

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 24

2023

№ 7

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:
ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:
БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.
ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.
ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН
ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН
КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН
КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН
СИГОВ А. С., акад. РАН
СОЙФЕР В. А., акад. РАН
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН
ШЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:
DORANTES D. J., PhD, Турция
GROUMPOS P. P., PhD, Греция
ISIDORI A., PhD, Италия
KATALINIC B., PhD, Австрия
LIN CH.-Y., PhD, Тайвань
MASON O. J., PhD, Ирландия
ORTEGA R. S., PhD, Франция
SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США
STRZELECKI R. M., PhD, Польша
SUBUDHNI B. D., PhD, Индия
АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан
ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина
БОБЦОВ А. А., д.т.н.
БУКОВ В. Н., д.т.н.
ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.
ЖУКОВ И. А., д.т.н.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.
ЛОХИН В. М., д.т.н.
МАГОМЕДОВ М. Х., д.ф.-м.н.
ПУТОВ В. В., д.т.н.
ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.
РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.
ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.
ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция:
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:
АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Бобцов А. А., Воробьев В. С., Николаев Н. А., Пыркин А. А., Ортега Р. Синтез адаптивного наблюдателя переменных состояния для линейного стационарного объекта при наличии шумов измерений 339

Рыбалко А. В., Фрадков А. Л. Идентификация двух моделей нейронов ФитцХью—Нагумо на основе метода скоростного градиента и фильтрации 346

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Фуртат И. Б., Жуков Ю. А., Слободзян Н. С. Обзор моделей и методов управления шаговыми двигателями 352

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Abdrashitov A. R. Survey of Relative Navigation Methods for Multi-Agent Unmanned Aerial Vehicle Systems 364

Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б., Нгуен Т. К., Фам К. Ф. Планирование маршрутов полета БПЛА в задачах группового патрулирования протяженных территорий 374

Кориков А. М., Тран В. Т. Кинематическая модель стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры беспилотного летательного аппарата 382

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMEENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

MAGOMEDOV M. Kh.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEEV S. F.

ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:

BEZMEENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospective development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

- Bobtsov A. A., Vorobyev V. S., Nikolaev N. A., Pyrkin A. A., Ortega R.** Synthesis of Adaptive Observer of State Variables for a Linear Stationary Object in the Presence of Measurement Noise 339
- Rybalko A. V., Fradkov A. L.** Identification of Two FitzHugh-Nagumo Neuron Models Based on the Speed-Gradient and Filtering 346

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

- Furtat I. B., Zhukov Y. A., Slobodzyan N. S.** Overview of Models and Methods for Control of Stepper Motors 352

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

- Abdrashitov A. R.** Survey of Relative Navigation Methods for Multi-Agent Unmanned Aerial Vehicle Systems 364
- Filimonov A. B., Filimonov N. B., Nguyen T. K., Pham Q. P.** Planning of UAV Flight Routes in the Problems of Group Patrolling of Extended Territories 374
- Korikov A. M., Tran V. T.** Kinematic Model for Stabilization and Orientation Control of the Suspended Equipment of an Unmanned Aerial Vehicle 382

Information about the journal is available online at:
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

А. А. Бобцов, д-р техн. наук, проф., bobtsov@mail.ru,
В. С. Воробьев, аспирант, v.s.vorobyev@yandex.ru,
Н. А. Николаев, канд. техн. наук, доц., nikona@yandex.ru,
А. А. Пыркин, д-р техн. наук, проф., pyrkin@itmo.ru,
Университет ИТМО, г. Санкт-Петербург,
Р. Ортега, PhD, romeo.ortega@itam.mx,
Instituto Tecnológico Autónomo de México, México

Синтез адаптивного наблюдателя переменных состояния для линейного стационарного объекта при наличии шумов измерений*

Статья посвящена проблеме синтеза наблюдателей переменных состояния для линейных стационарных объектов, функционирующих в условиях шумов или возмущений в канале измерения. Рассматривается полностью наблюдаемый линейный стационарный объект с известными параметрами. Допускается, что переменные состояния не измеряются, а измеряемая выходная переменная содержит малый по амплитуде (в общем случае по модулю меньше единицы) аддитивный шум или возмущение. Также предполагается, что относительно возмущения или шума в канале измерения не имеется никакой априорной информации (например, частотный спектр, ковариация и прочее). Хорошо известно, что для данного типа объектов получено большое число методов синтеза наблюдателей, включая прекрасно зарекомендовавший себя на практике фильтр Калмана. При условии полной наблюдаемости и наличия некоторой априорной информации о случайном процессе (что характерно для случая, когда возмущение в канале измерения может быть представлено в виде белого шума) подходы, основанные на калмановской фильтрации, демонстрируют высочайшее качество сходимости оценок переменных состояния к истинным значениям. Не оспаривая многочисленные результаты, полученные с использованием фильтра Калмана, в данной работе рассматривается альтернативная идея построения наблюдателя переменных состояния. Альтернативность нового подхода, прежде всего, связана с тем, что отпадает необходимость использования привычных подходов, базирующихся на наблюдателе Льюенбергера. В работе предлагается подход, основанный на оценке неизвестных параметров (в данном случае неизвестного вектора начальных условий переменных состояния объекта) некоторой линейной регрессионной модели. В рамках предлагаемого метода после несложного преобразования осуществляется переход от динамической системы к линейной регрессионной модели с неизвестными постоянными параметрами, содержащей шум или возмущающее воздействие. Далее предлагается новая нелинейная параметризация исходной регрессионной модели, обеспечивающая уменьшение влияния шума и синтез алгоритма идентификации неизвестных постоянных параметров с использованием процедуры динамического расширения регрессора и смешивания. В статье представлены результаты компьютерного моделирования, иллюстрирующие достижение заявленных теоретических результатов.

Ключевые слова: адаптивный наблюдатель, линейная регрессионная модель, идентификация параметров, линейные системы

Введение

Задача синтеза алгоритмов оценки вектора состояния динамической системы рассматривалась многими авторами на протяжении многих десятилетий. К основополагающим работам в области построений наблюдателей можно отнести работу Давида Льюенбергера [1] в которой рассмотрен вопрос синтеза на-

блюдателей для линейных стационарных динамических систем при отсутствии возмущений, а также работы Рудольфа Калмана (см., например, [2]), в которых рассматривалась линейная динамическая система, подверженная воздействию возмущающего воздействия типа "белый шум". В настоящее время разработаны конструктивные процедуры синтеза наблюдающих устройств как полной, так и пониженной размерности для линейных стационарных динамических систем, не подверженных влиянию возмущения, которые могут быть найдены как в научной, так и учебной литературе по

*Статья подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, грант 2019-0898.

теории автоматического управления (см., например, работы [3–8]).

Несмотря на то, что проблема синтеза наблюдателей переменных состояния является хорошо изученной, она остается актуальной и в настоящее время, причем как для нелинейных, так и для линейных объектов. Задачи синтеза наблюдателей возникают в различных областях теории и практики автоматического управления, например для линейных объектов с запаздыванием [9], в системах детектирования отказов [10], нестационарных системах [11] и др.

В данной статье предлагается новый альтернативный классическим решениям подход к синтезу наблюдателя вектора переменных состояния линейной стационарной системы при наличии шумов и возмущений в канале измерения. Данный подход базируется на параметрической идентификации неизвестного вектора начальных условий переменных состояния объекта управления [12, 13] и методе динамического расширения регрессора и смешивания [14–16].

Постановка задачи

Рассматривается линейная стационарная динамическая система вида

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u; \quad (1)$$

$$y = \mathbf{C}^T \mathbf{x} + \delta, \quad (2)$$

где $\mathbf{x} \in R^n$ — неизмеряемый вектор состояния; $y \in R^1$ — выходная переменная, доступная измерению, подверженная воздействию некоторого внешнего воздействия $\delta \in R^1$ — неизвестного, ограниченного возмущения; $u \in R^1$ — сигнал управления; \mathbf{A} — матрица состояния, \mathbf{B} и \mathbf{C} — векторы входа и выхода соответствующей размерности.

Допущение 1. В соответствии со стандартным подходом в теории наблюдателей траектории входа и состояния системы (1), (2) полагаются ограниченными для ограниченного входа.

Требуется синтезировать наблюдатель, обеспечивающий сходимость оценок переменных состояния в область истинных значений, т. е. выполнение неравенства вида

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_i - \hat{x}_i) \leq \varepsilon_i, \quad (3)$$

где $\varepsilon_i > 0$ — некоторое малое число, $i = 1 \dots n$.

Хорошо известно, что для оценки состояния динамической системы вида (1), (2) при отсутствии возмущения может быть использован наблюдатель полного порядка [3–8], который основан на результатах работы [1]. При синтезе наблюдателя рассматривается дифференциальное уравнение вида

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{L}(y - \mathbf{C}^T \hat{\mathbf{x}}), \quad (4)$$

где $\hat{\mathbf{x}}$ — оценка вектора состояния \mathbf{x} ; \mathbf{L} — матрица обратных связей (или усиления [5]) наблюдателя.

Задача синтеза наблюдателя вида (4) может быть решена только в том случае, если система полностью наблюдаема (восстанавливаема [7]), или для объекта (1) пара $\{\mathbf{A}, \mathbf{C}\}$ должна быть полностью наблюдаема (восстанавливаема), что, в свою очередь, означает существование матрицы \mathbf{L} , обеспечивающей асимптотическую сходимость $\hat{\mathbf{x}}$ к \mathbf{x} (см., например, [7]).

Однако при наличии шума в измерении наиболее распространенным и оптимальным решением является фильтр Калмана—Бьюси [6, 7].

Основной результат

В данной работе предлагается алгоритм оценки вектора состояния линейной непрерывной системы вида (1), (2), основанный на применении подхода к синтезу наблюдателей, базирующегося на оценке параметров (*GPEBO, generalized parameter estimation based observer* [12]) и динамическом расширении и смешивании регрессора (*DREM, dynamic regressor extension and mixing* [14–16]).

В соответствии с обобщенным подходом к синтезу наблюдателей, основанном на оценке параметров [12], введем в рассмотрение динамическую систему вида

$$\dot{\xi} = \mathbf{A}\xi + \mathbf{B}u \quad (5)$$

и модель ошибки

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \xi. \quad (6)$$

Для производной функции ошибки (6) имеем

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u - \mathbf{A}\xi - \mathbf{B}u = \mathbf{A}\mathbf{e},$$

решение для уравнения ошибки находится в виде

$$\mathbf{e}(t) = \Phi(t)\mathbf{e}(0), \quad \Phi(0) = \mathbf{I}_{n \times n}, \quad (7)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица.

Подставляя выражение (7) в уравнение (6), получаем

$$\mathbf{x} = \xi + \Phi\theta,$$

где $\theta = \mathbf{e}(0)$. Таким образом очевидно, что для вывода оценки вектора состояния динамической системы (1) необходимо получить оценки неизвестных начальных условий $\theta = \mathbf{e}(0)$. При наличии оценок начальных условий оценка вектора состояния может быть записана в виде

$$\hat{\mathbf{x}} = \xi + \Phi\hat{\theta}, \quad (8)$$

где $\hat{\mathbf{x}}$ и $\hat{\theta}$ — оценки вектора состояния и начальных условий динамической системы (1), (2) соответственно.

Умножая слева уравнение $\mathbf{x} = \xi + \Phi\theta$ на \mathbf{C}^T и подставляя выражение (2), имеем линейное регрессионное уравнение вида

$$z = \phi\theta + \delta, \quad (9)$$

где $z = y - \mathbf{C}^T\xi$ и $\phi = \mathbf{C}^T\Phi$.

Таким образом, задача оценки вектора состояния исходной линейной динамической системы вида (1), (2) сводится к идентификации неизвестных параметров линейного регрессионного уравнения (см., например, работы [17, 18]).

Для реализации алгоритма оценки неизвестных параметров θ на первом шаге применим алгоритм динамического расширения регрессора и смешивания [14–16], в соответствии с которым к линейному регрессионному уравнению (9) применяется $n - 1$ линейных, \mathcal{L}_∞ -устойчивых операторов $H_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, n - 1$. В качестве таких операторов можно использовать, например, аперриодическое звено или звено запаздывания.

Таким образом, после применения оператора $H_i(\cdot)$ уравнение (9) может быть переписано в виде

$$\bar{z} = \bar{\phi}\theta + \bar{\delta},$$

где $\bar{z} = \text{col}(z, z_{f_1}, \dots, z_{f_{n-1}})$, $\bar{\phi}^T = [\phi \ \phi_{f_1} \ \dots \ \phi_{f_{n-1}}]$ и $\bar{\delta}^T = [\delta \ \delta_{f_1} \ \dots \ \delta_{f_{n-1}}]$.

Далее из последнего уравнения может быть получено n скалярных регрессоров вида

$$\bar{m} = \bar{\phi}\theta + \bar{\delta}_1, \quad (10)$$

где $\bar{m} = \text{adj}(\bar{\phi})\bar{z}$, $\bar{\phi} = \det(\bar{\phi})$ и $\bar{\delta}_1 = \text{adj}(\bar{\phi})\bar{\delta}$.

Допущение 2. Неизвестный вектор $\bar{\delta}_1$ такой, что выполняются неравенства вида

$$|\bar{\delta}_{1_i}| < 1, \quad i = 1 \dots n.$$

Применим к уравнению (10) линейный фильтр вида $\frac{k}{p+k}$, где $k > 0$, тогда имеем

$$\mathbf{m} = \phi\theta + \delta_1, \quad (11)$$

где $\mathbf{m} = \frac{k}{p+k}\bar{m}$, $\phi = \frac{k}{p+k}\bar{\phi}$ и $\delta_1 = \frac{k}{p+k}\bar{\delta}_1$.

Рассмотрим нелинейное преобразование координат вида

$$g = \mathbf{e}^m. \quad (12)$$

Здесь и далее \mathbf{e} — основание натурального логарифма.

Так как уравнение (11) представляет собой n скалярных регрессоров, то рассматривается процедура идентификации каждого неизвестного параметра θ_i , $i = 1, \dots, n$, независимо друг от друга:

$$g_i = \mathbf{e}^{m_i} = \mathbf{e}^{\phi_i\theta_i + \delta_{1_i}}. \quad (13)$$

Здесь и далее e — основание натурального логарифма.

Разложим функцию δ_{1_i} в ряд Тейлора:

$$\delta_{1_i} = 1 + \delta_{1_i} + \frac{\delta_{1_i}^2}{2} + \dots \quad (14)$$

В соответствии с предположением относительно функции δ_{1_i} из разложения рассмотрим только первые три члена, сумма которых дает значение функции, близкое к ее реальному значению.

Тогда (13) можно переписать в виде

$$g_i = \left(1 + \delta_{1_i} + \frac{\delta_{1_i}^2}{2} \right) \mathbf{e}^{\phi_i\theta_i}. \quad (15)$$

Рассмотрим производную от функции (15):

$$\dot{g}_i = \dot{\phi}_i \theta_i g_i + \frac{\dot{\delta}_{1_i} + \delta_{1_i} \dot{\delta}_{1_i}}{1 + \delta_{1_i} + \frac{\delta_{1_i}^2}{2}} g_i.$$

Выполнив ряд преобразований, для последнего выражения имеем

$$\begin{aligned} \dot{g}_i + \delta_{1_i} \dot{g}_i + \frac{\delta_{1_i}^2}{2} \dot{g}_i &= \\ &= \dot{\phi}_i \theta_i g_i + \frac{\delta_{1_i}^2}{2} \dot{\phi}_i \theta_i g_i + \dot{\delta}_{1_i} g_i + \delta_{1_i} g_i m_i. \end{aligned} \quad (16)$$

Учитывая, что $\delta_{1_i} = m_i - \phi_i \theta_i$ и $\dot{\delta}_{1_i} = \dot{m}_i - \dot{\phi}_i \theta_i$, после их подстановки в (16) и проведения преобразований можно получить линейное регрессионное уравнение вида

$$\zeta_i = \Psi_i^T \Theta, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \zeta_i &= \dot{g}_i + m_i \dot{g}_i + 0,5 m_i^2 \dot{g}_i - g_i m_i \dot{m}_i - g_i \dot{m}_i; \\ \Psi_i^m &= [\psi_1 \quad \psi_2 \quad \psi_3]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \phi_i \dot{g}_i + \phi_i m_i \dot{g}_i + g_i \dot{\phi}_i - \phi_i g_i \dot{m}_i + 0,5 m_i^2 \dot{\phi}_i g_i - \dot{\phi}_i g_i g_i; \\ \psi_2 &= -0,5 \phi_i^2 \dot{g}_i - m_i \phi_i \dot{\phi}_i g_i; \quad \psi_3 = 0,5 g_i \phi_i^2 \dot{\phi}_i; \\ \Theta &= \text{col}(\theta_i \quad \theta_i^2 \quad \theta_i^3). \end{aligned}$$

Производные функций ϕ_i и m_i могут быть получены из фильтров, примененных в (11).

Оценку неизвестных параметров θ_i , θ_i^2 и θ_i^3 регрессионного уравнения (17) можно выполнить, используя, например, технологию динамического расширения регрессора и смешивания [14–16].

Результаты моделирования

В качестве примера работоспособности предложенного алгоритма рассматривается динамическая система вида (1), (2) второго порядка со следующими параметрами:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}, u = 1(t),$$

начальные условия $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, возмущающее воздействие $\delta = 0,3 \sin t$.

Для сравнительного анализа проведено моделирование различных схем оценки вектора состояния: классической схемы наблюдателя полного порядка и наблюдателя вида (8) для различных схем оценки вектора неизвестных параметров.

Для наблюдателя полной размерности в качестве вектора обратных связей выбран вектор

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3, 2 \end{bmatrix}.$$

В качестве начальных условий модели (5) был выбран вектор $\xi(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

В процедуре динамического расширения регрессора и смешивания для перехода к модели (10) использовали фильтр/оператор вида $\frac{1}{p+1}$.

В качестве линейного оператора, примененного в (11), использовали фильтр вида $\frac{1}{p+1}$.

Оценка неизвестных параметров модели (10) может быть выполнена, например, на базе градиентного наблюдателя вида

$$\hat{\theta} = -\gamma \bar{\phi} (\bar{\phi} \hat{\theta} - \bar{m}).$$

При моделировании данной схемы был использован коэффициент адаптации $\gamma = 1$.

Для идентификации параметров модели (17) применяли схему динамического расширения регрессора и смешивания, в которой в качестве \mathcal{L}_∞ -операторов использовали аperiодические звенья $H_1(p) = \frac{2}{p+2}$ и $H_2(p) = \frac{6}{p+6}$, а также коэффициенты адаптации $\gamma = 10^{11}$ при оценке параметра θ_1 и $\gamma = 10^{13}$ при оценке параметра θ_2 .

Результаты моделирования показаны на рис. 1–4.

На рис. 1 и 2 приведены результаты оценки неизвестных постоянных параметров для регрессионной модели (10) с использованием градиентного алгоритма оценки, а также результаты работы предложенного алгоритма. Как видно из рис. 1, 2, при сравнимом быстродействии алгоритмов подход, предложенный в данной работе, демонстрирует более высокую точность оценки неизвестных постоянных параметров.

На рис. 3 и 4 представлены результаты моделирования ошибки оценки неизвестного вектора состояния для трех алгоритмов оценки: для наблюдателя полной размерности, для алгоритма (8) в случае, когда оценка неизвестных постоянных параметров проводится с исполь-

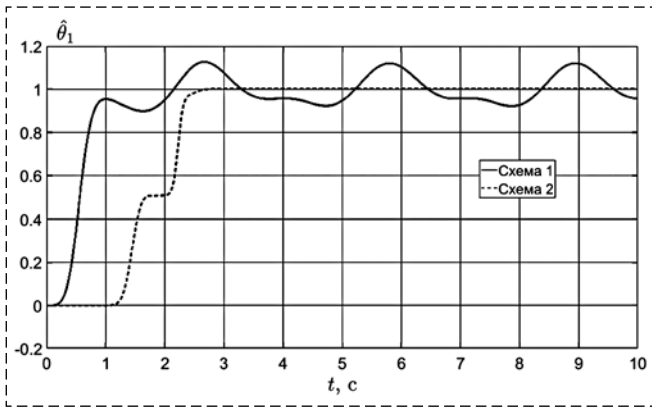


Рис. 1. Переходной процесс оценки неизвестного параметра $\hat{\theta}_1$, схема 1 — использование градиентного алгоритма оценки для модели (10), схема 2 — использование подхода, предложенного в данной работе

Fig. 1. Transients of the unknown parameter $\hat{\theta}_1$ estimate, scheme 1 — with the use of gradient observer for model (10), scheme 2 — with the use of approach proposed in this paper

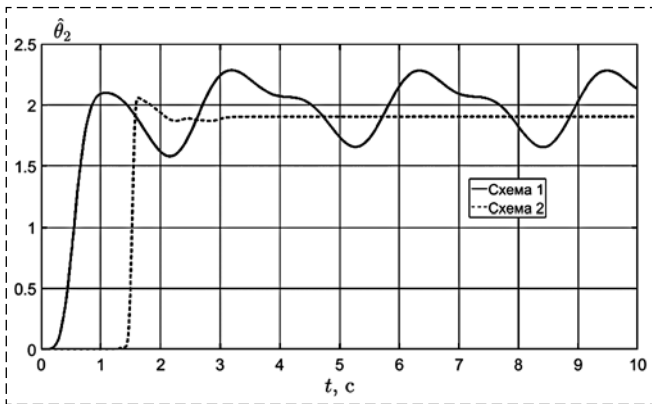


Рис. 2. Переходной процесс оценки неизвестного параметра $\hat{\theta}_2$, схема 1 — использование градиентного алгоритма оценки для модели (10), схема 2 — использование подхода, предложенного в данной работе

Fig. 2. Transients of the unknown parameter $\hat{\theta}_2$ estimate, scheme 1 — with the use of observer for model (10), scheme 2 — with the use of approach proposed in this paper

зованием градиентного алгоритма оценки, примененного непосредственно к линейной регрессионной модели вида (10), а также для алгоритма (8) при использовании алгоритма оценки неизвестных постоянных параметров, предложенного в данной работе.

Заключение

В работе предложен новый подход к синтезу наблюдателя переменных состояния для линейных стационарных систем в условиях шумов измерений. Результат базируется на использовании подхода к синтезу наблюдателей, основанного на оценке неизвестных параметров и динамическом расширении и смешива-

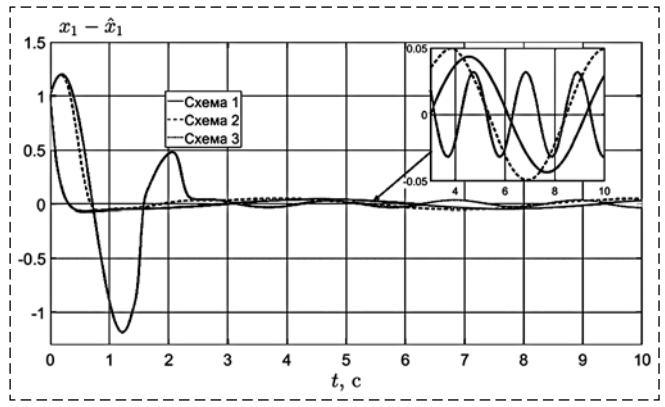


Рис. 3. Переходные процессы по ошибке оценивания переменной x_1 ($e_1 = x_1 - \hat{x}_1$) для различных схем оценки (схема 1 — оценка с помощью наблюдателя полной размерности, схема 2 — оценка с помощью уравнения (8) с идентификацией неизвестных параметров градиентным методом, схема 3 — оценка с помощью уравнения (8) с идентификацией неизвестных параметров на основе подхода, предложенного в данной работе

Fig. 3. Transients of estimation error for variable x_1 ($e_1 = x_1 - \hat{x}_1$) for different estimation cases (scheme 1 — estimation using full order observer, scheme 2 — estimation using equation (8) and unknown parameter estimation by gradient observer, scheme 3 — estimation using equation (8) and unknown parameter estimation by approach proposed in this paper

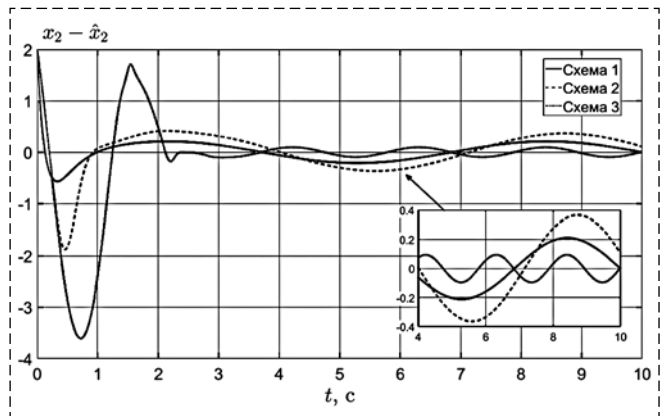


Рис. 4. Переходные процессы по ошибке оценивания переменной x_2 ($e_2 = x_2 - \hat{x}_2$) для различных схем оценки (схема 1 — оценка с помощью наблюдателя полной размерности, схема 2 — оценка с помощью уравнения (8) с идентификацией неизвестных параметров градиентным методом, схема 3 — оценка с помощью уравнения (8) с идентификацией неизвестных параметров на основе подхода, предложенного в данной работе

Fig. 4. Transients of estimation error for variable x_2 ($e_2 = x_2 - \hat{x}_2$) for different estimation cases (scheme 1 — with the use of full order observer, scheme 2 — with the use of equation (8) and unknown parameter estimation by gradient observer, scheme 3 — with the use of equation (8) and unknown parameter estimation by approach proposed in this paper

нии регрессора. Результаты численного моделирования подтверждают работоспособность предложенного подхода.

В качестве перспектив дальнейшего развития предлагаемого подхода видится применение его к линейным нестационарным системам и объектам с неизвестными параметрами.

Список литературы

1. **Luenberger D. G.** Observing the State of a Linear System // IEEE Transactions on Military Electronics. 1964. Vol. 8, N. 2. P. 74–80. DOI: 10.1109/TME.1964.4323124.
2. **Kalman R. E., Bucy R. S.** New results in linear filtering and prediction theory // Journal of Basic Engineering. 1961. Vol. 83, N. 1. P. 95–108.
3. **Мирошник И. В.** Теория автоматического управления. Линейные системы. СПб.: Питер, 2005. 336 с.
4. **Dorf R., Bishop R.** Modern control systems. 12th ed. Prentice Hall, 2011.
5. **Гудвин Г. К., Гребе С. Ф., Сальгадо М. Э.** Проектирование систем управления. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. 911 с.
6. **Первозванский А. А.** Курс теории автоматического управления: Учеб. пособ. М.: Наука, 1986. 616 с.
7. **Квакернак Х., Сиван Р.** Линейные оптимальные системы управления. М.: МИР, 1977. 652 с.
8. **Korovin S. K., Fomichev V. V.** State observers for linear systems with uncertainty. Walter de Gruyter, 2009. Vol. 51.
9. **Mohajerpoor R., Abdi H., Nahavandi S.** A new approach to functional observer design for linear time-delay systems // 2016 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC), Budapest, Hungary. 2016. P. 000143–000148. DOI: 10.1109/SMC.2016.7844233.
10. **Kabanov A. A., Zuev A. V., Zhirabok A. N., Filaretov V. F.** Synthesis of Diagnostic Observers for Linear Systems Based on Optimal Control Methods // 2022 International Conference on Control, Automation and Diagnosis (ICCAD), Lisbon, Portugal. 2022. P. 1–5. DOI: 10.1109/ICCAD55197.2022.9853673.
11. **L L. T., Duan G. R.** Full-state and reduced-order state observer design for a class of linear time-varying systems // 2017 Chinese Automation Congress (CAC), Jinan, China. 2017. P. 2546–2551. DOI: 10.1109/CAC.2017.8243204.
12. **Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D.** Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical—biological reactors // Automatica. 2021. Vol. 129. P. 109635.
13. **Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy S.** A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems // Systems & Control Letters. 2015. Vol. 85. P. 84–94.
14. **Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A.** Parameters estimation via dynamic regressor extension and mixing // 2016 American Control Conference (ACC). IEEE. 2016. P. 6971–6976.
15. **Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A.** Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2017. Vol. 62, N. 7. P. 3546–3550.
16. **Bobtsov A., Bazylev D., Pyrkin A., Aranovskiy S., Ortega R.** A robust nonlinear position observer for synchronous motors with relaxed excitation conditions // International Journal of Control. 2017. Vol. 90, N. 4. P. 813–824.
17. **Льюнг Л.** Идентификация систем: Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. 432 с.
18. **Sastry S., Bodson M.** Adaptive control: stability, convergence, and robustness. Prentice Hall, 1989.

Synthesis of Adaptive Observer of State Variables for a Linear Stationary Object in the Presence of Measurement Noise

A. A. Bobtsov, bobtsov@mail.ru, **V. S. Vorobyev**, v.s.vorobyev@yandex.ru, **N. A. Nikolaev**, nikona@yandex.ru,
A. A. Pyrkin, pyrkin@itmo.ru,
ITMO University, Saint-Petersburg, 197101, Russian Federation,
R. Ortega, romeo.ortega@itam.mx,
Instituto Tecnológico Autónomo de México, 01080 México

Corresponding author: **Bobtsov Alexey A.**, Dr. Sc., Professor, ITMO University, Saint-Petersburg, 197101, Russian Federation, e-mail: bobtsov@mail.ru

Accepted on April 03, 2023

Abstract

The paper is devoted to the problem of state variables observers synthesis for linear stationary system operating under condition of noise or disturbances in the measurement channel. The paper considers a completely observable linear stationary system with known parameters. It is assumed that the state variables are not measured, and the measured output variable contains a small amplitude (in general, modulo less than one) additive noise or disturbance. It is also assumed that there is no a priori information about the disturbance or noise in the measurement channel (for example, frequency spectrum, covariance, etc.). It is well known that many observer synthesis methods have been obtained for this type of systems, including the Kalman filter, which has proven itself in practice. Under the condition of complete observability and the presence of some a priori information about a random process (which is typical for the case when a disturbance in the measurement channel can be represented as white noise), approaches based on Kalman filtering demonstrate the highest quality estimates of state variables convergence to true values. Without disputing the numerous results obtained using the application of the Kalman filter, an alternative idea of the state variables observer constructing is considered in this paper. The alternative of the new approach is primarily due to the fact that there is no need to use the usual approaches based on the Luenberger observer. The paper proposes an approach based on the estimation of unknown parameters (in this case, an unknown vector of initial conditions of the plant state variables) of a linear regression model. Within the framework of the proposed method, after a simple transformation, a transition is made from a dynamic system to a linear regression model with unknown constant parameters containing noise or disturbing effects. After that, a new nonlinear parametrization of the original regression model and an algorithm for identifying unknown constant parameters using the procedure of dynamic expansion of the regressor and mixing are proposed which ensure reduction the influence of noise. The article presents the results of computer simulations verifying the stated theoretical results.

Keywords: adaptive observer, linear regression model, parameter estimation, linear systems

Acknowledgements: This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of Russian Federation, passport of goszadanie 2019-0898.

For citation:

Bobtsov A. A., Vorobyev V. S., Nikolaev N. A., Pyrkin A. A., Ortega R. Synthesis of Adaptive Observer of State Variables for a Linear Stationary Object in the Presence of Measurement Noise, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 7, pp. 339–345 (in Russian).

DOI: 10.17587/mau.24.339-345

References

1. **Luenberger D. G.** Observing the State of a Linear System, *IEEE Transactions on Military Electronics*, 1964, vol. 8, no. 2, pp. 74–80. DOI: 10.1109/TME.1964.4323124.
2. **Kalman R. E., Bucy R. S.** New results in linear filtering and prediction theory, *Journal of Basic Engineering*, 1961, vol. 83, no. 1, pp. 95–108.
3. **Miroshnik I. V.** Automatic control theory. Linear systems, Saint-Petersburg, Piter, 2005, 336 p. (in Russian).
4. **Dorf R., Bishop R.** Modern control systems, 12th ed, Prentice Hall, 2011.
5. **Goodwin G. K., Grebe C. F., Salgado M. E.** Control systems design, Moscow, BINOM, Laboratory of knowledge, 2004, 911 p. (in Russian).
6. **Pervozvanskii A. A.** Control systems theory course: Study guide, Moscow, Nauka, 1986, 616 p. (in Russian).
7. **Kwakernaak H., Sivan R.** Linear optimal control systems, Moscow, MIR, 1977, 652 p. (in Russian).
8. **Korovin S. K., Fomichev V. V.** State observers for linear systems with uncertainty, Walter de Gruyter, 2009, vol. 51.
9. **Mohajerpoor R., Abdi H., Nahavandi S.** A new approach to functional observer design for linear time-delay systems, *2016 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, Budapest, Hungary, 2016, pp. 000143–000148. DOI: 10.1109/SMC.2016.7844233.
10. **Kabanov A. A., Zuev A. V., Zhirabok A. N., Filaretov V. F.** Synthesis of Diagnostic Observers for Linear Systems Based on Optimal Control Methods, *2022 International Conference on Control, Automation and Diagnosis (ICCAD)*, Lisbon, Portugal, 2022, pp. 1–5. DOI: 10.1109/ICCAD55197.2022.9853673.
11. **L. L. T., Duan G. R.** Full-state and reduced-order state observer design for a class of linear time-varying systems, *2017 Chinese Automation Congress (CAC)*, Jinan, China, 2017, pp. 2546–2551. DOI: 10.1109/CAC.2017.8243204.
12. **Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D.** Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors, *Automatica*, 2021, vol. 129, pp. 109635.
13. **Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy S.** A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems, *Systems & Control Letters*, 2015, vol. 85, pp. 84–94.
14. **Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A.** Parameters estimation via dynamic regressor extension and mixing, *American Control Conference (ACC)*, 2016, pp. 6971–6976.
15. **Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A.** Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, vol. 62, no. 7, pp. 3546–3550.
16. **Bobtsov A., Bazylev D., Pyrkin A., Aranovskiy S., Ortega R.** A robust nonlinear position observer for synchronous motors with relaxed excitation conditions, *International Journal of Control*, 2017, vol. 90, no. 4, pp. 813–824.
17. **Ljung L.** System identification: Theory for user, Moscow, Nauka, 1991, 432 p. (in Russian).
18. **Sastry S., Bodson M.** Adaptive control: stability, convergence, and robustness, Prentice Hall, 1989.

XXXVI Международная научная конференция

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ (ММТТ-36)

22—24 ноября 2023 г.

<http://mmtt.sstu.ru/>

22—24 ноября 2023 г. в рамках научной конференции ММТТ-36 на базе Саратовского государственного технического университета (СГТУ) проводится

САРАТОВСКАЯ ШКОЛА МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ — ШМУ-41,

которая включает цикл лекций по современным проблемам вычислительной математики, интеллектуальным алгоритмам и системам, информационным технологиям, а также две секции:

1. Интеллектуализация управляемых технологических процессов.
2. Информатизация технических систем и процессов.

В рамках ШМУ-41 будет проведен полуфинал Конкурса по программе УМНИК (более подробная информация на сайте <http://www.fasie.ru/>) по направлениям:

1. Цифровые технологии.
2. Медицина и технологии здоровьесбережения.
3. Новые материалы и химические технологии.
4. Новые приборы и интеллектуальные производственные технологии.
5. Биотехнологии.
6. Ресурсосберегающая энергетика.

Доклады на ШМУ-41 и на Конкурс принимаются до 30 сентября 2023 г.

А. В. Рыбалко, студент, alexandrarybalko21@gmail.com,
А. Л. Фрадков, д-р техн. наук, проф., fradkov@mail.ru,
Санкт-Петербургский государственный университет,
Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург

Идентификация двух моделей нейронов ФитцХью—Нагумо на основе метода скоростного градиента и фильтрации*

Статья посвящена задаче идентификации параметров двух моделей нейронов ФитцХью—Нагумо. Модель ФитцХью—Нагумо является упрощенной двухмерной версией модели Ходжкина—Хаксли и благодаря своей простоте имеет большую ценность для применения на практике. Однако при проведении эксперимента нередко измерению доступна только одна переменная модели ФитцХью—Нагумо — мембранный потенциал, а вторая переменная совокупного действия всех медленных ионных токов, отвечающих за восстановление потенциала покоя мембраны нервной клетки, и производные обеих переменных неизмеряемы. Это обстоятельство значительно усложняет задачу идентификации модели и, следовательно, описанный случай требует особенного внимания. В первую очередь, модель была преобразована к более удобной форме, в которой отсутствуют недоступные измерению переменные. Вместо неизмеряемых производных в уравнениях модели были использованы переменные, получающиеся при применении двойного реального фильтра-дифференциатора. Для получившегося линейного уравнения была сформулирована цель идентификации, гарантирующая корректную настройку параметров, и построена дополнительная адаптивная система, параметрами которой являются оценки параметров исходной модели, а выходной переменной — оценка выхода линейного уравнения. Затем был выбран интегральный целевой функционал, и с помощью метода скоростного градиента был получен простой детерминированный алгоритм настройки параметров исходной модели двух нейронов ФитцХью—Нагумо, также обеспечивающий сходимость выходной переменной адаптивной системы к выходной переменной полученного линейного уравнения. Приводятся результаты компьютерного моделирования в среде Simulink, демонстрирующие быструю сходимость рассматриваемых оценок к их истинным значениям для двух используемых наборов начальных данных и параметров. Преимущества предлагаемого метода заключаются в том, что, во-первых, он значительно проще существующих решений: полученный алгоритм настройки параметров представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка; а во-вторых, общая структура и число уравнений полученного решения не изменится при увеличении числа рассматриваемых моделей нейронов. Это означает, что предлагаемый подход потенциально может быть применен для моделирования активности большего числа нейронов и даже целых популяций.

Ключевые слова: нелинейная динамика, задача идентификации, нейронная модель, модель ФитцХью—Нагумо

Введение

В последнее время применение методов, основанных на математическом и компьютерном моделировании, стало широко используемым подходом в нейробиологии [1]. Однако использование таких моделей, значительной частью которых являются динамические системы [2], требует наличия информации о параметрах модели. Эта информация может быть недоступна заранее, поскольку значения переменных состояния и параметров модели нейронов могут быть не известны исследователям. Ручная или автоматическая эвристическая подгонка модельных нейронов к измеренным данным делается методом проб и ошибок; более того, такая грубость в работе с моделью приводит к неединственности представления сигнала и невозможности обнаружить небольшие изменения в поведении нервных клеток [3]. Проблема становится еще

сложнее, если требуется оценить значения параметров не одного нейрона, а популяции нейронов или нейронной сети, состоящей из большого числа взаимосвязанных нейронов.

В данной работе рассматривается задача идентификации системы из двух моделей нейрона ФитцХью—Нагумо [4, 5]. Модель ФитцХью—Нагумо — это упрощение модели Ходжкина—Хаксли, имеющая множество приложений в различных областях науки и техники благодаря своей простоте и универсальности [6]. При проведении эксперимента обычно только одна переменная модели ФитцХью—Нагумо доступна измерению — мембранный потенциал, что усложняет не только идентификацию модели, но и ее применение в целом.

Ранее задача оценивания параметров модели ФитцХью—Нагумо изучалась рядом авторов. Большинство использованных методов являются стохастическими. Например, в работе [7] используется метод оценки максимума правдоподобия, а в статье [8] результат получен с применением байесовского подхода. В основе

*Работа поддержана грантом СПбГУ ID 84912397

значительного числа работ лежит относительно простой метод наименьших квадратов [9—11]. В работе [9] исходная модель была в первую очередь упрощена, что облегчает все последующие шаги построения алгоритма настройки параметров. Метод, основанный на нелинейной фильтрации, для периодических параметров был разработан и применен к модели ФитцХью—Нагумо в статье [12]. В работе [13] для идентификации параметров этой модели был получен алгоритм на основе нейронных сетей.

В данной статье мы решали задачу идентификации, используя дополнительную адаптивную систему, выход которой является оценкой выхода рассматриваемой модели, а параметры — оценками параметров. В отличие от упомянутых работ наш подход позволяет получить гораздо более простой детерминированный алгоритм, оценивающий параметры системы, собранной из двух моделей ФитцХью—Нагумо, что открывает перспективы использования предложенного метода при моделировании активности популяции нейронов. По сравнению с нашим предыдущим результатом [14] была развита идея использования метода скоростного градиента [15] в сочетании с фильтрацией для получения алгоритма настройки параметров системы из двух моделей ФитцХью—Нагумо.

Построение системы адаптивной оценки

Рассмотрим систему, составленную из двух одинаковых моделей нейрона ФитцХью—Нагумо:

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = u_1 - \frac{u_1^3}{3} - v_1 + I_{ext}; \\ \dot{v}_1 = \varepsilon(u_1 - a - bv_1); \\ \dot{u}_2 = u_2 - \frac{u_2^3}{3} - v_2 + I_{ext}; \\ \dot{v}_2 = \varepsilon(u_2 - a - bv_2), \end{cases} \quad (1)$$

где $u_1(t)$, $u_2(t)$ — динамика мембранного потенциала первого и второго нейрона соответственно; $v_1(t)$, $v_2(t)$ — совокупное действие всех медленных ионных токов, отвечающих за восстановление потенциала покоя мембраны нервной клетки; параметры a и b определяют проводимостные характеристики ионных каналов, $\varepsilon > 0$ — относительную скорость изменения медленных ионных токов, а I_{ext} — внешний ток [4, 5].

Предположим, что измерению доступны только мембранные потенциалы клеток. При этом при их измерении неизбежно будут возникать погрешности. Учтем это, введя замену: $y_1(t) = cu_1(t)$, $y_2(t) = cu_2(t)$. Далее продифференцируем первое и третье уравнения системы (1), а потом подставим в них вместо \dot{v}_1 и \dot{v}_2 правые части второго и четвертого уравнений соответственно. Окончательно избавимся от неизмеряемых переменных $v_1(t)$ и $v_2(t)$, выразив их из первого и третьего уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 = (1 - \varepsilon b)\dot{y}_1 - \frac{1}{3c^2}(y_1^3)' + \\ + \varepsilon(b - 1)y_1 - \frac{\varepsilon b}{3c^2}y_1^3 + c\varepsilon(a + bI_{ext}); \\ \ddot{y}_2 = (1 - \varepsilon b)\dot{y}_2 - \frac{1}{3c^2}(y_2^3)' + \\ + \varepsilon(b - 1)y_2 - \frac{\varepsilon b}{3c^2}y_2^3 + c\varepsilon(a + bI_{ext}). \end{cases} \quad (2)$$

Теперь сложим уравнения (2) и запишем коэффициенты получившегося уравнения в виде вектора параметров:

$$\theta^* = \left(1 - \varepsilon b \quad -\frac{1}{3c^2} \quad \varepsilon(b - 1) \quad -\frac{\varepsilon b}{3c^2} \quad 2c\varepsilon(a + bI_{ext}) \right),$$

т. е. перейдем к уравнению

$$(y_1 + y_2)'' = \theta_1^*(y_1 + y_2)' + \theta_2^*(y_1^3 + y_2^3)' + \theta_3^*(y_1 + y_2) + \theta_4^*(y_1^3 + y_2^3) + \theta_5^*. \quad (3)$$

Мы предполагаем, что неизмеряемы и производные $y_1(t)$ и $y_2(t)$. Для того чтобы с моделью можно было бы дальше работать, воспользуемся дифференциатором второго порядка, который выглядит следующим образом:

$$\ddot{x} \approx \frac{p^2}{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)} x,$$

где $\tau_i > 0$, $i = 1, 2$, $p = d/dt$. Множитель при x здесь — передаточная функция фильтра. Теперь к обеим частям уравнения (3) применим фильтр с передаточной функцией $W(p) = 1/(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)$ и получим новые фильтрованные переменные:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \frac{1}{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)} (y_1(t) + y_2(t))''; \\ x_4(t) &= \frac{1}{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)} (y_1(t) + y_2(t)); \end{aligned}$$

$$x_5(t) = \frac{1}{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)} (y_1^3(t) + y_2^3(t));$$

$$x_2(t) = \frac{1}{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)} (y_1(t) + y_2(t))' = \dot{x}_4(t);$$

$$x_3(t) = \frac{1}{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)} (y_1^3(t) + y_2^3(t))' = \dot{x}_5(t).$$

Тогда уравнение (3) преобразуется к виду

$$x_1(t) = \theta_1^* x_2(t) + \theta_2^* x_3(t) + \theta_3^* x_4(t) + \theta_4^* x_5(t) + \theta_5^*. \quad (4)$$

Задача состоит в том, чтобы построить адаптивную систему с оценкой состояния модели (4) $\hat{x}_1(t)$ в качестве выходной переменной и оценками параметров нейронов $\theta_i(t)$, $i \in \overline{1,5}$, в качестве параметров, которая бы обеспечивала цель идентификации:

- 1) $\hat{x}_1(t) - x_1(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$;
- 2) $\theta(t) - \theta^* \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Для решения поставленной задачи построим уравнение вида

$$\begin{aligned} \hat{x}_1(t) = & \theta_1(t) x_2(t) + \theta_2(t) x_3(t) + \\ & + \theta_3(t) x_4(t) + \theta_4(t) x_5(t) + \theta_5(t). \end{aligned}$$

Далее воспользуемся методом скоростного градиента для интегральной целевой функции, явно зависящей от настраиваемых параметров [15]:

$$Q(t) = \int_0^t \frac{1}{2} \delta^2(x(s), \theta(s), s) ds,$$

где

$$\begin{aligned} \delta(x(t), \theta(t), t) = & \hat{x}_1(t) - x_1(t) = \\ = & (\theta_1(t) - \theta_1^*) x_2(t) + (\theta_2(t) - \theta_2^*) x_3(t) + \\ + & (\theta_3(t) - \theta_3^*) x_4(t) + (\theta_4(t) - \theta_4^*) x_5(t) + \theta_5(t) - \theta_5^* \end{aligned}$$

— ошибка между выходной переменной и ее оценкой. В таком случае алгоритм настройки параметров будет иметь следующий вид:

$$\dot{\theta}(t) = -\delta(\gamma_1 x_2(t) \quad \gamma_2 x_3(t) \quad \gamma_3 x_4(t) \quad \gamma_4 x_5(t) \quad \gamma_5),$$

где γ_i , $i \in \overline{1,5}$, — положительные коэффициенты усиления. Окончательно получаем адаптивную модель:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{y}_1 &= \theta_1^* \dot{y}_1 + \theta_2^* (y_1^3)' + \theta_3^* y_1 + \theta_4^* y_1^3 + 0,5\theta_5^*; \\ \dot{y}_2 &= \theta_1^* \dot{y}_2 + \theta_2^* (y_2^3)' + \theta_3^* y_2 + \theta_4^* y_2^3 + 0,5\theta_5^*; \\ x_2 &= \frac{p}{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)} (y_1 + y_2); \\ x_3 &= \frac{p}{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)} (y_1^3 + y_2^3); \\ \dot{x}_4 &= x_2; \\ \dot{x}_5 &= x_3; \\ x_1 &= \theta_1^* x_2 + \theta_2^* x_3 + \theta_3^* x_4 + \theta_4^* x_5 + \theta_5^*; \\ \hat{x}_1 &= \theta_1 x_2 + \theta_2 x_3 + \theta_3 x_4 + \theta_4 x_5 + \theta_5; \\ \dot{\theta}_1 &= -\gamma_1 \delta x_2; \\ \dot{\theta}_2 &= -\gamma_2 \delta x_3; \\ \dot{\theta}_3 &= -\gamma_3 \delta x_4; \\ \dot{\theta}_4 &= -\gamma_4 \delta x_5; \\ \dot{\theta}_5 &= -\gamma_5 \delta. \end{aligned} \right. \quad (5)$$

В системе (5) первые два уравнения моделируют переменные, соответствующие мембранным потенциалам, вместо этих уравнений на практике можно использовать мембранные потенциалы, полученные непосредственно с нервных клеток. Остальные уравнения (5) строят оценки параметров модели двух нейронов, соответствующей двум подаваемым на вход сигналам, т. е. решают поставленную задачу. Заметим, что если добавить больше нейронов в (1), то не только число уравнений решения задачи идентификации останется неизменным, но и структура системы в целом. Иначе говоря, предлагаемый метод идентификации моделей ФитцХью—Нагумо может быть применен для моделирования большего числа нейронов и даже целых нейронных популяций без каких-либо значительных изменений.

Результаты компьютерного моделирования

На рис. 1—4 представлены результаты компьютерного моделирования системы (5) в среде Simulink для некоторых параметров и начальных данных. Графики показывают достаточно быстрое достижение цели управления, что говорит об эффективности предложенного алгоритма. Однако стоит отметить, что, несмотря на это, цель идентификации все же достигается медленнее, чем в случае адаптивного оценивания параметров модели одного нейрона [14].

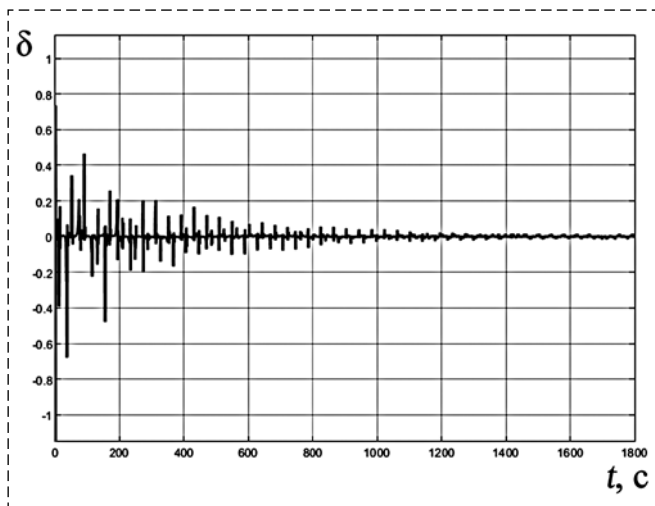


Рис. 1. График разности значений выходных переменных \hat{x}_1 и x_1 , полученных при численном решении системы (5) с начальными данными: $y_1(0) = 0,1$, $\dot{y}_1(0) = 0,5$, $y_2(0) = 0,45$, $\dot{y}_2(0) = 0,2$, $x_5(0) = x_6(0) = x_7(0) = 1$, $\theta_1(0) = 0,3$, $\theta_2(0) = 0,9$, $\theta_3(0) = -0,25$, $\theta_4(0) = 1$, $\theta_5(0) = -0,1$ и параметрами: $\tau_1 = \tau_2 = 0,01$, $I_{ext} = 0,5$, $a = -0,7$, $b = 0,8$, $\varepsilon = 1/12,5$, $c = 1$, $\gamma_i = 1$, $i = \overline{1,5}$ [6]

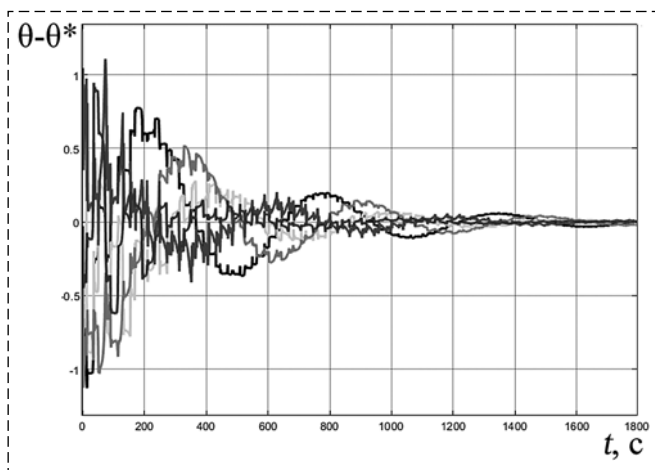


Рис. 2. Графики разностей значений оценок $\theta_i(t)$ и самих параметров θ_i^* , $i = \overline{1,5}$, для тех же начальных данных и параметров, что и на рис. 1

Fig. 2. Graphs of the difference between $\theta_i(t)$ and θ_i^* , $i = \overline{1,5}$, for the initial neuron state and parameter values as in Fig. 1

Заключение

Полученные результаты показывают, что построение системы адаптивного оценивания параметров для двух моделей нейрона Фитц-Хью—Нагумо и применение к ней метода скоростного градиента является эффективным способом определения значений параметров

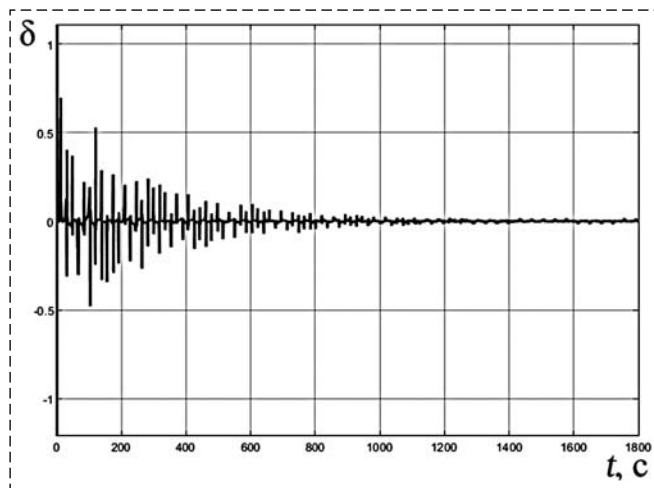


Рис. 3. График разности значений выходных переменных \hat{x}_1 и x_1 , полученных при численном решении системы (5) с начальными данными: $y_1(0) = 1,12$, $\dot{y}_1(0) = 0,57$, $y_2(0) = 0,3$, $\dot{y}_2(0) = 0,12$, $x_5(0) = x_6(0) = x_7(0) = 1$, $\theta_1(0) = 0,3$, $\theta_2(0) = 0,19$, $\theta_3(0) = 0,2$, $\theta_4(0) = 1,2$, $\theta_5(0) = 0,1$ и параметрами: $\tau_1 = \tau_2 = 0,01$, $I_{ext} = 1$, $a = -0,8$, $b = 0,7$, $\varepsilon = 1/12,5$, $c = 0,9$, $\gamma_i = 1$, $i = \overline{1,5}$ [6]

Fig. 3. Graph of the difference between the values of the output variables \hat{x}_1 and x_1 , obtained by numerical solving of the system (5) for initial data: $y_1(0) = 1,12$, $\dot{y}_1(0) = 0,57$, $y_2(0) = 0,3$, $\dot{y}_2(0) = 0,12$, $x_5(0) = x_6(0) = x_7(0) = 1$, $\theta_1(0) = 0,3$, $\theta_2(0) = 0,19$, $\theta_3(0) = 0,2$, $\theta_4(0) = 1,2$, $\theta_5(0) = 0,1$ and parameter values: $\tau_1 = \tau_2 = 0,01$, $I_{ext} = 1$, $a = -0,8$, $b = 0,7$, $\varepsilon = 1/12,5$, $c = 0,9$, $\gamma_i = 1$, $i = \overline{1,5}$ [6]

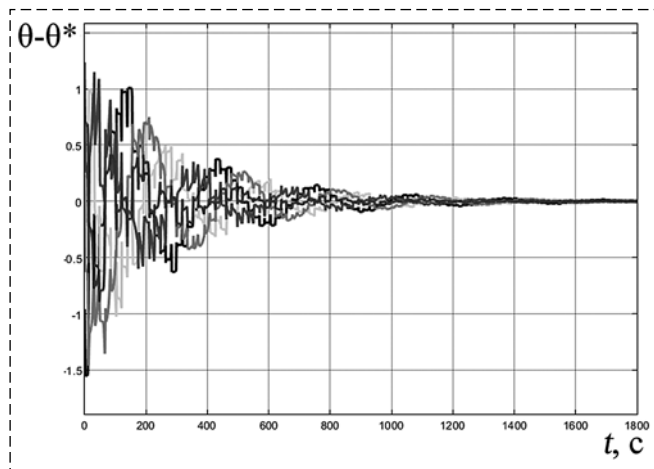


Рис. 4. Графики разностей значений оценок $\theta_i(t)$ и самих параметров θ_i^* , $i = \overline{1,5}$, для тех же начальных данных и параметров, что и на рис. 3

Fig. 4. Graphs of the difference between $\theta_i(t)$ and θ_i^* , $i = \overline{1,5}$, for the initial neuron state and parameter values as in Fig. 3

в случае неизмеряемости всех производных и переменных совокупного действия медленных ионных токов. При работе с неизмеряемыми производными были использованы фильтры-дифференциаторы. Приведены результаты компьютерного моделирования, иллюстрирующие корректность полученного решения. По результатам симуляции также можно сделать

вывод о том, что полученный алгоритм достаточно быстро выполняет настройку параметров, но все-таки медленнее, чем в случае оценки параметров одного нейрона, иначе говоря, чем сложнее модель, тем медленнее может работать алгоритм. Тем не менее, полученный результат может быть расширен и применен для моделирования большего числа нейронов.

Список литературы

1. **Izhikevich E. M., Edelman G. M.** Large-scale model of mammalian thalamocortical systems // PNAS. 2008. Vol. 105, N. 9. P. 3593–3598.
2. **Srivastava P., Nozari E., Kim J. Z., Ju H., Zhou D., Becker C., Pasqualetti F., Pappas G. J., Bassett D. S.** Models of communication and control for brain networks: distinctions, convergence, and future outlook // Network Neuroscience. 2020. Vol. 4, N. 4. P. 1122–1159.
3. **Tyukin I., Steur E., Nijmeijer H., Fairhurst D., Song I., Semyanov A., van Leeuwen C.** State and parameter estimation for canonic models of neural oscillators // International Journal of Neural Systems. 2010. Vol. 20, N. 3. P. 193–207.
4. **FitzHugh R.** Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane // Biophysical Journal. 1961. Vol. 1. P. 445–466.
5. **Nagumo J., Arimoto S., Yoshizawa S.** An Active Pulse Transmission Line Simulating Nerve Axon // Proceedings of the IRE. 1962. Vol. 50, N. 10. P. 2061–2070.

6. **Izhikevich E. M., FitzHugh R.** FitzHugh-Nagumo model // Scholarpedia. 2006. Vol. 1, N. 9. P. 1349.
7. **Doruk R. O., Aboshar L.** Estimating the Parameters of FitzHugh–Nagumo Neurons from Neural Spiking Data // Brain Sci. 2019. Vol. 9, N. 12. P. 364.
8. **Jensen A. C., Ditlevsen S., Kessler M., and Paspaliopoulos O.** Markov chain Monte Carlo approach to parameter estimation in the FitzHugh-Nagumo model // Physical Review E. 2012. Vol. 86, N. 4. P. 041114.
9. **Che Y., Geng L., Han C., Cui S., Wang J.** Parameter estimation of the FitzHugh-Nagumo model using noisy measurements for membrane potential // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2012. Vol. 22, N. 2. P. 023139.
10. **Lou X., Cai X., Cui B.** Parameter Estimation of a Class of Neural Systems with Limit Cycles // Algorithms. 2018. Vol. 11, N. 11. P. 169.
11. **Wigren T.** Nonlinear identification of neuron models // 015 IEEE Conference on Control Applications (CCA). 2015. P. 1340–1346.
12. **Arnold A., Lloyd A. L.** An approach to periodic, time-varying parameter estimation using nonlinear filtering // Inverse Problems. 2018. Vol. 34, N. 10. P. 105005.
13. **Dong X., Wang C.** Identification of the FitzHugh–Nagumo Model Dynamics via Deterministic Learning // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2015. Vol. 25, N. 12. P. 1550159
14. **Fradkov A., Shepeljavi A., Rybalko A.** Identification of the FitzHugh-Nagumo Neuron Model Based on the Speed-Gradient and Filtering // Fourth International Conference Neurotechnologies and Neurointerfaces. 2022. P. 29–31.
15. **Andrievskii B. R., Stotskii A. A., Fradkov A. L.** Velocity-gradient algorithms in control and adaptation problems // Automation And Remote Control. 1988. Vol. 49, N. 12. P. 1533–1564.

Identification of Two FitzHugh-Nagumo Neuron Models Based on the Speed-Gradient and Filtering

A. V. Rybalko, alexandrarybalko21@gmail.com,

A. L. Fradkov, fradkov@mail.ru,

St. Petersburg University, Saint Petersburg, 199034, Russian Federation,
Institute for Problems in Mechanical Engineering, Russian Academy of Sciences,
Saint-Petersburg, 199178, Russian Federation

Corresponding author: Rybalko Alexandra V., Student, St. Petersburg University, Saint Petersburg, 199034, Russian Federation, e-mail: alexandrarybalko21@gmail.com

Accepted on MArch 21, 2023

Abstract

The paper is devoted to the problem of parameter identification of two FitzHugh-Nagumo neuron models. The FitzHugh-Nagumo model is a simplification of the Hodgkin-Huxley model and it is very valuable for using on practice thanks to its simplicity. However, within an experiment only one variable of the FitzHugh-Nagumo model, the membrane potential, is measured, while another variable of cumulative effects of all slow ion currents responsible for restoring the resting potential of the membranes and both variables' derivatives cannot be measured. This circumstance brings additional difficulties to the parameters estimation problem and, therefore, this case needs special attention. Firstly, the model was transformed to more simple form without unmeasured variables. Variables obtained from applying second-order real filter-differentiator were used instead of unmeasured derivatives in model's equations. As a result, a linear equation was gotten and for this equation the identification goal, which guarantees correct parameters' adjustment, was formulated and an adaptive system, parameters of which are estimations of original system's parameters and an output of which estimates the output of the linear equation, was constructed. Then, the integral objective function was defined and the algorithm for the original model parameters identification was designed with the speed-gradient method. The results of computer simulation in the Simulink environment are presented. These results demonstrate that estimates of the model's state and parameters converge to their true values rather fast. Unlike existing solutions of the FitzHugh-Nagumo identification problem, we propose a much easier deterministic algorithm. Moreover, the parameters are estimated for a system collected from two FitzHugh-Nagumo models, which opens perspectives for using the proposed method in modeling neuron population activity.

Keywords: nonlinear dynamics, identification problem, neuron model, FitzHugh-Nagumo model

Acknowledgements: This paper was supported by grant SPbU ID 84912397.

For citation:

Rybalko A. V., Fradkov A. L. Identification of Two FitzHugh-Nagumo Neuron Models Based on the Speed-Gradient and Filtering, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no.7, pp. 346–351.

DOI: 10.17587/mau.24.346-351

References

1. **Izhikevich E. M., Edelman G. M.** Large-scale model of mammalian thalamocortical systems, *PNAS*, 2008, vol. 105, no. 9, pp. 3593–3598.
2. **Srivastava P., Nozari E., Kim J. Z., Ju H., Zhou D., Becker C., Pasqualetti F., Pappas G. J., Bassett D. S.** Models of communication and control for brain networks: distinctions, convergence, and future outlook, *Network Neuroscience*, 2020, vol. 4, no. 4, pp. 1122–1159.
3. **Tyukin I., Steur E., Nijmeijer H., Fairhurst D., Song I., Semyanov A., van Leeuwen C.** State and parameter estimation for canonic models of neural oscillators, *International Journal of Neural Systems*, 2010, vol. 20, no. 3, pp. 193–207.
4. **FitzHugh R.** Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane, *Biophysical Journal*, 1961, vol. 1, pp. 445–466.
5. **Nagumo J., Arimoto S., Yoshizawa S.** An Active Pulse Transmission Line Simulating Nerve Axon, *Proceedings of the IRE*, 1962, vol. 50, no. 10, pp. 2061–2070.
6. **Izhikevich E. M., FitzHugh R.** FitzHugh-Nagumo model, *Scholarpedia*, 2006, vol. 1, no. 9, pp. 1349.
7. **Doruk R. O., Aboshar L.** Estimating the Parameters of Fitzhugh–Nagumo Neurons from Neural Spiking Data, *Brain Sci.*, 2019, vol. 9, no. 12, p. 364.
8. **Jensen A. C., Ditlevsen S., Kessler M., Papaspiliopoulos O.** Markov chain Monte Carlo approach to parameter estimation in the FitzHugh-Nagumo model, *Physical Review E.*, 2012, vol. 86, no. 4, pp. 041114.
9. **Che Y., Geng L., Han C., Cui S., Wang J.** Parameter estimation of the FitzHugh-Nagumo model using noisy measurements for membrane potential, *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2012, vol. 22, no. 2, pp. 023139.
10. **Lou X., Cai X., Cui B.** Parameter Estimation of a Class of Neural Systems with Limit Cycles, *Algorithms*, 2018, vol. 11, no. 11, p. 169.
11. **Wigren T.** Nonlinear identification of neuron models, *015 IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, 2015, pp. 1340–1346.
12. **Arnold A., Lloyd A. L.** An approach to periodic, time-varying parameter estimation using nonlinear filtering, *Inverse Problems*, 2018, vol. 34, no. 10, p. 105005.
13. **Dong X., Wang C.** Identification of the FitzHugh–Nagumo Model Dynamics via Deterministic Learning, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2015, vol. 25, no. 12, pp. 1550159.
14. **Fradkov A., Shepeljavi A., Rybalko A.** Identification of the FitzHugh-Nagumo Neuron Model Based on the Speed-Gradient and Filtering, *Fourth International Conference Neurotechnologies and Neurointerfaces*, 2022, pp. 29–31.
15. **Andrievskii B. R., Stotskii A. A., Fradkov A. L.** Velocity-gradient algorithms in control and adaptation problems, *Automation And Remote Control*, 1988, vol. 49, no. 12, pp. 1533–1564.

XXXVI Международная научная конференция

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ (ММТТ-36)

23—27 октября 2023 г. <http://mmtt.sstu.ru/>

Минск, БНТУ, пр. Независимости, 65

Цель конференции: обсуждение опыта использования математических методов в технике и технологиях и современных направлений компьютерного обеспечения технологических и технических систем.

СЕКЦИИ КОНФЕРЕНЦИИ:

- Качественные и численные методы исследования динамических систем
- Оптимизация, автоматизация и оптимальное управление технологическими процессами
- Математическое моделирование технологических и социальных процессов
- Математическое моделирование и оптимизация в задачах САПР, аддитивных технологий
- Математические методы в задачах радиотехники, радиоэлектроники и телекоммуникаций, геоинформатики, авионики и космонавтики
- Математические методы и интеллектуальные системы в мехатронике и робототехнике
- Математические методы в медицине, биотехнологии и экологии
- Математические методы в экономике и гуманитарных науках
- Информационные и интеллектуальные технологии в технике и образовании
- Математические методы технологий Индустрии 4.0

Контактная информация оргкомитета:

Хвощинская Людмила Аркадьевна (Минск, БГУ)
8-029-255-74-74; ludmila.ark@gmail.com

И. Б. Фуртат, д-р техн. наук, проф., гл. науч. сотр., cainenash@mail.ru,

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург,

Ю. А. Жуков, науч. сотр., zh_kv@mail.ru,

Н. С. Слободзян, канд. техн. наук, зав. лабораторией, ja-nikita@mail.ru,

Балтийский государственный технический университет "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова

Обзор моделей и методов управления шаговыми двигателями*

Представлен обзор моделей и алгоритмов управления шаговым двигателем (ШД). Благодаря высокой точности, улучшенным показателям удельной мощности, экономичности и надежности по сравнению с другими синхронными двигателями ШД широко используются в различных практических приложениях и научном оборудовании. В авиационной и космической технике ШД активно применяются в исполнительных системах, таких как приводы движения элементов крупногабаритных конструкций, системы наведения и стабилизации и т. д. В статье описаны некоторые существующие алгоритмы управления ШД, которые основаны как на знании параметров модели ШД, так и на отсутствии той или иной информации. Из множества описанных алгоритмов выделены четыре (ПИД регулятор, алгоритм точной линеаризации обратной связью, адаптивное управление с частично неизвестными параметрами и адаптивное управление с полностью неизвестными параметрами), которые показали наилучшие результаты переходных процессов по слежению угла ротора ШД за эталонным значением. Также приводится сравнительный численный анализ среди данных четырех алгоритмов, который показал, что наилучшие результаты переходных процессов продемонстрированы адаптивными регуляторами (в смысле наименьшей ошибки в установившемся режиме), тогда как наихудшие результаты продемонстрированы ПИД регулятором. Отмечено, что исследуемый ПИД регулятор содержит гораздо меньше контуров обратных связей по сравнению с другими алгоритмами, что упрощает выбор настраиваемых параметров и уменьшает динамический порядок замкнутой системы, однако синтез основан на знании точных параметров привода, а также чувствителен к внешним возмущениям. Напротив, адаптивные подходы успешно решают задачу оценки параметрических и функциональных возмущений, однако их реализация связана со значительными трудностями.

Ключевые слова: обзор, шаговый двигатель, модель, управление, адаптивное управление, ПИД регулятор

Введение

В БГТУ "ВОЕНМЕХ" и АО "ИСС" им. М. Ф. Решетнева ведется совместная работа по созданию универсальных мехатронных модулей на базе шаговых двигателей (ШД) в составе электромеханических систем управления приборами, устройствами и элементами конструкции космических аппаратов. Объектом исследования являются модели и алгоритмы управления, обеспечивающие прецизионное управление

ШД в условиях параметрической и функциональной неопределенности.

ШД — синхронная машина с электрическим преобразователем, преобразующая дискретные электрические команды в перемещение [1]. Угол и скорость вращения ШД просто и точно контролируются с помощью входных импульсов, что широко используется в различных электромеханических устройствах.

ШД можно эффективно управлять без обратной связи при отсутствии параметрической неопределенности и внешних возмущений. Иными словами, управление осуществляется путем односторонней передачи командных сигналов от контроллера более высокого уровня к двигателю, что делает управление ШД очень простым, поскольку устраняет необходимость в датчиках и обратной связи.

Однако в процессе функционирования двигателя его параметры могут меняться. Например, активное сопротивление ШД зависит от

*Работа выполнена в рамках проекта "Создание высоко-технологичного импортозамещающего производства универсальных многофункциональных мехатронных модулей, предназначенных для обеспечения работы исполнительных систем трансформируемых конструкций объектов авиационно-космической техники, обеспечивающей освоение и использование Мирового океана, Арктики и Антарктики" в БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение № 075-11-2021-057 от 28.06.2021) в соответствии с постановлением Правительства РФ от 09.04.2010 № 218.

температуры, нагрузка на ротор ШД зависит от внешних воздействий, которые не всегда известны. В таких случаях требуется разработка алгоритмов управления с обратной связью для гарантии точного функционирования двигателя в условиях неопределенностей.

В настоящее время предложено большое число методов для анализа и синтеза законов управления ШД. В поисковой системе Scopus запрос по ключевым словам "control" и "stepper



Рис. 1. Распределение числа публикаций по годам
Fig. 1. Distribution of the number of publications by years

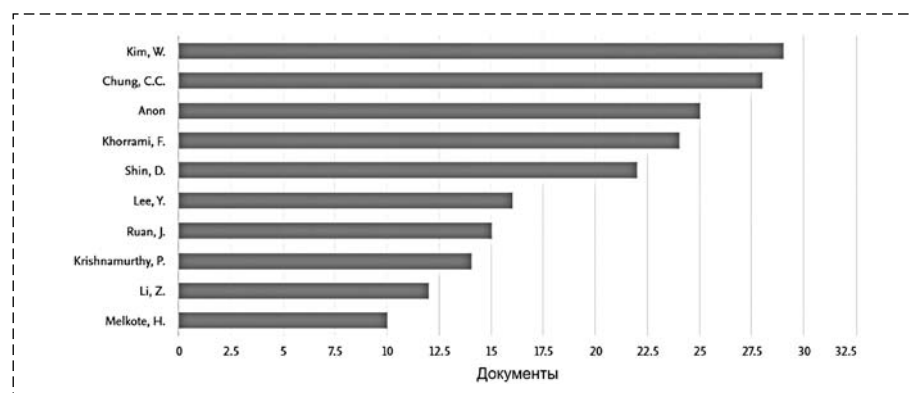


Рис. 2. Распределение наибольшего числа публикаций по авторам
Fig. 2. Distribution of the largest number of publications by authors

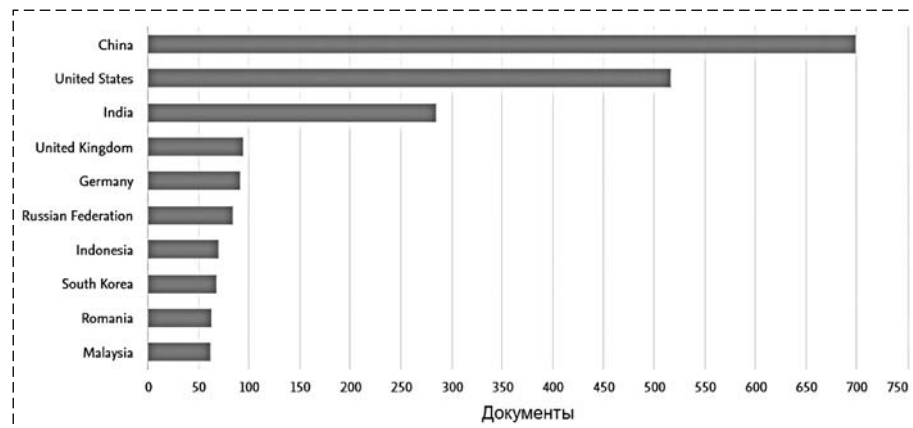


Рис. 3. Распределение наибольшего числа публикаций по странам
Fig. 3. Distribution of the largest number of publications by countries

motor" в названии публикации выдает 364 публикации на конец января 2023 г. С учетом упоминания данных слов в любой части публикации — 3164 результата.

В отечественной поисковой системе eLibrary запрос с ключевыми словами "управление" и "шаговый двигатель" в названии публикации выдает 714 публикаций на конец января 2022 г. (включая статьи, монографии, патенты, диссертации и т. п.), а с учетом упоминания данных слов в любой части публикации — 10 599 результатов.

Судя по ежегодному росту публикаций за 50 лет, интерес к данной тематике неуклонно растет (рис. 1). На рис. 2, 3 представлены диаграммы лидеров среди авторов и стран с наибольшим числом публикаций по тематике анализа и управления ШД.

1. Обзор математических моделей и методов управления ШД

В работе [2] рассматривается разомкнутое управление (без обратной связи) двухфазным

гибридным ШД (ГШД) с использованием преобразователя напряжения в частоту. ГШД объединяет лучшие свойства реактивных и шаговых двигателей с постоянными магнитами, реализуя большой вращающий момент и остаточный фиксирующий момент. При управлении ГШД преобразуют последовательность цифровых импульсов в точные пошаговые движения [2–6]. ГШД совместим с цифровыми системами управления и контроля (мониторинга) [4, 5]. Самые популярные ГШД состоят из статора и двух роторов. Статор двигателя имеет две обмотки управления, каждая из которых размещена на двух диаметрально противоположных полюсах. На каждом роторе располагается цилиндрический постоянный магнит, намагниченный вдоль оси ГШД, на каждый из полюсов надет сердечник ротора с зубцами. Зубья распределены

равномерно, а первый ротор радиально смещен относительно второго со сдвигом в половину зуба [4]. ГШД развивает механический крутящий момент выше, чем крутящий момент реактивного двигателя [4, 5]. ГШД управляется в следующих вариантах: при синусоидальном питании, при импульсном управлении с полным шагом и с половинным шагом [4–6].

В работе [2] представлен новый метод моделирования в MATLAB привода контроллера для ГШД с полной последовательностью шагов с использованием преобразователя напряжения в частоту. Результаты моделирования предложенной схемы управления показали удовлетворительные результаты с натурными экспериментами.

Математическая модель ГШД описывается следующими дифференциальными уравнениями [2–7]:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \omega; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{J}[-K_m i_a \sin(n\theta) + \\ &+ K_m i_b \cos(n\theta) - F\omega - k_D - T_L]; \\ \frac{di_a}{dt} &= \frac{1}{L_a}[v_a - R_a i_a + K_m \omega \sin(n\theta)]; \\ \frac{di_b}{dt} &= \frac{1}{L_b}[v_b - R_b i_b - K_m \omega \cos(n\theta)], \end{aligned} \quad (1)$$

где θ — позиция (положение) ротора; ω — скорость ротора; i_a и i_b — фазные токи (токи на соответствующих обмотках статора); v_a и v_b — фазные напряжения (напряжения на соответствующих обмотках статора); L_a и L_b — фазные индуктивности (индуктивности на соответствующих обмотках статора); R_a и R_b — сопротивления фаз (активные сопротивления на соответствующих обмотках статора); n — число зубцов ротора (число зубцов, приходящееся на каждую пару полюсов (или число пар полюсов статора); J — инерция ротора (приведенный к валу суммарный момент инерции ротора и элементов привода); K_m — постоянная крутящего момента ротора (моментная постоянная двигателя); T_L — момент нагрузки (суммарный момент на валу двигателя); F — вязкостное трение; k_D — остаточный фиксирующий момент (тормозной момент).

В работе [8] рассматривается управление положением ШГ с постоянными магнитами с использованием метода точной линеаризации. Показана связь между точным линеаризу-

ющим преобразованием и dq -преобразованием в теории электрических машин. Также показано, как постоянные крутящие моменты нагрузки могут быть асимптотически исключены с помощью нелинейного наблюдателя.

Несмотря на то, что в работе [8] модель заимствована из статьи [7], тем не менее модель в работе [8] имеет некоторые отличия. Итак, модель ШД в [8] описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \omega; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{J}[-K_m i_a \sin(n\theta) + K_m i_b \cos(n\theta) - \\ &- F\omega - k_D \sin(4n\theta) - T_L]; \\ \frac{di_a}{dt} &= \frac{1}{L}[v_a - R i_a + K_m \omega \sin(n\theta)]; \\ \frac{di_b}{dt} &= \frac{1}{L}[v_b - R i_b - K_m \omega \cos(n\theta)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Модель (2) представляется более точной по сравнению с моделью (1) и подробно выведена со всеми объяснениями в работе [8]. Отличие моделей (1) и (2) состоит в том, что используются одни и те же значения L , J во всех уравнениях, а во втором уравнении используется слагаемое $-k_D \sin(4n\theta)$ вместо $-k_D$. Величина $k_D \sin(4n\theta)$ представляет создаваемый остаточный фиксирующий (тормозной) крутящий момент, возникающий из-за постоянного магнита ротора, взаимодействующего с магнитным материалом полюсов статора, и k_D обычно составляет от 5 до 10 % значения $K_m i_0$, где i_0 — номинальный ток [5, 7].

Введем вектор состояния x , сигналы управления u_1 и u_2 , а также другие обозначения:

$$\begin{aligned} x &= \text{col}\{i_a, i_b, \omega, \theta\}; \\ K_1 &= \frac{R}{L}, \quad K_2 = \frac{K_m}{L}, \quad K_3 = \frac{K_m}{J}, \\ K_4 &= \frac{F}{J}, \quad K_5 = n, \quad K_6 = \frac{k_D}{J}; \\ u_1 &= v_a/L, \quad u_2 = v_b/L. \end{aligned}$$

В результате модель (2) в пространстве состояния можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -K_1 x_1 + K_2 x_2 \sin(K_5 x_4) + u_1; \\ \dot{x}_2 &= -K_1 x_2 - K_2 x_3 \sin(K_5 x_4) + u_2; \\ \dot{x}_3 &= -K_3 x_1 \sin(K_5 x_4) + K_3 x_2 \cos(K_5 x_4) - \\ &- K_4 x_3 - K_6 \sin(2K_5 x_4) - \frac{M_R}{J}; \\ \dot{x}_4 &= x_3. \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнения (3) активно используются в различной литературе для синтеза линейного и нелинейного управления (чаще нелинейного) ШГ с постоянными магнитами.

В работе [9] рассмотрена задача точного позиционного управления ШГ с постоянными магнитами с синусоидальным распределением потока. Для обеспечения точного позиционирования применяется метод адаптивной линеаризации обратной связью, разработанный в статье [9]. Предполагается, что момент нагрузки и сопротивление каждой фазной обмотки статора неизвестны. Предложена нелинейная схема адаптивного управления, которая гарантирует глобальное отслеживание траектории заданного положения и глобальную сходимость оцениваемых параметров. Приведены результаты моделирования. Более подробный разбор данного алгоритма будет выполнен в следующих разделах.

Методы линеаризации обратной связью для (неадаптивного) управления ШД с переменным сопротивлением были рассмотрены в работе [10] (см. [11] для адаптивного случая) и в статьях [12, 13] для ШД с постоянными магнитами. В работе [12] предложен не прямой адаптивный регулятор, который сочетает в себе метод линеаризации с обратной связью и метод наименьших квадратов. Однако данный подход [12] требует знания производной по времени от переменных состояния двигателя, которые обычно недоступны. В статье [13] предложено нелинейное адаптивное управление для модели пониженного порядка (электродинамикой пренебрегают), т. е. для машин, у которых распределение потока не является синусоидальным, что часто вызывает пульсации крутящего момента. Для уменьшения пульсаций момента периодическое распределение потока аппроксимируется усеченным рядом Фурье, коэффициенты которого считаются неизвестными, и разрабатывается нелинейное адаптивное управление.

В работе [14] предложена нелинейная схема адаптивного управления для двухфазного ШД с постоянными магнитами. Техника адаптивного управления основана на расширенном свойстве согласованности параметров. Предполагается, что неизвестны только момент нагрузки и сопротивление каждой фазной обмотки статора. Аналогичным образом можно решить и более общий случай, когда все параметры двигателя неизвестны. Предлагаемое управление применимо только к машинам с синусоидальным распределением потока.

Теперь рассмотрим модель из работы [9]:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \omega; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{J} [-K_m i_a \sin(n\theta) + \\ &+ K_m i_b \cos(n\theta) - F\omega - T_L]; \\ \frac{di_a}{dt} &= \frac{1}{L} [v_a - Ri_a + K\omega \sin(n\theta)]; \\ \frac{di_b}{dt} &= \frac{1}{L} [v_b - Ri_b - K\omega \cos(n\theta)]. \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим структурные отличия моделей (2) и (4). В модели (4), в отличие от (2), отсутствует слагаемое $-k_p \sin(4n\theta)$.

Также в работе [9] приведено нелинейное преобразование координат (4) с последующим синтезом нелинейного закона управления, обеспечивающего экспоненциальную устойчивость по отклонениям θ , ω и $\dot{\omega}$ от соответствующих положений равновесия в случае известных параметров модели и измерении данных сигналов. Если сопротивление обмотки статора R и момент нагрузки M_R точно не известны, сопротивление меняется в зависимости от температуры, и крутящий момент нагрузки зависит от самой нагрузки, то используется метод адаптивной линеаризации обратной связью.

Модель (4) используется в статье [15] с использованием нового прогнозирующего закона управления током с конечным набором управлений для двухфазного ГШД, питаемого от трехфазного инвертора источника напряжения. Также модель (4) используется в работе [16], где предложено робастное нелинейное управление положением для ШД с постоянными магнитами. Разработана новая модель с одним входом и одним выходом, которая включает в себя положение, скорость и ускорение, с использованием схемы коммутации для учета неизвестных параметров и внешнего возмущения. Дополнительно разработан наблюдатель, предназначенный для оценки положения, скорости, ускорения и возмущения. Поскольку возмущение относится к внешнему воздействию, то трудно достаточно точно оценить возмущение без наблюдателя с большим коэффициентом усиления. Использование других наблюдателей может привести к ухудшению качества регулирования. Затем разрабатывается нелинейный регулятор на базе метода бэкстеппинга для подавления ошибки

слежения за положением. Предлагаемый алгоритм управления был проверен экспериментально в системе управления ШД с постоянными магнитами.

В работе [16] отмечается, что с ростом мощности и снижением стоимости встроенных процессоров в последние годы приводы и системы управления для ШД с постоянными магнитами становятся все более сложными. Таким образом, для приложений позиционирования ШД с постоянными магнитами может заменить дорогие серводвигатели, такие как синхронные двигатели с постоянными магнитами, в качестве более дешевой замены в замкнутом контуре.

Различные контроллеры были предложены для улучшения характеристик управления положением/скоростью в ШД с постоянными магнитами [17–25]. Нелинейный регулятор, использующий управление для модели с ослаблением поля (с отсутствием слагаемого $-k_D \sin(4n\theta)$), был представлен для улучшения управления положением в работах [26, 27]. Простой и эффективный регулятор положения и скорости был предложен в статье [18]. В работе [19] предложен бездатчиковый (от англ. *sensorless*) регулятор для управления скоростью ШД.

В статье [20] разработано микрошаговое управление (от англ. *microstepping control*) на основе модуляции крутящего момента для реализации ориентированного на поле управления и без прямого квадратурного преобразования и управления сбросом интегратора, разработанного в статье [21] для улучшения переходной характеристики с управлением положением ШД с постоянными магнитами. Микрошаговое управление также использовано в работе [22].

Для уменьшения ошибки слежения по положению предложен усовершенствованный контроллер нелинейного демпфирования [23]. Кроме того, для оптимизации характеристик управления было разработано нелинейное H_2 -управление с различными линейными параметрами [24].

В работе [25] предложено эффективное управление с обратной связью, состоящее из идентификации параметров двигателя, управления по току с обратной связью, управления положением с обратной связью и управления демпфированием. Для подавления внешних периодических возмущений разработан модельный прогнозирующий регулятор [26].

На базе метода внутренней модели предложен закон управления на основе принципа снижения не основных гармоник для двигателя с инверторами с низкой частотой переключения [27–40].

В работе [41] предложен алгоритм управления ШД при полностью неизвестных параметрах. Для синтеза алгоритма используется метод бэкстеппинга. Достоинство алгоритма состоит в том, что помимо управления используется идентификация всех неизвестных параметров.

Анализ моделирования рассмотренных схем управления показал, что наилучшие результаты переходных процессов (в смысле быстроты действия и наименьшего значения перерегулирования) показали следующие алгоритмы:

- ПИД регулирование [41];
- алгоритм точной линеаризации обратной связью по состоянию [9];
- адаптивное управление ШД с измеряемым вектором состояния [9];
- адаптивное управление ШД с полностью неизвестными параметрами и измеряемым вектором состояния [41].

Ниже более подробно рассмотрим каждый из алгоритмов и приведем результаты моделирования. Отметим, что основной целью при синтезе адаптивных законов управления является поиск такого алгоритма, который позволит гарантировать выполнение цели

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\theta(t) - \theta_R(t)) = 0,$$

где $\theta_R(t)$ — эталонное значение угла ротора.

2. ПИД регулирование

Рассмотрим ПИ регулятор в контуре тока и ПИД регулятор в контуре положения [41]:

$$\begin{aligned} u_d &= -pL\omega i_q - k_4(i_d - i_{dr}) - k_5 \int_0^t [i_d(\tau) - i_{dr}(\tau)] d\tau; \\ u_q &= k_M \omega - k_4(i_q - i_{qr}) - k_5 \int_0^t [i_q(\tau) - i_{qr}(\tau)] d\tau; \\ i_{dr} &= 0; \\ i_{qr} &= -\frac{J}{k_M} \{k_1(\theta - \theta_r) + \\ &+ k_2 \int_0^t [\theta(\tau) - \theta_r(\tau)] d\tau + k_3(\omega - \omega_r)\}. \end{aligned} \quad (5)$$

3. Адаптивное управление ШД с измеряемым вектором состояния

Перед синтезом адаптивного управления рассмотрим эффективную схему линеаризации обратной связью [9] при условии, что все параметры и внешние сигналы известны и доступны измерению. На базе полученной схемы будет рассмотрен первый алгоритм адаптивного управления ШД [9].

3.1. Алгоритм точной линеаризации обратной связью по состоянию

Если предположить, что все параметры модели (4) точно известны, то можно применить следующее преобразование координат:

$$y_1 = \theta;$$

$$y_2 = \omega;$$

$$y_3 = -\frac{K_m}{J} i_a \sin(n\theta) + \frac{K_m}{J} i_b \cos(n\theta) - \frac{F}{J} \omega - \frac{T_L}{J};$$

$$y_4 = K_m i_a \cos(n\theta) + K_m i_b \sin(n\theta).$$

В новых координатах модель ШД (4) преобразуется к виду

$$\dot{y}_1 = y_2;$$

$$\dot{y}_2 = y_3;$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_3 = & \frac{K_m}{JL} \sin(n\theta)(Ri_a - K_m \omega \sin(n\theta) + v_a) - \\ & - \frac{K_m}{J} i_a \cos(n\theta) \omega - \frac{K_m}{JL} \cos(n\theta)(Ri_b - \\ & - K_m \omega \cos(n\theta) + v_b) - \frac{K_m}{J} i_b \sin(n\theta) \omega - \frac{F}{J} y_3; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_4 = & \frac{K_m}{L} \cos(n\theta)(-Ri_a + K_m \omega \sin(n\theta) + v_a) - \\ & - K_m i_a \sin(n\theta) \omega - \frac{K_m}{L} \sin(n\theta)(Ri_b - \\ & - K_m \omega \cos(n\theta) + v_b) + K_m i_b \cos(n\theta) \omega. \end{aligned}$$

Введем новые переменные управления u_1 и u_2 , определяемые как

$$\frac{K_m}{L} \begin{bmatrix} -\frac{\sin(n\theta)}{J} & \frac{\cos(n\theta)}{J} \\ \cos(n\theta) & \sin(n\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_a = & \frac{K_m}{JL} \sin(n\theta)(-Ri_a + K_m \omega \sin(n\theta)) + \\ & + \frac{K_m}{J} i_a \cos(n\theta) \omega - \frac{K_m}{JL} \cos(n\theta)(-Ri_b - \\ & - K_m \omega \cos(n\theta)) + \frac{K_m}{J} i_b \sin(n\theta) \omega + \frac{F}{J} y_3; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \varphi_b = & -\frac{K_m}{L} \cos(n\theta)(-Ri_a + K_m \omega \sin(n\theta)) + \\ & + K_m i_a \sin(n\theta) \omega - \frac{K_m}{L} \sin(n\theta)(-Ri_b - \\ & - K_m \omega \cos(n\theta)) - K_m i_b \cos(n\theta) \omega. \end{aligned}$$

Отметим, что u_1 и u_2 можно всегда определить, поскольку матрица (decoupling matrix)

$$\begin{bmatrix} -\frac{\sin(n\theta)}{J} & \frac{\cos(n\theta)}{J} \\ \cos(n\theta) & \sin(n\theta) \end{bmatrix}$$

является несингулярной для каждого θ . Подставив (7) в уравнения (6) с учетом соотношения (8), получим линейную управляемую систему

$$\dot{y}_1 = y_2; \quad \dot{y}_2 = y_3; \quad \dot{y}_3 = u_1; \quad \dot{y}_4 = u_2.$$

Рассмотрим следующие ошибки по положению, скорости и ускорению:

$$e_1 = \theta - \theta_R(t) = y_1 - \theta_R(t);$$

$$e_2 = \omega - \dot{\theta}_R(t) = y_2 - \dot{\theta}_R(t);$$

$$e_3 = \dot{\omega} - \ddot{\theta}_R(t) = y_3 - \ddot{\theta}_R(t).$$

Дифференцируя данные ошибки по времени, получим

$$\dot{e}_1 = e_2; \quad \dot{e}_2 = e_3;$$

$$\dot{e}_3 = u_1 - \frac{d^3}{dt^3} \theta_R(t); \quad \dot{y}_4 = u_2.$$

Если предположить, что производные по времени от опорного положения известны, то при соответствующем выборе коэффициентов усиления управления k_i в следующем законе точной линеаризации обратной связью по состоянию [9]

$$\begin{aligned} u_1 = & -k_1 e_1 - k_2 e_2 - k_3 e_3 + \frac{d^3}{dt^3} \theta_R(t); \\ u_2 = & -k_4 y_4 \end{aligned} \quad (9)$$

можно гарантировать глобальную экспоненциальную стабилизацию относительно точки равновесия $e_1 = 0; e_2 = 0; e_3 = 0; y_4 = 0$.

3.2. Адаптивная линеаризация обратной связью по состоянию через расширенное согласование

Теперь предположим, что не известны сопротивление обмотки статора и момент нагрузки, например, сопротивление изменяется в зависимости от температуры, а момент нагрузки зависит от способа применения двигателя. Предположим, что данные параметры постоянны (или квазипостоянны) во время процесса адаптации закона управления.

Поскольку R и T_L неизвестны, применим следующее преобразование координат для модели (4):

$$\begin{aligned} y_1 &= \theta; \\ y_2 &= \omega; \\ y_3 &= -\frac{K_m}{J} i_a \sin(n\theta) + \frac{K_m}{J} i_b \cos(n\theta) - \frac{F}{J} \omega - \frac{\hat{T}_L}{J}; \\ y_4 &= K_m i_a \cos(n\theta) + K_m i_b \sin(n\theta), \end{aligned}$$

в котором \hat{T}_L — оценка неизвестного параметра T_L . Новые управляющие переменные теперь определяются следующим образом:

$$\frac{K_m}{L} \begin{bmatrix} -\frac{\sin(n\theta)}{J} & \frac{\cos(n\theta)}{J} \\ \cos(n\theta) & \sin(n\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\phi}_a \\ \hat{\phi}_b \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_a &= \frac{K_m}{JL} \sin(n\theta)(-\hat{R}i_a + K_m\omega \sin(n\theta)) + \\ &+ \frac{K_m}{J} i_a \cos(n\theta)\omega - \frac{K_m}{JL} \cos(n\theta)(-\hat{R}i_b - \\ &- K_m\omega \cos(n\theta)) + \frac{K_m}{J} i_b \sin(n\theta)\omega + \frac{F}{J} y_3; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_b &= -\frac{K_m}{L} \cos(n\theta)(-\hat{R}i_a + K_m\omega \sin(n\theta)) + \\ &+ K_m i_a \sin(n\theta)\omega - \frac{K_m}{L} \sin(n\theta)(-\hat{R}i_b - \\ &- K_m\omega \cos(n\theta)) - K_m i_b \cos(n\theta)\omega. \end{aligned}$$

Здесь \hat{R} — оценка R .

Закон управления [9] выбирается как

$$\begin{aligned} u_1 &= -Ke + \frac{\hat{T}_L}{J} + \frac{d^3}{dt^3} \theta_R; \\ u_2 &= -k_4 y_4, \end{aligned} \quad (11)$$

где $k_4 > 0$ и $K = [k_1, k_2, k_3]$ задается так, что матрица

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \end{bmatrix} —$$

гурвицева.

Алгоритмы настройки [9] активного сопротивления и момента нагрузки формируются в виде

$$\dot{R} = \gamma_1 \left(2e^T P \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_m}{JL} (i_a \sin(n\theta) - i_b \cos(n\theta)) \\ -\frac{K_m}{L} (i_a \cos(n\theta) + i_b \sin(n\theta)) \end{bmatrix} \right); \quad (12)$$

$$\dot{\hat{T}}_L = \gamma_2 2e^T P \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \\ \frac{F}{J^2} \end{bmatrix}.$$

В результате алгоритм управления (10)—(12) гарантирует выполнение следующих условий:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) &= 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} y_4(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}(t) = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{y}_4(t) &= 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{T}_L(t) = 0, \end{aligned}$$

где $e = \text{col}\{e_1, e_2, e_3\}$.

4. Адаптивное управление шаговым двигателем с полностью неизвестными параметрами и измеряемым вектором состояния

Пусть модель (4) содержит пять положительных параметров J , K_m , F , R и L и неизвестный параметр T_S , точное значение которого не так просто определить. Нагрузка, создаваемая крутящим моментом T_L , зависит от условий применения и может меняться от случая к случаю, а сопротивление R меняется в зависимости от температуры, так что их изменения в автономном режиме могут отличаться от их истинных значений в режиме реального времени. Остальные параметры J , K_m , F , R и L могут быть известны с некоторыми погрешностями в пределах каждого класса двигателей.

В данном разделе рассмотрим адаптивное управление [41], которое гарантирует асимптотическое слежение за гладким опорным сигналом (эталонным сигналом) $\theta_R(t)$ для синхронного двигателя с постоянными магнитами (PMSM), не требуя знания любого из вышеуказанных шести параметров.

Закон адаптивного управления [41] задается в виде

$$u_q = \hat{\phi}_6 \{ \hat{\phi}_4 i_q + p\omega i_d + \hat{\phi}_5 \omega + \hat{\phi}_1 [\hat{\phi}_2 \omega + \hat{\phi}_3 + \ddot{\theta}_r - k_1(\omega - \dot{\theta}_r) - k_2 \tilde{\omega}] + \hat{\phi}_1 \left[\hat{\phi}_2 \omega + \hat{\phi}_3 + \frac{d^3 \theta_r}{dt^3} + (k_1 + k_2) \ddot{\theta}_r - k_1 k_2 \dot{\theta} \right] - \hat{\phi}_1 (\hat{\phi}_7 i_q - \hat{\phi}_2 \omega - \hat{\phi}_3) (k_1 + k_2 - \hat{\phi}_2) - k_3 \tilde{i}_q - \gamma^{-1} \hat{\phi}_7 \tilde{\omega};$$

$$u_q = \hat{\phi}_6 \left(\hat{\phi}_4 i_d + p\omega i_q - k_4 \tilde{i}_d + \frac{di_{dr}}{dt} \right),$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\phi}}_1 &= \lambda_1 \tilde{\omega} [-\hat{\phi}_2 \omega - \hat{\phi}_3 - \ddot{\theta}_r + k_1(\omega - \dot{\theta}_r) + k_2 \tilde{\omega}]; \\ \dot{\hat{\phi}}_2 &= \lambda_2 [-\tilde{\omega} \omega - \omega \hat{\phi}_1 (k_1 + k_2 - \hat{\phi}_2) \gamma \tilde{i}_q]; \\ \dot{\hat{\phi}}_3 &= \lambda_3 [-\tilde{\omega} - (k_1 + k_2 - \hat{\phi}_2) \hat{\phi}_1 \gamma \tilde{i}_q]; \\ \dot{\hat{\phi}}_4 &= -\lambda_4 \gamma (i_q \tilde{i}_q + i_d \tilde{i}_d); \\ \dot{\hat{\phi}}_5 &= -\lambda_5 \gamma \omega \tilde{i}_q; \\ \dot{\hat{\phi}}_6 &= -\lambda_6 \tilde{i}_q \{ \hat{\phi}_4 i_q + p\omega i_d + \hat{\phi}_5 \omega + \hat{\phi}_1 [\hat{\phi}_2 \omega + \hat{\phi}_3 + \ddot{\theta}_r - k_1(\omega - \dot{\theta}_r) - k_2 \tilde{\omega}] + \hat{\phi}_1 \left[\hat{\phi}_2 \omega + \hat{\phi}_3 + \frac{d^3 \theta_r}{dt^3} + (k_1 + k_2) \ddot{\theta}_r - k_1 k_2 \dot{\theta} \right] - \hat{\phi}_1 (\hat{\phi}_7 i_q - \hat{\phi}_2 \omega - \hat{\phi}_3) (k_1 + k_2 - \hat{\phi}_2) - k_3 \tilde{i}_q - \gamma^{-1} \hat{\phi}_7 \tilde{\omega} \}; \\ \dot{\hat{\phi}}_7 &= \lambda_7 \gamma \tilde{i}_q + \lambda_7 \gamma (k_1 + k_2 - \hat{\phi}_2) \hat{\phi}_1 i_q \tilde{i}_q. \end{aligned}$$

Здесь $\tilde{\theta} = \theta - \theta_R$, $\tilde{\omega} = \omega - \omega_R$.

5. Численные исследования алгоритмов управления

При моделировании используются параметры ШД, представленные ниже:

Сопrotивление обмотки R , Ом	5,6
Индуктивность обмотки L , мГн	3,8
Число зубцов ротора n	50
Постоянная момента K_m , Н·м/А	0,09
Передаточное число редуктора k_p	50
Приведенный к валу момент инерции J , кг·м ²	$2,1 \cdot 10^{-6}$
Суммарный момент на валу двигателя T_L , Н·м	$0,1 + 0,05 \sin(20t)$
Вязкое трение F , Н·м/рад	0,005
Фиксирующий остаточный момент k_D , Н·м	0,005

Эталонное значение по углу $\theta R(t)$ задано в форме гладкой переходной характеристики модели с передаточной функцией

$$W_{эм} = \frac{\omega_0^5}{s^5 + 5\omega_0 s^4 + 10\omega_0^2 s^3 + 10\omega_0^3 s^2 + 5\omega_0^4 s + \omega_0^5},$$

имеющей пять кратных действительных полюсов $\omega_0 = -30$.

Зададим параметры:

- ПИД регулятора (5): $k_1 = 4 \cdot 10^5$, $k_2 = 5200$, $k_3 = 8 \cdot 10^6$, $k_4 = L/T$, $k_5 = R/T$ и $T = 0,0005$;
- алгоритма точной линеаризации обратной связью по состоянию (9): $k_1 = 2,7 \cdot 10^{10}$, $k_2 = 4,5 \cdot 10^8$, $k_3 = 3 \cdot 10^4$ и $k_4 = 3 \cdot 10^4$;
- адаптивного алгоритма линеаризации обратной связью по состоянию через расширенное согласование (10)–(12): $k_1 = 2,7 \cdot 10^{10}$, $k_2 = 4,5 \cdot 10^8$, $k_3 = 3 \cdot 10^4$, $k_4 = 3 \cdot 10^4$ и $\gamma_1 = 4,5 \cdot 10^{-2}$, $\gamma_2 = 1 \cdot 10^{-8}$;
- алгоритма адаптивной линеаризации обратной связью по состоянию (13), (14): $k_1 = 300$, $k_2 = 300$, $k_3 = 5000$, $k_4 = 5000$, $\gamma = 1 \cdot 10^3$, $\lambda_1 = 1 \cdot 10^{-7}$, $\lambda_2 = 1 \cdot 10^4$, $\lambda_3 = 1 \cdot 10^6$, $\lambda_4 = 1 \cdot 10^3$, $\lambda_5 = 10$, $\lambda_6 = 1 \cdot 10^{-7}$, $\lambda_7 = 1 \cdot 10^4$.

Для сравнительной оценки алгоритмов моделирование выполнялось при измененных параметрах двигателя $\hat{K}_m = 1,5K_m$, $\hat{J} = 1,5J$, $\hat{F} = 0,5F$, $\hat{R} = 1,5R$, $\hat{L} = 0,5L$, $\hat{k}_D = 0,5k_D$.

На рис. 4 представлены результаты моделирования для ПИД регулятора (штриховая линия), алгоритма точной линеаризации обратной связью по состоянию (штрихпунктирная линия), адаптивного алгоритма линеаризации обратной связью по состоянию через расширенное согласование (точечная линия) и алгоритма адаптивной линеаризации обратной связью по состоянию (сплошная линия).

Результаты оценки ошибки управления представлены в таблице.

Результаты моделирования показали, что наилучшие показатели качества демонстрируются адаптивными алгоритмами, наилучшие — ПИД регулятором. Это связано с тем, что параметры настройки контуров при ПИД регулировании основаны на точном знании модели привода. В исследуемом варианте заданные параметрическая и функциональная неопределенности существенно повлияли на качество ПИД регулирования. Напротив, адаптивные подходы, основанные на оценке неопределенностей, улучшили на два порядка точность регулирования. Отметим, что трудности в реализации адаптивных алгоритмов связаны с применением эталонных моделей высокого порядка, со сложностью синтеза и настройки,

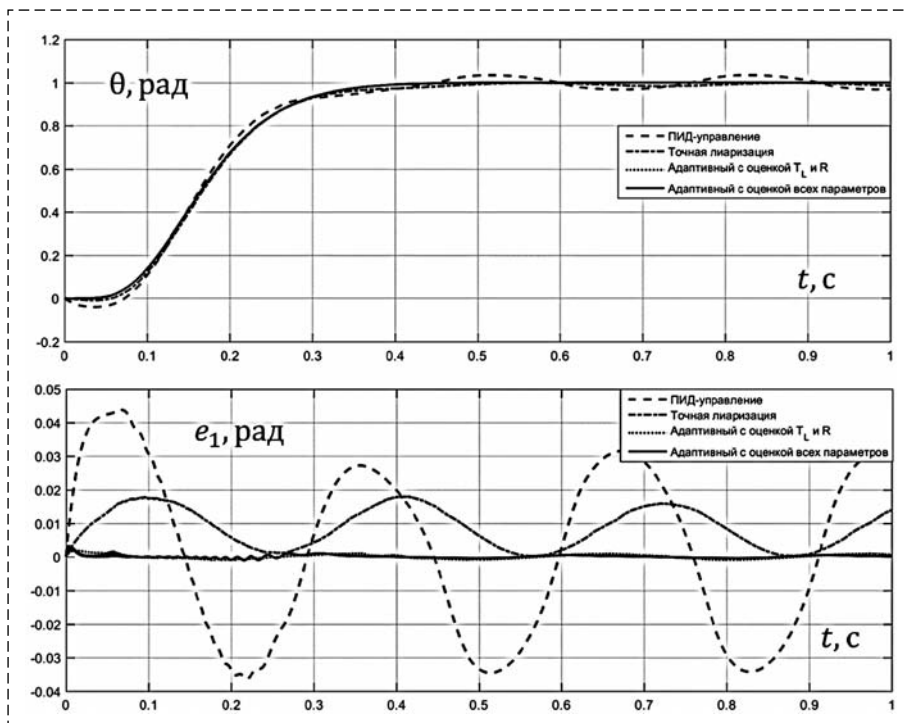


Рис. 4. Переходные процессы по угловому положению ротора $\theta(t)$ и ошибка регулирования $e_1(t)$ для четырех алгоритмов управления
Fig. 4. Transients with respect to the angular position of the rotor $\theta(t)$ and error $e_1(t)$ for four control algorithms

Оценки ошибки регулирования в установившемся режиме
Error estimates in steady state

Алгоритм	Прямой показатель	
	Среднее модуля ошибки, рад	Максимальный модуль ошибки, рад
ПИД регулирование (5)	0,0218	0,0346
Алгоритм точной линеаризации обратной связи по состоянию (9)	0,0085	0,018
Адаптивный алгоритм линеаризации обратной связи по состоянию через расширенное согласование (10)–(12)	$5,62 \cdot 10^{-4}$	0,001
Алгоритм адаптивной линеаризации обратной связи по состоянию (13), (14)	$2,87 \cdot 10^{-4}$	$9,8 \cdot 10^{-4}$

с увеличенными вычислительными затратами, высокими требованиями к такту квантования в дискретных вариантах. Указанные особенности ограничивают широкое применение представленных адаптивных подходов.

Заключение

Результаты представленного обзора показали важность и актуальность использования ШД в различных практических и научных задачах. В работе представлен обзор класси-

ческих и современных методов управления ШД, позволяющих реализовать точное регулирование объекта при возникновении параметрических и функциональных неопределенностей. Особо выделены адаптивные законы, позволяющие приспособиться к параметрическим изменениям. Таким образом, применение адаптивных схем управления значительно расширяет область применения данных двигателей, в том числе и в авиационной и космической технике.

Результаты исследований показали, что наилучшее качество регулирования в условиях параметрических и функциональных неопределенностей получено при использовании адаптивных алгоритмов (см. работы [41] и [9]). Однако сложности реализации и настройки алгоритмов ограничивают их применимость. В условиях небольших неопределенностей предпочтительно использовать классические методы, менее чувствительные к выбору параметров в законе управления и помехам в каналах измерения. Свойства полученных алгоритмов можно улучшить при использовании алгоритмов, представленных в работах [42–47].

Список литературы

1. **Машиностроение.** Энциклопедия. Т. IV. Электроприводы. / Л. Б. Масандилов, Ю. Н. Сергиевский, С. К. Козырев и др.; Под общ. ред. Л. Б. Масандилова. М.: Машиностроение, 2012. 520 с.
2. **Mihalache G., Zbant A., Livint G.** Open-Loop Control of Hybrid Stepper Motor with Two Phases Using Voltage to Frequency Converter // Proc. of the 8th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering, May 23–25, 2013. Bucharest, Romania.
3. **AL-Sabbagh Q. S., Mahdi A. S.** Pulse Width Modulation High Performance Hybrid Stepper Motor // Journal of Engineering. December 2010. Vol. 16, N. 4.
4. **Kelemen A., Crivii M.** Motoare electrice pas cu pas. Bucuresti: Editura Tehnica, 1975.

5. **Morar A.** Comanda inteligentă a acționărilor electrice cu motoare pasu pas, Cluj Napoca: Editura Mediamira, 2007.
6. **Acarnley P.** Stepping Motors — A guide to theory and practice. London: The Institution of Electrical Engineers, 2002.
7. **Zribi M., Chiasson J.** Position Control of a PM Stepper Motor by Exact Linearization // IEEE Transaction on Automatic Control. 1991. Vol. 36, N. 5.
8. **Kenjo T.** Stepping Motors and Their Microprocessor Controls. Oxford, U. K.: Clarendon, 1984.
9. **Marino R., Tomei P.** Adaptive Control of Stepper Motors Via Nonlinear Extended Matching // IFAC Proceedings Volumes. October 1992. Vol. 25, N. 29. Part 1. P. 135—139.
10. **Ilic'-Spong M., Marino R., Peresada S. M., Taylor D. G.** Feedback linearizing control of switched reluctance motors // IEEE Trans. Automatic Control. 1987. V. 32. P. 371—379.
11. **Taylor D. G.** Adaptive control design for a class of doubly-salient motors // Proc. of the IEEE 90th Conf. on Decision and Control. Brighton, 1991. P. 2903—2908.
12. **Bodson M., Chiasson J.** Application of nonlinear control methods to the positioning of a permanent magnet stepper motor // Proc. of the IEEE 28th Conf. on Decision and Control. Tampa, 1989. P. 531—532.
13. **Chen D., Paden B.** Nonlinear adaptive torque-ripple cancellation for step motors. // Proc. of the IEEE 29th Conf. on Decision and Control. Honolulu, 1990. P. 3319—3324.
14. **Kanellakopoulos I., Kokotovic P. V., Marino R.** An extended direct scheme for robust adaptive nonlinear control // Automatica. 1991. Vol. 27. P. 247—255.
15. **Chunlei W., Cao B., Qu X., Fan C.** An Improved Finite Control Set Model Predictive Current Control for a Two-Phase Hybrid Stepper Motor Fed by a Three-Phase VSI // Energies. 2022. N. 3. P. 1222. URL: <https://doi.org/10.3390/en15031222>
16. **Kim W., Lee Y., Shin D., Chung C. C.** Nonlinear Gain Position Control Using Only Position Feedback for Permanent Magnet Stepper Motors // IEEE Transactions on Power Electronics. 2021. doi:10.1109/tpel.2020.3046849
17. **Shin D., Kim W., Lee Y., Chung C. C.** Phase compensated microstepping for permanent magnet stepper motors // IEEE Trans. Ind. Electron. Dec. 2013. Vol. 60, N. 12. P. 5773—5780.
18. **Chen J.-J., Chin K.-P.** Automatic flux-weakening control of permanent magnet synchronous motors using a reduced-order controller // IEEE Trans. Power Electron. Sep. 2000. Vol. 15, N. 5. P. 881—890.
19. **Lee J., Hong J., Nam K., Ortega R., Praly L., Astolfi A.** Sensorless control of surface-mount permanent-magnet synchronous motors based on a nonlinear observer // IEEE Trans. Power Electron. Feb. 2010. Vol. 25, N. 2. P. 290—297.
20. **Kim W., Shin D., Chung C. C.** Microstepping with nonlinear torque modulation for permanent magnet stepper motors // IEEE Trans. Control Syst. Technol. Sep. 2013. Vol. 21, N. 5. P. 1971—1979.
21. **Shin D., Kim W., Lee Y., Chung C. C.** Nonlinear control with state-dependent reset integrator for a class of singularly perturbed interconnected nonlinear systems // IEEE Trans. Control Syst. Technol. Jul. 2017. Vol. 25, N. 4. P. 1193—1203.
22. **Ivanov D., Maradzhiev I., Grigorova T.** FPGA Implementation of Microstepping Control of Stepper Motor with Advanced Mixed Current Decay // Proc. of the 12th National Conference with International Participation. 27—28 May 2021. Sofia: ELECTRONICA, 2021.
23. **Shin D., Kim W., Lee Y., Chung C. C.** Enhanced nonlinear damping for a class of singularly perturbed interconnected nonlinear systems // Automatica. 2016. Vol. 65, N. 1. P. 36—42.
24. **Lee Y., Shin D., Kim W., Chung C. C.** Nonlinear H2 control for a nonlinear system with bounded varying parameters: Application to PM stepper motors // IEEE/ASME Trans. Mechatronics. Jun. 2017. Vol. 22, N. 3, pp. 1349—1359.
25. **Le K. M., Hoang H. V., Jeon J. W.** An advanced closed-loop control to improve the performance of hybrid stepper motors // IEEE Trans. Power Electron. Sep. 2017. Vol. 32, N. 9. P. 7244—7255.
26. **Bodson M., Chiasson J., Novotnak R., Rekowski R.** Highperformance nonlinear feedback control of a permanent magnet stepper motor // IEEE Trans. Control Syst. Technol. Mar. 1993. Vol. 1, N. 1. P. 5—14.
27. **Krishnamurthy P., Khorrami F.** Voltage-fed permanent-magnet stepper motor control via position-only feedback // IEE Proc.-Control Theory Appl. Jul. 2004. Vol. 151, N. 4. P. 499—510.
28. **Defoort M., Nollet F., Floquet T., Perruquetti W.** A third-order sliding-mode controller for a stepper motor // IEEE Trans. Ind. Electron. Sep. 2009. Vol. 56, N. 9. P. 3337—3336.
29. **Zhou Z., Xia C., Yan Y., Wang Z., Shi T.** Disturbances attenuation of permanent magnet synchronous motor drives using cascaded predictiveintegral-resonant controllers // IEEE Trans. Power Electron. Feb. 2018. Vol. 33, N. 2. P. 1514—1527.
30. **Lee Y., Gil J., Kim W.** Velocity control for sideband harmonics compensation in permanent magnet synchronous motors with low switching frequency inverter // IEEE Trans. Ind. Electron. Apr. 2021. Vol. 68, N. 4. P. 3434—3444.
31. **Guo X., Yin Z., Zhanga Y., Baia C.** Position sensorless control of PMLSM based on adaptive complex coefficient sliding mode observer // Energy Reports. 2022. Vol. 8. P. 687—695. URL: <https://doi.org/10.1016/j.egy.2022.02.271>
32. **Kommuri S. K., Defoort M., Karimi H. R., Veluvolu K. C.** A Robust Observer-Based Sensor Fault-Tolerant Control for PMSM in Electric Vehicles // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2016. Vol. 63, N. 12. P. 7671—7681. doi:10.1109/tie.2016.2590993
33. **Qiao Z., Shi T., Wang Y., Yan Y., Xia C., He X.** New sliding mode observer for position sensorless control of permanent magnet synchronous motor // IEEE Trans. Ind. Electron. Feb. 2013. Vol. 60, N. 2. P. 710—719.
34. **Kommuri S. K., Lee S. B., Veluvolu K. C.** Robust Sensors-Fault-Tolerance With Sliding Mode Estimation and Control for PMSM Drives // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2018. Vol. 23, N. 1. P. 17—28. doi:10.1109/tmech.2017.2783888
- Liu H., Li S.** Speed control for PMSM servo system using predictive functional control and extended state observer // IEEE Trans. Ind. Electron. Feb. 2012. Vol. 59, N. 2. P. 1171—1183.
36. **Alecsa B., Cirstea M. N., Onea A.** Simulink modeling and design of an efficient hardware-constrained FPGA-based PMSM speed controller // IEEE Trans. Ind. Informat. Aug. 2012. Vol. 8, N. 3. P. 554—562.
37. **Jang J.-S., Park B.-G., Kim T.-S., Lee D. M., Hyun D.-S.** Parallel reduced-order extended Kalman filter for PMSM sensorless drives // Proc. IEEE Ind. Electron. Soc. Annual Conf., Nov. 2008. P. 1326—1331.
38. **Gaeta A., Scelba G., Consoli A.** Modeling and Control of Three-Phase PMSMs Under Open-Phase Fault // IEEE Transactions on Industry Applications. 2013. Vol. 49, N. 1. P. 74—83. DOI: 10.1109/TIA.2012.2228614
39. **Vas P.** Sensorless vector and direct torque control. Oxford Univ., 1998.
40. **Belda K., Vosmik D.** Explicit Generalized Predictive Control of Speed and Position of PMSM Drives // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2016. Vol. 63, N. 6. P. 3889—3896. doi:10.1109/tie.2016.2515061
41. **Marino R., Peresada S., Tomei P.** Nonlinear adaptive control of permanent magnet step motors // Automatica. 1995. Vol. 31, Iss. 11. P. 1595—1604.
42. **Furtat I. B.** Robust Synchronization of the Structural Uncertainty Nonlinear Network with Delay and Disturbances // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). 11th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, ALCOSP 2013 — Proceedings. 2013. P. 227—232.
43. **Furtat I. B., Fradkov A. L.** Robust Control of Multi-machine Power Systems with Compensation of Disturbances // International Journal of Electrical Power & Energy Systems. 2015. Vol. 73. P. 584—590.

44. Фуртат И. Б., Цыкунов А. М. Адаптивное управление объектами с запаздыванием по выходу // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2005. Т. 48, № 7. С. 15—19.

45. Фуртат И. Б. Робастное управление электрическим генератором с компенсацией возмущений // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2011. № 5. С. 102—108.

46. Margun A., Furtat I. Robust Control of Linear MIMO Systems in Conditions of Parametric Uncertainties, External Disturbances and Signal Quantization // Proc. of the 2015 20th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR. 2015. P. 341—346.

47. Furtat I., Orlov Y., Fradkov A. Finite-time sliding mode stabilization using dirty differentiation and disturbance compensation // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2019. Vol. 29, N. 3. P. 793—809.

Overview of Models and Methods for Control of Stepper Motors

I. B. Furtat, cainenash@mail.ru,

Institute of Problems of Mechanical Engineering Russian Academy of Sciences,
St. Petersburg, 199178, Russian Federation,

Y. A. Zhukov, zh_kv@mail.ru, N. S. Slobodzyan, ja-nikita@mail.ru,

Baltic State Technical University "VOENMEH", St. Petersburg, 190005, Russian Federation

Corresponding author: Furtat Igor B., Dr. of Tech.Sc., Professor, Institute of Problems of Mechanical Engineering
Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 199178, Russian Federation

Accepted on February 25, 2023

Abstract

A review of models and algorithms for control of a stepper motor (SM) is presented. Due to high accuracy, improved power density, economy and reliability compared to other synchronous motors, stepper motors are widely used in various practical applications and scientific equipment. In aviation and space technology, step motors are actively used in actuating systems, such as drives for the movement of elements of large-sized structures, guidance, and stabilization systems, etc. The article describes some existing stepper motor control algorithms, which are both based on the knowledge of the parameters of the stepper motor model, and on the absence of this or that information. Of the many described algorithms, four were selected (PID controller, exact feedback linearization algorithm, adaptive control with partially unknown parameters and adaptive control with completely unknown parameters), which showed the best results of transient processes in tracking the angle of the rotor of the SM behind the reference value. A comparative numerical analysis among these four algorithms is also given, which showed that the best results of transients are demonstrated by adaptive controllers (in the sense of the smallest error in steady state), while the worst results are demonstrated by the PID controller. It is noted that the studied PID controller contains much fewer feedback loops compared to other algorithms, which simplifies the choice of adjustable parameters and reduces the dynamic order of the closed system, however, the design is based on knowing the exact parameters of the drive and is also sensitive to external disturbances. On the contrary, adaptive approaches successfully solve the problem of estimating parametric and functional perturbations, but their implementation is associated with significant difficulties.

Keywords: review, stepper motor, model, control, adaptive control, PID controller

Acknowledgements: The work was carried out within the framework of the project "Creation of a high-tech import-substituting production of universal multifunctional mechatronic modules designed to ensure the operation of executive systems of transformable structures of aerospace equipment that ensures the development and use of the oceans, the Arctic and Antarctic" at the BSTU "VOENMEH" named after D. F. Ustinov with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (agreement No. 075-11-2021-057 of 28.06.2021) in accordance with the Decree of the Government of the Russian Federation of 09.04.2010 No. 218

For citation:

Furtat I. B., Zhukov Y. A., Slobodzyan N. S. Overview of Models and Methods for Control of Stepper Motors, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 7, pp. 352—363.

DOI: 10.17587/mau.24.352-363

References

1. Masandilov L. B., Sergievsky Yu. N., Kozyrev S. K. et al. Mechanical engineering. Encyclopedia Electric drives. T. IV, Masandilova L. B. ed., Moscow, Mashinostroenie, 2012, 520 p.

2. Mihalache G., Zhant A., Livint G. Open-Loop Control of Hybrid Stepper Motor with Two Phases Using Voltage to Frequency Converter, *Proc. of the 8th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering*, May 23—25, 2013, Bucharest, Romania.

3. AL-Sabbagh Q. S., Mahdi A. S. Pulse Width Modulation High Performance Hybrid Stepper Motor, *Journal of Engineering*, December 2010, vol. 16, no. 4.

4. Kelemen A., Crivii M. Motoare electrice pas cu pas, Bucuresti, Editura Tehnica, 1975.

5. Morar A. Comanda inteligentă a acționărilor electrice cu motoare pasu pas, Cluj Napoca, Editura Mediamira, 2007.

6. Acarnley P. Stepping Motors — A guide to theory and practice, London, The Institution of Electrical Engineers, 2002.

7. Zribi M., Chiasson J. Position Control of a PM Stepper Motor by Exact Linearization, *IEEE Transaction on Automatic Control*, May 1991, vol. 36, no. 5.

8. Kenjo T. Stepping Motors and Their Microprocessor Controls. Oxford, U. K., Clarendon, 1984.

9. Marino R., Tomei P. Adaptive Control of Stepper Motors Via Nonlinear Extended Matching, *IFAC Proceedings Volumes*, October 1992, vol. 25, no. 29, part 1, pp. 135—139.

10. Ilic'-Spong M., Marino R., Peresada S. M., Taylor D. G. Feedback linearizing control of switched reluctance motors, *IEEE Trans. Automatic Control*, 1987, vol. 32, pp. 371—379.

11. **Taylor D. G.** Adaptive control design for a class of doubly-salient motors, *Proc. of the IEEE 90th Conf. on Decision and Control*, Brighton, 1991, pp. 2903–2908.
12. **Bodson M., Chiasson J.** Application of nonlinear control methods to the positioning of a permanent magnet stepper motor, *Proc. of the IEEE 28th Conf. on Decision and Control*, Tampa, 1989, pp. 531–532.
13. **Chen D., Paden B.** Nonlinear adaptive torque-ripple cancellation for step motors, *Proc. of the IEEE 29th Conf. on Decision and Control*, Honolulu, 1990, pp. 3319–3324.
14. **Kanellakopoulos I., Kokotovic P. V., Marino R.** Marino. An extended direct scheme for robust adaptive nonlinear control, *Automatica*, 1991, vol. 27, pp. 247–255.
15. **Chunlei W., Cao B., Qu X., Fan C.** An Improved Finite Control Set Model Predictive Current Control for a Two-Phase Hybrid Stepper Motor Fed by a Three-Phase VSI, *Energies*, 2022, no. 3, p. 1222, <https://doi.org/10.3390/en15031222>
16. **Kim W., Lee Y., Shin D., Chung C. C.** Nonlinear Gain Position Control Using Only Position Feedback for Permanent Magnet Stepper Motors, *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2021, doi:10.1109/tpel.2020.3046849
17. **Shin D., Kim W., Lee Y., Chung C. C.** Phase compensated microstepping for permanent magnet stepper motors, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Dec. 2013, vol. 60, no. 12, pp. 5773–5780.
18. **Chen J.-J., Chin K.-P.** Automatic flux-weakening control of permanent magnet synchronous motors using a reduced-order controller, *IEEE Trans. Power Electron.*, Sep. 2000, vol. 15, no. 5, pp. 881–890.
19. **Lee J., Hong J., Nam K., Ortega R., Praly L., Astolfi A.** Sensorless control of surface-mount permanent-magnet synchronous motors based on a nonlinear observer, *IEEE Trans. Power Electron.*, Feb. 2010, vol. 25, no. 2, pp. 290–297.
20. **Kim W., Shin D., Chung C. C.** Microstepping with nonlinear torque modulation for permanent magnet stepper motors, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, Sep. 2013, vol. 21, no. 5, pp. 1971–1979.
21. **Shin D., Kim W., Lee Y., Chung C. C.** Nonlinear control with state-dependent reset integrator for a class of singularly perturbed interconnected nonlinear systems, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, Jul. 2017, vol. 25, no. 4, pp. 1193–1203.
22. **Ivanov D., Maradzhiev I., Grigorova T.** FPGA Implementation of Microstepping Control of Stepper Motor with Advanced Mixed Current Decay, *Proc. of the 12th National Conference with International Participation*, Sofia, ELECTRONICA, 27–28 May 2021.
23. **Shin D., Kim W., Lee Y., Chung C. C.** Enhanced nonlinear damping for a class of singularly perturbed interconnected nonlinear systems, *Automatica*, 2016, vol. 65, no. 1, pp. 36–42.
24. **Lee Y., Shin D., Kim W., Chung C. C.** Nonlinear H2 control for a nonlinear system with bounded varying parameters: Application to PM stepper motors, *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, Jun. 2017, vol. 22, no. 3, pp. 1349–1359.
25. **Le K. M., Hoang H. V., Jeon J. W.** An advanced closed-loop control to improve the performance of hybrid stepper motors, *IEEE Trans. Power Electron.*, Sep. 2017, vol. 32, no. 9, pp. 7244–7255.
26. **Bodson M., Chiasson J., Novotnak R., Rekowski R.** High-performance nonlinear feedback control of a permanent magnet stepper motor, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, Mar. 1993, vol. 1, no. 1, pp. 5–14.
27. **Krishnamurthy P., Khorrami F.** Voltage-fed permanent-magnet stepper motor control via position-only feedback, *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, Jul. 2004, vol. 151, no. 4, pp. 499–510.
28. **Defoort M., Nollef F., Floquet T., Perruquetti W.** A third-order sliding-mode controller for a stepper motor, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Sep. 2009, vol. 56, no. 9, pp. 3337–3336.
29. **Zhou Z., Xia C., Yan Y., Wang Z., Shi T.** Disturbances attenuation of permanent magnet synchronous motor drives using cascaded predictiveintegral-resonant controllers, *IEEE Trans. Power Electron.*, Feb. 2018, vol. 33, no. 2, pp. 1514–1527.
30. **Lee Y., Gil J., Kim W.** Velocity control for sideband harmonics compensation in permanent magnet synchronous motors with low switching frequency inverter, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Apr. 2021, vol. 68, no. 4, pp. 3434–3444.
31. **Guo X., Yin Z., Zhanga Y., Baia C.** Position sensorless control of PMLSM based on adaptive complex coefficient sliding mode observer, *Energy Reports*, 2022, vol. 8, pp. 687–695, <https://doi.org/10.1016/j.egy.2022.02.271>
32. **Kommuri S. K., Defoort M., Karimi H. R., Veluvolu K. C.** (2016). A Robust Observer-Based Sensor Fault-Tolerant Control for PMSM in Electric Vehicles, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, no. 12, pp. 7671–7681, doi:10.1109/tie.2016.2590993
33. **Qiao Z., Shi T., Wang Y., Yan Y., Xia C., He X.** New sliding mode observer for position sensorless control of permanent magnet synchronous motor, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Feb. 2013, vol. 60, no. 2, pp. 710–719.
34. **Kommuri S. K., Lee S. B., Veluvolu K. C.** Robust Sensors-Fault-Tolerance With Sliding Mode Estimation and Control for PMSM Drives, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2018, vol. 23, no. 1, pp. 17–28, doi:10.1109/tmech.2017.2783888
35. **Kommuri S. K., Lee S. B., Veluvolu K. C.** Speed control for PMSM servo system using predictive functional control and extended state observer, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, Feb. 2012, vol. 59, no. 2, pp. 1171–1183.
36. **Alecsa B., Cirstea M. N., Onea A.** Simulink modeling and design of an efficient hardware-constrained FPGA-based PMSM speed controller, *IEEE Trans. Ind. Informat.*, Aug. 2012, vol. 8, no. 3, pp. 554–562.
37. **Jang J.-S., Park B.-G., Kim T.-S., Lee D. M., Hyun D.-S.** Parallel reduced-order extended Kalman filter for PMSM sensorless drives, *Proc. IEEE Ind. Electron. Soc. Annual Conf.*, Nov. 2008, pp. 1326–1331.
38. **Gaeta A., Scelba G., Consoli A.** Modeling and Control of Three-Phase PMSMs Under Open-Phase Fault, *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2013, vol. 49, no. 1, pp. 74–83, doi:10.1109/TIA.2012.2228614
39. **Vas P.** Sensorless vector and direct torque control, Oxford Univ., 1998.
40. **Belda K., Vosmik D.** (2016). Explicit Generalized Predictive Control of Speed and Position of PMSM Drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, vol. 63, no. 6, pp. 3889–3896, doi:10.1109/tie.2016.2515061
41. **Marino R., Peresada S., Tomei P.** Nonlinear adaptive control of permanent magnet step motors, *Automatica*, 1995, vol. 31, iss. 11, pp. 1595–1604.
42. **Furtat I. B.** Robust Synchronization of the Structural Uncertainty Nonlinear Network with Delay and Disturbances, *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). "11th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, ALCOSP 2013 – Proceedings"*, 2013, pp. 227–232.
43. **Furtat I. B., Fradkov A. L.** Robust Control of Multi-machine Power Systems with Compensation of Disturbances, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2015, vol. 73, pp. 584–590.
44. **Furtat I. B., Tsykunov A. M.** Adaptive control of objects with output delay, *Izvestia of higher educational institutions. Instrumentation*, 2005, vol. 48, no. 7, pp. 15–19.
45. **Furtat I. B.** Robust Control of Electric Generator with Compensation of Perturbations, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2011, vol. 50, no. 5, pp. 785–792.
46. **Margun A., Furtat I.** Robust Control of Linear MIMO Systems in Conditions of Parametric Uncertainties, External Disturbances and Signal Quantization, *Proc. of the 2015 20th International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR*, 2015, pp. 341–346.
47. **Furtat I., Orlov Y., Fradkov A.** Finite-time sliding mode stabilization using dirty differentiation and disturbance compensation, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, vol. 29, no. 3, pp. 793–809.

A. R. Abdrashitov, artur.abdrashitov@phystech.edu,
Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, 141707, Moscow region, Russian Federation

Corresponding author: Abdrashitov A. R., Postgraduate Student, Moscow Institute of Physics and Technology,
Dolgoprudny, 141707, Moscow region, Russian Federation, e-mail: artur.abdrashitov@phystech.edu

Accepted on March 21, 2023

Survey of Relative Navigation Methods for Multi-Agent Unmanned Aerial Vehicle Systems

Abstract

Multi-agent Unmanned Aerial Vehicle (UAV) systems require stable and high-precision navigation. The existing navigation solutions, such as global navigation satellite systems (GNSS) and inertial navigation systems, may perform inefficiently in some application scenarios. The relative navigation methods can help solve this problem. Relative navigation enables UAVs to precisely estimate their positions relative to each other, as opposed to absolute navigation, which calculates the UAVs' position relative to the Earth. Despite the abundance of relative navigation articles, there are no systematic reviews of relative navigation methods. Additionally, various articles on relative navigation use a variety of terms for comparable concepts, which makes it more difficult to understand the subject. Therefore, this review comprehensively studies systematizes relative navigation methods, and analyzes their strengths and weaknesses. We categorize relative navigation methods appropriate for multi-UAV systems, compare them, and make conclusions based on our findings. The relative navigation methods discussed in this review include differential GNSS, radio-frequency-based, visual, and their combinations. We evaluate the achievable accuracy and range for each type of method according to related studies. We also describe the limitations and vulnerabilities of each method. As a result, we outline relative navigation's primary capabilities and assess its condition now.

Keywords: cooperative navigation, relative position estimation, navigation fusion, relative positioning, relative attitude estimation, collaborative navigation, network localization

For citation:

Abdrashitov A. R. Survey of Relative Navigation Methods for Multi-Agent Unmanned Aerial Vehicle Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 7, pp. 364–373.

DOI: 10.17587/mau.24.364-373

УДК 629.051

DOI: 10.17587/mau.24.364-373

А. Р. Абдрашитов, аспирант, artur.abdrashitov@phystech.edu,
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)",
г. Долгопрудный

Обзор методов относительной навигации в группах беспилотных летательных аппаратов

Групповое применение беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) требует стабильной и высокоточной навигации. Существующие навигационные решения, такие как глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) и инерциальные навигационные системы, могут работать неэффективно в некоторых сценариях применения. Эту проблему можно решить с помощью методов относительной навигации. В отличие от абсолютной навигации, которая оценивает положение БПЛА относительно Земли, относительная навигация позволяет точно оценить положение БПЛА относительно друг друга. Несмотря на большое число публикаций по относительной навигации, обзоры ме-

тодов относительной навигации, систематизирующие существующие исследования, практически не встречаются. Кроме того, в различных статьях об относительной навигации используется широкий спектр терминов для схожих понятий, что усложняет изучение темы. Поэтому в данной статье подробно рассматриваются и систематизируются методы относительной навигации и анализируются их возможности и ограничения. На основании результатов обзора предлагается классификация методов относительной навигации, подходящих для групп БПЛА, и представляются результаты их сравнительного анализа. В статье рассмотрены дифференциальные ГНСС, радиочастотные и визуальные методы относительной навигации, а также их комбинации. Для каждого типа метода оцениваются достижимая точность и дальность действия в соответствии с соответствующими исследованиями. Также представляются ограничения и недостатки каждого метода. В результате сформулированы основные возможности относительной навигации и оценено ее текущее состояние.

Ключевые слова: совместная навигация, применение БПЛА, группы БПЛА, оценка относительного положения, относительная локализация, комплексирование методов навигации

Introduction

Unmanned Aerial Vehicle (UAV) systems have numerous applications in both civil and military contexts. Up till now, various multi-UAV systems have been widely discussed as such systems have more advantages than single-UAV systems. The advantages are discussed in detail in [1], and the following are just the most salient ones:

- *Fault tolerance:* if one or more UAVs fail, the remaining UAVs complete the task using appropriate algorithms.
- *Time efficiency:* task parallelization can greatly shorten the mission's operational time.
- *Simultaneous actions:* in contrast to a single UAV, a multi-UAV system can complete tasks in several geographic places at the same precise time.
- *Cost:* reduced operational time results in reduced energy consumption.

Despite their substantial capacity, multi-UAV systems are still uncommon in daily life. "Drone show" [2, 3] and visual inspection of aircraft [4] are two examples of the existing practical applications.

Unsolved problems hindering the widespread use of multi-UAV systems include legal and technical

challenges. One of the primary technical problems is related to the stable and high-precision navigation of UAVs. Commonly, it is solved using global navigation satellite systems (GNSS), usually with real-time kinematic (RTK) techniques, and inertial navigation systems (INS). However, due to INS error propagation and restricted satellite visibility, this solution may occasionally be compromised, which makes it necessary to find additional solutions to complement the ones already in place.

One such solution is relative navigation (RelNav). Absolute navigation involves estimating an object position relative to a global coordinate system, whereas RelNav concentrates on precisely estimating object positions relative to one another. In some cases, RelNav data can be used to improve the absolute navigation accuracy of each object. This approach is called cooperative navigation (CoopNav) [5].

The RelNav research direction is actively developing, which is confirmed by numerous studies published over the last few years (Fig. 1) [6]. Therefore, there has been no conventional terminology for RelNav yet. The authors use various similar terms for RelNav and CoopNav: relative positioning, relative localization, relative attitude estima-

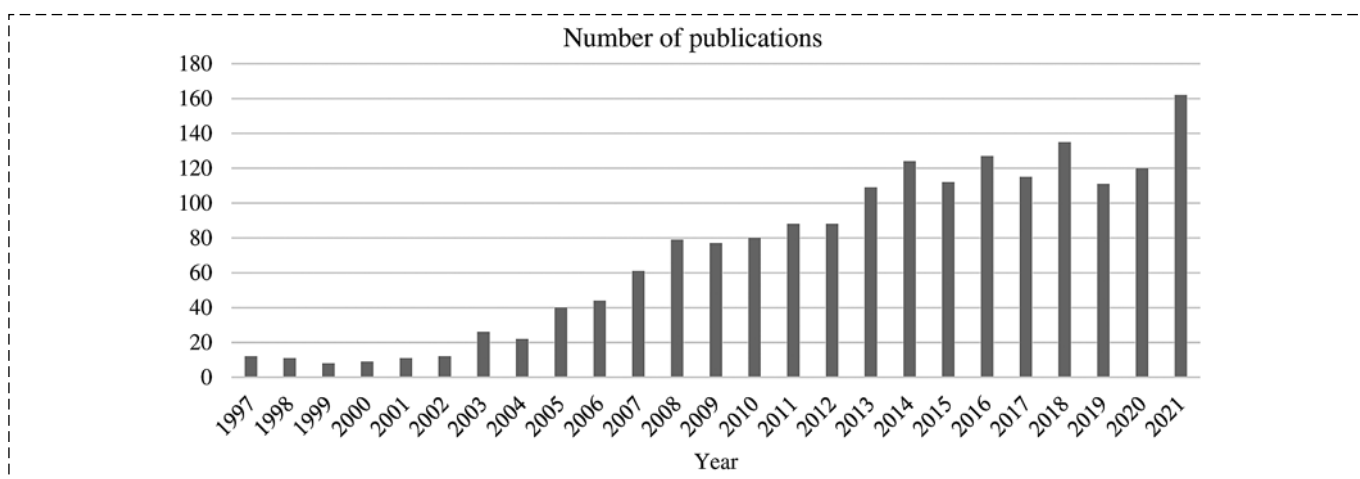


Fig. 1. Publication statistics for the last 25 years found by the request "relative navigation" OR "cooperative navigation" in the science citation database "Scopus"

tion, collaborative navigation, cooperative positioning, network localization, etc. In this review, we will use the terms defined above.

RelNav can be applied not only to multi-UAV systems but also to other robotic systems, cars, satellites, and the internet of things. These applications are not covered in this review as, on the one hand, UAVs have the greatest practical demand and, on the other hand, wide access to UAVs allows for theoretical and experimental investigation.

Despite the vast quantity of RelNav studies, there are hardly any systematic reviews of RelNav methods. The majority of current reviews focus on RelNav methods for satellites that can be applicable to UAVs [7–9]. Few reviews of UAV RelNav mostly emphasize visual navigation methods though they ignore differential and radio methods [10]. At the same time, surveys on multi-UAV problems, including navigation problems, also do not mention RelNav and CoopNav methods [11].

This review's objectives include systematizing RelNav methods used in multi-UAV systems and examining their capabilities, achievable characteristics, and limitations. The review is intended for multi-UAV system researchers who need to improve the precision and stability of navigation. It may also be helpful for relative navigation method researchers.

The review is organized as follows: Section 2 describes the proposed RelNav classification. Sections 3–10 describe different RelNav methods in detail. Finally, Section 11 presents the analysis of the capabilities and limitations of RelNav methods.

Method classification

In this review, we classified RelNav methods according to the used sensors as this feature largely determines the capabilities and limitations of the methods. The proposed classification is summarized in Fig. 2 and fully presented in the following sections.

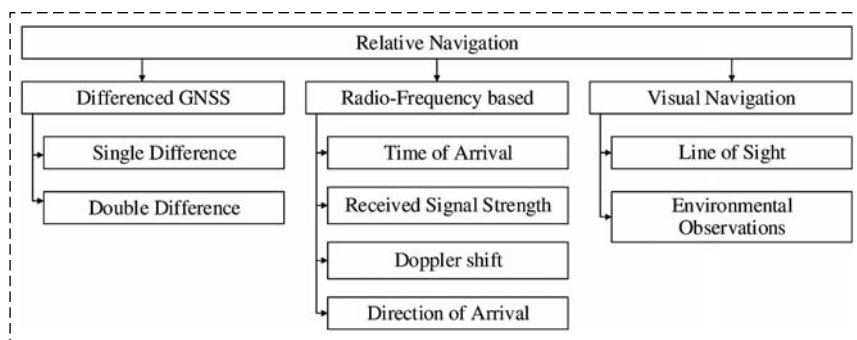


Fig. 2. Method classification

Differenced methods

The most common types of GNSS observations are a pseudorange and a carrier phase [12]:

$$\rho_m^i = r_m^i + c(dt^i - dt_m) + \iota_{\rho m} + \tau_{\rho m} + \varepsilon_{\rho m};$$

$$\varphi_m^i = \lambda^{-1}[r_m^i + c(dt^i - dt_m)] - N_m^i + \iota_{\varphi m} + \tau_{\varphi m} + \varepsilon_{\varphi m},$$

where ρ_m^i, φ_m^i are the pseudorange and carrier phase observations; subscript m and superscript i refer to receiver m and satellite i , respectively; r_m^i is the distance between the satellite and the receiver; c is the speed of light and λ is the wavelength; dt^i and dt_m are the satellite and the receiver clock offsets; N_m^i is the carrier phase ambiguity; ι and τ are the ionosphere and troposphere errors, and ε are the receiver-dependent errors.

These measurements suffer from a variety of errors. Fortunately, most of the error components are eliminated by linearly combining the matched measurements from two closely spaced receivers. This fact is widely used in DGNSS methods.

The most common DGNSS method is referred to as Single Difference (SD), which helps to reduce ionosphere and troposphere errors and satellite clock offsets. A SD observation for receivers m and k :

$$\rho_{mk}^i = \rho_k^i - \rho_m^i = r_{mk}^i + cdt_{mk} + \Delta\iota_{\rho} + \Delta\tau_{\rho} + \varepsilon_{\rho mk};$$

$$\rho_{mk}^i \approx r_{mk}^i + cdt_{mk} + \varepsilon_{\rho mk};$$

$$\varphi_{mk}^i = \varphi_k^i - \varphi_m^i = \lambda^{-1}[r_{mk}^i + cdt_{mk}] - N_{mk}^i + \Delta\iota_{\varphi} + \Delta\tau_{\varphi} + \varepsilon_{\varphi mk};$$

$$\varphi_{mk}^i \approx \lambda^{-1}[r_{mk}^i + cdt_{mk}] - N_{mk}^i + \varepsilon_{\varphi mk},$$

where $r_{mk}^i = r_k^i - r_m^i$, $dt_{mk} = dt_k - dt_m$, $\varepsilon_{mk} = \varepsilon_k + \varepsilon_m$, $N_{mk}^i = N_k^i - N_m^i$, $\Delta\iota = \iota_k - \iota_m \approx 0$, and $\Delta\tau = \tau_k - \tau_m \approx 0$ for closely spaced receivers.

The relation between SD measurements and receivers' relative positions is shown in Fig. 3 and given by a system of linear equations:

$$r_{mk}^i = \mathbf{b}_{mk} \mathbf{u}_m^i,$$

where \mathbf{b}_{mk} is the baseline vector for receivers m and k ; \mathbf{u}_m^i is the unit line-of-sight (LoS) vector for receiver m and satellite i , and $\mathbf{u}_m^i = \mathbf{u}_k^i$ is supposed.

Another method called Double Difference (DD) can eliminate the receiver clock error component in SD. A DD observation is formed by differencing two SD observations:

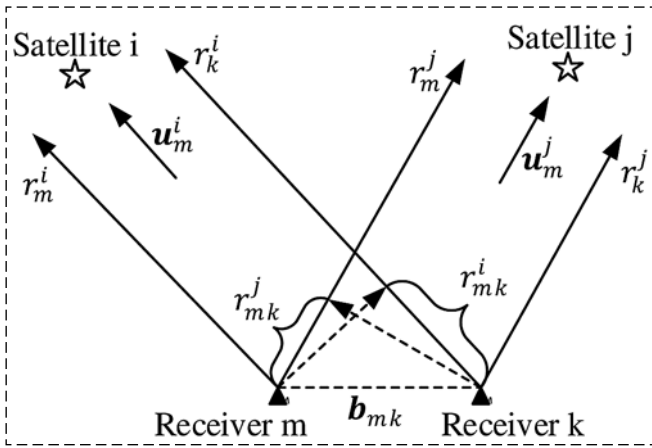


Fig. 3. Single difference method [16]

$$\begin{aligned} \rho_{mk}^{ij} &= \rho_{mk}^j - \rho_{mk}^i = r_{mk}^{ij} + \Delta t_\rho + \Delta \tau_\rho + \varepsilon_{\rho mk}; \\ \rho_{mk}^{ij} &\approx r_{mk}^{ij} + \varepsilon_{\rho mk}; \\ \varphi_{mk}^{ij} &= \varphi_{mk}^j - \varphi_{mk}^i = \\ &= \lambda^{-1} r_{mk}^{ij} - N_{mk}^{ij} + \Delta t_\varphi + \Delta \tau_\varphi + \varepsilon_{\varphi mk}; \\ \varphi_{mk}^{ij} &\approx \lambda^{-1} r_{mk}^{ij} - N_{mk}^{ij} + \varepsilon_{\varphi mk}, \end{aligned}$$

where $r_{mk}^{ij} = r_{mk}^j - r_{mk}^i$, $N_{mk}^{ij} = N_{mk}^j - N_{mk}^i$.

The system of linear equations for DD is:

$$r_{mk}^{ij} = b_{mk} (u_m^j - u_m^i).$$

As a result, the receiver clock offset is eliminated and the DD accuracy is higher than SD. However, the DD method causes additional computational complexity.

One of the earliest studies of RelNav [13] describes a method based on SD pseudorange and INS observation fusion in leader-follower multi-UAV system. Leader GNSS and IMU measurements are transmitted to followers and fused to a relative position with a federated Kalman-like filter.

Subsequent studies on the DGNSS/INS approach relate to new filter and fusion methods. For example, in [14], the authors presented an adaptive filter. The adaptive carrier-smoothed-code (CSC) algorithm estimates relative position and position covariance from SD observations. Afterward, the CSC result and INS measurements are fused in an adaptive Kalman filter for relative state estimation.

The leader-follower architecture of the described methods is sensitive to individual aircraft failures. Therefore, another direction for research is in distributed relative navigation. The authors of [15] introduces a full parallel distributed structure. Each aircraft acts as a fusion center and calculates its relative position with the other aircraft in the formation. The filtering algorithm has a two-stage struc-

ture. In the local filter, GPS observations are used to correct INS long-term errors. In the relative state filter, the DGNSS data and the local filter results are used to estimate the error in relative position.

Like all GNSS methods, the DGNSS methods are corrupted by signal blockage, heavy multipath interference, and Non-Line-of-Sight (NLoS) reception in urban environments. To solve this problem, the paper [16] proposes integrity monitoring of a DD relative navigation system. The comparison of spatially distributed GNSS observations enables the detection and exclusion of GNSS signal faults. Besides, the method is effective for collision avoidance due to evaluation of relative position errors.

The accuracy of DGNSS relative navigation is comparable to RTK through similar principles and about 0.1 m.

The DGNSS range is not strictly limited, but as the distance increases, the accuracy declines.

The DGNSS is vulnerable to jamming, spoofing, multipath, and NLoS and depends on the availability of GNSS satellites.

Time of Arrival

Another relative navigation approach involves using peer-to-peer radio-frequency (RF) communication to obtain additional information. One of the most common RF-based methods is time of arrival (ToA) ranging.

In the ToA method, the distance between the radios measured by radio propagation time:

$$b_{m,k} = |b_{mk}| = c \Delta t_{m,k},$$

where $b_{m,k}$ is the distance between the radios m and k ; c is the speed of light; $\Delta t_{m,k}$ is the time interval between emitting and receiving a signal.

The ToA accuracy depends on the autocorrelation width of the signal, and, consequently, on its bandwidth. Therefore, the ToA method is usually implemented using ultra-wideband (UWB) modules. For relative navigation, range information is fused with other sensors' data.

In one of the earliest studies of ToA in RelNav [17], the authors used radio ranging with "Time Domain's P-410 UWB" and DGNSS/INS data. The proposed filter has three stages. The first stage is a local GNSS/INS filter. The second stage is a relative position filter fusing range information, DD observations, and first-stage results. Finally, ambiguities are resolved using the Least-squares AMBIGUITY Decorrelation Adjustment (LAMBDA) method [18] and relative position is corrected in the third stage.

One of the goals of ToA and DGNSS fusion is to eliminate the DGNSS disadvantages. Several works are dedicated to GNSS fault detection and exclusion (FDE) using additional ToA observations [19–21]. In [19], the authors applied the residual-based snapshot method [22]; whereas the paper [20] proposes a combination of the Kalman filter-based receiver autonomous integrity monitoring [23] and Huber’s M-estimation based Kalman filter [24]. Another paper [21] proposes an FDE method based on Kullback–Leibler divergence (KLD) between a prior and posterior distributions. According to the findings, the KLD-based method outperforms the traditional χ^2 -based method in terms of robustness.

Overcoming interference inherent in GNSS signals allows DGNSS/INS/ToA methods to improve the accuracy of absolute navigation. This approach is known as cooperative navigation. The authors of [25] examine cooperative navigation for multiple vehicles (cars) in urban environments. The authors achieved resistant absolute position estimation to multipath and NLoS by adapting the sum-product algorithm over wireless networks (SPAWN) [26] and the hybrid cooperative extended Kalman filter (hcEKF) [27].

Subsequent several studies [5, 28, 29] on DGNSS/INS/ToA CoopNav propose and analyze different filtration methods. These papers consider cars and UAVs as objects of navigation.

The ToA method, like all RF methods, is susceptible to jamming.

The article [30] that addresses this issue considers a situation with partially denied navigation signals (e.g., ToA jammers for some UAVs and GNSS jammers for others). The authors proposed a modified sigma-point belief propagation algorithm (SPBP) [31] —SPBP of random packet loss (SPBP-RFL), which uses the observations of several UAVs at the current and previous steps.

Another disadvantage of ToA methods is requirement of peer-to-peer LoS signal propagation. The NLoS error distribution significantly differs from the Gaussian distribution, in particular, by heavy tails [32]. Therefore, NLoS RelNav with ToA methods requires solutions other than the traditional Kalman filter. As a solution, the paper [32] proposes the Generalized Maximum Correntropy Criterion Kalman Filter.

According to the studies, the *accuracy* of DGNSS/INS/ToA methods reaches 0.01 m.

Due to the fact that most commercial UWB modules operate at high frequencies (3–15 GHz), the *range* of ToA methods usually does not exceed 300 m [33, 34].

The ToA is *vulnerable* to jamming, multipath, and NLoS and requires wide band.

Received Signal Strength

This method is based on the received signal strength (RSS) measurements and involves peer-to-peer radioring by the signal-power attenuation at the receiver. Attenuation under idealized conditions is described by the Friis transmission equation [35]:

$$\frac{P_r}{P_t} = G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi b_{t,r}} \right)^2,$$

where P_r and P_t are the powers at a receiver and a transceiver, respectively; G_t and G_r are the antenna gains; λ is the wavelength and $b_{t,r}$ is the distance between a receiver and a transceiver.

In practice, the accuracy of the RSS method depends on the noise at the receiver, multipath and NLoS, antenna pattern inhomogeneity, and atmospheric distortion. Therefore, most of the work improves the signal-power estimation accuracy.

The application of the RSS method in RelNav is similar to the ToA method. The work [36] considers the problem of relative navigation in a GNSS-denied environment. The authors introduced an antenna gain analyzer that uses a predetermined antenna pattern and INS/magnetometer/barometer observations. To estimate relative position, the authors implemented an Alan-variance-based extended colored Kalman filter.

According to the studies, the *accuracy* of the RSS method is about 5 m and lower than that of the ToA method. However, it does not require additional equipment and can work with conventional communication systems that UAVs already have.

The estimate of the RSSI method range is not given.

The RSS is *vulnerable* to jamming, multipath, and NLoS.

Doppler shift

Another RelNav RF-method estimates range-rate by measuring the Doppler signal-frequency shift. The related dependence can be expressed as:

$$\frac{db_{t,r}}{dt} = b_{t,r} \dot{b}_{t,r} = -\frac{\Delta f_r c}{f_0},$$

where $b_{t,r}$ is the distance between a receiver and a transceiver; c is the speed of light; f_0 is the carrier frequency, and Δf_r is the Doppler shift.

The paper [37] considers the use of Dedicated Short-Range Communications (DSRC, IEEE

802.11p) to range-rate through the Carrier Frequency Offset (CFO) [38]. The proposed method fuses DSRC-Doppler, DGNSS, and INS measurements with an extended Kalman filter to obtain relative position.

The authors of [39] propose a DGNSS/INS/ToA/DSRC-Doppler cascade method with float and fixed steps. The float step provides the float solutions and float SD ambiguities. Afterward, the SD ambiguities are fed into the LAMBDA method to estimate the integer ambiguities. Finally, a fixed filter estimates the fixed relative position if possible.

According to the studies, the *accuracy* of DGNSS/INS/DSRC-Doppler methods reaches 0.05 m.

The *range* of DSRC-Doppler methods is 1000 m, according to the IEEE 802.11p standard.

The DSRC-Doppler is *vulnerable* to jamming, multipath, and NLoS.

Direction of Arrival

We refer to all RF-methods that provide angle measurements with a set of antennas as Direction of Arrival (DoA).

The paper [40] discusses the relative navigation (on a plane) of cars with placing UWB modules on the cars' roofs. The scheme is shown in Fig. 4. Three UWB modules are installed on the roof of each car, denoted as $P_{1,1}$, $P_{1,2}$, $P_{1,3}$ and $P_{2,1}$, $P_{2,2}$,

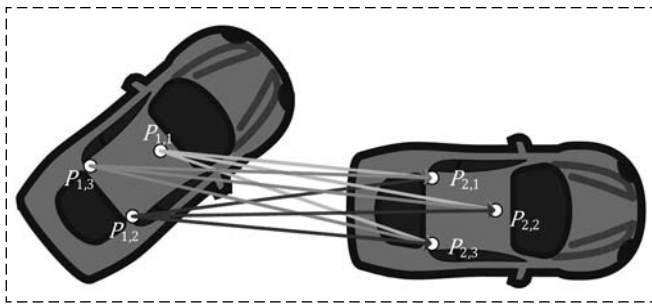


Fig. 4. Trilateration method in [40]

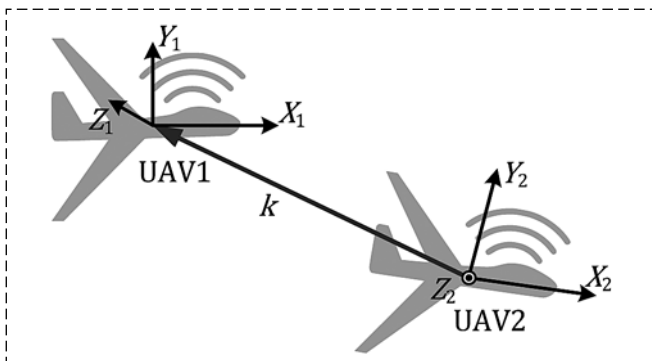


Fig. 5. DoA scheme method in [41]

$P_{2,3}$. The relative position is calculated using nine range measurements denoted by colored lines. The authors use the multilateration method, with the Levenberg—Marquardt algorithm, and dead reckoning (INS and wheel odometry). With minor modifications, this method can also be applied to UAVs.

In [41], the authors described a method to determine all relative rotational degrees-of-freedom (DoFs) between two UAVs using a radio engineering approach, without the need of any non-RF sensors, such as INS or GNSS receivers. In Fig. 5 X_1 , Y_1 , Z_1 , and X_2 , Y_2 , Z_2 are the local frames for UAV1 and UAV2; k is the LoS vector between the vehicles. All rotational DoF in a two-device system can be described by the vector $[\varphi_1, \theta_1, \varphi_2, \theta_2, \alpha]$, where φ_i, θ_i are the spherical azimuth and the elevation angles of the vector k in the local frame of UAV $_i$; α is the angle of rotation about the vector k . The proposed method uses the direction-finding techniques for multiple-input multiple-output (MIMO) channels to estimate φ_i, θ_i . Then the angle α is estimated using a polarimetric observation. The authors used the 6 MIMO antennas located on the body of the UAV, which has a wingspan of 1.5 m and a nose-to-tail length of 0.8 m.

According to the studies, the *accuracy* of DoA methods is about 2–4°. The accuracy of the relative position estimation with DoA depends on the distance between the vehicles.

The DoA *range* is not strictly limited. However, as the distance increases, the accuracy of the relative position estimation dramatically declines.

The DoA is *vulnerable* to jamming, multipath, and NLoS. The DoA methods require several antennas to be placed separately on the bodies of the UAVs. Therefore, the accuracy of these methods depends on the size of UAVs.

Line of Sight

Visual navigation (VizNav) methods can be divided into Line of Sight (LoS) and Environmental Observations (EO) methods.

The single LoS methods estimate the LoS vector direction between vehicles from a camera-based image. The scheme of the single LoS method is shown in Fig. 6, *a*, where Image 1 is the image of UAV0 taken by UAV1; P is the UAV0's position in space; P_1 is the UAV0's position in Image 1; O_1 is the optical center of the UAV1 camera. The LoS vector direction is estimated by the pixel coordinates P_1 .

One of the earliest studies on the LoS method [42] describes a single LoS fusion with DGNSS/INS

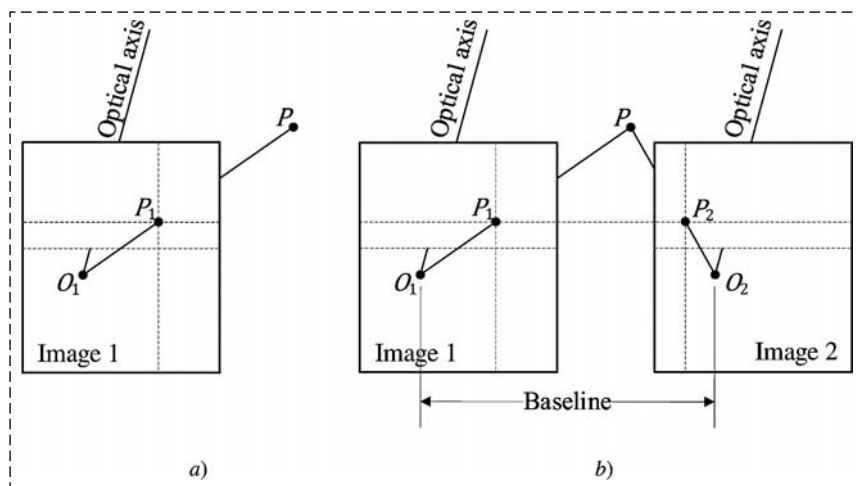


Fig. 6. LoS methods:
a single LoS method; *b* double LoS method [43]

observations. The filtering algorithm has a two-stage structure. The results of the LoS/INS and the DGNSS/INS local filters are fused with the master filter.

Another study [43] describes the double LoS method. Unlike simple LoS, the double LoS method requires at least three vehicles: UAV0, UAV1, and UAV2. The scheme of the double LoS method is shown in Fig. 6, *b*, where all designations match Fig. 6, *a*. The relative position of UAV0 can be estimated using the baseline measurements between UAV1 and UAV2.

According to the studies, the *accuracy* of LoS methods is about 0.2 m.

The ability to identify vehicles against the background restricts the LoS *range*.

The LoS *depends* on the time of day and the atmosphere's optical transparency.

Environmental Observations

The EO methods estimate relative position by matching images of the environment taken by different vehicles. One of the EO methods involves a terrain survey in the nadir. So, the paper [44] describes simultaneously multi-UAV terrain mapping and relative navigation. The proposed method matches feature points between two UAV images using the Scale-Invariant Feature Transform (SIFT) [45]. The scheme of the method is shown in Fig. 7, where the green and blue areas indicate the Field-of-View (FOV) of the UAVs' cameras; the red dots are common feature points in the images. This method resolves four DoFs of a two-UAV system: the relative yaw is estimated by feature orientation, the relative plane position is estimated by

feature pixel coordinates, and the relative height is estimated by the image scale. Another study [46] on the nadir EO method combines it with ToA/INS methods for relative navigation in a GNSS-denied environment.

Another VisNav method, Simultaneous Localization and Mapping (SLAM), is widespread for single UAVs. SLAM algorithms build a three-dimensional environment map and estimate the position of a vehicle relative to this map. SLAM typically employs monocular and binocular cameras to match feature points on captured images.

Applied to multiple UAVs, the SLAM algorithm can be used collaboratively for relative navigation. So, the authors of [47] propose a collaborative SLAM method for two vehicles equipped with monocular cameras. The method fuses SLAM results and INS observations with EKF. The main limitation of the method is the requirement of a permanent overlap of the cameras' FOVs.

In another paper [48], the authors proposed building a global map to improve collaborative SLAM. First, by matching features from several vehicles, a sparse reconstruction of the observed environment is created. This reconstruction is then shared as a global map between the vehicles (Fig. 8). After that, each UAV estimates its own position relative to the global map. Thus, the global map removes permanent FOV overlap requirements. In addition, this method can improve the accuracy of the position estimate compared to a single SLAM. This is possible when one of the vehicles does not observe enough feature points for precise localization.

According to the studies, the *accuracy* of INS/EO methods reaches 0.01 m.

The EO *range* is not strictly limited and depends on camera resolution.

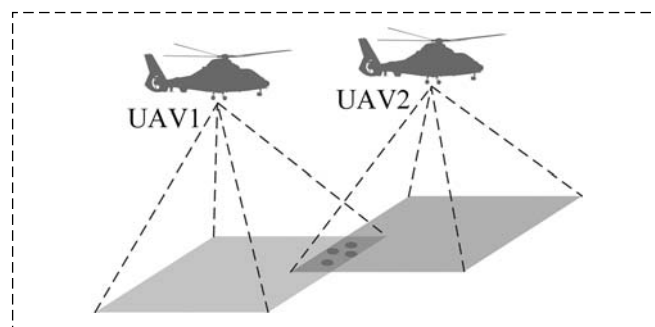


Fig. 7. Nadir EO method [44]

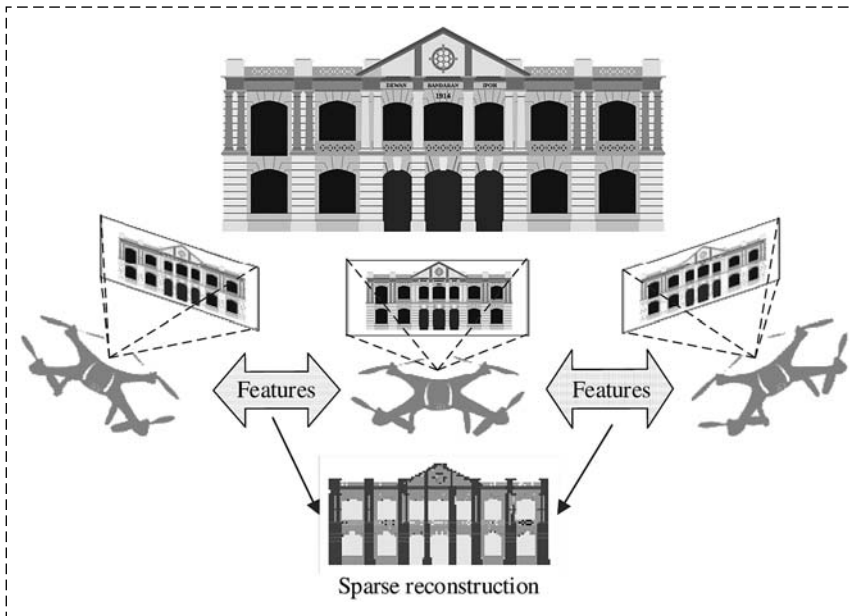


Fig. 8. SLAM EO method [48]

The EO depends on the time of day, the atmosphere's optical transparency, and the environment's visual homogeneity. The EO methods call for extensive computations and data sharing among the vehicles.

Generic methods

Numerous works focus on generic methods not related to a particular type of sensor [49–51]. One of them [49] suggests a method for integrating UAVs in a sensor network using a variety of sensors, including GNSS and UWB modules, INS, and cameras. This method enables RelNav for a large number

of UAVs and enables measuring the absolute position of vehicles by substituting stationary anchors for a portion of UAVs.

Another paper [50] considers cooperative navigation in an urban environment, independent of the RelNav method. Using GNSS data from multiple vehicles and these relative positions, the virtual centroid position is estimated with increased accuracy. Then, using the known relative positions of the vehicles and the virtual centroid position, the coordinates of each UAV are resolved.

In [51], the authors consider Network Localization and Navigation for mobile nodes. All measurements are classified as intra-node (INS) or inter-node RF-based (GNSS, ToA, RSS, Doppler, DoA). So, GNSS satellites are considered as nodes in the network. In this problem formulation, the RelNav theoretical limitations are determined.

Since the generic methods do not consider certain types of sensors, it is impossible to compare them with other methods.

Capabilities discussion

The comparative analysis results of the RelNav methods for UAVs are summarized in Table 1. All quantitative values in the table are consistent with the considered works.

Comparative analysis results of the RelNav methods

Method	Accuracy	Range	Disadvantages
Difference GNSS (DGNSS)	0.1 m	no strict limitation	vulnerable to jamming/spoofing/multipath/NLoS; depend on the availability of GNSS satellites
Time of Arrival (ToA)	0.01 m	300 m	vulnerable to jamming/multipath/NLoS; require wideband
Received Signal Strength (RSS)	5 m	N/D	vulnerable to jamming/multipath/NLoS
Doppler shift (Doppler)	0.05 m	1000 m	vulnerable to jamming/multipath/NLoS
Direction of Arrival (DoA)	2-4°	no strict limitation	vulnerable to jamming/multipath/NLoS; depends on the size of the UAVs
Line of Sight (LoS)	0.2 m	limited by a camera	depends on time of day/atmosphere transparency
Environmental Observations (EO)	0.01 m	limited by a camera	depends on time of day/atmosphere transparency; complex calculations and data transmission
Generic methods	depends on types of sensors		

As a result of the review, we formulate the following main capabilities of the RelNav methods:

- The accuracy of most RelNav methods is comparable to Real-Time Kinematic, but it does not require base stations. This capability is advantageous in applications where absolute navigation accuracy is less important than relative navigation accuracy.
- Almost all RelNav methods can work in a GNSS-denied environment. In this case, their accuracy is comparable to GNSS.
- Some methods (e.g., ToA) can be applied to cooperative navigation to improve the accuracy of absolute navigation.
- RelNav can improve collision avoidance. Since RelNav has high accuracy at close distances between vehicles, it can reduce the protection space between vehicles and increase the density of UAVs. In addition, some methods estimate relative position error, which can also be used in collision avoidance [16].

The main disadvantage of all RelNav methods is their limited range. So, all the methods discussed in the review have a maximum range of about one kilometer or significantly degrade in accuracy as the distance between UAVs increases. However, for multi-UAV systems with a short distance between vehicles (about 300 m), this disadvantage is negligible.

Conclusion

The review offers the RelNav method classification and investigates its capabilities and limitations. We selected 34 research papers for our analysis out of the total number of papers covered. These were the papers that offered the widest variety of RelNav methods. At the same time, the proportion of the selected papers for each type of method to those that were covered for that type is constant.

The differential, RF-based, and visual RelNav methods considered in this paper were developed independently of each other and as part of integral methods. Some studies propose improved RelNav filtering, whereas others consider new combinations of sensors.

Subsequent work on RelNav is likely to be aimed at further improving its autonomy, fault tolerance, and accuracy. We should point out, though, that very few papers focus on the technical aspects of RelNav and the creation of systems that can be used in real-world applications.

RelNav methods for multi-UAV systems can significantly improve these systems' autonomy and

navigational accuracy. However, despite the abundance of papers on RelNav, it is not mentioned in papers that are specifically focused on the applications of multi-UAV systems.

One of the possible reasons for this phenomenon is the lack of off-the-shelf RelNav solutions that could be used in experiments. However, RelNav is not mentioned as a navigation option even in conceptual works that consider theoretical multi-UAV system applications. Therefore, this might suggest that UAV researchers are still unaware of RelNav's capabilities.

References

1. **Skorobogatov G., Barrado C., Salami E.** Multiple UAV systems: A survey, *Unmanned Systems*, 2020, vol. 8, no. 2, pp. 149–169.
2. **Intel** Intel Drone Light Shows, available at: <https://www.intel.com/content/www/us/en/technology-innovation/aerial-technology-light-show.html> (date of access: January 9, 2023).
3. **EHang** EHang Egret's 1374 drones dancing over the City Wall of Xi'an, achieving a Guinness World Records title, available at: <https://www.ehang.com/news/365.html> (date of access January 9, 2023).
4. **Korean Air** Korean Air develops world's first aircraft inspection technology using drone swarms, available at: <https://www.koreanair.com/us/en/footer/about-us/newsroom/list/211216-korean-air-develops-world-s-first-aircraft-inspection-tec> (date of access January 9, 2023).
5. **Li W. et al.** Cooperative positioning algorithm of swarm UAVs based on posterior linearization belief propagation, *2019 IEEE 3rd Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC)*, IEEE, 2019, pp. 1277–1282.
6. **Scopus**, available at: <https://www.scopus.com/home.uri/> (date of access January 9, 2023).
7. **Christian J. A., Cryan S.** A survey of LIDAR technology and its use in spacecraft relative navigation, *AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference*, 2013, pp. 4641.
8. **Capuano V., Harvard A., Chung S. J.** Onboard cooperative spacecraft relative navigation fusing GNSS with vision, *Progress in Aerospace Sciences*, 2022, vol. 128, pp. 100761.
9. **Cassinis L. P., Fonod R., Gill E.** Review of the robustness and applicability of monocular pose estimation systems for relative navigation with an uncooperative spacecraft, *Progress in Aerospace Sciences*, 2019, vol. 110, pp. 100548.
10. **Brink K. M.** Multi-agent relative pose estimation: approaches and applications, *Open Architecture/Open Business Model Net-Centric Systems and Defense Transformation 2018, International Society for Optics and Photonics*, 2018, vol. 10651, pp. 106510D.
11. **Chung S. J. et al.** A survey on aerial swarm robotics, *IEEE Transactions on Robotics*, 2018, vol. 34, no. 4, pp. 837–855.
12. **Zhuang C. et al.** Cooperative Positioning for V2X Applications Using GNSS Carrier Phase and UWB Ranging, *IEEE Communications Letters*, 2021, vol. 25, no. 6, pp. 1876–1880.
13. **Felter S. C., Wu N. E.** A relative navigation system for formation flight, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, vol. 33, no. 3, pp. 958–967.
14. **Lee J. Y. et al.** Adaptive GPS/INS integration for relative navigation, *GPS solutions*, 2016, vol. 20, no. 1, pp. 63–75.
15. **Yunfeng Z. et al.** A novel relative navigation algorithm for formation flight, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aero-space Engineering*, 2020, vol. 234, no. 2, pp. 308–318.

16. **Shizhuang W. et al.** Highly reliable relative navigation for multi-UAV formation flight in urban environments, *Chinese Journal of Aeronautics*, 2021, vol. 34, no. 7, pp. 257–270.
17. **Gross J. N., Gu Y., Rhudy M. B.** Robust UAV relative navigation with DGPS, INS, and peer-to-peer radio ranging, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2015, vol. 12, no. 3, pp. 935–944.
18. **Broshears E., Martin S., Bevy D.** Ultra-Wideband Aided Carrier Phase Ambiguity Resolution in Real-Time Kinematic GPS Relative Positioning, *Proceedings of the 26th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS + 2013)*, 2013, pp. 1277–1284.
19. **Sun Y.** Autonomous Integrity Monitoring for Relative Navigation of Multiple Unmanned Aerial Vehicles, *Remote Sensing*, 2021, vol. 13, no. 8, p. 1483.
20. **Xiong J. et al.** Adaptive hybrid robust filter for multi-sensor relative navigation system, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2021.
21. **Xiong J. et al.** Fault-tolerant relative navigation based on Kullback–Leibler divergence, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2020, vol. 17, no. 6, p. 172.
22. **Fu L. et al.** Vision-aided RAIM: A new method for GPS integrity monitoring in approach and landing phase, *Sensors*, 2015, vol. 15, no. 9, pp. 22854–22873.
23. **Bhattacharyya S., Gebre-Egziabher D.** Kalman filter–based RAIM for GNSS receivers, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, vol. 51, no. 3, pp. 2444–2459.
24. **Karlgard C., Schaub H.** Adaptive Huber-based filtering using projection statistics: Application to spacecraft attitude estimation, *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2008, p. 7389.
25. **Ko H., Kim B., Kong S. H.** GNSS multipath-resistant cooperative navigation in urban vehicular networks, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2015, vol. 64, no. 12, pp. 5450–5463.
26. **Wymeersch H., Lien J., Win M. Z.** Cooperative localization in wireless networks, *Proceedings of the IEEE*, 2009, vol. 97, no. 2, pp. 427–450.
27. **Caceres M. A. et al.** Hybrid GNSS-ToA localization and tracking via cooperative unscented Kalman filter, *2010 IEEE 21st International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Workshops*, IEEE, 2010.
28. **Shen J. et al.** Cooperative relative navigation for multi-UAV systems by exploiting GNSS and peer-to-peer ranging measurements, *IET radar, sonar & navigation*, 2021, vol. 15, no. 1, pp. 21–36.
29. **Zhuang C. et al.** Cooperative Positioning for V2X Applications Using GNSS Carrier Phase and UWB Ranging, *IEEE Communications Letters*, 2021, vol. 25, no. 6, pp. 1876–1880.
30. **Chen H. et al.** Collaborative Multiple UAVs Navigation With GPS/INS/UWB Jammers Using Sigma Point Belief Propagation, *IEEE Access*, 2020, vol. 8, pp. 193695–193707.
31. **Meyer F. Hlinka O., Hlawatsch F.** Sigma point belief propagation, *IEEE Signal Processing Letters*, 2013, vol. 21, no. 2, pp. 145–149.
32. **Ma F., He J., Zhang X.** Robust Kalman filter algorithm based on generalized correntropy for ultra-wideband ranging in industrial environment, *IEEE Access*, 2019, vol. 7, pp. 27490–27500.
33. **Decawave DWM1000 Module** Decawave, available at: <https://www.decawave.com/product/dwm1000-module/> (date of access January 9, 2023).
34. **Time Domain P-410 Ultra-Wideband Ranging and Communications Module**, available at: http://www.timedomain.com/datasheets/TD_DS_P410_RCM_FA.pdf (date of access January 9, 2023).
35. **Friis H. T.** A Note on a Simple Transmission Formula, *Proceedings of the I. R. E. and Waves and Electrons*, 1946, pp. 254–256.
36. **Ouyang X. et al.** Cooperative navigation of UAVs in GNSS-denied area with colored RSSI measurements, *IEEE Sensors Journal*, 2020, vol. 21, no. 2, pp. 2194–2210.
37. **Shen F., Cheong J. W., Dempster A. G.** A DSRC Doppler/IMU/GNSS tightly-coupled cooperative positioning method for relative positioning in VANETs, *The Journal of Navigation*, 2017, vol. 70, no. 1, pp. 120–136.
38. **Alam N., Balaei A. T., Dempster A. G.** A DSRC Doppler-based cooperative positioning enhancement for vehicular networks with GPS availability, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2011, vol. 60, no. 9, pp. 4462–4470.
39. **Xiong J. et al.** Carrier-phase-based multi-vehicle cooperative positioning using V2V sensors, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, vol. 69, no. 9, pp. 9528–9541.
40. **Wang M. et al.** UWB Based Relative Planar Localization with Enhanced Precision for Intelligent Vehicles, *Actuators, Multidisciplinary Digital Publishing Institute*, 2021, vol. 10, no. 7, pp. 144.
41. **Wallace J. W. et al.** Cooperative Relative UAV Attitude Estimation Using DoA and RF Polarization, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, vol. 56, no. 4, pp. 2689–2700.
42. **Wang X., Cui N., Guo J.** INS/VisNav/GPS relative navigation system for UAV, *Aerospace Science and Technology*, 2013, vol. 28, no. 1, pp. 242–248.
43. **Shao W. et al.** A Visual/Inertial Relative Navigation Method for UAV Formation, *2020 Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, IEEE, 2020, pp. 1831–1836.
44. **Lyu Y. et al.** Simultaneously multi-UAV mapping and control with visual servoing, *2015 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, IEEE, 2015, pp. 125–131.
45. **Lowe D. G.** Distinctive image features from scale-invariant keypoints, *International journal of computer vision*, 2004, vol. 60, no. 2, pp. 91–110.
46. **Hardy J. et al.** Unmanned aerial vehicle relative navigation in GPS denied environments, *2016 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS)*, IEEE, 2016, pp. 344–352.
47. **Karrer M. et al.** Collaborative 6dof relative pose estimation for two UAVs with overlapping fields of view, *2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, IEEE, 2018, pp. 6688–6693.
48. **Vemprala S., Saripalli S.** Monocular vision based collaborative localization for micro aerial vehicle swarms, *2018 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, IEEE, 2018, pp. 315–323.
49. **Hao N. et al.** Data Links Enhanced Relative Navigation for Robotic Formation Applications, *IFAC-PapersOnLine*, 2020, vol. 53, no. 2, pp. 9484–9489.
50. **Liu X. et al.** Measurement-domain cooperative navigation for multi-UAV systems augmented by relative positions, *Journal of Aeronautics, Astronautics and Aviation*, 2020, vol. 52, no. 4, pp. 403–416.
51. **Win M. Z., Shen Y., Dai W.** A theoretical foundation of network localization and navigation, *Proceedings of the IEEE*, 2018, vol. 106, no. 7, pp. 1136–1165.

А. Б. Филимонов^{1,2}, д-р техн. наук, проф., filimon_ab@mail.ru,
Н. Б. Филимонов^{3,4}, д-р техн. наук, проф., nbfilimonov@mail.ru,
Т. К. Нгуен¹, аспирант, congvietaim@mail.ru,
К. Ф. Фам⁴, студент, hvkts1421996@gmail.com,

¹МИРЭА — Российский технологический университет, Москва,

²Московский авиационный институт (научно-исследовательский университет),

³Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,

⁴Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

Планирование маршрутов полета БПЛА в задачах группового патрулирования протяженных территорий

В настоящее время одной из перспективных сфер совместного использования беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) является групповое воздушное патрулирование больших территорий. Организация такого патрулирования предполагает решение задачи планирования маршрутов полета группы БПЛА. В работе рассматривается задача оптимального планирования маршрутов полета отдельных БПЛА при групповом патрулировании территорий большой протяженности. Примером таких территорий могут служить территориальные воды или узкие приграничные участки какого-либо государства. Предполагается, что патрулируемая территория имеет вытянутую форму и разбита на цепочку смежных зон патрулирования, предписанных отдельным БПЛА. Маршрут полета беспилотника проходит через смежные зоны. Полетное задание, выполняемое периодически каждым беспилотником, состоит в его перемещении в заданную полетную зону, сборе оперативных данных и передаче этих данных на пункт (центр, станцию) управления. Оптимизационный аспект планирования маршрутов полета БПЛА состоит в том, чтобы свести к минимуму максимальные сроки выполнения полетных заданий. Рассматриваемая задача группового патрулирования сводится к множественной задаче коммивояжера — одной из классических труднорешаемых задач комбинаторной оптимизации. Дан краткий анализ современных методов решения множественной задачи коммивояжера. В связи с отсутствием эффективных точных методов решения данной задачи естественно использование приближенных эвристических и метаэвристических методов, ориентированных на решение именно NP-трудных задач оптимизации, сокращающих полный перебор и дающих решение, близкое к точному. Рассматриваемая в работе множественная задача коммивояжера сводится к задаче целочисленного линейного программирования, для решения которой предложен генетический алгоритм, реализованный в среде MATLAB на основе математического пакета Global Optimization Toolbox. Рассмотрен иллюстративный пример патрулирования тремя БПЛА протяженной территории с 11 смежными зонами. Вычислительные эксперименты подтверждают эффективность предложенных в работе алгоритмических решений.

Ключевые слова: группа БПЛА, патрулирование, планирование маршрутов полета, целочисленное линейное программирование, генетический алгоритм, среда программирования MATLAB

Введение

Беспилотные летательные аппараты (БПЛА) (беспилотники, дроны; англ. Unmanned Aerial Vehicles, UAV) приобрели огромную популярность в различных сферах человеческой деятельности благодаря их очевидным преимуществам — большой экономичности, простоте в эксплуатации, малой стоимости и отсутствию людских ресурсов [1].

В настоящее время наблюдается стремительное расширение сфер применения БПЛА: диагностика нефте- или газопроводов, выявление очагов лесных пожаров, контроль за паводковыми водами в регионах, экологический мониторинг мегаполисов, мониторинг линий электропередач, поисковые и спасательные операции в чрезвычайных ситуациях, контроль за соблюдением порядка на массовых мероприятиях,

картографирование местности, мониторинг дорожно-транспортной ситуации и многое другое.

Одним из важных и наиболее трендовых направлений использования БПЛА как в военных, так и в гражданских целях является охранно-мониторинговая деятельность в виде воздушного **патрулирования** (от франц. patrouiller — ходить дозором) протяженных (возможно труднодоступных) объектов путем постоянного регулярного, периодического их облета, сбора и оперативной передачи информации (фото-, видео- и тепловизионных изображений) на станцию управления о наблюдаемой с воздуха обстановке как на периметре, так и внутри патрулируемого объекта. Воздушное патрулирование является естественным для миссий не только мирного времени в целях защиты патрулируемого объекта, но и военного времени в целях **рекогносцировки**

(от лат. *recognosco* — "осматриваю, обследую"), т. е. разведки, наблюдения, визуального изучения местности, где организуется оборона противника в районе предстоящих боевых действий.

Выполнение задач воздушного патрулирования наилучшим образом обеспечивается путем использования группы БПЛА, которая может осуществлять "параллельное" и независимое решение требуемых задач в различных областях (зонах) патрулируемого объекта. Групповое применение автономно функционирующих, но согласованно управляемых беспилотников позволяет расширить возможности и существенно повысить производительность процесса патрулирования. Отметим, что под групповым управлением БПЛА понимается управление каждым беспилотником, обеспечивающее достижение общей групповой цели патрулирования [1].

Впервые БПЛА начали применять для патрулирования границ в США в 2004 г. Сегодня большинство развитых стран активно использует беспилотники для воздушного патрулирования своих границ, однако эта информация носит сугубо скрытый характер. При этом задачи группового патрулирования исследованы заметно хуже, чем их аналоги для случая одного беспилотника.

Воздушное патрулирование предполагает решение задачи планирования маршрута (англ. *Vehicle Routing Problem, VRP*) полета БПЛА. В настоящей работе, развивающей результат авторов [3], дается постановка и приводится решение задачи планирования оптимальных маршрутов полета БПЛА при групповом воздушном патрулировании территорий большой протяженности.

Постановка задачи оптимальной маршрутизации полета группы БПЛА как множественной задачи коммивояжера

Классическая задача маршрутизации при одиночном или групповом патрулировании БПЛА некоторой территории, заданной планом местности, заключается в построении замкнутых маршрутов облета беспилотниками данной территории, проходящих через все полетные зоны патрулирования и оптимальных по некоторому критерию (см., например, работы [4–12]). Весьма популярный подход к постановке и решению задачи оптимальной маршрутизации БПЛА при групповом патрулировании заключается в ее формализации как **множе-**

ственной задачи коммивояжера (англ. *Multiple Traveling Salesman Problem, MTSP*), именуемой также задачей о *t бродячих торговцах*, в которой допускается более одного *коммивояжера* и которая является обобщением **задачи коммивояжера с одним коммивояжером** (TSP). К последней, кстати, сводится задача маршрутизации патрулирования территории одиночным беспилотником. Современное состояние TSP и MTSP отражают публикации [12–20].

Рассмотрим сценарий постоянного воздушного мониторинга заданной территории группой БПЛА. Предполагается, что все доступные БПЛА однотипны. Полетное задание для каждого беспилотника выполняется периодически и состоит в его перемещении в заданную полетную зону, сборе оперативных данных и передаче этих данных на станцию управления. Основными показателями процесса патрулирования являются: время задержка данных (время доставки) до станции управления и частота повторного рейса (тура) в зоны патрулирования.

Считаем, что патрулируемая территория имеет вытянутую форму и образует цепочку смежных зон патрулирования. Прототипом такой территории могут служить территориальные воды или узкие приграничные участки какого-либо государства.

Дадим математическую формализацию рассматриваемой задачи патрулирования.

Введем следующие обозначения: N — число зон патрулирования; m — число БПЛА, непосредственно задействованных для патрулирования; $P = \{p_1, p_2, \dots, p_N\}$ — упорядоченное множество всех зон патрулирования, причем p_i и p_{i+1} — смежные (граничащие друг с другом) зоны; d — место базирования беспилотников (далее — депо); τ_i — время патрулирования i -й зоны ($i = \overline{1, N}$); τ_{di} — время полета беспилотника от депо d до i -й зоны; τ_{id} — время его полета от i -й зоны до депо d ; T_j — продолжительность выполнения j -го задания ($j = \overline{1, m}$).

Разбиение патрулируемой территории на T зон иллюстрирует рис. 1.

Конфигурационной моделью рассматриваемой задачи может служить граф

$$G = (V, E),$$

где $V = P \cup \{d\}$ — множество вершин, E — множество ребер, представляющих возможные варианты перемещения БПЛА. Отметим, что

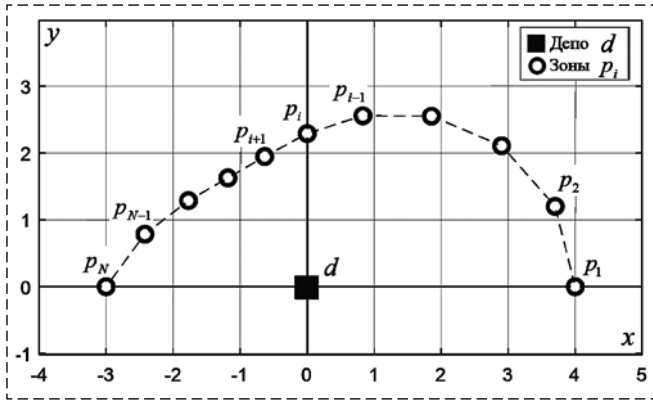


Рис. 1. Разбиение территории на зоны патрулирования
 Fig. 1. Splitting of the territory into patrol zones

подграф $G[P]$, образованный множеством вершин P , имеет "цепочечную" структуру.

Полагаем, что $Task_1, Task_2, \dots, Task_m$ — полетные задания, а N_i — число зон, предписанных i -му заданию $Task_i$, так что

$$N_i \geq 1, \quad i = \overline{1, m}; \quad (1)$$

$$N = N_1 + N_2 + \dots + N_m, \quad (2)$$

причем считаем, что задание $Task_1$ охватывает первые N_1 зон, задание $Task_2$ — последующие N_2 зон и т. д.

Введем индексы

$$\begin{aligned} I_1 &= 1, I_2 = I_1 + N_1, \dots, \\ \dots, I_m &= I_{m-1} + N_{m-1}, I_{m+1} = N. \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, продолжительность выполнения i -го задания $Task_i$ определяется равенством

$$T_i = \tau_{di} + \tau_{id} + \sum_{I_i \leq j < I_{i+1}} \tau_j, \quad i = \overline{1, m}. \quad (4)$$

Введем в качестве критерия эффективности плана полетного задания максимальное значение времени выполнения всех заданий:

$$T_{\max} = \max_{1 \leq j \leq m} T_j. \quad (5)$$

Тогда оптимизационный аспект рассматриваемой задачи планирования маршрутов группового патрулирования состоит в минимизации данного критерия, т. е. минимизации максимальных сроков выполнения заданий:

$$T_{\max} \rightarrow \min. \quad (6)$$

Таким образом, рассматриваемая задача оптимальной маршрутизации полета группы БПЛА сформулирована как МТСП вида (5), (6), (1)—(4).

TSP является ключевой задачей транспортной логистики, занимает особое место в комбинаторной оптимизации и уже более 90 лет продолжает привлекать внимание исследователей [21]. Данная задача является одной из самых сложных, труднорешаемых оптимизационных задач, связанных с отысканием наиболее экономичного циклического обхода (маршрута коммивояжера) для заданного конечного множества "клиентов". Для решения задачи TSP до сих пор не найдено быстрых полиномиальных алгоритмов. Еще в 70-х годах прошлого столетия было доказано, что TSP является NP-полной (Nondeterministic Polynomial) трансвычислительной задачей [22, 23]. Так, например, даже при относительно небольшом числе пунктов (>66) в маршруте обхода данная задача не может быть решена методом перебора вариантов никакими теоретически мыслимыми компьютерами за время, меньшее нескольких миллиардов лет.

Существует множество различных методов решения TSP и MTSP. При всем многообразии все эти методы, как правило, относятся к одной из двух категорий: точные и эвристические методы.

Точные методы выполняют полный перебор всех вариантов. Иногда они позволяют найти решение быстро, но в основном поиск происходит по всем маршрутам (пунктам). Среди точных методов решения TSP выделим метод полного перебора (или метод "грубой силы", англ. brute force), метод направленного поиска с возвратами, метод фиктивных узлов и ветвей, метод ветвей и границ, метод ветвей и отсечений, метод динамического программирования.

Поскольку MTSP имеют непомерно высокую вычислительную сложность, то точные методы, как правило, не могут применяться для задач большой размерности. По этой причине более предпочтительными являются приближенные методы, которые относятся к эвристическим методам и являются довольно эффективными, поскольку сокращают полный перебор маршрутов. Они генерируют решения, близкие к оптимальному, но за приемлемое по сравнению с точными методами время [24—27]. Во многих из них находят не эффективный, а базовый маршрут, т. е. приближенное решение, которое в дальнейшем улучшается.

По способу формирования итогового маршрута эвристические алгоритмы можно разде-

лить на два класса: конструктивные и итерационные эвристики.

Конструктивные эвристики (Tour Construction Heuristics) генерируют один уникальный маршрут для каждой решаемой задачи без последующего его улучшения. К данному классу относят алгоритм ближайшего соседа, жадный алгоритм, эвристики вставок, алгоритм Кристофидеса. С помощью данных эвристик последовательно строят допустимое решение, добавляя в него вершины, пока полный маршрут не будет сформирован. Как правило, с помощью данных эвристик получают решения, уступающие оптимальному около 10...15 %.

Итерационные эвристики (Tourimprovement Heuristics) начинают работать с уже готовым маршрутом, построенным одним из конструктивных методов, последовательно улучшая его на каждой итерации. Среди итерационных методов можно выделить отдельный класс алгоритмов, который носит название *метаэвристик* (Metaheuristics). Это достаточно общие итерационные процедуры, использующие рандомизацию и элементы самообучения, интенсификацию и диверсификацию поиска, адаптивные механизмы управления, а также конструктивные эвристики и методы локального поиска. Здесь следует выделить, прежде всего, методы, вдохновленные природными явлениями и биоинспирированные методы, которые решают задачу оптимизации методом проб и ошибок без строгого математического обоснования. Метаэвристики принято делить на траекторные методы, когда каждой итерации соответствует одно допустимое решение, и на алгоритмы, которые работают сразу с популяцией решений.

К первой группе относят методы имитации отжига (Simulated Annealing), методы поиска с запретами (Tabu Search), поиска с чередующимися окрестностями (Variable Neighbourhood Search). Ко второй группе относят методы муравьиных колоний (Ant Colony Optimization), вероятностные жадные методы (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) и др. В данной группе метаэвристических методов для решения MTSP наибольшую популярность приобрели генетические алгоритмы (Genetic Algorithms, GA). Применение GA для решения MTSP впервые было предложено в работе [28] и получило развитие в работах [29–36]. При этом временная сложность GA представляется формулой: $O(tMN^2)$, где N — число зон патрулирования; M — численность популяции; t — число поколений.

Однако наиболее целесообразно использовать предложенный в 1960 г. Миллером, Такером и Землином метод сведения TSP к задаче целочисленного линейного программирования (ЦЛП) [37]. Данный метод, основанный на введении альтернативных условий устранения подмаршрутов (MTZ-inequality form), получил распространение на MTSP (см., например, работу [38]). В настоящей работе рассматриваемая MTSP оптимальной маршрутизации полета группы БПЛА также сводится к задаче ЦЛП.

Сведение множественной задачи коммивояжера к задаче целочисленного линейного программирования

В качестве неизвестных выберем следующие переменные:

$$x_i = I_{i+1}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (7)$$

где

$$n = m - 1. \quad (8)$$

Заметим, что данные переменные являются целочисленными:

$$x_i \in \mathbf{N}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (9)$$

где $\mathbf{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ — множество натуральных чисел.

Исходя из смысла рассматриваемой задачи наложим ограничения на введенные переменные:

$$x_L \leq x_i \leq x_U, \quad i = \overline{1, n}, \quad (10)$$

где

$$x_L = 1, \quad x_U = N. \quad (11)$$

Согласно условиям (1) и (3) выполняются неравенства

$$x_1 < x_2 < \dots < x_n,$$

которые, с учетом целочисленности переменных (7), можно переписать в виде следующих нестрогих неравенств:

$$\left. \begin{aligned} -x_1 &\leq -2, \\ x_1 - x_2 &\leq -1, \\ \dots & \\ x_{n-1} - x_n &\leq -1. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

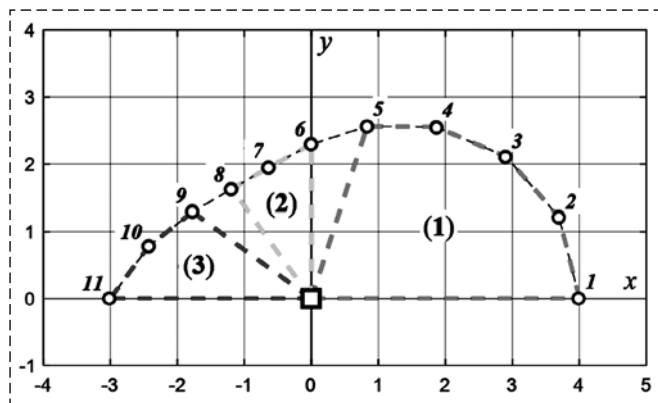


Рис. 2. Оптимальное распределение зон патрулирования
Fig. 2. Optimal distribution of patrol zones

Отвечающее найденному решению распределение зон патрулирования иллюстрирует рис. 2, где цифры в скобках обозначают номер БПЛА.

Для сравнения приведем другое решение:

$$x = \text{col}(5, 7); T_1 = 9,30, T_2 = 6,55, \\ T_3 = 18,80; T_{\max} = 18,80.$$

Заключение

Изложен новый метод планирования маршрутов полета группы БПЛА в задачах патрулирования территорий большой протяженности. Предполагается, что патрулируемая территория имеет вытянутую форму, она разбита на цепочку смежных зон патрулирования. Маршрут полета отдельного беспилотника проходит через смежные зоны. Задача распределения зон по маршрутам полета в группе БПЛА является MTSP, которая сводится к задаче ЦЛП. Для ее решения предлагается использовать метод ГА. Вычислительные эксперименты подтверждают эффективность предложенных алгоритмических решений.

Список литературы

1. Кузнецов Г. А., Кудрявцев И. В., Крылов Е. Д. Ретроспективный анализ, современное состояние и тенденции развития отечественных беспилотных летательных аппаратов // Инженерный журнал: наука и инновации. 2018. № 9 (81). С. 1–22.
2. Sargolzaei A., Abbaspour A., Crane C. D. Control of Cooperative Unmanned Aerial Vehicles: Review of Applications, Challenges, and Algorithms // Optimization, Learning, and Control for Interdependent Complex Networks. Advances in Intelligent Systems and Computing / Amini M. (eds). 2020. Vol. 1123. Springer, Cham. P. 229–255.
3. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Оптимальная маршрутизация полетов БПЛА при групповом патрулировании территорий // Journal of Advanced Research in Technical Science. 2023. Iss. 34. P. 49–55.
4. Kinney G., Hill R., Moore J. Devising a quick-running heuristic for an unmanned aerial vehicle (UAV) routing system // Journal of Operational Research Society. 2004. Vol. 56. P. 776–786.

5. Ченцов А. Г. Экстремальные задачи маршрутизации и распределения заданий: вопросы теории. Москва-Ижевск: РХД, 2008. 238 с.
6. Садыков М. Ф., Горячев М. П. Система воздушного патрулирования и управления транспортными потоками // Вестник НЦ БЖД. 2017. № 1 (31). С. 59–65.
7. Manuam S. G., Rasmussen S., Casbeer D. W., Kalyanam K., Manickam S. Multi-UAV Routing for Persistent Intelligence Surveillance & Reconnaissance Missions // 2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2017. P. 573–580.
8. Liu Y., Zhong Liu Z., Shi J., Wu G., Chen C. Optimization of Base Location and Patrol Routes for Unmanned Aerial Vehicles in Border Intelligence, Surveillance and Reconnaissance // Journal of Advanced Transportation. Vol. 2019. P. 1–13.
9. Kappel K. S., Cabreira T. M., Marins J. L., de Brisolara L. B., Ferreira P. R. Strategies for Patrolling Missions with Multiple UAVs // Journal of Intelligent & Robotic Systems. 2020. Vol. 99. P. 499–515.
10. Вилков В. Б., Горшкова Е. Е., Черных А. К. Решение задачи нахождения оптимального маршрута патрулирования действующих лесных пожаров в заданном районе // Вестник СПб ун-та ГПС МЧС России. 2021. № 3. С. 90–98.
11. Chen Y., Shu Y., Hu M., Zhao X. Multi-UAV Cooperative Path Planning with Monitoring Privacy Preservation // Applied Sciences. 2022. 12(23). P. 1–16.
12. Иванов С. В. Методика построения субоптимальных маршрутов для группы беспилотных летательных аппаратов на основе биоинспирированных алгоритмов при наличии препятствий // Системы управления, связи и безопасности. 2022. № 2. С. 1–23.
13. Меламед И. И., Сергеев С. И., Сигал И. Х. Задача коммивояжера. I–III // Автоматика и телемеханика. 1989. № 9. С. 3–34; № 10. С.3–29; № 11. С. 3–26.
14. Bektas T. The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and solution procedures // Omega. 2006. Vol. 34, N. 3. P. 209–219.
15. The Traveling Salesman Problem and its Variations. In: Combinatorial Optimization // Algorithms and Combinatorics. Vol. 12. Ed. G. Gutin & A. P. Punnen. Springer US. 2007. 830 p.
16. Oberlin P., Rathinam S., Darbha S. Today's Traveling Salesman Problem // IEEE Robotics & Automation Magazine. IEEE. 2010. Vol. 17, N. 4. P. 70–77.
17. Matai R., Singh S. P., Mittal M. L. Traveling Salesman Problem: An Over-view of Applications, Formulations, and Solution Approaches // Traveling Salesman Problem, Theory and Applications. 2010. P. 1–24.
18. Traveling salesman problem, theory and applications / Ed. D. Davendra. Intech Open, 2010. 338 p.
19. Курейчик В. М., Лагунова Ю. А. Задачи о коммивояжере. Обзор и методы решения. Palmarium Academic Publishing, 2019. 60 с
20. Cheikhrouhou O., Khoufi I. A comprehensive survey on the Multiple Traveling Salesman Problem: Applications, approaches and taxonomy // Comput. Sci. Rev. 2021. Vol. 40, N. 100369. P. 76.
21. Discrete Optimization. The State of the Art / Ed. E. Boros, P. L. Hammer. Boston: Elsevier, 2005. 607 p.
22. Karp R. M. Reducibility among combinatorial problems. In Complexity of Computer Computations / Eds. R. E. Miller, J. W. Thatcher. Plenum Press, N. Y. and London: Springer, 1972. P. 85–103.
23. Garey M. R., Johnson D. S. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-completeness. Freeman, 1979. 338 p.
24. Blum C., Roli A. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison // ACM Computing Surveys. 2003. Vol. 35, N. 3. P. 268–308.
25. Kinney G., Hill R., Moore J. Devising a quick-running heuristic for an unmanned aerial vehicle routing system // Journal of Operational Research Society. 2004. Vol. 56. P. 776–786.

26. **Handbook of Metaheuristics** (Vol. 146 of International Series in Operations Research & Management Science). N. Y.: Springer, 2010. 648 p.
27. **Yousefikhoshbakt M.** Solving the Traveling Salesman Problem: A Modified Metaheuristic Algorithm // *Complexity*. Hindawi. 2021. Vol. 2021, February. P. 1–13.
28. **Zhang T., Gruver W. A., Smith M. H.** Team scheduling by genetic search // In Proceedings of the second international conference on intelligent processing and manufacturing of materials. 1999. Vol. 2. P. 839–844.
29. **Carter A. E., Ragsdale C. T.** A new approach to solving the multiple traveling salesperson problem using genetic algorithms // *European journal of operational research*. 2006. Vol. 175, N. 1. P. 246–257.
30. **Singh A., Baghel A. S.** A new grouping genetic algorithm approach to the multiple traveling salesperson problem // *Soft Computing-A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*. 2009. Vol. 13, N. 1. P. 95–101.
31. **Kiraly A., Abonyi J.** Optimization of MTSP by a Novel Representation Based Genetic Algorithm // *K@ppen M., Schaefer G., Abraham A.* (eds) *Intelligent Computational Optimization in Engineering*. Studies in Computational Intelligence, 2011. Vol. 366. Berlin: Springer. P. 241–269.
32. **Sedighpour M., Yousefikhoshbakt M., Mahmoodi D. N.** An Effective Genetic Algorithm for Solving the MTSP // *Journal of Optimization in Industrial Engineering*. 2012. Vol. 8. P. 73–79.
33. **Yuan S., Skinner B., Huang S., Liu D.** A new crossover approach for solving the MTSP using genetic algorithms // *European Journal of Operational Research*. 2013. Vol. 228, N. 1. P. 72–82.
34. **Kaliaperumal R., Ramalingam A., Sripriya J.** A modified two part chromosome crossover for solving MTSP using genetic algorithms // *Proceedings of ICARCSET*. N. Y., 2015. P. 1–4.
35. **Bolaños R. I., Toro O. E. M., Mauricio G. E.** A population-based algorithm for the MTSP // *Internat. Journal of Industrial Engineering Computations*. 2016. Vol. 7. P. 245–256.
36. **Singh D. R., Singh M. K., Singh T., Prasad R.** Genetic Algorithm for Solving MTSP using a New Crossover and Population Generation // *Computaci@n y Sistemas*. 2018. Vol. 22, N. 2. P. 491–503.
37. **Miller C. E., Tucker A. W., Zemlin R. A.** Integer programming formulations and traveling salesman problems // *Journal of the Assoc. Comput. Mach.* 1960. Vol. 7. P. 326–329.
38. **Campuzano G., Obreque C., Aguayo M. M.** Accelerating the Miller–Tucker–Zemlin model for the asymmetric traveling salesman problem // *Expert Systems with Applications*. 2020. Vol. 148. P. 113229.
39. **John K. K.** *Integer programming: theory and practice*. N. Y.: CRC Press, 2006. 336 p.

Planning of UAV Flight Routes in the Problems of Group Patrolling of the Extended Territories

A. B. Filimonov^{1,2}, filimon_ab@mail.ru, **N. B. Filimonov**^{3,4}, nbfilimonov@mail.ru, **T. K. Nguyen**¹, congvietnam@mail.ru, **Q. P. Pham**⁴, hvkqtqs1421996@gmail.com,

¹ MIREA — Russian Technological University, Moscow, 119454, Russian Federation,

² Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation,

³ Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation,

⁴ Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russian Federation

Corresponding author: Filimonov Nikolay B., Professor, Dr. Sc. Tech. Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation

Accepted on March 25, 2023

Abstract

Currently one of the promising areas of joint use of unmanned aerial vehicles (UAVs) is group air patrolling of large territories. Here the organization of patrolling assumes the solving the planning problem of routes flight of UAV group. The paper considers the problem of optimal planning of flight routes of the same type of UAVs during group patrolling of large territories. The territorial waters or narrow border areas of any State may serve as an example of such territories. It is suggested that the patrolled area has an elongated shape and is divided into a chain of adjacent patrol zones prescribed by a separate UAV. The drone's flight route passes through adjacent zones. The flight task performed periodically by each drone consists in moving it to a given flight zone, collecting operational data and transmitting this data to a control point (center, station). The optimization aspect of UAV flight route planning is to minimize the maximum time required to complete flight tasks. The considered problem of group patrolling reduced to the multiple traveling salesman problem — one of the classic intractable combinatorial optimization problems. A brief analysis of modern methods for solving the multiple traveling salesman problem is given. Due to the lack of effective exact methods for solving this problem, it is natural to use approximate heuristic and metaheuristic methods focused on solving NP-hard optimization problems, reducing the full search and giving a solution close to the exact one. The multiple traveling salesman problem considered in this paper is reduced to the problem of integer linear programming, for the solution of which a genetic algorithm implemented in MATLAB based on the mathematical package Global Optimization Toolbox is proposed. An illustrative example of patrolling by three UAVs of an extended territory with 11 adjacent zones is considered. Computational experiments confirm the effectiveness of the algorithmic solutions proposed in the work.

Keywords: UAV group, patrolling, flight routes planning, integer linear programming, genetic algorithm, MATLAB programming environment

For citation:

Filimonov A. B., Filimonov N. B., Nguyen T. K., Pham Q. P. Planning of UAV Flight Routes in the Problems of Group Patrolling of Extended Territories, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 7, pp. 374–381.

DOI: 10.17587/mau.24.374-381

References

1. **Kuznetsov G. A., Kudryavtsev I. V., Krylov E. D.** Retrospective analysis, current state and development trends of domestic unmanned aerial vehicles, *Engineering Journal: Science and Innovation*, 2018, no.9 (81), pp. 1–22 (in Russian).
2. **Sargolzaei A., Abbaspour A., Crane C. D.** Control of Cooperative Unmanned Aerial Vehicles: Review of Applications, Challenges, and Algorithms, *Optimization, Learning, and Control for Interdependent Complex Networks. Advances in Intelligent Systems and Computing*, Amini M. (eds), 2020, vol. 1123, Springer, Cham, pp. 229–255.
3. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Optimal Routing by UAV Flights in Group Patrolling of the Territory, *Journal of Advanced Research in Technical Science*, 2023, iss. 34, pp. 49–55 (in Russian).
4. **Kinney G., Hill R., Moore J.** Devising a quick-running heuristic for an unmanned aerial vehicle (UAV) routing system, *Journal of Operational Research Society*, 2004, vol. 56, pp. 776–786.
5. **Chentsov A. G.** Extreme problems of routing and assignment distribution: questions of theory, Moscow-Izhevsk, RCD, 2008, 238 p. (in Russian)
6. **Sadykov M. F., Goryachev M. P.** The system of air patrol and traffic flow management, *Bulletin of the National Railways*, 2017, no. 1 (31), pp. 59–65 (in Russian).
7. **Manyam S. G., Rasmussen S., Casbeer D. W., Kalyanam K., Manickam S.** Multi-UAV Routing for Persistent Intelligence Surveillance & Reconnaissance Missions, *2017 Internat. Conf. on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 2017, pp. 573–580.
8. **Liu Y., Zhong Liu Z., Shi J., Wu G., Chen C.** Optimization of Base Location and Patrol Routes for Unmanned Aerial Vehicles in Border Intelligence, Surveillance and Reconnaissance, *Journal of Advanced Transportation*, vol. 2019, pp. 1–13.
9. **Kappel K. S., Cabreira T. M., Marins J. L., de Brisolar Lara L. B., Ferreira P. R.** Strategies for Patrolling Missions with Multiple UAVs, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2020, vol. 99, pp. 499–515.
10. **Vilkov V. B., Gorshkova E. E., Chernykh A. K.** The solution of the problem of finding the optimal route for patrolling existing forest fires in a given area, *Bulletin of the St Petersburg University GPS of the Ministry of Emergency Situations of Russia*, 2021, no. 3, pp. 90–98 (in Russian).
11. **Chen Y., Shu Y., Hu M., Zhao X.** Multi-UAV Cooperative Path Planning with Monitoring Privacy Preservation, *Applied Sciences*, 2022, vol. 12, no. 23, pp. 1–16.
12. **Ivanov S. V.** Methodology for constructing suboptimal routes for a group of unmanned aerial vehicles based on bio-inspired algorithms in the presence of obstacles, *Control systems, communications and security*, 2022, no. 2, pp. 1–23 (in Russian).
13. **Melamed I. I., Sergeev S. I., Sigal I. H.** The traveling salesman's task. I-III, *Automation and Telemekhanics*, 1989, no. 9, pp. 3–34; no. 10, pp. 3–29; no. 11, pp. 3–26 (in Russian).
14. **Bektas T.** The multiple traveling salesman problem: an overview of formulations and solution procedures, *Omega*, 2006, vol. 34, no. 3, pp. 209–219.
15. **The Traveling Salesman Problem and its Variations.** In: Combinatorial Optimization, *Algorithms and Combinatorics*, vol. 12, Ed. G. Gutin & A. P. Punnen, Springer US, 2007, 830 p.
16. **Oberlin P., Rathinam S., Darbha S.** Today's Traveling Salesman Problem, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, IEEE, 2010, vol. 17, no. 4, pp. 70–77.
17. **Matai R., Singh S. P., Mittal M. L.** Traveling Salesman Problem: An Over-view of Applications, Formulations, and Solution Approaches, *Traveling Salesman Problem, Theory and Applications*, 2010, pp. 1–24.
18. **Davendra D. ed.** Traveling salesman problem, theory and applications, Intech Open, 2010, 338 p.
19. **Kureychik V. M., Lagunova Yu. A.** Problems about a traveling salesman. Overview and solution methods, Palmarium Academic Publishing, 2019, 60 p. (in Russian).
20. **Cheikhrouhou O., Khoufi I.** A comprehensive survey on the Multiple Traveling Salesman Problem: Applications, approaches and taxonomy, *Comput. Sci. Rev.*, 2021, vol. 40, no. 100369, pp. 76.
21. **Boros E., Hammer P. L. ed.** Discrete Optimization. The State of the Art, Boston, Elsevier, 2005, 607 p.
22. **Karp R. M.** Reducibility among combinatorial problems, *Complexity of Computer Computations*, R. E. Miller, J. W. Thatcher Eds., Plenum Press, N. Y. and London, Springer, 1972, pp. 85–103.
23. **Garey M. R., Johnson D. S.** Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-completeness, Freeman, 1979, 338 p.
24. **Blum C., Roli A.** Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison, *ACM Computing Surveys*, 2003, vol. 35, no. 3, pp. 268–308.
25. **Kinney G., Hill R., Moore J.** Devising a quick-running heuristic for an unmanned aerial vehicle routing system, *Journal of Operational Research Society*, 2004, vol. 56, pp. 776–786.
26. **Handbook of Metaheuristics** (Vol. 146 of International Series in Operations Research & Management Science), N. Y., Springer, 2010, 648 p.
27. **Yousefikhoshbakht M.** Solving the Traveling Salesman Problem: A Modified Metaheuristic Algorithm, *Complexity. Hindawi*, 2021, vol. 2021, February, pp. 1–13.
28. **Zhang T., Gruver W. A., Smith M. H.** Team scheduling by genetic search, *Proceedings of the second international conference on intelligent processing and manufacturing of materials*, 1999, vol. 2, pp. 839–844.
29. **Carter A. E., Ragsdale C. T.** A new approach to solving the multiple traveling salesperson problem using genetic algorithms, *European journal of operational research*, 2006, vol. 175, no. 1, pp. 246–257.
30. **Singh A., Baghel A. S.** A new grouping genetic algorithm approach to the multiple traveling salesperson problem, *Soft Computing-A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*, 2009, vol. 13, no. 1, pp. 95–101.
31. **Kiraly A., Abonyi J.** Optimization of MTSP by a Novel Representation Based Genetic Algorithm, *Intelligent Computational Optimization in Engineering. Studies in Computational Intelligence*, K@ppen M., Schaefer G., Abraham A. (eds), 2011, vol. 366, Berlin, Springer, pp. 241–269.
32. **Sedighpour M., Yousefikhoshbakht M., Mahmoodi D. N.** An Effective Genetic Algorithm for Solving the MTSP, *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 2012, vol. 8, pp. 73–79.
33. **Yuan S., Skinner B., Huang S., Liu D.** A new crossover approach for solving the MTSP using genetic algorithms, *European Journal of Operational Research*, 2013, vol. 228, no. 1, pp. 72–82.
34. **Kaliaperumal R., Ramalingam A., Sripriya J.** A modified two part chromosome crossover for solving MTSP using genetic algorithms, *Proceedings of ICARCSET*. N. Y., 2015, pp. 1–4.
35. **Bolaños R. I., Toro O. E. M., Mauricio G. E.** A population-based algorithm for the MTSP, *Internat. Journal of Industrial Engineering Computations*, 2016, vol. 7, pp. 245–256.
36. **Singh D. R., Singh M. K., Singh T., Prasad R.** Genetic Algorithm for Solving MTSP using a New Crossover and Population Generation, *Computación y Sistemas*, 2018, vol. 22, no. 2, pp. 491–503.
37. **Miller C. E., Tucker A. W., Zemlin R. A.** Integer programming formulations and traveling salesman problems, *Journal of the Assoc. Comput.*, Mach. 1960, vol. 7, pp. 326–329.
38. **Campuzano G., Obreque C., Aguayo M. M.** Accelerating the Miller–Tucker–Zemlin model for the asymmetric traveling salesman problem, *Expert Systems with Applications*, 2020, vol. 148, p. 113229.
39. **John K. K.** Integer programming: theory and practice, N. Y., CRC Press, 2006, 336 p.

А. М. Кориков, д-р техн. наук, проф., korikov@asu.tusur.ru, **В. Т. Тран**, аспирант, att82glass@gmail.com, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Кинематическая модель стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры беспилотного летательного аппарата

Статья посвящена разработке и исследованию кинематической модели стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры беспилотного летательного аппарата (БПЛА). Созданная модель базируется на кинематической модели трехосного карданного подвеса (ТКП): структуре ТКП для БПЛА, математическом описании ТКП БПЛА и выводе кинематических уравнений для задач стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры БПЛА. В общем случае вывод кинематических уравнений ТКП на БПЛА является сложным процессом и подобен построению кинематической модели робота-манипулятора с шестью степенями свободы. ТКП рассматривается как манипуляционный механизм с шестью степенями свободы: три степени свободы определяются поворотами БПЛА вокруг осей системы координат, прикрепленной к БПЛА, и три степени свободы задаются рамками ТКП по каналам рыскания, крена и тангажа при вращательных движениях этих рамок вокруг соответствующих осей систем координат, прикрепленных к рамкам ТКП. Такая постановка в общем случае не имеет однозначного решения для поставленных задач стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры БПЛА. Для устранения этой неоднозначности используется оптимизация в процессе проектирования ТКП и установка ТКП в таких положениях на БПЛА, которые снижают вычислительную сложность решаемых задач. Кинематическая модель представлена в статье кинематическими уравнениями, решение которых обеспечивает стабилизацию подвесной аппаратуры БПЛА, и кинематическими уравнениями, решение которых позволяет управлять аппаратурой (видеокамерой) БПЛА при слежении за подвижными объектами (движущимися целями) в пространстве. В программной среде MATLAB Simulink создана модель ТКП, на основе которой выполнено моделирование трехосной системы стабилизации аппаратуры БПЛА и моделирование трехосной системы слежения БПЛА за движущимся объектом в пространстве. Результаты моделирования в программной среде MATLAB Simulink доказывают адекватность разработанной кинематической модели ТКП и ее эффективность для решения задач стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры БПЛА.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, трехосный карданный подвес, кинематическая модель, стабилизация, управление, ориентация, подвесная аппаратура, видеокамера, кинематические уравнения, моделирование

Введение

В настоящее время беспилотные летательные аппараты (БПЛА) применяются практически во всех сферах человеческой деятельности: научных исследованиях, транспорте, промышленности, сельском хозяйстве, военной деятельности и т. д. Средства массовой информации наполнены сообщениями об использовании БПЛА для мониторинга и обработки сельскохозяйственных полей, о применении БПЛА в боевых действиях и т. д. [1–6]. Теория и практика разработки и исследования БПЛА прошли большой путь развития, отраженный во многих статьях, монографиях и учебниках [7–9]. По вопросам, посвященным системам навигации и управления БПЛА, регулярно проводятся научно-технические конференции, например [10]. Отмеченная тенденция характерна для многих стран. По классификации, основанной на взлетной массе и принятой Международной ассоциацией беспилотных систем, БПЛА разделяются на микро-, мини-, легкие, средние и тяжелые [11]. Первые три класса БПЛА условно во многих странах име-

ются малыми БПЛА, и они в данное время стремительно развиваются. На БПЛА данного типа часто используется подвесная (сменная) аппаратура наблюдения, например радар, видеокамера, тепловизор, фотоаппарат, лазерное сканирующее устройство и т. п. Эта аппаратура работает на БПЛА в условиях внешних возмущений (ветер, переменная нагрузка), возможны также параметрические возмущения.

Для подвески аппаратуры на БПЛА перспективно использовать трехосную систему стабилизации и управления [12, 13]. В этой системе стабилизируемая платформа вместе с аппаратурой наблюдения и измерительными устройствами размещается в трехосном карданном подвесе (ТКП). В работе [12] рассмотрена процедура робастного структурного синтеза трехосной системы стабилизации и управления ориентацией осей визирования устройств наблюдения на БПЛА. В статье [13] разработана структура модели кинематики ТКП на БПЛА, отмечено взаимное влияние рамок ТКП, влияние гравитации на рабочие процессы ТКП и влияние центробежной силы инерции рамок ТКП. Отметим, что увеличение числа осей управления усложняет моделирование

и расчет карданного подвеса, поэтому исследование применения ТКП для обеспечения стабилизации подвесной аппаратуры БПЛА и управления аппаратурой (видеокамерой) для слежения за подвижными объектами (движущимися целями) является актуальной задачей. Настоящая статья посвящена решению этой задачи.

Математическое описание трехосного карданного подвеса БПЛА

Структура трехосного карданного подвеса на БПЛА. Структура ТКП и его координатные оси представлены на рис. 1.

На рис. 1 введены следующие координатные системы: $O_B x_B y_B z_B$ — система координат, связанная с БПЛА; $O_A x_A y_A z_A$ — система координат, связанная с рамкой движения канала рыскания (РДКР); $O_R x_R y_R z_R$ — система координат, связанная с рамкой движения канала крена (РДКК); $O_P x_P y_P z_P$ — система координат, связанная с рамкой движения канала тангажа (РДКТ).

Введем следующие обозначения для углов поворота подвижных звеньев ТКП:

α — угол поворота системы координат $O_A x_A y_A z_A$ относительно системы координат $O_B x_B y_B z_B$ вокруг оси $O_A z_A$ (угол поворота РДКР вокруг оси $O_A z_A$, здесь $O_A z_A \equiv O_B z_B$);

β — угол поворота системы координат $O_R x_R y_R z_R$ относительно системы координат $O_A x_A y_A z_A$ вокруг оси $O_R x_R$ (угол поворота РДКК вокруг оси $O_R x_R$, здесь $O_R z_R \equiv O_A z_A$);

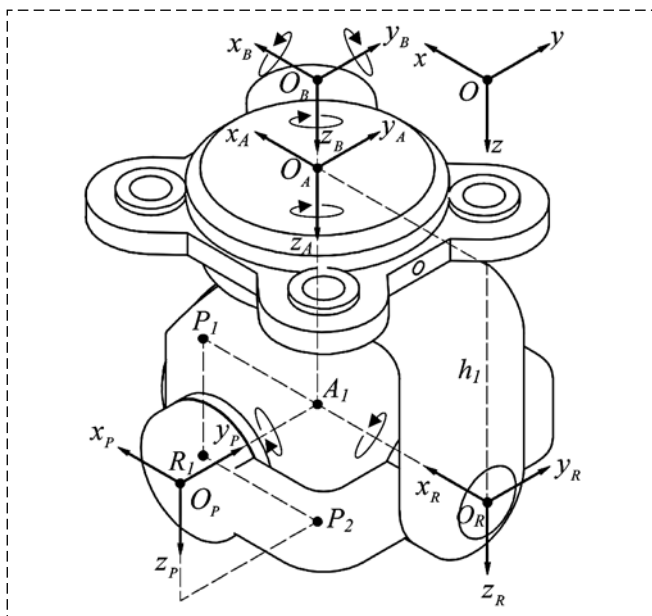


Рис. 1. Структура ТКП и его координатные оси
Fig. 1. The structure of the TAG and its coordinate axes

γ — угол поворота системы координат $O_P x_P y_P z_P$ относительно системы координат $O_R x_R y_R z_R$ вокруг оси $O_P y_P$ (угол поворота РДКТ вокруг оси $O_P y_P$, здесь $O_P y_P \equiv O_R y_R$).

ТКП сконструирован так, как показано на рис. 1, т. е. оси вращения $O_A y_A$, $O_R y_R$, $O_P y_P$ всегда пересекаются в точке A_1 в процессе работы ТКП. Точка A_1 называется центром вращения ТКП.

Построение кинематической модели для стабилизации и управления трехосным карданным подвесом. Если БПЛА находится в движении, то это приводит к наклонам и вращениям видеокамеры, установленной на ТКП БПЛА, вокруг соответствующих осей (рис. 1). Задача ТКП состоит в том, чтобы, создавая вращение своих осей, сохранить заданную ориентацию видеокамеры в пространстве. Требуется, как правило, сохранение видеокамерой своей первоначальной ориентации при движении БПЛА.

Для решения этой задачи используем матричное исчисление [14], применяемое в робототехнике [15] при решении подобных задач, т. е. рассмотрим ТКП как манипуляционный механизм с шестью степенями подвижности (вращения), степени подвижности 1, 2 и 3 — это повороты БПЛА вокруг осей $O_B z_B$, $O_B y_B$, $O_B x_B$, степень подвижности 4 — вращательное движение РДКР вокруг оси $O_A z_A$, степень подвижности 5 — вращательное движение РДКК вокруг оси $O_R x_R$, степень подвижности 6 — вращательное движение РДКТ вокруг оси $O_P y_P$. Чтобы упростить задачу, рассмотрим ТКП, подвешенный так, что начало O фиксированной системы координат $O x y z$ совпадает с началом O_B системы координат $O_B x_B y_B z_B$ и началом O_A системы координат $O_A x_A y_A z_A$. Начало O_R и O_P систем координат $O_R x_R y_R z_R$ и $O_P x_P y_P z_P$ устанавливается так, чтобы совпадать с точкой пересечения трех осей вращения в точке A_1 . Структура и оси ТКП показаны на рис. 1.

Пусть \mathbf{R}_{Bz} — матрица, определяющая вращение ТКП вокруг оси $O_B z_B$, \mathbf{d}_{OBz} — координаты начала системы координат O_A , тогда вращение БПЛА вокруг оси $O_B z_B$ на угол ψ определится следующими матрицами:

$$\mathbf{R}_{Bz} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{d}_{OBz} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\text{или } \mathbf{T}_{Bz} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Пусть \mathbf{R}_{By} — матрица, определяющая вращение ТКП вокруг оси O_{ByB} , \mathbf{d}_{OBy} — координаты начала системы координат O_B :

$$\mathbf{R}_{By} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}; \quad \mathbf{d}_{OBy} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Тогда вращение БПЛА вокруг оси O_{ByB} на угол θ определяется матрицей

$$\mathbf{T}_{By} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Пусть \mathbf{R}_{Bx} — матрица, определяющая вращение ТКП вокруг оси O_{BxB} , \mathbf{d}_{OBx} — координаты начала системы координат O_B , тогда вращение БПЛА вокруг оси O_{BxB} на угол ϕ определится матрицами:

$$\mathbf{R}_{Bx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}; \quad \mathbf{d}_{OBx} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\text{или } \mathbf{T}_{Bx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Пусть \mathbf{R}_{AR} — матрица, определяющая вращение ТКП вокруг оси O_{AzA} , \mathbf{d}_{AR} — координаты начала системы координат O_R , тогда вращение РДКР вокруг оси O_{AzA} на угол α определится матрицами:

$$\mathbf{R}_{AR} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{d}_{AR} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_1 \end{bmatrix},$$

$$\text{или } \mathbf{T}_{AR} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Пусть \mathbf{R}_{RP} — матрица, определяющая вращение ТКП вокруг оси O_{RxR} , \mathbf{d}_{PR} — координаты начала системы координат O_P , тогда вращение РДКК вокруг оси O_{RxR} на угол β определится матрицами:

$$\mathbf{R}_{RP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}; \quad \mathbf{d}_{RP} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\text{или } \mathbf{T}_{RP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Пусть R_1 — точка на рамке движения канала крена с координатами $R_1(x_R, y_R, z_R) = (0 \ -1 \ 0)$, тогда поворот РДКК вокруг оси O_{RxR} на угол β определится матрицей

$$\mathbf{d}_{RR_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Пусть \mathbf{R}_{PP_1} — матрица, определяющая вращение ТКП вокруг оси O_{PyP} , \mathbf{d}_{PP_1} — координаты точки P_1 , тогда поворот РДКТ вокруг оси O_{PyP} на угол γ определится матрицами:

$$\mathbf{R}_{PP_1} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix}; \quad \mathbf{d}_{PP_1} = \begin{bmatrix} \cos \gamma \\ 0 \\ \sin \gamma \end{bmatrix},$$

$$\text{или } \mathbf{T}_{PP_1} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma & \cos \gamma \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Здесь P_1 — точка на РДКТ с координатами $P_1(x_P, y_P, z_P) = (1 \ 0 \ 0)$.

После поворота БПЛА на углы ϕ , θ , ψ по осям O_{BxB} , O_{ByB} , O_{BzB} ТКП поворачивается на углы α , β , γ по осям O_{AzA} , O_{RxR} , O_{PyP} , а координаты точек A_1 , R_1 , P_1 в фиксированной системе координат O_{xyz} определяются следующими формулами:

- координаты точки A_1 :

$$\mathbf{D}_{A_1} = \mathbf{d}_{OBz} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{d}_{OBy} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{d}_{OBx} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{d}_{AR}; \quad (8)$$

- координаты точки R_1 :

$$\mathbf{D}_{R_1} = \mathbf{d}_{OBz} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{d}_{OBy} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{d}_{OBx} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{d}_{AR} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{R}_{AR} \mathbf{d}_{RR_1}; \quad (9)$$

- координаты точки P_1 :

$$\mathbf{D}_{P_1} = \mathbf{D}_{A_1} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{R}_{AR} \mathbf{d}_{RP} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{R}_{AR} \mathbf{R}_{RP} \mathbf{d}_{PP_1}. \quad (10)$$

Из формул (1), (2), (3) и (5) получим:

$$\mathbf{d}_{OBx} = \mathbf{d}_{OBy} = \mathbf{d}_{OBz} = \mathbf{d}_{RP} = [0 \ 0 \ 0]^T.$$

С учетом этого условия формулы (8)—(10) переписываются следующим образом:

$$\mathbf{D}_{A_1} = \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{d}_{AR}; \quad (11)$$

$$\mathbf{D}_{R_1} = \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{d}_{AR} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{R}_{AR} \mathbf{d}_{RR_1}; \quad (12)$$

$$\mathbf{D}_{P_1} = \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{d}_{AR} + \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} \mathbf{R}_{AR} \mathbf{R}_{RP} \mathbf{d}_{PP_1}. \quad (13)$$

Пусть $\mathbf{R}_B = \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx}$ — матрица ориентации БПЛА при его вращении вокруг осей $O_B z_B$, $O_B y_B$ и $O_B x_B$. С учетом формул (1)—(3) матрица \mathbf{R}_B примет вид

$$\mathbf{R}_B = \mathbf{R}_{Bz} \mathbf{R}_{By} \mathbf{R}_{Bx} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}.$$

После умножения матриц получим

$$\mathbf{R}_B = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \phi \sin \psi + \cos \psi \sin \phi \sin \theta & \sin \phi \sin \psi - \cos \phi \cos \psi \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi - \sin \phi \sin \psi \sin \theta & \cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \psi \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}.$$

Введем следующие обозначения для элементов этой матрицы:

$$r_{B_{11}} = \cos \psi \cos \theta;$$

$$r_{B_{12}} = \cos \phi \sin \psi + \cos \psi \sin \phi \sin \theta;$$

$$r_{B_{13}} = \sin \phi \sin \psi - \cos \phi \cos \psi \sin \theta;$$

$$r_{B_{21}} = -\cos \theta \sin \psi;$$

$$r_{B_{22}} = \cos \phi \cos \psi - \sin \phi \sin \psi \sin \theta;$$

$$r_{B_{23}} = \cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \psi \sin \theta;$$

$$r_{B_{31}} = \sin \theta; \quad r_{B_{32}} = -\cos \theta \sin \phi;$$

$$r_{B_{33}} = \cos \phi \cos \theta.$$

С учетом этих обозначений матрицу ориентации БПЛА можно записать в виде:

$$\mathbf{R}_B = \begin{bmatrix} r_{B_{11}} & r_{B_{12}} & r_{B_{13}} \\ r_{B_{21}} & r_{B_{22}} & r_{B_{23}} \\ r_{B_{31}} & r_{B_{32}} & r_{B_{33}} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Комбинируя формулы (4)—(7) и (14), получим для формул (11)—(13) следующие соотношения:

$$\mathbf{D}_{A_1} = \begin{bmatrix} x_{A_1} \\ y_{A_1} \\ z_{A_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{B_{11}} & r_{B_{12}} & r_{B_{13}} \\ r_{B_{21}} & r_{B_{22}} & r_{B_{23}} \\ r_{B_{31}} & r_{B_{32}} & r_{B_{33}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{B_{13}} h_1 \\ r_{B_{23}} h_1 \\ r_{B_{33}} h_1 \end{bmatrix}; \quad (15)$$

$$\mathbf{D}_{R_1} = \begin{bmatrix} x_{R_1} \\ y_{R_1} \\ z_{R_1} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} r_{B_{13}} (h_1 + \sin \beta) - r_{B_{12}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{11}} \cos \beta \sin \alpha \\ r_{B_{23}} (h_1 + \sin \beta) - r_{B_{22}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{21}} \cos \beta \sin \alpha \\ r_{B_{33}} (h_1 + \sin \beta) - r_{B_{32}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{31}} \cos \beta \sin \alpha \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$$\mathbf{D}_{P_1} = \begin{bmatrix} x_{P_1} \\ y_{P_1} \\ z_{P_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{B_{11}} (\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{12}} (\cos \gamma \sin \alpha - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{13}} (h_1 + \cos \beta \sin \gamma) \\ r_{B_{21}} (\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{22}} (\cos \gamma \sin \alpha - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{23}} (h_1 + \cos \beta \sin \gamma) \\ r_{B_{31}} (\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{32}} (\cos \gamma \sin \alpha - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{33}} (h_1 + \cos \beta \sin \gamma) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Стабилизация и управление видеокамерой БПЛА для слежения за движущимся объектом в пространстве

Алгоритм стабилизации камеры БПЛА в пространстве. Для устойчивого положения камеры в горизонтальной плоскости необходимо найти такие значения углов α , β , при которых линия $A_1 R_1$ была бы перпендикулярна плоскости Ox_z , или, другими словами, найти такие значения углов α , β , чтобы $x_{A_1} = x_{R_1}$, $z_{A_1} = z_{R_1}$. При значениях x_{A_1} , x_{R_1} , z_{A_1} , z_{R_1} , определенных формулами (15), (16), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} r_{B_{13}} \sin \beta - r_{B_{12}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{11}} \cos \beta \sin \alpha = 0; \\ r_{B_{33}} \sin \beta - r_{B_{32}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{31}} \cos \beta \sin \alpha = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Решая систему уравнений (18), найдем значения углов α , β , которые требуются для стабилизации камеры в горизонтальной плоскости.

После решения задачи стабилизации камеры в горизонтальной плоскости необходимо решить следующую задачу: вычислить такое значение угла γ , при котором камера имела бы устойчивое положение в вертикальной плоскости.

Для стабилизации камеры в вертикальной плоскости нужно найти такое значение угла γ , чтобы линия A_1P_1 была параллельна плоскости Oxz , или, другими словами, найти такие значения угла γ , чтобы $z_{A_1} = z_{P_1}$. При значениях y_{A_1}, y_{P_1} , определенных формулами (15), (17), получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} & r_{B_{21}} (\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ & + r_{B_{22}} (\cos \gamma \sin \alpha - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ & + r_{B_{23}} \cos \beta \sin \gamma = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Решая уравнение (19) при значениях углов α, β , удовлетворяющих системе уравнений (18), можно определить значение угла γ , которое требуется для стабилизации камеры в вертикальной плоскости:

$$\begin{cases} r_{B_{13}} \sin \beta + r_{B_{12}} \cos \alpha \cos \beta - r_{B_{11}} \cos \beta \sin \alpha = 0; \\ r_{B_{33}} \sin \beta + r_{B_{32}} \cos \alpha \cos \beta - r_{B_{31}} \cos \beta \sin \alpha = 0; \\ r_{B_{21}} (\cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{22}} (\cos \gamma \sin \alpha - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\ + r_{B_{23}} \cos \beta \sin \gamma = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Решая уравнения (20) относительно переменных α, β, γ , получим

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{r_{B_{33}} r_{B_{12}} - r_{B_{32}} r_{B_{13}}}{r_{B_{33}} r_{B_{11}} - r_{B_{31}} r_{B_{13}}}; \\ \operatorname{tg} \beta &= \frac{r_{B_{32}} \cos \alpha - r_{B_{31}} \sin \alpha}{r_{B_{33}}}; \\ \operatorname{tg} \gamma &= \frac{r_{B_{31}} \cos \alpha + r_{B_{32}} \sin \alpha}{r_{B_{31}} \sin \alpha \sin \beta - r_{B_{32}} \cos \alpha \sin \beta - r_{B_{33}} \cos \beta}. \end{aligned}$$

Систему уравнений (20) назовем системой уравнений, определяющих входные параметры ТКП для стабилизации камеры в трехмерном пространстве.

Алгоритм управления камерой БПЛА при слежении за движущейся целью в пространстве. Задача управления камерой для слежения за движущимися целями — одно из популярных приложений ТКП. Задача ТКП — удерживать камеру стабильно в горизонтальной плоскости и наводить главную ось камеры на цель в пространстве.

Для управления камерой при слежении за целью необходимо найти значения углов α, β, γ , удовлетворяющие трем условиям.

Условие 1: для стабилизации камеры в горизонтальной плоскости необходимо вычислить такие значения углов поворота α, β, γ , чтобы линия A_1R_1 была параллельна горизонтальной плоскости, другими словами, нужно найти значения углов поворота α, β, γ , удовлетворяющие условию $z_{R_1} = z_{A_1}$.

При значениях z_{R_1}, z_{A_1} , определенных по формулам (15) и (16), получим следующее уравнение для расчета углов:

$$r_{B_{33}} \sin \beta - r_{B_{32}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{31}} \cos \beta \sin \alpha = 0. \quad (21)$$

Условие 2: для управления камерой при слежении за целью в пространстве необходимо найти такие значения α, β, γ , чтобы линия A_1R_1 была перпендикулярна линии A_1M , или, другими словами, найти такие углы α, β, γ , чтобы вектор направления линии A_1R_1 был перпендикулярен вектору направления линии A_1M . Иллюстрация этого условия представлена на рис. 2.

Из формул (15) и (16) имеем вектор \mathbf{r} направления линии A_1R_1 :

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \begin{bmatrix} x_{R_1} - x_{A_1} \\ y_{R_1} - y_{A_1} \\ z_{R_1} - z_{A_1} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} r_{B_{13}} \sin \beta - r_{B_{12}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{11}} \cos \beta \sin \alpha \\ r_{B_{23}} \sin \beta - r_{B_{22}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{21}} \cos \beta \sin \alpha \\ r_{B_{33}} \sin \beta - r_{B_{32}} \cos \alpha \cos \beta + r_{B_{31}} \cos \beta \sin \alpha \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (22)$$

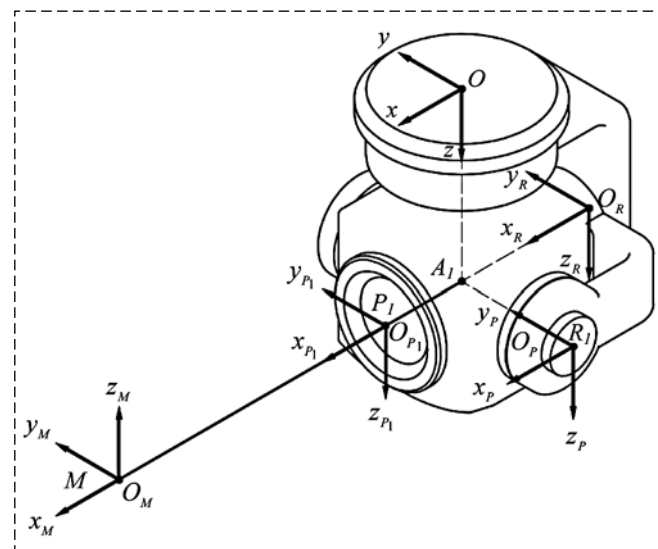


Рис. 2. Схема соединения осей движения ТКП в плоскости Oxz
Fig. 2. Scheme of connecting the axes of movement of the TAG in the Oxz plane

Вектор \mathbf{m} направления линии A_1M определяется по формуле

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} x_M - x_{A_1} \\ y_M - y_{A_1} \\ z_M - z_{A_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Условие перпендикулярности двух линий состоит в том, что скалярное произведение двух соответствующих векторов равно нулю:

$$\mathbf{r}\mathbf{m} = 0. \quad (24)$$

Решая совместно уравнения (22), (23) и (24), получим

$$a_{21}\sin\beta - a_{22}\cos\alpha\cos\beta + a_{23}\cos\beta\sin\alpha = 0. \quad (25)$$

Здесь

$$a_{21} = m_1 r_{B_{13}} + m_2 r_{B_{23}} + m_3 r_{B_{33}};$$

$$a_{22} = m_1 r_{B_{12}} + m_2 r_{B_{22}} + m_3 r_{B_{32}};$$

$$a_{23} = m_1 r_{B_{11}} + m_2 r_{B_{21}} + m_3 r_{B_{31}}.$$

Условие 3: для управления камерой при слежении за целью в пространстве необходимо вычислить такие значения углов α , β , γ , чтобы главная ось камеры указывала на цель, т. е. такие значения углов α , β , γ , при которых на рис. 2 точка P_1 всегда располагается на линии A_1M .

Предположим, что в момент времени t известно, что сопровождаемая цель находится в точке $M(x_M, y_M, z_M)$, тогда уравнение линии, соединяющей точки A_1 и M , определяется соотношениями

$$\begin{cases} x = x_{A_1} + m_1 t; \\ y = y_{A_1} + m_2 t; \\ z = z_{A_1} + m_3 t, \end{cases} \quad (26)$$

где x_{A_1} , y_{A_1} , z_{A_1} — координаты точки A_1 , определяемые формулой (15), вектор $\mathbf{m} = (m_1, m_2, m_3)$ — вектор направления линии A_1M , в компоненты этого вектора входят координаты точки A_1 и известные координаты цели x_M , y_M , z_M (см. (23)).

Итак, чтобы точка P_1 всегда находилась на линии A_1M , необходимо использовать такие значения углов α , β , γ , при которых координаты точки P_1 удовлетворяют системе уравнений (26).

Подставив координаты точки P_1 , определенные по формуле (17), в систему уравнений (26), получим

$$\begin{cases} x_{P_1} = x_{A_1} + m_1 t; \\ y_{P_1} = y_{A_1} + m_2 t; \\ z_{P_1} = z_{A_1} + m_3 t. \end{cases} \quad (27)$$

Точка P_1 лежит на линии A_1M , поэтому

$$\frac{x_{P_1} - x_{A_1}}{m_1} = \frac{y_{P_1} - y_{A_1}}{m_2} = \frac{z_{P_1} - z_{A_1}}{m_3}. \quad (28)$$

Решая совместно уравнения (15), (17) и (28), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} b_{11}(\cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma) + \\ + b_{12}(\cos\gamma\sin\alpha - \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma) + \\ + b_{13}\cos\beta\sin\gamma = 0; \\ b_{21}(\cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma) + \\ + b_{22}(\cos\gamma\sin\alpha - \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma) + \\ + b_{23}\cos\beta\sin\gamma = 0, \end{cases} \quad (29)$$

где

$$b_{11} = m_2 r_{B_{11}} - m_1 r_{B_{21}}; \quad b_{21} = m_3 r_{B_{21}} - m_2 r_{B_{31}};$$

$$b_{12} = m_2 r_{B_{12}} - m_1 r_{B_{22}}; \quad b_{22} = m_3 r_{B_{22}} - m_2 r_{B_{32}};$$

$$b_{13} = m_2 r_{B_{13}} - m_1 r_{B_{23}}; \quad b_{23} = m_3 r_{B_{23}} - m_2 r_{B_{33}}.$$

Комбинируя уравнения (21), (25) и систему уравнений (29), получим

$$\begin{cases} r_{B_{33}}\sin\beta - r_{B_{32}}\cos\alpha\cos\beta + r_{B_{31}}\cos\beta\sin\alpha = 0; \\ a_{21}\sin\beta - a_{22}\cos\alpha\cos\beta + a_{23}\cos\beta\sin\alpha = 0; \\ b_{21}(\cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma) + \\ + b_{22}(\cos\gamma\sin\alpha - \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma) + \\ + b_{23}\cos\beta\sin\gamma = 0. \end{cases} \quad (30)$$

Решая систему уравнений (30) относительно переменных α , β , γ , получим

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{r_{B_{32}} a_{21} - r_{B_{33}} a_{22}}{r_{B_{31}} a_{21} - r_{B_{33}} a_{23}};$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{r_{B_{32}}\cos\alpha - r_{B_{31}}\sin\alpha}{r_{B_{33}}};$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{(b_{21}\cos\alpha + b_{22}\sin\alpha)}{(b_{21}\sin\alpha\sin\beta - b_{22}\cos\alpha\sin\beta - b_{23}\cos\beta)}.$$

Систему уравнений (30) назовем системой уравнений, определяющих входные параметры ТКП для управления камерой при слежении за целью в трехмерном пространстве. Решая эту

систему уравнений, получим искомые значения углов α , β , γ . При этих значениях углов главная ось камеры всегда будет совпадать с линией, соединяющей камеру и цель.

Моделирование трехосного карданного подвеса в программной среде MATLAB

В программной среде MATLAB Simulink [16] создана модель ТКП, структура которой представлена на рис. 3 (см. вторую сторону обложки).

Схема на этом рисунке отражает связи между физическими компонентами ТКП. Модель ТКП включает в себя шесть шарнирных соединений: три шарнирных соединения обеспечивают вращения по осям Z , Y и X (на рис. 1 эти оси обозначены через Ox , Oy , Oz соответственно). Эти шарнирные соединения создают углы наклона БПЛА в пространстве. Три других шарнирных соединения, определяющие вращение A , R и P (на рис. 1 это соответствует поворотам ТКП на углы рыскания, крена и тангажа), необходимы для получения расчетных углов и поворотов камеры, для стабилизации положения камеры и управления камерой при слежении за целью. Блоки расчета входных параметров на рис. 3 предназначены для расчета параметров для управления камерой и сигналов для проверки состояния камеры.

Результаты моделирования трехосной системы стабилизации аппаратуры БПЛА

Проверим на созданной модели устойчивость камеры на БПЛА. Для этого из системы уравнений (20) определим углы α , β , γ и внесем их значения в физическую модель ТКП (рис. 3, см. вторую сторону обложки). Решение системы уравнений (20) выполняется в блоке расчета стабильности (рис. 3). На вход этого блока поступают параметры движения БПЛА, а на выходе блока расчета стабильности получим значения углов поворота Qa , Qr , Qp , которые соответствуют значениям углов α , β , γ . Эти значения поступают в звенья модели, соответствующие шарнирам вращения A , R , P , для выполнения вращения рамок ТКП (РДКР, РДКК и РДКТ).

Для проверки устойчивости ТКП выполнено моделирование в программе MATLAB для следующих комбинаций входных параметров: $h_1 = 0,0625$ м, БПЛА вращается вокруг оси O_{Bx_B} с периодом T_1 , изменяющимся от 0 до

10 с, и с угловой скоростью $\omega_{Bx} = 0,038$ рад/с; БПЛА вращается вокруг оси O_{By_B} с периодом T_2 , изменяющимся от 10 с до 20 с, с угловой скоростью $\omega_{By} = 0,038$ рад/с; БПЛА совершает вращение вокруг оси O_{Bz_B} с периодом T_3 , изменяющимся от 20 с до 30 с, с угловой скоростью $\omega_{Bz} = 0,038$ рад/с.

При развороте БПЛА в пространстве учитываются параметры движения БПЛА для коррекции положения камеры. Из рис. 4—7 (см. вторую сторону обложки) видно, что блок расчета стабильности правильно определил значения углов α , β , γ , и заданное положение камеры сохранилось.

Результаты моделирования трехосной системы слежения за движущимся объектом в пространстве

Задача управления камерой для слежения за целью решается аналогично предыдущей: из решения системы уравнений (30) определяются значения углов α , β , γ , и выполняется проверка на физической модели (рис. 3, см. вторую сторону обложки). Решение системы уравнений (30) выполняется в блоке расчета слежения (рис. 3). На вход этого блока поступают параметры движения БПЛА (вращение БПЛА вокруг осей O_{Bx_B} , O_{By_B} , O_{Bz_B}) и параметры движения цели (текущие координаты цели), выходом блока расчета слежения являются значения Qa_1 , Qr_1 , Qp_1 , соответствующие значениям углов α , β , γ . Эти значения поступают в звенья модели, соответствующие шарнирам вращения A , R , P , для выполнения такого вращения рамок ТКП (РДКР, РДКК и РДКТ), чтобы главная ось камеры всегда совпадала с линией, соединяющей ее с центром цели.

При заданных параметрах движения БПЛА выполнена проверка работоспособности ТКП по сопровождению неподвижных и подвижных целей.

В задаче отслеживания фиксированной цели точка M имеет фиксированные координаты $M(0, -0,5, 0,3)$.

Из рис. 8—11 (см. третью сторону обложки) видно, что при движении БПЛА главная ось камеры всегда совпадает с линией, соединяющей центр вращения A_1 ТКП и центр движения M цели.

При тестировании в MATLAB задачи слежения за движущимися целями получены аналогичные результаты: главная ось камеры всегда совпадает с линией, соединяющей центр вращения ТКП и центр движения цели.

Заключение

Основным результатом нашего исследования является разработанная кинематическая модель стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры БПЛА. Кинематическая модель представлена в статье уравнениями (20) для обеспечения стабилизации подвесной аппаратуры БПЛА и уравнениями (30) для управления аппаратурой (видеокамерой) при слежении за подвижными объектами (движущимися целями) в пространстве. Построение кинематической модели ТКП на БПЛА в общем случае является сложным процессом, подобным построению кинематической модели манипулятора с шестью степенями свободы, и не имеющей однозначного решения в общем случае для поставленных задач стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры БПЛА. Для устранения этой неоднозначности существуют различные методы упрощения кинематических уравнений [17]. Нами использована оптимизация в процессе проектирования ТКП и установка ТКП в таких положениях на БПЛА, которые снижают вычислительную сложность решаемых задач: в нашей конструкции ТКП расположен так, что оси вращения его каналов РДКР, РДКК и РДКТ всегда пересекаются в одной точке. Это снижает вычислительную сложность расчета параметров модели ТКП. Результаты моделирования в программной среде MATLAB Simulink доказывают адекватность разработанной кинематической модели ТКП и ее эффективность для решения задач стабилизации и управления ориентацией подвесной аппаратуры БПЛА.

Список литературы

1. Sundaram B., Palaniswami M., Reddy S., Sinickas M. Radar localization with multiple unmanned aerial vehicles using support vector regression // *Intelligent sensing and information processing*. 2005. P. 232–237.

2. Chandra R. S., Breheny S. H., D'Andrea R. Antenna array synthesis with clusters of unmanned aerial vehicles // *Automatica*. 2008. Vol. 44. P. 1976–1984.
3. Coopmans C., Stark B., Jensen A., Chen Y. Q., McKee M. Cyber-physical systems enabled by small unmanned aerial vehicles. In: K. P. Valavanis, G. J. Vachtsevanos (Eds.), *Handbook of unmanned aerial vehicles*. Dordrecht; Heidelberg; New York; London: Springer, 2015, P. 2835–2860.
4. Wilson D. B., Goktogan A. H., Sukkarieh S. A vision based relative navigation framework for formation flight // *IEEE International conference on robotics and automation (ICRA)*. 2015. P. 4988–4995.
5. Binetti P., Ariyur K. B., Krstic M., Bernelli F. Formation flight optimization using extremum seeking feedback // *Journal of guidance, control, and dynamics*. 2003. Vol. 26 (1). P. 132–142.
6. **Официальный** сайт холдинга "Вертолеты России". URL: <https://www.rhc.aero> (дата обращения: 26.12.2022).
7. Ганин С. В., Карпенко А. В., Колногоров В. В., Петров Г. Ф. *Беспилотные летательные аппараты*. СПб: Невский бастион, 1999. 160 с.
8. **Современные** информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных летательных аппаратов / Под ред. М. Н. Красильщикова, Г. Г. Себрякова. М.: Физматлит, 2009. 556 с.
9. Моисеев В. С. *Прикладная теория управления беспилотными летательными аппаратами*. Казань: ГБУ "Республиканский центр мониторинга качества образования", 2013. 768 с.
10. **Системы** управления беспилотными космическими и атмосферными летательными аппаратами: Тезисы докладов V Всероссийской научно-технической конференции, Москва, 8–10 ноября 2022 г. Тамбов: ООО фирма "Юлис", 2022. 148 с.
11. **Беспилотные** летательные аппараты. URL: <https://habr.com/ru/post/65627/> (дата обращения: 26.12.2022).
12. Сущенко О. А., Азарсков В. Н. Проектирование робастных систем стабилизации оборудования беспилотных летательных аппаратов // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета*. 2014. № 1(43). С. 80–90.
13. Тран В. Т. Моделирование трехосного карданного подвеса на беспилотных летательных аппаратах // *Сборник избранных статей научной сессии Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники: Междунар. науч.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых "Научная сессия ТУСУР–2022" 18–20 мая 2022 г., г. Томск: в 3 ч. Ч. 2. Томск: В-Спектр, 2022. С. 30–32.*
14. Гантмахер Ф. Р. *Теория матриц*. М.: Наука, 1988. 552 с.
15. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. *Основы управления манипуляционными роботами (2-е издание)*. М.: Изд-во МГТУ, 2004. 478 с.
16. **Modern** control systems. Twelfth Edition by Richard C. Dorf, Robert H. Bishop. Prentice Hall, 2011. 1110 p.
17. Челноков Ю. Н. Приложения теории кинематического управления движением твердого тела // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2017. Т. 18, № 8. С. 532–542.

Kinematic Model for Stabilization and Orientation Control of the Suspended Equipment of an Unmanned Aerial Vehicle

A. M. Korikov, korikov@asu.tusur.ru, V. T. Tran, att82glass@gmail.com,

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, 634050, Russian Federation

Corresponding author: **Korikov Anatoliy M.**, Dr. of Tech. S., Professor, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, 634050, Russian Federation, e-mail: korikov@asu.tusur.ru

Accepted on January 18, 2023

Abstract

The article is devoted to the development and research of a kinematic model of stabilization and orientation control of the suspended equipment of an unmanned aerial vehicle (UAV). The created model is based on the kinematic model of a three-axis gimbal (TAG): the structure of the TAG for the UAV, the mathematical description of the TAG of the UAV and the derivation of kinematic equations for the problems of stabilizing and controlling the orientation of the UAV suspension equipment. In the general case, the derivation of the kinematic equations of the TAG on the UAV is a complex process and is similar to the derivation of a kinematic model of a robotic arm with six degrees of freedom. The TAG is considered as a manipulative mechanism with six degrees of freedom: three degrees of freedom are determined by the UAV rotations around the axes of the coordinate system attached to the UAV, and three degrees of freedom are set by the frames of the TAG along the channels of yaw, roll and pitch during rotational movements of these frames around the corresponding axes of the coordinate systems attached to the frames of the TAG. Such a statement in the general case does not have an unambiguous solution for the tasks of stabilization and orientation control of the suspended equipment of UAV. To eliminate this ambiguity, optimization is used in the process of designing the TAG and installing the TAG in such positions on the UAV that reduce the computational complexity of the tasks being solved. The kinematic model is presented in the article by kinematic equations, the solution of which ensures the stabilization of the suspended equipment of UAV, and kinematic equations, the solution of which allows you to control the equipment (camera) of the UAV when tracking moving objects (moving targets) in space. The simulation of the TAG in the MATLAB Simulink software environment was performed. The simulation results in the MATLAB Simulink software environment prove the adequacy of the developed kinematic model of the TAG and its effectiveness for solving the problems of stabilization and orientation control of the suspended equipment of UAV.

Keywords: unmanned aerial vehicle, three-axis gimbal, kinematic model, stabilization, control, orientation, suspended equipment, video camera, kinematic equations, modeling

For citation:

Korikov A. M., Tran V. T. Kinematic Model for Stabilization and Orientation Control of the Suspended Equipment of an Unmanned Aerial Vehicle, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 7, pp. 382–390.

DOI: 10.17587/mau.24.382-390

References

1. **Sundaram B., Palaniswami M., Reddy S., Sinickas M.** Radar localization with multiple unmanned aerial vehicles using support vector regression, *Intelligent sensing and information processing*, 2005, pp. 232–237.
2. **Chandra R. S., Breheny S. H., D'Andrea R.** Antenna array synthesis with clusters of unmanned aerial vehicles, *Automatic*, 2008, vol. 44, pp. 1976–1984.
3. **Coopmans C., Stark B., Jensen A., Chen Y. Q., McKee M.** Cyber-physical systems enabled by small unmanned aerial vehicles. In: K. P. Valavanis, G. J. Vachtsevanos (Eds.), *Handbook of unmanned aerial vehicles*. Dordrecht; Heidelberg; New York; London: Springer, 2015, pp. 2835–2860.
4. **Wilson D. B., Goktogan A. H., Sukkarieh S.** A vision based relative navigation framework for formation flight, *IEEE International conference on robotics and automation (ICRA)*, 2015, pp. 4988–4995.
5. **Binetti P., Ariyur K. B., Krstic M., Bernelli F.** Formation flight optimization using extremum seeking feedback, *Journal of guidance, control, and dynamics*, 2003, vol. 26 (1), pp. 132–142.
6. **The official website of the Russian Helicopters holding**, available at: <https://www.rhc.aero> (date of access: 26.02.2022) (in Russian).
7. **Ganin S. V., Karpenko A. V., Kolnogorov V. V., Petrov G. F.** Unmanned aerial vehicles, St. Petersburg, Nevsky Bastion, 1999, 160 p. (in Russian).
8. **Krasilshchikov M. N., Sebryakov G. G. Ed.** Modern information technologies in the tasks of navigation and guidance of unmanned aerial vehicles, Moscow, Fizmatlit, 2009, 556 p. (in Russian).
9. **Moiseyev B. C.** Applied Control Theory of Unmanned Aerial Vehicles, Kazan, State Budgetary Institution "Republican Center for Monitoring the Quality of Education", 2013, 768 p. (in Russian).
10. **Control systems for unmanned space and atmospheric aircraft**, *Abstracts of the V All-Russian Scientific and Technical Conference*, Moscow, November 8–10, 2022, Tambov, Yulis LLC, 2022, 148 p. (in Russian).
11. **Unmanned aerial vehicles**, available at: <https://habr.com/ru/post/65627/> (date of access: 26.02.2022) (in Russian).
12. **Sushchenko O. A., Azarskov V. N.** Designing Robust Systems for Stabilization of Unmanned Aerial Vehicle Equipment, *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta*, 2014, no. 1(43), pp.80–90 (in Russian).
13. **Tran V. T.** Simulation of a three-axis gimbal on unmanned aerial vehicles, *Collection of selected articles of the scientific session of the Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics: Intern. scientific-technical conf. students, graduate students and young scientists "Scientific session TUSUR-2022" May 18–20, 2022*, Tomsk, Part 2. Tomsk: V-Spectrum, 2022, pp. 30–32 (in Russian).
14. **Gantmakher F. R.** Matrix theory, Moscow, Science, 1988, 552 p. (in Russian).
15. **Zenkevich C. L., Yushchenko A. C.** Fundamentals of manipulative robot control, Moscow, MSTU Publishing House, 2004, 478 p. (in Russian).
16. **Modern control systems**. Twelfth Edition by Richard C. Dorf, Robert H. Bishop, Prentice Hall, 2011, 1110 p.
17. **Chelnokov Yu. N.** Applications of the Theory of Kinematic Motion Control of a Rigid Body, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 8, pp. 532–542 (in Russian).



VIII Всероссийская научно-техническая конференция

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ (VIII Козловские чтения)

Россия, г. Самара, АО «РКЦ» «Прогресс»
3–6 октября 2023 г.



НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ КОНФЕРЕНЦИИ

1. Разработка, производство, испытания и эксплуатация ракетно-космической техники
 - 1.1. Проектирование и производство средств выведения космических аппаратов
 - 1.2. Проектирование и производство космических аппаратов, космические исследования и проекты
 - 1.3. Системы управления, космическая навигация и связь
 - 1.4. Двигатели. Энергетические установки и системы терморегулирования КА
 - 1.5. Механизмы специальных систем
 - 1.6. Испытания ракетно-космической техники
 - 1.7. Наземная космическая инфраструктура. Эксплуатация ракетно-космической техники
 - 1.8. Перспективные материалы и технологии в аэрокосмической отрасли
 - 1.9. Дистанционное зондирование Земли: методы, средства, технологии
 - 1.10. Малые космические аппараты: проекты, эксплуатация
 - 1.11. Качество ракетно-космической техники: состояние, проблемные вопросы и пути повышения
2. Математические методы и информационные технологии
 - 2.1. Цифровая трансформация ракетно-космической отрасли: состояние, проблемные вопросы, проекты
 - 2.2. Математические методы моделирования, управления и оптимизации
 - 2.3. Информатика и информационно-управляющие системы
 - 2.4. Методы и средства защиты информации

**Дополнительную информацию см. на сайте предприятия:
www.samspace.ru**

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Матросская Тишина, 23с2

Телефон редакции журнала: **+7(499) 270 16 52**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 26.04.2023. Подписано в печать 08.06.2023. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Заказ МН723. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ»
им. В.И. Ульянова (Ленина)

V МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

26 - 28 сентября 2023

Санкт-Петербург, Россия



CTS.ETU.RU



ИНФОРМАЦИОННОЕ ПИСЬМО

С 26 по 28 сентября 2023 года в Санкт-Петербургском государственном электротехническом университете «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина) (СПбГЭТУ «ЛЭТИ») состоится V Международная научная конференция по проблемам управления в технических системах (ПУТС-2023).

ОРГАНИЗАТОРЫ КОНФЕРЕНЦИИ

- Министерство науки и высшего образования РФ
- Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина) (СПбГЭТУ «ЛЭТИ»)
- ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
- Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук (СПб ФИЦ РАН)
- Институт компьютерных технологий и информационной безопасности Южного федерального университета
- Российская Северо-Западная секция IEEE
- АО «НПФ «Система-Сервис»

Конференция проходит при поддержке Комитета по науке и высшей школе Правительства Санкт-Петербурга.

СЕКЦИИ КОНФЕРЕНЦИИ

1. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ
2. МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ
3. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ
4. МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В УПРАВЛЕНИИ
5. РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И КОМПЛЕКСЫ

В дни конференции пройдет молодежная школа им. А.А. Вавилова, ориентированная на молодых ученых, аспирантов и магистров, специализирующихся в области систем управления сложными динамическими объектами. Школа носит имя чл.-корр. Академии Наук СССР, профессора, доктора технических наук Александра Александровича Вавилова и продолжает традиции работы с молодежью, заложенные Великим ученым.

