

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ



Том 19
2018
№ 5

Поздравляем Юбиляра!



Заведующему кафедрой МФТИ (ТУ),
председателю Научного совета
по робототехнике и мехатронике РАН,
члену редакционного совета журнала
«Мехатроника, автоматизация, управление»,
академику РАН, профессору

**Феликсу Леонидовичу
ЧЕРНОУСЬКО**

исполнилось 80 лет

Феликс Леонидович Черноусько – выдающийся ученый, создатель ведущей отечественной научной школы в области механики и процессов управления, крупный организатор науки.

Круг научных интересов и достижений Ф.Л. Черноусько очень широк: динамика твердых тел с полостями, содержащими жидкость, теория оптимального управления, дифференциальные игры, теория колебаний, асимптотические методы нелинейной механики, теория оценивания фазового состояния динамических систем, вычислительные методы вариационного исчисления и оптимального управления, робототехника. Он внес огромный вклад в развитие таких фундаментальных научных направлений, как механика, прикладная математика, теория управления и робототехника. В этих областях науки ему принадлежат результаты, получившие международное признание, опубликованные в целой серии блестящих работ и многочисленных монографий.

Среди учеников Феликса Леонидовича четырнадцать докторов наук и более тридцати кандидатов наук. Под его научным руководством успешно решен целый ряд фундаментальных и прикладных проблем в различных отраслях науки и техники.

Исследования Феликса Леонидовича тесно связаны со становлением и развитием отечественной мехатроники и робототехники.

Ф.Л. Черноусько плодотворно сочетает исследовательскую работу с педагогической. Более 40 лет он преподает в Московском физико-техническом институте (ТУ), заведует кафедрой механики и процессов управления.

Феликс Леонидович ведет большую научно-организационную работу. Много лет он возглавлял Институт проблем механики РАН. В настоящее время – член Бюро Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН, заместитель председателя Российского национального комитета по теоретической и прикладной механике, член Российского национального комитета по автоматическому управлению, заместитель председателя Российского национального комитета по теоретической и прикладной механике, председатель научного совета по робототехнике и мехатронике РАН.

Многогранная деятельность Ф. Л. Черноусько является ярким примером служения Родине, отечественной науке и высшей школе, образцом высокого долга ученого и гражданина.

Редакционный совет, редакционная коллегия и коллектив редакции журнала
сердечно поздравляют Феликса Леонидовича Черноусько с юбилеем
и желают ему здоровья, благополучия и дальнейших творческих успехов
на благо российской науки и техники.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 19

2018

№ 5

Издается с ноября 2000 года

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:

БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.

ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.

ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Международный редсовет:

DANIELE Z., PhD, Италия

DORANTES D. J., PhD, Китай

GROUMPOS P. P., PhD, Греция

ISIDORI A., PhD, Италия

KATALINIC B., PhD, Австрия

LIN CH.-Y., PhD, Тайвань

MASON O. J., PhD, Ирландия

ORTEGA R. S., PhD, Франция

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США

STRZELECKI R. M., PhD, Польша

SUBUDHI B. D., PhD, Индия

АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан

ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина

ТРОФИМЕНКО Е. Е., д.т.н., Беларусь

Российский редсовет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН

БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН

ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН

ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН

КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН

КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН

КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН

ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН

МИКРИН Е. А., акад. РАН

ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН

РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН

СЕБЬЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН

СИГОВ А. С., акад. РАН

СОЙФЕР В. А., акад. РАН

СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН

ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН

ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН

ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН

ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН

ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:

БОБЦОВ А. А., д.т.н.

БУКОВ В. Н., д.т.н.

ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.

ЛОХИН В. М., д.т.н.

ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д.ф.-м.н.

ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.

РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.

ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.

ФУРСОВ В. А., д.т.н.

ЮРЕВИЧ Е. И., д.т.н.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:

АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Анисимов Д. Н., Фёдорова Е. В., Грязнов С. М. Оценка свойств нечетких систем управления на этапе формирования базы знаний 291
- Кириллов А. Н., Щеголева Л. В. Метод управления объектом, идентифицирующим параметры траектории прямолинейно движущейся цели 298
- Гаращенко Ф. Г., Матвиенко В. Т. Адаптивная аппроксимация сигналов 306

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Васильев А. В. Разработка компьютерной динамической модели и исследование прямолинейного движения транспортной системы малогабаритного мобильного робота 312
- Колесниченко Е. Ю., Павловский В. Е., Орлов И. А., Алисейчик А. П., Грибков Д. А., Подопросветов А. В. Математическая модель робота на омни-колесах, расположенных в вершинах прямоугольного треугольника 327
- Зенкевич С. Л., Хуа Чжу, Цзяньвень Хо. Экспериментальное исследование движения группы мобильных роботов в строю типа "конвой" 331
- Московский А. Д., Бургов Е. В., Овсянникова Е. Е. Зрительный анализатор анимата как основа семантики сенсорной системы робота 336

УПРАВЛЕНИЕ В АВИАКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

- Неусыпин К. А., Селезнева М. С., Кай Шэнь. Исследование качественных характеристик наблюдаемости переменных состояния линейных нестационарных моделей инерциальных навигационных систем 346
- Лашин В. С., Любимов В. В. Исследование устойчивости угла атаки при спуске на Марс космического аппарата с малой асимметрией 355

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в БД RSCI на платформе Web of Science.

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 19

2018

No. 5

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

International Editorial Board:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DANIELE Z., PhD, Italy

DORANTES D. J., PhD, China

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

TROFIMENKO Ye. Ye., Belarus

Russian Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

LEONOV G. A.

MIKRIN E. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

PAVLOVSKY V. E.

PSHIKHOPOV V. KH.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEEV S. F.

YUREVICH E. I.

Editorial Staff:

BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Anisimov D. N., Fyodorova E. V., Gryaznov S. M. Evaluation of the Properties of Fuzzy Control Systems in the Stage of Formation of the Knowledge Base 291
- Kirillov A. N., Shchegoleva L. V. The Method of Controlling an Object Identifying Trajectory Parameters of a Rectilinearly Moving Target on the Base of the Distances to it 298
- Garashchenko F. G., Matvienko V. T. Adaptive Approximation of Signals 306

ROBOTIC SYSTEMS

- Vasiliev A. V. Development of Computer Dynamic Model and the Study of Motion of Small Mobile Robot Transport System 312
- Kolesnichenko E. Y., Pavlovsky V. E., Orlov I. A., Aliseychik A. P., Gribkov D. A., Podoprosvetov A. V. Mathematical Model of a Robot with Omni-Wheels Located at the Vertices of the Right Triangle 327
- Zenkevich S. L., Zhu Hua, Huo Jianwen. Experimental Study of Motion of the Mobile Robots Moving in the Convoy Type Formation 331
- Moskovsky A. D., Byrgov E. V., Ovsyannikova E. E. Visual Analyzer of the Animat as a Semantic Basis of Robot Sensoric System 336

CONTROL IN AEROSPACE SYSTEMS

- Neusypin K. A., Kai Shen, Selezneva M. S. On Qualitative Characteristics of the State Variable Observability in Linear Time-Varying Models of Inertial Navigation Systems 346
- Lyubimov V. V., Lashin V. S. Analysis of the Angle of Attack Stability During the Descent of a Small Asymmetry Spacecraft to the Mars 355

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

Д. Н. Анисимов, канд. техн. наук, доц., AnisimovDN@mpei.ru,
Е. В. Фёдорова, аспирант, С. М. Грязнов, студент,
Национальный исследовательский университет "МЭИ"

Оценка свойств нечетких систем управления на этапе формирования базы знаний¹

Исследуется влияние процедуры формирования базы знаний на характеристики нечеткого логического регулятора. Рассматриваются поверхности управления регулятора, построенного на основе реляционных моделей, и переходные процессы в замкнутой системе при изменении базы правил и вида функций принадлежности лингвистических переменных. Приводятся количественные оценки влияния степени растяжения-сжатия функций принадлежности на динамические характеристики нечеткого регулятора.

Ключевые слова: нечеткий регулятор, функции принадлежности, база знаний, база правил, нечеткие реляционные модели

Введение

Регуляторы, основанные на нечетком логическом выводе, в настоящее время прочно вошли в практику построения систем автоматического управления. Исходной информацией при построении таких регуляторов служат знания экспертов. Эти знания формализуются с помощью построения функций принадлежности термов входных и выходных лингвистических переменных и установления нечеткого соответствия между пространством предпосылок и пространством заключений. Очевидно, что "при этом будет происходить некоторая потеря информации, поскольку не существует уникальных способов перевода качественных понятий в количественную форму" [1]. Поэтому, как правило, необходима коррекция базы знаний и параметров алгоритма нечеткого логического вывода для достижения требуемых показателей качества системы [2]. Основная проблема организации процедуры коррекции состоит в сложности целенаправленного изменения тех или иных параметров алгоритма, поскольку связь между настройками нечеткого логического регулятора (НЛР) и его динамическими свойствами изучена еще недостаточно хорошо. Таким образом, представляется актуальной задача комплексных исследований НЛР, позволяющих проводить анализ и синтез системы с позиций классической теории автоматического управления.

Алгоритм нечеткого логического вывода состоит из ряда этапов, таких как формирование базы знаний, фаззификация, агрегирование, активизация, аккумуляция, дефаззификация. Формирование базы знаний является, пожалуй, наиболее ответственным этапом, поскольку требует привлечения экспертов и формализации их знаний в целях дальнейшей обработки на ЭВМ. Собственно говоря, вся "нечеткость" системы проявляется именно на этом этапе. Этап формирования базы знаний включает в себя составление базы правил и построение функций принадлежности (ФП) термов входных и выходных лингвистических переменных. Изменения, вносимые в базу данных, наиболее часто используются на практике при коррекции алгоритмов нечеткого вывода. В статье рассматривается влияние базы правил и формы функций принадлежности на характеристики НЛР и свойства нечеткой системы управления (НСУ).

Нечеткий регулятор как объект исследования

В данной работе будем рассматривать НЛР, имеющий два входа, на которые подаются несогласование системы и его производная, и один выход, представляющий собой сигнал управления, подаваемый на объект. Этот нечеткий ПД регулятор будем сокращенно обозначать НПД. Для исследования свойств нечеткого регулятора будем рассматривать его отдельно, вне системы управления (рис. 1), а для исследования свойств НСУ включим его в контур управления дина-

¹ Статья подготовлена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-01-00054-а).

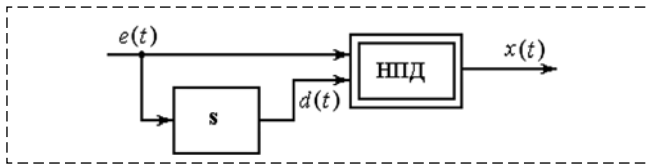


Рис. 1. Входные и выходные сигналы нечеткого ПД регулятора

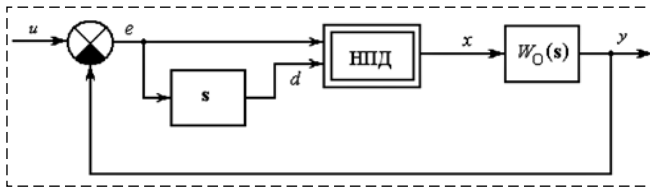


Рис. 2. Структурная схема нечеткой системы управления

мическим объектом (рис. 2). Поскольку в данном исследовании нас интересует, в первую очередь, поведение НПД, то для наглядности выберем объект с достаточно простой передаточной функцией

$$W_o(s) = \frac{K_o}{s(1 + sT_o)}, \quad (1)$$

где $K_o = 1 \text{ с}^{-1}$, $T_o = 1 \text{ с}$ — известные параметры объекта.

Для описания НПД введем следующие лингвистические переменные: <"Рассогласование" (" g_1 ")>, T_{g_1}, E , <"Производная" (" g_2 ")>, T_{g_2}, D , <"Управление" (" h ")>, T_h, X , где $E = [-e_m; e_m]$, $D = [-d_m; d_m]$, $X = [-x_m; x_m]$ — их области определения, $T_{g_1} = \{T_{g_1}^1, T_{g_1}^2, T_{g_1}^3\} = \{"N", "Z", "P"\}$, $T_{g_2} = \{T_{g_2}^1, T_{g_2}^2, T_{g_2}^3\} = \{"N", "Z", "P"\}$, $T_h = \{T_h^1, T_h^2, T_h^3\} = \{"N", "Z", "P"\}$ — их терм-множества. Здесь и далее нечеткие переменные "N", "Z", "P" интерпретируются как "Отрицательное", "Около нуля", "Положительное" соответственно.

База правил в нечетких реляционных моделях

Базой правил в системах нечеткого вывода называют совокупность правил нечетких продукций, в которых условия и заключения сформулированы в терминах нечетких лингвистических высказываний.

Наиболее часто база правил представляется в форме структурированного текста:

П 1: ЕСЛИ "Условие 1" ТО "Заключение 1"
 П 2: ЕСЛИ "Условие 2" ТО "Заключение 2"

 П Q: ЕСЛИ "Условие Q" ТО "Заключение Q"

При построении систем, основанных на нечетких логических выводах, наибольшее распространение получили алгоритмы Мамдани [3], Ларсена [4], Цукамото [5], Сугено—Такаги [6]. В данной работе для исследования выбран алгоритм на основе нечетких реляционных моделей [7].

Этот алгоритм не является альтернативой перечисленным выше, он может использоваться совместно с ними и представляет собой модификацию механизма нечеткого вывода на этапе активизации правил [8]. В нечетких реляционных моделях входные нечеткие переменные отображаются на выходные нечеткие переменные с помощью нечетких соответствий, определяемых, например, реляционными матрицами. Эти модели позволяют зафиксировать ФП термов лингвистических переменных и затем настроить нечеткие соответствия, реализуемые моделями, посредством элементов нечетких соответствий [9].

Для системы с двумя входными и одной выходной лингвистическими переменными, каждая из которых описывается тремя термами, некоторое q -е правило имеет вид:

$$\begin{aligned} &P_q: \text{ЕСЛИ } T_{g_1}^{j_1} \text{ есть } \tilde{G}_1 \text{ И } T_{g_2}^{j_2} \text{ есть } \tilde{G}_2 \\ &\text{ТО } T_h^1 \text{ есть } \tilde{H}(r_{q1}) \text{ И } T_h^2 \text{ есть } \tilde{H}(r_{q2}) \\ &\text{И } T_h^3 \text{ есть } \tilde{H}(r_{q3}) \\ &(j_1 = 1, 2, 3, j_2 = 1, 2, 3, q = \overline{1, 9}), \end{aligned} \quad (3)$$

где r_{qk} — степень уверенности в управляющем решении T_h^k в q -м правиле. Эти степени можно представить как элементы реляционной матрицы $R = \|r_{ij}\|$, определяющей нечеткое соответствие между пространством предпосылок и пространством заключений (в рассматриваемом случае — соответствие между входными и выходными сигналами НЛР). Реляционная матрица задается на основе экспертных оценок. Для выбранного числа лингвистических переменных и мощности терм-множеств реляционная матрица имеет размерность 9×3 . Очевидно, что число различных комбинаций численных значений ее элементов очень велико. Так, например, если задавать степени доверия в интервале от 0 до 1 с шагом 0,1, то число различных комбинаций составит $11^{27} \approx 1,311 \cdot 10^{28}$. Поэтому в данном исследовании ограничимся тремя, на наш взгляд, достаточно характерными нечеткими соответствиями, описываемыми матрицами R_1 , R_2 и R_3 [10]:

$$R_1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} "N" & "Z" & "P" \end{matrix} \\ \begin{matrix} "NN" \\ "NZ" \\ "NP" \\ "ZN" \\ "ZZ" \\ "ZP" \\ "PN" \\ "PZ" \\ "PP" \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad R_2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} "N" & "Z" & "P" \end{matrix} \\ \begin{matrix} "NN" \\ "NZ" \\ "NP" \\ "ZN" \\ "ZZ" \\ "ZP" \\ "PN" \\ "PZ" \\ "PP" \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,7 & 0,3 & 0 \\ 0,2 & 0,8 & 0,2 \\ 0,7 & 0,3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0,7 \\ 0,2 & 0,8 & 0,2 \\ 0 & 0,3 & 0,7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix},$$

$$R_3 = \begin{matrix} & \begin{matrix} "N" & "Z" & "P" \end{matrix} \\ \begin{matrix} "NN" \\ "NZ" \\ "NP" \\ "ZN" \\ "ZZ" \\ "ZP" \\ "PN" \\ "PZ" \\ "PP" \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,8 & 0,2 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \\ 0,4 & 0,6 & 0,4 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \\ 0,3 & 0,7 & 0,3 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,4 & 0,6 & 0,4 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0,2 & 0,8 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (4)$$

Первое соответствие можно содержательно интерпретировать как "решительную" модель действий, когда лицо, принимающее решение, абсолютно уверенно выбирает одно из возможных управляющих воздействий даже при самых незначительных предпочтениях. Заметим, что при таком выборе графика нечеткого соответствия и максиминном логическом базисе алгоритм нечеткого вывода становится эквивалентным алгоритму Мамдани.

Второе соответствие будем называть "взвешенной" моделью, когда при очевидных предпочтениях уверенно выбираются управляющие воздействия, при неочевидных — выбор осуществляется более осторожно.

Третье соответствие будем условно называть "неуверенной" моделью действий. Для этого случая характерна очень большая осторожность в принимаемых решениях, не выходящая, однако, за пределы здравого смысла.

На рис. 3 изображены поверхности управления НПД для "решительной", "взвешенной" и "неуверенной" моделей принятия решений, представляющие собой зависимости управляющего сигнала x от входных сигналов e и d .

Как видно из рис. 3, средний наклон статических характеристик максимален для "решительной" модели и минимален для "неуверенной". Для всех характеристик наблюдается уменьшение наклона вблизи начала координат. При этом для "неуверенной" модели это уменьшение приводит к появлению зоны нечувствительности. Это, в свою очередь, может привести к возникновению статической ошибки системы. Переходные процессы в нечеткой системе управления для данных моделей принятия решения и объекта, описываемого передаточной функцией (1), изображены на рис. 4.

Как видно из рис. 4, использование "неуверенной" модели приводит к затягиванию переходного процесса в системе, и в ней, действительно, присутствует статическая ошибка. Заметим, что "взвешенная" модель, хотя и представляет собой некоторое компромиссное решение, соответствующий ей переходный процесс в рассматри-

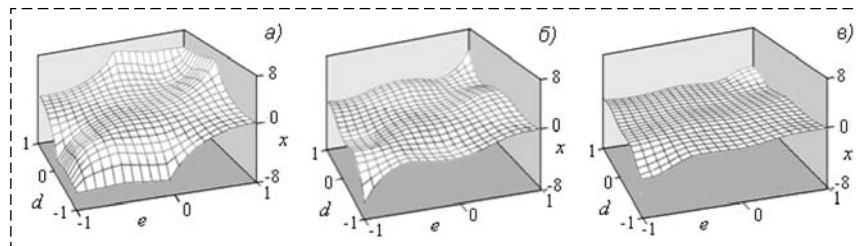


Рис. 3. Поверхности управления НПД для "решительной" (а), "взвешенной" (б) и "неуверенной" (в) моделей принятия решений

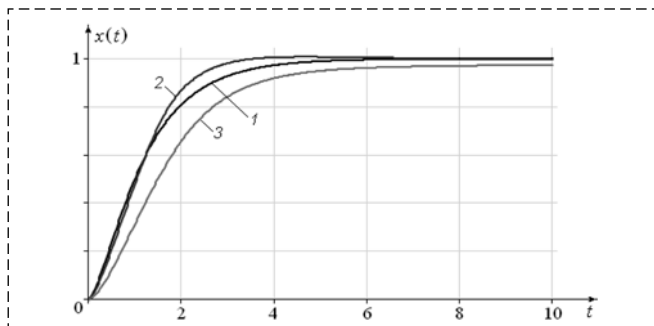


Рис. 4. Переходные процессы в нечеткой системе управления для "решительной" (1), "взвешенной" (2) и "неуверенной" (3) моделей принятия решений

ваемом случае не занимает промежуточного положения между процессами, соответствующими "решительной" и "неуверенной" моделям. Более того, возникает даже небольшое перерегулирование переходного процесса, которое отсутствует для двух других моделей. Подобное явление характерно не только для нечетких систем управления, оно достаточно часто встречается и в линейных системах при определенных структуре и параметрах объекта и регулятора.

Рассмотренные три модели в значительной степени характеризуют индивидуальные черты эксперта: чем более уверенно он принимает решения, тем выше оказывается коэффициент усиления нечеткого регулятора. Поэтому при построении нечеткой системы управления следует учитывать эту особенность, но, по возможности, не изменять параметры базы правил.

Влияние формы функций принадлежности термов лингвистических переменных на характеристики НПД

Существует несколько точек зрения на содержательную интерпретацию ФП. В большинстве известных работ по исследованию и применению теории нечетких множеств считается, что ФП — это некоторое не вероятностное субъективное измерение нечеткости, и что она отличается от вероятностной меры [2]. Однако в некоторых задачах управления и диагностики бывает удобно и целесообразно использовать вероятностные модели для построения ФП [11, 12].

Известно достаточно много способов аналитического задания ФП. В литературных источниках часто рассматриваются треугольные, трапециевидные, полиномиальные, гауссовы, сигмоидальные и другие. ФП [13]. Возникает вопрос, насколько принципиальным является выбор того или иного аналитического описания ФП? В работе [14] было высказано предположение, что различные виды ФП могут давать схожие показатели качества системы. Рассмотрим этот вопрос на примере ФП трапециевидной и полиномиальной формы, при этом ограничимся рассмотрением

только лингвистической переменной "Рассогласование", описывающей входной сигнал e , и "решительной" модели принятия решений.

В качестве базовых удобно выбрать треугольные ФП. Поверхность управления изображена на рис. 3, а, переходный процесс в замкнутой системе — на рис. 4 (кривая 1). Далее начнем трансформировать исходные ФП. Для трапециевидной формы будем изменять ширину модальных значений, а для полиномиальной формы — степень полиномов. При этом для того чтобы ФП удовлетворяли смысловым требованиям [15], изменения будем проводить таким образом, чтобы при сжатии ФП центрального терма ФП крайних термов растягивались, и наоборот.

На рис. 5 изображены трапециевидные ФП, сжатые к центру базовой шкалы, соответствующая им поверхность управления и переходный процесс в замкнутой системе, а на рис. 6 — эти же характеристики для полиномиальных ФП. Как видно из рис. 5, б и рис. 6, б, крутизна поверхностей управления в области начала координат возрастает. Для рассматриваемого объекта управления это приводит к увеличению колебательности переходных процессов (рис. 5, в и рис. 6, в).

На рис. 7 изображены трапециевидные ФП, растянутые от центра базовой шкалы, соответствующая им поверхность управления и переходный процесс в замкнутой системе, а на рис. 8 — эти же характеристики для полиномиальных ФП. Как видно из рис. 7, б и рис. 8, б, в области начала координат образуется зона нечувствительности. Для рассматриваемого объекта управления это приводит к появлению статической ошибки в системе (рис. 7, в и рис. 8, в).

Таким образом, с точки зрения влияния на динамику нечеткой системы управления конкретное аналитическое описание ФП не является принципиальным, однако их степень растяжения-сжатия оказывает существенное

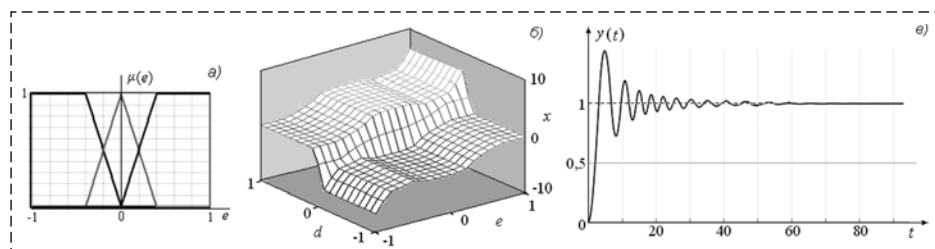


Рис. 5. Трапециевидные функции принадлежности, сжатые к центру базовой шкалы (а), соответствующая им поверхность управления (б) и переходный процесс в замкнутой системе (в)

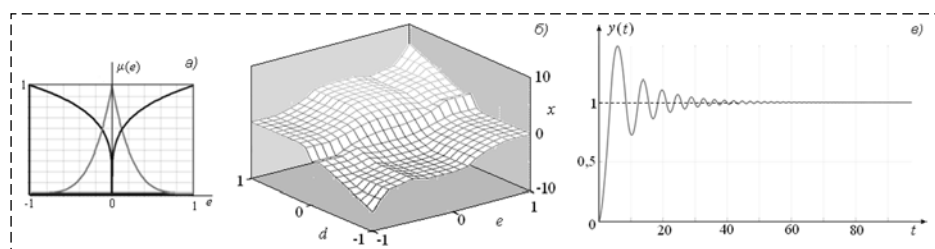


Рис. 6. Полиномиальные функции принадлежности, сжатые к центру базовой шкалы (а), соответствующая им поверхность управления (б) и переходный процесс в замкнутой системе (в)

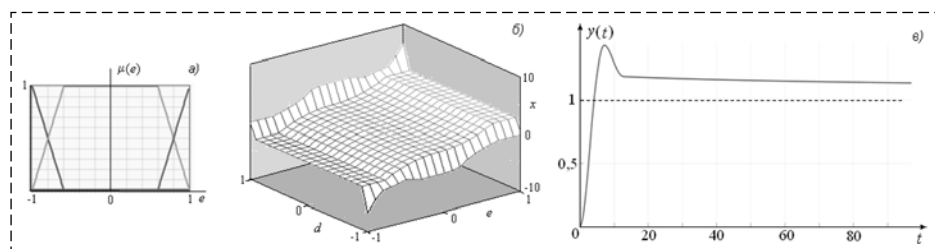


Рис. 7. Трапециевидные функции принадлежности, растянутые от центра базовой шкалы (а), соответствующая им поверхность управления (б) и переходный процесс в замкнутой системе (в)

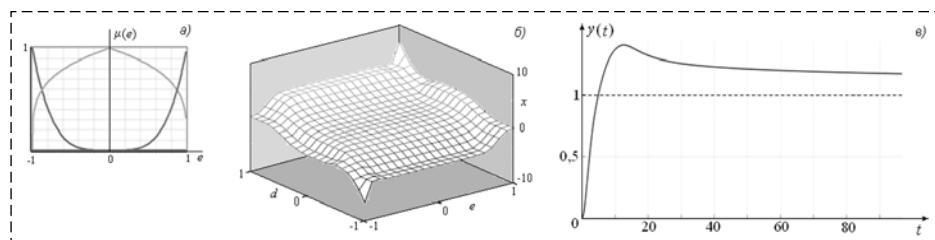


Рис. 8. Полиномиальные функции принадлежности, растянутые от центра базовой шкалы (а), соответствующая им поверхность управления (б) и переходный процесс в замкнутой системе (в)

влияние как на поверхности управления, так и на характер переходных процессов. Этому влиянию можно дать количественную оценку. В работе [14] была предложена линеаризованная модель НПД в виде ПД регулятора с передаточной функцией

$$W_{\text{ПД}}(s) = K_{\text{П}} + K_{\text{Д}}s = K(1 + sT_{\text{Ф}}). \quad (5)$$

Здесь $T_{\text{Ф}} = \frac{K_{\text{Д}}}{K_{\text{П}}}$ — постоянная времени форсирующего звена. Параметры $K_{\text{П}}$, $K_{\text{Д}}$ определяются по результатам идентификации ПД регулятора в замкнутой системе (см. рис. 2) методом экспоненциальной модуляции [16]. Рассмотрим нечеткий регулятор с полиномиальными ФП термов лингвистической переменной. Аналитическая форма задания ФП представлена следующими выражениями:

- "отрицательное" —

$$\mu_{A^1}(z) = \begin{cases} 1, & z < -Z; \\ \left(-\frac{z}{Z}\right)^{\gamma}, & -Z \leq z \leq 0; \\ 0, & z > 0; \end{cases}$$

- "около нуля" —

$$\mu_{A^2}(z) = \begin{cases} 0, & z < -Z; \\ \left(\frac{z}{Z} + 1\right)^{1/\gamma}, & -Z \leq z \leq 0; \\ \left(-\frac{z}{Z} + 1\right)^{1/\gamma}, & 0 \leq z \leq Z; \\ 0, & z > Z; \end{cases} \quad (6)$$

- "положительное" —

$$\mu_{A^3}(z) = \begin{cases} 0, & z < 0; \\ \left(\frac{z}{Z}\right)^{\gamma}, & 0 \leq z \leq Z; \\ 1, & z > Z, \end{cases}$$

где $z = \{e, d, x\}$, $A^1 = \{T_{g_1}^1, T_{g_2}^1, T_h^1\}$, $A^2 = \{T_{g_1}^2, T_{g_2}^2, T_h^2\}$, $A^3 = \{T_{g_1}^3, T_{g_2}^3, T_h^3\}$. Величина Z задается исходя из области определения конкретной лингвистической переменной.

В качестве примера приведем зависимости параметров $K_{\text{П}}$, $K_{\text{Д}}$, $T_{\text{Ф}}$ от степени растяжения-сжатия ФП термов лингвистической переменной "Рассогласование" γ_e при ступенчатом входном сигнале $u(t) = U_m \cdot 1_0(t)$ для различных значений амплитуды U_m (рис. 9).

Аналогичные зависимости получены для степеней растяжения-сжатия ФП термов лингвистических переменных "Производная" γ_d и "Управление" γ_x . Анализ этих зависимостей позволяет отметить следующие их особенности.

При увеличении степени растяжения-сжатия ФП термов ЛП "Рассогласование" параметр аппроксимирующего ПД регулятора $K_{\text{П}}$ уменьшается и, начиная с некоторого значения γ_e , обращается в ноль. При этом в линеаризованной системе управления объектом вида (1) должна появляться статическая ошибка. Параметр $K_{\text{Д}}$ изменяется незначительно, и постоянную времени форсирующего звена можно считать обратно пропорциональной параметру $K_{\text{П}}$.

При увеличении степени растяжения-сжатия ФП термов ЛП "Производная" параметр $K_{\text{П}}$ увеличивается, а $K_{\text{Д}}$ уменьшается, и НПД становится близким по своим свойствам к П регулятору.

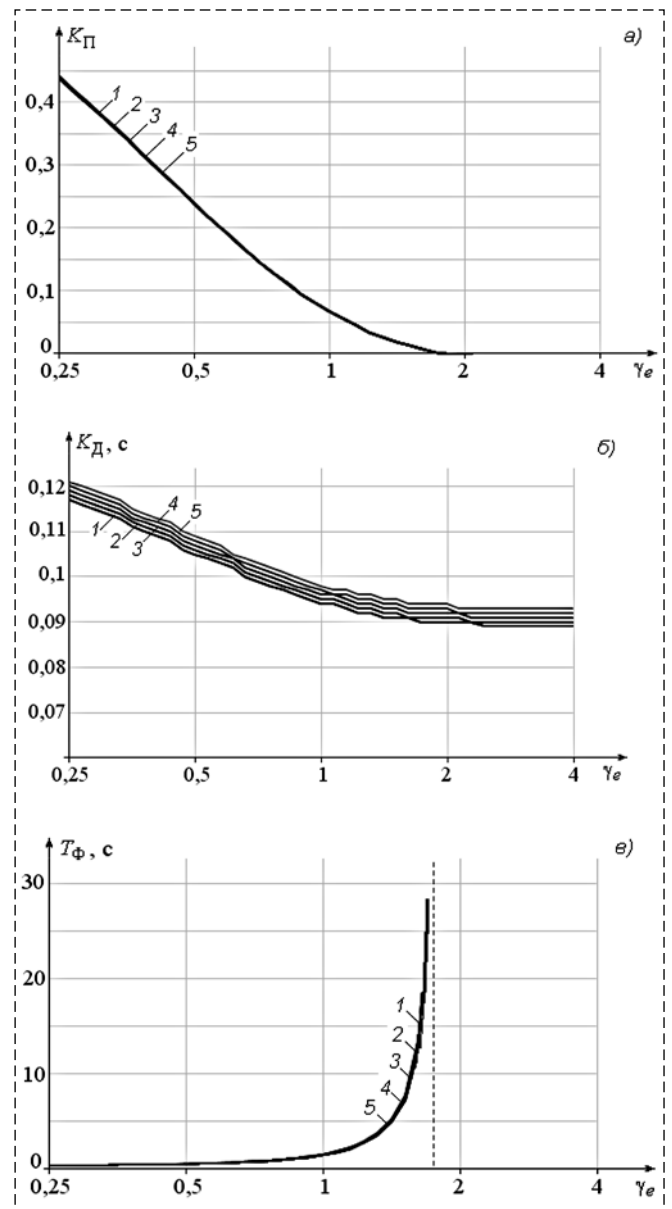


Рис. 9. Зависимости параметров аппроксимирующего ПД регулятора $K_{\text{П}}$ (а), $K_{\text{Д}}$ (б) и $T_{\text{Ф}}$ (в) от степени растяжения-сжатия ФП термов ЛП "Рассогласование" при $U_m = 0,2$ (1), $U_m = 0,4$ (2), $U_m = 0,6$ (3), $U_m = 0,8$ (4), $U_m = 1,0$ (5)

Увеличение степени растяжения-сжатия ФП термов ЛП "Управление" приводит примерно к одинаковому уменьшению параметров K_{Π} и K_{Δ} . При этом постоянная времени форсирующего звена $T_{\Phi} = \frac{K_{\Delta}}{K_{\Pi}}$ изменяется в узких пределах. Та-

ким образом, изменение формы ФП термов ЛП "Управление" влияет только на общий коэффициент усиления НПД.

На основании вышеизложенного можно сделать вывод о том, что, изменяя форму ФП термов лингвистических переменных с помощью степеней $\gamma_e, \gamma_d, \gamma_x$, можно настраивать нечеткий регулятор для обеспечения заданных показателей качества системы управления. Следует, однако, заметить, что такой способ, во-первых, недостаточно прозрачен для разработчика; во-вторых, требует определенного времени для формирования новых ФП. Второе обстоятельство может стать препятствием при подстройке НПД в режиме реального времени.

Заключение

Рассмотрены вопросы формирования базы знаний в алгоритмах нечеткого вывода, основанных на реляционных моделях. Введены три характерные модели принятия решений при составлении базы правил — "решительная", "неуверенная" и "взвешенная" — и сделаны оценки их влияния на поверхности управления НПД и переходные процессы в нечеткой системе управления. Сделан вывод о том, что, с точки зрения влияния на динамику нечеткой системы управления конкретное аналитическое описание ФП не является принципиальным, однако их степень растяжения-сжатия оказывает существенное влияние как на поверхности управления, так и на характер переходных процессов.

Определены зависимости параметров аппроксимирующего ПД регулятора от степени растяжения-сжатия ФП термов лингвистических переменных.

Проведенные исследования позволяют организовать целенаправленную настройку НПД,

обеспечивающую заданные показатели качества системы управления.

Список литературы

1. Jager R. Fuzzy logic in control // III. Thesis Technische Universiteit Delft, 1995.
2. Мелихов А. Н., Бернштейн Л. С., Коровин С. Я. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой. М.: Наука, 1990.
3. Mamdani E. H., Assilian S. An experiment in linguistic synthesis with fuzzy logic controller // Int. J. Man-Machine Studies. 1975. Vol. 7, N. 1. P. 1—13.
4. Larsen P. M. Industrial applications of fuzzy logic control // Int. J. Man-Machine Studies. 1980. Vol. 12, N. 1. P. 3—10.
5. Tsukamoto Y. An approach to fuzzy reasoning method // Gupta M. M., Ragade R. K. and Yager R. R. (Eds.) Advances in Fuzzy Sets Theory and Applications. North-Holland, Amsterdam, 1979. P. 137—149.
6. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control // IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics. 1985. Vol. 15, N. 1. P. 116—132.
7. Pedrycz W. Fuzzy Control and Fuzzy Systems. New York: John Wiley and Sons, 1993.
8. Анисимов Д. Н., Май Тхе Ань. Динамические свойства нечетких систем управления, построенных на основе реляционных моделей // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18. № 5. С. 298—307.
9. Борисов В. В., Круглов В. В., Федулов А. С. Нечеткие модели и сети. М.: Горячая линия—Телеком, 2012.
10. Анисимов Д. Н., Новиков В. Н., Сафина Э. А., Ситников К. Ю. Исследование влияния выбора логического базиса на характеристики нечеткого регулятора // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 8 (149). С. 12—17.
11. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В., Романов М. П. Искусственный интеллект и интеллектуальные системы управления. М.: Наука, 2006.
12. Колосов О. С., Анисимов Д. Н., Хрипков Д. В. Исследование многоуровневых диагностических систем с использованием стохастической модели // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 4. С. 254—261.
13. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009.
14. Анисимов Д. Н., Дроздова Е. Д., Новиков В. Н. Исследование свойств нечеткого аппроксимирующего ПД регулятора // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 9. С. 6—12.
15. Анисимов Д. Н. Нечеткие алгоритмы управления: Уч. пособие. М.: Издательство МЭИ, 2004.
16. Анисимов Д. Н. Идентификация линейных динамических объектов методом экспоненциальной модуляции // Вестник МЭИ. 1994. № 2. С. 68—72.

Evaluation of the Properties of Fuzzy Control Systems in the Stage of Formation of the Knowledge Base

D. N. Anisimov, anisimovdn@mpei.ru, E. V. Fyodorova, public_fe@mail.ru,
S. M. Gryaznov, sergey.gryaznov.95@mail.ru
National Research University "Moscow Power Engineering Institute"

Corresponding author: Anisimov Dmitry N., Ph. D., Associate Professor,
National Research University "Moscow Power Engineering Institute",
Moscow, 111250, Russian Federation

The paper is devoted to the study of the influence of the procedure of formation of the knowledge base on the characteristics of the fuzzy logic controller (FLC). The source of information in the construction of fuzzy controllers is expert knowledge. Constructing of membership functions of terms of the input and output linguistic variables and the fuzzy matching between the antecedent and consequent spaces is formalizes this knowledge. This entails loss of information, because there is no unique translation from a qualitative entity to a quantitative representation except for some special cases. Therefore, as a rule, it is necessary to correct the knowledge base and parameters of algorithm of fuzzy inference in order to achieve the required quality of the system. The main problem of the organization of the correction procedure lies in the complexity of purposeful changes of certain parameters of the algorithm, since the relationship between the settings of FLC and its dynamic properties are still not well studied. Thus, the task of complex research of FLC, allowing an analysis and synthesis system from the standpoint of the classical theory of automatic control, is relevant. The algorithm of the fuzzy inference consists of several stages such as formation of a knowledge base, fuzzification, aggregation, activation, accumulation and defuzzification. Creation of a knowledge base is perhaps the most critical step because it requires the involvement of experts and formalizing their knowledge to further computer processing. The formation of knowledge base in the algorithms of fuzzy inference based on relational models is discussed in the paper. We suggest considering three typical models of decision-making in compiling the rule base is "strong", "uncertain" and "balanced" — and estimate their influence on the control surface of FLC and the transient response of the fuzzy control system. We concluded that, from the point of view of influence on the dynamics of fuzzy control systems, specific analytical description of the membership functions is not essential; however, their degree of tension-compression has a significant effect on both the control surface, and system behavior. The conducted research allows goal-seeking tuning of FLC, providing required quality metrics of control system.

Keywords: fuzzy controller, membership functions, knowledge base, rule base, fuzzy relational model

Acknowledgements: This article was prepared with the financial support of Russian Foundation for Basic Research (project no. 16-01-00054-a).

For citation:

Anisimov D. N., Fyodorova E. V., Gryaznov S. M. Evaluation of the Properties of Fuzzy Control Systems in the Stage of Formation of the Knowledge Base, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 5, pp. 291–297.

DOI: 10.17587/mau.19.291-297

References

1. Jager R. Fuzzy logic in control, III. Thesis Technische Universiteit Delft, 1995.
2. Melihov A. N., Bernshtejn L. S., Korovin S. Ja. *Situacionnye sovetujushhie sistemy s nechetkoj logikoj* (Situational advising systems with fuzzy logic), Moscow, Nauka, 1990 (in Russian).
3. Mamdani E. H., Assilian S. An experiment in linguistic synthesis with fuzzy logic controller, *Int. J. Man-Machine Studies*, 1975, vol. 7, no. 1, pp. 1–13.
4. Larsen P. M. Industrial applications of fuzzy logic control, *Int. J. Man-Machine Studies*, 1980, vol. 12, no. 1, pp. 3–10.
5. Tsukamoto Y. An approach to fuzzy reasoning method, In: Gupta M. M., Ragade R. K. and Yager R. R. (Eds.) *Advances in Fuzzy Sets Theory and Applications*, North-Holland, Amsterdam, 1979, pp. 137–149.
6. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 1985, vol. 15, no. 1, pp. 116–132.
7. Pedrycz W. *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*, New York, John Wiley and Sons, 1993.
8. Anisimov D. N., Mai The Anh. *Dinamicheskie svojstva nechetkih sistem upravlenija, postroennyh na osnove reljacionnyh modelej* (Dynamic Properties of the Fuzzy Control Systems Based on the Relational Models), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 5, pp. 298–307 (in Russian).
9. Borisov V. V., Kruglov V. V., Fedulov A. S. *Nechetkie modeli i seti* (Fuzzy Models and Networks), Moscow, Gorjachaja linija—Telekom, 2012 (in Russian).
10. Anisimov D. N., Novikov V. N., Safina Je. A., Sitnikov K. Ju. *Issledovanie vlijanija vybora logicheskogo bazisa na harakteristiki nechetkogo reguljatora* (Research of Logical Basis Choice Influence on Fuzzy Regulator Characteristics), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2013, no. 8 (149), pp. 12–17 (in Russian).
11. Makarov I. M., Lohin V. M., Man'ko S. V., Romanov M. P. *Iskusstvennyj intellekt i intellektual'nye sistemy upravlenija* (Artificial Intelligence and Intelligent Control Systems), Moscow, Nauka, 2006 (in Russian).
12. Kolosov O. S., Anisimov D. N., Khripkov D. V. *Issledovanie mnogourovnevnyh diagnosticheskikh sistem s ispol'zovaniem stohasticheskoy modeli* (Research of the Multilevel Fuzzy Diagnostic Systems with the Use of Stochastic Models), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, vol. 16, no. 4, pp. 254–261 (in Russian).
13. Piegat A. *Nechetkoe modelirovanie i upravlenie* (Fuzzy Modelling and Control). Moscow, BINOM. Laboratorija znaniy, 2009 (in Russian).
14. Anisimov D. N., Drozdova E. D., Novikov V. N. *Issledovanie svojstv nechetkogo approksimirujushhego PD reguljatora* (Construction of Fuzzy Regulator Approximating Model Based on Identification by the Method of Exponential Modulation), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 9, pp. 6–12 (in Russian).
15. Anisimov D. N. *Nechetkie algoritmy upravlenija* (Fuzzy Algorithms of Control), Moscow, Izdatel'stvo MJeI, 2004 (in Russian).
16. Anisimov D. N. *Identifikacija linejnyh dinamicheskikh ob'ektov metodom jeksponencial'noj moduljatsii* (The Identification of Linear Dynamic Objects by the Method of Exponential Modulation), *Vestnik MJeI*, 1994, no. 2, pp. 68–72 (in Russian).

А. Н. Кириллов^{1, 2}, д-р физ.-мат. наук, доц., kirillov@krc.karelia.ru,

Л. В. Щеголева², д-р техн. наук, доц., schegoleva@petrsu.ru,

¹Институт прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН,

²Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск

Метод управления объектом, идентифицирующим параметры траектории прямолинейно движущейся цели

Рассматривается задача управления движением объекта для определения параметров траектории прямолинейно движущейся цели на основе измерения только расстояний от объекта до цели в условиях отсутствия какой-либо информации о внешней среде. Приводится общая постановка задачи управления, описано решение задачи, сформулированы условия существования решения. Определено максимальное число измерений расстояний от объекта до цели для получения информации о траектории движения цели.

Ключевые слова: управление, позиционирование, траектория движения, расстояние, количество измерений, параллельное движение, динамическая система

Задачи позиционирования в настоящее время очень активно исследуются благодаря появлению различных технологий в области электроники и телекоммуникационных систем. Одним из направлений исследований является локация людей и мобильных объектов при отсутствии систем глобального позиционирования. Такие условия возникают при движении объектов внутри помещений, под землей, под водой. В этом случае используются различного рода метки или дополнительные устройства, по которым можно провести позиционирование [1–6].

Если внутри помещения (здания, сооружения) развернута корпоративная Wi-Fi сеть со стационарными точками доступа (базовыми станциями), то по мощности сигнала, поступающего от мобильного объекта, можно определить с некоторой точностью местоположение объекта. При этом карта помещения должна быть известной, должны быть известны координаты стационарных точек доступа и проведены дополнительные исследования по построению радиокарты помещения [5, 6].

Другой способ локации опирается на использование Bluetooth-маячков, размещенных в заданных местах помещения, координаты которых и карта самого помещения также известны. Пользовательское устройство, получая сигнал от маячков и определяя мощность сигнала, может рассчитать свое местоположение на карте помещения [7].

Аналогичный подход применяется при использовании радиосигналов [2, 3].

В водной среде используется акустический сигнал, по скорости распространения которого можно определить расстояния от объекта до установленных на известных позициях передатчиков и рассчитать координаты объекта [1].

Кроме радиосигналов для ориентации внутри помещения можно использовать оптические си-

стемы [4]. Для этого на карту помещения наносятся места расположения некоторых объектов, внешний вид которых или образ заранее известны. Мобильное устройство должно быть оснащено видеокамерой. Изображение видеокамеры обрабатывается на предмет распознавания известных образов объектов помещения. По взаимному расположению найденных образов рассчитывается положение мобильного устройства.

Данное направление исследований является необходимым элементом в задачах управления роботами как индивидуального, так и группового управления [8–17]. При этом наряду со статическим развивается и динамическое позиционирование.

Во всех исследованиях ключевым моментом является наличие заранее известной карты помещения/района перемещений; наличие специальных устройств, установленных на известных позициях и привязанных к карте, требующих постоянного или периодического обслуживания. Должна быть известна координатная система места, и положение мобильного устройства определяется в рамках этой координатной системы. Эти требования не позволяют использовать представленные подходы к локации для новых или неизученных заранее мест, или мест с нарушенными в результате каких-либо воздействий системами навигации или структурами помещений.

В работах [17, 19] для таких ситуаций используются измерения расстояния до цели и скорости изменения этого расстояния.

В данной статье рассматриваются условия, при которых карта местности неизвестна и отсутствуют какие-либо внешние ориентиры. В качестве источника информации о целевом объекте выступают только ненаправленные измерения расстояния до него. Такие условия могут возникнуть,

например, в случае использования технологии Wi-Fi или радиосигналов, когда по силе сигнала можно определить расстояние до источника сигнала, при этом направление, в котором находится источник сигнала, остается неизвестным.

Работа является продолжением исследований, представленных в статье [18], при этом задача позиционирования движущейся цели рассматривается в контексте задачи управления движущимся объектом, так как несложно показать, что неподвижный объект не может определить траекторию движущейся цели. Работа опирается на принципы триангуляции и трилатерации, но в условиях динамических систем.

Постановка задачи управления движущимся объектом, рассчитывающим траекторию движущейся цели

Сформулируем задачу управления.

Пусть траектории цели (а) и объекта (б) на координатной плоскости XOY имеют вид:

$$(a) \begin{cases} x(t) = f(t); \\ y(t) = g(t); \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x(t) = \tilde{f}(t, u, v); \\ y(t) = \tilde{g}(t, u, v); \end{cases} \quad (1)$$

где t — время; (u, v) — управление объектом; u и v — скалярные функции времени. При этом функции $\tilde{f}$, $\tilde{g}$ являются известными, а функции f и g — неизвестными. В любой момент времени t объект может проводить измерения расстояний до цели:

$$r(t) = \sqrt{(f(t) - \tilde{f}(t, u, v))^2 + (g(t) - \tilde{g}(t, u, v))^2}.$$

Требуется организовать процесс измерения расстояний таким образом, чтобы, зная $r(t)$, найти траекторию цели (функции $f(t)$ и $g(t)$). При этом под организацией измерений понимается выбор соответствующего управления (u, v) .

В настоящей работе рассматривается частный случай задачи, когда f и g являются линейными функциями, а $\tilde{f}$ и $\tilde{g}$ — кусочно-линейными. Таким образом, цель движется по прямой с постоянной скоростью, а объект движется по ломаной, изменяя направления движения за счет изменения управления (u, v) , которое является кусочно-постоянной функцией времени.

Введем дополнительное ограничение: пусть процесс измерения дискретен. Тогда возникает задача о наименьшем числе измерений, позволяющем найти траекторию цели.

Итак, пусть траектория цели имеет вид

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + \alpha t; \\ y(t) = y_0 + \beta t; \end{cases} \quad (2)$$

где параметры x_0 , y_0 , α и β неизвестны, а траектория объекта описывается системой

$$\begin{cases} x(t) = \tilde{x}_0 + ut; \\ y(t) = \tilde{y}_0 + vt. \end{cases} \quad (3)$$

Пусть $r(t)$ измеряются в моменты времени $t = t_k = (k-1)\Delta$, где $0 < \Delta$ — заданная величина (шаг измерения), $k = 1, 2, \dots$. Пусть $\tilde{x}_0 = 0$, $\tilde{y}_0 = 0$. Тогда

$$r_k^2 = r^2(t_k) = (x_0 + (\alpha - u)(k-1)\Delta)^2 + (y_0 + (\beta - v)(k-1)\Delta)^2. \quad (4)$$

Пусть известны измеряемые величины $r(t_k) = r(t_k, u, v)$. Требуется найти управление (u, v) , при котором можно определить значения параметров цели: x_0 , y_0 , α и β .

При этом будем минимизировать число измерений.

Метод нахождения параметров траектории цели на основе семи измерений расстояний от объекта до цели

Решение задачи невозможно получить в случае, если объект будет неподвижен. Как показано в статье [18], из неподвижного положения можно получить несколько возможных траекторий движения цели. Кроме этого необходимым условием для получения решения, как будет показано далее, является двукратное изменение положения объекта.

Пусть для первых трех измерений при $t \in [0, 2\Delta]$ выбраны произвольные постоянные $u = u_1$, $v = v_1$ и $\tilde{x}_0 = 0$, $\tilde{y}_0 = 0$. Тогда траектория объекта задается системой

$$\begin{cases} x(t) = u_1 t; \\ y(t) = v_1 t; \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\Delta,$$

а измеряемые расстояния удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= x_0^2 + y_0^2; \\ r_2^2 &= (x_0 + (\alpha - u_1)\Delta)^2 + (y_0 + (\beta - v_1)\Delta)^2; \\ r_3^2 &= (x_0 + 2(\alpha - u_1)\Delta)^2 + (y_0 + 2(\beta - v_1)\Delta)^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Вычитая из второго равенства первое и из третьего второе, а затем вычитая из одной разности другую, получим следующее соотношение:

$$(\alpha - u_1)^2 \Delta^2 + (\beta - v_1)^2 \Delta^2 = \frac{1}{2}(r_1^2 - 2r_2^2 + r_3^2). \quad (6)$$

Далее изменим управление: пусть на промежутке $t \in [2\Delta, 4\Delta]$ управление (u_2, v_2) выбрано

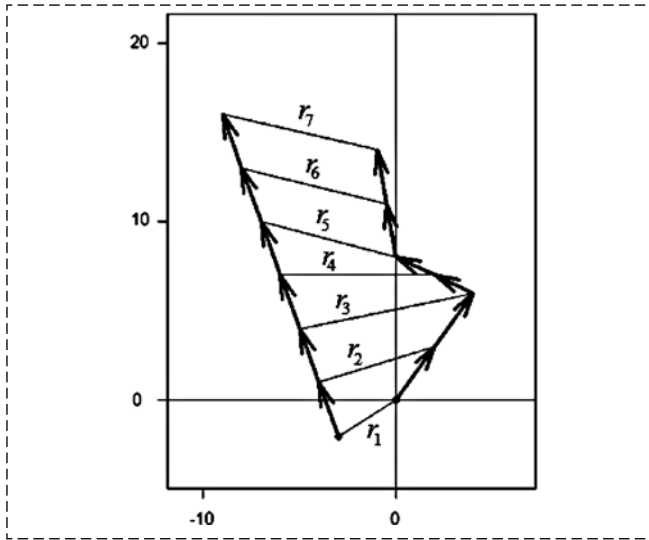


Рис. 1. Изменение траектории объекта

так, чтобы векторы (u_1, v_1) и (u_2, v_2) не были коллинеарны (рис. 1). Траектория объекта примет следующий вид:

$$\begin{cases} x(t) = 2\Delta u_1 + u_2 t; \\ y(t) = 2\Delta v_1 + v_2 t; \end{cases} \quad 2\Delta \leq t \leq 4\Delta. \quad (7)$$

Проведем еще два измерения расстояния r_4 , r_5 , удовлетворяющие соотношениям

$$\begin{aligned} r_4^2 &= ((2u_1 + u_2)\Delta - (x_0 + 3\Delta\alpha))^2 + \\ &+ ((2v_1 + v_2)\Delta - (y_0 + 3\Delta\beta))^2; \\ r_5^2 &= ((2u_1 + 2u_2)\Delta - (x_0 + 4\Delta\alpha))^2 + \\ &+ ((2v_1 + 2v_2)\Delta - (y_0 + 4\Delta\beta))^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Из соотношений (5) и (8) получаем

$$r_4^2 - r_3^2 = (u_2 - \alpha)\Delta((u_2 - u_1)\Delta - 2x_0 - 5(\alpha - u_1)\Delta) + (v_2 - \beta)\Delta((v_2 - v_1)\Delta - 2y_0 - 5(\beta - v_1)\Delta); \quad (9)$$

$$r_5^2 - r_4^2 = (u_2 - \alpha)\Delta(3(u_2 - u_1)\Delta - 2x_0 - 7(\alpha - u_1)\Delta) + (v_2 - \beta)\Delta(3(v_2 - v_1)\Delta - 2y_0 - 7(\beta - v_1)\Delta). \quad (10)$$

Вычтем из соотношения (10) соотношение (9) и получим

$$(\alpha - u_2)^2 \Delta^2 + (\beta - v_2)^2 \Delta^2 = \frac{1}{2}(r_5^2 - 2r_4^2 + r_3^2). \quad (11)$$

Вычитая из (11) соотношение (6), получим линейное уравнение для α и β :

$$\begin{aligned} &(\alpha - u)(u_2 - u_1)\Delta^2 + (\beta - v)(v_2 - v_1)\Delta^2 = \\ &= \frac{1}{2} \left((u_2 - u_1)^2 \Delta^2 + (v_2 - v_1)^2 \Delta^2 - \frac{r_5^2 - 2r_4^2 + 2r_2^2 - r_1^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Получим еще одно линейное уравнение относительно α и β . Для этого изменим еще раз вектор скорости объекта, положив $u = u_3$, $v = v_3$ при $t \in [4\Delta, 6\Delta]$ так, чтобы векторы (u_i, v_i) были попарно неколлинеарны для $i = 1, 2, 3$ (рис. 1). Тогда траектория объекта примет вид

$$\begin{cases} x(t) = 2\Delta u_1 + 4\Delta u_2 + u_3 t; \\ y(t) = 2\Delta v_1 + 4\Delta v_2 + v_3 t. \end{cases} \quad 4\Delta \leq t \leq 6\Delta. \quad (13)$$

Сделаем еще два измерения расстояний и найдем разности $r_6^2 - r_5^2$ и $r_7^2 - r_6^2$:

$$\begin{aligned} r_6^2 - r_5^2 &= (u_3 - \alpha)\Delta(4(u_2 - u_1)\Delta + (u_3 - u_1)\Delta - \\ &- 2x_0 - 9(\alpha - u_1)\Delta) + (v_3 - \beta)\Delta(4(v_2 - v_1)\Delta + \\ &+ (v_3 - v_1)\Delta - 2y_0 - 9(\beta - v_1)\Delta); \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} r_7^2 - r_6^2 &= (u_3 - \alpha)\Delta(4(u_2 - u_1)\Delta + 3(u_3 - u_1)\Delta - \\ &- 2x_0 - 11(\alpha - u_1)\Delta) + (v_3 - \beta)\Delta(4(v_2 - v_1)\Delta + \\ &+ 3(v_3 - v_1)\Delta - 2y_0 - 11(\beta - v_1)\Delta). \end{aligned} \quad (15)$$

Вычитая из соотношения (14) соотношение (15), получаем

$$(\alpha - u_3)^2 \Delta^2 + (\beta - v_3)^2 \Delta^2 = \frac{1}{2}(r_7^2 - 2r_6^2 + r_5^2). \quad (16)$$

Вычитая из соотношения (16) соотношение (6), получаем:

$$\begin{aligned} &(\alpha - u_1)(u_3 - u_1)\Delta^2 + (\beta - v_1)(v_3 - v_1)\Delta^2 = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{(u_3 - u_1)^2 \Delta^2 + (v_3 - v_1)^2 \Delta^2 -}{2} - \frac{r_7^2 - 2r_6^2 + r_5^2 - r_3^2 + 2r_2^2 - r_1^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, соотношения (12) и (17) образуют систему линейных уравнений относительно α и β :

$$\begin{cases} (\alpha - u_1)(u_2 - u_1)\Delta^2 + (\beta - v_1)(v_2 - v_1)\Delta^2 = \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{(u_2 - u_1)^2 \Delta^2 + (v_2 - v_1)^2 \Delta^2 -}{2} - \frac{r_5^2 - 2r_4^2 + 2r_2^2 - r_1^2}{2} \right); \\ (\alpha - u_1)(u_3 - u_1)\Delta^2 + (\beta - v_1)(v_3 - v_1)\Delta^2 = \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{(u_3 - u_1)^2 \Delta^2 + (v_3 - v_1)^2 \Delta^2 -}{2} - \frac{r_7^2 - 2r_6^2 + r_5^2 - r_3^2 + 2r_2^2 - r_1^2}{2} \right). \end{cases} \quad (18)$$

Найдя решение α^* , β^* системы (18), можно построить линейную систему для нахождения x_0 , y_0 , например, взяв в качестве уравнений выражение для $r_2^2 - r_1^2$, которое можно получить из со-

отношений (5), и равенство (9). В результате получаем систему

$$\begin{cases} (\alpha^* - u_1)\Delta x_0 + (\beta^* - v_1)\Delta y_0 = \\ = \frac{1}{2}(r_2^2 - r_1^2 - (\alpha^* - u_1)^2\Delta^2 - (\beta^* - v_1)^2\Delta^2); \\ (u_2 - \alpha^*)\Delta x_0 + (v_2 - \beta^*)\Delta y_0 = \\ = \frac{1}{2}\left((u_2 - \alpha^*)(u_2 + 4u_1 - 5\alpha^*)\Delta^2 + \right. \\ \left. + (v_2 - \beta^*)(v_2 + 4v_1 - 5\beta^*)\Delta^2 - r_4^2 + r_3^2\right). \end{cases} \quad (19)$$

Теорема 1. Для нахождения траектории цели (2) достаточно, чтобы траектория объекта имела вид (3), где $\tilde{x}_0 = \tilde{y}_0 = 0$, а управления задавались следующим образом:

$$\begin{aligned} (u(t), v(t)) &= (u_i, v_i), \\ t &\in [2(i-1)\Delta, 2i\Delta], i = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (20)$$

где (u_i, v_i) — постоянные, удовлетворяющие условиям

$$\begin{cases} (u_2 - u_1)(v_3 - v_1) - (u_3 - u_1)(v_2 - v_1) \neq 0; \\ (\alpha^* - u_1)(v_2 - \beta^*) - (\beta^* - v_1)(u_2 - \alpha^*) \neq 0, \end{cases} \quad (21)$$

где (α^*, β^*) — решение системы (18), и векторы (u_i, v_i) , $i = 1, 2, 3$, попарно неколлинеарны.

Доказательство. Неизвестные параметры x_0 , y_0 , α и β траектории цели (2) однозначно определяются решением систем (18) и (19). Система (18) имеет единственное решение при условии выполнения первого соотношения системы (21). Система (19) имеет единственное решение при условии выполнения второго соотношения системы (21).

Таким образом, при выполнении условия (21) задача определения траектории цели будет разрешима.

Рассмотрим следующий пример. Пусть $\Delta = 1$. Определим управление объектом следующим образом:

$$(u(t), v(t)) = \begin{cases} (2, 3), & 0 \leq t \leq 2; \\ (-2, 1), & 2 \leq t \leq 4; \\ (0, 5, 3), & 4 \leq t \leq 6. \end{cases}$$

Отметим, что построенное управление удовлетворяет условию попарной неколлинеарности и выполняется первое соотношение условия (21):

$$(u_2 - u_1)(v_3 - v_1) - (u_3 - u_1)(v_2 - v_1) = -5 \neq 0.$$

Пусть были проведены семь измерений расстояния до целевого объекта:

$$\begin{aligned} r_1^2 &= 13, r_2^2 = 40, r_3^2 = 85, r_4^2 = 64, \\ r_5^2 &= 53, r_6^2 = 60, 25, r_7^2 = 68. \end{aligned}$$

Тогда система (18) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} -4\alpha - 2\beta = -2; \\ -2, 5\alpha + 0\beta = 2, 5. \end{cases}$$

Решение системы $(\alpha^*, \beta^*) = (-1, 3)$. Отметим, что для полученного решения выполняется второе соотношение условия (21):

$$(\alpha^* - u_1)(v_2 - \beta^*) - (\beta^* - v_1)(u_2 - \alpha^*) = 6 \neq 0.$$

Система (20) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} -3x_0 + 0 \cdot y_0 = 9; \\ -1 \cdot x_0 - 2y_0 = 7. \end{cases}$$

Решение системы $(x_0^*, y_0^*) = (-3, -2)$.

Таким образом, траектория движения цели описывается следующей системой в координатной системе объекта:

$$\begin{cases} x(t) = -3 - t; \\ y(t) = -2 + 3t. \end{cases}$$

Следует отметить, что построенное управление (20), удовлетворяющее условиям попарной неколлинеарности, а также условию (21), определяются неоднозначно, что позволяет поставить дополнительные задачи, оптимизационные или связанные с нахождением требуемой траектории объекта. Например, можно находить управления, минимизирующие энергетические затраты или реализующие некоторую замкнутую траекторию объекта.

С точки зрения минимизации числа измерений описанное выше решение использует семь измерений для получения оценки параметров уравнения цели (2).

В работе [18] в качестве начальной точки и управлений предлагались следующие значения:

$$\begin{cases} \tilde{x}_0 = 0; \\ \tilde{y}_0 = 0; \\ (u_1, v_1) = (0, 0), & 0 \leq t \leq 2\Delta; \\ (u_2, v_2) = (w, 0), & 2\Delta \leq t \leq 3\Delta; \\ (u_3, v_3) = (0, w), & 3\Delta \leq t \leq 4\Delta, \end{cases}$$

где w — некоторое расстояние, на которое объект сможет переместиться за время Δ . Первые три измерения объект проводит из неподвижного состояния, четвертое — сместившись по оси OX на расстояние w , пятое — сместившись по оси OY на расстояние w . Для определения параметров траектории цели объекту при таком управлении и способе решения потребуется провести всего пять измерений. При этом выполнение расчетов связано с выполнением операций извлечения

квадратного корня, что оказывает влияние на точность решения и требует больших вычислительных мощностей. В представленном же алгоритме с семью измерениями все вычисления связаны с рациональными функциями.

Обобщая формулы (6), (11), (16), сформулируем утверждение.

Утверждение 1. Для любых двух различных прямых, задаваемых уравнениями

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + \alpha t; \\ y(t) = y_0 + \beta t; \end{cases} \quad \begin{cases} x(t) = \tilde{x}_0 + ut; \\ y(t) = \tilde{y}_0 + vt, \end{cases} \quad (22)$$

для любого промежутка времени $\Delta \neq 0$ и любого $k = 1, 2, \dots$ выполняется соотношение

$$(\alpha - u)^2 + (\beta - v)^2 = \frac{r_{k+2}^2 - 2r_{k+1}^2 + r_k^2}{2\Delta^2}, \quad (23)$$

где r_k задаются соотношениями (4).

Следствие из Утверждения 1. Зная полную информацию об одной из прямых (22) и не имея никакой информации о второй прямой, можно получить информацию о второй прямой, сделав только три последовательных измерения r_k, r_{k+1}, r_{k+2} между прямыми. Это означает, что четвертое измерение не принесет никакой дополнительной информации.

Нахождение параметров траектории цели в случае параллельного движения объекта и цели

Рассмотрим частный случай. Пусть объекту известно направление движения цели (угол наклона прямой к оси OX), и он движется параллельно цели, т. е. выполняется следующее соотношение:

$$\frac{u}{v} = \frac{\alpha}{\beta}. \quad (24)$$

При этом $\tilde{x}_0 = 0, \tilde{y}_0 = 0$. Пусть $\Delta = 1$ и проведены три измерения расстояния от объекта до цели: r_1, r_2, r_3 (рис. 2). Пусть d — расстояние, которое объект преодолевает между двумя измерениями, а l — расстояние, которое цель преодолевает между двумя измерениями. Значение d известно, значение l неизвестно.

Из соотношений (23) и (24) получаем выражения для α и β :

$$\begin{aligned} \alpha &= u \left(1 \pm \sqrt{\frac{r_1^2 - 2r_2^2 + r_3^2}{2(u^2 + v^2)}} \right); \\ \beta &= v \left(1 \pm \sqrt{\frac{r_1^2 - 2r_2^2 + r_3^2}{2(u^2 + v^2)}} \right). \end{aligned} \quad (25)$$

Тогда нетрудно показать, что координаты начальной точки (x_0, y_0) имеют вид

$$\begin{aligned} x_0 &= \pm u \sqrt{\frac{A}{u^2 + v^2}} \pm v \sqrt{\frac{r_1^2 - A}{u^2 + v^2}}; \\ y_0 &= \frac{v}{u} x_0 \pm \sqrt{(r_1^2 - A) \frac{u^2 + v^2}{u^2}}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\text{где } A = \frac{3r_1^2 - 4r_2^2 + r_3^2}{4(r_1^2 - 2r_2^2 + r_3^2)}.$$

На самом деле формулы (26) дают восемь значений (x_0, y_0) , но только четыре из них удовлетворяют измеренным расстояниям r_2 и r_3 .

Для выбора единственной начальной точки необходимо сделать еще одно измерение расстояния, изменив траекторию движения целевого объекта. Одним из вариантов изменения траектории является поворот на 90° (рис. 3).

Таким образом, для параллельного движения базового и целевого объектов для получения полной информации о траектории целевого объ-

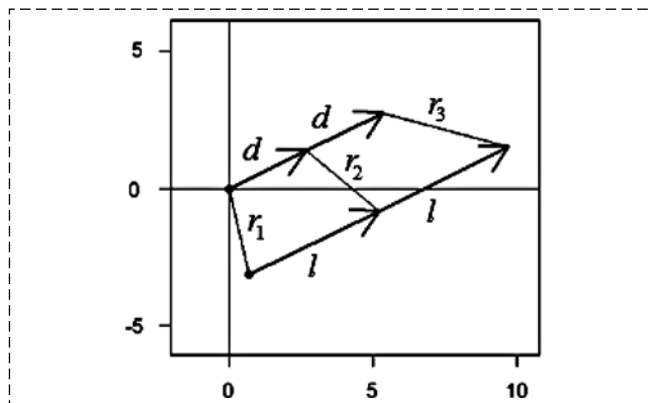


Рис. 2. Три измерения расстояния от объекта до цели через промежутки времени $\Delta = 1$

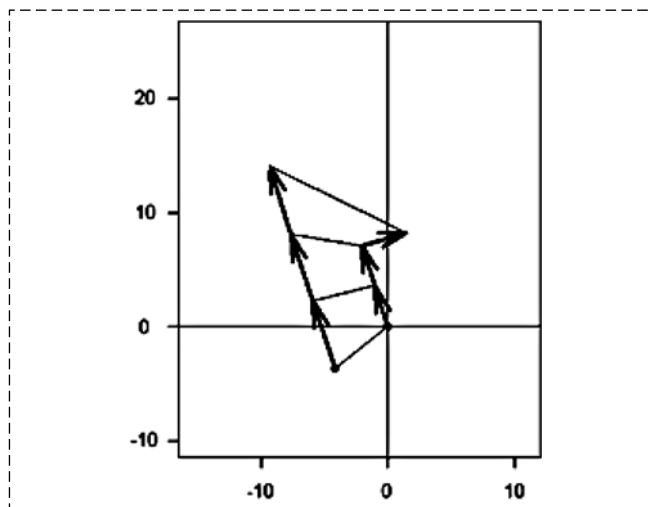


Рис. 3. Четыре измерения расстояния от объекта до цели через равные промежутки времени с изменением траектории движения объекта

екта достаточно сделать четыре измерения расстояния между объектами.

Если траектория движения базового объекта после поворота описывается уравнением

$$\begin{cases} x(t) = 2u\Delta + vt; \\ y(t) = 2v\Delta - ut; \end{cases} \quad 2\Delta \leq t \leq 4\Delta, \quad (27)$$

то для нахождения неизвестных α , β , x_0 , y_0 можно воспользоваться выражением (23), которое сначала применим к прямым (2) и (3), а потом к прямым (2) и (27).

Вычитая одно выражение из другого, получим линейное соотношение, связывающее α и β :

$$\begin{aligned} 2(\alpha - u)(u - v) + 2(\beta - v)(u + v) = \\ = \frac{r_5^2 - 2r_4^2 + 2r_2^2 - r_1^2}{2\Delta^2} - (u - v)^2 - (u + v)^2. \end{aligned} \quad (28)$$

Используя соотношение (24), получим решение (α^*, β^*) системы (24), (28):

$$\begin{aligned} \alpha^* &= \frac{u}{4\Delta^2(u^2 + v^2)}(r_5^2 - 2r_4^2 + 2r_2^2 - r_1^2); \\ \beta^* &= \frac{v}{4\Delta^2(u^2 + v^2)}(r_5^2 - 2r_4^2 + 2r_2^2 - r_1^2). \end{aligned} \quad (29)$$

Зная α^* и β^* , линейную зависимость между x_0 и y_0 можно найти из соотношения

$$\begin{aligned} r_1^2 - r_2^2 = 2\Delta(\alpha^* - u)x_0 + 2\Delta(\beta^* - v)y_0 + \\ + \Delta^2(\alpha^* - u)^2 + \Delta^2(\beta^* - v)^2. \end{aligned} \quad (30)$$

Из аналогичного соотношения для r_4 и r_5 можно получить вторую линейную зависимость между x_0 и y_0 :

$$\begin{aligned} r_5^2 - r_4^2 = \\ = \Delta(\alpha^* - v)(2x_0 + 7\alpha^*\Delta - 4u\Delta - 3v\Delta) + \\ + \Delta(\beta^* + u)(2y_0 + 7\beta^*\Delta - 4v\Delta + 3u\Delta). \end{aligned} \quad (31)$$

Решив полученную линейную относительно x_0 и y_0 систему (30), (31), получим решение (x_0^*, y_0^*) .

Единственное решение будет существовать при условии

$$\begin{cases} \alpha - u \neq 0; \\ (\alpha - v)(\beta - v) - (\beta + u)(\alpha - u) \neq 0. \end{cases} \quad (32)$$

Если нарушается первое условие системы (32), то это означает, что объекты движутся с одинаковыми скоростями, и $r_1 = r_2 = r_3$. В этом случае α и β являются известными, а для того чтобы найти x_0 и y_0 , необходимо изменить скорость движения базового объекта.

Легко доказать, что второе условие системы (32) будет выполняться всегда, если выполняется первое условие. Действительно, из соотношения

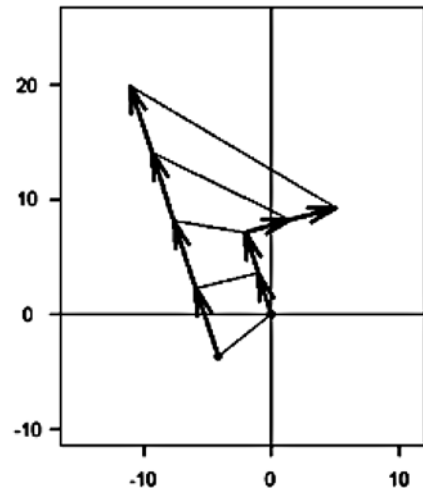


Рис. 4. Пять измерений расстояния от объекта до цели через равные промежутки времени с изменением траектории движения объекта

(24) выразим β и подставим во второе выражение системы (32):

$$\begin{aligned} (\alpha - v)\left(\frac{v}{u}\alpha - v\right) - \left(\frac{v}{u}\alpha + u\right)(\alpha - u) = \\ = u^2 + v^2 - \alpha\left(\frac{v^2 + u^2}{u}\right) = (v^2 + u^2)\left(1 - \frac{\alpha}{u}\right). \end{aligned} \quad (33)$$

Не снижая общности, предполагаем, что $u \neq 0$, тогда первая скобка в правой части выражения (33) не обращается в ноль. Тогда выражение (33) может обратиться в ноль только при равенстве нулю второй скобки, а это возможно, только когда $\alpha = u$. Таким образом, если выполняется первое условие соотношения (32), то выполняется и второе соотношение.

Таким образом, при параллельном движении объекта и цели для получения полной информации о траектории цели достаточно сделать четыре измерения расстояния между объектами r_i , $i = 1, 2, 3, 4$.

При выполнении расчета по формулам (29)–(31) потребуются больше времени на решение задачи определения параметров уравнения траектории цели, так как надо будет сделать четыре перемещения (рис. 4), при этом после второго перемещения расстояние можно не измерять.

Заключение

В общем случае при движении цели с неизвестной постоянной скоростью по неизвестной прямолинейной траектории оценки параметров уравнения ее движения можно получить с помощью семи измерений расстояний до цели, дважды меняя направление движения, т. е. применяя управления (u_1, v_1) , (u_2, v_2) и (u_3, v_3) , где векторы (u_i, v_i) попарно неколлинеарны. В работе [18] был

предложен другой подход к решению задачи, который позволяет решить задачу всего за пять измерений.

Также были получены результаты для частного случая параллельного движения цели и объекта. В общем случае для получения единственного решения задачи требуется выполнить не менее пяти измерений, однако, если использовать подход на основе сравнения нового измерения с ранее выполненными расчетами, то решение задачи может быть получено за четыре измерения.

И в том и в другом случаях наименьшее число измерений достигается за счет получения нескольких вариантов решения с последующим отсечением неправильных вариантов на основе получения новых измерений. При этом получение нескольких вариантов сопряжено с выполнением операций извлечения квадратного корня, что оказывает влияние на точность решения и требует больших вычислительных мощностей.

Представленные в статье результаты могут быть использованы для позиционирования объектов в условиях отсутствия какой-либо информации о внешней среде на основе последовательных измерений расстояний между объектами.

При этом следует отметить, что представленный подход дает точное решение при условии высокой точности проведения измерений расстояний. На практике на точность измерений оказывает влияние большое число факторов. Поэтому следующим этапом является исследование зависимости точности определения параметров уравнения движения цели от точности получаемых измерений.

Список литературы

1. Отческий С. А., Бурдинский И. Н. Алгоритм пост-триангуляционной коррекции координат автономного обитаемого подводного аппарата // Труды СПИИРАН. 2016. Вып. 2 (45). С. 190–206.
2. Akcan H., Evrendilek C. (2012) GPS-free directional localization via dual wireless radios // Computer Communications. Vol. 35. P. 1151–1163.
3. Fernandes A., Couceiro M. S., Portugal D., Machado Santos J., Rocha R. P. (2015) Ad Hoc Communication in Teams

of Mobile Robots Using ZigBee Technology // Computer Applications in Engineering Education. Vol 23, Iss. 5. P. 733–745.

4. Betke M., Gurvits L. (1997) Mobile Robot Localization Using Landmarks // IEEE Transactions on Robotics and Automation. Vol. 13, N. 2. P. 251–263.

5. Малодушев С. В., Рогов А. А. Определение локации в корпоративных Wi-Fi сетях // Вестник ЮУрГУ. Сер. Матем. моделирование и программирование. 2016. № 9. С. 92–104.

6. Кучин И. Ю., Иксанов Ш. Ш., Рождественский С. К., Коряков А. Н. Разработка системы позиционирования и контроля объектов с помощью беспроводной технологии Wi-Fi // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2015. № 3 (60). С. 130–146.

7. JaeGu Lee, Jin Kim, Seon Woo Lee and Young Woong Ko (2017) A Location Tracking System using BLE Beacon Exploiting a Double-Gaussian Filter // KSII Transactions on Internet and Information Systems. Vol. 11, N. 2. P. 1162–1179. DOI: 10.3837/tiis.2017.02.031

8. Vincent Pierlot, Marc Van Droogenbroeck. A New Three Object Triangulation Algorithm for Mobile Robot Positioning // Robotics IEEE Transactions on Robotics. 2014. Vol. 30. P. 566–577.

9. Doiphode S., Tiwari S. L. R., Mumbai S. S. Survey of Indoor Positioning Measurements, Methods and Techniques // International Journal of Computer Applications. 2016. Vol. 140, N. 7.

10. Buniyamin N., Wan Ngah W. A. J., Sariff N., Mohamad Z. A simple local path planning algorithm for autonomous mobile robots // International journal of systems applications, engineering and development. 2011. Vol. 5. Iss. 2. P. 151–159.

11. Hager G. D. A Modular System for Robust Positioning Using Feedback from Stereo Vision // IEEE Transactions on robotics and automation. 1997. Vol. 13, N. 4. P. 582–595.

12. Spletzer J. R., Fierro R. Optimal Positioning Strategies for Shape Changes in Robot Teams // Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation Barcelona. 2005. P. 754–759.

13. Cai F., Cui J. Moving Target Tracking Based on Kalman Algorithm // Journal of engineering science and technology review. 2014. Vol. 7, N. 1. P. 148–153.

14. Zupanec Z., Ricciato F., Sajn L. Trajectory estimation of a moving target from Ultra-wideband ranging measurements // Elektrotehnicki vestnik. Vol. 83, N. 5. P. 236–242.

15. Zhang M., Liu H. H. T. Vision-based tracking and estimation of ground moving target using unmanned aerial vehicle // Proceedings of the American control conference. Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA. 2010. P. 696–6973.

16. Parker L. E. Distributed algorithms for multi-robot observation of multiple moving targets — Autonomous robots. 2002. Vol. 12, N. 3. P. 1–30.

17. Chaudhary G., Sinha A. Capturing a target with range only measurement // Proceedings of the European Control Conference (ECC), Zurich, Switzerland. 2013. P. 4400–4405.

18. Шеголева Л. В., Жуков А. В. Задача позиционирования движущегося объекта по расстоянию до него // Труды Карельского научного центра РАН. 2016. № 8. С. 129–135.

19. Matveev A. S., Teimoori H., Savkin A. V. Range-only measurements based target following for wheeled mobile robots // Automatica. 2011. Vol. 47. P. 177–184.

The Method of Controlling an Object Identifying Trajectory Parameters of a Rectilinearly Moving Target on the Base of the Distances to it

A. N. Kirillov^{1, 2}, kirillov@krc.karelia.ru, L. V. Shchegoleva², schegoleva@petrsu.ru,

¹ Institute of Applied Mathematical Research of Karelian Research Centre Russian Academy of Sciences,

² Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, Russian Federation,

Corresponding author: Kirillov Alexander N., Ph. D., Dr. Sci., Leading Researcher Institute of Applied Mathematical Research of Karelian Research Centre Russian Academy of Sciences; Professor Department of Mathematical Analysis of Institute of Mathematics and Information Technologies of Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, Russian Federation, e-mail: kirillov@krc.karelia.ru

The article deals with the problem of object control in order to determine the parameters of the moving target trajectory. We consider the conditions under which a locality map is unknown and there are no external landmarks. There is no available target position information except for non-directional measurements of the distance between an object and a target. Such conditions can arise, for example, in the case of using Wi-Fi or radio signals, when by means of a signal strength the distance to a signal source can be determined, while the direction in which a signal source is located remains unknown. A general statement of the control problem is given. The solution of the problem in a particular case of rectilinear motion of a target and a piecewise linear motion of an object is proposed. It is proved that the estimations of the parameters of target motion can be obtained by using not less than 7 measurements of distances to a target. In addition, in the measurement process, an object twice has to change the direction of its motion at least two times. An immovable object cannot determine the trajectory of a target. The method of object control which enables to determine the parameters of a target trajectory is proposed. The conditions of control existence are obtained. It is also shown that in a special case of a parallel movement of a target and an object not less than 4 measurements are needed to determine target trajectory parameters. The problem solution time corresponding to different methods of solution is estimated. The results of research can be used in the robot control problem, particularly, in the problem of robot gathering. The presented approach gives an exact solution under condition of high accuracy of distance measuring. In practice, the accuracy of measurements is influenced by a large number of factors. Therefore, a challenging problem is to study the dependence of the target trajectory parameters problem solution on the accuracy of distance measurements.

Keywords: control, positioning, distance between points, trajectory, number of measurements, parallel motion, dynamic system

For citation:

Kirillov A. N., Shchegoleva L. V. The Method of Controlling an Object Identifying Trajectory Parameters of a Rectilinearly Moving Target on the Base of the Distances to it, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 5, pp. 298–305.

DOI: 10.17587/mau.19.298-305

References

1. **Otcheskii S. A., Burdinsky I. N.** *Algoritm posttriangulatsionnoy korrektsii koordinat avtonomnogo neobitaemogo podvodnogo apparata* (The Post Triangulation Algorithm for Coordinate Correction of an Autonomous Underwater Vehicle), *Trudy SPIIRAN*, 2016, iss. 2 (45), pp. 190–206 (in Russian).
2. **Akcan H., Evrendilek C.** GPS-free directional localization via dual wireless radios, *Computer Communications*, 2012, vol. 35, pp. 1151–1163.
3. **Fernandes A., Couceiro M. S., Portugal D., Machado Santos J., Rocha R. P.** Ad Hoc Communication in Teams of Mobile Robots Using ZigBee Technology, *Computer Applications in Engineering Education*, 2015, vol. 23, iss. 5, pp. 733–745.
4. **Betke M., Gurvits L.** Mobile Robot Localization Using Landmarks, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1997, vol. 13, no. 2, pp. 251–263.
5. **Malodushev S. V., Rogov A. A.** *Opredelenie lokatsii v korporativnykh Wi-Fi setyah* (Locating in corporate Wi-Fi networks), *Vestnik UUrGU, Ser. Mat. Modeling and Programming*, 2016, no. 9, pp. 92–104. (In Russian).
6. **Kuchin I. Yu., Iksanov Sh. Sh., Rozhdestvenskiy S. K., Koryakov A. N.** *Razrabotka sistemy pozicionirovaniya i kontrolya ob'ektov s pomoshch'yu besprovodnoy tehnologii Wi-Fi* (Development of positioning and object control facilities by using Wi-Fi technologies), *Nauchnyy Vestnik Novosibirskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta*, 2015, no. 3 (60), pp. 130–146 (in Russian).
7. **Lee J., Kim J., Lee S. and Ko Y.** A Location Tracking System using BLE Beacon Exploiting a Double-Gaussian Filter, *KSII Transactions on Internet and Information Systems*, 2017, vol. 11, no. 2, pp. 1162–1179.
8. **Pierlot V., Van Droogenbroeck M.** A New Three Object Triangulation Algorithm for Mobile Robot Positioning, *Robotics IEEE Transactions on Robotics*, 2014, vol. 30, pp. 566–577.
9. **Doiphode S., Tiwari S. L. R., Mumbai S. S.** Survey of Indoor Positioning Measurements, Methods and Techniques, *International Journal of Computer Applications*, 2016, vol. 140, no. 7.
10. **Buniamin N., Wan Ngah W. A. J., Sariff N., Mohamad Z.** A simple local path planning algorithm for autonomous mobile robots, *International Journal of Systems Applications, Engineering and Development*, 2011, vol. 5, Iss. 2, pp. 151–159.
11. **Hager G. D.** A Modular System for Robust Positioning Using Feedback from Stereo Vision, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1997, vol. 13, no. 4, pp. 582–595.
12. **Spletzer J. R., Fierro R.** Optimal Positioning Strategies for Shape Changes in Robot Teams, *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation Barcelona*, Spain, 2005, pp. 754–759.
13. **Cai F., Cui J.** Moving Target Tracking Based on Kalman Algorithm, *Journal of Engineering Science and Technology Review*, 2014, vol. 7, no. 1, pp. 148–153.
14. **Zupanec Z., Ricciato F., Sajn L.** Trajectory estimation of a moving target from Ultra-wideband ranging measurements, *Elektrotehniski Vestnik*, 2016, vol. 83, no. 5, pp. 236–242.
15. **Zhang M., Liu H. H. T.** Vision-based tracking and estimation of ground moving target using unmanned aerial vehicle, *Proceedings of the American control conference*, Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA, 2010, pp. 696–6973.
16. **Parker L. E.** Distributed algorithms for multi-robot observation of multiple moving targets, *Autonomous Robots*, 2002, vol. 12, no. 3, pp. 1–30.
17. **Chaudhary G., Sinha A.** Capturing a target with range only measurement, *Proceedings of the European Control Conference (ECC)*, Zurich, Switzerland., 2013, pp. 4400–4405.
18. **Shchegoleva L. V., Zhukov A. V.** *Zadacha pozicionirovaniya dvizhushhegosya ob'ekta po rasstoianiju do nego* (The task of positioning the moving object by means of the measuring of distances), *Trudy Karelskogo NC RA*, 2016, no. 8, pp. 129–135 (in Russian).
19. **Matveev A. S., Teimoori H., Savkin A. V.** Range-only measurements based target following for wheeled mobile robots, *Automatica*, 2011, vol. 47, pp. 177–184.

Ф. Г. Гаращенко, д-р техн. наук, проф., fedirf47@gmail.com,
В. Т. Матвиенко, канд. физ.-мат. наук, доц., matvienko.vt@gmail.com,
Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко, г. Киев

Адаптивная аппроксимация сигналов

При решении ряда важных прикладных задач необходимо проводить аппроксимацию экспериментальных данных. В работе рассматривается задача адаптивной аппроксимации данных. Предложена общая итерационная схема. Эта процедура имеет два цикла: внутренний и внешний. Внешний цикл предусматривает изменение структуры базисных функций, их наращивание при необходимости. Внутренний цикл уточняет параметры аппроксимации по мере поступления экспериментальных данных. Предложенная схема базируется на форме представления псевдообратного оператора.

Ключевые слова: адаптивная аппроксимация, динамическая система, оптимизация, псевдоинверсия, итерационная схема, вычислительный эксперимент, сходимость

Введение

Эффективным методом аппроксимации измеряемых сигналов является их приближение линейными комбинациями базисных функций [1–4]. Неизвестные параметры можно определять на основе методов псевдообращения, составив при этом соответствующую систему линейных алгебраических уравнений. При этом учитывается следующее:

- как правило, информация о сигнале поступает в реальном времени;
- сами базисные функции и их число, которое необходимо взять для аппроксимации, неизвестны.

Задача состоит в том, чтобы разработать алгоритмы аппроксимации экспериментальных данных, с помощью которых можно было бы уточнять параметры аппроксимации, а не переувеличивать их на каждом этапе в полном объеме. Это позволяет значительно быстрее решать сложные задачи информатики и прикладной математики.

В данной работе для аппроксимации экспериментальных данных рассматривается общая итерационная схема. Предложенная схема — это динамическая система разностных уравнений, которая записана относительно искомым параметров. Схема включает два этапа: внутренний и внешний. Внешний этап предусматривает изменение структуры базисных функций, их наращивание по мере необходимости. Внутренний — уточняет параметры аппроксимации по мере поступления экспериментальных данных. Сколько необходимо брать измерений для внутреннего этапа и как долго необходимо наращивать систему базисных функций — это проблема, которую можно решить при рассмотрении конкретных задач. Особенно хотелось бы обратить внимание на то, что для анализа устойчивости аппроксимации можно использовать методы практической устойчивости динамических систем.

Постановка задачи

Предположим, что измеряется в некоторые моменты

$$t_0 \leq t_{1,1} < t_{1,2} < \dots < t_{1,n_1} < t_{2,1} < t_{2,2} < \dots \\ \dots < t_{2,n_2} < t_{3,1} < \dots < t_{N,1} < t_{N,2} < \dots < t_{N,n_N} \leq T$$

скалярная величина $x(t)$, значит, нам известны значения

$$\begin{aligned} x_{1,1} &= x(t_{1,1}), x_{1,2} = x(t_{1,2}), \dots, x_{1,n_1} = x(t_{1,n_1}), \\ x_{2,1} &= x(t_{2,1}), x_{2,2} = x(t_{2,2}), \dots, x_{2,n_2} = x(t_{2,n_2}), \\ x_{3,1} &= x(t_{3,1}), \dots, x_{N,1} = x(t_{N,1}), x_{N,2} = x(t_{N,2}), \dots, \\ x_{N,n_N} &= x(t_{N,n_N}). \end{aligned} \quad (1)$$

Задача состоит в том, чтобы аппроксимировать с заданной точностью ϵ поступающий в реальном режиме времени сигнал с помощью системы базисных функций

$$\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)$$

в виде линейной комбинации

$$x(t) \approx \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi_i(t). \quad (2)$$

При этом n может варьироваться от 1 до M . Важно асимптотическое изучение модели ($M \rightarrow \infty$).

Параметры аппроксимации $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ будем определять, учитывая тот факт, что число базисных функций и размер выборки данных являются неизвестными для достижения указанной точности. Для вычисления коэффициентов α_i будем рассматривать систему уравнений

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi_i(t_{k,j_k}) = x_{k,j_k}, \quad k = \overline{1, N}, \quad j_k = \overline{1, m_k}, \quad m_k \leq n_k, \quad (3)$$

где m_k может принимать значения от 1 до n_k в зависимости от номера k , т.е. n_k — заранее заданные ограничения на число измерений на k -й итерации оценки параметров.

В описанной модели при использовании всех базисных функций и измерений получим систему высокой размерности, что значительно усложняет вычислительную процедуру. Поэтому для определения параметров модели $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ запишем динамическую разностную систему.

Перепишем систему (3) в векторно-матричной форме. Для этого введем обозначения

$$\mathbf{A}^{(n, m_k)} = \begin{pmatrix} \varphi_1(t_{k,1}) & \varphi_2(t_{k,1}) & \dots & \varphi_n(t_{k,1}) \\ \varphi_1(t_{k,2}) & \varphi_2(t_{k,2}) & \dots & \varphi_n(t_{k,2}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_1(t_{k,m_k}) & \varphi_2(t_{k,m_k}) & \dots & \varphi_n(t_{k,m_k}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{a}_1^{(n)})^T \\ (\mathbf{a}_2^{(n)})^T \\ \vdots \\ (\mathbf{a}_{m_k}^{(n)})^T \end{pmatrix} -$$

матрица размерности $m_k \times n$;

$(\mathbf{b}^{(m_k)})^T = (x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,m_k})$ — m_k -мерный вектор измеряемых данных;

$(\boldsymbol{\alpha}_m^{(n)})^T = (\alpha_{m,1}, \alpha_{m,2}, \dots, \alpha_{m,n})$ — вектор неизвестных параметров размерности n (здесь и далее буквой T будем обозначать операцию транспонирования).

Тогда систему (3) можно записать в виде

$$\mathbf{A}^{(n, m_k)} \boldsymbol{\alpha}_{m_k}^{(n)} = \mathbf{b}^{(m_k)}. \quad (4)$$

Решение системы (4) можно представить через псевдообратную матрицу $\mathbf{A}^{(n, m_k)+}$ размерности $n \times m_k$:

$$\boldsymbol{\alpha}_{m_k}^{(n)} = \mathbf{A}^{(n, m_k)+} \mathbf{b}^{(m_k)}.$$

Далее алгоритм предусматривает разбиение на два этапа: внешний и внутренний с соответствующими индексами циклов i и j_k . На этих этапах циклов увеличиваем систему базисных функций или измерений в целях уточнения параметров аппроксимации. Работа алгоритма прекращается при выполнении одного из нескольких условий:

- достигнута заданная точность ε ;
- невозможно добавлять базисные функции или наращивать экспериментальные данные.

Предположим, что условия задачи требуют добавления базисных функций на внешнем этапе и измерений — на внутреннем.

Тогда, расширив систему благодаря еще одной точке экспериментальных данных x_{k, m_k+1} на внутреннем этапе, систему (3) можно записать в виде

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi_i(t_{k, j_k}) = x_{k, j_k}, \quad (5)$$

$$k = \overline{1, N}, \quad j_k = \overline{1, m_k + 1}, \quad m_k + 1 \leq n_k.$$

Перепишав систему (5) в векторно-матричной форме, получим

$$\mathbf{A}^{(n, m_k+1)} \boldsymbol{\alpha}_{m_k+1}^{(n)} = \mathbf{b}^{(m_k+1)}, \quad (6)$$

где

$$\mathbf{A}^{(n, m_k+1)} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(n, m_k)} \\ (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(n, m_k)} \\ \varphi_1(t_{k, m_k+1}) \quad \varphi_2(t_{k, m_k+1}) \quad \dots \quad \varphi_n(t_{k, m_k+1}) \end{pmatrix} - \text{матрица}$$

размерности $(m_k + 1) \times n$; $\mathbf{b}^{(m_k+1)} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}^{(m_k)} \\ x_{k, m_k+1} \end{pmatrix}$ — $(m_k + 1)$ -мерный вектор свободных членов; $\boldsymbol{\alpha}_{m_k+1}^{(n)}$ — вектор искомых параметров размерности n на $(m_k + 1)$ -й итерации.

Решение системы (6) можно записать, используя псевдообратную матрицу $(\mathbf{A}^{(n, m_k+1)})^+$:

$$\boldsymbol{\alpha}_{m_k+1}^{(n)} = (\mathbf{A}^{(n, m_k+1)})^+ \mathbf{b}^{(m_k+1)}. \quad (7)$$

Поскольку матрицу $(\mathbf{A}^{(n, m_k+1)})^+$ можно выразить через псевдообратную и проекционные матрицы на m_k -й итерации, то для поиска вектора искомых параметров запишем итерационную схему.

Для адаптивной коррекции вектора неизвестных параметров при последовательном наращивании измеряемых данных имеет место итерационная схема

$$\boldsymbol{\alpha}_{m_k+1}^{(n)} = \mathbf{L}_{m_k}^{(n, n)} \boldsymbol{\alpha}_{m_k}^{(n)} + \boldsymbol{\Psi}_{m_k}^{(n)}, \quad m_k = 1, 2, \dots \quad (8)$$

со следующими начальными условиями:

$$\boldsymbol{\alpha}_1^{(n)} = \frac{\mathbf{b}^{(1)} (\mathbf{A}^{(n, 1)})^T}{\mathbf{A}^{(n, 1)} (\mathbf{A}^{(n, 1)})^T} = \frac{\mathbf{b}^{(1)} \mathbf{a}_1^{(n)}}{(\mathbf{a}_1^{(n)})^T \mathbf{a}_1^{(n)}}.$$

Из представления псевдообратной матрицы [5] следует запись линейной разностной схемы (8). Для этого необходимо представить матрицу $(\mathbf{A}^{(n, m_k+1)})^+$ через матрицу $(\mathbf{A}^{(n, m_k)})^+$ и проекционные матрицы $\mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n, m_k)}) = \mathbf{E}_n - (\mathbf{A}^{(n, m_k)})^+ \mathbf{A}^{(n, m_k)}$, $\mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n, m_k)}) = \mathbf{A}^{(n, m_k)} (\mathbf{A}^{(n, m_k)})^{+T}$ на m_k -й итерации.

Приведем формулы для вычисления матрицы $\mathbf{L}_{m_k}^{(n, n)}$ и вектора $\boldsymbol{\Psi}_{m_k}^{(n)}$ [5—8].

Случай 1. Предположим, что для матрицы $\mathbf{A}^{(n, m_k)}$ имеет место выражение

$$\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)T} \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n, m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)} > 0.$$

Тогда матрица $\mathbf{L}_{m_k}^{(n, n)}$ и вектор $\boldsymbol{\Psi}_{m_k}^{(n)}$ размерностей $n \times n$ и n соответственно имеют вид (с учетом представления псевдообратной матрицы)

$$\mathbf{L}_{m_k}^{(n,n)} = \left(\mathbf{E}_n - \frac{\mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)}}{(\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)}} (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \right);$$

$$\Psi_{m_k}^{(n)} = \frac{\mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)}}{(\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)}} x_{k,m_k+1},$$

где $\mathbf{E}_n$ — единичная матрица размерности n .

Для этого случая проекционные матрицы $\mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k+1)})$ и $\mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k+1)})$ вычисляются итерационно по следующим формулам [5]:

$$\mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k+1)}) = \mathbf{Z} \left(\begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(n,m_k)} \\ (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \end{pmatrix} \right) =$$

$$= \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) - \frac{\mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)} (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)})}{(\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)}}; \quad (9)$$

$$\mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k+1)}) = \mathbf{R} \left(\begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(n,m_k)} \\ (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \end{pmatrix} \right) =$$

$$= \mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) - \frac{\mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)} (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k)})}{(\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)}} -$$

$$- \frac{\mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)} (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)})}{(\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)}} +$$

$$+ \frac{\mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)} (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)})}{((\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^2} \times$$

$$\times (1 + (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)}).$$

Случай 2. Если для матрицы $\mathbf{A}^{(n,m_k)}$ выполняется равенство

$$(\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)} = 0,$$

то матрица $\mathbf{L}_{m_k}^{(n,n)}$ и вектор $\Psi_{m_k}^{(n)}$ вычисляются по формулам

$$\mathbf{L}_{m_k}^{(n,n)} = \left(\mathbf{E}_n - \frac{\mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)} (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T}{1 + (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)}} \right);$$

$$\Psi_{m_k}^{(n)} = \frac{\mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)}}{1 + (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)}} x_{k,m_k+1}.$$

Проекционные операторы в этом случае вычисляются следующим образом:

$$\mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k+1)}) = \mathbf{Z} \left(\begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(n,m_k)} \\ (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \end{pmatrix} \right) = \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}); \quad (11)$$

$$\mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k+1)}) = \mathbf{R} \left(\begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(n,m_k)} \\ (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \end{pmatrix} \right) =$$

$$= \mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) - \frac{\mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)} (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k)})}{1 + (\mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)})^T \mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,m_k)}) \mathbf{a}_{m_k+1}^{(n)}}. \quad (12)$$

По определению, проекционные матрицы $\mathbf{Z}(\mathbf{A})$ и $\mathbf{R}(\mathbf{A})$ для матрицы $\mathbf{A}$ определяются по формулам

$$\mathbf{Z}(\mathbf{A}) = \mathbf{E}_n - \mathbf{A}^+ \mathbf{A}, \quad \mathbf{R}(\mathbf{A}) = \mathbf{A}^+ (\mathbf{A}^+)^T. \quad (13)$$

Согласно выражениям (13), для итерационного вычисления матриц (9), (10) и (11), (12), необходимо сначала вычислить $\mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,1)})$ и $\mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,1)})$ по формулам

$$\mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n,1)}) = \mathbf{Z}((\mathbf{a}_1^{(n)})^T) = \mathbf{E}_n - \frac{(\mathbf{A}^{(n,1)})^T \mathbf{A}^{(n,1)}}{(\mathbf{A}^{(n,1)} (\mathbf{A}^{(n,1)})^T)^2} =$$

$$= \mathbf{E}_n - \frac{\mathbf{a}_1^{(n)} (\mathbf{a}_1^{(n)})^T}{((\mathbf{a}_1^{(n)})^T \mathbf{a}_1^{(n)})^2};$$

$$\mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n,1)}) = \mathbf{R}((\mathbf{a}_1^{(n)})^T) = (\mathbf{A}^{(n,1)})^+ ((\mathbf{A}^{(n,1)})^+)^T =$$

$$= ((\mathbf{a}_1^{(n)})^T)^+ ((\mathbf{a}_1^{(n)})^T)^+{}^T = \frac{(\mathbf{A}^{(n,1)})^T}{\mathbf{A}^{(n,1)} (\mathbf{A}^{(n,1)})^T} \frac{\mathbf{A}^{(n,1)}}{(\mathbf{A}^{(n,1)} (\mathbf{A}^{(n,1)})^T)} =$$

$$= \frac{\mathbf{a}_1^{(n)}}{(\mathbf{a}_1^{(n)})^T \mathbf{a}_1^{(n)}} \frac{(\mathbf{a}_1^{(n)})^T}{(\mathbf{a}_1^{(n)})^T \mathbf{a}_1^{(n)}} = \frac{\mathbf{a}_1^{(n)} (\mathbf{a}_1^{(n)})^T}{((\mathbf{a}_1^{(n)})^T \mathbf{a}_1^{(n)})^2}.$$

Итерационную схему (8) можно исследовать на сходимость с помощью аналога второго метода Ляпунова для разностных уравнений. При этом будем считать, что $\bar{\alpha}$ — решение поставленной задачи, т. е. $\alpha_{m_k}^{(n)} \rightarrow \bar{\alpha}$ при $m_k \rightarrow \infty$. Тогда, сделав замену

$$\alpha_{m_k}^{(n)} = \mathbf{y}_{m_k}^{(n)} + \bar{\alpha},$$

систему (8) запишем в новых переменных:

$$\mathbf{y}_{m_k+1}^{(n)} = \mathbf{f}_{m_k}^{(n)}(\mathbf{y}_{m_k}^{(n)}), \quad m_k = 1, 2, \dots \quad (14)$$

Задача анализа сходимости итерационной процедуры (8) будет эквивалентна исследованию устойчивости разностной схемы (14). При этом $\mathbf{y}_{m_k}^{(n)} = 0, m_k = 1, 2, \dots$, называют невозмущенным решением.

Определение 1. Невозмущенное решение $\mathbf{y}_{m_k}^{(n)} = 0, m_k = 1, 2, \dots$, системы (14) называют устойчивым по Ляпунову, если для любого $\varepsilon > 0$ можно указать такое $\delta(\varepsilon) > 0$, что на решениях системы (14) выполняется неравенство $\|\mathbf{y}_{m_k}^{(n)}\| < \varepsilon, m_k = 1, 2, \dots$ при условии $\|\mathbf{y}_1^{(n)}\| < \delta$ (здесь и далее $\|\mathbf{y}_{m_k}^{(n)}\|$ будем понимать евклидову норму вектора $\mathbf{y}_{m_k}^{(n)}$).

Если, кроме определения 1, на решениях системы (14) выполняется условие $\lim_{m_k \rightarrow \infty} \mathbf{y}_{m_k}^{(n)} = 0$ при $\|\mathbf{y}_1^{(n)}\| < \delta$, то невозмущенное движение системы (14) называют асимптотически устойчивым по Ляпунову.

Справедливы следующие теоремы [8].

Теорема 1. Пусть в области

$$\mathbf{Y}_\rho = \{\mathbf{y}_{m_k}^{(n)} : \|\mathbf{y}_{m_k}^{(n)}\| < \rho\}$$

для системы разностных уравнений (14) можно указать положительно определенную последовательность функций Ляпунова $V_{m_k}(\mathbf{y}_{m_k}^{(n)})$, $m_k = 1, 2, \dots$, а ее первая разность на решениях рассматриваемой системы неположительна, т. е.

$$\begin{aligned} \Delta V_{m_k} &= V_{m_k+1}(\mathbf{y}_{m_k+1}^{(n)}) - V_{m_k}(\mathbf{y}_{m_k}^{(n)}) = \\ &= V_{m_k+1}(\mathbf{f}_{m_k}^{(n)}(\mathbf{y}_{m_k}^{(n)})) - V_{m_k}(\mathbf{y}_{m_k}^{(n)}) \leq 0, \end{aligned}$$

тогда невозмущенное решение является устойчивым по Ляпунову.

Теорема 2. Если при условиях предыдущей теоремы о последовательности функций Ляпунова $V_{m_k}(\mathbf{y}_{m_k}^{(n)})$, $m_k = 1, 2, \dots$, первая разность ΔV_{m_k} , $m_k = 1, 2, \dots$, на решениях системы (17) является отрицательно определенной, то невозмущенное решение системы (17) является асимптотически устойчивым.

Необходимо отметить, что последовательность функций Ляпунова можно выбирать в виде

$$V_{m_k}^{(1)} = \mathbf{y}_{m_k}^{(n)T} \mathbf{B}^{(n, m_k)} \mathbf{y}_{m_k}^{(n)}, m_k = 1, 2, \dots,$$

где $\mathbf{B}^{(n, m_k)}$ — некоторые положительно определенные матрицы.

Если $\bar{\alpha}$ — решение системы (3) для любого m_k , то система разностных уравнений для возмущенного движения, т. е. относительно векторов $\mathbf{y}_{m_k}^{(n)}$, имеет вид

$$\mathbf{y}_{m_k+1}^{(n)} = \mathbf{L}^{(n, m_k)} \mathbf{y}_{m_k}^{(n)}, m_k = 1, 2, \dots \quad (15)$$

Таким образом, исследование сходимости итерационной процедуры (8) при возмущенных исходных данных эквивалентно анализу устойчивости линейной разностной системы (15). Согласно принципу сжатых отображений Банаха разностная система (15) будет асимптотически устойчивой, если

$$\|\mathbf{L}^{(n, m)} \mathbf{y}^{(n)}\| < \|\mathbf{y}^{(n)}\|, n = 1, 2, \dots$$

Рассмотрим процедуру внешнего цикла алгоритма, когда к системе базисных функций

$\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_n(t)$ добавляем еще одну функцию $\varphi_{n+1}(t)$. При этом в системе (3) изменяется число неизвестных параметров:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n+1} \alpha_i \varphi_i(t_{k, j_k}) &= x_{k, j_k}, \\ k &= \overline{1, N}, j_k = \overline{1, m_k}, m_k \leq n_k. \end{aligned} \quad (16)$$

Запишем систему (16) в векторно-матричной форме:

$$\mathbf{A}^{(n+1, m_k)} \boldsymbol{\alpha}_{m_k}^{(n+1)} = \mathbf{b}^{(m_k)}, \quad (17)$$

где $\mathbf{A}^{(n+1, m_k)} = (\mathbf{A}^{(n, m_k)}, \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})$ — матрица размерности $m_k \times (n + 1)$; $(\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T = (\varphi_{n+1}(t_{k, 1}), \varphi_{n+1}(t_{k, 2}), \dots, \varphi_{n+1}(t_{k, m_k}))$ — известный вектор размерности m_k ; $(\boldsymbol{\alpha}_{m_k}^{(n+1)})^T = (\boldsymbol{\alpha}_{m_k}^{(n)T}, \alpha_{m_k, n+1})$ — $(n + 1)$ — мерный вектор искомых переменных на $(n + 1)$ -й итерации оценивания.

Решение системы (17) можно записать через псевдообратную матрицу $(\mathbf{A}^{(n+1, m_k)})^+$:

$$\boldsymbol{\alpha}_{m_k}^{(n+1)} = (\mathbf{A}^{(n+1, m_k)})^+ \mathbf{b}^{(m_k)}.$$

Так как в этом случае псевдообратная матрица $(\mathbf{A}^{(n+1, m_k)})^+$ выражается через псевдообратную и проекционную матрицы на n -й итерации, то для поиска вектора неизвестных параметров можно записать разностную схему.

Для коррекции вектора неизвестных параметров при последовательном расширении системы базисных функций и постоянных измерениях сигнала справедлива следующая итерационная схема:

$$\boldsymbol{\alpha}_{m_k}^{(n+1)} = \mathbf{Q}^{(n, m_k)} \boldsymbol{\alpha}_{m_k}^{(n)} + \mathbf{u}_{m_k}^{(n)}, n = 1, 2, \dots \quad (18)$$

со следующими начальными условиями для скалярной величины $\boldsymbol{\alpha}_{m_k}^{(1)}$:

$$\boldsymbol{\alpha}_{m_k}^{(1)} = \frac{(\mathbf{A}^{(1, m_k)})^T}{(\mathbf{A}^{(1, m_k)})^T \mathbf{A}^{(1, m_k)}} \mathbf{b}^{(m_k)}.$$

Если выполняется условие

$$(\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n, m_k)}) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)} > 0,$$

тогда матрица $\mathbf{Q}^{(n, m_k)}$ и вектор $\mathbf{u}_{m_k}^{(n)}$ имеют вид

$$\mathbf{Q}^{(n, m_k)} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_n \\ 0 \end{pmatrix}; \quad (19)$$

$$\mathbf{u}_{m_k}^{(n)} = \begin{pmatrix} -\frac{(\mathbf{A}^{(n, m_k)})^+ \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)} (\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z}^T ((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{b}^{(m_k)}}{(\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z} ((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)}} \\ \frac{(\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z}^T ((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{b}^{(m_k)}}{(\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z} ((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)}} \end{pmatrix}.$$

Для этого случая проекционные матрицы $\mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n+1, m_k)})$ и $\mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n+1, m_k)})$ вычисляются итерационно по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n+1, m_k)}) &= \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n, m_k)} \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T = \mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n+1, m_k)})^T) - \\ &- \frac{\mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n+1, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)} (\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n+1, m_k)})^T)}{(\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n+1, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)}}; \\ \mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n+1, m_k)}) &= \mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n, m_k)} \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)}) = \mathbf{R}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) - \\ &- \frac{\mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)} (\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{R}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T)}{(\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)}} - \\ &- \frac{\mathbf{R}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)} (\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T)}{(\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)}} + \\ &+ \frac{\mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)} (\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T)}{((\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^2} \times \\ &\times (1 + (\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{R}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)}). \end{aligned}$$

В случае, когда для матрицы $\mathbf{A}^{(n, m_k)}$ и вектора $\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)}$ выполняется условие

$$(\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)} = 0,$$

матрица $\mathbf{Q}^{(n, m_k)}$ определяется по формуле (19),

$$\mathbf{u}_{m_k}^{(n)} = \begin{pmatrix} -\frac{(\mathbf{A}^{(n, m_k)})^+ \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)} (\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z}^T ((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{b}^{(m_k)}}{1 + (\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{R}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)}} \\ \frac{\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)} \mathbf{R}^T ((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{b}^{(m_k)}}{1 + (\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)}} \end{pmatrix},$$

проекционные матрицы $\mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n+1, m_k)})$ и $\mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n+1, m_k)})$ вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n+1, m_k)}) &= \mathbf{Z}(\mathbf{A}^{(n, m_k)} \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)}) = \mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T); \\ \mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n+1, m_k)}) &= \mathbf{R}(\mathbf{A}^{(n, m_k)} \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)}) = \mathbf{R}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) - \\ &- \frac{\mathbf{R}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)} (\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{R}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T)}{1 + (\mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)})^T \mathbf{R}((\mathbf{A}^{(n, m_k)})^T) \mathbf{a}_{m_k}^{(n+1)}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}((\mathbf{A}^{(1, m_k)})^T) &= \mathbf{Z}((\mathbf{a}_{m_k}^{(1)})^T) = \\ &= \mathbf{E}_{m_k} - \frac{\mathbf{A}^{(1, m_k)} (\mathbf{A}^{(1, m_k)})^T}{((\mathbf{A}^{(1, m_k)})^T \mathbf{A}^{(1, m_k)})^2} = \mathbf{E}_{m_k} - \frac{\mathbf{a}_{m_k}^{(1)} (\mathbf{a}_{m_k}^{(1)})^T}{((\mathbf{a}_{m_k}^{(1)})^T \mathbf{a}_{m_k}^{(1)})^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}((\mathbf{A}^{(1, m_k)})^T) &= \mathbf{R}((\mathbf{a}_{m_k}^{(1)})^T) = \\ &= \frac{\mathbf{A}^{(1, m_k)}}{(\mathbf{A}^{(1, m_k)})^T \mathbf{A}^{(1, m_k)}} \frac{(\mathbf{A}^{(1, m_k)})^T}{(\mathbf{A}^{(1, m_k)})^T \mathbf{A}^{(1, m_k)}} = \\ &= \frac{\mathbf{A}^{(1, m_k)} (\mathbf{A}^{(1, m_k)})^T}{((\mathbf{A}^{(1, m_k)})^T \mathbf{A}^{(1, m_k)})^2} = \frac{\mathbf{a}_{m_k}^{(1)} (\mathbf{a}_{m_k}^{(1)})^T}{((\mathbf{a}_{m_k}^{(1)})^T \mathbf{a}_{m_k}^{(1)})^2}. \end{aligned}$$

Заключение

Для дискретных последовательностей сигналов описана процедура субоптимальной аппроксимации временных рядов. Исследована сходимость процедур аппроксимации с помощью второго метода Ляпунова.

Список литературы

1. Ахиезер Н. И. Лекции по теории аппроксимации. М.: Наука, 1965. 407 с.
2. Евтушенко Ю. Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. М.: Наука, 1982. 432 с.
3. Бублик Б. Н., Гаращенко Ф. Г., Кириченко Н. Ф. Структурно-параметрическая оптимизация и устойчивость динамики пучков. К.: Наукова думка, 1985. 304 с.
4. Мартынюк Д. И. Лекции по качественной теории разностных уравнений. К.: Наукова думка, 1972. 246 с.
5. Гаращенко О. Ф., Кириченко Н. Ф. Об одном методе последовательного построения матриц ортогональных преобразований // Проблемы управления и информатики. 2005. № 1. С. 75—87.
6. Гаращенко Ф. Г., Дегтяр О. С., Швець О. Ф. Адаптивные модели аппроксимации сигналов в структурно-параметрических классах функций // Проблемы управления и информатики. 2011. № 2. С. 69—77.
7. Кириченко Н. Ф., Лепеха Н. П. Применение псевдообратных и проекционных матриц к исследованию задач управления, наблюдения и идентификации // Кибернетика и системный анализ. 2002. № 4. С. 107—124.
8. Кириченко Н. Ф., Лепеха Н. П. Возмущение псевдообратных и проекционных матриц и их применение к идентификации линейных и не линейных зависимостей // Проблемы управления и информатики. 2001. № 1. С. 6—22.

Adaptive Approximation of Signals

F. G. Garashchenko, fedirf47@gmail.com, **V. T. Matvienko**, matvienko.vt@gmail.com,
National Taras Shevchenko University, Kyiv, 01033, Ukraine

Corresponding authors: **Matvienko Vladimir T.**, Ph. D., Associate Professor,
Faculty of Computer Science and Cybernetics of National Taras Shevchenko University,
Kyiv, Ukraine, e-mail: matvienko.vt@gmail.com

Accepted on August 07, 2017

A lot of works devoted to the problems of approximation both continuous and discrete signals. But, in spite of this, important practical problems arise, especially in the field of Informatics and applied mathematics, which require development and testing of new approaches of experimental data approximation. First of all it is connected with the fact that data processing is conducted in the majority in real time. Besides, strict conditions are laid down on the developed algorithms: they must be constructive in programming for optimal performance and real-time problem solving. Approaches to the approximation of the continuous processes are proposed, but on their basis it is easy to derive discrete counterparts. As a rule, in applied tasks signals into discrete moments are measured. That's why differencing schemes can prove to be more effective for use. When using the proposed algorithms the questions of analysis of convergence of the following iterative procedures arise. It can be done on the basis of Lyapunov methods and special criteria of stability. Adaptive signals approximation models in structural-parametric classes of functions are considered. Approximation is made by using an iterative procedure in the form of an ordinary differential equations system. In order to confirm the effectiveness of the proposed approach, software for simulated examples and real problems testing was developed.

Conditions for the convergence of the iterative scheme for approximating signals, which are based on Lyapunov stability theory, are given. Suggested methods can be effectively applied for the detection of chemical and biological analysis of the spectral data. To demonstrate the effectiveness model examples for the approximation of the continuous signals are given.

Keywords: adaptive approximation, dynamical system, optimization, pseudoinversion, iterative scheme, convergence

For citation:

Garashchenko F. G., Matvienko V. T. Adaptive Approximation of Signals, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 5, pp. 306—311.

DOI: 10.17587/mau.19.306-311

References

1. **Ahiezer N. I.** *Leksii po teorii approksimatsii* (Lectures on the theory approximation), Moscow, Nauka, 1965, 407 p. (in Russian).
2. **Evtushenko U. G.** *Metody resheniya ekstremal'nykh zadach i ikh primeneniye v sistemakh optimizatsii* (Methods for solving extremal problems and their application in optimization systems), Moscow, Nauka, 1982, 432 p. (in Russian).
3. **Bublik B. N., Garashchenko F. G., Kirichenko N. F.** *Strukturno-parametricheskaya optimizatsiya i ustoychivost' dinamiki puchkov* (Structural-parametric optimization and stability of beam dynamics), Kiev, Naukova dumka, 1985, 304 p. (in Ukraine).
4. **Martynuk D. I.** *Leksii po kachestvennoy teorii raznostnykh uravneniy* (Lectures on the qualitative theory of difference equations), Kiev, Naukova dumka, 1972, 246 p. (in Ukraine).

5. **Garashchenko F. G., Kirichenko N. F.** *Ob odnom metode posledovatel'nogo postroyeniya matrits ortogonal'nykh preobrazovaniy* (On a method of sequential construction of matrices of orthogonal transformations), *Problemy Upravleniya i Informatiki*, 2005, no. 1, pp. 75—87 (in Ukraine).

6. **Garashchenko F. G., Dehtiar O. S., Shvets O. F.** *Adaptivnyye modeli approksimatsii signalov v strukturno-parametricheskikh klassakh funktsiy* (Adaptive models of signal approximation in structure-parametric classes of functions), *Problemy Upravleniya i Informatiki*, 2011, no. 2, pp. 69—77 (in Ukraine).

7. **Kirichenko N. F., Lepcha N. P.** *Primeneniye psevdootbratnykh i proyeksionnykh matrits k issledovaniyu zadach upravleniya, nablyudeniya i identifikatsii* (Application of pseudoinverse and projection matrices to the study of control, observation and identification problems), *Kibernetika i Sistemnyy Analiz*, 2002, no. 4, pp. 107—124 (in Ukraine).

8. **Kirichenko N. F., Lepcha N. P.** *Vozmushcheniye psevdootbratnykh i proyeksionnykh matrits i ikh primeneniye k identifikatsii lineynykh i ne lineynykh zavisimostey* (Perturbation of pseudoinverse and projection matrices and their application to the identification of linear and nonlinear dependencies), *Problemy Upravleniya i Informatiki*, 2001, no. 1, pp. 6—22 (in Ukraine).

А. В. Васильев, ведущий конструктор, andrey@rtc.ru,

ГНЦ РФ "Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт
робототехники и технической кибернетики", г. Санкт-Петербург

Разработка компьютерной динамической модели и исследование прямолинейного движения транспортной системы малогабаритного мобильного робота

Исследуются особенности мобильных мини-роботов (ММР) — малогабаритных роботов носимого типа, характерные размеры которых измеряются несколькими десятками сантиметров, а масса не превышает 15 кг. Исследуются и обосновываются особенности транспортных систем ММР с точки зрения подходов к методам их проектирования и математического описания. Приводятся результаты структурного синтеза транспортной системы ММР с реконфигурируемым шасси. Выполняется построение компьютерной модели транспортной системы в двух конфигурациях: гусеничной и колесной. Приводятся результаты экспериментальных исследований и сравнения полученных экспериментальных и расчетных данных.

Выявленные особенности транспортных систем ММР и методов построения компьютерных моделей с учетом этих особенностей позволили повысить точность и адекватность моделирования движения ММР по сравнению с известными подходами, применяемыми при расчетах более крупных аналогов.

Ключевые слова: мобильный робот, мобильный мини-робот, транспортная система, реконфигурация, шасси, компьютерная модель, моделирование, экспериментальные исследования

Введение

Мобильная робототехника — одно из наиболее активно развивающихся направлений экстремальной робототехники. Мобильные роботы (МР) предназначены для доставки в рабочую зону специального (технологического, манипуляционного) оборудования в целях выполнения функциональных задач на удалении от центра управления. Общая классификация МР приводится в работах [1, 2]. Любой МР может быть представлен в виде совокупности трех основных частей: системы управления и двух исполнительных подсистем — транспортной и специальной [3, 4].

Технические решения, принятые при создании транспортной системы, во многом влияют как на конечный облик всего МР, так и на его функциональные возможности, способность к адаптации к условиям движения, энергозатраты на движение и пр. Обоснованность этих решений играет ключевую роль при создании МР. Особенно это актуально для роботов мини- и микрогабаритностей [1, 2], к транспортным системам которых предъявляются более высокие требования по проходимости ввиду их малых собственных размеров [5, 6]. Актуальной задачей в настоящее время [8–10] является разработка универсальной платформы для мобильных мини-роботов (ММР) — роботов носимого класса

массой от 7 до 15 кг [1, 2, 5], предназначенных для решения разведывательных и ряда других задач в городских условиях. Особенности и назначение ММР описаны в работах [5–9].

К преимуществам подобных роботов относятся:

- компактные размеры и небольшая масса;
- возможность оперативной доставки и развертывания;
- малозаметность и высокая подвижность.

Главная задача при создании таких роботов заключается в обеспечении их функционирования в недетерминированной среде на урбанизированной территории [8, 9], характеризующейся препятствиями, соизмеримыми или превосходящими собственные размеры робота.

Актуальными задачами при этом являются: во-первых, обоснованное структурное построение транспортной системы ММР, позволяющей роботу двигаться через такие препятствия; во-вторых, проведение достоверных расчетов кинематических силовых и энергетических характеристик элементов транспортной системы робота в целях подтверждения либо уточнения параметров приводов, механических передач, ходовой части. Решение первой задачи требует разработки соответствующей методики синтеза рационального схемно-конструктивного решения реализации шасси ММР исходя из заданных ограничений

(требований). Решение второй задачи требует построения математических и компьютерных моделей, которые бы обеспечили достаточную для целей проектирования точность расчетов.

Исследование вопросов теории и практики создания колесных и гусеничных машин, а также МР различного назначения показывает, что существующие методы расчета и подходы, используемые при их создании, не могут быть просто формально перенесены на малогабаритные транспортные системы мини-роботов [11], которые обладают рядом особенностей, отличающих их от более крупных аналогов. Среди таких особенностей: небольшие размеры всех элементов приводной и ходовой частей, обуславливающие различия в характере взаимодействия с опорной поверхностью; особенности, связанные с необходимостью передвижения в среде с макропрепятствиями; необходимость более точного учета внутренних потерь в элементах транспортной системы, которые начинают играть существенную роль на фоне полезных сил.

В настоящей статье, являющейся продолжением работ [12–14], предлагается подход к разработке математической и компьютерной моделей транспортной системы ММР с учетом выявленных особенностей описания малогабаритных транспортных систем в целях повышения адекватности моделей при проведении проектных работ.

Схемотехнические решения транспортной системы

Анализ условий функционирования и требований по назначению ММР [5, 6, 8, 9] позволяет сформулировать следующий комплекс основных требований:

- обеспечение минимально возможных габаритных размеров и массы (требование транспортировки (носимости) ММР одним человеком в руках или специальной укладке);
- функционирование в городской среде внутри и снаружи зданий;
- продолжение функционирования (движения) после опрокидывания;
- обеспечение максимальных возможностей по увеличению высоты визирования бортовых телекамер;
- преодоление пороговых препятствий высотой 250...300 мм;
- преодоление канав (горизонтальных щелей) шириной до 300 мм;
- движение по лестничным маршам;
- обеспечение возможности установки на робот дополнительного оборудования — модулей различного функционального назначения (модуля ориентации обзорной телекамеры, манипулятора, модуля автономной навигации, различных полезных нагрузок и т. п.).

Представленные требования являются исходными данными для проектирования транспортной системы ММР и задают ряд ограничений, которые необходимо учитывать.

Первоочередная задача состоит в принципиальном определении структурно-кинематической схемы (СКС) шасси, которая удовлетворяла бы заданным ограничениям, и нахождении всех ее геометрических параметров [15]. Такая СКС должна обладать высокими адаптационными способностями к поверхности движения с препятствиями и соответствовать предъявляемым функциональным требованиям.

Существует огромное множество вариантов схемной реализации шасси МР [16–18], в целях анализа которых в работах [12, 13] было проведено исследование принципов построения, тенденций развития шасси МР, а также их систематизация с точки зрения способностей к адаптации к изменяющимся условиям передвижения. Было показано, что наибольшими адаптационными способностями обладают системы, способные к геометрической и структурной реконфигурации. Именно такие системы наиболее оправданы для рассматриваемого класса МР.

Для осуществления обоснованного выбора схемного решения шасси была разработана методика синтеза СКС, описанная в работе [14], которая заключается в сравнении возможных вариантов СКС по ряду критериев, составленных исходя из заданных ограничений. Эти критерии учитывают: требования минимизации массы и размеров ММР, функциональные требования по удобству внутренней компоновки, установки навесного оборудования, а также сохранения функционирования ММР после опрокидывания, требования по преодолению обозначенных типовых препятствий с одновременным обеспечением минимально возможных размеров.

По результатам проведенного в работе [14] анализа для транспортной системы ММР была выбрана шестигусеничная схема с формулой $6Г2А^1$, обладающая высокими характеристиками по геометрической реконфигурации, которые оцениваются коэффициентами возможного изменения длины шасси K_L и высоты шасси K_H , а также общим коэффициентом трансформации

$$K_{тр} = (L_p/L_t)(H_p/H_t) = K_L K_H, \quad (1)$$

где L_p — габаритная длина шасси в разложенном (рабочем) положении; L_t — габаритная длина шасси в сложенном (транспортном) положении; H_p — габаритная высота шасси в разложенном положении; H_t — габаритная высота шасси в сложенном положении.

¹ Буквенно-цифровые обозначения схем шасси приводятся в соответствии с работами [12, 13].

Данная схема по сравнению с другими вариантами показала наиболее высокие значения по разработанным критериям. В частности, сравнение возможностей по преодолению типовых препятствий оценивалось в относительном измерении с помощью коэффициента порогового препятствия

$$K_{пп} = H_{п}/H_{т}, \quad (2)$$

где $H_{п}$ — высота преодолеваемого порогового препятствия,

и коэффициента препятствия типа "канавы"

$$K_{пк} = B_{к}/L_{т}, \quad (3)$$

где $B_{к}$ — ширина преодолеваемой канавы.

Значения указанных коэффициентов для схемы 6Г2А приведены в табл. 1.

Таблица 1

K_{Lmax}	K_{Hmax}	$K_{тр}$	$K_{пп}$	$K_{пк}$
1,8	6,2	3,9	3,0	1,0

Высокие значения этих коэффициентов указывают на возможность минимизации габаритных размеров транспортной системы и ММР в целом при сохранении требуемых функциональных свойств и показателей проходимости.

Дополнительно проведенный анализ позволил сделать вывод о возможности конструктивного исполнения схемы 6Г2А в реконфигурируемом варианте, когда она может быть легко перестроена в колесную схему 4К2Г.

Таким образом, структурно-кинематическая схема шасси исследуемой транспортной системы, показанная на рис. 1, включает две конфигурации: гусеничную 6Г2А и колесную 4К2Г.

Структурное построение транспортной системы

Транспортная система любого МР представляет собой совокупность элементов, непосредственно участвующих в процессе последовательного преобразования энергии бортового источника питания в механическую энергию движения [19]. Этот процесс может быть разбит на три стадии: распределение, преобразование и потребление энергии. В качестве потребителя выступает ходовая часть, которая рассматривается во взаимодействии с опорным основанием.

Отличительной особенностью рассматриваемой транспортной системы ММР является разветвление ее электромеханической системы

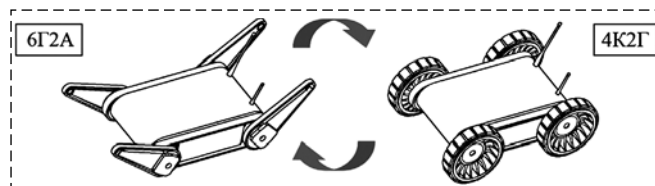


Рис. 1. Структурно-кинематическая схема шасси ММР

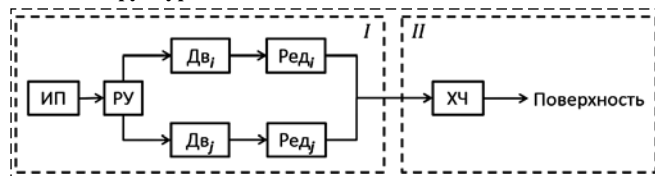


Рис. 2. Структурная схема транспортной системы ММР:

ИП — источник питания; РУ — распределительное устройство; Дв — двигатель; Ред — редукторы (механические передачи); ХЧ — ходовая часть; I — приводная подсистема; II — исполнительная подсистема

на две относительно независимые параллельные ветви (части): подсистему i -х тяговых приводов (ТП) и подсистему j -х приводов механизмов изменения геометрии (МИГ).

Для рассматриваемого примера транспортной системы

$$i = \{1; 2\}, j = \{1; 2\}. \quad (4)$$

Структурная схема транспортной системы показана на рис. 2.

Подсистема управления исполнительными приводами транспортной системы условно отделена от нее, так как транспортная система рассматривается как чисто электромеханическая составляющая ММР, когда управляющие воздействия на нее (уровни питающих напряжений на двигателях) считаются известными и рассматриваются в качестве исходных данных анализа [19]. В этом случае двигатели приводов считаются подклю-

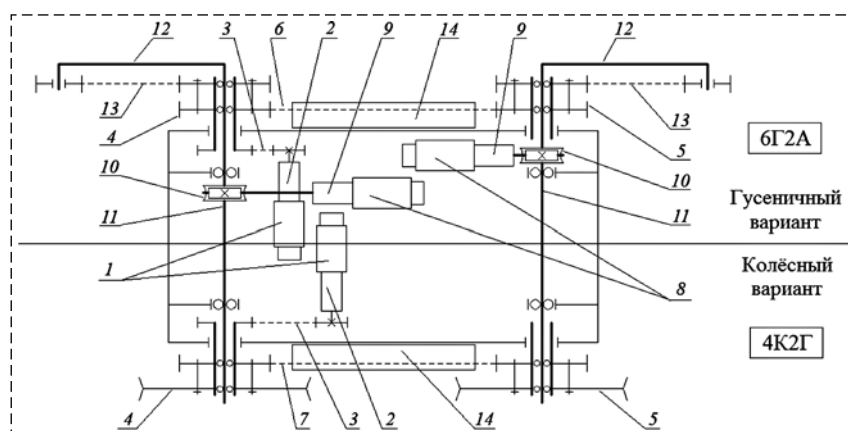


Рис. 3. Структурно-кинематическая схема транспортной системы ММР:

1 — электродвигатель ТП; 2 — планетарный редуктор ТП; 3 — зубчатая ременная передача ТП; 4 — колесо переднее; 5 — колесо заднее; 6 — основная гусеница; 7 — бортовая ременная передача; 8 — электродвигатель привода МИГ; 9 — планетарный редуктор МИГ; 10 — червячный редуктор МИГ; 11 — вал МИГ; 12 — рычаг МИГ; 13 — дополнительная гусеница; 14 — бортовой источник питания

ненными непосредственно к источнику питания через простейшее коммутирующее устройство, обеспечивающее подключение нужного двигателя к источнику в нужный момент времени.

Каждый из приводов представлен электродвигателем и совокупностью механических передач, состав которых определяется в том числе из конструктивно-компоновочных решений всего ММР. Учитывая небольшие размеры мини-робота, важно отметить, что, компоновка всех его частей в целом способна существенно повлиять на состав компонентов транспортной системы [20] и должна проводиться уже на первых этапах формирования ее технического облика в целях проверки принципиальной реализуемости разработанных схемных решений с учетом определенных геометрических параметров.

На рис. 3 представлен один из возможных вариантов структурно-кинематической схемы транспортной системы, а на рис. 4 — соответствующая этому варианту компоновочная схема ММР.

Особенности построения компьютерной модели транспортной системы

Компьютерная модель транспортной системы строится на основе структуры, показанной на рис. 2, и включает блоки, описывающие функционирование каждого из входящих в нее элементов (звеньев). Особенностью разработанной модели является ее деление на две взаимодействующие друг с другом части, условно обозначенные на рис. 2 как приводная (*I*) и исполнительная (*II*) подсистемы.

Структура построения компьютерной модели с учетом этой особенности показана на рис. 5.

Первая из указанных частей имеет вид "источник питания — двигатели — редукторы" и характеризуется единственной степенью подвижности для каждого из i -х или j -х приводов. Вторая часть имеет вид "ходовая часть — поверхность" и, по сути, в терминах теории автоматического управления представляет собой объект управления [21], характеризуемый сложным взаимодействием с внешней средой (поверхностью движения). Взаимодействие между двумя частями модели осуществляется через внешнюю DLL-библиотеку. Задание внешних условий нагружения (тип и геометрия поверхности), а также всех параметров модели и управляющих воздействий осуществляется через модель исполнительной

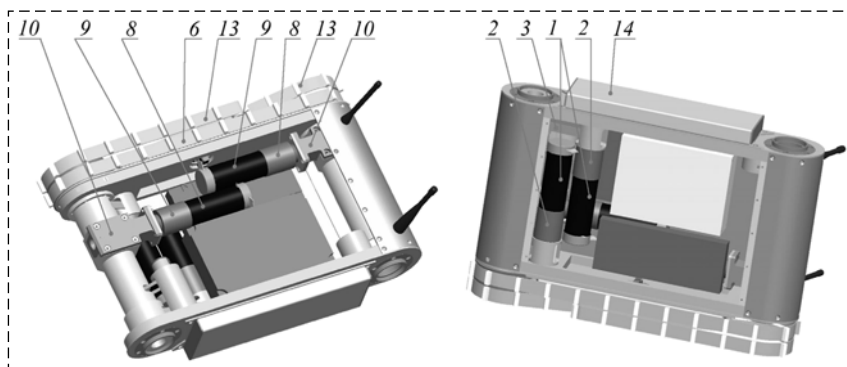


Рис. 4. Трехмерная компоновочная схема транспортной системы и ММР в целом (обозначения см. рис. 3)

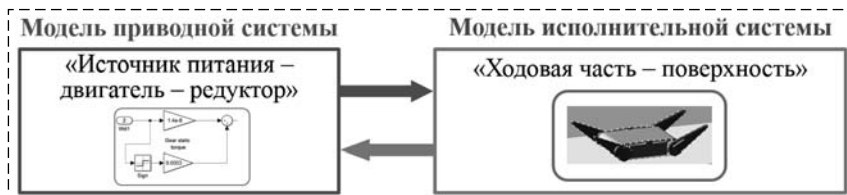


Рис. 5. Структура компьютерной модели транспортной системы ММР

части, которая строится в программном комплексе имитационного моделирования динамики сложных механических систем.

Преимущества представленного метода построения компьютерной модели заключаются в наглядности получаемых результатов и возможности анализа любой из кинематических или динамических характеристик элементов модели, возможности моделирования общих случаев движения, автоматическом учете изменяющейся в ходе движения геометрической конфигурации транспортной системы и соответствующих инерционных характеристик, возможности оперативного задания геометрии опорной поверхности.

При построении модели приняты следующие допущения: параметры однотипных приводов в пределах каждой электромеханической подсистемы имеют одинаковые значения; рассматривается взаимодействие только с твердыми недеформируемыми основаниями; параметры и характеристики, описывающие работу и взаимодействие с опорной поверхностью обоих бортов ходовой части, также одинаковы.

На рис. 6 представлена общая блок-схема приводной части компьютерной модели транспортной системы ММР.

Поскольку в рамках настоящей статьи рассматривается только исследование прямолинейного движения ММР с фиксированной геометрической конфигурацией, т. е. приводы МИГ не задействованы, на рис. 6 приводится только та часть модели, которая относится к ТП. Модель приводной части подсистемы МИГ имеет вид, аналогичный ТП. На рис. 6 показаны только входные воздействия на приводы МИГ, обозначенные $Ue3$ и $Ue4$.

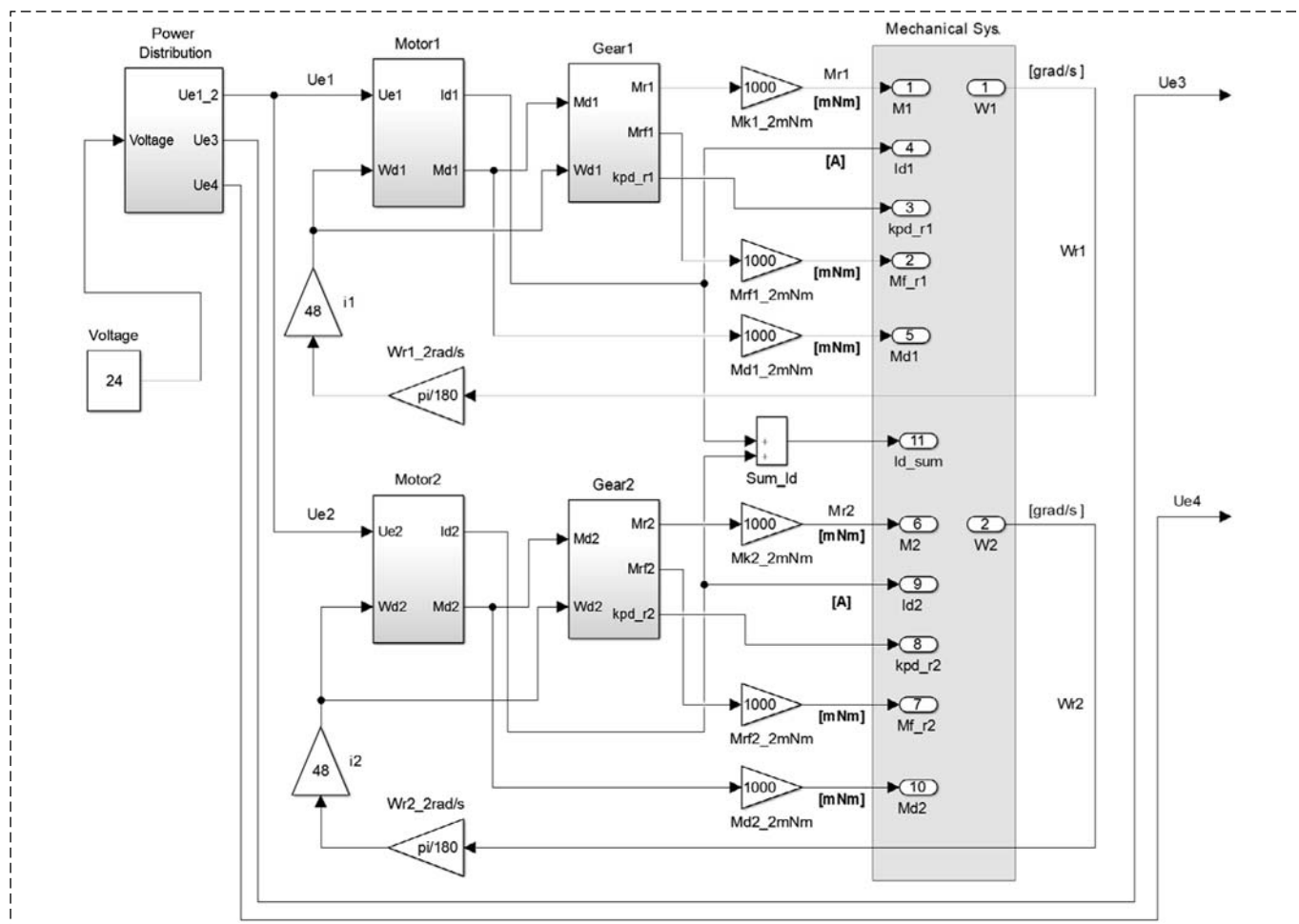


Рис. 6. Компьютерная модель приводной части транспортной системы ММР

Рассмотрим подробнее блоки, входящие в представленную на рис. 6 модель транспортной системы.

1. Блок "Voltage" устанавливает задающее воздействие в виде фиксированного значения напряжения питания на приводах (Ue1 для ТП, Ue3 и Ue4 для приводов МИГ). Применение в рамках настоящей работы вместо модели бортовой аккумуляторной батареи (АКБ) простейшего блока, задающего фиксированное напряжение, обусловлено спецификой предлагаемого в работе исследования, целью которого в том числе был анализ характера влияния на рассчитываемые характеристики скоростных режимов работы транспортной системы.

2. Блок "Power Distribution" имитирует работу простейшего распределительного устройства, подключающего к питанию тот или иной привод в заданный момент времени.

3. Блоки "Motor1" и "Motor2", схема которых показана на рис. 7, представляют собой модели электродвигателей ТП. Их построение выполнено на основе известных математических моделей, описывающих динамику двигателей постоянного тока [21, 22].

Однако особенностью моделей в сравнении с известными подходами является добавление момента M_{df} сил внутреннего сопротивления двига-

теля в форме, включающей зависимость от скорости вращения вала двигателя и имеющей вид

$$M_{df} = M_{df0} \text{sign} \dot{\phi}_d + K_{fd} \dot{\phi}_d, \quad (5)$$

где M_{df} — момент сухого трения; $\dot{\phi}_d$ — угловая скорость вала двигателя; K_{fd} — коэффициент вязкого трения [мН·м·с]. Вид этой зависимости подтвержден экспериментальной верификацией представленной на рис. 7 модели электродвигателя и соответствует описанию модели вязкого трения в миниатюрных двигателях постоянного тока [22]. В представленной модели отсутствует учет инерции вращающихся масс, разгоняемых электродвигателями, так как учет приведенных моментов инерции выполнен в модели исполнительной части транспортной системы ММР.

4. Блоки "Gear1" и "Gear2", структура которых показана на рис. 8, моделируют редукторную часть ТП.

Отличительная особенность моделей состоит в учете непостоянства момента внутренних потерь, КПД редуктора и зависимости момента собственного трения в редукторе от скоростных факторов.

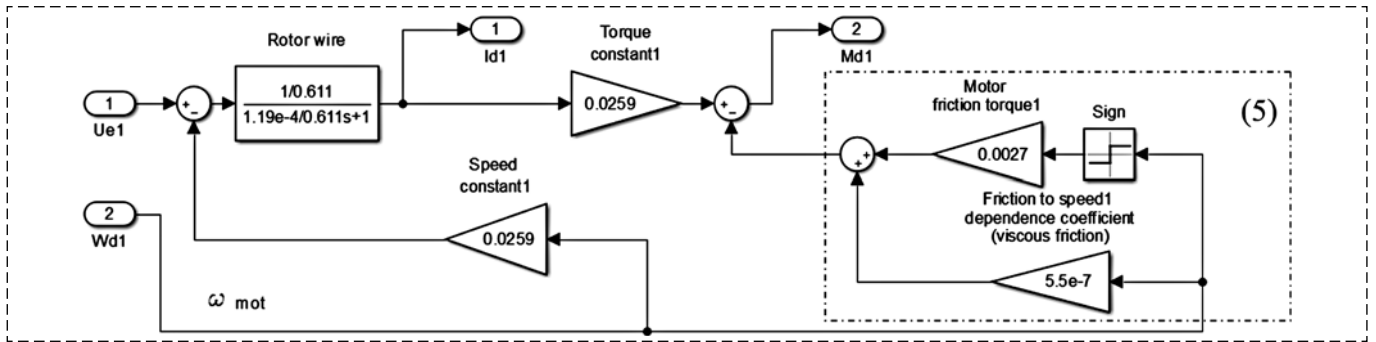


Рис. 7. Компьютерная модель электродвигателей (блоки "Motor")

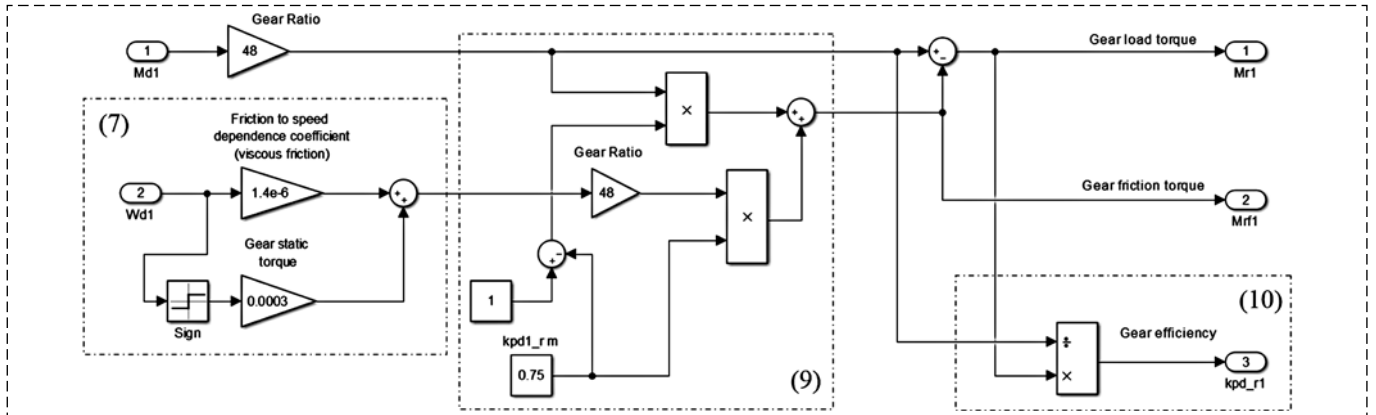


Рис. 8. Компьютерная модель редукторной части тягового привода (блоки "Gear1" и "Gear2")

При расчетах и моделировании транспортных машин и МР потери в механических передачах традиционно учитываются как постоянные величины, рассчитанные для некоторых номинальных значений внешней нагрузки [19, 21, 23, 24]. Это является допустимым при рассмотрении режимов работы передач на нагрузках, равных или превосходящих номинальные. Однако строго говоря при движении МР нагрузки на входящие в состав их транспортных систем механические передачи меняются в гораздо более широких пределах, что требует более точного учета характеристик механических потерь в редукторах на режимах частичных нагрузок.

Известно, что внутренние потери редуктора складываются из потерь холостого хода и потерь, пропорциональных внешней нагрузке, и могут быть описаны в виде [25]

$$\eta_p = \frac{M_d - M_{тр.хх}}{M_d} \eta_{рм} \quad \text{или} \quad \eta_p = \left(1 - \frac{M_{тр.хх}}{M_d}\right) \eta_{рм}, \quad (6)$$

где η_p — КПД редуктора; M_d — момент на входном валу редуктора (выходном валу двигателя); $M_{тр.хх}$ — момент потерь холостого хода редуктора, приведенный к входному валу; $\eta_{рм}$ — КПД, учитывающий потери, пропорциональные внешней нагрузке.

Характеристики КПД редукторов в зависимости от выходного момента $M_{ред}$, построенные по

формуле (6), имеют вид, показанный на рис. 9. Форма этих зависимостей широко известна из теории деталей машин [19], а их количественное описание хорошо согласуется с результатами экспериментальных исследований, проведенных на редукторах и передачах, используемых в составе рассматриваемой транспортной системы.

Экспериментальные исследования элементов малогабаритных транспортных систем ММР показали, что существенное влияние на суммарное значение внутренних потерь оказывает составляющая потерь в редукторах $M_{тр.хх}$ — момент потерь холостого хода редуктора, который описывается зависимостью

$$M_{тр.хх} = M_{pf0} \text{sign} \dot{\phi}_d + K_{fp} \dot{\phi}_d, \quad (7)$$

где M_{pf0} — момент сухого трения, измеренный на входном валу; $\dot{\phi}_d$ — угловая скорость входного вала редуктора; K_{fp} — коэффициент вязкого трения.

Суммарный момент внутреннего сопротивления в редукторе, приведенный к выходному валу, определяется как

$$M_{фред.вых} = M_d i_{ред} (1 - \eta_p), \quad (8)$$

где $i_{ред}$ — передаточное отношение редуктора.

Тогда из уравнения (8) с учетом (6) получаем

$$M_{фред.вых} = M_d i_{ред} (1 - \eta_{рм}) + M_{тр.хх} i_{ред} \eta_{рм}. \quad (9)$$

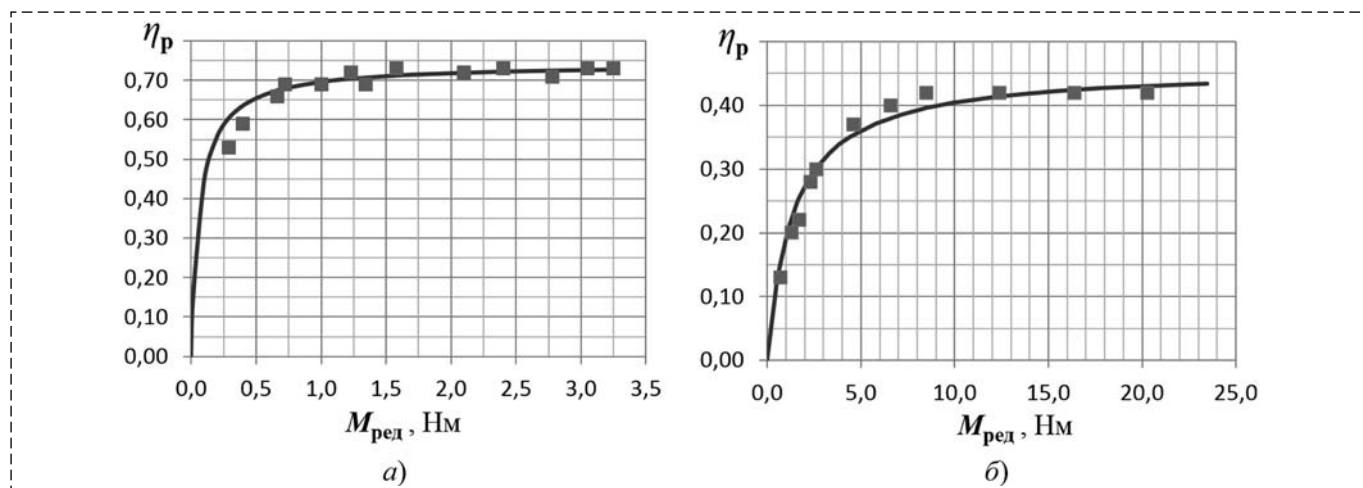


Рис. 9. Зависимости КПД редукторов от момента нагрузки:

a — двухступенчатого планетарного редуктора Maxon GP32C ($i = 23$); *б* — червячной передачи (модуль $m = 1$, $i = 30$); сплошные линии — расчет по формуле (6), метки в виде квадратов — экспериментальные данные

Формула (9) представляет потери в редукторе как сумму потерь, пропорциональных моменту нагрузки (первое слагаемое), и потерь холостого хода (второе слагаемое).

КПД редуктора

$$\eta_p = M_{ред} / M_{дiред} \quad (10)$$

5. Блок "Mechanical Sys." представляет собой подсистему входных-выходных параметров, используемых для взаимодействия с моделью исполнительной части транспортной системы. В качестве таких параметров каждого i -го привода в порядке их следования на рис. 6 выступают: M_i — выходной момент i -го привода; I_{di} — ток электродвигателя; k_{pd_ri} — КПД редукторной части привода; M_{f_ri} — момент внутренних потерь в редукторной части; M_{di} — механический момент на валу электродвигателя; I_{d_sum} — суммарный ток электродвигателей ТП; W_i — обратная связь по угловой скорости исполнительного узла i -го привода.

Значения экспериментально определенных параметров модели, входящих в уравнения (5), (7) и (9), приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты экспериментальной идентификации параметров приводной части модели

Параметр	$M_{д/0}$	K_{fd}	$M_{p/0}$	K_{fp}	η_{pm}
Единицы измерения	мН·м	$\times 10^{-3}$ мН·м·с	мН·м	$\times 10^{-3}$ мН·м·с	—
Значение	2,7	0,55	0,3	1,4	0,75

На рис. 10 представлен внешний вид имитационной компьютерной модели исполнительной части транспортной системы ММР. Модель включает в себя следующие компоненты: корпус; две зубчатые ременные передачи с грунтозацепами, имитирующие основные гусеницы ММР; четыре рычага; четыре зубчатые ременные передачи с грунтозацепами, имитирующие дополнительные гусеницы ММР в конфигурации 6Г2А, и четыре колеса, играющие роль опорных элементов в конфигурации 4К2Г.

Геометрические размеры и соотношения между компонентами модели соответствуют параметрам, определенным в работе [14] в результате параметрического синтеза СКС шасси на основе

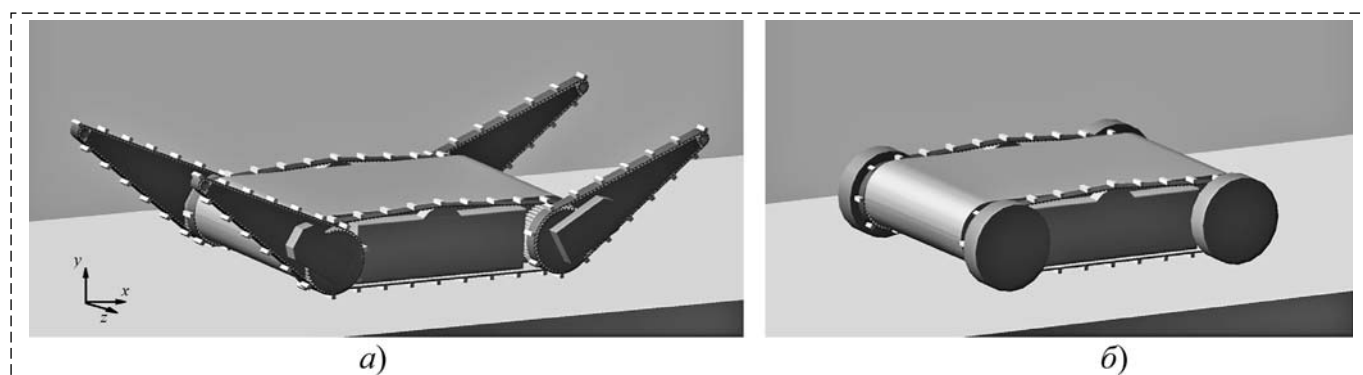


Рис. 10. Компьютерная модель транспортной системы ММР:

a — в гусеничной конфигурации 6Г2А; *б* — в колесной конфигурации 4К2Г

оптимизации по критерию минимизации размеров шасси при сохранении заданных параметров геометрической проходимости.

Основные геометрические параметры модели приведены в табл. 3.

Массоинерционные параметры составных частей модели заданы по результатам конструкторской проработки в среде CAD-моделирования. Определение суммарного момента инерции вра-

щающихся масс, приведенного к оси ведущего колеса (шкива), выполняется по формуле [26]

$$J'_{\text{пр}} = J_{\text{д}} i_{\text{ред}}^2 \eta_{\text{рм}} + J_{\text{к}}, \tag{11}$$

где $J_{\text{д}}$ — момент инерции деталей, вращающихся с одной скоростью с валом двигателя; $J_{\text{к}}$ — момент инерции деталей, вращающихся с одной скоростью с колесом (шкивом).

В табл. 4 приведены расчетные значения массоинерционных параметров модели в виде масс m отдельных компонентов и моментов инерции относительно оси вращения (ось z на рис. 10, а).

Геометрические параметры модели

Параметр	Обозначение	Ед. изм.	Значение
Габаритная длина в транспортном положении	$L_{\text{т}}$	мм	390
Габаритная высота в транспортном положении	$H_{\text{т}}$	мм	87,4
Ширина шасси по движителю	$B_{\text{т}}$	мм	278
База	$L_{\text{б}}$	мм	300
Длина рычагов	$l_{\text{р}}$	мм	205
Максимальная длина опорной поверхности движителя	$L_{\text{бmax}}$	мм	705
Условный диаметр по гусеничному обводу: — основных и дополнительных шкивов	D	мм	87,4
— направляющих роликов	d	мм	27,0
Диаметр колеса	$D_{\text{к}}$	мм	100
Высота корпуса	$H_{\text{б}}$	мм	76
Ширина корпуса	$B_{\text{б}}$	мм	208
Дорожный просвет в конфигурации: — 6Г2А — 4К2Г	$h_{\text{г}}$	мм	10,7 17

Таблица 4

Массоинерционные параметры модели

Параметр	m , г	J_z , кг·мм ²	Применимость	
			6Г2А	4К2Г
Шкив основной гусеницы	82	75	+	+
Шкив дополнительной гусеницы	104	140	+	+
Дополнительные вращающиеся детали, связанные с ведущим колесом (шкивом)	0,0*	$5,76 \cdot 10^3$	+	+
Колесо	86	152	—	+
Рычаг	470	1470	+	—
Гусеница основная	40	1,59	+	+
Гусеница дополнительная	25	1,00	+	—
Корпус	$10,3 \cdot 10^3$	$1,19 \cdot 10^5$	+	+
Робот в конфигурации 6Г2А	$13,1 \cdot 10^3$	$2,51 \cdot 10^5$	+	+
Робот в конфигурации 4К2Г	$11,5 \cdot 10^3$	$1,45 \cdot 10^5$	+	+

* Массы компонентов учтены в массе корпуса.

Исследование прямолинейного движения транспортной системы ММР

В данной работе рассматриваются результаты моделирования частного случая движения транспортной системы ММР, а именно движение по поверхностям с различными углами наклона. Такой режим является классическим расчетным случаем при проектировании транспортной техники, позволяющим исследовать тягово-сцепные свойства системы при движении в различных условиях [23].

Целью моделирования является исследование процесса разгона и равномерного движения транспортной системы на различных режимах нагружения, определение значений действующих на ее элементы нагрузок, затрат энергии на движение, а также характера влияния на эти величины текущего значения угла наклона поверхности и веса робота с учетом полезного груза, т. е. оценка нагрузочной способности транспортной системы.

Режим нагружения (условия испытаний) складывается из задания угла наклона поверхности, массы дополнительного груза (т. е. суммарной массы робота с учетом груза), скоростного режима (напряжения питания на приводах), типа поверхности движения.

В качестве поверхности в настоящей работе использовалась тестовая модельная поверхность с относительно низкими сцепными свойствами (коэффициент сцепления около 0,32...0,35), что позволяло исследовать в том числе режимы движения с буксованием (проскальзыванием) движителей транспортной системы.

Универсальной характеристикой энергетических затрат приводов является суммарный потребляемый ток электродвигателей I_{Σ} . На рис. 11 показаны характерные графики суммарного тока для двух конфигураций транспортной системы — шестигусеничной 6Г2А и колесной 4К2Г. Данные графики получены для случая движения транспортной системы по горизонтальной поверхности при напряжении питания электродвигателей 33 В. Графики, полученные в ходе моделирования при других расчетных случаях

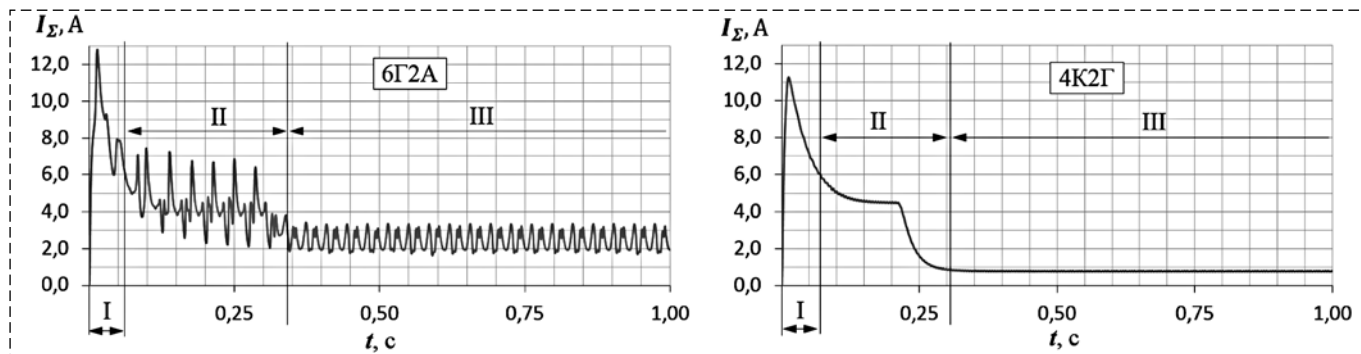


Рис. 11. Характерные графики суммарного тока в приводах

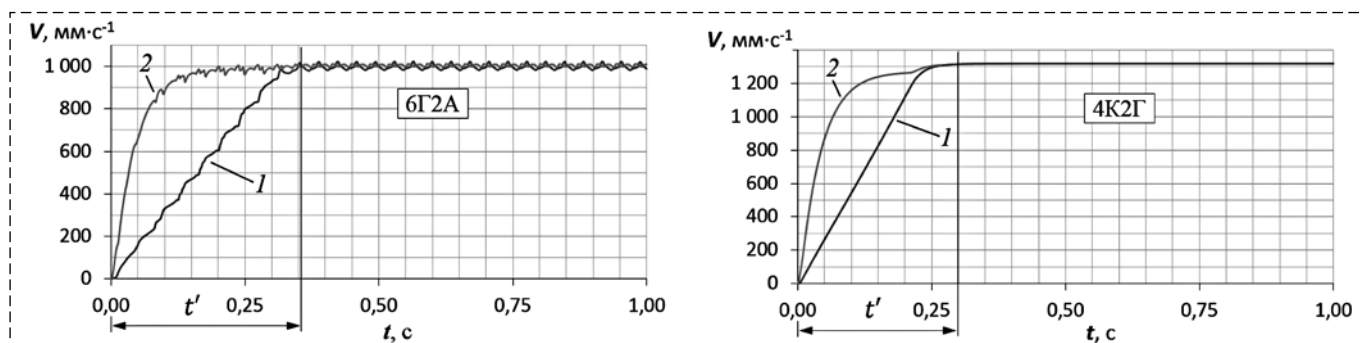


Рис. 12. Характерные графики теоретической и действительной скорости движения ММР:

1 — V_x ; 2 — $V_{x\text{теор}}$; t' — время разгона

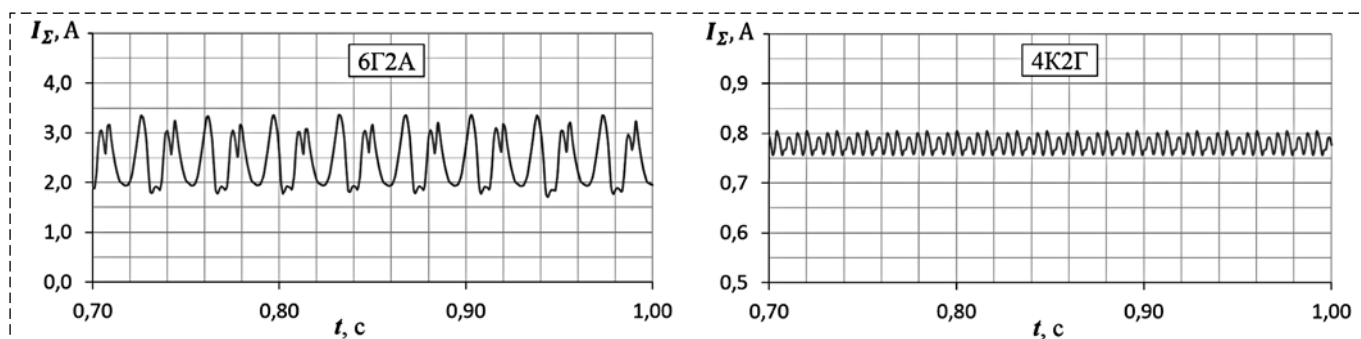


Рис. 13. Графики суммарного тока в приводах при равномерном движении транспортной системы

(другие напряжения, различные углы наклона поверхности, наличие полезного груза), имеют схожий вид.

На графиках хорошо различимы три зоны, характеризующие следующие этапы движения: I — трогание; II — разгон с буксованием; III — равномерное движение. О наличии буксования говорит повышенное потребление в зоне II, т. е. наличие дополнительных потерь энергии, а также сравнение графиков реальной (действительной) скорости движения робота V_x и теоретической скорости $V_{x\text{теор}}$, определяемой по скоростям вращения колес в соответствии с формулой

$$V_{x\text{теор}} = \frac{\sum_{i=1}^n \dot{\phi}_{ki}}{n} r_k, \quad (12)$$

где $\dot{\phi}_{ki}$ — угловая скорость колеса i -го ТП; r_k — радиус качения; n — число ТП.

Сравнение графиков V_x и $V_{x\text{теор}}$, полученных для тех же расчетных случаев, что и графики на рис. 11, представлено на рис. 12.

Графики I_Σ , V_x и $V_{x\text{теор}}$ на этапах равномерного движения характеризуются значительными колебаниями, особенно сильно выраженными для гусеничной конфигурации 6Г2А (для конфигурации 4К2Г в масштабе рис. 11 и рис. 12 эти колебания не заметны, так как имеют на порядок меньшую амплитуду). Графики суммарного энергопотребления по рис. 11 укрупненно показаны на рис. 13.

Анализ результатов моделирования для схемы 6Г2А показывает, что эти колебания вызваны неравномерностью движения гусениц, а их период точно согласуется с шагом S расположения грунтозацепов и определяется формулой

$$T_{si} = \frac{S}{\dot{\phi}_{ki} r_k}. \quad (13)$$

Для схемы 4К2Г формула (13) также справедлива, если под S в ней понимать шаг расположения рабочих зубьев ремня.

Причина более значительных колебаний для конфигурации 6Г2А заключается в характере взаимодействия движителя с поверхностью. Картина этого взаимодействия различна для гусеничной и колесной схем. Для схемы 4К2Г взаимодействие движителей с поверхностью происходит через четыре опорные точки, а основные гусеницы играют роль лишь передаточных механизмов, не нагруженных нормальными реакциями. Для схемы 6Г2А каждая гусеница взаимодействует с поверхностью через грунтозацепы, передавая далее эти нагрузки на передний и задний шкивы и нижние направляющие. При этом, как показывает совместный анализ видеозаписей (анимаций) движения и графиков, полученных в ходе моделирования, пики колебаний тока приходятся на моменты ударов грунтозацепов, входящих в данный момент в зацепление с поверхностью. С этим же связаны и колебания скоростей колес и линейной скорости робота. Однако в результате оценки установлено, что амплитуда этих колебаний не превышает 2 %.

Результаты оценки энергетических затрат на движение ММР по поверхностям с различными углами наклона α показаны на рис. 14 в виде диаграмм, иллюстрирующих характер распределения мощностей по составным звеньям транспортной системы. Для сравнения приведены результаты расчетов для двух крайних случаев: режима максимальной нагрузки — при максимальном напряжении питания, которое для рассматриваемого ММР составило 33 В, и максимальной массе полезного груза, равной 8 кг, и режима условно минимальной нагрузки — при напряжении питания 15 В и нулевой массе полезного груза.

Значения мощностей на звеньях, соответствующие графикам на рис. 14, определены по следующим формулам [19]:

$$P_3 = U_e I_\Sigma = U_e \sum_{i=1}^n I_{di}, \quad (14)$$

где P_3 — суммарная мощность, потребляемая приводами от источника; U_e — напряжение питания; I_{di} — ток электродвигателя i -го привода;

$$N_d = \sum_{i=1}^n M_{di} \dot{\phi}_{di}, \quad (15)$$

где N_d — суммарная мощность на электродвигателях ТП;

$$N_k = \sum_{i=1}^n M_{ki} \dot{\phi}_{ki}, \quad (16)$$

где N_k — суммарная мощность на ведущих колесах; M_{ki} — момент на ведущем колесе (шкиве), связанном с i -м приводом;

$$N_V = \dot{x} \Psi g (M + M_r) = V_x (f \cos \alpha + \sin \alpha) G_p, \quad (17)$$

где N_V — суммарная мощность сил сопротивления движению; $\dot{x}$ и V_x — линейная скорость движения центра масс ММР вдоль оси x ; Ψ — коэффициент сопротивления движению на подъем [23]; M — масса ММР; M_r — масса полезного груза; f — коэффициент сопротивления движению; α — угол наклона поверхности; G_p — общий вес робота с грузом.

Потери в звеньях транспортной системы определяются как

$$\begin{aligned} \zeta_d &= 1 - N_d / P_3 = 1 - \eta_d; \\ \zeta_p &= 1 - N_k / N_d = 1 - \eta_p; \\ \zeta_{xq} &= 1 - N_V / N_k = 1 - \eta_{xq}; \\ \zeta_{tc} &= 1 - N_V / P_3 = 1 - \eta_{tc}, \end{aligned} \quad (18)$$

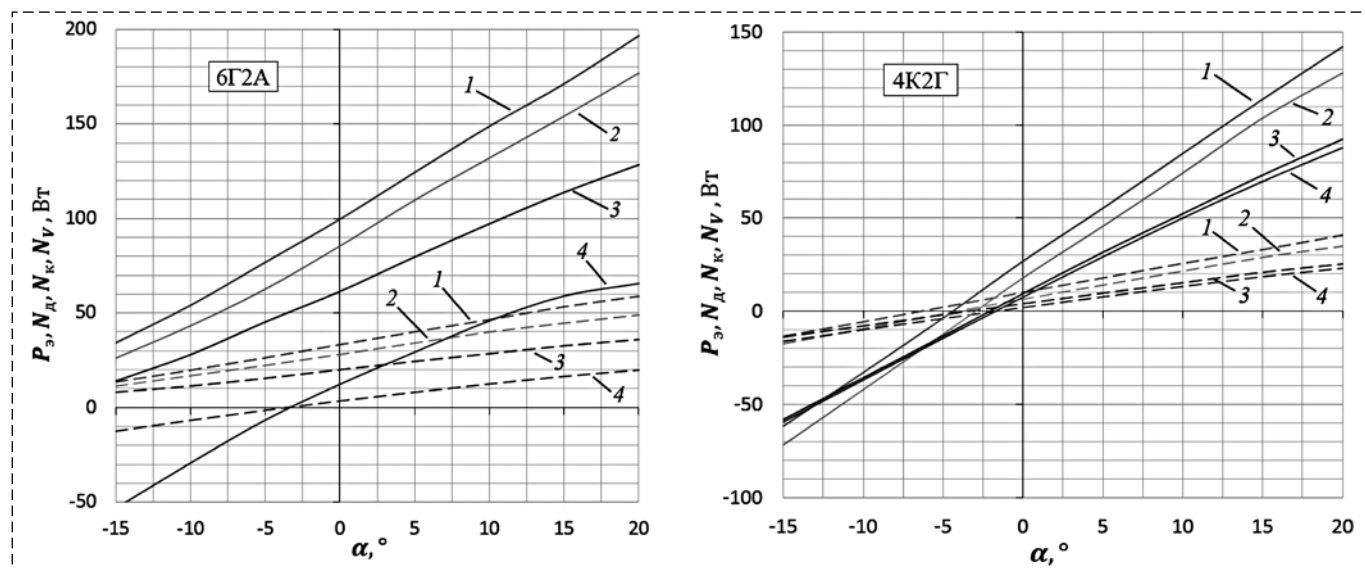


Рис. 14. Структура энергозатрат транспортной системы ММР в конфигурациях 6Г2А и 4К2Г при прямолинейном движении: --- — $U_e = 15$ В, $M_r = 0$ кг; — — — — $U_e = 33$ В, $M_r = 8$ кг; 1 — P_3 ; 2 — N_d ; 3 — N_k ; 4 — N_V

где ζ_d и η_d — потери и КПД двигателей; ζ_p и η_p — потери и КПД механических передач; $\zeta_{хч}$ и $\eta_{хч}$ — потери и КПД ходовой части; $\zeta_{тс}$ и $\eta_{тс}$ — суммарные потери и суммарный КПД транспортной системы.

По полученным на рис. 14 картинам можно судить об эффективности как каждого из отдельных элементов системы, так и транспортной системы в целом. По сути, такие диаграммы являются своего рода "паспортом" рассматриваемой системы.

Например, из рис. 14 видно, что наибольшие потери происходят в механических передачах транспортной системы в обоих вариантах конфигураций и в ходовой части гусеничной конфигурации 6Г2А. Первые из них графически оцениваются разностью ($N_d - N_k$), отнесенной к N_d , вторые — разностью ($N_k - N_v$), отнесенной к N_k . При этом обращает на себя внимание "заваливание" характеристик мощности на двигателях N_v с ростом угла наклона поверхности, проявляющееся во всех режимах, но особенно заметное для гусеничной конфигурации 6Г2А при движении с большими скоростями при максимальном значении напряжения питания, составляющем 33 В. Такой характер обуславливается ростом

буксования, которое вызывает дополнительные потери в ходовой части.

Приблизительно прямолинейный вид характеристик $P_{э}$, N_d и N_k , которые несколько расходятся друг относительно друга с ростом угла наклона поверхности, говорит об относительной стабильности КПД двигателей и механических передач, работающих на нагрузках, близких к номинальным значениям (рис. 14).

Общий анализ графиков на рис. 14 приводит к логичному выводу о более высокой эффективности колесной конфигурации 4К2Г. Расчетные значения суммарного КПД транспортной системы для конфигурации 4К2Г в 1,6...2,3 раза превысили соответствующие значения для конфигурации 6Г2А. Большая разница характерна для наименьших углов наклона, меньшая — для наибольших.

Экспериментальные исследования

Для проверки достоверности проведенных компьютерных моделирований был выполнен комплекс экспериментальных исследований на макете ММР с геометрическими и массоинерционными

параметрами, соответствующими разработанной компьютерной модели и по методике аналогичной виртуальным экспериментам. Задавалось движение транспортной системы ММР по тестовой поверхности с известными экспериментально определенными характеристиками при различных значениях напряжения питания. Режим нагружения транспортной системы задавался, как показано на рис. 15, путем изменения угла наклона поверхности и установки на ММР грузов различной массы.

В целях исследования непосредственно транспортной системы ММР элементы его бортовой системы управления (БСУ) были отключены от приводов. При этом питание самих электроприводов осуществлялось от внешнего стабилизированного источника питания, что позволяло задавать различные значения напряжения и контролировать энергопотребление непосредственно на двигателях. На рис. 16 показана схема подключения измерительных средств к экспериментальному ММР, а на рис. 17 — внешний вид подключаемого оборудования.

Измерение частоты вращения электродвигателей проводилось с помощью программатора контроллеров семейства 56F800Е, который исполь-

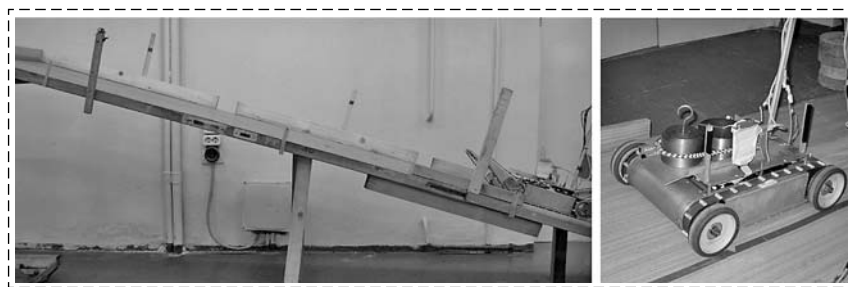


Рис. 15. Испытательный стенд и способы создания нагрузки на транспортную систему:

слева — изменение угла наклона поверхности движения; справа — изменение веса ММР с помощью грузов

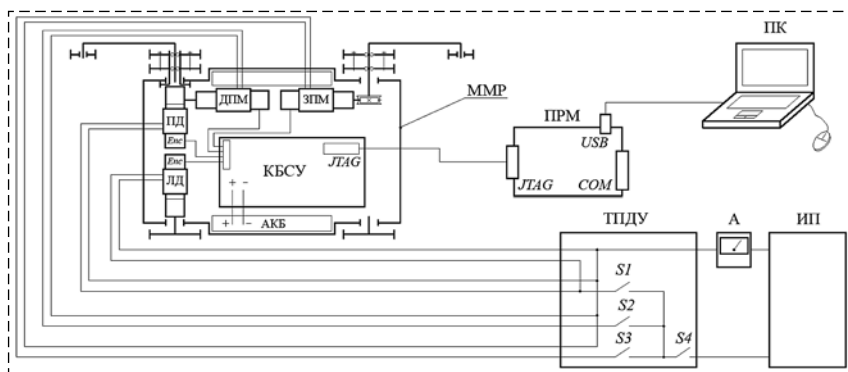


Рис. 16. Схема подключения оборудования к экспериментальному ММР:

А — амперметр; АКБ — аккумуляторная батарея; ИП — источник питания; ЛД — левый двигатель ТП; ПД — правый двигатель ТП; ДПМ — двигатель переднего привода МИГ; ДЗМ — двигатель заднего привода МИГ; КБСУ — плата контроллера бортовой системы управления ММР; ПК — персональный компьютер; ПРМ — программатор; ТПДУ — технологический пульт дистанционного управления; Енс — энкодеры двигателей; JTAG — интерфейс стандарта IEEE 1149; S1...S4 — переключатели режимов работы ТПДУ

зовался для считывания показаний непосредственно с энкодеров двигателей через имеющийся на плате контроллера БСУ интерфейс JTAG. Программатор закреплялся на корпусе ММР и через USB-интерфейс подключался к компьютеру.

Измерение действительной скорости движения мини-робота V_x осуществлялось за счет измерения времени между последовательными прерываниями двумя штангами, установленными на роботе спереди и сзади, оптических лучей от трех лазерных указок, установленных вдоль беговой дорожки на определенных расстояниях друг от друга.

Таким образом, в ходе экспериментов напрямую измерялись:

- суммарное потребление электродвигателей I_Σ ;
- частоты вращения электродвигателей $n_{дв}$;
- действительная линейная скорость движения V_x .

Косвенно определялись: теоретическая скорость движения робота $V_{xтеор}$, энергозатраты на движение в каждом из звеньев транспортной системы.

На рис. 18 показаны результаты измерений суммарного потребления в приводах I_Σ при различных режимах нагружения транспортной системы: маркерами обозначены экспериментальные точки, а пунктирными линиями — результаты их аппроксимации. Достоверность аппроксимации оценивается в виде [27]

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - Y_i)^2}{\sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2 / n}, \quad (18)$$

где R^2 — коэффициент достоверности аппроксимации, который может принимать значения от нуля до единицы и показывает степень приближения экспериментальной зависимости к аппроксимирующей функции; Y_i — эксперимен-

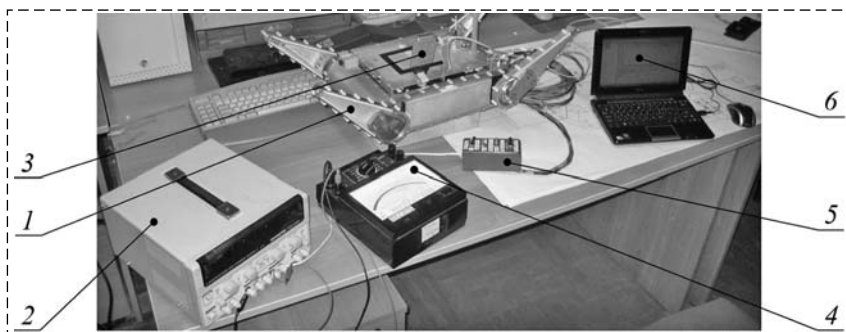


Рис. 17. Подключение измерительного оборудования к экспериментальному ММР: 1 — ММР; 2 — источник питания; 3 — программатор; 4 — амперметр; 5 — ТПДУ; 6 — компьютер

тальные значения; i — порядковый номер точки ($i = 1, \dots, n$); y_i — значения аппроксимирующей функции, соответствующие Y_i ; n — число точек.

Как видно из рис. 18, полученные экспериментальные зависимости хорошо аппроксимируются линейными функциями, что подтверждается приведенными на рисунке соответствующими значениями R^2 .

Из рис. 18 хорошо видно различие нагрузок на приводах при движении на одинаковых углах наклона α , с одинаковым грузом M_F , но при различных скоростных характеристиках, т.е. при различных напряжениях U_e (в данном примере — это линии 1 и 2 при 15 В и 33 В соответственно).

Обращает на себя внимание несколько разный характер приведенных зависимостей для гусеничной и колесной конфигураций мини-робота. Хорошо видно, что в конфигурации 4К2Г увеличение массы груза M_F не приводит к заметному повышению энергопотребления при движении по горизонтальной поверхности (точки при $\alpha = 0^\circ$). Заметный в сравнении с этим рост энергопотребления в конфигурации 6Г2А говорит о более возрастающей роли внутренних потерь для этой конфигурации по мере роста общей массы робота.

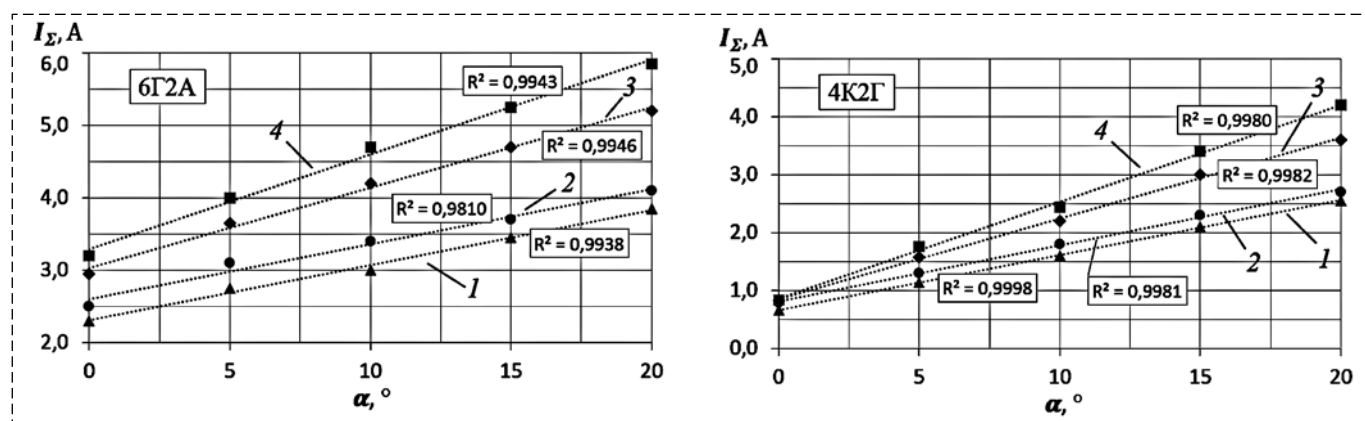


Рис. 18. Зависимости суммарного энергопотребления от режима нагружения транспортной системы ММР при прямолинейном равномерном движении:

1 — $M_F = 0$ кг, $U_e = 15$ В; 2 — $M_F = 0$ кг, $U_e = 33$ В; 3 — $M_F = 5$ кг, $U_e = 33$ В; 4 — $M_F = 8$ кг, $U_e = 33$ В

Сравнение экспериментальных и расчетных данных

Идентичность методик виртуальных (компьютерных) и физических экспериментов позволила провести сравнение полученных результатов. В ходе такого сравнения проводилась оценка расхождений расчетных и экспериментальных данных для тех параметров, которые определялись напрямую (I_{Σ} , n_d , V_x), по формуле:

$$\delta P = \frac{P - \Theta}{P} \cdot 100, \quad (19)$$

где P — расчетное значение; Θ — экспериментальное значение.

Сравнение экспериментальных и расчетных данных показало близкую их сходимость в пределах расхождений δP , не превышающих 5...7 %, что позволяет говорить о справедливости предложенных при построении компьютерной модели подходов и адекватности самой модели транспортной системы ММР, имеющей достаточно точное соответствие своему физическому прототипу.

Заключение

В работе проведено исследование малогабаритных транспортных систем ММР — роботов носимого типа, линейные размеры которых измеряются несколькими десятками сантиметров, а масса не превышает 15 кг. Показывается, что небольшие размеры всех элементов рассматриваемых транспортных систем влияют на методы их проектирования, требуя как особых подходов к их структурному построению, так и создания уточненных компьютерных моделей, позволяющих адекватно описывать динамику движения транспортной системы с достаточной для проектных задач точностью.

Разработаны математические и компьютерные модели всех звеньев транспортной системы ММР с реконфигурируемым шасси, проведена их экспериментальная апробация и построена модель транспортной системы, включающая две подсистемы: подсистему передвижения и подсистему изменения геометрической конфигурации шасси.

Проведено компьютерное исследование частного случая прямолинейного движения транспортной системы ММР по поверхностям с различными углами наклона. Проведены аналогичные по методическому подходу экспериментальные исследования транспортной системы макетного образца ММР и сравнение результатов компьютерных и физических экспериментов для большого числа расчетных режимов (более 20). Определены расхождения расчетных и экспериментальных данных, которые не превысили 5...7 %, что позволяет говорить о корректности предложенных в работе подходов и адекватности разработанных моделей.

Дополнительно выполненная в работе оценка показывает, что пренебрежение выявленными особенностями исследуемых малогабаритных транспортных систем ММР приводит к существенным расчетным ошибкам (15...30 %), в отличие от случая более крупных роботов, для которых такое упрощение допустимо [19, 24].

Можно отметить, что разработанные модели и подходы к их построению могут быть использованы как на проектных стадиях проектирования мобильных роботов, так и при проведении проверочных расчетов и моделирования функционирования робототехнических систем на предельных режимах эксплуатации или в критических ситуациях, являясь своего рода "цифровым двойником" физического объекта.

Полученные компьютерные модели могут быть использованы для моделирования общих случаев движения транспортной системы и в перспективе могут быть дополнены моделью системы управления ММР, что позволит отрабатывать алгоритмы управления малогабаритным МР при его передвижении в среде с макропрепятствиями, в том числе алгоритмы автоматического преодоления этих препятствий по информации от датчиков обратных связей.

Список литературы

1. Васильев А. В. Обобщенная классификация мобильных роботов // Экстремальная робототехника: Труды Международной научно-технической конференции. СПб.: Политехника-сервис, 2014. С. 41—46.
2. Васильев А. В., Лопота А. В. Уточнение типоразмерных групп наземных дистанционно управляемых машин для применения в опасных для человека условиях // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2015. № 1 (214). С. 226—234.
3. Батанов А. Ф., Грицынин С. П., Муркин С. В. Робототехнические комплексы для обеспечения специальных операций // Специальная техника. 1999. № 6. С. 10—17.
4. Юревич Е. И. Основы робототехники. СПб.: БХВ-Петербург, 2010. 368 с.
5. Васильев А. В. Мобильные мини-роботы разведки: текущее состояние, характерные черты и общие тенденции развития // Избранные труды Всероссийской научно-практической конференции "Перспективные системы и задачи управления" (2005—2014 гг.). Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2015. Т. II. С. 38—42.
6. Васильев А. В. Реконфигурируемая транспортная платформа для малогабаритных мобильных роботов // Робототехника и техническая кибернетика. 2014. № 2 (3). С. 67—71.
7. Рубцов И. В. Вопросы состояния и перспективы развития отечественной наземной робототехники военного и специального назначения // Известия ЮФУ. Технические науки. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2013. № 3 (140). С. 14—21.
8. Лохин В. М., Манько С. В., Хованов Д. Г. Разработка требований к робототехническим комплексам военного назначения, применяемым при ведении боевых действий в городских условиях // Перспективные системы и задачи управления: Матер. Седьмой всеросс. науч.-практ. конф. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2012. С. 6—11.
9. Шерemet И. Б., Рудянов Н. А., Рябов А. В., Хрущев В. С., Комченков В. И. Обоснование семейства боевых и обеспечивающих роботов для боя в городе // Известия ЮФУ. Технические науки. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2012. № 3 (128). С. 37—41.
10. Кудряшов В. Б., Лапшов В. С., Носков В. П., Рубцов И. В. Проблемы роботизации ВВТ в части наземной составляющей

// Известия ЮФУ. Технические науки. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2014. № 3 (152). С. 42–57.

11. **Машков К. Ю., Наумов В. Н., Рубцов И. В.** Боевые мини-роботы и обеспечение их подвижности на поле боя // Перспективные системы и задачи управления: Матер. Третьей всеросс. науч.-практ. конф. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2008. Т. 1. С. 145–147.

12. **Васильев А. В.** Принципы построения и классификация шасси мобильных роботов наземного применения и планетоходов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2013. № 1 (164). С. 124–131.

13. **Васильев А. В.** Исследование и классификация структурно-кинематических схем шасси мобильных роботов // Перспективные системы и задачи управления: Матер. Девятой Всеросс. науч.-практ. конф. Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2014. С. 115–128.

14. **Васильев А. В.** Методика синтеза структурно-кинематических схем шасси малогабаритных мобильных роботов // Перспективные системы и задачи управления: Матер. Десятой Всеросс. науч.-практ. конф. Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2015. Т. II. С. 146–157.

15. **Маслов О., Пузанов А., Куванов К., Платов О.** Проектирование и изготовление высокопроходимых мобильных роботов специального назначения с использованием современных САПР // Рациональное управление предприятием. 2007. № 1. С. 28–31.

16. **Космачев П. В.** Анализ конструктивных схем движителей транспортных средств робототехнических комплексов для выполнения антитеррористических операций // Актуальные проблемы защиты и безопасности: Тр. девятой Всеросс. науч.-практ. конф. СПб.: НПО Спец. материалов, 2006. Т. 5: Экстремальная робототехника. С. 607–615.

17. **Sellers D. P., Ramsbotham A. J., Bertrand H., Karvoniides N.** International Assessment of Unmanned Ground Vehicles // Institute for defense analyses // DTIC.MIL: Defense Technical

Information Center. USA, 2008. 76 p. URL: <http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a534965.pdf> (дата обращения: 20.12.2017).

18. **Response Robots: DHS/NIST Sponsored Evaluation Exercises (Pocket Guide, Version 2010.2) / NIST // NIST.GOV:** сайт National Institute of Standards and Technology. 231 p. USA, 2010. URL: http://www.nist.gov/el/isd/ms/upload/2010_RobotGuide.pdf (дата обращения: 20.12.2017).

19. **Авотин Е. В., Болховитинов И. С., Кемурджиан А. Л., Маленков М. И., Шпак Ф. П.** / Под ред. Б. Н. Петрова, А. Л. Кемурджиана. Динамика планетохода. М.: Наука, 1979. 440 с.

20. **Седов А. Ю., Прямыцын И. Б., Коротков А. Л.** и др. Конструктивные особенности размещения приводов гусеничных платформ с изменяемой геометрией шасси // Экстремальная робототехника: Тр. Междунар. науч.-техн. конф. СПб.: ООО "АП4Принт", 2016. С. 393–395.

21. **Градовцев А. А.** Методика построения полной компьютерной динамической модели робототехнической системы // Актуальные проблемы защиты и безопасности: Тр. 7-й Всеросс. науч.-практ. конф. СПб.: НПО Специальных материалов, 2004. Т. 4: Экстремальная робототехника. С. 121–126.

22. **Motor data and operating ranges of Maxon DC motors:** Maxon academy / Maxon Motor AG. 2010. URL: https://www.maxonmotor.com/medias/sys_master/8798985748510.pdf (дата обращения 20.12.2017).

23. **Платонов В. Ф., Ленашвили Г. Р.** Гусеничные и колесные транспортно-тяговые машины. М.: Машиностроение, 1986. 296 с.

24. **Маслов О. А.** Система передвижения колесного мобильного робота сверхлегкого класса: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.02.02. Ковров: Ковровская гос. техн. академия, 2006. 24 с.

25. **Передвижная лаборатория на Луне Луноход-1** / Под ред. В. Л. Барсукова. М.: Наука, 1978. Т. 2. 184 с.

26. **Гоберман Л. А.** Прикладная механика колесных машин. М.: Машиностроение, 1974. 308 с.

Development of Computer Dynamic Model and the Study of Motion of Small Mobile Robot Transport System

A. V. Vasiliev, andrey@rtc.ru, Russian State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics, Saint Petersburg, 194064, Russian Federation

Corresponding author: **Vasiliev Andrew V.**, Leading Designer of Russian State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics (RTC), Saint Petersburg, Russian Federation, e-mail: andrey@rtc.ru

Accepted on December 26, 2017

The article investigates the features of mobile mini-robots (MMR) — man-portable small-sized robots, whose general dimensions are measured by several tens of centimeters, and the weight does not exceed 15 kg. When creating such robots, the main task is to ensure their functioning in indeterminate environment characterized by obstacles commensurate with or exceeding the robot's own dimensions. A study of the theory and practice of the creation of wheeled and tracked vehicles and mobile robots for various purposes shows that the existing methods of calculation and the approaches used to create them can not be just formally transferred to small-sized MMR transport systems that have a number of features that distinguish them from larger analogues. The paper investigates and substantiates the features of MMR's transport systems in terms of approaches to the design methods and mathematical description. Among such features are: small size of all elements of the driving and locomotion components, causing differences in the nature of interaction with the supporting surface; features related to the need for locomotion in an environment with macro-obstacles; the need for more accurately account for internal losses in the elements of the transport system, which begin to play an essential role relative to useful forces. The results of structural synthesis of the MMR transport system with a reconfigurable chassis are presented. The mathematical and computer models of the transport system is being constructed in two configurations: tracked and wheeled. The complete computer model of the transport system includes a mathematical description of such units as: power source, electric motors and reduction gears of traction drives and drives of chassis geometry reconfiguration mechanisms, chassis in tracked or wheel configuration. The study of the model of the transport system is considered in interaction with the surface with the specified characteristics and geometric configuration. The results of experimental studies of the linear motion of the MMR's transport system on inclined surfaces under different load conditions are presented. The obtained experimental and calculated data are compared. The revealed features of the MMR transport systems and the methods of constructing computer models taking into account these features made it possible to increase the accuracy and adequacy of the MMR motion simulation in comparison with the known approaches used in the case of larger systems.

Keywords: mobile robot; mobile mini-robot; transport system; reconfiguration; chassis; computer model; simulation, experimental tests

For citation:

Vasiliev A. V. Development of Computer Dynamic Model and the Study of Motion of Small Mobile Robot Transport System, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 5, pp. 312–326.

DOI: 10.17587/mau.19.312-326

References

1. **Vasiliev A. V.** *Obobshhonnaya klassifikacija mobil'nyh robotov* (Generalized classification of mobile robots), *Ekstremalnaya robototekhnika: Trudy Mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy konferencii*, SPb., Politehnika-servis, 2014, pp. 41–46 (in Russian).
2. **Vasiliev A. V., Lopota A. V.** *Utochnenie tiporazmernykh grupp nazemnykh distancionno upravljajemykh mashin dlja primenenija v opasnykh dlja cheloveka uslo-vijah* (Mass-dimensional groups elaboration of ground remotely operated vehicles for hazardous environments), *Nauchno-tehnicheskie vedomosti SPbGPU*, 2015, no. 1 (214), pp. 226–234 (in Russian).
3. **Batanov A. F., Gricynin S. P., Murkin S. V.** *Robototekhnicheskie komplekсы dlja obespechenija special'nykh operacij* (Robotic complexes for special operations), *Special'naja Tehnika*, 1999, no. 6, pp. 10–17 (in Russian).
4. **Jurevich E. I.** *Osnovy robototekhniki* (Basics of Robotics), SPb., BHV-Peterburg, 2010, 368 p. (in Russian).
5. **Vasiliev A. V.** *Mobil'nye mini-roboty razvedki: tekushhee sostojanie, harakternye cherty i obshhie tendencii razvitiya* (Mobile reconnaissance mini-robots: current status, characteristics and general development trends), *Izbrannye tr. Vseross. nauch.-prakt. konf. "Perspektivnye sistemy i zadachi upravlenija"* (2005–2014), Rostov-na-Donu, Publishing house of JuFU, 2015, iss. II, pp. 38–42 (in Russian).
6. **Vasiliev A. V.** *Rekonfiguriruemaja transportnaja platforma dlja malogabaritnykh mobil'nyh robotov* (Reconfigurable transport platform for small-scale mobile robots), *Robototekhnika i Tehnicheskaja Kibernetika*, 2014, no. 2 (3), pp. 67–71 (in Russian).
7. **Rubcov I. V.** *Voprosy sostojanija i perspektivy razvitiya otechestvennoj nazemnoj robototekhniki voennogo i special'nogo naznachenija* (Issues of the state and prospects for the development of domestic ground-based robotics for military and special purposes), *Izvestija YuFU. Tehniceskie Nauki*, Taganrog, Publishing house of TTI YuFU, 2013, no. 3 (140), pp. 14–21 (in Russian).
8. **Lohin V. M., Man'ko S. V., Hovanov D. G.** *Razrabotka trebovanij k robototekhnice-skim kompleksam voennogo naznachenija, primenjaemym pri vedenii boevykh dejstvij v gorodskih uslovijah* (Development of requirements for robotic military complexes used in combat operations in urban areas), *Perspektivnye sistemy i zadachi upravlenija: Mat. Sed'moj vseross. nauch.-prakt. konf.*, Taganrog, Publishing house of TTI YuFU, 2012, pp. 6–11 (in Russian).
9. **Sheremet I. B., Rudianov N. A., Rjabov A. V., Hrushhev V. S., Komchenkov V. I.** *Obosnovanie semejsva boevykh i obespechivajushhih robotov dlja boja v gorode* (The justification of the family of combat and providing robots for combat in the city), *Izvestija YuFU. Tehniceskie Nauki*, Taganrog, Publishing house of TTI YuFU, 2012, no. 3 (128), pp. 37–41 (in Russian).
10. **Kudrjashov V. B., Lapshov V. S., Noskov V. P., Rubcov I. V.** *Problemy robotizacii VVT v chasti nazemnoj sostavljajushhej* (Problems of robotization of weapons and military equipment in the part of the ground component), *Izvestija YuFU. Tehniceskie Nauki*, Taganrog, Publishing house of TTI YuFU, 2014, no. 3 (152), pp. 42–57 (in Russian).
11. **Mashkov K. Ju., Naumov V. N., Rubcov I. V.** *Boevye mini-roboty i obespechenie ih podvizhnosti na pole boja* (Combat mini-robots and ensuring their mobility on the battlefield), *Perspektivnye sistemy i zadachi upravlenija: Mat. Tret'ej vseross. nauch.-prakt. konf.*, Taganrog, Publishing house of TTI JuFU, 2008, vol. 1, pp. 145–147 (in Russian).
12. **Vasiliev A. V.** *Principy postroenija i klassifikacija shassi mo-bil'nykh robo-tov nazemnogo primenenija i planetohodov* (Development and classification principles of ground mobile robot's and planet rover's chassis), *Nauchno-tehnicheskie vedomosti SPbGPU*, 2013, no. 1 (164), pp. 124–131 (in Russian).
13. **Vasiliev A. V.** *Issledovanie i klassifikacija strukturno-kinematicheskikh shem shassi mobil'nykh robotov* (Research and classification of structural-kinematic schemes of the mobile robot's chassis), *Perspektivnye sistemy i zadachi upravlenija: Mat. Devjatoj vseross. nauch.-prakt. konf.*, Taganrog, Publishing house of YuFU, 2014, pp. 115–128 (in Russian).
14. **Vasiliev A. V.** *Metodika sinteza strukturno-kinematicheskikh shem shassi malo-gabaritnykh mobil'nykh robotov* (The method of synthesis of structural-kinematic schemes of the small-sized mobile robot's chassis), *Perspektivnye sistemy i zadachi upravlenija: Mat. Desjatoj vseross. nauch.-prakt. konf.*, Rostov-na-Donu: Publishing house of YuFU, 2015, iss. II, pp. 146–157 (in Russian).
15. **Maslov O., Puzanov A., Kuvanov K., Platov O.** *Proektirovanie i izgotovlenie vysokoprohodimyh mobil'nykh robotov speci-al'nogo naznachenija s ispol'zovaniem sovremennykh SAPR* (Designing and manufacturing of highly high-mobility mobile robots of special purpose using modern CAD), *Racional'noe upravlenie predpriyatijem*, 2007, no. 1, pp. 28–31 (in Russian).
16. **Kosmachjov P. V.** *Analiz konstruktivnykh shem dvizhitelej transportnykh sredstv robototekhnicheskikh kompleksov dlja vypolnenija antiterroristicheskikh operacij* (The analysis of constructive schemes of vehicles of robot-technical complexes for carrying out antiterrorist operations), *Aktual'nye problemy zashhity i bezopasnosti: Tr. devjatoj Vseross. nauch.-prakt. konf.*, SPb., NPO Spec. materialov, 2006, vol. 5: *Ekstremalnaja Robototekhnika*, pp. 607–615 (in Russian).
17. **Sellers D. P., Rambotham A. J., Bertrand H., Karvonides N.** *International Assessment of Unmanned Ground Vehicles*, Institute for defense analyses, DTIC.MIL: Defense Technical Information Center, USA, 2008, 76 p., available at: <http://www.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a534965.pdf> (accessed: 20.12.2017).
18. **Response Robots: DHS/NIST Sponsored Evaluation Exercises** (Pocket Guide, Version 2010.2), NIST // NIST.GOV: National Institute of Standards and Technology site, 231 p., USA, 2010, available at: http://www.nist.gov/el/isd/ms/upload/2010_RobotGuide.pdf (accessed: 20.12.2017).
19. **Avotin E. V., Bolhovitinov I. S., Kemurdzhian A. L., Malenkov M. I., Shpak F. P.** Ed. by Petrov B. N., Kemurdzhian A. L. *Dinamika planetohoda* (The planet rovers dynamics), Moscow, Nauka, 1979, 440 p (in Russian).
20. **Sedov A. Ju., Prjamicyan I. B., Korotkov A. L.** et al. *Konstruktivnye osobennosti razmeshhenija privodov gusenichnykh platform s izmenjaemoj geometrijei shassi* (Design features of the placement of drives for crawler platforms with the chassis variable geometry), *Ekstremalnaya robototekhnika: Tr. Mezhdunar. nauch.-tehn. konf.*, SPb., OOO "AP4Print", 2016, pp. 393–395 (in Russian).
21. **Gradovcev A. A.** *Metodika postroenija polnoj komp'juternoj dinamicheskoy modeli robototekhnicheskoy sistemy* (The method of constructing a complete computer dynamic model of a robotic system), *Aktual'nye problemy zashhity i bezopasnosti: Tr. sed'moj Vseross. nauch.-prakt. konf.*, SPb., NPO Special'nykh materialov, 2004, iss. 4: *Ekstremalnaya Robototekhnika*, pp. 121–126 (in Russian).
22. **Motor** data and operating ranges of Maxon DC motors: Maxon academy / Maxon Motor AG, 2010, available at https://www.maxonmotor.com/medias/sys_master/8798985748510.pdf (дата обращения 20.12.2017).
23. **Platonov V. F., Leishvili G. R.** *Gusenichnye i koljosnye transportno-tjagovye mashiny* (Crawler and wheeled transport-traction machines), Moscow, Mashinostroenie, 1986, 296 p. (in Russian).
24. **Maslov O. A.** *Sistema peredvizhenija koljosnogo mobil'nogo robota sverhlgjokogo klassa* (The system of movement of a mobile mobile robot of an ultralight class): Avtoref. dis. ... kand. tehn. nauk: 05.02.02, Kovrov, Kovrovskaja gos. tehn. akademija, 2006, 24 p. (in Russian).
25. **Barsukov V. L.** *Peredvizhnaja laboratorija na Lune Lunokhod-1* (Mobile laboratory on the Moon Lunokhod-1), Moscow, Nauka, 1978, vol. 2, 184 p. (in Russian).
26. **Goberman L. A.** *Prikladnaja mehanika koljosnykh mashin* (Applied Mechanics of Wheeled Vehicles), Moscow, Mashinostroenie, 1974, 308 p. (in Russian).

Е. Ю. Колесниченко, канд. физ.-мат. наук., науч. сотр., decstrela@mail.ru,

В. Е. Павловский, д-р физ.-мат. наук., проф., vlpavl@mail.ru,

Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, г. Москва,

И. А. Орлов, канд. физ.-мат. наук., i.orlov@keldysh.ru,

А. П. Алисейчик, канд. физ.-мат. наук., aliseychik@keldysh.ru,

Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, г. Москва,

Д. А. Грибков, студент, legovas@gmail.com, **А. В. Подоприсветов**, студент, llecxis@gmail.com,

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, г. Москва

Математическая модель робота на омни-колесах, расположенных в вершинах прямоугольного треугольника¹

Рассмотрено управление роботами с тремя омни-колесами, представляющими собой платформу в виде прямоугольного треугольника. Исследуется функция управления и приведены явные формулы моментов сил, которые нужно приложить к колесам для движения вдоль заданной траектории. Рассмотрено два частных случая: поступательное движение и движение, когда продольная ось корпуса робота направляется по касательной к траектории, и робот, соответственно, поворачивается.

Ключевые слова: омни-колесо, треугольная платформа, всенаправленное движение, мобильный робот, управление омни-роботом

Введение

Достаточно много работ посвящено роботам на трех омни-колесах [1–5], но в них в основном изучаются платформы в виде равносторонних треугольников. В настоящей работе рассматривается корпус робота в виде прямоугольного треугольника. В этом случае уравнения имеют более сложную форму. В данной работе изучается математическая модель такого робота и, в частности, исследуются моменты сил, которые нужно приложить к колесам для движения вдоль произвольной кривой. За счет омни-колес вдоль траектории можно двигаться разными способами. Здесь будут рассмотрены два случая: первый — это поступательное движение, когда робот не поворачивается в процессе перемещения; второй — это движение по касательной к выбранной криволинейной траектории, когда робот поворачивается в соответствии с кривизной траектории.

Цель исследования состоит в следующем. Группа описанных роботов может реализовать транспортирующую систему с различной конфигурацией общей транспортной платформы, для этого роботы должны соединяться сторонами (ребрами) своих корпусов. Для того чтобы образовывать общую платформу, например прямоугольник или ромб, требуется, чтобы у корпуса робота-агента был прямой угол.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 16-01-00131-а, № 16-08-00880-а, 16-29-04412-офи_м), РНФ (проект № 16-19-10705) и Программы № 29 фундаментальных исследований Президиума РАН "Актуальные проблемы робототехнических систем".

Заметим здесь, что с общей точки зрения задача соединения треугольников в общую заданную фигуру (соответствующую грузу, который следует перевезти) является задачей замощения плоскости или части плоскости однотипными "плитками" [9], которая еще называется задачей укладки, упаковки или задачей о паркетах (см. также [9, 10]). Известно, что для плиток-треугольников эта задача имеет решение.

В данной работе построим базис управления роботами-агентами, с помощью которого в дальнейшем возможно будет решать задачу замощения.

Кинематика

Проанализируем и опишем кинематику робота на трех омни-колесах. Пусть корпус представляет собой прямоугольный треугольник со сторонами a , b , c (для определенности $c^2 = a^2 + b^2$), и колеса расположены в его вершинах. Оси колес направлены вдоль медиан треугольника (рис. 1).

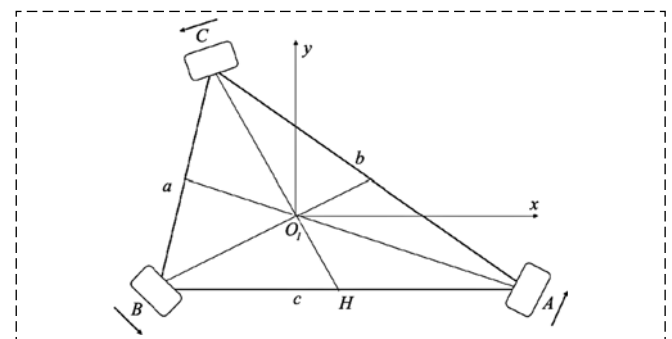


Рис. 1. Треугольник с тремя омни-колесами

Геометрический центр треугольника (т. е. точка пересечения медиан) обозначим O_1 , а центры колес — A, B, C . Свяжем с роботом систему координат O_1x так, чтобы ось O_1x была параллельна стороне AB , как показано на рис. 1. Таким образом, координаты центров колес следующие:

$$A = \left(\frac{a^2 + 2b^2}{3c}; -\frac{a\sqrt{c^2 - a^2}}{3c} \right), B = \left(-\frac{2a^2 + b^2}{3c}; -\frac{a\sqrt{c^2 - a^2}}{3c} \right),$$

$$C = \left(-\frac{b^2 - a^2}{3c}; -\frac{2a\sqrt{c^2 - a^2}}{3c} \right).$$

Оси колес с осью O_1x составляют углы $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Предполагается, что положительные угловые скорости вращают колеса против часовой стрелки, тогда

$$\alpha_1 = \pi - \arccos \frac{a^2 + 2b^2}{c\sqrt{4b^2 + a^2}};$$

$$\alpha_2 = \arccos \frac{2a^2 + b^2}{c\sqrt{4a^2 + b^2}}; \alpha_3 = -\arccos \frac{b^2 - a^2}{c\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Кроме того, на аппарат наложены связи [6, 7]:

$$\begin{pmatrix} \frac{d}{dt} q_1 \\ \frac{d}{dt} q_2 \\ \frac{d}{dt} q_3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{r} M \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $\frac{d}{dt} q_i, i = 1, 2, 3$, — угловые скорости колес; r — радиус колес; (v_x, v_y) — линейная скорость робота; ω — угловая скорость аппарата, матрица M зависит от расположения колес.

Для робота, рассматриваемого в данной работе, матрица M имеет вид

$$M = \begin{pmatrix} -\frac{ab}{c\sqrt{a^2 + 4b^2}} & -\frac{a^2 + 2b^2}{c\sqrt{a^2 + 4b^2}} & -\frac{\sqrt{a^2 + 4b^2}}{3} \\ -\frac{ab}{c\sqrt{4a^2 + b^2}} & \frac{2a^2 + b^2}{c\sqrt{4a^2 + b^2}} & -\frac{\sqrt{4a^2 + b^2}}{3} \\ \frac{2ab}{c^2} & \frac{b^2 - a^2}{c^2} & -\frac{c}{3} \end{pmatrix}.$$

Для решения прямой задачи кинематики необходима обратная матрица:

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{a^3\sqrt{a^2 + 4b^2}}{3bc^3} & -\frac{b^3\sqrt{4a^2 + b^2}}{3ac^3} & -\frac{a^4 + 3a^2b^2 + b^4}{3abc^2} \\ \frac{(b^2 + 3a^2)\sqrt{a^2 + 4b^2}}{6c^3} & \frac{(a^2 + 3b^2)\sqrt{4a^2 + b^2}}{6c^3} & \frac{b^2 - a^2}{6c^2} \\ -\frac{\sqrt{a^2 + 4b^2}}{2c^2} & -\frac{\sqrt{4a^2 + b^2}}{2c^2} & -\frac{1}{2c} \end{pmatrix}.$$

Обозначим $q = (q_1, q_2, q_3)^T$, $z = (v_x, v_y, \omega)^T$.

Кинетическая энергия (она же лагранжиан в данной задаче) имеет следующий вид:

$$T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^3 I_i \dot{q}_i^2,$$

где m — полная масса аппарата; $v^2 = v_x^2 + v_y^2$; I — полный момент инерции относительно точки O_1 ; $I_i, i = 1, 2, 3$, — момент инерции i -го колеса относительно соответствующей оси колеса. Предполагаем, что колеса идентичны друг другу, поэтому $I_1 = I_2 = I_3$.

Используя уравнения Лагранжа с неопределенными множителями [8], получим уравнения динамики для данного аппарата:

$$\left(A + \frac{I_1}{r^2} M^T M \right) \dot{z} + \Gamma \omega z = -\frac{1}{r} M^T \mu,$$

где $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3)^T$ — вектор моментов сил, приложенных к колесам,

$$A = \text{diag}\{m, m, I\}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} 0 & -m & 0 \\ m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

После подстановки матриц A, M и Γ последнее уравнение имеет следующий вид:

$$\left(I + \frac{I_1(2a^2 + 2b^2)}{3r^2} \right) \dot{\omega} =$$

$$= \frac{1}{3r} \left(\mu_1 \sqrt{a^2 + 4b^2} + \mu_2 \sqrt{4a^2 + b^2} + \mu_3 \sqrt{a^2 + b^2} \right)$$

и имеет явное решение:

$$\omega = \frac{r}{3r^2 I + I_1(2a^2 + 2b^2)} \times$$

$$\times \left(\sqrt{a^2 + 4b^2} \int_0^t \mu_1 dt + \sqrt{4a^2 + b^2} \int_0^t \mu_2 dt + \sqrt{a^2 + b^2} \int_0^t \mu_3 dt \right).$$

Моменты, необходимые для движения по заданной траектории $z(t)$:

$$\mu = -r(M^T)^{-1} \left(\left(A + \frac{I_1}{r^2} M^T M \right) \dot{z} + \Gamma \omega z \right). \quad (2)$$

Для свободного движения ($\mu(t) = 0$) первые интегралы: $\omega = \text{const}_1$ и

$$\left(m + \frac{I_1}{r^2} (M^T M)_{11} \right) v_x^2 + 2 \frac{I_1}{r^2} (M^T M)_{12} v_x v_y +$$

$$+ \left(m + \frac{I_1}{r^2} (M^T M)_{22} \right) v_y^2 = \text{const}_2.$$

Заметим, что матрица $(M^T M)$ — симметрическая и для данного расположения колес $(M^T M)_{13} = (M^T M)_{23} = 0$.

Для постоянных моментов исследуем стационарные движения. Для постоянной угловой скорости ω_0 требуется условие $\mu_1\sqrt{a^2+4b^2} + \mu_2\sqrt{4a^2+b^2} + \mu_3\sqrt{a^2+b^2} = 0$, иначе $\omega = \omega(t)$. Перепишем уравнения динамики:

$$A' \begin{pmatrix} \frac{d}{dt} v_x \\ \frac{d}{dt} v_y \end{pmatrix} + B' \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix},$$

где $A' = \begin{pmatrix} m + \frac{I_1}{r^2}(M^T M)_{11} & \frac{I_1}{r^2}(M^T M)_{12} \\ \frac{I_1}{r^2}(M^T M)_{21} & m + \frac{I_1}{r^2}(M^T M)_{22} \end{pmatrix}$;
 $B' = \begin{pmatrix} 0 & -m\omega_0 \\ m\omega_0 & 0 \end{pmatrix}$; u_1, u_2 — сокращенная для удобства запись правых частей уравнений динамики (u_1 и u_2 — постоянны). Стационарные решения: $v_x = \frac{u_2}{m\omega_0}$, $v_y = -\frac{u_1}{m\omega_0}$.

Движение вдоль траекторий

Благодаря конструкции колес робот может двигаться вдоль заданной траектории различными способами. Два наиболее интересных — это поступательное движение и движение по касательной к кривой.

Сначала рассмотрим движение робота при условии, что он не вращается вокруг оси O_1z . Следовательно, $\omega = 0$. Предположим, что центр робота уже находится в некоторой точке кривой, а ось O_1x составляет некоторый угол β с некоторой постоянной осью $O\xi_1$. Согласно требованиям задачи угол β должен оставаться постоянным. Тогда

$$v_x = \frac{d}{dt} \xi_1 \cos \beta + \frac{d}{dt} \xi_2 \sin \beta,$$

$$v_y = -\frac{d}{dt} \xi_1 \sin \beta + \frac{d}{dt} \xi_2 \cos \beta.$$

В эти выражения следует подставить уравнение траектории в параметрическом виде. Из выражения (2) находятся необходимые моменты для реализации данного движения.

Теперь рассмотрим движение робота вдоль кривой при условии, что в каждый момент времени ось O_1x направлена по касательной к траектории. Тогда $\omega = kv$, где k — кривизна траектории.

Предположим, что в начальный момент робот уже расположен так, что ось O_1x и касательная к траектории совпадают. Тогда

$$v_x = \frac{d}{dt} \xi_1, v_y = \frac{d}{dt} \xi_2, \omega = k \sqrt{\frac{d}{dt} \xi_1^2 + \frac{d}{dt} \xi_2^2}.$$

Моменты сил для такого типа движений также выражаются из соотношения (2).

Управление

Чтобы проверить модель и учесть влияние возможного проскальзывания, был создан прототип робота на трех омни-колесах с электромоторами (рис. 2).



Рис. 2. Прототип робота

Главной целью прототипирования является синтез управления движения вдоль различных траекторий и сравнение результатов с результатами математического моделирования. Использование омни-колес упрощает кинематическую схему аппарата за счет того, что нет необходимости в сложных рулевых устройствах, при этом остается возможность управления криволинейным движением. Произвольное расположение колес позволяет обобщить теорию роботов всенаправленного движения. Аппаратная и программная архитектура системы управления мобильным роботом была разработана на основе микроконтроллера *STM32F4*. *MATLAB Simulink* был выбран в качестве среды моделирования и программирования системы управления. Для моделирования кинематики и динамики робота был использован программный комплекс "Универсальный механизм". Универсальная система низкоуровневого контроля для электродвигателей с обратной связью по датчикам для оценки возможного проскальзывания и датчикам угловых скоростей колес на основе эффекта Холла была разработана для многофункциональной мобильной платформы в виде блок-схем для многодоменного моделирования и модельного проектирования в *MATLAB Simulink*. Для получения обратной связи для корректировки позиционирования используется бортовая навигационная система. Навигация осуществляется с помощью маяков на основе ультразвуковых датчиков расстояния.

Заключение

В статье описаны кинематика и динамика треугольного аппарата на омни-колесах. В ра-

боте приведены явные формулы моментов сил, необходимые для управления движением вдоль произвольной кривой. Тестирование таких систем управления предполагается на прототипе.

Список литературы

1. Lin L., Shih H. Modeling and Adaptive Control of an Omni-Mecanum-Wheeled Robot // *Intelligent Control and Automation*. 2013. Vol. 4, N. 2. P. 166–179.
2. Taheri H., Qiao B., Ghaeminezhad N. Kinematic Model of a Four Mecanum Wheeled Mobile Robot // *International Journal of Computer Applications*. 2015. Vol. 113, N. 3. P. 6–9.
3. Williams R. L., Carter B. E., Gallina P., Rosati G. Dynamic model with slip for wheeled omnidirectional robots // *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. 2002. Vol. 18, Iss. 3. P. 285–293.

4. Ashmore M., Barnes N. Omni-drive Robot Motion on Curved Paths: The Fastest Path between Two Points Is Not a Straight-Line // *Proc. of AI 2002: Advances in Artificial Intelligence, 15th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence* Canberra, Australia, December 2–6. 2002. P. 225–236.
5. Balakrishna R., Ghosal A. Modeling of slip for wheeled mobile robots // *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. 1995. Vol. 11, Iss. 1. P. 126–132.
6. Gferrer A. Geometry and kinematics of the Mecanum wheel // *Comput. Aided Geom. Design*. 2008. Vol. 25, N. 9. P. 784–791.
7. Зобова А. А., Татаринов Я. В. Динамика экипажа с роликонеусущими колесами // *Прикладная математика и механика*. 2009. Т. 73, № 1. С. 13–22.
8. Борисов А. В., Килин А. А., Мамаев И. С. Тележка с омни-колесами на плоскости и сфере // *Нелинейная динамика*. 2011. Т. 7, № 4 (Мобильные роботы). С. 785–801.
9. Колмогоров А. Н. Паркеты из правильных многоугольников // *Квант*. 1970. № 3.
10. URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Паркет_\(геометрия\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Паркет_(геометрия)).

Mathematical Model of a Robot with Omni-Wheels Located at the Vertices of the Right Triangle

E. Y. Kolesnichenko, decstrela@mail.ru, V. E. Pavlovsky, vlpavl@mail.ru,

Keldysh Institute of Applied Mathematics Russian Academy of Sciences, Moscow 125047, Russian Federation,

I. A. Orlov, i.orlov@imash.ru, A. P. Aliseychik, aliseychik@imash.ru,

Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow 101990, Russian Federation,

D. A. Gribov, legovas@gmail.com, A. V. Podoprosvetov, llecxis@gmail.com,

M. V. Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation

Corresponding author: Pavlovsky Vladimir E., Dr. Sc. in Physics and Mathematics, Professor, Chief Researcher, Head of Laboratory "Intelligence and mechatronics", Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences), Moscow, 125047, Russian Federation, e-mail: vlpavl@mail.ru, www.keldysh.ru

Accepted on August 07, 2017

The article deals with control of a robot with three omni-wheels. The feature of this robot is the triangular platform with a right angle. The steering function is of special interest of the paper. The explicit formulae of moments applied to the wheels are obtained for the robot's movement along a specified trajectory for two particular cases. The first is forward motion, when the robot does not turn during the movement. The second is the tangential movement to the selected curvilinear trajectory, when the robot rotates according to the curvature of the trajectory. The purpose of the study is as follows. A group of described robots can implement a transport system with a different configuration of a common transport platform, for this, the robots connect by the sides (ribs) of their bodies. In order to form a common platform — for example, a rectangle, or a rhombus, and it is required that the body of the robot agent has a right angle. We note here that, from a general point of view, the problem of connecting triangles to a common given figure (corresponding to transporting thing) is the task of tiling the plane, or part of the plane, with a repeating "pattern" [9], which is also called the tessellation, packing or the problem of parquet (see also [9, 10]). It is known that for triangular tiles this problem has a solution.

Keywords: omni-wheels, triangular platform, omni-directional movement, mobile robot, omni-robot control

Acknowledgements. This research is supported by RFBR (grants № 15-08-08769-a, № 16-01-00131-a, № 16-08-00880-a, 16-29-04412-ofi_m) and RSF (grant № 16-19-10705).

For citation:

Kolesnichenko E. Y., Pavlovsky V. E., Orlov I. A., Aliseychik A. P., Gribov D. A., Podoprosvetov A. V. Mathematical Model of a Robot with Omni-Wheels Located at the Vertices of the Right Triangle, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 5, pp. 327–330.

DOI: 10.17587/mau.19.327-330

References

1. Lin L. and Shih H. Modeling and Adaptive Control of an Omni-Mecanum-Wheeled Robot, *Intelligent Control and Automation*, 2013, vol. 4, no. 2, pp. 166–179.
2. Taheri H., Qiao B., Ghaeminezhad N. Kinematic Model of a Four Mecanum Wheeled Mobile Robot, *International Journal of Computer Applications*, 2015, vol. 113, no. 3, pp. 6–9.

3. Williams R. L., Carter B. E., Gallina P., Rosati G. Dynamic model with slip for wheeled omnidirectional robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2002, vol. 18, iss. 3, pp. 285–293.
4. Ashmore M., Barnes N. Omni-drive Robot Motion on Curved Paths: The Fastest Path between Two Points Is Not a Straight-Line, *Proc. of AI 2002: Advances in Artificial Intelligence, 15th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence* Canberra, Australia, December 2–6, 2002, pp. 225–236.
5. Balakrishna R., Ghosal A. Modeling of slip for wheeled mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1995, vol. 11, iss. 1, pp. 126–132.
6. Gferrer A. Geometry and kinematics of the Mecanum wheel. *Comput. Aided Geom. Design*, 2008, vol. 25, no. 9, pp. 784–791.
7. Zobova A. A., Tatarinov Ya. V. The dynamics of an omni-mobile vehicle, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2009, vol. 73, no. 1, pp. 8–15 (in Russian).
8. Borisov A. V., Kilin A. A., Mamaev I. S. An omni-wheel vehicle on a plane and a sphere, *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2011, vol. 7, no. 4, pp. 785–801 (in Russian).
9. Kolmogorov A. N. Parkety iz pravilnykh mnogougolnikov (Parquets from regular polygons), *Kvant*, 1970, no. 3 (in Russian).
10. Available at: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Parquet_\(геометрия\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Parquet_(геометрия)) (in Russian).

С. Л. Зенкевич, д-р физ.-мат. наук, проф., zenkev@bmstu.ru, **Хуа Чжу**, аспирант, zhuhua1302@gmail.com, **Цзяньвень Хо**, аспирант, huojianwen2008@hotmail.com, Научно-учебный центр "Робототехника" МГТУ им. Н. Э. Баумана

Экспериментальное исследование движения группы мобильных роботов в строю типа "конвой"

Приведено описание эксперимента, состоящего в исследовании движения группы мобильных роботов в строю типа "конвой". Рассмотрены используемые аппаратные средства роботов. Описана распределенная система управления ведущими и ведомыми роботами в среде ROS. Кратко изложены алгоритмы управления ведущим и ведомыми роботами. Приведены результаты экспериментов: построенная карта среды, траектории роботов.

Ключевые слова: эксперимент, навигация, ведущий робот, следование, ведомый робот, распределенная система

Введение

Ранее авторами было проведено теоретическое исследование методов управления движением роботов [1], а также компьютерное моделирование движения роботов в среде ROS [2].

Компьютерное моделирование является одним из эффективных методов изучения движения группы роботов. Но вместе с тем этот метод анализа движения может не учитывать ряд факторов, например, неточности модели и измерений, задержки при коммуникации и т. д. Поэтому проведение натурных испытаний является актуальной задачей, позволяющей оценить как правильность используемых методов, так и возможность их использования в реальных условиях.

Постановка задачи

Пусть мобильные роботы движутся в плоскости OXY строем типа "конвой" (рис. 1). Роботы пронумерованы от R_0 (ведущего робота) до R_N (замыкающего конвой). Ведущий робот оснащен богатой сенсорной системой, позволяющей планировать траекторию в непредсказуемой обстановке, например, сканирующими лазерными дальномерами, системами спутниковой навига-

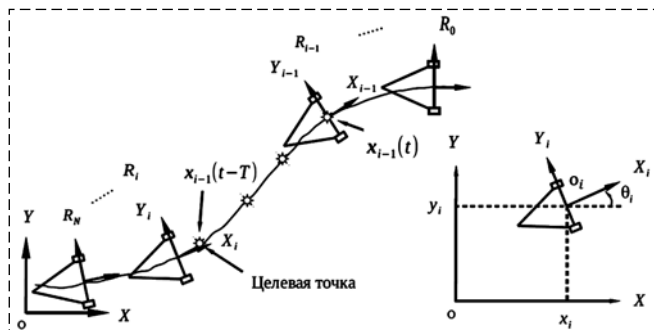


Рис. 1. Постановка задачи

ции, стереозрением. Ведомые роботы в этом случае должны только следить за положением своего ведущего робота.

Задача настоящей работы состоит в экспериментальном исследовании группы мобильных роботов в строю типа "конвой".

Описание ведущего и ведомого роботов

Внешний вид роботов представлен на рис. 2 (см. четвертую сторону обложки), а их структурная схема — на рис. 3. В состав робота входят следующие компоненты:

1. Механическая платформа, имеющая два независимых ведущих колеса и одно пассивное.
2. Два электродвигателя с магнитными энкодерами.
3. Одноплатный компьютер Raspberry Pi 2B (частота: 900 МГц, ОЗУ: 1 Гб).
4. Микроконтроллер Arduino Uno для управления двигателями.

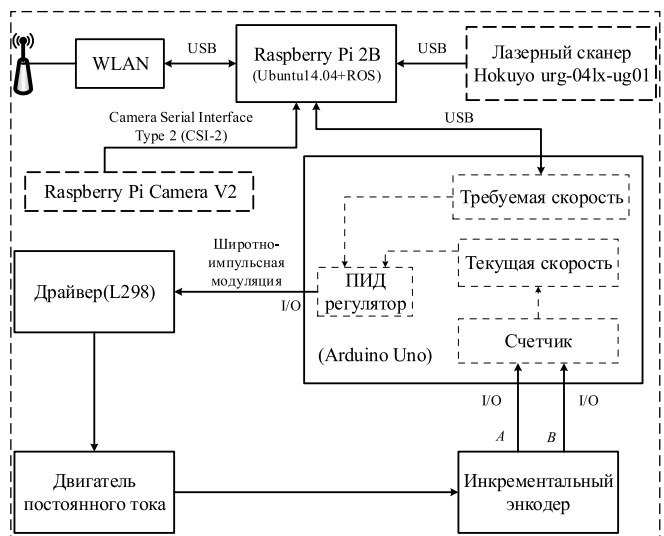


Рис. 3. Структурная схема робота

5. Лазерный сканер Hokuuo urg-04lx-urg01 (диапазон измерения: 5,6 м, скорость сканирования: 100 мс/скан, только у ведущего робота).

6. Raspberry Pi камера (только у последнего ведомого робота).

В эксперименте участвует строй типа "конвой", в состав которого входят четыре ведомых и один ведущий робот.

Описание программного обеспечения распределенной системы управления роботами

Цель эксперимента состоит в том, чтобы в условиях отсутствия априорных знаний о внешней среде перевести группу мобильных роботов из начального положения в положение, заданное оператором. Для реализации такой системы в масштабе реального времени роботы оснащены операционной системой Ubuntu 14.04 совместно с ROS (Robot Operating System). В среде ROS разработано программное обеспечение распределенной системы управления роботами, структура которого представлена на рис. 4.

Опишем основные элементы данного программного обеспечения:

- ◆ Процесс `/hector_mapping` используется для построения двумерной карты окружающей среды и определения собственного положения в ней с помощью информации лазерного сканера, обслуживаемого процессом `/hokuuo_node`.
- ◆ Процесс `/move_base` служит для динамического формирования роботом отслеживаемой траектории, а также формирования команды управления.
- ◆ Процесс `/follower` ведомого робота предназначен для отслеживания им траектории своего ведущего робота.
- ◆ Процесс `/odometry` служит для определения положения ведомого робота в окружающей среде.
- ◆ Управление исполнительным механизмом осуществляется процессом `/serial_node`.
- ◆ Процесс `/raspicam_node`, принадлежащий последнему ведомому роботу, служит для мониторинга движения роботов оператором с помощью камеры, установленной на работе.

Из-за ограниченной вычислительной мощности бортового компьютера части задачи ведущего робота выполняются удаленным компьютером.

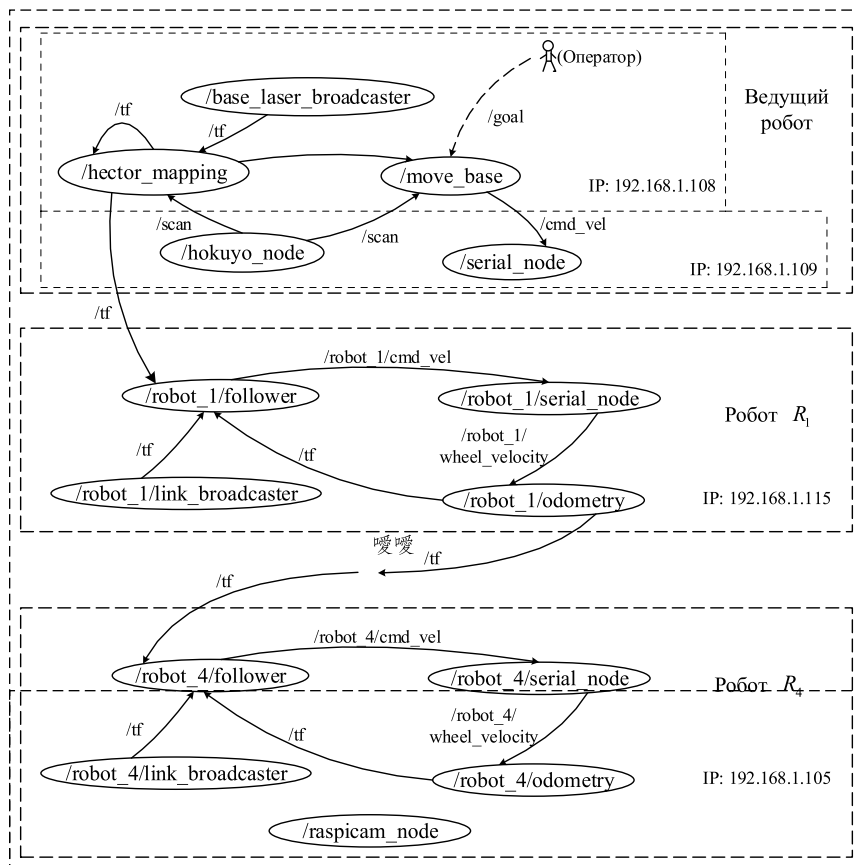


Рис. 4. Структура программного обеспечения распределенной системы управления роботами

Алгоритмы управления ведущим роботом

Для автономной навигации ведущего робота необходимо решать следующие задачи: определение собственного положения, построение карты, а также планирование траектории.

- ◆ *Определение собственного положения и построение карты (SLAM)*

Построенная в процессе эксперимента карта является растровой, каждая клетка $P(x, y)$ которого характеризуется величиной $M(P) \in [0, 100]$:

$$M(P) = \begin{cases} 0, & \text{клетка свободна;} \\ 100, & \text{клетка занята препятствием;} \\ -1, & \text{состояние клетки неизвестно.} \end{cases}$$

Используемый метод SLAM [3] состоит в том, что на каждом шаге сканирования ищется положение робота $\xi^* = (x_0, y_0, \theta_0)^T$, минимизирующее квадратичный критерий:

$$\xi^* = \arg \min_{\xi} \sum_{i=0}^n [100 - M(S_i(\xi))]^2,$$

где $n = 501$ — число лучей в каждой развертке; $M(x, y)$ — значение занятости в клетке (x, y) ; $S_i(\xi)$ — координаты конечной точки луча i в системе координат карты OXY , которые можно получить, используя измеренные координаты ко-

нечной точки $(\rho_{i,x}, \rho_{i,y})^T$ (рис. 5, а, см. четвертую сторону обложки):

$$S_i(\xi) = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_{i,x} \\ \rho_{i,y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}.$$

Пусть во время t получены оценки положения робота $\xi(t)$, и через промежуток Δt проводится новое сканирование, тогда смещение положения $\Delta \xi^*$ ищется из условия

$$\Delta \xi^* = \arg \min_{\Delta \xi} \sum_{i=0}^n [100 - M(S_i(\xi(t) + \Delta \xi))]^2.$$

Подробный процесс нахождения $\Delta \xi^*$ описан в работе [3], где алгоритм Гаусса—Ньютона используется для решения задач поиска экстремума методом наименьших квадратов. Далее проводится обновление положения и карты (рис. 5, б, см. четвертую сторону обложки).

♦ Планирование траектории

Используя полученную карту, процесс /move_base планирует траекторию с учетом габаритных размеров робота. В эксперименте используется два типа планирования: глобальное [4] и локальное [5]. От текущего до целевого положения робота глобальное планирование генерирует последовательность точек, используя алгоритм Дейкстры. По поступающим данным от сканера локальное планирование вычисляет команды управления роботом для следования вдоль сегмента маршрута с помощью алгоритма Trajectory Rollout или Dynamic Window. Преимущество этого способа планирования состоит в возможности перепланировки траектории в масштабе реального времени при появлении препятствий на маршруте.

Алгоритмы управления ведомым роботом

● Формирование команды (v_i, ω_i) управления роботом R_i

Стратегия управления роботом состоит в том, что робот R_i повторяет траекторию своего ведущего робота R_{i-1} с некоторым временным запаздыванием T . Команда (v_i, ω_i) управления роботом имеет вид [1]

$$\begin{pmatrix} v_i \\ \omega_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1(x_{i-1}(t-T) - x_i(t)) \cos \theta_i(t) + k_1(y_{i-1}(t-T) - y_i(t)) \sin \theta_i(t) \\ k_2(\theta_{i-1}(t-T) - \theta_i(t)) \end{pmatrix},$$

где $(x_i(t), y_i(t), \theta_i(t))$ — положение робота R_i в системе координат карты во времени t , $T = 2$ с.

● Классический способ управления двигателями

В каждый момент времени требуемая скорость двигателей ищется следующим образом:

$$\begin{cases} \omega_R = \frac{2v_i + l\omega_i}{2r}; \\ \omega_L = \frac{2v_i - l\omega_i}{2r}, \end{cases}$$

где ω_R, ω_L — требуемая скорость правого и левого двигателей; $r = 0,067$ м — радиус ведущих колес; $l = 0,172$ м — расстояние между центрами двух колес.

Управление двигателями осуществляется классическим методом (с использованием ПИД регулятора по скорости). Выходной сигнал регулятора $u(t) = (u_r(t), u_l(t))^T$ определяется тремя слагаемыми:

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt},$$

где k_p, k_i, k_d — коэффициенты усиления пропорциональной, интегрирующей и дифференцирующей составляющих регулятора соответственно; $e(t) = (\omega_R(t) - \omega_R^{real}(t), \omega_L(t) - \omega_L^{real}(t))^T$ — отклонение скорости от требуемой.

В дискретной программной реализации метода расчета выходного сигнала уравнение принимает рекуррентную форму:

$$u(n) = u(n-1) + K_p(e(n) - e(n-1)) + \frac{K_i(e(n) - e(n-1))}{2} + K_d(e(n) - 2e(n-1) + e(n-2)),$$

где $K_p = k_p, K_i = k_i \Delta t, K_d = k_d / \Delta t$, которые выбраны методом Циглера—Николса; время дискретизации $\Delta t = 0,02$ с.

Результаты эксперимента

▲ Результаты управления исполнительным механизмом

Постоянная требуемая скорость двигателя и временная реакция двигателя показаны на рис. 6 и рис. 7 ("с участием нагрузки" означает, что робот двигался по полу лаборатории).

Как видно из рис. 6, 7, длительности переходного процесса $t_{пп}$ различны в двух случаях ($t_{пп1} = 0,5$ с,

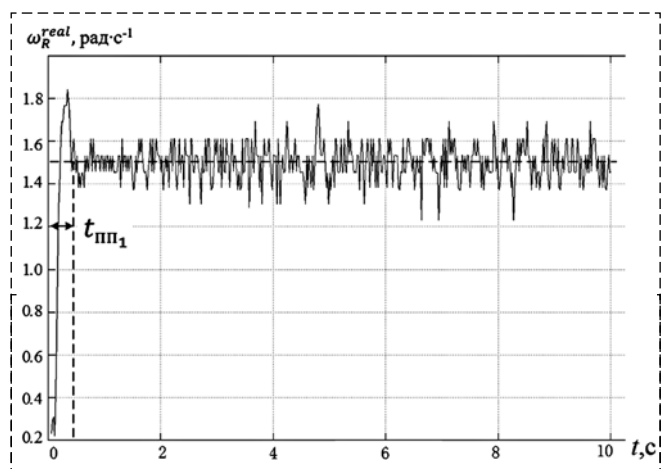


Рис. 6. Реакция двигателя на ступенчатое воздействие

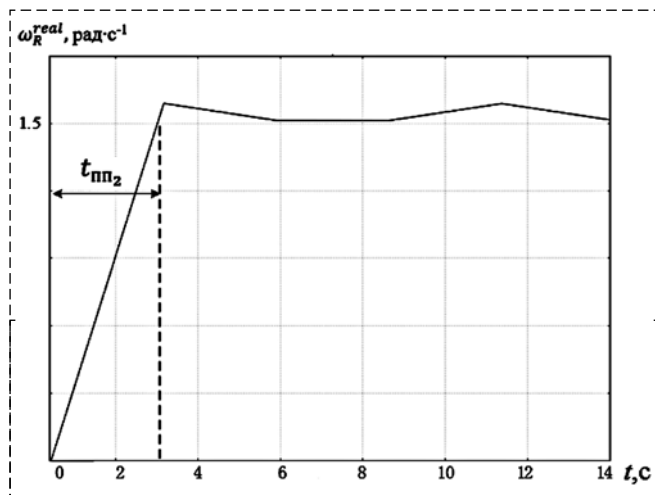


Рис. 7. Реакция двигателя на ступенчатое воздействие с участием нагрузки

$t_{пп2} = 2,5$ с). Соотношение $t_{пп2} > t_{пп1}$ значит, что инерция робота влияет на быстродействие системы, т. е. на работоспособность робота в масштабе реального времени.

▲ Результаты проверки функционирования в автономном режиме ведущего робота

При заданной оператором последовательности целевых точек A, B, C, D , ведущий робот автономно проходил эти целевые точки, для которых распознавал окружающую среду и планировал траектории. Реальная траектория робота показана на рис. 8.

Точность построенной карты представлена в таблице.

Сравнение реальной дистанции и дистанции на карте

Имя точек	Реальная дистанция, м	Дистанция на карте, м	Погрешность, м	%
L_1	2,05	1,98539	0,06461	3,15
L_2	1,5	1,43363	0,06637	4,4



Рис. 8. Траектория ведущего робота в построенной карте

▲ Результаты движения группы роботов в строю типа "конвой"

При движении робота в строю линейная скорость ведущего робота ограничена диапазоном $[0,1 \text{ м/с}, 0,2 \text{ м/с}]$, угловая скорость ограничена диапазоном $[-1,5 \text{ рад/с}, 2 \text{ рад/с}]$. Безопасное расстояние между роботами установлено равным 0,15 м. Результаты движения показаны на рис. 9 (см. четвертую сторону обложки).

Из рис. 9, а видно, что траектории ведомых роботов не совпадают с траекторией ведущего, однако траектории ведомых роботов хорошо совпадают друг с другом. Причиной этого могут быть следующие:

1. Различные точности локализации ведущего и ведомых роботов.
2. Задержки при коммуникации и недостаточное быстродействие исполнительного механизма.

Заключение

В работе описан проведенный эксперимент, исследующий движение роботов в строю типа "конвой". Полученные результаты демонстрируют правильность используемых методов. Дальнейшее направление исследования включает рассмотрение:

- ◆ согласованного движения квадрокоптера и группы мобильных роботов в строю типа "конвой";
- ◆ логического управления группой роботов при изменении топологии строя, обеспечивающий выполнение различных действий группы, например, входа робота в конвой, выхода робота из конвоя, объединения конвоев, разделения конвоя и т. д.

Список литературы

1. **Зенкевич С. Л., Чжу Хуа.** Управление движением группы роботов в строю типа "конвой" // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 1. С. 30–34.
2. **Зенкевич С. Л., Назарова А. В., Чжу Хуа.** Моделирование и анализ движения группы мобильных роботов в среде ROS // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017, Т. 18, № 5. С. 317–320.
3. **Kohlbrecher S., Meyer J., von Stryk O., Klingauf U.** A flexible and scalable SLAM system with full 3D motion estimation // Proc. of the IEEE International Symposium on Safety, Security and Rescue Robotics. Kyoto, Japan, Nov. 1–5. 2011. P. 50–55.
4. **Global_planner.** URL: wiki.ros.org/global_planner (дата обращения: 15.06.2016).
5. **Base_local_planner.** URL: wiki.ros.org/base_local_planner?distro=kinetic (дата обращения: 15.06.2016).

Experimental Study of Motion of the Mobile Robots Moving in the Convoy Type Formation

S. L. Zenkevich, zenkev@bmstu.ru, Hua Zhu, zhuhua1302@gmail.com,

Jianwen Huo, huojianwen2008@hotmail.com,

Robotics Training-Research Center, Bauman Moscow State Technical University,
Moscow, 105005, Russian Federation

Corresponding author: **Zhu Hua**, Ph. D., Robotics Training-Research Center,
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation,
e-mail: zhuhua1302@gmail.com

Accepted on May 30, 2016

In this paper the authors describe the experiment, which consists in studying the motion of the mobile robots moving in the convoy type formation, including one leader-robot and several follower-robots. The components of the educational robots and their sensor devices including Hokuyo urg-04lx-urg01 scanning laser rangefinder (only the leader-robot has it) are introduced. A distributed control system of the robots in ROS (Robot Operating System) is described, at the same time the functions of each node of the robots are presented in detail. The authors describe the SLAM algorithm of the leader-robot and its computational process in practice, and simultaneously the algorithm of the trajectory planning in real-time is described briefly. The authors present the PID controller for DC (direct current) motors and discuss the performance of DC motor according to its step response in the loading conditions. The motion control algorithm of the follower-robot is also presented. Experimental results including the map of environment and the trajectory of robots on the map are provided, which demonstrate effectiveness of the used algorithms. The authors analyze the reasons for discrepancy in the trajectories of some robots in a group, for example, different positioning accuracy of the leader-robot and follower-robots, delays in communication, insufficient performance of the actuator.

The further research direction consists of two aspects: firstly, the coordinated movements of the drone and a group of mobile robots moving in the convoy type formation; secondly, logical control of a group of robots when changing the formation topology. The control mechanism ensured the execution of various convoy behaviors, for example, convoy separation.

Keywords: experiment, navigation, leader-follower, distributed system, ROS

For citation:

Zenkevich S. L., Zhu Hua, Huo Jianwen. Experimental Study of Motion of the Mobile Robots Moving in the Convoy Type Formation, *Mekhatronika, Avtomatizacia, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 5, pp. 331–335.

DOI: 10.17587/mau.19.331-335

References

1. **Zenkevich S. L., Zhu Hua.** *Upravlenie dvizheniem gruppy robotov v stroju tipa "konvoj"* (Control of a group of mobile robots

moving in the convoy type formation), *Mekhatronika, Avtomatizacia, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 1, pp. 30–34 (in Russian).

2. **Zenkevich S. L., Nazarov A. V., Zhu Hua.** *Modelirovanie i analiz dvizhenija gruppy mobil'nyh robotov v srede* (Simulation and analysis of motion of a group of mobile robots in ROS), *Mekhatronika, Avtomatizacia, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 5, pp. 317–320 (in Russian).

3. **Kohlbrecher S., Meyer J., von Stryk O., Klingauf U.** A flexible and scalable SLAM system with full 3D motion estimation, *In Proc. of the IEEE International Symposium on Safety, Security and Rescue Robotics*, Japan, 2011, pp. 50–55.

4. **Global_planner** URL: wiki.ros.org/global_planner.

5. **Base_local_planner** URL: wiki.ros.org/base_local_planner?distro=kinetic.

А. Д. Московский, инженер-исследователь, moscowskyad@gmail.com,
Е. В. Бургов, инженер-исследователь, burgov.ev@yandex.ru,
Е. Е. Овсянникова, инженер-исследователь, eeovsyana@gmail.com,
Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт"

Зрительный анализатор анимата как основа семантики сенсорной системы робота¹

Предлагается структура так называемого зрительного анализатора анимата, имитирующего работу системы восприятия муравья. Описывается метод распознавания объектов путем их декомпозиции на признаки, приводится алгоритм распознавания сложных объектов и сцен, основанный на поиске изоморфных подграфов. Показана принципиальная возможность использования подобной системы технического зрения для распознавания поз аниматов, сцен с их участием, простых кинооптических реакций. Представлена архитектура системы распознавания с интерфейсом уровня семантической сети.

Ключевые слова: зрительный анализатор, анимат, групповая робототехника, социум роботов, моделирование, распознавание объектов, система технического зрения

Введение

Одним из перспективных направлений групповой робототехники являются исследования в области создания моделей социального поведения применительно к группам роботов. Конечной целью этих исследований является реализация сообществ роботов, организованных как социум, что должно создать условия более высокого уровня решения групповых задач. Подобный социум в конечном итоге предназначен для решения практических задач, например, патрулирования и охраны обширных территорий [1], поддержания энергетической автономности и т. д., однако в основе построения как самих механизмов построения социума, так и архитектур роботов, способных к социальному взаимодействию, лежат заимствованные из биологии (прежде всего этологии) принципы.

Заимствование конструкций и технологий из природы (моделей поведения, особенностей анатомии, зрения животных) давно является неотъемлемой частью робототехники. При этом, однако, биологически инспирированная робототехника в основном использует не столько модели поведения, сколько особенности строения живых организмов — морфологию, элементы сенсорной системы и т. д.

В групповой робототехнике для обозначения объекта исследования обычно используются термины "робот" или "агент". При моделировании

социальных сообществ, где основной акцент делается именно на поведение, применение этих слов не совсем удобно. Термин "робот" обычно подразумевает некий технический характер объекта моделирования. В то же время под "агентом" понимается в основном некая сугубо абстрактная, программная сущность. В этом смысле более удобным является использование термина **анимат**. Под аниматом может пониматься как модель, так и техническое устройство [2, 3], однако этот термин подчеркивает свою биоинспирированность, ориентацию на поведенческие аспекты. Аниматы — это искусственные животные, которые в процессе выживания должны приспосабливаться к сложным и враждебным средам. Поведение анимата нацелено на достижение полезных результатов. Считается, что у анимата есть потребности, например, в питании и безопасности. С этими потребностями связано поведение, количественно характеризующееся мотивациями [4].

Создание искусственных социумов роботов (аниматов) может и должно быть основано на исследованиях организации сообществ животных. Одни из самых совершенных сообществ в мире животных и наиболее сложные сообщества среди насекомых формируют муравьи [5]. Поэтому для отработки принципов социальных взаимодействий в группах роботов представляется оправданным взять за основу принципы организации социума и модели поведения, присущие муравьям. Важнейшую роль в восприятии мира муравьем и, как следствие, в его социальном поведении играет зрительная система. Именно она обеспечивает распознавание "своих" и "чужих", определение ситуаций и анализ сцен, наблюдаемых аниматом, ориентацию в пространстве и т. д.

¹ Работа поддержана грантом РНФ № 16-11-00018 (введение, описание архитектуры зрительного анализатора, моделирование зрительных систем, вопросы проектирования системы технического зрения) и грантом РФФИ офи_м № 16-29-04412 (аппаратная реализация, эксперименты, вопросы поведения анимата на основе сигналов анализатора).

Настоящая работа посвящена вопросу возможного устройства зрительной системы анимата. При этом речь не идет о вопросах создания того, что называется обычно системой технического зрения. Здесь нас интересует некая комплексная система восприятия зрительной информации, решающая в конечном итоге задачу распознавания и классификации сцен. Такая система называется зрительным анализатором.

В работе сначала обсуждаются вопросы, касающиеся самого понятия анализатора. Далее рассмотрены биологические аспекты зрительного восприятия аниматов, важные с точки зрения решаемых аниматом-муравьем задач. После этого определены требования для проектируемого анализатора и изложен подход к системе распознавания. В заключение представлены программная и аппаратная реализации и результаты проведенных экспериментов.

1. Зрительный анализатор и сенсорная система

Сенсорная система (анализатор по И. П. Павлову) **в физиологии человека и животных** — функциональная единица нервной системы, включающая рецепторную, проводящую и центральную (обрабатывающую информацию) части [6, 7]. В данной статье **анализатором** называется комплекс аппаратных и программных средств, выполняющих функции зрительных сенсоров, обработки видеопотока, распознавания объектов и сцен. Результатом работы анализатора является комплекс сигналов, направленный на формирование социального поведения анимата. Известен обширный ряд методов, позволяющих распознавать и выделять элементы пространства. В работе [8] приводится описание основных подходов к решению задачи создания системы технического зрения (СТЗ): стереозрение, SfM (Structure-from-Motion), детектирование объектов и др. Однако для создания зрительной системы анимата-муравья методов, описанных в данном источнике, недостаточно. Прежде чем выделять объекты, необходимо провести обработку изображения в реальном времени. Для того чтобы на основе ситуации выбрать тип поведения, необходимо распознать сцену для дальнейшей классификации. Поэтому методы обработки зрительной информации для проектируемого анализатора должны включать: обработку поступающего изображения в реальном времени; выделение объектов на изображении; целенаправленный анализ зрительной сцены.

Анализатор должен быть выполнен в общей парадигме с системами управления поведением аниматов. Он должен иметь интерфейс, позволяющий изменять описание объектов на уровне семантических сетей. Это требование сформули-

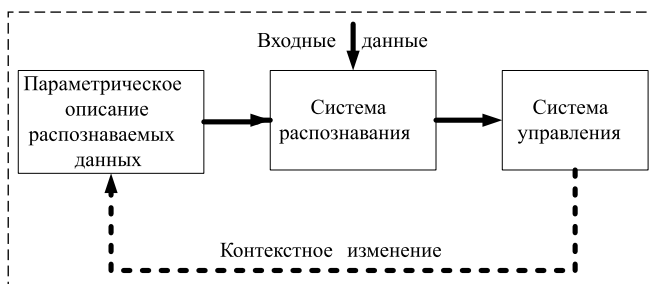


Рис. 1. Схема взаимодействия анализатора и модуля управления анимата

ровано из тех соображений, что объект управления воспринимает распознанные им объекты и ситуации в зависимости от дополнительного контекста. Примером такой ситуации, когда важен контекст, может быть текущее положение анимата — одна и та же визуальная ситуация может восприниматься по-разному в зависимости от того, на какой территории происходит действие: на своей, на нейтральной или на вражеской. Требуется задавать распознаваемые объекты таким образом, чтобы управляющий модуль имел возможность вносить изменения в их описание в процессе работы (рис. 1).

Суть работы заключается в проектировании зрительного анализатора, способного обеспечивать распознавание аниматов-муравьев, определение их поз и киноптических реакций в группах искусственных агентов. Далее рассмотрены параметры различных зрительных сенсорных систем животных и особенности поведения, связанные со зрением. На основе этого описания определена концепция и параметры анализатора, признаки, объекты и сцены, которые необходимо распознавать. Как результат, описано унифицированное программное обеспечение, применимое для различных аппаратных средств.

Биологические основы моделирования зрительного анализатора. Одной из систем коммуникационных навыков общественных насекомых, в том числе муравьев, является **кинопсис** (язык поз) [9]. Это комплекс реакций, основанных на зрительном восприятии характерных поз и движений. С помощью кинопсиса регулируются различные социальные взаимодействия индивидов в малых (от двух особей) и больших группах. Для моделирования киноптических реакций требуется создание аналога зрительной сенсорной системы муравьев, который имел бы возможность распознавать индивидов и воспринимать визуальные сигналы от них.

В животном мире существует огромное разнообразие органов зрения. Они могут быть представлены отдельными светочувствительными клетками, их группами, простыми и сложными органами зрения — глазами [10]. Для создания искусственного анализатора, способного собирать

визуальную информацию для формирования социального поведения, целесообразно рассматривать органы зрения, наиболее приспособленные для этого. Это фасеточные глаза насекомых и камерные глаза млекопитающих и птиц. Первые можно рассматривать и использовать их аналоги при моделировании компактных роботов, вторые — при создании/модификации крупных агентов. Выполняя сходные функции, камерные и фасеточные глаза отличаются по морфо-физиологическим характеристикам [11, 12].

Моделируемые формы поведения муравьев. При ориентации, коммуникации, поиске пищи и т. д. муравьи используют различные сенсорные системы. Зрительные органы у разных видов муравьев имеют свои структурные и функциональные особенности. Для многих видов глаза являются доминирующим органом чувств, по крайней мере, во внегнездовой деятельности рабочих. Примером могут служить виды родов *Gigantiops* (Roger, 1863), *Harpegnatos* (Jerdon, 1851) и другие активные охотники. Рабочие особи других видов, например обитающих в почве и древесине *Lasius flavus* (Fabricius, 1782) и *Lasius umbratus* (Nylander, 1846), имеют слабое зрение. Для таких видов возрастает роль тактильных и обонятельных сенсорных систем.

Основным модельным объектом для создания аниматов в настоящей работе являются муравьи рода *Formica* (Linnaeus, 1758). Выбор модельного объекта связан с доступностью (виды *Formica* широко распространены в средней полосе России [13]), развитостью социальных структур [5] и разнообразием индивидуального и группового поведения особей [14, 15]. Они отличаются относительно хорошим зрением, реализуют многочисленные киноптические реакции.

Агрессивная поза. Муравей *Formica*, находящийся на куполе гнезда и обнаруживший опасность, может принимать агрессивную позу (рис. 2, а). Увидевшие это рабочие делают то же самое, в случае необходимости разворачиваясь в направлении угрозы.

Транспортировка, "пассивная поза". По различным причинам у муравьев может появляться необходимость транспортировать друг друга. У видов *Formica* возможна транспортировка рабочих (рис. 2, б), при этом переносимый рабочий

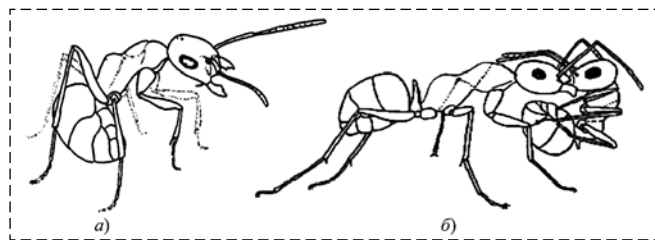


Рис. 2. Агрессивная поза (а) и транспортировка (б) у рыжих лесных муравьев (группа *Formica rufa*) (по работе [13] с изменениями)

подгибает брюшко к груди и складывает ноги (компактно "упаковывает" себя). Это положение тела условно назовем пассивной позой.

2. Практика моделирования биологически инспирированных зрительных систем

Существует ряд исследовательских групп, изучающих поведение автономных мобильных роботов, зрение которых разработано по аналогии со зрением насекомых и млекопитающих, в реальных условиях. Одним из примеров может служить так называемая эволюционная активная зрительная система мобильного робота [16], которая позволяет автоматически сканировать изображение, изменяя разрешающую способность и решая простейшие задачи распознавания. Система состоит из сетчатки (содержащей девять зрительных нейронов), управляемой полученной нейросетью. В рамках этого подхода также реализованы робот-муравей и летающий робот со зрительным самоуправлением.

Известен анимат iRat, несущий видеокамеру на борту и использующий видеоданные для решения задачи навигации построения карты местности [17]. В работе [18] модель анимата использует систему, основанную на нейросети для задачи избегания столкновения с препятствиями во время движения. Исследователи из AILab Университета Цюриха создали робота-муравья Sahabot (Sahabot2), который умеет определять поляризацию света, и ориентироваться по ней на местности [19].

Интересна работа [20], в которой описывается создание искусственных аналогов глаз членистоногих с помощью почти полных полусферических камер (около 160°). Оптическая подсистема реализована путем объединения эластомерных составных оптических элементов и деформируемых массивов тонких кремниевых фотодетекторов в интегрированные листы, которые могут быть трансформированы в полусферические формы для встраивания в камеры. В статье [21] описывается метод проектирования сложных глаз с панорамным, неискаженным полем зрения. Представленный прототип представляет собой одну из многих возможных реализаций принципа проектирования CurvACE [22]. Авторы создали компактный, легкий, энергоэффективный миниатюрный датчик зрения, который подходит для применения в широком спектре задач, требующих быстрого обнаружения движения на панорамном поле зрения.

3. Параметры моделируемого анализатора

Для моделирования зрительного анализатора анимата-муравья накладываются следующие требования:

1) зрительный модуль должен уметь распознавать рабочих особей муравьев. Желательно отличать особей своего и чужого видов. Также анализатор должен определять расплод: яйца, личинок и куколок;

2) необходимо различать позы рабочих муравьев. Минимальный набор для распознавания: "обычное" положение тела, агрессивная поза, поза для транспортировки ("пассивная");

3) анализатор должен уметь определять число указанных выше объектов в поле обзора, выдавать информацию об изменении их числа;

4) на основании данных о числе, состоянии и взаимном расположении распознанных объектов необходимо классифицировать модельные ситуации:

- "сигнал тревоги" — "свой(и)" муравей(ьи) принял(и) агрессивную позу;
- "транспортировка" — муравей(ьи) переносит(ят) другого (их);
- "опасность для расплода" — вражеская(ие) особь(и) рядом с расплодом;
- "конфликт" — обнаружены "свои" и "чужие" рабочие особи.

4. Подход к проектированию системы распознавания

Для решения поставленных задач был выбран атрибутный подход к распознаванию и описанию объектов. Согласно ему каждый объект пространства реального мира содержит ряд характерных атрибутов или признаков. В качестве таких признаков может выступать как цвет или узор покрытия данного объекта, так и его форма, динамика, размеры и прочие особые характеристики. Атрибутное представление удобно и с точки зрения описания, ведь для задания объекта достаточно перечислить все (или основные) его признаки, и с точки зрения реализации системы. Последний пункт продиктован текущим развитием данной области и наличием ряда методов и алгоритмов обработки и фильтрации изображений, позволяющих выделить тот или иной признак. Это могут быть, например, детекторы цвета/узора и детекторы контуров/формы наблюдаемого объекта, нейросетевые детекторы определенных признаков и т. п. Также удобство данного подхода заключается в расширяемости системы, так как реализация новых детекторов, в дополнение к хорошо известным и используемым, не требует изменения системы в целом. Данный подход к распознаванию можно считать статистическим. В работе [23] упоминается, что при использовании такого подхода использование контекстной информации трудоемко, однако дальнейшее предложенное расширение подхода призвано устранить эту проблему.

Описание объектов. Базовой единицей вышеописанного подхода является атрибут (a). Каждый атрибут (a) принадлежит своему классу (A). Простейшими примерами классов атрибутов могут выступать классы цвета, формы и т. д. Объект (o) образуется набором атрибутов (a_i), которые принадлежат соответствующим классам:

$$o = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, a_i \in A_i, A_i \neq A_j, i \neq j.$$

Каждое значение зависит непосредственно от программной реализации и настроек детектора соответствующего класса. Для того чтобы система зарегистрировала искомый объект на представляемом ей изображении, требуется, чтобы все программные детекторы, отвечающие за свои атрибуты, выдавали список областей изображения, где эти атрибуты были зафиксированы. Если в определенной области был зарегистрирован весь список атрибутов, следовательно, в ней распознан искомый объект.

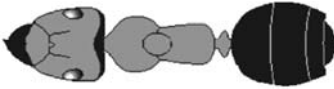
Сложные объекты. Система в данной реализации не справится с распознаванием объектов, имеющих слишком широкий набор признаков. Примером могут служить любые объекты с большим спектром разнообразных цветов. В этот список можно добавить объекты, способные изменять форму в течение малого промежутка времени. Для решения этой задачи введено понятие **сложного объекта** (co), который характеризуется множеством простых объектов $\{o_i\}$ и набором отношений $\{r_j\}$ между ними. Отношение является предикатом на множестве пар объектов, т. е. для каждой пары объектов возвращает или "ложь", или "истину". Таким образом, сложный объект может задаваться набором троек, где тройка — это два объекта и отношение между ними:

$$co = \{\{o_1, o_2, r_1\}, \dots, \{o_i, o_j, r_k\}\}.$$

Отношения в данном случае подразумеваются, в основном, пространственные и сравнительные. В роли пространственных отношений выступают следующие: "располагаться над другим объектом", "располагаться рядом с другим объектом", "лежать под углом к другому объекту" и т. д. Сравнительные обычно подразумевают отношение размеров: "быть больше, чем другой объект", "быть шире, чем другой объект" и т. п. Это позволит описать сложный объект в виде композиции простых объектов с указанием их отношений [24].

Данный подход укладывается в парадигму, обозначенную во введении. Путем описания объектов в таком виде образуется интерфейс на уровне семантической сети. Семантические сети — хорошо известная форма представления знаний, использующая графовое представление [25]. В это представление входит способ распознавания сложных объектов, описанных выше, где

**Описание муравья *Formica*
с использованием выбранных атрибутов**

Класс	Атрибут	 По: [26] с изменениями
Объект 1: голова		
Цвет	Оранжевый	
Форма	Трапеция	
Объект 2: грудь		
Цвет	Оранжевый	
Форма	Прямоугольник	
Объект 3: брюшко		
Цвет	Коричневый	
Форма	Овал	

в роли вершин выступают простые объекты, а в роли ребер — отношения. Таким образом, система управления имеет возможность при необходимости изменять параметры распознаваемых объектов, меняя их отношения или составные части. Такой подход не реализуем, если объекты распознаются монолитно, как, например, с использованием нейросетевых алгоритмов.

Опишем представление муравья *Formica* (вид сверху), используя следующие атрибуты: форма тагм (головы, груди или брюшка), их цвет, относительные размеры (см. таблицу).

В данном примере муравей представлен в несколько упрощенной форме. На практике все тагмы тела (голова, грудь и брюшко) муравьев имеют более сложную форму, и необходима возможность распознавать их. Возможно распознавание пигментных пятен и специфических узоров на различных сегментах, определение наличия/отсутствия волосков на них, положения сложных глаз и глазков на голове. В перспективе необходимо распознавать и определять положение придатков головы и груди: антенн, элементов ротового аппарата, ног, крыльев.

После того как создано описание сложного объекта и система распознала отдельные его части, требуется определить, образуют ли отдельные фрагменты общую картину. Данная проверка выполняется с помощью графового анализа. Для этого сложный объект, заданный в системе распознавания, представляется в виде графа, где в качестве вершин выступают объекты, а в качестве ребер — отношения (данный граф назовем эталонным (рис. 3)). Такое представление объек-

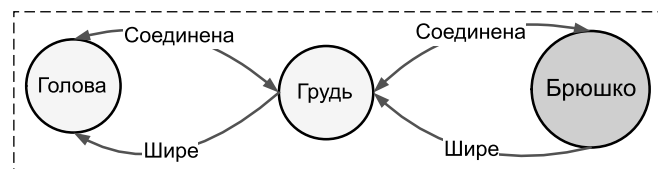


Рис. 3. Эталонный граф сложного объекта "муравей"

тов позволяет перейти к семантическому описанию [27].

Распознанные объекты, принадлежащие сложному объекту, формируют граф, который назовем *графом текущего наблюдения*. На нем к вершинам объектов (которые могут быть представимы в нескольких экземплярах) добавляются распознанные отношения. Программный модуль проверки попарно проверяет отношения между соответствующими объектами и добавляет ребро в граф, если отношение было распознано. После формирования графа текущего наблюдения запускается алгоритм поиска под-изоморфизмов в графах. В этом случае подграфом выступает эталонный граф, а его поиск происходит в графе текущей сцены. Граф текущего наблюдения для положительного результата должен содержать не меньше объектов, чем эталонный граф. Процесс поиска под-изоморфизмов возвращает подграф графа текущего наблюдения, который изоморфен эталонному графу. В данном случае наличие изоморфности означает, что интересующий объект найден.

Распознавание поз. Подобный подход позволяет вносить дополнительные отношения в описание объекта, для того чтобы учесть возможность его изменения. В соответствии с поставленными задачами необходимо не только иметь возможность отмечать наличие аниматов в поле зрения анализатора, но и распознавать позы, в которых они находятся. Для распознавания *агрессивной позы* (см. рис. 2, а) добавим к предыдущему описанию анимата дополнительное отношение между объектами "грудь" и "брюшко": "располагаются под углом около 90° друг к другу".

Также необходима возможность распознавания аниматов-муравьев, находящихся в "пассивной позе". В этом случае в сложный объект (рис. 3) добавляется отношение между объектами "брюшко" и "грудь" — "соприкасаются по длинной стороне". Обе позы упрощены. Стоит отметить, что распознавание является дополнительной опцией, общее описание сложного объекта позволяет распознать анимата в любой позе.

Сцены. Так как речь идет о системе технического зрения, использующейся в задачах управления, следует рассматривать не только распознавание объектов как отдельных элементов среды, но и анализ общей наблюдаемой картины. Будем называть общую картину наблюдения *сценой* (*S*) [28]. Описание сцены аналогично описанию сложного объекта. Однако сцена содержит и простые, и сложные объекты, соединенные некоторыми отношениями:

$$S = \{\{\bar{o}_i, \bar{o}_j, r_k\}, \dots\}, \bar{o} = \begin{cases} o; \\ co. \end{cases}$$

Отношения в анализе сцен имеют сравнительный и пространственный характер. Для каждой

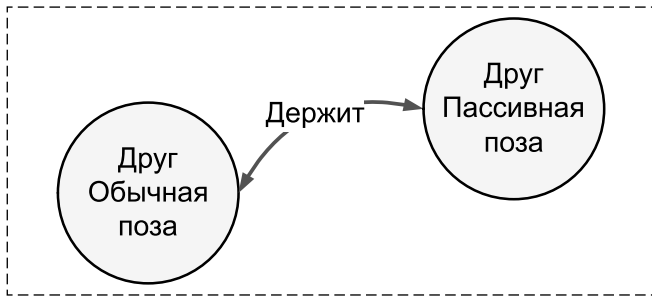


Рис. 4. Пример графа, описывающего сцену "транспортировка"

из ситуаций, перечисленных в требованиях к возможностям анализатора, в системе создается своя сцена, описывающая данную ситуацию. Во время работы анализатора происходит распознавание сцены методом, аналогичным методу поиска сложных объектов (рис. 4). Когда сцена распознана, она передается на выход анализатора.

До этого момента имелись в виду статические сцены. Также сцены могут быть динамическими, т. е. сами объекты или отношения могут иметь динамический характер. Например, существует разница, отдаляется враг от наблюдающего за ним анимата или приближается к нему. Для перехода от статических объектов и сцен к динамическим был реализован механизм слежения за объектами, позволяющий соотнести объекты на разных шагах распознавания.

Система распознавания. Система распознавания была реализована на языке C++ с использованием библиотек компьютерного зрения OpenCV и графового анализа iGraph. В системе можно выделить три этапа обработки (рис. 5). Первый этап представляет собой запуск программных модулей, выделяющих атрибуты. На втором этапе происходит выделение простых и сложных объектов по найденным атрибутам. Третий этап реализует выделение сцен.

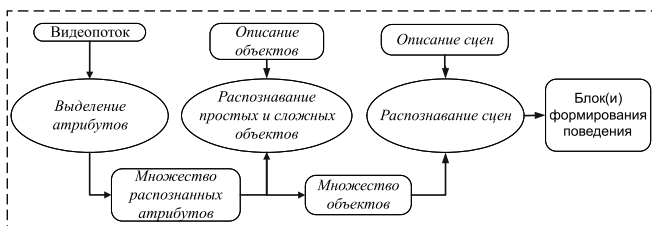


Рис. 5. Этапы обработки

5. Аппаратная реализация

Была разработана бортовая система технического зрения мобильного робота. Анализатор представляет собой автономный модуль, включающий собственный вычислитель на базе микрокомпьютера Raspberry PI, так как вычислительные мощности роботов, которые планируют

использовать в дальнейших исследованиях, недостаточны. Система оснащена ультразвуковым датчиком, вместе с камерой закрепленным на подвижном кронштейне. Он позволяет вращать связку "камера—датчик" вокруг горизонтальной и вертикальной осей. Таким образом, используя показания видеокамеры, анализатор может наводиться на интересующий объект и измерять расстояние до него с помощью датчика (рис. 6). Интерфейс между системой и роботом обеспечивается сервисным микроконтроллером, который также управляет сервоприводами и считывает данные с датчика. Разработан протокол команд, позволяющий роботу настраивать систему.

С системой, реализующей механизмы распознавания, был поставлен ряд экспериментов — для простоты и проверки общей работоспособности были изображены некоторые абстракции, описывающие перечисленные выше понятия.

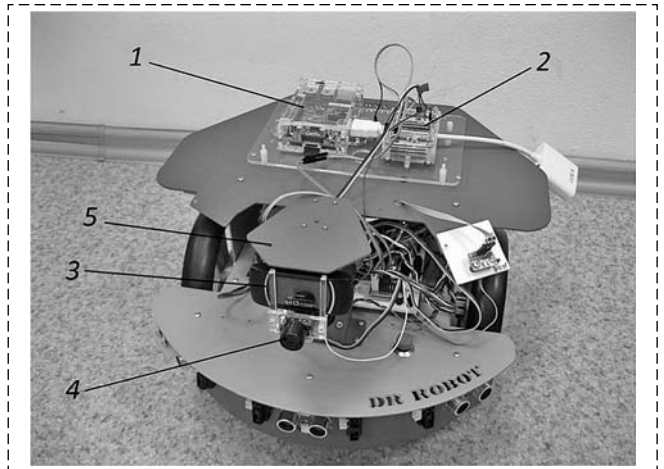


Рис. 6. Программно-аппаратная реализация системы технического зрения:

1 — микрокомпьютер Raspberry PI; 2 — сервисный микроконтроллер; 3 — камера; 4 — УЗ датчик; 5 — подвижный кронштейн

6. Эксперименты

Эксперимент 1. Простые и сложные объекты. Модели аниматов-муравьев были сильно упрощены по сравнению с описанным выше. На данном этапе моделирования требовалась проверка принципиальной применимости подхода, распознавание сложных моделей не было необходимым. Грудь и голова анимата-муравья обозначались одним оранжевым прямоугольником, а брюшко — коричневым прямоугольником (рис. 7).

Если два прямоугольника находились на заданном расстоянии друг от друга, то анализатор распознавал их как объект "муравей". Это отношение не зависело от взаимного расположения

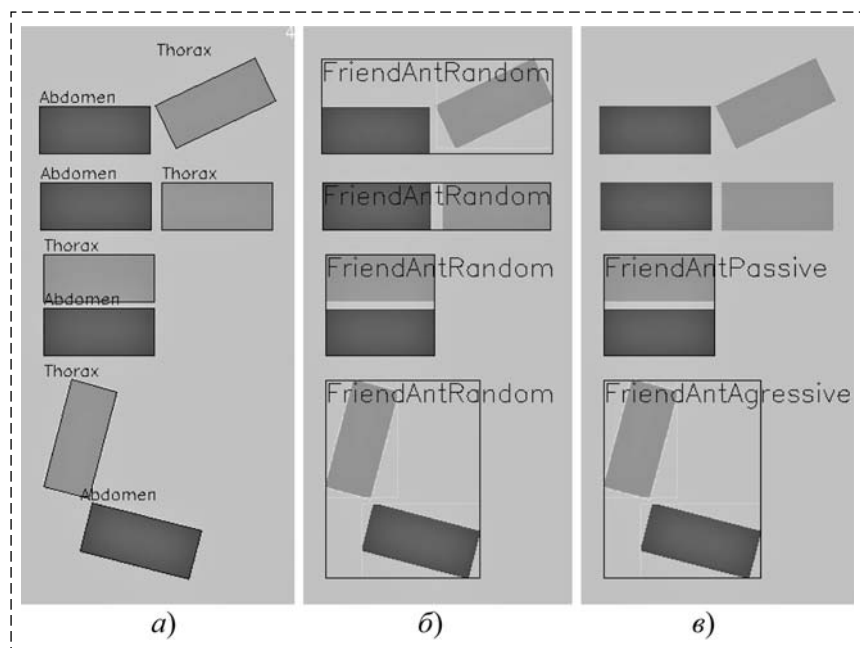


Рис. 7. Распознавание:

a — простых объектов; *б* — сложных объектов; *в* — поз

брюшка и груди. Все конфигурации моделей аниматов распознаны как "муравей" (рис. 7, *a*, *б*).

Эксперимент 2. Добавление поз. Далее в систему были добавлены три вида поз: нейтральная, пассивная и агрессивная. Анализатор распознавал пассивную позу, если блоки "голова" + "грудь" и "брюшко" располагались друг над другом. Сочетание последних объектов, располагавшихся под углом 90° друг к другу, распознавалось как агрессивная поза (рис. 7, *в*).

После тестирования на нарисованных абстракциях была проведена проверка работоспособности системы на реальных изображениях, полученных с камеры. Подобное распознавание связано с комплексом проблем, сопряженных с

работой видеокамер: низкая четкость, недостаток освещенности, искажение цветов объектов и т. д. Были собраны макеты нарисованных ранее абстракций. При моделировании вместо прямоугольников использованы цилиндры. Результаты распознавания представлены на рис. 8.

Если добавить отношения, задающие пассивную и агрессивную позы, как было описано выше, то также можно выделить их и отличить от обычной позы.

Эксперимент 3. Распознавание сцены. Следующим этапом является распознавание сцены в целом. Для этого вводится объект "враг". Сложный объект "враг" состоит из двух простых объектов черного цвета. Отношения, соединяющие объекты, аналогичны отношениям внутри сложного объекта "друг". Смоделирована следующая сцена.

На рис. 8, *a*, *б* все объекты идентифицированы как "друг" или "враг". Позы этих объектов являются дополнительной информацией.

На следующей стадии выделенные объекты заносятся в граф текущего наблюдения и сравниваются с эталонным графом, как было описано выше. Для полного описания сцены "конфликт" анализатор подсчитывает число сложных объектов: "друг", "враг", определяет позы, в которых находятся аниматы, и направляет эти данные вместе с определением сцены на модуль управления. Аналогично программа может определять и подсчитывать число транспортируемых и транспортирующих особей, формируя сигнал сцены "транспортировка".

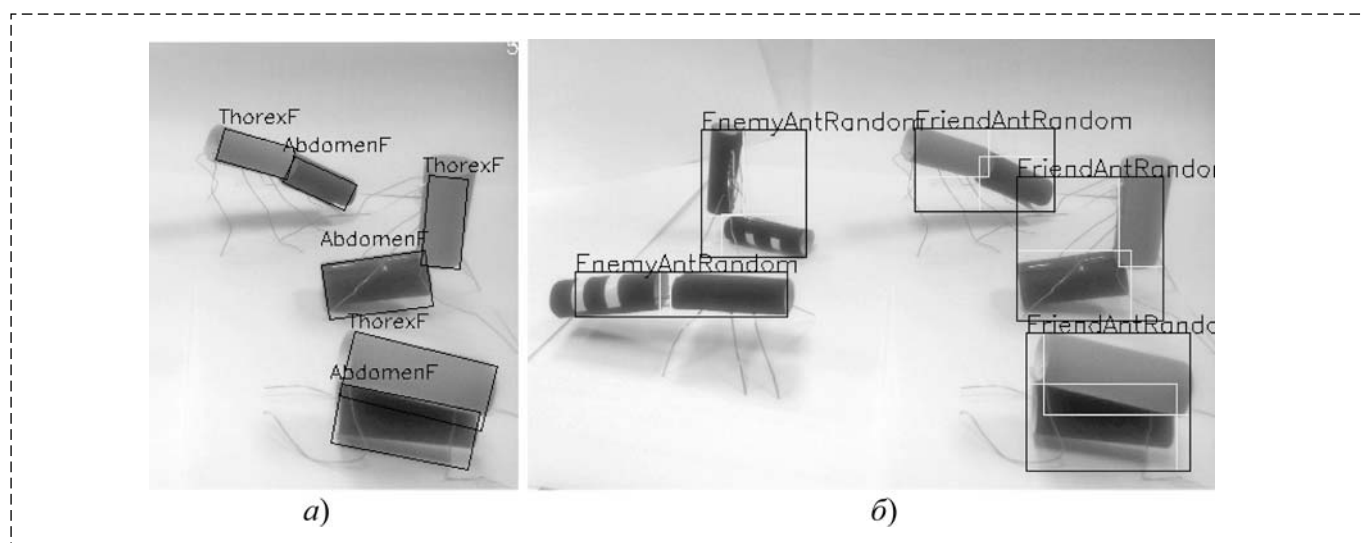


Рис. 8. Сцена "конфликт" — распознанные простые (*a*) и сложные (*б*) объекты

7. Формирование поведения анимата на основе сигналов анализатора

Поведение анимата должны формировать другие аппаратные и/или программные модули с использованием сигналов анализатора. Рассмотрим варианты использования информации, поступающей от зрительного модуля.

Распознавание дружеских и вражеских особей, их подсчет позволят анимату анализировать тактическую ситуацию вокруг себя. На основании данных анализатора он может принимать решение о вступлении в схватку и выходе из нее.

Данные о позе аниматов-муравьев составляют основу для киноптических реакций в группах агентов. Например, возможность распознавания агрессивной позы позволит проводить локальные мобилизационные мероприятия. Аниматы-муравьи смогут передавать информацию о нападении без дополнительных сигнальных систем, просто переходя в боевой режим и готовясь к атаке.

Кроме того, система позволяет предложить вариант альтернативного (не обоснованного биологически) использования рассматриваемых условных сигналов. При критически малом заряде аккумулятора анимат должен принять пассивную позу, обозначая этим необходимость транспортировки. Такое техническое решение может быть полезно и эффективно и при моделировании социумов аниматов, и в организации сообществ роботов, автономно решающих задачи в течение длительного времени.

Если рассматривать архитектуру подробнее, то можно представить ее в качестве двух фрагментов одной семантической сети (рис. 9). Одна часть реализована на уровне анализатора, и сигналы этой сети, которые отвечают распознанным ситуациям, возбуждают вершины второго фрагмента сети, описывающего модуль управления. В свою очередь, сематическая сеть модуля управления может возбуждать вершины сети анализатора, отвечающие за параметры объектов и сцен, изменяя выход. Таким образом, модуль управления может

влиять на особенности распознавания объектов в соответствии с контекстом.

Заключение

Основным результатом работы является создание прототипа зрительного анализатора, реализованного на основе метода распознавания объектов путем декомпозиции их признаков. В ходе тестирования аппаратно-программного комплекса была показана принципиальная возможность формирования киноптических реакций у аниматов-муравьев.

Работа выявила возможность применения предложенного подхода для подготовки визуальных данных и формирования поведения анимата. Можно обозначить два возможных направления дальнейшего развития системы.

Первое направление — использование системы в робототехнике, в том числе при создании аниматов. Анализатор может использоваться как источник информации для систем, формирующих поведение агентов.

Вторым направлением является использование предложенных методов в качестве основы для системы определения реальных муравьев на изображениях и описания их поведения на основе видеозаписей. Для решения подобной задачи требуется использование более сложных (чем в приведенных примерах) и разнообразных методов распознавания атрибутов, а также расширение описаний объектов.

Список литературы

1. Карпов В. Э. Модели социального поведения // Управление большими системами. 2016. Т. 59. С. 165—232.
2. Meyer J. A., Wilson S. Simulation of Adaptive Behavior: from Animals to Animats. Cambridge: MA: MIT Press, 1991.
3. Тарасов В. Б. Агенты, многоагентные системы, виртуальные сообщества: стратегическое направление в информатике и искусственном интеллекте // Новости искусственного интеллекта. 1998. № 2. С. 5—63.
4. Anohin K. V., Burcev M. S., Zarajskaja I. Ju., Lukashev A. O., Red'ko V. G. Проект "Мозг Анимата": разработка модели адаптивного поведения на основе теории функциональных систем // Восьмая нац. конф. по искусственному интеллекту с международным участием. М.: Физматлит, 2002. С. 781—789.
5. Захаров А. А. Организация сообществ у муравьев. М.: Наука, 1991. 278 с.
6. Павлов И. П. Полное собрание сочинений. 1951. 452 с.
7. Смирнов В. М. Физиология сенсорных систем и высшая нервная деятельность. М.: Академа, 2003. 303 с.
8. Московский А. Д. Об одном методе распознавания объектов с не полно-

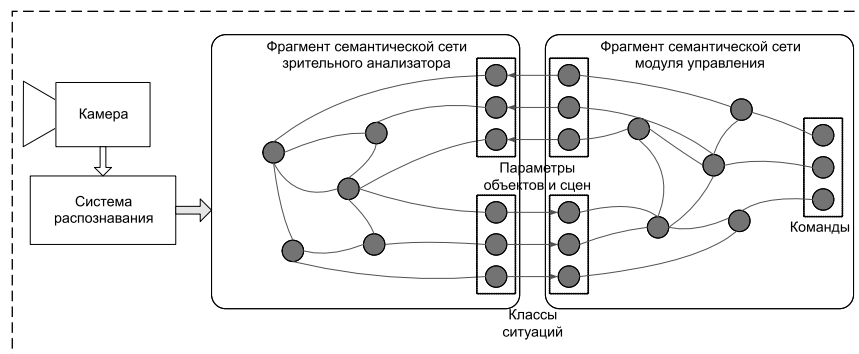


Рис. 9. Взаимодействие модулей распознавания и управления на уровне семантических сетей

стью определенными признаками // Всероссийский научно-практический семинар "Беспилотные транспортные средства с элементами искусственного интеллекта" (БТС-ИИ-2016), Казань, 2016. С. 137–146.

9. **Stager R.** Beobachtungen an amaisen // Mitt. schweiz. entomol. 1926. Vol. 13. P. 476–477.

10. **Беклемишев В. Н.** Основы сравнительной анатомии беспозвоночных. Т. 2. М.: Наука, 1964. 446 с.

11. **Шванвич Б. Н.** Курс общей энтомологии. Москва–Ленинград: Сов. наука, 1949. 901 с.

12. **Дзержинский Ф. Я.** Сравнительная анатомия позвоночных животных. М.: Аспект-Пресс, 2005. 304 с.

13. **Длусский Г. М.** Муравьи рода *Формика*. М.: Наука, 1967. 236 с.

14. **Богатырева О. А., Шиллеров А.** Синергетика социальности. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1998. 292 с.

15. **Бургов Е. В.** Пространственно-функциональные структуры у муравьев *Serviformica* (Hymenoptera: Formicidae) // Вестник МГПУ. Серия "Естественные науки." 2016. Т. 4, № 24. С. 19–27.

16. **Nolfi S., Floreano D.** Synthesis of autonomous robots through evolution // Trends Cogn. Sci. 2002. Vol. 6, N. 1. P. 31–37.

17. **Ball D., Heath S., Wyeth G., Wiles J.** iRat : Intelligent Rat Animat Technology // Proc. 2010 Australas. Conf. Robot. Autom. 2010. P. 1–3.

18. **Aitkenhead M. J., McDonald A. J. S.** A neural network based obstacle-navigation animat in a virtual environment // Eng. Appl. Artif. Intell. 2002. Vol. 15, N. 3–4. P. 229–239.

19. **Moller R., Lambrinos D., Pfeifer R., Labhart T., Wehner R.** Modeling Ant Navigation with an Autonomous Agent // From Anim. to Animat. 2001. Vol. 5. P. 185–194.

20. **Song Y. M., Xie Y., Malyarchuk V, Xiao J., Jung I., Choi K.-J., Liu Z., Park H., Lu C., Kim R.-H., Li R., Crozier K. B., Huang Y., Rogers J. A.** Digital cameras with designs inspired

by the arthropod eye // Nature. Nature Publishing Group, 2013. Vol. 497, N. 7447. P. 95–99.

21. **Floreano D., Pericet-Camara R., Viollet S., Ruffier F., Brückner A., Leitel R., Buss W., Menouni M., Expert F., Juston R., Dobrzynski M. K., L'Eplattenier G., Recktenwald F., Mallot H. A., Franceschini N.** CURVACE — CURVed Artificial Compound Eyes // Procedia Comput. Sci. 2011. Vol. 7. P. 308–309.

22. **Floreano D., Camara R. P., Bruschini C.** Curvace. Curved artificial compound eyes. 2017.

23. **Курбатов С. С., Лобзин А. П., Найденова К. А., Хахалин Г. К.** Гибридная схема анализа изображений // Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем = Open Semant. Technol. Intell. Syst. материалы II Международной научно-технической конференции (Минск, 16–18 февраля 2012). 2012. С. 327–334.

24. **Кандрашина Е. Ю., Литвинцева Л. В., Поспелов Д. А.** Представление знаний о пространстве и времени в системах искусственного интеллекта. М.: Наука, 1988.

25. **Minsky M.** Semantic Information Processing. Cambridge: MIT Press, 1968.

26. **Длусский Г. М., Зрянин В. А.** Таблицы для определения видов *Formica* // Мониторинг муравьев *Формика*. М.: КМК, 2013. С. 52–60.

27. **Ким Н. В., Бодунков Н. Е.** Формирование семантических описаний для решения целевых задач автономными беспилотными летательными аппаратами // Сб. тр. семинара "Беспилотные транспортные средства с элементами искусственного интеллекта. 2017. С. 158–164.

28. **Карпов В. Э.** Об одном механизме реконструкции сцен // VI Междунар. науч.-прак. конф. "Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте", Сб. науч. трудов. Т. 1. М.: Физматлит, 2011. С. 407–415.

Visual Analyzer of the Animat as a Semantic Basis of Robot Sensoric System

A. D. Moskovsky, moscowskyad@gmail.com, **E. V. Byrgov**, burgov.ev@yandex.ru,

E. E. Ovsyannikova, eeovsyannikova@gmail.com,

National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, 123182, Russian Federation

Corresponding author: **Moskovsky Anton D.**, Engineer-Researcher,
National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, 123182, Russian Federation,
e-mail: moscowskyad@gmail.com

Accepted on December 29, 2017

In the framework of study the implementation of social behavior models in group robotics systems, the question of the arrangement of animat visual system is of high importance. In this paper we propose the structure of the so-called visual analyzer, simulating the work of the perception system of the animat. The direction of modeling animated ants (artificial animals) has been chosen in the robot society design. The system requirements have been developed: the ability to recognize individuals, determine their number in the field of view, give information about the change of its quantity, and distinguish its poses. The system was implemented in C++ using technical vision and graph analysis libraries. The video stream passes through three consistent processing stages: selecting attributes, recognizing simple and complex objects, recognizing scenes. The method of recognizing objects is realized by decomposing their features, the algorithm for recognizing complex objects and scenes is based on the search for isomorphic subgraphs in the system of technical vision. The principal possibility of using such a system for recognizing models of animats of different kinds, scenes with participation, formation of simple kinoptical reactions is shown. A software and hardware complex designed for installation on a mobile robot is described. Models of animated ants were simplified for the experiments. This was done to test the applicability of the approach. After testing the system on the drawn abstractions, the system was tested on real images received from the camera. Further development options for the system are indicated.

Keywords: visual analyzer, animat, group robotics, robot society, modeling, object recognition, technical vision system, ant

Acknowledgements: This work was supported, in part, by the Russian Science Foundation, grant 16-11-00018 (which funded the sections that contains the review (Introduction), 2 (Animal vision. The visional organs, their artificial analogs), 3 (Approach to the technical vision system design) of this paper) and by the Russian Foundation for Basic Research, grant of-m 16-29-04412 (which funded sections 4 (Experiments) and 5 (The formation of animat's behavior on the basis of analyzer signals)).

For citation:

Moskovsky A. D., Byrgov E. V., Ovsyannikova E. E. Visual Analyzer of the Animat as a Semantic Basis of Robot Sensoric System, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 5, no. 5, pp. 336–345.

DOI: 10.17587/mau.19.336-345

References

1. **Karpov V. E.** *Modeli sotsial'nogo povedeniya* (Model of Social Behavior), *Upravlenie Bolshimi Sistemami*, 2016, vol. 59, pp. 165–232 (in Russian).
2. **Meyer J. A., Wilson S.** *Simulation of Adaptive Behavior: from Animals to Animats*, Cambridge, MA, MIT Press, 1991.
3. **Tarasov V. B.** *Agenty, mnogoagentnye sistemy, virtual'nye soobshhestva: strategicheskoe napravlenie v informatike i iskusstvennom intellekte* (Agents, multi-agent systems, virtual communities: a strategic direction in computer science and artificial intelligence), *Novosti Iskustvennogo Intellekta*, 1998, no. 2, pp. 5–63 (in Russian).
4. **Anohin K. V., Burcev M. S., Zarajskaja I. Ju., Lukashev A. O., Red'ko V. G.** *Proekt "Mozg Animata": razrabotka modeli adaptivnogo povedeniya na osnove teorii funkcional'nyh sistem* (Project "Animat's brain": the development of the adaptive behavior model on the basis of the functional systems theory), Moscow, Fizmatlit, 2002, pp. 781–789 (in Russian).
5. **Zaharov A. A.** *Organizacija soobshhestv u murav'ev* (Organization of communities in ants), Moscow, Nauka, 1991, 278 p. (in Russian).
6. **Pavlov I. P.** *Polnoe sobranie sochinenij* (Full composition of writings), vol. IV, 1951, 452 p. (in Russian).
7. **Smirnov V. M.** *Fiziologija sensornyh sistem i vysshaja nervnaja dejatel'nost'* (Physiology of sensory systems and higher nervous activity), Moscow, Akadema, 2003, 303 p. (in Russian).
8. **Moskovskij A. D.** *Ob odnom metode raspoznavaniya ob'ektov s ne polnost'ju opredelennymi priznakami* (About one method of recognition of objects with incompletely determined signs), *Vserossijskij nauchno-prakticheskij seminar "Bespilotnye transportnye sredstva s jelementami iskusstvennogo intellekta" (BTS-II-2016)*, Kazan', 2016, pp. 137–146 (in Russian).
9. **Stager R.** Beobachtungen an amaisien, *Mitt. Schweiz. entomol.*, 1926, vol. 13, pp. 476–477.
10. **Beklemishev V. N.** *Osnovy sravnitel'noj anatomii bespozvonochnyh* (Basics of comparative invertebrates anatomy), vol. 2, Moscow, Nauka, 1964, 446 p. (in Russian).
11. **Shvanvich B. N.** *Kurs obshhej jentomologii. Vvedenie v izuchenie stroenija i funkcij tela nasekomyh. Uchebnik dlja gosudarstvennyh universitetov* (The course of general entomology. Introduction to the study of the structure and functions of insects body. Textbook for state universities), Moscow-Leningrad, Soviet Science, 1949, 901 p. (in Russian).
12. **Dzerzhinskij F. Ja.** *Sravnitel'naja anatomija pozvonochnyh* (Comparative anatomy of vertebrates), Moscow, Aspekt-Press, 2005, 304 p. (in Russian).
13. **Dlusskij G. M.** *Murav'i roda Formika* (Ants of the genus Formica), Moscow, Nauka, 1967, 236 p. (in Russian).
14. **Bogatyreva O. A., Shillerov A.** *Sinergetika social'nosti* (Synergetics of sociality), Novosibirsk, SO RAN, 1998, 292 p. (in Russian).
15. **Burgov E. V.** *Prostranstvenno-funkcional'nye struktury u murav'ev Serviformica (Hymenoptera: Formicidae)* (Spatial-functional structures in ants Serviformica (Hymenoptera: Formicidae)), *Vestnik MGPU. Serija "Estestvennye nauki"*, 2016, vol. 4, no. 24, pp. 19–27 (in Russian).
16. **Nolfi S., Floreano D.** Synthesis of autonomous robots through evolution, *Trends in Cognitive Sciences*, 2002, vol. 6, no. 1, pp. 31–37.
17. **Ball D., Heath S., Wyeth G., Wiles J.** iRat : Intelligent Rat Animat Technology, *Proceedings of the 2010 Australasian Conference on Robotics and Automation*, 2010, pp. 1–3.
18. **Aitkenhead M. J., McDonald A. J.S.** A neural network based obstacle-navigation animat in a virtual environment, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2002, vol. 15, no. 3–4, pp. 229–239.
19. **Moller R., Lambrinos D., Pfeifer R., Labhart T., Wehner R.** Modeling Ant Navigation with an Autonomous Agent, *From animals to animats*, 2001, vol. 5, pp. 185–194.
20. **Song Y. M., Xie Y., Malyarchuk V., Xiao J., Jung I., Choi K.-J., Liu Z., Park H., Lu C., Kim R.-H., Li R., Crozier K. B., Huang Y., Rogers J. A.** Digital cameras with designs inspired by the arthropod eye, *Nature*, 2013, no. 7447, vol. 497, pp. 95–99.
21. **Floreano D., Pericet-Camara R., Viollet S., Ruffier F., Brückner A., Leitel R., Buss W., Menouni M., Expert F., Juston R., Dobrzynski M. K., L'Eplattenier G., Recktenwald F., Mallot H. A., Franceschini N.** CURVACE — CURVED Artificial Compound Eyes, *Procedia Computer Science*, 2011, vol. 7, pp. 308–309.
22. **Floreano D., Camara R. P., Bruschini C.** Curvace. Curved artificial compound eyes, available at: <http://www.curvace.org/> (date of access: 04.12.2017).
23. **Kurbatov S. S., Lobzin A. P., Najdenova K. A., Hahalin G. K.** *Gibridnaja shema analiza izobrazhenij* (Hybrid image analysis scheme), Open semantic technologies for the intelligent systems = Open Semantic Technologies for Intelligent Systems (OSTIS-2012): materials of the II International Scientific and Technical Conference (Minsk, 16–18 February 2012), 2012, pp. 327–334 (in Russian).
24. **Kandraschina E. Ju., Litvinceva L. V., Pospelov D. A.** *Predstavlenie znanij o prostranstve i vremeni v sistemah iskusstvennogo intellekta* (Representation of knowledge about space and time in artificial intelligence systems), Moscow, Nauka, 1988 (in Russian).
25. **Minsky M.** *Semantic Information Processing*, Cambridge, MIT Press, 1969, 448 p.
26. **Dlusskij G. M., Zrjanin V. A.** *Tablicy dlja opredelenija vidov Formica* (Tables for species identification Formica) Moscow, KMK, 2013, 52–60 pp. (in Russian).
27. **Kim N. V., Bodunkov N. E.** *Formirovanie semanticheskikh opisaniy dlja reshenija celevyh zadach avtonomnymi bespilotnymi letatel'nymi apparatami* (Formation of semantic descriptions for the solution of target tasks by autonomous unmanned aerial vehicles), *Proc. of Seminar "Unmanned vehicles with elements of artificial intelligence"*, 2017, pp. 158–164 (in Russian).
28. **Karpov V. Je.** *Ob odnom mehanizme rekonstrukcii scen* (On One Mechanism for Reconstruction of Scenes), *Proc. of VI International Scientific and Practical Conference "Integrated Models and Soft Computing in Artificial Intelligence"*, vol. 1, Moscow, Fizmatlit, 2011, pp. 407–415 (in Russian).

К. А. Неусыпин, д-р техн. наук, проф., neysipin@mail.ru,

М. С. Селезнева, канд. техн. наук, ассистент, m.s.selezneva@mail.ru,

Кай Шэнь, канд. техн. наук, ассистент профессора, shenkaichn@mail.ru,

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, г. Москва

Исследование качественных характеристик наблюдаемости переменных состояния линейных нестационарных моделей инерциальных навигационных систем

Рассмотрен критерий степени наблюдаемости переменных состояния линейных нестационарных систем. Исследованы качественные характеристики наблюдаемости погрешностей инерциальной навигационной системы. Исследована задача определения достижимой точности корректируемых инерциальных навигационных систем летательных аппаратов.

Ключевые слова: летательный аппарат, инерциальная навигационная система, степень наблюдаемости, анализ качественных характеристик

Введение

Летательный аппарат (ЛА) как объект управления является одним из наиболее сложных из-за высоких требований к точности управления. Разработка систем управления перспективными динамическими объектами, в частности ЛА, требует изучения новых подходов к их проектированию, создания новых концепций, модернизации существующего программно-алгоритмического обеспечения, создания новой элементной базы, применения новых информационных технологий.

Успешное решение задач управления ЛА во многом определяется уровнем развития измерительной техники. Эксплуатационные характеристики ЛА в большой степени определяются совершенством бортового оборудования, в частности, качеством информационно-измерительных сигналов, используемых для управления. Информационно-измерительные сигналы поступают от измерительных систем ЛА. В качестве измерительных систем используют различные гироскопические навигационные системы, например, для атмосферных ЛА используют инерциальные навигационные системы (ИНС), спутниковые навигационные системы (GPS, ГЛОНАСС), разнообразные радиолокационные системы и др. [1, 2].

Измерительные сигналы этих систем имеют погрешности, обусловленные конструктивными особенностями и условиями функционирования ЛА. Повышение точности измерительной информации осуществляется конструкторским

и алгоритмическим путями. Разработка новых конструкций измерительных систем требует новой технологической базы и больших финансовых затрат. Алгоритмический подход позволяет существенно повысить точность навигационных определений с использованием измерительных систем современного уровня точности.

Алгоритмическая коррекция навигационных систем [1] обычно осуществляется с помощью алгоритмов коррекции высокого уровня — алгоритмов оценивания, прогнозирования и комплексирования [3]. Такая алгоритмическая коррекция предусматривает использование второго измерительного датчика информации, внешнего по отношению к корректируемой системе. С помощью этого внешнего датчика формируется измерительный сигнал для алгоритмов, представляющий собой смесь ошибок измерительной системы и внешнего датчика.

Алгоритмы оценивания [4] применяются для компенсации погрешностей в выходном сигнале базовой измерительной системы. Для повышения точности навигационных определений на современных ЛА используют несколько измерительных систем, объединенных в измерительные комплексы [2, 3], которые снабжены сложным алгоритмическим обеспечением и отличаются высокой точностью.

Дальнейшее повышение точности возможно путем использования в алгоритмах моделей с повышенными качественными характеристиками. В схемах коррекции навигационной инфор-

мации используются алгоритмы, включающие различные математические модели исследуемых процессов, в частности модели погрешностей ИНС [2, 3]. Эти модели отличаются уровнем подробности и качественными характеристиками. Одной из качественных характеристик моделей является степень наблюдаемости переменных состояния [5, 6].

В данной работе представлены критерии степени наблюдаемости линейных нестационарных систем. Исследованы качественные характеристики наблюдаемости переменных состояния линейных нестационарных систем.

Критерий наблюдаемости нестационарных динамических систем

Рассмотрим линейную нестационарную систему вида

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{W}(t) \quad (1)$$

и уравнение измерений, имеющее вид

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t), \quad (2)$$

где $\mathbf{x}(t)$ — n -мерный вектор состояния системы; $\mathbf{W}(t)$ — вектор входного шума; $\mathbf{z}(t)$ — m -мерный вектор измерений; $\mathbf{v}(t)$ — измерительный шум; $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{G}(t)$, $\mathbf{H}(t)$ являются линейными нестационарными матрицами соответствующих размерностей; t — текущее время.

Система (1) и (2) называется *вполне наблюдаемой* [7] в момент t , если можно определить состояние системы $\mathbf{x}(t_0)$ из наблюдения выходной функции $\mathbf{z}(t)$ на интервале времени $[t_0, t]$.

В большинстве практических случаев размерность вектора $\mathbf{z}(t)$ меньше, чем размерность вектора $\mathbf{x}(t)$, т. е. $m < n$, и уравнение (2) представляет собой систему m уравнений с n неизвестными. Поэтому значение вектора $\mathbf{z}(t)$ в момент t не дает достаточной информации для восстановления вектора $\mathbf{x}(t)$. Нужно учесть информацию о векторе $\mathbf{z}(t)$ [8] на отрезке $[t_0, t]$.

Рассмотрим нестационарную систему (1) и (2).

Вектор $\mathbf{z}(\tau)$ в момент $\tau \in [t_0, t]$ можно представить в виде

$$\mathbf{z}(\tau) = \mathbf{H}(\tau)\Phi(\tau, t) + \mathbf{x}(t),$$

где $\Phi(\tau, t)$ — переходная матрица нестационарной системы (1).

Введем матрицу грамиана наблюдаемости [7, 9]

$$\mathbf{N}(t, t_0) = \int_{t_0}^t \Phi^T(\tau, t) \mathbf{H}^T(\tau) \mathbf{H}(\tau) \Phi(\tau, t) d\tau.$$

Для наблюдаемости системы (1) и (2) необходимо и достаточно существование момента $t_0 < t$, для которого матрица $\mathbf{N}(t, t_0)$ положительно определена, т. е. $\det \mathbf{N} \neq 0$.

Критерий степени наблюдаемости переменных состояния нестационарных систем

При исследовании степени наблюдаемости переменных состояния нестационарного объекта уравнение объекта удобно представлять в дискретном виде:

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k, k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \Gamma_{k-1} \mathbf{w}_{k-1}, \quad (3)$$

где $\mathbf{x}_k$ — вектор состояния; $\mathbf{w}_{k-1}$ — вектор входного возмущения; $\Phi_{k, k-1}$ — матрица объекта; Γ_{k-1} — матрица входа; k — такт вычислений.

Уравнение измерений имеет вид

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (4)$$

где $\mathbf{z}_k$ — вектор измерений; $\mathbf{v}_k$ — вектор ошибок измерения; $\mathbf{H}_k$ — матрица измерений.

Разобьем каждый шаг измерений на n (порядок системы) подтактов $[t_k, t_{k+n-1}]$ и выразим эти измерения через вектор состояния в начальном подтакте t_k измерений этого шага:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k; \\ \mathbf{z}_{k+1} &= \mathbf{H}_{k+1} \Phi_{k+1, k} \mathbf{x}_k + \mathbf{H}_{k+1} \Gamma_k \mathbf{w}_k + \mathbf{v}_{k+1}; \\ &\dots \dots \dots \\ \mathbf{z}_{k+n-1} &= \mathbf{H}_{k+n-1} \Phi_{k+n-1, k+n-2} \dots \Phi_{k+1, k} \mathbf{x}_k + \\ &+ \mathbf{H}_{k+n-1} \Phi_{k+n-1, k+n-2} \dots \Phi_{k+2, k+1} \Gamma_k \mathbf{w}_k + \\ &+ \dots + \mathbf{H}_{k+n-1} \Gamma_{k+n-2} \mathbf{w}_{k+n-2} + \mathbf{v}_{k+n-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Перепишем выражение (5) в матричной форме:

$$\mathbf{z}_k^* = \mathbf{O}_{Lk} \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k^*,$$

где

$$\mathbf{z}_k^* = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_k \\ \mathbf{z}_{k+1} \\ \dots \\ \mathbf{z}_{k+n-1} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{O}_{Lk} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_k \\ \mathbf{H}_{k+1} \Phi_{k+1, k} \\ \dots \\ \mathbf{H}_{k+n-1} \Phi_{k+n-1, k+n-2} \dots \Phi_{k+1, k} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{v}_k^* = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_k \\ \mathbf{v}_{k+1} \\ \dots \\ \mathbf{v}_{k+n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_k \\ \mathbf{H}_{k+1} \Gamma_k \mathbf{w}_k + \mathbf{v}_{k+1} \\ \dots \dots \dots \\ \mathbf{H}_{k+n-1} \Phi_{k+n-1, k+n-2} \dots \Phi_{k+2, k+1} \Gamma_k \mathbf{w}_k + \dots \\ \dots + \mathbf{H}_{k+n-1} \Gamma_{k+n-2} \mathbf{w}_{k+n-2} + \mathbf{v}_{k+n-1} \end{bmatrix}.$$

Матрица $\mathbf{O}_{Lk}$ является матрицей наблюдаемости. Нестационарная система (3) и (4) наблюдаема в интервале $[t_k, t_{k+n-1}]$, если ранг матрицы $\mathbf{O}_{Lk}$ равен порядку системы n , т. е. $\text{rank}[\mathbf{O}_{Lk}] = n$ [10].

Выразим из уравнения объекта вектор состояния в начальном подтакте измерения:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{O}_{Lk}^+ \mathbf{z}_k^* - \mathbf{O}_{Lk}^+ \mathbf{v}_k^*, \quad (6)$$

где $\mathbf{O}_{Lk}^+ = [\mathbf{O}_{Lk}^T \mathbf{O}_{Lk}]^{-1} \mathbf{O}_{Lk}^T$ — псевдообратная матрица матрицы $\mathbf{O}_{Lk}$.

В соответствии с уравнением (6) введем обозначение

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{O}_{Lk}^+ \mathbf{z}_k^* \quad (7)$$

Пусть $\mathbf{H}_k = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$, запишем уравнение (7) в скалярном виде:

$$y_k^i = \alpha_{1,k}^i z_k + \alpha_{2,k}^i z_{k+1} + \dots + \alpha_{n,k}^i z_{k+n-1}, \quad (8)$$

где y_k^i — i -й элемент вектора $\mathbf{y}_k$; $\alpha_{j,k}^i$ ($j = 1, \dots, n$) — i -я строка матрицы $\mathbf{O}_{Lk}^+$.

Для остальных компонент вектора состояния уравнения измерений формируются в соответствии с уравнением (8).

Запишем вектор приведенного измерительно-го шума $\zeta_k^* = \mathbf{O}_{Lk}^+ \mathbf{v}_k^*$, в соответствии с уравнением (8), в скалярном виде:

$$\zeta_k^{*i} = \alpha_{1,k}^i v_k + \alpha_{2,k}^i v_{k+1} + \dots + \alpha_{n,k}^i v_{k+n-1},$$

где ζ_k^{*i} — i -й элемент вектора ζ_k^* ; v_{k+s} — ошибки измерения в различные подтакты проведения измерений ($s = \overline{0, n-1}$), которые являются компонентами вектора $\mathbf{v}_k^*$.

Дисперсия приведенного к i -й компоненте измерительного шума ζ_k^{*i} определяется коэффициентами $\alpha_{j,k}^i$ ($j = 1, \dots, n$), т. е.

$$R_{Lk}^{*i} = [(\alpha_{1,k}^i)^2 + (\alpha_{2,k}^i)^2 + \dots + (\alpha_{n,k}^i)^2] R_k^0, \quad (9)$$

где R_k^0 — дисперсия исходного измерительного шума v_k .

Судить о мере наблюдаемости можно по двум характеристикам: точности оценивания и времени сходимости. Критерий, по которому определяется степень наблюдаемости, имеет вид [9]

$$D_{\mathbf{O}_{Lk}^i} = \frac{E[(x_k^i)^2] R_k^0}{E[(y_k^i)^2] R_{Lk}^{*i}}.$$

С учетом (9) критерий степени наблюдаемости для нестационарных систем будет иметь вид

$$D_{\mathbf{O}_{Lk}^i} = \frac{E[(x_k^i)^2]}{E[(y_k^i)^2] \sum_{j=1}^n (\alpha_{j,k}^i)^2}, \quad (10)$$

где $E[(x_k^i)^2]$ — дисперсия произвольной i -й компоненты вектора состояния; $E[(y_k^i)^2]$ — дисперсия непосредственно измеряемого вектора состояния.

Степени наблюдаемости погрешностей инерциальных навигационных систем

Рассмотрим степени наблюдаемости ошибок ИНС. Помимо различия во временных интервалах, необходимых для удовлетворительного оцени-

вания ошибок ИНС, различны и относительные погрешности оценивания по отношению к оцениваемому номиналу. В связи с этим встает вопрос о степени наблюдаемости различных ошибок ИНС.

Известный способ повышения точности оценивания заключается в выборе модели с меньшими элементами матрицы $\mathbf{O}_{Lk}^+$, т. е. с большими степенями наблюдаемости (уменьшение шума приводит к повышению качества наблюдения) [11]. Повышение степени наблюдаемости с помощью критерия (10) осуществляется путем, например, увеличения периода дискретизации T . Повышение точности оценивания ошибок ИНС предполагает уменьшение коэффициентов при формировании приведенных измерений в уравнении (8) и (9).

Но с течением времени точность оценивания и время сходимости у нестационарных систем могут изменяться. Поэтому актуальной является задача исследования степени наблюдаемости в процессе функционирования системы.

В алгоритме линейного нестационарного фильтра Калмана [4] использована априорная модель. Придать этой модели улучшенные свойства можно с помощью критериев степени наблюдаемости. Известен критерий вида [11]

$$\Omega = \{\det[\mathbf{O}_{Lk}]\}^2 \rightarrow \max.$$

Критерий представляет собой критерий степени наблюдаемости: с увеличением детерминанта матрицы наблюдаемости повышается степень наблюдаемости компонент вектора состояния системы.

Другой метод повышения точности алгоритма оценивания заключается в снижении измерительного шума путем минимизации коэффициентов $\alpha_{j,k}^i$ ($j = 1, \dots, n$) в уравнении (9), которые используются при вычислении степеней наблюдаемости по критерию (10).

Таким образом, метод выбора коэффициентов матрицы наблюдаемости позволяет повысить степень наблюдаемости оцениваемых переменных состояния, а также выбрать оптимальные характеристики систем.

Поэтому параметры модели погрешностей ИНС можно изменять в целях повышения степени наблюдаемости приведенных измерений. В связи с этим остро встает вопрос о точности линейного нестационарного фильтра Калмана и исследовании влияния этих параметров на качество оценивания.

В соответствии с вышесказанным на рис. 1—3 приведены графики степеней наблюдаемости, оценок погрешностей ИНС и среднеквадратических отклонений (СКО) ошибок оценивания (τ).

На рис. 1 представлена степень наблюдаемости угла отклонения гиростабилизированной платформы (ГСП) при различных периодах дискретизации.

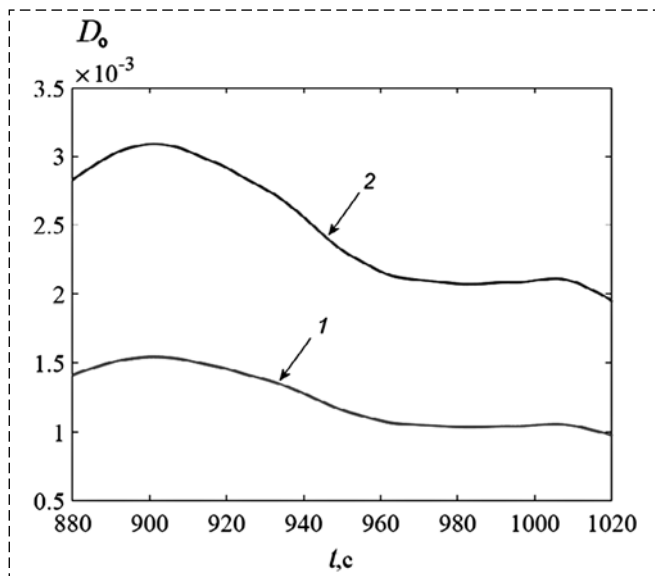


Рис. 1. Степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при различных T :

1 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $T = 1$; 2 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $T = 2$

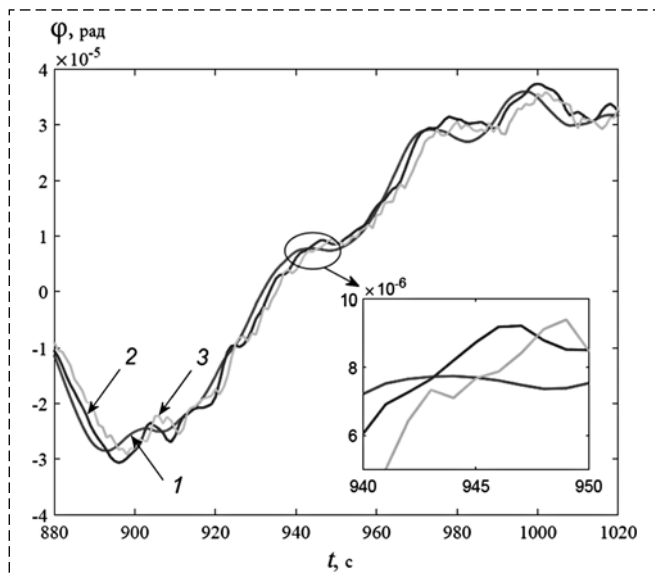


Рис. 2. Оценка угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученная с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных T :

1 — оценка угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученная с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при $T = 1$; 2 — оценка угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученная с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при $T = 2$; 3 — реальные данные

На рис. 2 представлен результат оценивания угла отклонения ГСП с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных периодах дискретизации.

Для того чтобы сравнить качество оценивания при различных периодах дискретизации, на рис. 3 изображено СКО ошибок оценивания угла отклонения ГСП.

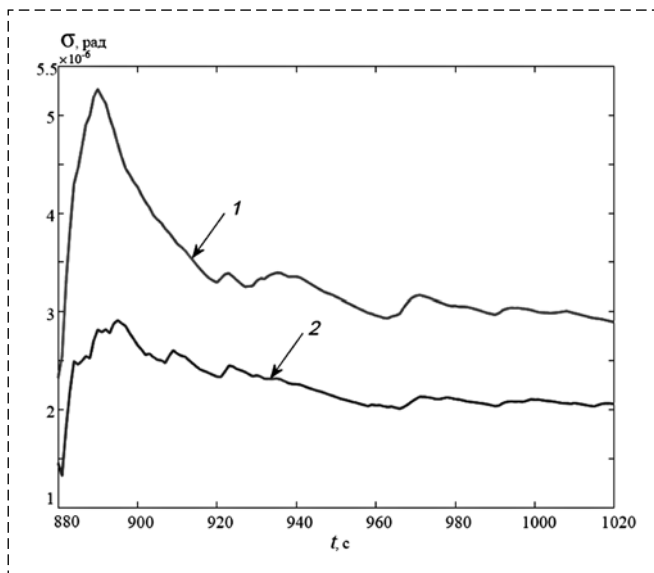


Рис. 3. СКО ошибок оценивания с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных T :

1 — СКО ошибок оценивания посредством классического линейного нестационарного фильтра Калмана (при $T = 1$ с); 2 — СКО ошибок оценивания посредством линейного нестационарного фильтра Калмана с повышенными характеристиками наблюдаемости (при $T = 2$ с)

По рис. 3 видно, что СКО ошибок оценивания с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при $T = 1$ с равно $2,5 \cdot 10^{-6}$ рад, а при $T = 2$ с — $1,5 \cdot 10^{-6}$ рад. Моделирование показало, что точность оценивания погрешностей ИНС посредством линейного нестационарного фильтра Калмана с повышенными характеристиками наблюдаемости выше по сравнению с использованием классического линейного нестационарного фильтра Калмана.

Выбор коэффициентов позволяет повысить степень наблюдаемости оцениваемых переменных вектора состояния, а следовательно, повысить точность оценивания переменных состояния исследуемой системы.

Если изменяющиеся коэффициенты не подлежат искусственному изменению, то появляется возможность вычислить достижимую точность оценивания в зависимости от значений таких коэффициентов. Например, при изменении высоты полета ЛА меняется гравитационное ускорение g_k . В этом случае учет g_k в математической модели погрешностей ИНС приводит к изменению ее качественных характеристик, в частности степени наблюдаемости погрешностей ИНС. Использование моделей с различными качественными характеристиками в алгоритме оценивания приводит к разной точности оценивания погрешностей ИНС. Определение достижимой точности оценивания погрешностей ИНС в зависимости от высоты полета ЛА позволяет принять решение об использовании той или иной схемы кор-

рекции ИНС. Достижимая точность оценивания зависит от многих факторов [1], но в настоящей статье рассмотрим зависимость только от меняющихся коэффициентов матрицы модели погрешностей ИНС. В качестве критерия, по которому определяется точность оценивания, используем критерий степени наблюдаемости нестационарных переменных состояния (10).

Уравнения ошибок ИНС имеют вид

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k, k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \Gamma_{k-1} \mathbf{w}_{k-1},$$

где

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \delta V_k \\ \varphi_k \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}; \mathbf{w}_{k-1} = \begin{bmatrix} B_{k-1} \\ 0 \\ w_{k-1} \end{bmatrix};$$

$$\Phi_{k, k-1} = \begin{bmatrix} 1 & -g_k T & 0 \\ \frac{T}{R} & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 - \mu T \end{bmatrix}; \Gamma_{k-1} = \begin{bmatrix} T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda T \sqrt{2\mu} \end{bmatrix},$$

здесь δV_k — погрешность в определении скорости; φ_k — угол отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника; ε_k — скорость дрейфа ГСП; B_{k-1} — смещение нуля акселерометра; w_{k-1} — дискретный аналог белого гауссовского шума; Λ — среднеквадратическое отклонение случайного значения дрейфа гироскопа; R — радиус Земли; μ — средняя частота изменения случайного дрейфа гироскопа.

Уравнение измерения имеет вид (4), где $\mathbf{H}_k = [1 \ 0 \ 0]$.

В этом случае матрица наблюдаемости имеет вид

$$\mathbf{O}_{Lk} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -g_k T & 0 \\ 1 - \frac{g_{k+1} T^2}{R} & -g_k T - g_{k+1} T & -g_{k+1} T^2 \end{bmatrix}.$$

Следовательно, получим

$$\mathbf{O}_{Lk}^+ = \mathbf{O}_{Lk}^{-1} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{g_k T} & -\frac{1}{g_k T} & 0 \\ -\frac{1}{g_k T^2} - \frac{1}{R} & \frac{1}{g_k T^2} + \frac{1}{g_{k+1} T^2} & -\frac{1}{g_{k+1} T^2} \end{bmatrix}.$$

Поэтому, в соответствии с уравнением (8), для непосредственного измерения компонент вектора состояния уравнения имеют следующий вид:

$$z(\delta V_k) = z_k;$$

$$z(\Phi_k) = \frac{1}{g_k T} z_k - \frac{1}{g_k T} z_{k+1};$$

$$z(\varepsilon_k) = -\frac{1}{g_k T^2} z_k - \frac{1}{R} z_k + \frac{1}{g_k T^2} z_{k+1} +$$

$$+ \frac{1}{g_{k+1} T^2} z_{k+1} - \frac{1}{g_k T^2} z_{k+2}.$$

В соответствии с выражением (9) определим дисперсию приведенного к углу отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника измерительного шума:

$$R_{Lk}^{*2} = \frac{2}{g_k^2 T^2} R_k^0, \quad (11)$$

где R_k^0 — дисперсия ошибки в измерении скорости.

Определим степень наблюдаемости угла отклонения ГСП относительно сопровождающего трехгранника:

$$D_{O_{Lk}} = \frac{g_k^2 T^2 E[\hat{\varphi}_k^2]}{2E[\delta V_k^2]}. \quad (12)$$

Определим дисперсию измерительного шума, приведенного к скорости дрейфа ГСП относительно сопровождающего трехгранника:

$$R_{Lk}^{*3} = \left(\frac{2}{g_k^2 T^4} + \frac{2}{g_{k+1}^2 T^4} + \frac{2}{g_k g_{k+1} T^4} + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{g_k R T^2} + \frac{1}{R^2} \right) R_k^0. \quad (13)$$

Степень наблюдаемости скорости дрейфа ГСП определяется аналогично:

$$D_{O_{Lk}}^3 = \frac{E[\hat{\varepsilon}_k^2]}{\left(\frac{2}{g_k^2 T^4} + \frac{2}{g_{k+1}^2 T^4} + \frac{2}{g_k g_{k+1} T^4} + \frac{2}{g_k R T^2} + \frac{1}{R^2} \right) E[\delta V_k^2]}. \quad (14)$$

Результаты моделирования нестационарных ошибок ИНС с различными степенями наблюдаемости

Исследуем степени наблюдаемости переменных состояния нестационарной системы. Для этого необходимо сначала вычислять ранг матрицы наблюдаемости $\mathbf{O}_{Lk}$. Когда ранг матрицы $\mathbf{O}_{Lk}$ равен порядку системы n , т. е. $\text{rank}[\mathbf{O}_{Lk}] = n$, исследуемая система является наблюдаемой. В этом случае можно перейти к исследованию степеней наблюдаемости переменных состояния. На рис. 4 и 5 показаны зависимости степени наблюдаемости угла отклонения ГСП и скорости дрейфа ГСП.

Когда степень наблюдаемости угла отклонения ГСП равна $1,5 \cdot 10^{-3}$, ошибка оценивания с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана равна $3,5 \cdot 10^{-8}$ рад; когда же степень

наблюдаемости угла отклонения ГСП равна $1,05 \cdot 10^{-3}$, ошибка оценивания равна $7,8 \cdot 10^{-9}$ рад. Таким образом, чем выше степень наблюдаемости, тем меньше ошибка оценивания.

Теперь проанализируем зависимость степени наблюдаемости от изменения ускорения свободного падения (или высоты полета ЛА) в пространстве. В 1971 г. на ассамблее Международного союза геофизики и геодезии была рекомендована формула нормального значения ускорения свободного падения [2]:

$$g_0 = 9,780318(1 + 0,0053024\sin^2\varphi - 0,0000059\sin^4\varphi),$$

или

$$g_0 = 9,7803185(1 + 0,005278895\sin^2\varphi - 0,000023462\sin^4\varphi),$$

где φ — широта местоположения.

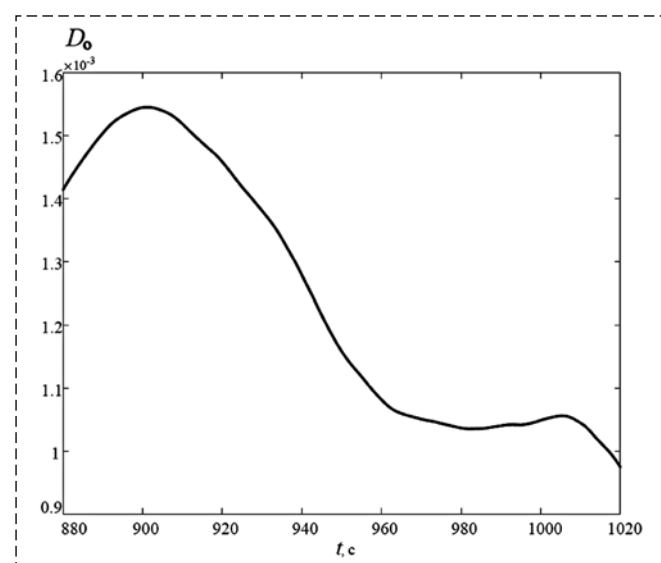


Рис. 4. Степень наблюдаемости угла отклонения ГСП

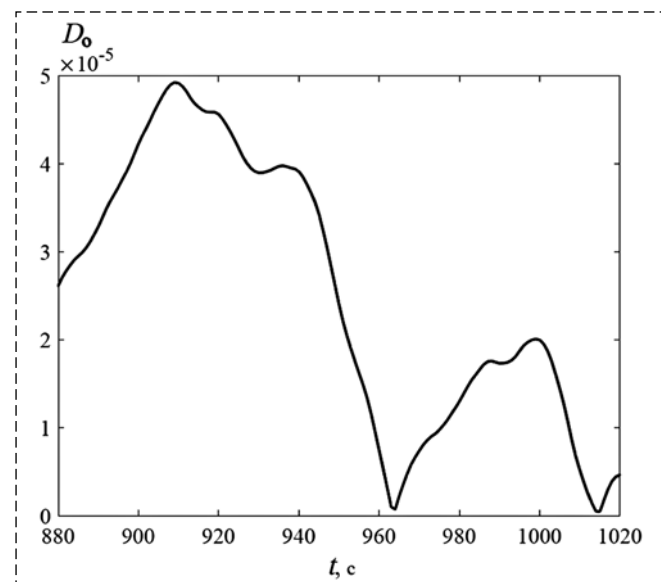


Рис. 5. Степень наблюдаемости скорости дрейфа

Значение ускорения свободного падения от изменения высоты имеет вид

$$g = g_0 - 0,000003086h,$$

где h — высота полета ЛА.

При более точных расчетах необходимо использовать одну из моделей гравитационного поля Земли, дополнив ее поправками.

В результате получены зависимости, представленные на рис. 6—8.

Таким образом, результаты моделирования показали, что чем больше высота полета ЛА, тем меньше значения степеней наблюдаемости и ниже точность оценивания.

Рассматривая модели погрешностей ИНС в условиях изменения высоты полета для каждого типа ИНС и оценивая их с помощью нестационарного фильтра Калмана, можно определить качество оценивания этих погрешностей.

Исследуем степени наблюдаемости погрешностей ИНС и их влияние на качество оценивания. Установив взаимосвязь степени наблюдаемости и точности оценивания, можно определять точность корректируемой ИНС на основе анализа степеней наблюдаемости исследуемых погрешностей ИНС.

При решении задачи выбора состава авионики перспективного ЛА рассматриваются различные типы ИНС, модели погрешностей которых отличаются некоторыми параметрами, например, средней частотой случайного изменения дрейфа μ .

Проведено моделирование алгоритмов оценивания с использованием данных лабораторных

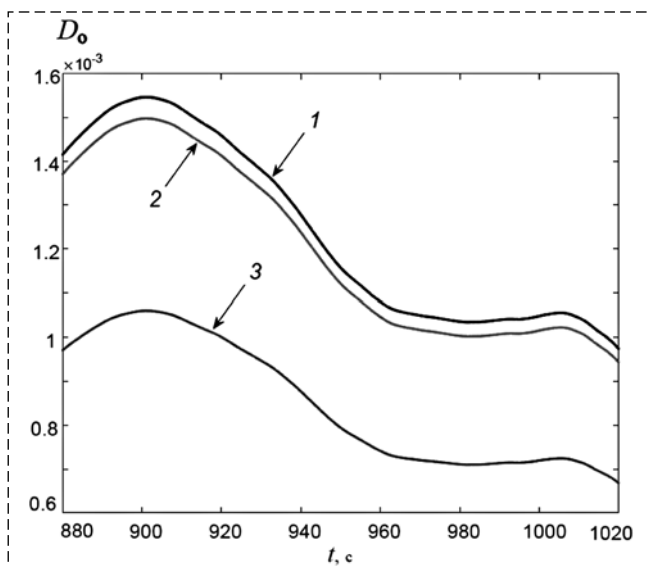


Рис. 6. Степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при различных h :

1 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $h = 1$ м; 2 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $h = 1000$ км; 3 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $h = 10\,000$ м

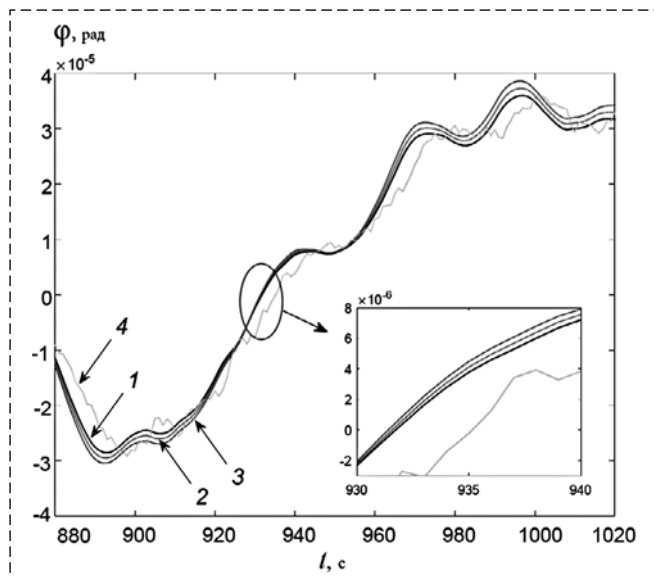


Рис. 7. Оценка угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученная с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных h :

1 — при $h = 1$ м; 2 — при $h = 1000$ м; 3 — при $h = 10\,000$ м; 4 — реальные данные

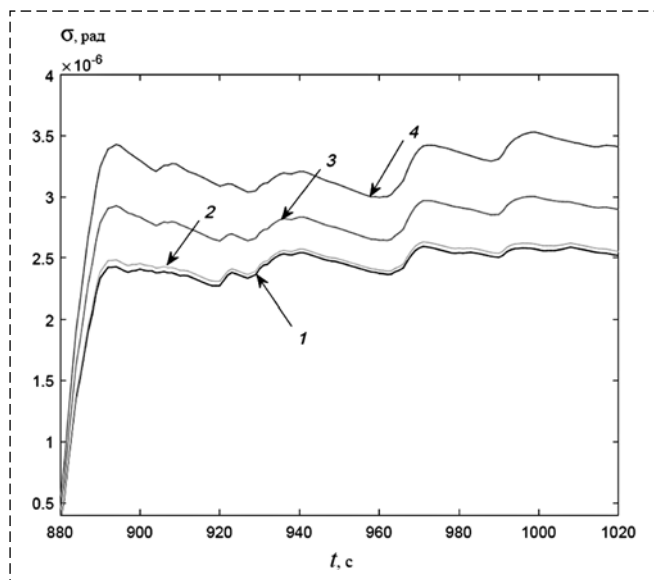


Рис. 8. СКО ошибок оценивания с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных h :

1 — при $h = 1$ м; 2 — при $h = 10^4$ м; 3 — при $h = 10^5$ м; 4 — при $h = 10^6$ м

экспериментов с навигационными системами АИСТ350, Ц-060К и КомпаНав-2М. Эти системы относятся к разным классам точности. Реальная система была установлена на неподвижном основании, поэтому выходной сигнал по скорости является погрешностями ИНС в определении скорости, который использован в качестве измерения для фильтра Калмана.

Рассмотрим влияние параметра средней частоты случайного изменения дрейфа μ на каче-

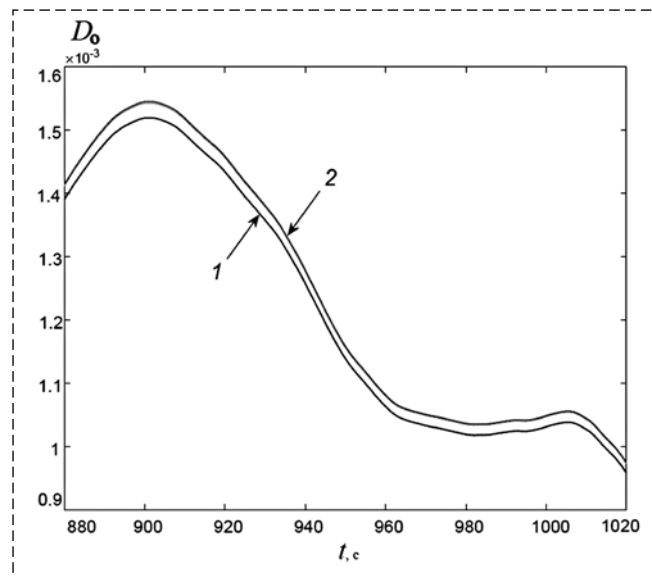


Рис. 9. Степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при различных μ :

1 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $\mu = 10^{-1}$; 2 — степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при $\mu = 10^{-4}$

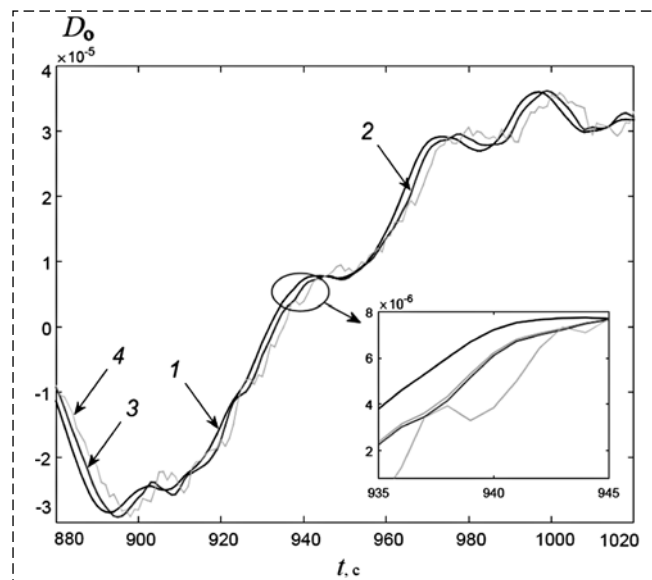


Рис. 10. Оценка угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученная с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных μ :

1 — при $\mu = 10^{-1}$; 2 — при $\mu = 10^{-2}$; 3 — при $\mu = 10^{-4}$; 4 — реальные данные

ство оценивания с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана.

На рис. 9 представлена степень наблюдаемости угла отклонения ГСП при различных частотах случайного изменения дрейфа.

На рис. 10 также при различных частотах случайного изменения дрейфа представлен результат оценивания угла отклонения ГСП с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана.

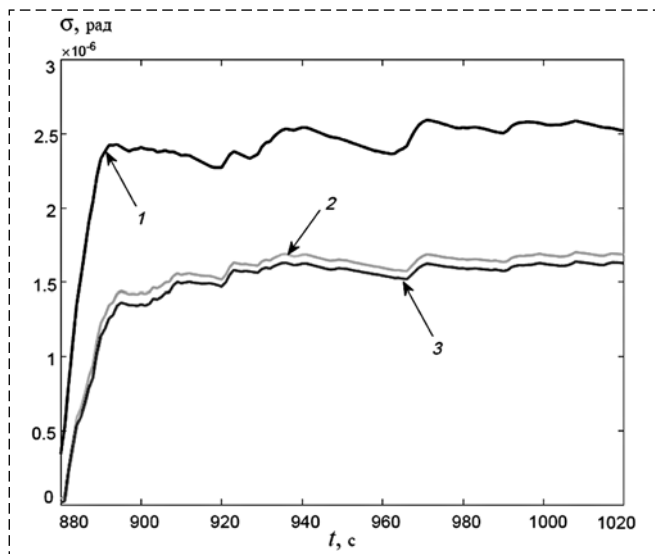


Рис. 11. СКО ошибок оценивания с помощью линейного нестационарного фильтра Калмана при различных μ : 1 — при $\mu = 10^{-1}$; 2 — при $\mu = 10^{-2}$; 3 — при $\mu = 10^{-4}$

На рис. 11 представлено СКО ошибок оценивания.

Параметр μ является средней частотой случайного изменения дрейфа, и поэтому чем меньше значение μ , тем лучше качество оценивания.

Таким образом, разработан метод оценки точности ИНС, корректируемых с помощью алгоритма оценивания. По результатам моделирования сделано заключение о том, что чем выше точность автономной ИНС, тем с большей точностью можно оценить погрешности ИНС. Однако следует отметить, что зависимость точности ИНС и точности оценивания погрешностей ИНС имеет нелинейный характер. Точность оценивания зависит от качественных характеристик наблюдаемости погрешностей ИНС.

Заключение

Рассмотрен критерий степени наблюдаемости линейных нестационарных систем. Исследованы качественные характеристики наблюдаемости переменных состояния линейных нестационарных систем на примере вычисления погрешностей ИНС. Рассмотрена зависимость точности оценивания нестационарного фильтра Калмана от степени наблюдаемости при изменении g_k (при изменении высоты полета ЛА). По результатам моделирования сделано заключение о том, что при увеличении высоты полета ЛА точность оценивания погрешностей ИНС снижается.

В зависимости от класса точности ИНС возможно заранее определить достижимую точность определения навигационных параметров ЛА при алгоритмической коррекции этой ИНС. Достижимая точность корректируемой ИНС определяется путем анализа степени наблюдаемости погрешностей ИНС.

Таким образом, точность алгоритма оценивания повышается при использовании моделей с повышенными качественными характеристиками наблюдаемости переменных состояния.

Список литературы

1. Андреев В. Д. Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. М.: Наука, 1967. 697 с.
2. Августов Л. И. и др. Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве // под ред. Джанджавы Г. И. М.: ООО "Научтехлитиздат", 2015. 529 с.
3. Неусыпин К. А. Современные системы и методы наведения, навигации и управления летательными аппаратами. М.: Изд-во МГОУ, 2009. 500 с.
4. Кузовков Н. Т., Карабанов С. В., Салычев О. С. Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. М.: Машиностроение, 1978. 224 с.
5. Парусников Н. А. и др. О стохастической мере оцениваемости // Коррекция в навигационных системах и системах ориентации искусственных спутников Земли. — Изд. МГУ. 1986. — С. 4—9.
6. Шэнь Кай, Неусыпин К. А. Исследование критериев степеней наблюдаемости, управляемости и идентифицируемости линейных динамических систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. № 11. С. 723—731.
7. Воронов А. А. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. М.: Наука, 1979. 335 с.
8. Kalman R. E., Ho Y. C., Narendra K. S. Controllability of linear dynamical systems // Contributions to the Theory of Differential Equations. 1963. Vol. I, № 2. P. 189—213.
9. Шэнь Кай, Неусыпин К. А. Критерий степени наблюдаемости переменных состояния нестационарных систем // Автоматизация. Современные технологии. 2016. № 6. С. 10—16.
10. Chen Z. Local observability and its application to multiple measurement estimation // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 1991. Vol. 38, № 6. P. 491—496.
11. Shen Kai, Neusyypin K. A., Proletarsky A. V. On state estimation of dynamic systems by applying scalar estimation algorithms // Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference. August 8—10, 2014. Yantai, China. P. 124—129.
12. Groves P. D. Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems. Artech House, Inc., Boston, MA, USA, 2013. 620 p.

On Qualitative Characteristics of the State Variable Observability in Linear Time-Varying Models of Inertial Navigation Systems

K. A. Neusypin, neysipin@mail.ru, M. S. Selezneva, m.s.selezneva@mail.ru,

Kai Shen, shenkaichn@mail.ru,

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

Corresponding author: Neusypin Konstantin A., D. Sc., Professor,

Faculty of Computer Science and Control Systems,

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation,

e-mail: neysipin@mail.ru

Accepted on January 24, 2018

A criterion for the degree of observability of state variables in linear time-varying systems is considered. The qualitative characteristics of the observability of the errors in inertial navigation systems are studied with a change in the aircraft flight altitude, the step of computation and in depending with the type of inertial navigation system, that are characterized by the values of the mean frequency of the random change in the drift of the gyroplatform. The results of simulation of navigation system errors, their degree of observability and estimation by the non-stationary Kalman filter are presented. The problem of determining the achievable accuracy of corrected inertial navigation systems in aircraft is investigated. In the models of the estimation algorithms, different values of the average frequency of the change in drift of the gyroplatform are used. A method for studying the achievable accuracy of corrected navigation systems has been developed, which makes it possible to make an informed decision on the use of the system in the design of the aircraft avionics. Based on the analysis of the state variable observability characteristics of navigation systems, it can be concluded that the accuracy of the estimation is dependent on the variable parameters of the inertial navigation system error model.

Keywords: aircraft, inertial navigation system, the degree of observability, analysis of qualitative characteristics

For citation:

Neusypin K. A., Selezneva M. S., Kai Shen. On Qualitative Characteristics of the State Variable Observability in Linear Time-Varying Models of Inertial Navigation Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 5, pp. 346–354.

DOI: 10.17587/mau.19.346-354

References

1. Andreev V. D. *Teoriya inercialnoi navigatsii Korrektiruemye sistemy* (The theory of inertial navigation), Moscow, Nauka, 1967, 697 p. (in Russian).
2. Avgustov L. I. et al. *Navigatsiya letatel'nykh apparatov v okolozemnom prostranstve* (Aircraft navigation in near-Earth space), Moscow, OOO "Nauchtehlitizdat", 2015, 529 p. (in Russian).
3. Neusypin K. A. *Sovremennye sistemy i metody navedeniya, navigatsii i upravleniya letatel'nykh apparatami* (Modern systems and methods of aircraft guidance, navigation and control), Moscow, Publishing house of MGOU, 2009, 500 p. (in Russian).
4. Kuzovkov N. T., Karabanov S. V., Salychev O. S. *Nepre-ryvnye i diskretnye sistemy upravleniya i metody identifikatsii* (Continuous and discrete control systems and identification methods), Moscow, Mashinostroenie, 1978, 224 p. (in Russian).
5. Parusnikov N. A. et al. *O stokhasticheskoy mere otseni-vaemosti* (On the stochastic measure of estimation), *Korreksiya v navigatsionnykh sistemakh i sistemakh orientatsii iskusstvennykh sputnikov Zemli*, Publishing house of MGU, 1986, pp. 4–9.
6. Shen Kai, Neusypin K. A. *Issledovanie kriteriev stepeni nabludaemosti, upravlyaemosti i identifikatsionnosti lineinykh dinamicheskikh sistem* (Study of the Criteria for the Degrees of Observability, Controllability and Identifiability of the Linear Dynamical Systems), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2016, vol. 17, no. 11. pp. 723–731 (in Russian).
7. Voronov A. A. *Ustojchivost, upravlyaemost, nabludaemost* (Stability, controllability, observability), Moscow, Nauka, 1979, pp. 335 (in Russian).
8. Kalman R. E., Ho Y. C., Narendra K. S. Controllability of linear dynamical systems, *Contributions to the Theory of Differential Equations*, 1963, vol. I, no. 2, pp. 189–213.
9. Shen Kai, Neusypin K. A. *Kriterij stepeni nabludaemosti peremennykh sostojaniya nestacionarnykh sistem* (A criterion for the degree of observability of the state variables of nonstationary systems), *Avtomatizatsiya. Sovremennye tekhnologii*, 2016, no. 6, pp. 10–16 (in Russian).
10. Chen Z. Local observability and its application to multiple measurement estimation, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1991, vol. 38, no. 6, pp. 491–496.
11. Shen Kai, Neusypin K. A., Proletarsky A. V. On state estimation of dynamic systems by applying scalar estimation algorithms, *Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference*, August 8–10, 2014, Yantai, China, pp. 124–129.
12. Groves P. D. Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems. Artech House, Inc., Boston, MA, USA, 2013. 620 p.

В. С. Лашин, аспирант, glory665@mail.ru,

В. В. Любимов, д-р техн. наук, зав. кафедрой высшей математики, vlubimov@mail.ru,
ФГАОУ ВО "Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева"

Исследование устойчивости угла атаки при спуске на Марс космического аппарата с малой асимметрией

Рассматривается спуск космического аппарата с малой аэродинамической и геометрической асимметриями в разреженных слоях марсианской атмосферы при малых значениях угла атаки. Применение метода усреднения позволяет получить уравнение второго приближения для угла атаки, близкое по форме к линейному однородному уравнению. Формулируется условие асимптотической устойчивости при движении спускаемого космического аппарата в атмосфере Марса по углу атаки.

Ключевые слова: космический аппарат, твердое тело, угол атаки, устойчивость, асимметрия, угловая скорость, уравнения движения, атмосфера, метод усреднения, квазилинейный случай

Введение

Эра активного изучения и освоения Марса автоматическими космическими аппаратами начиналась в шестидесятых годах двадцатого века. Следует отметить, что в 1976 году на Марс успешно приземлились первые спускаемые аппараты Viking-1 и Viking-2 [1]. В настоящее время для исследований Марса было отправлено более трех десятков экспедиций, значительная часть из которых закончилась неудачами. Как показала многолетняя практика, спуск на "красную планету" является наиболее сложным и аварийно-опасным этапом этих миссий [2]. При этом одну из основных проблем представляет обеспечение требуемых ограничений по значению угла атаки. Известно, что нарушение требуемых ограничений по углу атаки может привести к перегреву бортового оборудования или явиться причиной аварийной ситуации при разворачивании парашютной системы.

Постановка задачи

При спуске космического аппарата (КА) в атмосфере требуется обеспечивать функциональные ограничения на значение угла атаки [3]. Угол атаки представляет собой угол между направлением вектора скорости набегающего потока и продольной осью КА (на рис. 1 угол атаки обозначен α). Требуется исследовать изменение угла атаки при неуправляемом спуске КА с малой аэродинамической и малой геометрической асимметриями в разреженной атмосфере Марса. Геометрическая асимметрия представляет собой совокупность массовой и инерционных асимметрий КА.

Пусть КА представляет собой твердое тело массой 577 кг, имеющее форму, близкую к кони-

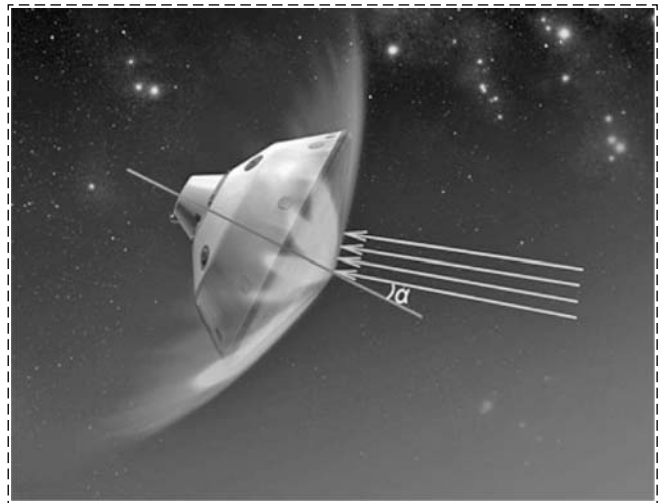


Рис. 1. Атмосферный спуск капсулы с марсоходом "Curiosity"

ческой. Анализ устойчивости угла атаки будем выполнять в квазилинейном случае (при малых значениях угла атаки), предварительно упростив систему уравнений движения аппарата с помощью метода усреднения.

Математическая модель

Для исследования устойчивости по углу атаки используем квазилинейную систему уравнений движения КА с малой асимметрией в атмосфере, полученную в статье [4]. Данная система уравнений при движении КА в атмосфере Марса имеет следующий вид:

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\varepsilon^2 \frac{\omega}{2\omega_\alpha^2} \alpha \frac{d\omega}{dt} - \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_\alpha} \cos(\theta + \theta_1); \quad (1)$$

$$\bar{I}_x(\dot{\omega}_x) = -\varepsilon \alpha m_x^A \sin(\theta + \theta_2); \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_x - \omega_1 + \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_\alpha \alpha} \sin(\theta + \theta_1); \quad (3)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon \frac{\omega}{2q} \dot{q}. \quad (4)$$

Остановимся на подробном описании параметров асимметрии и функций, входящих в систему (1)–(4):

$$\begin{aligned} m^A &= \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}; \\ m_1^A &= -\frac{\omega^2}{m_{z1}} m_{y0}^\Phi + \frac{\omega^2}{m_{z1}} C_{x1} \overline{\Delta z} - \bar{I}_{xz} \omega_x^2; \\ m_2^A &= -\frac{\omega^2}{m_{z1}} m_{z0}^\Phi - \frac{\omega^2}{m_{z1}} C_{x1} \overline{\Delta y} + \bar{I}_{xy} \omega_x^2; \\ \sin \theta_1 &= m_1^A / m^A; \quad \cos \theta_1 = -m_2^A / m^A; \\ m_x^A &= \sqrt{(m_{x1}^A)^2 + (m_{x2}^A)^2}; \\ m_{x1}^A &= -\frac{\omega^2}{m_{z1}} m_{xs0}^\Phi - \frac{\omega^2}{m_{z1}} C_{y1} \overline{\Delta y} - \bar{I}_{xy} \omega_{1,2}^2; \\ m_{x2}^A &= -\frac{\omega^2}{m_{z1}} m_{xc0}^\Phi - \frac{\omega^2}{m_{z1}} C_{y1} \overline{\Delta z} - \bar{I}_{xz} \omega_{1,2}^2; \\ \sin \theta_2 &= -m_{x1}^A / m_x^A; \quad \cos \theta_2 = m_{x2}^A / m_x^A; \\ \omega &= \sqrt{-m_{zn}^a q s l / I}, \end{aligned}$$

где ε — малый параметр, характеризующий малость параметров массовой, инерционной, аэродинамической асимметрии и медленность изменения ω ; ω — частота прецессии при угловой скорости $\omega_x = 0$; $\omega_{1,2}$ — частоты "прямой" и "обратной" прецессий; $\omega_1 = \bar{I}_x \omega_x / 2 + \omega_a$; $\omega_a = \sqrt{\bar{I}_x^2 \omega_x^2 / 4 + \omega^2}$; α — пространственный угол атаки; θ — быстрая фаза; m_x^A — параметр, характеризующий массовую и инерционную асимметрии; m^A — параметр, характеризующий массовую, аэродинамическую и инерционную асимметрии; C_{x1} , C_{y1} — коэффициенты аэродинамических сил; m_{zn}^a — частная производная коэффициента аэродинамического восстанавливающего момента m_{zn} по углу атаки α при $\alpha = 0$; $m_{y0}^\Phi, m_{z0}^\Phi, m_{xs0}^\Phi, m_{xc0}^\Phi$ — коэффициенты малых аэродинамических моментов от асимметрии формы КА; $\overline{\Delta y} = \Delta y / L$, $\overline{\Delta z} = \Delta z / L$; Δy , Δz — малые смещения центра масс КА в связанной системе координат $OXYZ$; $\bar{I}_x = I_x / I$; I_x и $I_y = I_z = I$ — моменты инерции аппарата относительно осей системы координат $OXYZ$; $\bar{I}_{xy} = I_{xy} / I$, $\bar{I}_{xz} = I_{xz} / I$, I_{xy} , I_{xz} — центробежные моменты инерции аппарата в системе координат $OXYZ$; θ_1 — параметр, который определяет взаимное расположение геометрической и аэродинамической асимметрии в системе координат

$OXYZ$; θ_2 — параметр, который определяет взаимное расположение массовой и инерционной асимметрии в системе координат $OXYZ$; ω_x — угловая скорость КА относительно оси OX ; $\omega_x - \omega_1$ — резонансное соотношение частот; q — скоростной напор; s и l — площадь миделевого сечения и длина аппарата. Система (1)–(4) описывает движение аппарата при $\omega_x > 0$. Случай отрицательных угловых скоростей ω_x может быть рассмотрен по аналогии.

В то же время система уравнений движения (1)–(4) является стандартной системой с одной быстровращающейся фазой вида

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \varepsilon Z(z, \theta); \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega(z) + \varepsilon \Theta(z, \theta). \end{aligned}$$

Здесь $z = (\alpha, \omega_x, \omega)$ — вектор медленных переменных; $\omega(z) = \omega_x - \omega_{1,2}$; $Z(z, \theta)$ — вектор-функция правых частей уравнений (1), (2) и (4), составляющие которого имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} Z^\alpha &= -\varepsilon^2 \frac{\omega}{2\omega_\alpha^2} \alpha \frac{d\omega}{dt} - \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_\alpha} \cos(\theta + \theta_1); \\ Z^{\omega_x} &= -\varepsilon \alpha m_x^A \sin(\theta + \theta_2) / \bar{I}_x; \\ Z^\omega &= \varepsilon \frac{\omega}{2q} \dot{q}; \quad \Theta = \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_\alpha \alpha} \sin(\theta + \theta_1). \end{aligned}$$

Правые части уравнений (1)–(3) зависят от быстрой фазы θ , что затрудняет дальнейший анализ системы. Для дальнейшего исследования исключим из уравнений быструю фазу θ , используя нерезонансную схему метода усреднения. Метод усреднения — наиболее известный метод асимптотического анализа, изложенный в работах [5–6].

При усреднении используется замена переменных:

$$\begin{aligned} z &= z^0 + \varepsilon z_1(z^0, \theta^0) + \dots, \\ \theta &= \theta^0 + \varepsilon \theta_1(z^0, \theta^0) + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Замена переменных (5) позволяет перейти от неусредненных медленных переменных z к усредненным медленным переменным z^0 .

При этом усредненная по быстрой фазе система (1)–(3) принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{dz^0}{dt} &= \varepsilon A_1(z^0) + \varepsilon^2 A_2(z^0) + \dots; \\ \frac{d\theta^0}{dt} &= \omega(z^0) + \varepsilon B_1(z^0) + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь первое приближение

$$A_1^{(\alpha)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Z^\alpha(z^0, \theta^0) d\theta^0 = 0;$$

$$z_1^{(\omega_x)} = \frac{1}{\omega(z^0)} \int [Z(z^0, \theta^0) - A_1^{\omega_x}(z^0)] d\theta^0 = \\ = \alpha m_x^A \cos(\theta + \theta_2) / [\bar{I}_x(\omega_x - \omega_1)];$$

$$z_1^{(\alpha)} = -\frac{m^A}{2\omega_\alpha} \cdot (\theta + \theta_1) / (\omega_x - \omega_1);$$

$$\theta_1(z^0, \theta^0) = \frac{1}{\omega(z^0)} \int \left[\frac{\partial \omega(z^0)}{\partial z^0} z_1 + \theta(z^0, \theta^0) - B_1(z^0) \right] d\theta^0;$$

$$B_1(z^0) = \left\langle \frac{\partial \omega(z^0)}{\partial z^0} z_1 + \theta(z^0, \theta^0) \right\rangle; \quad B_1 = 0;$$

$$\theta_1 = \frac{1}{\omega_x - \omega_1} \times \\ \times \left[\frac{\partial \omega(z^0)}{\partial \omega_x} \frac{\alpha m_x^A \sin(\theta + \theta_2)}{\bar{I}_x(\omega_x - \omega_1)} - \frac{m^A}{2\omega_\alpha \alpha} \cos(\theta + \theta_1) \right];$$

$$\frac{\partial \omega(z^0)}{\partial \omega_x} = 1 - \frac{\bar{I}_x}{2} - \frac{1}{2\sqrt{\frac{\bar{I}_x^2 \omega_x^2}{4} + \omega^2}} \cdot \frac{\bar{I}_x^2 \omega_x}{4};$$

$$\frac{\partial z^\alpha}{\partial \omega_x} = -\frac{\omega}{2} \alpha \dot{\omega} \frac{\partial}{\partial \omega_x} (\omega_\alpha^{-2}) - \frac{m^A}{2} \cos(\theta + \theta_1) \frac{\partial}{\partial \omega_x} (\omega_\alpha^{-1});$$

$$\frac{\partial z^\alpha}{\partial \alpha} = -\frac{\omega}{2\omega_\alpha^2} \dot{\omega}; \quad \frac{\partial z^\alpha}{\partial \theta} = \frac{m^A}{2\omega_\alpha} \sin(\theta + \theta_1); \quad \frac{\partial z_1^\alpha}{\partial \alpha} = 0.$$

Здесь и в дальнейшем рассматриваются только усредненные значения медленных переменных, поэтому индекс "0" медленных переменных системы не указывается.

Учитывая, что спуск КА происходит в разреженной атмосфере, будем считать, что первое приближение $A_1^{(\alpha)} = 0$. Следовательно, основное внимание уделим анализу функции второго приближения $A_2^{(\alpha)}$, выражение для которого имеет вид

$$A_2^{(\alpha)} = \left\langle \frac{\partial z^\alpha}{\partial \omega_x} z_1^{\omega_x} + \frac{\partial z^\alpha}{\partial \alpha} z_1^\alpha + \frac{\partial z^\alpha}{\partial \theta} \theta_1 \right\rangle = -\frac{\omega}{2\omega_\alpha^2} \alpha + \\ + \frac{1}{2} (-1) \frac{\alpha m_x^A m^A}{\bar{I}_x} \frac{\partial}{\partial \omega_x} (\omega_\alpha^{-1}) \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{\omega_x - \omega_1} + \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial \omega(z^0)}{\partial \omega_x} \frac{\alpha m_x^A m^A}{\bar{I}_x} \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{2\omega_\alpha (\omega_x - \omega_1)^2}. \quad (7)$$

Запишем усредненное уравнение для угла атаки (7) в следующей форме:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \varepsilon^2 f \alpha. \quad (8)$$

Здесь

$$f = -\frac{\omega}{2\omega_\alpha^2} + \frac{1}{2} (-1) \frac{m_x^A m^A}{\bar{I}_x} \frac{\partial}{\partial \omega_x} (\omega_\alpha^{-1}) \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{\omega_x - \omega_1} + \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial \omega(z^0)}{\partial \omega_x} \frac{m_x^A m^A}{\bar{I}_x} \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{2\omega_\alpha (\omega_x - \omega_1)^2}.$$

Таким образом, в соответствии с уравнением (8) знак функции f определяет направление изменения медленной составляющей угла атаки. Иначе говоря, при положительной функции f угол атаки α возрастает (неустойчивый случай). Напротив, при отрицательной функции f угол атаки α убывает (устойчивый случай).

Компьютерное моделирование

При численном моделировании использовались характеристики КА, аналогичные характеристикам спускаемого КА "Schiaparelli" [7]: наибольший радиус $r = 1,65$ м, высота конуса $l = 2$ м и масса $m = 577$ кг. Малый КА осуществляет спуск в атмосфере Марса при ускорении свободного падения $g_0 = 3,86$ м/с². Начальные условия входа в атмосферу: $V(0) = 3400$ м/с, высота $H(0) = 120$ км. На рис. 2 показано изменение угла атаки $\alpha(t)$, полученное с применением системы (1)–(3).

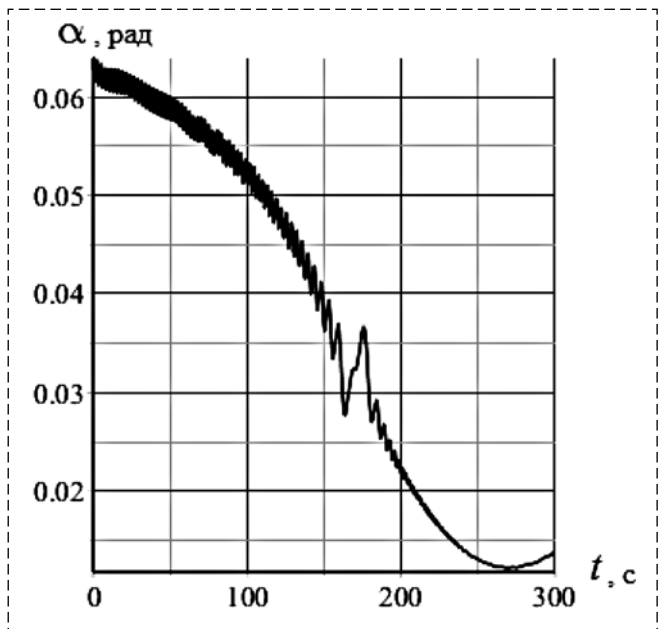


Рис. 2. Изменение угла атаки в процессе спуска

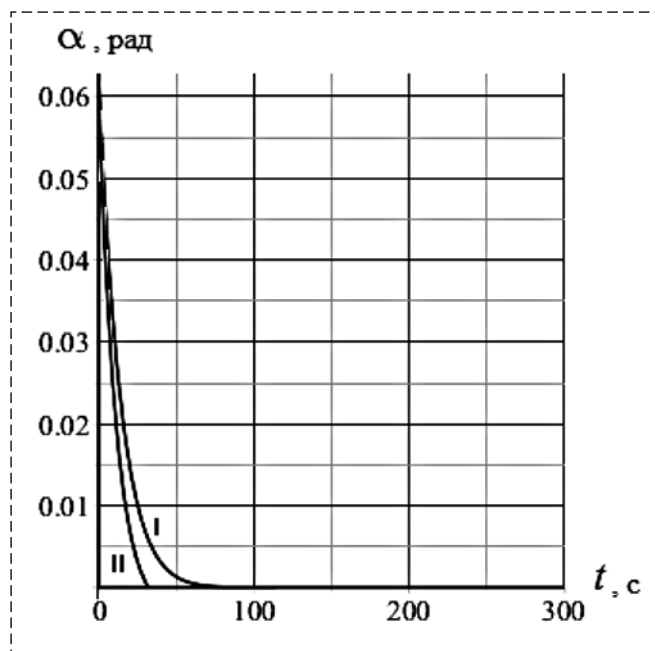


Рис. 3. Изменение угла атаки при усреднении для случаев I и II

На рис. 3 представлено изменение угла атаки $\alpha(t)$ согласно усредненному уравнению (8) для двух случаев (I и II) при выполнении условия устойчивости медленной составляющей угла атаки ($f < 0$). При моделировании использовали следующие параметры асимметрии: $m_x^A = 0,2$; $m^A = 0,012$, $\theta_1 - \theta_2 = \pi$ (в случае (I)); $m_x^A = 0,001$, $m^A = 0,01$, $\theta_1 - \theta_2 = \pi$ (в случае (II)).

Заключение

Для квазилинейного случая получено условие устойчивости медленной составляющей угла атаки при спуске КА с малой аэродинамической и геометрической асимметриями в разреженной атмосфере. В отличие от известных работ

по тематике атмосферного спуска [8–10] условие устойчивости было получено посредством нерезонансного усреднения квазилинейного уравнения для угла атаки с учетом двух первых приближений. Данное условие позволяет определить значения параметров асимметрии, обеспечивающих асимптотическую устойчивость медленной составляющей угла атаки в процессе спуска КА в разреженных атмосферах планет Земной группы.

Список литературы

1. Все аппараты, коснувшиеся поверхности Марса // Популярная механика. URL: <https://www.popmech.ru/technologies/384782-vse-apparaty-kosnuvshiesya-poverhnosti-marsa>.
2. Марсианская научная лаборатория. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Марсианская_научная_лаборатория.
3. Ярошевский В. А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978. 168 с.
4. Заболотнов Ю. М. Асимптотический анализ квазилинейных уравнений движения в атмосфере КА с малой асимметрией // Космические исследования. 1994. Т. 32, Вып. 4–5. С. 112–125.
5. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958. 408 с.
6. Моисеев Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969. 381 с.
7. Schiaparelli: the exomars entry, descent and landing demonstrator module. ESA (European Space Agency). URL: <http://exploration.esa.int/mars/47852-entry-descent-and-landing-demonstrator-module>.
8. Lubimov V. V., Lashin V. S. External Stability of a Resonance During the Descent of a Spacecraft with a Small Variable Asymmetry in the Martian Atmosphere // Advances in Space Research. 2017. Vol. 59. pp. 1607–1613.
9. Lubimov V. V., Kurkina E. V. Simulation of the dynamics of non-resonant motion in a controlled descent of an asymmetric spacecraft in the low-density atmosphere // Information Technology and Nanotechnology (ITNT-2016). P. 610–621.
10. Lubimov V. V. Numerical simulation of the resonance effect at Re-entry of a rigid body with low inertial and aerodynamic asymmetries into the atmosphere // Information Technology and Nanotechnology (ITNT-2015). P. 198–210.

Analysis of the Angle of Attack Stability During the Descent of a Small Asymmetry Spacecraft to the Mars

V. V. Lyubimov, vlubimov@mail.ru, V. S. Lashin, glory665@mail.ru,
Samara University, Samara, 443086, Russian Federation

Corresponding author: Lyubimov Vladislav V., D. Sc.,
Head of Higher Mathematics Department, Samara University,
Samara, 443086, Russian Federation, e-mail: mail@samspace.ru

Accepted on December 01, 2017

The authors consider a motion of a spacecraft with small aerodynamic-mass asymmetries in the rarefied layers of the martian atmosphere at small values of the angle of attack. As is known, that small aerodynamic-mass asymmetries of the spacecraft can lead to loss of stability in the angle of attack, caused by the influence of resonant phenomena. The purpose of

this study is to obtain a condition of the stability of the relative motion of an asymmetric spacecraft with respect to the angle of attack in a rarefied atmosphere of Mars. The application of the averaging method makes it possible to obtain the second-approximation equation for the angle of attack which form is close to the linear homogeneous equation. The averaged equation allows us to formulate the required stability condition. The theoretical significance of this study is the condition of the stability of the motion of a spacecraft with respect to the angle of attack as solid body in a rarefied atmosphere. The presented condition of the stability was used at research of the motion of the conical spacecraft with respect to the angle of attack in a rarefied atmosphere of Mars. In this case, the mass-inertial parameters of the spacecraft were similar to those of the descending capsule "Schiaparelli". Of practical interest is the use of the obtained stability condition in the analysis of the relative motion of asymmetric spacecraft in the rarefied layers of the atmosphere of the terrestrial planets.

Keywords: spacecraft, solid body, angle of attack, stability, asymmetry, angular velocity, equations of motion, atmosphere, averaging method, quasi-linear case

For citation:

Lyubimov V. V., Lashin V. S. Analysis of the Angle of Attack Stability During the Descent of a Small Asymmetry Spacecraft to the Mars, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 5, pp. 355—359.

DOI: 10.17587/mau.19.355-359

References

1. **All Spacecrafts** That Touched the Surface of Mars, Popular Mechanics, available at: <https://www.popmech.ru/technologies/384782-vse-apparaty-kosnushiesya-poverhnosti-marsa>.
2. *Marsianskaya nauchnaya laboratoriya* (The Martian Scientific Laboratory), available at: https://ru.wikipedia.org/wiki/Марсианская_научная_лаборатория. (in Russian).
3. **Yaroshevsky V. A.** *Dvizhenie neupravlyаемого tela v atmosphere* (Motion of an Uncontrolled Body in the Atmosphere), Moscow, Mechanical Engineering, 1978, 168 p. (in Russian).
4. **Zabolotnov Y. M.** Asymptotic Analysis of Motion Quasi-linear Equations in a Spacecraft with a Small Asymmetry, *Cosmic Research*, 1994, vol. 32, iss. 3—5, pp. 112—125.

5. **Bogolyubov N. N., Mitropolsky Y. A.** *Asimptoticheskie metody v teorii nelineynykh kolebaniy* (Asymptotic Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations), Moscow, State Publishing House of Physical and Mathematical Literature, 1958, 408 p. (in Russian).

6. **Moiseev N. N.** *Asimptoticheskie metody nelineynoy mekhaniki* (Asymptotic Methods of Nonlinear Mechanics), Moscow, State Editorial Office of Physical and Mathematical Literature of State Publishing House "Nauka", 1969, 381 p. (in Russian).

7. **Schiaparelli:** the exomars entry, descent and landing demonstrator module. ESA (European Space Agency), available at: <http://exploration.esa.int/mars/47852-entry-descent-and-landing-demonstrator-module>.

8. **Lubimov V. V., Lashin V. S.** External Stability of a Resonance During the Descent of a Spacecraft with a Small Variable Asymmetry in the Martian Atmosphere, *Advances in Space Research*, 2017, vol. 59, pp. 1607—1613.

9. **Lubimov V. V., Kurkina E. V.** Simulation of the dynamics of non-resonant motion in a controlled descent of an asymmetric spacecraft in the low-density atmosphere, *Information Technology and Nanotechnology (ITNT-2016)*, pp. 610—621.

10. **Lubimov V. V.** Numerical simulation of the resonance effect at Re-entry of a rigid body with low inertial and aerodynamic asymmetries into the atmosphere, *Information Technology and Nanotechnology (ITNT-2015)*, pp. 198—210.

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5510, (499) 269-5397**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *Е. В. Комиссарова*.

Сдано в набор 28.02.2017. Подписано в печать 10.04.2018. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН518. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансес солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансес солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.

ПУМСС-2018

3-6 сентября
2018 года

Самара, Россия



ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЯ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ

XX Международная конференция

Первое оповещение

Уважаемые коллеги!

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления сложными системами Российской академии наук в период с 3 по 6 сентября 2018 года проводит в городе Самаре очередную XX Международную научную конференцию «Проблемы управления и моделирования в сложных системах».

Целью конференции является повышение эффективности научных исследований в области решения проблем управления и моделирования в сложных системах путём обсуждения последних научных достижений и лучших практик их применения в различных областях.

Направления конференции:

- Методы управления и оптимизации в сложных технических системах
- Интеллектуальные технологии в сложных системах
- Измерения, контроль и диагностика в экстремальных условиях
- Процессы управления в обществе
- Цифровое сельское хозяйство и агрокибернетика
- Биокибернетика и биоинформатика

Формы участия:

- Обзорные и обобщающие доклады (30 минут)
- Доклады, посвящённые частным вопросам (10 минут)

Языки конференции:

- русский
- английский

Важные даты

25 марта	Завершение приема заявок на участие
15 апреля	Завершение работы по отбору докладов
10 мая	Завершение приема электронных копий рукописей докладов
1 июня	Завершение приема твердых копий рукописей докладов с сопровождающими документами
30 июня	Завершение приема оплаты организационного взноса

Публикации:

По итогам конференции издается сборник трудов, индексируемый в РИНЦ.

По решению программного комитета расширенные версии отдельных докладов будут рекомендованы для опубликования в журналах из Перечня ВАК:

- Вестник СамГТУ. Серия "Технические науки"
- Онтология проектирования
- Инфокоммуникационные технологии

Дополнительная информация

ИПУСС РАН

ул. Садовая, 61, г. Самара, 443020

тел. +7 (846) 333 27 70

<http://www.iccs.ru/cscmp/cscmp.html>

e-mail: cscmp@iccs.ru

Технический секретарь ПУМСС-2018 Боровик Наталья Витальевна тел.: (846) 333-27-70

Поздравляем Юбиляра!



Заведующему лабораторией управления
сложными системами ИПМаш РАН,
заведующему кафедрами теоретической кибернетики СПбГУ
и систем управления и информатики НИУ ИТМО,
члену редакционной коллегии журнала
«Мехатроника, автоматизация, управление»,
доктору технических наук, профессору

**Александр Львович
ФРАДКОВУ**

исполнилось 70 лет

Александр Львович Фрадков – известный российский ученый, крупный специалист мирового уровня, один из признанных лидеров в области теории управления, блестящий педагог, просветитель и талантливый организатор.

Научные интересы А.Л. Фрадкова охватывают нелинейные, адаптивные, хаотические сетевые системы управления, теорию колебательных процессов и их приложения к управлению механическими системами, робототехническими и мехатронными комплексами. Он является основателем и руководителем одной из ведущих отечественных школ в области теории управления процессами в сложных физико-технических системах, основоположником нового научного направления – кибернетической физики, посвященного исследованию физических систем кибернетическими методами. Им опубликовано более 600 научных работ, включая 12 монографий. Под его редакцией выпущено 19 монографий и сборников, пять специальных выпусков международных журналов.

Весьма значительную роль Александр Львович играет в организации научных исследований в России, являясь членом президиума Высшей аттестационной комиссии при Минобрнауки РФ, членом Российского национального комитета по автоматическому управлению. Он является заслуженным деятелем Международной федерации автоматического управления, президентом-основателем Международного общества физики и управления, членом Европейских Ассоциации по управлению и Общества по механике, членом программных комитетов многих международных конференций.

Научное творчество Александра Львовича отличается органичным сочетанием математической культуры и строгости с глубоким проникновением в суть инженерных, практических задач, стремлением приблизиться к адекватному с инженерной точки зрения решению, острым интересом к злободневным и перспективным задачам, их математическому осмыслению, восприимчивостью к новым веяниям науки и техники.

Александр Львович! Мы гордимся Вашим высоким авторитетом. Ваша целеустремленность, эрудиция, широкий кругозор, мощный интеллектуальный потенциал, высокая творческая активность, принципиальность, интеллигентность и высокие душевные качества снискали самое глубокое уважение и признательность учеников и коллег. Мы особенно признательны Вам за активное участие в становлении и развитии журнала «Мехатроника, автоматизация, управление».

Дорогой Александр Львович! Сердечно поздравляем Вас со знаменательной датой
и желаем крепкого здоровья, долгих лет жизни, счастья
и новых творческих успехов.

Рисунки к статье С. Л. Зенкевича, Хуа Чжу, Цзяньвень Хо
**«ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ
 ГРУППЫ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ В СТРОЮ ТИПА «КОНВОЙ»»**

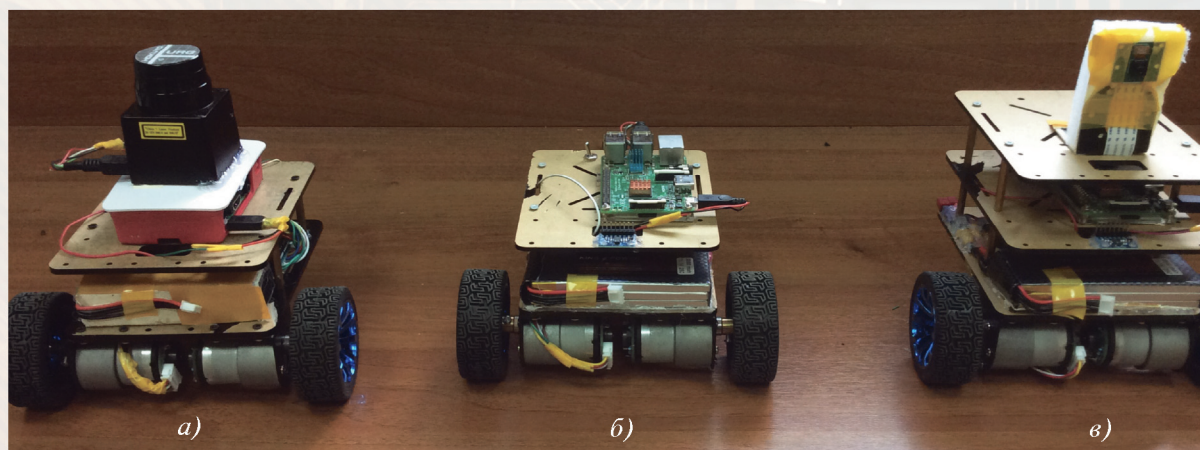
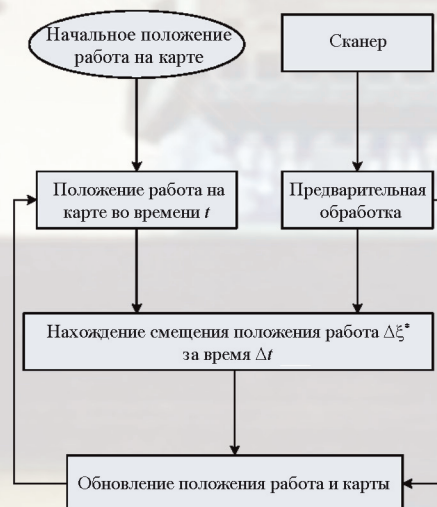


Рис. 2. Внешний вид: *а* – ведущий робот; *б* – ведомый робот; *в* – последний ведомый робот



а)



б)

Рис. 5. Определение собственного положения и построение карты:
а – один скан лазерного сканера; *б* – процесс SLAM



а)



б)

Рис. 9. Движение группы роботов в строю типа «конвой»: *а* – траектории роботов R_0 (черная), R_1 (синяя), R_2 (зеленая); *б* – фотография, полученная с камеры, установленной на роботе R_4