуляции и изменении частоты колебаний. актуальной задачей является исследование влияния колебательных процессов на их функциональные характеристики. К таким роботам относятся роботы с электромагнитным принципом действия, изучение которых выполняется во многих научных центрах как в нашей стране, так и за рубежом [1-6]. Изучение колебательных процессов дает возможность получить зависимости между функциональными и частотными характеристиками, определив соответствие рабочих параметров требуемым значениям, улучшить качество и расширить возможности роботов. Миниатюрные роботы с электромагнитными приводными системами и технологическими датчиками на борту предназначаются в основном для обеспечения прямого и реверсивного движения внутри труб малого диаметра (5-20 мм) и анализа качества внутренних поверхностей труб, для неразрушающего контроля и других инспекционных операций в энергетике, например, на атомных станциях, в авиационной и авиакосмической промышленности [6—9]. В статье приводятся уравнения движения электромагнитного внутритрубного робота, номограммы и характеристики, которые могут использоваться при проектировании миниатюрных роботов целевого назначения.

### Особенности роботов вибрационного типа

Фотографии и схематическое устройство робота одностороннего действия представлены на

рис. 1 и 2 соответственно (см. вторую сторону обложки). Основные составляющие его конструкции — корпус и шток, который совершает периодические колебания относительно корпуса. Внутри корпуса находится соленоид, в который втягивается шток при подаче напряжения на электрические контакты соленоида. При втягивании шток сжимает надетую на него пружину. Шток и корпус снабжены упорами, посредством которых робот контактирует с внутренней поверхностью трубы. Упоры сконструированы так, что при движении в желаемом направлении трение между упорами и поверхностью меньше, чем при движении в противоположном направлении. Движение робота осуществляется повторением циклов, при выполнении которых шток сначала втягивается соленоидом, а затем выталкивается пружиной из корпуса. При втягивании на соленоид подается напряжение, и корпус движется к штоку вследствие того, что в этом направлении сила трения между упорами и поверхностью трубы меньше, пружина сжимается. При выталкивании с соленоида снимается напряжение, шток движется в направлении от корпуса. Затем выполняется следующий цикл движения.

Внутритрубный реверсивный робот состоит из двух модулей (рис. 3). Модуль 1 предназначен для удержания робота внутри трубы и обладает анизотропией по трению в выбранном направлении. Управляемый упор модуля представляет собой две группы упоров, ориентированных под различными углами к поверхности трубы. Для движения в сторону модуля 1 (вперед) с помощью электродвигателя и передачи типа винт-гайка из корпуса выдвигается группа упоров, отклоненных в сторону модуля 2 (назад). Для движения в обратном направлении эта группа упоров задвигается, и выдвигается группа упоров, наклоненных в сторону модуля 1. Модуль 2 содержит маршевый двигатель, а его трение с внутренней

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации АААА-А17-117121120036-3).

поверхностью трубы изотропно. Маршевый двигатель представляет собой соленоид, при подаче напряжения на который шток, соединенный гибкой связью с модулем 1, втягивается в корпус модуля 2, а при снятии напряжения с соленоида шток выталкивается с помощью надетой на него пружины. Центрируется модуль в трубе с использованием упругих пластин, закрепленных на корпусе.

Технические характеристики внутритрубных роботов без возможности и с возможностью реверсивного движения представлены ниже.

#### Технические характеристики внутритрубного робота

| Масса штока, г                     |
|------------------------------------|
| Масса корпуса, г                   |
| Жесткость пружины, Н/м 360         |
| Сила трения при движении вперед, Н |
| Сила трения при движении назад, Н  |
| Длина, мм                          |
| Диаметр корпуса, мм                |
| Внутренний диаметр трубы, мм 14    |
| Ход штока, мм                      |
| Сила втягивания электромагнита, Н  |

### Технические характеристики робота с возможностью реверсивного движения

| Масса первого модуля, г                                |
|--|
| Масса второго модуля, г                                |
| Жесткость пружины, Н/м 360                             |
| Сила трения при движении вперед первого модуля, Н 0,42 |
| Сила трения при движении назад первого модуля, Н 3,35  |
| Сила трения скольжения второго модуля, Н0,7            |
| Длина робота, мм                                       |
| Диаметр корпуса, мм                                    |
| Внутренний диаметр трубы, мм 14                        |
| Ход штока, мм 2  |
| Сила втягивания электромагнита, Н0,8                   |

Из сравнения характеристик следует, что масса реверсивного робота значительно больше, чем масса робота одностороннего движения, что обусловлено наличием дополнительного модуля с переключаемыми упорами.

### Модель динамики роботов

Рассмотрим робот, способный только к одностороннему движению. На шток (рис. 4) действуют следующие силы: электромагнитная сила F, которая втягивает шток в соленоид, сила упругости пружины  $k(x_2 - x_1)$ , сила тяжести  $m_1g$ . На корпус действуют противоположно направленные электромагнитная сила и сила упругости пружины, а также сила тяжести  $m_2g$ ; k — коэффициент жесткости пружины;  $x_1, x_2$  — координаты штока и корпуса (точки отсчета координат выбраны так, что при  $x_1 = x_2$  пружина не деформирована, а в начальный момент времени



Рис. 3. Внутреннее устройство внутритрубного реверсивного миниробота

координаты равны нулю);  $m_1, m_2$  — массы штока и корпуса; g — ускорение свободного падения;  $\beta$  — угол наклона оси трубы к горизонту. Также на шток и корпус действуют силы сухого трения  $F_{\rm Tp}^1$  и  $F_{\rm Tp}^2$ , а также силы сопротивления среды  $D_1 \dot{x}_1, D_2 \dot{x}_2$ ;  $D_1, D_2$  — коэффициенты сопротивления среды.

Уравнения движения робота имеют вид

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = -F + k(x_2 - x_1) - m_1 g \sin\beta - F_{\rm Tp}^1 - D_1 \dot{x}_1; \\ m_2 \ddot{x}_2 = F - k(x_2 - x_1) - m_2 g \sin\beta - F_{\rm Tp}^2 - D_2 \dot{x}_2. \end{cases}$$
(1)

Силы сухого трения будем считать кулоновыми, т.е.

$$F_{\rm rp}^{i} = \begin{cases} \mu^{+}N_{i}, (\dot{x}_{i} > 0 \text{ или } \dot{x}_{i} = 0 \text{ и } R_{i} \ge \mu^{+}N_{i}); \\ -\mu^{-}N_{i}, (\dot{x}_{i} < 0 \text{ или } \dot{x}_{i} = 0 \text{ и } R_{i} \le -\mu^{-}N_{i}); \\ R_{i}, (\dot{x}_{i} = 0 \text{ и } -\mu^{-}N_{i} \le R_{i} \le \mu^{+}N_{i}), \end{cases}$$
(2)  
(*i* = 1,2)

$$R_i = (-1)^i [F - k(x_2 - x_1)] - m_i g \sin\beta - D_i \dot{x}_i.$$

Координата центра масс робота  $x_c = (m_1x_1 + m_2x_2)/(m_1 + m_2)$ . Уравнение движения центра масс можно получить, сложив уравнения системы (1):

$$(m_1 + m_2)\ddot{x}_c = -(m_1 + m_2)g\sin\beta - (F_{\rm Tp}^1 + F_{\rm Tp}^2) - D_1\dot{x}_1 - D_2\dot{x}_2.$$
 (3)



Рис. 4. Силы, действующие на робот (не показаны силы трения и реакции стенок трубы)

Силой, направленной вдоль положительного направления оси *x*, будет член, включающий силы сухого трения. На них накладывается ограничение

$$-\mu^{+}(N_{1}+N_{2}) \leq -(F_{\rm Tp}^{1}+F_{\rm Tp}^{2}) \leq \mu^{-}(N_{1}+N_{2}).$$
 (4)

Таким образом, чем больше отношение  $\mu^-/\mu^+$ , т.е. чем более анизотропно трение, тем большим тяговым усилием может обладать робот по отношению к силе торможения, вызванной тем же сухим трением. Увеличить анизотропность трения и силу давления на стенки трубы можно за счет подбора материала упоров.

Для описания динамики реверсивного робота применялись уравнения (1), в которых выражение для сил трения имеет следующий вид:

$$\begin{split} F_{\mathrm{Tp}}^{1} &= \begin{cases} \mu^{+}N_{1}, (\dot{x}_{1} > 0 \text{ или } \dot{x}_{1} = 0 \text{ и } R_{1} \ge \mu^{+}N_{1}); \\ -\mu^{-}N_{1}, (\dot{x}_{1} < 0 \text{ или } \dot{x}_{1} = 0 \text{ и } R_{1} \le -\mu^{-}N_{1}); \\ R_{1}, (\dot{x}_{1} = 0 \text{ и } -\mu^{-}N_{1} \le R_{1} \le \mu^{+}N_{1}); \end{cases} \\ R_{1} &= -F + k(x_{2} - x_{1}) - m_{1}gsin\beta - D_{1}\dot{x}_{1}; \end{cases} \\ F_{\mathrm{Tp}}^{2} &= \begin{cases} \mu N_{2}, (\dot{x}_{2} > 0 \text{ или } \dot{x}_{2} = 0 \text{ и } R_{2} \ge \mu N_{2}); \\ -\mu N_{2}, (\dot{x}_{2} < 0 \text{ или } \dot{x}_{2} = 0 \text{ и } R_{2} \le -\mu N_{2}); \end{cases} \\ R_{2}, (\dot{x}_{2} = 0 \text{ и } -\mu N_{2} \le R_{2} \le \mu N_{2}); \end{split}$$

$$R_2 = F - k(x_2 - x_1) - m_2 g \sin\beta - D_2 \dot{x}_2$$

Решение полученных уравнений движения роботов осуществлялось численно в среде MATLAB. Полученные результаты затем сопоставлялись с экспериментом.

Исследовалось движение миниатюрных роботов в трубах малых диаметров в средах с различной вязкостью при отсутствии и наличии избыточного давления в трубе. Повышение вязкости, а также увеличение избыточного давления приводит к снижению скорости движения робота. Графики зависимостей скорости перемещения миниатюрного робота от отношения зазора между корпусом и трубой к диаметру робота при отсутствии избыточного давления в трубе представлены на рис. 5. Цифрами на графиках обозначены различные среды, в которых движется робот: 1 — синтетическое масло, 2 — минеральное масло. Наибольшая скорость перемешения достигается в синтетическом масле. Значительную роль в снижении скорости играет вязкость, а также коэффициент трения упоров, что может привести к проскальзыванию миниатюрного робота. Избыточное давление ведет к снижению скорости движения. На рис. 6 показаны зависимости скорости движения роботов различного диаметра от отношения зазора к диаметру в различных средах при наличии избыточного давления. Исследование зависимости скорости движения робота от внешней возбуждающей силы при различных значениях отношения зазора к диаметру робота позволяет выявить особенности динамики подобных систем. В представленной на рис. 7, а номограмме приведена зависимость скорости движения робота диаметром 10 мм в минеральном масле от отношения зазора между корпусом робота и трубой к его диаметру и от тягового усилия при отсутствии избыточного давления. На рис. 7, б представлена зависимость скорости этого же робота от отношения зазора к диаметру и от избыточного давления в трубе при постоянном тяговом усилии. Сравнение ре-



Рис. 5. Зависимость скорости движения минироботов от отношения зазора к диаметру робота в вязкой среде при отсутствии избыточного давления и электромагнитной силе 0,2 Н для диаметров 10 мм (*a*) и 5 мм (*б*): 1 — синтетическое масло; 2 — минеральное масло



Рис. 6. Зависимость скорости движения минироботов от отношения зазора к диаметру робота в вязкой среде при наличии избыточного давления 8 кПа:

*а* — диаметр робота 10 мм, электромагнитная сила 0,25 H; *б* — диаметр 5 мм, электромагнитная сила 0,125 H; *1* — синтетическое масло, *2* — минеральное масло

зультатов исследования движения миниатюрных роботов диаметрами 5 и 10 мм в среде с заданной вязкостью (минеральное масло) при отсутствии избыточного давления показало, что значение максимального тягового усилия робота диамет-



Рис. 7. Зависимость скорости движения миниробота в минеральном масле:

a — от тягового усилия и отношения зазора к диаметру миниробота при отсутствии избыточного давления;  $\delta$  — от избыточного давления и отношения зазора к диаметру миниробота при постоянном тяговом усилии ром 10 мм в 1,6 раза больше, чем тяговое усилие робота диаметром 5 мм.

### Результаты исследования динамики

Влияние колебаний на функциональные характеристики роботов изучали путем численного моделирования уравнений (1)—(4) и проведения экспериментов с образцами роботов. Вблизи резонанса увеличивается амплитуда колебаний корпуса и штока, вследствие чего достигается полный ход штока. Поэтому реальная скорость в области резонанса меньше расчетной. Приведенные в статье результаты моделирования были получены для значений  $D_1 = D_2 = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{c}^2\text{m}$ ,  $\beta = \pi/2, g = 9,81 \text{ м/c}^2$ . На рис. 8 показана теоретическая зависимость максимального хода штока  $\Delta X$  от периода действия электромагнитной





Рис. 9. Изменение скоростей штока и корпуса за период: 1 — скорость штока; 2 — скорость корпуса

силы, точками показаны экспериментальные значения с указанием погрешности измерений. Рассмотрим движение корпуса и штока в течение одного периода (T = 0,16 с) установившегося движения (рис. 9). Наблюдаются участки, когда и шток, и корпус находятся в покое. Обозначим q — отношение времени действия электромагнитной силы за период к периоду. Тогда скважность импульса равна 1 — q. Меняя q, можно избежать простаивания. Это увеличит скорость движения робота.

На рис. 10 (см. вторую сторону обложки) показана зависимость средней за период скорости движения робота V от частоты действия электромагнитной силы и протяженности ее импульса. Анализ полученной зависимости показывает, что максимальное значение скорости достигается при определенном периоде воздействий и



Рис. 11. Зависимость скоростей штока и корпуса внутритрубного миниробота с управляемыми упорами от времени: *1* — скорость штока; *2* — скорость корпуса

определенной скважности импульса. С помощью представленной модели можно определить q и T, при которых достигается максимальная скорость движения робота с требуемой точностью. Зависимости скоростей (v) штока (I) и корпуса (2) миниатюрного внутритрубного робота с управляемыми упорами от времени представлена на рис. 11 (T = 0,16 с). Зависимость скорости робота с управляемыми упорами от частоты электрических импульсов и их длительности (рис. 12, см. вторую сторону обложки) иллюстрирует связь между функциональными свойствами робота с управляемыми упорами.

### Заключение

Рассмотрено движение миниатюрных роботов в трубах малых диаметров. Анализируется движение таких роботов в средах с различной вязкостью (синтетическое и минеральное масло). Показано влияние вынужденных колебаний разных частот на функциональные характеристики миниатюрных внутритрубных роботов электромагнитного принципа действия, оборудованных анизотропными устройствами сцепления с внутренними поверхностями труб малых диаметров. Наибольшее внимание уделено исследованию силовых воздействий на роботов и влиянию колебаний на их скорость движения.

### Список литературы

1. Градецкий В. Г., Князьков М. М., Фомин Л. Ф., Чащухин В. Г. Механика миниатюрных роботов. М.: Наука, 2010. 271 с.

2. **Madou M.** Fundamentals of microfabrication – Boca Raton: CRC Press, 1997. 723 p.

3. Чащухин В. Г. Исследование устройств сцепления с поверхностью мобильных роботов, имеющих адгезионные материалы на контактных площадках. М., 2008. 27 с. (Препринт ИПМех РАН, № 861).

4. **Sitti M.** Micro- and nano- scale robotic // ASME Report / Carnegie Mellon University, Pittsburg, 2006. 8 p.

5. Ильясов Б. Г., Даринцев О. В., Мунасыпов Р. А. Основы микроробототехники. Уфа: УГАТУ, 2004. 161 с.

6. **The MEMS** Handbook. Edited by Mohamed Gad-el-Hak. Boca Raton: CRC Press, 2002. P. 17–59.

7. Wang Z., Appleton E. The concept and research of a pipe crawling rescue robot // Advances Robotics. 2003. Vol. 17, N. 4. P. 339–358.

8. Suzumori Z., Wakimoto S., Takada M. A miniature inspection robot negotiating pipes of widely varying diameter // Proc. of the 2003 IEEE International Conference of Robotics & Automation (Taipei, Taiwan, 2003). P. 2735–2740.

9. Antheierens C., Betemps M. Design and control of a pneumatic microrobot for in-pipe inspection of nuclear pipes // Journal of Mechatronics. 2001. Vol. 1, N. 2. P. 155–174.

### Studying the Dynamics of Miniature in-Pipe Vibration Type Robots

V. G. Gradetsky, Principal Researcher, gradet@ipmnet.ru,
 V. G. Chashchukhin, Senior Researcher, ketlk@mail.ru,
 Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, 119526, Russian Federation

Corresponding author: Gradetsky Valery G., Ph. D., Principal Researcher, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Prospekt Vernadskogo, Moscow, 119526, Russian Federation, e-mail: gradet@ipmnet.ru

Accepted on January 26, 2018

Actual problem is the study of oscillation acting on functional characteristics of miniature robots based on frequency modulation and changing of pulse recurrence frequency. Such robots are the systems with electromagnetic action, investigation of which is performing in many scientific centers of the world. Study of oscillation processes satisfy the receiving of relationships between functional and frequency characteristics, determine conformity working and required parameters and to extend robot's possibilities. Miniature robots with electromagnetic drive system and technological on board sensors are intended mainly for direct or inverse motion inside of pipes with small diameter (5–20 mm) and analyze of the quality internal surfaces of the pipes, for nondestructive testing and other inspection operations in energy, nuclear power stations for example, in aviation and space technologies. In this paper the motion equations of electromagnetic in-pipe robot are presented, as so as nomographs and characteristics, those may use under design of miniature robots for the purposes of target applications. The results of investigations of oscillatory processes in miniature in-pipe robots of the electromagnetic principle of action are presented. Robots are equipped with coupling devices with internal surfaces of small diameter pipes. Dependences of the robot's parameters on the frequency, length and duration of the control pulses are given. The oscillations effects for a different frequency on the characteristics of the robot with the possibility of reversible motion when moving in media of different viscosities are analyzed.

Keywords: miniature robot, electromagnetic principle of action, oscillation processes, coupling devices, small diameter pipes

**Acknowledgements:** This work was done on the theme of the state task (State Registration No AAAA-A17-117121120036-3).

For citation:

Gradetsky V. G., Chashchukhin V. G. Studying the Dynamics of Miniature in-Pipe Vibration Type Robots, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2018,* vol. 19, no. 6, pp. 396–401.

DOI: 10.17587/mau.19.396-401

#### References

1. Gradetsky V. G., Knyazkov M. M., Fomin L. F., Chashchukhin V. G. *Mehanika miniatjurnyh robotov* (Miniature robots mechanics), Moscow, Nauka, 2010, 271 p. (in Russian)

2. Madou M. Fundamentals of microfabrication, Boca Raton, CRC Press, 1997, 723 p.

3. Chashchukhin V. G. Issleddovanie ustrojstv sceplenija s poverhnost'ju mobil'nyh robotov, imejushhih adgezionnye materialy na kontaktnyh ploshhadkah (The study of the devices of adhesion

to the surface of mobile robots with adhesive materials on contact surfaces), Moscow, 2008, *Preprint IPM RAS*, N $_{2}$  861, 27 p. (in Russian).

4. Sitti M. Micro- and nano- scale robotic, ASME Report, Carnegie Mellon University, Pittsburg, 2006, 8 p.

5. **Il'jasov G., Darincev O., Munasypov R.** Osnovy mikrorobototehniki (Basics of robotics), Ufa, UGATU, 2004, 161 p. (in Russian).

6. **The MEMS** Handbook. Edited by Mohamed Gad-el-Hak, Boca Raton, CRC Press, 2002, pp. 17–59.

7. Wang Z., Appleton E. The concept and research of a pipe crawling rescue robot, *Advances Robotics*, 2003, vol. 17, no. 4, pp. 339–358.

8. Suzumori Z., Wakimoto S., Takada M. A miniature inspection robot negotiating pipes of widely varying diameter, *Proc. of the 2003 IEEE International Conference of Robotics & Automation*, Taipei, Taiwan, 2003, pp. 2735–2740.

9. Antheierens C., Betemps M. Design and control of a pneumatic microrobot for in-pipe inspection of nuclear pipes, Journal of Mechatronics, 2001, vol. 1, no. 2, pp. 155–174.

УДК 517.93

DOI: 10.17587/mau.19.402-407

Н. А. Грязнов, канд. физ.-мат. наук, зам. директора по научной работе,
В. В. Харламов, начальник научно-исследовательского отделения,
С. А. Никитин, начальник лаборатории,
А. Ю. Карсеева, инженер 2 категории,
Г. С. Киреева, канд. биол. наук, мл. науч. сотр., galinakireyeva@mail.ru,

### ГНЦ ЦНИИ РТК, г. Санкт-Петербург

### Медицинский комплекс для лечения геморроя методом лазерной коагуляции под доплер-контролем<sup>1</sup>

Перспективное развитие малоинвазивной лазерной хирургии в лечении геморроя связано с временным и пространственным совмещением диагностики и лечения. Целью проведенного авторами исследования являлась разработка структуры такого аппаратного комплекса, который позволял бы проводить малоинвазивное лечение геморроя методом лазерной коагуляции под контролем внутритканевой ультразвуковой визуализации в режиме реального времени.

**Ключевые слова:** геморрой, малоинвазивная хирургия, лазерная коагуляция, доплеровский датчик, ультразвуковой датчик

### Введение

В настоящее время разработано и внедрено в практику множество способов лечения геморроя, которые можно разделить на консервативные, малоинвазивные и хирургические. На ранних стадиях хронического геморроя с успехом применяются консервативная медикаментозная терапия и малоинвазивные вмешательства, в том числе лазерная коагуляция [1—3]. Среди преимуществ лазерной коагуляции можно отметить безболезненность, очень короткий период восстановления, а также отсутствие необходимости в госпитализации пациента, так как вся процедура лазерной терапии может проводиться амбулаторно [4].

Во время проведения сеанса лазерной коагуляции важна не только диагностика патологических сосудов, но и визуальный контроль за ходом операции. В медицине уже сформировано новое научное направление, объединяющее диагностику и терапию, — тераностика. Комбинация данных процессов повышает эффективность проводимого лечения [5, 6]. В настоящее время

описана малоинвазивная методика лазерной процедуры лечения геморроя (HeLP) [7], которая заключается в следующем: в специальную полость аноскопа вводится доплеровский ультразвуковой датчик, который определяет местонахождение артерии, подлежащей коагуляции. При этом положение аноскопа фиксируется. Затем датчик вынимается и, при неизменном положении аноскопа, в ту же полость вводят оптоволокно со специальным наконечником и проводят чрескожную коагуляцию артерии. Однако данная методика не позволяет осуществлять визуальный контроль непосредственно во время проведения самой операции, и наблюдать эффективность воздействия лазерного излучения в толще ткани не представляется возможным.

Очевидно, что следующий шаг в лечении геморроя с помощью лазерной хирургии связан с достижением синергетического эффекта комбинации в одном портативном аппаратном комплексе современного диагностического ультразвукового модуля на основе доплерографа и УЗИ-датчика и лазерного модуля коагуляции на основе хирургического лазерного излучателя. Временное и пространственное совмещение двух важнейших функций — диагностики и лечения — позволит достичь нового качества проводимых операций, а создание инструмента, в котором будут совмещены обе функции, представляется актуальным и перспективным.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Статья подготовлена при финансовой поддержке Минобрнауки в ходе выполнения работ по Соглашению от 03.10.2016 г. № 14.578.21.0207 RFMEFI57816X0207 о предоставлении субсидии в целях реализации федеральной целевой программы "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технического комплекса России на 2014—2020 годы".

### Структура медицинского комплекса

Для лечения геморроя посредством лазерной коагуляции сосудов под контролем процесса с помощью доплерографии необходим медицинский комплекс (МК), который может решать следующие задачи:

- поиск местоположения артериальных и венозных сосудов;
- лазерная коагуляция сосудов, питающих геморроидальный узел;
- контроль степени коагуляции.

Исходя из назначения МК можно построить его структуру по функциональному признаку блок диагностики, лазерный блок и система управления. Разработанная структурная схема МК представлена на рис. 1. Датчики доплерографа 11 и УЗИ 12 конструктивно объединены с оптоволоконным инструментом 14 в хирургический манипулятор 19. Конструкция хирургического манипулятора должна обеспечивать его совместимость с медицинскими проктоскопами.

Работа МК 1 осуществляется следующим образом. Информация с датчиков доплерографа 11 и УЗИ 12 поступает на предобработку в блоки систем управления доплерографа 17 и УЗИ сканера 18, далее поступает на интерфейсный модуль 9 системы управления МК 4 и отображается на дисплее 15. Обработка данных с доплеровского датчика и УЗИ-датчика проводится в вычислителе 10. Вычислитель 10 формирует управляющие команды для лазерного блока (ЛБ) 3, которые поступают на систему управления (СУ) ЛБ 8. Система управления ЛБ задает режим работы лазерного излучателя 7. Система питания и охлаждения ЛБ 13 поддерживает необходимые энергетический и температурный режимы работы лазерного излучателя 7.

Параметры лазерного излучения зависят от характеристик облучаемых сосудов. Следовательно, необходимо наличие адаптивной системы управления мощностью (АСУМ) лазерного излучения, которая осуществляет обратную связь. Таким образом, на вход АСУМ во входной буфер поступают и проходят первичную обработку данные с доплерографа, с УЗИ сканера и параметры лазерного излучения. Определяется скорость потока в сосуде, текущие параметры лазера в точке воздействия, толщина сосуда в точке воздействия и текущие координаты световода. Обработанные данные поступают на устройство управления, которое на основе полученной информации и заданных параметров пересчитывает и адаптирует управляющие воздействия на модуль подачи световода и систему управления лазером. Алаптированные новые параметры излучения лазера и его целевые координаты (координаты, в которые его необходимо переместить) передаются в систему управления лазера и систему подачи световода соответственно.

### Математическая модель воздействия лазерного излучения на сосуды

Характер воздействия лазерного излучения на биоткани определяется как различными параметрами самого излучения, так и характеристиками биоткани, а также динамическими процессами теплопереноса. Для определения оптимальных параметров лазерного излучения для склерозирования сосудов была разработана математическая модель, которая включает в себя:

- описание распределения излучения в тканях;
- моделирование динамики изменения температуры тканей под действием импульса излучения;



Рис. 1. Структурная схема медицинского комплекса для лазерной коагуляции сосудов

• расчет повреждения тканей под воздействием переменного теплового поля.

Распределение излучения в неоднородно поглощающей и рассеивающей среде может быть описано с помощью следующего уравнения переноса излучения в стационарном диффузном приближении:

$$\nabla(D(r)\nabla\Phi(r)) - \mu_a(r)\Phi(r) = -S(r),$$

где  $\Phi(r)$  — плотность светового потока;  $D(r) = \frac{1}{3(\mu_a + \mu'_s)}$  — коэффициент диффузии излучения;  $\nabla$  — оператор набла;  $\mu'_s = \mu_s(1-g)$  — редуцированный коэффициент рассеяния; g — показатель анизотропии;  $\mu_a$  — коэффициент поглощения; S(r) — интенсивность источника (мощность импульса излучения).

Фундаментальным решением данного уравнения является распределение поля излучения вида

$$\Phi(r) = \frac{\mathbf{S} \exp(-\mu_{eff} r)}{4\pi D r},$$

где  $\mu_{eff} = \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}$  — эффективный коэффициент поглошения.

Поглощенная биологическими тканями мощность излучения может быть найдена как произведение интенсивности поля излучения и коэффициента поглощения тканей:

$$P_a(r) = \mu_a(r)\Phi(r).$$

Изменение температуры тканей под действием поглощенного излучения описывается с помощью уравнения теплопроводности:

$$\nabla(k(r)\nabla T(r,t)) + P_a(r,t) = C_p \frac{\partial T(r,t)}{\partial t},$$

где T(r, t) — динамическое поле температур;  $P_a(r, t)$  — поглощенная тканями мощность излучения;  $\nabla$  — оператор набла; k — коэффициент теплопроводности;  $C_p = C\rho$  — теплоемкость ткани; C — удельная теплоемкость;  $\rho$  — плотность.

В зависимости от моделируемой ситуации уравнение теплопроводности может быть решено с граничными условиями Дирихле (заданная температура на границе) либо с граничными условиями Неймана (заданный теплоперенос).

Третьей составляющей математической модели является описание теплового повреждения биологических тканей с помощью закона Аррениуса. Повреждение ткани рассматривается как молекулярный процесс, при котором исходная биологическая молекула необратимо денатурирует при превышении пороговой энергии активации под воздействием температуры [8]. Количественно повреждение тканей определяется с помощью единственного параметра Ω, представляющего собой логарифм соотношения числа неповрежденных молекул к общему числу молекул:

$$\Omega = -\ln \frac{c(t)}{c_0},$$

где  $c_0$  — начальное число молекул, c(t) — число неповрежденных молекул в момент времени t.

Согласно закону Аррениуса  $\Omega = A \exp(-E_a/RT)$ . Логарифмируя и интегрируя это соотношение по времени теплового воздействия, получаем:

$$\log \Omega = \log A + \log \left( \int_{0}^{\infty} \exp\left( \frac{-E_a}{RT(r,t)} \right) dt \right).$$

Здесь A — параметр частоты взаимодействия,  $E_a$  — энергия активации перехода молекул в необратимое состояние.

Параметр  $\Omega$  является безразмерным, экспоненциально зависит от температуры и линейно зависит от времени экспозиции. Значение  $\Omega = 1$ соответствует необратимому повреждению 100 % молекул ткани.

По различным источникам значения параметров A и  $E_a$ , описывающих процесс денатурации белков и других биомолекул, весьма разнятся. Значение параметра частоты взаимодействия A лежит в пределах  $10^{40}...10^{105}$  с<sup>-1</sup>, энергии активации  $E_a$  — от  $10^5$  до  $10^6$  Дж/моль. Принятые нами в математической модели значения всех описанных выше параметров биологических тканей взяты в основном из работ [9—14].

Значения параметров, использованные нами для расчетов, представлены в таблице.

Для моделирования лазерной коагуляции тканей была использована геометрическая модель, состоящая из цилиндрически симметричного сосуда, имеющего стенку задаваемой толщины и окружающей его однородной перивенозной ткани.

Как видно из приведенной таблицы, значение коэффициента диффузии излучения *D*, имеющего размерность расстояния, составляет доли миллиметра. Данная величина может быть интерпретирована как эффективная длина свободного пробега фотона или расстояние от источника, на котором излучение изотропно рассеивается. Таким образом, влияние направленности выходящего из торца световода излучения является несущественным. В случае необходимости оно может быть смоделировано смещением точки излучения импульса в соответствующем направлении на расстояние порядка величины *D*.

Совместное решение приведенных выше уравнений переноса излучения и теплопроводности

Значения физических параметров, использованные для числовых расчетов

| Параметр                                      | Длина волны излучения, нм | Кровь                  | Стенка сосуда        | Перивенозная ткань   |
|---|---------------------------|------------------------|----------------------|----------------------|
| $\mu_a (MM^{-1})$                             | 810                       | 0,20                   | 0,1                  | 0,03                 |
|   | 980                       | 0,28                   | 0,1                  | 0,03                 |
|   | 1470                      | 2,0                    | 0,1                  | 0,03                 |
| $\mu_{eff}$ (MM <sup>-1</sup> )               | 810                       | 0,735                  | 1,0                  | 1,0                  |
|   | 980                       | 0,86                   | 0,79                 | 0,3                  |
|   | 1470                      | 4,0                    | 3,0                  | 3,0                  |
| <i>D</i> (мм)                                 | 810                       | 0,37                   | 0,1                  | 0,03                 |
|   | 980                       | 0,38                   | 0,16                 | 0,33                 |
|   | 1470                      | 0,125                  | 0,01                 | 0,003                |
| <i>С</i> (Дж·г <sup>-1</sup> ·K-1)            | _                         | 3,82                   | 3,78                 | 3,78                 |
| ρ (г•мм <sup>-3</sup> )                       | —                         | $1,05 \cdot 10^{-3}$   | $1,05 \cdot 10^{-3}$ | $1,05 \cdot 10^{-3}$ |
| $k (Bt \cdot MM^{-1} \cdot K^{-1})$           | _                         | $5,6 \cdot 10^{-4}$    | $5,6 \cdot 10^{-4}$  | 5,6.10-4             |
| <i>Е<sub>а</sub></i> (Дж•моль <sup>-1</sup> ) | _                         | $4,48 \cdot 10^5$      | $4,30 \cdot 10^5$    | $4,30 \cdot 10^5$    |
| $A (c^{-1})$                                  | _                         | 7,6 · 10 <sup>66</sup> | $5,6 \cdot 10^{63}$  | 5,6·10 <sup>63</sup> |

дает высокое значение температуры (существенно превышающее 100 °С) вблизи излучающего торца световода. Это может вызвать вскипание тканевой жидкости в точке излучения и образование пузырьков пара. Однако теплота фазового перехода примерно на порядок превышает теплоту нагревания жидкости до 100 °C, что делает образование существенного объема пузырьков пара маловероятным. Кроме того, последующая конденсация пара после охлаждения приведет к выделению того же количества теплоты в зоне излучения. В результате динамика процесса существенно не изменится. Литературные данные [9, 13] по предельным температурам при лазерной коагуляции весьма варьируются и, вероятно, существенно зависят от техники процесса. В разработанной нами математической модели данный процесс не учитывается. Однако следует иметь в виду, что вскипание воды вблизи торна световода приведет к его быстрому перегреву вследствие резкого снижения теплопроводности среды и карбонизации излучающей поверхности. Нагар на излучающей поверхности, в свою очередь, будет препятствовать распространению излучения в окружающие ткани и вызовет локальное выделение теплоты вблизи торца световода.

Для проведения численных расчетов параметров лазерного излучения с использованием полученной выше математической модели была разработана компьютерная программа (рис. 2, см. третью сторону обложки), позволяющая выполнить численную оценку эффектов лазерной коагуляции сосудов и визуализировать картины составляющих процесса: поле излучения, динамическое тепловое поле, повреждение тканей.

# Процедура лазерной коагуляции с помощью медицинского комплекса

В общем виде процедура лазерной коагуляции для лечения геморроя с помощью представленного выше МК выглядит следующим образом. С использованием УЗИ-сканера определяются патологические сосудистые сбросы, уточняются размеры и ход сосудов, питающих геморроидальный узел. Вся процедура проходит при непрерывном доплер-контроле. Вначале проктоскоп вводится в анальное отверстие. С помощью УЗИдатчика осуществляется поиск сосудов, уточняются их размеры. После нахождения сосуда на основе полученных данных о размере сосуда, скорости потока крови и тяжести патологического процесса выбирается оптимальный режим воздействия лазерного излучения. Затем проводится процедура лазерной коагуляции. С помощью хирургического манипулятора световод подводится к выбранному сосуду (положение световода контролируется УЗИ-сканером). Во время процедуры под действием лазерного излучения кровь внутри сосуда коагулирует, и он спадается.

### Заключение

Таким образом, при успешной реализации конструктивного совмещения диагностики в режиме реального времени и проведения операции с помощью лазера создается уникальное мало-инвазивное медицинское решение для лечения геморроя, не имеющее аналогов в настоящее время. Также данная идея может лечь в основу

построения конструкций медицинских комплексов для малоинвазивной хирургии, предназначенных для лечения сосудистых и онкологических заболеваний.

Разработанная и реализованная с помощью компьютерной программы математическая модель лазерной коагуляции сосудов позволяет проводить оценочные расчеты воздействия лазерного излучения на сосуды и перивенозную ткань и анализировать степень денатурации молекул ткани. Для расчетов использованы оптические и термодинамические параметры биологических тканей, обеспечивающие удовлетворительное совпадение результатов симуляции с известными литературными данными.

### Список литературы

1. Dennison A. R., Paraskevopoulos J. A., Kerrigan D. D., Shorthouse A. J. New thoughts on the aetiology of haemorrhoids and the development of non-operative methods for their management // Minerva Chir. 1996. Vol. 51. P. 209–216.

2. Мухин А. Г., Волков А. В., Комарова М. Ю. Лечение геморроя в амбулаторных условиях // Колопроктология. 2010. Вып. 31. — С. 18—21.

3. Laufer M. D., Farley B. E., inventors. Vnus Medical Technologies, Inc., assignee. Method for treating hemorrhoids. US patent 6,135,997. 2000 Oct 24.

4. Nazaria M. S., Hedayatib M. K. Comparison of Intrahemorrhoidal Coagulation with 980 Nanometer Diode Laser and Milligan Morgan hemorrhoidectomy: A Randomized Clinical Trial // J. Clin. Res. Gov. 2015. Vol. 4. P. 1–4. 5. Сенчик К. Ю., Грязнов Н. А., Киреева Г. С. Развитие медицинских робототехнических систем на основе современных достижений тераностики // Робототехника и техническая кибернетика. 2015. № 1 (1). С. 12—16.

6. Гафтон Г. И., Сенчик К. Ю., Беляев А. М., Киреева Г. С., Грязнов Н. А., Харламов В. В., Никитин С. А. Перспективы создания новых отечественных гибридных аппаратов для фотодинамической терапии и флуоресцентной диагностики в онкологии // Вопросы онкологии. 2016. № 5 (62). С. 559—569.

7. **Giamundo P., Cecchetti W., Esercizio L.** Doppler-guided hemorrhoidal laser procedure for the treatment of symptomatic hemorrhoids: experimental background and short-term clinical results of a new mini-invasive treatment // Surg. Endosc. 2011. Vol. 25. P. 1369–1375.

8. Mordon S. R., Wassmer B., Zemmouri J. Mathematical modeling of endovenous laser treatment (ELT) // BioMedical Engineering OnLine2006, 5: 26.

9. Mohammed Y., Verhey J. F. A finite element method model to simulate laser interstitial thermo therapy in anatomical inhomogeneous regions // Biomed Eng Online 2005, 4 (1): 2.

10. Choe R. Diffuse Optical Tomography and Spectroscopy of Breast Cancer and FetalBrain. // Ph. D. Dissertation, University of Pennsylvania, 2005. P. 81–96.

11. Bashkatov A. N., Genina E. A., Tuchin V. V. Optical Properties of Skin and Subcutaneous Tissues. // Journal of Innovative Optical Health Sciences, Vol. 4, N. 1 (2011). P. 9–38.

12. Spinelli L., Torricelli A., Pifferi A., Taroni P., Danesini G. M., Cubeddu R. Bulk optical properties and tissue components in the female breast from multiwavelength time-resolved optical mammography // J Biomed Opt 2004, 9 (6). P. 1137–1142.

13. **Cheong W., Welch A.** Analysis of optical and thermal behavior of laser assisted balloon angioplasty. IEEE Trans Biomed Eng 1999, 36 (12). P. 1233–1243.

14. Pfefer T. J., Choi B., Vargas G., McNally K. M., Welch A. J. Pulsed laserinduced thermal damage in whole blood. J BiomechEng 2000, 122 (2). P. 196–202.

### Medical Apparatus for Treatment of Hemorrhoids by Method of Laser Coagulation under Doppler Control

N. A. Gryaznov, gna@rtc.ru, V. V. Kharlamov, sl@ltc.ru, S. A. Nikitin, s.nikitin@rtc.ru, A. Y. Karseeva, a.karseeva@rtc.ru, G. S. Kireeva, galinakireyeva@mail.ru,

Central Research Institute of Robotics and Technical Cybernetics, Saint-Petersburg, 194064, Russian Federation

Corresponding author: Kireeva G. S., Ph. D., Junior researcher in 604 Laboratory, of Central Research Institute of Robotics and Technical Cybernetics, Saint-Petersburg, Russian Federation, e-mail: galinakireyeva@mail.ru

#### Accepted on March 05, 2018

The promising development of minimally invasive laser surgery for the treatment of hemorrhoids is associated with a combination of diagnosis and treatment in time and space. The purpose of this study was to develop the structure of such a device allowing performing minimally invasive hemorrhoids treatment with laser coagulation under interstitial ultrasound visualization in real time. The medical complex includes a diagnostic unit, a laser unit and a control system. In turn, the diagnostics module, which allows real-time monitoring, includes a Doppler sensor for performing blood vessel search and measuring blood flow velocity, an ultrasonic sensor for visualization of soft tissues, and monitoring of the laser vascular coagulation operation. The laser unit consists of a laser emitter; a fiber-optic instrument serving to deliver laser radiation to the impact zone; the power and cooling system necessary to maintain the operating temperature of the laser. To carry out numerical calculations of laser radiation parameters, a mathematical model was developed. For its implementation, a computer program was developed that allows a numerical evaluation of the effects of laser vascular coagulation. The given program allows to estimate the influence of laser radiation on blood vessels and perivenous tissue and to analyze the degree of denaturation of tissue molecules. For calculations, optical and thermodynamic parameters of biological tissues are used, which ensure a satisfactory match of the simulation results with known literary data.

Keywords: hemorrhoids, minimally invasive surgery, laser coagulation, doppler sensor

Acknowledgements: The article was prepared with the financial support of the Ministry of Education and Science in the course of work on the Agreement No. 14.578.21.0207 RFMEFI57816X0207 of 03.10.2016 on granting a subsidy for the purpose of implementing the federal target program "Research and Development in Priority Areas for the Development of the Russian Science and Technology Complex for 2014–2020"

#### For citation:

Gryaznov N. A., Kharlamov V. V., Nikitin S. A., Karseeva A. Y., Kireeva G. S. Medical Apparatus for Treatment of Hemorrhoids by Method of Laser Coagulation under Doppler Control, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 3, pp. 402–407.

DOI: 10.17587/mau.19.402-407

#### References

1. Dennison A. R., Paraskevopoulos J. A., Kerrigan D. D., Shorthouse A. J. New thoughts on the aetiology of haemorrhoids and the development of non-operative methods for their management, *Minerva Chir*, 1996, vol. 51, pp. 209–216.

2. Mukhin A. G., Volkov A. V., Komarova M. Y. Lechenie gemorroya v ambulatornyh usloviyah (Hemorrhoids treatment in outpatient settings), Coloproctologia, 2010, vol. 31, pp. 18–21 (in Russian).

3. Laufer M. D., Farley B. E., inventors. Vnus Medical Technologies, Inc., assignee. Method for treating hemorrhoids. US patent 6,135,997. 2000 Oct 24.

4. Nazaria M. S., Hedayatib M. K. Comparison of Intrahemorrhoidal Coagulation with 980 Nanometer Diode Laser and Milligan Morgan hemorrhoidectomy: A Randomized Clinical Trial, J. Clin. Res. Gov., 2015, vol. 4, pp. 1–4.

5. Senchik K. Y., Gryaznov N. A., Kireeva G. S. Razvitie meditsinskih robototehnicheskih sistem na osnove sovremennyh dostizheniy teranostiki (Development of medical robotic systems based on the modern achievements of theatronics), *Robototechnika I Techniches*kaya Kibernetika, 2015, no. 1 (1), pp. 12–16 (in Russian). 6. Gafton G. I., Senchik K. Y., Belyaev A. M., Kireeva G. S., Gryaznov N. A., Kharlamov V. V., Nikitin S. A. Perspectivy sozdaniya novych otechestvennyh teranostichnyh apparatov dlya photodinamicheskoi terapii I fluorescentonoi diagnostiki v onkologii (Rationale for development of the new domestic appliances theranostic apparatus for photodynamic therapy and fluorescent diagnostics in oncology), Voprosy Oncologii, 2016, no. 5 (62), pp. 559–569 (in Russian)

7. Giamundo P., Cecchetti W., Esercizio L. Doppler-guided hemorrhoidal laser proce-dure for the treatment of symptomatic hemorrhoids: experimental background and short-term clinical results of a new mini-invasive treatment, *Surg. Endosc.*, 2011, vol. 25, pp. 1369–1375.

8. Mordon S. R., Wassmer B., Zemmouri J. Mathematical modeling of endovenous laser treatment (ELT), *BioMedical Engineering OnLine*, 2006, 5: 26.

9. Mohammed Y., Verhey J. F. A finite element method model to simulate laser interstitial thermo therapy in anatomical inhomogeneous regions, *Biomed Eng Online*, 2005, 4 (1): 2.

10. **Choe R.** Diffuse Optical Tomography and Spectroscopy of Breast Cancer and FetalBrain, Ph. D. Dissertation, University of Pennsylvania, 2005, pp. 81–96.

11. **Bashkatov A. N., Genina E. A., Tuchin V. V.** Optical Properties of Skin and Subcutaneous Tissues, *Journal of Innovative Optical Health Sciences*, vol. 4, no. 1 (2011), pp. 9–38.

12. Spinelli L., Torricelli A., Pifferi A., Taroni P., Danesini G. M., Cubeddu R. Bulk optical properties and tissue components in the female breast from multiwavelength time-resolved optical mammography, J. Biomed. Opt., 2004, 9 (6), pp. 1137–1142.

13. **Cheong W., Welch A.** Analysis of optical and thermal behavior of laser assisted balloon angioplasty, *IEEE Trans Biomed Eng.*, 1999, 36 (12), pp. 1233–1243.

14. **Pfefer T. J., Choi B., Vargas G., McNally K. M., Welch A. J.** Pulsed laserinduced thermal damage in whole blood, J. *Biomech. Eng.*, 2000, 122 (2), pp. 196–202.



Конференция

## "УПРАВЛЕНИЕ В МОРСКИХ И АЭРОКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ" (УМАС-2018):

2-4 октября 2018 г., Санкт-Петербург, Россия

### При поддержке:

- Российского фонда фундаментальных исследований
- Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН
- Отделения нанотехнологий и информационных технологий РАН
- Международной общественной организации "Академия навигации и управления движением"
- Научного совета РАН по теории управляемых процессов и автоматизации
- Объединенного Научного совета по комплексной проблеме "Процессы управления и автоматизации" РАН
- Российского национального комитета по автоматическому управлению

УДК 629.7

DOI: 10.17587/mau.19.408-415

**М. В. Левский,** канд. техн. наук, вед. науч. сотр., dp940@mail.ru, Научно-исследовательский институт космических систем имени А. А. Максимова филиал ГКНПЦ им. М. В. Хруничева

### Оптимальное управление космическим аппаратом с исключительной ролью условий трансверсальности

Решается задача оптимального управления разворотом космического аппарата (как твердого тела) из произвольного начального в требуемое конечное угловое положение. Исследуется случай, когда условия трансверсальности имеют решающее значение. Критерий качества управления учитывает энергию вращения и длительность маневра. В аналитическом виде записаны условия оптимальности маневра переориентации и изучены свойства оптимального движения. На основании условий трансверсальности как необходимых условий оптимальности определены главные свойства, законы и ключевые характеристики (параметры, константы, интегралы движения) оптимального решения задачи управления, в том числе максимальная энергия для оптимального движения и длительность маневра. Даны ключевые соотношения и уравнения для построения оптимальной программы управления. Показано, что принятый критерий оптимальности гарантирует движение космического аппарата с энергией вращения, не превышающей требуемого значения. Приведен пример численного моделирования разворота космического аппарата в соответствии с разработанным методом управления.

**Ключевые слова:** космический annapam, оптимальное управление, критерий оптимальности, управляющая функция, принцип максимума, условия трансверсальности

Эффективность средств и методов управления движением космического аппарата (КА) непосредственно влияет на эффективность выполнения целевых программ — на объем решаемых задач, проведенных наблюдений и экспериментов, на точность полученных результатов, на время активного существования на орбите и целевого применения КА и т.д. К проблеме оптимального управления движением КА многие исследователи обращались неоднократно [1-9]. Аналитическое решение задачи оптимального разворота в замкнутой форме, если бы оно было найдено, имело бы большой практический интерес, так как позволило бы применять на борту КА готовые законы программного управления и изменения оптимальной траектории движения КА (для осесимметричного КА некоторые решения известны [1—3]). Однако аналитическое решение задачи пространственного разворота для КА с произвольным распределением масс при произвольных граничных условиях по угловому положению КА не найдено; известны лишь некоторые особые случаи решения задачи разворота (см. например, [4-6]). Поэтому в общем случае приходится рассчитывать только на приближенное численное решение задачи. Численное реше-

ние задачи оптимального разворота динамически симметричного КА подробно рассмотрено в работе [2] (ее авторы решали краевую задачу принципа максимума путем замены переменных и сведением ее к краевой задаче разворота сферически симметричного тела).

Ниже исследуется задача оптимального управления ориентацией КА, когда минимизируется функционал, объединяющий в заданной пропорции время и интеграл энергии, затраченные на поворотный маневр. Вопросы нахождения экономичного управления актуальны и в настоящее время, поэтому решаемая в статье задача является практически важной.

# Уравнения движения и постановка задачи оптимального управления

Под поворотным маневром понимают перевод связанных осей КА из одного известного углового положения в другое известное (обычно заданное) угловое положение за конечное время *Т*. Полагаем, что управление угловым положением КА осуществляется посредством исполнительных механизмов, создающих вращающие моменты относительно всех трех главных центральных осей инерции КА. Угловое движение КА как твердого тела описывается кинематическими уравнениями, записанными в кватернионных переменных [4]:

$$2\lambda_{0} = -\lambda_{1}\omega_{1} - \lambda_{2}\omega_{2} - \lambda_{3}\omega_{3};$$
  

$$2\dot{\lambda}_{1} = \lambda_{0}\omega_{1} + \lambda_{2}\omega_{3} - \lambda_{3}\omega_{2};$$
  

$$2\dot{\lambda}_{2} = \lambda_{0}\omega_{2} + \lambda_{3}\omega_{1} - \lambda_{1}\omega_{3};$$
  

$$2\dot{\lambda}_{3} = \lambda_{0}\omega_{3} + \lambda_{1}\omega_{2} - \lambda_{2}\omega_{1}$$
(1)

или в кватернионной форме:

$$2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \boldsymbol{\omega},$$

где  $\omega_i$   $(i = \overline{1, 3})$  — проекции вектора  $\omega$  абсолютной угловой скорости КА на оси связанного базиса E, образованного главными центральными осями эллипсоида инерции КА;  $\lambda_j$   $(j = \overline{0, 3})$  — компоненты кватерниона  $\Lambda$  [4], который задает движение связанного базиса E относительно инерциального базиса I. Уравнения (1) имеют граничные условия  $\Lambda(0) = \Lambda_{\rm H}$  и  $\Lambda(T) = \Lambda_{\rm K}$ , где T — время окончания маневра переориентации. Кватернионы  $\Lambda_{\rm H}$  и  $\Lambda_{\rm K}$  имеют произвольные, наперед заданные значения, для которых  $\Lambda_{\rm K} \neq \pm \Lambda_{\rm H}$  и  $\|\Lambda_{\rm H}\| = \|\Lambda_{\rm K}\| = 1$  (кватернион  $\Lambda$  принят нормированным [4] для удобства).

Эффективность управления ориентацией будем оценивать интегральной величиной

$$G = \int_{0}^{T} (a_{1}(J_{1}\omega_{1}^{2} + J_{2}\omega_{2}^{2} + J_{3}\omega_{3}^{2}) + a_{2})dt, \qquad (2)$$

где  $J_i$  — главные центральные моменты инерции KA;  $a_1 = \text{const} > 0$ ,  $a_2 = \text{const} > 0$  — постоянные положительные коэффициенты. Оптимальным считается движение, при котором значение G минимально. Задачу оптимального управления KA формализуем следующим образом: необходимо развернуть KA из положения  $\Lambda(0) = \Lambda_{\text{H}}$  в положение  $\Lambda(T) = \Lambda_{\text{K}}$  в соответствии с уравнениями (1) с минимальным значением интеграла (2); при этом время разворота T не фиксировано (оно также подлежит оптимизации и определяется одновременно со значением G). При нахождении оптимального по критерию (2) закона движения считается, что  $\omega(t)$  — кусочно-непрерывная функция времени.

Задачи оптимального управления ориентацией КА с использованием комбинированных критериев оптимальности исследовались и раньше [2, 3]. Но в отличие от известных работ в данной статье задача оптимального управления разворотом решена применительно к произвольному КА (т.е. когда отсутствуют ограничения на соотношение моментов инерции  $J_1, J_2, J_3$ ).

# Решение задачи оптимального управления переориентацией

Будем решать поставленную задачу (1)—(2) на основе принципа максимума Л. С. Понтрягина [11]. Значение функционала (2) в явном виде не зависит от вращающего момента М, действующего на КА. Поэтому управляющими переменными принимаем компоненты ω<sub>i</sub> вектора угловой скорости ω. Наличие фазового ограничения  $\|\Lambda\| = 1$  несущественно, так как оно всегда выполняется (при любых движениях КА вокруг центра масс). Переменные  $\lambda_i$  имеют свойство: в силу уравнений (1) норма  $\|\Lambda\|$  кватерниона  $\Lambda$  есть величина постоянная,  $\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = \text{const.}$ В начальный момент времени  $\|\Lambda(0)\| = \|\Lambda_{\text{H}}\| = 1$ , поэтому  $\|\Lambda(t)\| = 1$  в любой момент времени  $t \in [0, T]$ . Так как критерий оптимальности не включает позиционные координаты  $\lambda_i$ , правомерно использовать универсальные переменные  $r_i$  (i = 1, 3) [7], заменяющие сопряженные переменные. Для сформулированной выше задачи (1)-(2) функция Гамильтона Н равна

$$H = r_1 \omega_1 + r_1 \omega_1 + r_1 \omega_1 - a_1 (J_1 \omega_1^2 + J_2 \omega_2^2 + J_3 \omega_3^2) - a_2.$$
(3)

Оптимальные функции  $r_i$ , как компоненты вектора **r**, удовлетворяют уравнениям [7]:

$$\dot{r}_1 = \omega_3 r_2 - \omega_2 r_3; \dot{r}_2 = \omega_1 r_3 - \omega_3 r_1; \dot{r}_3 = \omega_2 r_1 - \omega_1 r_2.$$
 (4)

Функция Гамильтона *H* составлена без учета ограничения  $\|\Lambda\| = 1$  для фазовых переменных в силу равенства  $\|\Lambda(0)\| = 1$ , о чем договорились выше. Вектор **r** неподвижен относительно инерциального базиса *I*, из-за чего  $|\mathbf{r}| = \text{const} \neq 0$ . Решение  $\mathbf{r}(t)$  системы (4) определяется начальным  $\Lambda_{\rm H}$  и конечным  $\Lambda_{\rm K}$  положениями KA. Оптимальная функция  $\mathbf{r}(t)$ вычисляется через кватернион  $\Lambda(t)$  [4, 7]:

$$\mathbf{r} = \tilde{\Lambda} \circ \mathbf{c}_E \circ \Lambda,$$

где  $\mathbf{c}_E = \Lambda_{\rm H} \circ \mathbf{r}(0) \circ \tilde{\Lambda}_{\rm H} = \text{const}$  (составляющие вектора  $\mathbf{c}_E$  — проекции вектора **r** на оси инерциального базиса I). Так как в рассматриваемой задаче оптимального управления время окончания маневра T не фиксировано, то необходимо выполнение еще одного условия трансверсальности H(T) = 0 [12]. Система (4) для переменных  $r_i$  совместно с требованием максимальности гамильтониана H и условиями трансверсальности  $\mathbf{r}(0) \neq 0$ ,  $\mathbf{r}(T) \neq 0$  и H(T) = 0 являются необходимыми условиями оптимальности. Условия максимума функции H определяют искомое решение  $\mathbf{o}(t)$ ; граничные значения по положению  $\Lambda(0)$ и  $\Lambda(T)$  определяют решения  $\Lambda(t)$  и  $\mathbf{r}(t)$ .

Краевая задача принципа максимума заключается в определении значения  $\mathbf{r}$  (0), при котором решение системы дифференциальных уравнений (1), (4) с одновременной максимизизацией в каждый момент времени функции Гамильтона *H* удовлетворяет условиям разворота  $\Lambda(0) = \Lambda_{\rm H}$ ,  $\Lambda(T) = \Lambda_{\rm K}$  и условию H(T) = 0.

Как видно из выражения (3), H — квадратичная функция угловых скоростей  $\omega_i$ , и поэтому ее максимальное значение достигается в точке локального экстремума. Применяя необходимые условия  $\partial H/\partial \omega_i = 0$ , получим уравнения  $r_i - 2a_1 J_i \omega_i = 0$ . Функция H максимальна, если выполняются соотношения

$$\omega_i = r_i / 2a_1 J_i. \tag{5}$$

Оптимальное движение определяется замкнутой системой уравнений (1), (4), (5) с учетом равенств  $\Lambda(0) = \Lambda_{\rm H}$ ,  $\Lambda(T) = \Lambda_{\rm K}$ . Система уравнений (4), (5) и H(T) = 0 формализует необходимые условия оптимальности для исходной задачи оптимального управления (1)—(2). Задача построения оптимальной программы управления свелась к решению системы уравнений (1), (4) при условии, что управляющие функции  $\omega_i$  вычисляются в соответствии с выражением (5). Перейдем к нормированному вектору  $\mathbf{p} = \mathbf{r} / |\mathbf{r}|$  и обозначим  $r_0 = |\mathbf{r}| = \text{const} = |\mathbf{r}(0)| \neq 0$ . Для проекций  $p_i$  орта  $\mathbf{p}$  на оси связанного базиса  $\mathbf{E}$  справедливы уравнения

В дальнейшем будем использовать компоненты  $p_i$  вектора **p**; переменные  $r_i = r_0 p_i$ , где  $r_0$  — константа, которую необходимо определить в процессе оптимизации ( $|\mathbf{p}| = 1$ ). Необходимое условие оптимальности запишем в виде

$$\omega_i = b p_i / J_i, \tag{7}$$

где b > 0 — скалярная величина. Уравнения (7) отчетливо показывают, что в геометрическом представлении вектор **р** есть не что иное, как орт оптимального кинетического момента KA L в связанной с KA системе координат. Решение системы (6), (7) описывает движение, при котором кинетический момент KA L имеет постоянное направление в инерциальной системе координат.

Так как гамильтониан H не зависит явно от времени и длительность T не фиксирована, то H = 0 в каждый момент времени  $t \in [0, T]$  [12]. Подставив оптимальные значения функций  $\omega_i$ , вычисленные по соотношениям (5), в выражение (3) для функции H, с учетом равенств  $r_i = r_0 p_i$ получим уравнение

$$(r_1^2/J_1 + r_2^2/J_2 + r_3^2/J_3)/4a_1 - a_2 = 0,$$

из которого следуют следующие свойства оптимального движения:

$$r_1^2/J_1 + r_2^2/J_2 + r_3^2/J_3 = \text{const} = 4a_1a_2$$

$$J_{1}\omega_{1}^{2} + J_{2}\omega_{2}^{2} + J_{3}\omega_{3}^{2} = \text{const},$$
  

$$J_{1}^{2}\omega_{1}^{2} + J_{2}^{2}\omega_{2}^{2} + J_{3}^{2}\omega_{3}^{2} = \text{const}.$$
(8)

Поскольку коэффициенты  $a_1 \neq 0$  и  $a_2 \neq 0$ , условие  $\mathbf{r} \neq 0$  выполняется автоматически. При этом оптимальным является значение  $r_0 = 2\sqrt{a_1a_2}/C$ , где  $C = \sqrt{p_{10}^2/J_1 + p_{20}^2/J_2 + p_{30}^2/J_3}$ ;  $p_{i\ 0}$  — компоненты вектора  $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$ . Сравнив выражения (5) и (7), с учетом  $|\mathbf{r}| = \text{const}$ , заключаем, что во время оптимального разворота величина b = const. Кинетическая энергия вращения во время оптимального разворота соответствует условию  $|\mathbf{L}| = L_{\text{opt}} = \sqrt{a_2/a_1}/C$ .

Задача нахождения оптимального управления состоит в решении системы уравнений углового движения КА (1) и уравнений (4) при условии, что управление ω выбрано из требования (5). Сформулированная задача управления (1)-(2) решается до конца. Условия максимума функции Н определяют оптимальное решение  $\omega(t)$ . На всем интервале движения 0 < t < T KA должен вращаться с постоянным по модулю кинетическим моментом  $|\mathbf{L}| = \text{const}$  (так как во время идеального по критерию (2) разворота b = const). Уравнения (1) и (6) совместно с соотношениями (7) образуют замкнутую систему уравнений. Значение параметра *С* зависит от вектора p(0), который, в свою очередь, определяется граничными значениями  $\Lambda(0), \Lambda(T)$  и моментами инерции  $J_1, J_2, J_3$ .

Таким образом, задача построения оптимальной программы управления  $\omega(t)$  состоит главным образом в нахождении такого значения вектора  $\mathbf{p}(0)$ , при котором в результате движения КА в соответствии с уравнениями (1), (6), (7) и  $\Lambda(0) = \Lambda_{\rm H}$  выполнялось бы равенство  $\Lambda(T) = \Lambda_{\rm K}$ . Общее решение приведенной системы уравнений найти практически невозможно. Трудность заключается в определении граничных значений  $\mathbf{p}(0)$  и  $\mathbf{p}(T)$ , которые связаны выражением

$$\Lambda_{\rm K} \circ \mathbf{p}(T) \circ \tilde{\Lambda}_{\rm K} = \Lambda_{\rm H} \circ \mathbf{p}(0) \circ \tilde{\Lambda}_{\rm H}$$
  
или  $\mathbf{p}(T) = \tilde{\Lambda}_{\rm p} \circ \mathbf{p}(0) \circ \Lambda_{\rm p}$ ,

где  $\Lambda_{\rm p} = \tilde{\Lambda}_{\rm H} \circ \Lambda_{\rm K}$  — кватернион разворота.

Задача оптимального управления (в смысле минимума интеграла (2)) будет решена, если мы найдем решение системы уравнений (1), (6), (7), удовлетворяющее граничным условиям  $\Lambda(0) = \Lambda_{\rm H}$  и  $\Lambda(T) = \Lambda_{\rm K}$ . Оптимальная угловая скорость  $\omega$  связана с кватернионом ориентации  $\Lambda$  зависимостью

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{J}^{-1} \boldsymbol{L}_{\text{opt}} \tilde{\boldsymbol{\Lambda}} \circ \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{P}} \circ \boldsymbol{\Lambda}, \tag{9}$$

где  $\mathbf{c}_P = \text{const} = \Lambda_{\text{H}} \circ \mathbf{p}_0 \circ \tilde{\Lambda}_{\text{H}}; J = \text{diag}(J_1, J_2, J_3)$ тензор инерции КА (напомним,  $p_{i0} = p_i(0)$ ). Ключевой искомой характеристикой является значение вектора  $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(0)$ . Решение  $\boldsymbol{\omega}(t)$  во время кинематически оптимального разворота (без ограничений на момент **M**) обладает свойствами (8) (интегралами движения).

Поскольку управлением считается вектор  $\boldsymbol{\omega}$ абсолютной угловой скорости КА, то поставленную кинематическую задачу оптимального разворота можно считать решенной — уравнения (1), (9) с учетом граничных условий  $\Lambda(0) = \Lambda_{\rm H}$ ,  $\Lambda(T) = \Lambda_{\rm K}$  полностью определяют искомое решение  $\boldsymbol{\omega}(t)$ . Уравнения для оптимальных управляющих функций  $\omega_i$  формализуются следующим образом:

$$\dot{\omega}_1 = \omega_2 \omega_3 (J_2 - J_3) / J_1; \dot{\omega}_2 = \omega_1 \omega_3 (J_3 - J_1) / J_2; .$$
 (10)  
 
$$\dot{\omega}_3 = \omega_1 \omega_2 (J_1 - J_2) / J_3.$$

Основная задача — нахождение закона изменения вектора  $\mathbf{p}(t)$ , чтобы в результате решения системы уравнений (1), (6), (7) с начальными условиями  $\Lambda(0) = \Lambda_{\rm H}$  граничное условие  $\Lambda(T) = \Lambda_{\rm K}$  на правом конце было выполнено (определение вектора  $\mathbf{p}(0)$  — самостоятельная и достаточно непростая задача).

Вращающие моменты относительно главных центральных осей инерции КА определяются динамическими уравнениями Эйлера [4]:

$$J_{1}\dot{\omega}_{1} + (J_{3} - J_{2})\omega_{2}\omega_{3} = M_{1};$$
  

$$J_{2}\dot{\omega}_{2} + (J_{1} - J_{3})\omega_{1}\omega_{3} = M_{2};$$
  

$$J_{3}\dot{\omega}_{3} + (J_{2} - J_{1})\omega_{1}\omega_{2} = M_{3},$$
  
(11)

где  $M_i$  — проекции главного момента **M** сил на оси связанного базиса *E*. После подстановки  $\dot{\omega}_i$ , вычисленных по выражениям (10), в динамические уравнения (11) получим  $M_i = 0$ . В результате приходим к выводу, что момент **M** в процессе оптимального разворота равен нулю: **M** = 0.

Для вращений твердого тела, удовлетворяющих зависимостям (6), (7), значение интеграла

$$S = \int_{0}^{T} |\mathbf{L}(t)| dt$$
 (12)

не зависит от длительности разворота *T* и определяется исключительно кватернионом разворота  $\Lambda_p = \tilde{\Lambda}_H \circ \Lambda_K$  и инерционными характеристиками КА *J*<sub>1</sub>, *J*<sub>2</sub>, *J*<sub>3</sub> [8]. Значение функционала (2) при оптимальном движении КА равно

$$G = S \left( 2a_1 E_{\rm K} + a_2 \right) / L_{\rm opt}.$$

После подстановки найденных ранее значений  $L_{opt}$  и  $E_{K}$  получим  $G = 2SC\sqrt{a_{1}a_{2}}$ .

# Построение типовой программы оптимального вращения КА

В системе (1), (9) единственным неизвестным параметром является  $\mathbf{c}_P$  (или  $\mathbf{p}_0$ ). Оптимальная траектория движения  $\Lambda(t)$  удовлетворяет уравнению

$$\dot{\Lambda} = 0, 5\Lambda \circ (J^{-1}\tilde{\Lambda} \circ \Lambda_{\rm H} \circ \mathbf{p}_0 \circ \tilde{\Lambda}_{\rm H} \circ \Lambda) \times \times \sqrt{a_2/a_1} / \sqrt{p_{10}^2/J_1 + p_{20}^2/J_2 + p_{30}^2/J_3}$$
(13)

и граничным условиям  $\Lambda(0) = \Lambda_{\rm H}$ ,  $\Lambda(T) = \Lambda_{\rm K}$ . Оптимальный вектор  $\mathbf{p}_0$  имеет такое значение, чтобы решение  $\Lambda(t)$  уравнения (13) с начальным условием  $\Lambda(0) = \Lambda_{\rm H}$  удовлетворяло граничному условию  $\Lambda(T) = \Lambda_{\rm K}$ . Аналитическое решение уравнения (13) существует только для динамически симметричного и сферически симметричного твердого тела. Для произвольного КА ( $J_1 \neq J_2 \neq J_3$ ) решение системы уравнений (1), (9) находится только численными методами (например, методом последовательных приближений, как описано в работе [10]).

Для динамически симметричного КА (например, когда  $J_2 = J_3$ ) задача оптимального управления разворотом решается до конца. В этом частном случае система (10) распадается на две независимые линейные системы дифференциальных уравнений, одна из которых  $\dot{\omega}_1 = 0$  (и, как следствие,  $p_1 = \text{const} = p_{10}$ ). Система (10) становится системой двух линейных дифференциальных уравнений с параметром  $\omega_1 = \text{const} = \omega_1(0)$ . Оптимальное движение представляет собой одновременное вращение КА как твердого тела вокруг своей продольной оси ОХ и вокруг некоторого направления **η**, неподвижного в инерциальном пространстве и составляющего с продольной осью КА определенный постоянный угол 9. Угловые скорости относительно осей ОХ и **п** имеют постоянное соотношение, и поэтому справедливы равенства

$$\Lambda_{\kappa} = \Lambda_{\rm H} \circ e^{\mathbf{p}_0 \beta/2} \circ e^{\mathbf{e}_1 \alpha/2};$$
  

$$\alpha = p_{10} \beta (J_2 - J_1) / J_1, \qquad (14)$$

где e — кватернионная экспонента [4];  $\mathbf{e}_1$  — орт продольной оси KA;  $\alpha$ ,  $\beta$  — углы поворота KA вокруг продольной оси *OX* и вокруг вектора **р** соответственно; считается  $|\alpha| \leq \pi$ ,  $0 \leq \beta \leq \pi$ . Оптимальная траектория  $\Lambda(t)$ , как решение уравнения (13), определяется формулами

$$\Lambda(t) = \Lambda_{\rm H} \circ e^{\mathbf{p}_0 \varepsilon/2} \circ e^{\mathbf{e}_1 \phi/2}; \quad \varepsilon = t \sqrt{a_2/a_1} / J_2 C;$$
  
$$\varphi = p_{10} \varepsilon (J_2 - J_1) / J_1.$$

Мехатроника, автоматизация, управление, Том 19, № 6, 2018

Оптимальные угловые скорости изменяются по закону

$$\begin{split} &\omega_1 = p_{10} \sqrt{a_2/a_1} / J_1 C; \\ &\omega_2 = (p_{20} \cos \phi t + p_{30} \sin \phi t) \sqrt{a_2/a_1} / J_2 C; \\ &\omega_3 = (p_{30} \cos \phi t - p_{20} \sin \phi t) \sqrt{a_2/a_1} / J_2 C, \end{split}$$

где  $\dot{\phi} = \omega_1 (J_2 - J_1)/J_2$  — скорость собственного вращения вокруг продольной оси КА. Интеграл (12) в случае  $J_2 = J_3$  вычисляется значительно проще:  $S = J_2\beta$ .

Для сферически симметричного твердого тела (когда  $J_1 = J_2 = J_3$ ) решение соответствует вращению вокруг оси Эйлера, при котором

$$p_i(t) = \text{const} = p_{i0} = v_i / \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2};$$
  
$$\omega_i(t) = p_{i0} \sqrt{a_2/a_1} / J_i C,$$

где  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$  — компоненты векторной части кватерниона разворота  $\Lambda_p$ .

Практическое значение имеют задачи, в которых  $\omega(0) = \omega(T) = 0$  (такие условия разворота КА наиболее характерны). Разумеется, в моменты времени t = 0 и t = T угловая скорость для номинальной программы вращения КА, определяемая уравнением (9), не равна нулю. Следовательно, неизбежны переходные участки: разгон — переход из состояния покоя (когда  $\omega = 0$ ) в режим вращения с кинетическим моментом максимальной величины  $L_{\text{max}}$  и торможение — гашение кинетического момента КА до нуля. Между разгоном и торможением выполняются уравнения (6) и (7), в которых  $b = L_{\text{max}}$ .

Если условия разворота  $\Lambda_{\rm H}$ ,  $\Lambda_{\rm K}$  и время T таковы, что времена разгона и торможения пренебрежимо малы (по сравнению с длительностью всего разворота), то сообщение КА необходимого кинетического момента  $L_{\rm max}$  и гашение имеющегося кинетического момента до нуля можно считать импульсным, а между импульсными сообщением и гашением угловой скорости КА вращается по инерции. Определяющим при нахождении оптимальных решений  $\omega(t)$ ,  $\Lambda(t)$  является значение вектора  $\mathbf{p}_0$ .

Если момент управления **М** ограничен, то сообщение требуемого кинетического момента до уровня  $|\mathbf{L}| = L_{\text{max}}$  в начале разворота и гашение имеющейся угловой скорости до нуля в конце разворота занимают некоторое конечное (отличное от нуля) время. Если управляющий момент **М** ограничен условием

$$|\mathbf{M}| \leq m_0, \tag{15}$$

то законы максимально быстрого набора и гашения кинетического момента известны [9], где  $m_0 > 0$  — максимально допустимая величина момента **M**. На участке торможения оптимальное управление имеет вид

$$\mathbf{M} = -m_0 \mathbf{L} / |\mathbf{L}|.$$

При оптимальном движении кинетический момент КА не меняет своего направления в инерциальной системе координат, а управляющий момент **M** составляет с кинетическим моментом 180°. Величина кинетического момента КА изменяется по закону  $|\mathbf{L}| = L_{\max} - m_0(t - t_0)$ , где  $t_0$  — момент начала остановки вращения. Оптимальное управление на участке разгона имеет вид

$$\mathbf{M} = m_0 \mathbf{L} / |\mathbf{L}|.$$

Модуль кинетического момента изменяется по закону  $|\mathbf{L}| = m_0 t$ . И при разгоне, и при торможении оптимальным по быстродействию является управление, при котором управляющий момент все время параллелен кинетическому моменту.

В случае  $\omega(0) = \omega(T) = 0$  маневр разворота включает две фазы, во время которых модуль момента М максимально возможный — разгон (увеличение угловой скорости) и торможение (гашение угловой скорости до нуля), и фазу неуправляемого движения, когда справедливы уравнения (8) и (10). Кинетический момент L не меняет своего направления относительно инерциальной системы координат при разгоне, при торможении, при вращении между разгоном и торможением (когда КА движется по инерции), а значит, направление кинетического момента в инерциальной системе координат неизменно на всем отрезке времени [0, Т]. Следовательно, при наличии ограничения  $|\mathbf{M}| \leq m_0$  на всем участке управления от t = 0 до t = T справедливы уравнения (6)-(7), а значит, и интеграл (12) не меняется по сравнению с идеальным разворотом (когда b = const). Для системы (6), (7) на всем отрезке времени  $0 \le t \le T$  выполняется условие  $p_1^2/J_1 + p_2^2/J_2 + p_3^2/J_3 = \text{const}$ , и отношение кинетической энергии вращения к квадрату модуля кинетического момента КА есть величина постоянная. Значение функционала (2) при оптимальном движении КА с учетом условия (15) равно

$$G = a_1 C^2 L_{\max} (S - L_{\max}^2/3m_0) + a_2 (S/L_{\max} + L_{\max}/m_0),$$
(16)

где  $S = K_c t_{\rm np}$ ;  $t_{\rm np}$  — прогнозируемое время достижения положения  $\Lambda_{\rm K}$  (т.е. когда выполнится равенство  $\Lambda = \Lambda_{\rm K}$ ) при вращении твердого тела с кинетическим моментом  $|\mathbf{L}| = K_c$  из положения  $\Lambda(0) = \Lambda_{\rm H}$  в соответствии со свойствами (10) и (8). Время разворота  $T = S/L_{\rm max} + L_{\rm max}/m_0$ . Для оптимальной программы разворота длительность

разгона и торможения одинаковая и равна  $\tau = L_{\max}/m_0$ .

Оптимальным будет такое  $L_{\text{max}}$ , при котором G минимально. Этому условию соответствует значение  $L_{\text{max}} = \sqrt{a_2/a_1}/C$ . Безусловно, должно выполняться условие  $T > 2\tau$ , а значит,  $T - \tau = S/L_{\text{max}} > \tau$ . Минимум функции (16) (как и (2)) ищется в интервале  $0 < L_{\text{max}} < \sqrt{m_0S}$ . Поэтому  $L_{\text{opt}} = \sqrt{a_2/a_1}/C$  — оптимальное значение параметра  $L_{\text{max}}$  программы оптимального разворота, когда  $\tau \neq 0$  (если, конечно,  $\sqrt{a_2/a_1}/Cm_0 \ll T_{\text{opt}} = SC\sqrt{a_1/a_2}$ или  $m_0SC^2 \gg a_2/a_1$ ). Значение G и время T равны

$$G = 2CS\sqrt{a_1a_2} + 2a_2\sqrt{a_2/a_1}/3Cm_0;$$
  
$$T = SC\sqrt{a_1/a_2} + \sqrt{a_2/a_1}/Cm_0.$$

В результате пришли к заключению, что модуль кинетического момента КА на участке между разгоном и торможением не зависит от длительности разгона (торможения). Для любого момента времени  $t \in [0, T]$  энергия вращения не превышает  $a_2/2a_1$  (независимо от продолжительности разгона и торможения). Иными словами, всегда во время оптимального разворота из положения  $\Lambda_{\rm H}$  в положение  $\Lambda_{\rm K}$  (в смысле минимума (2)) энергия вращения КА ограничена известным верхним уровнем, определяемым коэффициентами  $a_1, a_2$  минимизируемого функционала. Если принять  $a_1 = 0,5$  и  $a_2 = E_{\text{поп}}$ , то оптимизация программы движения в соответствии с критерием (2) приводит к выполнению в любой момент времени условия  $J_1\omega_1^2 + J_2\omega_2^2 + J_3\omega_3^2 \le 2E_{\text{доп}}$ , где  $E_{\text{доп}}$  — допустимая энергия вращения.

Так как при торможении КА управляющий момент **M** направлен строго против кинетического момента **L**, то момент начала торможения может быть спрогнозирован достаточно точно. Длительность остановки вращения равна  $\tau = |\mathbf{L}|/m_0$ . Момент начала участка торможения  $t_{\rm T}$  определяется условием

$$4\arcsin\frac{K\sqrt{\delta_2^2+\delta_3^2}}{\sqrt{(J_2\omega_2)^2+(J_3\omega_3)^2}}=\frac{K^2\sqrt{\omega_2^2+\omega_3^2}}{m_0\sqrt{(J_2\omega_2)^2+(J_3\omega_3)^2}},$$

где  $\delta_j$  — компоненты кватерниона рассогласования  $\tilde{\Lambda}(t) \circ \Lambda_K$  (j = 0, 1, 2, 3);  $\omega_j$  — проекции вектора угловой скорости КА  $\omega$  на оси связанной с КА системы координат;  $K = |J\omega|$  — величина кинетического момента КА.

Определение момента времени  $t_{\rm T}$  по фактическим (измеренным значениям) параметрам движения (угловому рассогласованию и угловой скорости  $\omega$ ) повышает точность приведения КА в требуемое состояние  $\Lambda = \Lambda_{\rm K}$ ,  $\omega = 0$ .

### Компьютерная апробация алгоритма оптимального управления

Рассмотрим разворот КА на 180° из начального положения Л<sub>н</sub>, когда оси КА совпадают с осями опорного базиса І, в заданное конечное положение  $\Lambda_{\kappa}$ ; элементы кватерниона  $\Lambda_{\kappa}$  равны:  $\lambda_0=0;\,\lambda_1=0,707107;\,\lambda_2=0,59;\,\lambda_3=0,39;$  при этом  $\omega(0) = 0$  и  $\omega(T) = 0$ . Считалось, что коэффициенты  $a_1 = 0.6$ ,  $a_2 = 45.2$  Дж, а  $J_1 = 118$  952 кг·м<sup>2</sup>;  $J_2 = 350$  467 кг·м<sup>2</sup>;  $J_3 = 269$  497 кг·м<sup>2</sup>. Мощность исполнительных органов характеризуется величиной  $m_0 = 140 \text{ H} \cdot \text{м}$  (управляющий момент М ограничен сферой (15)). Решив кинематическую задачу разворота, получили  $\mathbf{p}_0 = \{0, 485149;$ 0,126100; 0,865292} и  $\mathbf{c}_P = \mathbf{p}_0$  (так как  $\Lambda_{\rm H} = 1$ ). Интеграл S = 616 кН·м·с<sup>2</sup>. Расчетное значение вектора **р**<sub>0</sub> находилось методом последовательных приближений, где за первое приближение  $\mathbf{p}_{0}^{(0)}$  берется решение той же краевой задачи для динамически симметричного КА с моментами инерции J<sub>1</sub> и J<sub>tr</sub>, где J<sub>tr</sub> – момент инерции относительно поперечной оси, принимаемый рав-ным  $J_{\rm tr} = (J_2 + J_3)/2$  (значение  ${\bf p}_0^{(0)}$  получаем из системы уравнений (14), в которой вместо J<sub>2</sub> подставляем J<sub>tr</sub>). Энергия вращения между разгоном и торможением постоянна  $E_{\rm K} = 37,7$  Дж, а максимальная величина кинетического момента  $L_{\rm max} = 2800 \ {\rm H} \cdot {\rm M} \cdot {\rm c}$ . Расчетное время разгона (торможения)  $\tau = 20$  с.

Результаты численного моделирования процесса разворота при оптимальном управлении представлены рис. 1—3. На рис. 1 и 2 изображены графики изменения угловых скоростей  $\omega_1(t)$ ,  $\omega_2(t)$ ,  $\omega_3(t)$  и оптимальных функций  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$ ,  $p_3(t)$  по времени, на рис. 3— графики изменения компонент кватерниона  $\Lambda(t)$  текущей ориентации КА. По результатам моделирования момент окончания разгона  $t_p = 20$  с, момент начала торможения  $t_T = 220$  с. Общая длительность маневра составила T = 240 с. Значение интеграла (2) равно G = 20,49 кДж·с. Важно отметить, что  $\omega_1(t)$ ,  $p_1(t)$ , соответствующие продольной оси КА, — зна-





копостоянные функции времени (это свойство наблюдается при любых сочетаниях граничных значений  $\Lambda_{\rm H}$  и  $\Lambda_{\rm K}$ ).

### Заключение

В статье исследуется задача оптимального управления КА во время разворота в требуемое положение. Оптимизация проводилась в соответствии с критерием качества, который одновременно учитывает время и энергию вращения. Вопросы экономичности при управлении движением КА остаются актуальными и сегодня, поэтому рассмотренная задача управления является практически важной. Решение сформулированной задачи основано на принципе максимума и методе кватернионов. Выписаны условия оптимальности и изучены свойства оптимального разворота. Ключевую роль в определении основных свойств, законов и главных характеристик (параметров, констант, интегралов движения) оптимального управления, включая максимальную энергию вращения и длительность маневра, играют условия трансверсальности. Задача оптимального управления разворотом решается до конца. Получены ключевые соотношения и уравнения для построения оптимальной программы разворота; приведены расчетные выражения для нахождения ключевых параметров маневра разворота.

В случае, когда действующий на КА момент М ограничен, а начальная и конечная угловые скорости равны нулю, оптимальная программа управления включает участки разгона (в начале разворота) и торможения (при завершении разворота). При разгоне и торможении управляющий момент максимально возможный, между разгоном и торможением КА вращается по инерции. Если управляющий момент ограничен сферой, то на участках разгона и торможения управляющий момент параллелен вектору кинетического момента. В течение всего маневра переориентации КА вращается по траектории "свободного движения", длительность разгона и торможения одинаковая. Показано, что для принятого критерия оптимальности энергия вращения КА не превышает заранее известного значения. определяемого исключительно пропорцией между коэффициентами оптимизируемого функционала. Для динамически симметричного КА представлено законченное решение задачи переориентации в замкнутой форме. Также приведены численный пример и результаты моделирования, иллюстрирующие динамику движения КА во время оптимального разворота.

### Список литературы

1. **Shen H., Tsiotras P.** Time-optimal control of axi-symmetric rigid spacecraft with two controls // AIAA J. Guidance, Control and Dynamics. 1999. Vol. 22, N. 5.

2. Молоденков А. В., Сапунков Я. Г. Решение задачи оптимального разворота осесимметричного космического аппарата с ограниченным и импульсным управлением при произвольных граничных условиях // Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. № 2.

3. Молоденков А. В., Сапунков Я. Г. Особый режим управления в задаче оптимального разворота осесимметричного космического аппарата // Изв. РАН. ТиСУ. 2010. № 6.

4. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973. 320 с.

5. Scrivener S., Thompson R. Survey of time-optimal attitude maneuvers // J. Guidance, Control and Dynamics. 1994. Vol. 17, N. 2.

6. Levskii M. V. About method for solving the optimal control problems of spacecraft spatial orientation // International Journal "Problems of nonlinear analysis in engineering systems", 2015, Vol. 21, N. 2.

7. Левский М. В. Использование универсальных переменных в задачах оптимального управления ориентацией космических аппаратов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 1.

8. Levskii M. V. Optimal spacecraft terminal attitude control synthesis by the quaternion method // Mechanics of solids, 2009, Vol. 44, N. 2.

9. **Левский М. В.** К вопросу оптимального успокоения космического аппарата // Известия РАН. Теория и системы управления. 2011. № 1, с. 340.

10. **Левский М. В.** Способ управления разворотом космического аппарата и система для его реализации. Патент на изобретение РФ № 2114771 // Бюллетень "Изобретения. Заявки и патенты". 1998. № 19.

11. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983.

12. Young L. G. Lectures on the calculus of variations and optimal control theory. W. B. Saunders Company. Philadelphia, London, Toronto, 1969.

### Optimal Control of a Spacecraft with Exceptional Role of Conditions of Transversality

M. V. Levskii, dp940@mail.ru,

Maximov Research Institute of Space Systems as Branch

of the Khrunichev State Research and Production Space Center, Korolev, 141091, The Moscow region

Corresponding author: Levskii Mikhail V., Ph. D., Leading Researcher, Maximov Research Institute of Space Systems as Branch of the Khrunichev State Research and Production Space Center, Korolev, 141091, The Moscow region, e-mail: dp940@mail.ru

Accepted on February 14, 2018

The optimal control problem of slew maneuver of a spacecraft (as solid body) from arbitrary initial attitude into required final angular position is considered and solved. Designing and construction of optimal control of spacecraft rotation is based on the quaternion variables and Pontryagin's maximum principle. The case when the conditions of transversality have crucial significance is investigated. The minimized functional takes into account energy of rotation and duration of maneuver. Using the necessary conditions of optimality in the form of maximum principle and the quaternion method for solving the control problems of spacecraft motion, an analytical solution to the formulated problem was obtained. On basis of the conditions of transversality as the necessary conditions of optimality, main properties, laws and key characteristics (parameters, constants, integrals of motion) of optimal solution of control problem, including the maximal rotation energy for optimum motion and duration of maneuver are determined. The formalized equations and the calculated expressions and dependences for synthesis of the optimal program of reorientation are obtained. The estimation of influence of constraint and narrow-mindedness of the controlling moment onto character of optimal motion and onto indexes of quality of control is given. It is shown that the accepted criterion of optimality guarantees motion of a spacecraft with energy of rotation which does not exceed the required value. For spherically symmetric spacecraft and dynamically symmetric spacecraft, the complete solution of reorientation problem is presented in the closed form. The example and results of mathematical simulation of spacecraft motion under optimal control, showing a practical realizability of the developed method for control of spatial orientation of a spacecraft, are given.

**Keywords:** spacecraft, optimal control, criterion of optimality, control function, maximum principle, the conditions of transversality

For citation:

Levskii M. V. Optimal Control of a Spacecraft with Exceptional Role of Conditions of Transversality, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2018, vol. 19, no. 6, pp. 408–415.

DOI: 10.17587/mau.19.408-415

### References

1. Shen H., Tsiotras P. Time-optimal control of axi-symmetric rigid spacecraft with two controls, *AIAA J. Guidance, Control and Dynamics*, 1999, vol. 22, no. 5.

2. Molodenkov A. V., Sapunkov Ya. G. Reshenie zadachi optimal'nogo razvorota osesimmetrichnogo kosmicheskogo apparata s ogranichennym i impul'snym upravleniem pri proizvol'nykh granichnykh usloviyakh (A solution of the optimal turn problem of an axially symmetric spacecraft with bounded and pulse control under arbitrary boundary conditions), Izv. RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya, 2007, no. 2 (in Russian).

3. Molodenkov A. V., Sapunkov Ya. G. Osobyi regime upravleniya v zadache optimal'nogo razvorota osesimmetrichnogo kosmicheskogo apparata (Special control regime in the problem of optimal turn of an axially symmetric spacecraft), Izv. RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya, 2010, no. 6 (in Russian).

4. **Branets V. N., Shmyglevskii I. P.** *Primenenie kvaternionov v zadachakh orientatsii tverdogo tela* (The use of quaternions in problems of orientation of a rigid body), Moscow, Nauka, 1973 (in Russian).

5. Scrivener S., Thompson R. Survey of time-optimal attitude maneuvers, *J. Guidance, Control and Dynamics,* 1994, vol. 17, no. 2. 6. Levskii M. V. About method for solving the optimal control problems of spacecraft spatial orientation, *International Journal "Problems of nonlinear analysis in engineering systems"*, 2015, vol. 21, no. 2.

7. Levskii M. V. Ispol'zovanie universal'nykh peremennykh v zadachakh optimal'nogo upravleniya orientatsiei kosmicheskikh apparatov (The use of universal variables in problems of optimal control concerning spacecrafts orientation), Mehatronika, Avtomatizacia, Upravlenie, 2014, no. 1 (in Russian).

8. Levskii M. V. Optimal spacecraft terminal attitude control synthesis by the quaternion method, *Mechanics of Solids*, 2009, vol. 44, no. 2.

9. Levskii M. V. K voprosu optimal'nogo uspokoeniya kosmicheskogo apparata (On optimal spacecraft damping), Izv. RAN. Teoriya i Sistemy Upravleniya, 2011, no. 1 (in Russian).

10. Levskii M. V. Sposob upravleniya razvorotom kosmicheskogo apparata i sistema dlya ego realizacii. Patent na izobretenie  $RF N_2 2114771$  (A method of controlling a spacecraft turn and the system for its implementation. The patent for the invention of the Russian Federation no. 2114771), Byulleten' "Izobreteniya. Zayavki i patenty", 1998, no. 19 (in Russian).

11. Pontryagin L. S., Boltyanskii V. G., Gamkrelidze R. V., Mishchenko E. F. *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh processov* (The mathematical theory of optimal processes), Moscow, Nauka, 1983 (in Russian); Gordon and Breach, New York, 1986.

12. Young L. G. Lectures on the calculus of variations and optimal control theory, W. B. Saunders Company, Philadelphia, London, Toronto, 1969.

А. А. Большаков, д-р техн. наук, aabolshakov@gmail.com,

Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет),

А. А. Кулик, канд. техн. наук, инженер-системотехник II кат., kulikalekse@yandex.ru,

И. В. Сергушов, первый зам. ген. директора, главный конструктор,

**Е. Н. Скрипаль,** нач. отд. — главный конструктор, pilot@kbpa.ru,

АО "Конструкторское бюро промышленной автоматики"

# Метод прогнозирования авиационного происшествия летательного аппарата

Рассматривается система управления безопасностью полета воздушного судна, предназначенная для оценки угрозы авиационного происшествия с выдачей соответствующей информации экипажу. Предложен метод прогнозирования развития авиационного происшествия, особенность которого заключается в определении значений, характеризующих изменение переменных, влияющих на безопасность полета аппарата с последующим их использованием для оценки условий полета.

**Ключевые слова:** система управления безопасностью полета, летательный аппарат, устройство поддержки принятия решений

### Введение

В настоящее время ведущими авиационными предприятиями активно осуществляются работы по совершенствованию средств обеспечения безопасности полета воздушных судов [1-4]. Как правило, такая задача решается программно-аппаратным резервированием и использованием разнородных функционально значимых элементов судна, а также применением алгоритмов реконфигурации систем его бортового оборудования. Однако этих способов повышения безопасности полета летательного аппарата (ЛА) не всегда достаточно, так как кроме состояния авиационной техники на условия полета оказывают существенное влияние внешние воздействующие факторы и психофизическое состояние экипажа. По данным статистики, 83 % авиационных происшествий (АП) приходится на человеческий фактор, 15 % на отказ техники, 2 % на внешние воздействующие факторы. Достаточно часто АП происходят под влиянием совокупности этих воздействующих факторов [5].

Следует отметить, что каждый из этих факторов определяется множеством детерминированных и недетерминированных переменных, оценка которых может осуществляться средствами нечеткой логики. При этом в процессе полета с изменением воздействующих факторов, в том числе действий пилота, происходит изменение угрозы АП в большую или меньшую стороны. Таким образом, необходимо учитывать динамику угрозы АП, оценка которой осуществляется в режиме реального времени на борту воздушного судна с прогнозированием ее изменения. Выполнение этого требования позволит заранее обнаружить и парировать угрозу АП. Реализацию метода прогнозирования угрозы АП целесообразно проводить на базе системы управления (СУ) безопасностью полета летательного аппарата (ЛА), которая предназначена для распознавания АП, оповещения о ее наличии экипажу, а также парирования ее автоматическими системами управления полетом ЛА.

Так, известен способ поддержки оператора ЛА в опасных ситуациях [3], который позволяет на базе экспертной системы оценить работоспособность бортового оборудования и действия экипажа с последующим прогнозированием аварийной ситуации и оповещением о ее возникновении экипажа. Однако этот способ не обеспечивает возможность достаточно точно оценить степень наступления катастрофической ситуации из-за отсутствия моделирования развития опасной ситуации полета ЛА.

Другим вариантом обеспечения безопасности полета ЛА является "Автоматизированная высокоинтеллектуальная система обеспечения безопасности полетов летательного аппарата" [4], предложенная сотрудниками Федерального государственного унитарного предприятия "Летноисследовательский институт имени М. М. Громова". Система позволяет парировать катастрофическую ситуацию в управлении аппаратом на основе прогнозирования изменения условий и оценки превышения эксплуатационных ограничений его полета с использованием экспертной системы определения угрозы катастрофической ситуации и математической модели объекта управления. Недостатком этой системы является требование наличия больших вычислительных мощностей для качественного функционирования математической модели движения ЛА. а также прогнозирования изменения переменных, влияющих на безопасность пролета, в том числе психофизического состояния экипажа. Создание метода прогнозирования угрозы АП ЛА на основе непосредственного контроля и прогноза изменения переменных, влияющих на безопасность полета, с применением алгоритмов нечеткой логики позволит выявить непосредственную причину угрозы происшествия и своевременно ее парировать действиями экипажа или автоматики без задействования высоких вычислительных мощностей системы управления безопасностью полета ЛА.

Цель настояшей работы заключается в повышении безопасности полета ЛА на основе метода прогнозирования АП в процессе управления ЛА, который позволит оценить изменение угрозы происшествия и своевременно оповестить о ней экипаж аппарата. Отличительной особенностью метода является применение в его составе способов прогнозирования изменения переменных, влияющих на безопасность полета ЛА, с последующим определением угрозы АП на заданном интервале времени прогноза на основе алгоритмов нечеткой логики. На базе разработанного метода можно создать программно-алгоритмическое обеспечение, входящее в состав системы управления безопасностью полета ЛА. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1) осуществить анализ контура поддержки принятия решений системы управления безопасностью полета ЛА:

2) разработать метод прогнозирования АП;

3) создать алгоритм реализации метода прогнозирования угрозы АП;

4) выполнить численное моделирование работы алгоритма прогнозирования.

### Контур поддержки принятия решений системы управления безопасностью полета летательного аппарата

Система управления безопасностью (СУБ) полета ЛА представляет собой программно-аппаратное средство, предназначенное для распознавания, прогнозирования и парирования угрозы АП. Общая структурная схема системы представлена на рис. 1 [6].

Согласно структурной схеме основным элементом системы является устройство поддержки принятия решений, которое на основе полученной информации об условиях полета ЛА, прогноза их изменения и действия экипажа формирует рекомендации пилоту для нейтрализации угрозы происшествия. Также в системах подобного класса при отсутствии парирования угрозы со стороны экипажа судна предотвращение АП осуществляется средствами автоматического управления.

Необходимо отметить, что система управления безопасностью полета относится к критическим системам бортового оборудования судна, что, в свою очередь, обусловливает высокие требования к достоверности оценки угрозы АП. Поэтому на этапе предварительной обработки информации формируются сигналы оценки условий безопасности полета аппарата на базе полученных данных, характеризующих внешние и внутренние воздействующие факторы.

Применяя двухуровневую процедуру оценки условий полета ЛА (контуры предварительной обработки данных и поддержки принятия решений) с прогнозированием их изменений в программно-алгоритмическом комплексе системы, можно исключить формирование ложных сигналов для парирования угрозы происшествия.

Как правило, программно-алгоритмическое обеспечение устройства поддержки принятия решений содержит базу знаний и набор правил, на основании которых формируются вывод о состоянии объекта управления, а также рекомендации лицу, принимающему решение, по его дальнейшим действиям. Отметим, что в системе обеспечения безопасности полета ЛА широко используются модели прогнозирования полета с учетом влияния различных критических ситуаций. Преимуществом такого подхода является заблаговременное предупреждение экипажа о катастрофической ситуации с последующим ее парированием. В большинстве моделей прогнозирования входными данными являются переменные, характеризующие движение и управление объекта, а также внешние возмушения, которые он испытывает в процессе эксплуатации. При этом в прогнозировании изменений условий полета ЛА важно учитывать влияние человеческого фактора, который может быть представлен







Рис. 2. Структурная схема системы управления безопасности полета летательного аппарата:

X(t) — массив входных данных после предварительной обработки; X'(t) — результаты прогнозирования угрозы авиационного происшествия; Y(t) — выходные значения устройства поддержки принятия решений, характеризующие рекомендации пилоту по парированию угрозы авиационного происшествия или сигналы для парирования автоматикой

двумя взаимосвязанными характеристиками: психофизическим состоянием экипажа и действиями пилота.

Таким образом, устройство поддержки принятия решений СУБ ЛА должно содержать базу знаний с набором правил, на основе которых осуществляется оценка угрозы АП, и блок прогноза изменения условия полета ЛА. Структурная схема контура представлена на рис. 2.

Из схемы видно, что входными переменными устройства являются результаты предварительной обработки данных, характеризующих внешние и внутренние воздействующие факторы. Эти факторы можно разделить на три основные группы: психофизическое состояние экипажа  $X_1(t)$ , техническое состояние объекта управления  $X_{2}(t)$  и внешние воздействия на него  $X_{3}(t)$ . Входные переменные устройства поддержки принятия решений представлены в лингвистической форме и обрабатываются методами нечеткой логики, которые применяются в блоке модели прогнозирования и набора правил. Отметим, что на основе модели прогноза определяется изменение условий полета ЛА на протяжении угрозы АП  $T \in [t_0; t_{\kappa}]$ , где  $t_0$  — момент начала угрозы АП, *t*<sub>к</sub> — время окончания угрозы АП. Выходные значения прогноза изменения условий полета ЛА X'(t) совместно с входными данными устройства поддержки принятия решений обрабатываются в соответствии с имеющимся набором правил в базе знаний поддержки принятия решений. На основе имеющихся данных формируются рекомендации пилоту по нейтрализации угрозы АП или сигналы ее парирования средствами автоматического управления.

Таким образом, предложенная реализация контура поддержки принятия решений позволяет скорректировать действия пилота по париро-

ванию угрозы АП, что достигается применением метода прогнозирования ее изменения с учетом действия экипажа.

## Метод прогнозирования угрозы авиационного происшествия

Согласно исследованиям, представленным в работе [7], условия полета объекта управления зависят от состояния воздействующих факторов  $X_1(t), X_2(t), X_3(t)$ . Каждый фактор характеризуется собственным набором переменных, описывающих изменение психофизического состояния экипажа, состояние объекта управления, внешние воздействующие факторы. При этом, регистрируя значения переменной, можно построить профиль функции ее изменения на заданном участке времени, а именно от начала до окончания полета. Прогнозирование угрозы АП заключается в определении момента времени, в который оценка условия полета принимает критические значения  $X'(t) = X'_{KDMT}(t)$  с момента начала до окончания угрозы происшествия. Тогда интервал начала и окончания прогнозирования  $[t_{\text{нач}}^{\text{прог}}: t_{\text{кон}}^{\text{прог}}]$  можно определить появлением и завершением сложных условий полета ЛА, аварийной и катастрофической ситуаций. Учитывая, что если изменения внешних и внутренних воздействующих на условия полета ЛА факторов могут являться случайными и детерминированными процессами, то их прогнозирование целесообразно проводить с использованием методов инженерного анализа, оптимального прогнозирования и исследований психофизического состояния экипажа. Например, оценка изменения психофизического состояния экипажа на интервале времени  $[t_{\text{нач}}^{\text{прог}}:t_{\text{кон}}^{\text{прог}}]$  осуществляется на основе изменения психофизических характеристик экипажа под влиянием длительной физической и монотонной нагрузки. Затем определяется момент времени, в который контролируемые характеристики безопасности полета ЛА принимают критические значения, описывающие угрозу АП.

Таким образом, прогнозирование угрозы происшествия содержит три основных этапа: определение изменения контролируемых переменных за период  $[0:t_{\text{нач}}^{\text{прог}}]$ , построение их зависимостей на участке времени прогноза, оценка критических значений этих переменных на участке прогноза с определением времени их наступления. Причем каждая контролируемая переменная описывается собственной временной зависимостью, которая определяется способом построения и интервалом прогнозирования. В табл. 1 представлены переменные, влияющие на безопасность полета ЛА.

Из табл. 1 видно, что функции изменения психофизического состояния экипажа могут быть

| Перечень переменных | , влияющих на | безопасность | полета ЛА |
|---------------------|---------------|--------------|-----------|
|---------------------|---------------|--------------|-----------|

| N⁰ | Группа                                      | Переменная  | Обозначение  | ие Представление функции изменения переменной   |        |
|----|---|---|--|---|--------|
| 1  | Психофизиче-<br>ское состоя-<br>ние экипажа | Усталость<br>Внимание<br>Уровень подготовки<br>Стресс   | $x_{11}$<br>$x_{12}$<br>$x_{13}$<br>$x_{14}$                             | Построение на основании исследований психо-<br>физического состояния экипажа до полета  | 1ч     |
| 2  | Состояние ЛА                                | Отказ функционально<br>значимых элементов<br>Деформация силовых<br>элементов конструкции<br>Управляемость и устой-<br>чивость ЛА<br>Ошибка в ПО СУ ЛА | x <sub>21</sub><br>x <sub>22</sub><br>x <sub>23</sub><br>x <sub>24</sub> | Построение на основании инженерного анали-<br>за при отказе элементов<br>Регистрация изменения характеристик во<br>время полета<br>Регистрация во время полета в зависимости от<br>отказа элементов СУ ЛА<br>Построение на основании инженерного анали-<br>за при отказе ПО СУ ЛА | 1ч     |
| 3  | Погодные<br>условия                         | Встречный ветер<br>Боковой ветер<br>Видимость   | x <sub>31</sub><br>x <sub>32</sub><br>x <sub>33</sub>                    | Прогнозирование изменений параметров<br>за время полета. Синоптический прогноз<br>из центра управления полетами   | 15 мин |

построены до его вылета. Так, уровень подготовки экипажа можно определить с помощью оценки степени обученности оператора для управления ЛА [8]. При этом изменение состояния ЛА под влиянием отказа его функционально значимых элементов и ошибок в программном обеспечении системы управления (СУ) ЛА определяется в процессе его разработки методами инженерного и системного анализа с последующим выявлением деградации его функций и моментов наступления критических событий в процессе его управлении. Как правило, это требует построения дерева отказов элементов бортового оборудования и разработки сопровождающего программного обеспечения (ПО) с распределением отказов на временной шкале. Также под влиянием отказов функционально значимых элементов и программного обеспечения происходит изменение устойчивости и управляемости объекта, что обусловливает необходимость построения функции изменения устойчивости и управляемости под влиянием отказов бортового оборудования аппарата. Функции, описывающие погодные условия, зависят от метеопрогноза и его изменения в процессе полета. Отметим, что непосредственное влияние на условия полета аппарата оказывает устойчивость силовых элементов его конструкции к деформации, которая регистрируется во время полета датчиками измерения силовых нагрузок. Изменение устойчивости силовых элементов и погодных условий полета ЛА представляет случайные процессы, прогнозирование которых заключается в их оценке по прошлым и текущим значениям на момент начала прогноза. В теории предсказания случайных процессов [9] известны следующие способы прогноза:

- по последнему значению контролируемой переменной;
- по математическому ожиданию изменения контролируемой переменной;
- оптимальный прогноз.

Особенностью применения оптимального прогноза является построение изменения переменной на участке прогнозирования на основе известной автокорреляционной функции ее изменения, что способствует точному определению изменения прогнозируемых значений по сравнению с методами, основанными на использовании только математического ожидания. При этом эффективность оптимального прогноза по сравнению с прогнозом по последнему значению контролируемой переменной в три раза выше на интервале времени  $\theta = [t_{\text{нач}}^{\text{прог}} : t_{\text{кон}}^{\text{прог}}]$  [9].

Зависимости изменения прогнозируемой переменной методом оптимального прогноза  $\tilde{x}(T_1 + \theta)$ на интервале времени  $\theta$  и ее среднеквадратичная погрешность (СКП)  $m_1(\theta)$  имеют следующий вид:

$$\tilde{x}(T_1 + \theta) = x^* + \rho(\theta)[x(T_1) - x^*];$$

$$m_1^2(\theta) = m_x^2(1 - \rho^2(\theta)), \theta = [t_{\text{Hay}}^{\text{npor}} : t_{\text{KOH}}^{\text{npor}}],$$
(1)

где  $x^*$  — оценка математического ожидания процесса;  $\rho(\theta)$  — автокорреляционная функция процесса;  $x(T_1)$  — последнее измеренное значение в момент  $T_1$ ;  $m_x$  — СКП случайного процесса X(t).

Автокорреляционная функция случайного процесса описывается следующей зависимостью:

$$\rho(\theta) = E\{x(t)x^*(t-\theta)\},\tag{2}$$

где  $E\{\cdot\}$  — оператор математического ожидания.

На основе определения изменений деформации силовых элементов конструкции ЛА, характеристик условий его полета и психофизического состояния экипажа можно построить их зависимости на участке времени  $[t_{Hay}^{npor}: t_{KOH}^{npor}]$ . После получения прогнозируемых значений контролируемых переменных  $X_1, X_2, X_3$  на участке  $[t_{Hay}^{npor}: t_{KOH}^{npor}]$  осуществляется оценка условий полета с использованием набора правил с определением момента наступления критической ситуации.

В результате применения предложенного подхода к прогнозированию угрозы АП можно выявить причину, влияющую на ее наличие на заданном участке времени, а также сформировать рекомендации пилоту по устранению авиационного происшествия. Отличительная особенность метода заключается в использовании профиля — функций изменения каждой контролируемой переменной, влияющей на условия полета аппарата, что повышает качество парирования авиационного происшествия.

### Разработка алгоритма прогнозирования авиационного происшествия

На базе предложенного метода прогнозирования угрозы авиационного происшествия можно разработать алгоритм его реализации программно-аппаратными средствами системы управления безопасностью полета ЛА. В соответствии с метолом основными этапами алгоритма являются прием входной информации, построение профиля изменения контролируемых переменных, определение их критических значений на интервале времени  $[t_{\text{нач}}^{\text{прог}}:t_{\text{кон}}^{\text{прог}}]$ , оценка изменения угрозы АП за время прогнозирования, определение времени наступления критического события при управлении аппаратом, выдача результатов прогнозирования в устройство поддержки принятия решений системы управления безопасностью полета ЛА. На рис. 3 представлеалгоритма прогнозирования на блок-схема угрозы АП.

Алгоритм содержит следующие основные этапы. Этап 1. Инициализация входных переменных функций  $X_1(t)$ ,  $X_2(t)$ ,  $X_3(t)$ , где  $X_1(t)$  — психофизическое состояние экипажа;  $X_2(t)$  — состояние летательного аппарата;  $X_3(t)$  — погодные условия.

Этап 2. Проверка условия, что оценка условий полета Y(t) соответствует угрозе АП на участке времени  $[t_{\text{нач}}^{\text{прог}}:t_{\text{кон}}^{\text{прог}}]$ .

Этап 3. Построение профиля функций контролируемых переменных на интервале  $[t_0: t_{\text{кон}}^{\text{прог}}]$ .

Этап 4. Выполнение оценки изменения контролируемых переменных на основе зависимости профиля функций, определение критического значения контролируемой переменной и момента времени, когда оно наступает ( $t_{крит}$ ). Запись



Рис. 3. Блок-схема алгоритма прогнозирования авиационного происшествия

полученных значений в базу данных системы управления безопасностью полета ЛА.

Этап 5. Определение изменений условий полета  $Y^*(t)$  на участке времени  $[t_{\text{нач}}^{\text{прог}}:t_{\text{кон}}^{\text{прог}}]$ .

Этап 6. Проверка условия, что прогнозируемое значение  $Y^*(t)$  соответствует критическому значению (катастрофическому и аварийному состоянию).

Этап 7. Определение момента времени, в который  $Y^*(t) = Y_{\text{крит}}$ .

Этап 8. Передача данных  $T_{\text{крит}}^{\text{прог}}$ ,  $Y_{\text{крит}}$  в устройство поддержки принятия решений.

Таким образом, предложенный алгоритм позволяет реализовать метод прогнозирования АП с учетом изменения значений контролируемых воздействующих факторов. На основе информации, полученной в процессе выполнения алгоритма, устройство поддержки принятия решений формирует рекомендации пилоту по нейтрализации угрозы АП. Если реакция пилота на рекомендации, выданные устройством, отсутствует, то система управления безопасностью полета ЛА формирует электрический сигнал парирования АП системой автоматического управления ЛА.

# Численное моделирование алгоритма прогнозирования авиационного происшествия

Предположим, что полет ЛА сопровождается сложными условиями, тогда согласно методу оценки условий полета [10] воздействующие

Таблица 2

| Переменные | воздействующих | факторов дл | ля сложных | условий полета | а ЛА |
|------------|----------------|-------------|------------|----------------|------|
|            |                | · · ·       |            |                |      |

| Nº | Группа    | Параметр                                 | Значения контроли-<br>руемой переменной в<br>момент времени <i>t</i> <sub>нач.прог</sub> | Значения контролируемого<br>параметра на интервале<br>времени [ $t_{\text{нач}}^{\text{npor}}$ : $t_{\text{кон}}^{\text{npor}}$ ] |
|----|-----------|--|--|---|
| 1  | Психофи-  | Усталость                                | Средняя  | Высокая   |
|    | зическое  | Внимание                                 | Среднее  | Низкое  |
|    | экипажа   | Уровень подготовки                       | Средний  | Средний   |
|    |           | Стресс                                   | Нет  | Нет   |
| 2  | Состояние | Отказ функционально значимых элементов   | Незначительный   | Аварийный   |
|    | ЛА        | Деформация силовых элементов конструкции | Отсутствует  | Отсутствует   |
|    |           | Управляемость и устойчивость ЛА          | Средняя  | Низкая  |
|    |           | Ошибка в ПО СУ ЛА                        | Нет  | Нет   |
| 3  | Погодные  | Встречный ветер                          | Слабый   | Слабый  |
|    | условия   | Боковой ветер                            | Слабый   | Слабый  |
|    |           | Видимость                                | Хорошая  | Хорошая   |

факторы принимают значения, характеризуемые лингвистическими переменными, представленными в табл. 2.

Согласно заданным условиям полет ЛА выполняется в хороших погодных условиях с незначительными отказами функциональных элементов его оборудования и средними психофизическими показателями экипажа. В соответствии с этапами алгоритма прогнозирования угрозы АП необходимо построить профиль функции контролируемых переменных, изменение которых на участке  $[t_{\rm Hav}^{\rm npor}:t_{\rm Koh}^{\rm npor}]$  имеет вид, представленный на рис. 4—6.

Из рис. 4 видно, что переменные психофизического состояния экипажа  $X_1(t)$  имеют следующее распределение во времени:

- усталость x<sub>11</sub>(t) на участке времени [0...6] ч соответствует низкому уровню [-0,5...0], которая под влиянием длительных физических нагрузок возрастает от 0 до 1,0 в интервале прогнозирования T<sub>прог</sub> = [6...10] ч;
- зирования T<sub>прог</sub> = [6...10] ч;
  внимание x<sub>12</sub>(t) на участке времени [0...6] ч соответствует высокому уровню с понижением до границы среднего уровня 0,5, которая согласно прогнозу под влиянием монотонных нагрузок понижается до -0,5 в интервале времени T<sub>прог</sub> = [6...10] ч;
- уровень подготовки экипажа x<sub>13</sub>(t) за время полета у пилота остается неизменным;
- стресс  $x_{14}(t)$  за время полета отсутствует.

Переменные, характеризующие состояния объекта управления  $X_2(t)$ , изменяются следующим образом (рис. 5):

 отказ функционально значимых элементов системы управления ЛА x<sub>21</sub>(t) на участке времени [0...6] ч соответствует незначительному состоянию [-1,0...0]. Учитывая, что любой последующий отказ функционально значимого элемента способен привести к аварийному состоянию летательного аппарата, то в период  $T_{\text{прог}} = [6...10] \ \text{ч} \ x_{21} = [0...0,5], \ \text{что соответству$  $ет аварийному состоянию;}$ 

- деформация силовых элементов  $x_{22}(t)$  на участке времени [0...6] ч имеет случайный процесс и соответствует ее отсутствию. Учитывая, что ее значения имеют случайное распределение, тогда, применяя метод статистического прогноза, определим изменение  $x_{22}(t)$  на участке времени  $T_{прог} = [6...10]$  ч, согласно которому она отсутствует;
- управляемость ЛА x<sub>23</sub>(t) на участке времени [0...6] ч соответствует среднему состоянию [0,5...0]. Учитывая, что любой отказ функцио-



Рис. 4. Профиль функции  $X_1(t)$ 



Рис. 5. Профиль функции X<sub>2</sub>(t)



Рис. 6. Профиль функции  $X_3(t)$ 

нально значимого элемента влияет на управляемость ЛА, то ее состояние в интервале прогнозирования  $T_{\text{прог}} = [6...10]$  ч изменится со среднего до низкого;

• ошибка в ПО  $x_{24}(t)$  за время полета отсутствует. Переменные, характеризующие погодные условия полета летательного аппарата  $X_3(t)$ , представленные на рис. 6, имеют следующее распределение по времени:

 значения встречного и бокового ветра x<sub>31</sub>(t), x<sub>32</sub>(t) на участке времени [0...6] ч соответствуют переходу от слабого состоянию [-0,5...0] до среднего значения [0...0,5] и обратно к слабому. Из рис. 6 изменения зависимостей x<sub>31</sub>(t), x<sub>32</sub>(t) видно, что их распределение во времени является случайным процессом. Тогда, применяя метод статистического прогноза, определим изменение  $x_{31}(t)$ ,  $x_{32}(t)$  на участке времени  $T_{\text{прог}} = [6...10]$  ч, согласно которому встречный и боковой ветер в течение заданно-го промежутка времени отсутствует;

• видимость  $x_{33}(t)$  на участке времени [0...6] ч соответствует хорошему состоянию без изменений и, следовательно, за время  $T_{\text{прог}} = [6...10]$  ч не изменяется.

Отметим, что среднеквадратичная погрешность прогноза изменения переменных  $x_{22}(t)$ ,  $x_{31}(t)$ ,  $x_{33}(t)$  на участке  $[t_{Hau}^{npor}: t_{KoH}^{npor}]$ , вычисленная по формуле (1), не превышает 3 %. На основе изменения контролируемых переменных на интервале времени прогноза можно определить время наступления их критических значений, что представлено в табл. 2. Применяя интеллектуальный метод оценки угрозы АП, получим  $Y^*(t) = 0,5$  при  $t = T_{Kput} = [8...10]$  ч, что свидетельствует о переходе сложной ситуации полета ЛА в аварийную за рассматриваемый промежуток времени от начала полета.

Таким образом, используя различные методы прогноза изменения каждого контролируемого параметра внешних и внутренних воздействующих факторов на условия полета ЛА, а также интеллектуальный метод оценки угрозы АП, можно осуществить прогноз ее изменения в процессе управления аппаратом.

### Заключение

Предложен метод прогнозирования АП ЛА, который позволяет заранее информировать экипаж об ухудшении условий полета и парировать угрозу АП в течение заданного интервала времени. Отличительная особенность метода заключается в комплексной оценке изменений внешних и внутренних воздействующих факторов, влияющих на безопасность полета на основании профиля их функций.

Также в работе представлен алгоритм реализации предложенного метода с проведением численного моделирования, позволяющий определить его работоспособность и целесообразность дальнейшего использования. Согласно результатам численного моделирования при ухудшении психофизического состояния экипажа и незначительных отказах функциональных элементов бортового оборудования аппарата на интервале времени прогноза появляется угроза АП. Парирование этой угрозы может быть осуществлено выдачей рекомендаций пилоту, а также средствами автоматики бортового оборудования аппарата.

Дальнейшее развитие метода прогнозирования связано с обеспечением передачи полученных данных в устройство поддержки принятия решений и формирования рекомендаций экипажу по ее устранению.

#### Список литературы

1. **Reece** Clothier The safety risk management of unmanned aircraft systems//http://www.researchgate.net/publication/255853556\_The\_Safety\_Risk\_Manegement\_of\_Unmanned\_Aircraft\_Systems.

2. Luxhoj James T., Williams Trefor P. Integrated decision support for aviation safety inspectors // Finite elements in Analysis and Design. 1996. N. 23. P. 381–403.

3. Патент на изобретение РФ № 220544 G05D1/00 Способ поддержки оператора в опасных ситуациях / Сухолитко В. А. Правообладатель: Сухолитко В. А. Дата публикации: 03.05.2017 г.

4. Патент на изобретение РФ № 2339547 В64D 45/00 Автоматизированная высокоинтеллектуальная система обеспечения безопасности полета летательного аппарата / Берестов Л. М., Харин Е. Г. и др. Правообладатель: Федеральное государственное унитарное предприятие "Летноисследовательский институт имени М. М. Громова". Дата публикации: 27.11.2008 г.

5. Попов Ю. В. Показатели безопасности авиационных полетов // Интернет-журнал "Технологии техносферной

безопасности". 2014. № 6 (58). URL: http://agps-2006.narod.ru/ ttb/2014-6/10-06-14.ttb.pdf (дата обращения: 12.04.2017).

6. Большаков А. А., Кулик А. А., Сергушов И. В., Скрипаль Е. Н. Разработка системы управления безопасностью полета летательного аппарата // Мехатроника, автоматизация и управление. 2016. Т. 17, № 10. С. 708—715.

7. Большаков А. А., Кулик А. А., Сергушов И. В. Разработка алгоритмов функционирования системы управления безопасностью полета летательного аппарата вертолетного типа // Известия Самарского научного центра РАН. Т. 18, № 1 (2). 2016. С. 358—362.

8. Шибанов Г. П. Оценка степени обученности оператора для управления летательным аппаратом // Мехатроника, автоматизация и управление. 2017. Т. 18, № 7. С. 492—495.

9. Вентцель А. Д. Курс случайных процессов / 2-е изд. доп. М.: Наука. Физматлит. 1996. — 400 с.

10. Большаков А. А., Кулик А. А., Сергушов И. В., Скрипаль Е. Н. Метод оценки угрозы авиационного происшествия на базе искусственного интеллекта // Сборник научных трудов Всероссийской конференции "МКПУ-2017". 2017. С. 36—38.

### **Design the Method for Aircraft Accident of Prediction**

A. A. Bolshakov, aabolshakov57@gmail.com,

Saint-Petersburg State Institute of Technology (Technical University), 190013, Russian Federation,

A. A. Kulik, kulikalekse@yandex.ru, I. V. Sergushov, E. N. Scripal, pilot@kbpa.ru,

JSC "Design Bureau of Industrial Automation", 410005, Saratov, Russian Federation

Corresponding authors: Bolshakov Alexander A., Professor of the Department

"Computer Aided and Management", Saint-Petersburg State Institute of Technology (Technical University), Saint-Petersburg, 190013, Russian Federation, e-mail: aabolshakov57@gmail.com

Accepted on February 20, 2018

The study of security control system for aircraft which can to class threat accident and transmit data about it to the crew. A feature of the proposed system is the use and sale in its structure algorithms, fuzzy logic and decision support device. The authors proposed the method for prediction of aircraft accident which is different from others by calculation of values. It values are characterization of change variables which affect flight safety and can be use for flight conditions assessment. The advantage of this method is increase of reliability calculating of threats and effects of accident in the process of control of an aircraft. This result is achieved prediction changes the different variables of flight security. The practical significance is timely parrying accident by the crew and automatic of aircraft. This method can be implemented by algorithm of accident for prediction in the security control system of aircraft.

**Keywords:** the security control system, aircraft, decision support device

For citation

Bolshakov A. A., Kulik A. A., Sergushov I. V., Scripal E. N. Design the Method for Aircraft Accident of Prediction, *Mekhatronika, Avtomtizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. no. 19, pp. 416–423.

DOI: 10.17587/mau.19.416-423

#### References

1. **Reece** Clothier. The safety risk management of unmanned aircraft systems, available at: http://www.researchgate.net/publica-tion/255853556\_The\_Safety\_Risk\_Manegement\_of\_Unmanned\_Aircraft\_Systems.

2. Luxhoj James T., Williams Trefor P. Integrated decision support for aviation safety inspectors, *Finite elements in Analysis and Design*, 1996, no. 23, pp. 381–403.

3. **Sucholitko V. A.** *Sposob podderzhki operatora v opasnyh situaciyah* (The way to support the operator in danger situation), Patent for invention RU 220544 G05D1/00 on 03.05.2017 (in Russian).

4. Berastau L. M., Harin E. G. et al. Avtomatizirovannaya vysokointellektual'naya sistema obespecheniya bezopasnosti poleta letatel'nogo apparata (The automated high-intelligence for flight of aircraft), Patent for invention RU 2339547 B64D45/00 on 27.11.2008 (in Russian).

5. **Popov Y. V.** Pokazateli bezopasnosti aviacionnyh poletov (The safety indicators for aviation flights), *Technology of techno field security*, 2014, no. 6 (58) (in Russian).

6. Bolshakov A. A., Kulik A. A., Sergushov I. V., Scripal E. N. Razrabotka sistemy upravleniya bezopasnost'yu poleta letatel'nogo apparata (Designing the security control system for aircraft), Mekhatronika, Avtomtizatsiya, Upravlenie, 2016, vol. 17, no. 10, pp. 708–715 (in Russian).

7. Bolshakov A. A., Kulik A. A., Sergushov I. V. Razrabotka algoritmov funkcionirovaniya sistemy upravleniya bezopasnost'yu poleta letatel'nogo apparata vertoletnogo tipa (Designing the algorithms for function of security control system for helicopter), *The news Samara science center*, 2016, vol. 18, no. 1 (2), pp. 358–362 (in Russian).

8. Shibanov G. P. Ocenka stepeni obuchennosti operatora dlya upravleniya letatel'nym apparatom (Evaluation of the degree of operator training for aircraft control), *Mekhatronika, Avtomtizatsiya, Upravlenie*, 2017, no. 7, vol. 18, pp. 492–495 (in Russian).

9. **Ventcel A. D.** *Kurs sluchajnyh processov* (The course of random processes), Moscow, Nauka, Fizmatlit, 1996, 400 p. (in Russian).

10. Bolshakov A. A., Kulik A. A., Sergushov I. V., Scripal E. N. Metod ocenki ugrozy aviacionnogo proisshestviya na baze iskusstvennogo intellekta (The method of assessing the threat of an aviation accident on the basis of aircraft intelligence), Collection of proceeding of the All-Russian Conference "MCPU-2017", 2017, pp. 157–158 (in Russian).

**А. М. Шевченко,** канд. техн. наук, ст. науч. сотр., anshev@ipu.ru, Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва

# Энергетический метод прогнозирования дистанции торможения воздушных судов

Разработан модифицированный алгоритм прогнозирования тормозного пути самолета на основе энергетического подхода к управлению полетом. Проведено статистическое моделирование процесса торможения пассажирского самолета в широкой эксплуатационной области. Найдены обобщенные статистические характеристики ошибок прогнозирования на характерных режимах. Исследованы статистические свойства алгоритмов прогнозирования. Получены распределения ошибок по зонам вероятных скоростей выкатывания.

**Ключевые слова:** энергетический подход, метод прогнозирования, достоверность прогноза, информационная поддержка, посадка

### Введение

Устойчивой тенденцией последних лет в организации пассажирских и транспортных перевозок стало уплотнение трафика и расширение допустимых погодных условий эксплуатации воздушных судов (ВС). Особое внимание уделяется вопросам безопасности операций на взлетно-посадочной полосе (runway safety). Управление ВС на режимах взлета/посадки осуществляется с участием экипажа. Статистика летных происшествий (ЛП) по материалам последних как зарубежных [1, 2], так и отечественных [3-5] исследований показывает, что доля ЛП, обусловленных участием человека в процессе выполнения полетного задания, колеблется в зависимости от методик оценки от 50 до 70 %. Такая высокая доля негативных происшествий обусловлена повышенной психологической нагрузкой, скоротечностью процессов и дефицитом времени на принятие решений. В работе [6] проанализированы причины и факторы возникновения ситуаций с выкатыванием ВС за пределы взлетно-посадочной полосы (ВПП). В статье [7] исследованы статистические характеристики режимов торможения на аэродромах Канады по оригинальной методике. В наших предыдущих работах [8—11] были предложены методы оценивания текущей ситуации и прогнозирования будущего развития ситуации на ВПП. На основании таких прогнозов могут быть сформированы информационные сообщения и оповещения в поле зрения пилота. Однако для исключения ложных сообщений методы прогнозирования должны обладать не только высокой точностью, но и высокой достоверностью или надежностью результатов.

Результаты прогнозирования содержат разнополярные ошибки, т.е. прогноз может быть оптимистичным или пессимистичным. Оптимистичным называется такой прогноз, результаты кото-

рого сообшают о более благоприятном развитии ситуации, чем это будет происходить в действительности. Оценка ситуации экипажем и принятие решения по управлению полетом на основании оптимистического прогноза может в действительности привести к нежелательным, в том числе и опасным последствиям. Применительно к авиации значимость разнополярных ошибок, или цена последствий, существенно различна. Так, в случае экстренного торможения при прерванном взлете пессимистическая переоценка тормозного пути может привести к ошибочному прекращению взлета, а его оптимистическая недооценка — к выкатыванию за пределы ВПП. В первом случае это приведет к отмене или перенесению рейса и выплате штрафов, а во втором возможны поломка шасси, разрушение фюзеляжа, разрушение двигателей, их возгорание, травмирование пассажиров и др.

В настоящей работе исследуются свойства разработанных алгоритмов прогнозирования тормозного пути с точки зрения точности и достоверности результатов прогнозирования по отношению к реальным событиям.

## Модификация метода прогнозирования дистанции безопасного торможения

В пределах наземного участка траектории, т. е. на этапах пробежки после приземления или разбега перед взлетом, могут возникать нештатные ситуации, требующие незамедлительной реакции пилота. Для содействия пилоту в принятии решения нами предложено информировать пилота путем прогнозирования динамики движения ВС на впередилежащем фрагменте траектории торможения.

На этапе торможения основной прогнозируемой величиной является длина тормозного пути  $D_{\text{торм}}$  от текущего положения самолета на ВПП до точки, в которой скорость качения V(t) будет погашена до конечной малой скорости. С использованием критерия останова  $V(t) \le \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — близкая к нулю малая величина, в работах [9, 10] была найдена формула расчета прогнозной длины тормозного пути в функции измеряемой продольной перегрузки  $n_v(t)$ :

$$D_{\text{торм}} = S(t)_{\text{прог}} = 0,5(\varepsilon^2 - V^2(t))/gn_x(t).$$

На основе оценки дальности останова ВС может быть вычислена дистанция безопасного торможения

$$L_{\text{резерв}} = L_{\text{ВПП}} - x(t) - D_{\text{торм}}$$

и в поле зрения пилота сгенерировано сообщение об этом.

В процессе движения все силы меняются в соответствии с изменением скоростного режима или по какой-либо программе. Таким образом, прогноз не может совпадать с реальным процессом и всегда содержит погрешность или неопределенность.

Для повышения точности прогноза в данной работе предлагается новый эффективный метод коррекции алгоритмов прогнозирования. Целью коррекции являлось приближение расчетной прогнозируемой дальности до конечной точки пробега к фактической. Повышение точности прогноза в работе достигается введением в алгоритм прогнозирования коэффициента коррекции ( $Q_{\text{кор}}$ ) результатов прогнозирования, полученных по текущим параметрам движения воздушного судна.

Скорректированная длина тормозного пути находится в виде

$$D_{\text{торм кор}} = Q_{\text{кор}} D_{\text{торм}}.$$

При этом

$$Q_{\rm kop} = Q_{\rm kop}(J_i, k_{\rm cu}, V)$$

где  $J_i$  — признак режимов;  $k_{cu}$  — коэффициент сцепления шасси с покрытием ВПП; V — скорость качения, км/ч.

Идентификаторами режимов являются логические переменные:

$$J_{\text{рев}} = 1$$
, если  $\alpha_{\text{РУД}}(t) \ge \text{REV}_{\text{max}}$  и  
 $J_{\text{инт}} = 1$ , если  $\alpha_{\text{интерц}} \ge 0$ .

Здесь  $\alpha_{\rm РУД}(t)$  — положение рычага управления двигателем (РУД); REV<sub>max</sub> — упор РУД в положении максимального реверса;  $\alpha_{\rm интерц}$  — угол выпуска интерцепторов.

Коэффициент коррекции также различается по режимам:

$$Q_{\text{кор}} = \begin{cases} Q_{\text{рев}}, \text{ если } J_{\text{рев}} \ge 1; \\ Q_{\text{инт}}, \text{ если } J_{\text{инт}} \ge 1. \end{cases}$$



Рис. 1. Логика адаптации коэффициента коррекции к режимам торможения

Как было показано в модельных экспериментах, в начале тормозного пути (на участке с максимальным реверсом тяги) наибольшее влияние на ошибки прогнозирования имеют коэффициент сцепления  $k_{\rm cu}$  и скорость качения V. Коэффициент коррекции на участке максимального реверса  $Q_{\rm peB}$  в явном виде учитывал именно эти факторы:

$$Q_{\text{peB}} = k_{rev}(k_{\text{cII}})k_{rev}(V).$$

Режим максимального реверса продолжается, пока скорость качения не достигнет скорости принудительного выключения реверса  $V_{\text{рев}}$ .

На участке пробега с выпущенными интерцепторами коррекция достигалась простым масштабированием оптимальных коэффициентов  $k_{инт}$  по массе, нормированной средней посадочной массой  $m_{норм} = m/90$ . После уборки интерцепторов коэффициент коррекции на финальном участке траектории  $Q_{фин}$  уменьшался до 80 % от предыдущего значения.

В итоге была сформирована логическая структура цепи коррекции коэффициентов в алгоритме прогнозирования (рис. 1).

### Критерии оптимальности алгоритмов прогнозирования событий на режимах торможения

Заход на посадку и сам процесс торможения являются одними из самых динамичных и напряженных этапов полета. На начальном участке торможения с максимальным реверсом тяги скорость движения наиболее высока, что приводит пилота в состояние повышенного психологического напряжения. Информационная поддержка в форме точных оценок развития ситуации на участке реверсирования будет весьма полезна для принятия решения пилотом в условиях дефицита времени.

Настроечные параметры алгоритмов прогнозирования могут быть оптимизированными по разным критериям — по минимуму интегральной ошибки прогнозирования дальности до финальной точки останова в зоне наиболее скоростного участка траектории и на всей траектории торможения. В работе были исследованы характеристики алгоритмов с настройками по следующим критериям:

> 1)  $|\Delta D_{rev}| \Rightarrow \min t \in [t_0, t_{rev}]$ (критерий min(Ош. рев.)); 2)  $\Delta D_{full} \Rightarrow \min t \in [t_0, t_{fin}]$ (критерий min(Ош. полн.)).

Здесь  $|\Delta D_{rev}|$  — модуль интегральной ошибки на участке реверса;  $\Delta D_{full}$  — алгебраическая ошибка прогнозирования на полной траектории торможения.

В табл. 1 показаны интегральные ошибки прогнозирования дальности в пределах реверсного участка и на всем пути при нескольких коэффициентах сцепления и при оптимизации настроек алгоритмов по критериям min(Ош.рев) и min(Ош.полн).

Первый критерий обеспечивает достаточно малые ошибки на всех участках, зато прогноз по второму критерию дает более точные результаты на конечном участке вблизи точки останова. Поэтому дальнейшие оценки качества прогнозирования выполнялись в двух вариантах настроек. Алгоритм прогнозирования на начальном скоростном этапе торможения настраивался по критерию минимума ошибок на реверсном участке min(Ош.рев). Для минимизации вероятности выкатывания использовался второй критерий min(Ош.полн).

# Оценка уровней ущерба от ошибочных прогнозов

С позиции общего подхода к анализу вариантов развития опасных событий на объектах повышенного риска, приведенного в работе [12], в рамках вероятностной модели полет может быть представлен в виде реализации одного из возможных сценариев.

Абсолютно успешное выполнение этапа торможения с нулевым ущербом — это процесс перехода ВС из состояния начального торможения в конечное состояние останова (или достижения скорости руления)  $I_0$  в пределах ВПП. Под влиянием факторов опасности (ФО) сценарий торможения отклоняется от нормативной траектории, в результате может наступить любое из множества *q* возможных нештатных событий (исходов полета)  $I_i$  (j = 1, q).

Упрощенно представим, что каждый исход  $I_j$  описывается только двумя параметрами: вероятностью  $P_j$  его наступления и предполагаемым (гипотетическим) ущербом  $S_j$ . В ситуациях с выкатыванием за порог ВПП ущерб наиболее сильно коррелирован со скоростью, при которой произошло выкатывание [12, 13]. Ввиду недостаточной статистики по характеру повреждений в результате выкатывания и тем более в стоимостном выражении таких АП, будем считать размер ущерба (в некотором приближении) пропорциональным скорости выкатывания  $V_{ar}$ :

$$S_{j} \cong S(V_{or}^{j}) = \eta V_{or}^{j}.$$
 (1)

Все исходы полета образуют полную группу событий:

$$\sum_{j=1}^{q} P(I_j) + P(I_0) = 1.$$

Произведение вероятности каждого исхода торможения и ущерба может рассматриваться как риск, связанный с этим исходом (событием):

$$R_j = P_j S_j. \tag{2}$$

Таблица 1

| Критерий оп-<br>тимизации   | Коэффициент сцепления |                |                |               |               |              |  |  |  |
|-----------------------------|-----------------------|----------------|----------------|---------------|---------------|--------------|--|--|--|
|                             | 0                     | ,3             | 0              | ,5            | 0,75          |              |  |  |  |
|                             | Ош. рев.              | Ош. полн       | Ош. рев        | Ош. полн      | Ош. рев       | Ош. полн     |  |  |  |
| min(Ош.рев)<br>min(Ош.полн) | -8,97<br>-21,35       | -8,94<br>-3,81 | -0,48<br>-3,54 | 10,27<br>-2,0 | -0,23<br>1,55 | 6,03<br>0,55 |  |  |  |

Ошибки прогноза [м] на участке реверса и за весь тормозной путь

Сумма произведений (2) представляет собой среднее случайной величины ущерба  $\hat{R}$ , которое и является одной из возможных характеристик суммарного риска режима торможения:

$$\widehat{R} = \sum_{j=1}^{q} P_j S_j$$

Если предположить бесконечно большое число исходов полета, то приходим к непрерывной случайной интегральной величине ущерба, для которой риск считается как математическое ожидание M(S):

$$R=M(S)=\int_{-\infty}^{+\infty}Sf(S)dS,$$

где f(S) — плотность распределения вероятностей ущерба. Или при нашем допущении (1) принимаем выражение f(S) через плотность распределения вероятностей скорости в виде:

$$f(S) \cong f(\eta, V_{or}).$$

Для оценки серьезности последствий АП в ИКАО принята шкала из пяти уровней. Для наших целей будем использовать такую же шкалу градаций скорости выкатывания. Статистические характеристики вероятной скорости выкатывания определим следующим образом. Каждая траектория торможения заканчивается конечным участком, на котором скорость качения монотонно уменьшается до нуля. Вид этой зависимости определяется коэффициентом сцепления колес с покрытием ВПП, массой ВС и силами торможения. развиваемыми всеми средствами торможения. Поскольку на конечном участке аэродинамические силы невелики, реверс тяги выключен, то динамика торможения зависит только от степени обжатия тормозной системы колес. В ситуациях приближения к торцу ВПП для предотвращения выкатывания естественным образом всегда используется одна и та же максимальная степень обжатия. Это позволяет зависимость скорости искать в виде  $V = V(m, \mu, D_{fin})$ , где  $\mu$  — коэффициент сцепления шасси с покрытием ВПП; D<sub>fin</sub> — дальность до финальной точки, т.е. до останова.

Затем была поставлена задача найти статистические свойства вероятных скоростей выкатывания, обусловленных ошибками прогнозирования точки останова ВС в процессе торможения в области эксплуатационных режимов торможения.

Эта область ограничена начальными скоростями торможения, допустимыми посадочными массами и приемлемыми для эксплуатации ВС состояниями покрытия ВПП. Состояние покрытия условно характеризуется измеренным коэффициентом сцепления µ.

Как отмечалось выше, ущерб или уровень риска при выполнении финального этапа торможения с учетом прогноза имеет явную корреляцию со скоростью выкатывания V<sub>or</sub>. Очевидно, что эта скорость непосредственно зависит от расстояния в момент пересечения границы ВПП до прогнозной точки останова. Это расстояние является ошибкой прогнозирования. Таким образом,  $V_{\rm or} = f(\Delta D_{\rm торм})$ . Вид функции  $f(\Delta D_{\rm -торм})$ определяется только динамикой торможения на конечном участке траектории, на котором выключен реверс, убраны интерцепторы, отсутствует аквапланирование и который поэтому хорошо детерминирован и консервативен по отношению ко всем предыдущим эволюциям траектории. Эта функция для каждой *і*-й конфигурации конкретного ВС определяется по записям модельных полетов. Путем обработки результатов детерминированного моделирования режимов торможения методом регрессионного анализа в работе были найдены аналитические аппроксимации функции  $V_{or}^{j}(\Delta D_{\text{торм}}) = f^{j}(\Delta D_{\text{торм}})$ . Поиск выполнялся специальным программным модулем, имеющимся в составе стенда.

Монотонный характер замедления ВС наиболее рационально описывается полиномиальной зависимостью. В окне настроек модуля аппроксимации можно задавать степень полинома от 2-го до 4-го порядка.

С помощью этой функции статистические характеристики дальности гипотетического выкатывания конвертируются в соответствующие характеристики скорости. Вид функции и ее аппроксимация полиномом 3-й степени приведены на рис. 2 (см. третью сторону обложки).

В среде эксплуатантов авиационной техники имеется статистика АП с описанием инцидентов с выкатыванием, включая записи всех координат процесса торможения и характера повреждений. По такой статистике может быть установлена относительная цена ущерба  $\eta$  в функции скорости  $\eta = \eta(V_{or}^{j})$ , при которой произошло выкатывание. В данной работе ущерб также оценивается в относительной шкале по пяти уровням.

В качестве примера приводятся результаты статистического анализа модельных испытаний процесса торможения ВС (рис. 3, см. третью сторону обложки, и рис. 4). Номинальные условия торможения: масса ВС m = 105 т,  $k_{cll} = 0,5$ . Вариации:  $3\sigma_m = 5$  %,  $3\sigma_{kcll} = 10$  %. Число испытаний 1000.

На рис. 3, 4 приведена графическая интерпретация результатов в виде графиков плотности вероятности ошибок прогнозирования (рис. 3, см. третью сторону обложки) и гистограммы распределения числа ошибочных прогнозов по пяти группам скоростей выкатывания (так называемым карманам) (рис. 4).

Программа статистического анализа формирует отчет непосредственно на экране стенда (рис. 5, см. третью сторону обложки) и создает текстовый



Рис. 4. Гистограмма распределения вероятных скоростей выкатывания по пяти зонам

файл отчета для распечатки документа. Фрагмент отчета с указанием границ ("от" и "до") каждого интервала дальности, соответствующего ему скоростного интервала, числа ошибок и их вероятности в этом интервале показан ниже.

Среднее значение = -0,14368 Средне-квад. значение = 2,47688 Левые интервалы: — всего 450: 1 интервал от -8,83 до -6,74, скорость от 23,93 до 20,52 — количество 4 вероятность 0,004 2 интервал от -6,74 до -4,84, скорость от 20,52 до 17,11 — количество 42 вероятность 0,042 3 интервал от -4,84 до -3,10, скорость от 17,11 до 13,70 — количество 96 вероятность 0,096 4 интервал от -3,10 до -1,50, скорость от 13,70 до 10,29 — количество 131 вероятность 0,131 5 интервал от -1,50 до 0,00, скорость от 10,29 до 6,88 — количество 177 вероятность 0,177

Приведенные данные показывают, что результаты прогнозирования содержат малые ошибки по отношению к реальному движению BC, а прогнозируемые исходы с выкатыванием более вероятны с малыми скоростями и, соответственно, с малым вероятным ущербом.

# Исследования алгоритмов прогнозирования на стенде

Для исследований был разработан специальный компьютерный многофункциональный стенд [11]. В его состав входила полная нелинейная модель Ту-204-200. Исследования проводили на результатах статистических испытаний алгоритмов в широком диапазоне условий торможения с посадочными массами от 70 до 105 т, коэффициентами сцепления от 0,3 до 0,7 и начальными скоростями торможения от 180 до 240 км/ч. Были выполнены серии испытаний длиной 1000 и 10 000 полетов. Итоговый отчет об испытаниях содержал записи основных параметров каждого полета и итоговую таблицу статистических оценок всех параметров на всей совокупности полетов. При этом для каждого полета фиксировался индекс генератора случайных чисел (SEED), который использовался для моделирования всех возмущений и помех в текущем полете. Зная этот индекс, можно было воспроизвести любой полет в разовом пуске с регистрацией полного набора параметров полета и записью всех координат для детального анализа данного полета. Очевидно, что наибольший интерес представляют полеты, в которых наблюдаются наихудшие или наилучшие результаты прогнозирования. Номера этих полетов также отмечаются в сводной таблице.

Стенд непрерывно совершенствовался. Вид экрана оператора в современной версии стенда после серии испытаний из 1000 полетов с заключительным фрагментом отчета представлен на рис. 5 (см. третью сторону обложки).

В состав сервисного программного обеспечения исследовательского стенда был включен модуль для анализа результатов статистических испытаний разрабатываемых алгоритмов прогнозирования. Модуль анализа может быть настроен на анализ статистических характеристик любой из зарегистрированных переменных. Для целей настоящей работы наибольший интерес представляет анализ погрешностей прогнозирования дальности до точки останова в процессе торможения самолета на ВПП.

Программа статанализа дополнена специальной функцией определения числа прогнозов, попадающих в допуски "справа" и "слева" относительно среднего значения или нулевого значения оцениваемого параметра. Число ошибок в пределах этих допусков индицируется при построении графиков. Границы допусков на графиках функции распределения и плотности выделяются красными пунктирными линиями. При вычислении доверительного интервала может быть заказан желаемый уровень доверия. На всем лиапазоне исследованных режимов торможения ширина интервала не превышала 1,5 м. Это означает, что результаты прогнозирования дальности до останова с вероятностью 95 % отстоят от истинного значения не более чем на 1,5 м.

Окно настроек модуля в функции графопостроителя показано на рис. 6.

Косвенное представление о характере распределения ошибок дает число ошибок, попадающих в трубки допуска разной ширины. В табл. 2 показаны зависимости числа прогнозов дальностей до точки останова, попадающих в допуск, от ширины этого допуска. Зависимости получены по результатам статистического моделирования режима торможения самолета с начальной скоростью 220 км/ч, массой 90 т на полосе с коэффициентом торможения 0,5. Число модельных посадок было 10 000. Статистические вариации массы и коэффициента торможения были заданы нормальными распределениями

|        | 1) ОТКРЫТЬ ФАЙЛ *.sort            | Статистика Гистограмм | <sup>1а</sup> Допуск на ошибку прогноза | Допуск относит. | Доверительный интервал расчета МО   |
|--------|-----------------------------------|-----------------------|---|-----------------|---|
|        | 2) Построить ГРАФИК               | <b>warY</b> 5 10      | 0                                       | ⊙ MO            | Уровень доверия (%) 95 РАСЧЕТ   |
| i<br>I | ФункцРаспр НормФункц. гистограмма | warX 0.01 1           | Слева 106 10.6%                         | % 🔽 5           | Границы иттервала Кол-во ошибок в интервале<br>Слева 378195 Ширина Слева 29 |
|        | Плотность Ln(Плотн) В БУФЕР       | Шрифт 14              | Справа 110 11 %                         | метр 10         | Справа -3,37564 0,40631 Справа 22   |

Рис. 6. Окно модуля анализа результатов статистических испытаний

### Таблица 2

| Число ошибочных прогнозов точки останова |            |                              |            |            |            |            |             |             |              |              |
|--|------------|------------------------------|------------|------------|------------|------------|-------------|-------------|--------------|--------------|
|  |            | Допуск на ошибку прогноза, % |            |            |            |            |             |             |              |              |
|  | 1          | 2                            | 3          | 4          | 5          | 6          | 7           | 8           | 9            | 10           |
| Ошибки слева<br>Ошибки справа            | 146<br>129 | 257<br>275                   | 377<br>411 | 487<br>565 | 594<br>731 | 704<br>903 | 796<br>1094 | 921<br>1274 | 1003<br>1492 | 1118<br>1697 |

с увеличенными до 10 % рассеяниями:  $3\sigma_m = 0.01m$ и  $3\sigma_{k_{cu}} = 0.01k_{cu}$ .

Данные в табл. 2 показывают несимметричное распределение ошибок прогноза в пределах любого допуска, что хорошо видно по разнице ошибок справа и слева, причем оптимистических, т.е. потенциально опасных ошибок, меньше. Такое распределение показывает, что тяжелые последствия от ошибочных принятий решений, основанных на предложенном методе прогнозирования, будут возникать с меньшей вероятностью, что может быть аргументом в пользу одобрения метода прогнозирования эксплуатантами.

### Заключение

На основании большого объема статистических испытаний алгоритмов прогнозирования в широкой области эксплуатационных режимов было предложено оптимизировать алгоритмы по двум критериям, в соответствии с наиболее ответственными участками траектории — участком с максимальным реверсом тяги и конечным участком вблизи задней границы ВПП. В случае индикации результатов текущего прогноза в поле зрения пилота для улучшения его ситуационной осведомленности результаты должны быть не только точными, но и достоверными. Достоверность прогноза определяется статистическими характеристиками на множестве испытаний. Приведены результаты обработки серий испытаний длиной 1000 и 10000 модельных полетов с вероятностным разбросом основных факторов процесса торможения — массы и коэффициента сцепления. Результаты свидетельствуют, что ошибки прогнозирования на реверсном участке не превышают 20 м при любой настройке алгоритма, а на конечном участке ошибки по дальности могут трансформироваться в скорость выкатывания порядка 10...15 км/ч с вероятностью 0,6. Доверительный интервал для исследованных сценариев торможения находится в пределах 1,5 м, что свидетельствует о высокой достоверности метода прогнозирования, развиваемого в наших работах [8—11].

#### Список литературы

1. Rallo N. The European Regional Aviation Safety Group (RASG-EUR) // FSFI International Workshop. 15 May 2012.

2. **Rallo N.** Runway safety: the big picture // ICAO Regional Runway Safety Seminar (RRSS). Moscow, 6–8 November 2012.

3. **Sharov V.** Development of Overrun Prognosis System in Volga-Dnepr Airline // ICAO Regional Runway Safety Seminar (RRSS). Moscow, 6–8 November 2012.

4. Jarinov S. Role of the Regulator // ICAO Regional Runway Safety Seminar (RRSS). Moscow, 6–8 November 2012.

5. Шаров В. Д. Методика оценки вероятности выкатывания воздушных судов за пределы ВПП при посадке // Научный вестник МГТУ гражданской авиации. 2007. № 122.

6. **Reducing** the Risk of Runway Excursions // Runway Safety Initiative. Flight Safety Foundation. May 2009.

7. **Evaluation** of aircraft braking performance on winter contaminated runways and prediction of aircraft landing distance using the Canadian runway friction index // Flight Research Laboratory. Ottawa, Ontario, Canada. 2002. P. 1–66.

8. Shevchenko A. M. Some Means for Informational Support of Airliner Pilot // 5th Int. Scientific Conf. on Physics and Control (Physcon 2011). Leon, Spain. Sept. 5–8, 2011. P. 1–5. URL: http://lib.physcon.ru/doc?id=78f90e41e746/.

9. Шевченко А. М., Начинкина Г. Н. Энергетический метод прогнозирования безопасного торможения самолета // Проблемы управления. 2014. № 4. С. 38—44.

10. Kuznetsov A., Shevchenko A., Solonnikov Ju. The Methods of Forecasting Some Events During the Aircraft Takeoff and Landing // Proceedings of 19<sup>th</sup> IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace (ACA2013).Germany. 2013. P. 183–187.

11. Шевченко А. М. Разработка и исследование метода прогнозирования дистанции пробега самолета на посадке // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 12. С. 841—847.

12. Шаров В. Д. Прогнозирование и предотвращение выкатываний самолета за пределы взлетно-посадочной полосы // Lambert Academic Publication. 2013. 115 с.

13. Завершинский В. В. Разработка концепции бортовой автоматизированной системы предупреждения для снижения риска выкатывания воздушных судов на пробеге: Автореф. дис. канд. техн. наук. Ульяновское высшее авиационное училище гражданской авиации. 2011. 20 с.

### The Energy Method for Predicting the Aircraft Brake-Way

A. M. Shevchenko, shev-chik@yandex.ru,

Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997, Russian Federation

Corresponding author: Shevchenko Andrew M., Ph. D., Senior Staff Scientist, Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997, Russian Federation, e-mail: shev-chik@vandex.ru

Accepted on March 05, 2018

According to estimates of numerous publications around the world, more than 50 % of all flight accidents occur on the takeoff and landing phases of aircraft flight. The main reason for these events is the "human factor". To reduce reduce psychological stress and assist the pilot in making urgent decisions, various methods of information support have been developed previously. Pilot alert message contain information about the current and future situation. In the presented paper, we propose new efficient methods for predicting the coordinates of the aircraft on the runway during the braking phase. Predicting methods are based on the energy balance equation. For ground modes, the equation has been expanded by introducing a new member describing the mechanical resistance force of the chassis. The problem of finding the predicted coordinates of the aircraft is formulated as a terminal problem of achieving the desired value of total energy at the end point of the trajectory. This formulation made it possible to determine the length of the brake-way before reaching the stopping or taxiing speed. The information presented to the pilot should be not only accurate, but also reliable. To improve accuracy, a new correction circuit's structure was developed. The methodology of research and proof the prediction algorithm's reliability on the basis of statistical tests results is also developed. A computer stand for prediction algorithms testing was developed. The stand is equipped with service tools for registration and statistical analysis of the results. A large amount of deterministic and statistical tests of prediction algorithms in a wide operating range of flight regimes has been performed. Statistical characteristics of errors are obtained. Average prediction errors in different situations are 10–20 m. Confidence intervals of predicted brake-way expectation are calculated. They are in the range of 1.5-2 m.

Keywords: Energy approach, predicting method, prediction reliability, pilot information support, landing

For citation:

**Shevchenko A. M.** The Energy Method for Predicting the Aircraft Brake-Way, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 6, pp. 424–430.

DOI: 10.17587/mau.19.424-430

#### References

1. **Rallo N.** The European Regional Aviation Safety Group (RASG-EUR), *FSFI International Workshop*, 15 May 2012.

2. Rallo N. Runway safety: the big picture, *ICAO Regional Runway Safety Seminar (RRSS)*, Moscow, 6–8 November 2012.

3. **Sharov V.** Development of Overrun Prognosis System in Volga-Dnepr Airline, ICAO Regional Runway Safety Seminar (RRSS), Moscow, 6–8 November, 2012.

4. Jarinov S. Role of the Regulator, *ICAO Regional Runway Safety Seminar (RRSS)*, Moscow, 6–8 November, 2012.

5. Sharov V. D. Metodika ocenki verojatnosti vykatyvanija vozdushnyh sudov za predely VPP pri posadke (Methodology for estimating the probability of aircraft's overrun outside the runway during landing), Nauchnyj Vestnik MGTU Grazhdanskoj Aviacii, 2007, no. 122 (in Russian).

6. **Reducing** the Risk of Runway Excursions, Runway Safety Initiative. Flight Safety Foundation, May 2009.

7. **Evaluation** of aircraft braking performance on winter contaminated runways and prediction of aircraft landing distance

using the Canadian runway friction index, Flight Research Laboratory, Ottawa, Ontario, Canada, 2002, pp. 1–66.

8. **Shevchenko A. M.** Some Means for Informational Support of Airliner Pilot, 5th Int. Scientific Conf. on Physics and Control (Physcon 2011), Leon, Spain, Sept. 5–8, 2011, pp. 1–5, available at: http://lib.physcon.ru/doc?id=78f90e41e746/.

9. Shevchenko A. M., Nachinkina G. N. Jenergeticheskij metod prognozirovanija bezopasnogo tormozhenija samoleta (Energy method for predicting the safe deceleration of aircraft), *Control Sciences*, 2014, no. 4, pp. 38–44 (in Russian).

10. Kuznetsov A., Shevchenko A., Solonnikov Ju. The Methods of Forecasting Some Events During the Aircraft Takeoff and Landing, *Proceedings of 19<sup>th</sup> IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace (ACA2013)*, Germany, 2013, pp. 183–187.

11. Shevchenko A. M. Razrabotka i issledovanie metoda prognozirovanija distancii probega samoleta na posadke. (Development and research of the method of forecasting the distance of the aircraft's run at landing.), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 12, pp. 841–847 (in Russian).

12. **Sharov V. D.** *Prognozirovanie i predotvrashhenie vykatyvanij* samoleta za predely vzletno-posadochnoj polosy (Predicting and preventing the aircraft's overrun beyond the limits of the runway), Lambert Academic Publication, 2013, 115 p. (in Russian).

13. Zavershinskij V. V. Razrabotka koncepcii bortovoj avtomatizirovannoj sistemy preduprezhdenija dlja snizhenija riska vykatyvanija vozdushnyh sudov na probege (Development of the concept of an onboard automated warning system to reduce the risk of aircraft's overrun on the run), Avtoref. dis. kand. tehn. nauk, Ul'janovskoe vysshee aviacionnoe uchilishhe grazhdanskoj aviacii, 2011, 20 p. (in Russian).


# 11-я Российская мультиконференция по проблемам управления

2-4 октября 2018 г., Санкт-Петербург, Россия



## При поддержке:

- Российского фонда фундаментальных исследований
- Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН
- Отделения нанотехнологий и информационных технологий РАН
- Международной общественной организации "Академия навигации и управления движением"
- Научного совета РАН по теории управляемых процессов и автоматизации
- Объединенного Научного совета по комплексной проблеме "Процессы управления и автоматизации" РАН
- Российского национального комитета по автоматическому управлению



## ОБЩАЯ ИНФОРМАЦИЯ

### Уважаемые коллеги!

**2—4 октября 2018 г.** в Санкт-Петербурге в Государственном научном центре Российской федерации АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» состоится

## 11-я Российская мультиконференция по проблемам управления (РМКПУ-2018).

#### Председатель президиума мультиконференции генеральный директор АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» академик РАН В. Г.Пешехонов

Мультиконференция включает в себя три конференции, объединенные общей идеей:

- XXXI конференция памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н. Н. Острякова: http://www.elektropribor.spb.ru/ostr2018
- Конференция «Информационные технологии в управлении» (ИТУ-2018): http://www.elektropribor.spb.ru/itu2018
- Конференция «Управление в морских и аэрокосмических системах» (УМАС-2018): http://www.elektropribor.spb.ru/umas2018

Все конференции проводятся в АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» по адресу: Санкт-Петербург, Певческий пер., 1

ОБРАЩАЕМ ВНИМАНИЕ потенциальных участников мультиконференции, что в работе конференции могут принимать участие только граждане Российской Федерации.



# ХХХІ конференция памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н. Н. Острякова



2-4 октября 2018 г., Санкт-Петербург, Россия

## При поддержке:

- Российского фонда фундаментальных исследований
- Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН
- Отделения нанотехнологий и информационных технологий РАН
- Международной общественной организации "Академия навигации и управления движением"
- Научного совета РАН по теории управляемых процессов и автоматизации
- Объединенного Научного совета по комплексной проблеме "Процессы управления и автоматизации" РАН
- Российского национального комитета по автоматическому управлению



## Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромынский пер., 4

### Телефон редакции журнала: (499) 269-5510, (499) 269-5397

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор З. В. Наумова.

Сдано в набор 28.03.2017. Подписано в печать 15.05.2018. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН618. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02 Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Адвансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Адвансед солюшнз". 119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.

## Рисунок к статье Н.А. Грязнова, В.В. Харламова, С.А. Никитина, А.Ю. Карсеевой, Г.С. Киреевой «МЕДИЦИНСКИЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ЛЕЧЕНИЯ ГЕМОРРОЯ МЕТОДОМ ЛАЗЕРНОЙ КОАГУЛЯЦИИ ПОД ДОПЛЕР-КОНТРОЛЕМ»



Рис. 2. Вид компьютерной программы для реализации математической модели воздействия лазерного излучения на сосуды

## Рисунки к статье А. М. Шевченко «ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИСТАНЦИИ ТОРМОЖЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ»



Рис. 2. Модельная скорость торможения и ее анпроксимация



Рис. 3. Плотность вероятности ошибок прогнозирования дальности до останова в границах ВШІ

|  | CTATICTIN  | ECKNE XAPAKTE   | ристики  |   |   |  |
|--|--|---|--|---|---|--|
| l Nº   | Ксц   Масса  | K0opt K1opt   | Kiopt   OmPes   O  | шРев.Зн ОшИнт   | ОшПолн  С   | шП.Зн  Ск.выката   |
| М(*)<br>СКО(*)<br>МАХ (ОШРев) 744<br>MIN (ОШРев) 685   | 0.499 89.95<br>0.017 1.43<br>0.532 86.49<br>0.500 87.74  | 1.55 0.90<br>0.00 0.00<br>1.55 0.90<br>1.55 0.90  | 0.95 5.77<br>0.00 4.53<br>0.95 22.44<br>0.95 2.19  | -3.90 9.50<br>5.81 4.86<br>-22.44 20<br>-1.06 11.04   | 5.73<br>1.91 3<br>.91 14.2<br>1 4.42  | -3.58 14.07<br>3.28 19.28<br>22 -14.17 0.00<br>-3.23 0.00  |
| Количество пр<br>Начало расчет<br>Окончание рас<br>Время расчета   | оогонов:1000<br>ра: 23.1.20<br>счета: 23.1.20<br>и: 479 сек  | 18 1:19:47<br>18 1:27:47  |  |   |   |  |
| Один ПОЛЕТ-<br>Н.У. ПУСК<br>Начальные услови<br>Вес, т 90<br>Ксц 0.5<br>V_лос 220<br>ТНград 15<br>Коз 4-ты корр.<br>К0: 1.55<br>К1: 0.9<br>К: 0.95 | Записы<br>Ветер<br>Встречный<br>Попутный<br>L турб 182<br>У_отк 10<br>У_рев 130<br>Дляне ВПЛ 1000<br>Л (Протк) 0.2<br>Мин. резорр 15<br>Конечный уча | раф. Выкл Град<br>Моделирование<br>С Баз отказа<br>С Отказ на про<br>ФАЗА ПОЕТТ<br>С ПОСАДКА<br>В ключить ину<br>О Интерполиров<br>ток (н) 50 | отказа<br>атто<br>бего<br>в тр<br>инкатор<br>в тр<br>инкатор<br>Нач.точка ти<br>Шат печати<br>Шат печати<br>Шат печати | СТ.АНАЛИЗ<br>пытания: 1000<br>жация вес 5 %:<br>пределение<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружаное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сружанное<br>сру | ОПТИМИ ЗАЦИ<br>Критерий<br>Ош_рес<br>Опт. Ко и К1<br>Область понеж<br>К0: min 1.25<br>К1: min 0.85<br>К1: min 0.85<br>К1: min 0.85<br>ОПТИМИ<br>Сетка условий<br>Веса: 70.75 в0<br>Ксц. 0.30.35 | IR K034 ФИЩИЕНТОВ<br>ОПТИНУЗАЦИИ<br>ВСС 1<br>ОПТ. K1 ONE. BCE<br>0 ONE. K1 ONE. BCE<br>0 ONE. K1 ONE. BCE<br>0 ONE. K2 ONE.<br>0 ONE. K2 ONE.<br>0 ONE. K2 ONE.<br>0 ONE |

Рис. 5. Главное окно стенда статистических испытаний

# Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ" выпускает научно-технические журналы



## Теоретический и прикладной научно-технический журнал

# программная инженерия

В журнале освещаются состояние и тенденции развития основных направлений индустрии программного обеспечения, связанных с проектированием, конструированием, архитектурой, обеспечением качества и сопровождением жизненного цикла программного обеспечения, а также рассматриваются достижения в области создания и эксплуатации прикладных программно-информационных систем во всех областях человеческой деятельности.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 22765; «Пресса России» – 39795

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ





#### Ежемесячный теоретический и прикладной

научно-технический журнал

# ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития основных направлений в области разработки, производства и применения информационных технологий.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 72656; «Пресса России» – 94033

## Научно-практический и учебно-методический журнал БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В журнале освещаются достижения и перспективы в области исследований, обеспечения и совершенствования защиты человека от всех видов опасностей производственной и природной среды, их контроля, мониторинга, предотвращения, ликвидации последствий аварий и катастроф, образования в сфере безопасности жизнедеятельности.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» – 79963; «Пресса России» – 94032



Ежемесячный междисциплинарный теоретический и прикладной научно-технический журнал

# НАНО- и МИКРОСИСТЕМНАЯ ТЕХНИКА

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития нано- и микросистемной техники, рассматриваются вопросы разработки и внедрения нано- и микросистем в различные области науки, технологии и производства.

Подписные индексы по каталогам: «Роспечать» - 79493; «Пресса России» - 27849

Все журналы распространяются только по подписке.

Оформить подписку можно через подписные агентства либо непосредственно в редакции журналов. Адрес редакции журналов для авторов и подписчиков: 107076, Москва, Стромынский пер., 4. Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ" Тел.: (499) 269-55-10, 269-53-97. Факс: (499) 269-55-10. E-mail: antonov@novtex.ru