

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ



Том 24
2023
№ 10

Рисунки к статье A. D. Voronkov, S. A. K. Diane

«GRASPING OF UNKNOWN OBJECTS WITH AN AUTONOMOUS MANIPULATOR:
STATE OF THE ART, PROBLEMS AND PROSPECTS»

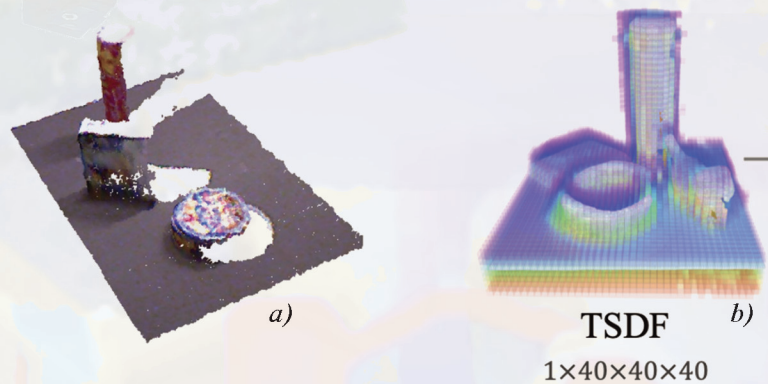


Fig. 2. Representation of a static scene: *a* – a point cloud constructed based on RGBD image [16];
b – TSDF representation of a scene as a voxel grid with a scalar value of the distance to the nearest surface [13]



Fig. 3. Unknown objects segmentation: *a* – segmentation without taking into account overlapping parts
of objects [21]; *b* – amodal instance segmentation [23]



Fig. 5. Classification of approaches by the presence of a target:
a – the scene is perceived as a whole [12]; *b* – the target object is selected [6]



Fig. 6. Grasp detection method – synthesis
of a set of grasps with subsequent
evaluation [14]

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 24

2023

№ 10

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:

БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.

ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.

ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН

БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН

ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН

ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН

КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН

КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН

КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН

ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН

РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН

СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН

СИГОВ А. С., акад. РАН

СОЙФЕР В. А., акад. РАН

СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН

ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН

ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН

ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН

ШЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН

ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:

DORANTES D. J., PhD, Турция

GROUMPOS P. P., PhD, Греция

ISIDORI A., PhD, Италия

KATALINIC B., PhD, Австрия

LIN CH.-Y., PhD, Тайвань

MASON O. J., PhD, Ирландия

ORTEGA R. S., PhD, Франция

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США

STRZELECKI R. M., PhD, Польша

SUBUDHI B. D., PhD, Индия

АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан

ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина

БОБЦОВ А. А., д.т.н.

БУКОВ В. Н., д.т.н.

ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.

ЖУКОВ И. А., д.т.н.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.

ЛОХИН В. М., д.т.н.

МАГОМЕДОВ М. Х., д.ф.-м.н.

ПУТОВ В. В., д.т.н.

ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.

РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.

ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.

ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:

АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Гайдук А. Р. Синтез дискретных и гибридных нелинейных систем управления 507

Гайворонский С. А., Езангина Т. А., Соболев А. В. Синтез систем управления максимальной робастности устойчивости на основе вершинных критических корневых диаграмм 519

Жириков А. Н., Зуев А. В., Бобков Е. Ю. Метод построения виртуальных датчиков для замены отказавших физических датчиков 526

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Voronkov A. D., Diane S. A. K. Grasping of Unknown Objects with an Autonomous Manipulator: State of the Art, Problems and Prospects 533

Вольф Д. А., Мещеряков Р. В., Исакова А. О. Интерактивный четвероногий робот класса фелидов с блоком нейронной обработки 542

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Соколов С. В., Погорелов В. А., Охотников А. Л., Куриченко М. В. Метод комплексирования данных электронных карт и спутниковых измерений для высокоточного позиционирования подвижных объектов 551

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:

<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 24

2023

No. 10

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

MAGOMEDOV M. Kh.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEEV S. F.

ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:

BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospective development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

Gaiduk A. R. Design of Discrete and Hybrid Nonlinear Control Systems 507

Gayvoronskiy S. A., Ezangna T. A., Sobol A. V. Control Systems Synthesis of Maximum Robust Stability Degree Based on Vertex Critical Root Diagrams 519

Zhirabok A. N., Zuev A. V., Bobko E. Yu. Method of Virtual Sensor Design for Faulty Physical Sensor Replacement 526

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

Voronkov A. D., Diane S. A. K. Grasping of Unknown Objects with an Autonomous Manipulator: State of the Art, Problems and Prospects 533

Wolf D. A., Meshcheryakov R. V., Iskhakova A. O. Interactive Quadruped Felid Class Robot with a Neural Processing Unit 542

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

Sokolov S. V., Pogorelov V. A., Okhotnikov A. L., Kurinenko M. V. A Method of Combining Data from Electronic Maps and Satellite Measurements for High-Precision Positioning of Moving Objects 551

Information about the journal is available online at:
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

А. Р. Гайдук, д-р техн. наук, проф., gaiduk_2003@mail.ru,
ФГАОУ ВО Южный федеральный университет, г. Таганрог

Синтез дискретных и гибридных нелинейных систем управления*

Предлагается новый метод синтеза дискретных и гибридных систем управления нелинейными объектами с дифференцируемыми нелинейностями. Повышающиеся требования к качеству процессов управления и широкое распространение средств вычислительной техники обуславливают широкие возможности синтеза и реализации цифровых систем управления. Однако для решения этой задачи необходимы дискретные модели объектов управления. В случае линейных объектов такие модели создаются на основе z-преобразования, формул Эйлера или Тастина. В случае нелинейных объектов эти преобразования неприменимы, поэтому к настоящему времени разработано большое число приближенных методов дискретизации. Наибольшее распространение имеют преобразования Эйлера и Рунге—Кутты, но они приводят к удовлетворительным результатам лишь при очень малых периодах дискретизации. В случае систем автоматического управления это требует применения цифровых средств автоматизации с очень высоким быстродействием, что часто экономически нецелесообразно. Методы дискретизации с большим периодом чаще всего разрабатывались на базе разложения в ряды правых частей дифференциальных уравнений, преобразованных по Эйлера. Здесь возникает, во-первых, проблема выбора необходимого числа членов ряда, подлежащих удержанию, а во-вторых, уже при третьем—четвертом порядке объекта расчетные соотношения оказываются чрезвычайно сложными.

Предлагаемый ниже метод отличается тем, что дискретизируются не уравнения нелинейных объектов в форме Коши, а соответствующие квазилинейные модели. При этом используется модифицированный метод трапеций, причем целью дискретизации является не наиболее точная аппроксимация исходных непрерывных уравнений объекта, а устойчивость замкнутой нелинейной системы управления при достаточно большом периоде дискретизации. Эта система синтезируется с применением алгебраического полиномиально-матричного метода синтеза нелинейных систем управления. В результате образуется гибридная нелинейная система с достаточно простыми алгебраическими расчетными выражениями. Предложенный подход позволяет создавать системы управления нелинейными непрерывными объектами с применением обычных вычислительных средств автоматизации.

Ключевые слова: нелинейный объект, дифференцируемая нелинейность, дискретизация, модифицированный метод трапеций, квазилинейная модель, дискретная квазилинейная модель, алгебраический полиномиально-матричный метод, невырожденность по управлению, гибридная система управления

Введение

Повышающиеся требования к качеству процессов управления и широкое распространение вычислительных средств автоматизации обуславливают разработку методов синтеза дискретных систем управления нелинейными объектами. Математическими моделями нелинейных объектов чаще всего являются непрерывные нелинейные дифференциальные уравнения в форме Коши. В случае синтеза линейных дискретных систем управления применяется классический метод линеаризации. С этой целью линеаризованные уравнения объекта подвергаются z-преобразованию, что приводит к получению

дискретной линейной модели [1—3]. Однако этот подход не позволяет учесть все особенности нелинейных объектов и обеспечить повышенные требования к процессам управления. Поэтому чаще всего дискретные нелинейные системы управления являются гибридными, т. е. они синтезируются как непрерывные, а полученное непрерывное управление реализуется с применением цифровых процессоров как дискретное [3—5]. Но этот подход требует применения цифровых элементов с очень высоким быстродействием из-за малого периода дискретизации.

С целью получить цифровые системы управления нелинейными объектами с большим периодом дискретизации осуществляется дискретизация непосредственно нелинейных уравнений объектов [6—13]. Для этого обычно используется метод Эйлера, позволяющий перейти от дифференциальных уравнений к раз-

*Исследование выполнено при поддержке передовой инженерной школы Южного федерального университета "Инженерия киберплатформ".

ностным [2, 5, 6]. Однако допустимый период дискретизации в этом случае также оказывается очень малым. Несколько больший период позволяет получить схема Рунге—Кутты [7, 8]. Более эффективным является совместное применение метода Эйлера и рядов Тейлора, Пеано—Бэкера (Peano—Baker) и др. [9—13]. В работах [9—11] приращение решения нелинейной системы на периоде T разлагается в ряд Тейлора, и сохраняются два его члена, переходная матрица, соответствующая второму члену ряда Тейлора, разлагается в ряд Пеано—Бэкера. Число удерживаемых членов этого ряда определяется требуемой точностью соответствия между решениями дискретной и непрерывной систем. На примере перевернутого маятника [11], точка опоры которого подвергается гармоническому воздействию вдоль вертикальной оси, показано, что этот прием позволяет увеличить период дискретизации с $T = 0,001$ до $T = 0,005$ при удержании трех членов ряда Пеано—Бэкера.

Более существенные результаты достигаются применением к дискретной системе, полученной методом Эйлера, разложения в ряд Тейлора по степеням периода дискретизации, при этом коэффициенты ряда определяются с применением скобки Ли [12, 13]. В случае нелинейной системы первого порядка графики изменения ее переменной состояния при пяти членах ряда Тейлора практически совпадают с графиком непрерывной системы как при $T = 0,1$ с, так и при $T = 0,3$ с [12]. Особенно эффективным этот подход оказывается в случае нелинейных систем с запаздыванием как по управлению, так и по состоянию [13]. Однако подходы, использующие ряды Тейлора, приводят к очень сложным расчетным соотношениям. Например, вывод выражений для четвертого и пятого членов ряда авторы работы [12] из-за большого объема вынуждены были перенести в приложение. При высоком порядке объектов управления это приводит к сложным расчетным соотношениям и необходимости применения быстродействующих, многопроцессорных контроллеров, более дорогих, с большим энергопотреблением и габаритными размерами.

В данной работе предлагается подвергать дискретизации не уравнения нелинейного объекта управления, а уравнения его квазилинейной модели (КЛМ) [14, 15] с применением модифицированного метода трапеций. Преимущество этого подхода заключается в более простых аналитических соотношениях для определения параметров дискретной модели

непрерывного объекта при достаточно большом периоде дискретизации. Наиболее существенным ограничением предлагаемого метода дискретизации является требование дифференцируемости нелинейностей объектов управления.

Квазилинейная дискретизация нелинейных объектов

Как показано в работах [14, 15], если нелинейности объектов, аффинных по управлению и возмущениям, являются дифференцируемыми, то их дифференциальные уравнения в отклонениях, записанные в форме Коши, можно совершенно точно представить квазилинейной моделью

$$\dot{x} = A(x)x + b(x)u + h(x)f, \quad y = c^T(x)x, \quad (1)$$

где x — n -мерный вектор переменных состояния x_i ; u , f и y — управление, возмущение и выходная управляемая переменная; $A(x)$ и $b(x)$, $h(x)$, $c(x)$ — функциональные ($n \times n$)-мерная матрица и n -мерные векторы, элементы которых — известные нелинейные скалярные функции или числа. Будем предполагать, что переменные состояния объекта и выходная переменная измеряются.

Методы построения квазилинейной модели (1) по уравнениям объектов в форме Коши с дифференцируемыми нелинейностями можно найти в работах [15, 16]. В соответствии с этими методами элементы матрицы и векторов этой модели определяются путем интегрирования частных производных нелинейностей объекта по вспомогательной переменной в пределах от 0 до 1. Поэтому при ограниченном по норме векторе x все они, в частности элементы матрицы $A(x) = [a_{ij}(x)]$, являются ограниченными функциями переменных состояния x_i , т. е.

$$|a_{ij}(x)| \leq \zeta_A(x) < \infty, \quad \forall x \in \Omega_d, \quad \|x\| \leq M < \infty, \quad (2)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Здесь $|\cdot|$ и $\|\cdot\|$ — модуль скалярной и норма векторной величин; Ω_d — некоторая окрестность точки $x = 0$ такая, что при всех $x \in \Omega_d$ выполняются неравенства (2); $\zeta_A(x)$ — положительно определенная, ограниченная функция; M — число.

В данной работе предлагается метод квазилинейной дискретизации уравнений нелинейных объектов управления, представленных квазилинейной моделью (1), (2). Этот метод заключается в дискретизации с некоторым

периодом T решения $x(t, x_0, u, f)$ первого уравнения (1). Очевидно, каждому из дискретных моментов времени $t_k = kT, k = 0, 1, 2, \dots$, соответствует дискретное значение $x_k = x(kT)$ решения $x(t) = x(t, x_0, u, f)$ этого уравнения. Точное значение $x_{k+1} = x((k+1)T)$ теоретически может быть найдено по формуле

$$x_{k+1} = x_k + \int_{kT}^{(k+1)T} \dot{x}[x(t), u(t), f(t)] dt, \quad (3)$$

где производная $\dot{x}[x(t), u(t), f(t)]$ определяется правой частью первого уравнения (1). Однако точное интегрирование произвольных нелинейных функций практически невозможно, даже с применением современных ЭВМ. Поэтому на практике обычно применяются различные формулы приближенного интегрирования дифференциальных уравнений [17].

Метод квазилинейной дискретизации предусматривает применение модифицированного метода трапеций, который естественно приводит к приближенным значениям \tilde{x}_{k+1} , которые несколько отличаются от x_{k+1} . Поэтому, имея в виду применение указанного метода, формулу (3) запишем в следующем виде:

$$\tilde{x}_{k+1} = \tilde{x}_k + \int_{kT}^{(k+1)T} \bar{\dot{x}}[\tilde{x}(t), u(t), f(t)] dt, \quad (4)$$

где $\bar{\dot{x}}[\tilde{x}(t), u(t), f(t)]$ — среднее значение скорости изменения вектора $\tilde{x}(t)$ на интервале $[kT, (k+1)T]$, определяемое выражением

$$\bar{\dot{x}}(t) = 0,5[\dot{\tilde{x}}(\tilde{x}_k, u_k, f_k) + \dot{\tilde{x}}(\tilde{x}_{k+1}, u_{k+1}, f_{k+1})]$$

или

$$\begin{aligned} \bar{\dot{x}}(t) = 0,5[& A_k \tilde{x}_k + b_k u_k + h_k f_k + A_k \tilde{x}_{k+1} - \\ & - A_k \tilde{x}_{k+1} + A_{k+1} \tilde{x}_{k+1} + b_{k+1} u_{k+1} + h_{k+1} f_{k+1} + \\ & + b_k u_k - b_k u_k + h_k f_k - h_k f_k]. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь для краткости введены обозначения:

$$A_k = A(\tilde{x}_k), \quad b_k = b(\tilde{x}_k), \quad h_k = h(\tilde{x}_k), \quad f_k = f(kT).$$

Добавленные разности $A_k \tilde{x}_{k+1} - A_k \tilde{x}_{k+1}, b_k u_k - b_k u_k, h_k f_k - h_k f_k$, очевидно, не изменяют значения $\bar{\dot{x}}(t)$, но позволяют представить выражение (5) следующим образом:

$$\bar{\dot{x}}(t) = 0,5[A_k \tilde{x}_k + A_k \tilde{x}_{k+1} + 2b_k u_k + 2h_k f_k] + \varepsilon(\tilde{x}_k), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon(\tilde{x}_k) = 0,5[& (A_{k+1} - A_k) \tilde{x}_{k+1} + \\ & + b_{k+1} u_{k+1} - b_k u_k + h_{k+1} f_{k+1} - h_k f_k]. \end{aligned}$$

Подставляя выражение (6) в равенство (4) и выполняя интегрирование, получим

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{k+1} = \tilde{x}_k + 0,5T[& A(\tilde{x}_k) \tilde{x}_k + A(\tilde{x}_k) \tilde{x}_{k+1}] + \\ & + Tb(\tilde{x}_k) u_k + Th(\tilde{x}_k) f_k + T\varepsilon(\tilde{x}_k). \end{aligned} \quad (7)$$

Как видно из соотношения (6), величина $T\varepsilon(\tilde{x}_k)$ зависит от разности значений \tilde{x}_{k+1} и \tilde{x}_k вектора дискретной модели (7), причем, если при $f_k = 0$ вектор $\tilde{x}_k \rightarrow 0$, то и величина $T\varepsilon(\tilde{x}_k) \rightarrow 0$, поэтому далее она не учитывается. При этом из соотношения (7) следует нелинейное разностное уравнение

$$\begin{aligned} [E - 0,5TA(\tilde{x}_k)] \tilde{x}_{k+1} = \\ = [E + 0,5TA(\tilde{x}_k)] \tilde{x}_k + Tb(\tilde{x}_k) u_k + Th(\tilde{x}_k) f_k. \end{aligned} \quad (8)$$

Отметим, что в получении выражений (5)–(8) заключается предложенная здесь модификация метода трапеций.

Для краткости записей в выражении $L(\tilde{x}_k, T) = [E - 0,5TA(\tilde{x}_k)]$ заменим \tilde{x}_k на x и покажем, что в условиях (2) существуют значения T , при которых матрица $L(x, T) = [E - 0,5TA(x)]$ имеет обратную.

Лемма 1. Если матрица $A(x)$, являясь системной матрицей квазилинейной модели $\dot{x} = A(x)x$, удовлетворяет условию (2), то существует конечное $T > 0$ такое, что матрица $L(x) = [E - 0,5TA(x)]$ при всех $x \in \Omega_d$ имеет обратную матрицу.

Доказательство. Прежде всего отметим, что если $n = 1$, т. е. $A(x) = a(x)$, то значение T , при котором выполняется условие теоремы, можно определить выражением $T = 2\gamma / \max_x |a(x)|$, где $0 < \gamma < 1$. Здесь $x \in \Omega_{d+} \in \Omega_d$, а Ω_{d+} — подобласть Ω_d , во всех точках которой, кроме точки $x = 0$, функция $a(x) \neq 0$; поэтому далее будем считать, что $n > 1$.

В условиях леммы 1 ($n \times n$)-мерная матрица $A(x) = [a_{ij}(x)]$ удовлетворяет условиям (2), поэтому при всех $i = 1, 2, \dots, n$ существуют и являются ограниченными величины [18, с. 190–192]

$$R_A(x) = \max_{i=1, \dots, n} R_{A,i}(x), \quad \text{а также}$$

$$\begin{aligned} R_{A,i}(x) = \sum_{j=1}^n |a_{ij}(x)| = \\ = |a_{ii}(x)| + K_{A,i}(x) \leq n\zeta_A(x) < \infty, \end{aligned} \quad (9)$$

$$K_{A,i}(x) = \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}(x)|.$$

Элементы матрицы $L(x, T) = [E - 0,5TA(x)] = [l_{ij}(x, T)]$ и соответствующие ей величины $R_{L,i}(x)$ определяются выражениями

$$l_{ij}(x, T) = \begin{cases} 1 - 0,5T a_{ii}(x), & j = i, \\ -0,5T a_{ij}(x), & i \neq j; \end{cases} \quad (10)$$

$$R_{L,i}(x, T) = |1 - 0,5T a_{ii}(x)| + 0,5T K_{A,i}(x).$$

Для доказательства леммы используются выражения 2.2.3 из книги [18, с. 193], в которых фигурируют величины $P_{L,i}(x, T)$ и $k_L(x, T)$, относящиеся к матрице $L(x, T)$. С учетом (9) и (10) эти величины определяются выражениями:

$$\begin{aligned} P_{L,i}(x, T) &= 0,5T K_{A,i}(x), \\ k_L(x, T) &= \min_{i=1, \dots, n} [|l_{ii}(x, T)| - P_{L,i}(x, T)]. \end{aligned} \quad (11)$$

Положим $T = 2\gamma/R_A(x)$ и найдем оценки величины $k_L(x, T)$ в зависимости от значений $a_{ij}(x)$ и $K_{A,i}(x)$. С учетом выражений (9)–(11) получим:

$$k_L(x, T) = \begin{cases} 1 - \gamma\beta_{i1} - \gamma\beta_{i3}, & a_{ii}(x) > 0, K_{A,i}(x) \neq 0, \\ 1 - \gamma\beta_{i1} - 0, & a_{ii}(x) > 0, K_{A,i}(x) = 0, \\ 1 - 0 - \gamma\beta_{i4}, & a_{ii}(x) = 0, K_{A,i}(x) \neq 0, \\ 1 + \gamma\beta_{i1} - \gamma\beta_{i3}, & a_{ii}(x) < 0, K_{A,i}(x) \neq 0, \\ 1 + \gamma\beta_{i2} - 0, & a_{ii}(x) < 0, K_{A,i}(x) = 0, \end{cases} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \beta_{i1} &= \frac{|a_{ii}(x)|}{R_A(x)} \leq 1; \\ \beta_{i2} &= \frac{|a_{ii}(x)|}{\bar{a}(x)} = \begin{cases} 1, & |a_{ii}(x)| = \bar{a}(x), \\ < 1, & |a_{ii}(x)| \neq \bar{a}(x); \end{cases} \\ \beta_{i3} &= \frac{K_{A,i}(x)}{R_A(x)} \leq 1; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\beta_{i4} = \frac{K_{A,i}(x)}{\bar{K}_A(x)} = \begin{cases} 1, & K_{A,i}(x) = \bar{K}_A(x), \\ < 1, & K_{A,i}(x) \neq \bar{K}_A(x); \end{cases} \quad (14)$$

$$\bar{a}(x) = \max_{i=1, \dots, n} |a_{ii}(x)|, \quad \bar{K}_A(x) = \max_{i=1, \dots, n} K_{A,i}(x).$$

Отметим, что случай одновременного выполнения условий $a_{ii}(x) = 0$ и $K_{A,i}(x) = 0$ при всех $i = 1, 2, \dots, n$ здесь не рассматривается, так как в этом случае элементы системы не будут взаимосвязаны. Однако в отдельных i -х строках матрицы $A(x)$ эти условия могут выполняться. В соотношении (12) эти случаи опущены, так как при этом $|l_{ii}(x, T)| = 1$, а $P_{L,i}(x, T) = 0$, т. е. $k_L(x, T) = 1$.

Величины β_{iv} , $v = 1, 2, 3, 4$, в соответствии с выражениями (13), (14) не больше 1, поэтому согласно соотношению (12) наиболее вероятно выполнение условия $k_L(x, T) = 0$ при $a_{ii}(x) < 0$, $K_{A,i}(x) \neq 0$. Однако из выражений (13) и (14) следует, что в этом случае

$$\beta_{i1} - \beta_{i3} = \frac{|a_{ii}(x)| - K_{A,i}(x)}{\max_{v \in [1, \dots, n]} (|a_{vv}(x)| + K_{A,v}(x))}, \quad i \in [1, n]. \quad (15)$$

Отсюда следует, что $|\beta_{i1} - \beta_{i3}| \leq 1$ при всех $i \in [1, n]$. Таким образом, если $\gamma < 1$ и $T = 2\gamma/R_A(x)$, то матрица $L(x, T) = [E - 0,5TA(x)]$ удовлетворяет условию $k_L(x, T) \neq 0$. Следовательно, в соответствии с неравенством 2.2.3 [18, с. 193] $\det L(x, T) \neq 0$, что соответствует утверждению леммы 1. *Лемма доказана.*

Значение периода дискретизации $T = 2\gamma/R_A(x)$ принято лишь для доказательства его существования в общем случае. На практике допустимое значение T , определяемое КЛМ конкретного объекта, как правило оказывается достаточно большим. Например, КЛМ парогенератора [19] при некоторых условиях может быть представлена в виде

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0,007 \\ 0 & 0 & -0,0067 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad (16)$$

где $a_{11} = 0,87\psi_1 - 0,09$, $a_{12} = 0,87\psi_2$, $a_{21} = -0,087\psi_1$, $a_{22} = 0,087\psi_2$, $\gamma_{\text{п}} = 3,4673$,

$$\psi_1 = \begin{cases} 0, & \text{если } x_1 = 0, \text{ иначе,} \\ x_1^{-1}(\gamma_{\text{п}} - x_1)^{0,5}, & \end{cases}$$

$$\psi_2 = \begin{cases} 0, & \text{если } x_2 = 0, \text{ иначе,} \\ x_2^{-1}(\gamma_{\text{п}} + x_2 - x_1)^{0,5}. & \end{cases}$$

В этом случае допустимые значения T ограничены значением 2,28, т. е. можно принять значения T значительно большие тех Δt , что используются при решении дифференциальных уравнений на ЦВМ с использованием соотношений Рунге—Кутты и др. [17].

Пусть T выбрано таким, что

$$\det[E - 0,5TA(\tilde{x}_k)] \neq 0,$$

тогда из выражения (8) и второго уравнения (1) следуют уравнения

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{k+1} &= A_d(\tilde{x}_k)\tilde{x}_k + b_d(\tilde{x}_k)u_k + h_d(\tilde{x}_k)f_k; \\ \tilde{y}_k &= c^T(\tilde{x}_k)\tilde{x}_k, \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$A_d(\tilde{x}_k) = [E - 0,5TA(\tilde{x}_k)]^{-1}[E + 0,5TA(\tilde{x}_k)]; \quad (18)$$

$$\begin{aligned} b_d(\tilde{x}_k) &= [E - 0,5TA(\tilde{x}_k)]^{-1}Tb(\tilde{x}_k); \\ h_d(\tilde{x}_k) &= [E - 0,5TA(\tilde{x}_k)]^{-1}Th(\tilde{x}_k). \end{aligned} \quad (19)$$

Разностное уравнение (17) является результатом квазилинейной дискретизации уравнений непрерывного объекта с дифференцируемыми нелинейностями. Фактически, метод квазилинейной дискретизации дает дискретную квазилинейную модель (ДКЛМ) нелинейных объектов, которую можно рассматривать как приближенную модель нелинейных объектов с дифференцируемыми нелинейностями. Решения этой модели отличаются от решений точной модели (1) на величину $T\varepsilon(\tilde{x}_k)$, стремящуюся к нулю при $f_k \equiv 0$ и $\tilde{x}_k \rightarrow 0$.

По форме модель (17) аналогична непрерывной квазилинейной модели [15], что позволяет алгебраическим полиномиально-матричным (АПМ) методом [20] синтезировать дискретную систему управления с устойчивым положением равновесия, в которой $\tilde{x}_k \rightarrow 0$ при $g_k = g(kT) \equiv 0$ и $f_k \equiv 0$. Очевидно, в такой системе с ростом k ДКЛМ будет становиться все более точным приближением нелинейного непрерывного объекта. Следовательно, можно предположить, что дискретное управление, стабилизирующее положение равновесия ДКЛМ, будет стабилизировать и положение равновесия гибридной системы управления непрерывным нелинейным объектом, аналогично тому, как классическое управление, синтезированное по линейным уравнениям первого приближения, стабилизирует и соответствующую нелинейную систему. Покажем эту возможность.

Система управления для дискретной квазилинейной модели

Следуя [20], определим дискретное управление для модели (17) выражением

$$u_k = k_g(\tilde{x}_k)g_k - k^T(\tilde{x}_k)\tilde{x}_k, \quad (20)$$

где $k^T(\tilde{x}_k) = [k_1(\tilde{x}_k) k_2(\tilde{x}_k) \dots k_n(\tilde{x}_k)]$; $k_g(\tilde{x}_k)$ и $k_i(\tilde{x}_k)$ — функциональные коэффициенты, подлежащие определению; $g_k = g(kT)$, $g(t)$ — задающее воздействие. Для вывода расчетных соотношений подставим выражение (20) в первое соотношение (17). В результате получим

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{k+1} &= D(\tilde{x}_k)\tilde{x}_k + b_d(\tilde{x}_k)k_g(\tilde{x}_k)g_k + h_d(\tilde{x}_k)f_k, \\ y_k &= c^T(\tilde{x}_k)\tilde{x}_k, \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$D(\tilde{x}_k) = A_d(\tilde{x}_k) - b_d(\tilde{x}_k)k^T(\tilde{x}_k). \quad (22)$$

Воспользовавшись формулой (П.25) [21, с. 233], характеристический полином

$$D(z, \tilde{x}_k) = \det[zE - D(\tilde{x}_k)]$$

матрицы $D(\tilde{x}_k)$ представим в виде

$$D(z, \tilde{x}_k) = A_d(z, \tilde{x}_k) + k^T(\tilde{x}_k)\text{adj}[zE - A_d(\tilde{x}_k)]b_d(\tilde{x}_k)$$

или

$$D(z, \tilde{x}_k) = A_d(z, \tilde{x}_k) + \sum_{i=1}^n k_i(\tilde{x}_k)V_i(z, \tilde{x}_k); \quad (23)$$

$$A_d(z, \tilde{x}_k) = \det[zE - A_d(\tilde{x}_k)] = z^n + \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j(\tilde{x}_k)z^j; \quad (24)$$

$$\begin{aligned} V_i(z, \tilde{x}_k) &= e_i^T \text{adj}[zE - A_d(\tilde{x}_k)]b_d(\tilde{x}_k) = \\ &= \sum_{j=0}^{n-1} v_{i,j}(\tilde{x}_k)z^j, \end{aligned} \quad (25)$$

где e_i — i -й столбец единичной $(n \times n)$ -мерной матрицы E , $i = \overline{1, n}$. Как и в непрерывном случае [20], полином $D(z, \tilde{x}_k)$ в выражении (23) заменяется полиномом $D^*(z)$, корни которого вещественные, неотрицательные, различные и меньше единицы, т. е.

$$D^*(z) = \prod_{i=1}^n (z - \sigma_i^*) = z^n + \delta_{n-1}^* z^{n-1} + \dots + \delta_1^* z + \delta_0^*. \quad (26)$$

Здесь

$$0 \leq \sigma_i^* < 1 - \eta_d^*, \quad |\sigma_i^* - \sigma_\zeta^*| > \nu_1, \quad i \neq \zeta, \quad i, \zeta = [1, n], \quad (27)$$

ν_1 , η_d^* — положительные числа, $\eta_d^* < 1$. Численные значения корней $z_i^* = \sigma_i^*$ выбираются исходя из требуемого быстродействия синтезируемой системы управления. Заменяя в соотношении (23) полином $D(z, \tilde{x}_k)$ полиномом $D^*(z)$ и перенеся полином $A_d(z, \tilde{x}_k)$ в левую часть равенства (23), получим выражения

$$R(z, \tilde{x}_k) = \sum_{i=1}^n k_i(\tilde{x}_k)V_i(z, \tilde{x}_k); \quad (28)$$

$$\begin{aligned} R(z, \tilde{x}_k) &= D^*(z) - A_d(z, \tilde{x}_k) = \\ &= \rho_{n-1}(\tilde{x}_k)z^{n-1} + \rho_{n-2}(\tilde{x}_k)z^{n-2} + \dots + \rho_0(\tilde{x}_k), \end{aligned} \quad (29)$$

где $\rho_i(\tilde{x}_k) = \delta_i^* - \alpha_i(\tilde{x}_k)$. Выражение (28) является полиномиальным уравнением относительно неизвестных функциональных коэффициентов $k_i(\tilde{x}_k)$. Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях z в левой и правой части этого равенства с учетом соотношений (25) и (29), получим систему алгебраических уравне-

ний [15, 21]. В векторно-матричной форме эта система имеет вид

$$G(\tilde{x}_k)k(\tilde{x}_k) = d(\tilde{x}_k), \quad (30)$$

где

$$G = \begin{bmatrix} v_{10} & v_{20} & \dots & v_{n,0} \\ v_{11} & v_{21} & \dots & v_{n,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{1,n-1} & v_{2,n-1} & \dots & v_{n,n-1} \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$$k = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} \rho_0 \\ \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_{n-1} \end{bmatrix}.$$

В выражениях (31) аргумент \tilde{x}_k матрицы и всех функций опущен для краткости записи.

Отметим, что решение системы (30), (31) существует при тех же условиях, что и в случае постоянных коэффициентов, т. е. матрица $G(\tilde{x}_k)$ должна быть квадратной, а ее определитель $\det G(\tilde{x}_k) \neq 0$. Первое условие выполняется по построению этой матрицы, а второе выполняется, если модель (17) удовлетворяет условию управляемости

$$\begin{aligned} & |\det U(\tilde{x}_k)| = \\ & = |\det[b_d(\tilde{x}_k) A_d(\tilde{x}_k)b_d(\tilde{x}_k) \dots A_d^{n-1}(\tilde{x}_k)b_d(\tilde{x}_k)]| \geq \\ & \geq \zeta_U > 0, \quad \tilde{x}_k \in \Omega_U, \end{aligned} \quad (32)$$

где ζ_U — некоторое не очень малое число; Ω_U — окрестность точки $\tilde{x}_k = 0$, в которой выполняется неравенство (32).

Будем предполагать, что период дискретизации T выбран таким, что непустой является замкнутая область $\Omega_{Ud} = (\Omega_U \cap \Omega_d) \in R^n$, в которой выполняются условия (2) и (32). В этом случае решение системы (30) дает вектор $k(\tilde{x}_k)$ из управления (20), при котором матрица $D(\tilde{x}_k)$ (22) замкнутой системы (21) имеет собственные числа, равные корням полинома $D^*(z)$ (26), т. е. постоянные при всех $\tilde{x}_k \in \Omega_U$. Рассмотрим соответствующую (21) при $g_k \equiv 0$ и $f_k \equiv 0$ свободную дискретную систему

$$\tilde{x}_{k+1} = D(\tilde{x}_k)\tilde{x}_k, \quad \tilde{x}_k \in \Omega_{Ud}, \quad (33)$$

где $\tilde{x}_k = \tilde{x}(kT, \tilde{x}_0)$ — некоторое решение системы (33), начинающееся в точке $\tilde{x}_0 \in \Omega_{Ud}$.

Теорема 1. Если собственные числа матрицы $D(\tilde{x}_k)$ при всех $\tilde{x}_k \in \Omega_{Ud}$ удовлетворяют условиям (27), то положение равновесия $\tilde{x}_k = 0$

системы (33) является асимптотически устойчивым в большом, т. е.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{x}_k = 0, \quad \forall \tilde{x}_k \in \Omega_\Theta \in \Omega_{Ud}. \quad (34)$$

Здесь Ω_Θ — окрестность точки $\tilde{x}_k = 0$ пространства R^n , внешняя граница которой определяется решением уравнения

$$C - \Theta(\tilde{x}_k) = 0, \quad (35)$$

где C и $\Theta(\tilde{x}_k)$ — $(n \times n)$ -мерные матрицы из выражений (37) и (39), приведенных ниже.

Доказательство теоремы 1. Представим систему (33) следующим образом:

$$\tilde{x}_{k+1} = [D(0) + \Upsilon(\tilde{x}_k)]\tilde{x}_k, \quad (36)$$

где $\Upsilon(\tilde{x}_k)$ — матрица, определяемая выражением $\Upsilon(\tilde{x}_k) = D(\tilde{x}_k) - D(0)$. Очевидно, при $\tilde{x}_k \rightarrow 0$ матрица $\Upsilon(\tilde{x}_k) \rightarrow 0$. По построению матрицы $D(\tilde{x}_k)$ ее собственные числа являются постоянными при всех $\tilde{x}_k \in \Omega_\Theta \in \Omega_{Ud}$ и по модулю меньше единицы, поэтому собственные числа матрицы $D(0)$ по модулю также меньше единицы.

Рассмотрим функцию $V(\tilde{x}_k) = \tilde{x}_k^T \Lambda \tilde{x}_k$, где Λ — симметричная матрица, являющаяся решением уравнения

$$D^T(0)\Lambda D(0) - \Lambda = -C. \quad (37)$$

Здесь C — симметричная положительно определенная матрица. Выражение (37) является дискретным уравнением Ляпунова, поэтому в силу известной теоремы Ляпунова матрица Λ является положительно определенной [22, р. 131].

На траекториях системы (36) или, что то же самое, (33) разность $\Delta V(\tilde{x}_k) = V(\tilde{x}_{k+1}) - V(\tilde{x}_k)$ с учетом (37) определяется выражением

$$\Delta V(\tilde{x}_k) = -\tilde{x}_k^T C \tilde{x}_k + \tilde{x}_k^T \Theta(\tilde{x}_k) \tilde{x}_k, \quad (38)$$

где

$$\Theta(\tilde{x}_k) = [2\Upsilon^T(\tilde{x}_k)\Lambda D(0) + \Upsilon^T(\tilde{x}_k)\Lambda \Upsilon(\tilde{x}_k)]. \quad (39)$$

При $\tilde{x}_k \rightarrow 0$ матрицы $\Upsilon(\tilde{x}_k) \rightarrow 0$ и $\Theta(\tilde{x}_k) \rightarrow 0$, а матрица $[C - \Theta(\tilde{x}_k)] \rightarrow C$. Так как C является положительно определенной матрицей, то при всех \tilde{x}_k , таких что $\tilde{x}_k^T C \tilde{x}_k > |\tilde{x}_k^T \Theta(\tilde{x}_k) \tilde{x}_k|$, согласно (38), (39) разность $\Delta V(\tilde{x}_k)$ функции Ляпунова $V(\tilde{x}_k)$ на траекториях системы (33) является отрицательно определенной. Следовательно, положение равновесия этой системы в условиях теоремы 1 является асимптотически

устойчивым в большом, т. е. выполняется условие (34). *Доказательство окончено.*

Для оценки точности функционирования многих устойчивых систем управления большое значение имеет разность между задающим воздействием и выходной управляемой переменной в установившемся режиме. В случае дискретных систем, в частности типа (21), характер изменения этой разности определяется матрицей $D^\circ(\tilde{x}_k) = [E - D(\tilde{x}_k)]$. Следующей леммой устанавливаются условия невырожденности этой матрицы.

Лемма 2. Если собственные числа некоторой матрицы $D(\tilde{x}_k)$ при всех $\tilde{x}_k \in \Omega_\ominus$ удовлетворяют условиям (27), то матрица $D^\circ(\tilde{x}_k) = [E - D(\tilde{x}_k)]$ является невырожденной, т. е. $\det D^\circ(\tilde{x}_k) \neq 0$ также при всех $\tilde{x}_k \in \Omega_\ominus$.

Доказательство леммы 2. По условиям леммы собственные числа $z_i^* = \sigma_i^*$ матрицы $D(\tilde{x}_k)$ при всех $\tilde{x}_k \in \Omega_{Ud}$ являются различными, поэтому существуют невырожденные матрицы $S(\tilde{x}_k)$, $S^{-1}(\tilde{x}_k)$, такие что $S^{-1}(\tilde{x}_k)S(\tilde{x}_k) = E$ и $S^{-1}(\tilde{x}_k)D(\tilde{x}_k)S(\tilde{x}_k) = \text{diag}\{\sigma_1^* \ \sigma_2^* \ \dots \ \sigma_n^*\}$ [18, с. 84]. Следовательно,

$$S^{-1}(\tilde{x}_k)[E - D(\tilde{x}_k)]S(\tilde{x}_k) = \text{diag}\{1 - \sigma_1^* \ 1 - \sigma_2^* \ \dots \ 1 - \sigma_n^*\}. \quad (40)$$

По условиям (27) $\eta_c^* < 1$, $0 \leq \sigma_i^* < 1 - \eta_c^*$, $i = [1, n]$, поэтому из (40) следует равенство $\det D^\circ(\tilde{x}_k) \neq 0$. *Лемма 2 доказана.*

Если свободная система (33) — устойчивая, то существуют воздействия $g_k = g_0 1(k)$ и $f_k = f_0 1(k)$, с достаточно малыми значениями g_0, f_0 , такие что в дискретной системе (21) при $k_g = k_{d,g}$ возникает установившийся режим, в котором $\tilde{x}_{k+1} = \tilde{x}_k$ с пренебрежимо малой ошибкой¹. Обозначим $\tilde{x}^\circ, \tilde{y}^\circ$ и δ_g° установившиеся значения переменных \tilde{x}_k, \tilde{y}_k и разности $\delta_{g,k} = g_k - y_{g,k}$ при $f_k \equiv 0$. Если $g_k = g_0 1(k)$ и $f_k \equiv 0$, то из (21) в установившемся режиме следует равенство

$$[E - D(\tilde{x}^\circ)]\tilde{x}^\circ = b_d(\tilde{x}^\circ)k_{d,g}(\tilde{x}^\circ)g_0. \quad (41)$$

В силу условий леммы 2 матрица $D^\circ(\tilde{x}^\circ) = [E - D(\tilde{x}^\circ)]$ имеет обратную, поэтому из (41) с учетом второго равенства (21) и формулы для обратной матрицы [21, с. 41] выводим

$$\tilde{y}^\circ = \frac{c^T(\tilde{x}^\circ)[\text{adj} D^\circ(\tilde{x}^\circ)]b_d(\tilde{x}^\circ)k_{d,g}(\tilde{x}^\circ)}{\det D^\circ(\tilde{x}^\circ)} g_0. \quad (42)$$

¹В этом режиме при $f_k \equiv 0$ и $k \rightarrow \infty$ величина $\varepsilon(\tilde{x}_k)$ в выражении (7) стремится к нулю, т. е. $\varepsilon(\tilde{x}_k) \rightarrow 0$.

Поскольку $\tilde{x}^\circ = \lim x_k$ при $k \rightarrow \infty$, то из равенства (42) вытекает условие обеспечения ненулевого значения управляемой величины \tilde{y}° дискретной нелинейной системы (21), т. е. условие невырожденности по управлению ДКЛМ (17):

$$\gamma_d(\tilde{x}_k) = c^T(\tilde{x}_k)[\text{adj} D^\circ(\tilde{x}_k)]b_d(\tilde{x}_k) \neq 0, \quad (43)$$

$$\forall \tilde{x}_k \in \Omega_\ominus \in \Omega_{Ud}.$$

Если условие (43) выполняется, то из равенства (42) следует выражение для коэффициента $k_{d,g}(\tilde{x}_k)$ из (20), при котором статическая ошибка $\delta_g^\circ = g_0 - y_k^\circ$ дискретной нелинейной системы (21) по задающему воздействию $g_k = g_0 1(k)$ будет равна нулю:

$$k_{d,g}(\tilde{x}_k) = \det D^\circ(\tilde{x}_k) / \gamma_d(\tilde{x}_k). \quad (44)$$

Соотношения (20), (24)—(31) и (44) при выполнении условий управляемости (32) и невырожденности по управлению (43) являются алгоритмической базой метода синтеза дискретных нелинейных систем управления (21), (22) объектами, заданными дискретными уравнениями типа (17). Это могут быть как уравнения естественных дискретных нелинейных объектов управления, так и уравнения, полученные в результате дискретизации нелинейных непрерывных объектов.

Далее рассмотрим применение полученного по приведенным выше соотношениям при $\tilde{x}_k = x_k$ дискретного управления $u_k = u_k(x_k)$ к КЛМ (1) некоторого нелинейного непрерывного объекта.

Гибридная система

Если в равенстве (20) вектор \tilde{x}_k заменить на $x_k = x(kT)$, а k_g на $k_{r,g}$ то получим дискретное управление непрерывным объектом, представленным КЛМ (1):

$$u_{r,k} = k_{r,g}(x_k)g_k - k^T(x_k)x_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (45)$$

где вектор $k(x_k)$ по-прежнему определяется выражениями (18), (19) и (24)—(31), в которых вектор \tilde{x}_k заменен на $x_k = x(kT)$. Заменяя в (1) управление u на $u_{r,g}$ из (45), приходим к замкнутой системе, которая описывается уравнениями

$$\dot{x} = A(x)x - b(x)k^T(x_k)x_k + b(x)k_{r,g}(x_k)g_k + h(x)f, \quad (46)$$

$$kT \leq t < (k+1)T, \quad y = c^T(x)x,$$

где при $t = kT$

$$A(x_k) - b(x_k)k^T(x_k) = D_\Gamma(x_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (47)$$

и является, очевидно, гибридной [3–5]. При этом значение периода дискретизации T может быть значительно большим по сравнению со значениями, которые принимаются при моделировании нелинейных систем, синтезированных как непрерывные [1, 2, 22].

Применительно к системе (46) условие обеспечения ненулевого значения управляемой переменной $y = y(t)$, т. е. условие невырожденности по управлению непрерывного нелинейного объекта, представленного КЛМ (1), имеет вид

$$\gamma_\Gamma(x) = c^T(x)D_\Gamma^{-1}(x)b(x) \neq 0, \quad (48)$$

$$\forall x \in \Omega_\Theta \in \Omega_{Ud}.$$

При выполнении условия (48) коэффициент $k_{\Gamma,g}(x_k)$ в (45) определяется выражением

$$k_{\Gamma,g}(x_k) = -1/\gamma_\Gamma(x_k). \quad (49)$$

Полученные результаты составляют теоретическую базу метода квазилинейной дискретизации нелинейных объектов и метода синтеза дискретных законов управления как дискретными нелинейными объектами, так и непрерывными нелинейными объектами, которые могут быть представлены квазилинейными моделями.

Отметим, что в случае линейных одномерных систем с постоянными параметрами условия невырожденности по управлению (43) и (48) обычно выполняются автоматически, так как в противном случае канал "задающее воздействие—выход" таких систем, фактически, будет разомкнутым (и очевидным). В случае же нелинейных систем эти условия зависят от переменных состояния КЛМ или ДКЛМ и могут как выполняться, так и не выполняться.

Например, в теории нелинейных систем очень часто рассматривается тестовый объект "перевернутый маятник на тележке", где управлением является перемещение тележки [22]. При этом заданное значение угла отклонения маятника от вертикали, как правило, принимается равным нулю. Обычно авторы не объясняют причину этого, но на самом деле это связано с тем, что математические модели этого объекта не удовлетворяют условию (48), т. е. нулевое значение угла отклонения маятника от вертикали — это не заданное положение

маятника, а установившееся значение этой величины, обусловленное устойчивостью положения равновесия системы; обеспечить же ненулевое значение угла отклонения маятника при моделях типа используемой в работе [22] невозможно по указанной выше причине.

Методический пример

В качестве примера применения метода квазилинейной дискретизации синтезируем сначала дискретную нелинейную систему управления ДКЛМ, соответствующей простому нелинейному модельному объекту второго порядка, уравнения которого имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - x_1 \arctg(2x_1), \\ \dot{x}_2 &= x_2 \sin x_2 + 2u, \quad y = 0,5x_1, \end{aligned} \quad (50)$$

а затем гибридную систему управления этим же объектом.

Переходя к решению, прежде всего запишем непрерывную КЛМ заданного объекта (50) в виде (1), где $f = 0$:

$$A(x) = \begin{bmatrix} -\arctg(2x_1) & 1 \\ 0 & \sin x_2 \end{bmatrix}, \quad (51)$$

$$b(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad c(x) = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Ограниченность элементов $a_{ij}(x)$ системной матрицы $A(x)$ (51) является очевидной, т. е. существует ДКЛМ (17) при $f = 0$ и некотором периоде T .

Заменяя в (51) x_i на $\tilde{x}_{i,k}$, легко установить, что значение периода дискретизации, допустимое по условию $\det[E - 0,5TA(\tilde{x}_k)] \neq 0$, в данном случае ограничено значением $T_{\max} = 0,649$ с. Примем $T = 0,4$ с и для краткости введем обозначения: $\varphi = \arctg(2\tilde{x}_1)$, $Si = \sin \tilde{x}_{2,k}$. По формулам (18) и (19) с учетом (51) найдем матрицу и вектор дискретной ДКЛМ (17) объекта (50):

$$A_d(\tilde{x}_k) = \begin{bmatrix} a_{11}(\tilde{x}_k) & a_{12}(\tilde{x}_k) \\ 0 & a_{22}(\tilde{x}_k) \end{bmatrix}, \quad (52)$$

$$b_d(\tilde{x}_k) = \begin{bmatrix} b_{d1}(\tilde{x}_k) \\ b_{d2}(\tilde{x}_k) \end{bmatrix},$$

где $a_{11}(\tilde{x}_k) = (1 - 0,2Si)(1 - 0,2\varphi)/\Delta_L$;
 $a_{12}(\tilde{x}_k) = 0,4/\Delta_L$;
 $a_{22}(\tilde{x}_k) = (1 + 0,2\varphi)(1 + 0,2Si)/\Delta_L$
и $b_{d1}(\tilde{x}_k) = 0,4/\Delta_L$; $b_{d2}(\tilde{x}_k) = (2 + 0,4\varphi)/\Delta_L$;
 $\Delta_L = (1 + 0,2\varphi)(1 - 0,2Si)$.

По формуле (32) при $n = 2$ имеем

$$U(\tilde{x}_k) = \frac{1}{\Delta_L^2} \times \begin{bmatrix} 0,4\Delta_L & 0,4(3 + 0,2\varphi - 0,2\text{Si} - 0,04\varphi\text{Si}) \\ 2\Delta_L(1 + 0,2\varphi) & 2(1 + 0,2\text{Si})(1 + 0,2\varphi)^2 \end{bmatrix}.$$

Так как $|\text{arctg}(2\tilde{x}_1)| \leq \pi/2$, а $|\sin x_2| \leq 1$, то $|\det U(\tilde{x}_k)| = |-1,6/\Delta_L^2| > 0,643$, т. е. при $T = 0,4$ с условие (32) выполняется, и задача синтеза устойчивой дискретной системы управления для ДКЛМ (17), (52) имеет решение.

Из-за нелинейного характера элементов матрицы и вектора (52) решение данной задачи синтеза возможно только в численной форме. В связи с этим далее промежуточные выражения приводятся с использованием принятых обозначений элементов матрицы $A_d(\tilde{x}_k)$ и вектора $b_d(\tilde{x}_k)$. Прежде всего по формулам (24), (25) находятся полиномы

$$A_d(z, \tilde{x}_k) = z^2 + \alpha_1(\tilde{x}_k)z + \alpha_0(\tilde{x}_k), \quad (53)$$

$$V_1(z, \tilde{x}_k) = v_{11}(\tilde{x}_k)z + v_{10}(\tilde{x}_k), \quad (54)$$

$$V_2(z, \tilde{x}_k) = v_{21}(\tilde{x}_k)z + v_{20}(\tilde{x}_k),$$

где $\alpha_1(\tilde{x}_k) = -a_{11}(\tilde{x}_k) - a_{22}(\tilde{x}_k)$;

$\alpha_0(\tilde{x}_k) = a_{11}(\tilde{x}_k)a_{22}(\tilde{x}_k)$;

$v_{10}(\tilde{x}_k) = a_{12}(\tilde{x}_k)b_{d2}(\tilde{x}_k) - a_{22}(\tilde{x}_k)b_{d1}(\tilde{x}_k)$;

$v_{11}(\tilde{x}_k) = b_{d1}(\tilde{x}_k)$; $v_{20}(\tilde{x}_k) = -a_{11}(\tilde{x}_k)b_{d2}(\tilde{x}_k)$;

$v_{21}(\tilde{x}_k) = b_{d2}(\tilde{x}_k)$.

В данном случае $n = 2$, поэтому по (26) формируется полином $D^*(z) = z^2 + \delta_1^*z + \delta_0^*$ с различными корнями $z_1^* = \sigma_1^*$ и $z_2^* = \sigma_2^*$, удовлетворяющими условию (27), а затем по выражению (29) с учетом (53) находится разность

$$R(z, \tilde{x}_k) = \rho_1(\tilde{x}_k)z + \rho_0(\tilde{x}_k), \quad (55)$$

где $\rho_1(\tilde{x}_k) = \delta_1^* - \alpha_1(\tilde{x}_k)$, $\rho_0(\tilde{x}_k) = \delta_0^* - \alpha_0(\tilde{x}_k)$. На основе коэффициентов полиномов (54) и (55) формируется система (30):

$$\begin{bmatrix} v_{10}(\tilde{x}_k) & v_{20}(\tilde{x}_k) \\ v_{11}(\tilde{x}_k) & v_{21}(\tilde{x}_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1(\tilde{x}_k) \\ k_2(\tilde{x}_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_0(\tilde{x}_k) \\ \rho_1(\tilde{x}_k) \end{bmatrix}. \quad (56)$$

Решение системы (56) дает значения коэффициентов $k_1(\tilde{x}_k)$ и $k_2(\tilde{x}_k)$, подставив которые в формулу (22) с учетом (52), получим матрицу $D(\tilde{x}_k)$, а затем матрицу $D^\circ(\tilde{x}_k) = E - D(\tilde{x}_k)$. В данном случае условие (43) — невырожденности по управлению ДКЛМ — выполняется, поэтому по формуле (44) находится коэффициент

$$k_{d,g}(\tilde{x}_k) = \det D^\circ(\tilde{x}_k) / \gamma_d(\tilde{x}_k). \quad (57)$$

На этом завершается определение управления $u_{d,k}$ по (20) для ДКЛМ (17), (52). С учетом введенных обозначений это управление имеет вид

$$u_{d,k} = k_{d,g}(\tilde{x}_k)g_k - k_1(\tilde{x}_k)\tilde{x}_{1k} - k_2(\tilde{x}_k)\tilde{x}_{2k}. \quad (58)$$

Исследование дискретной системы. Разностное уравнение замкнутой дискретной системы (17) при $f_k = 0$, (52), (57), (58) легко моделируется в MATLAB. При этом вычисления всех коэффициентов, а также матрицы $U(\tilde{x}_k)$ (32) и величины $\gamma_d(\tilde{x}_k)$ осуществляются на каждом периоде $T = 0,4$ с. Расчеты выполнялись при различных значениях корней полинома $D^*(z)$ и различных начальных условиях \tilde{x}_0 . В табл. 1 для примера приведены значения вектора $\tilde{x}_k^T = [\tilde{x}_{1k} \ \tilde{x}_{2k}]$, управления $u_{d,k}$ и выходной величины $y_{d,k}$ при $g_k = 0$ и корнях $z_1^* = 0,2$ и $z_2^* = 0,3$ полинома $D^*(z)$ (26). При том же начальном условии, тех же корнях z_1^* , z_2^* и $g_k = 1(k)$ переменные состояния, управление и выходная величина дискретной нелинейной системы принимают значения, приведенные в табл. 2.

Таблица 1
Table 1

Переменные системы при $g_k = 0$
System variables with $g_k = 0$

k	\tilde{x}_k^T	$u_{d,k}$	$y_{d,k}$
0	[1,0000 0,8000]	-0,709	0,5000
1	[0,6721 -0,5883]	0,0395	0,3361
2	[0,2945 -0,3996]	0,0639	0,1473
3	[0,1252 -0,2232]	0,0508	0,0626
4	[0,0506 -0,1071]	0,0298	0,0253
5	[0,0189 -0,0442]	0,0137	0,0095
6	[0,0066 -0,0163]	0,0053	0,0033
7	[0,0022 -0,0056]	0,0019	0,0011

Таблица 2
Table 2

Переменные системы при $g_k = 1$
System variables with $g_k = 1$

k	\tilde{x}_k^T	$u_{d,k}$	$y_{d,k}$
0	[1,0000 0,8000]	0,7553	0,5000
1	[1,2321 2,8317]	-0,2147	0,6161
2	[1,6610 2,7422]	-0,2297	0,8305
3	[1,8525 2,7066]	-0,2415	0,9263
4	[1,9383 2,6774]	-0,2464	0,9692
5	[1,9896 2,6563]	-0,2491	0,9948
6	[1,9958 2,6535]	-0,2494	0,9979
7	[1,9983 2,6524]	-0,2495	0,9992

На основе полученных данных можно заключить, что дискретное нелинейное управление (58) обеспечивает системе управления ДКЛМ (17), (52) устойчивое в большом положении равновесия. Ее статическая ошибка по задающему воздействию имеет практически нулевое значение.

Исследование гибридной системы. С этой целью, выполняя указанные выше замены, придем к управлению (45) в данном случае вида

$$u_{r,k} = k_{r,g}(x_k)g_k - k_1(x_k)x_{1k} - k_2(x_k)x_{2k}. \quad (59)$$

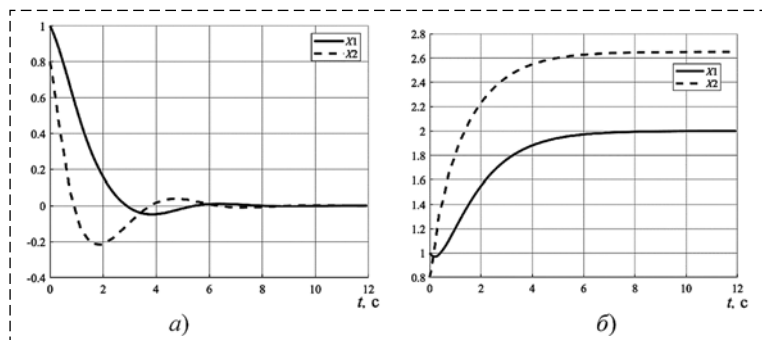


Рис. 1. Графики переменных состояния:

a — при $g = 0$; *б* — при $g = 1(t)$

Fig. 1. Graphs of the state variables:

a — with $g = 0$; *б* — with $g = 1(t)$

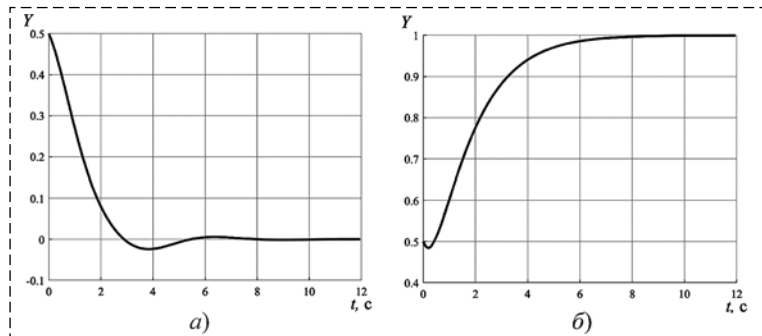


Рис. 2. Графики выходной переменной:

a — при $g = 0$; *б* — при $g = 1(t)$

Fig. 2. Graphs of the output variable:

a — with $g = 0$; *б* — with $g = 1(t)$

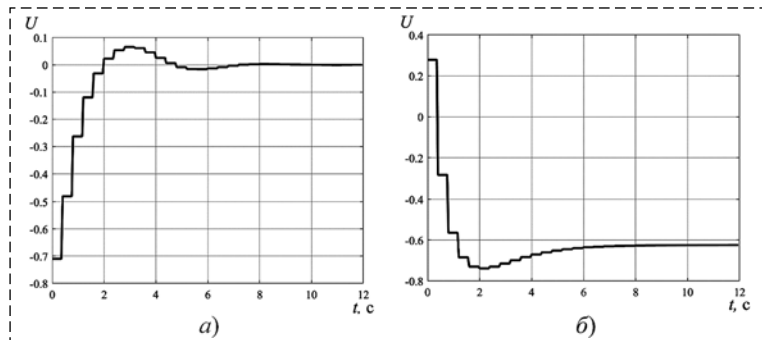


Рис. 3. Графики управления гибридной системы:

a — при $g = 0$; *б* — при $g = 1(t)$

Fig. 3. Control graphs of the hybrid system:

a — with $g = 0$; *б* — with $g = 1(t)$

В процессе моделирования уравнения (50) были проинтегрированы при $u = u_{r,k}$ (59) функцией ode45 MATLAB. Коэффициент $k_{r,g}(x_k)$ был вычислен по выражениям (48), (49), а коэффициенты $k_1(x_k)$, $k_2(x_k)$ — по соотношениям (52), (32), (54)—(56) с заменой \tilde{x}_k на x_k , начиная с $t = 0$, через каждые 0,4 с. Результаты моделирования гибридной системы (50), (59) при тех же корнях $z_1^* = 0,2$, $z_2^* = 0,3$ и начальных условиях представлены на рис. 1—3. На рис. 1, *a* и рис. 1, *б* приведены графики изменения переменных состояния при $g = 0$ и $g = 1(t)$, соответственно.

Графики на рис. 1, *a*, рис. 2, *a* свидетельствуют об устойчивости положения равновесия гибридной системы при довольно большом периоде управления. Аналогично, из графиков на рис. 1, *б*, рис. 2, *б* следует, что несмотря на нелинейность системы можно обеспечить практически нулевое значение ошибки по задающему воздействию. Правда, и здесь ошибка не является робастной к параметрам системы.

На рис. 3 приведены графики изменения управления гибридной системы.

Сравнивая графики на рис. 1, рис. 2 и на рис. 3, легко убедиться в том, что синтезированная система является гибридной.

Как видно из табл. 1, 2 и приведенных графиков, поведение гибридной и соответствующей дискретной систем при одинаковых начальных условиях и внешних воздействиях совпадают лишь в установившихся режимах. Переходные процессы обеих систем затухающие, но их характер существенно различается. Например, в рассмотренном примере дискретная система имеет длительность переходного процесса около 1,6 с, а гибридная — порядка 4 с. По всей видимости, эти различия обусловлены тем, что обе системы являются нелинейными, свойства переходных процессов которых, как известно, существенно зависят от начальных условий, интенсивности внешних воздействий, а также от характера процессов, протекающих в самих системах.

Заключение

Предложенный в работе метод квазилинейной дискретизации непрерывных

объектов с дифференцируемыми нелинейностями позволяет получить дискретную квазилинейную модель исходного нелинейного объекта. При этом период дискретизации может быть значительно больше того периода, который допускается при использовании формул Эйлера или Рунге—Кутты. Квазилинейные модели приводят к новому свойству нелинейных объектов: они могут быть невырожденными или вырожденными по управлению. Определяется это свойство непрерывного нелинейного объекта по его квазилинейной модели и отражает наличие связи выходной величины объекта с управлением, причем, если рассматривается синтез непрерывной нелинейной системы управления, то используется обычная квазилинейная модель. Если же ставится задача синтеза гибридной системы управления для непрерывного нелинейного объекта, то используется соответствующая дискретная квазилинейная модель. Если же дискретная система управления для заданного дискретного нелинейного объекта синтезируется АПМ методом, то оценка его невырожденности по управлению проводится непосредственно по заданным уравнениям объекта.

Если дискретная квазилинейная модель нелинейного объекта удовлетворяет условиям управляемости и невырожденности по управлению, то с применением АПМ метода можно синтезировать гибридную систему управления с нулевой ошибкой по задающему воздействию. Если же и возмущение имеет постоянную достаточно малую интенсивность, то гибридную систему можно синтезировать с некоторой ошибкой по возмущению. Область притяжения положения равновесия синтезированной предложенным методом гибридной системы определяется областью пространства состояния нелинейного объекта, в которой выполняются условия управляемости его дискретной квазилинейной модели.

Предложенный подход позволяет синтезировать астатические, инвариантные и оптимальные гибридные системы управления нелинейными объектами при разработке соответствующих методов.

Список литературы

1. **Гайдук А. Р., Плаксиенко Е. А.** Анализ и аналитический синтез цифровых систем управления: монография. СПб.: Лань, 2022. 272 с.

2. **Franklin G. F., Powell J. D., Workman M. L.** Digital Control of Dynamic Systems. 3rd ed. Addison-Wesley: New York, 1998. 580 p.

3. **Кван Н. В., Семичевская Н. П.** Гибридные системы робастного управления нелинейными объектами // Вестник АМГУ. 2018. № 51(22). С. 33—47.

4. **Kucuk S., Gungor B. D.** Inverse kinematics solution of a new hybrid robot manipulator proposed for medical purposes // 2016 Medical Technologies National Congress (TIPTEKNO). Antalya, Turkey. 2016. P. 1—4. DOI: 10.1109/TIPTEKNO.2016.78630765

5. **Шорников Ю. В., Бессонов А. В.** Унифицированный подход к компьютерному моделированию гибридных систем // Информационные технологии моделирования и управления. 2015. № 3(93). С. 286—298.

6. **Sorosh M., Kravaris C.** Discrete-time nonlinear controller synthesis by input/output linearization // AIChE Journal. 1992. Vol. 38, N. 12. P. 1923—1945.

7. **Chen B., Solis F.** Discretizations of nonlinear differential equations using explicit finite order method // Journal of Computational and Applied Mathematics. 1998. Vol. 90, N. 2. P. 171—183. doi: 10.1016/S0377-0427(98)00017-X

8. **Zhang Yu., Gu J.** Control Relevant Discretization of Nonlinear Delayed Non-Affine Systems Using the Matrix Exponential Algorithm // Metallurgical and Mining Industry. 2015. N. 12. P. 48—54.

9. **Zong Y.** A discretization method for the nonlinear state delay system // Information technology journal. 2014. Vol. 13, N. 6. P. 1222—1227. doi: 10.3923/itj.2014.1222.1227

10. **Kazantzis N., Kravaris C.** Time-discretization of nonlinear control systems via Taylor method // Computers and Chemical Engineering. 1999. Vol. 23, N. 9. P. 764—784. doi: 10.1016/S0098-1354(99)00007-1

11. **Nguyen-Van T., Hori N., Nahon M.** A discrete-time model of nonlinear non-autonomous systems // 2014 American Control Conference (ACC). June 4—6, 2014. Portland, Oregon, USA. 2014. P. 5150—5155.

12. **Meena G. D., Janardhanan J.** Taylor_Li formulation based discretization of nonlinear systems. International Journal of Dynamics and Control. 2018. Vol. 6. P. 459—467. DOI: 10.1007/s40435-017-0317-7

13. **H'mida B., Dhaou S.** Discretization of nonlinear continuous systems with time delay: State Space Approach // Proceedings of Engineering & Technology (PET). 2016. P.160—167.

14. **Гайдук А. Р.** Алгебраический синтез нелинейных стабилизирующих управлений // Синтез алгоритмов сложных систем. 1989. Вып. 7. С. 15—19.

15. **Гайдук А. Р.** Численный метод синтеза квазилинейных моделей нелинейных объектов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22, № 6. С. 283—290. DOI: 10.17587/mau.22.283—290

16. **Барбашин Е. А.** Функции Ляпунова. М.: Наука, 1970. 290 с.

17. **Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З.** Численные методы анализа. М.: Наука, 1967. 368 с.

18. **Маркус М., Минк Х.** Обзор по теории матриц и матричных неравенств. М.: Наука, 1972. 232 с.

19. **Гулюкина С. И., Уткин В. А.** Задача управления парогенератором в условиях неопределенности при ограничениях на фазовые переменные и управления // Известия РАН, 2023. № 2. С. 123—139.

20. **Гайдук А. Р., Плаксиенко В. С., Кабалан А. Е. А.** Алгебраический полиномиально-матричный метод синтеза нелинейных астатических систем // Математические методы в технологиях и технике, 2022. № 1. С. 41—45. doi: 10.52348/2712-8873_MMTT_2022_1_41.

21. **Гайдук А. Р.** Непрерывные и дискретные динамические системы. М.: УМ и ИЦ "Учебная литература", 2004. 252 с.

22. **Chen C. T.** Linear System Theory and Design. 3rd ed. New York: Oxford University Press, 1999. 334 p.

Design of Discrete and Hybrid Nonlinear Control Systems

A. R. Gaiduk, gaiduk_2003@mail.ru,
Southern Federal University, Taganrog, 347922, Russian Federation

Corresponding author: **Gaiduk Anatoly R.**, Dr. of Sci., Professor, Southern Federal University,
Taganrog, 347922, Russian Federation, e-mail: gaiduk_2003@mail.ru

Accepted on June 26, 2023

Abstract

In this article the new method of discrete control systems design for nonlinear plants with differentiable nonlinearities is suggested. The increasing demands on the quality of control processes and the widespread use of computer technology provide ample opportunities for the design and implementation of digital control systems. However, discrete models of control plants are needed to solve this problem. In the case of linear plants, such models are created on the basis of z-transformation, Euler or Tustin formulas. In the case of nonlinear plants, these transformations are not applicable, so a large number of approximate discretization methods have been developed to date. Euler and Runge-Kutt transformations are used for these purposes most often, but they lead to satisfactory results only with very small period of discretization. In the case of automatic control systems, this requires the use of digital automation tools with very high speed, which is often economically impractical. Methods of discretization with a long period were most often developed on the basis of decomposition into series of the right-hand sides of the differential equations, transformed on Euler. Here, firstly, the problem of selecting the number of the series members, which to be retained arises, and secondly, already in the third or fourth order of the plant, the calculating ratios turn out to be extremely complex. The discretization method suggested below differs in that it is not the equations of nonlinear plants in the Cauchy form that are discretized, but the corresponding quasilinear model. In this case, a modified trapezoid method is used, and the discretization purpose is not the most accurate approximation of the original equations of the plant, but the stability of a closed nonlinear control system with rather big period. This system is designed using the algebraic polynomial-matrix method for designing of the nonlinear control systems. As a result, a hybrid nonlinear system with fairly simple algebraic calculation expressions is formed. The suggested approach makes it possible to create the control systems for nonlinear controlled plants using conventional computational automation tools.

Keywords: nonlinear plant, differentiable nonlinearity, discretization, modified trapezoid method, quasilinear model, discrete quasilinear model, algebraic polynomial-matrix method, nondegeneracy in control, hybrid control system

Acknowledgements. The research was carried out with the support of the advanced engineering school of the Southern Federal University "Cyberplatform Engineering".

For citation:

Gaiduk A. R. Design of Discrete and Hybrid Nonlinear Control Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 10, pp. 507–518 (in Russian).

DOI: 10.17587/mau.24.507-518

References

1. **Gaiduk A. R., Plaksienko E. A.** Analysis and analytical design of digital control systems, St. Petersburg, Lan, 2022, 272 p. (in Russian).
2. **Franklin G. F., Powell J. D., Workman M. L.** Digital Control of Dynamic Systems, New York, Addison-Wesley, 1998, 580 p.
3. **Kvan N. V., Semichevskaya N. P.** Hybrid systems for robust control of nonlinear plants, *Bulletin of AmSU*, 2018, no. 51(22), pp. 33–47 (In Russian).
4. **Kucuk S., Gungor B. D.** Inverse kinematics solution of a new hybrid robot manipulator proposed for medical purposes, 2016 *Medical Technologies National Congress (TIPTEKNO)*, Antalya, Turkey, 2016, pp. 1–4, DOI 10.1109/TIPTEKNO.2016.78630765.
5. **Shornikov Yu. V., Bessonov A. V.** The unified approach to computer simulation of hybrid systems, *Information Technology of Modeling and Control*, 2015, vol. 3(93), pp. 286–298 (In Russian).
6. **Soroush M., Kravaris C.** Discrete-time nonlinear controller synthesis by input/output linearization, *AIChE Journal*, 1992, vol. 38, no. 12, pp. 1923–1945.
7. **Chen B., Solis F.** Discretizations of nonlinear differential equations using explicit finite order method, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 1998, vol. 90, no. 2, pp. 171–183, DOI 10.1016/S0377-0427(98)00017-X
8. **Zhang Yu., Gu J.** Control Relevant Discretization of Nonlinear Delayed Non-Affine Systems Using the Matrix Exponential Algorithm, *Metallurgical and Mining Industry*, 2015, no. 12, pp. 48–54.
9. **Zong Y.** A discretization method for the nonlinear state delay system, *Information technology journal*, 2014, vol. 13, no. 6, pp. 1222–1227, DOI 10.3923/ijtj.2014.1222.1227
10. **Kazantzis N., Kravaris C.** Time-discretization of nonlinear control systems via Taylor method, *Computers and Chemical Engineering*, 1999, vol. 23, no. 9, pp. 764–784, DOI 10.1016/S0098-1354(99)00007-1

11. **Nguyen-Van T., Hori N., Nahon M.** A Discrete-time model of nonlinear non-autonomous systems, 2014 *American Control Conference (ACC)*, June 4–6, Portland, Oregon, USA, 2014, pp. 5150–5155.
12. **Meena G. D., Janardhanan J.** Taylor_Li formulation based discretization of nonlinear systems, *International Journal of Dynamics and Control*, 2018, vol. 6, pp. 459–467, DOI 10.1007/s40435-017-0317-7
13. **H'mida B., Dhaou S.** Discretization of nonlinear continuous systems with time delay: State Space Approach, *Proceedings of Engineering & Technology (PET)*, 2016, pp. 160–167.
14. **Gaiduk A. R.** Algebraic design of nonlinear stabilizing controls, *Synthesis of complex systems algorithms*, Taganrog, Publishing House of TRTI, 1989, no. 7, pp. 15–19 (In Russian).
15. **Gaiduk A. R.** Numerical Design Method of Quasilinear Models for Nonlinear Objects, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 6, pp. 283–290 (In Russian).
16. **Barbashin E. A.** Lyapunov functions, Moscow, Nauka, 1970, 290 p. (In Russian).
17. **Demidovich B. P., Maron I. A., Shuvalova E. Z.** Numerical analysis methods, Moscow, Nauka, 1967, 368 p. (In Russian).
18. **Marcus M., Minc H.** A Survey of matrix theory and matrix inequalities, Moscow, Publishing house Nauka, 1972, 232 p. (in Russian).
19. **Gulyukina S. I., Utkin V. A.** The task of steam generator control in conditions of uncertainty under restrictions on phase variables and control, *Izvestiya RAS*, 2023, no. 2, pp. 123–139 (in Russian).
20. **Gaiduk A. R., Plaksienko V. S., Kabalan A. E. A.** Algebraic polynomial-matrix method for design of nonlinear astatic systems, *Mathematical methods in technology and technology*, 2022, no. 1, pp. 41–45, DOI 10.52348/2712-8873_MM TT_2022_1_41 (in Russian).
21. **Gaiduk A. R.** Continuous and discrete dynamic systems, Moscow, Educational and Methodological and Publishing Center "Educational Literature", 2004, 252 p. (in Russian).
22. **Chen C. T.** Linear System Theory and Design, New York, Oxford University Press, 1999, 334 p.

С. А. Гайворонский, канд. тех. наук, доцент, saga@tpu.ru,
Т. А. Езангина, канд. тех. наук, доцент, eza-tanya@yandex.ru,
А. В. Соболев, аспирант, avs127@tpu.ru,

Национальный исследовательский Томский политехнический университет

Синтез систем управления максимальной робастной степени устойчивости на основе вершинных критических корневых диаграмм*

Рассматривается характеристический полином системы автоматического управления с интервально-неопределенными параметрами, приведенный к интервальному виду (полином с интервальными коэффициентами). В один из коэффициентов входит настраиваемый параметр, который должен обеспечивать максимум минимальной степени устойчивости полинома при наихудшем сочетании его интервальных коэффициентов. Для определения значения этого параметра предлагается решить максиминную задачу на основе критерия максимальной робастной степени устойчивости. При этом целесообразно использовать свойство унимодальности степени устойчивости полинома по его коэффициентам, а также свойство вершин многогранника коэффициентов определять робастную степень устойчивости полинома. Решение поставленной задачи на основе указанного критерия предусматривает анализ вершинных критических корневых диаграмм. Они в отличие от обычных критических корневых диаграмм представляют собой расположенные на одной вертикальной прямой полюса, которые являются образами разных вершин многогранника коэффициентов. Для получения таких диаграмм следует среди вершин многогранника выбрать все возможные прообразы критических полюсов. Сделать это возможно на основе формирования и решения двойных интервальных угловых неравенств и угловых уравнений теории корневого годографа. При этом условием выбора указанных вершин является определение критическими полюсами робастной степени устойчивости полинома.

Из полученных для каждого критического полюса наборов вершин-кандидатов на робастную степень устойчивости составляются проверочные пары. Для всех проверочных пар вершин каждой критической корневой диаграммы формируются соответствующие пары вершинных характеристических полиномов. Для каждой из них составляется система четырех уравнений приравниванием к нулю вещественных и мнимых частей полиномов. В результате ее решения находится общая для пары полиномов степень устойчивости и соответствующее значение настраиваемого параметра. Из решений систем уравнений для всех пар полиномов выбирается значение максимальной робастной степени устойчивости интервального полинома и обеспечивающее ее значение настраиваемого параметра.

Приводится числовой пример синтеза системы максимальной робастной степени устойчивости.

Ключевые слова: интервально-неопределенные параметры, интервальный характеристический полином, вершинные критические корневые диаграммы, критические полюса, углы выхода ветвей корневого годографа, интервальные угловые неравенства, проверочные вершины, максимальная робастная степень устойчивости

Постановка задачи

При синтезе систем автоматического управления (САУ) с переменными параметрами наиболее целесообразным является критерий максимальной степени устойчивости САУ [1, 2]. Его применение позволяет найти такие значения параметров регулятора, при которых области локализации полюсов САУ удалены от мнимой оси на максимально возможное расстояние.

Для стационарной САУ n -го порядка с k параметрами регулятора максимальная степень устойчивости определяется критическими полюсами одной из возможных критических корневых диаграмм (ККД) системы [3]. Очевидно, что ККД можно использовать для параметрического синтеза регуляторов максималь-

ной степени устойчивости стационарной САУ. В частности, это возможно на основе метода, предложенного в работе [4].

Однако реальные САУ, как правило, нестационарные, и их параметры могут изменяться по заранее неизвестным законам внутри известных интервалов. При некотором сочетании значений таких интервальных параметров САУ будет работать в наихудшем режиме с минимальной (робастной) степенью устойчивости, которую желательно максимизировать параметрами регулятора. Такая задача решена в работах [5, 6] для САУ с интервальным характеристическим полиномом (ИХП), коэффициенты которого заданы своими интервалами. В основу метода ее решения положены достаточные условия, в которых показатель устойчивости (правая граница области расположения полюсов) определяется предельными значениями коэффициентов полинома.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-29-00737).

Однако достаточность этих условий позволяет получать настройки регулятора, обеспечивающие только квазимаксимальную робастную степень устойчивости ИХП.

Предлагаемый метод решения рассматриваемой задачи, обеспечивающий получение именно максимальной робастной степени устойчивости ИХП, основан на ее важном свойстве [7]: минимальные значения степени устойчивости на интервалах коэффициентов ИХП находятся в крайних точках интервалов. Иными словами, степень устойчивости обладает свойством унимодальности при изменении коэффициентов ИХП. При этом ИХП имеет робастную степень устойчивости в одной из вершин многогранника P_A коэффициентов ИХП [8].

Использование этого свойства для максимизации робастной степени устойчивости ИХП с помощью ККД предполагает вершинную модификацию ККД стационарных систем. Она позволит найти среди вершин P_A прообразы критических полюсов ККД, определяющих робастную степень устойчивости ИХП. В работе [9] установлено, что такие вершины входят в определенное число вершин-кандидатов, в которых возможна робастная степень устойчивости. Для получения набора вершин-кандидатов необходимо составить и решить интервальные угловые неравенства [9].

Таким образом, поставленную задачу можно рассматривать как максиминную, так как для ее решения предлагается найти у P_A вершины-кандидаты, в которых степень устойчивости η может быть минимальной, и максимизировать ее в этих вершинах. Заметим, что использование вершин-кандидатов при решении такой задачи наиболее эффективно для САУ низкого порядка (третьего, четвертого), поскольку в этом случае их число значительно меньше общего числа вершин P_A .

Вершинные критические корневые диаграммы для систем низкого порядка

Согласно работе [3] стационарные САУ третьего и четвертого порядков имеют соответственно две и три ККД, показанные на рис. 1 и рис. 2.

Критические полюса приведенных ККД определяют-

ся постоянными значениями коэффициентов характеристических полиномов a_i . Для нахождения прообразов критических полюсов САУ с ИХП используем указанное выше свойство унимодальности функций $\eta(a_i)$ на интервалах a_i , когда каждая из них имеет свой глобальный максимум. Очевидно, что если параметр регулятора k входит в один из коэффициентов ИХП, то унимодальными являются и функции $\eta(k)$. Рассмотрим показанные на рис. 3 примеры зависимостей $\eta(k)$ для двух вершин V_1 и V_2 .

Из рис. 3 видно, что в V_1 при $k = k_1$ ИХП имеет максимум степени устойчивости η_1 , а в V_2 при $k = k_2$ его значение равно η_2 . При этом максимальная степень устойчивости сразу для двух вершин определяется точкой пересечения графиков при $k = k_0$ и равна η_0 . На ККД в этом случае предлагается отображать степень устойчивости η_0 , а также указывать номера вершин-прообразов критических полюсов. В дальнейшем будем называть такие ККД вершинными, так как они представляют собой соответствующее расположение критических полюсов с указанием для каждого из них возможных

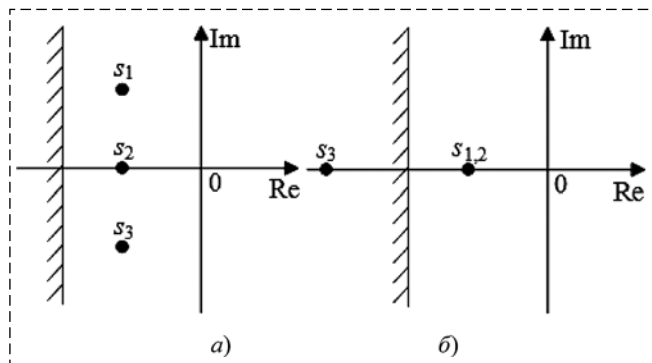


Рис. 1. ККД для САУ третьего порядка: а – ККД1; б – ККД2
Fig. 1. CRD for ACS of the third order: а – CRD1; б – CRD2

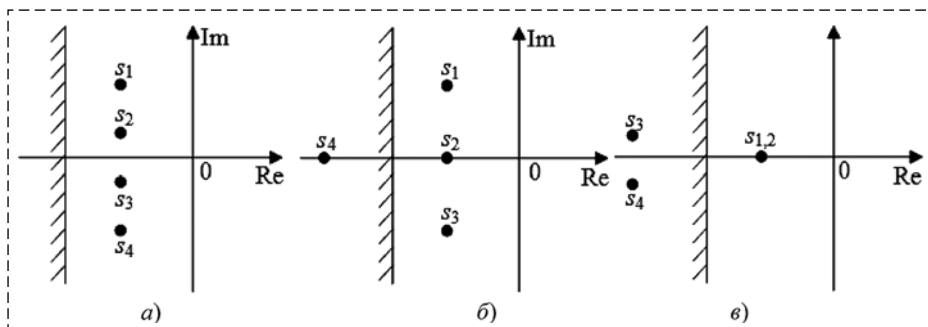


Рис. 2. ККД для САУ четвертого порядка: а – ККД1; б – ККД2; в – ККД3
Fig. 2. CRD for ACS of the fourth order: а – CRD1; б – CRD2; в – CRD3

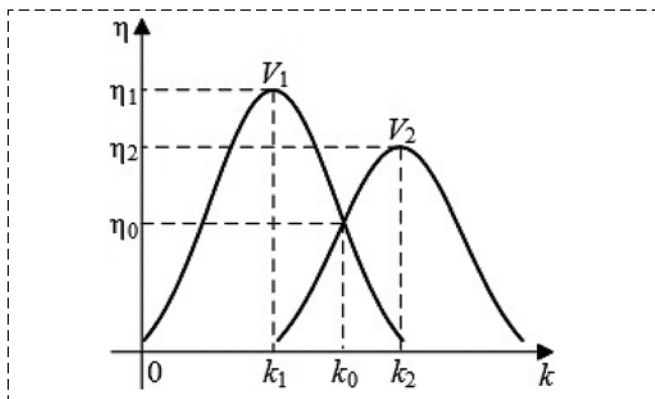


Рис. 3. Зависимости степени устойчивости САУ от параметра k в вершинах V_1 и V_2

Fig. 3. Dependences of the ACS stability degree on the parameter k at the vertices V_1 and V_2

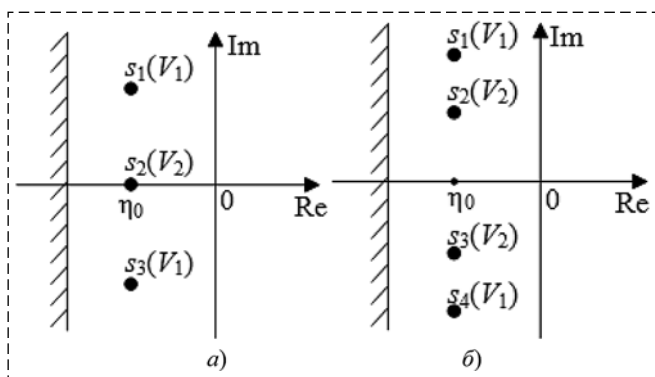


Рис. 4. Вершинные ККД:

a — с тремя критическими полюсами; b — с четырьмя критическими полюсами

Fig. 4. Vertex CRDs:

a — with three critical poles; b — with four critical poles

вершин-прообразов P_A . Такое представление информации показано на рис. 4 на примерах ККД с тремя (рис. 4, a) и четырьмя (рис. 4, b) критическими полюсами на одной вертикальной прямой для двух вершин V_1 и V_2 .

Для того чтобы критические полюса в вершинных ККД определяли минимальную степень устойчивости (чтобы при изменении a_i полюса не могли двигаться к мнимой оси), необходимо наложить ограничения на углы выхода ветвей корневых годографов из этих полюсов при изменении a_i . Представим эти ограничения в виде двойных интервальных угловых неравенств (ДИУН) и угловых уравнений. Для этого в соответствии с работой [9] зададим в желаемом диапазоне углы Q_i выхода из каждого критического полюса ветвей интервального корневого годографа при изменении коэффициентов a_i ИХП. Очевидно, что если степень устойчивости определяет комплексно-сопряженный полюс, то должно выполняться ДИУН $\frac{\pi}{2} \leq Q_i \leq \frac{3\pi}{2}$.

Если же полюс вещественный, то требуется выполнение равенства $Q_i = \pi$.

Проведем вершинную модификацию ККД на рис. 1 и рис. 2. Из рис. 1 видно, что ККД1 имеет два комплексно-сопряженных и один вещественный критический полюс. Для полюса s_1 на основе работы [9] определяем $Q_i = \left[\frac{\pi}{2}; \pi \right] i - \pi$ и получаем ДИУН:

$$\frac{\pi}{2} \leq \left[\frac{\pi}{2}; \pi \right] i - \pi + \pi r_i \leq \frac{3\pi}{2}, \quad (1)$$

где i — индекс изменяющегося интервального коэффициента ИХП. Для вещественного полюса s_2 на ККД1 для всех коэффициентов a_i должны выполняться следующие равенства:

$$Q_i + \pi r_i = \pi(2k + 1), \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (2)$$

где $Q_i = \pi_i$.

Перейдем к рассмотрению ККД2, имеющей два кратных вещественных критических полюса. Требование к углам Q_i для полюса s_1 имеет тот же вид. Для полюса s_2 необходимо, чтобы

$$\pi i + \pi r_i = 2\pi k, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

Запишем ДИУН и угловые уравнения для трех ККД САУ четвертого порядка (см. рис. 2):

— для s_1 ККД1:

$$\frac{\pi}{2} \leq \left[\frac{\pi}{2}; \pi \right] i - \frac{3\pi}{2} + \pi r_i \leq \frac{3\pi}{2};$$

— для s_2 ККД1:

$$\frac{\pi}{2} \leq \left[\frac{\pi}{2}; \pi \right] i - \frac{\pi}{2} + \pi r_i \leq \frac{3\pi}{2};$$

— для s_1 ККД2:

$$\frac{\pi}{2} \leq \left[\frac{\pi}{2}; \pi \right] i - \left[0; \frac{\pi}{2} \right] - \pi + \pi r_i \leq \frac{3\pi}{2};$$

— для s_2 ККД2:

$$\pi i + \pi r_i = \pi(2k + 1), \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots;$$

— для s_1 ККД3:

$$\pi i + \pi r_i = \pi(2k + 1), \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots;$$

— для s_2 ККД3:

$$\pi i + \pi r_i = 2\pi k, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Решениями ДИУН и угловых уравнений для ИХП третьего и четвертого порядков является такой выбор $r_i = 0$ или $r_i = 1$, что если $r_i = 0$, то угол выхода ветви корневого годографа из критического полюса при изменении a_i из соответствующей вершины не меняется, а если $r_i = 1$,

то угол изменяется на 180° . При этом значение $r_i = 0$ соответствует максимальному значению коэффициента a_i , а $r_i = 1$ — его минимальному значению. Таким образом, значения r_i дают координаты вершин-кандидатов на минимальную (робастную) степень устойчивости. При этом заметим, что если r_i может быть равен как 0, так и 1, то предел a_i следует брать и минимальным, и максимальным. Также отметим, что согласно работе [9] в координатах искомых вершин не может быть одинаковых пределов у трех рядом стоящих коэффициентов.

Обозначим вершины-кандидаты V_{pq}^m , где m — номер ККД, p — номер критического полюса ККД, q — номер вершины в наборе, и сведем результаты решений ДИУН и угловых уравнений в табл. 1.

Таблица 1
Table 1

Координаты вершин-кандидатов
Coordinates of candidate vertices

n	ККД	s_p	Координаты вершин-кандидатов	
3	ККД1	s_1	$V_{11}^1(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3), V_{12}^1(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3),$ $V_{13}^1(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3)$	
		s_2	$V_{21}^1(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3)$	
	ККД2	s_1	$V_{11}^2(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3)$	
		s_2	$V_{21}^2(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3)$	
4	ККД1	s_1	$V_{11}^1(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4), V_{12}^1(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4),$ $V_{13}^1(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4)$	
		s_2	$V_{21}^1(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4), V_{22}^1(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4),$ $V_{23}^1(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4)$	
	ККД2	s_1	$V_{11}^2(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4), V_{12}^2(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4),$ $V_{13}^2(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4), V_{14}^2(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4),$ $V_{15}^2(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4), V_{16}^2(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4),$ $V_{17}^2(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4), V_{18}^2(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4)$	
			s_2	$V_{21}^2(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4)$
		ККД3	s_1	$V_{11}^3(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4)$
			s_2	$V_{21}^3(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3, \bar{a}_4)$

Максимизация робастной степени устойчивости на основе проверочных пар вершин-кандидатов

Согласно табл. 1 в каждой ККД прообразами двух критических полюсов могут быть несколько вершин-кандидатов из двух соответ-

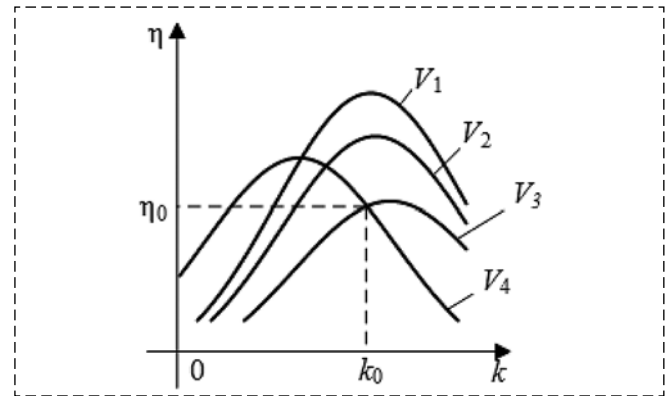


Рис. 5. Графическое определение максимума робастной степени устойчивости

Fig. 5. Graphical definition of the maximum robust stability degree

ствующих им наборов. При этом каждой паре вершин из этих наборов соответствуют два графика унимодальных функций $\eta(k)$, пересечение которых дает общую для этих вершин степень устойчивости η_0 и обеспечивающий ее параметр регулятора k . Так как степень устойчивости ИХП минимальна в вершинах P_A , то если при найденном значении k степени устойчивости во всех других вершинах ККД больше η_0 , то η_0 является максимумом робастной степени устойчивости ИХП (рис. 5).

Таким образом, проводить максимизацию робастной степени устойчивости предлагается по всем возможным парам вершин-кандидатов каждой вершинной ККД. Будем называть в дальнейшем такие пары проверочными.

Для применения изложенного подхода к ИХП третьего и четвертого порядков составлена табл. 2, где для возможных ККД определены все проверочные пары вершин-кандидатов.

Таблица 2
Table 2

Проверочные пары вершин-кандидатов
Test pairs of candidate vertices

n	ККД	Проверочные пары вершин-кандидатов
3	ККД1	$(V_{11}^1, V_{21}^1), (V_{12}^1, V_{21}^1), (V_{13}^1, V_{21}^1)$
	ККД2	(V_{11}^2, V_{21}^2)
4	ККД1	$(V_{11}^1, V_{21}^1), (V_{11}^1, V_{22}^1), (V_{11}^1, V_{23}^1),$ $(V_{12}^1, V_{21}^1), (V_{12}^1, V_{22}^1), (V_{12}^1, V_{23}^1),$ $(V_{13}^1, V_{21}^1), (V_{13}^1, V_{22}^1), (V_{13}^1, V_{23}^1)$
	ККД2	$(V_{11}^2, V_{21}^2), (V_{12}^2, V_{21}^2), (V_{13}^2, V_{21}^2), (V_{14}^2, V_{21}^2),$ $(V_{15}^2, V_{21}^2), (V_{16}^2, V_{21}^2), (V_{17}^2, V_{21}^2), (V_{18}^2, V_{21}^2)$
	ККД3	(V_{11}^3, V_{21}^3)

Введем в рассмотрение вершинные полиномы, коэффициенты которых определяются координатами вершин-кандидатов. По аналогии с вершинами обозначим такие полиномы $D_{pq}^m(s, k)$. Для реализации изложенного выше подхода к решению максиминной задачи предлагается сформировать вершинные полиномы для каждой проверочной пары вершин из табл. 2. Для поиска у пары вершинных полиномов равных степеней устойчивости сделаем в одном из них подстановку $s = -\eta + j\beta$, а в другом $s = -\eta - j\beta$, где η — максимизируемая степень устойчивости. После разделения полученных полиномов на вещественные и мнимые части и приравнивания их к нулю составим систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными. Число таких систем равно числу проверочных пар вершин-кандидатов для конкретной вершинной ККД. Так, например, для ИХП третьего порядка с ККД1 будем иметь три системы уравнений:

$$\begin{cases} \operatorname{Re} D_{11}^1(\eta, \beta_1, k) = 0; \\ \operatorname{Im} D_{11}^1(\eta, \beta_1, k) = 0; \\ \operatorname{Re} D_{21}^1(\eta, \beta_2, k) = 0; \\ \operatorname{Im} D_{21}^1(\eta, \beta_2, k) = 0; \\ \operatorname{Re} D_{12}^1(\eta, \beta_1, k) = 0; \\ \operatorname{Im} D_{12}^1(\eta, \beta_1, k) = 0; \\ \operatorname{Re} D_{21}^1(\eta, \beta_2, k) = 0; \\ \operatorname{Im} D_{21}^1(\eta, \beta_2, k) = 0; \\ \operatorname{Re} D_{13}^1(\eta, \beta_1, k) = 0; \\ \operatorname{Im} D_{13}^1(\eta, \beta_1, k) = 0; \\ \operatorname{Re} D_{21}^1(\eta, \beta_2, k) = 0; \\ \operatorname{Im} D_{21}^1(\eta, \beta_2, k) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Заметим, что вторая система соответствует и ККД2.

При найденных для каждой проверочной пары вершин значениях k находятся степени устойчивости в остальных вершинах-кандидатах ККД. Так, для первой пары это вершины $V_{12}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$, $V_{13}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$, для второй — $V_{11}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$, $V_{13}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$, для третьей — $V_{11}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$, $V_{12}^1(\overline{a_0}, \overline{a_1}, \overline{a_2}, \overline{a_3})$. Если для какой-либо проверочной пары вершин-кандидатов ККД степень устойчивости в остальных проверочных вершинах окажется больше η_0 , то значение η_0 будет максимумом робастной степени устойчивости ИХП.

Пример

Пусть для системы 3-го порядка с одним настраиваемым параметром k задан ИХП

$$[a_3]s^3 + [a_2]s^2 + [a_1]s + [a_0],$$

где $[a_3] = [0,03; 0,04]$, $[a_2] = [0,9; 1,1]$, $[a_1] = [80k; 100k]$, $[a_0] = [250; 350]$. Определим значение k , обеспечивающее максимум робастной степени устойчивости заданного ИХП. Для решения задачи рассмотрим две вершинные ККД, представленные в табл. 1. Запишем для них все возможные пары вершинных полиномов в соответствии с проверочными парами вершин-кандидатов из табл. 2:

$$\begin{cases} D_{11}^1(s) = \overline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \overline{a_1}s + \overline{a_0}, \\ D_{21}^1(s) = \overline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \overline{a_1}s + \underline{a_0}; \\ D_{12}^1(s) = \overline{a_3}s^3 + \overline{a_2}s^2 + \underline{a_1}s + \overline{a_0}, \\ D_{21}^1(s) = \overline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \overline{a_1}s + \underline{a_0}; \\ D_{13}^1(s) = \overline{a_3}s^3 + \overline{a_2}s^2 + \underline{a_1}s + \overline{a_0}, \\ D_{21}^1(s) = \overline{a_3}s^3 + \underline{a_2}s^2 + \overline{a_1}s + \underline{a_0}. \end{cases} \quad (5)$$

На основании (5) составим системы уравнений (4). Их решения сведем в табл. 3, где приведем также значения степени устойчивости в остальных вершинах-кандидатах.

Анализ данных табл. 3 позволяет заключить, что максимум робастной степени устойчивости равен 5,846 и достигается при $k = 0,468$.

Для проверки построен многопараметрический интервальный корневой годограф (рис. 6), являющийся отображением на комплексную плоскость корней многогранника P_A при синтезированном параметре k .

Таблица 3
Table 3

Результаты максимизации робастной степени устойчивости
Test pairs of candidate vertices

Проверочные пары вершин	Значение k	Значение η_0	Значения η		
			V_{11}^1	V_{12}^1	V_{13}^1
(V_{11}^1, V_{21}^1)	0,468	5,846		12,17	7,92
(V_{12}^1, V_{21}^1)	0,29	6,00	2,37		3,59
(V_{13}^1, V_{21}^1)	0,41	6,81	4,96	10,72	

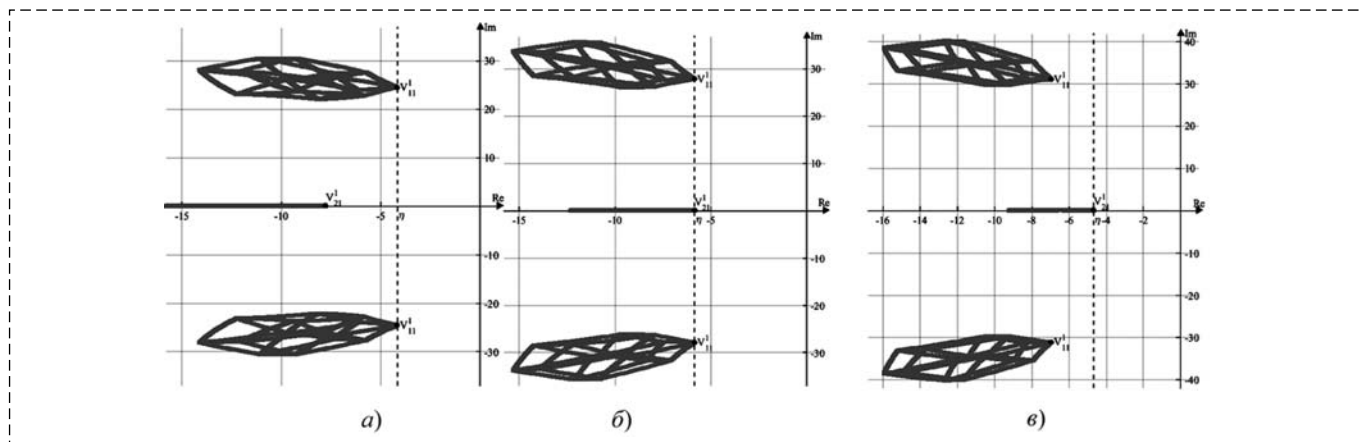


Рис. 6. Многопараметрический интервальный корневой годограф:

a — при $k = 0,568$; *б* — при $k = 0,468$; *в* — при $k = 0,368$

Fig. 6. Multi-parameter interval root locus of ICP:

a — at $k = 0,568$; *б* — at $k = 0,468$; *в* — at $k = 0,368$

Из рис. 6, *a* видно, что крайние правые точки областей локализации всех трех полюсов ИХП лежат на одной вертикальной прямой, проходящей через точку $(-5,846; j0)$. При этом прообразом правой границы вещественного отрезка полюса является вершина V_{21}^1 , а комплексно-сопряженные полюса являются отображением вершины V_{11}^1 .

Заключение

В данной работе максимизация робастной степени устойчивости системы проводится на основе ее характеристического полинома, коэффициенты которого могут изменяться внутри заданных интервалов независимо друг от друга. Для уменьшения вызванного этим допущением консерватизма и усиления робастных настроек регулятора желательно перейти от интервального типа коэффициентов полинома к более реальному аффинному типу. При этом следует учитывать, что при аффинной неопределенности коэффициентов минимальная степень устойчивости полинома может быть как в вершинах, так и на ребрах многогранника интервальных параметров системы. Поэтому критические полюса на критической корневой диаграмме будут отображениями вершин многогранника параметров или точек его ребер. В связи с этим дальнейшие исследования по максимизации робастной степени устойчивости должны быть связаны с нахождением у многогранника интервальных параметров прообразов критических полюсов. Основой для этого может служить разработанная

в работе [10] методика построения вершинно-реберного маршрута, образ которого определяет робастную степень устойчивости системы.

Список литературы

1. Шубладзе А. М. Способы синтеза систем управления максимальной степени устойчивости // Автоматика и телемеханика. 1980. № 1. С. 28—37.
2. Волков А. Н., Загашвили Ю. В. Метод синтеза систем автоматического управления с максимальной степенью устойчивости при наличии ограничений // Известия РАН. Сер. Теория и системы управления. 1997. № 3. С. 12—19.
3. Воевода А. А., Чехонадских А. В. Построение списка критических расположенных полюсов систем автоматического управления // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. 2014. № 2—3 (23—24). С. 7—18.
4. Татаринев А. В., Цирлин А. М. Задачи математического программирования, содержащие комплексные переменные, и предельная степень устойчивости динамических систем // Известия РАН, сер. Теория и системы управления. 1995. № 1. С. 28—33
5. Ezangina T. A., Gayvoronkiy S. A. Ensuring Maximum Stability Degree in the Systems with Interval Parameters // Applied Mechanics and Materials. 2015. Vol. 752—753. P. 955—961.
6. Pushkarev M. I., Gaivoronky S. A. Maximizing stability degree of control systems under interval uncertainty using a coefficient method // Reliable Computing. 2014. Vol. 19, N. 3. P. 248—260.
7. Кузнецов В. П., Кукарко Е. П., Ф. В. Фурман Ф. В. Численная процедура получения экспоненциальных оценок в линейных непрерывных системах с неопределенными параметрами // Автоматика и телемеханика. 1987. № 5. С. 183—186.
8. Гусев Ю. М., Ефанов В. Н., Крымский В. Г. Анализ и синтез линейных интервальных динамических систем (состояние проблемы). Анализ с использованием интервальных характеристических полиномов // Техническая кибернетика. 1991. № 1. С. 3—30.
9. Gayvoronkiy S. A., Ezangina T. A., Khozhaev I. V., Nesenchuk A. A. Analyzing robust stability of an interval control system on the basis of vertex polynomials // Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2019. Vol. 5, N.5. P. 266—273
10. Gayvoronkiy S., Ezangina T., Khozhaev I., Kazmin V. Determination of vertices and edges in a parametric polytope to analyze root indices of robust control quality // International Journal Automation and Computing. 2019. Vol.16, N.6. P. 828—837

Control Systems Synthesis of Maximum Robust Stability Degree Based on Vertex Critical Root Diagrams

S. A. Gayvoronskiy, saga@tpu.ru, T. A. Ezangina, eza-tanya@yandex.ru, A. V. Sobol, avs127@tpu.ru, National Research Tomsk Polytechnic University, 634050, Tomsk, Russian Federation

Corresponding author: **Ezangina Tatiana Al.**, Ph.D., Associate Professor, National Research Tomsk Polytechnic University, 634050, Tomsk, Russian Federation, e-mail: eza-tanya@yandex.ru

Accepted on May 25, 2023

Abstract

The article solves the problem of operative selection of the redundant onboard equipment complex components configuration of the suitable in the current operating conditions in the interests of ensuring high fault tolerance of the complex, as well as achieving other operational and technical characteristics. The basis of the redundancy management system of the complex consists of configuration supervisors — as program subjects according to the number of its competitive configurations of heterogeneous and nonuniform equipment worked out in advance. The choice of the preferred configuration is proposed to be carried out by performing multi-level arbitration, which includes two phases of paired arbitration of computers and paired arbitration of configuration. It is proposed to include the means of both types of arbitration in each configuration supervisor, which ensures its self-sufficiency when participating in a competitive selection. The second part of the article is devoted to the computer's arbitration for the implementation of redundancy management functions. The approach is applicable to a computing environment with many comparable computing devices and contains 2 phases. In the first phase, a preliminary selection of a competing pair of computers — as applicants for the implementation of redundancy management functions in them is carried out. In the break between the phases, the pair computers implement the procedures for pair arbitration of configurations given in the first part of the article. In the second phase, the final choice of the α -computer is made, in which the supervisor who won the arbitration will be implemented. In order to achieve the maximum possible centralization of selection procedures and, as a consequence, the exclusion of "bottlenecks" in terms of reliability of places, additionally proposed: the organization of secure data exchange between computers based on distributed registry technology; the procedure of paired arbitration of computers, consisting in mutual cross-validation of dominant supervisors of a pre-allocated pair by comparing preference matrices, including information parcels of arbitration objects. A methodological example that demonstrates the features of the system functioning in the conditions of computers degradation is given. The proposed approach can be used to solve the problems of reconfiguration control of heterogeneous computing facilities of technical objects on-board equipment complexes.

Keywords: linear interval system, critical root diagrams, candidate vertices, test vertices, controller parameters, maximum robust stability degree

Acknowledgements. The research was carried out with the support of the advanced engineering school of the Southern Federal University "Cyberplatform Engineering". The work was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation (project No. 23-29-00737).

For citation:

Gayvoronskiy S. A., Ezangina T. A., Sobol A. V. Control Systems Synthesis of Maximum Robust Stability Degree Based on Vertex Critical Root Diagrams, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 10, pp. 519–525 (in Russian).

DOI: 10.17587/mau.24.519-525

References

1. Shublazde A. M. Methods for Synthesizing Control Systems with the Maximum Degree of Stability, *Avtomatika i telemekhanika*, 1980, no. 1, pp. 28–37 (in Russian).
2. Volkov A. N., Zagashvili Yu. V. Method for the synthesis of automatic control systems with a maximum degree of stability in the presence of restrictions, *Izvestiya RAN. Ser. Teoriya i sistemy upravleniya*, 1997, no. 3, pp. 12–19 (in Russian).
3. Voevoda A. A., Chekhonadskikh A. V. Building a list of critical pole locations for automatic control systems, *Doklady Akademii nauk vysshej shkoly Rossijskoj Federaczi*, 2014, no. 2–3 (23–24), pp. 7–18 (in Russian).
4. Tatarinov A. V., Czirlin A. M. Problems of Mathematical Programming Containing Complex Variables and the Limiting Degree of Stability of Dynamical Systems, *Izvestiya RAN, sep. Teoriya i sistemy upravleniya*, 1995, no. 1, pp. 28–33 (in Russian).
5. Ezangina T. A., Gayvoronskiy S. A. Ensuring Maximum Stability Degree in the Systems with Interval Parameters, *Applied Mechanics and Materials*, 2015, vol. 752–753, pp. 955–961.
6. Pushkarev M. I., Gaivoronsky S. A. Maximizing stability degree of control systems under interval uncertainty using a coefficient method, *Reliable Computing*, 2014, vol. 19, no. 3, pp. 248–260.
7. Kuznecov V. P., Kukareko E. P., Furman F. V. Numerical procedure for obtaining exponential estimates in linear continuous systems with uncertain parameters, *Avtomatika i telemekhanika*, 1987, no. 5, pp. 183–186 (in Russian).
8. Gusev Yu. M., Efanov V. N., Krymskij V. G. Analysis and synthesis of linear interval dynamic systems (problem condition). Analysis with the help of interval characteristic polynomials, *Tekhnicheskaya kibernetika*, 1991, no. 1, pp. 3–30 (in Russian).
9. Gayvoronskiy S. A., Ezangina T. A., Khozhaev I. V., Nesenchuk A. A. Analyzing robust stability of an interval control system on the basis of vertex polynomials, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 5, no. 5, pp. 266–273.
10. Gayvoronskiy S., Ezangina T., Khozhaev I., Kazmin V. Determination of vertices and edges in a parametric polytope to analyze root indices of robust control quality, *International Journal Automation and Computing*, 2019, vol. 16, no. 6, pp. 828–837.

А. Н. Жирабок^{1, 2}, д-р техн. наук, проф., zhirabok@mail.ru,

А. В. Зуев^{1, 2}, канд. техн. наук, доц., alvzuev@yandex.ru,

Е. Ю. Бобко¹, ст. преподаватель, bobko.eyu@dvfu.ru

¹ Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток

² Институт проблем морских технологий ДВО РАН, г. Владивосток

Метод построения виртуальных датчиков для замены отказавших физических датчиков*

Рассматривается задача построения виртуальных датчиков для нелинейных динамических систем с негладкими нелинейностями, описываемых моделями с непрерывным временем, в целях замены отказавших физических датчиков. Основное назначение виртуальных датчиков — нахождение оценки неизмеряемых фазовых переменных рассматриваемой системы для получения дополнительной информации о системе в целях эффективного управления ею и реализации процесса функционального диагностирования. Кроме того, виртуальные датчики могут быть использованы для замены отказавших физических датчиков. Методы построения виртуальных датчиков, предназначенных для решения этой задачи, отличаются от стандартной процедуры тем, что информация о показаниях отказавшего физического датчика не должна использоваться при синтезе виртуального датчика, заменяющего отказавший физический датчик. Предполагается, что для решения поставленной задачи система оснащена средствами диагностирования, позволяющими в определенный момент времени зафиксировать отказ какого-либо физического датчика. Для каждого такого датчика строится свой виртуальный датчик, вырабатывающий оценку, заменяющую показания отказавшего датчика. Для решения задачи используется логико-динамический подход, характерный тем, что он не гарантирует достижения оптимального решения задачи в смысле размерности получаемых в результате решения датчиков, но оперирует только линейными методами даже для систем с недифференцируемыми нелинейностями. Логико-динамический подход реализуется в несколько этапов. На первом из них из системы удаляется нелинейный член и строится линейная модель, далее проверяется возможность замены отказавшего физического датчика виртуальным и возможность введения в эту модель преобразованной нелинейной составляющей. На последнем этапе обеспечивается устойчивость датчика. Виртуальный датчик может быть реализован в одной из канонических форм — идентификационной или жордановой. Достоинством идентификационной канонической формы является регулярная процедура построения датчика на ее основе, достоинство жордановой формы — возможность получения более простого решения. Приведены соотношения, позволяющие построить виртуальный датчик как в идентификационной, так и жордановой формах.

Ключевые слова: динамические системы, непрерывные модели, негладкие нелинейности, физические датчики, виртуальные датчики, канонические формы

Введение

Сложные современные системы, как правило, снабжены большим числом физических датчиком для измерения их характеристик. В ряде случаев используются и так называемые виртуальные датчики, представляющие собой вычислительное устройство, которые на основе показаний имеющихся физических датчиков вырабатывают оценку неизмеряемых характеристик рассматриваемой системы и, тем самым, дают о ней дополнительную информацию. Кроме этого, виртуальные датчики могут использоваться для замены отказавших физических датчиков.

Проблеме построения и применения виртуальных датчиков посвящена обширная литература, например [1–10], детальная процедура

построения таких датчиков в линейных системах описана в работе [1]. Методы построения виртуальных датчиков, предназначенных для замены отказавших физических датчиков, заметно отличаются от стандартной процедуры. Разработке такой процедуры для систем, описанных нелинейными динамическими моделями, посвящена настоящая работа.

Для решения поставленной задачи предлагается использовать так называемый логико-динамический (ЛД) подход, который был применен как для решения задачи диагностирования [11], так и для анализа наблюдаемости и управляемости нелинейных систем [12]. ЛД подход характерен тем, что он не гарантирует достижения оптимального решения задачи в смысле размерности получаемых в результате решения датчиков, но оперирует только линейными методами даже для систем с недифференцируемыми нелинейностями.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-00191, <https://rscf.ru/project/23-29-00191/>.

Основные модели

Рассмотрим стационарную систему, описанную нелинейной моделью

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) + C\Psi(x(t), u(t)); \\ y(t) &= Hx(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$ и $y(t) \in R^l$ — векторы состояния, управления и выхода; F , G и H — матрицы соответствующих размеров; C — матрица размера $n \times p$. Нелинейный член $\Psi(x(t), u(t))$ имеет вид

$$\Psi(x(t), u(t)) = \begin{pmatrix} \varphi_1(A_1x(t), u(t)) \\ \dots \\ \varphi_p(A_px(t), u(t)) \end{pmatrix},$$

A_1, \dots, A_p — матрицы-строки; $\varphi_1, \dots, \varphi_p$ — нелинейные (возможно, недифференцируемые) функции. Уточним, что матрица H описывает показания имеющихся физических датчиков.

Будем полагать, что система (1) оснащена средствами диагностирования, позволяющими выявить отказавший физический датчик, которые в некоторый момент времени зафиксировали отказ j -го датчика. Сказанное означает, что переменная $y_j(t)$ теперь поставляет искаженную информацию о системе, из-за чего требуется построить виртуальный датчик, оценивающий переменную

$$z(t) = H_j x(t),$$

где H_j — j -я строка матрицы H .

Решение рассматриваемой задачи состоит в построении нелинейного функционального наблюдателя, оценивающего переменную $z(t)$ и, таким образом, выполняющего функцию виртуального датчика. Уравнения, описывающие искомый наблюдатель, имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= F_*x_*(t) + J_*y(t) + G_*u(t) + \\ &+ C_*\Psi_*(x_*(t), y(t), u(t)) + Kr(t); \\ y_*(t) &= H_*x_*(t); \\ z(t) &= H_zx_*(t) + Qy_0(t); \\ r(t) &= R_*y_0(t) - y_*(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $x_*(t) \in R^k$ — вектор состояния наблюдателя; k — его размерность; F_* , J_* , G_* , C_* , R_* , H_* , G_z , Q , K — матрицы, подлежащие определению; $C_*\Psi_*(x_*, y, u)$ — нелинейная составляющая;

$$y_0(t) = H_0x(t),$$

матрица H_0 получена из H удалением j -й строки. Отметим, что переменная $y_*(t)$ в системе (2) необходима для формирования невязки $r(t)$, используемой в цепи обратной связи для обеспечения устойчивости наблюдателя. Переменная $y(t)$ в первом уравнении в своей j -й позиции содержит не показания отказавшего физического датчика, а переменную $z(t)$, дающую оценку этих показаний.

Замечание 1. Особенность модели (2) в отличие от стандартной состоит в том, что для формирования переменной $z(t)$ и невязки $r(t)$ информация о показаниях отказавшего физического датчика не должна использоваться, что отражено в структуре матрицы H_0 .

Наблюдатель (2) предполагает, что матрицы F_* и H_* реализованы в идентификационной канонической форме (ИКФ):

$$\begin{aligned} F_* &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}; \\ H_* &= (1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0). \end{aligned} \quad (3)$$

Известно [13], что для построения наблюдателя также используется жорданова каноническая форма (ЖКФ), когда матрица F_* ищется в виде

$$F_* = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_k \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Предполагается, что все собственные числа $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ в матрице (4) отрицательны, т. е. матрица F_* устойчива по построению; тогда наблюдатель (2) упрощается, поскольку невязка $r(t)$ теперь не нужна:

$$\begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= F_*x_*(t) + J_*y(t) + G_*u(t) + \\ &+ C_*\Psi_*(x_*(t), y(t), u(t)); \\ z(t) &= H_zx_*(t) + Qy_0(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Замечание 2. Напомним, что устойчивость наблюдателя (5) обеспечивается выбором отрицательных собственных чисел. Использование в первом уравнении (5) вектора $y(t)$, содержащего переменную $z(t)$, приведет к образованию обратной связи, что может нарушить устойчивость, в связи с чем необходим дополнительный анализ.

В соответствии с ЛД подходом решение задачи на основе ИКФ осуществляется в три этапа. На первом этапе из системы (1) удаляется нелинейный член и строится линейная модель:

$$\begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= F_*x_*(t) + J_*y(t) + G_*u(t); \\ y_*(t) &= H_*x_*(t). \end{aligned} \quad (6)$$

Далее проверяется возможность оценки переменной $z(t)$ на основе соотношения

$$z(t) = H_z x_*(t) + Q y_0(t) \quad (7)$$

и возможность введения в нее нелинейной составляющей $C_*\Psi_*(x_*, y, u)$. На последнем этапе ищется матрица K , обеспечивающая устойчивость наблюдателя. Рассмотрим эти этапы более детально.

Построение модели на основе ИКФ

Для получения решения предполагается, что векторы $x(t)$ и $x_*(t)$ связаны матрицей Φ :

$$x_*(t) = \Phi x(t).$$

Известно, что матрицы, описывающие модель (6), удовлетворяют следующим уравнениям [10, 11]:

$$R_*H_0 = H_*\Phi, \Phi F = F_*\Phi + J_*H, G_* = \Phi G. \quad (8)$$

Решение задачи на первом этапе осуществляется на основе уравнения [10, 11]

$$(R_* \quad -J_{*1} \quad \dots \quad -J_{*k})V^{(k)} = 0, \quad (9)$$

где

$$V^{(k)} = \begin{pmatrix} H_0 F^k \\ H F^{k-1} \\ \vdots \\ H \end{pmatrix}, k = 1, 2, \dots$$

Уравнение (9) имеет нетривиальное решение, если

$$\text{rank}(V^{(k)}) < lk - 1. \quad (10)$$

Для построения модели из (10) определяется минимальное k , начиная с $k = 1$, и из (9) — строка $(R_* \quad -J_{*1} \quad \dots \quad -J_{*k})$, затем на основе соотношений для строк Φ_i и J_i матриц Φ и J :

$$\begin{aligned} R_*H_0 &= \Phi_1, \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_{*i}H, \\ i &= \overline{1, k-1}, \Phi_k F = J_k H, \end{aligned}$$

полученных из (3) и (8), строится матрица Φ , на чем заканчивается первый этап.

Для реализации второго этапа представим соотношение (7) с учетом равенства $z(t) = H_j x(t)$ в виде

$$H_j x(t) = H_z \Phi x(t) + Q H_0 x(t),$$

откуда следует уравнение

$$H_j = H_z \Phi + Q H_0 = (H_z \quad Q) \begin{pmatrix} \Phi \\ H_0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

которое имеет решение, если

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H_0 \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H_0 \\ H_j \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Выполнение условия (12) означает, что матрица H_j может быть выражена через матрицу $(\Phi^T \quad H_0^T)^T$, и построенная линейная модель будет оценивать заданную компоненту $z = H_j x$; матрицы H_z и Q определяются из алгебраического уравнения (11). Если (12) не выполняется, нужно найти другое решение уравнения (9) при прежней или увеличенной размерности k .

Если $C_* = \Phi C = 0$, искомая модель линейна; для преобразования ее в наблюдатель исходя из требований к виду переходного процесса задаются собственные числа $\lambda_1, \dots, \lambda_k$, и элементы матрицы обратной связи K определяются из известных соотношений [10]:

$$\begin{aligned} K_1 &= -(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k); \\ K_2 &= \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 + \dots + \lambda_{k-1} \lambda_k, \dots; \\ K_k &= (-1)^k \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_k. \end{aligned}$$

Примем $G_* = \Phi G$, на чем заканчивается процедура построения линейного виртуального датчика. Случай $C_* \neq 0$ рассматривается ниже.

Решение модели на основе ЖКФ

По аналогии с ИКФ решение задачи на основе ЖКФ осуществляется в два этапа. На первом этапе строится линейная модель:

$$\dot{x}_*(t) = F_*x_*(t) + J_*y(t) + G_*u(t). \quad (13)$$

Далее проверяется возможность оценки переменной $z(t)$ на основе этой модели и возможность введения в нее нелинейной составляющей

$C_*\Psi(x_*, y, u)$. Устойчивость наблюдателя обеспечивается канонической формой матрицы F_* .

Также по аналогии с ИКФ матрицы, описывающие модель (13), удовлетворяют уравнениям

$$\Phi F = F_*\Phi + J_*H, G_* = \Phi G.$$

С учетом ЖКФ (4) первое уравнение может быть представлено в виде k независимых уравнений:

$$\Phi_i F = \lambda_i \Phi_i + J_{*i} H, \quad i = \overline{1, k},$$

которые можно привести к виду

$$(\Phi_i \quad - J_{*i}) \begin{pmatrix} F - \lambda_i I_n \\ H \end{pmatrix} = 0, \quad i = \overline{1, k}, \quad (14)$$

где I_n — единичная матрица.

Задавая конкретные значения $\lambda_i < 0$, из уравнения (14) следует найти минимальное число строк матрицы Φ (а также строк J_{*i}), которые удовлетворяют условию (12), и определить матрицы H_z и Q из алгебраического уравнения (11) и G_* — из соотношения (8). В предположении, что $C_* = \Phi C = 0$, построение наблюдателя на этом заканчивается. Случай $C_* \neq 0$ рассматривается ниже.

Замечание 3. Матрицы R_* и H_* в синтезе наблюдателя предлагаемым методом не участвуют, поскольку в первом методе они использовались для введения обратной связи в целях обеспечения устойчивости наблюдателя, которая в линейном случае прямо следует из жордановой формы матрицы F_* . Отсутствие необходимости оценивать переменную $y_*(t)$ позволяет в ряде случаев уменьшить размерность наблюдателя.

Нелинейный случай

Предполагается, что $C_* \neq 0$. В этом случае соотношения (8) дополняются равенствами $C_* = \Phi C$ и

$$A' = A_* \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Матрица A' состоит из тех строк матрицы A , номера j_1, j_2, \dots, j_d которых совпадают с номерами ненулевых столбцов произведения ΦC . Соотношение (15) справедливо тогда, когда выполняется ранговое равенство

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \\ A' \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Для проверки возможности преобразования построенной линейной модели в нелинейную рассчитывается матрица $C_* = \Phi C$, определяются номера j_1, j_2, \dots, j_d ненулевых ее столбцов и по описанному выше правилу строится матрица A' . Далее проверяется условие (16) и при его выполнении строится нелинейная составляющая:

$$\Psi_*(x_*, y, u) = \begin{pmatrix} \phi_{j_1}(A_{*j_1} \begin{pmatrix} x_* \\ y \end{pmatrix}, u) \\ \dots \\ \phi_{j_d}(A_{*j_d} \begin{pmatrix} x_* \\ y \end{pmatrix}, u) \end{pmatrix},$$

где матрицы-строки $A_{*j_1}, A_{*j_2}, \dots, A_{*j_d}$ определяются из линейных уравнений

$$A_j = A_* \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix}, \quad j = \overline{j_1, j_d}.$$

Если условие (16) не выполняется, нужно найти другое решение уравнения (9) при прежней или увеличенной размерности k (для ИКФ-реализации) или найти другое решение уравнения (14) (для ЖКФ-реализации). На этом заканчивается процедура построения нелинейной модели.

Анализ устойчивости и ее обеспечение (при необходимости) для нелинейного наблюдателя может быть проведено методами, описанными в работах [13–15].

Пример

Рассмотрим систему управления

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= u_1(t)/\vartheta_1 - b_1 \sqrt{x_1(t) - x_2(t)}; \\ \dot{x}_2(t) &= u_2(t)/\vartheta_2 + b_1 \sqrt{x_1(t) - x_2(t)} - \\ &\quad - b_2 \sqrt{x_2(t) - x_3(t)}; \\ \dot{x}_3(t) &= b_2 \sqrt{x_2(t) - x_3(t)} - b_3 \sqrt{x_3(t) - \vartheta_3}; \\ y_1(t) &= x_2(t); \quad y_2(t) = x_3(t). \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнения (17) описывают так называемую трехтанковую систему (рис. 1), состоящую из трех резервуаров, соединенных между собой трубами. Жидкость поступает в первый и второй танки и выливается из третьего танка. Уровни жидкости в танках обозначены $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $x_3(t)$; предполагается, что $x_1(t) \geq x_2(t) \geq x_3(t)$ при всех $t \geq 0$; $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, b_1, b_2$ и b_3 — коэффициенты, значения которых определяются геометрическими размерами системы. Для простоты примем $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 1, \vartheta_3 = 0, b_1 = b_2 = b_3 = 1$.

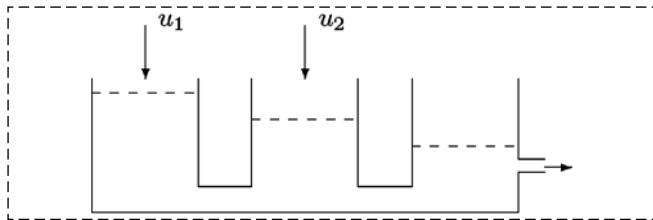


Рис. 1. Трехтанковая система
Fig. 1. Tree-tank system

Предполагается, что отказал первый датчик, измеряющий переменную $x_2(t)$, поэтому примем $H_1 = (0 \ 1 \ 0)$ и построим соответствующий виртуальный датчик с $H_0 = (0 \ 0 \ 1)$, $y_0(t) = y_2(t)$. Поскольку уравнения (17) содержат только нелинейные члены, для них $F = 0$, и решение задачи описанным методом невозможно. Для устранения этого недостатка, согласно ЛД подходу, добавим в первое уравнение формальный член $-(x_1 - x_2) + (x_1 - x_2)$, первый элемент которого отнесем к линейной части, второй — к нелинейной. Аналогично во второе уравнение добавим выражение $x_1 - x_2 - (x_2 - x_3) - (x_1 - x_2 - (x_2 - x_3))$, в третье — $(x_2 - x_3 - x_3) - (x_2 - x_3 - x_3)$. В результате получим следующее описание системы:

$$F = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}; G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \Psi(x, u) = \begin{pmatrix} -\sqrt{A_1 x} + A_1 x \\ -\sqrt{A_2 x} + A_2 x \\ -\sqrt{A_3 x} + A_3 x \end{pmatrix};$$

$$A_1 = (1 \ -1 \ 0); A_2 = (0 \ 1 \ -1); A_3 = (0 \ 0 \ 1).$$

Нетрудно проверить, что ИКФ не дает решения поставленной задачи, поскольку не выполняется условие (12), поэтому используем ЖКФ. Уравнение (14) принимает вид

$$(\Phi_i \ -J_{*i}) \begin{pmatrix} -1 - \lambda_i & 1 & 0 \\ 1 & -2 - \lambda_i & 1 \\ 0 & 1 & -2 - \lambda_i \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = 0.$$

Примем $\lambda_1 = -1$ и получим $\Phi_1 = (1 \ 0 \ 0)$, $J_{*1} = (0 \ 1)$. С $\lambda_2 = -2$ получаем $\Phi_2 = (1 \ -1 \ 0)$, $J_{*2} = (-1 \ 1)$, что дает

$$G_* = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, C_* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, j_1 = 1, j_2 = 2.$$

Проверка условия (12) показывает, что оно выполняется, решение уравнения (11) имеет вид $H_z = (1 \ -1)$, $Q = 0$, т. е. $z = x_{*1} - x_{*2}$.

Линейная модель описывается уравнениями

$$\dot{x}_{*1}(t) = -x_{*1}(t) + z(t) + u_1(t) = -x_{*2}(t) + u_1(t);$$

$$\dot{x}_{*2}(t) = -2x_{*2}(t) + z(t) - y_2(t) + u_1(t) - u_2(t) = -3x_{*2}(t) + x_{*1}(t) - y_2(t) + u_1(t) - u_2(t).$$

Проверка условия (16) показывает, что оно выполняется, решение уравнения (15) имеет вид

$$A_{*1} = (0 \ 1 \ 0 \ 0), A_{*2} = (1 \ -1 \ -1 \ 0).$$

Нелинейная составляющая описывается выражением

$$C_* \Psi_*(x_*, y, u) = \begin{pmatrix} -\sqrt{x_{*2}} + x_{*2} \\ -2(-\sqrt{x_{*2}} + x_{*2}) - (-\sqrt{x_{*1} - x_{*2} - y_2} + x_{*1} - x_{*2} - y_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{x_{*2}} + x_{*2} \\ -2\sqrt{x_{*2}} + \sqrt{x_{*1} - x_{*2} - y_2} - x_{*1} + 3x_{*2} + y_2 \end{pmatrix}.$$

Добавляя ее к линейной модели и преобразуя, в результате получаем

$$\dot{x}_{*1}(t) = -\sqrt{x_{*2}(t)} + u_1(t);$$

$$\dot{x}_{*2}(t) = -2\sqrt{x_{*2}(t)} + \sqrt{x_{*1}(t) - x_{*2}(t) - y_2(t)} + u_1(t) - u_2(t);$$

$$z(t) = x_{*1}(t) - x_{*2}(t). \quad (18)$$

На рис. 2 представлены результаты моделирования системы (17) и наблюдателя (18) с $u_1(t) = 0,5$, $u_2(t) = 0,2$ и начальными состояниями $x(0) = (5 \ 3 \ 1)^T$, $x_*(0) = (1 \ 4)^T$. Нетрудно видеть, что переменная $z(t)$ сходится к $x_2(t)$.

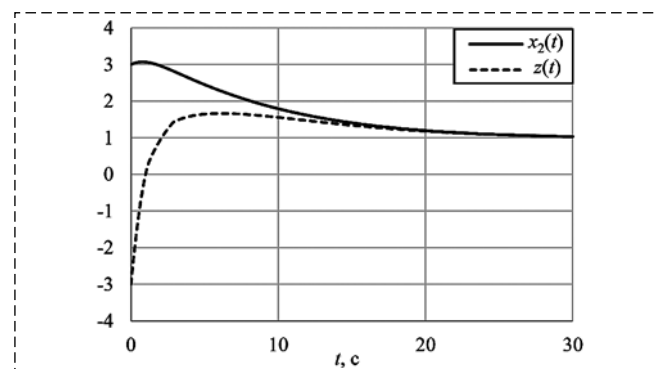


Рис. 2. Графики функций $x_2(t)$ и $z(t)$
Fig. 2. Graphs of the functions $x_2(t)$ and $z(t)$

Заключение

В статье для технических систем, описываемых нелинейными моделями, предложен метод построения виртуальных датчиков, предназначенных для замены отказавших физических датчиков. На основе двух канонических форм — идентификационной и жордановой — получены соотношения, позволяющие построить виртуальный датчик минимальной размерности, заменяющий отказавший датчик и использующий показания исправных физических датчиков. Синтезированные виртуальные датчики дают возможность системе продолжить выполнение решаемой задачи даже при отказах ее физических датчиков.

Список литературы

1. Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M. Diagnosis and Fault Tolerant Control. Berlin: Springer-Verlag, 2016.
2. Ahmed Q., Bhatti A., Iqbal M. Virtual sensors for automotive engine sensors fault diagnosis in second-order sliding modes // IEEE Sensors J. 2011. Vol. 11. P. 1832–1840.
3. Heredia G., Ollero A. Virtual sensor for failure detection, identification and recovery in the transition phase of a morphing aircraft // Sensors. 2010. V. 10. P. 2188–2201.
4. Hosseinpoor Z., Arefi M., Razavi-Far R., Mozafari N., Hazbavi S. Virtual sensors for fault diagnosis: a case of induction motor broken rotor bar // IEEE Sensors J. 2021. Vol. 21. P. 5044–5051.

5. Roy C., Roy A., Misra S. DIVISOR: Dynamic virtual sensor formation for overlapping region in IOT-based sensor-cloud // 2018 IEEE Wireless Communications and Networking Conf. Barcelona, Spain. 2018.
6. Rotondo D., Nejjari F., Puig V. A virtual actuator and sensor approach for fault tolerant control of LPV systems // J. Process Control. 2014. Vol. 24. P. 203–222.
7. Rotondo D., Ponsart J., Theilliol D., Nejjaria F., Puig V. A virtual actuator approach for the fault tolerant control of unstable linear systems subject to actuator saturation and fault isolation delay // Annual Reviews in Control. 2015. N. 4. P. 1–31.
8. Wang Y., Rotondo D., Puig V., Cembrano G. Fault tolerant control based on virtual actuator and sensor for discrete-time descriptor systems // IEEE Trans. on Circuits and Systems. 2020. Vol. 67, N. 12. P. 5316–5325.
9. Witczak M. Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control Strategies for Nonlinear Systems. Berlin: Springer, 2014.
10. Жирабок А. Н., Ким Ч. И. Виртуальные датчики в задаче функционального диагностирования // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22, № 6. С. 298–303.
11. Жирабок А. Н., Зуев А. В., Шумский А. Е. Диагностирование линейных динамических систем: подход на основе скользящих наблюдателей // Автоматика и телемеханика. 2020. № 2. С. 18–35.
12. Жирабок А. Н. Анализ наблюдаемости и управляемости нелинейных динамических систем линейными методами // Изв. РАН. ТнСУ. 2010. № 1. С. 10–17.
13. Жирабок А. Н., Зуев А. В., Филаретов В. Ф., Шумский А. Е., Ким Ч. И. Каноническая форма Жордана в задачах диагностирования и оценивания // Автоматика и телемеханика. 2022. № 9. С. 36–54.
14. Misawa E. A., Hedrick J. K. Nonlinear observers — a state of the art survey // J. Dynamic Systems, Measurements and Control. 1989. Vol. 111. P. 344–352.
15. Нелинейная динамика и управление: Сборник статей. Вып. 6 / Под ред. С. В. Емельянова, С. К. Коровина. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.

Method of Virtual Sensor Design for Faulty Physical Sensor Replacement

A. N. Zhirabok^{1, 2}, zhirabok@mail.ru, A. V. Zuev^{1, 2}, alvzuev@yandex.ru, E. Yu. Bobko¹, bobko.eyu@dvfu.ru,

¹ Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation,

² Institute of Marine Technology Problems, 690950, Russian Federation

Corresponding author: Zhirabok Alexey N., Dr. of Sci., Professor,

Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690922, Russian Federation, e-mail: zhirabok@mail.ru

Accepted on July 3, 2023

Abstract

The paper considers the problem of virtual sensor design for nonlinear dynamic systems with non-smooth nonlinearities described by continuous-time models for faulty physical sensor replacement. The main purpose of virtual sensors is generating the estimates of the unmeasured components of the considered system to provide additional information for effective control and fault diagnosis. Besides, virtual sensors can be used for faulty physical sensor replacement. The methods of virtual sensor design for solving this problem differ from standard procedure since information from faulty physical sensor does not use to design the virtual sensor replacing this sensor. It is assumed that to solve the problem, the system is equipped by diagnostic system allowing detecting faulty sensor. For every such a sensor, the virtual sensor generating estimate replacing the faulty sensor is designed. To solve the problem, so-called logic-dynamic approach is used which does not guarantee optimal solution but uses only methods of linear algebra to solve the problem for systems with non-smooth nonlinearities. This approach contains three steps. Initially, the nonlinear term is removed from system and linear model is designed. Then, a possibility to estimate the faulty sensor and to insert in the model the transformed nonlinear term is checked. Finally, stability of sensor is provided. The virtual sensor can be designed in identification canonical form or Jordan canonical form. The advantage of the first form is a standard procedure of the virtual sensor design while Jordan form allows obtaining simpler solution. The relations allowing designing the virtual sensor as in identification canonical as Jordan canonical form are derived.

Keywords: dynamic systems, continuous time models, non-smooth nonlinearities, physical sensors, virtual sensors, canonical forms

Acknowledgements. The research was carried out at the expense of the grant of the Russian Science Foundation No. 23-29-00191, <https://rscf.ru/project/23-29-00191/>.

For citation:

Zhirabok A. N., Zuev A. V., Bobko E. Yu. Method of Virtual Sensor Design for Faulty Physical Sensor Replacement, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 10, pp. 526–532.

DOI: 10.17587/mau.24.526-532

References

1. **Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M.** Diagnosis and Fault Tolerant Control, Berlin, Springer-Verlag, 2016.
2. **Ahmed Q., Bhatti A., Iqbal M.** Virtual Sensors For Automotive Engine Sensors Fault Diagnosis in Second-Order Sliding Modes, *IEEE Sensors J*, 2011, vol. 11, pp. 1832–1840.
3. **Heredia G., Ollero A.** Virtual Sensor For Failure Detection, Identification and Recovery in the Transition Phase of a Morphing Aircraft, *Sensors*, 2010, vol. 10, pp. 2188–2201.
4. **Hosseinpoor Z., Arefi M., Razavi-Far R., Mozafari N., Hazbavi S.** Virtual Sensors for Fault Diagnosis: a Case of Induction Motor Broken Rotor Bar, *IEEE Sensors J*, 2021, vol. 21, pp. 5044–5051.
5. **Roy C., Roy A., Misra S.** DIVISOR: Dynamic Virtual Sensor Formation for Overlapping Region in IOT-Based Sensor-Cloud, *Proc. 2018 IEEE Wireless Communications and Networking Conf.*, Barcelona, Spain, 2018.
6. **Rotondo D., Nejari F., Puig V.** A Virtual Actuator and Sensor Approach for Fault Tolerant Control of LPV Systems, *J. Process Control*, 2014, vol. 24, pp. 203–222.
7. **Rotondo D., Ponsart J., Theilliol D., Nejaria F., Puig V.** A Virtual Actuator Approach for the Fault Tolerant Control of Unstable Linear Systems Subject to Actuator Saturation and Fault Isolation Delay, *Annual Reviews in Control*, 2015, no. 4, pp. 1–31.
8. **Wang Y., Rotondo D., Puig V., Cembrano G.** Fault Tolerant Control Based on Virtual Actuator and Sensor for Discrete-Time Descriptor Systems, *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, 2020, vol. 67, no. 12, pp. 5316–5325.
9. **Witczak M.** Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control Strategies for Nonlinear Systems, Berlin, Springer, 2014.
10. **Zhirabok A., Kim C.** Virtual Sensors in the Fault Diagnosis Problem, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 6, pp. 298–303 (in Russian).
11. **Zhirabok A., Zuev A., Shumsky A.** Diagnosis of Linear Dynamic Systems: an Approach Based on Sliding Mode Observers, *Automation and Remote Control*, 2020, vol. 81, pp. 18–35.
12. **Zhirabok A.** Analysis of Observability and Controllability of Nonlinear Dynamic Systems by Linear Methods, *J. Computer and Systems Sciences Int.*, 2010, vol. 49, no. 1, pp. 10–17.
13. **Zhirabok A., Zuev A., Filaretov V., Shumsky A., Kim C. I.** Jordan Canonical Form in the Diagnosis and Estimation Problems, *Automation and Remote Control*, 2022, vol. 83, no. 9, pp. 1355–1370.
14. **Misawa E. A., Hedrick J. K.** Nonlinear Observers — a State of the Art Survey, *J. Dynamic Systems, Measurements and Control*, 1989, vol. 111, pp. 344–352.
15. **Emelyanov S., Korovin S.** ed. Nonlinear Dynamic and Control. Vol. 6, Moscow, Nauka, 2008 (in Russian).



МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ СОВЕТ ПО НАУКЕ И ТЕХНОЛОГИЯМ

Российская академия наук, Уральская школа науки и технологий им. академика В. П. Макеева
и Межрегиональный совет по науке и технологиям
проводят 12–14 декабря 2023 г. в г. Миассе

LIII Всероссийский симпозиум ПО МЕХАНИКЕ И ПРОЦЕССАМ УПРАВЛЕНИЯ

Основные направления симпозиума:

- Механика неоднородных конструкций (методы расчета, проектирования и испытаний).
- Механика жидкости, газа и плазмы.
- Механика деформируемого твердого тела.
- Общая и прикладная механика.
- Процессы управления.
- Специальное машиностроение (проектирование, производство и испытания конструкций, и систем управления вооружений и военной техники).

Заявки на участие в работе симпозиума и рукописи докладов
необходимо представить до 15 ноября 2023 г. в МСНТ по адресу:
456304, г. Миасс Челябинской обл., ул. 8 Июля, 10А, офис 404.

Дополнительная информация доступна на сайте: www.msnt.pp.ru

Справки по тел.: (904) 940-28-71

A. D. Voronkov, Postgraduate Student, a.voronkov.rtu@yandex.ru,
S. A. K. Diane, Cand. Tech. Sc., Assistant Professor, diane1990@yandex.ru,
MIREA — Russian Technological University, Moscow, 119454, Russian Federation

Corresponding author: Voronkov Andrey, Postgraduate Student, MIREA — Russian Technological University,
Moscow, 119454, Russian Federation, e-mail: a.voronkov.rtu@yandex.ru

Accepted on July 3, 2023

Grasping of Unknown Objects with an Autonomous Manipulator: State of the Art, Problems and Prospects

Abstract

To fulfill the practical needs of modern robotics, it is necessary to develop approaches for grasping unknown objects, since in the real world the robot faces a large variety of them. Approaches that imply the availability of complete information about the objects of the working area (3D model, weight and size characteristics) are not practical and can only be used in controlled conditions, such as working on a conveyor with standard details. Therefore, the scientific community and a number of industries are interested in research methods that increase the robot's ability to adapt to new, unfamiliar conditions. This article presents main problems and research directions in the field of visual scene perception and grasping unknown objects by a manipulative robot. We discuss the differences in existing approaches according to various criteria, as well as advantages and disadvantages of existing solutions. The article may be useful to get acquainted with the subject area.

Keywords: unknown objects grasping, collision avoidance, manipulative robot, machine learning, grasping objects of static scene, unknown objects perception

For citation:

Voronkov A. D., Diane S. A. K. Grasping of Unknown Objects with an Autonomous Manipulator: State of the Art, Problems and Prospects, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 10, pp. 533–541.

DOI: 10.17587/mau.24.533-541

УДК 004.021, 004.896

DOI: 10.17587/mau.24.533-541

А. Д. Воронков, аспирант, a.voronkov.rtu@yandex.ru,
С. А. К. Диане, канд. техн. наук, доц., diane1990@yandex.ru,
МИРЭА — Российский технологический университет, г. Москва

Захват неизвестных объектов с помощью автономного манипулятора: современное состояние, проблемы и перспективы

Для выполнения практических задач, стоящих перед современной робототехникой, требуется разработка подходов к захвату неизвестных объектов, поскольку в условиях реального мира робот сталкивается с большим их разнообразием. Подходы, подразумевающие наличие полной информации об объектах рабочей области (3D-модель, массогабаритные характеристики), не практичны и могут быть использованы только в контролируемых условиях, таких как работа на конвейере с типовыми деталями. Поэтому научное сообщество и ряд отраслей промышленности заинтересованы в исследовании методов, повышающих способность робота адаптироваться к новым, неизвестным условиям.

В данной статье приводится подборка основных направлений в задачах визуального анализа сцены и захвата неизвестных объектов манипуляционным роботом. Рассмотрены отличия существующих подходов по различным критериям, преимущества и недостатки имеющихся решений. Статья может быть полезна для ознакомления с предметной областью.

Ключевые слова: захват неизвестных объектов, избегание столкновений, манипуляционный робот, машинное обучение, захват объектов статической сцены, восприятие неизвестных объектов

Introduction

Grasping various objects is an integral part of applied tasks for industrial and service manipulative

robots. There are a large number of works devoted to this problem in the scientific literature, but the problem of grasping unknown objects in heavily

cluttered scenes with a success rate close to 100 % has not been solved yet.

The task of grasping objects of unknown shape by a manipulative robot can be considered in the form of several subtasks (Fig. 1): the task of perceiving the scene, implying receiving data from the onboard sensor subsystem, processing and analyzing this data; the task of synthesizing the optimal grasping configuration and the task of planning movement to the grasping configuration with collision avoidance.

The main difficulties in the grasping task are such aspects as: clutteriness of the scene, complicating perception due to overlaps between objects; imperfection of the onboard sensor subsystem, leading to noisy and distorted measurements; the presence of objects of unknown shape on the scene; the need of grasping in real time, imposing a strict limitation of search algorithms.

The ability of the manipulative robot to grasp objects regardless of their visual and physical properties, such as shape, color, texture, as well as in conditions of severe clutter and changing lighting opens up wide opportunities for such applied tasks as cleaning [1], sorting [2, 3], working in warehouses [4] and emergency rescue operations [5].

The task of perceiving a static scene

Obtaining scene representation. At the stage of scene perception, a generalized representation of the working environment of the manipulative robot is formed, which will then serve as the basis for the methods of grasp synthesis. Usually, an RGBD-camera or a depth-camera is used at this stage. The use of an RGBD image is preferable to the use of an RGB image, since it contains more information and serves as a source of features allocated by the neural network model. In existing studies, different tactics are used to obtain initial data:

- obtaining an RGBD image or a depth image from one camera position (Fig. 2, *a*, see the second side of the cover). In this case, the camera position is fixed on the end link of the robot [6, 7] or above the stage [8–12]. Approaches involving a fixed camera position are applicable in controlled environments and have the advantage that the robot does not spend time moving the camera over the scene to scan before grasping the object;

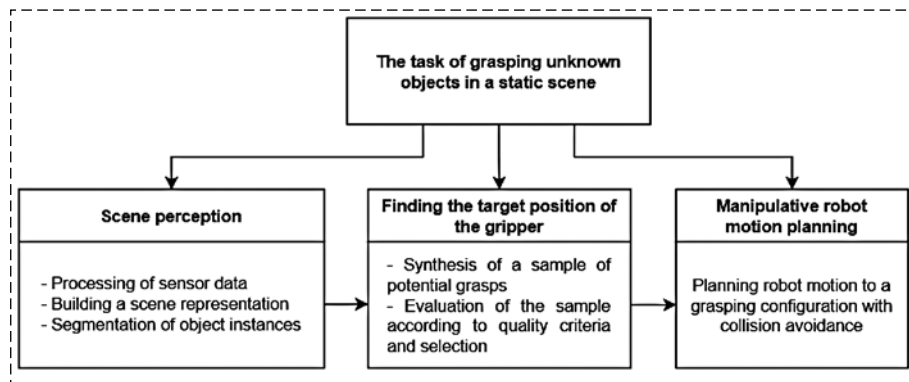


Fig. 1. Decomposition of the problem of capturing unknown objects of a static scene

- merging of individual RGBD or depth images into a single point cloud of the scene. In this case, the manipulative robot moves the camera in several positions, set, for example, by spherical coordinates, while taking pictures of the scene [13];
- continuous integration of RGBD or depth images into a point cloud while following the scanning trajectory [13, 14].

In [14], point cloud building strategies are classified into an active — movement of a wrist-mounted camera along a complex trajectory with a constant direction to the center of the scene, and a passive — merging of images from two cameras with known positions mounted on the robot body. Thus, moving along the scanning trajectory allows to get significantly more information, while with a passive strategy, part of the scene is not perceived. Exploratory movements of the robot in order to obtain depth images from different camera positions, for building a more detailed point cloud, may not be possible if the robot works in a limited space, since cluttered scenes significantly limit the robot's working area [15].

The possibility of using depth images in grasp synthesis methods is also due to the fact that a training sample with realistic images can be obtained by means of virtual modeling. At the same time, a neural network model trained on an artificially created training set can be applied in the real world without additional model changes [7, 13]. In addition to point clouds, during the operation of the grasp synthesis method, a representation of the scene in the form of a voxel grid can be used to evaluate the collision of the gripper with scene objects [6] and a truncated signed distance field (TSDF) representation as input data of a neural network [13] (Fig. 2, *b*, see the second side of the cover).

In the template library-based approach [17], a convex hull consisting of polygons is constructed around an object previously segmented on the plane of the table. Vectors of normals to the centers of

polygons of the resulting shell are used to create a discrete sample of potential positions of the gripper. A similar approach can be found in [18], where a limiting 3D bounding box is used, the selection of points in the faces of which allows to get a set of potential positions of the gripper. Thus, the representation of scene objects in the form of polygonal surfaces is applicable.

Scene segmentation. An important role for the application of grasp synthesis methods in practice is played by their ability to segment a set of objects of a complex static scene into separate instances. Classical computer vision algorithms such as morphological operations, Canny boundary detector, superpixel extraction [19], watershed algorithm, etc. are applicable only as an intermediate stage of image processing, since they can lead to over-segmentation [8] and are able to provide information about object instances only in the simplest or controlled cases. Therefore, the most qualitative solution to the problem of segmentation of unfamiliar objects is performed using neural network technologies [20–24].

Segmentation of scene instances avoids the situation when the robot cannot determine the boundaries of objects and grasps two objects simultaneously [14]. At the same time, such a disadvantage is insignificant if the applied task is to remove all objects from the scene. It is worth noting that in undemanding tasks, many grasp generation methods resort to selecting a flat surface using the RANSAC model parameter estimation algorithm and thus obtain information about point clouds of loosely spaced objects or a single scene object [15].

Existing methods for image segmentation based on machine learning show good results. In [20], the modified architecture of the Mask R-CNN neural network is investigated for segmentation of objects without defining their category. Authors of [21] explore segmentation using a feature map obtaining via neural network. Clusters of points with the same features are considered as one object, and thus segmentation of instances of unknown objects is carried out (Fig. 3, *a*, see the second side of the cover). An approach presented in [22] uses a two-stage process with two autoencoders for regression and refinement of segments of unknown objects. In [23] the authors use the hierarchical structure of the neural network to perform segmentation of the scene and receive information not only about visible segments, but also about the expected segments of parts

of objects invisible on the frame (Fig. 3, *b*, see the second side of the cover).

The neural network architecture PointNet [24] and its improved version PointNet++ [25] allow to extract features directly from three-dimensional data, such as point clouds. This architecture was originally developed for use in classification and segmentation tasks, so it is being used in recent studies to extract the properties of the original point cloud and generate a set of potential grasps.

Types of static scenes. A number of studies considers two types of cluttered scenes that affect the distribution of potential grasps. In the works [6, 9, 13], cluttered scenes with a random arrangement of objects and scenes consisting of objects arranged in order are considered (Fig. 4).

A feature of scenes with randomly arranged objects is the random position and orientation of all objects. An example of such scenes in the real world can be a blockage, a set of unsorted objects. In this kind of scenes, the potential poses of the gripper are oriented mostly vertically. Cluttered scenes with an ordered arrangement of objects contain objects stably located on the surface. An example of such a scene is a set of tightly arranged objects on a shelf. In this kind of scene, the potential poses of the gripper can be distributed both vertically and horizontally. In scenes with an ordered arrangement of objects, an unintentional collision of a gripper with an object leads to much more noticeable consequences than in random scenes: an object standing vertically can fall, touch other objects, greatly changing the scene. In applied tasks, this may be extremely undesirable [6]. Thus, an important role in evaluating the effectiveness of the method is associated with its verification on both types of scenes reflecting real-world conditions.

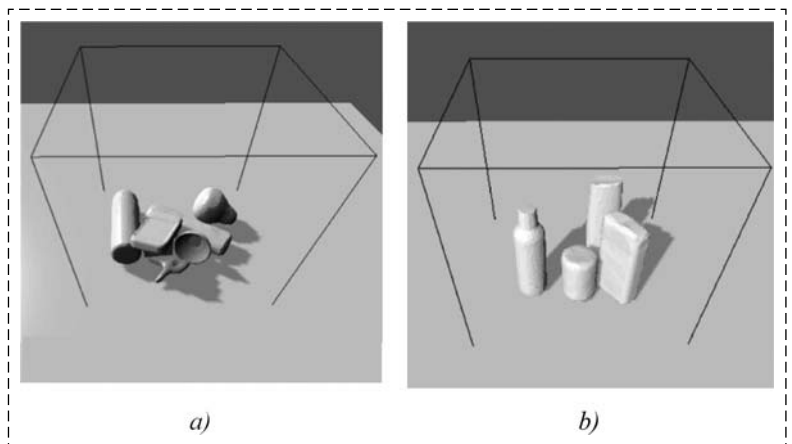


Fig. 4. Static scenes [13]:

a — with a random objects arrangement; *b* — with an ordered objects arrangement

Comparison of approaches to scene perception in existing studies

Parameter	Realization				
	Sensor type	RGBD-camera			Depth-camera
	[6][7][8][9][10][11][14][16]			[12][13][17]	
Sensor location	Fixed statically			Fixed on the robot link	
	[8][9][10][11][12][16][17]			[6][7][13][14]	
Scene representation obtaining strategy	One-position image			Merging images from multiple positions	
	[6][7][8][9][10][11][12][16][17]			[13][14]	
Scene representation	Point cloud	Voxelized	TSDf	N-channel image	Polygonal
	[6][7][8][9][12][14][16]	[6]	[13]	[10][11]	[17]
Segmentation method (if applied)	Classical methods of image processing		Clustering		Neural networks
	[8]		[7][16][17]		[6][9][10]

Summarizing the analysis of existing approaches to the perception of the scene, we can group them into Table 1.

Manipulative robot motion planning task

The task of grasping in number of studies is considered as the task of synthesizing such a position of the gripper that would allow the manipulative robot to reliably grasp the object, avoiding collisions with other objects of the scene [6, 7, 9, 13, 15, 26]. Thus, the grasping-based task of cleaning the workspace from objects [10] implies the sequential removal of objects from the workspace, simulating the applied tasks of analyzing the blockage and cleaning the room. The scientific literature presents many approaches that solve this problem, which differ in the complexity of implementation; the necessary equipment for scene perception and data processing; computational complexity. They will be discussed in more detail.

Formalized description of the position and orientation of the gripper. A formalized description of the position and orientation of the gripper plays an important role for the effectiveness of the grasp synthesis methods. Usually, when synthesizing the grasping configurations of a manipulative robot, 2 ways of representing the pose of the gripper are considered, differing in the number of degrees of freedom:

1) representation of a pose with 3 degrees of freedom [11, 27–29]. In this case, the pose of the gripper is described by 3 independent parameters relative to the image plane: (x, y, θ) , where (x, y) are the coordinates of the center of the gripper device in the image, θ is the angle of rotation of the grip-

per relative to the horizontal axis. The magnitude and direction of the longitudinal displacement of the gripper is determined from the coordinates of the grasping center point in the image and the normal vector to the surface at this point [11]. The use of such a representation greatly limits the variety of grasps considered by those whose approach direction is perpendicular to the image plane. As a result, grasping an object may be kinematically impossible;

2) pose representation with 6 degrees of freedom [6, 7, 9]. In this case, the pose of the gripper is defined by 6 independent parameters: $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$, where (α, β, γ) are 3 Euler angles and (x, y, z) are 3 projections of the translation vector. The advantage in such approaches is the ability to grasp objects from any side. The disadvantage is the fact that position regression in three-dimensional Euclidean space is more complicated than regression in two-dimensional space [9];

3) apart from the above mentioned parametrization methods extended approach is used for the case of a multifingered grippers. Depending on the complexity of the gripper kinematics, a bigger number of parameters is required to describe its pose and orientation [26]. Nonetheless many researchers simplify the pose estimation task and reduce the optimization problem to 3 or 6 parameters.

In [9], the authors rely on the observation that in most cases one of the contact points of a parallel gripper with an object lies on the visible part of the surface. This observation allowed them to use the dimension of the representation of the gripper equal to 4 in order to optimize regression. Thus, the learning process of the neural network was facilitated and, moreover, the accuracy of estimating the position of the gripper increased.

Target object awareness for the grasping algorithm. In addition to the grasp representation, the existing approaches for the presence of the target object of manipulation can be classified into the following:

1) approaches using only an array of source data without selection of a target object [12–14]. According to these approaches, collision avoidance grasps are synthesized for the entire scene as a whole, without dividing it into separate objects. This can lead to the grasping of two objects at the same time, since there is no functional for their differentiation (Fig. 5, *a*, see the second side of the cover). This type of approach can be used in applied tasks that do not require the grasping of the target object. The advantage of these methods is a simplified interpretation of the grasping task and less complexity due to skipping the segmentation step;

2) target oriented approaches — in this group of approaches, there is a matching between synthesized grasps and specific target objects [6, 7, 30] (Fig. 5, *b*, see the second side of the cover). Target oriented approaches have an advantage over approaches without specifying a target object, since they are more applicable in practical usage.

Grasp planning based on pattern matching. Approaches involving the use of known objects present in the robot's workspace, such as [31, 32], are not always compatible with the requirement to work in uncontrolled working environments. However, due to the availability of this information, broad generalizing abilities are not required from the perception system, as a result of which such approaches benefit in speed and quality of grasping. In the real world, a manipulative robot can encounter a large number of objects of different categories and with different physical parameters, such as shape, weight and texture, so one way to generalize information is to use a template library.

In [17], the authors present an algorithm for grasping unknown objects based on matching with a template library. The authors rely on the hypothesis that objects similar in shape can be grasped in a same way. Initially, the database with templates is filled by kinesthetic training of the robot on some training sample. The templates selected using the descriptor developed by the authors are then compared with the data from the depth camera during the robot's operation and, in case of successful matching, grasps from the library are used. During the operation of the algorithm, the library increases its efficiency due to feedback. During the experimental evaluation of the algorithm, it showed from 62 to

87 % success rate of grasps. The calculation of the ranked list of grasps for the on-board computer of the robot PR2 took from 5 to 30 seconds. The advantage of the algorithm is the use of descriptors to generalize templates to different objects.

The category of approaches involving object models includes methods related to the use of a family of superquadrics. So, in [16], the selected and processed point cloud of the object is approximated and replaced by a superquadric in order to then search for the position of the gripper. The advantage of superquadrics is the possibility of defining them by 11 parameters and the simplicity of obtaining a point cloud of a superquadric. In order to ensure the reliability of the grasp, the criteria of the distance to the centroid of the superquadric and the curvature of the contact areas are used.

In addition to explicitly specifying models of workspace objects, there are studies aimed at reconstructing the shape of an incomplete point cloud. In this way, in [33], the shape of an object is reconstructed using a random forest model along a part of the surface. However, since the reconstruction process is computationally expensive, the most effective approaches use machine learning to output grasps in one pass of a network, in the hidden space of which possible grasps are mapped to an incomplete cloud of object points.

Grasp planning using machine learning. The most advanced results in the grasping task are achieved by using machine learning [6, 7, 9, 10–13, 27, 28, 34], because neural networks are a powerful tool for extracting features from input data. Most training-based approaches use an artificially created sample of training data and are thus transferred to real-world conditions without changes. When using machine learning in the task of grasping unknown objects, 3 types of approaches are used:

- reinforcement learning, where the robot interacts with the environment, receiving responses [35, 36]. The disadvantage of this approach is the impossibility of its fast deployment in a new environment;
- supervised learning with an annotated training data [6, 7, 13]. To create a training data, most methods of grasp synthesis involve modeling complexes;
- forming of a motion plan based on maximizing the objective function. This approach can use evolutionary algorithms [37], decision trees [38].

Approaches based on reinforcement learning [35, 36] consider the grasping task as learning a sequence of actions, as a result of which the target

object will be grasped. To do this, it may be necessary to remove or move the blocking object, so 2 possible actions are considered in the process of completing the task:

- grasping — positioning the gripper near the target object in order to grasp it;
- pushing — shifting of an object in order to provide free space near another object.

Methods generating an initial sample of grasps based on the assessment of surface normals do not cope with objects containing thin parts and incomplete point clouds [14]. Neural network approaches are devoid of this disadvantage usually. However, in [9] it is noted that in existing approaches using complex algorithms consisting of several stages, there are disadvantages, expressed in the presence of several potential points of failure and in a relatively long execution time, which does not allow working in real time. Thus, such software-algorithmic complexes that use the smallest number of components are more preferable. So, in [9], a regression of a set of 4 parameters describing the pose of the gripper is carried out based on a cloud of scene points obtained using an RGBD-camera. To do this, the authors train a neural network with the PointNet++ architecture. The set of potential grasping configurations generated by the neural network is analyzed, and grasps with a high score are selected. The advantage of the method is that it does not require precise segmentation of the target object, uses a reduced dimension of the output space and has a high speed compared to other methods.

In practical applications robots often encounter scenes consisting of several objects, so there is a need to take into account possible undesirable collisions. So, in [7], an autoencoder based on PointNet generates a set of grasps for an isolated object.

The authors solve the problem of collision avoidance by evaluating grasps taking into account the point cloud of the scene using a second autoencoder and using an algorithm for iterative refinement of grasps. Iterative adjustment of the found grasps plays an important role, since in some cases only a small change in its position or orientation is necessary to ensure the success of the grasp. Algorithms that work with scenes containing several objects are more applicable in practice [11], but at the same time they need to avoid collisions.

In a special group, it is worth highlighting the methods of grasp detection [6, 7, 13, 14, 30]. In this group of approaches, the task of finding the target poses of the gripper is considered similarly to the problem of detection in computer vision. Most grasp detection algorithms use some method to generate potential grasps based on the scene representation obtained at the perception stage. This generation of a variety of grasps facilitates the search for kinematically feasible and high-quality grasps. Usually the grasp detection algorithm consists of 2 main stages: generating a sample of grasps; evaluating the generated grasps and selecting the optimal ones according to one or more criteria (Fig. 6, see the second side of the cover).

Summarizing the analysis of existing approaches for grasping unknown objects, they can be grouped into Table 2.

Motion planning with collision avoidance. Motion planning of a manipulative robot with obstacle avoidance is crucial for ensuring the safe, efficient and long-term operation of robotic systems. It is also essential to avoid collisions with the surrounding environment for maximization of grasping success rate. There are several algorithms available for this task, including:

Table 2

Existing approaches for grasping unknown objects

Parameter	Realization					
	Yes		No	Single object		
Selection of target object	[6][7][9][10][11][16] [30][31][35]		[8][12][13][36]	[17] [26][27][28][29][37][38]		
The method for finding gripper pose	Analytical	Neural networks		Templates library	Decision trees	Genetic algorithm
	[8][16][26][31]	[6][7][9][10][11][12][13][27][28][29] [30][35] [36]		[17]	[38]	[37]
Auxiliary actions	Yes			No		
	[10][35][36]			[6][7][8][9][11][12][13][16][17][26][27][28][30][31][37][38]		
Collision avoidance	Yes			No		
	[6][7][8][9][10][11][12][13][26][35][36][38]			[16][17][27][28][29][30][31][37]		

- artificial potential field algorithm (APF) — the algorithm assigns attractive forces toward the goal and repulsive forces from obstacles [39];
- rapidly exploring random tree (RRT) — where the basic idea is exploring high-dimension space in the form of the tree [40];
- genetic algorithm (GA) — the algorithm is able to achieve target position without collisions and singularity with specific objective functions [41].

It should also be noted that employing these techniques requires either extensive equipment of the manipulator with obstacle sensors, or application of environment mapping algorithms, based on video analysis.

Assessment of grasp synthesis algorithms

Algorithm efficiency criteria. Evaluating of effectiveness of methods for the grasp synthesis plays important role since it allows to judge how reliable potential grasps are and how they are distributed. To evaluate the performance of the method for the grasp synthesis, various metrics can be used, including those based on heuristics, but the most common are the following:

- success rate — the percentage of successful grasps from the total number of grasps determined experimentally. In the case of grasping unknown objects, this metric reflects the generalizing abilities of the system, as well as the reliability of the generated grasps [7, 13];
- coverage — the proportion of coincidence of synthesized grasps with ground truth grasps. The high value of this metric reflects the fact that the synthesized grasps are distributed in the same way as the grasps of the training data, which, usually, are arranged so that the object can be grasped in different ways. Such a need arises in highly cluttered scenes, where several alternative ways of accessing the object are required [7, 13];
- recall at high precision — a metric introduced in [14] that evaluates coverage at a certain threshold value of the acceptability of the grasp classifier. This metric can be used in grasp detection methods, where a set of grasps is first synthesized, which is then evaluated using a classifier;
- planning time — the time between getting a view of the scene and getting a list of feasible grasps [13].

It is worth noting that the key feature of recall at high precision is that it evaluates the grasp detection system as a whole — simultaneously reflecting both the quality of the grasp synthesis subsystem and the accuracy of the classifier.

Quality criteria for evaluating synthesized potential gripper poses. For the selection of executable grasps, their ranking is required in accordance with robustness. The paper [42] provides methods for calculating criteria that determine the qualitative indicator of potential grasp. The authors identify several groups of analytical criteria based on:

- algebraic properties of the grasping matrix — the analysis of the grasping matrix, that is, the matrix connecting the contact forces acting on the object from the gripper with the general effect of fingers on the object, allows to assess the possibility of this grasping configuration to resist external disturbances;
- geometric properties of the grasp — when calculating these criteria, the geometric relationships between the contact points are taken into account. Thus, the degree of stability of the grasp is reflected, i.e. its ability to resist contact slippage;
- contact forces limitations — this set of criteria reflects the ability of the grasp to resist disturbing influences, taking into account the limitations of the forces applied to the object of manipulation by the gripper fingers;
- gripper configuration — this set of criteria is calculated based on the Jacobi grasping matrix, i.e. the matrix linking the gripper space and the manipulation object space. Thus, the degree of closeness of the gripper to the singular configuration is estimated.

The paper notes that the grasp assessment should be carried out in accordance with several criteria included in the overall assessment with weighting coefficients.

The ability of the grasp to resist disturbances and immobilize the object is determined by the properties of form closure and force closure [43]. The property of form closure is provided by the arrangement of contact areas in such a way as to restrict the movement of the object in space. The force closure reflects the ability of the forces applied to the object of manipulation by the fingers of the gripper to resist slipping and movement of the object. In the study [14], the search for antipodal frictionless grasps¹, is carried out, since with a non-zero coefficient of friction they are grips closed in force.

¹Antipodal frictionless grasp is a grasp in which the vectors of the normal to the contact points are directed opposite to the direction of movement of the corresponding gripper fingers and are colinear [44].

Conclusion

It can be concluded that the problem of grasping arbitrary objects by a manipulative robot is relevant and is currently widely discussed in the scientific community. Of great interest are the methods of detecting potential gripper poses and synthesis of grasping movements presented in recent studies, which allow for reliable grasp of an arbitrary object with obstacle avoidance. These methods are mainly based on the use of machine learning. However, to date, a sufficiently universal and reliable method has not been developed yet, the effectiveness of which would be comparable to the grasps performed by a person.

The most applicable and universal method in practice seems to be one that would provide a short solution output time, separation of the initial representation of a static scene into object instances with matching grasps to each object, as well as collision avoidance. Despite the fact that usually in recent works one of the possible strategies for constructing a point cloud is used, the possibility of using both passive and active point cloud construction strategy, depending on the limitations of the workspace, would be an advantage.

References

1. Liu J., Balatti P., Ellis K., Hadjivelichkov D., Stoyanov D., Ajoudani A., Kanoulas D. Garbage collection and sorting with a mobile manipulator using deep learning and whole-body control, *2020 IEEE-RAS 20th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)*, Munich, Germany, 2021, pp. 408–414.
2. Zhang H., Liang H., Ni T., Huang L. Research on multi-object sorting system based on deep learning, *Sensors*, 2021, vol. 21, no. 18, 21 p.
3. Guerin J., Stephane T., Nyiri E., Gibaru O. Unsupervised robotic sorting: towards autonomous decision making robots, *International Journal of Artificial Intelligence & Applications*, 2018, vol. 9, pp. 81–98.
4. Bormann R., Brito B., Lindermayr J., Omainka M., Patel M. Towards automated order picking robots for warehouses and retail, *Computer Vision Systems. ICVS 2019. Lecture Notes in Computer Science*, 2019, vol. 11754, Springer, Cham.
5. Habibian S., Dadvar M., Peykari B. Design and implementation of a maxi-sized mobile robot (Karo) for rescue missions, *Robomech*, 2021, vol. 8, no. 1, 33 p.
6. Murali A., Mousavian A., Eppner C., Paxton C., Fox D. 6-DOF grasping for target-driven object manipulation in clutter, *ICRA*, 2020 (virtual), 2020, 7 p.
7. Mousavian A., Eppner C., Fox D. 6-DOF GraspNet: variational grasp generation for object manipulation, *2019 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV)*, Seoul, Korea (South), 2019, pp. 2901–2910.
8. Sauvet B., Levesque F., Park S., Cardou P. Model-based grasping of unknown objects from a random pile, *Robotics*, 2019, vol. 8, no. 3, 18 p.
9. Sundermeyer M., Mousavian A., Triebel R., Fox D. Contact-GraspNet: efficient 6-DoF grasp generation in cluttered

scenes, *2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Xian, China, 2021, pp. 13438–13444.

10. Huang B., Han S., Boularias A., Yu J. DIPN: Deep interaction prediction network with application to clutter removal, *Conference: 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Xian, China — 2021, pp. 4694–4701.

11. Zhang H., Lan X., Bai S., Zhou X., Tian Z., Zheng N. ROI-based robotic grasp detection for object overlapping scenes, *2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Macau, China — 2019, pp. 4768–4775.

12. Qin Y., Chen R., Zhu H., Song M., Xu J., Su H. S4G: amodal single-view single-shot SE(3) grasp detection in cluttered scenes, *3rd Conference on Robot Learning (CoRL 2019)*, Osaka, Japan, 2019, pp. 53–65.

13. Breyer M., Chung J., Ott L., Siegwart R., Nieto J. Volumetric grasping network: real-time 6 DOF grasp detection in clutter, *4th Conference on Robot Learning (CoRL 2020)*, 2020, pp. 1602–1611.

14. Pas A., Gualtieri M., Saenko K., Platt R. Grasp pose detection in point clouds, *The International Journal of Robotics Research*, 2017, vol. 36, pp. 1455–1473.

15. Lei Q., Meijer J., Wisse M. A survey of unknown object grasping and our fast grasping algorithm-C shape grasping, *2017 3rd International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR)*, Nagoya, Japan, 2017, pp. 150–157.

16. Abhijit M., Federico T., Perez-Gracia A. Grasping unknown objects in clutter by superquadric representation, *2018 Second IEEE International Conference on Robotic Computing (IRC)*, California, USA, 2018, pp. 292–299.

17. Herzog A., Pastor P., Kalakrishnan M., Righetti L., Bohg J., Asfour T., Schaal S. Learning of grasp selection based on shape-templates, *Autonomous Robots*, 2014, vol. 36, pp. 51–65.

18. Kappler D., Bohg J., Schaal S. Leveraging big data for grasp planning, *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2015, pp. 4304–4311.

19. Savvin S. V., Sirota A. A. Superpixel segmentation methods and their application for image analysis with heterogeneous texture, *Vestnik VGU, seriya: sistemnyy analiz i informacionnye tekhnologii*, 2016, no. 4, pp. 165–173 (in Russian).

20. Danielczuk M., Matl M., Gupta S., Li A., Lee A., Mahler J., Goldberg K. Segmenting unknown 3D objects from real depth images using Mask R-CNN trained on synthetic data, *2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2019, pp. 7283–7290.

21. Xiang Y., Xie C., Mousavian A., Fox D. Learning RGB-D feature embeddings for unseen object instance segmentation, *4th Conference on Robot Learning (CoRL 2020)*, 2020, pp. 461–470.

22. Xie C., Xiang Y., Mousavian A., Fox D. Unseen Object Instance Segmentation for Robotic Environments, *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 37, no. 5, pp. 1343–1359.

23. Back S., Lee J., Kim T., Noh S., Kang R., Bak S., Lee K. Unseen object amodal instance segmentation via hierarchical occlusion modeling, *2022 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Philadelphia, PA, US, 2022, pp. 5085–5092.

24. Charles R., Su H., Kaichun M., Guibas L. PointNet: Deep learning on point sets for 3D classification and segmentation, *2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Honolulu, HI, USA, 2017, pp. 77–85.

25. Charles R., Yi L., Su H., Leonidas J. PointNet++: deep hierarchical feature learning on point sets in a metric space, *Proceedings of the 31st International Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS'17)*, Curran Associates Inc., Red Hook, NY, USA, 2017, pp. 5105–5114.

26. Leskov A. G., Seliverstova E. V. Algorithm for planning and selecting a method for grasping a deformable object with a multi-fingered gripper of a manipulative robot, *Mekhatronika, Avtomatizaciya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 11, pp. 739–744 (in Russian).

27. Mais Zh. Application of convolution neural networks to train a manipulative robot to capture objects, *Politekhnicheskij molodezhnyy zhurnal*, 2020, no. 1, 5 p. (in Russian).

28. **Lenz I., Lee H., Saxena A.** Deep learning for detecting robotic grasps, *The International Journal of Robotics Research*, 2013, no. 34, pp. 705–724.
29. **Redmon J., Angelova A.** Real-time grasp detection using convolutional neural networks, *Proceedings — IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2015, pp. 1316–1322.
30. **Li T., Wang F., Ru C., Jiang Y., Li J.** Keypoint-based robotic grasp detection scheme in multi-object scenes, *Sensors*, 2021, vol. 21, no. 6, 15 p.
31. **Abdullov T. S., Muhametov A. N.** Robotic grasping of objects of known shape using a monocular camera, *Fiziko-matematicheskie, estestvenno-nauchnye i social'nye aspekty sovremennogo razvitiya nauki, tekhniki i obshchestva. Materialy I gorodskoj molodyozhnoj nauchnoj konferencii Fiziko-matematicheskie, estestvenno-nauchnye i social'nye aspekty sovremennogo razvitiya nauki, tekhniki i obshchestva. Materialy I gorodskoj molodyozhnoj nauchnoj konferencii*, Kazan — 2021, pp. 3–6 (in Russian).
32. **Agboh W., Dogar M.** Real-time online re-planning for grasping under clutter and uncertainty, *2018 IEEE-RAS 18th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)*, 2018, 8 p.
33. **Firman M., Aodha O., Julier S., Gabriel J.** Structured prediction of unobserved voxels from a single depth image, *2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2016, pp. 5431–5440.
34. **Rawan A., Al Akkad M. A.** Machine learning in robotic grasping tasks: a survey, *Priboroostroenie v XXI veke — 2020. Integraciya nauki, obrazovaniya i proizvodstva. Chornik materialov XVI Vserossijskoj nauchno-tehnicheskoy konferencii*, Izhevsk, 2021, pp. 164–170.
35. **Boularias A., Bagnell J. A., Stentz A.** Learning to manipulate unknown objects in clutter by reinforcement, *AAAI'15: Proceedings of the Twenty-Ninth AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 2015, pp. 1336–1342.
36. **Zeng A., Song S., Welker S., Lee J., Rodriguez A., Funkhouser T.** Learning synergies between pushing and grasping with self-supervised deep reinforcement learning, *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2018, pp. 4238–4245.
37. **Zhang Z., Gu J.** Grasp planning of 3D objects using genetic algorithm, *2012 IEEE International Conference on Automation and Logistics*, Zhengzhou, China, 2012, pp. 646–651.
38. **Gabellieri C., Angelini F., Arapi V., Palleschi A., Catalano M., Grioli G., Pallottino L., Bicchi A., Bianchi M., Garabini M.** Grasp it like a pro: grasp of unknown objects with robotic hands based on skilled human expertise, *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2020, vol. 5, no. 2, pp. 2808–2815.
39. **Palmieri G., Scoccia C.** Motion Planning and Control of Redundant Manipulators for Dynamical Obstacle Avoidance, *Machines*, 2021, vol. 9, no. 6–121.
40. **Wei K., Ren B.** A Method on Dynamic Path Planning for Robotic Manipulator Autonomous Obstacle Avoidance Based on an Improved RRT Algorithm, *Sensors*, 2018, vol. 18, no. 2–571.
41. **Ibraheem B., Ibrahim A., Talib A.** Motion Planning for a Robot Arm by Using Genetic Algorithm, *Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering*, 2008, vol. 2, no. 3, pp. 131–136;
42. **Leskov A. G., Bazhinova K. V., Seliverstova E. V.** Methods for determining the quality of object grasping, *Vestnik MGTU im. N. E. Baumana. Ser. Mashinostroenie*, 2017, no. 3 (114), pp. 122–139 (in Russian).
43. **Bicchi A.** On the closure properties of robotic grasping, *The International Journal of Robotics Research*, 1995, vol. 27, no. 14, pp. 319–334.
44. **Gualtieri M., Pas A., Saenko K., Platt R.** High precision grasp pose detection in dense clutter, *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Daejeon, Korea (South), 2016, pp. 598–605.

Д. А. Вольф, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., runsolar@mail.ru,
Р. В. Мещеряков, д-р техн. наук, гл. науч. сотр., mrv@ipu.ru,
А. О. Исхакова, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., iao@ipu.ru,
Институт проблем управления РАН им. В. А. Трапезникова, г. Москва

Интерактивный четвероногий робот класса фелидов с блоком нейронной обработки*

Рассматривается актуальная задача разработки бионических роботов, в частности роботов на четырех ногах. Преимуществами такого класса роботов является способность к передвижению по неровной местности, осуществлению разведывательной, спасательной и другой опасной работы, при выполнении которой они могли бы заменить человека. Приведен обзор существующих наиболее известных и функциональных бионических роботов на четырех ногах, описаны их сильные и слабые стороны, особенности движения и применения. Выделена основная проблематика в разработке таких устройств и систем управления ими. В качестве объекта бионики исследуется реализация системы управления скелетными структурами семейства млекопитающих кошачьи (или фелиды). Приводится информация о проведенной научно-исследовательской работе и опытно-конструкторской разработке интерактивного бионического робота класса фелидов. Рассмотрены особенности аппаратной и программной реализации робота, приведены схематичные и реальные изображения конструкции. Главной отличительной особенностью разработанного робота является наличие специальной операционной памяти для межуровневого взаимодействия. Подробно освещается применение микрокомпьютерного устройства с блоком нейронной обработки для решения задачи технического зрения. Приводятся результаты тестирования машинного зрения с применением нейронной сети Yolo3 в режиме потокового видео. Средняя точность распознавания открытого лица в результате проведенных тестов составила 95 %. При различных степенях окклюзии средняя оценка составила 80 %, также были выявлены варианты окклюзии, при которых нейронная сеть не смогла распознать лица. Делается акцент на том, что разработанный робот в своем составе имеет аппаратную составляющую из бюджетной и доступной элементной базы и, таким образом, предлагает более дешевую альтернативу более дорогим роботам данного класса, сохраняя при этом большинство функций. В заключении статьи обсуждаются преимущества и недостатки предлагаемого робота и возможность его применения в жизнедеятельности человека, в том числе при решения различных практических задач.

Ключевые слова: робот, бионика, аппаратная реализация, программная реализация, микроконтроллер, микрокомпьютер, блок нейронной обработки, техническое зрение, нейронная сеть

Введение

Сложность и разнообразие робототехнических систем заметно растет последние 10—15 лет. Этому способствует ряд изменений в технологиях: рост производительности вычислительных систем, развитие возможностей искусственного интеллекта, активное финансирование отрасли на государственном и частном уровнях, создание прогрессивных продуктов и, как следствие, привлечение внимания исследователей к данной отрасли. Таким образом, с ростом автоматизации возникает потребность в более технологичных роботах, в том числе с возможностью свободно перемещаться в окружающей среде. Одним из решений являются роботы на ногах, которые могут перемещаться по сложным ландшафтам, например, по неровной, грязной или заснеженной местности, с относительной легкостью по сравнению с колесными роботами.

Такие типы местности представляют значительный интерес для робототехники, поскольку к ним относятся заброшенные здания, неизведанные пещеры или строительные площадки — места, которые было бы предпочтительнее исследовать или прорабатывать роботами вместо людей [1, 2]. Хорошо известные видеоролики с роботами Boston Dynamics (рис. 1) [3] вызывают широкий интерес общественности в целом и исследовательской среды в частности и становятся "вирусными" — самое популярное видео, появившееся в сети интернет в 2008 г., к настоящему моменту посмотрели более 9 миллионов раз. На видео робот BigDog преодолевает сложный природный ландшафт в ненастную погоду, а также выдерживает толчок ногой сопровождающего его человека. Помимо роботов-собак Boston Dynamics разрабатывала для Пентагона роботов серии LS3 в качестве системы поддержки отряда на ногах. В то время, как средний солдат или морской пехотинец мог переносить почти 66 кг, робота LS3 планировали нагружать массой в 180 кг. Еще одна известная разработка

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта № 23-19-00664.

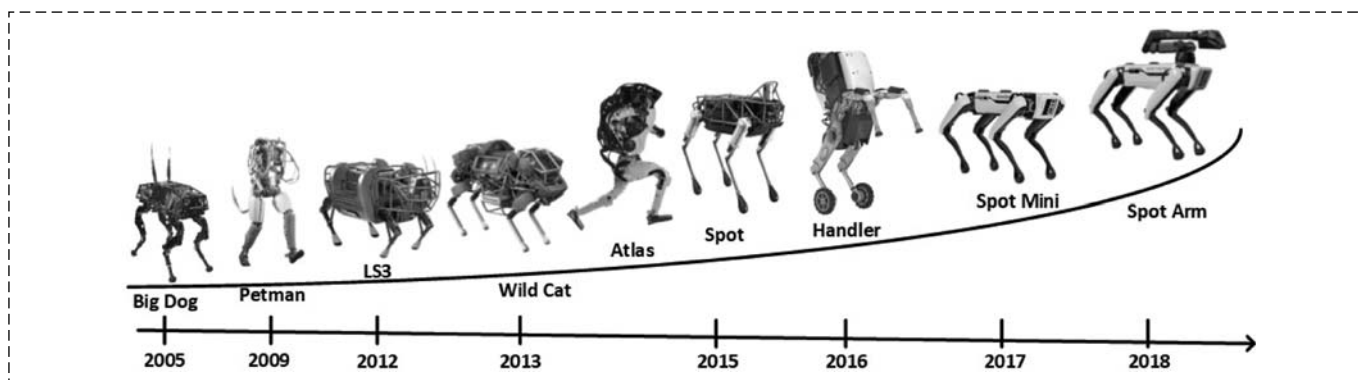


Рис. 1. Эволюция роботов от Boston Dynamics [3]

Fig. 1. Evolution of Boston Dynamics robots [3]

Boston Dynamics — быстроногий робот Cheetah, который на беговой дорожке развивал скорость до 47 км/ч [4].

В 2019 г. Boston Dynamics объявила о старте серийного производства робота-собаки Spot [5]. Робот может работать и в жару, и в холод (диапазон возможных температур — от -20 до $+45$ °C), может нести до 14 кг и бегать со скоростью 1,6 м/с, он водостойкий и оснащен камерами, обеспечивающими ему обзор на 360°. Время автономной работы робота — 90 мин.

Несмотря на объективный скачок в развитии роботов на ногах и прогрессивные решения, существуют и пока нерешенные проблемы. Например, Spot не приспособлен для взаимодействия с людьми, он слабо реагирует на сигналы из физического мира — модель мира робота состоит из препятствий, точек опоры и заранее запрограммированных маршрутов [6].

Стоит отметить, что еще в 50-х годах прошлого столетия на базе Института автоматизации и телемеханики АН СССР была разработана кибернетическая "черепаха", которая могла видеть и слышать, сама принимала решения и обучалась — почти как живое существо. Это был один из первых роботов, разрабатываемых в СССР, который мог не просто выполнять программу в соответствии с заданным алгоритмом, но и действовать в зависимости от окружающей обстановки и различных условий [7].

В первую очередь исследования, направленные на разработку интерактивных четвероногих роботов, нацелены на создание и отработку математических моделей и алгоритмов поведения четвероногих животных в реальных условиях окружающей среды и на проведение научных экспериментов на базе разработанных прототипов.

Во вторую очередь разработка экспериментальных прототипов данного класса роботов позволяет получать базовые технологии в виде принципиальных электрических схем, целевых предложений в виде элементарных составляющих, математических моделей и их реализаций в виде уникальных алгоритмов, разработанных программных модулей для дальнейшей их коммерциализации с выводом в промышленный дизайн.

Создание роботов на ногах является одним из самых передовых направлений научных исследований в современном мире. Указанный тип роботов требует разработки сложной системы управления для передвижения и удержания равновесия. Прототипы рассматриваются для применения в медицине, производстве, выполнения задач в опасной среде, а также для помощи людям с ограниченными возможностями.

Интерактивный робот-фелид

В качестве объекта бионики исследуется реализация системы управления скелетными структурами семейства млекопитающих кошачьи, или фелиды. Особый интерес представляет моделирование их способностей к добыванию животной пищи путем подкрадывания, подкарауливания и преследования. В случае опасности или преследования кошачьи могут развивать скорость до 80 км/ч. Фелиды отличаются более сложной моделью поведения, чем остальные четвероногие. С точки зрения анатомии развитие кошачьих находится на высоком уровне, у них можно выделить различные по значимости отделы: скелет как опорная конструкция, связки, обеспечивающие соединение костей, и скелет-

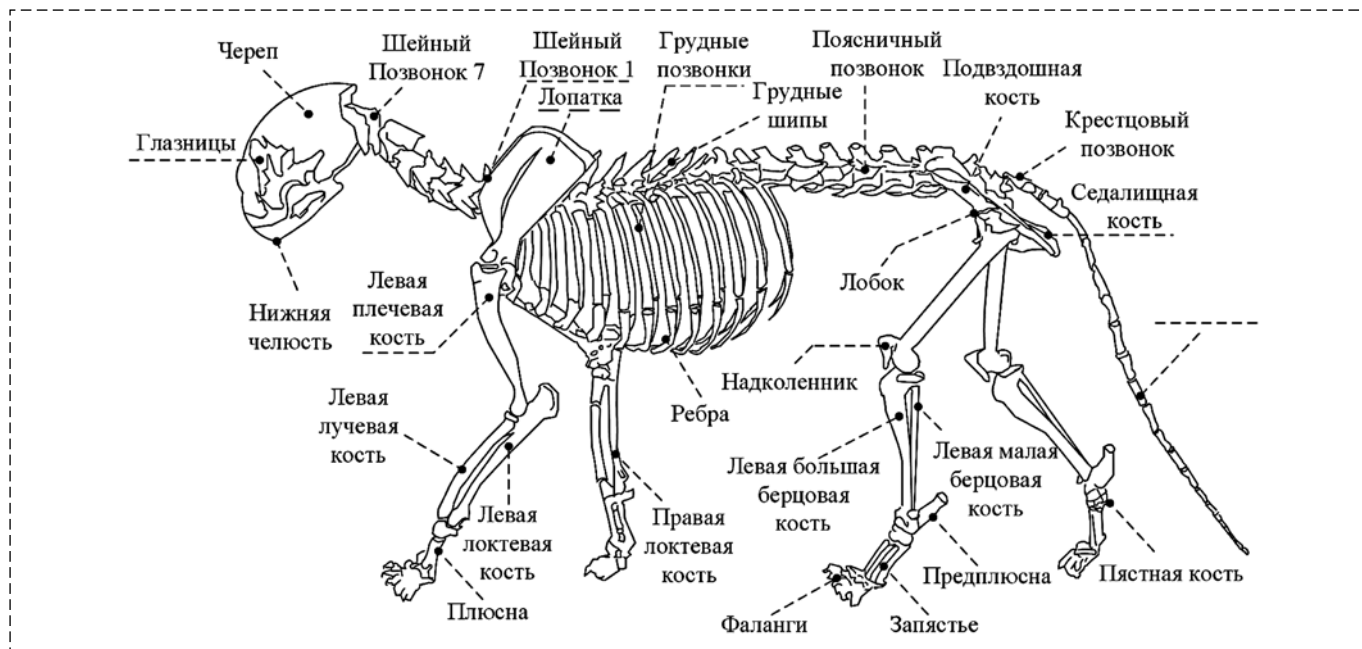


Рис. 2. Скелет фелида как основа для бионического синтеза
 Fig. 2. The felid skeleton as a basis of bionic synthesis

ные мышцы, приводящие в движение костные рычаги. В скелете фелида особую роль играют позвоночник, передние и задние конечности, которые являются несущими и опорными, т. е. важными для передвижения элементами костной системы животного (рис. 2).

Позвоночник кошки включает в себя шейный, грудной, поясничный, крестцовый и хвостовой отделы. Шейный отдел, выполняющий важную функцию поддержки и поворотов головы в стороны и вниз—вверх, состоит из семи позвонков. Грудной отдел состоит из 13 позвонков и 12 пар ребер, восемь из которых скреплены грудной костью. Обобщенно кости в скелете разделяются по форме на четыре основных типа (жесткие органы): короткие, плоские (лопатка, ребра, кости таза, кости черепа), смешанные (позвонок), длинные трубчатые кости (кости конечностей).

На рис. 2 показаны 58 базовых костных элементов, которые в конечном итоге должны подлежать бионическому синтезу. С помощью 3D-принтера синтезировано порядка 30 % несущих и опорных элементов робота (рис. 3, см. третью сторону обложки). Ближайший аналог данного класса робота — это Nibble Cat, разработанный компанией Peto [8].

Особенности аппаратной реализации робота

По аналогии с Nibble Cat аппаратная архитектура робота-фелида по составу жестких органов организована по принципу двухуровневой архитектуры управления (рис. 4). Первый программно-аппаратный уровень (орган управления первого уровня) реализует низкоуровневую логику управления исполнительными устройствами (по аналогии с нервной системой) [9]. Второй уровень реализует ин-

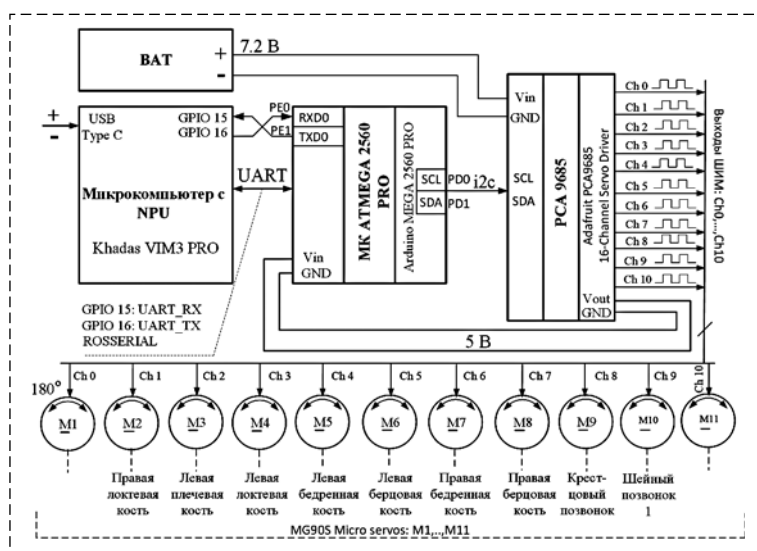


Рис. 4. Общая электрическая схема робота Sphinx
 Fig. 4. General wiring scheme of the Sphinx robot

терфейс взаимодействия сервисов прикладного назначения с подсистемой первого уровня. Сервисы прикладного назначения обеспечивают высокоуровневую логику, отвечающую за модель поведения робота. При этом решаются такие задачи, как реализация машинного зрения, принятие решений, позиционирование в пространстве, трансляция угловых сценариев на первый уровень, организация пользовательского интерфейса и т. д.

Исполнительными устройствами в рассматриваемой системе являются сервоприводы (динамические элементы) марки MG90S: M_1, \dots, M_{11} . По аналогии с животным миром сервоприводы M_1, \dots, M_{11} исполняют роль связок, которые связывают кости между собой и обычно находятся в суставах (местах, где встречаются две кости).

Управление сервоприводами осуществляется системой первого уровня с помощью модуля (драйвера) широтно-импульсной модуляции (ШИМ), базирующейся на микросхеме PCA 9685. Модуль ШИМ представляет собой 16-канальный 12-битный ШИМ с интерфейсом I2C, через который осуществляется управление сервоприводами. Контакты управления модулем SCL и SDA сопряжены с соответствующими физическими контактами управляемого порта D (выводы PD0 и PD1) микроконтроллера (МК) на базе микросхемы ATMEGA 2560 PRO.

Выбор данного МК обусловлен наличием аппаратных ресурсов — памяти программ и оперативной памяти, необходимых для полнофункционального запуска сущностей ROS (Robot Operating System). Например, в аналоге Nibble Cat используется чип ATMEGA328P, аппаратных возможностей которого недостаточно для полноценного функционирования сущностей ROS.

В качестве шилд-платы с МК выбран вариант Arduino MEGA 2560 PRO mini. Платы PCA 9685 и Arduino MEGA 2560 PRO mini обеспечивают необходимую компактность для размещения их в корпусе робота, по аналогии с животным — в брюшинном и грудном пространстве (рис. 5).

Несмотря на то, что в мировой робототехнической практике традиционно выбираются микрокомпьютеры Raspberry Pi, в разрабатываемом роботе за аппаратную поддержку второго уровня отвечает одноплатный микроконтроллер — Khadas VIM 3 PRO на базе процессора Amlogic A311D с блоком нейронной обработки NPU производительностью 5.0 TOPS.

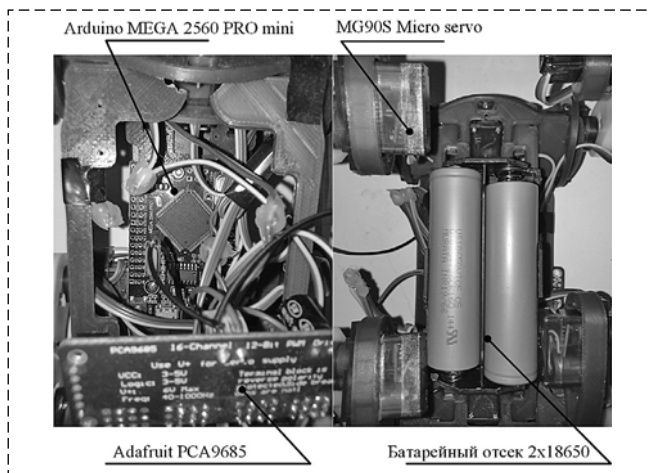


Рис. 5. Размещение основных элементов управления и исполнения первого уровня в корпусе робота Sphinx

Fig. 5. Placement of the main controls and first level execution in the Sphinx robot body

В первую очередь выбор обусловлен ценовой и рыночной доступностью данного класса одноплатных микрокомпьютеров с NPU. Вторым критерием являлось наличие поддержки известных операционных систем и программных библиотек, ставших мировым стандартом — ROS, OpenCV, Tensorflow, PyTorch и т. д. Физическая коммуникация микрокомпьютера Khadas VIM 3 PRO с платой Arduino MEGA 2560 PRO mini осуществляется по каналам UART (соединения GPIO 15, 16 с PE0 и PE1).

Отказ от Raspberry Pi обусловлен отсутствием поддержки блока NPU в микропроцессоре Broadcom BCM2711. Без внешних дополнительных ускорителей нейронных сетей при выборе Raspberry Pi не обойтись. Так, например, для решения Inference-задач на Raspberry Pi применяются ускорители искусственного интеллекта Neural compute stick от Intel.

Особенности программной реализации робота

Как уже отмечено выше, главной отличительной особенностью разработанного робота по сравнению с аналогом является наличие сущностей ROS для межуровневого взаимодействия. Таким образом, управляющие протоколы и сама программная реализация существенно отличаются от той, которая реализована в аналоге.

На рис. 6 показана организация структуры, использующей ROS для связи, где каждый узел — это сущность, которая осуществляет публикацию и подписку на сообщения между подсистемами. В настоящей работе это взаи-

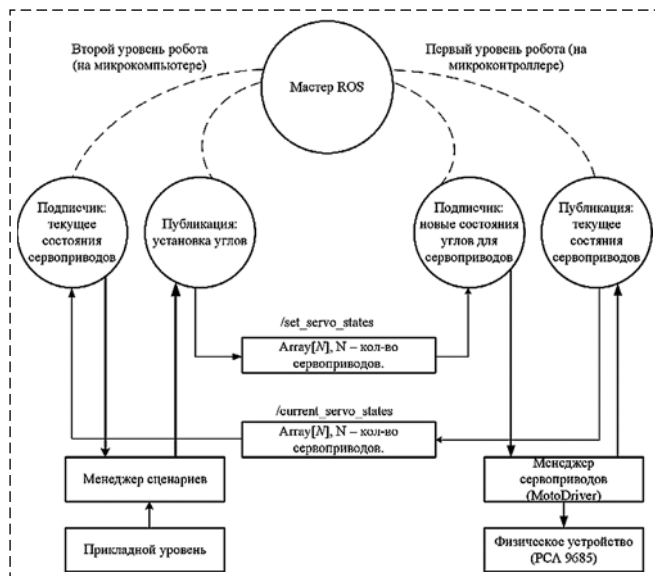


Рис. 6. Программная модель робота Sphinx. Взаимодействие между управляющими и исполнительными органами робота на платформе ROS в составе связей между узлами издателей и подписчиков

Fig. 6. The software model of the Sphinx robot. Interaction between control and actuators of the robot on the ROS platform, as part of the links between publisher and subscriber nodes

модействие между микрокомпьютером, который управляет роботом, и микроконтроллерным устройством на первом уровне. Узлы общаются через каналы, называемые топиками (темами), и в них же публикуются сообщения.

Прикладной уровень формирует сценарии поведения робота в зависимости от ситуации, в которой находится робот. Сценарии представляют собой последовательность углов, которые сообщаются менеджеру сервоприводов. Разработанные сценарии посредством прикладного интерфейса загружаются в менеджер сценариев. Менеджер сценариев передает сценарии менеджеру управления сервоприводами через коммуникационные каналы (топики), предоставляемые ROS.

С позиции первого уровня предлагается программная модель управления сервоприводами [10] на основе специализированной программной библиотеки MotoDriver [11], которая реализует идею группового управления двигателями постоянного тока.

Идея группового управления сервоприводами заключается в представлении физической связи различных типов сервоприводов и типов драйверов в виде единой однородной программной абстракции:

$$\{m_1, m_2, \dots, m_p\}_1, \{m_{p+1}, m_{p+2}, \dots, m_k\}_2, \dots, \{m_{k+1}, m_{k+2}, \dots, m_N\}_M,$$

где m_i — объектно-ориентированная модель i -го сервопривода в некотором множестве; M — мощность множества.

Сервоприводы объединяются в множества, которые представляют собой контейнеры:

$$\{\dots\}_1, \{\dots\}_2, \dots, \{\dots\}_M.$$

Каждому из двигателей присваивается уникальный числовой идентификатор. Возможен минимальный вариант, состоящий из одного сервопривода и одного множества (коллекции). В зависимости от аппаратных возможностей МК создаются программные объекты класса: m_1, m_2, \dots, m_N и множества на их основе.

Каждый абстрактный сервопривод представляет собой независимый программный объект управления, который может быть объединен в группу, вне зависимости от того, с каким драйвером он связан физически.

Ядром разработанной библиотеки являются два программных класса — Motor и MotoDriver. Программный класс Motor отвечает за создание программных абстракций физических сервоприводов и реализует низкоуровневые функции управления драйверами двигателей. Класс MotoDriver осуществляет управление объектами класса Motor, предоставляя высокоуровневые методы программирования для группового управления двигателями.

Подсистема технического зрения робота

Адаптивное взаимодействие человека и робота — от человеческого намерения до движения с использованием параметризованных динамических систем — в современном мире сложно представить без применения подсистем технического зрения. Исходя из аппаратно-вычислительных возможностей робота можно оснастить его системой технического зрения с применением искусственных нейронных сетей. Например, для решения проблемы с неумением роботов визуально оценивать окружающее пространство компания Boston Dynamics решила приобрести один из стартапов компании Kinema Systems, специализирующейся в сфере глубинного машинного обучения и объемного зрения.

Как уже было сказано выше, центральным процессором микрокомпьютеров серии Khadas VIM3/ VIM3L является Amlogic A311D-NON

(NON — маркировка на чипе, обозначающая, что ЦП оснащен блоком NPU). Это дает возможность работать с Фреймворком TIM-VX (Tensor Interface Module), позволяющим разрабатывать пользовательские программы с доступом к блоку NPU. TIM-VX — это модуль интеграции программного обеспечения, предоставляемый VeriSilicon для облегчения развертывания нейронных сетей на ускорителях машинного обучения Verisilicon. Он служит серверной привязкой для сред выполнения, таких как Android NN, Tensorflow-Lite, MLIR, TVM и др. Базовая возможность технологии TIM-VX заключается в построении вычислительных графов с задействованием тензоров по тем же принципам, как это реализуется в PyTorch, и Tensorflow.

Благодаря поддержке технологии TIM-VX для микропроцессоров Amlogic A311D-NON появилась возможность разрабатывать собственные высокоуровневые библиотеки класса DNN.

С осени 2023 г. микрокомпьютеры серии Khadas VIM3/VIM3L официально поддерживают запуск популярных моделей нейронных сетей непосредственно на NPU с помощью библиотеки OpenCV (для этого проекты необходимо запускать с бэкэндом TIM-VX).

Существует способ высокоуровневой работы с блоком NPU, который можно реализовать с помощью специализированной библиотеки пользовательского интерфейса программирования — KSNM (Khadas Software Neural Network). Выбранное API достаточно хорошо документировано и имеется множество примеров по ее использованию на языке Python.

Обе высокоуровневые библиотеки поддерживают вывод (Inference) предварительно обученных моделей глубокого обучения (DNN) из популярных Фреймворков: caffe, darknet, keras, onnx, pytorch и tensorflow.

На рис. 7 показана подсистема технического зрения робота Sphinx. Работа подсистемы основана на описанных выше технологиях, где на нижнем уровне Фреймворк TIM-VX выступает в качестве связующего звена между NPU и библиотеками более высокого уровня OpenCV и KSNM.

В схеме (рис. 7) в качестве серверной части в фоновом режиме (backend) выступает TIM-VX (Tensorflow Improved Model for Vision with OpenVX), в который интегрируется OpenCV DNN, позволяющий запускать квантованные модели DL в блоке нейронной обработки —

NPU. На верхнем уровне реализуется непосредственно пользовательское приложение, в котором имеются все алгоритмы для решения прикладных задач робота Sphinx. В свою очередь, подсистема прикладного уровня робота — это связующее звено между менеджером сценариев и пользовательским DNN-приложением.

Проверка работоспособности блока NPU оценивалось на предмет времени реализации вывода (Inference) модели искусственной нейронной сети (ИНС) Yolo 3 в режиме потокового видео с камеры. Выбор версии ИНС был обусловлен необходимостью, с одной стороны, обеспечивать требуемое качество и, с другой стороны, иметь невысокую вычислительную сложность для использования имеющихся вычислительных ресурсов. Тестирование осуществлялось по схеме, показанной на рис. 8 [12–15].

Из видеопотока проводится выборка кадров, кадры разбиваются на области (ограничивающие рамки или фреймы), далее с помощью алгоритма распознавания лиц Yolo 3 выполняется процесс распознавания (обнаружение лица). Результаты работы нейронной сети упаковываются в матрицу векторов с вероятностными признаками, после этого осуществляется классификация с выводом результатов истинности.

Обнаружение лица сетью Yolo 3 осуществляется следующим образом: вспомогательными функциями разбивается входное изображе-

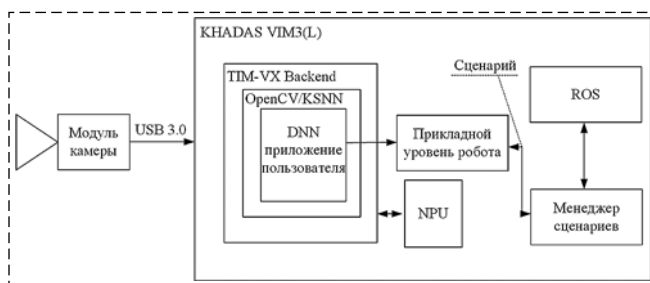


Рис. 7. Схема реализации технического зрения робота Sphinx
Fig. 7. Scheme of the Sphinx robot vision implementation

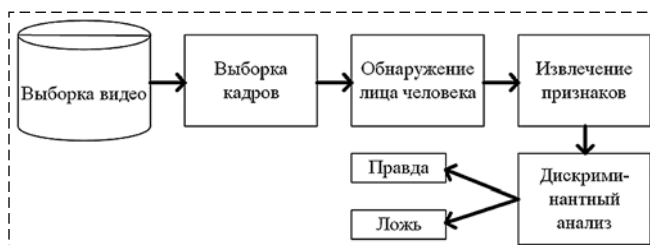


Рис. 8. Схема тестирования по обнаружению лица человека с применением нейронной сети
Fig. 8. Schematic of human face detection testing using a neural network

ние на небольшие ячейки размером $N \times N$; нейронная сеть с одиночной прямой связью явно прогнозирует вероятности классов и смещения ограничивающей рамки; для каждой ячейки прогнозируются данные о местоположении ограничивающей рамки и вычисляются координаты объекта на полном изображении [16].

Матрица векторов содержит результаты прямого прохода через нейронную сеть Yolo 3, и, следовательно, выходом сети является вектор размера M (число классов больших двоичных объектов), где первые четыре элемента в каждом классе представляют центр по x , центр по y , а также ширину и высоту связанной ограничивающей рамки. Пятый элемент представляет доверие или уверенность в том, что соответствующий ограничивающий прямоугольник действительно содержит в себе объект. Остальные элементы матрицы — это достоверность, связанная с каждым из классов.

В тестировании применялся модуль камеры OG02B10, установленный в глазницу робота (рис. 9, см. третью сторону обложки). Сначала тестировалась библиотека OpenCV версии 4.7 с бэкэндом TIM-VX, а затем библиотека KSNN.

В качестве средств тестирования подсистемы технического зрения робота для двух библиотек были выбраны соответствующие программные реализации, позволяющие обеспечить работу с блоком NPU сети Yolo 3. Для тестирования сети Yolo 3 с помощью библиотеки OpenCV была выбрана типовая программа, написанная на языке C++, содержащаяся в файле `detect-camera.cpp` репозитория GitHub [17]. Для тестирования сети Yolo 3 с библиотекой KSNN была выбрана программная реализация на языке Python 3, содержащаяся в файле `flask-face.py` [18].

Результаты тестирования показывают высокие оценки для неприкрытого лица в режиме реального времени. Усредненные показатели точности для обеих библиотек составляют 95 %. Также высокие результаты эффективности были достигнуты в случаях, если голова была наклонена влево или вправо. При различных степенях окклюзии средняя оценка составляет 80 %. Тем не менее, в некоторых видеокдрах нейронная сеть не способна распознать лицо человека (рис. 10, кадр 4, см. третью сторону обложки). Среднее время реализации вывода (Inference) модели нейронной сети Yolo 3 для библиотеки OpenCV составляет 36 мс (порядка 27 кадров в секунду), а для би-

блиотеки KSNN — 100 мс (порядка 10 кадров в секунду).

Разница в показателе Inference в данном тестировании указывает на разницу типов данных в моделях, запускаемых библиотеками. Квантование типов данных для модели Yolo 3 в случае с OpenCV соответствует INT8 (целочисленный байт), а для KSNN соответствует FLOAT32 (вещественный тип, 4 байта).

Средняя точность распознавания открытого лица — 95 % (рис. 10, кадр 1, см. третью сторону обложки). При различных степенях окклюзии средняя оценка составляет 80 % (рис. 10, кадры 2 и 3, см. третью сторону обложки). Имеются варианты окклюзии, при которых нейронная сеть не видит лица (рис. 10, кадр 4, см. третью сторону обложки).

Заключение

Актуальность работы обусловлена необходимостью развития новых конструкций робототехнических систем, в том числе биоморфных. В разработанный робот внедрены современные методы адаптации и масштабирования прикладных сервисов за счет использования операционной системы для роботов ROS (Robot Operating System), которая дает возможность быстрой разработки и тестирования. Sphinx основывается на открытых системных архитектурах и использует известные инструментарию в своей реализации.

Наличие блока нейронной обработки на борту позволяет роботу снять вычислительные ограничения, когда дело доходит до производительности, необходимой для выполнения задач, например, технического зрения. Робот Sphinx состоит из бюджетной и доступной элементной базы и, таким образом, предлагает более дешевую альтернативу более дорогим роботам, сохраняя при этом большинство функций данного класса. Таким образом, Sphinx позволяет использовать более агрессивные способы тестирования алгоритмов для роботов и их систем управления, поскольку затраты на ремонт значительно ниже, чем у более дорогих аналогов. Доступная и бюджетная элементная база робота дает возможность осуществлять тиражирование и проводить исследования с несколькими роботами, например, в области коллаборативной робототехники или группового управления [19, 20]. Очевидно, что Sphinx

может быть полезен и для образовательных целей. Студенты смогут взаимодействовать с роботом в рамках проектных исследований и привносить более новые и свежие идеи по его улучшению.

Sphinx нуждается в дополнительных улучшениях в своем текущем состоянии, таких как одометрия и контроль самобалансировки, поскольку в настоящее время в нем отсутствуют эти функции. Однако, если в будущем эти улучшения будут реализованы, то Sphinx может стать вполне популярным маленьким четвероногим роботом.

Список литературы

1. **Arm P., Zenkl R., Sun B., Dietsche A.** Spacebok: A dynamic legged robot for space exploration // International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2019. P. 6288–6294. doi: 10.3929/ethz-b-000328593.
2. **Hutter M., Gehring C., Lauber A., Gunther F.** ANYmal — toward legged robots for harsh environments // Advanced Robotics. 2017. Vol. 31, N. 17. P. 918–931. DOI: 10.1080/01691864.2017.1378591.
3. **Ченуп А.** Эволюция роботов от Boston Dynamics // Компьютерра, 2019. URL: <https://www.computerra.ru/237711/evolyutsiya-robotov-ot-boston-dynamics>, 2019 (дата обращения: 01 апреля 2023 г.).
4. **Бундин А.** Как Boston Dynamics создала самых знаменитых роботов в мире и когда они начнут помогать людям // Forbes, 2019. URL: <https://www.forbes.ru/biznes/384935-kak-boston-dynamics-sozdala-samyh-znamenityh-robotov-v-mire-i-kogda-oni-nachnut> (дата обращения: 01 апреля 2023 г.).
5. **Guizzo E.** Boston Dynamics Spot Robot Dog Goes on Sale // IEEE Spectrum, 2019. URL: <https://spectrum.ieee.org/boston-dynamics-spot-robot-dog-goes-on-sale> (дата обращения: 01 апреля 2023 г.).
6. **Boston Dynamics' Spot is leaving the laboratory.** URL: <https://www.theverge.com/2019/9/24/20880511/boston-dynamics-spot-robot-mini-hands-on-lease-buy> (дата обращения: 01 апреля 2023 г.).
7. **Васильев Р., Петровский А.** Автоматическая черепаха // Радио. 1958. № 3. С. 48–51.

8. **Petoi Robot Cat Nybble.** URL: <https://www.petoi.com/products/petoi-nybble-robot-cat> (дата обращения: 01 апреля 2023 г.).

9. **Kau N., Schultz A., Ferrante N., Slade P.** Stanford doggo: An open-source, quasi-directdrive-quadruped, 2019 // International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2019. P. 6309–6315.

10. **Вольф Д. А.** Программная реализация группового управления коллекторными двигателями // Труды 33-й Международной научно-технической конференции "Экстремальная робототехника". СПб.: ЦНИИ РТК, 2022. Вып. 33. С. 206–212.

11. **Программная библиотека MotoDriver.** URL: <https://github.com/Runsolar/motodriver> (дата обращения: 01 апреля 2023 г.).

12. **Obaida T., Hassan N. F., Jamil A. S.** Comparative of Viola-Jones and YOLO v3 for Face Detection in Real time // Iraqi Journal of Computers, Communications, Control and Systems Engineering. 2022. Vol. 22(2). P. 63–72. DOI: 10.33103/uot.ijccse.22.2.6.

13. **Liu W.** Video face detection based on deep learning // Wireless Personal Communications. 2018. Vol. 102, N. 4. P. 2853–2868.

14. **Hassan N. F., Abdulrazzaq H. I.** Pose invariant palm vein identification system using convolutional neural network // Baghdad Science Journal. 2018. Vol. 15, N. 4.

15. **Dang K., Sharma S.** Review and comparison of face detection algorithms // 7th International Conference on Cloud Computing, Data Science & Engineering-Confluence, IEEE. 2017. P. 629–633.

16. **Chenwei L., Jia L., Wei Qi Y.** Human Action Recognition From Digital Videos Based on Deep Learning // Proceedings of the 5th International Conference on Control and Computer Vision. 2022. Vol. 22. P. 150–155.

17. **Файл detect-camera.cpp.** URL: https://github.com/khadas/OpenCV_NPU_Demo (дата обращения: 01 апреля 2023 г.).

18. **Файл flask-face.py.** URL: <https://github.com/khadas/ksnn> (дата обращения: 01 апреля 2023 г.).

19. **Galin R. R., Meshcheryakov R. V., Mamchenko M. V.** Simple Task Allocation Algorithm in a Collaborative Robotic System // Frontiers in Robotics and Electromechanics. Sankt-Petersburg: Springer. 2023. P. 433–447.

20. **Shirokov A. S., Salomatin A. A., Galin R. R., Zorin V. A.** Modeling of Joint Motion Planning of Group of Mobile Robots and Unmanned Aerial Vehicle // Frontiers in Robotics and Electromechanics. Singapore: Springer. 2023. P. 163–177.

Interactive Quadruped Felid Class Robot with a Neural Processing Unit

D. A. Wolf, runsolar@mail.ru, **R. V. Meshcheryakov**, mrv@ipu.ru, **A. O. Iskhakova**, iao@ipu.ru,
V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences,
Moscow, 117997, Russian Federation

Corresponding author: Iskhakova A. O., PhD, Leading Research, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997, Russian Federation, e-mail: iao@ipu.ru

Accepted on May 17, 2023

Abstract

The authors consider the urgent task of developing bionic robots, in particular robots on four legs. Their advantages are the ability to move on uneven terrain, to perform reconnaissance, rescue and other dangerous work, where they could replace humans. A review of the existing best-known and most functional bionic four-legged robots is given, with descriptions of their strengths and weaknesses, as well as peculiarities of their movement and use. The main problems in the development of such devices and their control systems are highlighted. The article provides information on the research and development of an

interactive bionic robot of the felid class, whose skeletal structure control implementation is deeply explored. The features of hardware and software implementation of the robot are considered, and schematic and real images of the construction are presented. The application of a microcomputer device with a neural processing unit to solve the problem of machine vision is highlighted. The results of testing machine vision using the Yolo3 neural network in streaming video mode are presented. The average accuracy of the open face recognition as a result of the tests was 95 %. For different degrees of occlusion, the average score was 80 %, and occlusion variants in which the neural network was unable to recognize faces were also identified. The article concludes with a discussion of the advantages and disadvantages of the proposed robot and the possibility of its application in human life, including the solution of various practical tasks.

Keywords: robot, bionics, hardware implementation, software implementation, microcontroller, microcomputer, neural processing unit, technical vision, neural network

Acknowledgements. The study was carried out with the financial support of the Russian Academy of Sciences in the framework of scientific project No. 23-19-00664.

For citation:

Wolf D. A., Meshcheryakov R. V., Iskhakova A. O. Interactive Quadruped Felid Class Robot with a Neural Processing Unit, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 10, pp. 542–550 (in Russian).

DOI: 10.17587/mau.24.542-550

References

1. **Arm P., Zenkl R., Sun B., Dietsche A.** Spacebok: A dynamic legged robot for space exploration, *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2019, pp. 6288–6294, doi: 10.3929/ethz-b-000328593.
2. **Hutter M., Gehring C., Lauber A., Gunther F.** ANYmal — toward legged robots for harsh environments, *Advanced Robotics*, 2017, vol. 31, no. 17, pp. 918–931, doi: 10.1080/01691864.2017.1378591.
3. **Chepur A.** Evolution of Robots from Boston Dynamics, *Computerra*, 2019, available at: <https://www.computerra.ru/237711/evolyutsiya-robotov-ot-boston-dynamics> (accessed: 01.04.2023) (in Russian).
4. **Bundin A.** How Boston Dynamics created the world's most famous robots and when they will start helping people, *Forbes*, 2019, available at: <https://www.forbes.ru/biznes/384935-kak-boston-dynamics-sozdala-samyh-znamenityh-robotov-v-mire-i-kogda-oni-nachnut> (accessed: 01.04.2023) (in Russian).
5. **Guizzo E.** Boston Dynamics Spot Robot Dog Goes on Sale, *IEEE Spectrum*, 2019, available at: <https://spectrum.ieee.org/boston-dynamics-spot-robot-dog-goes-on-sale> (accessed: 01.04.2023).
6. **Boston Dynamics'** Spot is leaving the laboratory, available at: <https://www.theverge.com/2019/9/24/20880511/boston-dynamics-spot-robot-mini-hands-on-lease-buy> (accessed: 01.04.2023).
7. **Vasilyev R., Petrovsky A.** Automatic turtle, *Radio Magazine*, 1958, vol. 3, pp. 48–51 (in Russian).
8. **Petoi** Robot Cat Nybble, available at: <https://www.petoi.com/products/petoi-nybble-robot-cat> (accessed: 01.04.2023).
9. **Kau N., Schultz A., Ferrante N., Slade P.** Stanford doggo: An open-source, quasi-directdrive-quadruped, 2019, *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2019, pp. 6309–6315.
10. **Wolf D. A.** Software implementation of group control of collector motors, *Proceedings of the 33rd International Scientific and Technical Conference "Extreme Robotics"*. St. Petersburg: Central Research Institute of Robotics and Technical Cybernetics, 2022, iss. 33, pp. 206–212 (in Russian).
11. **MotoDriver** software library, available at: <https://github.com/Runsolar/motodriver> (accessed: 01.04.2023).
12. **Obaida T., Hassan N. F., Jamil A. S.** Comparative of Viola-Jones and YOLO v3 for Face Detection in Real time, *Iraqi Journal of Computers, Communications, Control and Systems Engineering*, 2022, vol. 22(2), pp. 63–72, doi: 10.33103/uot.ijcce.22.2.6.
13. **Liu W.** Video face detection based on deep learning, *Wireless Personal Communications*, 2018, vol. 102, no. 4, pp. 2853–2868.
14. **Hassan N. F., Abdulrazzaq H. I.** Pose invariant palm vein identification system using convolutional neural network, *Baghdad Science Journal*, 2018, vol. 15, no. 4.
15. **Dang K., Sharma S.** Review and comparison of face detection algorithms, *7th International Conference on Cloud Computing, Data Science & Engineering-Confluence*, IEEE, 2017, pp. 629–633.
16. **Chenwei L., Jia L., Wei Qi Y.** Human Action Recognition from Digital Videos Based on Deep Learning, *Proceedings of the 5th International Conference on Control and Computer Vision*, 2022, vol. 22, pp. 150–155.
17. **File** detect-camera.cpp, available at: https://github.com/khadas/OpenCV_NPU_Demo (accessed: 01.04.2023).
18. **File** flask-face.py, available at: <https://github.com/khadas/ksnn> (accessed: 01.04.2023).
19. **Galin R. R., Meshcheryakov R. V., Mamchenko M. V.** Simple Task Allocation Algorithm in a Collaborative Robotic System, *Frontiers in Robotics and Electromechanics*, Sankt-Petersburg: Springer, 2023, pp. 433–447.
20. **Shirokov A. S., Salomatin A. A., Galin R. R., Zorin V. A.** Modeling of Joint Motion Planning of Group of Mobile Robots and Unmanned Aerial Vehicle, *Frontiers in Robotics and Electromechanics*, Singapore, Springer, 2023, pp. 163–177.

С. В. Соколов¹, д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой "Информатика и вычислительная техника", s.v.s.888@yandex.ru,
В. А. Погорелов², д-р техн. наук, доц., проф. кафедры "Информатика и вычислительная техника", vadim.pogorelov.rnd@gmail.com,
А. Л. Охотников³, зам. начальника Департамента — нач. отдела стратегического развития, a.ohotnikov@vniias.ru,

М. В. Куриненко¹, науч. сотр., poliakova.marianna@mail.ru,

¹ Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ), Северо-Кавказский филиал, Россия, г. Ростов-на-Дону,

² Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону,

³ Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи на железнодорожном транспорте (АО "НИИАС"), Москва

Метод комплексирования данных электронных карт и спутниковых измерений для высокоточного позиционирования подвижных объектов

Рассмотрен новый подход к обработке спутниковых навигационных измерений для высокоточного позиционирования подвижных объектов, движущихся по заранее известным (программным) траекториям. Существующие методы обработки спутниковой информации, использующие метод наименьших квадратов или его различные модификации, обеспечивают требуемую точность позиционирования в основном только для стационарных объектов. Вместе с тем, для оценки состояния высокодинамичных объектов, с учетом зашумления спутниковых измерений, весьма эффективным является применение современных методов теории стохастической фильтрации, учитывающих и неравномерность движения транспортного объекта, и ошибки при обработке измерений. В основу рассматриваемого подхода положено использование указанных методов нелинейной стохастической фильтрации. Повышение точности позиционирования подвижного объекта предлагается достичь за счет применения электронных карт. Использование цифровой модели пути обеспечивает возможность аппроксимации с заданной точностью априорной (программной) траектории подвижного объекта набором траекторных интервалов-ортодромий. Данные интервалы позволяют установить аналитическую зависимость от навигационных параметров, что обеспечивает высокую точность позиционирования и существенное сокращение вычислительных затрат. Комплексирование информации электронных карт и алгоритмов стохастической фильтрации для динамической обработки спутниковых измерений позволило резко сократить вычислительные затраты при оценке текущих координат подвижного объекта при одновременном существенном повышении точности позиционирования по сравнению с традиционными методами обработки спутниковых сообщений. Эффективность предложенного метода проиллюстрирована численным примером.

Ключевые слова: пространственные координаты подвижного объекта, ортодромическая траектория, доплеровские измерения, измерения псевдодальности, нелинейная фильтрация

Введение

На сегодняшний день одним из основных путей решения задачи высокоточного позиционирования подвижных объектов является использование спутниковых измерений — псевдодальности и псевдоскорости объекта, полученных от спутниковых навигационных систем (СНС) [1–7]. Но несмотря на постоянное совершенствование средств спутниковой навигации обеспечить даже субметровую точность определения координат с помощью СНС в ус-

ловиях горного рельефа, при высоком уровне атмосферных помех, при многократных отражениях в условиях городской застройки и пр. при неизбежных инструментальных погрешностях передатчика спутника и приемника объекта в настоящее время оказывается весьма проблематично [6–9]. Данное обстоятельство приводит к необходимости разработки новых методов обработки спутниковых измерений, существенно превосходящих по точности традиционные алгоритмы. На текущий момент подавляющее большинство всех методов обра-

ботки спутниковой информации построено на использовании или метода наименьших квадратов (МНК), или его модификаций [6, 7, 9]. Подобные подходы обеспечивают требуемую точность позиционирования в основном для стационарных объектов и оказываются нередко неэффективны для подвижных, особенно высокодинамичных, объектов. Одной из причин этого является принципиальная невозможность учета в данных методах динамики движения объекта. В то же время, для оценки параметров состояния стохастических динамических объектов по зашумленным измерениям, к классу которых и относятся спутниковые измерения, разработан обширный класс методов нелинейной стохастической фильтрации, учитывающих как характерную динамику объекта, так и наличие помех в измерениях, и при этом значительно превосходящих по эффективности МНК [10—17]. В связи с этим для повышения точности позиционирования подвижных объектов представляет существенный интерес обобщение методов нелинейной фильтрации на обработку спутниковых навигационных сообщений. Основной трудностью здесь является формирование по спутниковым измерениям уравнения движения объекта, инвариантного к его виду и условиям функционирования.

Помимо стохастической обработки спутниковых измерений другим весьма эффективным путем повышения точности позиционирования объекта является использование информации, содержащейся в известной траектории объекта. Широкое применение электронных карт обеспечивает возможность аппроксимации с заданной точностью заранее известной (программной) траектории объекта набором траекторных интервалов-ортодромий, позволяющих использовать аналитические зависимости навигационных параметров, которые обеспечивают высокую точность позиционирования на траектории при одновременном сокращении вычислительных затрат [3, 18—20]. Подобная аппроксимация траектории (разбиение на интервалы) оказывается особенно эффективной для таких видов транспорта, как автомобильный, железнодорожный, гражданская авиация и др. Но несмотря на подобные преимущества использования такой аппроксимации для объектов самого различного назначения работы по ее применению при обработке спутниковых измерений практически отсутствуют.

Постановка задачи

В соответствии с вышеизложенным представляет значительный практический и теоретический интерес дальнейшее развитие методов обработки спутниковых навигационных измерений на основе использования, во-первых, уравнений движения объекта, сформированных по спутниковым измерениям и инвариантных к виду объекта и условиям его функционирования, во-вторых, методов нелинейной фильтрации, учитывающих динамику движения объекта, и, в третьих, возможности высокоточной аппроксимации траектории объекта набором интервалов-ортодромий по данным электронных карт. Как показано ниже, комплексирование вышеперечисленных методов позволяет существенно сократить вычислительные затраты при радикальном повышении точности позиционирования подвижных объектов — до сантиметрового диапазона, что является особенно актуальным в системах автоматического управления подвижными объектами.

Данную задачу будем решать следующим образом: сначала сформируем уравнения, описывающие динамику изменения навигационных параметров подвижного объекта и их наблюдателя на основе измерений СНС. Далее трансформируем полученные уравнения для траекторного участка, полученного при разбиении исходной известной траектории и представляющего собой ортодромию (кратчайшую траекторию между координатами начала и конца участка). После этого, используя уравнения объекта и его наблюдателя на ортодромии, построим алгоритм нелинейной фильтрации, обеспечивающий искомую стохастическую оценку навигационных параметров объекта по спутниковым измерениям.

Формирование уравнений навигационных параметров объекта с использованием спутниковых измерений

Для построения уравнений, описывающих динамику навигационных параметров объекта, рассмотрим сначала модели сигналов кодовых и доплеровских измерений в форме, ориентированной на возможность их использования в процедуре данного синтеза. При этом предполагаем, что частота съема спутниковых сообщений (достигающая на данный момент 100 Гц, например, для навигационных приемников *Javad*, *Trimble* и др.) позволяет считать

спутниковые навигационные измерения непрерывными. В стандартном режиме модель стохастического информационного сигнала Z_R кодовых измерений (псевдодалности) может быть представлена как [6, 7]

$$Z_R = \sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2} + W_R, \quad (1)$$

где ξ_c, η_c, ζ_c — известные координаты спутника в геоцентрической системе координат (ГСК); ξ, η, ζ — определяемые координаты объекта в ГСК; W_R — помеха измерения псевдодалности.

При этом информационная модель псевдоскорости (сигнала доплеровских измерений) Z_V описывается следующим образом [6, 7]:

$$Z_V = [(\xi_c - \xi)(V_{\xi_c} - V_\xi) + (\eta_c - \eta)(V_{\eta_c} - V_\eta) + (\zeta_c - \zeta)(V_{\zeta_c} - V_\zeta)] \times (\sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2})^{-1} + W_V, \quad (2)$$

где $V_{\xi_c}, V_{\eta_c}, V_{\zeta_c}$ — проекции вектора скорости спутника на оси ГСК; V_ξ, V_η, V_ζ — проекции вектора скорости объекта на оси ГСК; W_V — помехи доплеровских измерений.

Учитывая равномощность различных случайных факторов (атмосферные возмущения, особенности городской застройки, инструментальные погрешности аппаратуры СНС и пр.), влияющих на характер помех кодовых и доплеровских измерений, будем полагать далее помехи доплеровских W_V и кодовых W_R измерений центрированными белыми гауссовскими шумами (БГШ) с известными интенсивностями D_V и D_R , соответственно.

Уравнение (2), записанное относительно вектора координат объекта $[\xi \ \eta \ \zeta]^T$, трансформируется к дифференциальному уравнению, представленному ниже:

$$[(\xi_c - \xi)V_{\xi_c} + (\eta_c - \eta)V_{\eta_c} + (\zeta_c - \zeta)V_{\zeta_c}] - \sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2} (Z_V - W_V) = -[\xi_c - \xi \ \eta_c - \eta \ \zeta_c - \zeta] \dot{\xi} \ \dot{\eta} \ \dot{\zeta}^T. \quad (3)$$

Но данного уравнения, построенного по доплеровским измерениям только одного спутника, для определения трех координат объекта оказывается недостаточно.

Для возможности сокращения числа переменных в данном уравнении ниже используем факт

движения объекта по интервалу траектории (участку), являющемуся кратчайшей траекторией между координатами начала и конца участка, т. е. *ортодромией*. Аппроксимация подобными интервалами известных траекторий движения позиционируемых объектов (автострад, железных дорог, программных траекторий летательных аппаратов и пр.) при наличии электронных карт является достаточно простой, однократно решаемой, вычислительной задачей [21].

Ранее в работах [3, 18] было показано наличие на ортодромии аналитической зависимости между пространственными координатами объекта, имеющей следующий вид:

$$\begin{aligned} \xi &= (\cos P_0)P\eta - (\sin P_0)a_0\sqrt{a_1 - \eta^2}; \\ \zeta &= (\sin P_0)P\eta + (\cos P_0)a_0\sqrt{a_1 - \eta^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\sqrt{1 + P^2} = a_0, \frac{r^2}{1 + P^2} = a_1$;

$$P = \frac{\xi_1\zeta_0 - \xi_0\zeta_1}{\sqrt{(\xi_1^2 + \zeta_1^2)(\xi_0^2 + \zeta_0^2)}}; \\ P_0 = \arctg \frac{\eta_0\xi_1\sqrt{r^2 - \eta_1^2}\sqrt{\zeta_0^2 + \xi_0^2} - \eta_1\xi_0\sqrt{r^2 - \eta_0^2}\sqrt{\zeta_1^2 + \xi_1^2}}{\eta_1\zeta_0\sqrt{r^2 - \eta_0^2}\sqrt{\zeta_1^2 + \xi_1^2} - \eta_0\zeta_1\sqrt{r^2 - \eta_1^2}\sqrt{\zeta_0^2 + \xi_0^2}};$$

ξ_0, η_0, ζ_0 — координаты начальной точки ортодромического участка траектории; ξ_1, η_1, ζ_1 — координаты конечной точки ортодромического участка траектории; r — радиус Земли.

Выражение для параметра P можно представить также в более компактной форме:

$$P = \frac{\xi_1\zeta_0 - \xi_0\zeta_1}{r\sqrt{\eta_0^2 + \eta_1^2} - 2\eta_0\eta_1 \cos \varphi},$$

где φ — угол между векторами, проведенными из начала ГСК в начальную и конечную точки движения, соответственно.

Приведенные соотношения с использованием операции дифференцирования выражений (4) позволяют также определить связь проекций скорости объекта в ГСК:

$$\begin{aligned} V_\xi &= ((\cos P_0)P + (\sin P_0)a_0(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta)V_\eta; \\ V_\zeta &= ((\sin P_0)P - (\cos P_0)a_0(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta)V_\eta. \end{aligned} \quad (5)$$

Совместное использование выражений (4), (5) позволяет преобразовать уравнение координат объекта (3) для случая ортодромии следующим образом:

$$\begin{aligned} & [(\xi_c - (\cos P_0)P\eta + (\sin P_0)a_0\sqrt{a_1 - \eta^2})V_{\xi_c} + (\eta_c - \eta)V_{\eta_c} + (\zeta_c - (\sin P_0)P\eta - (\cos P_0)a_0\sqrt{a_1 - \eta^2})V_{\zeta_c}] - \\ & - (Z_V - W_V)\sqrt{(\xi_c - (\cos P_0)P\eta + (\sin P_0)a_0\sqrt{a_1 - \eta^2})^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - (\sin P_0)P\eta - (\cos P_0)a_0\sqrt{a_1 - \eta^2})^2} = \\ & = (\xi_c - (\cos P_0)P\eta + (\sin P_0)a_0\sqrt{a_1 - \eta^2})((\cos P_0)P + (\sin P_0)a_0(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta)V_{\eta} + (\eta_c - \eta)V_{\eta} + \\ & + (\zeta_c - (\sin P_0)P\eta - (\cos P_0)a_0\sqrt{a_1 - \eta^2})((\sin P_0)P - (\cos P_0)a_0(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta)V_{\eta}. \end{aligned}$$

Приводя переменные с учетом движения по поверхности Земли (т. е. $\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} = r$), получим:

$$\begin{aligned} & q_{0t} + q_{1t}\eta + q_{2t}\sqrt{a_1 - \eta^2} - \\ & - (Z_V - W_V)\sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t}\eta + \Theta_{3t}\sqrt{a_1 - \eta^2}} = \\ & = (\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + \frac{\Theta_{3t}}{2}(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta)\dot{\eta}, \end{aligned}$$

где $\dot{\eta} = V_{\eta}$, $\xi_c V_{\xi_c} + \eta_c V_{\eta_c} + \zeta_c V_{\zeta_c} = q_{0t}$;
 $\xi_c P \cos P_0 + \eta_c + \zeta_c P \sin P_0 = \chi_{0t}$,
 $-(V_{\xi_c} P \cos P_0 + V_{\eta_c} + V_{\zeta_c} P \sin P_0) = q_{1t}$;
 $a_0(V_{\xi_c} \sin P_0 - V_{\zeta_c} \cos P_0) = q_{2t}$,
 $\Theta_{1t} = \xi_c^2 + \eta_c^2 + \zeta_c^2 + r^2$,
 $\Theta_{2t} = -2[\xi_c P \cos P_0 + \eta_c + \zeta_c P \sin P_0]$,
 $\Theta_{3t} = 2a_0[\xi_c \sin P_0 - \zeta_c \cos P_0]$ — временные функции.

В форме Ланжевена данное стохастическое уравнение, описывающее динамику навигационных параметров объекта, движущегося по ортодромии, и использующее измерения только одного спутника, имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{\eta} = & \frac{q_{0t} + q_{1t}\eta + q_{2t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + \frac{\Theta_{3t}}{2}(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta} - \\ & - \frac{Z_V\sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t}\eta + \Theta_{3t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + \frac{\Theta_{3t}}{2}(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta} + \\ & + \frac{\sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t}\eta + \Theta_{3t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + \frac{\Theta_{3t}}{2}(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta} W_V \end{aligned}$$

или

$$\dot{\eta} = F_{\eta}(\eta, t) + F_{0\eta}(\eta, t)W_V, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} F_{\eta}(\eta, t) = & \frac{q_{0t} + q_{1t}\eta + q_{2t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + \frac{\Theta_{3t}}{2}(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta} - \\ & - \frac{Z_V\sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t}\eta + \Theta_{3t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + \frac{\Theta_{3t}}{2}(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta}; \\ F_{0\eta}(\eta, t) = & \frac{\sqrt{\Theta_{1t} + \Theta_{2t}\eta + \Theta_{3t}\sqrt{a_1 - \eta^2}}}{\chi_{0t} + (a_0^2 - P^2 - 1)\eta + \frac{\Theta_{3t}}{2}(\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta}. \end{aligned}$$

Решение уравнения (6) относительно переменной η с одновременным использованием выражений (4) позволяет полностью решить задачу позиционирования объекта. Но имея в виду стохастический характер данного уравнения, дальнейшее решение задачи позиционирования будем осуществлять с привлечением стохастических методов оценки координаты η , используя хорошо разработанный аппарат теории нелинейной стохастической фильтрации [10–13]. На сегодняшний день среди методов нелинейной фильтрации одним из наиболее эффективных по критерию "точность—вычислительные затраты" является расширенный (нелинейный) фильтр Калмана [12, 13]. Но для его использования помимо наличия уравнения объекта (6) необходимо еще иметь уравнение его наблюдателя. Для построения такого наблюдателя сделаем следующие построения.

Синтез информационной модели наблюдателя навигационных параметров объекта

Выберем в качестве сигнала наблюдения навигационного параметра η (пространственной координаты) сигнал измерения псевдодальности. В этом случае, опираясь на выражение для измерений псевдодальности (1) и соотношения (4), (5), при движении по ортодромии получаем:

$$Z_{Rort} = \sqrt{(\xi_c - (\cos P_0)P\eta + (\sin P_0)a_0\sqrt{a_1 - \eta^2})^2 + \rightarrow} \\ \rightarrow + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - (\sin P_0)P\eta - (\cos P_0)a_0\sqrt{a_1 - \eta^2})^2 + \\ + W_R = H(\eta, t) + W_R, \quad (7)$$

где W_R — помехи кодовых измерений.

Вводя обозначения $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ приведенные ниже, функциональную зависимость функции наблюдения $H(\eta, t)$ от навигационных параметров можно привести к достаточно простому виду:

$$H(\eta, t) = \sqrt{\xi_c^2 + \eta_c^2 + \zeta_c^2 + r^2} - \rightarrow \\ \rightarrow -2[\xi_c P \cos P_0 + \eta_c + \zeta_c P \sin P_0]\eta + \rightarrow \\ \rightarrow + 2a_0[\xi_c \sin P_0 - \zeta_c \cos P_0]\sqrt{a_1 - \eta^2} = \\ = \sqrt{\Theta_1 + \Theta_2\eta + \Theta_3\sqrt{a_1 - \eta^2}},$$

где $\Theta_1 = \xi_c^2 + \eta_c^2 + \zeta_c^2 + r^2$;

$\Theta_2 = -2[\xi_c P \cos P_0 + \eta_c + \zeta_c P \sin P_0]$;

$\Theta_3 = 2a_0[\xi_c \sin P_0 - \zeta_c \cos P_0]$ — известные функции времени.

Совместное использование уравнения наблюдения (7) и уравнения объекта (6) позволяет построить расширенный фильтр Калмана, обеспечивающий субоптимальную оценку пространственной координаты η :

$$\dot{\hat{\eta}} = F_{\eta}(\hat{\eta}, t) + K(\hat{\eta}, t)(Z_{Rort} - H(\hat{\eta}, t)); \\ K(\hat{\eta}, t) = R(\hat{\eta}, t) \frac{\partial H(\hat{\eta}, t)}{\partial \hat{\eta}} D_R^{-1}; \\ \dot{R}(\hat{\eta}, t) = 2R(\hat{\eta}, t) \frac{\partial F_{\eta}(\hat{\eta}, t)}{\partial \hat{\eta}} + \\ + F_{0\eta}^2(\eta, t) D_V - \left(R(\hat{\eta}, t) \frac{\partial H(\hat{\eta}, t)}{\partial \hat{\eta}} \right)^2 D_R^{-1}, \quad (8)$$

где $\hat{\eta}$ — текущая оценка координаты η ; $R(\hat{\eta}, t)$ — апостериорная ковариационная функция; $\hat{\eta} = M(\eta_0)$, $R_0 = M\{(\eta_0 - \hat{\eta}_0)^2\}$.

В свою очередь, использование текущей оценки $\hat{\eta}$ координаты η , полученной при интегрировании уравнений (8), совместно с соотношениями (4) позволяет полностью решить поставленную задачу позиционирования подвижных объектов по зашумленным спутниковым измерениям. В силу того, что уравнение (6) одномерное, размерность фильтра (8) равна 2, в то время как в случае фильтрации трех коор-

динатных параметров, т. е. без учета движения по ортодромии, размерность фильтра Калмана будет равна 12 — выигрыш в вычислительных затратах очевиден.

Для оценки эффективности предложенного алгоритма рассмотрим следующий пример.

Методический пример

Беспилотный транспортный объект (БТО), имеющий в качестве навигационной системы СНС, двигался вдоль местного меридиана из точки с долготой 30° и широтой 45° (т. е. $\xi_0 = 2\,253\,549$ м, $\eta_0 = 4\,507\,098$ м, $\zeta_0 = 3\,903\,261$ м) в точку с долготой 30° и широтой 47° ($\xi_1 = 2\,173\,875$ м, $\eta_1 = 4\,660\,125$ м, $\zeta_1 = 3\,765\,152$ м).

На всем интервале движения динамика проекции скорости БТО $V_{\eta} = \dot{\eta}$ на ось η ГСК определялась с учетом динамики горизонтальной составляющей его скорости в географической СК

$$V_r = 20 + 5\sin 0,02t \text{ (м} \cdot \text{с}^{-1}\text{)}$$

следующим образом:

$$\dot{\eta} = V_r \sqrt{1 - \left(\frac{\eta}{r}\right)^2}. \quad (9)$$

В процессе моделирования движения БТО изменение во времени его истинной координаты η определялось интегрированием уравнения (9) методом Рунге—Кутты 4-го порядка с шагом $\Delta t = 0,01$ с на временном интервале $t \in [0; 1000]$ с, координаты ξ, ζ вычислялись по соотношениям (4).

Моделирование навигационных параметров спутника, необходимых для формирования моделей кодовых и доплеровских измерений, осуществлялось путем интегрирования уравнений движения спутника (скоростей $V_{\xi_c}, V_{\eta_c}, V_{\zeta_c}$ и координат ξ_c, η_c, ζ_c в ГСК), приведенных в работе [6], методом Рунге—Кутты 4-го порядка при следующих начальных условиях:

$$\xi_{c0} = 21,85 \cdot 10^6 \text{ м}, \eta_{c0} = 4,9 \cdot 10^6 \text{ м}, \zeta_{c0} = 4,3 \cdot 10^6 \text{ м},$$

$$V_{\xi_{c0}} = 1,4 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}, V_{\eta_{c0}} = 3,9 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1},$$

$$V_{\zeta_{c0}} = -1,8 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Оценку эффективности предложенного подхода проводили путем оценивания навигационных параметров БТО расширенным филь-

тром Калмана (8), реализованным с использованием метода Рунге—Кутты 4-го порядка с шагом 0,01 с и начальной ошибкой оценки координаты η 15 м. Оценка траектории БТО рассматривалась для двух вариантов СНС:

— СНС среднего класса точности, для которой в качестве моделируемого шума W_V использовался центрированный БГШ с типичной для данного класса дисперсией $(0,1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1})^2$, в качестве W_R — центрированный БГШ с дисперсией $(5 \text{ м})^2$;

— СНС низкого класса точности, для которой использовался центрированный БГШ W_V с дисперсией $(0,3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1})^2$ и центрированный БГШ W_R с дисперсией $(15 \text{ м})^2$.

График ошибки оценки координаты η БТО для СНС средней точности приведен на рис. 1. Анализ динамики ошибок показывает, что уже на начальном временном интервале, не превышающем 10 с, ошибка оценки координаты η имеет ярко выраженную тенденцию к резкому уменьшению до 2 м. Далее ошибка плавно

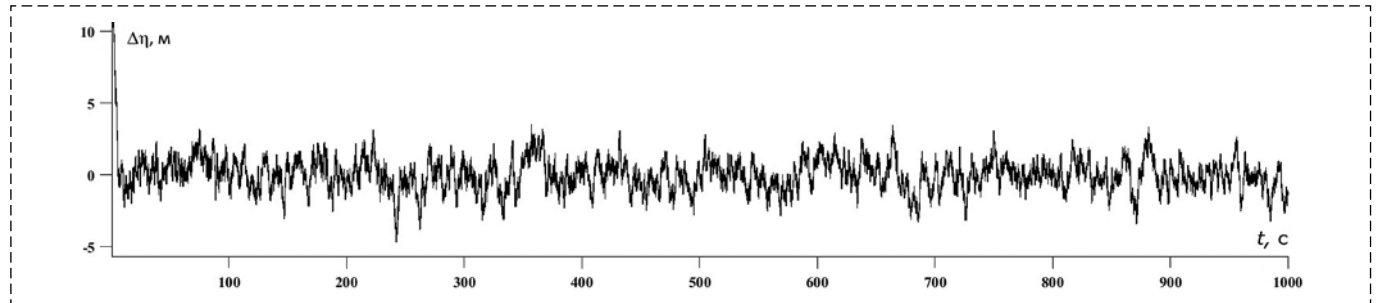


Рис. 1. Ошибка оценки координаты η для СНС средней точности
 Fig. 1. Error in estimating the coordinates η for the SNS of average accuracy

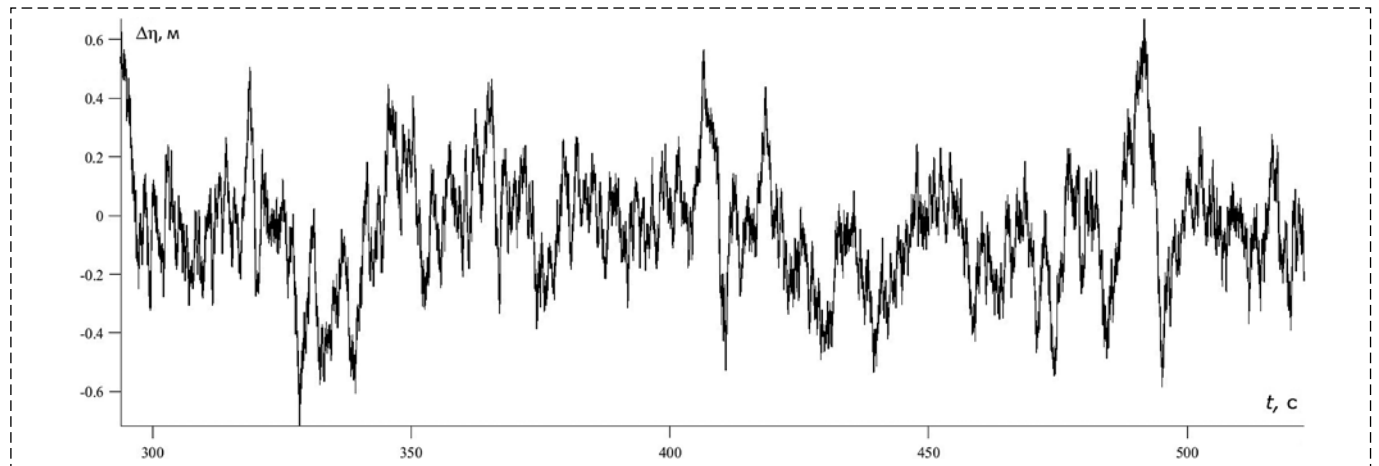


Рис. 2. Фрагмент ошибки оценки координаты η на интервале времени от 300 до 500 с
 Fig. 2. Fragment of the coordinate η estimation error in the time interval from 300 to 500 seconds

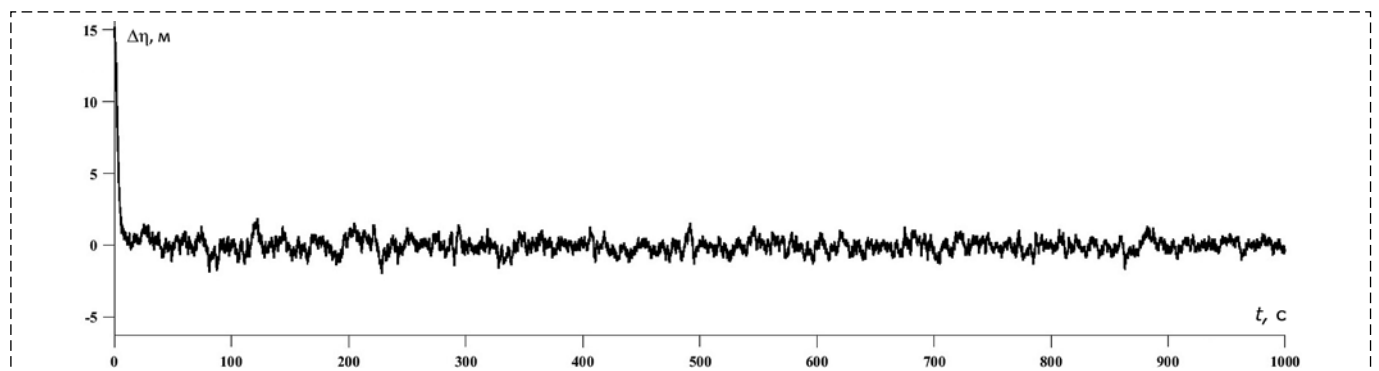


Рис. 3. Ошибка оценки координаты η для СНС низкой точности
 Fig. 3. Coordinate η estimation error for low-precision SNS

уменьшается и на всем интервале моделирования не превышает 0,7 м, что проиллюстрировано на рис. 2, где показан фрагмент изменения ошибки оценки η на интервале времени от 300 до 500 с (на этом интервале ошибка оценки η не превысила даже 0,6 м).

На рис. 3 показан график ошибки оценки координаты η БТО для СНС низкой точности. Характер изменения ошибки здесь по-прежнему демонстрирует высокую степень сходимости и устойчивости процесса фильтрации, хотя уровень ошибок в установившемся режиме возрос до 3...4 м. При этом следует отметить, что для объектов, использующих СНС низкой точности, подобная точность позиционирования существенно превышает требуемую.

Заключение

Резюмируя вышеизложенное, в качестве основных особенностей рассмотренного подхода, определяющих его преимущества по сравнению с традиционными методами, можно отметить следующие:

— повышение точности позиционирования подвижного объекта за счет учета динамики его движения;

— возможность использования только одного спутника для решения задачи позиционирования, что позволяет повысить устойчивость решения навигационной задачи в случае деградации спутниковой группировки, а в штатном режиме (при одновременном функционировании нескольких спутников) за счет формирования банка фильтров вида (8) существенно увеличить точность позиционирования;

— минимальную размерность навигационного фильтра, обеспечивающую, в свою очередь, минимальный объем вычислительных затрат при его реализации,

— высокую сходимость и устойчивость процесса фильтрации.

Полученные результаты численного эксперимента в совокупности с отмеченными выше преимущественными особенностями предложенного метода позволяют сделать вывод о возможности его эффективного практического применения для позиционирования подвижных объектов при рассмотренном выше комплексировании электронных карт и спутниковых навигационных измерений.

Список литературы

1. **Bhatti J., Humphreys T.** Hostile control of ships via false GPS signals: Demonstration and detection // *NAVIGATION: Journal of The Institute of Navigation*. 2017. Vol. 64, N. 1. DOI 10.1002/navi.183.
2. **Микрин Е., Михайлов М.** Навигация космических аппаратов по измерениям от глобальных спутниковых навигационных систем. М.: Изд. МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. 344 с.
3. **Розенберг И. Н., Соколов С. В., Уманский В. И., Погорелов В. А.** Теоретические основы тесной интеграции инерциально-спутниковых навигационных систем. М.: ООО Издательская фирма "Физико-математическая литература", 2018. 305 с.
4. **Соколов С. В., Погорелов В. А.** Стохастическая оценка, управление и идентификация в высокоточных навигационных системах. М.: ООО Издательская фирма "Физико-математическая литература", 2016. 264 с.
5. **Емельянцева Г. И., Степанов А. П.** Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. С.-Петербург: Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор", 2016. 394 с.
6. **ГЛОНАСС.** Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. М: Радиотехника, 2010. 800 с.
7. **Кинкулькин И. Е.** Глобальные навигационные спутниковые системы: алгоритмы функционирования аппаратуры потребителя. М.: Радиотехника, 2018. 325 с.
8. **Jin T., Hu B., Sun Y.** et al. Optimal Solution to Multi-Frequency BDS Code-Multipath Combination Measurement // *The Journal of Navigation*. 2019. Vol. 72, N. 5. P. 1297—1314. DOI 10.1017/S0373463319000158.
9. **Косарев Н. С., Падве В. А., Сергеев С. А., Дударев В. И.** Использование синтезированного варианта алгоритма параметрической версии МНК-оптимизации результатов ГНС-измерений для их сравнительного анализа // *Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий)*. 2018. Т. 23, № 3. С. 30—45.
10. **Al Bitar N., Gavrillov A.** A novel approach for aiding unscented Kalman filter for bridging GNSS outages in integrated navigation systems. // *Navigation, Journal of the Institute of Navigation*. 2021. Vol. 68, N. 3. P. 521—539. DOI 10.1002/navi.435.
11. **Sage A. P., Melsa J. L., Steinway W. J.** Estimation Theory with Applications to Communication and Control // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*. Oct. 1971. Vol. SMC-1, N. 4. P. 405—405. DOI: 10.1109/TSMC.1971.4308330.
12. **Синицын И. Н.** Фильтры Калмана и Пугачева. М.: Логос, 2007. 772 с.
13. **Тихонов В. И., Харисов В. Н.** Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: учеб. пособие для студентов вузов радиотехн. Специальностей. М.: Радио и связь: Горячая линия -Телеком, 2004. 607 с.
14. **Asgari M., Khaloozadeh H.** Robust extended Kalman filtering for nonlinear systems with unknown input: a UBB model approach // *IET Radar, Sonar and Navigation*. 2020. Vol. 14, N. 11. P. 1837—1844. DOI 10.1049/iet-rsn.2020.0258.
15. **Herrera E. P., Kaufmann H.** Adaptive Methods of Kalman Filtering for Personal Positioning Systems // *Proceedings of the 23rd International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2010)*, Portland, OR, September 2010. P. 584—589.
16. **Hu C., Chen W., Chen Y., Liu D.** Adaptive Kalman Filtering for Vehicle Navigation // *Journal of Global Positioning Systems*. 2003. Vol. 2, N. 1. P. 42—47. DOI:10.5081/jgps.2.1.42.

17. Kerns A. J., Shepard D. P., Bhatti J. A., Humphreys T. E. Unmanned aircraft capture and control via GPS spoofing. // Journal of Field Robotics. 2014. Vol. 31, N. 4. P. 617–636. DOI 10.1002/rob.21513.

18. Kucherenko P. A., Sokolov S. V. Analytical Solution of the Navigation Problem on the Orthodromic Trajectory in the Greenwich Coordinate System // Mechanics of Solids. 2018. Vol. 53, Suppl. 2. P. 133–134. DOI 10.3103/S0025654418050114.

19. Lukasevich V. I., Pogorelov V. A., Sokolov S. V. Nonlinear filtering of vehicle motion parameters in an integrated navigation system using electronic map data // Russian Aeronautics. 2015. Vol. 58, N. 3. P. 338–344. DOI 10.3103/S1068799815030150.

20. Kos S., Zec D., Vrani D. Differential Equation of a Loxodrome on a Sphere // Journal of Navigation. 1999. Vol. 52, N. 3. P. 418–420. DOI 10.1017/S0373463399008395.

21. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018666659 Российская Федерация. Программный комплекс для определения параметров ортодромических траекторий: № 2018663785: заявл. 03.12.2018: опубл. 19.12.2018 / Е. В. Жилина, С. В. Соколов, Е. Н. Тищенко; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)".

A Method of Combining Data from Electronic Maps and Satellite Measurements for High-Precision Positioning of Moving Objects

S. V. Sokolov¹, s.v.s.888@yandex.ru, V. A. Pogorelov², vadim.pogorelov.rnd@gmail.com, A. L. Okhotnikov³, a.ohotnikov@vniias.ru, M. V. Kurinenko¹, poliakova.marianna@mail.ru,

¹Moscow Technical University of Communications and Informatics (MTUCI), North Caucasus Branch, Rostov-on-Don, 344002, Russian Federation,

²Don State Technical University, Rostov-na-Donu, 344003, Russian Federation,

³Research and Design Institute for Information Technology, Signalling and Telecommunications on Railway Transport (JSC NIIAS), Moscow, 107078, Russian Federation

Corresponding author: Okhotnikov A. L., Deputy Head of the Information Technology Department — Head of the Strategic Development Department, Research and Design Institute for Information Technology, Signalling and Telecommunications on Railway Transport (JSC NIIAS), Moscow, 107078, Russian Federation, e-mail: a.ohotnikov@vniias.ru

Accepted on May 25, 2023

Abstract

A new approach to the processing of satellite navigation measurements for high-precision positioning of moving objects moving along a priori (program) trajectories is considered. Existing methods of processing satellite information using the least squares method or its various modifications provide the required positioning accuracy mainly only for stationary objects. At the same time, to assess the state of highly dynamic objects, taking into account the noise of satellite measurements, it is very effective to use modern methods of stochastic filtering theory, taking into account both the unevenness of the movement of a transport object and errors in the processing of measurements. The considered approach is based on the use of these methods of nonlinear stochastic filtering. It is proposed to increase the accuracy of positioning a moving object using electronic maps. The use of a digital path model makes it possible to approximate with a given accuracy the a priori (program) trajectory of a moving object with a set of trajectory intervals — orthodromies. These intervals allow you to establish an analytical dependence on the navigation parameters, which ensures high positioning accuracy and a significant reduction in computational costs. The integration of information from electronic maps and stochastic filtering algorithms for dynamic processing of satellite measurements made it possible to significantly reduce computational costs when estimating the current coordinates of a moving object and at the same time significantly improve positioning accuracy compared to traditional methods of processing satellite messages.

Keywords: spatial coordinates of a vehicle, orthodromic trajectory (Great circle), Doppler measurements, pseudo-range measurements, non-linear filtering

For citation:

Sokolov S. V., Pogorelov V. A., Okhotnikov A. L., Kurinenko M. V. A Method of Combining Data from Electronic Maps and Satellite Measurements for High-Precision Positioning of Moving Objects, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 10, pp. 551–559 (in Russian).

DOI: 10.17587/mau.24.551-559

References

1. Bhatti J., Humphreys T. Hostile control of ships via false GPS signals: Demonstration and detection, *NAVIGATION: Journal of The Institute of Navigation*, Spring 2017, vol. 64, no. 1, DOI 10.1002/navi.183.

2. Mikrin E., Mikhailov M. Navigation of spacecraft by measurements from global satellite navigation systems, Moscow, Publishing house of Bauman Moscow State Technical University, 2017, 344 p. (in Russian).

3. Rosenberg I. N., Sokolov S. V., Umansky V. I., Pogorelov V. A. Theoretical bases of close integration of inertial-satellite navigation systems, Moscow, FIZMATLIT, 2018, 312 p. (in Russian).

4. Sokolov S. V., Pogorelov V. A. Stochastic estimation, control and identification in high-precision navigation systems, Moscow, LLC Publishing company "Physico-mathematical Literature", 2016, 264 p. (in Russian)

5. Emeliantsev G. I., Stepanov A. P. Integrated inertial-satellite systems of orientation and navigation, Saint Petersburg,

Concern "Central Research Institute "Electropribor", 2016, 394 p. (in Russian).

6. **Perov A. I., Kharisov V. N.** ed. GLONASS. Principles of construction and functioning, Moscow, Radiotekhnika, 2010, 800 p. (in Russian).

7. **Kinkulkin I. E.** Global navigation satellite systems: algorithms for the functioning of consumer equipment, Moscow, Radiotekhnika, 2018, 325 p. (in Russian).

8. **Jin T., Hu B., Sun Y.** et al. Optimal Solution to Multi-Frequency BDS Code-Multipath Combination Measurement, *The Journal of Navigation*, 2019, vol. 72, no. 5, pp. 1297–1314, DOI 10.1017/S0373463319000158.

9. **Kosarev N. S., Padve V. A., Sergeev S. A., Dudarev V. I.** Using the synthesized version of the algorithm of the parametric version of the MNC-optimization of GNSS measurement results for their comparative analysis, *Bulletin of the Siberian State University of Geosystems and Technologies*, 2018, vol. 23, no. 3, pp. 30–45 (in Russian).

10. **Al Bitar N., Gavrilov A.** A novel approach for aiding unscented Kalman filter for bridging GNSS outages in integrated navigation systems, *Navigation, Journal of the Institute of Navigation*, 2021, vol. 68, no. 3, pp. 521–539, DOI 10.1002/navi.435.

11. **Sage A. P., Melsa J. L., Steinway W. J.** Estimation Theory with Applications to Communication and Control, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Oct. 1971, vol. SMC-1, no. 4, pp. 405–405, DOI: 10.1109/TSMC.1971.4308330.

12. **Sinitsyn I. N.** Kalman and Pugachev, Moscow, Logos, 2007, 772 p. (in Russian).

13. **Tikhonov V. I., Kharisov V. N.** Statistical analysis and synthesis of radio engineering devices and systems: Textbook for universities, Moscow, Radio i svyaz, 2004, 608 p. (in Russian).

14. **Asgari M., Khaloozadeh H.** Robust extended Kalman filtering for nonlinear systems with unknown input: a UBB model

approach, *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2020, Vol. 14, no. 11, pp. 1837–1844, DOI 10.1049/iet-rsn.2020.0258.

15. **Herrera E. P., Kaufmann H.** Adaptive Methods of Kalman Filtering for Personal Positioning Systems, *Proceedings of the 23rd International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2010)*, Portland, OR, September 2010, pp. 584–589.

16. **Hu C., Chen W., Chen Y., Liu D.** Adaptive Kalman Filtering for Vehicle Navigation, *Journal of Global Positioning Systems*, 2003, vol. 2, no. 1, pp. 42–47, DOI:10.5081/jgps.2.1.42.

17. **Kerns A. J., Shepard D. P., Bhatti J. A., Humphreys T. E.** Unmanned aircraft capture and control via GPS spoofing, *Journal of Field Robotics*, 2014, vol. 31, no. 4, pp. 617–636, DOI 10.1002/rob.21513.

18. **Kucherenko P. A., Sokolov S. V.** Analytical Solution of the Navigation Problem on the Orthodromic Trajectory in the Greenwich Coordinate System, *Mechanics of Solids*, 2018, vol. 53, Suppl. 2, pp. 133–134, DOI 10.3103/S0025654418050114.

19. **Lukasevich V. I., Pogorelov V. A., Sokolov S. V.** Nonlinear filtering of vehicle motion parameters in an integrated navigation system using electronic map data, *Russian Aeronautics*, 2015, vol. 58, no. 3, pp. 338–344, DOI 10.3103/S1068799815030150.

20. **Kos S., Zec D., Vrani D.** Differential Equation of a Loxodrome on a Sphere, *Journal of Navigation*, 1999, vol. 52, no. 3, pp. 418–420, DOI 10.1017/S0373463399008395.

21. **Certificate** of state registration of the computer program No. 2018666659 Russian Federation. Software package for determining the parameters of orthodromic trajectories: No. 2018663785: application 03.12.2018: publ. 19.12.2018 / **E. V. Zhilina, S. V. Sokolov, E. N. Tishchenko**; applicant Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Rostov State University of Economics (RINH)" (in Russian).

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Матросская Тишина, 23с2

Телефон редакции журнала: **+7(499) 270 16 52**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 27.07.2023. Подписано в печать 13.09.2023. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Заказ МН1023. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз". 119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru



V ВСЕРОССИЙСКАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «МОДЕЛИРОВАНИЕ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ»

Достижение высокой эффективности и надежности авиационных систем требует системного подхода в вопросах интеграции инновационных решений и прогрессивных технологий. При этом актуальным инструментом становится технология моделирования, которая позволяет проводить исследования и разработки в области создания перспективных авиационных систем, определять научные концепции, оценивать эффективность и прогнозировать результаты внедрения критических технологий. Государственный научный центр РФ Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем (ГосНИИАС) является ведущим научным центром в области разработки перспективных авиационных систем и обладает уникальными компетенциями и опытно-экспериментальной базой.

С 29 по 30 ноября 2023 года в ГосНИИАС состоится

V Всероссийская научно-техническая конференция «МОДЕЛИРОВАНИЕ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ»

Секции конференции:

- МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ НАУЧНЫХ КОНЦЕПЦИЙ И ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ
- МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПОЛУНАТУРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВИАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ
- МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ НАВИГАЦИИ, НАВЕДЕНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ
- МОДЕЛИРОВАНИЕ АВИАЦИОННОГО ВООРУЖЕНИЯ
- ОПЕРАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ
- МОДЕЛИРОВАНИЕ БОРТОВЫХ СИСТЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ
- ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНЕШНИХ ФАКТОРОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ АВИАЦИОННЫХ ЗАДАЧ НАДЕЖНОСТИ, ПРОЧНОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ
- МОДЕЛИРОВАНИЕ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ
- МОДЕЛИРОВАНИЕ БОРТОВЫХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ
- МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЛЕТНЫЕ ИСПЫТАНИЯ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ
- МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ И СИСТЕМ

Контактная информация:

- Сергеев Сергей Александрович, тел.: 8(499)157-73-26, e-mail: ssa@gosniias.ru;
- Бабиченко Андрей Викторович, тел.: (496) 46-16-0-16, e-mail: ABabichehko@rpkb.ru;
- Люшинский Анатолий Владимирович, тел.: (496) 46-3-47-52, e-mail: ALushinskiy@rpkb.ru.

Рисунки к статье Д. А. Вольфа, Р. В. Мещерякова, А. О. Исаковой
«ИНТЕРАКТИВНЫЙ ЧЕТВЕРОНОГИЙ РОБОТ КЛАССА ФЕЛИДОВ
С БЛОКОМ НЕЙРОННОЙ ОБРАБОТКИ»

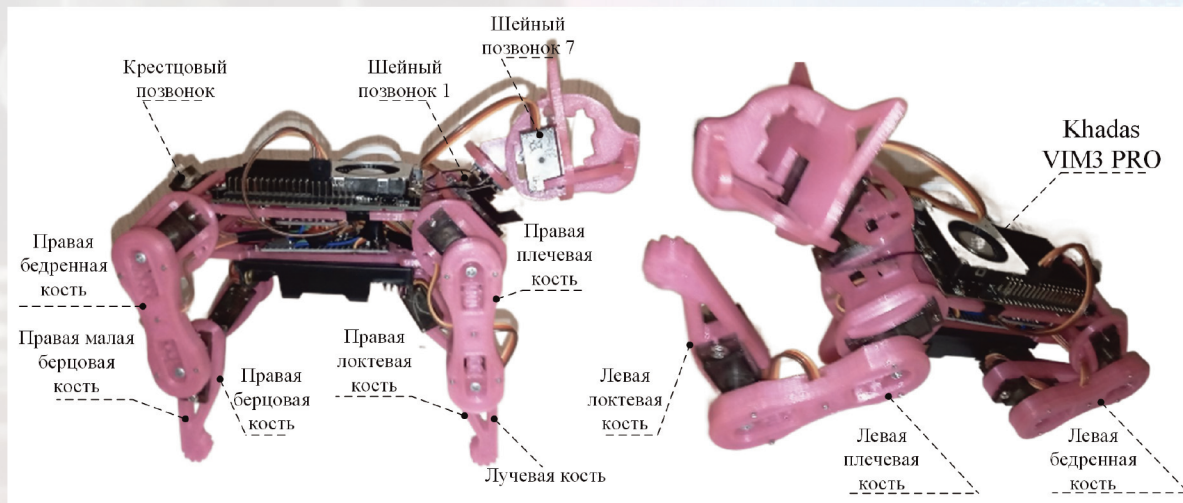


Рис. 3. Общий вид робота-фелида (Sphinx) в составе синтезированных на 3D-принтере жестких органов
Fig. 3. View of the felid robot (Sphinx) as a part of the rigid organs synthesized on the 3D-printer

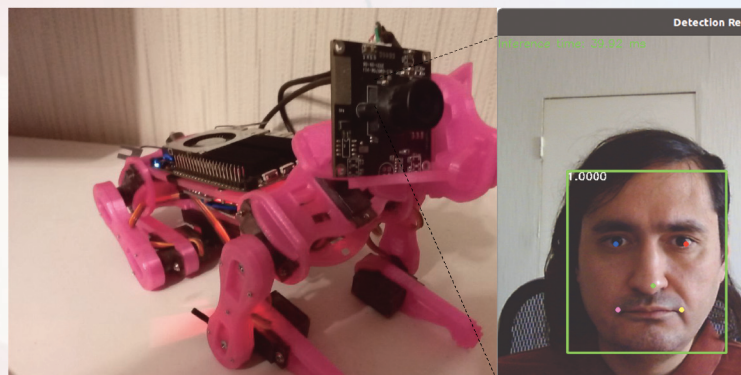


Рис. 9. Тестирование подсистемы технического зрения робота Sphinx на базе нейронной сети Yolo 3 в блоке нейронной обработки NPU с применением библиотеки OpenCV
Fig. 9. Testing the Sphinx robot vision subsystem based on the Yolo 3 neural network in the NPU neural processing unit using the OpenCV library



Рис. 10. Тестирование подсистемы технического зрения робота Sphinx на базе нейронной сети Yolo 3 в блоке нейронной обработки NPU с применением библиотеки KSNN

Fig. 10. Testing the Sphinx robot vision based on the Yolo 3 neural network in the NPU neural processing unit using the KSNN library

Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ» выпускает научно-технические журналы



Теоретический и прикладной научно-технический журнал

ПРОГРАММНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ

В журнале освещаются состояние и тенденции развития основных направлений индустрии программного обеспечения, связанных с проектированием, конструированием, архитектурой, обеспечением качества и сопровождением жизненного цикла программного обеспечения, а также рассматриваются достижения в области создания и эксплуатации прикладных программно-информационных систем во всех областях человеческой деятельности.

Подписной индекс по Объединенному каталогу «Пресса России» – 22765



Ежемесячный теоретический и прикладной научно-технический журнал

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития основных направлений в области разработки, производства и применения информационных технологий.

Подписной индекс по Объединенному каталогу «Пресса России» – 72656



Ежемесячный научно-практический и учебно-методический журнал

БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В журнале освещаются достижения и перспективы в области исследований, обеспечения и совершенствования защиты человека от всех видов опасностей производственной и природной среды, их контроля, мониторинга, предотвращения, ликвидации последствий аварий и катастроф, образования в сфере безопасности жизнедеятельности.

Подписной индекс по Объединенному каталогу «Пресса России» – 79963



Междисциплинарный теоретический и прикладной научно-технический журнал

НАНО- и МИКРОСИСТЕМНАЯ ТЕХНИКА

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития нано- и микросистемной техники, рассматриваются вопросы разработки и внедрения нано- и микросистем в различные области науки, технологии и производства.

Подписной индекс по Объединенному каталогу «Пресса России» – 79493

Все журналы
распространяются
только по подписке.

Оформить подписку можно
через подписные агентства
либо непосредственно
в редакции журналов.

Адрес редакции журналов для авторов и подписчиков:
107076, Москва, Матросская Тишина 23 с2, оф. 45.
Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ".
Тел.: 8 (499) 270-16-52. E-mail: antonov@novtex.ru