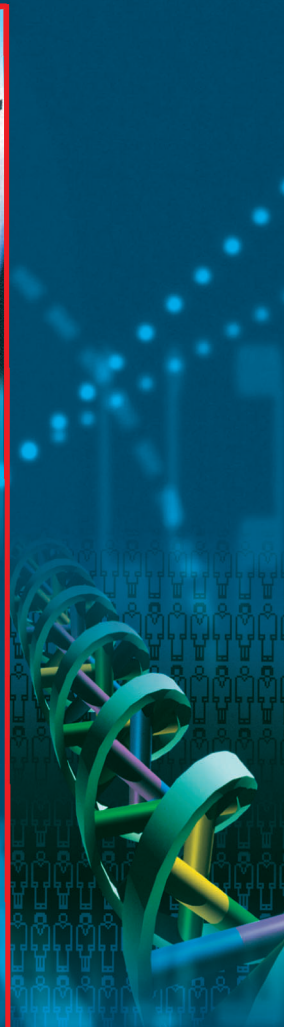
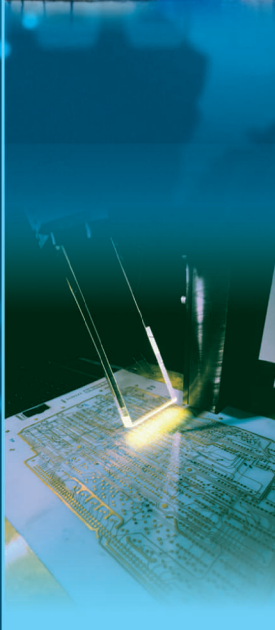


# МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ



Том 24  
2023  
№ 6

Рисунки к статье С. А. Плотникова  
«ДЕСИНХРОНИЗАЦИЯ И КОЛЕБАТЕЛЬНОСТЬ  
В ВОЗБУДИМЫХ СЕТЯХ ФИТЦХЬЮ–НАГУМО»

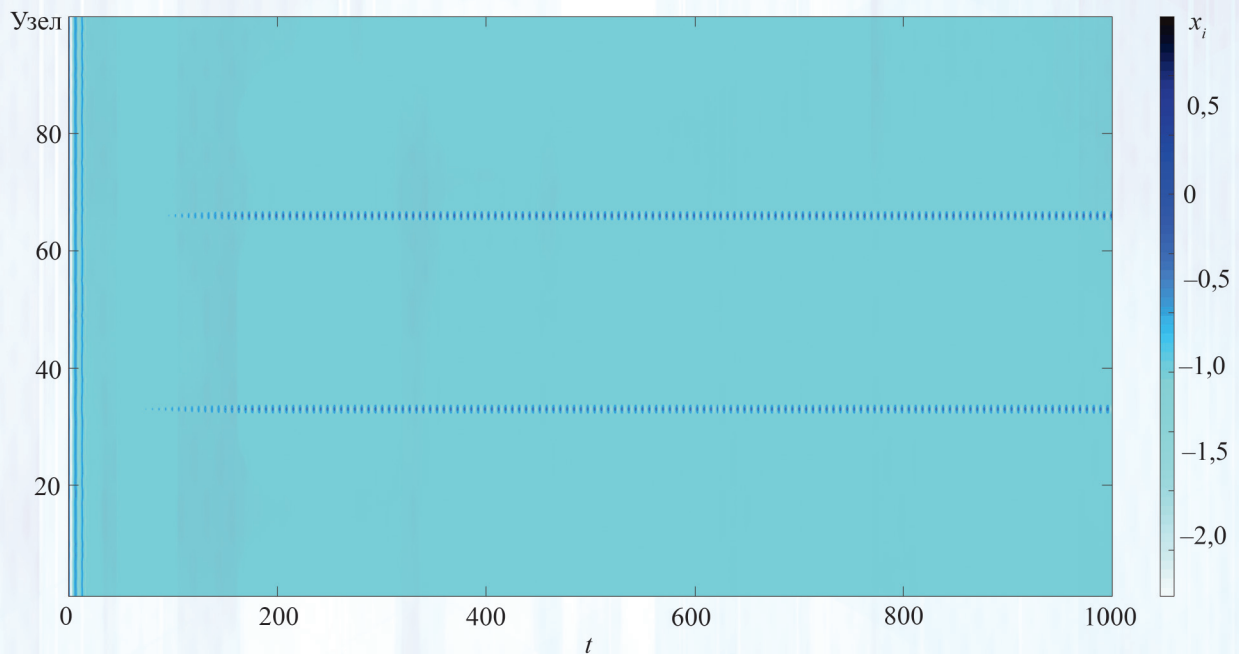


Рис. 2. Динамика трансмембранных потенциалов  $x_i$  сети из систем ФХН (6).  
Химероподобное состояние

Fig. 2. Dynamics of transmembrane potentials  $x_i$  in network of FHN systems (6).  
Chimera-like state

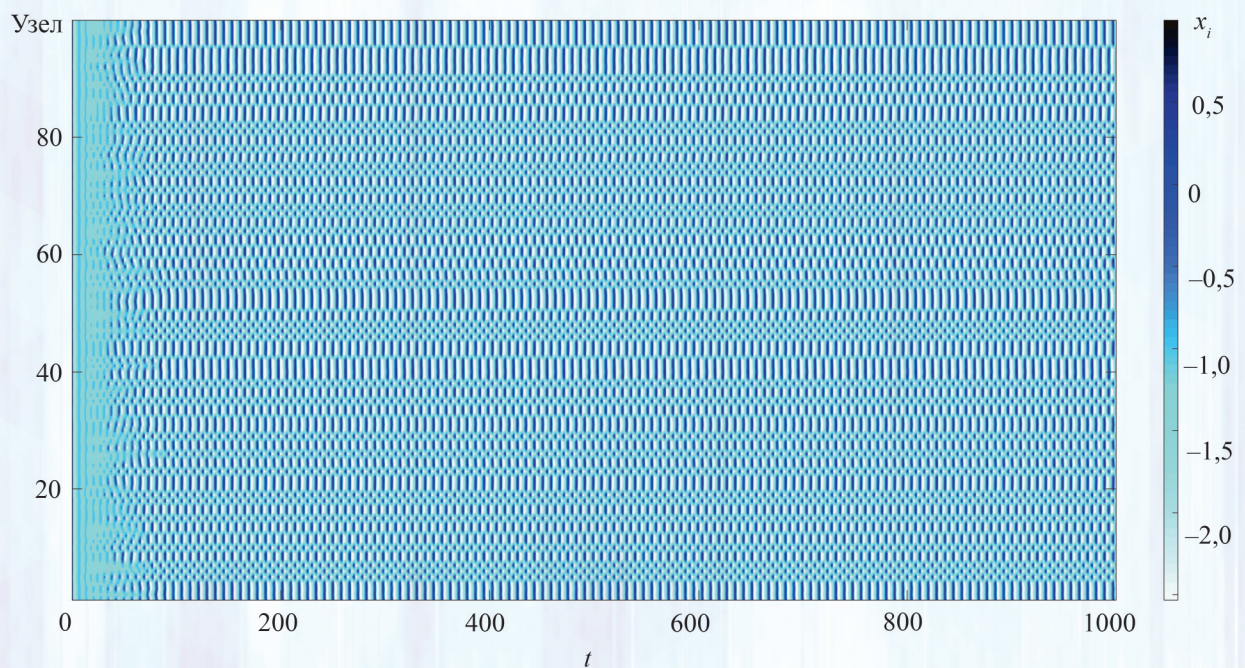


Рис. 3. Динамика трансмембранных потенциалов  $x_i$  сети из систем ФХН (6).  
Случай десинхронизации

Fig. 3. Dynamics of transmembrane potentials  $x_i$  in network of FHN systems (6).  
Desynchronization case

# МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 24

2023

№ 6

Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

**Главный редактор:**  
ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

**Заместители главного редактора:**  
БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.  
ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.  
ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

**Ответственный секретарь:**  
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

**Редакционный совет:**  
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН  
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН  
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН  
ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН  
КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН  
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН  
КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН  
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН  
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН  
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН  
СИГОВ А. С., акад. РАН  
СОЙФЕР В. А., акад. РАН  
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН  
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН  
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН  
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН  
ШЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН  
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

**Редколлегия:**  
DORANTES D. J., PhD, Турция  
GROUMPOS P. P., PhD, Греция  
ISIDORI A., PhD, Италия  
KATALINIC B., PhD, Австрия  
LIN CH.-Y., PhD, Тайвань  
MASON O. J., PhD, Ирландия  
ORTEGA R. S., PhD, Франция  
SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США  
STRZELECKI R. M., PhD, Польша  
SUBUDHNI V. D., PhD, Индия  
АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан  
ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина  
БОБЦОВ А. А., д.т.н.  
БУКОВ В. Н., д.т.н.  
ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.  
ЖУКОВ И. А., д.т.н.  
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.  
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.  
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.  
ЛОХИН В. М., д.т.н.  
МАГОМЕДОВ М. Х., д.ф.-м.н.  
ПУТОВ В. В., д.т.н.  
ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.  
РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.  
СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н.  
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.  
ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.  
ФУРСОВ В. А., д.т.н.

**Редакция:**  
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

**Директор издательства:**  
АНТОНОВ Б. И.

## СОДЕРЖАНИЕ

### СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

- Жирабок А. Н., Зуев А. В., Шумский А. Е., Бобко Е. Ю.** Построение интервальных наблюдателей для дискретных нелинейных динамических систем . . . . . 283
- Плотников С. А.** Десинхронизация и колебательность в возбудимых сетях ФитцХью—Нагумо . . . . . 292
- Липкович М. М., Сагатдинов А. Р.** Применение алгоритма "Полоска" для онлайн-декодирования ЭЭГ-паттернов . . . . . 300

### АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

- Palchevsky E. V., Antonov V. V., Kromina L. E., Rodionova L. E., Fakhruullina A. R.** Intelligent Forecasting of Electricity Consumption in Managing Energy Enterprises in Order to Carry out Energy-Saving Measures . . . . . 307

### РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Мелехин В. Б., Хачумов М. В.** Когнитивные инструменты абстрактного мышления автономных интеллектуальных мобильных систем . . . . . 317
- Ермолов И. Л., Лапин Б. С.** Распределенное планирование движения для группы совместно переносящих груз роботов с учетом свойств опорных поверхностей . . . . . 327

*Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).*

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:  
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: [mech@novtex.ru](mailto:mech@novtex.ru)

# MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 24

2023

No. 6

## MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

**Editor-in-Chief**

FILIMONOV N. B.

**Deputy Editors-in-Chief:**

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

**Responsible Secretary:**

BEZMENOVA M. Yu.

**Editorial Board:**

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

**Editorial Council:**

ALIEV T. A., Azerbaijan

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

MAGOMEDOV M. Kh.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEEV S. F.

ZHUKOV I. A.

**Editorial Staff:**

BEZMENOVA M. Yu.

**Director of the Publishing House:**

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospective development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

## CONTENTS

### SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

- Zhirabok A. N., Zuev A. V., Shumsky A. E., Bobko E. Yu. Interval Observer Design for Discrete-Time Nonlinear Dynamic Systems ..... 283
- Plotnikov S. A. Desynchronization and Oscillatory in Excitable FitzHugh-Nagumo Networks ..... 292
- Lipkovich M. M., Sagatdinov A. R. Application of the "Stripe" Algorithm for Online Decoding of the EEG Patterns ..... 300

### AUTOMATION AND CONTROL TECHNOLOGICAL PROCESSES

- Palchevsky E. V., Antonov V. V., Kromina L. E., Rodionova L. E., Fakhullina A. R. Intelligent Forecasting of Electricity Consumption in Managing Energy Enterprises in Order to Carry out Energy-Saving Measures ..... 307

### ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

- Melekhin V. B., Khachumov M. V. Cognitive Tools for Abstract Thinking Autonomous Intelligent Mobile Systems ..... 317
- Ermolov I. L., Lapin B. S. Distributed Trajectory Planning for a Group of UGVs Carrying a Load Considering Terrain Properties ..... 327

Information about the journal is available online at:  
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: [mech@novtex.ru](mailto:mech@novtex.ru)

А. Н. Жирабок<sup>1, 2</sup>, д-р техн. наук, проф., zhirabok@mail.ru,  
А. В. Зуев<sup>1, 2</sup>, канд. техн. наук, доц., alvzuev@yandex.ru,  
А. Е. Шумский<sup>1</sup>, д-р техн. наук, проф., a.e.shumsky@yandex.com,  
Е. Ю. Бобко<sup>1</sup>, ст. преподаватель, bobko.eyu@dvfu.ru,  
<sup>1</sup> Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток,  
<sup>2</sup> Институт проблем морских технологий ДВО РАН, г. Владивосток

## Построение интервальных наблюдателей для дискретных нелинейных динамических систем\*

*Рассматривается задача построения интервальных наблюдателей для нелинейных динамических систем, описываемых дискретными моделями, при действии на систему внешних неконтролируемых возмущений, а также при наличии шумов измерений и параметрических неопределенностей. Ставится задача синтеза наблюдателя размерности меньшей, чем размерность исходной системы, формирующего верхнюю и нижнюю границы множества допустимых значений заданной нелинейной функции вектора состояния исходной системы. Для решения используется математический аппарат так называемой алгебры функций, достоинством которого является то, что он позволяет анализировать динамические системы, описываемые моделями с негладкими нелинейностями. Для синтеза интервального наблюдателя вначале ищется модель исходной системы, нечувствительная или малочувствительная к внешним возмущениям, размерности меньшей, чем размерность исходной системы. Процедура основана на двух алгоритмах, первый из которых предназначен для построения модели, малочувствительной к внешним возмущениям, второй — для уменьшения размерности модели. Формулируются правила, позволяющие обеспечить устойчивость такой модели для заданного множества желаемых собственных чисел за счет введения в модель обратной связи. Строящийся интервальный наблюдатель состоит из двух подсистем, первая из которых генерирует нижнюю границу множества допустимых значений заданной функции вектора состояния системы, вторая — аналогичную верхнюю границу. Приводятся соотношения, описывающие каждую подсистему. Для синтеза такого наблюдателя в нелинейном случае вводятся понятия положительного и отрицательного влияния переменных, входящих в построенную модель, на компоненты вектора состояния модели. Эти понятия позволяют определить, каким образом верхние и нижние границы соответствующих переменных будут входить в строящийся интервальный наблюдатель. Получены условия, при которых наблюдатель может быть получен. Теоретические результаты иллюстрируются примером известной трехтанковой системы, для которой синтезирован соответствующий интервальный наблюдатель. Проведенное на основе пакета MATLAB моделирование исходной системы и наблюдателя подтвердило правильность принятых допущений и разработанной теории.*

**Ключевые слова:** динамические системы, негладкие нелинейности, параметрические неопределенности, дискретные модели, алгебра функций, границы, интервальные наблюдатели, устойчивость

### Введение

Настоящая статья является логическим продолжением работ [1, 2], в которых рассматривалась задача построения интервальных наблюдателей для систем, описываемых линейными моделями с непрерывным временем при наличии внешних возмущений и шумов измерений.

Задача синтеза интервальных наблюдателей активно исследуется последние годы, обстоятельные обзоры полученных за это время ре-

зультатов содержатся в статьях [3, 4], решения для различных классов систем, а также практические приложения можно найти в работах [5—15]. В этих работах, как правило, определяется оценка множества допустимых значений полного вектора состояния, в то время как теоретический и практический интерес может представлять интервальная оценка только для допустимых значений заданной функции этого вектора. Соответствующий интервальный наблюдатель может оказаться существенно проще наблюдателя для полного вектора состояния, а ширина интервала заметно меньше, что повышает точность оценивания.

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-29-00191).

В работе ставится и решается задача построения интервальных наблюдателей для стационарных дискретных систем, описываемых динамическими моделями с негладкими нелинейностями, работающими в условиях действия внешних возмущений, шумов измерений и параметрических неопределенностей, которые позволяют оценить множество допустимых значений заданной функции вектора состояния.

Задача решается в общем виде с использованием алгебры функций, разработанной в работе [16], кратко изложенной в приложении для решения задач анализа нелинейных динамических систем и позволяющей рассматривать системы с негладкими нелинейностями, к числу которых относятся такие нелинейности, как сухое трение, люфт, гистерезис, насыщение.

### Основные соотношения

Рассматривается класс систем, описываемых нелинейной моделью

$$\begin{aligned} x(t+1) &= f(x(t), u(t), \rho(t), \vartheta(t)); \\ y(t) &= h(x(t), v(t)), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x(t) \in X \subseteq R^n$ ,  $u(t) \in U \subseteq R^m$  и  $y(t) \in R^l$  — векторы состояния, управления и выхода;  $\rho(t) \in R^s$  — неизвестная ограниченная функция времени, описывающая возмущения на систему,  $\|\rho(t)\| \leq \rho_*$ ;  $v(t) \in R^l$  описывает шумы измерений и также полагается неизвестной ограниченной функцией времени,  $\|v(t)\| \leq v_*$ ;  $f$  и  $h$  — нелинейные функции, при этом  $f$  может быть недифференцируемой. Предполагается, что значения вектора параметров  $\vartheta(t) \in R^p$  могут находиться в границах  $\underline{\vartheta} \leq \vartheta(t) \leq \bar{\vartheta}$ . Как и в работе [3], для векторов  $x^1$ ,  $x^2$  отношение  $x^1 \leq x^2$  понимается поэлементно.

Требуется построить интервальный наблюдатель, не чувствительный к возмущениям, формирующий нижнюю  $\underline{z}(t)$  и верхнюю  $\bar{z}(t)$  границы функции вектора состояния, которая задана в виде  $z(t) = \mu(x(t))$  для известной функции  $\mu$ , такие что  $\underline{z}(t) \leq z(t) \leq \bar{z}(t)$  при всех  $t \geq 0$ .

Такой наблюдатель строится на основе модели, описываемой в виде

$$\begin{aligned} x_*(t+1) &= f_*(x_*(t), y(t), z(t), u(t)); \\ z(t) &= h_z(x_*(t), y_0(t)); \\ y_*(t) &= h_y(x_*(t)), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x_*(t) \in R^k$  — вектор состояния модели;  $k$  — ее размерность;  $y_*(t) \in R$  — переменная, удовлет-

воряющая при отсутствии шумов измерений и возмущений условию  $y_*(t) = \psi(y(t))$  для некоторой функции  $\psi$ , которая вместе с функциями  $f_*$ ,  $h_z$  и  $h_y$  подлежит определению. Переменная  $y_*(t)$  необходима для дальнейшего обеспечения устойчивости модели, смысл и способ нахождения переменной  $y_0(t)$  поясняется ниже.

Условия и способы построения модели (2), рассматриваемые ниже, опираются на математический аппарат алгебры функций, который детально изложен в работе [16] и кратко описан в Приложении. Основные конструкции этого аппарата: отношение частичного порядка  $\leq$  на множестве функций с областью определения  $X$ , бинарные операции  $\times$  и  $\oplus$ , бинарное отношение  $\Delta$ , а также операторы  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{m}$ . Отметим только, что неравенство  $\alpha \leq \beta$  можно трактовать следующим образом: функция  $\alpha$  содержит информации о состояниях из множества  $X$  не меньше, чем  $\beta$ .

Предполагается, что при отсутствии возмущений векторы состояния  $x(t)$  и  $x_*(t)$  связаны соотношением  $x_*(t) = \varphi(x(t))$  для некоторой функции  $\varphi$ . Из описания модели следует, что рассматриваемая задача близка к задаче функционального диагностирования, детально рассмотренной на языке алгебры функций в работе [17]. Общность этих задач позволяет утверждать, что функции  $\varphi$  удовлетворяет условию [17]

$$h_* \times \varphi \leq \mathbf{M}(\varphi), \quad (3)$$

где

$$h_*(x) = (h \times \mu)(x) = \begin{pmatrix} h(x) \\ \mu(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}.$$

Отметим, что неравенство (3) на языке алгебры функций описывает динамику модели (2).

Наилучшим вариантом решения является модель, не чувствительная к возмущениям. Для построения такой модели введем минимальную в смысле отношения  $\leq$  (содержащую максимальное число функционально независимых компонент) функцию  $\alpha^0$  такую, что функция  $\alpha^0(f(x, u, \rho))$  не зависит от  $\rho$ . Определим семейство функций  $\alpha^0 \leq \alpha^1 \leq \dots$  следующим образом:

$$\alpha^{i+1} = \alpha^i \oplus \mathbf{m}(\alpha^i \times h_*), \quad i = 0, 1, \dots$$

Известно [16, 18], что найдется  $k$ , удовлетворяющее условию  $\alpha^{k+1} \cong \alpha^k$ . Положим  $\varphi := \alpha^k$ .

**Теорема 1** [16, 18]. Функция  $\varphi$  является минимальной (содержащей максимальное число функционально независимых компонент),

удовлетворяющей условиям (3) и  $\alpha^0 \leq \varphi$ , что позволяет построить модель (2), не чувствительную к возмущению.

Из определения оператора  $\mathbf{M}$  и отношения  $\leq$  следует, что условие (3) эквивалентно существованию функции  $f_*$  такой, что

$$f_*((\varphi \times h_*)x(t), u(t)) = \varphi(f(x(t), u(t), \rho(t))), \quad (4)$$

а из условия  $\alpha^0 \leq \varphi$  и определения функции  $\alpha^0$  следует, что возмущение  $\rho(t)$  не оказывает влияния на функцию  $f_*$ .

Чтобы это возмущение не оказывало влияния и на  $z(t)$ , переменная  $y_0(t)$  в модели (2) также не должна испытывать воздействия со стороны  $\rho(t)$ . Из сказанного следует, что эта переменная должна формироваться как  $y_0(t) = (\alpha^0 \oplus h)(x(t))$ . Приведенное выражение означает, что  $y_0(t)$  формируется только теми компонентами вектора выхода  $y(t)$ , которые не чувствительны к возмущению. Обозначим  $h_0 = \alpha^0 \oplus h$ .

Для построения модели (2) запишем выражение

$$x_*(t+1) = \varphi(x(t)) = \varphi(f(x(t), u(t), \rho(t)))$$

и с учетом (4) преобразуем его правую часть, что в итоге дает искомое описание динамической части модели (2). Для завершения процедуры выясним возможность построения статической части модели, заданной в виде  $y_* = h_y(x_*)$  и  $z = h_z(x_*, y_0)$ . Перепишем их с учетом введенных обозначений:

$$\psi(h(x)) = h_y(\varphi(x)), \quad \mu(x) = h_z(\varphi(x), h_0(x)), \quad (5)$$

откуда с учетом определения отношения  $\leq$  следуют соотношения

$$\varphi \oplus h \neq \text{const}; \quad (6)$$

$$\varphi \times h_0 \leq \mu. \quad (7)$$

Если для построенной функции  $\varphi$  эти условия выполняются, конкретный вид функций  $\psi$  и  $h_y$  определяется на основе первого равенства в (5) и (6), записанном в виде  $\psi(h) = \varphi \oplus h = h_y(\varphi)$ , функции  $h_z$  — на основе условия (7) и определения отношения  $\leq$ . Этим заканчивается процесс построения модели, не чувствительной к возмущению.

Отметим, что минимальность функции  $\varphi$  создает наилучшие условия для выполнения условий (6) и (7), откуда следует, что если они

не выполняются, модели, не чувствительной к возмущению, не существует. В этом случае для построения модели, слабо чувствительной к возмущению, необходимо дополнить  $\varphi$  максимальной (содержащей минимальное число функционально независимых компонент) функцией  $\varphi'$ , удовлетворяющей условиям

$$(\varphi' \times \varphi) \oplus h \neq \text{const}, \quad \varphi \times \varphi' \times h_0 \leq \mu. \quad (8)$$

Поскольку функция  $\varphi'$  определяется неоднозначно, выбирать ее рекомендуется так, чтобы "вклад"  $\rho(t)$  в функцию  $\varphi'(f(x, u, \rho))$  был минимальным.

*Замечание 1.* Более конкретный вид рассматриваемой системы, например, когда она линейна и описывается матричными уравнениями, позволяет ставить и решать задачу построения модели, минимально чувствительной к возмущению, с формальным определением вклада возмущения в функцию  $\varphi'(f(x, u, \rho))$  [19]. В общем случае можно говорить только о слабый (в интуитивном смысле) чувствительности.

Таким образом, модель теперь будет представлять собой композицию ранее построенной системы (2), не чувствительной к возмущению, и новой системы с вектором состояния  $x_0 = \varphi_0(x)$  (рис. 1), где функция  $\varphi_0$  должна удовлетворять условиям

$$\varphi_0 \leq \varphi', \quad (\varphi \times h_*) \times \varphi_0 \leq \mathbf{M}(\varphi_0). \quad (9)$$

Первое условие означает, что функция  $\varphi_0$  содержит информации не меньше, чем  $\varphi'$ , и может быть использована в условии (8) вместо  $\varphi'$ . Второе условие в (9) подобно неравенству (7) и обеспечивает существование второй системы на рис. 1; наличие функции  $\varphi$  в этом условии позволяет уменьшить размерность второй системы.

Построить функцию  $\varphi_0$  с указанными свойствами можно с помощью изложенного ниже алгоритма [16, 18].

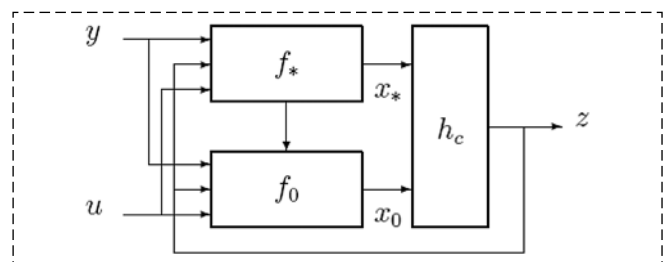


Рис. 1. Результирующая модель

Fig. 1. Resulting model

### Алгоритм 1

1. Положить  $i := 1$ ,  $\beta^1 = \varphi'$ .
2. Вычислить функцию  $\gamma = \mathbf{M}(\beta^i)$ . Если  $\gamma$  выражается через функцию  $\varphi \times h_* \times \beta^1 \times \dots \times \beta^i$ , перейти к п. 4.
3. Найти функцию  $\beta^{i+1}$  с минимальным числом компонент, такую что

$$\varphi \times h_* \times \beta^1 \times \dots \times \beta^i \times \beta^{i+1} \leq \gamma, \quad (10)$$

положить  $i := i + 1$  и перейти к п. 2.

4. Положить  $\varphi_0 = \beta^1 \times \dots \times \beta^i$ . Конец.

Алгоритм не гарантирует единственности получаемого решения, так как при выполнении п. 3 возможен выбор различных (не сравнимых в смысле отношения  $\leq$ ) функций, удовлетворяющих неравенству (10), но все эти решения будут не сравнимы друг с другом. Более детальную информацию по алгоритму можно найти в работах [16, 18].

После определения функции  $\varphi_0$  модель (2) приобретает следующий конечный вид:

$$\begin{aligned} x_*(t+1) &= f_*(x_*(t), y(t), z(t), u(t)); \\ x_0(t+1) &= f_0(x_0(t), x_*(t), y(t), z(t), u(t)); \\ z(t) &= h_c(x_0(t), x_*(t), y_0(t)); \\ y_*(t) &= h_y(x_0(t), x_*(t)), \end{aligned} \quad (11)$$

где функции  $h_c$ ,  $h_y$  и  $f_0$  определяются на основе соотношений (8) и (9) (после замены в первом функции  $\varphi'$  на  $\varphi_0$ ) соответственно.

*Замечание 2.* Функция  $\varphi$ , обеспечивающая нечувствительность модели к возмущению, не гарантирует ее минимальной размерности. После построения функций  $\varphi$  и  $f_*$  размерность модели может быть уменьшена эвристическими методами. В предположении, что  $\alpha^0 \leq \mu$ , можно также воспользоваться приведенным ниже алгоритмом, являющимся модификацией алгоритма 1.

### Алгоритм 2

1. Положить  $i := 1$ ,  $\beta^1 = \mu$ .
2. Вычислить функцию  $\gamma = \mathbf{M}(\beta^i)$ . Если  $\gamma$  выражается через функцию  $h_* \times \beta^1 \times \dots \times \beta^i$ , перейти к п. 4.
3. Найти функцию  $\beta^{i+1}$  с минимальным числом компонент, такую что  $\alpha^0 \leq \beta^{i+1}$ ,  $h_* \times \beta^1 \times \dots \times \beta^i \times \beta^{i+1} \leq \gamma$ , положить  $i := i + 1$  и перейти к п. 2.
4. Положить  $\varphi_* = \beta^1 \times \dots \times \beta^i$ . Конец.

Так как при всех  $i$  выполняется условие  $\alpha^0 \leq \beta^i$ , то и  $\alpha^0 \leq \varphi_*$ . Из алгоритма 2 также следует, что  $h_* \times \varphi_* \leq \mathbf{M}(\varphi_*)$ ; если при этом  $\varphi_* \oplus h \neq \text{const}$ , то функция  $\varphi_*$  может быть использована для построения модели, не чувствительной к возмущению.

Алгоритм 2 не гарантирует минимальной размерности такой модели, но, как правило, дает модели размерности меньшей, чем построенные на основе функции  $\varphi$ . Однако в отличие от этой функции он не гарантирует построения модели, даже если она существует. Это связано с тем, что в п. 3 может не найтись функции  $\beta^{i+1}$ , удовлетворяющей условию  $\alpha^0 \leq \beta^{i+1}$ .

### Обеспечение устойчивости

Устойчивость построенной нелинейной модели может быть обеспечена различными методами [20], детально рассмотрим один из них, для чего после подстановки  $z = h_c(x_0, x_*, y_0)$  в (11) и введения обратной связи  $Kr(t)$  запишем эти уравнения в компактном виде:

$$\begin{aligned} x_c(t+1) &= f_c(x_c(t), y(t), u(t), \vartheta(t)) + Kr(t); \\ z(t) &= h_c(x_c(t), y_0(t)); \\ y_*(t) &= h_y(x_c(t)), \end{aligned} \quad (12)$$

где  $K$  — матрица обратной связи,

$$r(t) = \psi(y(t)) - y_*(t), \quad x_c = (x_*^T \quad x_0^T)^T.$$

Для простоты предполагается, что шумы измерений, возмущения и вариации параметров системы невелики и не оказывают влияния на устойчивость модели, поэтому в функции  $f_c$  ниже они опущены. Их учет при рассмотрении вопросов устойчивости представляет собой сложную задачу.

Введем ошибку  $e(t) = \varphi(x(t)) - x_c(t)$ ; предполагаем, что она мала, функция  $f_c(x_c, y, u)$  дифференцируема по  $x_c$  и может быть разложена в ряд Тейлора относительно его текущего значения. Запишем уравнение для ошибки  $e(t)$ :

$$\begin{aligned} e(t+1) &= \varphi(f(x(t), u(t))) - \\ &- f_c(x_c(t), y(t), u(t)) - Kr(t) = \\ &= f_c(\varphi(x(t)), y(y), u(t)) - \\ &- f_c(x_c(t), y(t), u(t)) - K(\psi(y(t)) - y_*(t)) = \\ &= f_c(x_c(t) + e(t), y(y), u(t)) - \\ &- f_c(x_c(t), y(t), u(t)) - K(\psi(y(t)) - y_*(t)) \approx \\ &\approx \frac{\partial f_c(x_c, y, u)}{\partial x_c} e(t) - K(h_y(\varphi(x(t))) - h_y(x_c(t))) \approx \\ &\approx \left( \frac{\partial f_c(x_c, y, u)}{\partial x_c} - K \frac{\partial h_y(x_c)}{\partial x_c} \right) e(t) = \\ &= F_r(K, x_c, y, u)e(t). \end{aligned}$$

В выводе принято, что функция  $h_y(x_c)$  также дифференцируема.

Для того чтобы модель была устойчивой, собственные числа матрицы  $F_r(K, x_c, y, u)$  должны находиться в окружности единичного радиуса с центром в начале координат. Из полученного уравнения следует, что элементы матрицы обратной связи  $K$  в этом случае будут зависеть от переменных  $x_c, y, u$ . Для определения этих элементов необходимо выполнить следующие операции: найти характеристический полином матрицы  $F_r(K, x_c, y, u)$  в виде

$$\det(F_r(K, x_c, y, u) - \lambda I_k) = \lambda^k + a_1(K, x_c, y, u)\lambda^{k-1} + \dots + a_k(K, x_c, y, u);$$

для обеспечения требуемой динамики наблюдателя задать значения собственных чисел  $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ ; составить систему нелинейных уравнений:

$$\begin{aligned} a_1(K, x_c, y, u) &= -(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k); \\ a_2(K, x_c, y, u) &= \lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \dots + \lambda_{k-1}\lambda_k; \\ &\dots; \\ a_k(K, x_c, y, u) &= (-1)^k \lambda_1\lambda_2 \dots \lambda_k, \end{aligned}$$

и найти из нее элементы матрицы  $K$ .

### Построение интервального наблюдателя

Процедура построения интервального наблюдателя сравнительно проста только для линейных систем [3], для нелинейных, особенно заданных в общем виде, она заметно усложняется. Для изложения общих правил запишем модель (12) с обратной связью в виде

$$\begin{aligned} x_c(t+1) &= f_g(x_c(t), h(x(t)), u(t), \rho(t), \vartheta(t)); \\ z(t) &= h_c(x_c(t), h_0(x(t))). \end{aligned}$$

Замена  $y(t)$  на  $h(x(t))$  и  $y_0(t)$  на  $h_0(x(t))$  объясняется необходимостью учесть шумы измерений. Неопределенностями, влияющими на значение интервала, являются переменные  $h(x(t)), h_0(x(t)), \rho(t)$  и  $\vartheta(t)$ ; неопределенность в  $h(x(t))$  и  $h_0(x(t))$  связана с шумами измерений, поскольку в наблюдатель входят переменные  $y(t) = h(x(t)) + v(t)$  и  $y_0(t) = h_0(x(t)) + v_0(t)$ , где  $v_0(t)$  — часть вектора  $v(t)$ , соответствующая переменной  $y_0(t)$ .

Введем важные определения. Будем говорить, что  $i$ -я компонента функции  $f_g$  монотонна по аргументу  $x_c$ , если

$$\begin{aligned} x'_c \leq x''_c &\Rightarrow f_{gi}(x'_c, h(x), u, \rho, \vartheta) \leq \\ &\leq f_{gi}(x''_c, h(x), u, \rho, \vartheta) \end{aligned} \quad (13)$$

или

$$\begin{aligned} x'_c \leq x''_c &\Rightarrow f_{gi}(x'_c, h(x), u, \rho, \vartheta) \geq \\ &\geq f_{gi}(x''_c, h(x), u, \rho, \vartheta) \end{aligned} \quad (14)$$

независимо от значений других аргументов. В случае (13) будем говорить о положительном влиянии переменной  $x_c$  на  $i$ -ю компоненту функции  $f_g$ , в случае (14) — об отрицательном.

В дальнейшем будем предполагать, что все компоненты функций  $f_g$  и  $h_c$  монотонны по всем своим аргументам, при этом допускается, что если аргумент представляет собой вектор, то часть его компонент может иметь положительное влияние, часть отрицательное.

Вхождение в наблюдатель информации о неопределенностях в виде их нижних и верхних границ зависит от влияния этих неопределенностей на правые части уравнений, в которые они входят. Если влияние рассматриваемой неопределенности положительно, то в нижнюю границу соответствующей компоненты функции  $f_g$  должна входить нижняя же граница этой неопределенности, в случае отрицательного влияния — верхняя граница. Граница шумов измерений  $v_*$  в первом случае входит с отрицательным знаком, во втором — с положительным. Для положительно влияющей переменной  $x_{cj}(t)$  в нижнюю границу соответствующей компоненты функции  $f_g$  должна входить переменная  $\underline{x}_{cj}(t)$ , для отрицательно влияющей — переменная  $\bar{x}_{cj}(t)$ . Для нижней границы функции  $h_c$  вхождения формируются аналогичным образом. Для верхних границ компонент функций  $f_g$  и  $h_c$  описанные выше вхождения меняются на противоположные.

В качестве примера приведем описание интервального наблюдателя для скалярных функций  $f_g$  и  $h_c$ , когда влияния неопределенностей  $h(x(t)), h_0(x(t))$  и  $\rho(t)$  положительны, параметра  $\vartheta(t)$  и переменной  $x_c(t)$  — отрицательны:

$$\begin{aligned} \underline{x}_c(t+1) &= f_g(\bar{x}_c(t), y(t) - v_*, u(t), \rho, \bar{\vartheta}); \\ \bar{x}_c(t+1) &= f_g(\underline{x}_c(t), y(t) + v_*, u(t), \bar{\rho}, \underline{\vartheta}); \\ \underline{z}(t) &= h_c(\bar{x}_c(t), y_0(t) - v_0); \\ \bar{z}(t) &= h_c(\underline{x}_c(t), y_0(t) + v_0). \end{aligned} \quad (15)$$

Для подтверждения правильности проведенных операций введем ошибки оценивания:

$$\begin{aligned} \underline{e}_c(t) &= x_c(t) - \underline{x}_c(t), \quad \bar{e}_c(t) = \bar{x}_c(t) - x_c(t), \\ \underline{e}_z(t) &= z(t) - \underline{z}(t), \quad \bar{e}_z(t) = \bar{z}(t) - z(t). \end{aligned}$$

**Теорема 2.** Если функции  $f_g(x_c, h(x), u, \rho, \vartheta)$  и  $h_c(x_c, h_0(x))$  монотонны по каждому своему аргументу независимо от значений других аргументов и  $\underline{x}_c(0) \leq x_c(0) \leq \bar{x}_c(0)$ , то для наблюдателя (15) и всех  $t \geq 0$  выполняются соотношения  $\underline{x}_c(t) \leq x_c(t) \leq \bar{x}_c(t)$  и  $\underline{z}(t) \leq z(t) \leq \bar{z}(t)$ .

**Доказательство.** Нетрудно видеть, что уравнение для ошибки  $\underline{e}_c(t)$  имеет вид

$$\begin{aligned} \underline{e}_c(t+1) &= f_g(x_c(t), h(x(t)), u(t), \rho(t), \vartheta(t)) - \\ &- f_g(\bar{x}_c(t), y(t) - v_*, u(t), \rho, \bar{\vartheta}), \end{aligned}$$

а так как  $x_c(0) \geq \underline{x}_c(0)$ ,  $y(t) - v_* = h(x(t)) + v(t) - v_*$ ,  $v(t) - v_* \leq 0$  и функция  $f_g(x_c, h(x), u, \rho, \vartheta)$  монотонна по каждому своему аргументу, то  $\underline{e}_c(1) \geq 0$ , т. е.  $x_c(1) \geq \underline{x}_c(1)$ . По индукции можно доказать неравенства  $\underline{e}_c(t) \geq 0$  и  $x_c(t) \geq \underline{x}_c(t)$  и аналогично, что  $\bar{e}_c(t) \geq 0$  и  $\bar{x}_c(t) \geq x_c(t)$  для всех  $t \geq 0$ . Поскольку  $h_c(x_c, h_0(x))$  монотонна по каждому своему аргументу и  $x_c(t) \geq \underline{x}_c(t)$ , то

$$\begin{aligned} \underline{e}_z(t) &= z(t) - \underline{z}(t) = h_c(x_c(t), h_0(x(t))) - \\ &- h_c(\underline{x}_c(t), y(t) - v_0) \geq 0, \end{aligned}$$

что эквивалентно неравенству  $z(t) \geq \underline{z}(t)$  при всех  $t \geq 0$ . Аналогично доказывается соотношение  $\bar{z}(t) \geq z(t)$ . Теорема доказана.

### Практический пример

Рассмотрим систему управления

$$\begin{aligned} x_1(t+1) &= a_4 u_1(t) - a_1 \sqrt{x_1(t) - x_2(t)} + x_1(t); \\ x_2(t+1) &= a_5 u_2(t) + a_1 \sqrt{x_1(t) - x_2(t)} - \\ &- a_2 \sqrt{x_2(t) - x_3(t)} + x_2(t); \\ x_3(t+1) &= a_2 \sqrt{x_2(t) - x_3(t)} - \\ &- a_3 \sqrt{x_3(t)} + x_3(t) + \rho(t); \\ y_1(t) &= x_2(t) + v_1(t); \quad y_2(t) = x_3(t) + v_2(t). \end{aligned} \quad (16)$$

Уравнения (16) описывают дискретизованную модель трехтанковой системы, состоящей из трех резервуаров, соединенных между собой трубами, детально описанную в работе [1]; отметим только, что уровни жидкости в танках обозначены  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  и  $x_3(t)$ . Предполагается, что  $x_1(t) \geq x_2(t) \geq x_3(t)$ .

Построим интервальный наблюдатель, оценивающий переменную  $x_1(t) := z(t)$ , что дает  $\mu(x) = x_1$ . Нетрудно видеть, что  $h_*(x) = (h \times \mu)(x) = x_2 \times x_3 \times x_1$ ,  $\alpha^0(x) = x_1 \times x_2$ . Так как

$(\alpha^0 \times h_*)(x) = x_1 \times x_2 \times x_3 = \mathbf{0}$ , то  $\mathbf{m}(\alpha^0 \times h_*)(x) = \mathbf{0}$ , откуда  $\varphi(x) = \alpha^1(x) = \alpha^0(x) = x_1 \times x_2$ , что дает модель размерности 2.

Применяя алгоритм 2, получим более простую модель. Действительно, так как

$$\beta^1(x) = \mu(x) = x_1 \geq \alpha^0(x) = x_1 \times x_2,$$

то

$$\gamma(x) = \mathbf{M}(\beta^1)(x) = a_1 \sqrt{x_1 - x_2} + x_1,$$

что выражается через функцию

$$(h_* \times \beta^1)(x) = x_2 \times x_3 \times x_1.$$

В результате  $x_* = \varphi_*(x) = x_1$ ; модель описывается уравнениями

$$\begin{aligned} x_*(t+1) &= a_4 u_1(t) - a_1 \sqrt{x_*(t) - h_1(x)} + x_*(t); \\ z(t) &= x_*(t). \end{aligned} \quad (17)$$

Нетрудно видеть, что модель устойчива.

Предполагается, что параметры  $a_1$  и  $a_4$  могут находиться в границах  $\underline{a}_1 \leq a_1 \leq \bar{a}_1$  и  $\underline{a}_4 \leq a_4 \leq \bar{a}_4$  соответственно. Нетрудно проверить, что влияние неопределенностей  $a_4$  и  $h_1(x)$  на  $x_*$  в (17) положительно, а  $a_1$  — отрицательно; переменная  $x_*$  влияет двояко: находящаяся под знаком корня влияет отрицательно, в виде слагаемого  $+x_*$  — положительно. С учетом этого интервальный наблюдатель описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \underline{x}_*(t+1) &= \underline{a}_4 u_1(t) - \bar{a}_1 \sqrt{\bar{x}_*(t) - (y_1(t) - v_{*1})} + \underline{x}_*(t); \\ \bar{x}_*(t+1) &= \bar{a}_4 u_1(t) - \underline{a}_1 \sqrt{\underline{x}_*(t) - (y_1(t) + v_{*1})} + \bar{x}_*(t); \\ \underline{z}(t) &= \underline{x}_*(t); \\ \bar{z}(t) &= \bar{x}_*(t). \end{aligned}$$

Отметим, что функция  $\sqrt{\cdot}$  монотонна.

Введем ошибку оценивания  $\underline{e}_*(t) = x_*(t) - \underline{x}_*(t)$  и уравнение для нее:

$$\begin{aligned} \underline{e}_*(t+1) &= a_4 u_1(t) - a_1 \sqrt{x_*(t) - h_1(x(t))} + x_*(t) - \\ &- (\underline{a}_4 u_1(t) - \bar{a}_1 \sqrt{\bar{x}_*(t) - (y_1(t) - v_{*1})} + \underline{x}_*(t)) = \\ &= u_1(t)(a_4 - \underline{a}_4) + \bar{a}_1 \sqrt{\bar{x}_*(t) - (y_1(t) - v_{*1})} - \\ &- a_1 \sqrt{x_*(t) - h_1(x(t))} + \underline{e}_*(t) = \\ &= u_1(t)(a_4 - \underline{a}_4) + \bar{a}_1 \sqrt{\bar{x}_*(t) - h_1(x(t))} - \\ &- a_1 \sqrt{x_*(t) - h_1(x(t))} + \underline{e}_*(t). \end{aligned}$$

Так как  $\bar{x}_*(0) \geq x_*(0)$ ,  $\bar{a}_1 \geq a_1$ ,  $a_4 \geq \underline{a}_4$ ,  $u_1(t) \geq 0$  и  $\underline{e}_*(0) \geq 0$ , из приведенного выражения следует  $\underline{e}_*(1) \geq 0$ , т. е.  $x_*(1) \geq \underline{x}_*(1)$ . По ин-

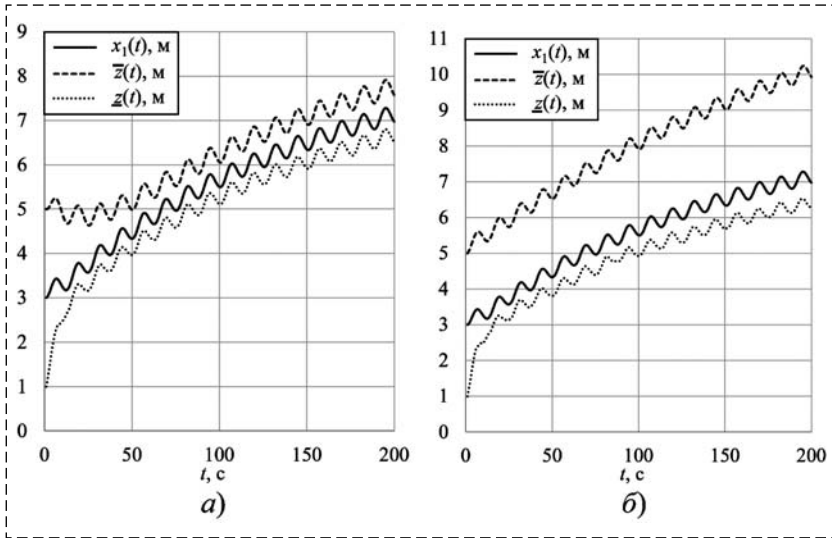


Рис. 2. Поведение переменных  $x_1(t)$ ,  $z(t)$  и  $\bar{z}(t)$   
 Fig. 2. Behavior of variables  $x_1(t)$ ,  $z(t)$  and  $\bar{z}(t)$

дукции нетрудно показать, что  $e_*(t) \geq 0$  и  $x_*(t) \geq \underline{x}_*(t)$  для всех  $t \geq 0$ , что дает  $z(t) \geq \underline{z}(t)$  для всех  $t \geq 0$ . Подобным образом показывается, что  $\bar{z}(t) \geq z(t)$ .

Для моделирования примем  $a_1 = a_2 = a_3 = 0,1$ ,  $a_4 = a_5 = 1$ , возмущение  $\rho(t)$  и шумы измерений представлены случайными величинами, равномерно распределенными на интервале  $[-0,2; 0,2]$ ,  $u_1(t) = u_2(t) = 0,1(1 + \sin(t/2))$ . На рис. 2 представлены результаты моделирования наблюдателя с начальными состояниями  $x_1(0) = 3$ ,  $x_2(0) = 2$ ,  $x_3(0) = 1$ ,  $\underline{x}_*(0) = 1$ ,  $\bar{x}_*(0) = 5$ . На рис. 2, а  $\bar{a}_1 = 0,11$ ,  $\underline{a}_1 = 0,09$ , на рис. 2, б  $\bar{a}_1 = 0,15$ ,  $\underline{a}_1 = 0,05$ . Видно, что при увеличении значений коэффициентов сверх минимальных интервал становится ожидаемо шире.

### Заключение

В работе рассмотрена задача построения интервальных наблюдателей для нелинейных динамических систем, описываемых дискретными моделями, при наличии внешних возмущений, шумов измерений и параметрических неопределенностей. Решение проведено на языке алгебры функций, позволяющей получить общее решение. Получены расчетные соотношения и правила, дающие возможность построить интервальные наблюдатели, не чувствительные к возмущениям и чувствительные в ограниченной степени. Теоретические результаты иллюстрированы примером для реальной технической системы.

Используемый в работе математический аппарат (алгебра функций) содержит четыре основные конструкции: 1) отношение частичного предпорядка, обозначаемое как  $\leq$ ; 2) две бинарные операции  $\times$  и  $\oplus$ ; 3) бинарное отношение  $\Delta$ ; 4) операторы  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{M}$ . Эти конструкции определены на множестве  $V_X$  векторных функций с областью определения в пространстве состояний  $X$ . Рассмотрим эти элементы более подробно.

1. *Отношение частичного предпорядка.* Для произвольных функций  $\alpha, \beta \in V_X$  записывается  $\alpha \leq \beta$ , если существует функция  $\gamma$  такая,

что  $\beta(x) = \gamma(\alpha(x))$  для всех  $x \in X$ . Определение означает, что каждая компонента функции  $\beta$  может быть выражена через компоненты функции  $\alpha$ . Если  $\alpha \leq \beta$  и  $\beta \leq \alpha$ , то функции  $\alpha$  и  $\beta$  называются эквивалентными, что обозначается как  $\alpha \cong \beta$ . Тожественная и эквивалентные ей функции обозначаются символом  $\mathbf{0}$ .

2. *Бинарные операции.* Известно, что для произвольных функций  $\alpha, \beta \in V_X$  существуют две бинарные операции  $\times$  и  $\oplus$ , определяемые следующим образом:

$$\alpha \times \beta = \inf(\alpha, \beta), \quad \alpha \oplus \beta = \sup(\alpha, \beta).$$

Указанные операции определяют функции с точностью до эквивалентности.

Правило вычисления операции  $\times$  выглядит просто:

$$(\alpha \times \beta)(x) = \begin{pmatrix} \alpha(x) \\ \beta(x) \end{pmatrix}.$$

Операция  $\oplus$  может быть вычислена с использованием средств дифференциальной геометрии [16]. В простейших случаях может быть использовано определение операции  $\alpha \oplus \beta$  как наименьшей верхней грани функций  $\alpha$  и  $\beta$ .

Рассмотрим пример вычисления функций  $\alpha \times \beta$  и  $\alpha \oplus \beta$ . Пусть  $X = R^3$ ,

$$\alpha(x) = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad \beta(x) = \begin{pmatrix} x_1 x_3 \\ x_2 x_3 \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} (\alpha \times \beta)(x) &\cong (x_1 + x_2, x_3, x_1 x_3)^T, \\ (\alpha \oplus \beta)(x) &= x_3(x_1 + x_2). \end{aligned}$$

3. *Бинарное отношение*  $\Delta$ . Для произвольных функций  $\alpha, \beta \in V_X$

$$(\alpha, \beta) \in \Delta \Leftrightarrow \alpha(f(x, u)) = f_*(\beta(x), u)$$

для всех  $(x, u) \in X \times U$  и некоторой функции  $f_*$ . Бинарное отношение  $\Delta$  самостоятельного значения не имеет и используется для определения операторов.

4. *Операторы*  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{M}$ . Для произвольных функций  $\alpha, \beta \in V_X$  операторы  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{M}$  определяются следующим образом.

Оператор  $\mathbf{m}$  задает функцию  $\mathbf{m}(\alpha) \in V_X$ , которая удовлетворит условиям: (i)  $(\alpha, \mathbf{m}(\alpha)) \in \Delta$ ; (ii) если  $(\alpha, \beta) \in \Delta$ , то  $\mathbf{m}(\alpha) \leq \beta$ .

Оператор  $\mathbf{M}$  задает функцию  $\mathbf{M}(\beta) \in V_X$ , которая удовлетворяет условиям: (i)  $(\mathbf{M}(\beta), \beta) \in \Delta$ ; (ii) если  $(\alpha, \beta) \in \Delta$ , то  $\alpha \leq \mathbf{M}(\beta)$ .

Из последних определений следует, что для произвольной  $\alpha$  выражение  $\mathbf{m}(\alpha)$  представляет собой минимальную функцию, формирующую пару с  $\alpha$ , и для произвольной  $\beta$  выражение  $\mathbf{M}(\beta)$  представляет собой максимальную функцию, формирующую пару с  $\beta$ .

Операторы  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{M}$  обладают рядом свойств, которые детально описаны в работе [16], где также можно найти правила вычисления операторов.

#### Список литературы

1. **Жирабок А. Н., Зуев А. В., Ким Чхун Ир.** Метод построения интервальных наблюдателей для стационарных линейных систем // Известия РАН. Теория и системы управления. 2022. № 4. С. 22–32. DOI: 10.31857/S0002338822010139.
2. **Жирабок А. Н., Ким Чхун Ир, Бобко Е. Ю.** Сравнительный анализ канонических форм в задачах диагностирования и оценивания // Мехатроника, автоматизация, управление. 2022. Т. 23, № 6. С. 289–294. DOI: 10.17587/mau.23.289-294.
3. **Ефимов Д. В., Раисси Т.** Построение интервальных наблюдателей для динамических систем с неопределенностями // АИТ. 2016. № 2. С. 5–49. DOI: 10.1134/S0005117916020016.
4. **Khan A., Xie W, Zhang L., Liu L.** Design and applications of interval observers for uncertain dynamical systems // IET Circuits Devices Syst. 2020. Vol. 14. P. 721–740. DOI: 10.1049/iet-cds.2020.0004.

5. **Kolesov N., Gruzlikov A., Lukoyanov E.** Using fuzzy interacting observers for fault diagnosis in systems with parametric uncertainty // Proceedings of the XII-th Inter. Symp. Intelligent Systems, INTELS'16, 5-7 October 2016, Moscow, Russia. P. 499–504.
6. **Кремлев А. С., Чеботарев С. Г.** Синтез интервального наблюдателя для линейной системы с переменными параметрами // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 4. С. 42–46.
7. **Efimov D., Raissi T., Perruquetti W., Zolghadri A.** Estimation and control of discrete-time LPV systems using interval observers // Proceedings of the 52nd IEEE Conf. On Decision and Control. Florence, Italy. 2013. P. 5036–5041.
8. **Chebotarev S., Efimov D., Raissi T., Zolghadri A.** Interval observers for continuous-time LPV systems with L1/L2 performance // Automatica. 2015. Vol. 51. P. 82–89. DOI: 10.1016/j.automatica.2015.05.009.
9. **Blesa J., Puig V., Bolea Y.** Fault detection using interval lpv models in an open-flow canal // Control Engineering Practice. 2010. Vol. 18. P. 460–470. DOI: 10.1016/j.conengprac.2010.01.002.
10. **Liu L., Xie W., Khan A., Zhang L.** Finite-time functional interval observer for linear systems with uncertainties // IET Control Theory and Applications. 2020. Vol. 14. P. 2868–2878. DOI: 10.1049/iet-cta.2020.0200.
11. **Marouani G., Dinh T., Raissi T., Wang X., Messaoud H.** Unknown input interval observers for discrete-time linear switched systems // European J. Control. 2021. Vol. 59. P.165–174. DOI: 10.1016/j.ejcon.2020.09.004.
12. **Mazenc F., Bernard O.** Asymptotically stable interval observers for planar systems with complex poles // IEEE Trans. Automatic Control. 2010. Vol. 55, N. 2. P. 523–527. DOI: 10.1109/TAC.2009.2037472.
13. **Meyer L.** Robust functional interval observer for multi-variable linear systems // J. Dynamic Systems, Meas. Control. 2019. Vol. 141. Art. no. 094502. DOI: 10.1115/1.4043334.
14. **Zheng G., Efimov D., Perruquetti W.** Interval state estimation for uncertain nonlinear systems // Proceedings of the IFAC NOLCOS 2013. Toulouse, France, 2013.
15. **Zhang K., Jiang B., Yan X., Edwards C.** Interval sliding mode based fault accommodation for non-minimal phase LPV systems with online control application // Intern. J. Control. 2019. DOI: 10.1080/00207179.2019.1687932.
16. **Жирабок А. Н., Шумский А. Е.** Алгебраические методы анализа нелинейных динамических систем. Владивосток: Дальнаука, 2008.
17. **Жирабок А. Н.** Поиск дефектов в нелинейных системах методом функционального диагностирования на основе обобщенных алгебраических инвариантов // АИТ. 1994. № 7. С. 160–169.
18. **Kaldmae A., Kotta U., Jiang B., Shumsky A., Zhirabok A.** Faulty plant reconfiguration based on disturbance decoupling methods // Asian J. Control. 2016. Vol. 8, N. 3. P. 858–867. DOI: 10.1371/journal.pone.0193972
19. **Жирабок А. Н., Шумский А. Е., Соляник С. П., Суворов А. Ю.** Метод построения нелинейных робастных диагностических наблюдателей // АИТ. 2017. № 9. С. 34–48. DOI: 10.1134/S000511791709003X.
20. **Нелинейная динамика и управление: Сборник статей.** Вып. 6 / Под ред. С. В. Емельянова, С. К. Коровина. М.: Физматлит, 2008.

## Interval Observer Design for Discrete-Time Nonlinear Dynamic Systems

**A. N. Zhirabok**<sup>1,2</sup>, zhirabok@mail.ru, **A. V. Zuev**<sup>1,2</sup>, alvzuev@yandex.ru,  
**A. E. Shumsky**<sup>1</sup>, a.e.shumsky@yandex.ru, **E. Yu. Bobko**<sup>1</sup>, bobko.eyu@dvfu.ru,

<sup>1</sup> Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation,

<sup>2</sup> Institute of Marine Technology Problems, 690950, Russian Federation

Corresponding author: **Zhirabok Alexey N.**, Dr. of Sci., Professor, Far Eastern Federal University, Vladivostok, 690950, Russian Federation, e-mail: zhirabok@mail.ru

Accepted on February 03, 2023

#### Abstract

The paper considers the problem of interval observer design for nonlinear dynamic systems described by discrete-time models under external disturbances, measurement noise, and parametric uncertainties. The problem is to design the

observer with fewer dimensions than that of the original system; such an observer must generate upper and lower bounds of admissible values of the prescribed nonlinear function of the original system state vector. To solve the problem, special mathematical tool is used. The advantage of this tool is that it allows studying the systems described by models with non-smooth nonlinearities. To construct interval observer, the reduced-order model of the original system insensitive or having minimal sensitivity to the disturbances is designed. The designing procedure is based on two algorithms: the first one is intended to design the model of minimal sensitivity; the second one is used to reduce the dimension of the model. The rules are formulated to ensure stability based on the prescribed set of the desirable eigenvalues and feedback. The interval observer consists of two subsystems: the first one generates the lower bound, the second one the upper bound. The relations describing both subsystems are given. To construct such an observer in the nonlinear case, the terms of positive and negative influence of variables describing the model are introduced. These terms allow finding out how the upper and lower bounds of these variables will appear in the interval observer. The conditions under which the observer can be designed are given. The theoretical results are illustrated by an example of three tank system. Simulation results based on the package Matlab show the effectiveness of the developed theory.

**Keywords:** dynamic systems, non-smooth nonlinearities, parametric uncertainties, discrete-time models, algebra of functions, bounds, interval observers, stability

**Acknowledgements:** This work was supported by the Russian Scientific Foundation, project no. 23-29-00191.

For citation:

Zhirabok A. N., Zuev A. V., Shumsky A. E., Bobko E. Yu. Interval Observer Design for Discrete-Time Nonlinear Dynamic Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 6, pp. 283–291.

DOI: 10.17587/mau.24.283-291

### References

- Zhirabok A., Zuev A., Kim C. Method to design interval observers for linear time-invariant systems, *J. Computer and Systems Sciences Int.*, 2022, vol. 61, no. 5, pp. 485–495, DOI: 10.31857/S0002338822010139.
- Zhirabok A., Zuev A., Kim C., Bobko E. Yu. Comparative analysis of canonical forms in fault diagnosis and estimation problems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 6, pp. 289–294, DOI: 10.17587/mau.23.289-294 (in Russian).
- Efimov D., Raissi T. Design of interval state observers for uncertain dynamical systems, *Autom. Remote Control*, vol. 77, no. 2, pp. 191–225, DOI: 10.1134/S0005117916020016.
- Khan A., Xie W., Zhang L., Liu L. Design and applications of interval observers for uncertain dynamical systems // *IET Circuits Devices Syst.*, 2020, vol. 14, pp. 721–740, DOI: 10.1049/iet-cds.2020.0004.
- Kolesov N., Gruzlikov A., Lukoyanov E. Using fuzzy interacting observers for fault diagnosis in systems with parametric uncertainty, *Proceedings of the XII-th Inter. Symp. Intelligent Systems, INTELS'16*, 5-7 October 2016, Moscow, Russia, pp. 499–504.
- Kremlev A., Chebotarev S. Synthesis of interval observers for linear systems with variable parameters, *Izv. Vuzov. Priboroostroenie*, 2013, vol. 56, no. 4, pp. 42–46 (in Russian).
- Efimov D., Raissi T., Perruquetti W., Zolghadri A. Estimation and control of discrete-time LPV systems using interval observers, *Proceedings of the 52nd IEEE Conf. on Decision and Control. Florence, Italy*, 2013, pp. 5036–5041.
- Chebotarev S., Efimov D., Raissi T., Zolghadri A. Interval observers for continuous-time LPV systems with L1/L2 performance, *Automatica*, 2015, vol. 51, pp. 82–89, DOI: 10.1016/j.automatica.2015.05.009.
- Blesa J., Puig V., Bolea Y. Fault detection using interval LPV models in an open-flow canal, *Control Engineering Practice*, 2010, vol. 18, pp. 460–470, DOI: 10.1016/j.conengprac.2010.01.002.
- Liu L., Xie W., Khan A., Zhang L. Finite-time functional interval observer for linear systems with uncertainties, *IET Control Theory and Applications*, 2020, vol. 14, pp. 2868–2878, DOI: 10.1049/iet-cta.2020.0200.
- Marouani G., Dinh T., Raissi T., Wang X., Messaoud H. Unknown input interval observers for discrete-time linear switched systems, *European J. Control*, 2021, vol. 59, pp. 165–174, DOI: 10.1016/j.ejcon.2020.09.004.
- Mazenc F., Bernard O. Asymptotically stable interval observers for planar systems with complex poles, *IEEE Trans. Automatic Control*, 2010, vol. 55, no. 2, pp. 523–527, DOI: 10.1109/TAC.2009.2037472.
- Meyer L. Robust functional interval observer for multi-variable linear systems. *J. Dynamic Systems, Measur. Control*, 2019, vol. 141, art. no. 094502, DOI: 10.1115/1.4043334.
- Zheng G., Efimov D., Perruquetti W. Interval state estimation for uncertain nonlinear systems, *Proceedings of the IFAC NOLCOS 2013*, Toulouse, France, 2013.
- Zhang K., Jiang B., Yan X., Edwards C. Interval sliding mode based fault accommodation for non-minimal phase LPV systems with online control application, *Intern. J. Control*, 2019, DOI: 10.1080/00207179.2019.1687932.
- Zhirabok A., Shumsky A. Algebraic methods of nonlinear dynamic system analysis. Vladivostok, Dalnaura, 2008 (in Russian).
- Zhirabok A. Fault isolation in nonlinear systems by fault diagnosis method based on generalized algebraic invariants, *Autom. and Remote Control*, 1994, no. 7, pp. 160–169.
- Kaldmae A., Kotta U., Jiang B., Shumsky A., Zhirabok A. Faulty plant reconfiguration based on disturbance decoupling methods, *Asian J. Control*, 2016, vol. 8, pp. 858–867, DOI: 10.1371/journal.pone.0193972.
- Zhirabok A., Shumsky A., Solyanic S., Suvorov A. Method of design of nonlinear diagnostic observers, *Autom. and Remote Control*, 2017, vol. 78, pp. 1572–1584, DOI: 10.1134/S000511791709003X.
- Emelyanov S., Korovin S. eds. Nonlinear dynamic and control. Vol. 6. Moscow, 2008 (in Russian).

С. А. Плотников, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., waterwalf@gmail.com  
Институт проблем машиноведения Российской академии наук, г. Санкт-Петербург

## Десинхронизация и колебательность в возбудимых сетях ФитцХью—Нагумо\*

*Изучение динамики сложных сетевых систем является одной из актуальных задач. Сетевые системы могут пребывать в различных состояниях, начиная от полной синхронизации, когда все системы в сети ведут себя согласованно, заканчивая полной десинхронизацией, т. е. полной рассогласованностью в функционировании систем. Явление синхронизации уже изучено достаточно хорошо: введены математические определения синхронизации, предложены алгоритмы исследования синхронизации, получены условия синхронизации для различных типов сетевых систем. Однако не так много работ на текущий момент посвящено исследованию десинхронизации. В данной работе вводится определение десинхронизации по выходу для сетей из нелинейных систем. Рассматриваются определения колебательности по Якубовичу, и устанавливается связь между колебательностью и десинхронизацией в сетях из возбудимых нелинейных систем. Возбудимые системы являются устойчивыми, поэтому колебания в них отсутствуют. Добавление связей между такими системами может привести к возникновению колебаний. Выводятся условия колебательности для диффузионно-связанных сетей из простейших моделей нейронов ФитцХью—Нагумо. Сначала рассматривается случай простейшей сети из двух связанных систем ФитцХью—Нагумо, а затем результат обобщается на случай из нескольких систем. Спектр матрицы Лапласа играет ключевую роль в динамике таких сетей. Получено условие, связывающее параметры единичной системы, входящей в сеть, и собственные числа матрицы Лапласа, которое устанавливает, будет ли сеть колебательной или нет. Число систем, которые будут генерировать колебания в такой сети, зависит от числа собственных чисел матрицы Лапласа, удовлетворяющих полученным условиям. Полученные аналитические результаты подтверждаются проведенным численным моделированием. Приводятся результаты моделирования полной десинхронизации в сети, когда все системы начинают колебаться, а также химероподобного состояния, при котором колеблется лишь часть систем, а остальные находятся в покое.*

**Ключевые слова:** десинхронизация, колебательность, нейронные сети, система ФитцХью—Нагумо, матрица Лапласа

### Введение

Изучение динамики сетей из нелинейных систем является важной задачей и имеет приложения в различных областях науки, таких как физика, инженерные науки, биология, социология и пр. [1, 2]. Системы в таких сетях могут формировать различные состояния сети: полную синхронизацию, при которой все системы в сети функционируют согласованно [3]; кластерную синхронизацию, при которой системы функционируют согласованно в небольших группах (кластерах), а сами группы не согласованы между собой [4]; состояние химеры, при котором одна часть систем синхронизирована, а другая — нет [5, 6]; десинхронизацию, при которой нет согласованности в функционировании систем.

В области нейронаук различные режимы функционирования нейронных сетей тесно связаны с нормальным функционированием мозга, а их нарушение приводит к возникновению различных патологий, таких как эссенциальный тремор [7], эпилепсия [8] и болезнь

Паркинсона [9]. В нормальном состоянии нейроны функционируют в несинхронизированном режиме. Поэтому важной задачей является поиск условий пребывания сетей в различных состояниях [10–12], а также синтез алгоритмов управления для перевода сети в желаемое состояние [13, 14].

В данной работе изучается явление десинхронизации в нейронных сетях. Для его изучения требуется ввести подходящее определение, которое будет удобно использовать для получения аналитических условий десинхронизации. Некоторые попытки ввести определение десинхронизации были сделаны в работах [15–17]. В настоящей работе будет введено другое определение десинхронизации и показана его связь с колебательностью. Понятие колебательности и удобные подходы к ее изучению были введены В. А. Якубовичем в 1973 г. [18]. Данный аппарат был применен к задаче Смейла — исследованию возможности возникновения колебаний при соединении пары возбудимых (асимптотически устойчивых) систем (клеток) [19, 20]. В настоящей работе этот аппарат будет применен для исследования колебаний и десинхронизации в сетях из возбудимых систем ФитцХью—Нагумо [21, 22].

\*Работа выполнена в ИПМаш РАН при поддержке Российского Научного Фонда (проект № 21-72-00107).

## Предварительные сведения

**Колебательность по Якубовичу.** Рассмотрим систему дифференциальных уравнений в форме Лурье

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\xi(t); \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t); \quad \xi(t) = \varphi(\mathbf{y}(t)),\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  — вектор состояния;  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^l$  — выход;  $\xi: \mathbb{R}^l \rightarrow \mathbb{R}^m$  — гладкая вектор-функция;  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  — постоянные вещественные матрицы размеров  $n \times n$ ,  $n \times m$ ,  $l \times n$  соответственно. Отметим, что произвольная система  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$  может быть записана в виде (1).

**Определение 1.** Для  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha < \beta$  скалярная функция  $\psi(t)$  называется  $(\alpha, \beta)$ -колебательной при  $t \rightarrow +\infty$ , если она ограничена, и выполнены следующие неравенства:

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \psi(t) \geq \beta, \quad \underline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \psi(t) \leq \alpha.$$

Скалярная функция  $\psi(t)$  называется колебательной по Якубовичу при  $t \rightarrow +\infty$ , если существуют некоторые константы  $\alpha, \beta$  такие, что  $\psi(t)$  является  $(\alpha, \beta)$ -колебательной при  $t \rightarrow +\infty$ .

**Определение 2.** Система (1) называется колебательной по Якубовичу по выходу  $\mathbf{y}$ , если для почти всех  $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$  ее решения  $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0)$  ограничены, и хотя бы для одного  $\mathbf{y}_i$ ,  $i = 1, \dots, l$ , выполнены неравенства

$$\underline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \mathbf{y}_i(\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0)) < \overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \mathbf{y}_i(\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0)).$$

Следующая теорема является одним из простейших критериев колебательности, но она не дает оценки для размаха колебаний  $\alpha, \beta$ .

**Теорема 1.** Пусть все решения системы (1) ограничены. Кроме того, пусть хотя бы одно из собственных чисел каждой из матриц линеаризованных систем  $\mathbf{Q}_i = \mathbf{A} + \mathbf{B}\varphi'(\mathbf{C}\mathbf{x}_i^*)\mathbf{C}$ , где  $\mathbf{x}_i^*$  — положения равновесия системы (1), а  $\varphi'(\mathbf{y})$  — матрица Якоби вектор-функции  $\varphi(\mathbf{y})$ , находится в правой комплексной полуплоскости, и ни одно из них не находится на мнимой оси. Тогда система (1) является колебательной по Якубовичу по выходу  $\mathbf{y}$ . Если все собственные числа матриц  $\mathbf{Q}_i$  находятся в правой полуплоскости, то множество начальных данных, для которых решения не являются колебаниями по выходу  $\mathbf{y}$ , имеет вид  $\Omega = \{\mathbf{x}: \mathbf{x} = \mathbf{x}_i^*\}$ .

Данные определения и теорема первоначально были сформулированы В. А. Якубовичем в работах [18, 19] и использовались для

диссипативных систем. Позже в работе [23] авторы заменили условие диссипативности на условие ограниченности.

**Система ФитцХью—Нагумо.** Одной из самых значимых работ в области вычислительной нейробиологии является работа Ходжкина и Хаксли [24] о нервной проводимости в гигантском аксоне кальмара. Однако система, синтезированная в этой работе, описывается четырехмерными нелинейными дифференциальными уравнениями и поэтому является достаточно сложной для исследования, особенно в контексте исследования динамики сетей из таких систем. Существуют также упрощенные модели, описывающие динамику единичного нейрона. Одной из таких моделей является система ФитцХью—Нагумо (ФХН) [21, 22], описываемая дифференциальными уравнениями второго порядка с кубической нелинейностью:

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{x}(t) = x(t) - \frac{x^3(t)}{3} - y(t); \\ \dot{y}(t) = x(t) + a, \end{cases}\quad (2)$$

где  $x, y \in \mathbb{R}$  являются переменными состояния и описывают трансмембранный потенциал и медленный ток восстановления, соответственно. Параметр  $\varepsilon \in \mathbb{R}$ , где  $0 < \varepsilon \leq 1$ , используется для разделения динамики на медленную и быструю;  $a \in \mathbb{R}$  является бифуркационным параметром: при  $|a| < 1$  система (2) является колебательной, тогда как при  $|a| > 1$  она является возбудимой, т. е. глобально асимптотически устойчивой.

## Определение десинхронизации

Под синхронизацией понимается согласованное во времени функционирование двух или нескольких процессов [1–3]. В зависимости от того, какие характеристики рассматриваемых процессов или объектов сравниваются, можно выделить различные типы синхронизации. Это может быть частотная синхронизация, используемая для процессов, для которых определено понятие частоты [25]; фазовая синхронизация, обобщенное понятие которой может использоваться для описания синхронизации хаотических процессов [26]; координатная синхронизация, понимаемая как совпадение координат векторов состояний систем [27] и др. Если рассматриваются идентичные процессы или объекты без возмущений, то синхронизация может

быть асимптотической [3] — случай, когда разность между рассматриваемыми характеристиками процессов стремится к нулю. В противном случае необходимо рассматривать понятие приближенной синхронизации ( $\varepsilon$ -синхронизации) [3, 28, 29], где  $\varepsilon$  определяет уровень точности синхронизации.

Если под десинхронизацией понимать отсутствие синхронизации, то можно упустить из рассмотрения несколько интересных режимов, таких как кластерная синхронизация и состояние химеры. Поэтому необходимо ввести корректное определение десинхронизации, которое не будет охватывать "промежуточные" случаи. Определение фазовой десинхронизации было дано в работах [15, 30]. В данной работе рассмотрим случай десинхронизации по выходу.

Определение десинхронизации по выходу было дано в работе [17] и основано на определении колебательности по Якубовичу. Если под синхронизацией по выходу понимается сходимость к нулю ошибок синхронизации (разности координат выходов различных систем), то под десинхронизацией по выходу предлагается понимать колебательность по Якубовичу системы из ошибок синхронизации. Однако это определение не определяет границы колебаний, поэтому, например,  $\varepsilon$ -синхронизация тоже может считаться десинхронизацией в смысле этого определения. Введем новое определение десинхронизации по выходу, учитывающее обозначенную проблему.

Рассмотрим сеть из  $N$  связанных систем размерности  $n$ :

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}); \mathbf{y}_i = \mathbf{C}\mathbf{x}_i, i = 1, \dots, N, \quad (3)$$

где  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{Nn}$  — вектор состояния всей сети;  $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^l$  — выход  $i$ -й системы;  $\mathbf{C}$  — постоянная матрица размера  $n \times l$ ;  $\mathbf{F}: \mathbb{R}^{Nn} \rightarrow \mathbb{R}^{Nn}$  — локально липшицева функция.

Для сети (3) введем среднюю взвешенную динамику

$$\mathbf{x}_s = \sum_{i=1}^N v_i \mathbf{x}_i; \mathbf{y}_s = \sum_{i=1}^N v_i \mathbf{y}_i; \sum_{i=1}^N v_i = 1.$$

**Определение 3.** Пару систем ( $i, j$ ) в сети (3) будем называть десинхронизированной по выходу  $\mathbf{y}$ , если  $|\mathbf{y}_{ik}(t) - \mathbf{y}_{jk}(t)| \geq \varepsilon, k = 1, \dots, l, \forall t \geq 0$ , где  $\varepsilon > 0$  — уровень десинхронизации.

Сеть из систем (3) будем называть полностью десинхронизированной по выходу  $\mathbf{y}$ , если

$|\mathbf{y}_{ik}(t) - \mathbf{y}_{sk}(t)| \geq \varepsilon, k = 1, \dots, l, i = 1, \dots, N, \forall t \geq 0$ , где  $\varepsilon > 0$  — уровень десинхронизации.

Определение 3 позволяет исключить случаи асимптотической синхронизации и  $\varepsilon$ -синхронизации, но оно тоже не лишено недостатков. Например, в случае противофазной синхронизации средняя динамика  $\mathbf{y}_s(t) = 0, \forall t \geq 0$ , поэтому этот случай удовлетворяет определению 3. Однако такое определение позволяет использовать подход координатного преобразования к системе из средней динамики и ошибок синхронизации [10, 11] и дальнейшего использования теорем, предложенных В. А. Якубовичем [18, 19] для анализа системы из ошибок синхронизации

Теперь, если для сети (3) ввести систему из ошибок синхронизации и показать, что она является колебательной по Якубовичу по выходу  $\mathbf{y}$ , причем для всех компонент выхода, то уровень десинхронизации  $\varepsilon$  можно будет определять как

$$\varepsilon = \max_{\substack{i=1, \dots, N \\ k=1, \dots, l}} \beta_{ik},$$

где каждая компонента выхода  $\mathbf{y}_{ik}(t) - \mathbf{y}_{sk}(t)$  является  $(\alpha_{ik}, \beta_{ik})$ -колебательной.

Отметим, что  $\varepsilon$  должен быть достаточно велик, например, в случае колебательной сети он должен быть соизмерим с амплитудой колебаний несвязанной системы.

### Десинхронизация в двух связанных системах ФитцХью—Нагумо

В качестве примера рассмотрим две идентичные диффузионно-связанные системы ФХН

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{x}_1(t) = x_1(t) - \frac{x_1^3(t)}{3} - y_1(t) + c(x_1(t) - x_2(t)); \\ \dot{y}_1(t) = x_1(t) + a; \\ \varepsilon \dot{x}_2(t) = x_2(t) - \frac{x_2^3(t)}{3} - y_2(t) + c(x_2(t) - x_1(t)); \\ \dot{y}_2(t) = x_2(t) + a, \end{cases} \quad (4)$$

где  $c$  — сила связи между двумя узлами. Введем переменные средней динамики и ошибок синхронизации

$$\begin{aligned} x_s &= \frac{1}{2}(x_1 + x_2), & y_s &= \frac{1}{2}(y_1 + y_2), \\ \delta_x &= \frac{1}{2}(x_1 - x_2), & \delta_y &= \frac{1}{2}(y_1 - y_2), \end{aligned}$$

тогда уравнения (4) можно представить в новых координатах в виде

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{x}_s(t) = x_s(t) - \frac{x_s^3(t)}{3} - \delta_x^2(t)x_s(t) - y_s(t); \\ \dot{y}_s(t) = x_s(t) + a; \\ \varepsilon \dot{\delta}_x(t) = (1 + 2c)\delta_x(t) - \frac{\delta_x^3(t)}{3} - \\ - \delta_x(t)x_s^2(t) - \delta_y(t); \\ \dot{\delta}_y(t) = \delta_x(t). \end{cases} \quad (5)$$

Заметим, что напрямую применить Теорему 1 к подсистеме из ошибок синхронизации не получится, так как данная подсистема не является замкнутой. Поэтому применим ее ко всей системе (5). Для этого найдем ее положения равновесия и линеаризуем эту систему возле каждого из них. Полученная система (5) имеет единственное положение равновесия

$$x_s^* = -a, \quad y_s^* = -a + \frac{a^3}{3}, \quad \delta_x^* = 0, \quad \delta_y^* = 0,$$

значит, ее линеаризованная форма имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_s(t) = \frac{1}{\varepsilon}[(1 - a^2)x_s(t) - y_s(t)]; \\ \dot{y}_s(t) = x_s(t); \\ \dot{\delta}_x(t) = \frac{1}{\varepsilon}[(1 - a^2 + 2c)\delta_x(t) - \delta_y(t)]; \\ \dot{\delta}_y(t) = \delta_x(t), \end{cases}$$

а матрица линейной части имеет блочно-диагональную форму:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} (1 - a^2)/\varepsilon & -1/\varepsilon & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - a^2 + 2c)/\varepsilon & -1/\varepsilon \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

и следующие собственные числа:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1 - a^2 \pm \sqrt{(1 - a^2)^2 - 4\varepsilon}}{2\varepsilon},$$

$$\lambda_{3,4} = \frac{1 - a^2 + 2c \pm \sqrt{(1 - a^2 + 2c)^2 - 4\varepsilon}}{2\varepsilon}.$$

Числа  $\lambda_{1,2}$  соответствуют средней динамике и имеют отрицательные вещественные части при  $|a| > 1$ . Числа  $\lambda_{3,4}$  соответствуют системе из ошибок синхронизации и имеют положительные вещественные части, если  $2c > a^2 - 1$ . Заметим, что собственные числа матриц не меняются при координатном преобразовании, поэтому они же являются собственными числами матрицы линейной части исходной системы (4). Ограниченность решений в диффузионно-связанной сети систем ФХН была доказана в работе [12]. Поэтому условия Теоремы 1 выполнены, значит, выполнено и ее заключение.

**Теорема 2.** Две связанные идентичные возбудимые ( $|a| > 1$ ) системы ФХН (4) колебательны по Якубовичу по выходу  $(x_1, x_2)^T$  для почти всех начальных данных, если  $2c > a^2 - 1$

В данном случае колебательность системы (4) означает колебательность системы из ошибок синхронизации, а значит, система (4) полностью десинхронизирована по выходу  $(x_1, x_2)^T$  с некоторым уровнем  $\varepsilon$ .

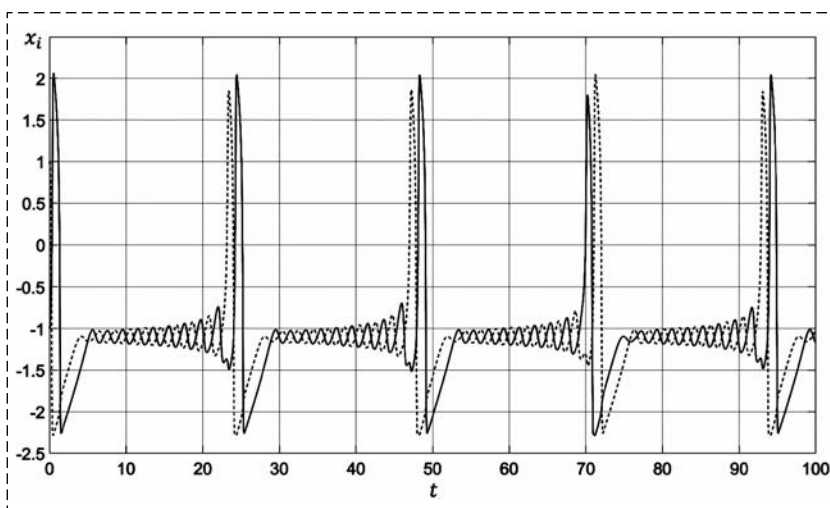


Рис. 1. Динамика трансмембранных потенциалов  $x_i$  двух систем ФХН (4). Случай десинхронизации

Fig. 1. Dynamics of transmembrane potentials  $x_i$  of two FHN systems (4). Desynchronization case

Отметим, что в случае колебательной системы ФХН ( $|a| < 1$ ) средняя динамика сети будет тоже колебательной, поэтому исходная система (4) будет колебательной при любой силе связи.

Промоделируем динамику двух связанных систем ФХН (4) при параметрах  $a = 1,1$ ,  $\varepsilon = 0,1$ ,  $c = 0,11$  и начальных данных  $x_1 = -1$ ,  $y_1 = -1$ ,  $x_2 = 1$ ,  $y_2 = 1$ . В данном случае несвязанные системы ФХН являются возбудимыми, т. е. колебания отсутствуют. Условия Теоремы 2 выполнены, а значит, связанные системы ФХН колебательны по Якубовичу по выходу  $(x_1, x_2)^T$ . На рис. 1 представлена динамика трансмембранных по-

тенциалов  $x_1, x_2$  двух систем ФХН: имеют место десинхронизированные колебания.

### Десинхронизация в сети из систем ФитцХью—Нагумо

Теперь рассмотрим сеть из  $N$  диффузионно-связанных возбудимых систем ФХН:

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{x}_i(t) = x_i(t) - \frac{x_i^3(t)}{3} - \\ - y_i(t) + \sum_{j=1}^N c_{ij}(x_j(t) - x_i(t)); \\ \dot{y}_i(t) = x_i(t) + a, \quad i = 1, \dots, N, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\mathbf{C} = (c_{ij})$ ,  $i, j = 1, \dots, N$ , — матрица смежности графа  $G$ , соответствующего рассматриваемой сети.

Данная сеть имеет единственное положение равновесия

$$x_i^* = -a, \quad y_i^* = -a + \frac{a^3}{3}, \quad i = 1, \dots, N,$$

поэтому ей соответствует следующая линеаризованная система:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = \\ = \frac{1}{\varepsilon} \left[ (1 - a^2)x_i(t) - y_i(t) + \sum_{j=1}^N c_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) \right]; \\ \dot{y}_i(t) = x_i(t), \quad i = 1, \dots, N, \end{cases}$$

которую можно представить в векторной форме:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = ((\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A}) + (\mathbf{L} \otimes \mathbf{B}))\mathbf{x}(t),$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} (1 - a^2)/\varepsilon & -1/\varepsilon \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1/\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Здесь  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{2N}$  — вектор состояния всей сети;  $\mathbf{I}_N$  — единичная матрица размера  $N \times N$ ;  $\mathbf{L}$  — матрица Лапласа графа  $G$ ;  $\otimes$  — произведение Кронекера двух матриц. Предположим, что граф  $G$  является неориентированным, тогда существует матрица  $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  такая, что  $\mathbf{L} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^T$ , где  $\mathbf{\Lambda}$  — диагональная матрица, на диагонали которой стоят собственные числа матрицы Лапласа.

Сделаем преобразование координат  $\mathbf{z} = \mathbf{U}^T \otimes \mathbf{I}_2 \mathbf{x}$ , используя свойство произведения

Кронекера, тогда уравнения сети в новых координатах имеют вид

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{J}\mathbf{z}(t) = ((\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A}) + (\mathbf{\Lambda} \otimes \mathbf{B}))\mathbf{z}(t).$$

Матрица полученного линейного уравнения имеет блочно-диагональную форму, где первый блок соответствует средней динамике, а остальные — ошибкам синхронизации (см., например, [10, 11]). Каждый блок  $\mathbf{J}_i$  полученной матрицы  $\mathbf{J}$  имеет вид

$$\mathbf{J}_i = \begin{pmatrix} (1 - a^2 + \lambda_i(G))/\varepsilon & -1/\varepsilon \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad i = 1, \dots, N,$$

где  $\lambda_i(G)$  — собственные числа матрицы Лапласа  $\mathbf{L}$  графа  $G$ . Найдем собственные числа блока  $\mathbf{J}_i$ :

$$\lambda_{i,1,2} = \frac{1 - a^2 + \lambda_i(G) \pm \sqrt{(1 - a^2 + \lambda_i(G))^2 - 4\varepsilon}}{2\varepsilon}.$$

Матрица Лапласа  $\mathbf{L}$  имеет нулевое собственное число  $\lambda_1(G) = 0$ , которое является минимальным. При  $|a| > 1$  собственные числа блока  $\mathbf{J}_1$  имеют отрицательные вещественные части, а значит, подсистема, описывающая среднюю динамику, является возбудимой. Для того чтобы система (6) была колебательной по Якубовичу, достаточно, чтобы собственные числа хотя бы одного блока  $\mathbf{J}_i$  имели положительные вещественные части. Ограниченность решений в диффузионно-связанной сети систем ФХН была доказана в работе [12]. Поэтому условия Теоремы 1 выполнены, значит, выполнено и ее заключение.

**Теорема 3.** Сеть из связанных возбудимых ( $|a| > 1$ ) систем ФХН (6) с неориентированным графом связей колебательна по Якубовичу по выходу  $(x_1, \dots, x_N)^T$  для почти всех начальных данных, если  $\lambda_{\max}(G) > a^2 - 1$ .

Таким образом, в зависимости от того, сколько собственных чисел матрицы Лапласа удовлетворяют условию  $\lambda_i(G) > a^2 - 1$ , будет разное число колебательных компонент вектора из ошибок синхронизации, а значит, и число десинхронизированных пар в сети (6). В данном случае десинхронизированные пары систем сети будут колебательными, а оставшиеся синхронизированные системы будут возбудимыми (в них колебания будут отсутствовать), т. е. полученное состояние сети можно охарактеризо-

вать как некоторое химероподобное состояние. Если же все собственные числа всех блоков  $\mathbf{J}_i$ , кроме первого, будут иметь положительные вещественные части, т. е. будет выполнено неравенство  $\lambda_2(G) > a^2 - 1$ , то сеть (6) будет полностью десинхронизирована по выходу  $(x_1, \dots, x_N)^T$  с некоторым уровнем  $\varepsilon$ . Второе минимальное собственное число матрицы Лапласа  $\lambda_2(G)$  называется алгебраической связностью и является положительным, если граф связей является связным.

Отметим, что для сети из колебательных систем ФХН ( $|a| < 1$ ) все блоки  $\mathbf{J}_i$  имеют собственные числа с положительными вещественными частями даже при отсутствии связей в сети.

Проведем моделирование динамики сети из  $N = 100$  систем ФХН (6). Параметры системы выбраны следующим образом:  $a = 1,1$ ,  $\varepsilon = 1$ . Матрица смежности  $\mathbf{C}$  является симметричной, с нулями на главной диагонали, где остальные элементы являются произвольными положительными числами, т. е. рассматривается случай полного взвешенного неориентированного графа связей  $G$  без петель. Начальные данные равномерно распределены на отрезке  $[0; 1]$ .

В первом случае матрица  $\mathbf{C}$  выбрана таким образом, что только два собственных числа соответствующей матрицы Лапласа  $\mathbf{L}$  удовлетворяют неравенству  $\lambda_i(G) > a^2 - 1$ . По Теореме 3 такая сеть из систем ФХН будет колебательной по Якубовичу по выходу  $(x_1, \dots, x_N)^T$ . Результаты моделирования динамики такой сети представлены на рис. 2 (см. вторую сторону обложки). Здесь ось абсцисс соответствует времени  $t$ , тогда как ось ординат соответствует номеру узла в сети  $i = 1, \dots, N$ . Значения функций  $x_i(t)$  изображены цветом. Из рис. 2 видно, что только две системы в сети являются колебательными, остальные же являются возбудимыми, т. е. в них колебания отсутствуют.

Теперь рассмотрим случай, при котором все собственные числа матрицы Лапласа  $\mathbf{L}$ , кроме первого, удовлетворяют неравенству  $\lambda_i(G) > a^2 - 1$ , т. е. выполнено неравенство  $\lambda_2(G) > a^2 - 1$ . Результаты моделирования динамики такой сети представлены на рис. 3 (см. вторую сторону обложки). Видно, что в данном случае все системы в сети являются колебательными. Состояние такой сети удовлетворяет определению полностью десинхронизированной. Однако также можно утверждать, что некоторые узлы такой сети противофазно синхронизированы, тогда как другие — синфазно.

## Заключение

В работе было предложено определение десинхронизации по выходу для сети из нелинейных систем. Показана взаимосвязь между понятиями колебательности по Якубовичу и десинхронизации в сетях из возбудимых систем. На примере двух связанных возбудимых систем ФитцХью—Нагумо было показано, как можно получать условия колебательности для возбудимых систем. Далее данный результат был обобщен на случай сети из связанных систем ФитцХью—Нагумо. Показано, что число колебательных систем в такой сети зависит от спектра матрицы Лапласа графа связей сети. Также было проведено моделирование динамики сетей из систем ФитцХью—Нагумо, результаты которого соотносятся с полученными аналитическими условиями.

## Список литературы

1. **Блехман И. И.** Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1981. 352 с.
2. **Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J.** Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. 411 p.
3. **Фрадков А. Л.** Кибнетическая физика: принципы и примеры. СПб.: Наука, 2003. 208 с.
4. **Ma C., Yang Q., Wu X., Lu J.** Cluster synchronization: from single-layer to multi-layer networks // *Chaos*. 2019. Vol. 29. P. 123120.
5. **Kuramoto Y., Battogtokh D.** Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators // *Nonlinear Phenom. Complex Syst.* 2002. Vol. 4. P. 380–385.
6. **Panaggio M. J., Abrams D. M.** Chimera states: coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators // *Nonlinearity*. 2015. Vol. 28, N. 3. P. R67.
7. **Schnitzler A., Munks C., Butz M., Timmermann L., Gross J.** Synchronized brain network associated with essential tremor as revealed by magnetoencephalography // *Mov. Disorders*. 2009. Vol. 24, N. 11. P. 1629–1635.
8. **Wong R. K., Traub R. D., Miles R.** Cellular basis of neuronal synchrony in epilepsy // *Adv. Neurol.* 1986. Vol. 44. P. 583–592.
9. **Hammond C., Bergman H., Brown P.** Pathological synchronization in Parkinson's disease: networks, models and treatments // *Trends Neurosci.* 2007. Vol. 30, N. 7. P. 357–364.
10. **Джунусов И. А., Фрадков А. Л.** Синхронизация в сетях линейных агентов с обратными связями по выходам // *АиТ*. 2011. № 8. С. 41–52.
11. **Panteley E., Loria A.** Synchronization and dynamic consensus of heterogeneous networked systems // *IEEE Trans. Automat. Control*. 2017. Vol. 62, N. 8. P. 3758–3773.
12. **Steuer E., Tyukin I., Nijmeijer H.** Semipassivity and synchronization of diffusively coupled neuronal oscillators // *Phys. D*. 2009. Vol. 328, N. 21. P. 2119–2128.
13. **Plotnikov S. A., Fradkov A. L.** Desynchronization control of FitzHugh-Nagumo networks with random topology // *IFAC-PapersOnLine*. 2019. Vol. 52, N. 16. P. 640–645.
14. **Имангазиева А. В.** Синхронизация сети нелинейных объектов с запаздыванием по состоянию в условиях неопределенности // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2020. Т. 21. № 5. С. 266–273.

15. **Franci A., Chaillet A., Panteley E., Lamnabhi-Lagarrigue F.** Desynchronization and inhibition of Kuramoto oscillators by scalar mean-field feedback // *Math. Control Signals Syst.* 2012. Vol. 24. P. 169–217.
16. **Zhao Y., Feng Z.** Desynchronization in synchronous multi-coupled chaotic neurons by mix-adaptive feedback control // *J. Biol. Dyn.* 2013. Vol. 7, N. 1. P. 1–10.
17. **Plotnikov S. A., Fradkov A. L.** Desynchronization in oscillatory networks based on Yakubovich oscillatory // *IFAC PapersOnLine.* 2020. Vol. 53, N. 2. P. 1037–1042.
18. **Якубович В. А.** Частотные условия автоколебаний в нелинейных системах с одной стационарной нелинейностью // *Сиб. Мат. Журн.* 1973. Т. 14. № 5. С. 1100–1129.
19. **Томберг Э. А., Якубович В. А.** Условия автоколебаний в нелинейных системах // *Сиб. Мат. Журн.* 1989. Т. 30. № 4. С. 180–195.
20. **Томберг Э. А., Якубович В. А.** Об одной задаче Смейла // *Сиб. Мат. Журн.* 2000. Т. 41, № 4. С. 926–928.
21. **FitzHugh R.** Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane // *Biophys. J.* 1961. Vol. 1, N. 6. P. 445–466.
22. **Nagumo J., Arimoto S., Yoshizawa S.** An active pulse transmission line simulating nerve axon // *Proc. IRE.* 1962. Vol. 50, N. 10. P. 2061–2070.
23. **Ефимов Д. В., Фрадков А. Л.** Условия колебательности по Якубовичу для нелинейных систем // *Вестн. СПбГУ.* 2006. Т. 1, № 4. С. 28–40.
24. **Hodgkin A. L., Huxley A. F.** A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve // *J. Physiol.* 1952. Vol. 117, N. 4. P. 500–544.
25. **Arenas A., Díaz-Guilera A., Kurths J., Moreno Y., Zhou C.** Synchronization in complex networks // *Phys. Rep.* 2008. Vol. 469, N. 3. P. 93–153.
26. **Rosenblum M. G., Pikovsky A. S., Kurths J.** Phase synchronization of chaotic oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76. P. 1804–1807.
27. **Афраймович В. С., Веричев Н. Н., Рабинович М. И.** Стохастическая синхронизация колебаний в диссипативных системах // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1986. Т. 29. № 9. С. 1050–1060.
28. **He W., Du W., Qian F., Cao J.** Synchronization analysis of heterogeneous dynamical networks // *Neurocomputing.* 2013. Vol. 104. P. 146–154.
29. **Plotnikov S. A., Fradkov A. L.** On synchronization in heterogeneous FitzHugh–Nagumo networks // *Chaos, Solit. Fract.* 2019. Vol. 121. P. 85–91.
30. **Franci A., Panteley E., Chaillet A., Lamnabhi-Lagarrigue F.** Desynchronization of coupled phase oscillators, with application to the Kuramoto system under mean-field feedback // *In 50th IEEE Conf. on Decis. Cont. & Europ. Cont. Conf.* 2011. P. 6748–6753.

## Desynchronization and Oscillatory in Excitable FitzHugh-Nagumo Networks

**S. A. Plotnikov**, waterwalf@gmail.com,

Institute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences,  
St. Petersburg, 199178, Russian Federation

*Corresponding author: Plotnikov Sergei A.*, PhD, Senior Researcher,  
Institute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences,  
St. Petersburg, 199178, Russian Federation, e-mail: waterwalf@gmail.com

*Accepted on March 06, 2023*

### Abstract

*Study of dynamics of complex networked systems is one of the relevant problems. Networked systems can be in various states, ranging from complete synchronization, when all systems in the network are coherent, to complete desynchronization, i.e. complete incoherence in the functioning of systems. Synchronization phenomenon has already been well studied, namely, the mathematical definitions of synchronization are introduced, algorithms of studying synchronization are proposed, and synchronization conditions of various types of networked systems are established. Whereas a few works are devoted to the study of desynchronization nowadays. This paper introduces output desynchronization notion for networks of nonlinear systems. The definitions about Yakubovich oscillatory are considered and the link between oscillatory and desynchronization in networks of excitable nonlinear systems is established. Excitable systems are stable; therefore, they do not generate oscillations. Adding couplings between such systems can lead to occurrence of oscillations. The conditions about oscillatory in diffusively coupled networks of FitzHugh–Nagumo systems, which are the simplest neuron models, are derived. Firstly, the case of the simplest network of two coupled systems is considered, and afterwards, obtained result is generalized for the case of several systems. Laplace matrix spectrum plays crucial role in dynamics of such networks. The condition that connects the parameters of the uncoupled system in the network and the eigenvalues of the Laplace matrix, is obtained which determines whether the network is oscillatory or not. The number of systems that generate oscillations in such a network depends on the number of eigenvalues of the Laplace matrix that satisfy the obtained conditions. Obtained analytical results are confirmed by simulation. The results of simulation of complete desynchronization in the network, when all systems begin to oscillate, as well as a chimera-like state, in which only a part of the systems oscillates, while the other part are rest, are presented.*

**Keywords:** desynchronization, oscillatory, neural networks, FitzHugh–Nagumo system, Laplace matrix

**Acknowledgements:** This work was performed in IPME RAS and supported by Russian Science Foundation (project no. 21-72-00107).

For citation:

**Plotnikov S. A.** Desynchronization and Oscillatory in Excitable FitzHugh–Nagumo Networks, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2023, vol. 24, no. 6, pp. 292–299.

DOI: 10.17587/mau.24.292-299

## References

1. **Blekhman I. I.** Synchronization in science and technology, New York, ASME Press, 1988, 255 p.
2. **Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J.** Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences, Cambridge, Cambridge University Press, 2001, 411 p.
3. **Fradkov A.** Cybernetical physics: from control of chaos to quantum control, Berlin, Springer-Verlag, 2007, 248 p.
4. **Ma C., Yang Q., Wu X., Lu J.** Cluster synchronization: from single-layer to multi-layer networks, *Chaos*, 2019, vol. 29, pp. 123120.
5. **Kuramoto Y., Battogtokh D.** Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators, *Nonlinear Phenom. Complex Syst.*, 2002, vol. 4, pp. 380–385.
6. **Panaggio M. J., Abrams D. M.** Chimera states: coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators, *Nonlinearity*, 2015, vol. 28, no. 3, pp. R67.
7. **Schnitzler A., Munks C., Butz M., Timmermann L., Gross J.** Synchronized brain network associated with essential tremor as revealed by magnetoencephalography, *Mov. Disorders*, 2009, vol. 24, no. 11, pp. 1629–1635.
8. **Wong R. K., Traub R. D., Miles R.** Cellular basis of neuronal synchrony in epilepsy, *Adv. Neurol.*, 1986, vol. 44, pp. 583–592.
9. **Hammond C., Bergman H., Brown P.** Pathological synchronization in Parkinson's disease: networks, models and treatments, *Trends Neurosci.*, 2007, vol. 30, no. 7, pp. 357–364.
10. **Dzhunusov I. A., Fradkov A. L.** Synchronization in networks of linear agents with output feedbacks, *Autom. Remote Control*, 2011, vol. 72, no. 8, pp. 1615–1626.
11. **Panteley E., Loria A.** Synchronization and dynamic consensus of heterogeneous networked systems, *IEEE Trans. Automat. Control*, 2017, vol. 62, no. 8, pp. 3758–3773.
12. **Steuer E., Tyukin I., Nijmeijer H.** Semipassivity and synchronization of diffusively coupled neuronal oscillators, *Phys. D*, 2009, vol. 328, no. 21, pp. 2119–2128.
13. **Plotnikov S. A., Fradkov A. L.** Desynchronization control of FitzHugh–Nagumo networks with random topology, *IFAC PapersOnLine*, 2019, vol. 52, no. 16, pp. 640–645.
14. **Imangazieva A. V.** Synchronization of a network of nonlinear plants with time delay as in condition under uncertainty, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 5, pp. 266–273 (in Russian).
15. **Franci A., Chaillet A., Panteley E., Lamnabhi-Lagarrigue F.** Desynchronization and inhibition of Kuramoto oscillators by scalar mean-field feedback, *Math. Control Signals Syst.*, 2012, vol. 24, pp. 169–217.
16. **Zhao Y., Feng Z.** Desynchronization in synchronous multi-coupled chaotic neurons by mix-adaptive feedback control, *J. Biol. Dyn.*, 2013, vol. 7, no. 1, pp. 1–10.
17. **Plotnikov S. A., Fradkov A. L.** Desynchronization in oscillatory networks based on Yakubovich oscillatory, *IFAC PapersOnLine*, 2020, vol. 53, no. 2, pp. 1037–1042.
18. **Yakubovich V. A.** Frequency-domain criteria for oscillation in nonlinear systems with one stationary nonlinear component, *Sib. Math. J.*, 1973, vol. 14, no. 5, pp. 768–788.
19. **Tomberg E. A., Yakubovich V. A.** Conditions for auto-oscillations in nonlinear systems, *Sib. Math. J.*, 1989, vol. 30, no. 4, pp. 641–653.
20. **Tomberg E. A., Yakubovich V. A.** On one problem of Smale, *Sib. Math. J.*, 2000, vol. 41, no. 4, pp. 771–773.
21. **FitzHugh R.** Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane, *Biophys. J.*, 1961, vol. 1, no. 6, pp. 445–466.
22. **Nagumo J., Arimoto S., Yoshizawa S.** An active pulse transmission line simulating nerve axon, *Proc. IRE*, 1962, vol. 50, no. 10, pp. 2061–2070.
23. **Efimov D. V., Fradkov A. L.** Conditions of Yakubovich oscillatory for nonlinear systems, *Vestnik St. Petersburg University, Mathematics*, 2006, vol. 39, no. 4, pp. 203–215.
24. **Hodgkin A. L., Huxley A. F.** A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve, *J. Physiol.*, 1952, vol. 117, no. 4, pp. 500–544.
25. **Arenas A., Díaz-Guilera A., Kurths J., Moreno Y., Zhou C.** Synchronization in complex networks, *Phys. Rep.*, 2008, vol. 469, no. 3, pp. 93–153.
26. **Rosenblum M. G., Pikovsky A. S., Kurths J.** Phase synchronization of chaotic oscillators, *Phys. Rev. Lett.*, 1996, vol. 76, pp. 1804–1807.
27. **Afraimovich V. S., Verichev N. N., Rabinovich M. I.** Stochastic synchronization of oscillations in dissipative systems, *Izvestiya vuzov. Radiofizika*, 1986, vol. 29, no. 9, pp. 1050–1060 (in Russian).
28. **He W., Du W., Qian F., Cao J.** Synchronization analysis of heterogeneous dynamical networks, *Neurocomputing*, 2013, vol. 104, pp. 146–154.
29. **Plotnikov S. A., Fradkov A. L.** On synchronization in heterogeneous FitzHugh–Nagumo networks, *Chaos, Solit. Fract.*, 2019, vol. 121, pp. 85–91.
30. **Franci A., Panteley E., Chaillet A., Lamnabhi-Lagarrigue F.** Desynchronization of coupled phase oscillators, with application to the Kuramoto system under mean-field feedback. In *50th IEEE Conf. on Decis. Cont. & Europ. Cont. Conf.*, 2011, pp. 6748–6753.

**М. М. Липкович**, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., lipkovich.mikhail@gmail.com,  
Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург,  
**А. Р. Сагатдинов**, студент, amazar226@gmail.com,  
Санкт-Петербургский государственный университет

## Применение алгоритма "Полоска" для онлайн-декодирования ЭЭГ-паттернов\*

*Рассматривается задача определения по сигналам электроэнцефалограммы того, какой рукой — правой или левой — испытуемый намеревается совершить движение. Актуальность задачи обусловлена широким распространением интерфейсов мозг—компьютер, где электроэнцефалография является одним из основных неинвазивных методов снятия сигналов с головного мозга. Определив руку, которой испытуемый намеревается совершить движение, можно подавать соответствующие команды в компьютер.*

*Для решения поставленной задачи из отрезков сигналов, предшествующих движению, выделяются временные и частотные признаки, которые подаются на вход модели машинного обучения. Задача формулируется как задача бинарной классификации. Модель должна предсказать, будет ли движение совершено правой рукой или левой.*

*В отличие от стандартной постановки задачи обучения с учителем предполагается, что предзаданный набор данных для обучения отсутствует, и семплы для обучения модели поступают один за другим. Таким образом имитируется ситуация, при которой модель должна работать с новым испытуемым и подстроиться под него в реальном времени. Традиционным методом обучения линейных моделей в такой парадигме является стохастический градиентный спуск. Ранее было показано, что алгоритм "Полоска", разработанный В. А. Якубовичем для ряда задач, обладает более высокой скоростью сходимости, чем стохастический градиентный спуск. Однако это достигается за счет того, что шаг алгоритма совершается на каждый признак семпла. Это делает рассматриваемую ранее версию "Полоски" не пригодной для работы с данными высокой размерности. В статье предлагается использование другой версии "Полоски", не обладающей указанным недостатком.*

*Предложенный алгоритм апробирован на открытом наборе данных с соревнований "BCI competition II". Показано, что алгоритм обладает более высокой скоростью совершения одного шага обучения по сравнению с традиционными линейными моделями на основе стохастического градиентного спуска на рассматриваемом наборе данных, что является преимуществом при использовании в реальном времени.*

**Ключевые слова:** рекуррентные целевые неравенства, интерфейсы мозг—компьютер, классификация ЭЭГ, машинное обучение

### Введение

В настоящее время широкое распространение получили интерфейсы мозг—компьютер [1], применяемые в протезировании [2], реабилитации [3], лечении неврологических заболеваний [4, 5] и других областях. Для обеспечения взаимодействия между мозгом и компьютером необходимо снимать сигналы с мозга. Одним из наиболее популярных неинвазивных методов снятия сигналов с мозга является электроэнцефалография (ЭЭГ) [6]. В случае использования ЭЭГ возникает задача декодирования паттернов в целях выделения из них полезных команд. Например, определив по сигналам ЭЭГ движения правой и левой рукой, можно сопоставить им разные управляющие воздействия на мобильного робота [7]. Однако большой интерес для интерфейсов мозг—компьютер представляет задача выявления паттернов из сигналов до осуществления испы-

туемого движения [8, 9]. Таким образом, требуется определить намерение совершить движение. Данную задачу можно сформулировать как классификационную задачу машинного обучения, где требуется обучить модель, которая по признакам, выделенным из отрезков сигналов ЭЭГ, предшествующих движению, должна определять, будет ли совершено движение или какое именно движение будет совершено.

Целью данной работы является разработка алгоритма для решения задачи определения руки, которой испытуемый намеревается совершить движение. В качестве источника данных для апробации подхода используется открытый датасет "IV" с соревнований "BCI competition II"<sup>1</sup>, в котором представлены сигналы ЭЭГ испытуемого, совершающего нажатия на клавиши пальцами левой и правой руки. Результаты классификационных моделей на основе этого набора данных представлены в различных

\*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 21-71-00144).

<sup>1</sup>[https://www.bbci.de/competition/ii/berlin\\_desc.html](https://www.bbci.de/competition/ii/berlin_desc.html)

статьях [10, 11]. Особенностью данной работы является рассмотрение поставленной задачи с позиции онлайн-машинного обучения: будем предполагать, что предзаданный тренировочный набор для обучения отсутствует. Будем считать, что семплы поступают в модель по одному, и требуется в реальном времени как можно быстрее подстроить модель под поступающие семплы. Таким образом, имитируется ситуация, при которой интерфейсом будет пользоваться новый испытуемый, по которому предварительно собранные данные отсутствуют. Испытуемый будет совершать некоторое число движений согласно инструкциям от программы, вследствие чего у модели будут появляться семплы для обучения. Требуется настроить параметры модели, используя минимальное число итераций обучения. Вопросы применения интерфейсов мозг—компьютер в реальном времени были рассмотрены в работах [12, 13], однако в них не предполагалось обучения моделей в процессе использования интерфейса.

Предложенный алгоритм состоит из трех шагов: предобработка данных, выделение признаков и обучение классификационной модели. Будут выделяться две категории признаков: временные и частотные. Для каждой категории признаков будет применяться своя предобработка, состоящая из центрирования сигналов и фильтров. В качестве классификационной модели будет рассматриваться алгоритм "Полоска", разработанный В. А. Якубовичем [14]. Ранее было показано, что алгоритм "Полоска" для ряда задач обладает более быстрой сходимостью по сравнению со стохастическим градиентным спуском [15, 16], являющимся стандартным методом для обучения линейных моделей в парадигме он-

лайн-машинного обучения. Однако модель из работы [16] обладает недостатком для данных высокой размерности: на каждый семпл данных требуется осуществить число итераций, пропорциональное размерности признаков. Для преодоления этого ограничения в данной работе рассматривается вариация алгоритма "Полоска", названная В. А. Якубовичем "С-системой" [17]. Эта версия алгоритма совершает один шаг настройки параметров на один семпл вне зависимости от числа признаков. В работе проведен сравнительный анализ алгоритмов "С-система" и "Полоска", а также алгоритма стохастического градиентного спуска в приложении к задаче определения того, какой рукой испытуемый намеревается совершить движение.

Статья организована следующим образом: в разделе "Набор данных" описаны данные, используемые для апробации предложенного алгоритма. В разделе "Выделение признаков" описаны методы, используемые для предобработки сигналов и выделения признаков из рассматриваемого набора данных. Раздел "Алгоритм "Полоска" посвящен описанию модели, используемой для классификации сигналов и, наконец, в разделе "Результаты" описаны результаты численного сравнения алгоритма "Полоска" со стохастическим градиентным спуском.

## Набор данных

В качестве набора данных используется датасет "IV" из "BCI competition II" [18]. Датасет был собран при исследовании здорового испытуемого с использованием 28 Ag/AgCl-электродов с частотой дискретизации 1000 Гц

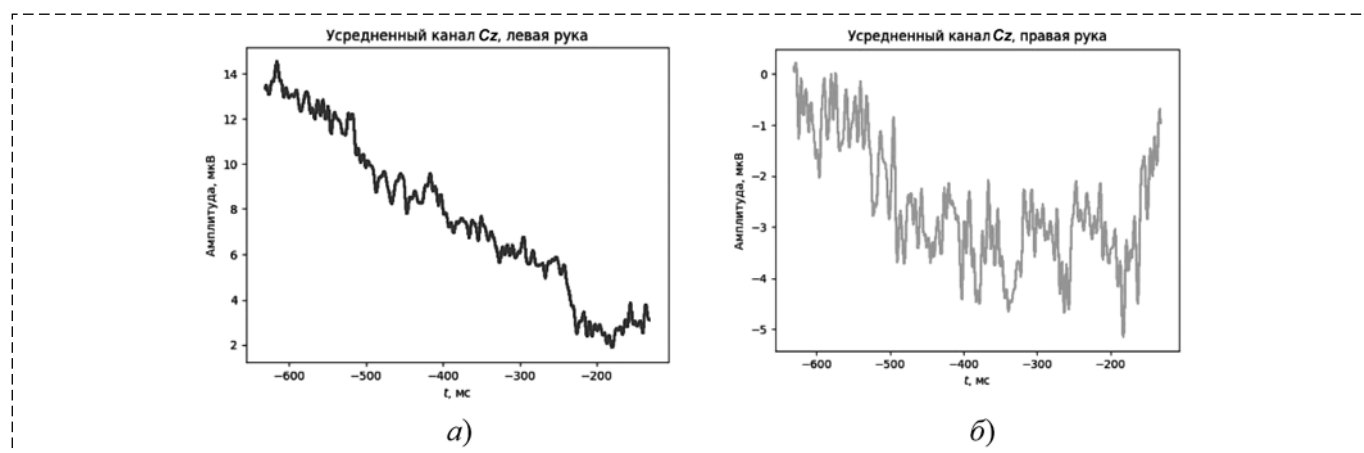


Рис. 1. Усредненные амплитуды по каждому из классов канала Cz

Fig. 1. Averaged amplitudes of each class for channel Cz

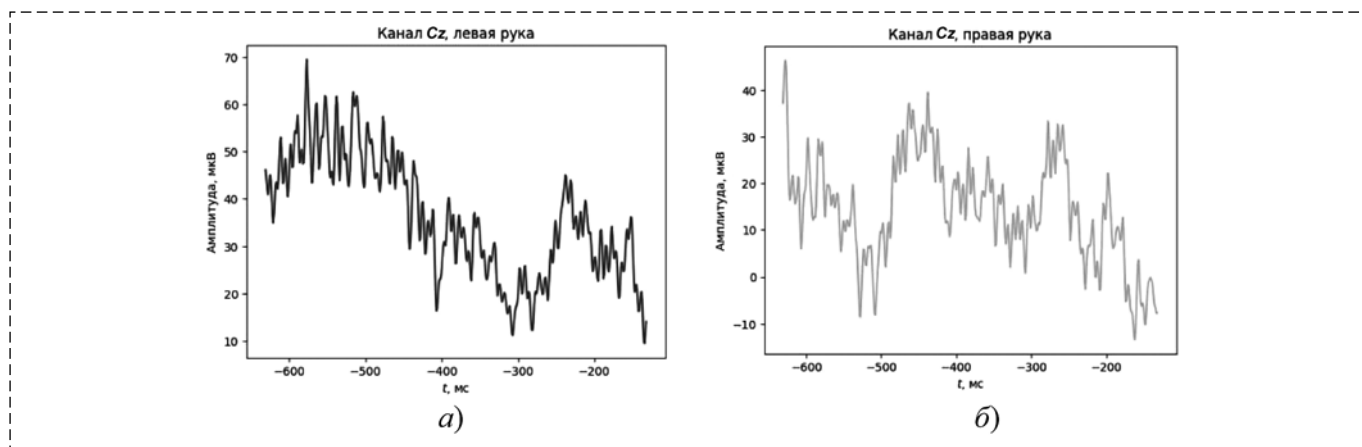


Рис. 2. Примеры индивидуальных положительных (а) и отрицательных (б) эпох канала Cz  
 Fig. 2. Examples of individual positive (a) and negative (b) epochs for channel Cz

и полосным фильтром 0,05...200 Гц. Датасет включает в себя 416 эпизодов движений (эпох). Каждая эпоха имеет длину 500 мс и заканчивается за 130 мс до совершения движения. Движения представляют собой нажатия на клавишу. В каждой эпохе используются относительные значения времени, момент нажатия считается нулевым моментом времени. Таким образом, каждая эпоха начинается в моменте времени  $-630$  мс и заканчивается на  $-130$  мс.

Рассматриваем два класса эпох — *положительные*, где движение было выполнено левой рукой, и *отрицательные*, где движение было выполнено правой рукой. Число положительных и отрицательных эпох совпадает. На рис. 1 приведены усредненные амплитуды сигнала для положительных (рис. 1, а) и отрицательных (рис. 1, б) эпох в канале Cz, соответствующему центральному вертексному электроду.

Как видно из графиков, при положительных эпохах наблюдается более ярко выраженное снижение амплитуды. Однако распознавание должно осуществляться не по усредненным по эпохам данным, а по индивидуальным, где в силу низкого соотношения сигнал—шум различия не столь ярко выражены. Для примера на рис. 2 приведены амплитуды сигнала для одной эпохи каждого из классов того же канала.

### Выделение признаков

Как видно из рис. 2, различия в индивидуальных эпохах могут быть не столь заметны. Необходимо выделять признаки, которые будут подаваться на вход бинарной модели класси-

кации в целях определения того, какой рукой испытуемый намеревается совершить движение.

Признаки выделялись как во временной, так и в частотной областях. Сигналы подвергались при этом разным вариантам предобработки.

### Предобработка для временных признаков

Каждый канал ЭЭГ был подвергнут следующей процедуре:

1. Удаление глобального среднего для удаления смещения изолинии от нуля.
2. Фильтрация полосовым фильтром с частотами среза 0,3 Гц и 3 Гц. Для этого использовался КИХ-фильтр, синтезированный методом окон с окном Хемминга. Порядок фильтра был равен 101.
3. Удаление участков сигнала с амплитудами выше 500 мкВ. При этом вокруг каждого семпла, превышающего эту величину, дополнительно удалялся участок в 200 мс вокруг.
4. К каналам C1, C2, C3, C4 был дополнительно применен большой лапласиановский фильтр. К каналам Cz, FC3, FC4 применялся малый лапласиановский фильтр.

### Предобработка для частотных признаков

В целях улучшения качества распознавания сигналов во временной области, где не удается выделить признаки, позволяющие отделить положительные эпохи от отрицательных, дополнительно были выделены признаки в частотной области. Предобработка сигналов для этих признаков была следующей:

1. Удаление глобального среднего для удаления смещения изолинии от нуля.

2. Применение ФНЧ с частотой среза 50 Гц.  
3. Удаление участков сигнала с амплитудами выше 500 мкВ. При этом вокруг каждого семпла, превышающего это значение, дополнительно удалялся участок в 200 мс вокруг.

4. Построение лапласиановских версий сигналов аналогично предобработке во временной области.

5. Вычисление вызванной синхронизации/десинхронизации:

1) к сигналу применяется оконное преобразование Фурье с окном Хеннинга длины 175 мс и сдвигом между окнами в 5 мс;

2) для каждого окна вычисляется мощность сигнала на наборе частотных полос:

$\alpha_1$  (8...9 Гц),  
 $\alpha_2$  (10...12 Гц),  
 $\beta_1$  (13...17 Гц),  
 $\beta_2$  (18...30 Гц);

3) сигнал для каждой полосы переводится во временную область, где каждому отрезку времени соответствуют мощности этой полосы в данный момент времени.

По каждой эпохе первые 175 мс используются для коррекции: по этому участку на каждом канале вычисляется среднее, и это среднее вычитается из каждого семпла канала и на него же нормируется.

Одни и те же типы признаков извлекались по отдельности из сигналов с временной предобработкой и частотной. Были использованы четыре категории признаков:

1. Признаки на основе линейной регрессии. Эти признаки строились по каналам  $Fz$ , лапласиановской версии канала  $Cz$ , на разнице лапласиановских версий каналов  $C3$  и  $C4$ , а также по аналогичным разностям пар  $C1$ ,  $C2$  и  $FC3$ ,  $FC4$ . По каждому каналу строились две линейные регрессии с двумя коэффициентами. Одна линейная регрессия строилась с начала эпохи до точки перегиба, а вторая — с точки перегиба до конца эпохи. Точка перегиба была подобрана автоматически исходя из условия минимизации среднеквадратичного отклонения полученных двух регрессионных прямых от исходного сигнала. Также в качестве дополнительного признака использовалось значение отступа от начала эпохи самой точки перегиба.

2. Признаки на основе амплитуд. Вычислялись максимальное и минимальное по модулю значения для лапласиановской версии канала  $Cz$ , а также для разниц лапласиановских версий каналов  $C3$ ,  $C4$ , каналов  $C1$ ,  $C2$  и  $FC3$ ,  $FC4$ .

3. Признаки на основе площадей. По тем же каналам, что и в предыдущем пункте, вычислялись площади под кривой для всей эпохи.

4. Признаки на основе общего пространственного фильтра (*common spatial pattern, CSP*) [13]. Фильтр применялся к каналам  $F1$ — $F4$ ,  $Fz$ ,  $FC1$ ,  $FC3$ ,  $FC5$ ,  $C1$ — $C4$ ,  $CP2$ — $CP6$  из полосы 18...30 Гц. Число компонент подбиралось на основе кросс-валидации и было в итоге равно трем.

Таким образом, на каждую эпоху были выделены 611 числовых признака. Признаки были стандартизированы путем вычитания среднего и деления на стандартное отклонение. Извлеченные признаки подаются на вход классификационной модели для обучения. В качестве такой модели используется алгоритм "Полоска", рассматриваемый в следующем разделе.

### Алгоритм "Полоска"

В данном разделе будет сформулирована версия алгоритма "Полоска", названная в работе [17] "С-системой", а также, аналогично работе [16], будут рассмотрены практические соображения по его реализации, которые положительно сказываются на скорости обучения.

Пусть дан набор данных  $\{x_i, y_i = s(x_i)\}$ ,  $i = 1, \dots, m$ , где  $x_i \in X \subset R^n$  — векторы признаков,  $s(x)$  — неизвестная функция из  $X$  в  $\{1, -1\}$ . Задана задача бинарной классификации, т. е. требуется восстановить функцию  $s$  по имеющемуся набору данных.

Предположим, что  $\{a_j(x)\}$ ,  $j = 1, \dots, N$ , — полный в  $L^2(X)$  набор функций, при этом верно, что  $|a_j(x)| \leq \text{const}$ .

В алгоритме "Полоска" строится классификатор вида

$$\sigma(x) = \text{sign} \left( \sum_{j=1}^N \theta_j a_j(x) \right) = \text{sign}(s_N(x, u)),$$

где  $u$  — вектор обучаемых параметров с элементами  $\theta_1, \dots, \theta_N$ .

Согласно работе [17] будем говорить о том, что опознающая система имеет форму "С-системы", если параметры  $u$  выбираются исходя из соотношений

$$|s(x_j) - s_N(x_j)| \leq \varepsilon$$

для некоторого достаточно маленького  $\varepsilon$ .

Пусть  $0 < \delta \leq \varepsilon$ ,  $0 \leq \beta \leq 2$ ,  $\rho_j \rightarrow 0$ . Алгоритм настройки весов примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \eta_k &= s(x_k) - \sum_{j=1}^N \theta_j a_j(x_k); \\ \zeta_k &= -N^{-1} \eta_k, \text{ если } |\eta_k| \geq 2\varepsilon; \\ \zeta_k &= 2N^{-1}(\varepsilon \text{sign}(\eta_k) - \eta_k), \\ &\text{если } \varepsilon + \delta \leq |\eta_k| < 2\varepsilon; \\ \zeta_k &= -\rho_k + N^{-1}\beta(\varepsilon \text{sign}(\eta_k) - \eta_k), \\ &\text{если } \varepsilon \leq |\eta_k| < 2\varepsilon; \\ \zeta_k &= 0, \text{ если } \varepsilon < |\eta_k|; \\ \theta_j &= \theta_j + \zeta_k a_j(x_k). \end{aligned} \quad (1)$$

Согласно работе [17] алгоритм (1) является конечно-сходящимся.

Мы будем рассматривать алгоритм (1) в парадигме онлайн-машинного обучения, где семплы попадают для обучения по одному. В этом случае на каждый новый семпл будем осуществлять один шаг обучения. Когда накопится достаточное число семплов, будем осуществлять повторное обучение на всех накопленных семплах, пока качество не станет приемлемым.

## Результаты

Проведем сравнение трех моделей: "Полоска", "С-система Полоска" и стохастический градиентный спуск. Все модели были обучены на признаках, описанных в разделе "Выделение признаков". Алгоритм сравнения следующий: всем трем моделям последовательно, по одному, предъявляются семплы из датасета. На каждом семпле определяются ошибки каждой из моделей и запоминается, сколько ошибок было сделано к данному моменту. Далее этот семпл предъявляется для шага обучения. В итоге обучение проводится на всем датасете, и определяется накопительная ошибка. После этого датасет подается снова по кругу в том же режиме. Это заикливание датасета осуществляется ввиду небольшого числа тренировочных семплов. На практике вместо этого можно подавать новые эпохи, либо, в случае ограниченности набора данных, также можно подавать заикленную тренировочную последовательность. Такой подход сравнения онлайн-моделей был предложен в работе [19].

В табл. 1 представлены метрики итоговых процентов ошибок после 100 прогона 1, 10 и 100 эпох.

Как видно из табл. 1, алгоритм "Полоска" сразу начинает опережать остальные методы, и по мере добавления циклов он опережает их сильнее. Это согласуется с предыдущими наблюдениями касательно более быстрой сходимости этого алгоритма [15, 16]. "Полоска С-система" начинает работать хуже остальных методов, однако после достаточно большого числа циклов он полностью выравнивается со стохастическим градиентным спуском. Преимущество "С-системы" при этом состоит в его скорости на один цикл обучения.

Время, затрачиваемое на один цикл обучения, представлено в табл. 2. Время измерялось на компьютере с процессором *AMD Ryzen 5 4500U* и 16 Гбайт оперативной памяти.

Таким образом, "Полоска С-система" показывает преимущество во времени обработки одного цикла обучения, тогда как "Полоска" сходится быстрее с точки зрения числа циклов, но затрачивает существенно больше времени на каждый цикл итераций из-за того, что совершает шаг обучения на каждый признак, и поэтому плохо подходит для задач высокой размерности [16].

Таблица 1  
Table 1

Проценты накопительных ошибок  
после заданного числа циклов  
*Percent of accumulated errors  
after a given number of training loops*

Метод обучения	Число циклов		
	Один цикл	10 циклов	100 циклов
Стохастический градиентный спуск	0,44	0,37	0,23
Полоска	0,43	0,33	0,19
Полоска С-система	0,49	0,43	0,23

Таблица 2  
Table 2

Время, затрачиваемое на один цикл обучения  
*Time required for one training loop*

Метод обучения	Время, мс
Стохастический градиентный спуск	141 ± 30
Полоска	3005 ± 173
Полоска С-система	5,29 ± 0,26

## Заклучение

В данной работе были применены две версии алгоритма "Полоска" к детектированию намерения совершить движение на индивидуальных эпохах. Показано, что алгоритм "Полоска" в зависимости от реализации может сходиться быстрее, чем стохастический градиентный спуск, однако может требовать много времени на совершение каждой итерации. Версия "С-система" алгоритма "Полоска" дает такое же качество, как у стохастического градиентного спуска, но затрачивает меньше времени на каждый шаг. Это преимущество алгоритма "С-система" делает ее подходящей моделью для использования в парадигме онлайн-машинного обучения при высокой размерности признакового пространства.

## Список литературы

1. Kawala-Sterniuk A., Browarska N., Al-Bakri A., Pelc M., Zygarlicki J., Sidikova M., Martinek, R., Gorzelanczyk E. J. Summary of over Fifty Years with Brain-Computer Interfaces—A Review // *Brain Sci.* 2021. Vol. 11, N. 43.
2. Vilela M., Hochberg L. Applications of brain-computer interfaces to the control of robotic and prosthetic arms // *Handbook of Clinical Neurology*, Elsevier. 2020. Vol. 168. P. 87–99.
3. Bockbrader M., Francisco G., Lee R., Olson J., Solinsky R., Boninger M. Brain Computer Interfaces in Rehabilitation Medicine // *The journal of injury, function, and rehabilitation.* 2018. Vol. 10.
4. Ruiz S., Birbaumer N., Sitaram R. Abnormal Neural Connectivity in Schizophrenia and fMRI-Brain-Computer Interface as a Potential Therapeutic Approach // *Frontiers in Psychiatry.* 2013. Vol. 4.
5. Sebastián-Romagosa M., Cho W., Ortner R., Murovec N., Von Oertzen T., Kamada K., Allison B. Z., Guger C. Brain Computer Interface Treatment for Motor Rehabilitation of Upper Extremity of Stroke Patients-A Feasibility Study // *Front Neurosci.* 2020. Vol. 14.
6. McFarland D. J., Wolpaw J. R. EEG-Based Brain-Computer Interfaces // *Current opinion in biomedical engineering.* 2017. Vol. 4. P. 194200.

7. Plotnikov S. A., Lipkovich M., Semenov D. M., Fradkov A. L. Artificial intelligence based neurofeedback // *Cybernetics and Physics.* 2019. Vol. 8, N. 4. P. 287–291.
8. Kim H., Yoshimura N., Koike Y. Classification of Movement Intention Using Independent Components of Premovement EEG // *Frontiers in human neuroscience.* 2019. Vol. 13, N. 63.
9. Karakullukcu N., Yilmaz B. Detection of Movement Intention in EEG-Based Brain-Computer Interfaces Using Fourier-Based Synchrosqueezing Transform // *International journal of neural systems.* 2022. Vol. 32, N. 1.
10. Blankertz B., Müller K. R., Curio G., Vaughan T. M., Schalk G., Wolpaw J. R., Schlögl A., Neuper C., Pfurtscheller G., Hinterberger T., Schröder M., Birbaumer N. The BCI competition 2003: progress and perspectives in detection and discrimination of EEG single trials // *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 2004. Vol. 51.
11. Wang K., Xu M., Wang Y., Zhang S., Chen L., Ming D. Enhance decoding of pre-movement EEG patterns for braincomputer interfaces // *J. Neural Eng.* 2020. Vol. 17.
12. Quiles V., Ferrero L., Iáñez E., Ortiz M., Cano J. M., Azorín J. M. Detecting the Speed Change Intention from EEG Signals: From the Offline and Pseudo-Online Analysis to an Online Closed-Loop Validation // *Applied Sciences.* 2022. Vol. 12, N. 1.
13. Ibáñez J., Serrano, J. I., del Castillo M. D., Barrios L., Gallego J. A., Rocon E. An EEG-Based Design for the Online Detection of Movement Intention // *Lecture Notes in Computer Science.* Vol. 6691. P. 370–378.
14. Якубович В. А. Рекуррентные конечно-сходящиеся алгоритмы решения систем неравенств // *Доклады Академии наук СССР.* 1966. Т. 166, № 6. С. 1308–1312.
15. Липкович М. М., Миронов Д. В. Применение алгоритма "Полоска" в задаче онлайн-машинного обучения // *Интеллектуальные системы: теория и приложения.* 2021. Т. 25, № 4. С. 231–234.
16. Lipkovich M. Yakubovich's method of recursive objective inequalities in machine learning // *IFAC-PapersOnLine.* 2022. Vol. 55, N. 12. P. 138–143.
17. Якубович В. А. Три теоретические схемы обучаемых опознающих систем // *Самонастраивающиеся системы. Распознавание образов. Конечные автоматы и релейные устройства.* М.: Наука. 1967. С. 183–191.
18. Blankertz B., Curio G., Müller K. R. Classifying Single Trial EEG: Towards Brain Computer Interfacing // *Advances in Neural Inf. Proc. Systems 14 (NIPS 01).* 2002.
19. Ma J., Lawrence S., Stefan S., Voelker G. Identifying Suspicious URLs: An Application of Large-Scale Online Learning // *ICML09: Proceedings of the 26th Annual International Conference on Machine Learning.* 2009. P. 681688.

## Application of the "Stripe" Algorithm for Online Decoding of the EEG Patterns

M. M. Lipkovich, lipkovich.mikhail@gmail.com,

Institute for Problems in Mechanical Engineering, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation,

A. R. Sagatdinov, amazar226@gmail.com,

Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, 198504, Russian Federation

*Corresponding author: Lipkovich Mikhail M., Cand. of Phys. and Math.Sc., Senior Researcher, Institute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, 199178, Russian Federation, e-mail: lipkovich.mikhail@gmail.com*

*Accepted on March 06, 2023*

### Abstract

*In this paper, we consider the problem of determining the hand with which the subject intends to make a movement according to the signals of the electroencephalogram. The relevance of the task is due to the wide spread of brain-computer*

interfaces, where electroencephalography is one of the main non-invasive methods for obtaining signals from the brain. To solve the problem, temporal and frequency features are selected from the segments of signals preceding the movement, which are fed to the input of the classification machine learning model. In contrast to the standard supervised learning setup, it is assumed that there is no predefined training data set and the training samples for the model are received one after another. Thus, a situation is simulated in which the model must work with a new subject and adjust to them in real time. The traditional method for training linear models in such a paradigm is stochastic gradient descent. Previously, it was shown that the "Stripe" algorithm developed by Yakubovich for a certain problem has a higher convergence rate than stochastic gradient descent. However, this is achieved by performing algorithm step on each feature of the sample. Thus, that version of "Stripe" is not suitable for working with high-dimensional data. This article discusses another version of "Stripe" that does not have this drawback. It is shown that the proposed algorithm has a higher rate of one learning step compared to traditional linear models based on stochastic gradient descent on the BCI competition II dataset.

**Keywords:** recurrent objective inequalities, brain-computer interfaces, EEG classification, machine learning

**Acknowledgements:** The research was supported by RSF (project No. 21-71-00144).

For citation:

**Lipkovich M. M., Sagatdinov A. R.** Application of the "Stripe" Algorithm for Online Decoding of the EEG Patterns, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, vol. 24, no. 6, pp. 300–306.

DOI: 10.17587/mau.24.300-306

### References

1. Kawala-Sterniuk A., Browarska N., Al-Bakri A., Pelc M., Zygarlicki J., Sidikova M., Martinek R., Gorzelanczyk E. J. Summary of over Fifty Years with Brain-Computer Interfaces—A Review, *Brain Sciences*, 2021, vol. 11, no. 43.
2. Vilela M., Hochberg L. Applications of brain-computer interfaces to the control of robotic and prosthetic arms, *Handbook of Clinical Neurology*, 2020, vol. 168, pp. 87–99.
3. Bockbrader M., Francisco G., Lee R., Olson J., Solinsky R., Boninger M. Brain Computer Interfaces in Rehabilitation Medicine, *The Journal of Injury, Function, and Rehabilitation*, 2018, vol. 10.
4. Ruiz S., Birbaumer N., Sitaram R. Abnormal Neural Connectivity in Schizophrenia and fMRI-Brain-Computer Interface as a Potential Therapeutic Approach, *Frontiers in Psychiatry*, 2013, vol. 4.
5. Sebastián-Romagosa M., Cho W., Ortner R., Murovec N., Von Oertzen T., Kamada K., Allison B. Z., Guger C. Brain Computer Interface Treatment for Motor Rehabilitation of Upper Extremity of Stroke Patients—A Feasibility Study, *Frontiers in Neuroscience*, 2020, vol. 14.
6. McFarland D. J., Wolpaw J. R. EEG-Based Brain-Computer Interfaces, *Current Opinion in Biomedical Engineering*, 2017, vol. 4, pp. 194–200.
7. Plotnikov S. A., Lipkovich M., Semenov D. M., Fradkov A. L. Artificial intelligence based neurofeedback, *Cybernetics and Physics*, 2019, vol. 8, no. 4, pp. 287–291.
8. Kim H., Yoshimura N., Koike Y. Classification of Movement Intention Using Independent Components of Premovement EEG, *Frontiers in Human Neuroscience*, 2019, vol. 13, no. 63.
9. Karakullukcu N., Yilmaz B. Detection of Movement Intention in EEG-Based Brain-Computer Interfaces Using Fourier-Based Synchrosqueezing Transform, *International Journal of Neural Systems*, 2022, vol. 32, no. 1.
10. Blankertz B., Müller K. R., Curio G., Vaughan T. M., Schalk G., Wolpaw J. R., Schlögl A., Neuper C., Pfurtscheller G., Hinterberger T., Schröder M., Birbaumer N. The BCI competition 2003: progress and perspectives in detection and discrimination of EEG single trials, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2004, vol. 51.
11. Wang K., Xu M., Wang Y., Zhang S., Chen L., Ming D. Enhance decoding of pre-movement EEG patterns for brain-computer interfaces, *Journal of Neural Engineering*, 2020, vol. 17.
12. Quiles V., Ferrero L., Iáñez E., Ortiz M., Cano J. M., Azorín J. M. Detecting the Speed Change Intention from EEG Signals: From the Offline and Pseudo-Online Analysis to an Online Closed-Loop Validation, *Applied Sciences*, 2022, vol. 12, no. 1.
13. Ibáñez J., Serrano J. I., del Castillo M. D., Barrios L., Gallego J. Á., Rocon E. An EEG-Based Design for the Online Detection of Movement Intention, *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 6691, pp. 370–378.
14. Yakubovich V. A. Recurrent finitely-convergent algorithms to solve the system of inequalities, *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 1966, vol. 166, no. 6, pp. 1308–1312 (in Russian).
15. Lipkovich M. M., Mironov D. Application of "Stripe" algorithm for online machine learning, *Intelligent Systems. Theory and Applications*, 2021, vol. 25, no. 4, pp. 231–234 (in Russian).
16. Lipkovich M. Yakubovich's method of recursive objective inequalities in machine learning, *IFAC-PapersOnLine*, 2022, vol. 55, no. 12, pp. 138–143.
17. Yakubovich V. A. Three Theoretical Schemes of Learning Systems, in *Samoobuchayushchiesya Avtomaticheskije Sistemy*, Moscow, Nauka, 1967, pp. 183–191 (in Russian).
18. Blankertz B., Curio G., Müller K. R. Classifying Single Trial EEG: Towards Brain Computer Interfacing, *Advances in Neural Information Processing Systems 14 (NIPS 01)*, 2002, pp. 157–164.
19. Ma J., Lawrence S., Stefan S., Voelker G. Identifying Suspicious URLs: An Application of Large-Scale Online Learning, *ICML'09: Proceedings of the 26th Annual International Conference on Machine Learning*, 2009, pp. 681–688.

**E. V. Palchevsky**, teelp@inbox.ru,  
Financial University under the Government of the Russian Federation,  
Moscow, 109456, Russian Federation,  
**V. V. Antonov**, antonov.v@bashkortostan.ru,  
**L. E. Kromina**, luyda-kr@yandex.ru,  
**L. E. Rodionova**, rodionovakf@yandex.ru,  
**A. R. Fakhrullina**, almirafax@mail.ru  
Ufa University of Science and Technology, Ufa, 450008, Russian Federation

*Corresponding author: Palchevsky Evgeny V.*, Lecturer, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, 109456, Russian Federation, e-mail: teelp@inbox.ru

*Accepted on March 01, 2023*

## Intelligent Forecasting of Electricity Consumption in Managing Energy Enterprises in Order to Carry out Energy-Saving Measures

### **Abstract**

The concept of "Digital Transformation 2030", which defines the national goals and strategic objectives of the development of the Russian Federation for the period up to 2030, specifies specialized goals and objectives that are an important message for the introduction of intelligent information management technologies in the electric power industry. The main challenges for the transition to digital transformation are the increase in the rate of growth of tariffs for the end consumer, the increasing wear and tear of the network infrastructure, the presence of excessive network construction and the increase in requirements for the quality of energy consumption. The determining factor in the possibility of developing an effective energy policy is the forecasting of electricity consumption using artificial intelligence methods. One of the methods for implementing the above is the development of an artificial neural network (ANN) to obtain an early forecast of the amount of required (consumed) electricity. The obtained predictive values open up the possibility not only to build a competent energy policy by increasing the energy efficiency of an energy company, but also to carry out specialized energy-saving measures in order to optimize the organization's budget. The solution to this problem is presented in the form of an artificial neural network (ANN) of the second generation. The main advantages of this ANN are its versatility, fast and accurate learning, as well as the absence of the need for a large amount of initial data for a qualitative forecast. The ANN itself is based on the classical neuron and the error back-propagation method with their further modification. The coefficients of learning rate and sensitivity have been added to the error backpropagation method, and the coefficient of response to anomalies in the time series has been introduced into the neuron. This made it possible to significantly improve the learning rate of the artificial neural network and improve the accuracy of predictive results. The results presented by this study can be taken as a guideline for energy companies when making decisions within the framework of energy policy, including when carrying out energy saving measures, which will be especially useful in the current economic realities.

**Keywords:** neural networks, artificial intelligence, intelligent forecasting of electricity consumption, data mining, energy efficiency, management in the energy sector

**Acknowledgements:** The research was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation as part of the State Assignment № FEUE—2023—0007.

For citation:

**Palchevsky E. V., Antonov V. V., Kromina L. E., Rodionova L. E., Fakhrullina A. R.** Intelligent Forecasting of Electricity Consumption in Managing Energy Enterprises in Order to Carry out Energy-Saving Measures, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 6, pp. 307—316.

DOI: 10.17587/mau.24.307-316

**Е. В. Пальчевский**, преподаватель, teelxp@inbox.ru,  
 Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, г. Москва,  
**В. В. Антонов**, д-р техн. наук, проф., antonov.v@bashkortostan.ru,  
**Л. А. Кромина**, канд. техн. наук, доц., luyda-kr@yandex.ru,  
**Л. Е. Родионова**, канд. техн. наук, доц., lurik@mail.ru,  
**Л. А. Фахруллина**, канд. техн. наук, доц., almirafax@mail.ru,  
 Уфимский университет науки и технологий, г. Уфа

## Интеллектуальное прогнозирование потребления электроэнергии при управлении энергетическими предприятиями на основе нейросетевых технологий\*

*В концепции "Цифровая трансформация 2030", определяющей национальные цели и стратегические задачи развития Российской Федерации на период до 2030 года, указаны специализированные цели и задачи, являющиеся важным посылом для внедрения интеллектуальных информационных технологий управления в сферу электроэнергетики. Основными вызовами для перехода к цифровой трансформации являются увеличение темпов роста тарифов для конечного потребителя, нарастающий износ сетевой инфраструктуры, наличие избыточного сетевого строительства и повышение требований к качеству энергопотребления.*

*Определяющим фактором возможности разработки эффективной энергетической политики является прогнозирование потребления электроэнергии с использованием методов искусственного интеллекта. Одним из методов реализации вышесказанного является разработка искусственной нейронной сети (ИНС) для получения заблаговременного прогноза количества требуемой (потребляемой) электроэнергии. Полученные прогнозные значения открывают возможность не только выстроить грамотную энергетическую политику путем повышения энергоэффективности энергетической компании, но и проводить специализированные энергосберегающие мероприятия в целях оптимизации бюджета организации.*

*Решение данной проблемы представлено в виде искусственной нейронной сети второго поколения. Основными преимуществами данной ИНС являются универсальность, скоростное и точное обучение, а также отсутствие необходимости в большом количестве исходных данных для качественного прогноза. За основу самой ИНС берутся классический нейрон и метод обратного распространения ошибки с их дальнейшей модификацией. В метод обратного распространения ошибки добавлены коэффициенты скорости обучения и чувствительности, а в нейрон внедрен коэффициент реагирования на аномалии во временных рядах. Это позволило существенно улучшить скорость обучения искусственной нейронной сети и повысить точность прогнозных результатов.*

*Представленные в настоящем исследовании результаты могут быть взяты в качестве ориентира для энергетических компаний при принятии решений в рамках энергетической политики, в том числе и при проведении энергосберегающих мероприятий, что будет особенно полезным в текущих экономических реалиях.*

**Ключевые слова:** нейронные сети, искусственный интеллект, интеллектуальное прогнозирование потребления электроэнергии, интеллектуальный анализ данных, энергоэффективность, управление в энергетике

### Introduction

Energy forecasting (in particular electricity consumption forecasting) is an integral part of energy system management processes [1–4]. At the same time, stable and accurate electricity consumption forecasts are very important both for the individual utility and for the energy sector as a whole due to increased network capacity and maintaining the balance of supply and demand in the electricity market [5]. Conversely, inaccurate electricity consumption forecasts increase start-up and forecast financial costs, which can reduce the investment attractiveness of energy companies as

well as pose serious threats to the security, efficiency and quality of energy systems [6].

The issues of electricity consumption forecasting are still relevant today, not only for financial reasons, but also because of the lack of the necessary universal designers of such solutions in the form of intelligent system technologies for managing organizations and companies in general. These intelligent technologies and systems would help to optimize energy consumption (including energy efficiency). Over the last decades, a huge number of theoretical and practical specialized solutions aimed at predicting energy consumption have been presented by scientists and researchers. At the same time, they can be divided to several types: regression (statistical) [7], Gray's prediction models [8], hybrid models [9–11] and neural network

\*Исследование выполнено при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках базовой части госзадания вузам № FEUE–2023–0007.

(intelligent) models [12], which have three serious common limitations:

1) specificity there is no universality regarding forecasting in all electrical systems. I.e. each smart model/system will have to be redesigned for each specific case;

2) forecasting requires a large amount of retrospective data: amount of electricity consumed and facilities on the grid, types of power grids, number of appliances connected to one power grid facility, capacity of each appliance, specific legal entities (companies) and their operating schedule, season (summer, autumn, winter or spring), holidays and weekends, forecast air temperature values;

3) quite resource-intensive intelligent forecasting models: when providing effective forecasting in remote and isolated energy districts without access to an external global Internet network, this limitation may be critical.

Thus, the main objective of this study is to develop a versatile solution in the electricity sector (taking into account the shortcomings described above) for forecasting electricity consumption in advance in energy companies. This will allow specialized organizations and services, as well as governing bodies, to make decisions, in particular energy saving measures, in the shortest possible time, under conditions of increasing economic uncertainty.

In this study, to minimize the above limitations, we propose to implement an artificial neural network to predict electricity consumption with the following advantages and scientific novelty:

1) the universality of the structure of the proposed solution due to automatic formation of the number of layers and neurons, as well as a modified method for training the artificial neural network. This will allow to integrate the ANN model into the production process without re-designing;

2) modified training method based on the method of back propagation of error. The main changes are: addition of an ANN learning rate coefficient, which will increase the speed of calculation of predictive values;

addition of sensitivity coefficient  $\varphi = 0.01, \dots, 0.99$ . The main point of the change is to create a range of synaptic connection weights (weight coefficients). This will make it possible to avoid sharp fluctuations in the matrix of weight coefficients, which will have a positive effect on the accuracy of the calculation of predictive values;

3) modified neuron. The essence of the modification (in contrast to the classical neuron [13]) is to add a response coefficient to anomalies in the time

series, which also has a positive effect on the accuracy of the output forecast values;

4) small amount of data for training. The proposed ANN model uses retrospective training data for the last 4 years (25,903 values): electricity consumption and air temperature. This makes it possible to accurately predict without historical data for earlier dates.

### Management of electricity consumption in electricity distribution grids

At power distribution network enterprises, as well as at any other enterprises, on the basis of certain corrective actions managers formulate goals and objectives of management, the solution of which is achieved through the performance of a certain sequence of functions of the management process. With regard to electric distribution grids, the functions of the management process are: development of an action program; implementation of planned work; evaluation of work results; formation of corrective actions. Thus, the management process in electricity distribution grids can be represented as a Deming cycle in Fig. 1.

Section "plan" — "development of action program". This section of the cycle implies the formation of plans for technical maintenance and repair of distribution networks, where the basis for planning is the information on the condition of equipment and the frequency of preventive maintenance indicated in the regulatory documentation. This section also includes forecasting of power consumption, which depends on a large number of different factors (e.g., air temperature, seasonality, etc.) that have a significant impact on the volume of power consumption.

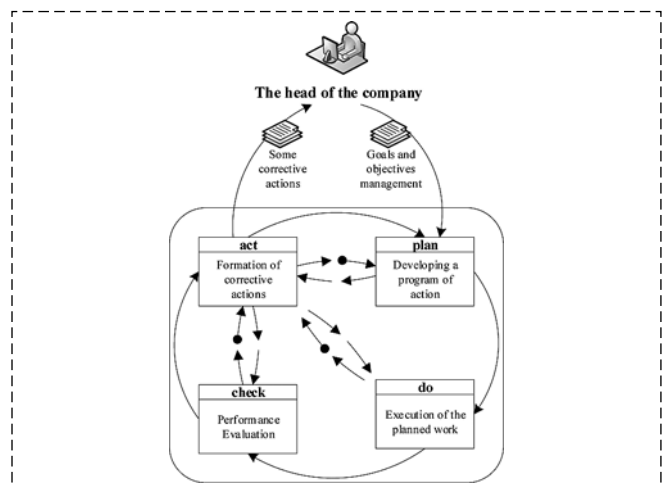


Fig. 1. Formal model of the control process in electrical distribution networks

Section "do" — "performance of planned works". This section of the cycle is to ensure the reliable and efficient operation of power grid facilities (power transmission lines, transformer substations, power substations, etc.), as well as the uninterrupted supply of electricity to consumers.

Section "check" — "performance evaluation". This section in the cycle is related to determining the deviations between the values of the volumes of electricity provided by the distribution networks and received by the end users. The total volume of electric power provided by distribution grids is the sum of the volume received by end users and the volume of various kinds of losses arising in the grid. In reality, electricity losses can occur in any part of the power grid in Fig. 2.

In Fig. 2, let us introduce the following notations:

- $EDN$  is the electric distribution network;
- $PS_a$  — a power substation with order number  $a$ , such that  $a = (\overline{1, \dots, n})$ , where  $n$  — is the number of power substations;
- $TS_{ab}$  — a transformer substation with ordinal number  $b$ , connected to a power substation with ordinal number  $a$ , where  $b = (\overline{1, \dots, m})$ , where  $m$  — is the number of transformer substations,  $k$  — is the intermediate ordinal number of the transformer substation;
- $UC_{abd}$  — the final consumer with serial number  $d$ , connected to the transformer substation with serial number  $b$  and to the power substation with serial number  $a$ , where  $d$  — is the serial number of the final consumer, such that  $d = (\overline{1, \dots, t})$ , where  $t$  — is the number of final consumers,  $p$  — is the intermediate serial number of the final consumer.

Based on the above and Fig. 2, electric power losses can be classified into the following groups: losses on electric lines connecting power distribution networks and power substations; losses at power substations; losses on electric lines connecting power and transformer substations; losses at transformer substations; losses on electric lines connecting

transformer substations with the end consumer, and losses at the end consumer points.

In the event of electrical losses, end users compensate only for normative losses, and the difference between the values of actual and normative losses, often caused by malfunction and operation of obsolete equipment, emergence of emergency situations, and complex modes of power transmission have to be paid by distribution grids. If the actual volume of power losses exceeds the permissible normative value, the reason should be identified and eliminated.

It is worth noting that significant changes in consumption volumes caused by various factors, such as temperature conditions, humidity, etc., affect the change in the energy consumption factor value in the base period, but this does not change the reliability of the forecast. At the same time, the high requirements imposed on the electric power industry, including forecasting quality indicators (accuracy, reliability, timeliness, etc.), make it necessary to develop and apply new solutions related to the application of artificial intelligence and taking into account the current level of information support, and to ensure effective energy saving.

It is also important to understand that the activities of power distribution grids depend not only on technological, but also on economic indicators. Moreover, the task of forecasting has become particularly important since the emergence in the Russian Federation of the wholesale electricity and capacity market, whose rules provide for the sale of electricity with changes in hourly cost. Inaccurate electricity consumption forecasting has a negative impact on the quality of the management process in electricity distribution grids, as well as entailing an inflated cost of electricity. At the same time, participants of the wholesale electricity and capacity market may be subjected to penalties associated with the presence of significant deviations of actual electricity consumption from the forecast values. The reason for this is an increase in the forecast values of electricity consumption, which is the basis for the costs associated with the maintenance of excess reserve capacity. Decrease in forecast values relative to actual consumption requires additional commissioning of emergency power plants.

Thus, correct and timely forecasting of electricity consumption indicators using artificial intelligence ensures the achievement of reliability and efficiency of the unified energy system as a whole by making effective management decisions by the heads of energy companies. This will enable a more efficient use of finances both for energy companies and their customers (individuals and legal entities).

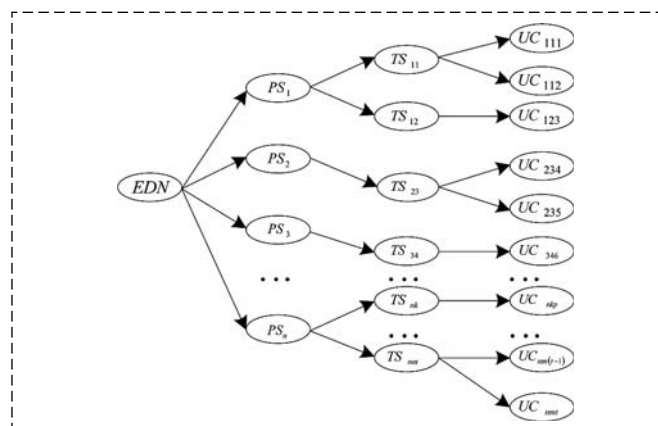


Fig. 2. Scheme of distribution of electricity over the network

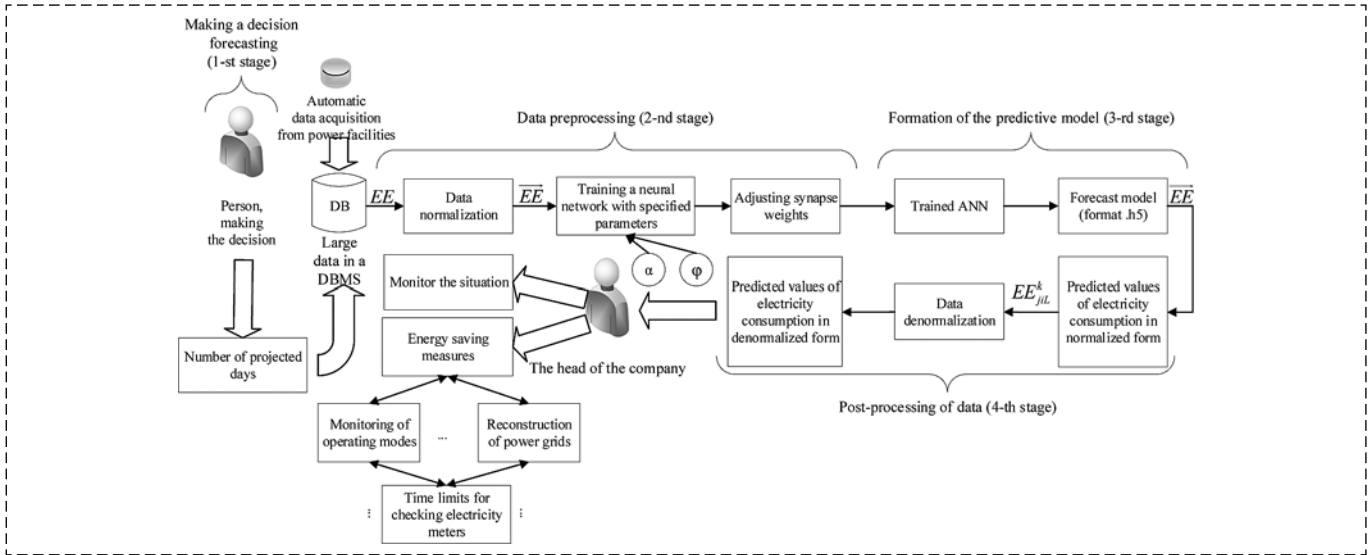


Fig. 3. Scheme of using a neural network to predict the values of electricity consumption

### Mathematical model of a neural network

One of the main influencing factors on the various developing and intensively used components (e.g. financial) of enterprises is the state of the electrical grid, in particular the amount of electricity consumed. The amount of electricity consumed in an enterprise can be represented by the notation  $EE$ . As an example, we took "Kumertau Electric Networks" organization using time series for the past 4 years. For this organization, a forecast with a forecasting horizon of one month during one calendar year was performed. The number of forecasted days of electricity consumption is set by the management of the department/enterprise.

The following notation is used:  $EE_{ji}^k$  — the value of electricity consumption measured on the  $k$ -th meter on the  $i$ -th date of the  $j$ -th year. Here  $k = 1, \dots, n$ , where  $n$  — is the number of electric meters involved in the calculations,  $j$  — is the number of the year,  $i$  — is the specific measurement date.

The task of advance forecasting consists in calculating, on a particular current  $i$  — day of measurement, the value of electricity consumed on  $i + 1$  day, that is  $EE_{ji+1}^k$ , and on  $i + 2$  ( $EE_{ji+2}^k$ ),  $i + 3$  ( $EE_{ji+3}^k$ ),  $i + 4$  ( $EE_{ji+4}^k$ ), ...,  $i + 31$  ( $EE_{ji+31}^k$ ), or  $i + l$  ( $EE_{ji+l}^k$ ), for  $k = 1, \dots, n$  any, in which case  $l = 1, \dots, 31$ .

The proposed method of advance forecasting is based on the application of a second-generation artificial neural network implemented using the following tools and software: high-level Python programming language, PyCharm Professional development environment, free relational MySQL database management system.

The forecasting process itself is proposed to be carried out in four stages (Fig. 3): the decision maker on the forecast number of days, pre-processing of data, formation of the forecast model and post-processing of data. This technique was partially applied in earlier studies [15, 18]. The results of these studies also partially confirm the effectiveness of the proposed artificial neural network.

At the first stage, the decision maker determines for how many days to calculate the forecast values of electricity consumption (depending on the month and various tasks). At the second stage, automatic selection of parameters and training of the ANN is performed.

The training method of second-generation artificial neural network (Fig. 4) proposed by the authors is based on the Backpropagation method for elec-

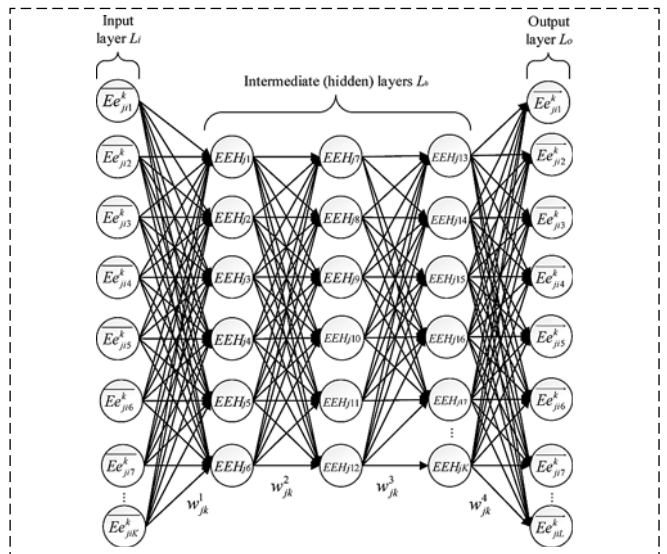


Fig. 4. The structure of the second-generation neural network

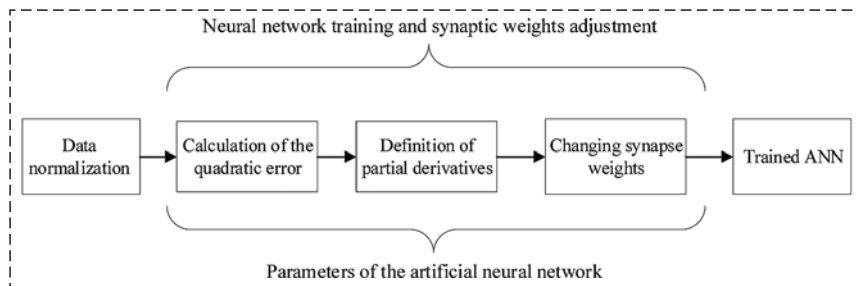


Fig. 5. Sub-stages of neural network training

tric power consumption forecasting. Consequently, when applying the above parameters, it is necessary to normalize the input values of the amount of energy consumed to prevent disappearing and exploding gradients (1):

$$\overline{EE}_{ji}^k = \frac{\overline{EE}_{ji}^k - \overline{Ee}_{\min}}{\overline{Ee}_{\max} - \overline{Ee}_{\min}}, \quad (1)$$

where  $\overline{Ee}_{\max}$  and  $\overline{Ee}_{\min}$  — minimum and maximum values of the amount of consumed electric energy for all data fed to the input layer of the neural network for all  $\overline{EE}_{ji}^k$ , where  $k = 1, \dots, n$ .

The sub-stages of neural network training at the preprocessing stage (Fig. 3) are shown in Fig. 5.

**Calculation of the quadratic error.** As a rule, the inputs of the network are considered as the input vector  $(\overline{EE}_{ji}^k)$ , where  $\overline{EE}_{ji}^k = [\overline{Ee}_{ji1}^k, \overline{Ee}_{ji2}^k, \dots, \overline{Ee}_{jiK}^k]$ , and the outputs of the network can be represented as an output vector  $(\overline{EE}_{ji}^k)$ , where  $\overline{EE}_{ji}^k = [\overline{Ee}_{ji1}^k, \overline{Ee}_{ji2}^k, \dots, \overline{Ee}_{jiL}^k]$ , that said  $K = 1, \dots, M$ ,  $L = 1, \dots, N$ , in which  $M$  and  $N$  are the number of input and output vector values. Correspondingly, the training sample is a set of pairs  $R$  of input vectors  $\overline{Ee}_{jiK}^k$  and desired (reference) output vectors  $\overline{Ee}_{jiL}^k$  (2):

$$R = \{(\overline{Ee}_{ji1}^k, \overline{Ee}_{ji1}^k), (\overline{Ee}_{ji2}^k, \overline{Ee}_{ji2}^k), \dots, (\overline{Ee}_{jiK}^k, \overline{Ee}_{jiL}^k)\}. \quad (2)$$

With each application  $\overline{Ee}_{jiK}^k$  from  $R$  to the neural network will calculate the actual output  $\overline{Ee}_{jiL}^k$  layer (3):

$$\overline{Ee}_{jiL}^k = f(\sigma_L), \quad (3)$$

where  $\sigma$  — activation function, defined by the relation (4):

$$\sigma(\overline{Ee}_{jiK}^k) = \frac{1}{1 + e^{-\overline{Ee}_{jiK}^k}}, \quad (4)$$

and which is the weighted sum of the outputs of the neuron  $EEH_j$  in each intermediate layer  $L_h$  (5):

$$\sigma_L = \sum_{j'=1}^j w_{j'k}^j L_h(EEH_{j',k}), \quad (5)$$

where  $w$  — synapse weight,  $k$  — is the  $k$ -th neuron in the intermediate layer. Based on this, we can determine the quadratic error for each pair of vectors of the set  $R$  by summing the quadratic errors in each output neuron (6):

$$E_l = \frac{1}{2} \sum_{k'=1}^L (\overline{Ee}_{jiK_{k'}}^k - \overline{Ee}_{jiL_{k'}}^k)^2, \quad (6)$$

and, as a consequence, the total quadratic error  $E$  by summing all pairs of inputs and outputs in the training sample (7):

$$E = \frac{1}{2} \sum_{l'=1}^K \sum_{k'=1}^L (\overline{Ee}_{jiK_{k'l'}}^k - \overline{Ee}_{jiL_{k'l'}}^k)^2. \quad (7)$$

Thus, the learning objective is to minimize  $E$  by finding an appropriate set of weights  $w_{xk}^l$  and  $w_{jk}^l$ , where  $l$  varies from 1 to 4.

**Determination of partial derivatives of synaptic weights.** On the basis of relation (6) we can note that

$$\frac{dE}{dw_{jk}^l} = \overline{Ee}_{jiK}^k - \overline{Ee}_{jiL}^k, \quad (8)$$

in this case, based on (5), we obtain

$$\frac{d\sigma_k}{dw_{jk}^l} = L_h(EEH_j). \quad (9)$$

Based on (8) and (9), we determine the partial derivative of  $E$  by weight  $w_{jk}$  to perform a gradient descent in (10) for synaptic weights between the intermediate and output layers:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dw_{jk}^l} &= ((\overline{Ee}_{jiK}^k - \overline{Ee}_{jiL}^k) \overline{Ee}_{jiL}^k) \times \\ &\times ((\sigma(\overline{Ee}_{jiK}^k) - \overline{Ee}_{jiL}^k) EEH_{jk}). \end{aligned} \quad (10)$$

If we consider the special case of the derivative  $E$  between the input and intermediate layers, all outputs depend on  $w_{xk}$  and the partial derivative will be as follows:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dw_{xk}^l} &= \sum_{k'=1}^L ((\overline{Ee}_{jiK_{k'}}^k - \overline{Ee}_{jiL_{k'}}^k) \overline{Ee}_{jiL_{k'}}^k) \times \\ &\times ((\sigma(\overline{Ee}_{jiK_{k'}}^k) - \overline{Ee}_{jiL_{k'}}^k) (w_{jk'}^l EEH_{jk'})) \times \\ &\times ((1 - EEH_{jk'}) \overline{Ee}_{jiK_{k'}}^k). \end{aligned} \quad (11)$$

Thus, equations (8) and (9) give all the necessary values  $\frac{dE}{dw}$  to apply (10) and (11) within the gradient descent for all weights of the neural network.

**Changing synapse weights.** Each weight will be changed to  $dw$  to reduce  $E$  (12):

$$w(t+1) = w(t) + \Delta w(t), \quad (12)$$

where  $\Delta w(t) = -\frac{dE}{dw}|_t$ ,  $w(t)$  — synapse weight during  $t$ ,  $w(t+1)$  — modified (updated) synapse weight. In the present study, in order to increase the learning rate of the neural network, the previously indicated parameter  $\alpha$ , and to improve the accuracy of calculations of predictive values, a specialized sensitivity factor (also designated earlier) is set:

$$\Delta w(t) = -\frac{dE}{dw}|_t + (\varphi(\alpha \Delta w(t-1))). \quad (13)$$

At the third stage, the prognostic model is formed directly, and at the fourth stage, the predicted values of the amount of electricity consumption are calculated. At the same time, it is necessary to renormalizations normalize the obtained forecast values  $\overline{EE}_{ji+1}^k$  (14) in connection with the initial normalization of the data ( $\overline{EE}_{ji}^k \in [0; 1]$ ):

$$\overline{EE}_{ji}^k = \overline{Ee}_{ji}^k (\overline{Ee}_{\max} - \overline{Ee}_{\min}) + \overline{Ee}_{\min}. \quad (14)$$

### Modification of a classical neuron for time series prediction tasks

As a basis for modification, we chose a classical version of the neuron (Fig. 6, on the example of the input layer), consisting of input values, synaptic connections (synapses), neuron cell, axon and output value.

In Fig. 6  $n_{in}$  — number of neuron inputs,  $\overline{Ee}_{jiK}^k$  — normalized value of the amount of energy consumed,  $\overline{EEH}_{jK}$  — the output value of the neuron from the input layer to the intermediate layer.

The modified neuron and its mathematical model are shown in Fig. 7.

From Fig. 7 shows that the modified neuron has an identical structure, except for the addition of the response coefficient  $\lambda \in [0.1; 0.9]$  (Table 1) on the anomalies in the time series. As such anomalies are considered sharp spikes and drops in the values of electricity consumption, which can lead to inaccurate calculations of forecast data.

With this coefficient, we take into account such spikes and decreases, which allows us to minimize

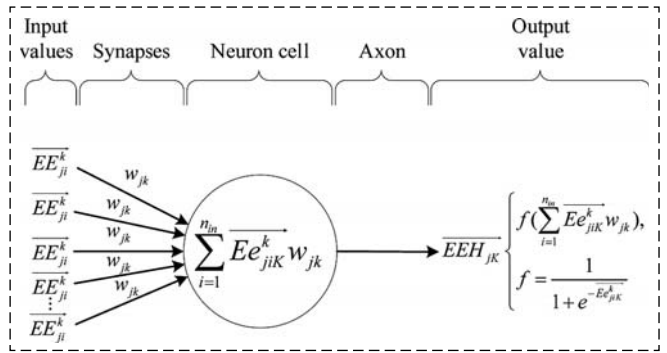


Fig. 6. Classical neuron on the example of the input layer of the developed ANN

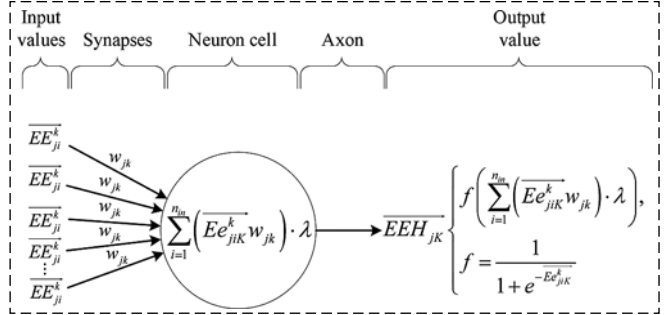


Fig. 7. Modified neuron taking into account the addition of the coefficient of response to anomalies in the time series

Table 1

Values of the coefficient of response  $\lambda$  to anomalies in time series

Value coefficient $\lambda$	Spike in power consumption values in the time series, kWh
0.1	50—119
0.2	120—179
0.3	180—239
0.4	240—289
0.5	290—399
0.6	400—899
0.7	900—4999
0.8	5000—8999
0.9	9000—15000

the consequences in the form of inaccuracy of forecast values. Thus, the local convergence of the ANN model increases, and as a consequence, the prediction accuracy increases, as shown in the next section.

### Analysis of the effectiveness of the proposed ANN for electricity consumption forecasting

To analyze the effectiveness of the proposed ANN model as part of the prediction of the amount of electricity consumed, the time series for the past

4 years was used. This data was provided by the production department "Kumertau Electric Networks" from 01.01.2018 to 21.06.2022 in the following form (database, Table 2): date, active electricity consumption, air temperature. Name of the meters used: "Mercury 230 ART".

During the experiment a large number of calculations and iterations were performed in the framework of predicting the amount of electricity consumed. The total array of data used in the experiment is 25,903 values, of which 60 % are fed to the training sample of the neural network and 20 % each to the test and validation sample.

This article presents the results of the experiment to predict the amount of electricity consumed by the enterprise in the period from 01.04.2022 to 01.05.2022. Initially, the predicted values of the

amount of electricity consumption were calculated with their subsequent comparison with the real (actual) values of the amount of electricity consumed (Table 3, Fig. 8).

Every day (every day at 8:00 a.m.) data is taken from all electric meters (their current number is 196, i.e.  $n = 196$ ), and entered into the database for further processing in order to calculate the forecast values using an artificial neural network. The start date of the experiment can be considered 01.04.2022, i.e.  $I = 1$ .

The forecast itself was carried out for the next  $m$  (for example, 1–31) days by 1 electricity meter, i.e.  $n = 1$ . This value of  $n$  was taken to reduce the time of the experiment. The next day the actual value of electricity consumption was measured on the same electric meters  $EE_{j,i+m}^k$ . The decision maker (Fig. 3), For example, the head of the department, depending on the requirements of the company, selects the number of days for which the forecast will be carried out. Making forecasts daily until 01.05.2022 inclusive, we obtain for each electricity meter 961 forecast and the actual value of the amount of electricity consumed for each of the  $n$  electric meters. To do this, let's introduce an ad-

Table 2

Fragment of the database for the formation of the ANN dataset

Date	Meter number	Consumed electricity, kWh	Air temperature, °C
01.01.2018	1	7156.5	-8.3
02.01.2018		7567.1	-9.4
03.01.2018		8123.2	-14.4
04.01.2018		8119.3	-11.4
05.01.2018		8912.0	-12.2
06.01.2018		7118.4	-11.1
07.01.2018		7945.2	-11.9
08.01.2018		7981.5	-8.1
09.01.2018		8589.0	-13.2
10.01.2018		8611.7	-13.1

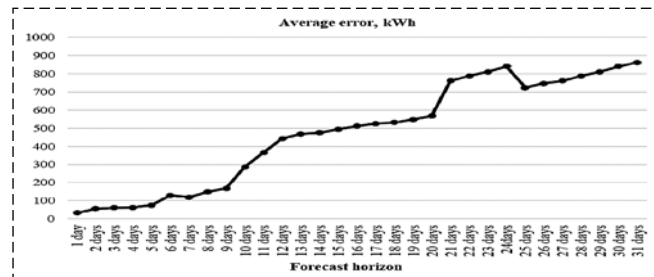


Fig. 8. Change in  $E_{ji}^k$  depending on  $Ee_{j,i+1,\dots,31,L}^k$  in the framework of the experiment on the three-phase counter "Mercury 230 ART"

Table 3

Change in the average error  $E_{ji}^k$  when predicting the proposed ANN of the amount of energy consumed (on the example of the Kumertau Electric Networks enterprise, meter No. 1)

$E_{ji}^k$ (10 days), kWh	$E_{ji}^k$ (9 days), kWh	$E_{ji}^k$ (8 days), kWh	$E_{ji}^k$ (7 days), kWh	$E_{ji}^k$ (6 days), kWh	$E_{ji}^k$ (5 days), kWh	$E_{ji}^k$ (4 days), kWh	$E_{ji}^k$ (3 days), kWh	$E_{ji}^k$ (2 days), kWh	$E_{ji}^k$ (1 day), kWh
286.4	168.7	149.4	119.8	130.5	75.9	62.7	61.4	57.2	34.2
$E_{ji}^k$ (20 days), kWh	$E_{ji}^k$ (19 days), kWh	$E_{ji}^k$ (18 days), kWh	$E_{ji}^k$ (17 days), kWh	$E_{ji}^k$ (16 days), kWh	$E_{ji}^k$ (15 days), kWh	$E_{ji}^k$ (14 days), kWh	$E_{ji}^k$ (13 days), kWh	$E_{ji}^k$ (12 days), kWh	$E_{ji}^k$ (11 days), kWh
5812.6	5914.2	5943.0	5600.0	511.3	494.4	475.8	468.9	443.8	366.6
$E_{ji}^k$ (30/31 days), kWh	$E_{ji}^k$ (29 days), kWh	$E_{ji}^k$ (28 days), kWh	$E_{ji}^k$ (27 days), kWh	$E_{ji}^k$ (26 days), kWh	$E_{ji}^k$ (25 days), kWh	$E_{ji}^k$ (24 days), kWh	$E_{ji}^k$ (23 days), kWh	$E_{ji}^k$ (22 days), kWh	$E_{ji}^k$ (21 days), kWh
840.2/861.9	811.2	787.0	760.8	746.0	723.8	840.2	811.2	787.0	760.8

Calculation of the relative effectiveness of each method  
(integral indicator)

Neural network	Relative effectiveness, %
INS of the authors of the article	84.6
ARIMA	16.6
SVR	29.1
ARIMAX-GARCH	40.1
MLR	21.5
Single layer perseptron	0
Multilayer Perspectron	47.3
Convergent	75.1
Classic Recurrent	65.0

ditional notation  $l$  — the number of days of the experiment, that is, the value  $l_{k,i+m} = 31$ . This makes it possible to determine the average accuracy of the forecast for each  $k$ -th electricity meter (15):

$$E_{cp}^k = \frac{1}{l_{k,i+m}} \sum_{r=1}^{l_{k,i+m}} E|EE_{jr}^k - EE_{j,i+m}^k|. \quad (15)$$

In this case, the error  $E_{ji}^k$  (in kWh) on the  $i$ -th day of the  $j$ -th year of each  $k$ -th electricity meter is calculated by the ratio of the absolute difference (16), and the error in percent by the following ratio (17):

$$E_{ji}^k = |EE_{ji}^k - EE_{j,i+m}^k|; \quad (16)$$

$$Ep_{ji}^k = \left( \frac{EE_{ji}^k}{EE_{j,i+m}^k} \right) \cdot 100 \%. \quad (17)$$

Based on the results (Table 3 and Fig. 8) of the experiment, the following conclusions were made:

the average error (Fig. 8) of the predicted electricity consumption  $E_{ji}^k$  cleft 457.2 kWh ( $Ep_{ji}^k$  — 7.8 %) on all three-phase static meter № 1 "Mercury 230 ART";

noted that in the forecast on the 6th day (Table 3, Fig. 8) errors  $E_{ji}^k$  and  $Ep_{ji}^k$  more than the forecast on day 7. This is a limitation of the modified mathematical apparatus for training the artificial neural network, which requires additional research and improvements;

despite the weak trends of increasing/decreasing power consumption, as well as constant spikes (spikes, anomalies) in the time series, the predicted values are quite accurate due to the coefficients introduced earlier, as confirmed by further experiments.

Moreover, when evaluating the effectiveness, the integral indicator of the effectiveness of the proposed method of prediction is also important: it is necessary to calculate the relative effectiveness of  $Ep_{ji}^k$  (Table 4) of each forecasting method by the ratio (18):

$$Epo_{ji}^k = \left( \frac{Ep_{cp}^k}{Em_{cp}^k} \right) \cdot 100 \%, \quad (18)$$

where  $Ep_{cp}^k$  — average error (kWh) of the proposed forecasting method,  $Em_{cp}^k$  — average error (kWh) of the method, with the highest error (kWh).

The relative efficiency (Table 4) of the proposed forecasting method is 84.6 %, which indicates the need for energy capacity reserve in the form of an additional 15.4 %. Consequently, the smaller the percentage of power capacity reserve, the less financial costs for their reservation, which is especially useful in the current economic realities.

Thus, the implemented artificial neural network of the authors of the article showed more accurate and stable results, which proves the feasibility of the proposed solution in the framework of electricity consumption forecasting. Due to these forecasts, enterprises will be able to carry out energy-saving activities (starting from the control of operating modes and timing of checking electricity meters and ending with the reconstruction of electrical networks). This will allow energy companies to use financial resources more efficiently, which will positively affect not only electricity tariff plans for individuals and legal entities, but also provide an opportunity to optimize the budget of an energy company.

## Conclusion

Given the widespread use of artificial intelligence technologies, this study examines the issue of their effectiveness in predicting electricity consumption. The model of artificial neural network for predicting the amount of electricity consumption was developed and evaluated on the example of the enterprise "Kumertau Electric Networks".

The analysis of the effectiveness of the proposed ANN showed on the basis of retrospective data enterprise "Kumertau Electricity Networks" that the use of artificial neural network in predicting electricity consumption is appropriate and effective, which confirms the calculated integral index.

Thus, the proposed method of forecasting electricity consumption can be especially useful for companies to carry out specialized energy-saving measures, which is especially useful in the current global economic realities.

## References

1. **Louis-Gabriel M., Louis G.** Forecasting of short-term lighting and plug load electricity consumption in single residential units: Development and assessment of data-driven models for different horizons, *Applied Energy*, 2022, no. 307, pp. 118229.
2. **Hadjout D.** et al. Electricity consumption forecasting based on ensemble deep learning with application to the Algerian market, *Energy*, 2022, no. 243, pp. 123060.
3. **Garant**, available at: <https://base.garant.ru/70643464/> (date of access to the page: 13.08.22).
4. **Jian D.** et. al. A hybrid deep learning framework for predicting daily natural gas consumption, *Energy*, 2022, 257, pp. 124689.
5. **Tasarruf B.** et. al. Short term electricity load forecasting using hybrid prophet-LSTM model optimized by BPNN, *Energy Reports*, 2022, no 8, pp. 1678–1686.
6. **Hongcheng L.** et. al. Data-driven hybrid petri-net based energy consumption behaviour modelling for digital twin of energy-efficient manufacturing system, *Energy*, 2022, 239, pp. 122178.
7. **Chengyu Z., Tianyi Z., Kuishan L.** Quantitative correlation models between electricity consumption and behaviors about lighting, sockets and others for electricity consumption prediction in typical campus buildings, *Energy and Buildings*, 2021, no 253, pp. 111510.
8. **Meng Z.** et. al. A novel flexible grey multivariable model and its application in forecasting energy consumption in China, *Energy*, 2022, no 239-E, pp. 122441.
9. **Fazil K.** et al. A hybrid approach based on autoregressive integrated moving average and least-square support vector machine for long-term forecasting of net electricity consumption, *Energy*, 2020, no 197, pp. 117200.
10. **Ying S.** et al. Prediction method of electricity stealing behavior based on multi-dimensional features and BP neural network, *Energy Reports*, 2022, no. 8–4, pp. 523–531.
11. **Vyalkova S. A., Nadtoka I. I.** Forecasting daily graphs active energy consumption of a megapolis taking into account forecast data of daylight illumination. *Izvestiya vysshih uchebnykh zavedenij. Elektromekhanika*, vol. 63, no. 5, pp. 67–71 (In Russian)
12. **Safaraliev M. H.** et al. Adaptive ensemble models for medium-term forecasting of power generation by hydropower plants in isolated power systems taking into account temperature changes, *Electrotechnical Systems and Complexes*, no. 1(54), pp. 38–45.
13. **McCulloch W. S., Pitts W.** A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity, *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 1943, no. 5, pp. 115–133.
14. **Palchevsky E. V., Antonov V. V.** Decision support system based on application of the second generation neural network, *Programnaya Ingeneria*, 2022, no. 13-6, pp. 301–308.
15. **Palchevsky E. V., Khristodulo O. I., Pavlov S. V.** Threat prediction in complex distributed systems using artificial neural network technology, *CEUR Workshop Proceedings*, 2020, no. 2763, pp. 289–284.
16. **Mitchell T.** Machine Learning, 1997, 432 p.
17. **Fukushima K.** Visual Feature Extraction by a Multilayered Network of Analog Threshold Elements, *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, 1969, no. 5–4, pp. 322–333.
18. **Palchevsky E. V.** et al. Intelligent data analysis for forecasting threats in complex distributed systems, *CEUR Workshop Proceedings*, 2020, no. 2744, pp. 285–296.

VIII Всероссийская научно-техническая конференция

# АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ (VIII Козловские чтения)

Россия, г. Самара, АО «РКЦ» «Прогресс»  
3–6 октября 2023 г.

## НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ КОНФЕРЕНЦИИ

1. Разработка, производство, испытания и эксплуатация ракетно-космической техники
  - 1.1. Проектирование и производство средств выведения космических аппаратов
  - 1.2. Проектирование и производство космических аппаратов, космические исследования и проекты
  - 1.3. Системы управления, космическая навигация и связь
  - 1.4. Двигатели. Энергетические установки и системы терморегулирования КА
  - 1.5. Механизмы специальных систем
  - 1.6. Испытания ракетно-космической техники
  - 1.7. Наземная космическая инфраструктура. Эксплуатация ракетно-космической техники
  - 1.8. Перспективные материалы и технологии в аэрокосмической отрасли
  - 1.9. Дистанционное зондирование Земли: методы, средства, технологии
  - 1.10. Малые космические аппараты: проекты, эксплуатация
  - 1.11. Качество ракетно-космической техники: состояние, проблемные вопросы и пути повышения
2. Математические методы и информационные технологии
  - 2.1. Цифровая трансформация ракетно-космической отрасли: состояние, проблемные вопросы, проекты
  - 2.2. Математические методы моделирования, управления и оптимизации
  - 2.3. Информатика и информационно-управляющие системы
  - 2.4. Методы и средства защиты информации

Дополнительную информацию см. на сайте предприятия:  
[www.samspace.ru](http://www.samspace.ru)



**В. Б. Мелехин**, д-р техн. наук, проф., pashka1602@rambler.ru,  
Дагестанский государственный технический университет, г. Махачкала,  
**М. В. Хачумов**, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., khmike@inbox.ru,  
Институт программных систем им. А. К. Айламазяна РАН, с. Вельское, Ярославская обл.,  
Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" РАН,  
Российский университет дружбы народов, г. Москва

## Когнитивные инструменты абстрактного мышления автономных интеллектуальных мобильных систем\*

*Решаются актуальные проблемы искусственного интеллекта, связанные с разработкой инструментальных средств абстрактного мышления автономных интеллектуальных мобильных систем, позволяющих планировать целенаправленное поведение в труднодоступных и агрессивных для человека средах. Предложены когнитивные инструменты, обеспечивающие интеллектуальным системам возможность организации целенаправленной многоэтапной деятельности, связанной с решением сложных задач, когда план поведения автоматически строится в одних условиях проблемной среды, а заданная цель поведения достигается в других условиях функционирования, находящихся за пределами разрешающей способности технического зрения. Важной особенностью предложенных типовых элементов представления и обработки знаний является то, что они позволяют интеллектуальным системам организовать вывод решения сложных задач, опираясь только на данные, хранящиеся в модели представления знаний и поступающие из текущих условий функционирования.*

*В общем случае разработанная модель знаний интеллектуальных систем различного назначения состоит из декларативных и процедурных типовых элементов их представления. Для формального описания типовых элементов представления декларативных знаний используются традиционные семантические сети и различные наборы ограничений, отражающих дополнительные условия предстоящего функционирования автономных мобильных интеллектуальных систем. Что же касается формального описания типовых элементов представления процедурных знаний безотносительно к конкретной предметной области, то для этого используются нечеткие семантические сети. Это позволяет автономным интеллектуальным мобильным системам адаптироваться к конкретным условиям функционирования в недоопределенных проблемных средах и выполнять на этой основе сформулированные для них сложные задания.*

*Практическая значимость полученных результатов заключается в эффективности их использования для разработки интеллектуальных решателей задач, обеспечивающих автономным интеллектуальным мобильным системам различного назначения возможность выполнения сложных заданий в априори недоопределенных проблемных средах путем адаптации сформированного в общем виде плана целенаправленной деятельности к конкретным текущим условиям функционирования.*

**Ключевые слова:** автономная интеллектуальная система, абстрактное мышление, типовые элементы представления знаний, инструментальные средства вывода решений, планирование многоэтапной деятельности

### Введение

Потребность в решении различных по сложности практических задач в нестабильных, априори неописанных труднодоступных и агрессивных для человека проблемных средах (ПС) диктует объективную необходимость создания автономных интеллектуальных мобильных систем (АИМС) различного назна-

чения, обладающих по аналогии с человеком [1, 2] следующими формами мышления [3]:

1) наглядно-действенным мышлением, обеспечивающим способность АИМС к самообучению в априори неописанных ПС и формирование на этой основе условных программ целесообразной деятельности [4, 5]. В основу организации данной формы мышления АИМС закладываются метод проб и ошибок, механизмы избирательности поступающей из ПС информации, опирающиеся на анализ происходящих в ней изменений, а также инструмен-

\*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-71-10056, <https://rscf.ru/project/21-71-10056>

ты безусловной рефлекторной деятельности живых организмов;

2) наглядно-образным мышлением, позволяющим АИМС выполнять сформулированное задание в различных недоопределенных условиях ПС, ограниченных рамками воспринимаемой в среде текущей ситуации [6–8]. В этом случае для вывода решений АИМС сравнивает между собой текущую и целевую ситуации ПС и на основе выявленных между ними различий генерирует план целенаправленной деятельности. Обработка действий сформированного таким образом плана поведения позволяет АИМС устранить все различия между текущей и целевой ситуациями ПС и достичь на этой основе цели поведения;

3) абстрактным мышлением, обеспечивающим АИМС возможность решения сложных задач в распределенных в пространстве ПС. Иначе говоря, этот тип мышления применяется в условиях, когда план целенаправленной деятельности строится в одной ситуации ПС, а для достижения заданной цели интеллектуальной системе требуется перейти, используя ряд промежуточных этапов поведения, в другую ситуацию ПС. Таким образом, данный вид мышления служит для организации полифазной или многоэтапной деятельности [9], когда полученное АИМС задание состоит из нескольких подцелей поведения, достижение каждой из которых, начиная с первой, выполняется в различных условиях ПС и является предпосылкой для перехода на следующий этап целенаправленной деятельности, реализуемый в новых условиях ПС.

Следует отметить, что в настоящее время наименее исследованными являются проблемы, связанные с построением эффективных инструментальных средств абстрактного мышления АИМС. В связи с этим для создания АИМС, обладающих высокими функциональными возможностями, требуется особое внимание уделить разработке когнитивных инструментов организации данной формы мышления.

В общем случае когнитивные инструменты абстрактного вывода решений должны наделять АИМС способностью планирования на альтернативной основе многоэтапной деятельности в недоопределенных условиях ПС, опираясь только на обработку данных, хранящихся в модели представления знаний, а также способностью адаптации и корректировки сформированного в общем виде плана поведения на

основе информации, поступающей из текущих условий функционирования. При этом следует также учитывать имеющиеся у интеллектуальной системы функциональные возможности и заданные ограничения, например, по времени решения поставленной задачи.

Таким образом, для создания АИМС, обладающих высокими интеллектуальными способностями, требуется разработка абстрактной модели представления знаний, а также инструментальных средств их обработки и вывода решений, в совокупности позволяющих интеллектуальным системам различного базирования и назначения планировать целенаправленную многоэтапную деятельность, связанную с решением сложных задач в изменяющихся условиях ПС. Одному из подходов решения данной проблемы и посвящается настоящее исследование.

### Постановка задачи

Рассмотрим АИМС, оснащенную техническим зрением, манипулятором и моторной подсистемой. Пусть модуль технического зрения позволяет АИМС распознавать находящиеся в ПС объекты [10, 11] и строить модель текущих условий функционирования в виде традиционной семантической сети [12, 13]. Моторная подсистема и манипулятор обеспечивают АИМС возможность обработки различных элементарных действий  $B = \{b_{i_1}\}$ ,  $i_1 = \overline{1, n_1}$  позволяющих:

— целенаправленно перемещаться в ПС для перехода из одних условий функционирования в другие условия в процессе многоэтапной деятельности;

— манипулировать находящимися в среде объектами в целях преобразования текущей ситуации ПС в требуемую целевую ситуацию, соответствующую выполняемому этапу целенаправленной деятельности.

ПС целесообразно охарактеризовать элементами следующих множеств:

— допустимых ситуаций  $s_{j_1} \in S$ , определяющих различные этапы и условия целенаправленной деятельности АИМС, формальное описание которых строится в модуле технического зрения в виде семантических сетей  $S_{j_1} \in S^*$ ,  $S^* = \{S_{j_1}\}$ ,  $j_1 = \overline{1, m_1}$ ;

— находящихся в среде объектов  $O = \{o_{j_2}(X_{j_2})\}$ ,  $j_2 = \overline{1, m_2}$ , и видом семантических отношений

между ними  $R = \{r_\gamma\}, \gamma = \overline{1, \eta}$ , где  $X_{j_2}$  — множество признаков, однозначно характеризующих объект  $o_{j_2}(X_{j_2}) \in O$  ПС;

— событий  $Q_1 = \{q_{j_3}(S_{j_1}^{j_3})\}, j_3 = \overline{1, m_3}$ , и  $Q_2 = \{q_{j_4}(S_{j_1}^{j_4})\}, j_4 = \overline{1, m_4}$ , возникающих в ПС независимо от деятельности АИМС, где  $S_{j_1}^{j_3}, S_{j_1}^{j_4}$  — подситуации, которые характеризуют изменения, происходящие в ПС в результате возникновения в ней, соответственно, событий  $q_{j_3}(S_{j_1}^{j_3}) \in Q_1$  и  $q_{j_4}(S_{j_1}^{j_4}) \in Q_2$ .

Следует отметить, что к событиям  $q_{j_3}(S_{j_1}^{j_3}) \in Q_1$  относятся такие явления, которые происходят только в определенных ситуациях ПС  $s_{j_1} \in S$  и вносят в них изменения, способствующие достижению АИМС подцели поведения определенного текущего этапа полифазной деятельности. Примером может быть появление в ситуации  $s_{j_1} \in S$  транспортного средства, которое может оперативно доставить АИМС в заданный пункт назначения. Как правило, подситуации  $S_{j_1}^{j_3}$  характеризующие изменения, происходящие в текущей ситуации ПС  $s_{j_1} \in S$ , вызывают у АИМС определенные реакции, представляющие собой упорядоченный набор элементарных действий  $b_i \in B$ , отработка которых и обеспечивает интеллектуальной системе непосредственное достижение подцели на текущем этапе целенаправленной деятельности. Следовательно, решение одной из основных подзадач многоэтапной деятельности сводится к переходу АИМС из текущих условий функционирования в новые условия ПС, в которых происходят события  $q_{j_3}(S_{j_1}^{j_3}) \in Q_1$ , связанные с достижением интеллектуальной системой стоящей перед ней текущей подцели целенаправленной деятельности.

В свою очередь, события второго вида  $q_{j_4}(S_{j_1}^{j_4}) \in Q_2$  в результате возникновения в ПС вносят в текущую ситуацию  $s_{j_1} \in S$  ПС изменения, определяемые подситуацией  $S_{j_1}^{j_4}$ , которые сопровождаются возникновением в ПС соответствующей им угрозы результативной деятельности АИМС. Другими словами, в этом случае АИМС для достижения стоящей подцели поведения требуется предварительно либо устранить изменения, определяемые подситуацией  $S_{j_1}^{j_4}$ , которые были внесены событием  $q_{j_4}(S_{j_1}^{j_4}) \in Q_2$  в текущее состояние ПС, либо предпринять меры, связанные со снижением влияния данных изменений ПС на дальнейшую результативную деятельность интеллектуальной системы.

Задание, определяющее целенаправленную деятельность, формулируется АИМС в процедурной форме представления в виде кортежа сложных действий  $\langle B_1, B_2, \dots, B_{i_2}, \dots, B_{k_1} \rangle$ ,  $B^* = \{B_{i_2}\}, i_2 = \overline{1, n_2}$ , [14] с необходимыми для его эффективной реализации ограничениями, например, по времени решения поставленной задачи и т. п. Каждое такое сложное действие  $B_{i_2} \in B^*$  фактически определяет одну из подзадач полифазной деятельности АИМС и представляет собой упорядоченную последовательность  $\langle b_{i_1}^1(i_2), b_{i_1}^2(i_2), \dots, b_{i_1}^{k_2}(i_2) \rangle$  элементарных действий  $b_{i_1} \in B$ , а также условий их результативной отработки. Например, сформулированное АИМС задание может иметь следующее содержание:

*"Найти на заданном участке проблемной среды все объекты  $o_{j_2}(X_{j_2}) \in O$ , обладающие одним из наборов признаков  $X_1, X_2$  или  $X_3$  и перевезти их в заданное место проблемной среды"*.

Следовательно, на первом этапе предстоящей деятельности АИМС требуется отыскать в априори неописанной ПС и загрузить в свою тележку все объекты  $o_{j_2}(X_{j_2}) \in O$ , удовлетворяющие одному из следующих условий:  $X_1 \subseteq X_{j_2}$ ,  $X_2 \subseteq X_{j_2}$  или  $X_3 \subseteq X_{j_2}$ . Затем на втором этапе поведения перевезти и разгрузить данные объекты в определенном месте ПС.

Таким образом, требуется разработать такие типовые элементы модели представления и обработки знаний, безотносительно к конкретной предметной области, опираясь на которые АИМС, в соответствии с функциональным назначением, становится способной автоматически планировать многоэтапную целенаправленную деятельность в различных нестабильных условиях ПС.

### Структура и содержание типовых элементов представления знаний АИМС

В общем случае для решения АИМС многоэтапных задач на основе инструментальных средств абстрактного мышления в различных условиях ПС требуется, чтобы модель знаний интеллектуальной системы включала следующие виды типовых элементов их представления:

1. Традиционные семантические сети  $S_{j_1} \in S^*$ , описывающие текущие ситуации ПС  $s_{j_1} \in S$ .
2. Нечеткие семантические сети  $S_{j_5} \in S^{**}$ ,  $j_5 = \overline{1, m_5}$ , [15], позволяющие безотносительно к конкретной предметной области описать

различные условия, которые должны выполняться в ПС для результативной деятельности АИМС в различных условиях функционирования. Данные семантические сети используются для построения типовых элементов представления знаний безотносительно к конкретной предметной области и применяются АИМС для выбора результативных действий в процессе планирования целенаправленной деятельности.

3. Типовые элементы, характеризующие условия, которые должны выполняться в ПС для результативной отработки АИМС различных действий:

- определяющие элементарные действия  $b_{i_1} \in B$ , которые позволяют АИМС регулировать значения отдельных отношений  $r_\gamma \in R$  между объектами и событиями ПС;

- характеризующие альтернативные варианты решения  $d_{j_6}^{i_2} \in D^*$ ,  $j_6 = \overline{1, m_6}$ , типовых подзадач  $d_{i_2} \in D$ , соответствующих сложным действиям  $B_{i_2} \in B^*$ , из которых складывается многоэтапная деятельность АИМС.

4. Устанавливающие действия АИМС, обеспечивающие определенные изменения значений отношений  $r_\gamma \in R$  между объектами ПС, требующиеся для достижения текущей подцели поведения.

5. Имеющие формат описания в виде логико-трансформационных правил вывода  $q_{j_3}(S_{j_3}) : S_{j_3}^{i_2}(1) \& B_{i_2} \rightarrow S_{j_3}^{i_2}(2)$ , обеспечивающих выбор на ситуационной основе [16] результативных сложных действий  $B_{i_2} \in B^*$  после возникновения в ПС определенных событий  $q_{j_3}(S_{j_3}) \in Q_1$ , где  $S_{j_3}^{i_2}(1) \& B_{i_2} \rightarrow S_{j_3}^{i_2}(2)$  — акт поведения, означающий, что если в текущей ситуации ПС  $s_{j_1} \in S$  выполняются условия, определяемые подситуацией  $S_{j_3}^{i_2}(1)$ , то отработка АИМС сложного действия  $B_{i_2}$  приводит в среде к изменениям, которые описываются подситуацией  $S_{j_3}^{i_2}(2)$ .

Данные правила используются в процессе вывода решений, когда АИМС для достижения текущей подцели требуется получить результат  $S_{j_3}^{i_2}(2)$  после возникновения в среде соответствующего события  $q_{j_3}(S_{j_3})$ . Примером может быть случай, когда АИМС необходимо сесть в ожидаемое транспортное средство после его появления в определенных условиях ПС для достижения текущей подцели поведения и т. п.

6. Определяющие наборы ограничений  $h_{i_3}^{i_2} \in H$ ,  $i_3 = \overline{1, n_3}$ , на основании которых АИМС выбирает соответствующее им альтернативное

решение  $d_{j_6}^{i_2}(i_3) \in D^*$  стоящей перед ней подзадачи  $d_{i_2} \in D$  на текущем этапе целенаправленной деятельности. Примером таких ограничений могут быть вид и состояние грунта поверхности участка ПС, при которых АИМС может перемещаться по этому участку только с ограниченной скоростью и т. п.

7. Подситуации  $S_{j_4}^*$ , характеризующие условия возникновения в ПС событий  $q_{j_4}(S_{j_4}^*) \in Q_2$ .

8. Структурированное описание алгоритмов, используемых АИМС для решения различных непредвиденных подзадач в процессе планирования основной деятельности, относящихся к когнитивным инструментам наглядно-действенного и наглядно-образного мышления [2]. Например, к элементам данного вида модели представления знаний АИМС следует отнести алгоритм самообучения, позволяющий интеллектуальной системе организовать поисковую деятельность в априори неопределенных условиях ПС, и т. п.

Формально традиционные семантические сети  $S_{j_1} \in S^*$  в модели представления знаний определяются помеченным графом  $G_{j_1} = (V_{j_1}, E_{j_1})$ , в котором вершины  $v_{j_7} \in V_{j_1}$ ,  $j_7 = \overline{1, m_7}$ , помечаются находящимися в ПС объектами  $o_{j_2}(X_{j_2}) \in O$ , а ребра  $e_{j_8} \in E_{j_1}$ ,  $j_8 = \overline{1, m_8}$ , — количественными оценками отношений, выполняющихся между данными объектами в текущих условиях функционирования АИМС.

В свою очередь, нечеткие семантические сети  $S_{j_5} \in S^{**}$  модели представления знаний АИМС определяются помеченными нечеткими графами  $G_{j_5} = (V_{j_5}, E_{j_5})$ , где  $V_{j_5} = \{v_{j_9}\}$ ,  $j_9 = \overline{1, m_9}$ ,  $E_{j_5} = \{e_{j_{10}}\}$ ,  $j_{10} = \overline{1, m_{10}}$ , — соответственно множества вершин и ребер. Пометки вершин  $v_{j_9} \in V_{j_5}$  в нечетких семантических сетях  $S_{j_5}$  определяются соответствующими им слотами  $x_{j_9}(X_{j_9})$ , характеризующимися множеством признаков  $X_{j_9}$ , которыми должны обладать различные объекты ПС  $o_{j_2}(X_{j_2}) \in O$  для того, чтобы была допустимой пометка этих слотов данными объектами в текущих условиях функционирования АИМС. Другими словами, пометка слота  $x_{j_9}(X_{j_9})$  в сети  $S_{j_5}$  опускается находящимся в ПС объектом  $o_{j_2}(X_{j_2})$ , если выполняется условие  $X_{j_9} \subseteq X_{j_2}$ .

Ребра  $e_{j_{10}} \in E_{j_5}$  в сети  $S_{j_5}$  определяются тройками  $\langle T_{j_{11}}, y_{j_{11}}, y_{j_{11}+1} \rangle$ ,  $j_{11} = \overline{1, 5}$ , где  $T_{j_{11}}$  — терм или словесное значение лингвистической переменной [17, 18], одноименной с на-

званием отношения, которым должно быть помечено ребро  $e_{j_{10}}$ . Таким образом, терм  $T_{j_{11}}$  определяет, например, отношение "Допустимое расстояние между АИМС и объектом ПС" в следующем обобщенном виде: "Объект  $o_{j_2}(X_{j_2})$  должен располагаться в ПС на "близком" расстоянии от местоположения АИМС";  $y_{j_{11}}, y_{j_{11}+1}$  — соответственно нижняя и верхняя граничные оценки подынтервала численных значений термина  $T_{j_{11}}$  на количественной шкале соответствующей лингвистической переменной, характеризующего интервальное значение, которое определяет все допустимые расстояния между объектом ПС и АИМС, для того чтобы интеллектуальная система могла захватить этот объект.

Типовые элементы представления знаний АИМС, определяющие условия, необходимые для успешного выполнения интеллектуальной системой элементарных действий  $b_{i_1} \in B$ , имеют следующий формат описания:  $\langle \text{Идентификатор действия } b_{i_1}, G_{i_1}^1, G_{i_1}^2 \rangle$ , где  $G_{i_1}^1$  — граф, определяющий нечеткую семантическую сеть, описывающую условия, которые должны выполняться в ПС для результативной отработки действия  $b_{i_1}$  в целях получения на этой основе изменений текущей ситуации ПС, определяемых нечеткой семантической сетью, представленной графом  $G_{i_1}^2$ .

Сведения, служащие АИМС для определения элементарных действий  $b_{i_1} \in B$ , позволяющих выполнить необходимое для достижения текущей подцели изменение текущего значения отношения  $r_\gamma \in R$ , имеют следующий формат описания:

$\langle \text{Идентификатор отношения } r_\gamma \in R; \text{ действие } b_{i_1}^+ \in B, \text{ позволяющее увеличить значение отношения } r_\gamma; \text{ действие } b_{i_1}^- \in B, \text{ обеспечивающее возможность уменьшить значение отношения } r_\gamma \rangle$ .

В общем случае типовые элементы представления знаний, позволяющие АИМС выбирать на альтернативной основе наиболее эффективное согласно принятому критерию  $d_{j_6}^{i_2} \in D^*$  альтернативное решение типовой подзадачи  $d_{i_2} \in D$  многоэтапной деятельности, имеют следующий формат описания:

$$d_{i_2} : \begin{cases} \text{если } h_{i_1}^{i_2}, \text{ то } d_{i_1}^{i_2}; \\ \text{если } h_{i_2}^{i_2}, \text{ то } d_{i_2}^{i_2}; \\ \dots \\ \text{если } h_{m_6}^{i_2}, \text{ то } d_{m_6}^{i_2}, \end{cases} \quad (1)$$

где, например, имплекативное решающее правило "если  $h_{i_2}^{i_2}$ , то  $d_{i_2}^{i_2}$ " означает, что в случае, когда у АИМС возникает необходимость в выполнении подзадачи  $d_{i_2} \in D$  при наличии ограничений  $h_{i_2}^{i_2}$ , интеллектуальной системе следует использовать ее типовое решение  $d_{i_2}^{i_2}$ .

В свою очередь, каждое альтернативное решение  $d_{j_6}^{i_2} \in D^*$  типовой подзадачи  $d_{i_2} \in D$  имеет следующий формат описания:

$$\langle \text{"вход}_{j_6}(i_2), \text{"тело}_{j_6}(i_2), \text{"выход}_{j_6}(i_2) \rangle,$$

где "вход $_{j_6}(i_2)$ " — нечеткая семантическая сеть  $S_{j_5}^{j_6}(1) \in S^{**}$ , определяющая условия, которые должны выполняться в ПС для успешной отработки АИМС сложного действия  $B_{i_2}^{j_6} \in B^*$ , образующего "тело $_{j_6}(i_2)$ "  $j_6$  альтернативного варианта решения типовой подзадачи  $d_{i_2} \in D$ , которое соответствует ограничениям  $h_{i_2}^{i_2}$ ; "выход $_{j_6}(i_2)$ " — нечеткая семантическая сеть  $S_{j_5}^{j_6}(2)$ , соответствующая условиям ПС, подтверждающим достижение АИМС подцели поведения, связанной с решением  $d_{i_2} \in D$  типовой подзадачи.

Типовые элементы  $q_{j_4}(S_{j_4}^{i_2}) : S_{j_4}^{i_2}(1) \& B_{i_2} \rightarrow S_{j_4}^{i_2}(2)$  представления знаний АИМС имеют следующее содержание:

*"Если в текущей ситуации ПС  $s_{j_1} \in S$  выполняются условия, определяющиеся нечеткой семантической сетью  $S_{j_4}^{i_2}(1)$ , а также произошло событие  $q_{j_4}(S_{j_4}) \in Q_2$  и соответствующие этому событию изменения  $S_{j_4}$ , то выполнение АИМС сложного действия  $B_{i_2}$  позволяет решить текущую подзадачу многоэтапного поведения, связанную с изменениями текущих условий функционирования, определяемых нечеткой семантической сетью  $S_{j_4}^{i_2}(2)$ ".*

Элементы представления знаний  $h_{i_3}^{i_2} \in H$ , определяющие в соответствии с текущими условиями ПС различные подмножества  $h_{i_3}^{i_2}$  ограничений функциональных возможностей АИМС, на основе которых интеллектуальная система осуществляет выбор решения соответствующих этим ограничениям типовых подзадач  $d_{i_2} \in D$  на альтернативной основе, могут включать следующие их основные виды:

— ограничения, задаваемые совместно с формулируемым интеллектуальной системе заданием, например в виде времени, отведенного АИМС на решение отдельной подзадачи  $d_{i_2} \in D$  или на выполнение всего полученного задания и т. п.;

— ограничения, определяемые исходя из имеющихся у АИМС текущих возможностей, например ограничения, связанные с максимально возможной скоростью перемещения по заданному участку местности, зависящей от вида и состояния грунта его поверхности, и т. п. (состояние поверхности грунта после дождя ограничивает скорость перемещения АИМС);

— ограничения, связанные с высокой вероятностью возникновения в текущих условиях ПС событий  $q_{j_4}(S_{j_4}) \in Q_2$ .

При необходимости в обобщенном виде количественные оценки различных ограничений определяются терминами одноименной с ними лингвистической переменной и подынтервалом его численных значений. Например, ограничения, связанные с рабочей зоной манипулятора АИМС, определяются вышеописанной тройкой  $\langle T_{j_{11}}, y_{j_{11}}, y_{j_{11}+1} \rangle$ , где  $y_{j_{11}}, y_{j_{11}+1}$  — соответственно верхняя и нижняя оценки допустимых расстояний до объектов ПС, определяющих разрешающую способность манипулятора интеллектуальной системы.

Для описания седьмого вида типовых элементов представления знаний используются следующие имплицативные решающие правила:

$$S_{j_4}^* \rightarrow P(q_{j_4}(S_{j_4})),$$

где  $S_{j_4}^*$  — нечеткая семантическая сеть, определяющая условия ПС, в которых может возникнуть событие  $q_{j_4}(S_{j_4})$  с вероятностью, равной  $P(q_{j_4}(S_{j_4}))$ .

Интеллектуальная система принимает решение о том, что в процессе планирования поведения необходимо учитывать возможность проявления в текущих условиях ПС события  $q_{j_4}(S_{j_4})$ , если вероятность  $P(q_{j_4}(S_{j_4}))$  является высокой, т. е. превышает, например, заданный порог  $P^*$ , равный 0,5. В общем случае описание подsituаций  $S_{j_4}^*$  и значения соответствующих им вероятностей  $P(q_{j_4}(S_{j_4}))$  возникновения в ПС событий  $q_{j_4}(S_{j_4}) \in Q_2$  могут определяться АИМС на основе накопленного опыта поведения в различных условиях функционирования или на основе экспертных данных.

Наконец, типовые элементы представления знаний восьмого вида представляют собой структурированное описание различных алгоритмов планирования поведения, относящихся к инструментальным средствам наглядно-действенного и наглядно-образного мышления АИМС [2]. Данные алгоритмы используются АИМС в процессе реализации построенного

плана многоэтапной деятельности при необходимости решения дополнительно возникающих в этом случае подзадач, например при появлении в ПС событий  $q_{j_4}(S_{j_4}) \in Q_2$ .

К одному из таких типовых элементов представления знаний относится, например, алгоритм самообучения, позволяющий АИМС организовать в реальном времени деятельность, связанную с поиском заданных объектов в априори неописанных условиях ПС. Данный алгоритм в модели знаний АИМС представляется в следующем формате описания:

*<Идентификатор, определяющий назначение алгоритма самообучения, метод>*,

где *метод* определяется структурированным описанием данного алгоритма в модели представления знаний, позволяющим АИМС его реализацию.

Следует отметить, что типовые элементы представления знаний восьмого вида обеспечивают АИМС возможность, в зависимости от возникающих в ПС непредвиденных обстоятельств, организовать в процессе вывода решений рациональное сочетание инструментальных средств различных видов мышления. Это позволяет АИМС построить результативную целенаправленную деятельность в различных по сложности целенаправленного преобразования условиях ПС.

Необходимо также отметить, что предложенные типовые элементы представления знаний фактически принадлежат к одной из следующих двух групп. В первую группу входят типовые элементы, относящиеся к декларативным моделям представления знаний, служащим для описания различных возможных допустимых условий функционирования АИМС. Вторую группу определяют элементы, относящиеся к процедурным знаниям, которые отражают в общем виде безотносительно к конкретной предметной области закономерности преобразования различных допустимых ситуаций ПС. В совокупности обе группы типовых элементов представления знаний обеспечивают АИМС возможность планирования целенаправленной деятельности в обобщенном виде, без привлечения данных, отражающих закономерности конкретной ПС. Построенный таким образом план предстоящей деятельности уточняется и корректируется в процессе реализации с учетом фактической ситуации ПС, что обеспечивает АИМС способность адаптироваться в процессе поведения

к различным априори недоопределенным условиям функционирования.

### Когнитивные инструменты планирования и реализации многоэтапной деятельности АИМС

Из структуры разработанных элементов представления знаний АИМС следует, что к основным операциям, связанным с их обработкой в процессе вывода решений, относятся [15]:

— определение нечеткого вложения формального описания  $G_{j_5} = (V_{j_5}, E_{j_5})$ , например, подситуации  $S_{j_4}^{i_2}(1)$  в формальное описание в виде графа  $G_{j_1} = (V_{j_1}, E_{j_1})$  семантической сети  $S_{j_1} \in S^*$ , соответствующей текущей ситуации ПС  $s_{j_1} \in S$ ;

— сравнение между собой семантических сетей  $S_{j_1} \in S^*$  и  $S_{j_4} \in S^{**}$  для установления их нечеткого равенства.

**Определение 1.** Нечеткая семантическая сеть  $S_{j_4} \in S^{**}$ , определяемая графом  $G_{j_4}$ , является нечетко вложенной в семантическую сеть  $S_{j_1} \in S^*$ , которой биективно соответствует граф  $G_{j_1}$ , при выполнении следующих условий:

а) для каждой вершины  $v_{j_9} \in V_{j_4}$  графа  $G_{j_4}$ , которая помечена слотом  $x_{j_4}(X_{j_4})$ , существует структурно эквивалентная ей вершина  $v_{j_4} \in V_{j_1}$ , помеченная в графе  $G_{j_1}$  объектом  $o_{j_2}(X_2)$ , для которого выполняется условие  $X_{j_4} \subseteq X_{j_2}$ ;

б) для каждого ребра  $e_{j_9} \in V_{j_4}$  графа  $G_{j_4}$ , помеченного тройкой  $\langle T_{j_{11}}, y_{j_{11}}, y_{y_{j_{11}+1}} \rangle$ , существует структурно эквивалентное ему ребро  $e_{j_5} \in E_{j_1}$ , помеченное в графе  $G_{j_1}$  количественной оценкой  $r_\gamma^*$  отношения  $r_\gamma \in R$ , одноименного с лингвистической переменной, определяющей терм  $T_{j_{11}}^{j_{10}}$ , для которой выполняется условие  $r_\gamma^* \in (y_{j_{11}}, y_{y_{j_{11}+1}})$ .

**Определение 2.** Сравнимые семантические сети  $S_{j_1} \in S^*$  и  $S_{j_4} \in S^{**}$  нечетко равны между собой, если соответствующие им помеченные графы  $G_{j_1}$  и  $G_{j_4}$  являются изоморфными с точностью до нечеткого равенства пометок структурно эквивалентных в них вершин и ребер.

Следует отметить, что сложность выполнения рассмотренных выше операций сравнения между собой семантических сетей  $S_{j_1} \in S^*$  и  $S_{j_4} \in S^{**}$  имеет порядок  $O(m_9^2)$ , где  $m_9^2$  — число вершин в графе  $G_{j_1}$ . Это обусловлено тем, что в этом случае между собой сравниваются помеченные графы  $G_{j_1}$  и  $G_{j_4}$ . Данное обстоя-

тельство позволяет оперативным образом реализовать данные операции на бортовом компьютере АИМС.

В общем случае процесс планирования многоэтапной целенаправленной деятельности АИМС в различных условиях ПС складывается из следующих друг за другом основных шагов и соответствующих им когнитивных инструментов обработки знаний в процессе вывода решений.

1. Начало. Разбить полученное задание на типовые подзадачи, каждая из которых включает соответствующее ей сложное действие  $B_{i_2} \in B^*$ .

2. Определить по элементам представления знаний пятого вида, требуется или нет для результативной отработки каждого выявленного сложного действия  $B_{i_2} \in B^*$  появления в ПС определенного события  $q_{j_3}(S_{j_3}) \in Q_1$ .

Если сложное действие  $B_{i_2} \in B^*$  является результативным только после возникновения в ПС события  $q_{j_3}(S_{j_3}) \in Q_1$ , то определить условия успешной отработки этого сложного действия на основе следующего типового элемента представления знаний:  $S_{j_3}^{i_2} \& B_{i_2} \rightarrow S_{j_3}^{i_2}(2)$ .

3. Используя порядок расположения типовых задач в полученном задании, построить кортеж сложных действий  $B_{i_2} \in B^*$ , определяющий в общем виде план предстоящей деятельности с учетом установленных условий ПС, необходимых для их результативной отработки. Например, обобщенный план предстоящей деятельности может иметь следующую структуру:

$$\langle \langle S_{j_3}^1(1) \& B_1 \rightarrow S_{j_3}^1(2) \rangle, \langle S_{j_3}^2(1) \& B_2 \rightarrow S_{j_3}^2(2) \rangle, \dots, \dots, \langle S_{j_3}^\varphi(1) \& B_\varphi \rightarrow S_{j_3}^\varphi(2) \rangle \rangle,$$

где  $S_{j_3}^1(1), S_{j_3}^\varphi(2)$  — нечеткие семантические сети, характеризующие условия, которые, соответственно, должны выполняться в исходной и целевой ситуациях ПС;  $\varphi$  — число подзадач, которое требуется решить АИМС согласно сформулированному ей заданию.

4. Принять значение  $\delta$  счетчика, определяющего номер текущего этапа реализации сформированного плана целенаправленной деятельности (2), равным единице.

5. Сформировать формальное описание  $S_{j_1}(\delta) \in S^*$  ситуации  $s_{j_1}(\delta) \in S$ , соответствующей текущим условиям функционирования АИМС.

6. Проверить условие "нечеткая семантическая  $S_{j_3}^\delta$  является нечетко вложенной в семан-

тическую сеть  $s_{j_1}(\delta) \in S$ "; если условие выполняется, то перейти на шаг планирования п. 7; в противном случае, перейти на шаг планирования п. 10.

7. Сформировать набор ограничений  $h_{i_3}^{i_2}(\delta) \in H$ , определяющих дополнительные условия решения подзадачи  $d_{i_2} \in D$ , соответствующей сложному действию  $B_\delta$ , обрабатываемому АИМС на текущем этапе целенаправленной деятельности. В общем случае данный набор ограничений может включать следующие их основные виды:

7.1. Ограничения общего характера, задаваемые совместно со сформулированным интеллектуальной системе заданием и учитываемые в процессе решения всех соответствующих этому заданию подзадач.

7.2. Ограничения, связанные с текущими условиями ПС, например, с условиями, препятствующими максимальной скорости движения АИМС на заданном участке местности. Каждое ограничение данного вида АИМС учитывает в процессе планирования поведения в том случае, когда в структуру сложного действия  $B_\delta$  входит элементарное действие  $b_{i_1} \in B$ , эффективной обработке которого оно препятствует.

7.3. Ограничения, учитываемые при высокой вероятности возникновения событий  $q_{j_4}(S_{j_4}^*) \in Q_2$  в текущих условиях ПС на текущем этапе целенаправленной деятельности АИМС. Для определения необходимости учета АИМС данного вида ограничений используются типовые элементы представления знаний седьмого вида. Данные элементы представления знаний позволяют АИМС выполнить проверку, например, следующего условия: "является или нет нечеткая семантическая сеть  $S_{j_4}^*$  нечетко вложенной в семантическую сеть  $S_{j_1}(\delta)$ , определяющую текущие условия функционирования АИМС". Если данное условие выполняется, то в набор ограничений  $h_{i_3}^{i_2}(\delta)$  добавляется соответствующее ему событие  $q_{j_4}(S_{j_4}^*) \in Q_2$ .

Учет ограничений такого вида позволяет АИМС в случае возникновения в текущих условиях функционирования событий  $q_{j_4}(S_{j_4}^*) \in Q_2$  оперативно на них реагировать и построить, используя типовые элементы представления знаний третьего и четвертого вида, подплан поведения, обработка которого позволяет устранить произошедшие в среде изменения, определяемые нечеткой семантической сетью  $S_{j_4}^*$ .

8. Определить наиболее эффективный альтернативный вариант  $d_{j_6}^{i_2} \in D^*$  решения подзадачи  $d_{i_2} \in D$  согласно следующему правилу его выбора:

а) для всех альтернативных вариантов  $d_{j_6}^{i_2} \in D^*$  решения подзадачи  $d_{i_2} \in D$ , используя решающее правило (1), определить мощности множеств  $h^* \left| h_{i_3}^{i_2}(\delta) \cap h_{j_6}^{i_2} \right|$ ,  $j_6 = \overline{1, m_6}$ ;

б) выбрать такой вариант  $d_{j_6}^{i_2} \in D^*$  решения подзадачи  $d_{i_2} \in D$ , для которого мощность множества  $h^*$  является максимальной.

9. Выбрать в модели представления знаний структурированное описание  $\langle \text{"вход}_{j_6}(i_2) \rangle$ , "тело  $j_6(i_2)$ ", "выход  $j_6(i_2)$ "  $\rangle$ , найденного типового варианта  $d_{j_6}^{i_2} \in D^*$  решения подзадачи  $d_{i_2} \in D$ . Отработать подплан текущего этапа целенаправленной деятельности, выполнив элементарные действия  $b_{i_1} \in B$ , образующие "тело  $j_6(i_2)$ " подзадачи  $d_{j_6}^{i_2} \in D^*$ . После достижения текущей подцели поведения принять  $\delta = \delta + 1$ , перейти на шаг планирования поведения п. 5.

10. Построить, используя типовые элементы модели представления знаний третьего и четвертого вида, подплан целенаправленного поведения, обработка которого позволяет обеспечить выполнение в ПС условий, определяемых нечеткой семантической сетью  $S_{j_3}^\delta(1)$ .

11. Проверить условие " $\delta = \varphi$ ": если условие выполняется, то перейти к п. 12; в противном случае перейти на шаг планирования поведения п. 7.

12. Сформированный план поведения отработан; конец.

Резюмируя вышеизложенное, следует отметить, что предложенные процедуры планирования целенаправленной деятельности АИМС могут быть отнесены к инструментальным средствам абстрактного мышления ввиду того, что они, опираясь только на данные, хранящиеся в модели представления знаний и поступающие из текущих условий функционирования, позволяют интеллектуальным системам выполнять сложные задания в различных по содержанию закономерностей ПС.

## Заключение

В статье разработана оригинальная модель представления и обработки знаний абстрактного мышления, позволяющая АИМС планировать многоэтапную целенаправленную де-

тельность в распределенных в пространстве ПС. Предложенная модель состоит из типовых элементов ("кирпичиков"), отражающих известные АИМС общие сведения о предполагаемых закономерностях преобразования различных допустимых условий функционирования. Это позволяет интеллектуальным системам адаптироваться к фактическим текущим условиям функционирования и на этой основе выполнять сложные задания в недоопределенных ПС.

Практическая значимость полученных результатов исследования заключается в эффективности их использования для разработки интеллектуальных решателей задач, обеспечивающих автономным интеллектуальным мобильным системам различного назначения выполнение сложных заданий в труднодоступных и агрессивных для человека средах.

#### Список литературы

1. Курпатов А. В. Мышление. Системное исследование. М.: Капитал, 2022. 672 с.
2. Губайновский В. А. Искусственный интеллект и мозг человека. М.: Наука, 2019. 254 с.
3. Мелехин В. Б., Хачумов М. В. Планирование поведения автономных интеллектуальных мобильных систем в условиях неопределенности / Под ред. проф. В. М. Хачумова. СПб: Политехника, 2022. 276 с.
4. Мелехин В. Б., Хачумов М. В. Инструментальные средства управления целесообразным поведением самоорганизующихся автономных интеллектуальных агентов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22, № 4. С. 171–80.
5. Карпов В. Э., Карпова И. П., Кулинич А. А. Социальные сообщества роботов. М.: ЛЕНАНД, 2019. 352 с.

6. Мелехин В. Б., Хачумов М. В. Принцип построения процедур планирования поведения автономных интеллектуальных роботов на основе полипеременных условно-зависимых предикатов // Автоматика и телемеханика. 2022. № 4. С. 140–154.
7. Газе-Рапопорт М. Г., Поспелов Д. А. От амёбы к роботу. Модели поведения. М.: URSS, 2019. 304 с.
8. Kelly A. Mobile Robotics: Mathematics, Models, and Methods. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. 808 p.
9. Melekhin V. B., Khachumov M. V. Planning polyphasic behavior of autonomous intelligent mobile systems in uncertain environments // Information and Control Systems. 2021. N. 4 (113). P. 28–36.
10. Мелехин В. Б., Хачумов М. В. Принцип распознавания объектов проблемной среды в процессе планирования поведения автономной интеллектуальной мобильной системы // Морские интеллектуальные технологии. 2022. Т. 1, № 3 (55). С. 181–187.
11. Gonzalez R. C., Woods R. E. Digital image processing. London: Pearson, 2018. 1168 p.
12. Russell S., Norvig P. Artificial Intelligence: A Modern Approach. Pearson, 2020. 1216 p.
13. Остроух А. В. Интеллектуальные системы. Красноярск: Научно-инновационный центр, 2020. 316 с.
14. Мелехин В. Б., Хачумов В. М. Элементы понятийного мышления в планировании поведения автономных интеллектуальных агентов // Мехатроника, автоматизация, управление, 2021. Т. 22, № 8. С. 411–419.
15. Melekhin V. B., Khachumov M. V. Fuzzy semantic networks as an adaptive model of knowledge representation of autonomous intelligent systems // Scientific and Technical Information Processing. 2021. Vol. 48, N. 5. P. 333–341.
16. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Ситуационный подход в задачах автоматизированного управления техническими объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 9. С. 562–578.
17. Zaden L. A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, Part I: Information Sciences. 1975. Vol. 8. P. 199–249; Part II: Information Sciences. 1975. Vol. 8, P. 301–357; Part III: Information Sciences. 1975. Vol. 9. P. 43–80.
18. Флегонтов А. В., Вилков В. Б., Черных А. К. Моделирование задач принятия решений при нечетких исходных данных. М.: Лань, 2020. 332 с.

## Cognitive Tools for Abstract Thinking Autonomous Intelligent Mobile Systems

V. B. Melekhin, pashka1602@rambler.ru,

Dagestan State Technical University, Makhachkala, 367015, Russian Federation,

M. V. Khachumov, khmike@inbox.ru,

Ailamazyan Program Systems Institute of Russian Academy of Sciences, Veskovo, 152021, Russian Federation,

Federal Research Center "Computer Science and Control", Moscow, 117313, Russian Federation,

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, 117198, Russian Federation

Corresponding author: Melekhin Vladimir B., Dr. Sc. (Technology), Professor, Dagestan State Technical University, Makhachkala, 367015, Russian Federation, e-mail: pashka1602@rambler.ru

Accepted on December 22, 2022

#### Abstract

The actual problems of artificial intelligence related to the development of tools for abstract thinking of autonomous intelligent mobile systems are being solved, which allow planning purposeful behavior in hard-to-reach and aggressive environments for humans. Cognitive tools are proposed that provide intelligent systems with the ability to organize purposeful multi-stage activities related to solving complex problems, when a behavior plan is automatically built in some conditions of

a problematic environment, and a given behavior goal is achieved in other operating conditions that are beyond the resolution of technical vision. An important feature of the proposed typical elements of knowledge representation and processing is that they allow intelligent systems to organize the output of solving complex problems, relying only on the data stored in the knowledge representation model and coming from the current operating conditions. In the general case, the developed knowledge model of intelligent systems for various purposes consists of declarative and procedural typical elements of their representation. For a formal description of typical elements of declarative knowledge representation, traditional semantic networks and various sets of restrictions are used, reflecting additional conditions for the future functioning of autonomous mobile intelligent systems. As for the formal description of the typical elements of the representation of procedural knowledge, regardless of a specific subject area, fuzzy semantic networks are used for this. This allows autonomous intelligent mobile systems to adapt to specific operating conditions in underdetermined problematic environments and perform complex tasks formulated by them on this basis. The practical significance of the results obtained lies in the effectiveness of their use for the development of intelligent problem solvers that provide autonomous intelligent mobile systems for various purposes with the ability to perform complex tasks in a priori underdetermined problematic environments by adapting the purposeful activity plan formed in general form to specific current operating conditions.

**Keywords:** autonomous intelligent system, abstract thinking, typical elements of knowledge representation, decision inference tools, multi-stage activity planning

**Acknowledgements:** The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 21-71-10056, <https://rscf.ru/project/21-71-10056>

For citation:

**Melekhin V. B., Khachumov M. V.** Cognitive Tools for Abstract Thinking Autonomous Intelligent Mobile Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 6, pp. 317–326.

DOI: 10.17587/mau.24.317-326

### References

1. **Kurpatov A. V.** Thinking. System research, Moscow, Kapital, 2022, 672 p. (in Russian).
2. **Gubajnovskij V. A.** Artificial intelligence and the human brain, Moscow, Nauka, 2019, 254 p. (in Russian).
3. **Melekhin V. B., Hachumov M. V.** Planning the Behavior of Autonomous Intelligent Mobile Systems under Uncertainty, St. Petersburg, Politekhnik, 2022, 276 p. (in Russian).
4. **Melekhin V. B., Hachumov M. V.** Instrumental means of controlling the expedient behavior of self-organizing autonomous intelligent agents, *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 4, pp. 171–80 (in Russian).
5. **Karpov V. E., Karpova I. P., Kulnich A. A.** Social communities of robots, Moscow, LENAND, 2019, 352 p. (in Russian).
6. **Melekhin V. B., Khachumov M. V.** Principle of Constructing Procedures for Planning Behavior of Autonomous Intelligent Robots Based on Polyvariable Conditionally Dependent Predicates, *Automation and remote control*, 2022, vol. 83, no. 4, pp. 593–605.
7. **Gaze-Rapoport M. G., Pospelov D. A.** From amoeba to robot. Behavior models, Moscow, URSS, 2019, 304 p. (in Russian).
8. **Kelly A.** Mobile Robotics: Mathematics, Models, and Methods, Cambridge, Cambridge University Press, 2013, 808 p.
9. **Melekhin V. B., Khachumov M. V.** Planning polyphasic behavior of autonomous intelligent mobile systems in uncertain environments, *Information and Control Systems*, 2021, no. 4 (113), pp. 28–36 (in Russian).
10. **Melekhin V. B., Khachumov M. V.** The principle of object recognition in a problematic environment in the process of planning the behavior of an autonomous intelligent mobile system, *Morskie intellektual'nye tekhnologii*, 2022, no. 1–3 (55), pp. 181–187 (in Russian).
11. **Gonzalez R. C., Woods R. E.** Digital image processing, London, Pearson, 2018, 1168 p.
12. **Russell S., Norvig P.** Artificial Intelligence: A Modern Approach, Pearson, 2020, 1216 p.
13. **Ostrouh A. V.** Intelligent systems, Krasnoyarsk, Nauchno-innovacionnyj centr, 2020, 316 p. (in Russian).
14. **Melekhin V. B., Hachumov V. M.** Elements of conceptual thinking in planning the behavior of autonomous intelligent agents, *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2021, vol. 22, no 8, pp. 411–419 (in Russian).
15. **Melekhin V. B., Hachumov V. M.** Fuzzy semantic networks as an adaptive model of knowledge representation of autonomous intelligent systems, *Scientific and Technical Information Processing*, 2021, vol. 48, no 5, pp. 333–341.
16. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Situational approach in tasks of automated control of technical objects, *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 9, pp. 562–578 (in Russian).
17. **Zaden L. A.** The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, Part I: *Information Sciences*, 1975, vol. 8, pp. 199–249; Part II: *Information Sciences*, 1975, vol. 8, pp. 301–357; Part III: *Information Sciences*, 1975, vol. 9, pp. 43–80.
18. **Flegontov A. V., Vilkov V. B., ChErnyh A. K.** Modeling of decision making problems with fuzzy initial data, Moscow, Lan', 2020, 332 p. (in Russian).

И. Л. Ермолов, д-р техн. наук, проф. РАН, ermolov@ipmnet.ru,  
ИПМех РАН, г. Москва,  
Б. С. Лапин, аспирант, mail@borislav.ru,  
МГТУ СТАНКИН, г. Москва

## Распределенное планирование движения для группы совместно переносящих груз роботов с учетом свойств опорных поверхностей\*

Рассматривается задача планирования траектории движения строем группы мобильных наземных роботов (МР) с учетом неоднородности параметров сцепления колес роботов с опорной поверхностью. Проведен краткий анализ существующих методов решения задачи планирования траектории и сформулирован вывод о необходимости дополнительного исследования для решения рассматриваемой в статье задачи. В работе предложен метод решения данной задачи, основанный на выборке (Sampling-based). В качестве базового алгоритма использован алгоритм быстрорастущего случайного дерева (RRT). Преимуществом, общим для методов, основанных на выборке, является простота введения различных нелинейных ограничений (например, препятствий, дифференциальных ограничений и т. д.). Помимо этого, благодаря древовидной структуре данных этого алгоритма возможно распараллеливание алгоритма. Недостатком предлагаемого метода является высокое потребление бортовых вычислительных ресурсов и, как следствие, значительная длительность расчета. В связи с этим в работе дополнительно предложена модификация рассматриваемого метода, позволяющая проводить вычисление на всех роботах группы одновременно. Также выполнен сравнительный анализ распределенного и не распределенного методов. Показаны пути и методы повышения эффективности работы обоих методов. Основным преимуществом предложенного метода является то, что он позволяет использовать практически любые модели взаимодействия движителя робота с опорным основанием для последующего расчета ограничений на ускорение движения робота по определенной поверхности. При этом модели взаимодействия движителя робота с опорным основанием в данной статье не рассмотрены, а использованы допустимые значения тангенциальных и нормальных ускорений, полученные опытным путем для конкретных условий и моделей мобильных роботов. В статье приведены результаты моделирования планирования движения строя МР с учетом свойств опорных поверхностей. Полученные результаты моделирования подтверждают эффективность предложенных методов для решения задачи планирования движения строя МР с учетом свойств опорных поверхностей.

**Ключевые слова:** мобильные роботы, распределенные вычисления, RRT, взаимодействие с грунтом, управление роботами

### Введение

Задача планирования траектории является одной из самых исследуемых задач в современной робототехнике, ежемесячно выходят статьи по этой теме, в которых предлагаются решения задачи для конкретных условий или предлагаются лучшие методы планирования. Самой исследуемой в последнее время областью можно назвать планирование траектории для беспилотных автомобилей и БПЛА [1]. Существуют работы, посвященные движению групп роботов, в том числе строем [2].

Управление строем группы роботов представляет собой одну из важнейших задач в активно развивающейся в последние годы групповой (роевой) робототехнике [3]. Планирование движения наземных мобильных роботов осложняется влиянием характери-

стик опорной поверхности на реализуемое роботом движение, что вносит высокую степень неопределенности в связь между управляющим воздействием на движитель робота и непосредственным движением робота. При движении строем данную неопределенность особенно важно учитывать, а влияние характеристик опорной поверхности предсказывать. Степень данной неопределенности особенно высока на пересеченной местности в условиях изменяющихся типов опорных поверхностей и их параметров. Критической проблемой становится в задачах, где требуется обеспечивать высокую скорость движения группы роботов. Планирование движения мобильных роботов на пересеченной местности является очень перспективным направлением, что подтверждается недавно анонсированной программой *DARPA Robotic Autonomy in Complex Environments with Resiliency (RACER)* [4].

В работе [5] было рассмотрено движение группы роботов вдоль заданной траектории с максимальной скоростью в условиях изменяю-

\*Часть работы над данным материалом выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации АААА-А20-120011690138-6).

щихся типов поверхностей и их характеристик. В данной работе рассматривается планирование траектории движения при тех же условиях.

Как правило, чем сложнее условия, тем вычислительно труднее их учитывать при планировании. Бортовые вычислители мобильных роботов традиционно сталкиваются с нехваткой вычислительных ресурсов, поэтому в групповом управлении актуально распределять вычисления между роботами. В данной статье рассмотрено решение задачи планирования траектории группы роботов с распределенными между роботами группы вычислениями.

### Постановка задачи

Рассмотрим группу роботов, которая решает общую транспортную задачу по переносу массивного объекта по поверхности с различными характеристиками, в частности, различными характеристиками сцепления. Поверхность движения будем считать ровной, без перепадов высот и ям и предполагаем, что задачу можно рассматривать на плоскости. При этом на каждом роботе уже реализована система следования к целевому положению с заданными ограничениями на линейную и угловую скорости (без обхода препятствий).

Группа состоит из робота-лидера, на котором выполняется распределение задач для каждого робота, и роботов-ведомых, которые выполняют движение к заданной лидером позиции с ограничениями на линейные и угловые скорости. Объект переноса, или объект управления, закреплен на роботах группы с помощью поворотных платформ (рис. 1, см. третью сторону обложки). Эти поворотные платформы являются шарнирами, позволяющими роботу вращаться относительно точки закрепления его на объекте управления (переносимом грузе) [5].

Необходимо решить задачу планирования движения, а именно определить закон управления (линейную и угловую скорости во времени) для каждого робота группы такой, чтобы:

- роботы двигались строем, т. е. относительное положение осей поворотных платформ сохранялось неподвижным;
- обеспечивалось перемещение груза в заданную позицию за минимальное время;
- обеспечивался обход препятствий;
- учитывалось изменение ограничений, накладываемых опорной поверхностью на движения роботов.

### Модель расчета управляющих воздействий

В качестве модели для системы роботов группового управления, переносящих груз по поверхностям с различными характеристиками сцепления, будем использовать следующую модель расчета управляющих воздействий (линейной и угловой скорости) для движения по траектории с учетом свойств опорной поверхности [5]:

$$\vec{V}_a(t) = V_{R_{\max}}(t) \frac{M \left( \text{sign}(K(t)) \frac{\pi}{2} + \alpha_o(t) \right) \vec{R}_a(t)}{R_{\max}(t)}, \quad (1)$$

$$\omega_a(t) = \text{sign}(K(t)) \frac{|\vec{V}_a(t)|}{|\vec{R}_a(t)|}, \quad (2)$$

где  $\vec{V}_a(t)$  и  $\omega_a(t)$  — искомые линейная и угловые скорости;  $\vec{R}_a(t)$  — радиус-вектор положения робота относительно мгновенного центра масс (МЦС);  $R_{\max}(t)$  — расстояние от МЦС до самого удаленного от него робота;  $V_{R_{\max}}(t)$  — значение скорости самого удаленного от МЦС робота;  $\alpha_o(t)$  — значение угла между горизонтальной осью карты и направлением движения объекта переноса;  $K(t)$  — кривизна траектории.

Ограничения, связанные с характеристиками опорных поверхностей, накладываются на скорость движения каждого робота. Исходя из данных ограничений рассчитывается значение  $V_{R_{\max}}(t)$ . В статье [5] показан расчет  $V_{R_{\max}}(t)$  по заданным для каждого типа опорной поверхности максимальным ускорениям. В статье [5] значения этих ускорений получены опытным путем для конкретной группы роботов и переносимого ими груза. При этом значения ускорений возможно рассчитать различными способами, например через оценку коэффициента трения [6].

Выражения (1) и (2) позволяют проводить расчет линейных и угловых скоростей роботов в зависимости от параметров траектории переносимого груза в момент времени  $t$ . Аналогично возможен расчет целевых положений роботов группы в момент времени  $t$ :

$$\alpha_o(t) = \text{arctg}(\dot{S}(t)); \quad (3)$$

$$\vec{R}(t) = \vec{S}(t) + M(\alpha_o(t))\vec{OA}, \quad (4)$$

где  $\vec{OA}$  — радиус-вектор положения точки закрепления робота относительно центра объекта управления;  $\vec{S}(t)$  — радиус-вектор положения центра объекта управления относительно карты;  $\alpha_o(t)$  — ориентация объекта управления, которая определяется как наклон касательной

к траектории;  $\vec{R}(t)$  — радиус-вектор положения робота относительно начала координат карты.

С помощью выражений (1)—(4) возможно сведение задачи планирования траекторий группы роботов к планированию одной траектории для всей группы роботов. Таким образом, остается решить задачу планирования при дифференциальных ограничениях, которыми являются ограничения на линейную (1) и угловую (2) скорости движения переносимого груза.

### Методы решения

Методы решения задачи планирования можно разделить на четыре категории: на основе поиска, на основе выборки, на основе оптимизации и гибридные методы. Многие современные методы планирования так или иначе совмещают различные подходы и, строго говоря, являются гибридными. Однако будем разделять их, учитывая только базовый подход, заложенный в конкретном методе.

Задача планирования, сформулированная в главе "Постановка задачи", отличается тем, что в ней присутствуют дифференциальные ограничения, зависящие от типа поверхности в конкретных координатах на карте. Это увеличивает вычислительную сложность при решении с помощью алгоритмов на основе поиска, так как размерность пространства поиска существенно увеличивается. При этом в теории алгоритмы, основанные на оптимизации и работающие с плотными конфигурационными пространствами, могут быть применены, однако на данный момент таких исследований очень мало и эффективность существующих решений оценить сложно. Это является предметом будущих исследований, но заметим, что стоит обратить внимание на работы [7—9], в которых используются эффективные современные численные методы для решения двухточечной краевой задачи оптимального управления. Результаты этих исследований, скорее всего, возможно адаптировать для решения рассматриваемой задачи. В текущем виде в них не учтены дифференциальные ограничения, однако такой подход считается перспективным.

В данной работе решено исследовать применение алгоритмов, основанных на выборке [10]. Данный класс алгоритмов обычно применяют для задач с большой размерностью пространства конфигураций, сложными кинематическими связями и дифференциальными ограничениями [11].

Одним из самых популярных алгоритмов, основанных на выборке, является алгоритм RRT [12] и различные его модификации. Особенно интересны модификации, обеспечивающие асимптотическую оптимальность найденного пути по критерию (обычно это длина пути, но может быть и другой критерий).

### Предлагаемый метод решения

В данной работе с учетом предыдущих работ [5] и наличия некоторых математических свойств кривых (например, гладкости кривой) для генерации траектории будем использовать сплайновые кривые, параметры которых рассчитываются из параметров начальной и конечной конфигураций траектории в пространстве конфигураций [13]. В работе [9] показано, что с помощью сплайнов возможно находить оптимальные по времени решения задачи планирования для квадрокоптера, а в работе [8] аналогичное решение найдено для наземного мобильного робота в динамической среде (без прямого учета ограничений, накладываемых поверхностью). Поэтому для генерации траектории в данной работе предлагается использовать сплайны *Catmull-Rom* [14], которые часто используются для плавной интерполяции движения между ключевыми точками. При этом нужно учитывать, что сплайновые кривые сами по себе не гарантируют генерацию оптимальной траектории, и необходимы дополнительные ограничения и проверки. В данном случае их задача — позволить получить в результате гладкую кривую дефекта 1 (непрерывную первую и вторую производную). Такая кривая, представленная в виде параметрического сплайна, подходит для вычисления выражений (1)—(4). Таким образом, прием следующее описание траектории:

$$\begin{aligned} S(t) &= \{S_i(t)\}, i \in 1, \dots, n; \\ S_i(t) &= -(\tau t^3 - 2\tau t^2 + \tau t)P_{i-1} + ((2 - \tau)t^3 + \\ &+ (\tau - 3)t^2 + 1)P_i + ((\tau - 2)t^3 + \\ &+ (3 - 2\tau)t^2 + \tau t)P_{i+1} + (\tau t^3 - \tau t^2)P_{i+2}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $P_i$  — опорные точки сплайна;  $\tau$  — параметр натянутости сплайна, принимаем его равным 0,5.

Опорные точки сплайна определяются исходя из исходной конфигурации

$$q_i^{init} = (x_i^{init}, y_i^{init}, \alpha_i^{init}, v_i^{init}, \omega_i^{init})$$

и целевой конфигурации

$$q_i^{goal} = (x_i^{goal}, y_i^{goal}, \alpha_i^{goal}, v_i^{goal}, \omega_i^{goal})$$

участка траектории. Выбор происходит следующим образом:

$$P_i = p_i^{init} = (x_i^{init}, y_i^{init}); \quad (6)$$

$$P_{i+1} = p_i^{goal} = (x_i^{goal}, y_i^{goal}); \quad (7)$$

$$P_{i-1} = p_i^{goal} - \text{rot}(l_i, \alpha_i^{init}); \quad (8)$$

$$P_{i+2} = p_i^{init} + \text{rot}(l_i, \alpha_i^{goal}); \quad (9)$$

$$l_i = (2|p_i^{goal} - p_i^{init}|, 0). \quad (10)$$

При планировании траектории движения размерность пространства конфигураций равна 5 (координаты  $x_i$ ,  $y_i$ , угол  $\alpha_i$ , линейная  $v_i$  и угловая  $\omega$  скорости), однако предлагаем осуществлять выборку только по трем координатам  $\{x, y, \alpha\}$ , где область выборки по  $\alpha$  существенно ограничена. При этом  $\{v, \omega\}$  определяются исходя из выражений (1), (2). Это возможно, поскольку выражение (5) не зависит от скоростей. При построении траектории из одного узла в другой значение угла выбирается случайным образом из следующего множества:

$$\alpha \in \{\alpha_{prev} - \alpha_{maxstep}, \dots, \alpha_{prev} - \Delta\alpha, \alpha_{prev}, \alpha_{prev} + \Delta\alpha, \dots, \alpha_{prev} + \alpha_{maxstep}\},$$

где  $\alpha_{prev}$  — значение угла для узла, из которого строится траектория;  $\alpha_{maxstep}$  — максимальное значение изменения угла за один шаг, чем он меньше, тем траектории получаются плавнее, но при этом скорость поиска увеличивается, чрезмерно большие или маленькие значения приводят к тому, что алгоритм перестает сходиться;  $\Delta\alpha$  — дискретность выборки угла.

Важная особенность данного алгоритма состоит в том, что распространение дерева из начальной точки в конечную сложно планировать в условиях, когда необходимо замедление для плавной остановки в целевой точке или перед участком пути, который невозможно пройти на текущей скорости, так как для этого необходимо предсказывать эти условия. А как их можно предсказать, если алгоритм их еще не знает? Получается, что в момент, когда алгоритм их узнает, необходимо пересчитывать весь путь до этого момента, при этом не нарушив стоимость других путей, которые наследуются от узлов этого пути. Это существенно усложняет и без того нагруженный алгоритм. Поэтому в данной работе предложена эври-

стика, позволяющая пересчитывать стоимость пути гораздо эффективнее, без необходимости повторной генерации участков траектории.

Суть эвристики заключается в том, что для участков траектории запоминаются нижние границы стоимости (времени)  $t_i^{\min}$  и соответствующие им верхние границы скоростей  $v_i^{\max}$ , а не реальные значения, с которыми будет двигаться объект планирования. При этом возникает ситуация, когда скорости на конце текущего участка  $v_i^{\max end}$  и скорости в начале следующего участка  $v_{i+1}^{\max start}$  отличаются, и их при расчете реальной стоимости всего пути необходимо уравнивать. Тогда при расчете стоимости всего пути при обходе участков пути от целевой конфигурации к начальной оценку реальной стоимости участка  $\hat{t}_i$  можно определить следующим образом:

$$v_i^{end} = \min(v_i^{\max end}, v_{i+1}^{\max start});$$

$$v_i^{start} = v_i^{\max start} \frac{\max(v_i^{\max end}, v_{i+1}^{\max start})}{v_i^{end}};$$

$$\hat{t}_i = \frac{(v_i^{\max start} + v_i^{\max end})t_i^{\min}}{v_i^{start} + v_i^{end}}.$$

При этом возможен лишь случай  $v_i^{end} \leq v_{i+1}^{start}$ , поскольку при выборе верхней границы скорости следующего участка она выбирается меньшей, чем скорость на конце текущего участка. Кроме того, при обходе в обратную сторону по пути, согласно этому правилу, скорость в начале участка не может быть увеличена, а только уменьшена.

При генерации финального пути расчет стоимости и скоростей будет осуществляться с помощью выражений (1), (2), поэтому описанная эвристика необходима только для сравнения участков пути.

### Распределение вычислений

Использование *RRT* и сплайнов *Catmull-Rom* для планирования маршрута не избавляет от вычислительно затратной задачи расчета состояний для каждого робота группы в каждой точке траектории (см. выражения (1)–(4)). Поэтому предлагается распределять вычисления между роботами группы.

В процессе работы алгоритма *RRT* генерируется дерево траекторий, данное дерево хранится на одном из роботов, а остальные роботы могут добавлять новые узлы в это дерево

или запрашивать обновления дерева, осуществляя запросы по сети. Перед стартом работы алгоритма задается целевое число узлов. Итерации распределяются между ядрами процессоров роботов и запускаются параллельно. Предполагается, что данная система позволяет существенно увеличить скорость вычисления алгоритма, однако сразу можно заметить узкое место — сервер с данными дерева, и ограничения, связанные с передачей данных по сети.

Заметим, существует популярная модификация алгоритма *RRT\** (*RRT-Star*) [15], которая с ростом числа итераций гарантированно сходится к оптимальному решению, однако она работает существенно медленнее и для сложных моделей расчета траектории, как в нашем случае, может сходиться к такому решению слишком долго. Но существуют реализации *RRT\**, параллельно выполняющиеся на нескольких ядрах центрального процессора *CPU* или графического ускорителя *GPU* [16]. Поэтому предлагается, в первую очередь, проанализировать версию алгоритма *RRT\**. Она отличается от обычного *RRT* тем, что добавляется процесс ребалансировки, в котором новый узел помещается вместо ближайших по очереди, и в случае, если стоимость модифицированной ветви уменьшилась, в дерево вносятся соответствующие этой модификации изменения. В данном процессе необходимо пересчитывать траектории, следующие после замененного узла, что существенно замедляет алгоритм.

### Реализация

Алгоритм был запрограммирован на языке *Python* с использованием библиотеки *Ray* [17], упрощающей реализацию распределенных вычислений. Основные вычислительно затратные участки кода были ускорены с помощью *JIT* компилятора *Numba* [18].

При реализации не стояла задача создать максимально эффективную вычислительную систему, поэтому был выбран не самый вычислительно эффективный язык программирования. Не были применены более оптимальные алгоритмы (при реализации *RRT*) в пользу более простых. Однако реализованная система позволяет исследовать подход к решению задачи планирования и определить, на сколько, по сравнению с нераспределенной системой, планирование пути работает быстрее или медленнее, позволяет оценить нагрузку на сеть и распределение вычислений между вычислителями роботов.

Заметим, что пути создания вычислительно эффективного алгоритма *RRT*, выполняющегося на одном вычислителе, достаточно хорошо исследованы. Как отмечалось ранее, существуют даже варианты *RRT*, ускоренные на многоядерных процессорах или *GPU*. Однако условия взаимодействия между ядрами существенно отличаются от условий взаимодействия между компьютерами по сети. Сетевое взаимодействие существенно проигрывает в скорости, задержках, надежности передачи в отличие от взаимодействия между ядрами.

### Анализ результатов

Анализ результатов проводили на вычислительном кластере, имитирующем группу из четырех роботов. Кластер представляет собой четыре промышленных компьютера с восьмиядерными процессорами *Intel Core i7 3.4GHz*, связанные локальной сетью с максимальной скоростью 1 Гбит, которую возможно дополнительно ограничивать, моделируя беспроводную сеть, связывающую мобильные роботы.

Было проведено сравнение результатов работы следующих конфигураций системы планирования:

- классической системы планирования, без распределения вычислений между роботами;
- предлагаемой системы планирования с распределением вычислений между роботами.

Обе системы используют одинаковый стек технологий, одинаковую модель расчета управляющих воздействий и одинаковые функции для их расчета и одинаковые параметры алгоритма *RRT*. Карта, для которой проводился анализ, представлена на рис. 2 (см. третью сторону обложки).

Карта содержит три препятствия, обозначенные желтым цветом, и два типа грунта, обозначенные голубым (лед) и коричневым (земля) цветами. В неразмеченной области предполагается грунт по умолчанию (асфальт).

Параметры алгоритма представлены ниже:

Шаг расчета траектории, м	0,01
Число узлов	300...3000
Шаг угла ориентации при выборке нового узла, °	15
Шаг расстояния при выборке нового узла, м	0,4
Радиус поиска соседних узлов (уменьшается вместе с увеличением числа узлов в дереве <i>RRT</i> ), м	10
Размер карты, м	10 × 7
Максимальная скорость робота, м/с	0,5

Параметры типов поверхностей (материалов) представлены в табл. 1.

В результате первых испытаний алгоритма оказалось, что реализация распределенного алгоритма *RRT\** (*RRT-Star*) приводит к незначительному уменьшению времени нахождения пути, при этом в зависимости от числа участвующих в вычислениях компьютеров производительность системы практически не изменяется.

Дело в том, что частью алгоритма *RRT\** является процесс ребалансировки дерева, который требует частых дополнительных запросов к дереву, что продуцирует дополнительный трафик между всеми роботами и роботом, хранящим дерево. Данный трафик не является существенным в случае межпроцессного взаимодействия, в том числе из-за того, что память у ядер процессора единая. Однако этот трафик становится очень существенным в случае сетевого взаимодействия между роботами. Поскольку память у роботов не единая, а хранится граф на одном из роботов, это приводит к тому, что нагрузка на вычислите-

ле робота становится чрезмерной. Для решения этой проблемы, скорее всего, необходимо внедрение распределенного хранения дерева.

Поиск методов и способов уменьшения этого трафика требует дополнительных исследований, если требуется повторить логику работы *RRT\** в распределенном между роботами исполнении. Поэтому в данной работе решено продолжить анализ алгоритма без ребалансировки. Это приводит к тому, что алгоритм, скорее всего, перестает быть асимптотически оптимальным. Однако введенные модификации позволяют получать гладкие траектории, интуитивно похожие на близкие к оптимальным с существенным увеличением производительности в распределенной реализации. При этом качество траекторий сильнее зависит от числа узлов, чем у оригинального *RRT\**. При чрезмерном числе узлов результат начинает ухудшаться. На рис. 3–5 (см. третью сторону обложки) представлены примеры для 300, 1000 и 10 000 узлов. Красная штриховая линия изображает траекторию переносимого группой роботов груза.

Из-за случайной природы алгоритма результат каждый раз получается немного разный, поэтому испытания проводились 10 раз для каждого значения числа узлов, чтобы набрать статистику. Расчет траекторий проводили для четырех роботов независимо от числа участвующих в вычислениях роботов. В табл. 2 представлены усредненные значения.

По результатам испытаний можно видеть нелинейную зависимость времени выполнения от числа узлов, связанную с тем, что чем больше становится узлов в дереве, тем большее их число необходимо проверять на каждой итерации. Из-за этого в процессе работы алгоритма заметна тенденция постепенного перехода от равномерного распределения вычислительной нагрузки между роботами к распределению, при котором система ограничивается производительностью одного робота, хранящего дерево. Это можно косвенно заметить по замедлению роста загрузки сети по мере увеличения числа узлов.

Однако в целом видно, что распределенная система из четырех роботов находит путь быстрее примерно в два раза, чем не распределенная система, при этом при увеличении числа узлов этот разрыв сокращается. Это связано с тем, что при увеличении числа узлов пересылка данных между роботами становится "узким местом", тогда как в нераспределенном выполнении вычислений это сказывается не так сильно.

Таблица 1  
Table 1

Параметры материалов  
*Materials parameters*

Название	Максимальное тангенциальное ускорение, м/с <sup>2</sup>	Максимальное нормальное ускорение, м/с <sup>2</sup>	Цвет на карте
Асфальт (по умолчанию)	0,05	0,1	Серый
Земля	0,02	0,05	Коричневый
Лед	0,01	0,01	Голубой

Таблица 2  
Table 2

Результаты испытаний алгоритма *RRT*  
*Results of testing RRT algorithm*

Показатели	Число узлов		
	300	1000	3000
Длительность прохождения пути, с	66	55	54
Время выполнения, с (распределенный алгоритм 4 робота)	83	151	902
Загрузка сети (распределенный алгоритм 4 робота), МиБ/с	До 2,5	До 5,6	До 6,2
Время выполнения, с (1 робот)	144	353	1532

## Заклучение

В процессе работы была реализована система для отработки алгоритмов планирования движения групп мобильных роботов, движущихся строем по поверхностям с различными характеристиками сцепления. Реализован и протестирован модифицированный под эту задачу алгоритм *RRT*.

По результатам работы можно сделать вывод, что для алгоритмов *RRT* при распределении вычислений между роботами группы требуется распределять не только сам алгоритм, но и его хранилище дерева. Классически хранилище находится в общей для всех процессов памяти, и это серьезно не сказывается на производительности. Распределенное хранилище значительно увеличит производительность распределенной системы и позволит эффективно использовать ребалансировку дерева, гарантировать асимптотическую оптимальность, поддерживать равномерное распределение вычислительной нагрузки между роботами. Это планируется исследовать в будущих работах.

Предложенная реализация распределенного алгоритма позволила значительно ускорить расчет траектории движения для трудоемкого планирования в условиях дифференциальных ограничений и движения группы строем, предложены пути и методы повышения эффективности алгоритма.

## Список литературы

1. **Галустян Н. К.** Децентрализованное управление группой квадрокоптеров. Москва, Автореферат диссертации к.т.н., 2017. 17 с.
2. **Иванов Д. Я.** Формирование строя группой беспилотных летательных аппаратов при решении задач мониторинга // Известия ЮФУ. Технические науки. 2012. № 4. С. 219–224.

3. **Dorigo M.** Swarmanoid: A Novel Concept for the Study of Heterogeneous Robotic Swarms // IEEE Robotics and Automation Magazine. 2013. Vol. 20, N. 4. P. 60–71.

4. **Robotic** Autonomy in Complex Environments with Resiliency (RACER). DARPA. 2022. URL: <https://www.darpa.mil/program/robotic-autonomy-in-complex-environments-with-resiliency>

5. **Градецкий В. Г., Ермолов И. Л., Князьков М. М., Лапин Б. С., Семенов Е. А., Собольников С. А., Суханов А. Н.** Система группового транспортного управления мобильными наземными роботами на различных грунтах // Робототехника и техническая кибернетика. 2020. Т. 8, № 1. С. 61–71.

6. **Svensson L., T rmgren M.** Fusion of Heterogeneous Friction Estimates for Traction Adaptive Motion Planning and Control // IEEE International Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC), Indianapolis, IN, USA. 2021. P. 424–431, doi: 10.1109/ITSC48978.2021.9564993.

7. **Mercy T., Hostens E., Pipeleers G.** Online motion planning for autonomous vehicles in vast environments. // Proceedings of the 2018 International Workshop on Advanced Motion Control. Tokyo. 2018.

8. **Mercy T., Van Parys R., Pipeleers G.** Spline-based motion planning for autonomous guided vehicles in a dynamic environment // IEEE Transactions on Control Systems Technology. November. 2018. Vol. 26, N. 6. P. 2182–2189.

9. **Van Parys R., Pipeleers G.** Spline-Based Motion Planning in an Obstructed 3D environment // Proceedings of the 20th IFAC World Congress. Toulouse, France. 9–14 July 2017. P. 8998–9003.

10. **LaValle S. M.** Planning Algorithms. Cambridge University Press, 2006. 842 p.

11. **Казаков К. А., Семенов В. А.** Обзор современных методов планирования движения // Труды ИСП РАН. 2016. Т. 28, № 4. С. 241–294.

12. **LaValle S. M.** Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning. Technical Report. Computer Science Department, Iowa State University, 1998.

13. **Choi J. W., Curry R. E., Elkaim G. H.** Continuous Curvature Path Generation Based on B'ezier Curves for Autonomous Vehicles // IAENG International Journal of Applied Mathematics. 2010. Vol. 40, N. 2. P. 91–101.

14. **Catmull E., Rom R.** A class of local interpolating splines // Computer Aided Geometric Design. New York: Academic Press, 1974. P. 317–326.

15. **Karaman S., Frazzoli E.** Sampling-based Algorithms for Optimal Motion Planning // arXiv:1105.1186 [cs.RO]., May 2011.

16. **Xiao S., Bergmann N., Postula A.** Parallel RRT\* architecture design for motion planning // 27th International Conference on Field Programmable Logic and Applications (FPL). 2017. P. 1–4.

17. **Scaling** Python made simple, for any workload. Ray. 2022. URL: <https://www.ray.io/> (дата обращения: 10.4.2022).

18. **A High** Performance Python Compiler. Numba. 2022. URL: <https://numba.pydata.org/> (дата обращения: 10.04.2022).

## Distributed Trajectory Planning for a Group of UGVs Carrying a Load Considering Terrain Properties

I. L. Ermolov, [ermolov@ipmnet.ru](mailto:ermolov@ipmnet.ru),

IPMech RAS, Moscow, 119526, Russian Federation,

B. S. Lapin, [mail@borislap.ru](mailto:mail@borislap.ru),

MSUT "STANKIN", Moscow, 127055, Russian Federation

Corresponding author: **Ermolov Ivan L.**, Dr. of Tech. Sc., IPMech RAS, Moscow, 119526, Russian Federation, e-mail: [ermolov@ipmnet.ru](mailto:ermolov@ipmnet.ru)

Accepted on December 28, 2022

### Abstract

The article studies a trajectory planning task for a group of UGVs with a consideration of wheels-terrain adhesion variation. Within this paper a brief analysis devoted to existing trajectory planning is done. It outcomes with a conclusion

of a necessity to produce additional research within this topic. This paper suggests to use a Sampling-based method to solve this trajectory planning task. An algorithm of rapidly exploring random tree (RRT) is used as a basic algorithm. An advantage of this method (typical for Sampling-based methods) is a simplicity of various non-linear restrictions introduction (e.g. obstacles, differential restrictions etc.). In addition we should mention good potential for algorithm parallelization, because of tree structure of the algorithm. However there exists a shortage of the proposed methods — a high consumption of computational resources, and as an outcome a long calculus duration. This paper proposes to overcome this shortage via distributing of computation among UGVs — actors of a group. This is followed by a comparative analysis of distributed and centralized methods. Analysis shows that the main advantage of proposed method is that it can use almost all models of interaction between wheel and terrain. The latter can act a component for calculation of restrictions for motion acceleration over certain types of terrain. Within this paper we did not study models of interaction between wheel and terrain, but instead used empirical data of allowed values of tangential and normal accelerations for specific UGVs in particular conditions. In final part we present results of simulation which confirm effectiveness of proposed methods.

**Keywords:** UGVs, distributed calculations, RRT, interaction with terrain, UGV control

**Acknowledgements:** Part of this work was done according to the Russian Ministry of Science and Higher Education within the framework of the Russian State Assignment contract No AAAA-A20-120011690138-6.

For citation:

**Ermolov I. L., Lapin B. S.** Distributed Trajectory Planning for a Group of UGVs Carrying a Load Considering Terrain Properties, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no.6, pp. 327–334.

DOI: 10.17587/mau.24.327-334

### References

1. **Galustyan N. K.** Decentralized control of a group of AUVs, Moscow, Ph.D. theses, 2017, 17 p. (in Russian).
2. **Ivanov D. Y.** Formation of structure by group of unmanned aerial, *Izvestia YuFU. Technical sciences*. 2012, no. 4, pp. 219–224 (in Russian).
3. **Dorigo M.** Swarmanoid: A Novel Concept for the Study of Heterogeneous Robotic Swarms, *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 2013, vol. 20, no. 4, pp. 60–71.
4. **Robotic** Autonomy in Complex Environments with Resiliency (RACER), DARPA, 2022, available at: <https://www.darpa.mil/program/robotic-autonomy-in-complex-environments-with-resiliency>
5. **Valeriy G. G., Ivan L. E., Maxim M. K., Boris S. L., Eugeny A. S.** Transport group control system of unmanned ground vehicles for various soils, *Robotics And Technical Cybernetics*, 2020, vol. 8, no. 1, pp. 61–71 (in Russian).
6. **Svensson L., Törngren M.** Fusion of Heterogeneous Friction Estimates for Traction Adaptive Motion Planning and Control, *IEEE International Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC)*, Indianapolis, IN, USA, 2021, pp. 424–431, doi: 10.1109/ITSC48978.2021.9564993.
7. **Mercy T., Hostens E., Pipeleers G.** Online motion planning for autonomous vehicles in vast environments, *Proceedings of the 2018 International Workshop on Advanced Motion Control*, Tokyo, 2018.
8. **Mercy T., Van Parys R., Pipeleers G.** Spline-based motion planning for autonomous guided vehicles in a dynamic environment, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, November 2018, vol. 26, no. 6, pp. 2182–2189.
9. **Van Parys R., Pipeleers G.** Spline-Based Motion Planning in an Obstructed 3D environment, *Proceedings of the 20th IFAC World Congress*, Toulouse, France, 9-14 July 2017, pp. 8998–9003.
10. **LaValle S. M.** Planning Algorithms, Cambridge University Press, 2006, 842 pp.
11. **Kazakov K. A., Semenov V. A.** An overview of modern methods for motion planning, *Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS*, 2016, vol. 28, no. 4, pp. 241–294 (in Russian).
12. **LaValle S. M.** Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning // echnical Report, Computer Science Department, Iowa State University, 1998.
13. **Choi J. W., Curry R. E., Elkaim G. H.** Continuous Curvature Path Generation Based on B'ezier Curves for Autonomous Vehicles, *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 2010, vol. 40, no. 2, pp. 91–101.
14. **Catmull E., Rom R.** A class of local interpolating splines, *Computer Aided Geometric Design*, Academic Press, New York, 1974, pp. 317–326.
15. **Karaman S., Frazzoli E.** Sampling-based Algorithms for Optimal Motion Planning, arXiv:1105.1186 [cs.RO], May 2011.
16. **Xiao S., Bergmann N., Postula A.** Parallel RRT\* architecture design for motion planning, *27th International Conference on Field Programmable Logic and Applications (FPL)*, 2017, pp. 1–4.
17. **Scaling** Python made simple, for any workload, Ray, 2022, available at: <https://www.ray.io/> (accepted date: 10.4.2022).
18. **A High** Performance Python Compiler, Numba, 2022, available at: <https://numba.pydata.org/> (accepted date: 10.04.2022).

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Матросская Тишина, 23с2

Телефон редакции журнала: +7(499) 270 16 52

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 23.03.2023. Подписано в печать 17.05.2023. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Заказ МН623. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций  
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".  
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: [www.aov.ru](http://www.aov.ru)

# XVI-я Всероссийская Мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2023)



**11 сентября – 15 сентября  
2023 г.**

**г. Волгоград, Россия**

<https://lomonosov-msu.ru/rus/backend/event/request/8035/sandbox-form>

## ОРГАНИЗАТОРЫ И СПОНСОРЫ

- Российская академия наук
- Министерство науки и высшего образования РФ
- Научный совет РАН по мехатронике и робототехнике
- Научный совет РАН по теории и процессам управления
- Научный совет РАН по машиностроению
- Научный совет РАН по проблемам транспорта
- Волгоградский государственный технический университет
- ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
- Южный федеральный университет
- Казанский (Приволжский) федеральный университет
- Национальный центр физики и математики
- НИИ многопроцессорных вычислительных систем ЮФУ
- НИЦ суперЭВМ и нейрокомпьютеров
- Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
- Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
- Национальный исследовательский центр им. проф. Н.Е. Жуковского»
- Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет
- ПАО «КАМАЗ»
- АО ФНПУ «Титан-Баррикады»
- НПО Специальных материалов

## ЦЕЛЬ МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИИ

Обсуждение результатов фундаментальных и прикладных исследований в области процессов управления и их практического применения в различных сферах человеческой деятельности.

## СОСТАВ МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИИ

Мультиконференция включает **четыре локальные научно-технические конференции:**

- **Робототехника и мехатроника (РиМ-2023)**, председатель Программного комитета – академик РАН Ф.Л. Черноушко, сопредседатель – академик РАН И.А. Каляев
- **Управление в распределенных и сетевых системах (УРСС-2023)**, председатель Программного комитета – академик РАН И.А. Каляев, сопредседатели – академик РАН Д.А. Новиков, член-корр. РАН Р.Л. Смелянский
- **Управление аэрокосмическими системами (УАКС-2023)**, председатель Программного комитета – академик РАН С.Ю. Желтов, сопредседатель – член-корр. РАН К.И. Сыпало
- **Управление в перспективных наземных транспортных системах (УПНТС-2023)**, председатель Программного комитета – член-корр. РАН В.М. Приходько, сопредседатель – д.т.н. Г.О. Котиев

Проведение Мультиконференции МКПУ-2023 планируется в очном формате.

## СЕКРЕТАРИАТЫ КОНФЕРЕНЦИЙ

### Секретариат Мультиконференции МКПУ-2023 и конференции УРСС-2021

347928, г. Таганрог, ул. Чехова, 2, НИИ МВС ЮФУ  
Тел./факс: **+7 (8634) 36-03-76, 36-13-13**  
Моб. тел. **+7 989-616-8905**  
E-mail: [conf@niimvs.ru](mailto:conf@niimvs.ru)

**Кухаренко Анатолий Павлович**, к.т.н., доцент  
**Иванова Наталья Юрьевна**

### Секретариат конференции УАКС-2023

125319, г. Москва, ул. Викторенко, 7, ГосНИИАС  
Тел.: **+7 (499) 759-00-73**, факс: **+7 (499) 157-07-47**  
Моб. тел. **+7 985-419-9664**  
E-mail: [nis@gosniias.ru](mailto:nis@gosniias.ru)

**Сельвесюк Николай Иванович**, д.т.н., профессор РАН

### Секретариат конференции РиМ-2023

119526, Москва, пр. Вернадского, 101, корп. 1, ИПМех РАН  
Тел.: **+7(495) 434-3547**, факс: **+7(499) 739-9531**  
E-mail: [ermolov@ipmnet.ru](mailto:ermolov@ipmnet.ru)

**Ермолов Иван Леонидович**, д.т.н., профессор РАН

### Секретариат конференции УПНТС-2023

125319, г. Москва, Ленинградский проспект, 64, МАДИ  
Моб. тел. **+7 (916) 995-10-11**  
E-mail: [Telematica@madi.ru](mailto:Telematica@madi.ru), [umen@bk.ru](mailto:umen@bk.ru)

**Филиппова Надежда Анатольевна**, д.т.н., доцент

## РОБОТОТЕХНИКА И МЕХАТРОНИКА (РиМ-2023)

### Программный комитет

Ф.Л. Черноусько	академик РАН (ИПМех РАН, Москва) – председатель
И.А. Каляев	академик РАН (НИИ МВС ЮФУ, Таганрог) – сопредседатель
И.Л. Ермолов	профессор РАН (ИПМех РАН, Москва) – учёный секретарь
Е.С. Брискин	д.т.н. (ВолгГТУ, Волгоград)
Ю.В. Визильтер	проф. РАН (ГосНИИАС, Москва)
В.А. Глазунов	д.т.н. (ИМАШ РАН, Москва)
З.А. Годжаев	член-корр. РАН (ВИМ, Москва)
О.В. Даринцев	д.т.н. (ИМех УНЦ РАН, Уфа)
В.В. Жога	д.т.н. (ВолгГТУ, Волгоград)
С.Г. Капустян	д.т.н. (ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону)
А.В. Лопота	д.т.н. (ЦНИИ РТК, Санкт-Петербург)
В.М. Лохин	д.т.н. (МИРЭА, Москва)
Р.В. Мещеряков	д.т.н. (ИПУ РАН, Москва)
Ю.В. Подураев	д.т.н. (МГТУ "СТАНКИН", Москва)
А.Л. Ронжин	проф. РАН (СПб ФИЦ РАН, Санкт-Петербург)
В.В. Серебряный	к.т.н. (МГТУ "СТАНКИН", Москва)
В.Ф. Филаретов	д.т.н. (ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)
Н.Б. Филимонов	д.т.н. (МГУ, Москва)
С.П. Хрипунов	д.т.н. (ИПУ РАН, Москва)
С.Г. Цариченко	д.т.н. (МГСУ, Москва)
Д.Е. Чикрин	д.т.н. (КФУ, Казань)
А.Ф. Щербатюк	член-корр. РАН (ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)
С.Ф. Яцун	д.т.н. (ЮЗГУ, Курск)
Е.И. Якушенко	академик РАН (НПО Специальных материалов, Санкт-Петербург)

### Направления работы

- Кинематика и динамика роботов и мехатронных систем
- Средства осязания и навигации роботов
- Алгоритмы и системы управления роботов и мехатронных систем
- Планирование поведения роботов в недетерминированных средах
- Групповое управление роботов
- Беспилотные робототехнические комплексы
- Применение роботов в промышленности
- Морская робототехника
- Роботы для ликвидации ЧС
- Роботизация в сельскохозяйственном производстве
- Взаимодействие человека и роботов, коллаборативные роботы
- Роботы в медицине, биотехнологии
- Прикладные аспекты проектирования и применения роботов и мехатронных систем

## УПРАВЛЕНИЕ АЭРОКОСМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ (УАКС-2023)

### Программный комитет

С.Ю. Желтов	академик РАН (ГосНИИАС, Москва) – председатель
К.И. Сыпало	член-корр. РАН (ЦАГИ, Жуковский) – сопредседатель
Н.И. Сельвесюк	д.т.н., проф. РАН (ГосНИИАС, Москва) – учёный секретарь
Г.П. Аншаков	член-корр. РАН (РКЦ «Прогресс», Самара)
С.Г. Баженов	д.т.н. (ЦАГИ, Жуковский)
Г.С. Вересняков	д.т.н. (ИПУ РАН, Москва)
С.А. Гизунов	д.т.н. (ЦНИИМаш, Королев)
А.В. Гребенкин	д.т.н. (МИЭА, Москва)
А.В. Ефремов	д.т.н. (МАИ, Москва)
С.С. Коротков	д.т.н. («ОАК», Москва)
В.В. Косьянчук	д.т.н., проф. (ГосНИИАС, Москва)
М.Н. Красильщиков	д.т.н., проф. (МАИ, Москва)
В.М. Кувшинов	к.т.н. (ЦАГИ, Москва)
В.Г. Петухов	член-корр. РАН (МАИ, Москва)
Г.А. Попов	академик РАН (НИИ ПМЭ МАИ, Москва)
Г.Г. Себряков	член-корр. РАН (ГосНИИАС, Москва)
В.Л. Суханов	к.т.н. (ЦАГИ, Жуковский)
В.А. Соловьев	академик РАН (РККА «Энергия»)
Ю.П. Улыбышев	д.т.н. (РКК «Энергия», Королев)
Д.В. Ушаков	академик РАН (НИИ психологии РАН, Москва)
Е.А. Федосов	академик РАН (ГосНИИАС, Москва)

### Направления работы

- Интеллектуальные системы управления в авиационных и космических системах
- Алгоритмы и системы управления беспилотными (автоматическими) и дистанционно пилотируемыми летательными и космическими аппаратами
- Имитационное моделирование в авиационных и космических системах
- Информационное обеспечение, методы обработки и представления информации в авиационных и космических системах
- Методы диагностики и управление техническим состоянием в авиационных и космических системах
- Архитектура бортовых комплексов, системы и агрегаты аэрокосмических систем

Рисунки к статье И. Л. Ермолова, Б. С. Лапина

«РАСПРЕДЕЛЕННОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ ГРУППЫ СОВМЕСТНО ПЕРЕНОСЯЩИХ ГРУЗ РОБОТОВ С УЧЕТОМ СВОЙСТВ ОПОРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ»

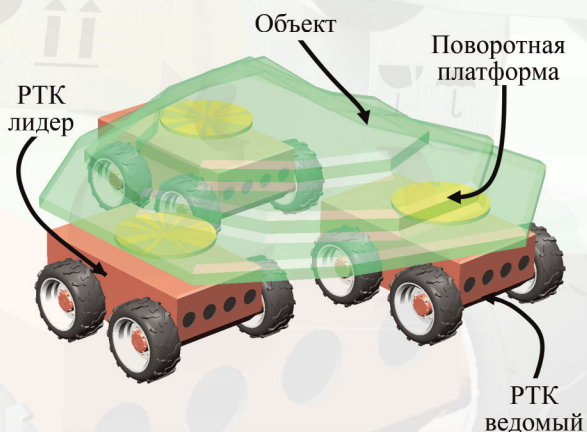


Рис. 1. Структура группы роботов с грузом  
Fig. 1. Structure of robots group with load

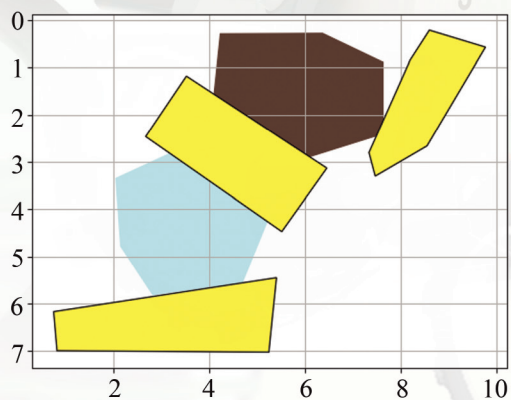


Рис. 2. Карта для анализа системы планирования пути  
Fig. 2. Map for analysis path planning system

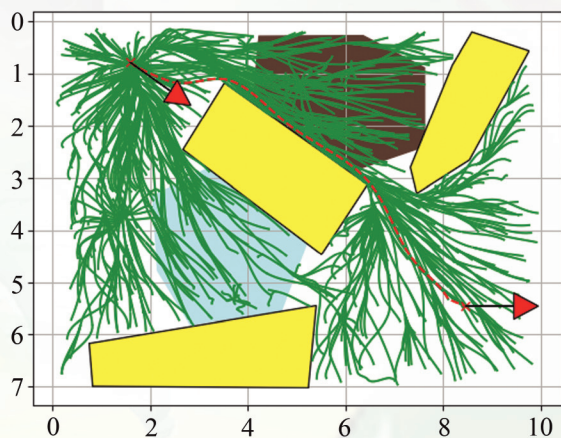


Рис. 3. Результат планирования для 300 узлов  
Fig. 3. Planning result for 300 nodes

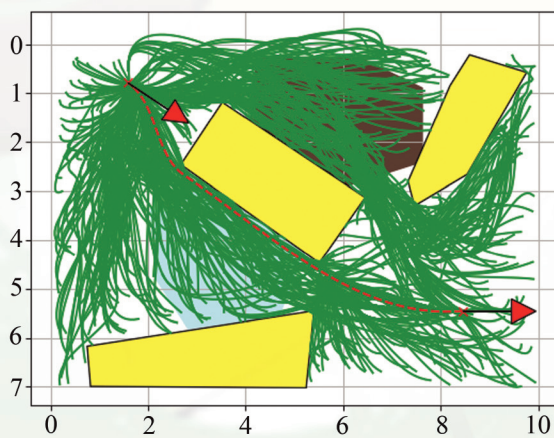


Рис. 4. Результат планирования для 1000 узлов  
Fig. 4. Planning result for 1000 nodes

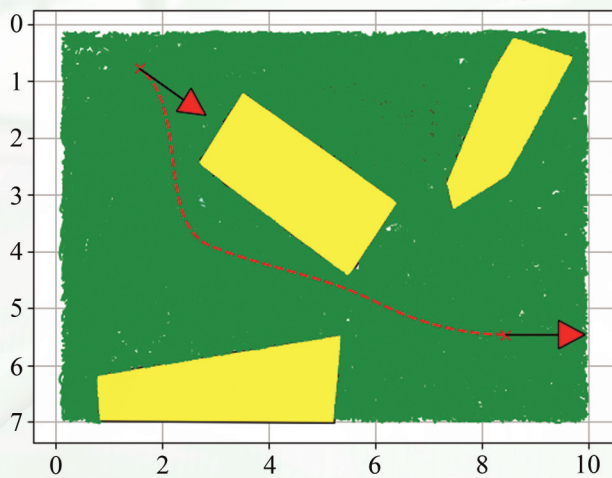


Рис. 5. Результат планирования для 10 тысяч узлов  
Fig. 5. Planning result for 10 thousands nodes

# Издательство «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ» выпускает научно-технические журналы



Теоретический и прикладной научно-технический журнал

## ПРОГРАММНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ

В журнале освещаются состояние и тенденции развития основных направлений индустрии программного обеспечения, связанных с проектированием, конструированием, архитектурой, обеспечением качества и сопровождением жизненного цикла программного обеспечения, а также рассматриваются достижения в области создания и эксплуатации прикладных программно-информационных систем во всех областях человеческой деятельности.

Подписной индекс по Объединенному каталогу «Пресса России» – 22765



Ежемесячный теоретический и прикладной научно-технический журнал

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития основных направлений в области разработки, производства и применения информационных технологий.

Подписной индекс по Объединенному каталогу «Пресса России» – 72656



Ежемесячный научно-практический и учебно-методический журнал

## БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В журнале освещаются достижения и перспективы в области исследований, обеспечения и совершенствования защиты человека от всех видов опасностей производственной и природной среды, их контроля, мониторинга, предотвращения, ликвидации последствий аварий и катастроф, образования в сфере безопасности жизнедеятельности.

Подписной индекс по Объединенному каталогу «Пресса России» – 79963



Междисциплинарный теоретический и прикладной научно-технический журнал

## НАНО- и МИКРОСИСТЕМНАЯ ТЕХНИКА

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития нано- и микросистемной техники, рассматриваются вопросы разработки и внедрения нано- и микросистем в различные области науки, технологии и производства.

Подписной индекс по Объединенному каталогу «Пресса России» – 79493

Все журналы  
распространяются  
только по подписке.

Оформить подписку можно  
через подписные агентства  
либо непосредственно  
в редакции журналов.

Адрес редакции журналов для авторов и подписчиков:  
107076, Москва, Матросская Тишина 23 с2, оф. 45.  
Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ".  
Тел.: 8 (499) 270-16-52. E-mail: antonov@novtex.ru