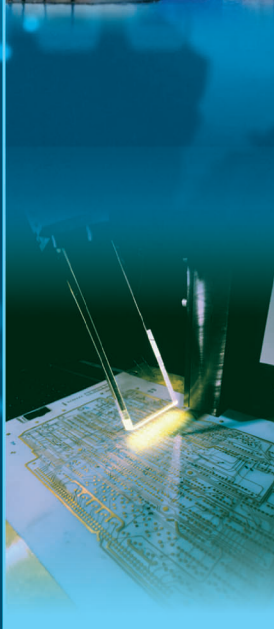


МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ



Том 24
2023
№ 5

Рисунки к статье В. Э. Карпова, М. А. Ровбо, П. С. Сорокоумова
 «СИГНАЛЬНАЯ КОММУНИКАЦИЯ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ
 ПОВЕДЕНИЕМ КОЛЛАБОРАТИВНОГО РОБОТА»



Рис. 1. Фрагмент эмоционально-потребностной схемы

Fig. 1. An element of emotion-need scheme

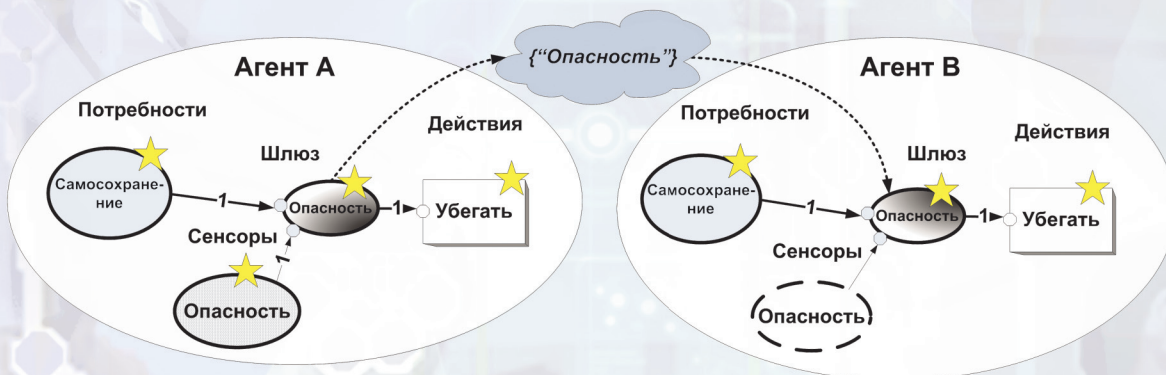


Рис. 2. Контагиозное поведение, реализуемое в эмоционально-потребностной системе управления и осуществляемое непосредственной активацией шлюзовых элементов

Fig. 2. Contagious behavior in emotion-need scheme based on direct activation of gates

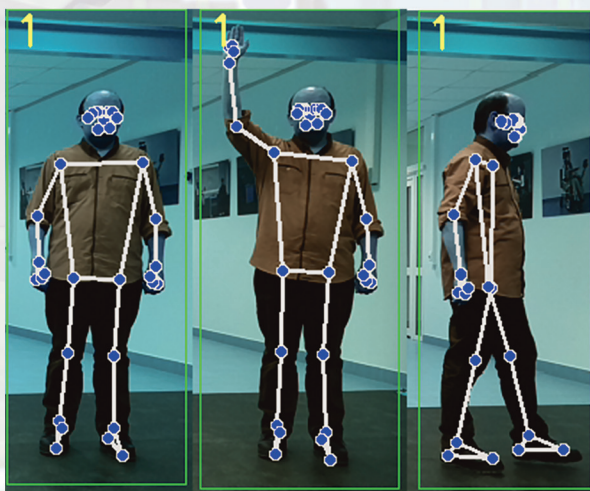


Рис. 5. Примеры распознаваемых поз человека

Fig. 5. Some types of recognized human poses

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 24

2023

№ 5

Издаётся с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:

БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.

ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.

ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН

БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН

ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН

ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН

КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН

КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН

КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН

ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН

РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН

СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН

СИГОВ А. С., акад. РАН

СОЙФЕР В. А., акад. РАН

СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН

ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН

ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН

ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН

ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН

ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:

DORANTES D. J., PhD, Турция

GROUMPOS P. P., PhD, Греция

ISIDORI A., PhD, Италия

KATALINIC B., PhD, Австрия

LIN CH.-Y., PhD, Тайвань

MASON O. J., PhD, Ирландия

ORTEGA R. S., PhD, Франция

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США

STRZELECKI R. M., PhD, Польша

SUBUDHI B. D., PhD, Индия

АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан

ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина

БОБЦОВ А. А., д.т.н.

БУКОВ В. Н., д.т.н.

ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.

ЖУКОВ И. А., д.т.н.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.

ЛОХИН В. М., д.т.н.

МАГОМЕДОВ М. Х., д.ф.-м.н.

ПУТОВ В. В., д.т.н.

ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.

РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д.п.с.н.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.

ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.

ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:

АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Краснощеченко В. И. Синтез динамических регуляторов по выходу с использованием функций модальной кластеризации в D-областях 227

Куликов В. В., Куцкий Н. Н., Осипова Е. А. Параметрическая оптимизация ПИД регулятора с ограничением на основе метода сопряженных градиентов Полака—Поляка—Рибьера 240

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Aliev T. A., Guluev G. A., Rzayev A. H., Rzayeva N. E., Pashayev F. H., Gadimov R. M. Correlational Extremal System for Controlling the Beginning of Faults in Oil Field Equipment by Analyzing their Wattmeter and Dynamometer Charts 249

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Карпов В. Э., Ровбо М. А., Сорокоумов П. С. Сигнальная коммуникация для управления поведением коллаборативного робота 260

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Бусурин В. И., Кудрявцев П. С., Симонов М. Л. Система управления двигательной установкой самолета при взлете с пониженной тягой 269

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 24

2023

No. 5

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

MAGOMEDOV M. Kh.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEYEV S. F.

ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:

BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

- Krasnoschechenko V. I.** Synthesis of Dynamic Output Feedback Controller Using Functions of Matrix Root-Clustering in D-Regions 227
- Kulikov V. V., Kutsyi N. N., Osipova E. A.** Parametric Optimization of the PID Controller with Restriction Based on the Method of Conjugate Polak—Polyak—Ribier Gradients 240

AUTOMATION AND CONTROL TECHNOLOGICAL PROCESSES

- Aliev T. A., Guluev G. A., Rzayev A. H., Rzayeva N. E., Pashayev F. H., Gadimov R. M.** Correlational Extremal System for Controlling the Beginning of Faults in Oil Field Equipment by Analyzing their Wattmeter and Dynamometer Charts 249

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

- Karpov V. E., Rovbo M. A., Sorokoumov P. S.** Signal Communication for Collaborative Robot Behavior Control 260

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

- Busurin V. I., Kudryavtsev P. S., Simonov M. L.** Control System of the Aircraft's Propulsion Device at Take-off with the Derated Thrust 269

Information about the journal is available online at:
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

В. И. Краснощеченко, канд. техн. наук, доц., v.krasnoshechenko@yandex.ru,
Калужский филиал Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана

Синтез динамических регуляторов по выходу с использованием функций модальной кластеризации в D-областях

Рассматривается алгоритм синтеза динамических регуляторов по выходу (модальных регуляторов), где моды замкнутой системы управления должны располагаться в заданной области (D-области) комплексной плоскости. Основное направление исследования — синтезировать динамические регуляторы минимального порядка, когда полная модальная управляемость по выходу отсутствует. Делается краткий экскурс во внешнюю алгебру Грассманна с целью определить внешнее произведение векторов, на основании чего поясняется операция биальтернированного произведения матриц. Использование биальтернированного произведения матриц позволило ввести функции модальной кластеризации комплексных мод, располагаемых в отдельных трансформируемых D-областях. Для обычного произведения матриц вводятся функции модальной кластеризации вещественных мод, располагаемых в отдельных трансформируемых D-областях. Функции модальной кластеризации преобразуют (трансформируют), соответственно, комплексные или вещественные точки данной ограниченной или неограниченной D-области комплексной плоскости в левую полуплоскость. В статье рассмотрены основные D-области, наиболее широко используемые на практике (диск, конус, степень устойчивости), представлены их матричные функции и функции модальной кластеризации вещественных и комплексных мод. Разработан алгоритм параметрической оптимизации динамических модальных регуляторов по D-областям. Рассмотрены практические примеры синтеза. Для объекта четвертого порядка (двух-массовая слабо демпфированная система с двумя интеграторами и параметрической неопределенностью) синтезирован динамический регулятор второго порядка, обеспечивающий робастное качество.

Ключевые слова: биальтернированное произведение матриц, динамический модальный регулятор по выходу, функции модальной кластеризации, D-области, параметрическая оптимизация

Введение

Задача синтеза модальных регуляторов относится к классическому типу задач теории и практики автоматического управления и достаточно хорошо разработана [1]. На начальном этапе в основном синтезировались статические модальные регуляторы полного порядка, в том числе с применением наблюдателей [2]. В таких задачах основным фактором для возможности решения являлась полная (модальная) управляемость и наблюдаемость (для синтеза по выходу). При этом рассматривались задачи *точечной* модальной управляемости по вектору состояния, т. е. конечной целью было размещение полюсов замкнутой системы в заданных точках комплексной плоскости. Задача синтеза (точечных) модальных регуляторов непосредственно по выходу требует выполнения дополнительных условий. А именно, для объекта управления

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t); \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t),\end{aligned}\quad (1)$$

где $\mathbf{x} \in R^n$, $\mathbf{A} \in R^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in R^{n \times m}$, $\mathbf{u} \in R^m$, $\mathbf{y} \in R^p$, $\mathbf{C} \in R^{p \times n}$ в работе Виллемса и Хесселинка [3] представлен модальный синтез универсального порядка по выходу. Здесь под универсальностью (genericity) понимается возможность размещения полюсов в заданных точках для всех матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, и почти для всех выбранных мод существует *динамический регулятор* q -го порядка, который обеспечит данное размещение:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_k(t) &= \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k(t) + \mathbf{B}_k \mathbf{y}(t); \\ \mathbf{u}(t) &= \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k(t) + \mathbf{D}_k \mathbf{y}(t),\end{aligned}\quad (2)$$

где $\mathbf{x}_k \in R^q$, $\mathbf{A}_k \in R^{q \times q}$, $\mathbf{B}_k \in R^{q \times p}$, $\mathbf{u} \in R^m$, $\mathbf{y} \in R^p$, $\mathbf{C}_k \in R^{m \times q}$, $\mathbf{D}_k \in R^{m \times p}$. Показывается, что *необходимым* условием для существования такого регулятора является выполнение неравенства

$$q(m + p - 1) + mp > n, (\mathbf{u} \in R^m, \mathbf{y} \in R^p). \quad (3)$$

Там же отмечено, что для статического модального регулятора $\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{y}$ необходимое условие определяется неравенством $mp > n$. В статье [4] рассмотрен один из возможных современных

подходов к проектированию статических модальных регуляторов по выходу с использованием доверительных областей (trust regions), где непосредственно оптимизируется квадратичная целевая функция относительно желаемых мод с соблюдением неравенства $tr > n$. Из последнего неравенства и неравенства (3) следует, что размерность как статического, так и динамического точечного модального регулятора должна быть высокой.

Но нужна ли такая полная точечная модальная трансформация? Если отталкиваться от практических требований, то одно из важнейших — это требование минимального порядка регулятора и его робастности при выполнении необходимого качества. И тогда на первый план выходит модальный синтез по так называемым D-областям — некоторым областям на комплексной плоскости, описываемым алгебраическими неравенствами, где должны размещаться моды замкнутой системы управления. Такие исследования ведутся с середины 80-х годов прошлого века как для статических модальных регуляторов [5], так и для динамических [6—8]. В статье Хаддада и Бернштейна [8] предлагается для каждой D-области сформировать аналитическое отображение, которое *трансформирует* данную область в левую открытую комплексную полуплоскость. Структура данного отображения принимает форму модифицированного уравнения Ляпунова, из которого определяются коэффициенты статического регулятора. Нельзя не отметить в связи с трансформируемыми D-областями классические работы Джури и Гутмана [9, 10].

Такой же подход применения трансформируемых D-областей для синтеза модальных динамических регуляторов низкого порядка предлагается в настоящей работе, но с использованием функций модальной кластеризации, биальтернированного произведения матриц и параметрической оптимизации.

1. Биальтернированное произведение матриц

Биальтернированное произведение матриц является важной операцией в современной линейной теории управления, которая широко используется для проверки робастной устойчивости [11], контроля расположения собственных значений матриц (мод) в определенных областях комплексной плоскости [12], синтеза регуляторов [13].

Кратко изложим некоторые важные особенности этой операции. Сама операция базируется

на внешнем (альтернированном [14]) произведении Грассманна, суть которого по прямому назначению заключается в определении линейной зависимости или независимости векторов (в общем случае поливекторов). Внешнее произведение $\wedge$ для двух векторов $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in R^n$ дает бивектор, объект вида $\mathbf{a} \wedge \mathbf{b} \in R^{n_{ba}}$, $n_{ba} = \frac{n(n-1)}{2}$.

Основные свойства внешнего произведения векторов: $\forall \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \in R^n, \alpha \in R$

а) антисимметричность $\mathbf{a} \wedge \mathbf{b} = -\mathbf{b} \wedge \mathbf{a}$;

б) билинейность $\mathbf{a} \wedge (\mathbf{b} + \alpha \mathbf{c}) = \mathbf{a} \wedge \mathbf{b} + \alpha \mathbf{a} \wedge \mathbf{c}$;

в) ассоциативность $(\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}) \wedge \mathbf{c} = \mathbf{a} \wedge (\mathbf{b} \wedge \mathbf{c}) \in R^n$, $\alpha \in R$.

Из свойства а) имеем важное свойство внешнего произведения:

г) $\mathbf{a} \wedge \mathbf{a} = \mathbf{0}$,

которое дало Грассманну основание для введения термина "внешнее".

Наглядно бивектор можно представить в пространстве $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in R^3$. Сам бивектор — это параллелограмм, натянутый на данные векторы. Проекция (в общем случае произвольного знака) этого параллелограмма на базисные бивекторы $\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_3$, $\mathbf{e}_3 \wedge \mathbf{e}_2$ являются ориентированными площадными проекциями и представляют собой двумерные аналоги проекций обычного вектора на базисные одномерные оси. Подробнее с поливекторами можно ознакомиться в монографии [14].

Теперь рассмотрим саму операцию на примере двух векторов $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in R^3$. Пусть в координатной форме $\mathbf{a} = (a_1 \ a_2 \ a_3)^T$, $\mathbf{b} = (b_1 \ b_2 \ b_3)^T$. Через базисные векторы $\mathbf{e}_i$, $i = 1, \dots, 3$, эти же векторы представлены как $\mathbf{a} = \sum_{i=1}^3 a_i \mathbf{e}_i$, $\mathbf{b} = \sum_{i=1}^3 b_i \mathbf{e}_i$. Тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \wedge \mathbf{b} = & \det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 + \\ & + \det \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_3 \end{pmatrix} \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_3 + \det \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{pmatrix} \mathbf{e}_2 \wedge \mathbf{e}_3. \end{aligned} \quad (4)$$

Формулу (4) можно получить непосредственно из свойств внешнего произведения а) — г). Имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \wedge \mathbf{b} = & \sum_{i=1}^3 a_i \mathbf{e}_i \wedge \sum_{i=1}^3 b_i \mathbf{e}_i = \\ = & a_1 b_2 \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 + a_1 b_3 \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_3 + a_2 b_1 \mathbf{e}_2 \wedge \mathbf{e}_1 + \\ & + a_2 b_3 \mathbf{e}_2 \wedge \mathbf{e}_3 + a_3 b_1 \mathbf{e}_3 \wedge \mathbf{e}_1 + a_3 b_2 \mathbf{e}_3 \wedge \mathbf{e}_2 = \\ = & a_1 b_2 \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 + a_1 b_3 \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_3 + a_2 b_3 \mathbf{e}_2 \wedge \mathbf{e}_3 - \\ & - a_2 b_1 \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 - a_3 b_2 \mathbf{e}_2 \wedge \mathbf{e}_3 - a_3 b_1 \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_3 = \\ = & (a_1 b_2 - a_2 b_1) \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 + \\ & + (a_1 b_3 - a_3 b_1) \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_3 + (a_2 b_3 - a_3 b_2) \mathbf{e}_2 \wedge \mathbf{e}_3. \end{aligned}$$

Определители в формуле (4) — это ориентированные проекции площади бивектора $\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}$ на базисные бивекторы. Нетрудно увидеть, что для векторов $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in R^n$ имеем следующие базисные бивекторы:

$$\begin{aligned} & \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_3, \dots, \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_n, \\ & \mathbf{e}_2 \wedge \mathbf{e}_3, \dots, \mathbf{e}_2 \wedge \mathbf{e}_n, \dots, \mathbf{e}_{n-1} \wedge \mathbf{e}_n, \end{aligned} \quad (5)$$

всего $n_{ba} = \frac{n(n-1)}{2} = \binom{n}{2}$ проекций — размерность пространства бивекторов. Отметим, что в формуле (5) $\mathbf{e}_i \wedge \mathbf{e}_j$, $i = 1, \dots, n-1$; $j = 2, \dots, n$; $i < j$.

Далее рассмотрим биальтернированное (двойное альтернированное) произведение квадратных матриц (такое название этому произведению дал Стефанос [15]). При переводе книги Джури [16] Я. З. Цыпкин предложил называть его перекрестным произведением, однако перекрестным (cross product [18]) произведением также называют внешнее произведение векторов, одна из форм которого в пространстве R^3 (по координатам) является обычным векторным произведением (для небивекторного представления). Так как термин не устоялся, мы используем прямой перевод (bialternate product). Обозначение данного произведения — $\odot$ (наиболее широко используемый символ).

Покажем, как формально определяется биальтернированное произведение двух матриц на одном базисном бивекторе, а затем приведем общую формулу данного произведения. Имеем (при раскрытии формулы используем свойства а) — г) внешнего произведения векторов):

$$\begin{aligned} (\mathbf{A} \odot \mathbf{B})\mathbf{e}_r \wedge \mathbf{e}_s &= \frac{1}{2}(\mathbf{A}\mathbf{e}_r \wedge \mathbf{B}\mathbf{e}_s - \mathbf{A}\mathbf{e}_s \wedge \mathbf{B}\mathbf{e}_r) = \\ &= \frac{1}{2}(\mathbf{a}_r \wedge \mathbf{b}_s - \mathbf{a}_s \wedge \mathbf{b}_r) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n a_{ir} \mathbf{e}_i \wedge \sum_{j=1}^n b_{js} \mathbf{e}_j - \sum_{i=1}^n a_{is} \mathbf{e}_i \wedge \sum_{j=1}^n b_{jr} \mathbf{e}_j \right) = \quad (6) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{j=2}^n \sum_{\substack{i=1 \\ j>i}}^{n-1} (a_{ir} b_{js} - a_{is} b_{jr} + a_{js} b_{ir} - a_{jr} b_{is}) \mathbf{e}_i \wedge \mathbf{e}_j. \end{aligned}$$

Коэффициенты данного произведения с двойными индексами обычно определяются достаточно сложным образом (см., например, [16]). Ниже мы предложим компактный алгоритм, по которому можно непосредственно сформировать матрицу $\mathbf{C} = \mathbf{A} \odot \mathbf{B}$ (размерность матрицы $\mathbf{C}_{n_{ba} \times n_{ba}}$, $n_{ba} = n(n-1)/2$).

Программный код (в MATLAB) формирования биальтернированного произведения матриц (матрицы $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ заданы, определяем $\mathbf{C} = \mathbf{A} \odot \mathbf{B}$):

```
for p = 1:n-1;
    for q = p + 1:n;
        for r = 1:n-1;
            for s = r + 1:n;
                i = (p-1)*n + q-1/2*p*(p + 1);
                j = (r-1)*n + s-1/2*r*(r + 1);
                c(j,i) = 1/2*(a(r,p)*b(s,q)-a(s,p)*b(r,q) +
                    b(r,p)*a(s,q)-b(s,p)*a(r,q));
            end
        end
    end
end
```

Некоторые свойства биальтернированного произведения матриц:

- 1° $\mathbf{A} \odot \mathbf{B} = \mathbf{B} \odot \mathbf{A}$;
- 2° $\alpha \mathbf{A} \odot \beta \mathbf{B} = \alpha \beta \mathbf{A} \odot \mathbf{B}$; $\alpha, \beta \in R$;
- 3° $\mathbf{A} \odot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \odot \mathbf{B} + \mathbf{A} \odot \mathbf{C}$;
- 4° $\mathbf{AB} \odot \mathbf{CD} = (\mathbf{A} \odot \mathbf{C})(\mathbf{B} \odot \mathbf{D})$.

В основе дальнейшего использования биальтернированного произведения лежит следующая теорема Стефаноса.

Теорема 1 [15]. Пусть матрица $\mathbf{A} \in R^{n \times n}$ имеет собственные значения (моды) $\{\lambda_i, i = 1, \dots, n\}$. Тогда собственные значения матричной функции (всего $n_{ba} = \frac{n(n-1)}{2}$ значений)

$$\Phi(\mathbf{A}; \mathbf{A}) = \sum_{p,q} c_{pq} \mathbf{A}^p \odot \mathbf{A}^q, \quad c_{pq} \in R \quad (7)$$

определяются как

$$\begin{aligned} \phi(\lambda_i; \lambda_j) &= \frac{1}{2} \sum_{p,q} c_{pq} (\lambda_i^p \lambda_j^q + \lambda_j^p \lambda_i^q), \\ i &= 1, \dots, n-1; \quad j = 2, \dots, n; \quad j > i. \quad \blacksquare \end{aligned} \quad (8)$$

Покажем конкретное подтверждение теоремы Стефаноса на примере.

Пример 1. Найдем собственные значения для так называемой биальтернированной суммы (ее собственные значения — сумма двух различных мод матрицы $\mathbf{A}$; используется для трансформируемой D-области "степень устойчивости")

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{A}; \mathbf{I}_n) &= 2\mathbf{A} \odot \mathbf{I}_n = \mathbf{A} \odot \mathbf{I}_n + \mathbf{I}_n \odot \mathbf{A} = \\ &= \mathbf{A}^1 \odot \mathbf{A}^0 + \mathbf{A}^0 \odot \mathbf{A}^1. \end{aligned} \quad (9)$$

В соответствии с формулой (8) матричная функция (9) имеет следующие собственные значения:

$$\begin{aligned} \phi(\lambda_i; \lambda_j) &= \lambda_i^1 \lambda_j^0 + \lambda_j^1 \lambda_i^0 = \lambda_i + \lambda_j, \\ i &= 1, \dots, n-1; \quad j = 2, \dots, n; \quad j > i. \end{aligned} \quad (10)$$

Отметим, что подтверждение формулы (10) можно получить непосредственным использованием внешнего произведения на собственных векторах $\mathbf{v}_i$, $\mathbf{v}_j$ матрицы $\mathbf{A}$. Именно,

$$\begin{aligned}\Phi(\mathbf{A}; \mathbf{I}_n) \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{v}_j &= (2\mathbf{A} \odot \mathbf{I}_n) \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{v}_j = \\ &= \mathbf{A} \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{v}_j - \mathbf{A} \mathbf{v}_j \wedge \mathbf{v}_i = \\ &= \lambda_i \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{v}_j - \lambda_j \mathbf{v}_j \wedge \mathbf{v}_i = \\ &= (\lambda_i + \lambda_j) \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{v}_j = \phi(\lambda_i; \lambda_j) \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{v}_j.\end{aligned}\quad (11)$$

В дальнейшем для получения матричных функций вида (7) в целях их практического использования мы будем решать обратную задачу: по заданной функции (8) определять матричную функцию (7).

2. Функции модальной кластеризации трансформируемых D-областей

Определение 1. Назовем *D-областью* область на комплексной плоскости, где располагаются корни характеристического полинома некоторой матричной функции.

Определение 2. Назовем некоторую D-область на комплексной плоскости *трансформируемой*, если ее функции кластеризации комплексных $\phi_D^c(\mathbf{A}, \bullet)$ и вещественных $\phi_D^r(\mathbf{A}, \bullet)$ мод (определения даны ниже) некоторой матрицы $\mathbf{A}$ имеют все корни в левой полуплоскости C^- , $\text{Re}(\lambda_i(\phi_D(\mathbf{A}, \bullet))) < 0$, $i = 1, \dots, n_{ba}$, комплексной плоскости C (рис. 1).

Данное определение основано на определении трансформируемой D-области, которое ввел С. Гутман в своей статье [18]. Раздельное введение в данной работе функций кластеризации вещественных и комплексных мод позволило корректно описать каждую из областей для последующего синтеза модального регулятора.

Определение 3. Назовем *функцией кластеризации комплексных мод* трансформируемой

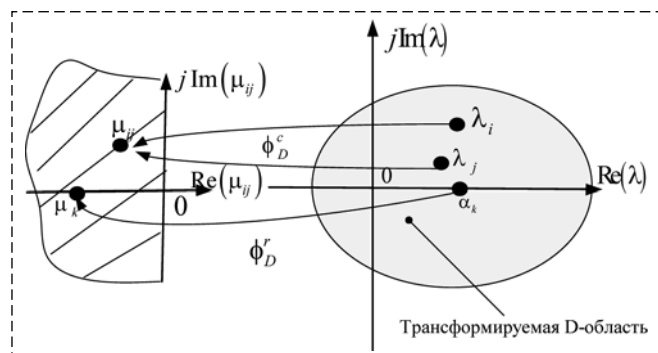


Рис. 1 Трансформируемая D-область (определение)
Fig. 1 Transformable D-region (definition)

D-области некоторой матрицы $\mathbf{A}$ характеристический полином с *положительными* коэффициентами матричной функции $\Phi_D^c(\mathbf{A}; \bullet)$ и обозначим данную функцию $\phi_D^c(\mathbf{A}, \bullet)$.

Матричная функция $\Phi_D^c(\mathbf{A}; \bullet)$ билинтернированного произведения определяется в базисе бивекторов, и D-область на комплексной плоскости, где располагаются моды матрицы $\mathbf{A}$ и которую характеризует данная функция, учитывает только комплексные моды.

Определение 4. Назовем *функцией кластеризации вещественных мод* трансформируемой D-области некоторой матрицы $\mathbf{A}$ характеристический полином с *положительными* коэффициентами матричной функции $\Phi_D^r(\mathbf{A}; \bullet)$ и обозначим данную функцию $\phi_D^r(\mathbf{A}, \bullet)$.

В матричной функции $\Phi_D^r(\mathbf{A}; \bullet)$ используется обычное умножение матриц.

Определение 5. Назовем *функцией кластеризации мод* трансформируемой D-области некоторой матрицы $\mathbf{A}$ характеристические полиномы матричных функций $\Phi_D^c(\mathbf{A}; \bullet)$, $\Phi_D^r(\mathbf{A}; \bullet)$ с *положительными* коэффициентами и обозначим данную функцию $\phi_D(\mathbf{A}, \bullet) = \phi_D^c(\mathbf{A}, \bullet) \cap \phi_D^r(\mathbf{A}, \bullet)$.

Ниже мы рассмотрим конкретные матричные функции, характеризующие определенные D-области, которые наиболее часто используются на практике.

♦ D-область в виде конуса

Выясним, при каких условиях конус будет трансформируемой D-областью (рис. 2).

Обозначим $\lambda = \alpha + j\beta$, $\bar{\lambda} = \alpha - j\beta$ пару комплексно-сопряженных корней. Тогда имеем

$$\alpha = \frac{\lambda + \bar{\lambda}}{2}, \beta = \frac{\lambda - \bar{\lambda}}{2j}. \quad (12)$$

Все точки конуса на комплексной плоскости в *левой* полуплоскости с вершиной в на-

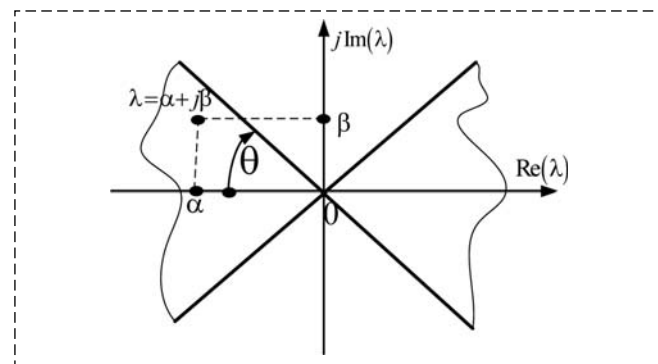


Рис. 2. D-область: конус с вершиной в начале координат и углом θ
Fig. 2. D-region: a cone with a vertex at the origin and an angle θ

чале координат и углом θ определяются следующим неравенством:

$$\alpha \operatorname{tg} \theta \leq -|\beta|. \quad (13)$$

Отсюда

$$\alpha \sin \theta \leq -|\beta| \cos \theta. \quad (14)$$

Для удобства обозначим $\xi = \cos \theta$, $\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \xi^2}$. Тогда неравенство (14) примет вид

$$\alpha \sqrt{1 - \xi^2} \leq -|\beta| \xi. \quad (15)$$

Возведем обе части неравенства (15) в квадрат, соответственно изменив знак неравенства, и получим

$$\alpha^2(1 - \xi^2) - \beta^2 \xi^2 \geq 0$$

или

$$-\alpha^2(1 - \xi^2) + \beta^2 \xi^2 \leq 0. \quad (16)$$

Замечание. Отметим, что после возведения в квадрат выражения (15) неравенство (16) *добавляет точки конуса* (на рис. 2) и в *правой* полуплоскости. Но эта операция позволяет получить D-область для конуса.

Подставим соотношения (12) в неравенство (16), после упрощения и согласования формул Стефаноса [15] биальтернированного произведения матриц (7) и их собственных значений (8), например, $\lambda^2 \bar{\lambda}^0 \rightarrow \mathbf{A}^2 \odot \mathbf{I}$, получим

$$-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \lambda^2 \bar{\lambda}^0 + \frac{1}{2} \bar{\lambda}^2 \lambda^0 + \frac{1}{2} (1 - 2\xi^2) \lambda^1 \bar{\lambda}^1 + \frac{1}{2} (1 - 2\xi^2) \bar{\lambda}^1 \lambda^1 \right). \quad (17)$$

В этом случае функция модальной кластеризации $\Phi_D^c(\mathbf{A}, \xi, s)$ комплексных собственных значений матрицы $\mathbf{A}$ в конусе представляется следующим образом:

а) формальный переход от формулы (17) к матричному представлению D-области (конуса) дает

$$\Phi_{cone}^c(\mathbf{A}, \xi) = -(\mathbf{A}^2 \odot \mathbf{I} + (1 - 2\xi^2) \mathbf{A} \odot \mathbf{A}), \quad (18)$$

где символ $\odot$, напоминаем, обозначает операцию биальтернированного произведения матриц, $\mathbf{I}_n$ — единичная матрица размерности $n \times n$;

б) сама функция модальной кластеризации комплексных мод представляется в виде

$$\Phi_{cone}^c(\mathbf{A}, \xi, s) = \det(s \mathbf{I}_q + (\mathbf{A}^2 \odot \mathbf{I}_n + (1 - 2\xi^2) \mathbf{A} \odot \mathbf{A})) = \sum_{i=0}^{n_{ba}} p_i s^i, \quad p_i > 0, \quad (19)$$

где $n_{ba} = \frac{n(n-1)}{2}$ — размерность пространства биальтернированного произведения. Сразу отметим, что данная функция описывает не всю трансформируемую D-область, так как отображает только комплексно сопряженные собственные значения матрицы $\mathbf{A}$, принадлежащие конусу с углом θ (включая и правую полуплоскость) в C^- . Для вещественных мод данная функция определяет только необходимые условия. При этом трансформируемость D-области справедлива для углов конуса $0 < \theta \leq \frac{\pi}{4}$ радиан. Покажем это. Имеем

$$\begin{aligned} \Phi_{cone}^c(\mathbf{A}, \xi) \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{v}_j &= \\ &= -(\mathbf{A}^2 \odot \mathbf{I} + (1 - 2\xi^2) \mathbf{A} \odot \mathbf{A}) \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{v}_j = \\ &= -\frac{1}{2} (\mathbf{A}^2 \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{v}_j - \mathbf{A}^2 \mathbf{v}_j \wedge \mathbf{v}_i) - \\ &= -\frac{1}{2} (1 - 2\xi^2) (\mathbf{A} \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{A} \mathbf{v}_j - \mathbf{A} \mathbf{v}_j \wedge \mathbf{A} \mathbf{v}_i) = \\ &= -\frac{1}{2} ((\lambda_i + \lambda_j)^2 - 4\xi^2 \lambda_i \lambda_j) \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{v}_j = \mu_{ij} \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{v}_j, \end{aligned} \quad (20)$$

где λ_i, λ_j — собственные значения матрицы $\mathbf{A}$; $\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j$ — правые собственные векторы матрицы $\mathbf{A}$; $-\frac{1}{2} ((\lambda_i + \lambda_j)^2 - 4\xi^2 \lambda_i \lambda_j)$ — собственные значения матрицы $-(\mathbf{A}^2 \odot \mathbf{I} + (1 - 2\xi^2) \mathbf{A} \odot \mathbf{A})$. Далее рассмотрим варианты комплексных мод матричной функции $\Phi_{cone}^c(\mathbf{A}, \xi)$.

Вариант А. Рассматриваются комплексно сопряженные собственные значения (моды), т. е. $\lambda_i = \alpha_i + j\beta_i$, $\lambda_j = \bar{\lambda}_i$. Здесь $\xi^2 = \cos^2 \theta$, и вещественные части собственных значений матричной функции (20) имеют вид

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\mu_{ij}) &= \mu_{ij} = -2(\alpha_i^2 - \cos^2 \theta (\alpha_i^2 + \beta_i^2)) < 0, \\ 0 < \theta &\leq \frac{\pi}{4}; \frac{1}{2} \leq \cos^2 \theta = \xi^2 < 1. \end{aligned} \quad (21)$$

Вариант Б. Рассматриваются *разные* комплексные собственные значения $\lambda_i = \alpha_i + j\beta_i$, $\lambda_j = \alpha_j + j\beta_j$. Формула (21) дает следующие вещественные части собственных значений матричной функции (20) для угла конуса $\theta = \pi/4$:

$$\operatorname{Re}(\mu_{ij}) = -((\alpha_i^2 - \beta_i^2) + (\alpha_j^2 - \beta_j^2)) < 0. \quad (22)$$

Если установить угол $\theta = \pi/4$, то соотношение (22) справедливо для всех комплексных мод матрицы $\mathbf{A}$, расположенных в данном

конусе. Более того, можно показать, что для углов $0 < \theta \leq \pi/4$ трансформируемость данной D-области также выполняется. Имеем

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\mu_{ij}) &= \operatorname{Re}\left(-\frac{1}{2}(\lambda_i^2 + \lambda_j^2 + 2(1 - 2\xi^2)\lambda_i\lambda_j)\right) = \\ &= -(\alpha_i^2 + \alpha_j^2 - \beta_i^2 - \beta_j^2 + 2(1 - 2\xi^2) \times \\ &\times (\alpha_i\alpha_j - \beta_i\beta_j)) < 0, \quad i = 1, \dots, n-1; \\ j &= 2, \dots, n; j > i, \lambda_i = \alpha_i + j\beta_i, \lambda_j = \alpha_j + j\beta_j. \end{aligned} \quad (23)$$

Наихудший случай

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\mu_{ij}) &= -\left(\frac{\alpha_i^2(1-t^2) + \alpha_j^2(1-t^2)}{2|\alpha_i\alpha_j|}\zeta^2 - \xi^2\right) < 0, \\ \lambda_i &= \alpha_i + j\beta_i, \lambda_j = \alpha_j + j\beta_j; \\ t_k &= \frac{|\beta_k|}{|\alpha_k|}, k = i, j; i = 1, \dots, n-1; j = 2, \dots, n; \\ j > i; t &= \max_k(t_k); \zeta^2 = \frac{1}{1+t^2}; \frac{1}{2} \leq \xi^2 < \zeta^2 < 1. \end{aligned}$$

Из неравенств (21)–(23) следует, что внутренность конуса (без вещественной оси) является трансформируемой D-областью. Для вещественных мод эти неравенства дают только необходимые условия принадлежности мод к данной D-области.

♦ D-область в случае заданной степени устойчивости

Неравенство на комплексной плоскости для данной D-области (рис. 3) имеет вид

$$\operatorname{Re}(\lambda_i = \alpha_i + j\beta_i) = \alpha_i \leq \alpha.$$

Формально, как и для конуса, получаем

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \frac{\lambda_i + \bar{\lambda}_i}{2} \leq \alpha \Rightarrow \frac{\lambda_i + \bar{\lambda}_i}{2} - \alpha \leq 0, \\ \frac{\lambda_i^1 \bar{\lambda}_i^0}{2} + \frac{\bar{\lambda}_i^1 \lambda_i^0}{2} - \alpha \frac{\lambda_i^0 \bar{\lambda}_i^0}{2} - \alpha \frac{\bar{\lambda}_i^0 \lambda_i^0}{2} &\leq 0. \end{aligned} \quad (24)$$

В этом случае функция модальной кластеризации $\Phi_{stab}^c(\mathbf{A}, s)$ комплексных мод матрицы $\mathbf{A}$

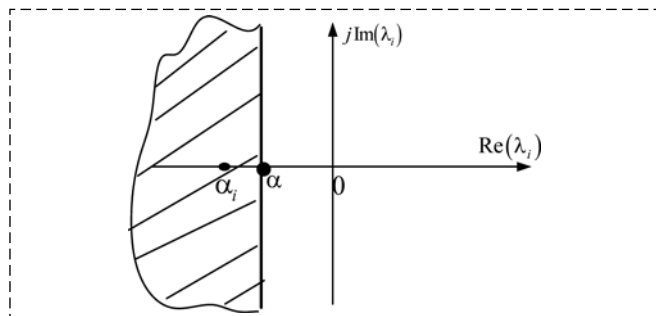


Рис. 3. D-область: заданная степень устойчивости, $\alpha \leq 0$
Fig. 3. D-region: stability margin, $\alpha \leq 0$

в рассматриваемой области представляется следующим образом:

а) формальный переход от формулы (24) к матричному представлению D-области (заданная степень устойчивости) дает

$$\Phi_{stab}^c(\mathbf{A}, \alpha) = 2(\mathbf{A} \odot \mathbf{I}_n - \alpha \mathbf{I}_n \odot \mathbf{I}_n); \quad (25)$$

б) сама функция модальной кластеризации комплексных мод и их вещественные части представляются в виде (трансформируемая D-область без вещественных мод)

$$\begin{aligned} \Phi_{stab}^c(\mathbf{A}, \alpha, s) &= \det(s\mathbf{I}_q - \\ &- 2(\mathbf{A} \odot \mathbf{I}_n - \alpha \mathbf{I}_n \odot \mathbf{I}_n)) = \sum_{i=0}^{n_{hq}} p_i s^i, \quad p_i > 0, \\ \operatorname{Re}(\mu_{ij}) &= \operatorname{Re}(\lambda_i + \lambda_j - 2\alpha) = \\ &= \operatorname{Re}(\lambda_i + \bar{\lambda}_i - 2\alpha) = 2(\alpha_i - \alpha) < 0; \\ i &= 1, \dots, n-1; j = 2, \dots, n; j > i. \end{aligned} \quad (26)$$

Для вещественных мод неравенства (26) дают только необходимые условия принадлежности мод к данной D-области.

Далее (без вывода, поскольку он аналогичен выше рассмотренным), представим D-область в виде диска радиуса R с центром в начале координат.

♦ D-область в виде диска

В этом случае

а) матричное представление D-области (диск) имеет вид

$$\Phi_{disc}^c(\mathbf{A}, R) = 2(\mathbf{A} \odot \mathbf{A} - R^2 \mathbf{I}_n \odot \mathbf{I}_n); \quad (27)$$

б) сама функция модальной кластеризации комплексных мод и ее моды (трансформируемая D-область без вещественных мод) представляются в виде

$$\begin{aligned} \Phi_{disc}^c(\mathbf{A}, R, s) &= \det(s\mathbf{I}_q - \\ &- 2(\mathbf{A} \odot \mathbf{A} - R^2 \mathbf{I}_n \odot \mathbf{I}_n)) = \sum_{i=0}^{n_{hq}} p_i s^i, \quad p_i > 0, \\ \operatorname{Re}(\mu_{ij}) &= \operatorname{Re}(\lambda_i \lambda_j - R^2) = \alpha_i \alpha_j - \beta_i \beta_j - R^2 < 0, \quad (28) \\ i &= 1, \dots, n-1; j = 2, \dots, n; j > i, \\ \lambda_i &= \alpha_i + j\beta_i, \lambda_j = \alpha_j + j\beta_j. \end{aligned}$$

Доказательство неравенства (28). Для любой пары комплексно сопряженных мод имеем

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\mu_{ij}) &= \operatorname{Re}(\lambda_i \lambda_j - R^2) = \\ &= \operatorname{Re}(\lambda_i \bar{\lambda}_i - R^2) = (|\lambda_i|^2 - R^2) < 0, \end{aligned} \quad (29)$$

т. е. $|\lambda_i| < R$. Тогда для произвольных комплексных корней справедливо неравенство

$$\operatorname{Re}(\mu_{ij}) = |\lambda_i| |\lambda_j| \cos(\varphi_i + \varphi_j) - R^2 < 0, \\ i = 1, \dots, n-1; j = 2, \dots, n; j > i.$$

При синтезе модальных регуляторов по трансформируемым D-областям требуется также ввести функции кластеризации вещественных мод. Здесь мы рассмотрим две наиболее важные функции.

• Принадлежность вещественных мод матрицы $\mathbf{A}$ левой полуплоскости комплексной плоскости с заданной степенью устойчивости $\alpha \leq 0$ (матричная функция $\Phi_{stab}^r(\mathbf{A}; \alpha) = \mathbf{A} - \alpha \mathbf{I}$) определяется положительными коэффициентами функции кластеризации вещественных мод и ее отрицательными вещественными модами [16], т. е.

$$\phi_{stab}^r(\mathbf{A}, \alpha, s) = \det(s\mathbf{I}_n - \mathbf{A} + \alpha \mathbf{I}_n) = \sum_{i=0}^n a_i s^i, a_i > 0, \\ \operatorname{Re}(\lambda_i) = \alpha_i - \alpha < 0, \alpha \leq 0, \beta_i = 0, i \in [1, \dots, n].$$

• Принадлежность вещественных мод матрицы $\mathbf{A}$ внутренности диска радиуса R (матричная функция $\Phi_{disc}^r(\mathbf{A}; R) = \mathbf{A}^2 - R\mathbf{I}$, при $R = 1$ важна для устойчивости дискретных систем) определяется положительными коэффициентами функции кластеризации вещественных мод и ее отрицательными вещественными модами, т. е.

$$\phi_{disc}^r(\mathbf{A}, R, s) = \det(s\mathbf{I}_n - \mathbf{A}^2 + R^2 \mathbf{I}_n) = \sum_{i=0}^n a_i s^i, a_i > 0, \\ \operatorname{Re}(\lambda_i) = \alpha_i^2 - R^2 < 0, \beta_i = 0, i \in [1, \dots, n].$$

Теорема 2 [10]. Положительность коэффициентов функции модальной кластеризации $\phi(\mathbf{A}, \bullet) = \phi_D^c(\mathbf{A}, \bullet) \cap \phi_D^r(\mathbf{A}, \bullet)$, $p_i > 0$, $i = 0, 1, \dots, n_{ba}$; $a_i > 0$, $i = 0, 1, \dots, n$, гарантирует нахождение собственных значений некоторой матрицы $\mathbf{A}$ внутри соответствующей трансформируемой D-области.

Например, трансформируемая D-область, представленная на рис. 4, имеет следующую полную функцию модальной кластеризации:

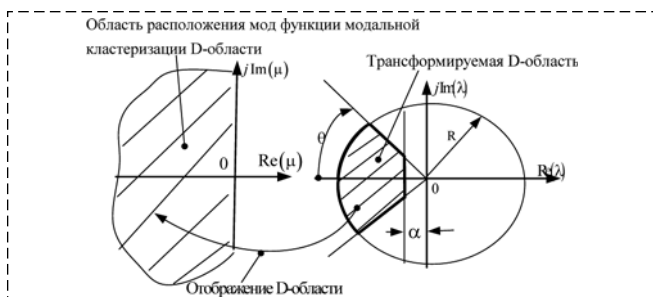


Рис. 4. Пример трансформируемой D-области
Fig. 4. Example of a transformable D-region

$$\phi_D(\mathbf{A}, \alpha, R, \xi, s) = \phi_{cone}^c(\mathbf{A}, \xi, s) \cap \\ \cap \phi_{stab}^r(\mathbf{A}, \alpha, s) \cap \phi_{stab}^c(\mathbf{A}, \alpha, s) \cap \\ \cap \phi_{disc}^c(\mathbf{A}, R, s) \cap \phi_{disc}^r(\mathbf{A}, R, s).$$

Отметим, что если происходит изменение параметров матрицы $\mathbf{A}$, то для контроля движения мод *внутри* D-области (хотя туда еще надо попасть, если речь идет о синтезе параметров, например регулятора) можно использовать подход, предложенный в работах [12, 13], — так называемое (буквально) защитное отображение (guardian map). По своему функциональному назначению это функция контроля мод в D-области (но не трансформируемой).

В соответствии с теоремой 2 рассмотрим алгоритм параметрической оптимизации для синтеза динамического регулятора с трансформируемыми D-областями.

3. Алгоритм оптимизации

В основе постановки задачи оптимизации параметров функций модальной кластеризации соответствующих D-областей лежит формирование ограничений, обеспечивающих по теореме 2 положительность коэффициентов данных функций, и выбор целевой функции.

Формирование ограничений. Используем подход, предложенный в работе [19]:

$$-t_i^2 b_i(\mathbf{k}) + w_i \leq 0, i = 1, \dots, N, \quad (32)$$

где N — общее число коэффициентов функций модальной кластеризации D-области; $\mathbf{k} \in R^{n_k}$ — вектор искомых параметров; $b_i(\mathbf{k})$ — i -й коэффициент функции модальной кластеризации; $w_i > 0$ — вес i -го ограничения (чаще всего используем $w_i = 1$).

Выбор целевой функции. Здесь рассмотрим два варианта решения задачи модального управления по трансформируемым D-областям:

а) квадратичная целевая функция с указанием желаемых мод в D-области

$$J_1 = \sum_{i=1}^N w_{bi} (b_i(\mathbf{k}) - b_i^*)^2 + \sum_{i=1}^N w_{ti} t_i^2 \rightarrow \min_{\mathbf{k}}, \quad (33)$$

где $w_{bi} > 0$, $w_{ti} > 0$, $i = 1, \dots, N$ — веса; b_i^* — i -й коэффициент полиномов желаемых мод. Как показано в статье [4], минимизация в l_2 разности между коэффициентами желаемого полинома и коэффициентами параметрического

полинома менее чувствительна, чем минимизация между их модами. Но такой подход эффективен, если выполнено *необходимое* условие полной модальной управляемости по выходу [3]. Напомним: 1) для статических регуляторов $mp > n$ ($q = 0$); 2) для динамических регуляторов

$$q(m + p - 1) + mp > n, (\mathbf{u} \in R^m, \mathbf{y} \in R^p), \quad (34)$$

где q — порядок динамического регулятора. Моделирование показало, что оптимизация с целевой функцией J_1 хорошо работает только для простых задач невысокой размерности с небольшим числом параметров. При увеличении размерности сходимость достигается в очень ограниченных случаях. Помимо этого большая проблема — это выбор весов (коэффициенты различаются на порядки) для первой суммы в формуле (33), которые напрямую влияют на сходимость. В приведенном в разделе 4 примере 2 дается графическое пояснение проблемы использования критерия J_1 для синтеза динамического модального регулятора q -го порядка, связанной с отсутствием полной модальной управляемости (не выполнено условие (34));

б) простая квадратичная функция (в основном с единичными весами $w_{ki} = 1$) с минимизацией взвешенных параметров регулятора k_i , $i = 1, \dots, n_k$ и параметров ограничений t_i , $i = 1, \dots, N$,

$$J_2 = \sum_{i=1}^{n_k} w_{ki} k_i^2 + \sum_{i=1}^N t_i^2 \rightarrow \min_{\mathbf{k}}. \quad (35)$$

Целевая функция (35) позволила решить достаточно сложные задачи синтеза модальных регуляторов низкого порядка по трансформируемым D-областям.

4. Примеры синтеза регуляторов

Пример 2. Рассмотрим пример из статьи [13] синтеза ПИ регулятора $W_r(s) = K_p + K_i/s$ для следующего объекта управления:

$$W_o(s) = \frac{s + 5}{s^2 + s + 9}. \quad (36)$$

В работе [13] итерационным алгоритмом на основе функции контроля мод и биальтернированного произведения матриц был синтезирован ПИ регулятор для D-области: диск радиуса $R_d = 10$, степень устойчивости $\alpha = -2$,

конус с углом $\theta = 45^\circ$. Так как здесь динамический регулятор имеет первый порядок ($q = 1$), а объект имеет второй порядок ($n = 2$, $m = 1$, $p = 1$) и $q(m + p - 1) + mp = n$ (m — число входов, p — число выходов объекта управления), то произвольного расположения мод замкнутой системы добиться невозможно [7]. Поэтому в данном случае задавалась в некотором смысле вынужденная граница в виде радиуса диска, так как при заданных степени устойчивости и угле конуса получить меньшую область не удастся. Результаты работы алгоритма: $K_p = 15,34$; $K_i = 42,71$, моды замкнутой системы $\lambda_1 = -2,19$; $\lambda_{2,3} = -7,07 \pm j6,88$.

Рассмотрим теперь синтез ПИ регулятора для данного объекта управления на основе предложенного алгоритма с использованием функции модальной кластеризации, ограничений, формирующих область допустимых решений и оптимизации квадратичной целевой функции вида (35). Трансформируемая D-область представлена требуемой (вещественной) степенью устойчивости и конусом (комплексных мод):

$$\begin{aligned} \phi_D(\mathbf{A}, \alpha, R, \xi, s) &= \phi_{cone}^c(\mathbf{A}, \xi, s) \cap \phi_{stab}^r(\mathbf{A}, \alpha, s) = \\ &= \phi_{cone}^c(\mathbf{A}, 0.707, s) \cap \phi_{stab}^r(\mathbf{A}, -2, s). \end{aligned}$$

Напомним, здесь $\xi = \cos\theta = \cos 45^\circ = 0,707$. Матрица замкнутой системы

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5K_i & -9 - K_i - 5K_p & -1 - K_p \end{pmatrix},$$

весовые коэффициенты искомых параметров регулятора: $w_{K_i} = 0,0005$; $w_{K_p} = 0,001$. Ограничения:

а) конус (кластеризация комплексных мод):

$$\begin{aligned} -t_1^2 p_{0,cone}(\mathbf{K}) + 1 &\leq 0, \\ -t_2^2 p_{1,cone}(\mathbf{K}) + 1 &\leq 0, \\ -t_3^2 p_{2,cone}(\mathbf{K}) + 1 &\leq 0; \end{aligned} \quad (37)$$

б) степень устойчивости (кластеризация вещественных мод):

$$\begin{aligned} -t_4^2 a_{0,stab}(\mathbf{K}) + 1 &\leq 0, \\ -t_5^2 a_{1,stab}(\mathbf{K}) + 1 &\leq 0, \\ -t_6^2 a_{2,stab}(\mathbf{K}) + 1 &\leq 0. \end{aligned} \quad (38)$$

Целевая функция:

$$J = \min_{\mathbf{K}} \left(w_{K_i} K_i^2 + w_{K_p} K_p^2 + \sum_{i=1}^6 t_i^2 \right). \quad (39)$$

Решение задачи оптимизации в пакете символьных вычислений Maple 18 методом внутренней точки дает следующий результат: $K_i = 43,06$; $K_p = 15,53$. Моды замкнутой системы: $\lambda_1 = -2,19$; $\lambda_{2,3} = -7,16 \pm j6,86$.

Комментарий. Данные результаты были получены в результате пошагового движения с изменением параметра α : $0,5 \rightarrow -2$, параметры конуса не изменялись. На первом этапе оптимизации начальные условия выбирались по умолчанию, а далее начальные условия i -го этапа — это оптимальные параметры $(i-1)$ -го этапа. В каждом этапе оптимизации проводилось максимум 1000 итераций. Конечным не улучшаемым решением является выход всех ограничений (37), (38) на границу.

Рассмотрим еще один подход — графическое представление попытки решить задачу модального синтеза для заданного (точного) расположения мод. Желаемые моды замкнутой системы: $\lambda_1^* = -1,1$; $\lambda_{2,3}^* = -8 \pm j8$. Формируем полиномы для функций кластеризации комплексных мод конуса, а также полиномы для функций кластеризации вещественных мод степени устойчивости. Приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях параметризованного полинома и желаемого полинома. Получаем:

а) функция кластеризации комплексных мод конуса ($\theta = 45^\circ$), $\xi = 0,707$

$$\begin{aligned} p_{2,cone}(\mathbf{K}) &= p_{2,cone}^* : -8,002K_p + K_p^2 - 2K_i - 17,005 = 113,24; \\ p_{1,cone}(\mathbf{K}) &= p_{1,cone}^* : -13,76K_p^3 - 172,28 + 3,13K_p^4 - 0,25K_i^3 + 0,125K_i^2K_p^2 - 7,26K_i^2 - 5,25K_iK_p^2 - K_i^2K_p - 37,28K_i - 133,12K_p^2 - 30,53K_pK_i - 272,50K_p = 74561,29; \\ p_{0,cone}(\mathbf{K}) &= p_{0,cone}^* : -K_iK_p^2 + 8K_pK_i + 92,56 - 4K_p^3 + 0,25K_p^4 + 90,56K_p + 19,01K_i + 13,76K_p^2 + 1,26K_i^2 = 4536,75. \end{aligned} \quad (40)$$

б) функция кластеризации вещественных мод степени устойчивости $\alpha = -1,1$

$$\begin{aligned} a_{2,stab}(\mathbf{K}) &= a_{2,stab}^* : -2,3 + K_p = 13,8; \\ a_{1,stab}(\mathbf{K}) &= a_{2,stab}^* : K_i + 2,8K_p + 10,43 = 55,61; \quad (41) \\ a_{0,stab}(\mathbf{K}) &= a_{0,stab}^* : 3,9K_i - 4,29K_p - 10,02 = 0. \end{aligned}$$

Отметим, что в последнем уравнении системы (41) правый нуль — это результат совпадения желаемого вещественного полюса $\lambda_1^* = -1,1$ и степени устойчивости $\alpha = -1,1$ (граница области). На рис. 5 (где в индексах легенды полиномов для компактности использованы сокращения: $cone \rightarrow c$, $stab \rightarrow s$) построены кривые (линии уровней) выражений (40), (41), из которых следует, что точного решения нет, а выбранная (в частности) точка $K_i = 18,6$; $K_p = 16,2$ определяет следующие моды замкнутой системы: $\lambda_1 = -1,008$; $\lambda_{2,3} = -8,096 \pm j5,171$. Теперь представим графически точное решение, полу-

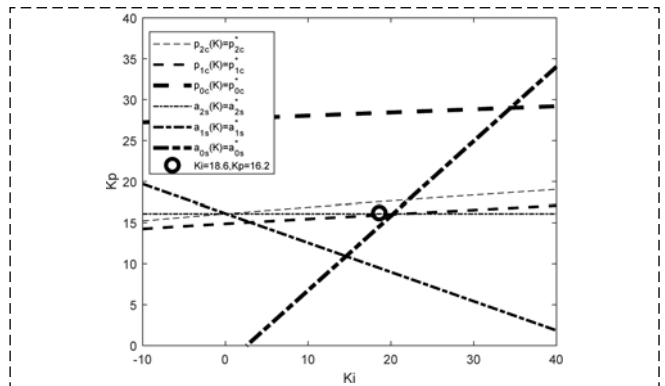


Рис. 5. Графическое представление уравнений поиска параметров ПИ регулятора в D-области по задаваемым модам $\lambda_1^* = -1,1$; $\lambda_{2,3}^* = -8 \pm j8$

Fig. 5. Graphical representation of the equations for finding the parameters of the PI controller in the D-domain according to the specified eigenvalues $\lambda_1^* = -1,1$; $\lambda_{2,3}^* = -8 \pm j8$

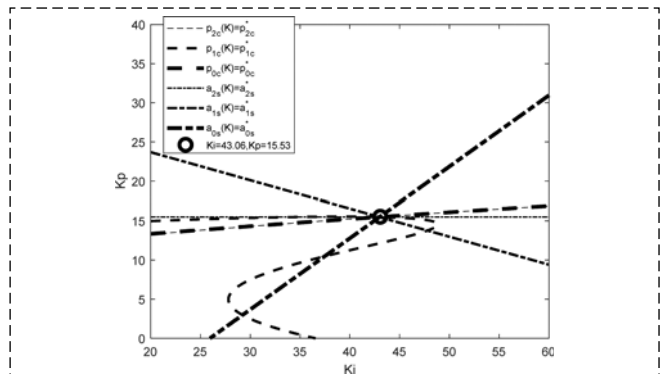


Рис. 6. Графическое представление точного решения уравнений (40), (41) для мод $\lambda_1 = \lambda_1^* = -2,19$; $\lambda_{2,3} = \lambda_{2,3}^* = -7,6 \pm j6,86$ и параметров ПИ регулятора $K_p = 15,53$; $K_i = 43,06$

Fig. 6. Graphical representation of the exact solution of equations (40), (41) for eigenvalues $\lambda_1 = \lambda_1^* = -2,19$; $\lambda_{2,3} = \lambda_{2,3}^* = -7,6 \pm j6,86$ and the parameters of the PI controller $K_p = 15,53$; $K_i = 43,06$

ченное после оптимизации (37)–(39) для мод $\lambda_1 = \lambda_1^* = -2,19$; $\lambda_{2,3} = \lambda_{2,3}^* = -7,6 \pm j6,86$ и параметров ПИ регулятора $K_p = 15,53$; $K_i = 43,06$ (рис. 6). Результат: все ограничения пересекаются в одной точке.

Пример 3. В качестве более сложного примера рассмотрим синтез робастного регулятора второго порядка слабо демпфированной двухмассовой системы спутник—инструментальный блок (рис. 7), где J_1, J_2 — моменты инерции масс спутника и инструментального блока, соответственно, связанных гибкой связью с неопределенными параметрами: $k \in [k_{\min}, k_{\max}]$ — жесткость пружины; $f \in [f_{\min}, f_{\max}]$ — коэффициент вязкого трения; τ — вращающий момент, приложенный к первой массе. Эта задача синтеза с использованием линейных матричных неравенств была рассмотрена автором в статье [20]. Ниже будет показано, что синтез регулятора с использованием трансформируемых D-областей и функций модальной кластеризации позволит для регулятора минимального (второго) порядка получить хорошие показатели качества во всем диапазоне неопределенности параметров объекта управления (и даже в более широком диапазоне, как показало моделирование), чего не удалось добиться с линейными матричными неравенствами. Отметим, что здесь рассматривается так называемая несогласованная (в зарубежной литературе "noncollocated") установка привода и датчика: привод — на спутнике, а датчик — на инструментальном блоке, что заметно усложняет задачу синтеза, так как инструментальный блок со спутником соединен нежесткой связью.

Фиксированные и интервально неопределенные параметры объекта управления: $k \in [0,09...0,4]$, $f \in [0,0038...0,042]$, $J_1 = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$,

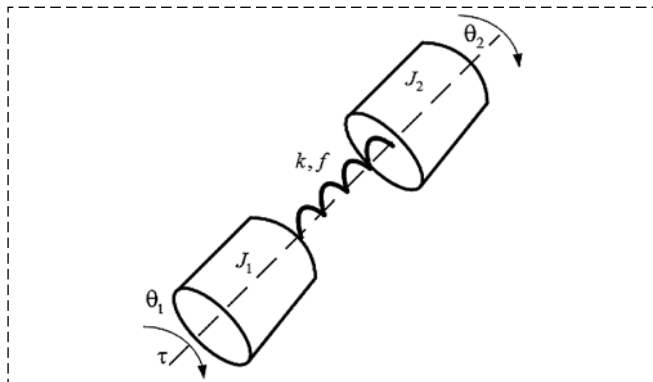


Рис. 7. Схематическое изображение объекта управления
Fig. 7. Schematic representation of the plant

$J_2 = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Управлением является момент τ , создаваемый приводом.

Требуется синтезировать регулятор второго порядка, обеспечивающий следующие показатели качества для любых параметров объекта управления:

- 1) время переходного процесса не более 20 с;
- 2) перерегулирование не более 15 %.

Решение. Объект управления:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t); \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t).\end{aligned}\quad (42)$$

Переменные состояния: $x_1 = \theta_1$, $x_2 = \dot{\theta}_1$, $x_3 = \theta_2$, $x_4 = \dot{\theta}_2$ (объект четвертого порядка, $n = 4$), управление $u = \tau$. Матрицы объекта управления (42) имеют следующий вид:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{J_1} & -\frac{f}{J_1} & \frac{k}{J_1} & \frac{f}{J_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J_2} & \frac{f}{J_2} & -\frac{k}{J_2} & -\frac{f}{J_2} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k & -f & k & f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 10k & 10f & -10k & -10f \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Измеряется только угол поворота инструментального блока θ_2 , т. е. матрица выхода $\mathbf{C} = (0 \ 0 \ 1 \ 0)$. Структура синтезируемого регулятора второго порядка ($q = 2$):

$$W_p(s) = \frac{K_5(s^2 + K_1s + K_2)}{s^2 + K_3s + K_4}, \quad (43)$$

где K_i , $i = 1, \dots, 5$ — искомые параметры. Таким образом, общий порядок системы управления $n_\Sigma = n + q = 6$, а это значит, что для биальтернированного произведения матриц порядок будет равен $n_{ba} - n_\Sigma(n_\Sigma - 1)/2 = 15$. В силу большого числа параметров и порядка системы при синтезе регулятора использовалась только одна трансформируемая D-область — область с заданной степенью устойчивости комплексных и вещественных мод

$$\phi_D(\mathbf{A}, \alpha, s) = \phi_{stab}^c(\mathbf{A}, \alpha, s) \cap \phi_{stab}^r(\mathbf{A}, \alpha, s). \quad (44)$$

Таблица 1
Table 1

Параметры динамического регулятора для двух D-областей
Dynamic controller parameters for two D-regions

Вариант регулятора	Параметры регулятора					D-область
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	
1	-0,51	-0,062	7,02	5,09	-2,12	$\phi_{stab}^c(A, \alpha, s) \cap \cap \phi_{stab}^r(A, \alpha, s)$
2	-0,49	-0,051	10,21	7,93	-3,26	$\phi_{stab}^c(A, \alpha, s)$

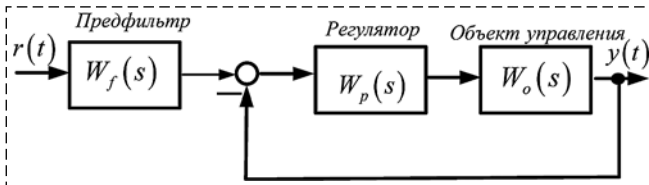


Рис. 8. Структурная схема системы управления
Fig. 8. Block diagram of the control system

В трансформируемой D-области (44) всего будет $15 + 6 = 21$ ограничение вида (37), (38). В качестве целевой функции использовалась функция J_2 . Выбранные веса: $w_i = 2, i = 1, \dots, 4$; $w_i = 1, i = 5, \dots, 21$, $w_{ki} = 1, i = 1, \dots, 5$. Оптимизация велась поэтапно $\alpha: 0,3 \rightarrow -0,1$. В обоих случаях, как и в примере 2, начальные условия выбирались по умолчанию, а далее начальные условия i -го этапа определялись оптимальными параметрами $(i - 1)$ -го этапа. На каждом этапе максимальное число итераций составило 1500. Были получены параметры регулятора, обеспечивающие робастное качество для всей области неопределенности параметров объекта

управления. В табл. 1 представлены результаты оптимизации параметров регулятора для полной D-области (44) (регулятор 1) и D-области, представленной только функцией кластеризации для комплексных мод (16 ограничений) (37), регулятор 2).

Полученные передаточные функции регуляторов:

$$W_{p1}(s) = \frac{-2,116s^2 + 1,084s + 0,1306}{s^2 + 7,017s + 5,091},$$

$$W_{p2}(s) = \frac{-3,265s^2 + 1,598s + 0,1652}{s^2 + 10,21s + 7,93}.$$

Данные регуляторы являются неминимально фазовыми (неминимально фазовые регуляторы второго-четвертого порядка получены также и линейными матричными неравенствами [20]). Для робастного качества на входе задающего сигнала установлен предфильтр (апериодическое звено $W_f(s) = \frac{1}{T_f s + 1}$ с постоянной времени $T_f = 10$ с), что обеспечивает практически одинаковые переходные характеристики замкнутой системы управления (рис. 8) во всем диапазоне изменения параметров объекта управления.

На рис. 9, 10 изображены временные и частотные характеристики замкнутой системы для регулятора 2 (для регулятора 1 они близки к этим). На каждом рисунке отображены графики выходов θ_1, θ_2 для параметров объекта управления, представленных в табл. 2.

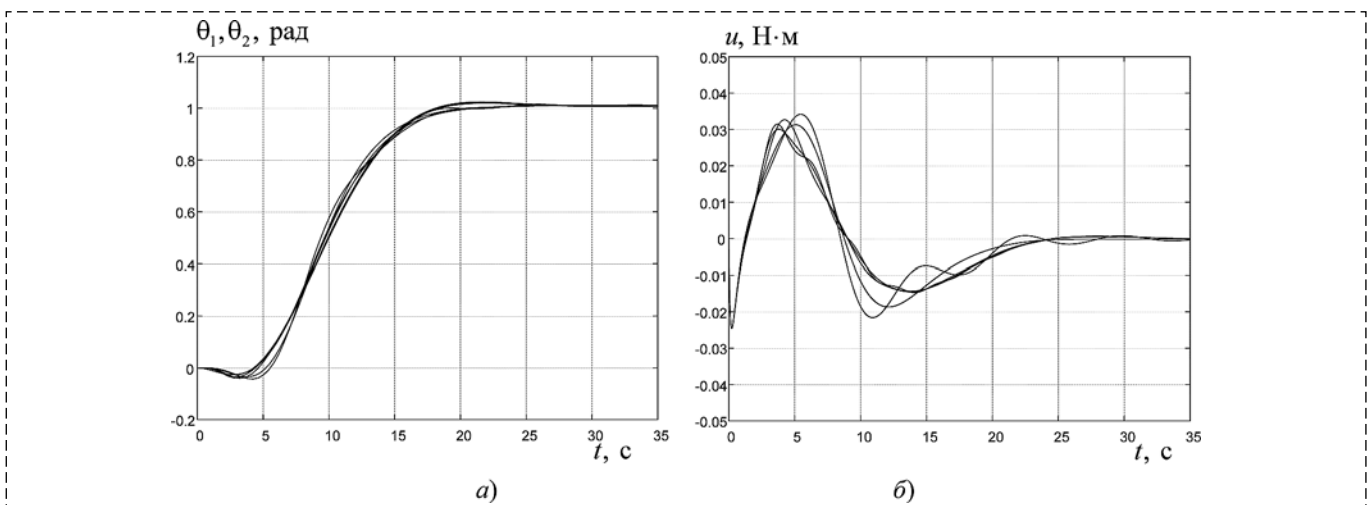


Рис. 9. Параметры из табл. 2:

a — переходные характеристики; b — управление для передаточных функций $W_{r \rightarrow \theta_1}(s), W_{r \rightarrow \theta_2}(s)$

Fig. 9. The parameters of Table 2:

a — step responses; b — control for transfer functions $W_{r \rightarrow \theta_1}(s), W_{r \rightarrow \theta_2}(s)$

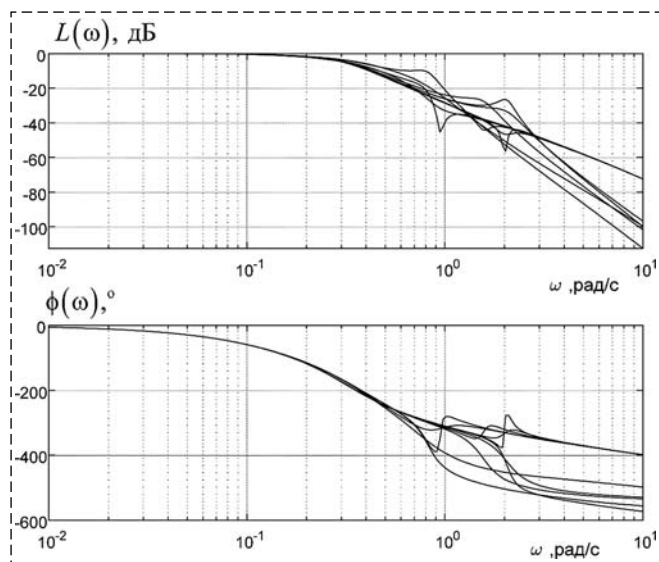


Рис. 10. Логарифмические частотные характеристики передаточных функций $W_{r \rightarrow \theta_1}(s)$, $W_{r \rightarrow \theta_2}(s)$ с параметрами табл. 2
Fig. 10. Bode diagrams of transfer functions $W_{r \rightarrow \theta_1}(s)$, $W_{r \rightarrow \theta_2}(s)$ with the parameters of Table 2

Таблица 2
Table 2

Выбранные точки политопа неопределенности
для проверки робастного качества
*Selected points of the uncertainty polytope
for testing robust performance*

Параметр	Точка в политопе неопределенности				
k	$k_{\min}$	$k_{\min}$	$k_{\max}$	$k_{\max}$	$(k_{\min} + k_{\max})/2$
f	$f_{\min}$	$f_{\max}$	$f_{\min}$	$f_{\max}$	$(f_{\min} + f_{\max})/2$

Заключение

В данной статье рассмотрен алгоритм параметрического синтеза модального регулятора по выходу с использованием биальтернированного произведения матриц и функций модальной кластеризации по трансформируемым D-областям на комплексной плоскости. Биальтернированное произведение матриц дает возможность сформировать матричные функции и функции модальной кластеризации для комплексных мод соответствующей D-области, а обычное произведение матриц позволяет сформировать матричные функции и функции модальной кластеризации вещественных мод. Эти функции гарантируют нахождение мод некоторой матрицы в соответствующей D-области при выполнении соответствующих условий (теорема 2). Предложенный на основе теоремы 2 алгоритм параметрической оптимизации, причем с ограниченным набором

функций модальной кластеризации, позволил синтезировать модальный динамический регулятор по выходу минимального порядка с робастным качеством для высоко колебательного объекта управления.

Список литературы

1. Wonham M. On pole assignment in multi-input, controllable linear system // IEEE Trans. Automatic Control. 1967. Vol. 12, N. 12. P. 660—665.
2. Андреев Ю. Н. Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976. 424 с.
3. Willems J. C., Hesselink W. H. Generic properties of the pole placement problem // Proceedings of the 7th IFAC Congress, Helsinki Finland. 1978. P. 1725—1729.
4. Yang K., Orsi R. Static output feedback pole placement via a trust region approach // IEEE Trans. Automatic Control. 2007. Vol. 52, N. 11. P. 2146—2150.
5. Furuta K., Kim B. Pole placement to a specified disc // IEEE Trans. Automatic Control. 1987. Vol. 32, N. 5. P. 423—427.
6. Brash F. M., Pearson J. B. Pole placement using dynamic compensator // IEEE Trans. Automatic Control. 1970. Vol. AC-15, N. 1. P. 34—43.
7. Rosenthal J., Wang X. A. Output feedback pole placement with dynamic compensators/ Report BS-R9516, ISSN 0924-0659. 1995. Amsterdam. 29 p.
8. Haddad W. M., Bernstein D. S. Controller design with regional pole constraints // IEEE Trans. Automatic Control. 1992. Vol. 37, N. 1. P. 54—69.
9. Gutman S., Jury E. J. A general theory for matrix root-clustering in subregions of the complex plane // IEEE Trans. Automatic Control. 1981. Vol. 26, N. 4. P. 853—863.
10. Gutman S., Schwartz G. A root-clustering theorem // IEEE Trans. Automatic Control. 1981. Vol. 26, N. 4. P. 940.
11. Dengqing C. Stability robustness measures of linear state-space models with structured perturbations // Systems Science and Math. Sciences. 1998. Vol. 11, N. 1. P. 32—38.
12. Saydy L., Tits A. L., Abed E. H. Guardian maps and generalized stability of parametrized families of matrices and polynomials // Mathematics of control, signals and systems. 1990. Vol. 3. P. 345—371.
13. Saussie D., Akhrif Q., Berard C., Saydy L. Longitudinal flight control synthesis with guardian maps// AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. 10-13 August 2009, Chicago Illinois. P. 1—27.
14. Ефимов Н. В., Розендорн Э. Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. М.: Наука. 1970. 528 с.
15. Stephanos C. Sur une extension du calcul des substitutions lineaires // J. Math. Pures Appl. 1900. Vol. 6. P. 73—128.
16. Джури Э. Инноры и устойчивость динамических систем / Пер. с англ. М.: Наука, 1979. 304 с.
17. Farin G., Hansford D. Practical linear algebra: a geometry toolbox. AK Peters Wellesley Massachusetts, 2005. 384 p.
18. Gutman S. Root clustering of a real matrix in an algebraic region // Int. J. Control. 1979. Vol. 29. P. 871—880.
19. Anderson D. O., Bose N. K., Jury E. I. Output feedback stabilization and related problems — solution via decision methods // IEEE Trans. Automatic Control. 1975. Vol. 20, N. 1. P. 53—66.
20. Красномеченко В. И. Синтез робастного динамического H_∞ -регулятора низкого порядка с использованием линейных матричных неравенств и проекционных лемм // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 4. С. 219—230.

Synthesis of Dynamic Output Feedback Controller Using Functions of Matrix Root-Clustering in D-Regions

V. I. Krasnoschechenko, v.krasnoschechenko@yandex.ru,

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga, 248000, Kaluga Branch, Russian Federation,

Corresponding author: Krasnoschechenko Vladimir I., PhD, Associate Professor,
Bauman Moscow State Technical University, Kaluga, 248000, Kaluga Branch, Russian Federation,
e-mail: v.krasnoschechenko@yandex.ru

Accepted on December 15, 2022

Abstract

This article considers an algorithm for the synthesis of dynamic output controller, where the eigenvalues of a closed control system should be located in a given region (*D*-region) of the complex plane. The main direction of the research is to synthesize dynamic controllers of minimal order when there is no complete controllability at the output. For this purpose, a brief excursion into the external Grassmann algebra is made with the purpose of determining the external product of vectors, on the basis of which the operation of the bialternate product of matrices is explained. The use of the bialternate product of matrices made it possible to introduce the functions of matrix root-clustering of complex eigenvalues located in separate transformable *D*-regions. For the usual product of matrices, the functions of matrix root-clustering of real eigenvalues located in separate transformable *D*-domains are introduced. The functions of matrix root-clustering are transforming, respectively, complex or real points of a given bounded or unbounded *D*-region of the complex plane into a left half-plane. The article considers the main *D*-domains most widely used in practice (disk, cone, stability margin), presents their matrix root-clustering and functions of matrix root-clustering of real and complex modes. An algorithm for parametric optimization of dynamic output feedback controller over *D*-domains has been developed. Practical examples of synthesis are considered. For a fourth-order object (a two-mass weakly damped system with two integrators and parametric uncertainty), a second-order dynamic controller providing robust quality has been synthesized.

Keywords: Bialternate product, dynamic output feedback controller, functions of matrix root-clustering, *D*-regions, parametric optimization

For citation:

Krasnoschechenko V. I. Synthesis of Dynamic Output Feedback Controller Using Functions of Matrix Root-Clustering in *D*-Regions, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 5, pp. 227–239.

DOI: 10.17587/mau.24.227-239

References

1. Wonham M. On pole assignment in multi-input, controllable linear system, *IEEE Trans. Automatic Control*, 1967, vol. 12, no. 12, pp. 660–665.
2. Andreev Yu. N. Control of finite-dimensional linear plants, Moscow, Nauka, 1976, 424 p. (in Russian).
3. Willems J. C., Hesselink W. H. Generic properties of the pole placement problem, *Proceedings of the 7th IFAC Congress*, Helsinki Finland, 1978, pp. 1725–1729.
4. Yang K., Orsi R. Static output feedback pole placement via a trust region approach, *IEEE Trans. Automatic Control*, 2007, vol. 52, no. 11, pp. 2146–2150.
5. Furuta K., Kim B. Pole placement to a specified disc, *IEEE Trans. Automatic Control*, 1987, vol. 32, no. 5, pp. 423–427.
6. Brash F. M., Pearson J. B. Pole placement using dynamic compensator, *IEEE Trans. Automatic Control*, 1970, vol. AC-15, no. 1, pp. 34–43.
7. Rosenthal J., Wang X. A. Output feedback pole placement with dynamic compensators, Report BS-R9516, ISSN 0924-0659, 1995, Amsterdam, 29 p.
8. Haddad W. M., Bernstein D. S. Controller design with regional pole constraints, *IEEE Trans. Automatic Control*, 1992, vol. 37, no. 1, pp. 54–69.
9. Gutman S., Jury E. J. A general theory for matrix root-clustering in subregions of the complex plane, *IEEE Trans. Automatic Control*, 1981, vol. 26, no. 4, pp. 853–863.
10. Gutman S., Schwartz G. A root-clustering theorem, *IEEE Trans. Automatic Control*, 1981, vol. 26, no. 4, pp. 940.
11. Dengqing C. Stability robustness measures of linear state-space models with structured perturbations, *Systems Science and Math. Sciences*, 1998, vol. 11, no. 1, pp. 32–38.
12. Saydy L., Tits A. L., Abed E. H. Guardian maps and generalized stability of parametrized families of matrices and polynomials, *Mathematics of control, signals and systems*, 1990, vol. 3, pp. 345–371.
13. Saussie D., Akhrif Q., Berard C., Saydy L. Longitudinal flight control synthesis with guardian maps, *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, 10–13 August 2009, Chicago Illinois, pp. 1–27.
14. Efimov N. V., Rosendorn E. R. Linear algebra and multi-dimensional geometry, Moscow, Nauka, 1970, 528 p. (in Russian).
15. Stephanos C. Sur une extension du calcul des substitutions lineaires, *J. Math. Pures Appl.*, 1900, vol. 6, pp. 73–128.
16. Jury E. I. Inners and stability of dynamic systems, Moscow, Nauka, 1979, 304 p. (in Russian).
17. Farin G., Hansford D. Practical linear algebra: a geometry toolbox, AK Peters Wellesley Massachusetts, 2005, 384 p.
18. Gutman S. Root clustering of a real matrix in an algebraic region, *Int. J. Control*, 1979, vol. 29, pp. 871–880.
19. Anderson D. O., Bose N. K., Jury E. I. Output feedback stabilization and related problems — solution via decision methods, *IEEE Trans. Automatic Control*, 1975, vol. 20, no. 1, pp. 53–66.
20. Krasnoschechenko V. I. Synthesis H_∞ -robust regulator of the low order by using of linear matrix inequalities and projective lemmas, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no 4, pp. 219–230 (In Russian).

В. В. Куликов, соискатель, godefired@mail.ru, **Н. Н. Куцый**, д-р техн. наук, проф., kucyinn@mail.ru,
Е. А. Осипова, канд. техн. наук, доц., osipovaelizaveta@yandex.ru,
Иркутский национальный исследовательский технический университет

Параметрическая оптимизация ПИД регулятора с ограничением на основе метода сопряженных градиентов Полака—Поляка—Рибьера

В автоматических системах регулирования (АСР) промышленных процессов различного типа с запаздыванием при ограничении на значение перерегулирования широко применяется ПИД регулятор с реальным дифференцирующим звеном (далее ПИД регулятор). Как известно, признаком наличия большого запаздывания у объекта регулирования является отношение $\tau_{об}/T_{об} \geq 1$, где $\tau_{об}$, $T_{об}$ — время запаздывания и максимальная постоянная времени объекта регулирования. При наличии в АСР большого запаздывания и ограничения на выходную координату параметрический синтез ПИД регулятора хорошо известными частотными методами становится затруднительным, что обуславливает интерес к разработке численных беспоисковых алгоритмов параметрической оптимизации, основанных на использовании функций чувствительности для определения градиента критерия оптимальности.

В данной работе предложен алгоритм численной оптимизации, вычисляющий исходя из минимума интегрального квадратичного критерия значения настраиваемых параметров ПИД регулятора в указанных АСР. Чтобы обеспечить отсутствие перерегулирования у результирующего переходного процесса, предлагается на этапе оптимизации вводить в АСР ограничение на регулирующее воздействие, которое, в свою очередь, учитывается путем добавления штрафной функции в интегральный критерий.

Предлагаемый алгоритм основан на методе сопряженных градиентов Полака—Поляка—Рибьера с его известными преимуществами. Составляющие градиента критерия оптимизации вычисляются с помощью таких функций чувствительности, которые позволяют получить все компоненты этого вектора без пробных поисковых вариаций настраиваемых параметров. Для вычисления шага оптимизации авторами реализован соответствующий алгоритм, в основе которого лежит градиентная процедура с применением функции чувствительности выходной координаты АСР к значению шага.

Сходимость предлагаемого алгоритма проверена с помощью вычислительной процедуры на основе зоны притяжения рекордных значений критерия оптимизации, которая определяется положительно определенной матрицей Гессе интегрального квадратичного критерия, построенного на разности усредненного и проверяемого переходных процессов.

Ключевые слова: ПИД регулятор, запаздывание, параметрическая чувствительность, сопряженные градиенты, штрафная функция

Введение

На данный момент уже можно утверждать, что для автоматической системы регулирования объекта с запаздыванием и ограничением на перерегулирование задача параметрического синтеза ПИД регулятора стала одной из фундаментальных. Анализ литературных источников показывает, что описание динамических систем с помощью пространства состояний и применение современных математических подходов для конструирования ПИД регулятора [1—4] не снизили в настоящее время интереса к синтезу такого регулятора в системах, представленных в частотной области или пространстве сигналов [5—10].

В большинстве производственных процессов присутствуют запаздывания, которые необходимо учитывать при разработке автоматических систем, так как запаздывание влияет на показатели качества таких систем [11—13].

Наличие большого запаздывания у объекта регулирования, использование реального дифференцирующего звена, ограничение на значение перерегулирования — все эти факторы

затрудняют применение аналитических методов для параметрического синтеза ПИД регулятора, что, в конечном итоге, приводит к использованию численных методов оптимизации. Одним из вариантов реализации итерационных алгоритмов оптимизации линейных регуляторов с ограничением на перерегулирование является применение критериев оптимизации со штрафной функцией [14, 15]. Особенности предлагаемого подхода: штрафная функция не содержит настраиваемых параметров; на этапе оптимизации задействован блок ограничения регулирующего воздействия, который гарантирует отсутствие перерегулирования у итоговых переходных процессов; в пространстве сигналов реализован метод сопряженных градиентов Полака—Поляка—Рибьера беспоисковым способом с применением компактов параметрической чувствительности, которые позволяют сократить объем вычислений, необходимый для моделирования системы. Эффективность применения данного подхода напрямую связана с точностью идентификации коэффициента усиления объекта регулирования.

Постановка задачи

Структурная схема рассматриваемой автоматической системы регулирования со скалярными координатами представлена на рис. 1.

Процессы в представленной на рис. 1 автоматической системе регулирования можно описать следующим образом:

$$\begin{aligned}\varepsilon(t, \mathbf{q}) &= \lambda(t) - x(t); \\ u(t, \mathbf{q}) &= G_c(p, \mathbf{q})\varepsilon(t, \mathbf{q}); \\ x(t) &= G_p(p)u(t, \mathbf{q}),\end{aligned}\quad (1)$$

где $\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3)$ — вектор настраиваемых параметров; $x(t)$ — выходной сигнал автоматической системы; $\varepsilon(t, \mathbf{q})$ — ошибка системы; $\lambda(t) = \text{const}$ — задающее воздействие; $u(t, \mathbf{q})$ — регулирующее воздействие; $G_c(p, \mathbf{q}) = q_1 + \frac{q_2}{p} + \frac{pq_3}{(T_f p + 1)}$ — оператор ПИД регулятора; T_f — параметр реального дифференцирующего звена; $G_p(p)$ — оператор объекта; p — оператор дифференцирования по времени.

При аппроксимации динамических характеристик объектов промышленной автоматики часто применяют соединения инерционных звеньев первого порядка и звена запаздывания с постоянными параметрами [16–19]:

$$G_p(p) = \frac{k_{ob}}{(T_{obl}p + 1) \dots (T_{obn}p + 1)} e^{-\tau_{ob}p}, \quad (2)$$

где k_{ob} — статический коэффициент усиления; $T_{obl}, \dots, T_{obn}$ — постоянные времени; τ_{ob} — время запаздывания; n — порядок объекта. Следует заметить, что выбор такого оператора объекта придает исследованиям необходимую для практики промышленного регулирования универсальность, поскольку он описывает процессы в достаточно широком классе промышленных объектов.

Зависимость значения параметра T_f от времени дифференцирования T_d регулятора принята в виде [16]

$$T_f = \frac{T_d}{N}, \quad 5 \leq N \leq 10, \quad (3)$$

где N — коэффициент связи между постоянными времени T_f и дифференцирования $T_d = \frac{q_3}{q_1}$.

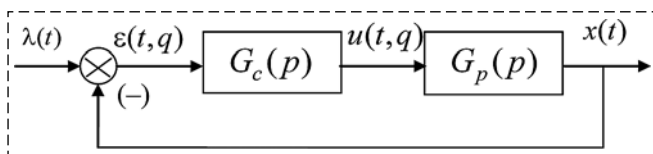


Рис. 1. Структурная схема автоматической системы регулирования

Fig. 1. Block diagram of an automatic control system

Представим оптимизируемый интегральный критерий с использованием штрафной функции $y(t)$ для учета ограничения на перерегулирование [14]:

$$I = \int_0^{\infty} (\varepsilon(t, \mathbf{q})^2 + y(t)) dt, \quad (4)$$

$$y(t) = \begin{cases} \left(u(t, \mathbf{q}) - \frac{\lambda(t)}{k_{ob}} \right), & \text{при } u(t, \mathbf{q}) > \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}; \\ 0, & \text{при } u(t, \mathbf{q}) \leq \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}. \end{cases} \quad (4.1)$$

Штрафная функция $y(t)$ увеличивает значение интегрального квадратичного критерия при выходе регулирующего воздействия $u(t, \mathbf{q})$ за $\frac{\lambda(t)}{k_{ob}}$ на значение выброса.

Далее в настоящей работе на этапе оптимизации для реализации критерия (4) в систему (1) вводится ограничение на регулирующее воздействие:

$$\begin{aligned}\varepsilon(t, \mathbf{q}) &= \lambda(t) - x(t); \\ u(t, \mathbf{q}) &= G_c(p, \mathbf{q})\varepsilon(t, \mathbf{q}); \\ u_l(t) &= \begin{cases} \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}, & \text{при } u(t, \mathbf{q}) > \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}; \\ u(t, \mathbf{q}), & \text{при } u(t, \mathbf{q}) \leq \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}; \end{cases} \\ x(t) &= G_p(p)u_l(t, \mathbf{q}),\end{aligned}\quad (5)$$

где $u_l(t, \mathbf{q})$ — регулирующее воздействие с ограничением.

Для критерия (4) характерны следующие зависимости:

$$y(t) \neq 0, \quad \varepsilon(t, \mathbf{q}) = 0; \quad (6)$$

$$\varepsilon(t, \mathbf{q}) \neq 0, \quad y(t) = 0. \quad (7)$$

Формализуем поставленную задачу параметрической оптимизации:

$$\min I(\mathbf{q}^*), \quad \mathbf{q}^* \in Q \subset R^3, \quad \int_0^{\infty} y(t) dt = 0. \quad (8)$$

Реализация критерия (4) требует выполнения следующих условий: объект регулирования обладает самовыравниванием, регулятор содержит интегральную компоненту. Эти условия позволяют выполнить неравенство $u(t, \mathbf{q}) \leq \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}$, при котором переходный процесс объекта (2) не имеет перерегулирования.

Алгоритм численной оптимизации

Как было отмечено выше, критерий (4) содержит штрафную функцию $y(t)$ (4.1), которую

можно интерпретировать как скачки регулирующего воздействия над ограничением, что делает оптимизируемый критерий (4) квадратичным не для всей области $\mathbf{q}$. В работе [20] показана ориентированность теории чувствительности на параметрический синтез элементов автоматических систем градиентным методом для ситуации со "скачками" в сигналах. Это определило в настоящей работе выбор градиентного метода оптимизации. Как известно, применение сопряженных градиентов позволяет значительно ускорить сходимость алгоритма оптимизации при соответствующем выборе шага алгоритма h [21, 22].

В ходе предварительного исследования был сделан выбор в пользу алгоритма Полака—Поляка—Рибьера [21, 22], так как алгоритм Флетчера—Ривза показал неудовлетворительные результаты оптимизации критерия (4). Это можно объяснить тем (см. работу [22]), что шаг градиентной процедуры $h[l]$ должен стремиться к $0 \pm \Delta$ при $l \rightarrow \infty$: $h[l]$ в алгоритме Полака—Поляка—Рибьера ограничен областью фиксированного конуса вокруг начального значения градиента критерия оптимизации, в отличие от алгоритма Флетчера—Ривза. Это делает реализацию алгоритма Полака—Поляка—Рибьера численно более устойчивой [22].

Для реализации градиентной процедуры метода Полака—Поляка—Рибьера необходимо вычисление составляющих градиента выбранного критерия оптимизации, которые в настоящей работе вычисляются с помощью функций чувствительности, что позволяет избежать поисковой вариации настраиваемых параметров. Приведем уравнения чувствительности для непрерывной системы (5) при выполнении критерия (4) [18]:

$$\xi_j(t) = G_p(p) \frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_j}, \quad (j = 1, 2, 3). \quad (9)$$

Отметим, что задействованный алгоритм из работы [14] в уравнении чувствительности (9) не использует ограничение на регулирующее воздействие $u(t, \mathbf{q})$, что позволяет применить компакты чувствительности в целях уменьшения объема вычислений при моделировании автоматической системы регулирования (5).

Представим выражения для расчета $\xi_j(t)$ ($j = 1, 2, 3$) с применением компактов чувствительности [18, 25, 26]:

$$\xi_1(t) = G_p(p)(-G_c(p, \mathbf{q})\xi_1(t) + \varepsilon(t, \mathbf{q})), \quad (10)$$

$$\xi_2(t) = \frac{1}{p} \xi_1(t), \quad \xi_3(t) = \frac{p\xi_1(t)}{(T_f p + 1)}. \quad (11)$$

Далее компакты чувствительности используются в алгоритме, основанном на методе Полака—Поляка—Рибьера, где в процессе оптимизации вектор $\mathbf{q}$ настраиваемых параметров изменяется в соответствии с выражением [22]

$$\mathbf{q}[l+1] = \mathbf{q}[l] + h^*[l]\mathbf{s}[l], \quad (l = 0, 1, 2, \dots), \quad (12)$$

где h^* — шаг спуска градиентного алгоритма, схема вычисления h^* представлена далее; $\mathbf{s}[0]$ — начальное направление движения, определяемое по антиградиенту $-\nabla_{\mathbf{q}} I(\varepsilon(t, \mathbf{q}[0]))$. Следующие новые направления $\mathbf{s}[l]$, сопряженные предыдущему, вычисляются как сумма антиградиента в текущей точке $-\nabla_{\mathbf{q}} I(\varepsilon(t, \mathbf{q}[l]))$ и произведения направления в предыдущей точке $\mathbf{s}[l-1]$ и параметра $\beta[l-1]$:

$$h^*[l] = \arg \min_h I(\varepsilon(t, \mathbf{q}[l]) + h\mathbf{s}[l]); \quad (13)$$

$$\mathbf{s}[l] = -\nabla_{\mathbf{q}} I(\varepsilon(t, \mathbf{q}[l])) + \beta[l-1]\mathbf{s}[l-1]; \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \beta[l-1] = \\ = \frac{\nabla_{\mathbf{q}}^T I(\varepsilon(t, \mathbf{q}[l]))(\nabla_{\mathbf{q}} I(\varepsilon(t, \mathbf{q}[l])) - \nabla_{\mathbf{q}} I(\varepsilon(t, \mathbf{q}[l-1])))}{\nabla_{\mathbf{q}}^T I(\varepsilon(t, \mathbf{q}[l-1]))\nabla_{\mathbf{q}} I(\varepsilon(t, \mathbf{q}[l-1]))}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$l = 1, 2, \dots,$$

где $\nabla_{\mathbf{q}}^T I(\varepsilon(t, \mathbf{q}[l]))(\nabla_{\mathbf{q}} I(\varepsilon(t, \mathbf{q}[l])) - \nabla_{\mathbf{q}} I(\varepsilon(t, \mathbf{q}[l-1])))$ — скалярное произведение двух векторов. Отметим, что алгоритм Полака—Поляка—Рибьера автоматически осуществляет рестарты в случаях "зацикливания" в отличие от алгоритма Флетчера—Ривза. Обозначенный рестарт реализуется в выражении (15) при равенстве антиградиентов критерия оптимизации в двух соседних итерациях алгоритма (12).

Представим выражение для определения градиента $\nabla_{\mathbf{q}} I(\varepsilon(t, \mathbf{q}))$, связанного с вычислением вектора функций чувствительности (9):

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial q_i} = \int_0^\infty \left(-2\varepsilon(t, \mathbf{q})\xi_i(t) + \frac{\partial y(t)}{\partial q_i} \right) dt, \quad (i = 1, 2, 3); \\ \frac{\partial y(t)}{\partial q_i} = \begin{cases} \frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial q_i}, & \text{при } u(t, \mathbf{q}) > \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}; \\ 0, & \text{при } u(t, \mathbf{q}) \leq \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}. \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

Формула (12) показывает, что в предлагаемом алгоритме для назначения шага оптимизации $h^*[l]$ ($l = 0, 1, 2, \dots$) необходимо в точках $\mathbf{q}[l]$ ($l = 0, 1, 2, \dots$) осуществлять одномерную минимизацию функционала (4) в ситуации, когда векторы $\mathbf{q}$ и $\mathbf{s}$ определены на шаге алгоритма l , а h — ва-

рируемая переменная, значение которой необходимо определить. Для этого, в частности, можно воспользоваться методом релаксации [21]:

$$h[k] = h[k-1] - \eta[k-1] \text{sign} \frac{\partial I(\mathbf{q}(h[k-1]))}{\partial h}, \quad (17)$$

$$k = 1, 2, \dots,$$

где $h[k]$ — значение искомого параметра h на k -м шаге работы алгоритма метода релаксации; $\eta[k-1]$ — $(k-1)$ -й шаг изменения h , который может изменяться по той или иной стратегии; $\text{sign}(\cdot)$ — функция знака. Остановимся на одной из простейших стратегий выбора длины шага $\eta[k]$ ($k = 1, 2, \dots$):

$$\eta[k] = \begin{cases} \eta[k-1], & I[k] \leq I[k-1]; \\ 0, 5\eta[k-1], & I[k] > I[k-1]. \end{cases} \quad (18)$$

При этом в ходе предварительного численно-эксперимента определены начальные данные для следующих величин: $\eta[0] = 10^{-6}$, $h[0] = 0$.

По аналогии с (16) определяется выражение для частной производной $\frac{\partial I(\mathbf{q}(h))}{\partial h}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(\mathbf{q}(h))}{\partial h} &= \int_0^\infty \left(-2\varepsilon(t, \mathbf{q}) \xi_h(t) + \frac{\partial y(t)}{\partial h} \right) dt; \\ \frac{\partial y(t)}{\partial h} &= \begin{cases} \frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial h}, & \text{при } u(t, \mathbf{q}) > \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}; \\ 0, & \text{при } u(t, \mathbf{q}) \leq \frac{\lambda(t)}{k_{ob}}, \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

где $\xi_h(t) = \frac{\partial x(t)}{\partial h}$ — функция чувствительности аналогично (9). $\xi_h(t)$ представляет собой выходную координату модели объекта (2) с входной координатой $\frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial h}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(t, \mathbf{q})}{\partial h} &= -G_c(p, \mathbf{q} + h\mathbf{s}) \xi_h(t) + \\ &+ \left(s_1 + \frac{s_2}{p} + \frac{ps_3}{(T_f p + 1)} \right) \varepsilon(t, \mathbf{q}). \end{aligned} \quad (20)$$

Для формирования условия останова алгоритма (17) используется подход из работы [25], опробованный в практике параметрического синтеза регуляторов различной природы при использовании теории чувствительности автоматических систем:

$$S_I[k] = S_I[k-1] + \begin{cases} 1, & \Delta I[k] \times \Delta I[k-1] < 0; \\ 0, & \Delta I[k] \times \Delta I[k-1] > 0. \end{cases} \quad (21)$$

$$S_{\partial I_h}[k] = S_{\partial I_h}[k-1] + \begin{cases} 1, & \frac{\partial I}{\partial q}[k] \times \frac{\partial I}{\partial q}[k-1] < 0; \\ 0, & \frac{\partial I}{\partial q}[k] \times \frac{\partial I}{\partial q}[k-1] > 0. \end{cases} \quad (22)$$

Здесь $k = 1, 2, \dots$ и $\Delta I[k] = I[k] - I[k-1]$ — разность между значениями критерия оптимальности на k -й и $(k-1)$ -й итерациях алгоритма (17).

Алгоритм одномерной оптимизации по нахождению оптимального значения шага $h^*[l]$ считается завершенным при выполнении условия:

$$(S_I[k] \geq n_I) \vee (S_{\partial I_h}[k] \geq n_{\partial I_h}), \quad (23)$$

где n_I , $n_{\partial I_h}$ — заданные положительные значения, характеризующие число соответствующих смен знака приращений критерия оптимальности и знака частной производной $\frac{\partial I}{\partial h}$.

Для алгоритма нахождения значений настраиваемых параметров регулятора (12) критерий останова задается аналогичным условию (23) образом.

В результате работы алгоритма (12) получен вектор настраиваемых параметров $\mathbf{q}^*$ и далее выполняется алгоритм вычисления параметра реального дифференцирующего звена T_f ПИД регулятора. В работе [16] представлен алгоритм нахождения T_f , где на каждой итерации вычисляются параметры идеализированного ПИД регулятора при увеличении инерционности объекта регулирования за счет параметра T_f с дальнейшим пересчетом в параметры реального ПИД регулятора, пока коэффициент N не примет заданное значение. Для сходимости данного алгоритма при необходимости корректируется значение параметра T_f . Исходя из этого алгоритма можно выделить два подхода в определении настраиваемых параметров ПИД регулятора с реальным дифференцирующим звеном: в первом подходе вычисляются параметры идеализированного регулятора и дальше вычисляется параметр T_f реального дифференцирующего звена [16, 26]; во втором подходе задается параметр T_f , и вычисляются параметры регулятора [17, 27, 28]. С учетом специфики критерия (4) в данной работе сформирован алгоритм на основе первого подхода, в котором итерационно происходит увеличение значения параметра T_f с пересчетом параметра q_3^* с заданным коэффициентом N , пока в системе (1) отсутствует перерегулирование:

$$\begin{aligned} &\text{while } (\sigma = 0) \text{ do} \\ &T_f[l] = T_f[l-1] + \Delta T_f; \\ &q_3^*[l] = T_f[l] q_1^* N; \\ &l = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (24)$$

где σ — коэффициент перерегулирования переходного процесса $x(t)$ в автоматической системе (1); l — номер шага алгоритма (24); ΔT_f — величина, на которую изменяется параметр T_f , ее предлагается выбирать относительно значения $T_f[0] = \frac{q_3^*[0]}{q_1^*[0]N}$, например, в процентном отношении.

Компьютерная апробация алгоритма оптимизации

Поскольку сформированный в настоящей работе алгоритм (12) предназначен для использования в промышленных системах, необходимо провести исследование его работоспособности, заключающееся в проверке достоверности вычисленных значений настраиваемых параметров $\mathbf{q}^*$ с точки зрения нахождения экстремума критерия (4). Алгоритм вычисления параметра реального дифференцирующего звена T_f (24) не имеет смысла проверять относительно минимизации критерия (4), так как увеличение параметра реального дифференцирующего звена T_f естественно приводит к изменению интегрального квадратичного критерия в большую сторону [16].

Наличие в критерии (4) штрафной функции $y(t)$ (4.1) препятствует получению экстремума критерия I [4], учитывая, что при использовании ПИД регулятора переходный процесс для такого значения может иметь затухающую колебательную форму [16], а в настоящей работе рассматриваются автоматические системы с отсутствием перерегулирования.

Определим вычислительную процедуру для проверки сходимости алгоритма (12) при наличии ограничения на регулирующее воздействие (5).

Рассмотрим эту вычислительную процедуру подробнее.

Сходимость сформированного алгоритма (12) проверяется с помощью вычислительной процедуры на основе зоны притяжения рекордных значений критерия оптимизации.

При запуске алгоритма (12) при различных начальных значениях вектора настраиваемых параметров $\mathbf{q}_k^{(0)} = (q_{1k}^{(0)}, q_{2k}^{(0)}, q_{3k}^{(0)})$ ($k = 1, 2, \dots$) соответствующие итоговые значения в точке $\mathbf{q}_k^* = (q_{1k}^*, q_{2k}^*, q_{3k}^*)$, вычисленные алгоритмом АПО (12), должны удовлетворять следующим условиям:

$$I(\mathbf{q}_k^*) < I(\mathbf{q}_k^{(0)}), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (25)$$

$$\Delta_i > 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (26)$$

где Δ_i — угловые миноры матрицы Гессе $H(I_m(\mathbf{q}_k^*))$ (критерий Сильвестра) интегрального квадратичного критерия I_m следующего вида:

$$I_m = \int_0^\infty (\varepsilon(t, \bar{\mathbf{q}}^*) - \varepsilon(t, \mathbf{q}^*))^2 dt, \quad (27)$$

где $\bar{\mathbf{q}}^* = \frac{\mathbf{q}_1^* + \dots + \mathbf{q}_n^*}{n}$; n — число запусков алгоритма (12).

Рекордными значениями критерия оптимизации I объявляются те минимальные значения, которые найдены в каждом k -м запуске алгоритма, а зона притяжения этих рекордных значений определяется положительно определенной матрицей Гессе критерия I_m . Согласно выражению (27) критерий I_m характеризует разность усредненного (по ансамблю реализаций) переходного процесса и проверяемого переходного процесса, т. е. условие (26) базируется на матрице вида

$$H(I_m(\mathbf{q}^*)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 I_m}{\partial^2 q_1} & \frac{\partial^2 I_m}{\partial q_1 \partial q_2} & \frac{\partial^2 I_m}{\partial q_1 \partial q_3} \\ \frac{\partial^2 I_m}{\partial q_2 \partial q_1} & \frac{\partial^2 I_m}{\partial^2 q_2} & \frac{\partial^2 I_m}{\partial q_2 \partial q_3} \\ \frac{\partial^2 I_m}{\partial q_3 \partial q_1} & \frac{\partial^2 I_m}{\partial q_3 \partial q_2} & \frac{\partial^2 I_m}{\partial^2 q_3} \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$\frac{\partial^2 I_m}{\partial q_i \partial q_j} = 2 \int_0^\infty (\xi_i(t) \xi_j(t) - \varepsilon_m(t) \xi_{ij}(t)) dt, \quad (29)$$

$$i, j = 1, 2, 3,$$

где $\varepsilon_m(t) = \varepsilon(t, \bar{\mathbf{q}}^*) - \varepsilon(t, \mathbf{q}^*)$; $\xi_{ij}(t)$ — матрица функций чувствительности второго порядка. Применим компакты чувствительности для сокращения объема вычислений матрицы функций чувствительности второго порядка $\xi_{ij}(t)$:

$$\xi_{ij}(t) = \begin{bmatrix} \xi_{11}(t) & \frac{\xi_{11}(t)}{p} & \frac{p \xi_{11}(t)}{T_f p + 1} \\ \frac{\xi_{11}(t)}{p} & \frac{\xi_{11}(t)}{p^2} & \frac{\xi_{11}(t)}{T_f p + 1} \\ \frac{p \xi_{11}(t)}{T_f p + 1} & \frac{\xi_{11}(t)}{T_f p + 1} & \frac{p^2 \xi_{11}(t)}{(T_f p + 1)^2} \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$(i, j = 1, 2, 3),$$

$$\xi_{11}(t) = G_p(p) \frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_1},$$

$$\frac{\partial^2 u(t, \mathbf{q})}{\partial^2 q_1} = -G_c(p, \mathbf{q}) \xi_{11}(t) - 2 \xi_1(t).$$

Результаты исследования

Для апробации работы алгоритма (12) при единичном задающем воздействии $\lambda(t) = 1(t)$ взяты следующие значения параметров оператора объекта (2), которые приняты в качестве базовых с выполнением условия большого запаздывания $\tau_{ob}/T_{\max} \geq 1$:

$$n = 2, T_{ob1} = 10, T_{ob2} = 50, k_{ob} = 1, \tau_{ob} = 50. (31)$$

Перед началом запуска алгоритма (12) необходимо указать стартовое значение вектора $\mathbf{q}$. В настоящей работе для определения стартовых точек алгоритма (12) использовалось построение ПИД регулятора на основе регулятора с внутренней моделью при $T_f = 0$, так как данный параметр рассчитывается по алгоритму (24). Согласно работе [11] для объекта с параметрами (31) стартовое значение вектора $\mathbf{q}$ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} q_1[0] &= \frac{T_{ob1} + T_{ob2}}{k_{ob}(2\chi + \tau_{ob})}, \quad q_2[0] = \frac{1}{k_{ob}(2\chi + \tau_{ob})}, \\ q_3[0] &= \frac{T_{ob1} + T_{ob2}}{k_{ob}(2\chi + \tau_{ob})} \left(\frac{T_{ob1}T_{ob2}}{(T_{ob1} + T_{ob2})} \right), \end{aligned} \quad (32)$$

где χ — параметр, принимающий значения в диапазоне от 0 до $+\infty$, с помощью которого можно получить множество стартовых значений алгоритма оптимизации (12).

Рис. 2, б демонстрирует тот факт, что сформированный алгоритм (12) для автоматической системы (1) обеспечивает вычисление $\mathbf{q}_k^*$ ($k = 1, 2, 3$) для стартовых переходных процессов при различных $\mathbf{q}_k^{(0)}$ ($k = 1, 2, 3$) и $T_f = 0$.

Для автоматической системы (1) и объекта (2), (32) согласно данным из табл. 1, 2, содержащим результаты численного эксперимента, получены векторы настраиваемых параметров $\mathbf{q}_k^*$ ($k = 1, 2, 3$), при которых выполняются условия (25), (26), что является в настоящей работе подтверждением работоспособности алгоритма (12).

В алгоритме (24) задается $N = 5$, что позволяет получить максимальное значение T_f . Табл. 3 представляет результаты работы алгоритма вычисления параметра реального дифференцирующего звена T_{fk}^* (24) для векторов $\mathbf{q}_k^*$ ($k = 1, 2, 3$), полученных после выполнения алгоритма (12).

Данные табл. 3 и рис. 3 подтверждают утверждение работы [16], что увеличение пара-

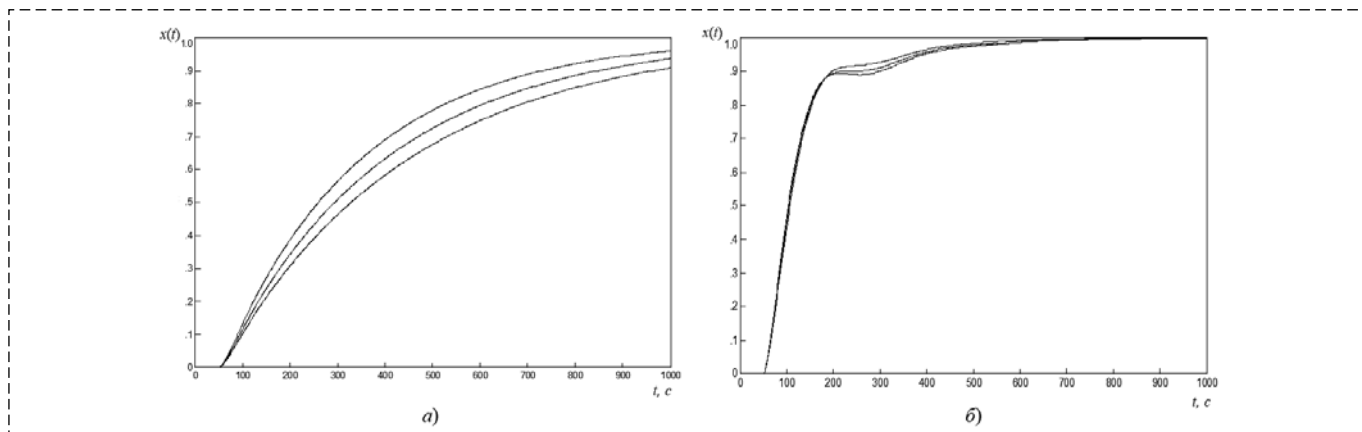


Рис. 2. Графики переходных процессов в автоматической системе (1):

а — при стартовых настраиваемых параметрах, определенных выражениями (32); б — при найденных настраиваемых параметрах алгоритмом на основе метода сопряженных градиентов Полака—Поляка—Рибьера (12)

Fig. 2. Graphs of transients in an automatic system (1):

а — with the initial configurable parameters defined by expressions (32); б — when the tunable parameters are found by an algorithm based on the method of conjugate Polak—Polyak—Ribier gradients (12)

Таблица 1

Table 1

Результаты работы алгоритма оптимизации на основе метода сопряженных градиентов Полака—Поляка—Рибьера (12)

Results of the optimization algorithm based on the method of conjugate gradients of Polak—Polyak—Ribier (12)

k	χ	$q_1^{(0)}$	$q_2^{(0)}$	$q_3^{(0)}$	q_1^*	q_2^*	q_3^*	T_f	$I^{(0)}$	I^*
1	150	0,17143	0,00286	1,42857	0,65964	0,00730	1,42967	0	200,9	92,2
2	175	0,15000	0,00250	1,25000	0,61974	0,00746	1,25105		221,7	93,2
3	200	0,13333	0,00222	1,11111	0,68766	0,00720	1,11235		241,1	91,6

Таблица 2
Table 2

Матрица Гессе H для критерия (29)
Hesse matrix H for criterion (29)

k	$H(I_m(\mathbf{q}^*))$	Угловые миноры матрицы $H(I_m(\mathbf{q}^*))$		
		Δ_1	Δ_2	Δ_3
1	88,7; 31,8; -0,00668 31,4; 1439495,8; -176,9 -0,00668; -177,0; 0,13059	88,7	127729424,8	1390151,7
2	94,7; -218,0; 0,1028 -218,4; 1392010,7; -185,8 0,1028; -186,7; 0,13355	94,7	131825832,5	14312913,0
3	86,0; 169,8; -0,07625 169,4; 1476391,8; -175,7 -0,07625; -174,9; 0,13277	86,0	126978388,0	14211408,5

Таблица 3
Table 3

Результаты работы алгоритма вычисления параметра
реального дифференцирующего звена T_f^* (24)
Results of the algorithm for calculating the parameter
of the real differentiating link T_f^* (24)

k	q_1^*	q_2^*	q_3^*	N	Алгоритм (12)		Алгоритм (24)	
					I^*	T_f	I^*	T_f^*
1	0,65964	0,00730	26,71542	5	92,2	0	95,7	8,1
2	0,61974	0,00746	26,33895		93,2		96,8	8,5
3	0,68766	0,00720	28,19394		91,6		95,2	8,2

метра реального дифференцирующего звена T_f ведет к увеличению интегрального квадратичного критерия.

Как отмечено ранее, при наличии ограничения в критерии (4), продиктованного практикой автоматизации на производстве, необходи-

мое и достаточное условие экстремума данного критерия не выполняется, и появляется неоднозначная задача в проверке работоспособности алгоритма оптимизации (12). Этот факт заставляет обращаться к условиям (25), (26), которые позволяют подтвердить работоспособность алгоритма параметрической оптимизации ПИД регулятора по интегральному критерию (4) со штрафной функцией (4.1) для выбранных стартовых значений векторов $\mathbf{q}_k^{(0)}$ ($k = 1, 2, 3$).

Заключение

В настоящей работе с помощью сформированного алгоритма на основе метода сопряженных градиентов Полака—Поляка—Рибьера (12) и алгоритма вычисления T_f (24) решена задача параметрического синтеза ПИД регулятора с реальным дифференцирующим звеном в условиях ограничения на перерегулирование для объекта с большим запаздыванием при использовании интегрального квадратичного критерия качества. Преимущество рассматриваемого интегрального критерия со штрафной функцией (4.1), в сравнении с интегральным критерием, включающим производные различного порядка $\varepsilon(t, \mathbf{q})$, состоит в том, что не требуется разбивать критерий на составные части и отдельно по ним выполнять оптимизацию. Для проверки работоспособности сформированного алгоритма АПО (12) привлекается один из вариантов реализации вычислительной процедуры, которая строится на основе зоны притяжения рекордных значений критерия оптимизации (4). Границы этой зоны определяются положительно определенной матрицей Гессе критерия (27).

При параметрическом синтезе ПИД регулятора с реальным дифференцирующим звеном можно выделить следующие этапы: вычисление значений настраиваемых параметров $\mathbf{q}^*$ при $T_f = 0$; вычисление значений настраиваемых параметров $\mathbf{q}^*$ при $T_f \neq 0$. Указанные этапы могут реализовываться в различных по принципам действия алгоритмах, и важную роль в формировании алгоритма вычисления параметра реального дифференцирующего звена играет выбор критерия оптимизации, так как использование такого звена априори ухудшает качество работы регулятора в заданной автоматической системе.

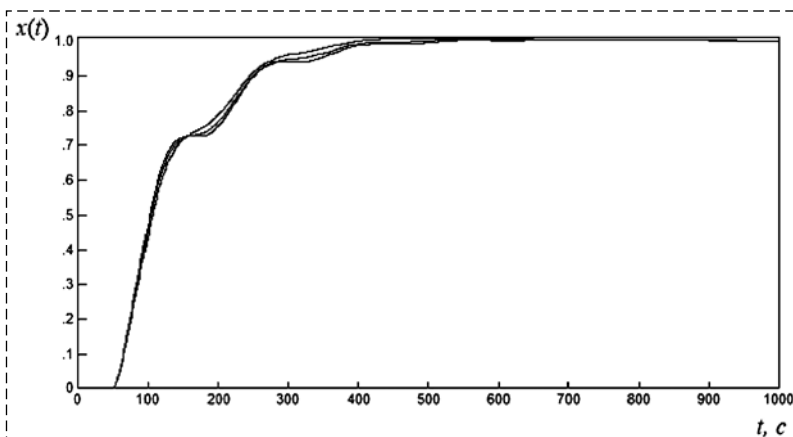


Рис. 3. Графики переходных процессов в автоматической системе (1) после выполнения алгоритма (24) вычисления параметров реального дифференцирующего звена T_{fk}^* ($k = 1, 2, 3$)

Fig. 3. Graphs of transients in the automatic system (1) after executing the algorithm (24) for calculating the parameters of the real differentiating link T_{fk}^* ($k = 1, 2, 3$)

Список литературы

1. Бойченко В. А., Курдюков А. П., Тимин В. Н., Ядыкин И. Б. Некоторые методы синтеза регуляторов пониженного порядка и заданной структуры // Управление большими системами. 2007. № 19. С. 23—126.
2. Грязина Е. Н., Поляк Б. Т., Тремба А. А. Синтез регуляторов низкого порядка по критерию H_∞ : параметрический подход // Автоматика и телемеханика. 2007. № 3. С. 94—105.
3. Федотов И. А. Синтез ПИД-регуляторов на основе методов пространства состояний и техники линейных матричных неравенств // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2014. № 4-1. С. 445—455.
4. Поляк Б. Т., Хлебников М. В. Новые критерии настройки ПИД-регуляторов // Автоматика и телемеханика. 2022. № 11. С. 62—82.
5. Александров В. А. Оптимизация размещения полюсов в одномерной системе управления // Автоматика и телемеханика. 2021. № 6. С. 102—123.
6. Аязян Г. К., Таушева Е. В. О некоторых ограничениях при параметрическом синтезе ПИД-регуляторов // Вестник Астраханского государственного технического университета. 2020. № 2. С. 7—18.
7. Жмудь В. А., Востриков А. С., Ивойлов А. Ю., Саблина Г. В. Синтез робастных ПИД-регуляторов методом двойной оптимизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 21(2). С. 67—74.
8. Цавнин А. В., Ефимов С. В., Замятин С. В. Корневой подход к синтезу параметров ПИД-регулятора, гарантирующий отсутствие перерегулирования в переходной характеристике системы управления // Доклады ТУСУР. 2019. Т. 22, № 2. С. 77—82.
9. Опейко О. Ф. Робастный синтез дискретных ПИД регуляторов для объектов с интервальными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. № 19(6). С. 374—379.
10. Саблина Г. В., Маркова В. А. Настройка параметров ПИД-регулятора в системе с объектом второго порядка с запаздыванием // Автоматизация. 2022. № 4. С. 110—117.
11. Кулаков Г. Т. и др. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами: учеб. пособие. Минск: Вышэйшая школа, 2017. 238 с.
12. Денисенко В. В. Компьютерное управление технологическим процессом, экспериментом, оборудованием. М.: Горячая линия — Телеком, 2009. 608 с.
13. Гурецкий Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием / Пер. с польского. М.: Машиностроение, 1974. 328 с.
14. Широков Л. А., Широкова О. Л. Автоматическая параметрическая оптимизация систем регулирования с ограничениями на управляющие координаты // Машиностроение и инженерное образование. 2015. № 1. С. 52—60.
15. Жмудь В. А., Ядрышников О. Д. Численная оптимизация ПИД-регуляторов с использованием детектора правильности движения в целевой функции // Автоматика и программная инженерия. 2013. № 1 (3). С. 24—29.
16. Ротач В. Я. Теория автоматического управления. М.: Издательство МЭИ, 2004. 400 с.
17. Åström K. J., Hägglund T. The future of PID control // Control Engineering Practice. 2001. Vol. 9, Iss. 11. P. 1163—1175.
18. Костюк В. И., Широков Л. А. Автоматическая параметрическая оптимизация систем регулирования. М.: Энергоиздат, 1981. 96 с.
19. Космодамианский А. С. Автоматическое регулирование температуры обмоток тяговых электрических машин локомотивов. М.: Маршрут, 2005. 256 с.
20. Розенвассер Е. Н., Юсупов Р. М. Чувствительность систем управления. М.: Наука, 1981. 464 с.
21. Поляк Б. Т. Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983. 384 с.
22. Полак Э. Численные методы оптимизации: единый подход / Пер. с англ. Ф. И. Ерешко; Под ред. И. А. Вателя. М.: Мир, 1974. 376 с.
23. Широков Л. А. Компактные анализаторы чувствительности высших порядков линейных динамических систем // Автоматика и телемеханика. 1990. № 1. С. 19—29.
24. Широков Л. А. Синтез компактов чувствительности для автоматизации параметрического проектирования линейных систем регулирования // Машиностроение и инженерное образование. 2008. № 3. С. 22—29.
25. Куций Н. Н. Автоматическая параметрическая оптимизация дискретных систем регулирования: дис. ... д-ра техн. наук: 05.13.07. Москва, 1997. 382 с.
26. Куликов В. В., Куций Н. Н., Осипова Е. А. Градиентный алгоритм параметрической оптимизации ПИД-регулятора при использовании фильтра // Тезисы XXII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. Новосибирск: ФИЦ ИВТ, 2021. С. 42—43.
27. Boyd S., Hast M., Astrom K. MIMO PID tuning via iterated LMI restriction // Int. J. Robust Nonlinear Control. 2016. Vol. 26. P. 1718—1731.
28. Аязян Г. К., Таушева Е. В. Параметрический синтез ПИД-регуляторов с реальным дифференциатором // Математические методы в технике и технологиях. 2020. № 3. С. 16—19.

Parametric Optimization of the PID Controller with Restriction Based on the Method of Conjugate Polak—Polyak—Ribier Gradients

V. V. Kulikov, godefired@mail.ru, N. N. Kutsyi, kucyinn@mail.ru, E. A. Osipova, osipovaelizaveta@yandex.ru, Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, 664074, Russian Federation

Corresponding author: Kulikov V. V., Postgraduate Student, Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, 664074, Russian Federation, e-mail: godefired@mail.ru

Accepted on November 20, 2022

Abstract

In automatic control systems (ASR), industrial processes of various types with a delay with a limit on the amount of over-regulation, a PID controller with a real differentiating link (hereinafter referred to as the PID controller) is widely used. As is known, a sign of the presence of a large delay in the object of regulation is the ratio $\tau_{ob}/T_{ob} \geq 1$, where τ_{ob} is the value of the delay time and T_{ob} is maximum time constant of the object of control. In the presence of a large delay and limitation in the ASR, the parametric synthesis of the PID controller by well-known frequency methods becomes difficult, which leads to interest in the development of numerical searchless algorithms for parametric optimization based on the use of sensitivity functions to determine the gradient of the optimality criterion. In this paper, an APO algorithm is formed that calculates, based on the minimum of the integral quadratic criterion, the values of the adjustable parameters of the PID controller in the specified ASR. In order to ensure that there is no re-regulation of the resulting transient process, the authors of this article propose to introduce a restriction on the regulatory effect into the automatic system at the optimization stage, which, in turn, is taken

into account by adding a penalty function to the integral criterion. The proposed algorithm is based on the method of conjugate Polak—Polyak—Ribier gradients with its known advantages. The components of the gradient vector of the optimization criterion are calculated using such sensitivity functions that allow you to obtain all the components of this vector without trial search variations of the configurable parameters. To calculate the value of the optimization step, the authors implemented an appropriate algorithm based on a gradient procedure using the sensitivity function of the output coordinate of the ASR to the step value. The convergence of the generated APO algorithm was verified using a numerical procedure based on the zone of attraction of record values of the optimization criterion, which is determined by a positive-definite Hesse matrix of the integral quadratic criterion based on the difference between the averaged and the tested transients.

Keywords: PID controller, delay, parametric sensitivity, conjugate gradients, penalty function

For citation:

Kulikov V. V., Kutsyi N. N., Osipova E. A. Parametric Optimization of the PID Controller with Restriction Based on the Method of Conjugate Polak—Polyak—Ribier Gradients, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 5, pp. 240—248.

DOI: 10.17587/mau.24.240-248

References

1. **Bojchenko V. A., Kurdyukov A. P., Timin V. N., Yadykin I. B.** Some methods of synthesis of regulators of a reduced order and a given structure, *Upravlenie bol'shimi sistemami*, 2007, no. 19, pp. 23—126 (in Russian).
2. **Gryazina E. N., Polyak B. T., Tremba A. A.** Synthesis of low-order regulators according to the H_∞ criterion: parametric approach, *Avtomatika i Telemekhanika*, 2007, no. 3, pp. 94—105 (in Russian).
3. **Fedotov I. A.** Synthesis of PID controllers based on state space methods and linear matrix inequalities techniques, *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo*, 2014, no. 4-1, pp. 445—455 (in Russian).
4. **Polyak B. T., Hlebnikov M. V.** New criteria for setting up PID controllers, *Avtomatika i Telemekhanika*, 2022, no. 11, pp. 62—82 (in Russian).
5. **Aleksandrov V. A.** Optimization of pole placement in a one-dimensional control system, *Avtomatika i Telemekhanika*, 2021, no. 6, pp. 102—123 (in Russian).
6. **Ayazyan G. K., Tausheva E. V.** On some limitations in the parametric synthesis of PID regulators, *Vestnik Astrahanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2020, no. 2, pp. 7—18 (in Russian).
7. **Zhmud' V. A., Vostrikov A. S., Ivojlav A. Yu., Sablina G. V.** Synthesis of robust PID controllers by the double optimization method, *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2013, no. 21(2), pp. 67—74 (in Russian).
8. **Cavnin A. V., Efimov S. V., Zamyatin S. V.** A root approach to the synthesis of PID controller parameters, which guarantees the absence of overshoot in the transient characteristic of the control system, *Doklady TUSUR*, 2019, no. 22(2), pp. 77—82 (in Russian).
9. **Opejko O. F.** Robust synthesis of discrete PID controllers for objects with interval parameters, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, no. 19(6), pp. 374—379 (in Russian).
10. **Sablina G. V., Markova V. A.** Setting the parameters of the PID controller in a system with a second-order object with a delay, *Avtometriya*, 2022, no. 4, pp. 110—117 (in Russian).
11. **Kulakov G. T., Kulakov A. T., Kravchenko V. V., Kukharenko A. N., Artemenko K. I., Kovrigo Y. M., Golenko I. M., Bagan T. G., Bunker A. S.** Theory of automatic control of thermal power processes: textbook. stipend, Minsk, Higher School, 2017, 238 p. (in Russian).
12. **Denisenko V. V.** Computer control of technological processes, experiment, equipment, Moscow, Hotline — Telecom, 2009, 608 p. (in Russian).
13. **Guretsky H.** Analysis and synthesis of control systems with delay / trans. from Polish, Moscow, Mashinostroenie, 1974, 328 p. (in Russian).
14. **Shirokov L. A., Shirokova O. L.** Automatic parametric optimization of control systems with restrictions on control coordinates, *Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie*, 2015, no. 1, pp. 52—60 (in Russian).
15. **Zhmud' V. A., Yadryshnikov O. D.** Numerical optimization of PID controllers using a motion correctness detector in the objective function, *Avtomatika i programmaya inzheneriya*, 2013, no. 1(3), pp. 24—29 (in Russian).
16. **Rotach V. Ya.** Theory of automatic control, Moscow, Publishing House of MEI, 2004, 400 p. (in Russian).
17. **Åström K. J., Hägglund T.** The future of PID control, *Control Engineering Practice*, 2001, vol. 9, iss. 11, pp. 1163—1175.
18. **Kostyuk V. I., Shirokov L. A.** Automatic parametric optimization of control systems, Moscow, Energoizdat, 1981, 96 p. (in Russian).
19. **Kosmodamiansky A. S.** Automatic temperature control of windings of traction electric machines of locomotives, Moscow, Route, 2005, 256 p. (in Russian).
20. **Rosenwasser E. N., Yusupov R. M.** Sensitivity of control systems, Moscow, Nauka, 1981, 464 p. (in Russian).
21. **Polyak B. T.** Introduction to optimization, Moscow, Nauka, 1983, 384 p. (in Russian).
22. **Polak E.** Numerical optimization methods: a unified approach / trans. from English, Moscow, Mir, 1974, 376 p. (in Russian).
23. **Shirokov L. A.** Compact sensitivity analyzers of higher orders of linear dynamical systems, *Avtomatika i Telemekhanika*, 1990, no. 1, pp. 19—29 (in Russian).
24. **Shirokov L. A.** Synthesis of sensitivity compacts for automation of parametric design of linear control systems, *Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie*, 2008, no. 3, pp. 22—29 (in Russian).
25. **Kutsyi N. N.** Automatic parametric optimization of discrete control systems: dis. ... Doctor of Technical Sciences: 05.13.07, Moscow, 1997, 382 p. (in Russian).
26. **Kulikov V. V., Kucyj N. N., Osipova E. A.** Gradient algorithm for parametric optimization of the PID controller when using a filter, *Tezisy XXII Vserossijskoj konferencii molodyh uchyonnykh po matematicheskomu modelirovaniyu i informacionnym tekhnologiyam*, Novosibirsk, FIC IVT, 2021, pp. 42—43, Moscow, 2021, pp. 42—43 (in Russian).
27. **Boyd S., Hast M., Astrom K.** MIMO PID tuning via iterated LMI restriction, *Int. J. Robust Nonlinear Control*, 2016, vol. 26, pp. 1718—1731.
28. **Ayazyan G. K., Tausheva E. V.** Parametric synthesis of PID controllers with a real differentiator, *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiyah*, 2020, no. 3, pp. 16—19 (in Russian).

T. A. Aliev^{1,2}, director@cyber.az, G. A. Guluev¹, scb_06@mail.ru,
A. H. Rzayev¹, asifrzayev48@gmail.com, N. E. Rzayeva^{1,2}, nikanel1@gmail.com,
F. H. Pashayev¹, pasha.farhad@gmail.com, R. M. Gadimov¹, rauf_qadimov@mail.ru,

¹Institute of Control Systems of ANAS, Baku, AZ 1141, Azerbaijan,

²Azerbaijan University of Architecture and Construction, Baku, Azerbaijan

Corresponding author: Aliev Telman A., Academician of the ANAS, Dr. of Tech. Sc., Professor,
Institute of Control Systems of ANAS, Baku, AZ 1141, Azerbaijan, e-mail: director@cyber.az

Accepted on January 18, 2023

Correlational Extremal System for Controlling the Beginning of Faults in Oil Field Equipment by Analyzing their Wattmeter and Dynamometer Charts

Abstract

The creation of technology for the analysis of wattmeter charts to control the main equipment of oil fields has always been of both theoretical and great practical interest. Numerous experiments have shown that the wattmeter chart of their electric motor is a highly noisy signal, and a significant part of the diagnostic information is contained in the estimates of the noise variance and the cross-correlation function between the noise and the useful signal. The lack of technologies for their analysis made it difficult and still makes it difficult to use the wattmeter chart to control the indicated equipment. The paper proposes a technology for controlling the onset of malfunctions and early diagnostics of the technical condition of sucker rod pumping units (SRPU), electric submersible pumps (ESPs), modular cluster pump stations (MCPS) of oil fields. It is shown that during operation, the wattmeter chart of the electric motors of these objects reflects information about the beginning of the latent period of change in their technical condition, which can be used as informative attributes in their diagnosis. A technology is proposed for determining the estimate of the cross-correlation function $R_{\chi\varepsilon}(\mu)$ between the useful signal $X(i\Delta t)$ and the noise $\varepsilon(i\Delta t)$ of the wattmeter chart and the technology for generating a set of reference wattmeter charts, in which the obtained informative attributes coincide with the informative attributes of the wattmeter charts of typical malfunctions. It is proposed to solve the problem of identifying faults in the equipment under consideration by the informative attributes of current and reference wattmeter charts of electric motors using correlation extremal systems. It is shown that using the proposed technology it is also possible to control the onset of similar malfunctions of SRPU by analyzing the dynamometer chart. The results of experiments showing the effectiveness and expediency of creating these control systems based on CES are presented.

Keywords: electric motor, wattmeter chart, dynamometer chart, control, correlation extremal system, malfunction

For citation:

Aliev T. A., Guluev G. A., Rzayev A. H., Rzayeva N. E., Pashayev F. H., Gadimov R. M. Correlational Extremal System for Controlling the Beginning of Faults in Oil Field Equipment by Analyzing their Wattmeter and Dynamometer Charts, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 5, pp. 249–259.

DOI: 10.17587/mau.24.249-259

УДК 681.58

DOI: 10.17587/mau.24.249-259

T. A. Алиев^{1,2}, академик НАНА, д-р техн. наук, проф., director@cyber.az,

Г. А. Гулуев¹, д-р техн. наук, доц., scb_06@mail.ru,

А. Г. Рзаев¹, д-р техн. наук, доц., asifrzayev48@gmail.com,

Н. Э. Рзаева^{1,2}, канд. техн. наук, доц., зав. кафедрой, nikanel1@gmail.com,

Ф. Г. Пашаев¹, д-р техн. наук, доц., pasha.farhad@gmail.com,

Р. М. Гадимов¹, канд. техн. наук, доц., rauf_qadimov@mail.ru,

¹ Институт Систем Управления НАНА, Баку, AZ 1141, Азербайджан

² Азербайджанский Университет Архитектуры и Строительства, Баку, Азербайджан

Корреляционная экстремальная система контроля начала неисправностей оборудования нефтяных промыслов путем анализа их ваттметрограммы и динамограммы

Создание технологии анализа ваттметрограммы для контроля основного оборудования нефтяных промыслов всегда представлял как теоретический, так и большой практический интерес. Многочисленные эксперименты показывали, что ваттметрограмма электродвигателя представляет собой сильно зашумленный сигнал, и значительная часть

диагностической информации содержится в оценках дисперсии помехи и взаимно корреляционной функции между помехой и полезным сигналом. Отсутствие технологий их анализа затрудняло и затрудняет использование ваттметрограммы для контроля указанного оборудования.

В статье предлагается технология контроля начала неисправностей и ранней диагностики технического состояния штанговых глубинно-насосных установок (ШГНУ), установок электроцентробежных насосов (УЭЦН), блочных кустовых насосных станций (БКНС) нефтяных промыслов. Показано, что в процессе эксплуатации на ваттметрограмме электродвигателей этих объектов отражается информация о начале скрытого периода изменения их технического состояния, которую можно использовать как информативные признаки при их диагностике. Предлагается технология определения оценки взаимно корреляционной функции $R_{X\varepsilon}(\mu)$ между полезным сигналом $X(i\Delta t)$ и помехой $\varepsilon(i\Delta t)$ ваттметрограммы и технология формирования множества эталонных ваттметрограмм, у которых полученные информативные признаки совпадают с информативными признаками ваттметрограмм характерных неисправностей. Предлагается по информативным признакам текущих и эталонных ваттметрограмм электродвигателей с помощью корреляционных экстремальных систем решить задачу идентификации неисправностей рассматриваемого оборудования. Показано, что, используя предложенную технологию также возможно осуществить контроль начала аналогичных неисправностей ШГНУ путем анализа динамограммы. Приведены результаты экспериментов, показывающих эффективность и целесообразность создания этих систем контроля на основе КЭС.

Ключевые слова: электродвигатель, ваттметрограмма, динамограмма, контроль, объект, идентификация, корреляционная экстремальная система, оценка, помеха, авария, техническое состояние, неисправность, информативный признак

Introduction

It is known that the process of extracting oil and gas from oil fields covers four stages [1–6]. At the first stage oil production is carried out by the free-flow production method. Then the gas lift method of production is used, followed by mechanized mining. Finally, the longest period of the oil production process in the late stage of field development begins. Naturally, over time, the late stage of operation begins for all oil fields. The need for their further development is due to the fact that, according to many leading oil specialists, in some fields the amount of remaining oil reserves turns out to be greater than the oil extracted by all methods. However, over time, ensuring the profitability of their operation becomes more difficult and requires minimization of all costs necessary for their operation. At the same time, the profitability of their operation is accompanied by numerous problems [1–6]. Among these problems, the most important is the need to minimize the cost of an energy-intensive process associated with the production of a gas-liquid mixture from a well using sucker rod pumping units (SRPU) and electric centrifugal pump units (ESP). The next problem is also related to an energy-intensive process in modular cluster pump stations (MCPS), which, using multi-stage injection pumps, pump water into the reservoir through injection wells. To reduce the costs of both these processes, it is first of all necessary to ensure the fault-free operation of these energy-intensive processes [4, 6–8].

Problem statement

Let us consider the well-known [1–4] typical flow chart of the oil production process in the late stage of oil field development (Fig. 1).

The gas-liquid mixture 1 from the well 2 with the help of production pumps 3 of sucker rod wells (SRPU) and electric submersible pumps (ESP) rises to the surface and is directed through flow lines 4 in a closed system under the pressure of the production pumps into automatic pad metering station 5 to determine the amount of yield for each well. After the metering, the well yield is transported through gathering mains 6 to the separator 7. Primary gas separation 8 takes place in the separator. Partially

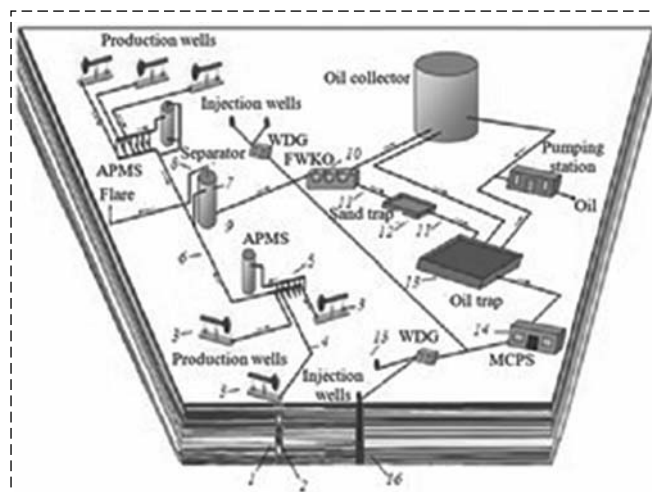


Fig. 1. Typical flow chart for oil production process in the late stage of field development

degassed fluid 9 from the separator enters the free water knock out unit 10 for the discharge of produced water from the formation fluid.

Formation water separated in the apparatus of the free water knock out unit FWKO 10 through water conducts 11 through sand traps 12 and oil traps 13 enters modular cluster pump stations (MCPS) 14, where with the help of multistage injection pumps through injection wells 15 are injected into the formation 16. Under the pressure of water in the production horizons, the gas-liquid mixture is displaced from the reservoir into the production well, and so the closed cyclic process of oil production continues in the late stage of field development by mechanized methods. Thus, the late stage of oil field development mainly includes two energy-intensive processes that require large expenses for the operation of the main equipment: these are modular cluster pump stations (MCPS) for pumping water into the reservoir to maintain reservoir pressure and equipment for artificial lift of oil (SRPU and ESP) from wells [1–4].

A study of the mechanism of operation of the SRPU, ESP and MCPS shows that information about the technical condition of these objects is reflected in the power consumed by the electric motor, namely, currents and voltages. For instance, a change in the load of the SRPU pump is reflected on the dynamometer chart, i.e., in the readings of the load cell $U_p(t)$, and also on the wattmeter chart of the electric motor $U_v(t)$, with which the SRPU operates. The same takes place in ESP and MCPS. Therefore, it is possible to control the technical condition of SRPU, ESP and MCPS [1–7] indirectly, since their malfunctions are reflected in the parameters of the power consumption of electric motors, namely, currents and voltages. The main advantage of the wattmeter chart is that it allows one to exclude primary converters of mechanical quantities into electrical ones in control and diagnostic systems, which are unreliable elements in the dynamometer chart-based diagnostic system. Such an option for solving the problem under consideration is important, since the technology for analyzing wattmeter charts of electric motors, in addition to the above equipment, can also be used in systems for controlling the onset of the latent form of emergencies at compressor stations, pumping stations, drilling rigs, etc.

Therefore, in the proposed study, the objective is to create new technologies and tools for early diagnosis of the technical condition of this equipment by using both dynamometer and wattmeter charts of their electric motors as diagnostic information carriers.

Analysis of the state of the art in existing systems for controlling the technical condition of SRPU, ESP and MCPS

Ensuring fault-free operation of energy-intensive equipment in oil fields is an important problem. In this regard, we will first consider the shortcomings of the existing technologies for controlling the technical condition of this equipment.

At present, to control the technical condition of the operation of sucker rod pumping units (SRPU), the method of analyzing the dynamometer chart obtained from the load cell is used [1–7]. One of the main disadvantages of this method is that in this case, to form a dynamometer chart, it is necessary to use an expensive load cell, which often changes its metrological characteristics in difficult climatic field conditions. Because of this, constant control and adjustment of the operation of the sensor by highly qualified service personnel is required. In addition, there is no possibility to carry out automatic identification of dynamometer charts in real time. For this reason, in most real-life cases, the identification of a dynamometer chart is carried out by an oil technologist interpreting it in a semi-automated mode. In this case, the result of diagnostics depends on the qualifications of the technologist and the diagnostic process, i.e., identification of the technical condition of wells takes quite a long time. At the same time, even a highly qualified specialist sometimes finds it difficult to accurately determine the technical condition of a submersible pump visually from dynamometer charts, especially for deep wells. As a result, due to the difficulties of control and timely elimination of equipment malfunctions, the profitability of oil production at SRPU decreases significantly [1–7].

The ESP parameter control system consists of a submersible telemetry system and a ground control and diagnostics system. Such systems are necessary in almost all cases of ESP use. However, from the point of view of modern diagnostics, vibration parameters are one of the main criteria for assessing the quality and reliability of ESP. Unfortunately, the measurement of the vibration level during the operation of ESP is complicated by its operating conditions, since there is no access to it [1–4].

In this regard, unfortunately, at present there is no single concept for diagnosing ESPs, but separate methods exist and are successfully applied. Essentially, they are carried out on the basis of an analysis of the readings of control and measuring instruments during regular checks and on the basis of test results during scheduled and unscheduled repairs of the ESP.

An analysis of reservoir pressure maintenance technologies shows [1-4] that both single-stage and multi-stage MCPS are most widely used as pumps for pumping water into reservoirs. As part of these pumping units, as a rule, a three-phase asynchronous motor with a squirrel-cage rotor is used.

Taking into account the design features and the principle of operation of these pumps, the following diagnostic methods are used:

- vibration diagnostic methods based on the analysis of vibration parameters of these objects;
- acoustic diagnostic methods based on the analysis of the parameters of sound waves generated by these objects and their components;
- electrodiagnostic control of the pump motor.

All these diagnostic methods make it possible to identify individual faults when they have a pronounced form, which often turns out to be belated and their repair leads to high economic costs [6–10].

Technology for measuring the wattmeter chart of electric motors of SRPU, ESP and MCPS

In such equipment as SRPU, ESP and MCPS, during the operation, the initiation and development of a defect until it takes on a pronounced form have significant distinctive features. They are related to the specific features of the deposit, their functions and technical conditions, modes of their operation, etc. For these and many other reasons, in this equipment, the process of the initiation of a defect before it takes on a pronounced form proceeds differently. In some objects, this occurs quickly [9, 13]. For others, this process takes many times longer. Despite all this difference, the common thing here is that during this period the information reflected in the wattmeter chart from the emergence of a defect is constantly changing and the existing control devices cannot respond to these changes. As a result, serious accidents occur at these facilities. The conducted studies have shown that the initial phase of the emergence of defects is accompanied by low-power noise in the wattmeter chart. They carry information about the initial period of change in the state of the object, which ultimately leads to an accident. At the same time, between the initial period of the change and the moment of the accident, as a rule, enough time passes for taking measures to prevent the accident. But in existing monitoring and control systems, noise, which is the only source of information, is lost as a result of signal filtering. As a result, the condition of the equipment cannot be timely and adequately identified [5–7].

Below, for a 3-wire circuit of SRPU, ESP and MCPS, through which the **electric motor** is powered, a power measurement circuit is proposed (Fig. 2), which differs by measuring the voltages and currents of all phases relative to artificial zero.

As a result, unlike the traditional circuit in which the parameters i_A, i_B, u_{AC}, u_{BC} , were measured, in the proposed circuit the parameters $i_A, i_B, i_C, u_A, u_B, u_C$ are measured.

Experimental studies [3, 4] have shown that the occurrence of faults in controlled equipment, i.e., in SRPU, ESP and in MCPS it is reflected in the form of noise $\varepsilon(t)$ both on i_A, i_B, i_C and on u_A, u_B, u_C . Consequently, both of them contain an informative attribute about the beginning of the onset of a malfunction. However, given the measurement and analysis of signals in the form of voltage, it is more convenient to further consider the option of analyzing variables in time $u_A(t), u_B(t), u_C(t)$. To facilitate further presentation and generalizing these quantities, we call them wattmeters of electric motors and denote them by $u(t)$ — in continuous form and by $u(i\Delta t)$ — in discrete form.

Note that these parameters also carry additional information for diagnosing the state of the equipment. So, for instance, the difference in the sum of the instantaneous values of the phase currents means an insulation defect, that is, a current leakage to the motor housing. Measurement according to the proposed scheme allows one to separately determine the instantaneous values of the power consumption of each stator coil, determine their average values for a certain period and compare them with each other and the corresponding previous values to draw a conclusion about changes in the coils (turn-to-turn short circuits).

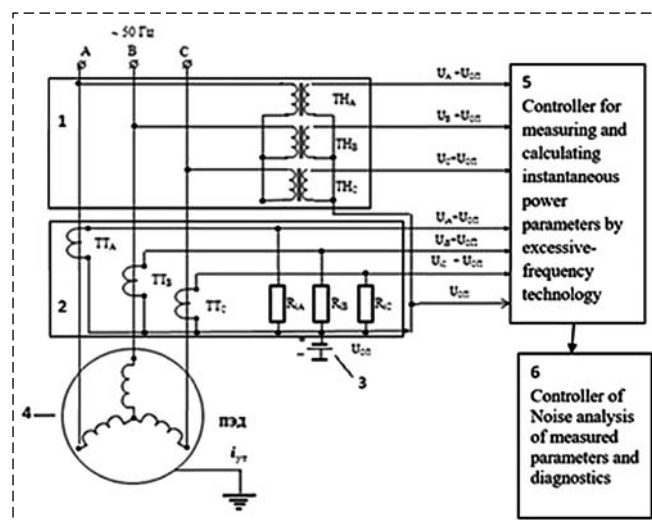


Fig. 2. Schematic diagram of the measurement of the electric motor power consumption parameters

As mentioned above, wattmeter charts of electric motors are highly noisy parameters. Experimental studies have shown that at the beginning of malfunctions during the operation of SRPU, ESP and MCPS, tangible noise $\varepsilon(i\Delta t)$ occurs in the wattmeter chart of their electric motors. Let us assume that during the oil production of the operation of the electric motor, we get a noisy discretized wattmeter chart $g(i\Delta t) = U(i\Delta t)$, which consists of the useful vibration signal $X(i\Delta t)$ and the total vibration signal noise $\varepsilon(i\Delta t)$, i.e.,

$$U(t) = g(i\Delta t) = X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t).$$

In this case, it can be assumed that low-frequency components $X(i\Delta t)$ arise from the influence of the pump operation. At the same time, from the influence of other factors related to the technical condition of the object, high-frequency components are mainly formed, i.e., the noise $\varepsilon(i\Delta t)$. Therefore, we can assume that in the total noisy wattmeter chart $U(t)$, the useful signal consisting of low-frequency components $X(i\Delta t)$, the noise $\varepsilon(i\Delta t)$ and the coefficient of the relationship between $X(i\Delta t)$ and $\varepsilon(i\Delta t)$ reflect information about the technical condition of the pump. Therefore, by analyzing the useful signal $X(i\Delta t)$ and the noise $\varepsilon(i\Delta t)$ of the wattmeter chart and the relationship $R_{X\varepsilon}(\mu)$ between them, it is possible to control the process of oil well operation.

The analysis carried out and the results of experimental studies show that the onset of faults is reflected in the wattmeter chart $U(i\Delta t)$ of electric motors driving SRPU, ESP and MCPS. They operate in the field and from external factors (strong temperature and humidity changes, winds, etc.), noise $\varepsilon_1(t)$ occurs and in the process of their operation, noise $\varepsilon_2(t)$ is also generated from the occurrence of various malfunctions, which has a correlation with the useful signal $X(t)$ of the dynamometer chart $U(t)$ [10]. Therefore, the noise $\varepsilon_1(t)$ accompanying the useful force signal $X(t)$ of the dynamometer chart $U(t)$, is formed under the influence of two factors:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t), \quad (1)$$

where $\varepsilon_2(t)$ is formed from the influence of environmental changes (temperature changes, humidity, etc.);

(1) is formed during the operation of the object from the occurrence of various defects in the mechanical units of the pump (wear, bending, crack, fatigue, etc.).

The speed (sampling interval) of the analog-to-digital conversion when measuring the wattmeter chart must be selected so as not to lose diagnostic information about the onset of faults in the controlled equipment [6–10].

Difficulties in the control of the onset of faults by the estimates of the correlation characteristics of electric motor wattmeter charts

As was indicated above, it is typical for the objects under consideration during operation to go into a latent period of the initiation of various defects [10–15]. Usually all of them are reflected in the signals, i.e., on wattmeter charts in the form of noise, which, when a fault occurs, correlate with useful signals $X(i\Delta t)$. Therefore, the total noise is formed from the noise $\varepsilon_1(i\Delta t)$, which arises from the influence of external factors and from the noise $\varepsilon_2(i\Delta t)$, which occurs as a result of the initiation of various faults. In this case, the variance of the wattmeter chart has the form:

$$\begin{aligned} D_g \approx R_{gg}(0) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g^2(i\Delta t) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X^2(i\Delta t) + \\ &+ 2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon^2(i\Delta t) \approx \quad (2) \\ &\approx R_{XX}(0) + 2R_{X\varepsilon}(0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(0), \end{aligned}$$

where the total noise $\varepsilon(i\Delta t)$ has a correlation with the useful signal $X(i\Delta t)$, and its variance D_ε is determined from the expression:

$$D_\varepsilon = 2R_{X\varepsilon}(0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(0),$$

where $R_{X\varepsilon}(\mu)$ is the cross-correlation function between the useful signal and the noise $\varepsilon(i\Delta t)$.

It is also known [10–15] that the formula for determining the estimate of $R_{gg}(\mu)$ can be represented as:

$$\begin{aligned} R_{gg}(\mu) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(i\Delta t)g((i+\mu)\Delta t) \approx \\ &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t))(X((i+\mu)\Delta t) + \\ &+ \varepsilon((i+\mu)\Delta t)) \approx \frac{1}{N} \sum [X(i\Delta t)X((i+\mu)\Delta t) + \\ &+ \varepsilon(i\Delta t)X((i+\mu)\Delta t) + X(i\Delta t)\varepsilon((i+\mu)\Delta t) + \\ &+ \varepsilon(i\Delta t)\varepsilon((i+\mu)\Delta t)] \approx \quad (3) \\ &\approx R_{XX}(\mu) + R_{\varepsilon X}(\mu) + R_{X\varepsilon}(\mu) + R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu) \approx \\ &\approx \begin{cases} R_{XX}(0) + 2R_{X\varepsilon}(0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(0) & \text{when } \mu = 0 \\ R_{XX}(\mu) + 2R_{X\varepsilon}(\mu) & \text{when } \mu \neq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Experimental studies have shown [3, 4, 9] that during the operation of the wattmeter charts of electric motors of SRPU, ESP and MCPS, the estimates of $R_{X\varepsilon}(\mu)$, $R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu)$ are tangible values, i.e., an inequality takes place:

$$\begin{cases} R_{X\varepsilon}(\mu) \gg 0; \\ R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu) \gg 0, \end{cases}$$

and therefore there $R_{gg}(\mu)$ is a significant error in the estimate of $R_{gg}(\mu)$.

Because of this, it becomes difficult to ensure the adequacy of the results of controlling the operation of equipment by wattmeter charts. This is one of the factors hindering the use of wattmeter charts to control the indicated oilfield equipment. In this regard, it is necessary to create effective technologies for the analysis of wattmeter charts, allowing the extraction of available useful information from it by reducing errors from the influence of the noise $\varepsilon_i(i\Delta t)$, to improve the adequacy of the results obtained.

From expressions (2) and (3) it is obvious that in the presence of a correlation between the useful signal and the noise, the estimate of the correlation function $R_{XX}(\mu)$ of the useful signal of the wattmeter $X(i\Delta t)$ can be determined from the expression:

$$R_{XX}(\mu) = \begin{cases} R_{gg}(0) - 2R_{X\varepsilon}(0) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}(0) & \text{when } \mu = 0; \\ R_{gg}(\mu) - 2R_{X\varepsilon}(\mu) & \text{when } \mu \neq 0. \end{cases} \quad (4)$$

In [7, 9] it was shown that the estimates of the variance D_ε of the noise $\varepsilon(i\Delta t)$ can be determined from the expression:

$$D_\varepsilon \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [g^2(i\Delta t) + g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t) - 2g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t)]. \quad (5)$$

However, it is obvious from expression (4) that with the estimate of D_ε available, to calculate the estimate $R_{XX}(\mu)$, it is also necessary to determine the estimate of the cross-correlation function $R_{X\varepsilon}(\mu)$ between the useful signal and the noise of the wattmeter chart.

Technology for determining the estimate of the cross-correlation function between the useful signal and the noise of the wattmeter chart

The conducted studies have shown [6, 9] that the nature of the relationship between the noise and the useful signal is clearly reflected in the estimate of the cross-correlation function $R_{gg'}(\mu)$ between the centered $g(i\Delta t)$ and the non-centered $g'(i\Delta t)$ noisy signals, which can be determined from the expression:

$$R_{gg'}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(i\Delta t)g'((i+\mu)\Delta t); \quad (6)$$

$$\begin{cases} g(i\Delta t) = X(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t); \\ g'(i\Delta t) = X'(i\Delta t) + \varepsilon'(i\Delta t), \end{cases} \quad (7)$$

where $g(i\Delta t)$, $g'(i\Delta t)$, $X(i\Delta t)$, $X'(i\Delta t)$, $\varepsilon(i\Delta t)$, $\varepsilon'(i\Delta t)$ are centered and non-centered samples of the noisy

signal $g(i\Delta t)$, the useful signal $X(i\Delta t)$ and the noise $\varepsilon(i\Delta t)$, respectively.

The analysis of equality (6), (7) showed that using the formula for determining the estimate of the cross-correlation function between centered and non-centered noisy signals, it is possible to determine the estimate of the cross-correlation function $R_{X\varepsilon}(\mu)$ between the useful signal $X(i\Delta t)$ and the noise $\varepsilon(i\Delta t)$. In this regard, we will consider one of the possible options for solving the problem of analyzing the relationship between the useful signal $X(i\Delta t)$ and the noise $\varepsilon(i\Delta t)$. To do this, let us first show the possibility of determining the estimate $R_{X\varepsilon}(\mu)$, which opens the possibility of determining the estimate $R_{XX}(\mu)$, i.e., the estimate of the correlation function of the useful signal of the wattmeter chart. It is known from the literature [4–9], [15, 16] that when the conditions of stationarity, normality of the distribution law and the absence of correlation between $X(i\Delta t)$ and $\varepsilon(i\Delta t)$ are fulfilled, the equalities take place

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X(i\Delta t)\varepsilon(i\Delta t) = 0; \quad (8)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X'(i\Delta t)\varepsilon'(i\Delta t) = 0, \quad (9)$$

and when calculating the estimate of $R_{gg'}(\mu)$ from formula (6), the following equalities take place between the number of N^{++} positive products of samples, $g^+(i\Delta t)$, $g'(i\Delta t)$ and the number of N^{-+} negative products of samples $g^-(i\Delta t)$, $g'(i\Delta t)$

$$\begin{cases} N^{++} = N^{-+}, \\ N^{++} + N^{-+} = N. \end{cases} \quad (10)$$

At the same time, at the beginning, with a time shift $\mu = 0\Delta t, 1\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots$ the following inequality takes place between the absolute values of the readings $g(i\Delta t)$, $g'(i\Delta t)$ and between the sums of positive and negative products

$$\begin{aligned} R_{g^+g'}(\mu) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N^{++}} g^+(i\Delta t)g'((i+\mu)\Delta t) > \\ &> \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N^{-+}} g^-(i\Delta t)g'((i+\mu)\Delta t) = R_{g^-g'}(\mu). \end{aligned}$$

The computational experiments performed and the analysis of expressions (6), (7) show that when multiplying the samples of the non-centered signal $g'(i\Delta t)$ by its centered samples $g(i\Delta t)$, despite the fulfillment of equality (8), (9), (10) at, the inequality takes place

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N^{++}} |g^+(i\Delta t)g'((i+\mu)\Delta t)| &\neq \\ \neq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N^{-+}} |g^-(i\Delta t)g'((i+\mu)\Delta t)|. \end{aligned}$$

In this case, in formula (6), the difference between the sum of positive and negative products at $\mu = 0$ turned out to be significantly greater than zero, i.e.,

$$\sum_{i=1}^{N^{++}} g^{+}(i\Delta t)g'((i+\mu)\Delta t) - \sum_{i=1}^{N^{-}} g^{-}(i\Delta t)g'((i+\mu)\Delta t) \gg 0. \quad (11)$$

Which shows that the correlation between $X(i\Delta t)$ and $\varepsilon(i\Delta t)$ is clearly reflected in the estimate of $R_{g^{+}g'}(0)$, since the following inequality always holds for $\mu = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N^{++}} g^{+}(i\Delta t)g'((i+\mu)\Delta t) &\gg \\ &\gg \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N^{-}} g^{-}(i\Delta t)g'((i+\mu)\Delta t). \end{aligned} \quad (12)$$

However, in most real-life cases, the value

$$R_{g^{+}g'}(0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N^{++}} g^{+}(i\Delta t)g'(i\Delta t)$$

practically represents a rough estimate of $R_{gg'}(\mu)$ for $\mu = 0$, i.e.,

$$R_{gg'}(0) \approx R_{g^{+}g'}(0).$$

Due to this, in these cases, the estimate of the coefficient correlations $R_{X\varepsilon}$ between the useful signal and the noise can be determined by the magnitude of the difference between $R_{g^{+}g'}(0)$ and $R_{gg}(0)$ according to the formula

$$\begin{aligned} K_{X\varepsilon}(0) &\approx R_{g^{+}g'}(0) - R_{gg}(0) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N^{++}} g^{+}(i\Delta t)g'(i\Delta t) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(i\Delta t)g(i\Delta t). \end{aligned}$$

Naturally, in this case, the error in the estimate of the cross-correlation function depends on the difference $R_{g^{+}g'}(0) - R_{g^{-}g'}(0)$. But condition (12) is almost always satisfied, and the difference from the obtained difference can be taken as information about the presence of a correlation between the useful signal and the noise, i.e.

$$R_{X\varepsilon}(0) \approx R_{g^{+}g'}(0) - R_{gg}(0).$$

At the same time, taking into account expression (11), a rough, i.e., approximate, estimate of $R_{X\varepsilon}(0)$ can be determined from the formula

$$\begin{aligned} R_{X\varepsilon}(0) &= [R_{g^{+}g'}(0) - R_{g^{-}g'}(0)] - R_{gg}(0) = \\ &= \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N^{++}} g^{+}(i\Delta t)g'(i\Delta t) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N^{-}} g^{-}(i\Delta t)g'(i\Delta t) \right] - \\ &\quad - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(i\Delta t)g(i\Delta t). \end{aligned} \quad (13)$$

An example of the practical application of intelligent correlation extremal systems (CES) to control the onset of malfunctions using SRPU dynamometer charts

An analysis of the results of the experiments performed showed that in order to control the onset of a SRPU malfunction by an informative attribute obtained by analyzing the dynamometer chart, it is also advisable to use the correlation extremal systems shown in Fig. 3. It was experimentally found that both the dynamometer chart and on the wattmeter chart in the same degrees reflect the beginning of all typical faults of the SRPU. Taking into account that the technical personnel had experience with dynamometer charts and had a large number of real dynamometer charts, the initial experiments on the use of CES to identify a SRPU malfunction in real-life production conditions were carried out by us based on the use of a dynamometer chart. Consideration of this option of the use of CES is of independent practical interest, since at present, SRPU is widely used in oil production. Therefore, the problem of eliminating the difficulty of identifying a dynamometer chart remains valid and the practical application of CES for identifying a dynamometer chart can be considered a priority. Fig. 3 shows a block diagram of the proposed version of the CES, which operates with the help of six modules:

- 1) module for analog-to-digital conversion of dynamometer and wattmeter charts into digital code;
- 2) module storing reference dynamometer and wattmeter charts of typical faults of SRPU;
- 3) module for monitoring the beginning of a fault using the estimates of $R_{X\varepsilon}(\mu)$ and D_{ε} ;
- 4) module for alternately determining the correlation coefficient between the current values of the dynamometer chart $g_j(i\Delta t)$ and the reference dynamometer charts $g_e(i\Delta t)$, which are previously formed experimentally with the corresponding typical faults and stored in the memory of module 2;
- 5) module for determining the number of the reference dynamometer chart $g_e(i\Delta t)$ at which the

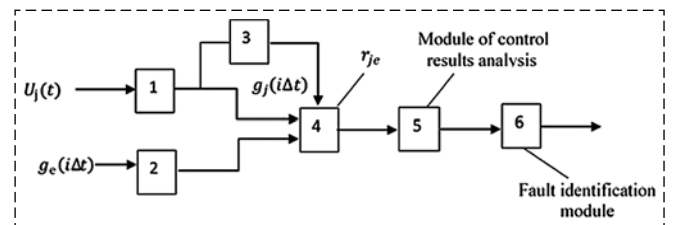


Fig. 3. An intelligent correlation extremal system for controlling and identifying the beginning of faults using a dynamometer chart

estimate of the correlation coefficient r_{je} takes the maximum value;

6) module for SRPU fault identification by the number of the found reference dynamometer chart

In the process of the operation of the correlation extremal system, the current dynamometer chart $U_j(t)$ from the load cell is received at the input of module 1, i.e., the input of the analog-to-digital converter, where it is converted into digital code $U_j(i\Delta t)$, which is fed to the inputs of modules 3 and 4, using module 3, the estimates of the variance D_ε of the noise and the cross-correlation function $R_{X\varepsilon}(0)$ between the useful signal $X(i\Delta t)$ and the noise $\varepsilon(i\Delta t)$ are determined according to formulas (5), (13). If they exceed the experimentally established threshold value, i.e., at $D_\varepsilon \geq D_\varepsilon^p$, $R_{X\varepsilon}(0) \geq R_{X\varepsilon}^p(0)$, then module 4 is triggered by a signal from module 3. In this case, between the current and reference dynamometer charts, alternately according to the formula

$$r_{je} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^n g_j(i\Delta t) g_e(i\Delta t)}{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^n g_j^2(i\Delta t)}$$

an estimate of the correlation coefficient is determined, where j is the number of current typical faults, e is the number of the reference of typical faults, r_{je} is the estimate of the normalized cross-correlation function between $g_j(i\Delta t)$ and $g_e(i\Delta t)$.

By successively comparing the obtained estimates of the correlation coefficients between the current and reference dynamometer charts in module 5, the number of the fault is determined, at which the obtained estimates r_{je} has the maximum value. Thus, the presence of reference signals of typical faults through the use of CES allows one to register the technical state of the SRPU at the current time. Due to this, during the operation of the SRPU, the obtained results of the CES allow

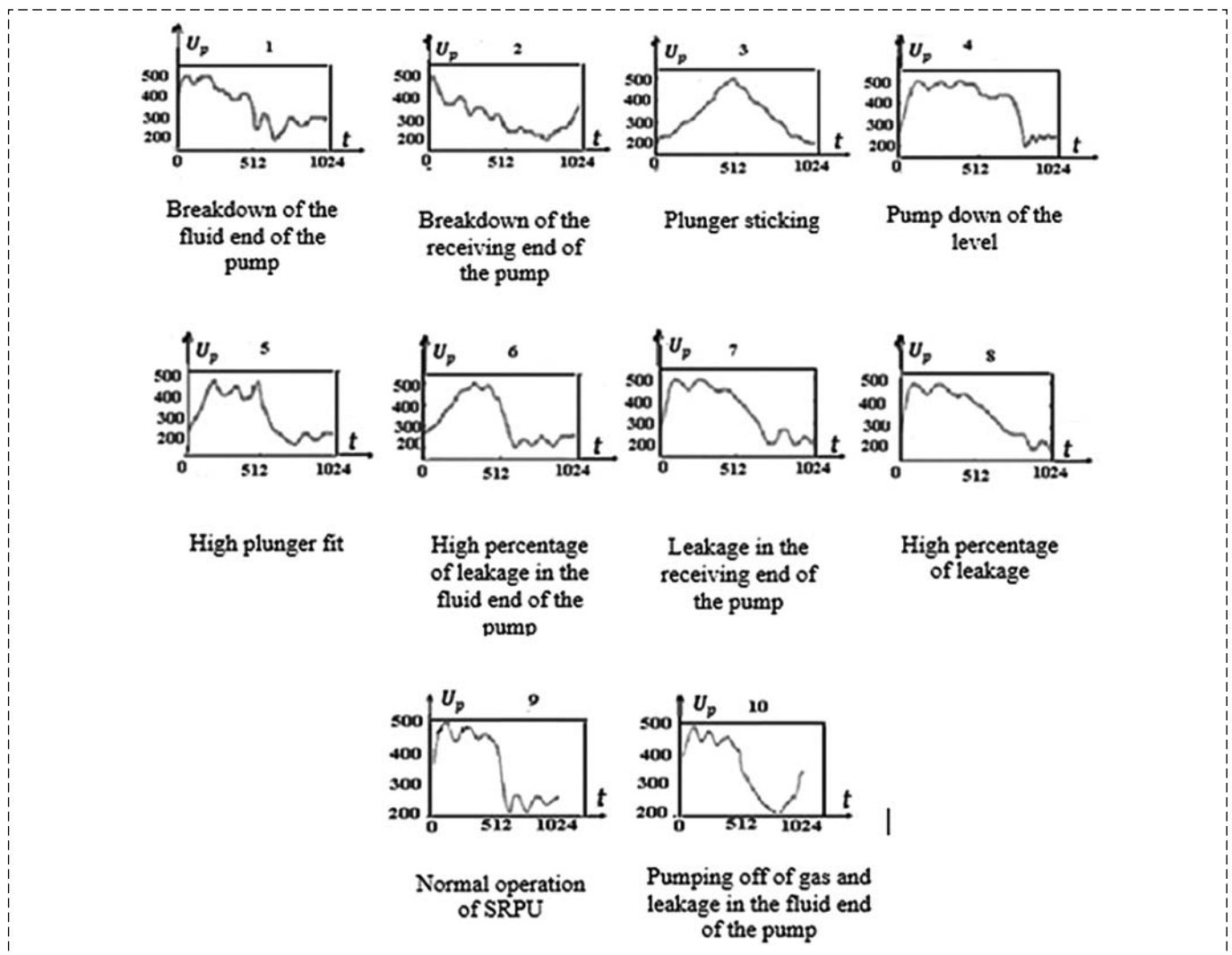


Fig. 4. Force curves of reference dynamometer charts

real-time identification of a malfunction and the formation of information about it.

In the experiments, the force curves of the reference dynamometer charts were selected for 10 typical faults of the SRPU, which are shown in Fig. 4. They were used to identify the technical condition of several facilities at the oil and gas production department of Bibi-Heybat Oil [1, 14]. The nature of the problems being solved made it possible to implement the proposed technology with the help of inexpensive modern industrial controllers (in our case, the LPC 2148 FBD64 controller was used). In this case, first of all, based on the duration of the swing period T_{ST} , the sampling interval of the dynamometer chart was determined. For the majority of oil wells in this field, the duration of time T_{ST} varies in the range of 5 to 20 seconds. It was experimentally established that in order to obtain

the desired estimates with the required accuracy, it is advisable to sample dynamometer charts with frequency $f = 50\text{--}100$ Hz. It was also found that during the swing period, any slight change in the technical condition of the SRPU is reflected both in the dynamometer chart and in the wattmeter chart $g(i\Delta t)$. Thanks to this, during the operation of the SRPU, it is easy to form and memorize the corresponding force curves of the reference dynamometer and wattmeter charts for various typical faults. Numerous experiments have confirmed that the use of CES allows for reliable detection of the onset of failures of SRPU in real time by using the estimates of $R_{Xc}(0)$ and D_ε at which their value exceeds the threshold values. After that, according to the signal from module 3, the identification of a SRPU malfunction using the CES practically comes down to determining the number of the force curve of

Table 1

Estimates of the coefficients of correlation $r_{j_1e_1}, r_{j_1e_2}, \dots, r_{j_1e_{10}}; r_{j_2e_1}, r_{j_2e_2}, \dots, r_{j_2e_{10}}; \dots; r_{j_{10}e_1}, r_{j_{10}e_2}, \dots, r_{j_{10}e_{10}}$ between the curves of reference and current dynamometer charts of typical malfunctionss

1		$r_{j_1e_1}$ 0,8012	$r_{j_1e_2}$ 0,6001	$r_{j_1e_3}$ 0,4101	$r_{j_1e_4}$ 0,3005	$r_{j_1e_5}$ 0,6143	$r_{j_1e_6}$ 0,5921	$r_{j_1e_7}$ 0,5162	$r_{j_1e_8}$ 0,5301	$r_{j_1e_9}$ 0,4972	$r_{j_1e_{10}}$ 0,4151
2		$r_{j_2e_1}$ 0,6001	$r_{j_2e_2}$ 0,8101	$r_{j_2e_3}$ 0,3904	$r_{j_2e_4}$ 0,0321	$r_{j_2e_5}$ 0,1421	$r_{j_2e_6}$ 0,1605	$r_{j_2e_7}$ 0,1931	$r_{j_2e_8}$ 0,1622	$r_{j_2e_9}$ 0,0988	$r_{j_2e_{10}}$ 0,0961
3		$r_{j_3e_1}$ 0,1470	$r_{j_3e_2}$ 0,0901	$r_{j_3e_3}$ 0,8023	$r_{j_3e_4}$ 0,0499	$r_{j_3e_5}$ 0,0324	$r_{j_3e_6}$ 0,1082	$r_{j_3e_7}$ 0,0893	$r_{j_3e_8}$ 0,0668	$r_{j_3e_9}$ 0,0453	$r_{j_3e_{10}}$ 0,0384
4		$r_{j_4e_1}$ 0,3008	$r_{j_4e_2}$ 0,2915	$r_{j_4e_3}$ 0,0934	$r_{j_4e_4}$ 0,9346	$r_{j_4e_5}$ 0,6135	$r_{j_4e_6}$ 0,2106	$r_{j_4e_7}$ 0,5427	$r_{j_4e_8}$ 0,5119	$r_{j_4e_9}$ 0,6881	$r_{j_4e_{10}}$ 0,6499
5		$r_{j_5e_1}$ 0,5961	$r_{j_5e_2}$ 0,4783	$r_{j_5e_3}$ 0,0783	$r_{j_5e_4}$ 0,5022	$r_{j_5e_5}$ 0,8637	$r_{j_5e_6}$ 0,7681	$r_{j_5e_7}$ 0,7811	$r_{j_5e_8}$ 0,4633	$r_{j_5e_9}$ 0,5003	$r_{j_5e_{10}}$ 0,6021
6		$r_{j_6e_1}$ 0,6339	$r_{j_6e_2}$ 0,2901	$r_{j_6e_3}$ 0,0422	$r_{j_6e_4}$ 0,4113	$r_{j_6e_5}$ 0,5114	$r_{j_6e_6}$ 0,8706	$r_{j_6e_7}$ 0,6811	$r_{j_6e_8}$ 0,5801	$r_{j_6e_9}$ 0,6113	$r_{j_6e_{10}}$ 0,6009
7		$r_{j_7e_1}$ 0,6360	$r_{j_7e_2}$ 0,2963	$r_{j_7e_3}$ 0,0972	$r_{j_7e_4}$ 0,4662	$r_{j_7e_5}$ 0,5891	$r_{j_7e_6}$ 0,5463	$r_{j_7e_7}$ 0,8946	$r_{j_7e_8}$ 0,6561	$r_{j_7e_9}$ 0,6224	$r_{j_7e_{10}}$ 0,5937
8		$r_{j_8e_1}$ 0,4113	$r_{j_8e_2}$ 0,2131	$r_{j_8e_3}$ 0,0622	$r_{j_8e_4}$ 0,4511	$r_{j_8e_5}$ 0,2314	$r_{j_8e_6}$ 0,4241	$r_{j_8e_7}$ 0,7263	$r_{j_8e_8}$ 0,8321	$r_{j_8e_9}$ 0,8011	$r_{j_8e_{10}}$ 0,5625
9		$r_{j_9e_1}$ 0,6411	$r_{j_9e_2}$ 0,4033	$r_{j_9e_3}$ 0,0811	$r_{j_9e_4}$ 0,5910	$r_{j_9e_5}$ 0,6192	$r_{j_9e_6}$ 0,4902	$r_{j_9e_7}$ 0,4524	$r_{j_9e_8}$ 0,4101	$r_{j_9e_9}$ 0,9211	$r_{j_9e_{10}}$ 0,6012
10		$r_{j_{10}e_1}$ 0,6322	$r_{j_{10}e_2}$ 0,3951	$r_{j_{10}e_3}$ 0,0196	$r_{j_{10}e_4}$ 0,4771	$r_{j_{10}e_5}$ 0,5981	$r_{j_{10}e_6}$ 0,5503	$r_{j_{10}e_7}$ 0,4803	$r_{j_{10}e_8}$ 0,4162	$r_{j_{10}e_9}$ 0,5844	$r_{j_{10}e_{10}}$ 0,9241

the reference dynamometer chart (wattmeter chart) $g_e(i\Delta t)$, at which the desired estimate of the cross-correlation function r_{je} takes on the maximum value compared to all other reference signals. Due to this, there is no need for visual interpretation of the dynamometer chart to determine the current technical condition of the SRPU. To illustrate the possibility of the identification option under consideration in real field practice, Fig. 4 shows curves of reference dynamometer charts for the 10 most common typical faults. Table 1 shows a combination of the corresponding estimates of the normalized correlation coefficients, r_{je} .

Thus, it has been experimentally confirmed that using the number of the force curve of the reference dynamometer chart $g_e(i\Delta t)$, at which the estimate of the normalized cross-correlation functions with the curve of the current dynamometer chart $g_j(i\Delta t)$ takes the maximum value, it is possible to unambiguously determine the number of the typical SRPU fault. The advantage of using CES to identify a dynamometer chart is that it does not require the involvement of a technologist. They are easily implemented on modern inexpensive controllers (e.g., LPC 2148 FBD64). This makes it possible to control and diagnose SRPU in real time. The ease of implementation of these technologies allows one to create a simple, reliable and inexpensive control system for SRPU. Experiments on various wells of the Bibi-Heybat field in Baku and on wells of other fields showed the feasibility of the practical application of these systems. Since, at the same time, due to early diagnostics and control of SRPU, current malfunctions are easily eliminated in a timely manner and operation of the well is ensured in a profitable mode, and due to saving electric energy and shortening the overhaul period, their profitability is significantly increased.

It should be noted that based on the experience of operating the above systems, it was found that by determining the combinations of the force curves of the reference dynamometer charts with the corresponding characteristic faults for one well, they can be used in SRPU control systems of other wells of the same depths. Considering that in most cases each old field is characterized by approximately the same pump descent depths, it becomes obvious that the formation of one reference dynamometer curves for all SRPU will be sufficient. Note that at different well depths, experimental formation of various different reference curves corresponding to the dynamometer chart is required. Fig. 4 shows the force curves of the reference dynamometer charts for ten typical faults.

As can be seen from Table 1, the curves of the reference dynamometer charts of all ten typical faults were used in the experiments. First, the estimate of the correlation coefficient r_{1e_1} between the curve of the first reference dynamometer chart with the first current curve r_{1e_1} is determined, then the estimate $r_{j_2e_1}$ between the first reference curve and the second current curve $j = 2$ is determined, then r_{j,e_1} between the third and the first, and so on. Finally, between tenth and first, $r_{j_{10}e_1}$. After that, this process is repeated for the curve of the second reference dynamometer chart. To do this, we first determine the estimate $r_{j_1e_2}$, then $r_{j_2e_2}$, then $r_{j_3e_2}, \dots, r_{j_{10}e_2}$. This process is repeated for all curves of the reference dynamometer charts, and finally, for the curve of the tenth reference dynamometer chart, $r_{j_{10}e_1}, r_{j_{10}e_2}, r_{j_{10}e_3}, \dots, r_{j_{10}e_{10}}$ are determined. This process is completed by analyzing the comparison of the results of all possible combinations between the reference and current dynamometer chart curves. As can be seen from the table, only one estimate $r_{d_{je_i}}$ in each control cycle takes the maximum value and by its number, i.e., according to the number of the curve of the reference dynamometer chart, at which the estimate r_{je} takes on the maximum values. As can be seen from Table 1, in each row only in one column the estimate r_{je} takes the maximum value, e.g., in the 5th row the estimate $r_{j_5e_5}$ in comparison with other estimates of this column, has a maximum value, which corresponds to the 5th typical fault. The number of the current fault is identified.

Conclusion

Noisy signal analysis technologies used in control systems do not provide fault-free operation the main equipment of oil fields. They do not allow using diagnostic information from wattmeter charts of their motors. In addition, the diagnostic information contained in the noise of noisy signals as a result of filtering loses information about the beginning of the latent period of defect initiation in the equipment of these objects. For this reason, there is often a delay in the time of detection of the onset of malfunctions, which leads to inevitable accidents with catastrophic consequences. Therefore, to ensure fault-free operation and organization of timely maintenance of these facilities, it is necessary to create new, more efficient technologies for analyzing noisy signals. Taking into account the extreme importance of this issue, the paper proposes

using noise as a carrier of diagnostic information by determining the estimates of the cross-correlation functions between the useful signal and the noise. To analyze wattmeter charts of electric motors and identify malfunctions of the equipment under consideration, the principle of constructing intelligent correlation extremal systems is proposed.

The above-mentioned studies have shown that with the use of the proposed algorithms and technologies for analyzing dynamometer and wattmeter charts, it is possible to significantly increase the efficiency and reliability of ensuring fault-free operation of similar equipment in the offshore oil and gas complex, petrochemical complexes, energy facilities, etc. Many other examples can be given where the use of the proposed wattmeter chart analysis technologies is also effective. For instance, using this technology, it is possible to solve the problem of control and diagnostics on drilling rigs, where at the beginning of the latent period of an accident, information about this is reflected in the wattmeter chart of the electric motor that rotates the drill string. By sending an early warning to the driller, many costly catastrophic accidents can be avoided.

Finally, in many industries, for instance, in pumping stations, irrigation systems, in compressor stations of main oil and gas pipelines, etc., it is also expedient to form and use reference and current informative attributes of wattmeter charts of relevant electric motors to ensure control of the onset and early diagnosis of malfunctions. Therefore, the algorithms and technologies for analyzing wattmeter and dynamometer charts proposed in this paper, in combination with an intelligent correlation extremal system, can be widely used in many industries.

References

1. Aliev T. M. et al. Automated control and diagnostics of SRPU, Nedra, Moscow 1988, 232 p.
2. Maksimov V. M. Generalized law of multiphase through porous media and "coupling" effects during the oil displacement by water, *Matem. Mod.*, 2015, vol. 27, no. 11, pp. 21–31.
3. Guluyev G. A., Rzayev As. H., Pashayev F. H. Analysis of processes mechanized oil mining with the methods theory of electrical circuits, *Mekhatronika Avtomatizatsiya Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 12, pp. 675–681, available at: <https://doi.org/10.17587/mau.21.675-681>
4. Aliev T. A., Iskenderov D. A., Guluyev G. A. et al. Results of introducing the control, diagnostics and management complex for oil wells operated by sucker rod pumps at "Bibi Heybat Oil" oil and gas producing company, *Azerbaijan Oil Economy*, 2014, no. 6, pp. 37–41.
5. Han D. Discussions on concepts, countermeasures and technical routes for the secondary development of high water-cut oil fields. *Petroleum Exploration and Development*, 2010, vol. 37, no. 5, pp. 583–591.
6. Aliev T. A. Noise Control of the Beginning and Development Dynamics of Accidents, Springer, 2019, 201 p., available at: <https://www.doi.org/10.1007/978-3-030-12512-7>.
7. Aliev T. A., Rzayev H., Guluyev G. A. et al. Robust technology and system for management of sucker rod pumping units in oil wells, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, vol. 99, pp. 47–56, available at: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.06.010>
8. Aliev T. A., Guluyev G. A., Pashayev F. H. et al. Noise monitoring technology for objects in transition to the emergency state, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, vol. 27, pp. 755–762, available at: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2011.09.005>
9. Aliev T. A. Digital Noise Monitoring of Defect Origin, Springer-Verlag, London, 2007, 235 p., available at: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-71754-8>
10. Bendat J. S., Piersol A. G. Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis, second ed, Wiley, New York, 1993.
11. Tang H., Liao Y. H., Cao J. Y., Xie H. Fault diagnosis approach based on Volterra models, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010, vol. 24, no. 4, pp. 1099–1113, available at: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2009.09.001>
12. Bendat J. S., Piersol A. G. Random Data, Analysis & Measurement Procedures, Wiley, New York, 2000.
13. Li K., Han Y., Wang T. A novel prediction method for down-hole working conditions of the beam pumping unit based on 8-directions chain codes and online sequential extreme learning machine, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2018, vol. 160, pp. 285–301, available at: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2017.10.052>
14. Bello O., Dolberg E. P., Teodoriu C., Karami H. et al. Transformation of academic teaching and research: *Development of a highly automated experimental sucker rod pumping*, 2020.
15. Sun Z., Lin C., Du D. et al. Application of seismic architecture interpretation in enhancing oil recovery in late development stage taking meandering river reservoir in dongying depression as an example, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2019, p. 106769.
16. Fasel T. R., Todd M. D. Chaoticinsonification for health monitoring of adhesively bonded composite stiffened panel, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010, vol. 24, no. 5, pp. 1420–1430, available at: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2009.12.002>

В. Э. Карпов, канд. техн. наук, доц., karpov_ve@mail.ru, **М. А. Ровбо**, науч. сотр., rovboma@gmail.com,
П. С. Сорокоумов, науч. сотр., petr.sorokoumov@gmail.com,
Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", г. Москва

Сигнальная коммуникация для управления поведением коллаборативного робота*

От роботов все чаще требуется работать в тесном взаимодействии с людьми и другими роботами, при этом такая работа приобретает форму совместного выполнения общей задачи — коллаборации. Существующие методы управления в основном предназначены для высокоуровневого принятия решений автономным агентом, но для внешних взаимодействий необходимы специальные средства реагирования на ситуацию. В данной работе описывается реализация системы управления коллаборативного робота, основанная на эмоционально-потребностной архитектуре и обеспечивающая надежное и интерпретируемое взаимодействие робота с другими агентами. При этом общение оператора с роботом не осуществляется на императивном командном или языковом уровне, а строится на сигнальной коммуникации. Робот является автономным устройством, поведение которого направлено на удовлетворение его актуальных потребностей. Механизм взаимодействия оператора с роботом заключается в том, что сигнал оператора ("команда") активизирует элемент эмоционально-потребностной схемы — шлюз, реализующий обратную эмоциональную связь. Поскольку шлюз осуществляет связь между сенсорикой и поведенческими процедурами, его возбуждение пришедшим внешним сигналом приводит к активизации соответствующей процедуры, как если бы сенсорная система зарегистрировала реальный стимул. Внешний сигнал такого косвенного управления может быть представлен в акустической форме и в виде позы оператора. В потребности робота включены как нужды, обеспечивающие его физическое "выживание" (избежание опасности), так и поддержание социальных связей (сопровождение дружественных агентов). Распознавание других агентов и предметов обстановки выполняется по данным мощной встроенной сенсорики — стереокамер и дальномеров. Робот распознает внешние команды и активизирует шлюз, связанный с наиболее приоритетным действием, причем активность затухает постепенно, что позволяет действиям выполняться некоторое время по внешним командам даже при отсутствии соответствующего внутреннего стимула. Коллаборативный робот, управляемый описанной системой управления, оказался способен выполнять совместно с человеком простейшие задачи патрулирования, действуя предсказуемым и понятным (интерпретируемым) для человека образом.

Ключевые слова: коллаборативный робот, эмоционально-потребностная архитектура, система управления, робототехника, когнитивная архитектура, сигнальная коммуникация

Введение

Для интеллектуальных роботов весьма важно быстро реагировать на внезапные непредсказуемые события во внешней среде. В некоторых случаях обработка таких событий может происходить на самых нижних (рефлекторных) уровнях системы управления [1, 2]. Так, многие роботы реагируют на внезапно появившееся на их пути препятствие мгновенной остановкой. Однако подобная реализация реакций весьма ограничена [3], так как ответные действия, как правило, не могут быть слишком сложными, они часто конфликтуют с более высокоуровне-

выми формами поведения, а их модификация требует изменений низкоуровневой системы управления, что нежелательно.

Привлекательно выглядит возможность встраивания механизма реагирования в высокоуровневую архитектуру. Это решает перечисленные проблемы, позволяет управлять приоритетами и дает выполняемым роботом действиям единую основу для облегчения контроля и отладки. В настоящей работе описано добавление механизма реагирования на внешние события (сигналы) в одну из моделей организации системы управления интеллектуального агента — эмоционально-потребностную архитектуру. Работа этого механизма рассматривается на примере создания коллаборативного робота. Системам такого рода (см., например, работу [4]) необходимо уметь быстро

*Работа выполнена при частичном финансировании РФФИ (грант 20-07-00770-А). Эксперименты выполнены за счет государственного задания НИЦ "Курчатовский институт".

и адекватно обрабатывать внешние события, поэтому для них такой механизм особенно актуален.

Теоретической основой разработки является модель эмоций П. В. Симонова. Величина эмоции в данной модели определяется возможностью удовлетворения актуальной потребности имеющимися ресурсами. Каждый агент имеет некоторое множество потребностей, например, в питании, безопасности, общении с другими агентами, исследовании мира и т. п.

При разработке архитектуры системы управления (СУ) рассматриваемого робота использовались следующие принципы построения с учетом специфики взаимодействия с коллаборативным роботом (КР):

1. Робот должен быть автономной сущностью, функционирование которой подчинено задаче удовлетворения своих потребностей.

2. Роль оператора-партнера сводится к непосредственному управляющему воздействию на робота: автономное поведение самого КР сохраняется, а команды и прочие наблюдения, связанные с оператором, воспринимаются как часть анализируемой ситуации.

Таким образом, используется делегирование задач при высокой степени автономности самого КР. В этой работе рассматривается лишь один аспект построения подобных КР — организация взаимодействия оператора с роботом.

Структура статьи следующая. Сначала будут обсуждены вопросы архитектуры системы управления робота как автономного агента. Далее будут описаны общие принципы и механизмы сигнальной коммуникации, позволяющие организовывать внеязыковое взаимодействие КР с оператором. В заключительной части рассмотрены вопросы реализации разработанных методов и перспективы их развития.

Эмоционально-потребностная архитектура

Поведение робота (далее мы будем иногда использовать термин "агент") естественным образом может быть задано множеством продукций вида

ЕСЛИ $\langle \text{условие_состояния_сенсорной_системы} \rangle$,
ТО $\langle \text{выполнение_поведенческой_процедуры} \rangle$.

Вне зависимости от сложности описания условий или формы представления продукций (с использованием вероятностей, коэф-

фициентов уверенности, нечетких величин и т. п.) поведение таких систем будет нестабильным: малое изменение состояния сенсоров может привести к частым переключениям между поведенческими процедурами. Это связано с отсутствием таких механизмов, как память и определение значимости тех или иных факторов. Исходя из этого целесообразным представляется использование на нижнем (условно-рефлекторном) поведенческом уровне эмоционально-потребностной архитектуры системы управления. Суть ее сводится к тому, что поведение агента (робота) определяется не только текущим состоянием сенсорной системы, но и множеством существующих у него актуальных потребностей, а также контурами обратной связи, определяющими оценку баланса между фактически реализуемым поведением и тем, какие неудовлетворенные потребности имеются у робота. Эти обратные связи формируют эмоциональную оценку текущей ситуации. Теоретическим базисом такого подхода является информационная теория П. Симонова [5, 6], согласно которой интегральная эмоциональная оценка ситуации определяется оценкой баланса между необходимыми и имеющимися средствами удовлетворения актуальных потребностей. Оценочная, качественная формула Симонова имеет вид

$$E = f(N, p(I_{need}, I_{has})), \quad (1)$$

где E — эмоция, ее величина и знак (качество); N — сила и качество текущей необходимости; $p(I_{need}, I_{has})$ — оценка возможности удовлетворить потребность на базе врожденного и полученного жизненного опыта; I_{need} — информация о способе удовлетворения потребности; I_{has} — информация об имеющихся у агента средствах (ресурсах), требуемых для удовлетворения актуальных потребностей. Итак, величина эмоции в данной модели определяется возможностью удовлетворения актуальной потребности имеющимися ресурсами. Формальное описание этой модели изложено, например, в работе [7], а здесь мы ограничимся иллюстрацией примера фрагмента схемы поведения робота (рис. 1, см. вторую сторону обложки).

На этой схеме показано, что активизация поведенческих процедур (здесь — "Исследование объекта интереса", "Гуляние" или "Убегание" (избегание опасности)) определяется сенсорикой робота и рядом потребностей: в пище,

самосохранении, любопытстве, отдыхе и т. п. Важным компонентом этой схемы является шлюз — элемент, отвечающий за реализацию обратной эмоциональной связи. В свою очередь, величина обратной эмоциональной связи определяется балансом между тем, какое поведение агент реализует в настоящий момент, и тем, что он должен делать для удовлетворения имеющихся потребностей.

В интерпретации эмоционально-потребностной модели, изложенной в работе [7], текущая сила каждой из потребностей может быть выражена величиной в диапазоне $[0, 1]$, причем чем она выше, тем сильнее соответствующая потребность. Все потребности агента образуют множество определяемого заранее размера: $N = \{N_i\}$, $i = 1...r$. Агенту доступны действия из некоторого множества $A = \{A_j\}$, $j = 1...s$, каждое из которых направлено на удовлетворение одной или нескольких потребностей. Под действиями следует понимать не единичные операции (подачу сигнала, поворот налево, движение назад на один метр и т. п.), а поведенческие процедуры: поиск объекта, следование за целью, обследование местности и т. д. За выбор процедур отвечают продукционные правила, образующие множество R .

Если продукции R представлены правилами с коэффициентами уверенности, то итоговые коэффициенты уверенности заключений правил a , определяющих запуск той или иной поведенческой процедуры, определяются как

$$a = R_A(k_{ext}, N, S, G), \quad (2)$$

где k_{ext} — коэффициент, определяющий силу обратной эмоциональной связи; N — множество потребностей; S — множество сенсорных сигналов; G — уровни возбуждения шлюзов; R_A — функция оценки возможных действий по текущей ситуации. В свою очередь, выходное значение шлюза G_i определяется как функция от значения соответствующего сенсора S_i и множества эмоциональных состояний Es_i (т. е. множества эмоциональных сигналов от действий, с которыми связан шлюз):

$$G_i = G_i(S_i, Es_i), S_i \in S, Es_i \subset R. \quad (3)$$

Введение механизма эмоций позволяет как получить оценку ситуации с удовлетворением потребностей, так и реализовать управление

поведением системы с помощью добавления кратковременной памяти — шлюза, соответствующего некоторому сенсору, который может оставаться активным и в случае исчезновения базового сенсорного сигнала. Особенно важен для проблемы, рассматриваемой в данной статье, тот факт, что это позволяет реализовать механизм, называемый *сигнальной коммуникацией*.

Роль сигнальной коммуникации

Поскольку настоящие исследования в ряде моментов относятся к разряду биоинспирированных, рассмотрим для начала вопрос о коммуникации в животном мире (краткий обзор см., например, в работе [8]). Животные, будучи даже высокоорганизованными, способными образовывать крайне сложные и развитые социальные сообщества, обходятся в общении друг с другом без языка [9]. Некоторые этологи вообще не склонны рассматривать пресловутый "язык животных" как существующее явление, если понимать под языком отражение картины мира и использовать понятие знака-символа (см., например, работы Е. Н. Панова [10]). Взаимодействие животных основано на том, что в этологии называется *сигнальной коммуникацией*. Смысл этой коммуникации заключается в том, что животные а) генерируют сигналы, определяемые их эмоциональным состоянием, [11] и б) способны воспринимать и распознавать эти сигналы [12]. Итак, сигнальная коммуникация, во-первых, является лишь внешним проявлением состояния индивида, и, во-вторых, индивид должен обладать способностью к отзывчивости на эмоциональное состояние других.

Эмоционально-потребностная схема реализует процесс сигнальной коммуникации естественным образом. Основную роль в этом процессе играет шлюз. В эмоционально-потребностной схеме шлюз является основным эмоциональным индикатором (как приемник сигнала эмоциональной обратной связи), и именно в нем происходит итоговая оценка уровня сигнала, соответствующего активируемому действию. Для реализации сигнальной коммуникации внешний сигнал "принимается" шлюзом, "подменяя" реальный сенсорный сигнал.

Такая архитектура также важна для реализации других механизмов, например, такого

базового феномена социального взаимодействия животных, как контагиозное или заразное поведение. Примером контагиозного поведения является действие сигнала тревоги, заставляющего всю группу обратиться в бегство. Возможность реализации подобных дополнительных механизмов полезна для групповых коллаборативных систем.

Поясним работу этого механизма. Пусть имеются два агента *A* и *B*, при этом *A* наблюдает опасность (работает сенсор "Опасность"), а *B* — нет. В течение некоторого промежутка времени агент *A* будет испытывать отрицательные эмоции (в силу того, что есть цепочка "получен сигнал — надо убежать", но робот еще занят выполнением другой процедуры). Это приведет к тому, что будет сгенерирован сигнал "Опасность". Далее сигнал воспринимается агентом *B*, у которого шлюз "Опасность" возбуждается даже при отсутствии подтверждающего сигнала от соответствующего сенсора, за счет активации с помощью сигнальной коммуникации. В итоге реципиент *B* выполняет действие "Убегать", т. е. ведет себя так, как если бы его сенсорная система зарегистрировала опасность. На рис. 2 (см. вторую сторону обложки) приведена схема такого сигнального взаимодействия.

Предлагаемая архитектура системы управления (рис. 3) состоит из трех уровней:

1. Нижний уровень управления, реализующий действия и обрабатывающий сигналы от сенсоров.
2. Реактивный уровень управления, выбирающий активное действие.
3. Когнитивный уровень управления, реализующий ассоциативный механизм, влияющий на работу реактивного уровня.

Нижний уровень управления реализуется с помощью различных управляющих программ, работающих в среде *ROS*, и предоставляет верхним уровням доступ с помощью action-интерфейса к различным действиям системы, таким как "следовать за", "разведка" и т. д. На нем также работают узлы обработки сенсоров, переводящие сырые данные в модель продукционных правил реактивного уровня.

Набор продукционных правил расположен на реактивном уровне архитектуры. Они соединяют сенсорное восприятие с допустимыми действиями агента и активируют одно или более действия. Это может вызывать конфликты (несколько активных действий, которые нель-



Рис. 3. Архитектура системы управления
Fig. 3. Architecture of the proposed control system

зя выполнить одновременно), поэтому этих продукционных правил самих по себе недостаточно для работы системы управления.

Эмоционально-потребностная схема (ЭПС) формирует реактивный уровень архитектуры. Она реализуется в виде надстройки над системой продукций путем добавления степени активации узлов графа ЭПС (соответствующих предикатам продукционных правил), а также усиливающих и ослабляющих связей между некоторыми вершинами. Обычные связи между вершинами графа идут от посылки к следствию (в направлении от сенсорных предикатов к предикатам активируемых действий) и соответствуют импликации в соответствующих продукционных правилах. Можно отметить связь между механизмами усиления или ослабления в ЭПС и их аналогами в когнитивных картах.

В этой работе не рассматривается подробно вопрос такого важного компонента системы управления роботом-партнером, как когнитивный уровень. Отметим здесь, что задача когнитивного уровня — быть носителем того, что в системах ИИ называется моделью или картиной мира (КМ, рис. 4) [13]. Основная функция когнитивного уровня — подмена сенсорного восприятия агента исходя из суще-

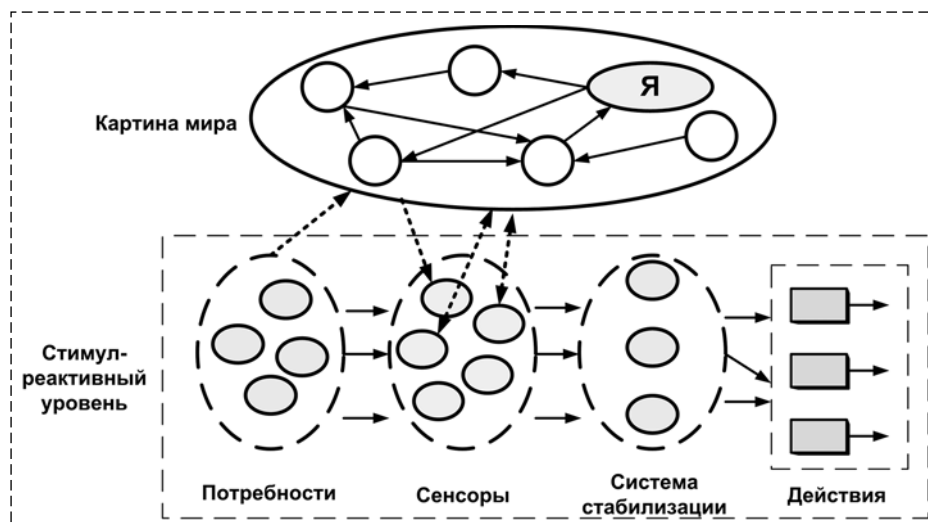


Рис. 4. Картина мира как надстройка над базовой схемой
Fig. 4. World view as a superstructure on the basic scheme

ствующих мотиваций агента, его степени социальности и т. п., вплоть до реализации схемы управления на основе "этических" правил.

На когнитивном уровне может осуществляться сопоставление образа "Я", определение сходства в терминах "свой—чужой" и прочие важные для коллаборативных и групповых систем преобразования сенсорных данных и элементы рассуждений. Когнитивный уровень нужен для дополнения сенсорной информации реактивного уровня путем наблюдения за похожими агентами. Например, если виден агент из своей группы, который выполняет действие "нападение", а также есть продукционное правило "Если Имеется угроза, то Нападать", то можно сделать вывод, что "имеется угроза" и активировать соответствующую вершину в ЭПС. Описание особенностей работы когнитивного уровня выходит за рамки данной работы. Кроме того, определение принадлежности агента к соответствующей группе проводится на стадии анализа сенсорной информации.

Реализация сигнальной коммуникации

В биологических системах под *сигнальной коммуникацией* понимается передача управляющей информации вне обычных путей ее распространения в нервной системе и без высокоуровневой обработки [14]. В разрабатываемой архитектуре она осуществляется путем отправки агенту сигнала из короткого фиксированного списка с последующим реагированием. В отличие от более сложных форм ком-

муникации, например интерфейса на естественном языке, сигнальная коммуникация не требует выстраивания сложных интерпретаторов команд либо долгого обучения оператора работе с системой. Робот воспринимает только простейшие инструкции, полностью и предсказуемо определяющие его поведение. Несмотря на ограниченность возможностей этого подхода, поддержка его в агенте может быть весьма полезна на практике, например для контроля поведения в экстренных ситуациях.

Важным отличием сигналов от обычных команд является возможность произвольной отправки. Например, при опасности окружающие робота люди могут принять некоторые характерные позы (например, пригнуться, прикрыть голову руками и т. п.). Если данное поведение будет распознано, можно обработать его как самостоятельный сигнал опасности. Для поддержки такого функционала был реализован модуль распознавания поз людей, видимых камерами робота. После поиска фигур людей, проводимого с помощью библиотеки *mediapipe*, их позы классифицировались, и по результатам классификации формировался коммуникационный сигнал для системы управления роботом. Так осуществляется в том числе коммуникация жестами (рис. 5, см. вторую сторону обложки).

Помимо жестов человек также может отдавать роботу команды и голосом. В отличие от речевых интерфейсов, выполняющих анализ и разбор команды, в рамках сигнальной коммуникации голос выступает лишь средством запуска нужного поведения без возможности указания взаимосвязей с параметрами (объектами внешнего мира).

Сбором и обработкой внутренних (эмоционально-потребностных) и внешних (командных) сигналов занимается шлюз. Математически его работа описывается уравнением

$$g(t_1) = D^{t_1-t_0}(g(t_0)(1 - s(t_0)) + s(t_0)), \quad (4)$$

где t_1 — новый момент времени; t_0 — время последнего расчета сигнала шлюза; $g(t)$ — уровень

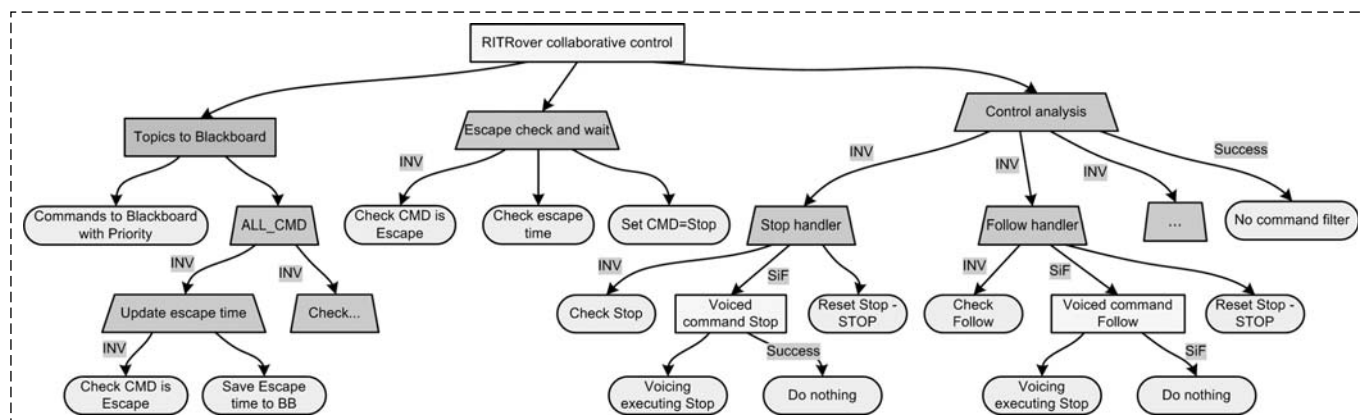


Рис. 6. Структура дерева поведения агента
Fig. 6. Structure of agent's behavior tree

выходного сигнала шлюза в момент времени t ; $s(t)$ — уровень входного внешнего сигнала в момент времени t ; D — коэффициент затухания сигнала. Все уровни сигналов ограничены значениями в интервале $[0; 1]$. В алгоритмической реализации эта функция вызывается с фиксированной частотой, в то время как обновление значений функции $s(t)$ происходит асинхронно в промежутках между ее вызовами в некоторый произвольный момент времени $\hat{t}$, поэтому значение внешнего сигнала $s(t)$ считается постоянным в течение этого интервала времени $[t_0; t_1]$ и равным $s(\hat{t})$. Если внешний сигнал не приходил, он считается равным 0. После расчета уровня сигнала шлюза он проходит через пороговую функцию и возвращает значение 1, если значение сигнала выше порога, и 0, если ниже. Такая обработка в сочетании с затуханием сигнала позволяет активировать поведение по внешнему сигналу на некоторое время, зависящее от коэффициента затухания.

Таким образом, поведение активируется либо в случае, если происходит активация по эмоционально-потребностному уровню сигнала, определяемого сенсорами, связанными с поведением, либо если шлюз поддерживает высокий уровень активации из-за внешнего сигнала.

Список активированных поведенческих процедур отправляется дереву поведений [15], контролирующему их выполнение. Дерево поведения позволяет непрерывно выбирать поведение в сложных условиях, в частности, при переменном распознающихся и исчезающих целевых объектах, с обработкой преждевременных завершений, в том числе ошибок, и с учетом приоритета поведенческих процедур.

Разные поведенческие процедуры обычно конфликтуют между собой по задействован-

ным ресурсам, и потому требуется выбрать одну из них для выполнения. При этом высокоприоритетные поведенческие процедуры должны иметь возможность прерывать текущее поведение, а длительная невозможность выполнить текущее поведение (например, при потере целевого объекта) должна прерывать поведение автоматически по таймеру. Это реализуется с помощью дерева поведения, основная структура которого изображена на рис. 6.

В платформе реализованы такие поведенческие процедуры, как сон, следование за лидером, убежание от опасности, нападение (преследование цели) и исследование (рис. 7, см. третью сторону обложки). Исследование является виртуальным поведением, не имеющим конкретной физической формы, поскольку предназначено для выполнения различных операций замеров, необходимых для конкретной прикладной задачи, требующей обращения к внешним устройствам.

Апробация

Поведенческие процедуры в реальном мире.

Поведенческие процедуры, реализованные и настроенные для работы в реальном мире (не только в идеализированных условиях симуляционной среды) — это движение за целью (используемое для следования как за лидером, так и за угрозой), сон, убежание от опасности и исследование объекта. Все они в той или иной мере (кроме сна, который является длительной командой остановки) пользуются возможностями навигации робота, в которые входит обнаружение динамических препятствий, построение маршрута к точке назначения и

объезд препятствий. Для увеличения безопасности (как для робота, так и для окружающей его среды, включая людей) навигационный стек был сконфигурирован под медленное движение с ограниченным автоматическим восстановлением после попадания препятствий в опасную близость к роботу.

Важно отметить, что работа этих поведенческих процедур в реальной среде требует специальных модификаций управляющих алгоритмов в силу несовершенства датчиков, систем распознавания, расхождения реальных параметров возможностей движителей и настроек модели локального планировщика и т. п. Для этого дерево поведения отслеживает время последнего получения команды, сортирует команды по приоритетности и соответствующим образом обновляет текущую команду, а система распознавания объектов включает в себя треккинг их положения. Это позволяет продолжать двигаться за целью, когда та на время перестает распознаваться (например, в силу неудобного угла поворота и освещения) или скрывается колонной или другим предметом, и в то же время команда будет прервана из-за невозможности выполнения в ситуации, когда объект исчез из вида робота на долгое время (потерян).

Пример демонстрационного сценария. Робот работает как автономно, действуя в соответствии с ситуацией и заложенными приоритетами, так и под управлением голосовых команд человека и жестов. При отсутствии команд робот стремится следовать за человеком-лидером, а также обследовать видимые объекты интереса, а при обнаружении опасности — удаляться от нее. Тестирование осуществлялось как в симуляции Gazebo (рис. 8), так и в реальном помещении (рис. 9, см. третью сторону обложки).

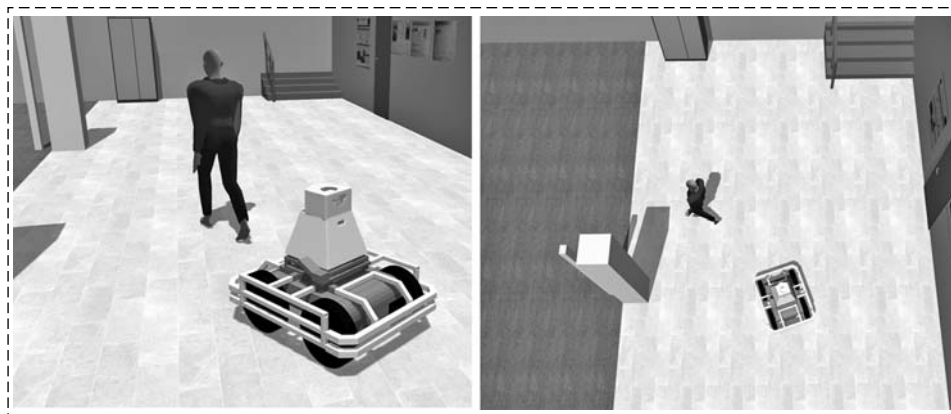


Рис. 8. Симуляция следования робота за человеком в среде Gazebo
Fig. 8. Gazebo simulation of the robot following a human

Робот запускается, проверяется корректность запуска двигательной подсистемы и удаленного ручного управления с джойстика путем подачи джойстиком команды движения вперед. После этого робот должен проехать небольшую дистанцию и при возвращении джойстика в нейтральное положение должен остановиться.

После корректной отработки команд удаленного ручного управления запускается модуль автономного поведения. Этот модуль реализует управление на основе прототипа эмоционально-потребностной архитектуры с использованием системы приоритетов на основе дерева поведения. Во время автономной работы робот озвучивает текущее состояние (исполняемое действие) с помощью динамиков. При старте системы это должна быть команда "СТОП". Состояние также можно наблюдать с помощью графического интерфейса дерева поведения.

Робот реагирует на разные целевые объекты и способен отслеживать положение человека, помеченного специальным образом (в данном случае используется *ArUco*-маркер, рис. 9). Человек с маркером, обозначающим "лидера", становится перед роботом на некотором удалении так, чтобы маркер был замечен, после чего начинает движение от робота. Робот должен перейти в состояние следования за лидером и начать двигаться за человеком, помеченным маркером. Движение осуществляется с учетом препятствий, окружающих робота, с использованием навигационного стека для избегания столкновений и продолжения движения к цели.

Робот может воспринимать команды человека, в частности, некоторые жесты. Если человек поднимает руку вертикально вверх,

стоя перед роботом на некотором удалении (чтобы попасть в угол обзора камеры), робот должен воспринять это как команду "СТОП" и остановиться, перейдя в режим сна, в котором он будет находиться некоторое время (5...10 с), после чего продолжит автоматический режим работы.

Робот может переходить в другие режимы, прерывая текущую задачу, в зависимости от изменения

ситуации. При обнаружении маркера, обозначающего объект интереса, робот должен прекратить следование за человеком и подъехать к объекту интереса (например, коробке), поскольку исследование такого объекта является более высокоприоритетной задачей, чем следование за человеком (потребность в исследовании выше потребности в следовании).

Робот также способен реагировать на угрозы, назначая им один из высших приоритетов. Примером искусственной угрозы является человек с маркером угрозы. Распознав такой объект, робот перейдет в соответствующий режим и начнет уходить от угрозы, в данной реализации двигаясь назад от нее и увеличивая дистанцию.

Заключение

Важнейшая особенность коллаборативного робота — самостоятельность в принятии решений, снимающая с человека обязанность давать точные команды и жестко контролировать их выполнение. Предложенная архитектура ПО робота на основе эмоционально-потребностной схемы с сигнальной коммуникацией обеспечивает удобное косвенное управление и достаточную степень автономности. В качестве внешних сигналов могут использоваться жестовые и голосовые команды, распознаваемые соответствующими модулями обработки изображений с камер и голоса. Созданные поведенческие процедуры и архитектура в целом апробированы на упрощенной модели в симуляторе *Gazebo*, а также на реальном роботе в рамках отдельных тестовых сценариев, в том числе для проведения совместного патрулирования. Разработка показывает важность адекватного восприятия роботом оператора для развития коллаборативных систем.

Список литературы

1. Masuda Y., Miyashita K., Yamagishi K., Ishikawa M., Hosoda K. Brainless Running: A Quasi-quadruped Robot with Decentralized Spinal Reflexes by Solely Mechanical Devices // 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). 2020. P. 4020—4025. DOI: 10.1109/IROS45743.2020.9340807
2. Saputra A. A., Botzheim J., Ijspeert A. J., Kubota N. Combining Reflexes and External Sensory Information in a Neuromusculoskeletal Model to Control a Quadruped Robot // IEEE Trans. Cybern. 2022. Vol. 52, N. 8. P. 7981—7994. DOI: 10.1109/TCYB.2021.3052253
3. Bhatia A., Mason M. T., Johnson A. M. Reacting to Contact: Transparency and Collision Reflex in Actuation // arXiv:2212.03469 [cs.RO]. 2022. DOI: 10.48550/arXiv.2212.03469
4. Ющенко А. С. Коллаборативная робототехника: состояние и новые задачи // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 12. С. 812—819. DOI: 10.17587/mau.18.812-819
5. Симонов П. В. Потребностно-информационная теория эмоций // Вопросы психологии. 1982. Т. 6. С. 44—56.
6. Simonov P. V. Thwarted action and need — informational theories of emotions // Int. J. Comp. Psychol. 1991. Vol. 5, N. 2. P. 103—107. DOI: 10.46867/C40W3M
7. Карпов В. Э., Сорокоумов П. С. К вопросу о моральных аспектах адаптивного поведения искусственных агентов // Искусственные общества. Россия. 2021. Т. 16, № 2. DOI: 10.18254/S207751800014740-3
8. Andrews K. The Animal Mind. Second edition. London and New York: Routledge, 2020. P. 136—171. DOI: 10.1515/9781400835720
9. Searcy W. A., Nowicki S. The Evolution of Animal Communication: Reliability and Deception in Signaling Systems. Princeton University Press, 2005. 288 p. DOI: 10.1515/9781400835720
10. Панов Е. Н. Эволюция диалога. Коммуникации в развитии: от микроорганизмов до человека. М.: Языки славянской культуры, 2014. 400 с.
11. Preston S., Waal F. The Communication of Emotions and the Possibility of Empathy in Animals // Altruism and Altruistic Love: Science, Philosophy, and Religion in Dialogue. 2002. P. 284—308. DOI: 10.1093/acprof:oso/9780195143584.003.0025
12. Parker P. R. L., Brown M. A., Smear M. C., Niell C. M. Movement-Related Signals in Sensory Areas: Roles in Natural Behavior // Trends Neurosci. 2020. Vol. 43, N. 8. P. 581—595. DOI: 10.1016/j.tins.2020.05.005
13. Осипов Г. С., Панов А. И., Чудова Н. В., Кузнецова Ю. М. Знаковая картина мира субъекта поведения. М.: Физматлит, 2018. 264 с.
14. Braet K., Cabooter L., Paemeleire K., Leybaert L. Calcium signal communication in the central nervous system // Biol. Cell. 2004. Vol. 96, N. 1. P. 79—91. DOI: 10.1016/j.biocel.2003.10.007
15. Colledanchise M., Ögren P. Behavior Trees in Robotics and AI. 1st Edition. Boca Raton: CRC Press, 2018. 208 p. DOI: 10.1201/9780429489105

Signal Communication for Collaborative Robot Behavior Control

V. E. Karpov, karpov_ve@mail.ru, M. A. Rovbo, rovboma@gmail.com,

P. S. Sorokoumov, petr.sorokoumov@gmail.com,

National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, 123182, Russian Federation

Corresponding author: Sorokoumov Petr S., Researcher, National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, 123182, Russian Federation, e-mail: petr.sorokoumov@gmail.com

Accepted on January 18, 2023

Abstract

Robots are increasingly required to work in close cooperation with humans and other robots, performing common tasks jointly, in collaboration. High-level decision making by an autonomous agent with such interactions require specific means

of responding to the situation. This paper describes the implementation of the control system for a collaborative robot, based on the emotion-need architecture that provides reliable and interpretable interaction means of the robot with other agents. The robot is an autonomous device whose behavior is aimed at satisfying its current needs. The communication between the operator and the robot is based on signal communication: the operator's signal ("command") activates an element of the emotion-need scheme — a gateway that implements the emotional feedback. Since the gateway connects the sensors and behavioral procedures, its activation starts the corresponding procedure, as if the sensory system had registered a real stimulus. The external signal of such indirect control can be represented in acoustic form or as the operator's posture. The needs of the robot are aimed at both its physical survival (danger avoidance) and maintenance of the social connections (accompanying friendly agents). The robot recognizes external commands and activates the gateway associated with the highest priority action. The activity also gradually fades, which allows actions to be performed for some time even in the absence of an appropriate internal stimulus. The resulting robot is able to perform the simplest patrol tasks together with a human, acting in a predictable and understandable (interpretable) way for the human.

Keywords: collaborative robot, emotion-needs architecture, control system, robotics, cognitive architecture, signal communication

Acknowledgements: This article was prepared with the financial support of Russian Foundation for Basic Research 20-07-00770-A. The experiments were performed at the expense of NRC "Kurchatov Institute".

For citation:

Karpov V. E., Rovbo M. A., Sorokoumov P. S. Signal Communication for Collaborative Robot Behavior Control, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 5, pp. 260—268.

DOI: 10.17587/mau.24.260-268

References

1. Masuda Y., Miyashita K., Yamagishi K., Ishikawa M., Hosoda K. Brainless Running: A Quasi-quadruped Robot with Decentralized Spinal Reflexes by Solely Mechanical Devices, *2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2020, pp. 4020—4025, DOI: 10.1109/IROS45743.2020.9340807
2. Saputra A. A., Botzheim J., Ijspeert A. J., Kubota N. Combining Reflexes and External Sensory Information in a Neuromusculoskeletal Model to Control a Quadruped Robot, *IEEE Trans. Cybern.*, 2022, vol. 52, no. 8, pp. 7981—7994, DOI: 10.1109/TCYB.2021.3052253
3. Bhatia A., Mason M. T., Johnson A. M. Reacting to Contact: Transparency and Collision Reflex in Actuation, *arXiv:2212.03469 [cs.RO]*, 2022, DOI: 10.48550/arXiv.2212.03469
4. Yushchenko A. S. Collaborative Robotics — State of Art and New Problems. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 12, pp.812—819. (In Russian), DOI: 10.17587/mau.18.812-819
5. Simonov P. V. Need-informational theory of emotion, *Voprosy psikhologii.*, 1982, vol. 6, pp. 44—56 (In Russian).
6. Simonov V. P. Thwarted action and need — informational theories of emotions, *Int. J. Comp. Psychol.*, 1991, vol. 5, no. 2, pp. 103—107, DOI: 10.46867/C40W3M
7. Karpov V. E., Sorokoumov P. S. On moral aspects of artificial agents' adaptive behavior, *Iskustvennyye obshchestva.*, 2021, vol. 16, no. 2 (In Russian), DOI: 10.18254/S207751800014740-3
8. Andrews K. The Animal Mind. Second edition, London and New York, Routledge, 2020, pp. 136—171, DOI: 10.1515/9781400835720
9. Searcy W. A., Nowicki S. The Evolution of Animal Communication: Reliability and Deception in Signaling Systems, Princeton University Press, 2005, 288 p., DOI: 10.1515/9781400835720
10. Panov E. N. Evolution of dialog. Developing Communication from microorganisms to human, Moscow, Yazyki slavyanskoj kultury, 2014, 400 p. (In Russian).
11. Preston S., Waal F. The Communication of Emotions and the Possibility of Empathy in Animals, *Altruism and Altruistic Love: Science, Philosophy, and Religion in Dialogue*, 2002, pp. 284—308, DOI: 10.1093/acprof:oso/9780195143584.003.0025
12. Parker P. R. L., Brown M. A., Smeat M. C., Niell C. M. Movement-Related Signals in Sensory Areas: Roles in Natural Behavior, *Trends Neurosci.*, 2020, vol. 43, no. 8, pp. 581—595, DOI: 10.1016/j.tins.2020.05.005
13. Osipov G. S., Panov A. I., Chudova N. V., Kuznetsova Yu. M. Semiotic world view of behaviour subject, Moscow, Fizmatlit, 2018, 264 pp. (In Russian).
14. Braet K., Cabooter L., Paemeleire K., Leybaert L. Calcium signal communication in the central nervous system, *Biol. Cell*, 2004, vol. 96, no. 1, pp. 79—91, DOI: 10.1016/j.biolcel.2003.10.007
15. Colledanchise M., Ögren P. Behavior Trees in Robotics and AI. 1st Edition, Boca Raton, CRC Press, 2018, 208 p., DOI: 10.1201/9780429489105

В. И. Бусурин, д-р тех. наук, проф., vbusurin@mail.ru,

П. С. Кудрявцев, канд. тех. наук, доц., mpso121@mail.ru,

М. Л. Симонов, канд. тех. наук, доц., sim_ml149@mail.ru,

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Система управления двигательной установкой самолета при взлете с пониженной тягой

Рассматривается нелинейная система управления двигательной установкой летательного аппарата самолетной схемы при взлете с пониженной тягой на этапе разбега по взлетно-посадочной полосе (ВПП). Анализируется математическая модель взлета объекта с учетом различных возмущающих воздействий, таких как стартовая масса, состояние поверхности ВПП, ветровое возмущение, реальное значение тяги двигательной установки. Определяется расчетная траектория разбега на основе априори заданных параметров модели объекта и окружающей среды. Для решения задачи управления тягой при отклонении параметров модели объекта и окружающей среды от расчетных значений строится нелинейный закон управления тягой.

Предлагается схема синтеза системы управления тягой, которая реализуется на основе метода линеаризации нелинейной модели объекта обратной связью по выходу. Данный метод сводится к построению нелинейного дифференцируемого преобразования исходных координат. С использованием ряда допущений построен робастный нелинейный закон управления, обеспечивающий формирование сигнала управления тягой для компенсации отклонений между расчетной и реальной траекториями разбега при отсутствии полной априорной информации о параметрах взлета.

Исследованы условия соблюдения технической устойчивости разбега самолета с учетом ограничений по максимальной тяге двигательной установки и максимальной длине разбега по ВПП, а также предложен критерий экстренного прекращения взлета летательного аппарата самолетного типа, когда ресурсы двигательной установки не позволяют компенсировать рассогласование между расчетной и реальной траекториями разбега. Полученный критерий позволяет формировать сигнал для остановки взлета и перехода к режиму экстренного прекращения разбега по ВПП.

Ключевые слова: взлет самолета, требуемая взлетная тяга, взлетно-посадочная полоса, закон управления тягой, метод линеаризации обратной связью, критерий прекращения взлета

Введение

При достаточной длине взлетно-посадочной полосы (ВПП) и благоприятных метеорологических условиях взлет самолета часто осуществляют с пониженной (потребной) тягой. Такое решение позволяет экономить эксплуатационный ресурс силовой установки, расход топлива, а также обеспечивать экологические требования к окружающей среде в зоне ВПП. Однако это требует точного контроля движения самолета и управления реальным значением тяги в целях обеспечения заданной траектории взлета в условиях неопределенности параметров внешней среды. В частности, это обусловлено тем, что длина разбега увеличивается при уменьшении тяги взлета.

Существуют два базовых метода выполнения взлета с пониженной взлетной тягой: гиб-

кий взлет (flexible takeoff) и метод автоматического снижения тяги (reduced or derated takeoff thrust) [1–3].

Тяга гибкого взлета — это уровень тяги, установленный ниже максимального взлетного значения. Данный уровень рассчитывается заранее, непосредственно перед взлетом, с помощью сертифицированного метода расчета на основе данных об окружающей среде и характеристиках ВПП. При этом нельзя уменьшать тягу более, чем на 25 %. Использование данного метода запрещено при: взлете с ВПП, покрытой слоем осадков; взлете с попутным ветром; взлете с выключенными системой управления силовой установкой и системой управления полетом самолета; при ожидаемом большом значении сдвига ветра при отрыве от ВПП.

Метод автоматического снижения значения тяги реализует выбор пониженного уровня

тяги на основе данных руководства по летной эксплуатации летательного аппарата, которые учитывают ограничения на его летные характеристики и производительность конкретного бортового оборудования, полученные при проведении сертификационных испытаний.

Следует отметить, что бортовые средства самолета не позволяют измерять точно реальное значение тяги силовой установки, а могут давать лишь косвенную, смещенную ее оценку, так называемый эквивалент тяги [4].

Несмотря на все сложности взлета с пониженной тягой его использование является весьма привлекательным как с экономической, так и с экологической точек зрения, но допустимо только при условии соблюдения необходимых мер безопасности. Так, использование взлета с пониженной тягой для воздушного судна типа В-737 при среднем уменьшении тяги от максимального значения на 20 % дает экономию расходов на эксплуатационные расходы до 100 000 \$ в год на каждое воздушное судно [1, 2].

При выборе допустимого значения взлетной тяги обычно предполагается, что имеется полная информация о длине взлетной полосы, стартовом положении хвостового стабилизатора, значении тяги двигательной установки, коэффициенте трения колес о поверхность ВПП, плотности воздуха и ветровом возмущении. Однако не исключается, что некоторые данные могут изменяться как в процессе подготовки к полету, так и вовремя выполнения взлета [1, 5].

Следует учитывать, что на малых скоростях разбега самолета по ВПП вертикальная составляющая ветрового возмущения практически не влияет на подъемную силу и поэтому не приводит к значительному влиянию на траекторию разбега. В этих условиях основное влияние на траекторию оказывают: коэффициент трения колес шасси и аэродинамические силы сопротивления, зависящие от горизонтальной составляющей ветрового возмущения и неточности оценки стартовой массы объекта, а также от реального значения тяги двигательной установки. Поэтому для бортовой системы, контролирующей разбег самолета, необходимо обеспечивать надежный выбор следующих управленческих решений:

- если отклонение реальной траектории разбега незначительно отличается от расчетной траектории, определенной на основе априори заданных значений тяги двигательной установ-

ки, коэффициента трения колес шасси, стартовой массы и горизонтальной составляющей ветрового возмущения, то продолжать взлет с установленным пониженным значением тяги;

- если отклонение реальной траектории разбега значительно отличается от расчетной траектории, определенной на основе априори заданных предстартовых данных, то продолжить взлет с соответствующим увеличенным по расчетам бортовой системы значением тяги двигательной установки;

- если отклонение реальной траектории разбега значительно отличается от расчетной траектории, определенной на основе предстартовых данных, и продолжение взлета с максимальным значением тяги не позволяет существенно уменьшить указанное отклонение, то прекратить взлет.

Важным параметром, характеризующим траекторию разбега, является значение скорости принятия решения V_1 о продолжении взлета или его прекращении. Значение этой скорости характеризует возможность остановки самолета на ВПП при включении средств экстренного торможения как в случае отказов бортового оборудования, так и в случае резкого изменения условий окружающей среды. Если скорость движения объекта будет превышать значение V_1 , то обычно рекомендуется продолжать взлет, так как в противном случае самолет даже при экстренном включении системы торможения все равно выкатится за пределы ВПП.

Подобная проблема взлета с пониженной тягой рассматривалась в работах [6, 7]. Однако, в основном, эти работы касались лишь информационной части оповещения экипажа самолета о необходимости принятия решения о продолжении взлета или о его прекращении.

Постановка задачи

Рассмотрим формальную постановку задачи управления продольным движением самолета при взлете с пониженной тягой на этапе разбега.

Будем предполагать, что на борту имеется автоматическая система управления тягой, которая в зависимости от отклонения реальной траектории разбега от расчетной траектории позволяет формировать соответствующий сигнал управления для изменения тяги двигательной установки. Рассмотрим уравнения продольного движения летательного аппара-

та в процессе разбега по ВПП при отсутствии ветровых возмущений. В этом случае на летательный аппарат действуют следующие силы:

P — сила тяги, Н;
 Y_a — подъемная аэродинамическая сила, Н;
 X_a — аэродинамическая сила сопротивления, Н;
 $N_{г.ст}$ — нормальная реакция главных стоек шасси, Н;
 $N_{п.ст}$ — нормальная реакция передней стойки шасси, Н;
 $F_{г.ст}$ — сила сопротивления главных стоек шасси, Н;
 $F_{п.ст}$ — сила сопротивления передней стойки шасси, Н;
 mg — вес летательного аппарата, Н.

Тогда уравнения продольного движения можно записать в виде

$$\begin{aligned} m\dot{V} &= P \cos(\alpha + \varphi_p) - X_a - F_{г.ст} - F_{п.ст}; \\ mV\dot{\theta} &= P \sin(\alpha + \varphi_p) + Y_a + N_{г.ст} + N_{п.ст} - mg, \end{aligned} \quad (1)$$

где V — скорость движения самолета по ВПП (в этом случае путевая скорость при отсутствии ветрового возмущения и воздушная скорость будут совпадать); α — угол атаки; φ_p — угол установки двигательной установки относительно продольной оси планера самолета; θ — угол наклона поверхности ВПП.

При движении по горизонтально расположенной ВПП можно принять, что $\dot{\theta} = 0$ и $\sin(\alpha + \varphi_p) \approx \alpha + \varphi_p$. Тогда из второго уравнения системы (1) получим

$$-(N_{г.ст} + N_{п.ст}) = P \sin(\alpha + \varphi_p) + Y_a - mg.$$

Следовательно, можно записать

$$F_{г.ст} + F_{п.ст} \approx f(mg - Y_a),$$

где f — коэффициент трения колес шасси о поверхность ВПП.

Учитывая известные выражения для аэродинамических сил

$$X_a = C_{xa}(\alpha) \frac{\rho V^2}{2} S, \quad Y_a = C_{ya}(\alpha) \frac{\rho V^2}{2} S,$$

найдем, что движение объекта будет описываться следующим уравнением:

$$\dot{V} = g \left(\frac{P}{mg} - f - (C_{xa}(\alpha) - C_{ya}(\alpha)f) \frac{\rho V^2 S}{2mg} \right), \quad (2)$$

где $C_{xa}(\alpha), C_{ya}(\alpha)$ — коэффициенты аэродинамических сил, зависящие от угла атаки α ; ρ — плотность воздуха на уровне расположения ВПП; S — расчетная площадь крыла самолета.

Обычно стояночный угол атаки α_0 (в пределах от 1 до 3°) сохраняется до скорости $V_{ст.п}$ подъема стойки переднего колеса, которая равна примерно $(0,7...0,95)V_{отр}$, где $V_{отр}$ — скорость, при которой колеса шасси отрываются от поверхности ВПП. Затем угол атаки увеличивается таким образом, чтобы при $V_{отр}$ он стал равным углу $\alpha_{отр}$ (в пределах от 10 до 12°).

Скорость $V_{отр}$ отрыва самолета от ВПП вычисляется из равенства аэродинамической подъемной силы и веса объекта и может быть найдена с помощью следующего соотношения [8]:

$$V_{отр} = \sqrt{\frac{2mg}{S\rho C_{ya}} \left(1 - \frac{P}{mg} (\alpha_0 + \varphi_p) \right)}. \quad (3)$$

Предварительную оценку длины разбега $L_{отр}$ самолета по ВПП можно приближенно определить из следующего равенства [12]:

$$L_{отр} = \frac{V_{отр}^2}{2 \left(\frac{P}{mg} - f \right) g}.$$

Обозначим x_g продольную координату центра масс самолета, отсчитываемую от стартовой точки в земной системе координат, а $V_{x,g}$ — путевую скорость движения аппарата по ВПП. Очевидно, что при отсутствии ветрового возмущения путевая скорость движения самолета по ВПП будет совпадать с его воздушной скоростью. Тогда на основе соотношения (2) можно записать следующую нелинейную систему уравнений, которая будет описывать расчетную траекторию разбега самолета по ВПП в координатах $(x_g, V_{x,g})$ при условии полной информации о всех параметрах модели взлета:

$$\begin{aligned} \dot{x}_g &= V_{x,g}; \\ \dot{V}_{x,g} &= g \left(\frac{P \cos(\alpha_0 + \varphi_p)}{mg} - f - \right. \\ &\quad \left. - (C_x(\alpha_0) - C_y(\alpha_0)f) \frac{\rho V_{x,g}^2}{2} \frac{S}{mg} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь P — расчетное (заданное) значение тяги.

При наличии горизонтального ветрового возмущения, а также отклонения параметров окружающей среды от расчетных значений уравнения примут несколько иной вид. В этом

случае воздушная скорость $V_{x,a}$ самолета будет определяться соотношением

$$V_{x,a} = V_{x,g} + W_{x,g},$$

где $W_{x,g}$ — скорость горизонтального (попутного или встречного) ветрового возмущения.

Уравнения объекта, описывающие траекторию разбега $(\tilde{x}_g, \tilde{V}_{x,g})$ в реальных условиях, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_g &= \tilde{V}_{x,g}; \\ \dot{\tilde{V}}_{x,g} &= g \left(\frac{\tilde{P} \cos(\alpha + \varphi_p)}{\tilde{m}g} - \tilde{f} - \right. \\ &\quad \left. - (C_x(\alpha) - C_y(\alpha)\tilde{f}) \frac{\rho(\tilde{V}_{x,g} + W_{x,g})^2 S}{2\tilde{m}g} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где α, φ_p — соответствующие углы, измеряемые в рад; $\tilde{P}$ — истинное значение тяги двигателя, которое зависит от сигнала управления; $\tilde{m}$ — значение массы летательного аппарата при старте; $\tilde{f} = f(\tilde{x}_g, \tilde{V}_{x,g})$ — истинное значение коэффициента трения колес шасси, которое зависит от скорости движения объекта и от состояния поверхности ВПП.

Синтез нелинейного закона управления тягой двигательной установки

Как видно из соотношений (5), модель разбега самолета по ВПП описывается нелинейной моделью. Однако для ряда нелинейных математических моделей удастся путем преобразования исходных координат построить соответствующие эквивалентные линейные модели. В частности, для аффинных нелинейных моделей такое преобразование можно найти на основе метода линеаризации по измеряемому выходу [10].

Введем следующие переменные в уравнения нелинейной системы (5):

$$x_g = x_1; \quad V_{x,g} = x_2.$$

Тогда уравнения движения объекта примут вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= -g \left(f + (C_x(\bar{\alpha}_0) - C_y(\bar{\alpha}_0)f) \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{\rho(x_2 + W_x)^2 S}{2Mg} \right) + \frac{P \cos(\alpha_0 + \varphi_p)}{M}. \end{aligned} \quad (6)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} u &= -gf + \frac{\cos(\alpha_0 + \varphi)}{M} P; \\ d &= -(C_x(\bar{\alpha}_0) - C_y(\bar{\alpha}_0)f) \frac{\rho S}{2M}. \end{aligned} \quad (7)$$

Тогда второе уравнение в системе (6) можно записать в следующей форме:

$$\dot{x}_2 = d(x_2 + W_x)^2 + u. \quad (8)$$

Предположим, что скорость ветра W_x является постоянной и известной. Тогда, если ввести переменную $\hat{x}_2 = x_2 + W_x$, то уравнение (8) примет следующий вид:

$$\dot{\hat{x}}_2 = d\hat{x}_2^2 + u. \quad (9)$$

Таким образом, нелинейную модель разбега летательного аппарата по ВПП можно описать в виде стационарной аффинной системы

$$\dot{x} = F(x) + Gu, \quad (10)$$

где $x = (x_1, \hat{x}_2)^T$, $F(x) = (\hat{x}_2, d\hat{x}_2^2)^T$, $G = (0, 1)^T$.

Рассмотрим случай, когда для измерения доступна только координата $y = H(x) = x_1$, определяющая положение объекта на ВПП. Тогда математическая модель движения объекта может быть записана в форме

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \hat{x}_2; \\ \dot{\hat{x}}_2 &= d\hat{x}_2^2 + u; \\ y &= H(x) = x_1. \end{aligned} \quad (11)$$

В матричной форме модель имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= F(x) + Gu; \\ y &= H(x). \end{aligned}$$

Вычислим производные выходного сигнала:

$$\dot{y} = \hat{x}_2; \quad \ddot{y} = d\hat{x}_2^2 + u.$$

Таким образом, математическая модель объекта имеет относительную степень $r = 2$ [10, 13]. Соответственно, можно построить преобразование управления с помощью следующего соотношения [13]:

$$u = \frac{1}{L_G L_F^{r-1} H} (-L_F^r H + v), \quad (12)$$

где $L_F(H) = \nabla H \cdot F$, $L_G(H) = \nabla H \cdot G$ — соответствующие производные Ли.

Проведя необходимые вычисления, получим

$$u = -d\dot{\hat{x}}_2^2 + v.$$

Линеаризация аффинной системы с помощью обратной связи по выходу позволяет получить эквивалентную линейную модель вида

$$z_1 = x_1; \quad z_2 = \hat{x}_2 + v; \quad u = -d\dot{\hat{x}}_2^2 + v.$$

Пусть задана некоторая программа разбега летательного аппарата по ВПП в виде функции $x_{pr}(t)$, имеющей непрерывную вторую производную.

Определим ошибку выполнения заданной траектории из-за влияния неучтенных факторов как

$$e(t) = x_1(t) - x_{pr}(t).$$

Соответственно, ошибка при отработке требуемой скорости разбега определяется в виде

$$\dot{e}(t) = \dot{\hat{x}}_2(t) - \dot{x}_{pr}(t).$$

Зададим желаемую динамику компенсации ошибки $e(t)$ с помощью бортовой системы управления тягой в виде следующего дифференциального уравнения:

$$\ddot{e}(t) + \beta_1 \dot{e}(t) + \beta_0 e(t) = 0,$$

где β_1, β_2 — некоторые параметры, определяющие качество переходных процессов.

Используя результат, полученный в работе [13], можно построить следующий закон управления, позволяющий стабилизировать заданную программную траекторию разбега:

$$\begin{aligned} \hat{u} &= -\frac{1}{L_G L_F H} (L_F^2 H - \ddot{x}_{pr}(t) + \beta_1 \dot{e}(t) + \beta_0 e(t)) = \\ &= -(d\dot{\hat{x}}_2^2(t) - \ddot{x}_{pr}(t) + \beta_1 \dot{e}(t) + \beta_0 e(t)). \end{aligned} \quad (13)$$

Такой закон управления будет обеспечивать сходимость ошибки к нулю при $t \rightarrow \infty$.

Используя равенства (7), найдем, что закон изменения тяги двигательной установки будет описываться следующим соотношением:

$$P = \frac{M}{\cos(\alpha_0 + \varphi)} (\hat{u} + gf). \quad (14)$$

Определим программную траекторию исходя из априори известных параметров модели разбега при заданном значении тяги взлета с помощью следующих уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1,pr} &= x_{2,pr}; \\ \dot{x}_{2,pr} &= g \left(\frac{P_{pr}}{Mg} \cos(\alpha_0 + \varphi_p) - f - \right. \\ &\quad \left. - (C_{x,a} - C_{y,a} f) \frac{\rho(x_{2,pr} + W_x)^2}{2Mg} S \right). \end{aligned}$$

Здесь P_{pr} — заданное взлетное значение тяги (Н).

Принимая во внимание вышеуказанные рассуждения, запишем данные уравнения в форме

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_{1,pr} &= \hat{x}_{2,pr}; \\ \dot{\hat{x}}_{2,pr} &= d\dot{\hat{x}}_{2,pr}^2 + \hat{u}; \\ \hat{x}_1 &= x_1; \\ \hat{x}_{2,pr} &= x_{2,pr} + W_x, \end{aligned} \quad (15)$$

где W_x — известное значение горизонтальной скорости ветра (м/с); $\hat{u}$ — сигнал управления.

Здесь параметры $d, \hat{u}$ рассчитываются с помощью соотношений

$$\begin{aligned} d &= -(C_x(\bar{\alpha}_0) - C_y(\bar{\alpha}_0) f) \frac{\rho S}{2M}; \\ \hat{u} &= -gf + \frac{\cos(\bar{\alpha}_0 + \varphi_p) P}{M}. \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь случай, когда неизвестны точные значения следующих параметров:

$\tilde{m}$ — взлетная масса летательного аппарата, кг;

$\tilde{f}$ — реальный коэффициент трения колес шасси;

$\tilde{W}_x$ — скорость горизонтального ветра, м/с.

В этом случае уравнения объекта управления могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= g \left(\frac{\tilde{P}}{\tilde{m}g} \cos(\alpha_0 + \varphi_p) - \tilde{f} - \right. \\ &\quad \left. - (C_{x,a} - C_{y,a} \tilde{f}) \frac{\rho(x_2 + \tilde{W}_x)^2}{2\tilde{m}g} S \right), \end{aligned}$$

где $\tilde{W}_x$ — реальное значение скорости горизонтального ветра, (м/с);

$\tilde{f}$ — реальное значение коэффициента трения колес шасси о поверхность ВПП;

$\tilde{m}$ — реальное значение взлетной массы летательного аппарата, кг;

$\tilde{P}$ — требуемое значение тяги двигателей (Н) при условии соответствия параметров внешней среды реальным значениям.

Тогда для компенсации изменений в траектории разгона по сравнению с расчетной

функцией тяга двигателей должна измениться следующим образом:

$$\ddot{u} = -(\ddot{d}x_2^2(t) - \ddot{x}_{pr}(t) + \beta_1\dot{\tilde{e}}(t) + \beta_0\tilde{e}(t)),$$

где

$$\ddot{d} = -(C_x(\bar{\alpha}_0) - C_y(\bar{\alpha}_0)\tilde{f})\frac{\rho S}{2m};$$

$$\tilde{e}(t) = x_1(t) - x_{1,pr}(t); \quad \dot{\tilde{e}}(t) = x_2(t) - x_{2,pr}(t).$$

На основе полученных соотношений (15) управление $\ddot{u}$ может быть рассчитано из следующего равенства:

$$\begin{aligned} \ddot{u} = & (d(x_{2,pr}(t) + W_x)^2 + \ddot{u} + \\ & + \beta_1(x_{2,pr}(t) + W_x) + \beta_0x_{1,pr}(t)) - \\ & - (\ddot{d}(x_2 + \tilde{W}_x)^2 + \beta_1(x_2 + \tilde{W}_x) + \beta_0x_1), \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\ddot{u} = -gf + \frac{\cos(\bar{\alpha}_0 + \varphi_p)P}{M}.$$

Соответственно, изменение тяги двигательной установки будет определяться соотношением

$$\ddot{P} = \frac{m}{\cos(\alpha_0 + \varphi)}(\ddot{u} + g\tilde{f}). \quad (17)$$

Однако следует учитывать, что система управления тягой не имеет полной информации о значениях величин $\tilde{f}$, $\tilde{m}$, $\tilde{W}_x$.

Поэтому, если использовать предварительные оценки (16), получим следующий закон управления:

$$\begin{aligned} \hat{\ddot{u}} = & (d(x_{2,pr}(t) + W_x)^2 + \hat{\ddot{u}} + \\ & + \beta_1(x_{2,pr}(t) + W_x) + \beta_0x_{1,pr}(t)) - \\ & - (d(x_2 + W_x)^2 + \beta_1(x_2 + W_x) + \beta_0x_1). \end{aligned}$$

В этом случае закон управления тягой будет определяться формулой

$$P = \frac{M}{\cos(\alpha_0 + \varphi)}(\hat{\ddot{u}} + g\tilde{f}). \quad (18)$$

Следует отметить, что выбор такого закона управления не позволяет теоретически обеспечить устойчивость по Ляпунову замкнутой системы для всего возможного диапазона разброса параметров траектории разбега на бесконечном интервале времени анализа. Однако в реальности разбег летательного аппарата по ВПП осуществляется за конечное время, и в этом случае критерием успешного взлета является возможность достижения требуемой скорости разбега на заданной дистанции, не

превышающей максимальную длину ВПП. Таким образом, необходимо исследовать техническую устойчивость управляемой системы на конечном интервале времени [11].

Пример моделирования взлета летательного аппарата с пониженной тягой с использованием автомата управления тягой

Рассмотрим задачу построения бортовой системы управления взлетом самолета с пониженной тягой на примере летательного аппарата, который имеет максимальную взлетную массу $m_{\max} = 11\,000$ кг, размах крыла 35 м, площадь крыла $S = 50$ м². Принимается, что максимальная длина разбега равна $L_p = 1500$ м (при неблагоприятных условиях: попутный ветер, мокрая ВПП), максимальная тяга двигательной установки равна $P_{\max} = 32\,000$ Н. При этом масса полезного груза может изменяться от 400 до 900 кг.

Принимается также, что коэффициент сцепления колес с ВПП может также изменяться в интервале $f \in [0,02 \dots 0,2]$.

Значения аэродинамических коэффициентов задаются соотношениями:

$$C_y = -0,3688 + 0,1321 \cdot \bar{\alpha} - 0,0027 \cdot \bar{\alpha}^2;$$

$$C_x = -0,0069 + 0,0082 \cdot \bar{\alpha},$$

где $\bar{\alpha}$ — угол атаки в градусах.

Стартовое значение угла атаки при разбеге равняется $\bar{\alpha}_0 = 3^\circ$. Угол атаки в точке отрыва от поверхности ВПП равен $\bar{\alpha}_{\text{отр}} = 10^\circ$. Плотность воздуха принимается равной $\rho = 1,269$ кг/м³. Угол установки двигателя $\bar{\varphi}_p = 1,8^\circ$.

Тогда динамику взлета можно описать с помощью следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2; \\ \dot{z}_2 &= g \left(\frac{P_{pr}}{Mg} \cos(\alpha_0 + \varphi) - f \right) + d(z_2 + W_x)^2; \\ \dot{z}_3 &= z_4; \\ \dot{z}_4 &= g \left(\frac{z_5}{mg} \cos(\alpha_0 + \varphi) - \tilde{f} \right) + \tilde{d}(z_4 + \tilde{W}_x)^2; \\ \dot{z}_5 &= -\frac{z_5}{T_{pu}} + \frac{P}{T_{pu}}; \\ u &= (d(z_2 + W_x)^2 + \beta_1(z_2 + W_x) + \beta_0z_1) - \\ & - (d(z_4 + W_x)^2 + \beta_1(z_4 + W_x) + \beta_0z_3); \\ P &= \frac{M}{\cos(\alpha_0 + \varphi)}(u + g\tilde{f}), \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$z_1 = x_{1,pr}; \quad z_2 = x_{2,pr}; \quad z_3 = x_1; \quad z_4 = x_2;$$

z_5 — переменная, описывающая изменение тяги;

$$d = -(C_x(\bar{\alpha}_0) - C_y(\bar{\alpha}_0)f) \frac{\rho S}{2M};$$

$$\tilde{d} = -(C_x(\bar{\alpha}_0) - C_y(\bar{\alpha}_0)\tilde{f}) \frac{\rho S}{2m}.$$

Первые два уравнения системы (19) описывают желаемую траекторию разбега, когда параметры внешней среды соответствуют расчетным значениям.

Следующие два уравнения системы (19) описывают динамику разбега при реальных значениях параметров математической модели.

Пятое уравнение используется для описания динамики изменения тяги двигательной установки.

На рис. 1 показан пример расчета заданной и реальной траекторий разбега для различных значений коэффициентов сцепления колес шасси с поверхностью ВПП: в расчетном случае ($f = 0,03$) и в реальном случае ($\hat{f} = 0,05$), при скорости попутного ветра $W_x = 10$ м/с (в расчетном случае $W_x = 0$ м/с) и значении тяги $\hat{P} = 0,8P_{\max}$.

На рис. 1 приняты следующие обозначения: 1 — расчетная; 2 — реальная траектории разбега самолета при взлете с пониженной тягой. Величина $V_{\text{отр.расч}}$ соответствует скорости отрыва самолета от ВПП в расчетном случае. Величина $V_{\text{отр.реал}}$ соответствует скорости отрыва самолета от ВПП в реальном случае. Значение параметра L соответствует дистанции разбега летательного аппарата.

Пусть известны априорные оценки взлетных параметров. В этом случае можно рассчитать желаемую траекторию разбега и построить закон управления тягой на основе данных об отклонении реальной траектории разбега от желаемой на основе соотношения (18).

На рис. 2 показаны результаты расчета заданной траектории при заданных параметрах взлета и реальной траектории разбега самолета при следующих реальных значениях параметров: $f = 0,06$, взлетной массе $m = 11\,000$ кг и скорости попутного ветра $W_{a,x} = -10$ м/с.

Использование автомата управления тягой на основе разработанного закона управления

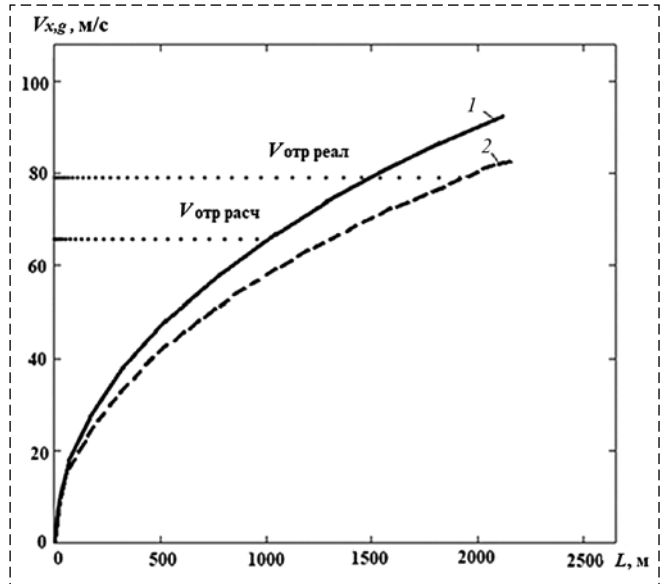


Рис. 1. Расчет заданной и реальной траекторий разбега летательного аппарата без системы управления тягой двигательной установки

Fig. 1. Calculation of the set and real trajectories of aircraft's running start without thrust control system

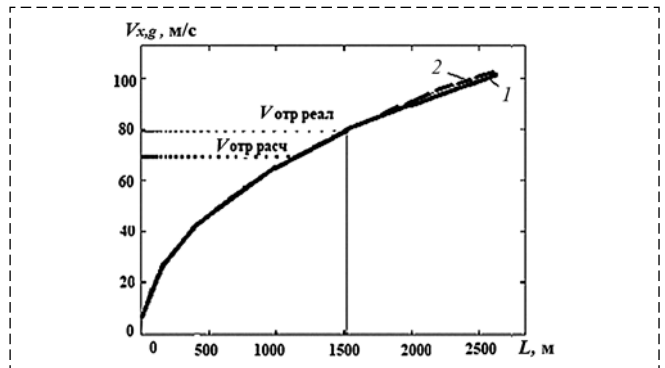


Рис. 2. Расчет заданной и реальной траекторий разбега летательного аппарата с системой управления тягой двигательной установки

Fig. 2. Calculation of the set and real trajectories of aircraft's running start with a thrust control system

тягой позволяет значительно скомпенсировать разность между данными траекториями.

На рис. 2 приняты следующие обозначения: 1 — расчетная; 2 — реальная траектории разбега самолета при взлете с пониженной тягой. Величина $V_{\text{отр.расч}}$ соответствует скорости отрыва самолета от ВПП в расчетном случае. Величина $V_{\text{отр.реал}}$ соответствует скорости отрыва самолета от ВПП в реальном случае. Значение параметра L соответствует дистанции разбега летательного аппарата.

На рис. 3 приведен график динамики изменения тяги при взлете с параметрами, имеющими указанные отклонения от расчетных значений.

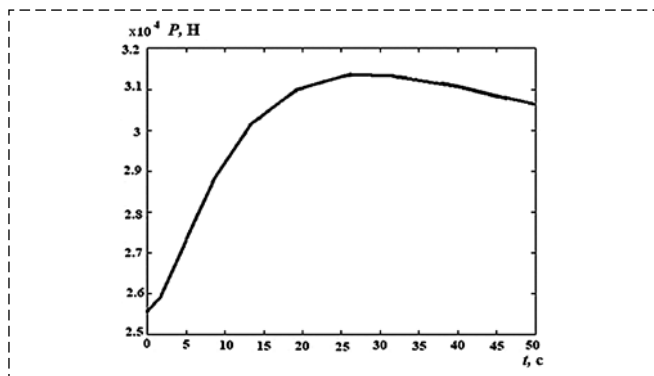


Рис. 3. График изменения значения тяги двигательной установки в процессе разбега летательного аппарата

Fig. 3. The diagram of propulsion system thrust changes during aircraft's running start

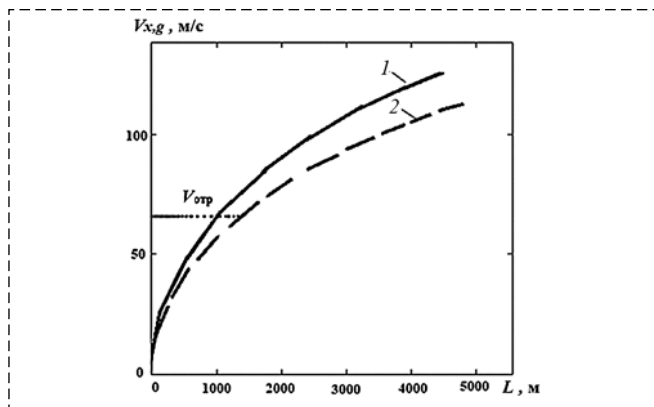


Рис. 4. Расчет заданной и реальной траекторий разбега летательного аппарата с системой управления тягой при невозможности полной компенсации параметрических возмущений

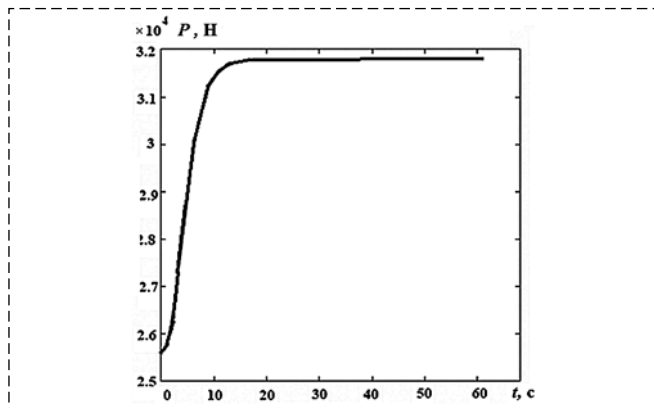


Рис. 5. График изменения значения тяги двигательной установки при невозможности полной компенсации параметрических возмущений

Fig. 5. The diagram of thrust changes at impossibility of full compensation of parametrical perturbations

Необходимо заметить, что при значительных отклонениях параметров взлета от расчетных значений реальная тяга может достигнуть максимального значения $P_{\max}$. Это может привести

к тому, что самолет не сможет набрать необходимую скорость при ограниченной длине ВПП, несмотря на использование максимальной тяги.

На рис. 4 приведен подобный случай, когда при значительных отклонениях взлетных параметров тяга быстро выходит на максимальное значение, и, соответственно, дистанция разбега может превышать длину ВПП. В этом случае, необходимо остановить разбег и прекратить взлет.

На рис. 4 приняты следующие обозначения: 1 — расчетная; 2 — реальная траектории разбега самолета при взлете с пониженной тягой. Величина $V_{\text{отр}}$ соответствует скорости отрыва самолета от ВПП при отсутствии ветрового возмущения.

На рис. 5 показан процесс изменения значения тяги при использовании системы управления тягой при невозможности полной компенсации параметрических возмущений.

Формирование критерия экстренной остановки разбега самолета при взлете с пониженной тягой

Найдем условия, когда дистанция разбега будет превышать длину $L_{\text{ВПП}}$ ВПП, т. е. условия прекращения разбега летательного аппарата.

Рассмотрим случай, когда тяга двигателей выходит на максимальное значение. Пусть это происходит в некоторый момент t_{th} , когда летательный аппарат имеет скорость разбега V_{th} и прошел дистанцию по ВПП от стартовой точки L_{th} . Таким образом, в запасе для разгона и отрыва от земли остается дистанция $L_{\text{ВПП}} - L_{th}$. Если в момент t_{th} аппарат имеет ускорение a_{th} , то можно получить оценку $V_{\text{отр}}$ скорости отрыва на дистанции $L_{\text{ВПП}}$ при отсутствии ветрового возмущения:

$$\hat{V}_{\text{отр}} = V_{th} + a_{th}t_{\text{отр}},$$

$$\text{где } t_{\text{отр}} = \sqrt{\frac{2(L_{\text{ВПП}} - L_{th})}{a_{th}}}.$$

Отсюда в качестве критерия экстренной остановки взлета можно принять следующее условие: если выполняется неравенство $\hat{V}_{\text{отр}} > V_{\text{отр}}$, то разбег с максимальной тягой можно продолжать; если $\hat{V}_{\text{отр}} \leq V_{\text{отр}}$ (здесь величина $V_{\text{отр}}$ определяется с помощью соотношения (3)), то разбег летательного аппарата необходимо прекратить.

Закключение

Проведено исследование математической модели взлета летательного аппарата самолетной схемы с пониженной тягой в условиях отсутствия полной априорной информации о параметрах окружающей среды.

Построен нелинейный закон управления тягой двигательной установки на основе метода линеаризации обратной связью по выходу на основе данных о положении летательного аппарата на ВПП.

Предложен робастный нелинейный закон управления тягой двигательной установки при взлете самолета с пониженной тягой в условиях неопределенности параметров взлета.

Проведен анализ условий соблюдения технической устойчивости разбега летательного аппарата с учетом ограничений по максимальному значению тяги двигательной установки, на основе которых предложен критерий прекращения разбега летательного аппарата и прекращения взлета с пониженной тягой из-за невозможности компенсации параметрических возмущений.

Список литературы

1. **Getting to Grips with Aircraft Performance.** Airbus, 2002. 214 p.

2. **Flex / Derate, Engine Bump and Derated Climb.** Airbus, 2004. 32 p.

3. **Ting D.** Reduced and Derated Thrust. Performance Engineer. Operations Course. Boeing, 2009. 98 p.

4. **Борисенко Ю. Г., Кузнецов А. Г.** Основные принципы автоматизации управления тягой современных самолетов. // Труды МИЭА. 2010. Вып. 2. С. 10–16.

5. **Pinder S.** Aircraft Take-Off Performance Monitoring in Far-Northern Regions // Thesis of Doctor Philosophy's Degree. University of Saskatchewan, 2003. 69 p.

6. **Глубокая М. Г.** Пути решения проблемы безопасности на этапе взлета // Труды МИЭА. 2010. Вып. 2. С. 74–87.

7. **Шевченко А. М., Начинкина Г. Н., Солонников Ю. И.** Моделирование средств информационной поддержки пилота на этапе взлета самолета // Труды МИЭА. 2012. Вып. 5. С. 54–64.

8. **Балакин В. П., Лазарев Ю. Н.** Динамика полета самолета. Расчет траекторий и летных характеристик. Самара: Изд. Самарского государственного аэрокосмического университета, 2011. 56 с.

9. **Петров Б. Н., Александров А. Д., Андреев В. П. и др.** Многорежимные и нестационарные системы автоматического управления. М.: Машиностроение, 1978. 240 с.

10. **Zhou K., Doyle J.** Essentials of Robust Control. Prentice Hall, 1998. 411 p.

11. **Каменков Г. В.** Об устойчивости движения на конечном интервале времени // Избранные труды. Т. 1. Устойчивость движения. Колебания. Аэродинамика. М.: Наука. 1971. С. 118–128.

12. **Moir I., Seabridge A.** Aircraft Systems. Mechanical, Electrical and Avionics Subsystems Integration. Wiley & Sons, Ltd., 2008. 536 p.

13. **Astolfi A., Karagiannis D., Ortega R.** Nonlinear and Adaptive Control with Applications. Springer, 2008. 302 p.

Control System of the Aircraft's Propulsion Device at Take-off with the Derated Thrust

V. I. Busurin, vbusurin@mai.ru, <http://orcid.org/0000-0002-9452-5785>,

P. S. Kudryavtsev, mpso121@mail.ru, <http://orcid.org/0000-0002-0789-9616>,

M. L. Simonov, sim_ml149@mail.ru,

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation

Corresponding author: **Kudryavtsev P. S.**, PhD, Associate Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University), e-mail: mpso121@mail.ru

Accepted on December 15, 2022

Abstract

The nonlinear control system of the aircraft propulsion system at take-off with the derated thrust at a running start stage on the runway (R) is considered. The mathematical model of rise of an object taking into account the different perturbing influences, such as starting mass, status of a surface of the runway, wind perturbation, real value of the engine's thrust is analyzed. The settlement trajectory of running start based on a priori the set model parameters of an object and the environment is defined. For the solution of a task of thrust control, at a deviation of model parameters of an object and the environment from rated values, the nonlinear control law draft is under construction. In work, the scheme of synthesis of a thrust control system, which is implemented based on a method of linearization of nonlinear model by feedback on an output, is offered. This method comes down to creation of nonlinear differentiable conversion of initial coordinates. With use of an assumptions the robust nonlinear control law providing forming a control signal with engine's thrust for deviation compensation between rated and real running start trajectories in the absence of complete a priori information about take-off parameters was constructed. Conditions of respect for technical stability of running start of the aircraft, taking into

account restrictions on the maximum value of draft of the propulsion system and the maximum length of running start on the runway were investigated. And the criterion of the emergency termination of take-off of the aircraft, when resources of the propulsion system do not allow to compensate the having mismatch between settlement and real trajectories of running start is offered. The received criterion allows to form a signal for take-off stopping and passing to the mode of the emergency termination of running start on the runway.

Keywords: take-off of the aircraft, required thrust of take-off, runway, the control law of thrust, linearization feedback method, criterion of the aircraft's take-off termination

For citation:

Busurin V. I., Kudryavtsev P. S., Simonov M. L. Control System of the Aircraft's Propulsion Device at Take-off with the Derated Thrust, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 5, pp. 269—278.

DOI: 10.17587/mau.24.269-278

References

1. **Getting** to Grips with Aircraft Performance, *Airbus*, 2002, 214 p.
2. **Flex / Derate**, Engine Bump and Derated Clumb, *Airbus*, 2004, 32 p.
3. **Ting D.** Reduced and Derated Thrust, Performance Engineer, Operations Course, *Boeing*, 2009, 98 p.
4. **Borisenko Yu. G., Kuznetsov A. G.** Basic principles of control automation by draft of modern planes, *Works MIEA*, no. 2, 2010, pp. 10—16 (in Russian).
5. **Pinder S.** Aircraft Take-Off Performance Monitoring in Far-Northern Regions, Thesis of Doctor Philosophy's Degree, University of Saskatchewan, 2003, 69 p.
6. **Gloubokaya M. G.** Security concern solutions at a take-off stage, *Works MIEA*, no. 2, 2010, pp. 74—87 (in Russian).
7. **Shevchenko A. M., Nachinkina G. N., Solonnikov Yu. I.** Modeling of means of information support of the pilot at a stage of take-off of the plane, *Works MIEA*, no. 5, 2012, pp. 54—64 (in Russian).
8. **Balakin V. P., Lazarev Yu. N.** Dynamics of flight of the plane. Calculation of trajectories and flight characteristics, *Samara State Aerospace University*, 2011, 56 p. (in Russian).
9. **Petrov B. N., Alexandrov A. D., Andreyev V. P.** et al. Multimode and non-stationary automatic control systems, Moscow, Mashinostroenie, 1978, 240 p. (in Russian).
10. **Zhou K., Doyle J.** Essentials of Robust Control, Prentice Hall, 1998, 411 p.
11. **Kamenkov G. V.** About stability of the movement on a final interval, *Chosen works, Stability of the movement, Fluctuations, Aerodynamics*, vol.1, Moscow, Science, 1971, pp. 118—128. (in Russian).
12. **Moir I., Seabridge A.** Aircraft Systems. Mechanical, Electrical and Avionics Subsystems Integration, Wiley & Sons, Ltd., 2008, 536 p.
13. **Astolfi A., Karagiannis D., Ortega R.** Nonlinear and Adaptive Control with Applications, Springer, 2008, 302 p.

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Матросская Тишина, 23с2

Телефон редакции журнала: **+7(499) 270 16 52**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 27.02.2023. Подписано в печать 20.04.2023. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Заказ МН523. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru

XVI-я Всероссийская Мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2023)



**11 сентября – 15 сентября
2023 г.**

г. Волгоград, Россия

<https://lomonosov-msu.ru/rus/backend/event/request/8035/sandbox-form>

ОРГАНИЗАТОРЫ И СПОНСОРЫ

- Российская академия наук
- Министерство науки и высшего образования РФ
- Научный совет РАН по мехатронике и робототехнике
- Научный совет РАН по теории и процессам управления
- Научный совет РАН по машиностроению
- Научный совет РАН по проблемам транспорта
- Волгоградский государственный технический университет
- ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электрон»
- Южный федеральный университет
- Казанский (Приволжский) федеральный университет
- Национальный центр физики и математики
- НИИ многопроцессорных вычислительных систем ЮФУ
- НИЦ суперЭВМ и нейрокompьютеров
- Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
- Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
- Национальный исследовательский центр им. проф. Н.Е. Жуковского»
- Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет
- ПАО «КАМАЗ»
- АО ФНПУ «Титан-Баррикады»
- НПО Специальных материалов

ЦЕЛЬ МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИИ

Обсуждение результатов фундаментальных и прикладных исследований в области процессов управления и их практического применения в различных сферах человеческой деятельности.

СОСТАВ МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИИ

Мультиконференция включает **четыре локальные научно-технические конференции:**

- **Робототехника и мехатроника (РиМ-2023)**, председатель Программного комитета – академик РАН Ф.Л. Черноушко, сопредседатель – академик РАН И.А. Каляев
- **Управление в распределенных и сетевых системах (УРСС-2023)**, председатель Программного комитета – академик РАН И.А. Каляев, сопредседатели – академик РАН Д.А. Новиков, член-корр. РАН Р.Л. Смелянский
- **Управление аэрокосмическими системами (УАКС-2023)**, председатель Программного комитета – академик РАН С.Ю. Желтов, сопредседатель – член-корр. РАН К.И. Сыпало
- **Управление в перспективных наземных транспортных системах (УПНТС-2023)**, председатель Программного комитета – член-корр. РАН В.М. Приходько, сопредседатель – д.т.н. Г.О. Котиев

Проведение Мультиконференции МКПУ-2023 планируется в очном формате.

СЕКРЕТАРИАТЫ КОНФЕРЕНЦИЙ

Секретариат Мультиконференции МКПУ-2023 и конференции УРСС-2021

347928, г. Таганрог, ул. Чехова, 2, НИИ МВС ЮФУ
Тел./факс: **+7 (8634) 36-03-76, 36-13-13**
Моб. тел. **+7 989-616-8905**
E-mail: conf@niimvs.ru

Кухаренко Анатолий Павлович, к.т.н., доцент
Иванова Наталья Юрьевна

Секретариат конференции УАКС-2023

125319, г. Москва, ул. Викторенко, 7, ГосНИИАС
Тел.: **+7 (499) 759-00-73**, факс: **+7 (499) 157-07-47**
Моб. тел. **+7 985-419-9664**
E-mail: nis@gosnias.ru

Сельвесюк Николай Иванович, д.т.н., профессор РАН

Секретариат конференции РиМ-2023

119526, Москва, пр. Вернадского, 101, корп. 1, ИПМех РАН
Тел.: **+7(495) 434-3547**, факс: **+7(499) 739-9531**
E-mail: ermolov@ipmnet.ru

Ермолов Иван Леонидович, д.т.н., профессор РАН

Секретариат конференции УПНТС-2023

125319, г. Москва, Ленинградский проспект, 64, МАДИ
Моб. тел. **+7 (916) 995-10-11**
E-mail: Telematica@madi.ru, umen@bk.ru

Филиппова Надежда Анатольевна, д.т.н., доцент

РОБОТОТЕХНИКА И МЕХАТРОНИКА (РиМ-2023)

Программный комитет

Ф.Л. Черноусько	академик РАН (ИПМех РАН, Москва) – председатель
И.А. Каляев	академик РАН (НИИ МВС ЮФУ, Таганрог) – сопредседатель
И.Л. Ермолов	профессор РАН (ИПМех РАН, Москва) – учёный секретарь
Е.С. Брискин	д.т.н. (ВолГТУ, Волгоград)
Ю.В. Визильтер	проф. РАН (ГосНИИАС, Москва)
В.А. Глазунов	д.т.н. (ИМАШ РАН, Москва)
З.А. Годжаев	член-корр. РАН (ВИМ, Москва)
О.В. Даринцев	д.т.н. (ИМех УНЦ РАН, Уфа)
В.В. Жога	д.т.н. (ВолГТУ, Волгоград)
С.Г. Капустян	д.т.н. (ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону)
А.В. Лопота	д.т.н. (ЦНИИ РТК, Санкт-Петербург)
В.М. Лохин	д.т.н. (МИРЭА, Москва)
Р.В. Мещеряков	д.т.н. (ИПУ РАН, Москва)
Ю.В. Подураев	д.т.н. (МГТУ "СТАНКИН", Москва)
А.Л. Ронжин	проф. РАН (СПб ФИЦ РАН, Санкт-Петербург)
В.В. Серебрянный	к.т.н. (МГТУ "СТАНКИН", Москва)
В.Ф. Филаретов	д.т.н. (ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)
Н.Б. Филимонов	д.т.н. (МГУ, Москва)
С.П. Хрипунов	д.т.н. (ИПУ РАН, Москва)
С.Г. Цариченко	д.т.н. (МГСУ, Москва)
Д.Е. Чикрин	д.т.н. (КФУ, Казань)
А.Ф. Щербатюк	член-корр. РАН (ИАПУ ДВО РАН, Владивосток)
С.Ф. Яцун	д.т.н. (ЮЗГУ, Курск)
Е.И. Якушенко	академик РАН (НПО Специальных материалов, Санкт-Петербург)

Направления работы

- Кинематика и динамика роботов и мехатронных систем
- Средства осязания и навигации роботов
- Алгоритмы и системы управления роботов и мехатронных систем
- Планирование поведения роботов в недетерминированных средах
- Групповое управление роботов
- Беспилотные робототехнические комплексы
- Применение роботов в промышленности
- Морская робототехника
- Роботы для ликвидации ЧС
- Роботизация в сельскохозяйственном производстве
- Взаимодействие человека и роботов, коллаборативные роботы
- Роботы в медицине, биотехнологии
- Прикладные аспекты проектирования и применения роботов и мехатронных систем

УПРАВЛЕНИЕ АЭРОКОСМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ (УАКС-2023)

Программный комитет

С.Ю. Желтов	академик РАН (ГосНИИАС, Москва) – председатель
К.И. Сыпало	член-корр. РАН (ЦАГИ, Жуковский) – сопредседатель
Н.И. Сельвесюк	д.т.н., проф. РАН (ГосНИИАС, Москва) – учёный секретарь
Г.П. Аншаков	член-корр. РАН (РКЦ «Прогресс», Самара)
С.Г. Баженов	д.т.н. (ЦАГИ, Жуковский)
Г.С. Вересняков	д.т.н. (ИПУ РАН, Москва)
С.А. Гизунов	д.т.н. (ЦНИИМаш, Королев)
А.В. Гребенкин	д.т.н. (МИЭА, Москва)
А.В. Ефремов	д.т.н. (МАИ, Москва)
С.С. Коротков	д.т.н. («ОАК», Москва)
В.В. Косьянчук	д.т.н., проф. (ГосНИИАС, Москва)
М.Н. Красильщиков	д.т.н., проф. (МАИ, Москва)
В.М. Кувшинов	к.т.н. (ЦАГИ, Москва)
В.Г. Петухов	член-корр. РАН (МАИ, Москва)
Г.А. Попов	академик РАН (НИИ ПМЭ МАИ, Москва)
Г.Г. Себряков	член-корр. РАН (ГосНИИАС, Москва)
В.Л. Суханов	к.т.н. (ЦАГИ, Жуковский)
В.А. Соловьев	академик РАН (РККА «Энергия»)
Ю.П. Улыбышев	д.т.н. (РКК «Энергия», Королев)
Д.В. Ушаков	академик РАН (НИИ психологии РАН, Москва)
Е.А. Федосов	академик РАН (ГосНИИАС, Москва)

Направления работы

- Интеллектуальные системы управления в авиационных и космических системах
- Алгоритмы и системы управления беспилотными (автоматическими) и дистанционно пилотируемыми летательными и космическими аппаратами
- Имитационное моделирование в авиационных и космических системах
- Информационное обеспечение, методы обработки и представления информации в авиационных и космических системах
- Методы диагностики и управление техническим состоянием в авиационных и космических системах
- Архитектура бортовых комплексов, системы и агрегаты аэрокосмических систем

Рисунки к статье В. Э. Карпова, М. А. Ровбо, П. С. Сорокоумова
 «СИГНАЛЬНАЯ КОММУНИКАЦИЯ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ
 ПОВЕДЕНИЕМ КОЛЛАБОРАТИВНОГО РОБОТА»



Рис. 7. Эмоционально-потребностная схема с сигнальной коммуникацией

Fig. 7. Emotion-need scheme with signal communication

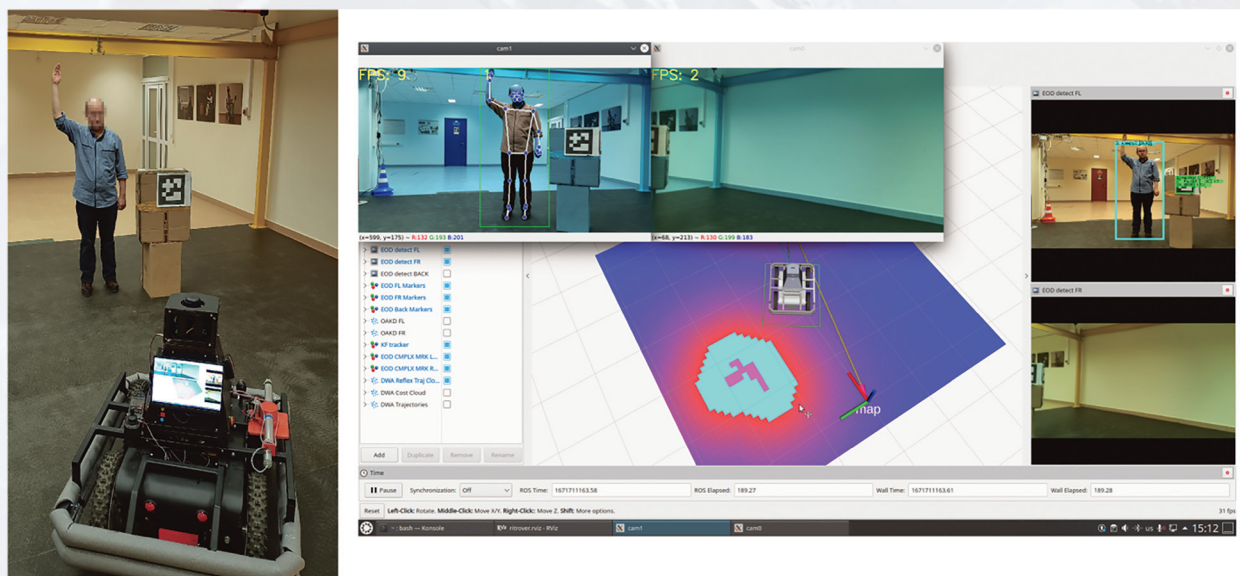


Рис. 9. Робот в процессе распознавания жестов людей и признаков. Системы распознавания выделили и фигуру человека, принявшего определенную позу, и ArUco-маркер на коробке. Теперь СУ робота должна определить, какая командная информация им сопоставляется и какое поведение ей соответствует

Fig. 9. Robot recognition of features and gestures. Robot detects both human figure in a known pose and ArUco-marker on a box. Control system of the robot is trying to find an appropriate command and behaviour

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ" выпускает научно-технические журналы



Теоретический и прикладной научно-технический журнал

ПРОГРАММНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ

В журнале освещаются состояние и тенденции развития основных направлений индустрии программного обеспечения, связанных с проектированием, конструированием, архитектурой, обеспечением качества и сопровождением жизненного цикла программного обеспечения, а также рассматриваются достижения в области создания и эксплуатации прикладных программно-информационных систем во всех областях человеческой деятельности.

Подписной индекс по Объединенному каталогу «Пресса России» – 22765



Ежемесячный теоретический и прикладной
научно-технический журнал

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития основных направлений в области разработки, производства и применения информационных технологий.

Подписной индекс по Объединенному каталогу «Пресса России» – 72656



Ежемесячный научно-практический и учебно-методический журнал

БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В журнале освещаются достижения и перспективы в области исследований, обеспечения и совершенствования защиты человека от всех видов опасностей производственной и природной среды, их контроля, мониторинга, предотвращения, ликвидации последствий аварий и катастроф, образования в сфере безопасности жизнедеятельности.

Подписной индекс по Объединенному каталогу «Пресса России» – 79963



Междисциплинарный теоретический
и прикладной научно-технический журнал

НАНО- и МИКРОСИСТЕМНАЯ ТЕХНИКА

В журнале освещаются современное состояние, тенденции и перспективы развития нано- и микросистемной техники, рассматриваются вопросы разработки и внедрения нано- и микросистем в различные области науки, технологии и производства.

Подписной индекс по Объединенному каталогу «Пресса России» – 79493

Все журналы
распространяются
только по подписке.

Оформить подписку можно
через подписные агентства
либо непосредственно
в редакции журналов.

Адрес редакции журналов для авторов и подписчиков:
107076, Москва, Матросская Тишина 23 с2, оф. 45.
Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ".
Тел.: 8 (499) 270-16-52. E-mail: antonov@novtex.ru