

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 24

2023

№ 3

Издаётся с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:

БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.

ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.

ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН

БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН

ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН

ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН

КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН

КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН

КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН

ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН

РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН

СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН

СИГОВ А. С., акад. РАН

СОЙФЕР В. А., акад. РАН

СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН

ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН

ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН

ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН

ШЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН

ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:

DORANTES D. J., PhD, Турция

GROUMPOS P. P., PhD, Греция

ISIDORI A., PhD, Италия

KATALINIC B., PhD, Австрия

LIN CH.-Y., PhD, Тайвань

MASON O. J., PhD, Ирландия

ORTEGA R. S., PhD, Франция

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США

STRZELECKI R. M., PhD, Польша

SUBUDHI B. D., PhD, Индия

АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан

ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина

БОБЦОВ А. А., д.т.н.

БУКОВ В. Н., д.т.н.

ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.

ЖУКОВ И. А., д.т.н.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.

ЛОХИН В. М., д.т.н.

МАГОМЕДОВ М. Х., д.ф.-м.н.

ПУТОВ В. В., д.т.н.

ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.

РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.

ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.

ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:

АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Александров А. Ю., Рузин С. Б. Нелинейные алгоритмы управления группой мобильных агентов на отрезке 115

Ловчаков В. И. Выбор весовых коэффициентов квадратичного функционала качества в задаче АКОР Летова—Калмана 122

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Ковалёв С. П. Разработка платформы управления распределенными энергетическими ресурсами на базе цифрового двойника 131

Яковлев Р. Н. Метод точечного орошения и внесения удобрений с использованием группы автономных роботизированных агентов 142

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Kuprin M. S., Osipov I. A., Klyuchikov A. V., Samokhin N. E. Simulation Modeling of Mobile Robotic Complexes Tool Analysis According to Physical Laws (a Review) 152

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА,
УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Страшнов Е. В., Михайлюк М. В. Моделирование управления космическим аппаратом при посадке на Луну в комплексах виртуального окружения 158

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:

<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 24

2023

No. 3

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

MAGOMEDOV M. Kh.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEEV S. F.

ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:

BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospective development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

- Aleksandrov A. Yu., Ruzin S. B.** Nonlinear Algorithms for Controlling a Group of Mobile Agents on a Segment 115
- Lovchakov V. I.** Selection of Weight Coefficients of Quadratic Quality Functional in Solving ADOC Problem in the Letov—Kalman Formulation 122

AUTOMATION AND CONTROL TECHNOLOGICAL PROCESSES

- Kovalyov S. P.** Development of a Platform for Distributed Energy Resources Management on the Basis of a Digital Twin 131
- Iakovlev R. N.** Method of Precise Irrigation and Fertilization Using a Group of Autonomous Robotic Agents 142

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

- Kuprin M. S., Osipov I. A., Klyuchikov A. V., Samokhin N. E.** Simulation Modeling of Mobile Robotic Complexes Tool Analysis According to Physical Laws (a Review) 152

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

- Strashnov E. V., Mikhaylyuk M. V.** Simulation of Spacecraft Moon Landing Control in Virtual Environment Complexes 158

Information about the journal is available online at:
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

А. Ю. Александров, д-р физ.-мат. наук, проф., a.u.aleksandrov@spbu.ru,

С. Б. Рузин, аспирант, serruz001@gmail.com,
Санкт-Петербургский государственный университет

Нелинейные алгоритмы управления группой мобильных агентов на отрезке

Рассматривается группа мобильных агентов на прямой. Агенты понимаются как занумерованные точки, способные менять свое положение. Предполагается, что динамика агентов моделируется интеграторами второго порядка, причем каждый агент получает информацию от одного своего левого и одного своего правого соседа (не обязательно ближайших соседей). Требуется обеспечить заданное нелинейно-равномерное размещение агентов на отрезке прямой. Для решения поставленной задачи предлагаются нелинейные децентрализованные протоколы. Определяются условия на параметры управлений, при выполнении которых агенты сходятся к требуемым положениям. Исследуется робастность построенных протоколов управления по отношению к коммуникационному запаздыванию и переключениям сетевой топологии. При этом считается, что информация о значении запаздывания и о законе переключения может отсутствовать. Показывается, что при любом постоянном неотрицательном запаздывании и любом допустимом законе переключения связей гарантируется заданное размещение агентов. Доказательства сформулированных утверждений основаны на применении прямого метода Ляпунова и специальной формы метода декомпозиции. Используются оригинальные конструкции функций Ляпунова и функционалов Ляпунова—Красовского. Приводятся результаты численного моделирования, подтверждающие полученные теоретические выводы.

Ключевые слова: мультиагентная система, управление формациями, интеграторы второго порядка, запаздывание, переключения, прямой метод Ляпунова, асимптотическая устойчивость, метод декомпозиции

Введение

Разработка децентрализованных алгоритмов управления формациями мобильных агентов является одной из наиболее актуальных проблем современной теории управления. Интерес к задачам такого рода обусловлен их широкими практическими приложениями. Децентрализованные алгоритмы используются для управления роботами, транспортными средствами, беспилотными подводными и летательными аппаратами, поведением животных и социальных групп [1, 2]. За последние годы было разработано множество эффективных подходов к решению указанной проблемы (см., например, работы [1–7] и цитируемую там литературу).

Важным классом задач управления формациями является размещение мобильных агентов на отрезке или заданной кривой [3, 4, 8–10]. В работах [8, 9] с помощью принципа усреднения были предложены линейные протоколы, обеспечивающие равномерное размещение

агентов для случаев, когда их динамика моделируется интеграторами первого или второго порядка. Эти протоколы основаны на использовании информации, получаемой каждым агентом от двух своих ближайших (по номеру) соседей. В статье [11] принцип усреднения применялся в задаче равномерного размещения агентов за фиксированное время. В исследовании [12] результаты работ [8, 9] были обобщены на случай, когда каждый агент получает информацию о расстояниях до одного его левого и одного его правого соседей (не обязательно ближайших соседей). Кроме того, в статье [12] анализировалась возможность равномерного размещения агентов в условиях коммуникационного запаздывания и переключений топологии связей. Было доказано, что ни запаздывания, ни переключения не нарушают сходимости агентов к заданному распределению.

Однако следует отметить, что во многих прикладных задачах вместо равномерного распределения агентов требуется обеспечить неравномерное распределение. Например, в оп-

тике, акустике, теории информации, физиологии и некоторых других областях часто вместо линейной используют логарифмическую шкалу [13, 14]. Кроме того, при размещении мобильных сенсоров на кривой обычно вводится целевая функция, определяющая, насколько хорошо данная кривая покрывается сенсорами. При этом сенсоры должны сходиться к распределению, для которого значение целевой функции оптимально [4, 15]. Заметим также, что задача нелинейно-равномерного размещения агентов связана с задачей синхронизации формаций по выходу [1, 16].

Существуют различные подходы к решению проблемы неравномерного размещения агентов. В частности, в работе [17] предполагалось, что целевые положения агентов заданы, и использовалась специальная потенциальная функция. В статье [7] для дискретной мультиагентной системы на прямой предложены протоколы, гарантирующие сходимость агентов к распределению с заданными отношениями расстояний между соседними агентами. Аналогичные задачи решались в работах [4, 15] для мобильных сенсорных сетей.

В статье [18] разработан подход к построению протоколов, обеспечивающих заданное нелинейно-равномерное (равномерное по отношению к некоторой функции) распределение, и исследована робастность этих протоколов относительно коммуникационного запаздывания и переключений сетевой топологии. В отличие от подходов, применявшихся в статьях [7, 15, 17], в работе [18] не предполагалось, что целевые положения агентов или отношения расстояний между ними являются известными. Вместе с тем, следует отметить, что в [18] рассматривался случай, когда динамика агентов моделируется интеграторами первого порядка. Однако с практической точки зрения более важными и интересными являются модели второго порядка [1]. Цель настоящей статьи — обобщить результаты работы [18] на случай, когда в качестве моделей агентов выбираются двойные интеграторы. Заметим также, что для доказательства полученных в статье [18] результатов использовались известные подходы к анализу устойчивости позитивных систем. В данной статье применяется другой подход, который основан на методе декомпозиции в форме, предложенной в монографии [19] и получившей дальнейшее развитие в работах [20–22].

Постановка задачи

Рассмотрим на прямой группу, состоящую из n мобильных агентов. Агенты понимаются как занумерованные точки, способные менять свое положение. Пусть $x_i(t)$ — координата i -го агента в момент времени t , $i = 1, \dots, n$. Предположим, что динамика агентов моделируется уравнениями

$$\ddot{x}_i(t) + c\dot{x}_i(t) = u_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

где c — положительная постоянная (коэффициент демпфирования); u_i — закон управления (протокол).

Кроме того, будем считать, что заданы отрезок $[a, b]$ и непрерывная и строго возрастающая при $\zeta \in (-\infty, +\infty)$ функция $f(\zeta)$. Концы отрезка $[a, b]$ рассматриваются как статичные агенты: $x_0(t) = a$, $x_{n+1}(t) = b$. Отметим, что $f(\zeta)$ может представлять собой целевую функцию в задаче о размещении мобильных сенсоров [4, 15]. Требуется построить децентрализованные протоколы, гарантирующие сходимость агентов к положениям $\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n$, для которых точки $f(\tilde{x}_1), \dots, f(\tilde{x}_n)$ равномерно распределены на отрезке $[f(a), f(b)]$. Также исследуем влияние коммуникационного запаздывания и переключений сетевой топологии на сходимость агентов к заданным положениям.

Построение нелинейного протокола

Пусть выполнены следующие предположения.

Предположение 1. Функция $f(\zeta)$ глобально липшицева, т. е. существует постоянная $L > 0$ такая, что при любых $\zeta_1, \zeta_2 \in (-\infty, +\infty)$ справедливо неравенство $|f(\zeta_1) - f(\zeta_2)| \leq L|\zeta_1 - \zeta_2|$.

Предположение 2. В каждый момент времени t каждый i -й агент получает информацию от своего левого соседа с номером m_i о величине $f(x_{m_i}(t)) - f(x_i(t))$ и от своего правого соседа с номером l_i о величине $f(x_{l_i}(t)) - f(x_i(t))$, где $0 \leq m_i < i$, $i < l_i \leq n + 1$, $i = 1, \dots, n$. Кроме того, каждый агент знает, сколько агентов расположено между ним и теми агентами, от которых ему поступают сигналы, но ему недоступна информация об общем числе агентов в системе.

При этих предположениях децентрализованный протокол можно выбрать в виде

$$u_i = k(\beta_i(f(x_{m_i}(t)) - f(x_i(t))) + \gamma_i(f(x_{l_i}(t)) - f(x_i(t))))), \quad i = 1, \dots, n,$$

где k — положительный коэффициент;

$$\beta_i = \frac{l_i - i}{l_i - m_i}; \quad \gamma_i = \frac{i - m_i}{l_i - m_i}; \quad i = 1, \dots, n.$$

Тогда соответствующая замкнутая система

$$\ddot{x}_i(t) + c\dot{x}_i(t) = k(\beta_i(f(x_{m_i}(t)) - f(x_i(t))) + \gamma_i(f(x_{l_i}(t)) - f(x_i(t))))), \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

будет иметь положение равновесия

$$x = (\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n)^T, \quad \dot{x} = (0, \dots, 0)^T \quad (3)$$

для которого

$$f(\tilde{x}_i) = f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{n+1}i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Теорема 1. Для любого $c > 0$ можно указать число $k_0 > 0$ такое, что при всех $k \in (0, k_0)$ положение равновесия (3) системы (2) асимптотически устойчиво в целом.

Доказательство. Пусть

$$\omega_i(t) = x_i(t) - \tilde{x}_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (4)$$

Тогда

$$\ddot{\omega}_i(t) + c\dot{\omega}_i(t) = k(\beta_i h_{m_i}(\omega_{m_i}(t)) + \gamma_i h_{l_i}(\omega_{l_i}(t)) - h_i(\omega_i(t))), \quad i = 1, \dots, n,$$

где $h_i(\omega_i) = f(\omega_i + \tilde{x}_i) - f(\tilde{x}_i)$. Заметим, что $h_i(0) = 0$ и $\omega_i h_i(\omega_i) > 0$ при $\omega_i \neq 0$, $i = 1, \dots, n$.

Далее с помощью замены переменных

$$y(t) = \omega(t) + \frac{1}{c}\dot{\omega}(t), \quad z(t) = \dot{\omega}(t) \quad (5)$$

преобразуем полученную систему к виду

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &= \frac{k}{c} Ph(y(t)) + \\ &+ \frac{k}{c} P \left(h \left(y(t) - \frac{1}{c} z(t) \right) - h(y(t)) \right); \\ \dot{z}(t) &= -cz(t) + kPh(y(t)) + \\ &+ kP \left(h \left(y(t) - \frac{1}{c} z(t) \right) - h(y(t)) \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \omega(t) &= (\omega_1(t), \dots, \omega_n(t))^T; \\ h(\omega) &= (h_1(\omega_1), \dots, h_n(\omega_n))^T; \end{aligned}$$

$P = \{p_{ij}\}_{i,j=1}^n$ — постоянная матрица, у которой $p_{ii} = -1$, $p_{ij} = \beta_i$ при $j = m_i$, $p_{ij} = \gamma_i$ при $j = l_i$, а остальные элементы i -й строки равны нулю, $i = 1, \dots, n$.

В работе [12] доказано, что для положительного вектора θ , компоненты которого определяются по формулам

$$\theta_i = 1 - \frac{1}{2^i}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (7)$$

выполнено неравенство $P\theta < 0$. Значит (см. [23]), существует диагональная положительно определенная матрица Λ такая, что матрица

$$\Lambda P + P^T \Lambda \quad (8)$$

отрицательно определена.

Функцию Ляпунова для системы (6) строим в виде

$$V(y, z) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \int_0^{y_i} h_i(\zeta) d\zeta + \frac{1}{2} \|z\|^2, \quad (9)$$

где λ_i — диагональные элементы матрицы Λ ; $\|\cdot\|$ — евклидова норма вектора.

Функция (9) положительно определена. Кроме того, $V(y, z) \rightarrow +\infty$ при $\|y\| + \|z\| \rightarrow \infty$. Продифференцируем ее в силу системы (6). Имеем

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{k}{c} h^T(y(t)) \Lambda P h(y(t)) + \\ &+ \frac{k}{c} h^T(y(t)) \Lambda P \left(h \left(y(t) - \frac{1}{c} z(t) \right) - h(y(t)) \right) - \\ &- c \|z(t)\|^2 + kz^T Ph(y(t)) + \\ &+ kz^T P \left(h \left(y(t) - \frac{1}{c} z(t) \right) - h(y(t)) \right). \end{aligned}$$

Учитывая предположение 1 и отрицательную определенность матрицы (8), приходим к неравенству

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\alpha_1 \frac{k}{c} \|h(y(t))\|^2 + \\ &+ k \left(\frac{\alpha_2}{c^2} + \alpha_3 \right) \|h(y(t))\| \|z(t)\| - \left(c - \alpha_4 \frac{k}{c} \right) \|z(t)\|^2. \end{aligned}$$

Здесь $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ — положительные постоянные.

Следовательно, при достаточно малых значениях k и для всех $y(t), z(t) \in R^n$ справедлива оценка

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \left(\alpha_1 \frac{k}{c} \|h(y(t))\|^2 + c \|z(t)\|^2 \right),$$

гарантирующая глобальную асимптотическую устойчивость нулевого решения системы (6). А тогда тем же самым свойством обладает и положение равновесия (3) системы (2).

Теорема доказана.

Размещение агентов при наличии коммуникационного запаздывания и переключений топологии связей

Рассмотрим теперь случай, когда агенты получают сигналы от своих соседей с некоторым постоянным запаздыванием. Также будем предполагать, что связи между агентами могут включаться и выключаться в произвольные моменты времени. Если агент теряет контакт со своим правым (левым) соседом, то он переключается на какого-то другого правого (левого) соседа.

Таким образом, считаем, что выполнено следующее предположение.

Предположение 3. В каждый момент времени t каждый i -й агент получает информацию от своего левого соседа с номером $m_i^{(\sigma)}$ о величине $f(x_{m_i^{(\sigma)}}(t - \tau)) - f(x_i(t))$ и от своего правого соседа с номером $l_i^{(\sigma)}$ — о величине $f(x_{l_i^{(\sigma)}}(t)) - f(x_i(t))$, где $0 \leq m_i^{(\sigma)} < i$, $i < l_i^{(\sigma)} \leq n + 1$, $i = 1, \dots, n$. Здесь τ — постоянное неотрицательное запаздывание, а $\sigma = \sigma(t)$ — закон переключения топологии связей. Кроме того, каждый агент знает, сколько агентов расположено между ним и теми агентами, от которых ему поступают сигналы, но ему недоступна информация об общем числе агентов в системе.

Предположение 4. В качестве допустимых законов переключения будем рассматривать кусочно-постоянные правосторонне непрерывные функции $\sigma(t) : [0, +\infty) \rightarrow \{1, \dots, N\}$, имеющие на каждом ограниченном промежутке только конечное число точек разрыва.

В этом случае децентрализованный протокол можно определить по формуле

$$u_i = k(\beta_i^{(\sigma)}(f(x_{m_i^{(\sigma)}}(t - \tau)) - f(x_i(t))) + \gamma_i^{(\sigma)}(f(x_{l_i^{(\sigma)}}(t)) - f(x_i(t))), i = 1, \dots, n,$$

где k — положительный коэффициент;

$$\beta_i^{(\sigma)} = \frac{l_i^{(\sigma)} - i}{l_i^{(\sigma)} - m_i^{(\sigma)}}, \gamma_i^{(\sigma)} = \frac{i - m_i^{(\sigma)}}{l_i^{(\sigma)} - m_i^{(\sigma)}}, i = 1, \dots, n.$$

Получим замкнутую систему с переключениями и запаздыванием

$$\ddot{x}_i(t) + c\dot{x}_i(t) = k(\beta_i^{(\sigma)}(f(x_{m_i^{(\sigma)}}(t - \tau)) - f(x_i(t))) + \gamma_i^{(\sigma)}(f(x_{l_i^{(\sigma)}}(t)) - f(x_i(t))), (10)$$

$$i = 1, \dots, n,$$

имеющую положение равновесия (3). Пусть начальные функции $\varphi(\xi)$ для решений этой си-

стемы принадлежат пространству непрерывных функций $C([- \tau, 0], R^n)$ с равномерной нормой $\|\varphi\|_\tau = \max_{\xi \in [- \tau, 0]} \|\varphi(\xi)\|$.

Теорема 2. Для любого $c > 0$ можно указать число $k_0 > 0$ такое, что при всех $k \in (0, k_0)$ для любого неотрицательного запаздывания τ и любого допустимого закона переключения положение равновесия (3) системы (10) асимптотически устойчиво в целом.

Доказательство. Последовательно проводя замены переменных (4) и (5), приводим рассматриваемые уравнения к виду

$$\dot{y}(t) = -\frac{k}{c}h(y(t)) - \frac{k}{c}\left(h\left(y(t) - \frac{1}{c}z(t)\right) - h(y(t))\right) + \frac{k}{c}Q^{(\sigma)}h(y(t - \tau)) + \frac{k}{c}Q^{(\sigma)} \times$$

$$\times \left(h\left(y(t - \tau) - \frac{1}{c}z(t - \tau)\right) - h(y(t - \tau))\right); (11)$$

$$\dot{z}(t) = -cz(t) - kh(y(t)) - k\left(h\left(y(t) - \frac{1}{c}z(t)\right) - h(y(t))\right) + kQ^{(\sigma)}h(y(t - \tau)) + kQ^{(\sigma)} \times$$

$$\times \left(h\left(y(t - \tau) - \frac{1}{c}z(t - \tau)\right) - h(y(t - \tau))\right),$$

где $Q^{(\sigma)} = \{q_{ij}^{(\sigma)}\}_{i,j=1}^n$, причем $q_{ij}^{(\sigma)} = \beta_i^{(\sigma)}$ при $j = m_i^{(\sigma)}$, $q_{ij}^{(\sigma)} = \gamma_i^{(\sigma)}$ при $j = l_i^{(\sigma)}$, а остальные элементы i -й строки равны нулю, $i = 1, \dots, n$.

Рассмотрим функционал Ляпунова—Красовского

$$\tilde{V}(y_t, z_t) = (\mu + 1) \sum_{i=1}^n \frac{1}{\theta_i^\mu} \int_0^{y_i(t)} h_i^\mu(\zeta) d\zeta + \frac{k}{c} \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{\theta_i^{\mu+1}} \int_{t-\tau}^t h_i^{\mu+1}(y_i(\xi)) d\xi + \frac{1}{\mu + 1} \|z(t)\|^{\mu+1} + \varepsilon \int_{t-\tau}^t \|z(\xi)\|^{\mu+1} d\xi,$$

где $\varepsilon, \eta_1, \dots, \eta_n$ — положительные коэффициенты; μ — положительное рациональное число с нечетными числителем и знаменателем, величины $\theta_1, \dots, \theta_n$ определяются по формуле (7).

Дифференцируя этот функционал в силу системы (11), имеем

$$\dot{\tilde{V}} \leq -(\mu + 1) \frac{k}{c} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\theta_i^\mu} h_i^{\mu+1}(y_i(t)) + (\mu + 1) \frac{k}{c} \sum_{i,j=1}^n \frac{1}{\theta_i^\mu} q_{ij}^{(\sigma)} h_i^\mu(y_i(t)) h_j(y_j(t - \tau)) +$$

Результаты численного моделирования

$$\begin{aligned}
 & + \frac{k}{c} \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{\theta_i^{\mu+1}} (h_i^{\mu+1}(y_i(t)) - h_i^{\mu+1}(y_i(t-\tau))) + \\
 & + \frac{k}{c^2} \|h(y(t))\|^\mu (\alpha_1 \|z(t)\| + \alpha_2 \|z(t-\tau)\|) + \\
 & + k\alpha_3 \|h(y(t))\| \|z(t)\|^\mu + k\alpha_4 \|h(y(t-\tau))\| \|z(t)\|^\mu + \\
 & + \alpha_5 \frac{k}{c} \|z(t)\|^\mu \|z(t-\tau)\| - \\
 & - \left(c - \alpha_6 \frac{k}{c} - \varepsilon \right) \|z(t)\|^{\mu+1} - \varepsilon \|z(t-\tau)\|^{\mu+1}.
 \end{aligned}$$

Здесь $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ — положительные постоянные.

В работе [18] доказано, что величины $\mu, \eta_1, \dots, \eta_n$ можно выбрать так, чтобы выполнялось неравенство

$$\begin{aligned}
 & -(\mu+1) \sum_{i=1}^n \frac{1}{\theta_i^\mu} h_i^{\mu+1}(y_i(t)) + (\mu+1) \times \\
 & \times \sum_{i,j=1}^n \frac{1}{\theta_i^\mu} q_{ij}^{(\sigma)} h_i^\mu(y_i(t)) h_j(y_j(t-\tau)) + \\
 & + \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i}{\theta_i^{\mu+1}} (h_i^{\mu+1}(y_i(t)) - h_i^{\mu+1}(y_i(t-\tau))) \leq \\
 & \leq -\alpha_7 (\|h(y(t))\|^{\mu+1} + \|h(y(t-\tau))\|^{\mu+1}),
 \end{aligned}$$

где $\alpha_7 = \text{const} > 0$. Получим

$$\begin{aligned}
 \dot{V} & \leq -\alpha_7 \frac{k}{c} (\|h(y(t))\|^{\mu+1} + \|h(y(t-\tau))\|^{\mu+1}) + \\
 & + \frac{k}{c^2} \|h(y(t))\|^\mu (\alpha_1 \|z(t)\| + \alpha_2 \|z(t-\tau)\|) + \\
 & + k\alpha_3 \|h(y(t))\| \|z(t)\|^\mu + k\alpha_4 \|h(y(t-\tau))\| \|z(t)\|^\mu + \\
 & + \alpha_5 \frac{k}{c} \|z(t)\|^\mu \|z(t-\tau)\| - \\
 & - \left(c - \alpha_6 \frac{k}{c} - \varepsilon \right) \|z(t)\|^{\mu+1} - \varepsilon \|z(t-\tau)\|^{\mu+1}.
 \end{aligned}$$

Пусть $\varepsilon < c/3$. Тогда при достаточно малых значениях k справедлива оценка

$$\begin{aligned}
 \dot{V} & \leq -\frac{1}{2} \left(\alpha_7 \frac{k}{c} (\|h(y(t))\|^{\mu+1} + \|h(y(t-\tau))\|^{\mu+1}) + \right. \\
 & \left. + c \|z(t)\|^{\mu+1} + \varepsilon \|z(t-\tau)\|^{\mu+1} \right).
 \end{aligned}$$

Следовательно (см. [24, 25]), нулевое решение системы (11), а значит, и положение равновесия (3) системы (10) глобально асимптотически устойчивы.

Теорема доказана.

Для численного моделирования рассмотрим группу, состоящую из шести агентов, динамика которых определяется уравнениями (10). Пусть $[a, b] = [1, 6]$, $f(\zeta) = \arctg \zeta$, $\tau = 5$, $c = 0,5$. Считаем, что переключения связей происходят каждые 10 единиц времени от ближайших к агенту соседей к следующим за ними (как левым, так и правым). Когда у всех агентов не остается соседей, на которых можно переключиться, счетчик сбрасывается, и переключения снова начинаются с ближайших соседей. Начальные функции для решений соответствующей системы (10) выбираются постоянными: $x_1(\xi) = 0,4$, $x_2(\xi) = 0,8$, $x_3(\xi) = -0,9$, $x_4(\xi) = 1,5$, $x_5(\xi) = -0,3$, $x_6(\xi) = 0,7$ при $\xi \in [-5, 0]$.

Сначала рассмотрим случай $k = 4$. Представленные на рис. 1 результаты моделирования демонстрируют отсутствие сходимости агентов к требуемому распределению.

Далее, в соответствии с установленными теоретическими выводами, уменьшаем значение коэффициента k . Рис. 2 соответствует случаю $k = 1$. Приведенные на этом рисунке графики подтверждают сходимость агентов к заданным положениям.

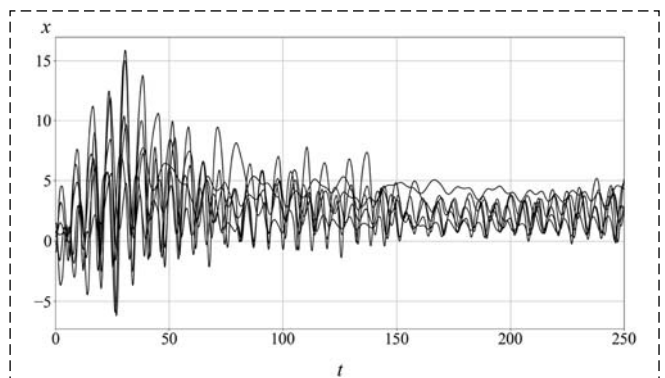


Рис. 1. Динамика агентов ($k = 4$)

Fig. 1. Agent dynamics ($k = 4$)

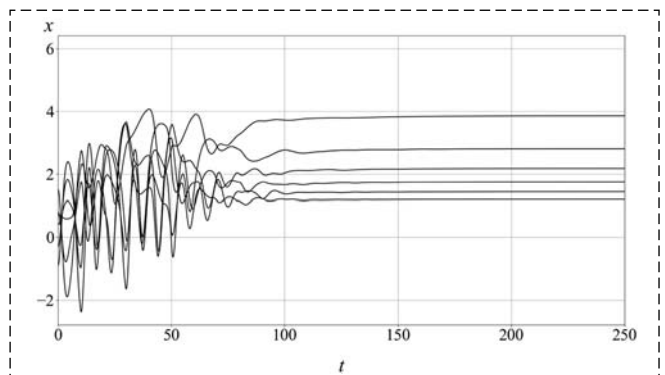


Рис. 2. Динамика агентов ($k = 1$)

Fig. 2. Agent dynamics ($k = 1$)

Заклучение

Исследована задача нелинейно-равномерного размещения на отрезке группы мобильных агентов, моделируемых интеграторами второго порядка. Предложены способы построения децентрализованных протоколов управления и определены условия, при выполнении которых эти протоколы обеспечивают заданное размещение агентов. Доказано, что ни запаздывание, ни переключения не нарушают сходимости агентов к требуемому распределению. Отметим, что результаты работы могут быть распространены на случай, когда агенты и отрезок заданы в пространстве произвольной размерности, при условии, что протоколы управления по координатам развязаны, а также на случай, когда информация от различных соседей поступает с разными значениями запаздывания. В качестве направления дальнейших исследований отметим нахождение оценок скорости сходимости агентов к заданному распределению.

Список литературы

1. **Проблемы** сетевого управления / Под ред. А. Л. Фрадкова. М.—Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2015. 392 с.
2. **Ren W., Cao W.** Distributed Coordination of Multi-Agent Networks. London: Springer-Verlag, 2011.
3. **Oh K.-K., Park M.-C., Ahn H.-S.** A survey of multi-agent formation control // *Automatica*. 2015. Vol. 53. P. 424–440.
4. **Cortes J., Martinez S., Karatas T., Bullo F.** Coverage control for mobile sensing networks // *IEEE Trans. Robot. Autom.* 2004. Vol. 20, N. 2. P. 243–255.
5. **Зенкевич С. Л., Назарова А. В., Хуа Ч.** Моделирование и анализ движения группы мобильных роботов в среде ROS // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2017. Т. 18, № 5. С. 317–320.
6. **Муслимов Т. З., Мунасыпов Р. А.** Децентрализованное групповое нелинейное управление строем беспилотных летательных аппаратов самолётного типа // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2020. Т. 21, № 1. С. 43–50.
7. **Щербаков П. С.** Управление формациями. Схема Ван Лоуна и другие алгоритмы // *Управление большими системами*. 2010. Вып. 30.1. С. 681–696.

8. **Wagner I. A., Bruckstein A. M.** Row Straightening via Local Interactions // *Circuits Syst. Signal Process.* 1997. Vol. 16, N. 2. P. 287–305.
9. **Проскурников А. В., Парсегов С. Э.** Задача равномерного размещения на отрезке для агентов с моделью второго порядка // *Автоматика и телемеханика*. 2016. № 7. С. 152–165.
10. **Aleksandrov A.** A problem of formation control on a line segment under protocols with communication delay // *Systems Control Letters*. 2021. Vol. 155. Art. no. 104990.
11. **Парсегов С. Э., Поляков А. Е., Щербаков П. С.** Достижение равноудаленного распределения агентов на отрезке за заданное время // *Докл. РАН*. 2013. Т. 448, № 5. С. 524–528.
12. **Aleksandrov A., Fradkov A., Semenov A.** Delayed and switched control of formations on a line segment: Delays and switches do not matter // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2020. Vol. 65, N. 2. P. 794–800.
13. **Palmer A. C.** Dimensional analysis and intelligent experimentation. Singapore: World Sci., 2008.
14. **Dehaene S., Izard V., Spelke E., Pica P.** Log or linear? Distinct intuitions of the number scale in Western and Amazonian indigene cultures // *Science*. 2008. Vol. 320, N. 5880. P. 1217–1220.
15. **Martinez S., Bullo F.** Optimal sensor placement and motion coordination for target tracking // *Automatica*. 2006. Vol. 42. P. 661–668.
16. **Wieland P., Sepulchre R., Allgwer F.** An internal model principle is necessary and sufficient for linear output synchronization // *Automatica*. 2011. Vol. 47. P. 1068–1074.
17. **Lageman C., Helmke U., Anderson B. D. O.** Formation control on lines, circles and ellipses: Genericity results and Morse theoretic ideas // *Proc. IEEE Conf. Decis. Control, Osaka, Japan*. 2015. P. 4278–4283.
18. **Aleksandrov A. Y., Andriyanova N. R.** Distributed algorithms for mobile agent deployment on a line segment under switching topology and communication delays // *IEEE Control Systems Letters*. 2022. Vol. 6. P. 3218–3223.
19. **Зубов В. И.** Аналитическая динамика гироскопических систем. Л.: Судостроение, 1970. 320 с.
20. **Косов А. А.** Исследование устойчивости сингулярных систем методом вектор-функций Ляпунова // *Вестник С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. Вып. 4*. С. 123–129.
21. **Aleksandrov A. Yu., Chen Y., Kosov A. A., Zhang L.** Stability of Hybrid Mechanical Systems with Switching Linear Force Fields // *Nonlinear Dynamics and Systems Theory*. 2011. Vol. 11, N. 1. P. 53–64.
22. **Александров А. Ю., Косов А. А., Чэнь Я.** Об устойчивости и стабилизации механических систем с переключениями // *Автоматика и телемеханика*. 2011. № 6. С. 5–17.
23. **Kaszukiewicz E., Bhaya A.** Matrix diagonal stability in systems and computation. Boston, Basel, Berlin: Birkh@user, 2000.
24. **Liberzon D.** Switching in Systems and Control. Boston, MA: Birkhauser, 2003.
25. **Hale J. K., Verduyn Lunel S. M.** Introduction to Functional Differential Equations. New York: Springer-Verlag, 1993.

Nonlinear Algorithms for Controlling a Group of Mobile Agents on a Segment

A. Yu. Aleksandrov, a.u.aleksandrov@spbu.ru, **S. B. Ruzin**, serruz001@gmail.com,
Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, 199034, Russian Federation,

Corresponding author: Aleksandrov A. Yu., D. Sc, Professor, Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, 199034, Russian Federation, e-mail: a.u.aleksandrov@spbu.ru

Accepted on November 16, 2022

Abstract

A group of mobile agents on a straight line is considered. Agents are understood as numbered points that can change their position. It is assumed that the dynamics of agents is modeled by second-order integrators, with each agent receiving information from one of its left and one of its right neighbors (not necessarily nearest neighbors). It is required to provide

a given nonlinear-uniform (uniform with respect to a prescribed nonlinear function) deployment of agents on a straight line segment. It is worth mentioning that, in numerous applications such as optic, acoustics, physiology, information theory, thermodynamics, etc., instead of linear scale, nonlinear ones (for instance, logarithmic) are used. In addition, it should be noted that an important class of formation control problems is synchronization of processes with respect to certain functions of phase coordinates. To solve the stated problem, nonlinear decentralized protocols are proposed. The conditions on the control parameters are determined, under which the agents converge to the required positions. The robustness of the constructed control protocols with respect to communication delay and network topology switching (replacing chosen neighbors by the other ones) is investigated. In this case, it is assumed that information about the magnitude of the delay and about the switching law may be absent. It is shown that for any constant non-negative delay and any admissible law for switching connections, a given deployment of agents is guaranteed. The proofs of the stated statements are based on the application of the Lyapunov direct method and a special form of the decomposition method. Original constructions of Lyapunov functions and Lyapunov–Krasovskii functionals are used. The results of numerical simulation are presented, confirming the obtained theoretical conclusions.

Keywords: multiagent system, formation control, second order integrators, delay, switching, Lyapunov direct method, asymptotic stability, robustness, decomposition method

For citation:

Aleksandrov A. Yu., Ruzin S. B. Nonlinear Algorithms for Controlling a Group of Mobile Agents on a Segment, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 3, pp. 115–121.

DOI: 10.17587/mau.24.115-121

References

1. **Fradkov A. L.** ed. Problems of Network Control, Moscow—Izhevsk, Institute of Computer Sciences, 2015, 392 p. (in Russian).
2. **Ren W., Cao W.** Distributed Coordination of Multi-Agent Networks, London, Springer-Verlag, 2011.
3. **Oh K.-K., Park M.-C., Ahn H.-S.** A survey of multi-agent formation control, *Automatica*, 2015, vol. 53, pp. 424–440.
4. **Cortes J., Martinez S., Karatas T., Bullo F.** Coverage control for mobile sensing networks, *IEEE Trans. Robot. Autom.*, 2004, vol. 20, no. 2, pp. 243–255.
5. **Zenkevich S. L., Nazarova A. V., Hua Z.** Simulation and analysis of the movement of a group of mobile robots in ROS, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 5, pp. 317–320 (in Russian).
6. **Muslimov T. Z., Munasyrov R. A.** Decentralized nonlinear group control of fixed-wing UAV formation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 1, pp. 43–50 (in Russian).
7. **Shcherbakov P. S.** Formation control. The Van Loan scheme and other algorithms, *Upravlenie Bol'shimi Sistemami*, 2010, iss. 30.1, pp. 681–696 (in Russian).
8. **Wagner I. A., Bruckstein A. M.** Row straightening via local interactions, *Circuits Syst. Signal Process*, 1997, vol. 16, no. 2, pp. 287–305.
9. **Proskurnikov A. V., Parsegov S. E.** Problem of uniform deployment on a line segment for second-order agents, *Avtomatika i telemekhanika*, 2016, no. 7, pp. 152–165 (in Russian).
10. **Aleksandrov A.** A problem of formation control on a line segment under protocols with communication delay, *Systems Control Letters*, 2021, vol. 155, Art. no. 104990.
11. **Parsegov S. E., Polyakov A. E., Shcherbakov P. S.** Non-linear fixed-time control protocol for uniform allocation of agents on a segment, *Doklady RAN*, 2013, vol. 448, no. 5, pp. 524–528 (in Russian).
12. **Aleksandrov A., Fradkov A., Semenov A.** Delayed and switched control of formations on a line segment: Delays and switches do not matter, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, vol. 65, no. 2, pp. 794–800.
13. **Palmer A. C.** Dimensional Analysis and Intelligent Experimentation, Singapore, World Sci., 2008.
14. **Dehaene S., Izard V., Spelke E., Pica P.** Log or linear? Distinct intuitions of the number scale in Western and Amazonian indigene cultures, *Science*, 2008, vol. 320, no. 5880, pp. 1217–1220.
15. **Martinez S., Bullo F.** Optimal sensor placement and motion coordination for target tracking, *Automatica*, 2006, vol. 42, pp. 661–668.
16. **Wieland P., Sepulchre R., Allgwer F.** An internal model principle is necessary and sufficient for linear output synchronization, *Automatica*, 2011, vol. 47, pp. 1068–1074.
17. **Lageman C., Helmke U., Anderson B. D. O.** Formation control on lines, circles and ellipses: Genericity results and Morse theoretic ideas, *Proc. IEEE Conf. Decis. Control, Osaka, Japan*, 2015, pp. 4278–4283.
18. **Aleksandrov A. Y., Andriyanova N. R.** Distributed algorithms for mobile agent deployment on a line segment under switching topology and communication delays, *IEEE Control Systems Letters*, 2022, vol. 6, pp. 3218–3223.
19. **Zubov V. I.** Analytical Dynamics of Gyroscopic Systems, Leningrad, Sudostroenie, 1970, 320 p. (in Russian).
20. **Kosov A. A.** Stability investigation of singular systems by the Lyapunov vector-functions method, *Vestnik S.-Peterb. un-ta. Seriya 10*, iss. 4, pp. 123–129 (in Russian).
21. **Aleksandrov A. Yu., Chen Y., Kosov A. A., Zhang L.** Stability of hybrid mechanical systems with switching linear force fields, *Nonlinear Dynamics and Systems Theory*, 2011, vol. 11, no. 1, pp. 53–64.
22. **Aleksandrov A. Yu., Kosov A. A., Chen Y.** Stability and stabilization of mechanical systems with switching, *Avtomatika i telemekhanika*, 2011, no. 6, pp. 5–17 (in Russian).
23. **Kaszukiewicz E., Bhaya A.** Matrix Diagonal Stability in Systems and Computation, Boston, Basel, Berlin, Birkh@user, 2000.
24. **Liberzon D.** Switching in Systems and Control, Boston, MA, Birkhauser, 2003.
25. **Hale J. K., Verduyn Lunel S. M.** Introduction to Functional Differential Equations, New York, Springer-Verlag, 1993.

В. И. Ловчаков, д-р техн. наук, проф., lovvi50@mail.ru,
Тульский государственный университет

Выбор весовых коэффициентов квадратичного функционала качества в задаче АКОР Летова—Калмана

Для линейных стационарных одномерных объектов управления рассматривается обратная задача аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР), которая состоит в определении весовых коэффициентов квадратичного функционала оптимальности процесса управления, обеспечивающих замкнутой системе регулирования заданные значения первичных показателей качества (времени переходных процессов, перерегулирования и статической ошибки). Она анализируется применительно к задаче АКОР в постановке Летова—Калмана.

Предлагается способ ее решения, основанный на преобразовании задачи АКОР к канонической форме, в которой объект управления описывается в канонической форме фазовой переменной, а функционал качества определяется как интеграл от суммы квадратов канонических фазовых координат объекта, равных соответствующим производным фазовой переменной, с определенными весовыми коэффициентами, а также квадрата сигнала управления. Показывается, что решение обратной канонической задачи АКОР Летова—Калмана определяется значениями только трех ненулевых весовых коэффициентов критерия, причем один из них имеет единичное значение. Значения двух других коэффициентов предлагается находить в процессе моделирования синтезированной оптимальной системы управления из условий обеспечения для нее значений первичных показателей качества не более заданных.

Полученные результаты, представленные в форме теорем 1 и 2, распространены на синтез астатических систем управления, в которых для получения астатизма к выходу объекта подключается дополнительный интегратор. Поскольку такой "расширенный" объект управления описывается с использованием вектора состояния, имеющего первые две фазовые координаты канонического вида, то синтез оптимальной системы осуществляется без преобразования описания объекта к канонической форме фазовой переменной и обратно. Конструирование астатической системы управления иллюстрируется примером.

Ключевые слова: линейный одномерный объект, квадратичный критерий качества, аналитическое конструирование оптимального регулятора (АКОР), статическая ошибка, перерегулирование, быстроедействие

Введение

К линейно-квадратичным задачам управления, или задачам аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) [1—4], относятся задачи структурно-параметрического синтеза линейных систем управления на основе минимизации интегрального квадратичного функционала (критерия) качества. Задачи данного типа впервые были сформулированы и решены в работах А. М. Летова [6] и Р. Э. Калмана [5] в шестидесятые годы прошлого столетия. В настоящее время метод АКОР Калмана—Летова получил признание специалистов автоматического управления и стал классическим методом синтеза систем управления [3, 4]. Это явилось следствием широкого применения в теории АКОР интегральных квадратичных критериев качества процессов управления, подынтегральная функция которых представляется как сумма произведений фазовых координат объекта с весовыми коэффициентами $q_{ij} > 0$, $i, j = 1, 2, \dots, n$ (они образуют матрицу Q), а также квадрата сигнала управления с коэффициентом r . Если эти весовые коэффициенты заданы, то дальнейший расчет матрицы коэффициентов обратных свя-

зей оптимального регулятора математически строго формализован и в основном сводится к решению матричного уравнения Риккати [1, 2].

Анализ "безраздельного господства" теории АКОР — методологии линейно-квадратичной оптимизации — проведен в работе [3], в которой оно связывается с такими очевидными достоинствами данной методологии, как

- 1) логическая завершенность и принципиальная математическая простота;
- 2) законченность и аналитический характер получаемых решений;
- 3) применимость к широкому классу линейных стационарных и нестационарных динамических объектов как с конечным, так и с бесконечным временем функционирования.

В этой работе одновременно критикуется данное чрезмерное "безраздельное господство" методологии линейно-квадратичной оптимизации в теории управления. Критика в основном сводится к следующим положениям:

- 1) квадратичные функционалы качества не имеют ясного физического смысла, и их широкое распространение во многом предопределяется простотой вычисления и удобством использования в аналитических исследованиях;

2) в теории АКОР не решена проблема выбора значений весовых коэффициентов квадратичного функционала и их связи с общепринятыми в инженерной практике первичными показателями качества синтезируемых систем (временем переходного процесса, перерегулированием, статической ошибкой регулирования и др.).

Впервые задача связи между весовыми коэффициентами Q , r квадратичного критерия и динамическими свойствами оптимизируемых процессов управления, именуемая *задачей обращения* или *обратной задачей АКОР*, была поставлена в работах Р. Калмана [8], Р. Беллмана и Р. Калабы [9]. Сложность решения этой задачи предопределяется недостаточной информативностью квадратичных функционалов качества, поскольку их значения определяются не только коэффициентами Q , r , но также и параметрами объекта управления. До настоящего времени предпринимаются многочисленные попытки решения обратной задачи АКОР. Здесь выделим, прежде всего, работы отечественных ученых А. М. Летова, А. А. Красовского, А. Г. Александрова, Я. Курцвейля, Ю. Б. Попова, Ю. П. Плотникова, В. Н. Романенко, Ч. П. Даса, Р. Т. Янушевского, В. А. Подчукаева, В. В. Григорьева, В. Д. Фурасова, Л. И. Кожинской, Н. В. Кухаренко, Г. А. Крыжановского и др. Однако необходимо подчеркнуть, что зависимость между весовыми коэффициентами критерия и инженерными показателями качества системы является сложной, и ее определение остается основной проблемой современной теории АКОР. Для ее решения предложены отдельные подходы и рекомендации [2, 10–14], которые имеют часто эвристический, эмпирический характер. К ним, например, относится метод равных вкладов максимальных отклонений [3], который основан на предположении, что известны предельно допустимые значения входных и выходных переменных объекта (или их отклонений). Соответственно весовые коэффициенты критерия находятся из гипотетического условия равенства слагаемых критерия при этих максимальных значениях переменных объекта. Такое задание коэффициентов функционала можно рассматривать только как предварительное. Согласно общей идее метода АКОР после определения оптимальных управлений следует проверка качества процессов в синтезированной системе путем ее моделирования с использованием цифровой вы-

числительной техники. Если процессы в этой системе в каком-либо отношении не удовлетворяют проектировщика, то проводится целенаправленная корректировка весовых коэффициентов критерия качества и повторное определение скорректированных оптимальных управлений. При необходимости этапы итерационного процесса АКОР повторяются несколько раз. Таким образом, процедура нахождения весовых коэффициентов критерия качества, как правило, сводится к многократному (итерационному) перерасчету параметров и моделированию синтезируемой системы управления при выбранных некоторым способом значениях искомых коэффициентов.

Каждая такая итерация перерасчета и моделирования оптимальной системы сопряжена с большим объемом вычислений по определению $n(n + 1)/2$ элементов симметричной матрицы Q и весового коэффициента r . Для уменьшения числа итераций могут применяться методы математического программирования [14]. В данной работе, вслед за работами [15, 16], в целях дополнительного уменьшения объема вычислений применительно к одномерным стационарным объектам решается задача установления наименьшего числа ненулевых элементов матрицы Q , достаточных для обеспечения в проектируемой системе управления заданных значений первичных показателей качества, а именно времени переходного процесса, перерегулирования и статической ошибки системы. Статья является непосредственным продолжением работы [15], в отличие от которой дополнительно анализируется третий первичный показатель качества — статическая ошибка системы.

Постановка задач управления и исследования

Исследуемый класс линейных стационарных объектов управления описывается матричным дифференциальным уравнением

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + Bu(t), \quad (1)$$

где $Z(t)$ — вектор координат состояния объекта; $u(t)$ — его управляющее воздействие; A , B — постоянные матрицы параметров объекта размерностей $n \times n$, $n \times 1$ соответственно, для которых выполняется условие управляемости объекта. Предполагается, что координаты $z_i(t)$

вектора состояния объекта имеют физический смысл отклонений от заданного режима его работы.

Рассмотрим классическую стационарную задачу АКОР Калмана—Летова с интегральным квадратичным критерием оптимальности процесса управления

$$I = \int_0^{\infty} (Z^T(t)QZ(t) + ru^2(t))dt, \quad (2)$$

где Q — симметричная положительно определенная матрица, составленная из весовых коэффициентов q_{ij} ; r — положительный весовой коэффициент функционала качества. Задача АКОР формулируется следующим образом [7, 17]: необходимо найти закон обратной связи $u(t) = F_0[Z(t)]$, образующий совместно с исходным объектом (1) асимптотически устойчивую замкнутую систему, доставляющую минимум функционалу качества (2) при переводе объекта управления из начального положения $X(0) = X_0$ в конечное нулевое.

Как известно [17—19], решением задачи (1), (2) является линейный алгоритм управления

$$u(t) = -r^{-1}B^T PZ(t) = -KZ(t), \quad K = r^{-1}B^T P, \quad (3)$$

в котором матрица P находится как положительно определенное решение матричного уравнения Риккати

$$PA + A^T P - r^{-1}PBB^T P + Q = 0. \quad (4)$$

Соответственно, задача исследования ставится следующим образом: для объекта (1) с конкретными числовыми матрицами параметров требуется с использованием решения (3), (4) определить такие значения матрицы весовых коэффициентов Q (полагается коэффициент $r = 1$, поскольку он может принимать любое положительное значение без изменения результата синтеза регулятора), при которых синтезируемая система с управлением (3) имела бы для выделенного режима работы значения времени переходных процессов (времени регулирования) t_p , статической ошибки e и перерегулирования σ не более заданных t_{pz} , e_z , σ_z , причем при синтезе системы целесообразно использовать минимальное число ненулевых элементов матрицы коэффициентов Q .

Подчеркнем, что в формулировке задачи исследования в соответствии с классической теорией автоматического управления под временем

регулирования t_p понимается наименьшее время отработки системой ступенчатого воздействия $x_z \cdot 1(t)$ (x_z — сигнал задания регулятора), по истечении которого отклонение выходной переменной объекта от установившегося значения не превышает принятого значения Δ "трубки" [17, 21]. При этом для обеспечения единственности решения сформулированной задачи исследования, как и в работах [15, 16], принимается $\Delta = \sigma_z = 4,321\%$, где заданное значение перерегулирования системы предполагается равным перерегулированию колебательного звена с коэффициентом демпфирования $\sqrt{2}/2$ — фильтру Баттерворта второго порядка [17, 20].

Выбор весовых коэффициентов квадратичного функционала качества

В этом разделе излагаются и уточняются результаты, полученные автором в работах [15, 16].

Основной результат работы [15] с учетом дополнительного анализа статической точности системы управления можно сформулировать в виде **теоремы 1**: если в задаче АКОР (1), (2) объект описывается в каноническом фазовом пространстве с вектором состояния $X = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$, а матрица Q критерия имеет один ненулевой элемент $q_{11} = q_1$, то ее решение при выборе достаточно большого значения $q_1 \gg 0$ определяет замкнутую систему управления со значениями времени регулирования и статической ошибки не более заданных t_{pz} и e_z . При предельных значениях весового коэффициента $q_1 \rightarrow \infty$ описание оптимальной замкнутой системы приближается к передаточной функции (ПФ) фильтра Баттерворта n -го порядка, из которой следует оценка весового коэффициента

$$q_1 \geq \frac{r}{\alpha^{2n} b^2}, \quad \alpha = \frac{t_{pz}}{\tau_p}, \quad (5)$$

где t_p — время регулирования фильтра Баттерворта, описываемого ПФ, нормированной по Вышнеградскому [17, 22]; b — элемент вектора $B = (0, 0, \dots, 0, b)^T$ описания объекта в каноническом фазовом пространстве.

Доказательство теоремы в ее главной части (без учета статической точности системы) имеется в работе [15]. Справедливость теоремы при учете статической ошибки вытекает из следующего **замечания 1**. Согласно работе [15] весовой

коэффициент q_1 критерия определяет общий коэффициент усиления K_r синтезируемой системы, которая сохраняет устойчивость при его любых больших значениях. Из классической ТАУ известно [1, 17], что при увеличении коэффициента K_r устойчивой системы уменьшается значение статической ошибки системы. Поэтому при соответствующем увеличении коэффициента q_1 и, соответственно, K_r можно получить заданное значение статической ошибки e_z или менее этого значения для одновременного достижения требуемого времени регулирования системы, что и доказывает справедливость теоремы 1.

Необходимо подчеркнуть, что синтезированные в соответствии с теоремой 1 системы управления имеют повышенное быстродействие. Это для объектов с каноническим вектором состояния $X = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$ можно обосновать с использованием результата работы [16]. В этой работе показано, что для указанных объектов введение в квадратичный функционал качества составляющих $q_i x_i^2(t)$, $i = 2, 3, \dots, n - 1$, только увеличивает время переходных процессов синтезируемой оптимальной системы, так как это в процессе минимизации функционала (13) [16] приводит к ограничению значений скорости, ускорения и других более высоких производных выходной переменной объекта.

Также отметим, что системы управления высокого порядка, синтезированные с использованием теоремы 1, движение которых при больших значениях q_1 приближается к движению фильтров Баттерворта, могут иметь существенные значения перерегулирования. Действительно, согласно работе [17], фильтры Баттерворта порядка $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ имеют значения перерегулирования $\sigma_2 = 4,321$, $\sigma_3 = 8,147$, $\sigma_4 = 10,828$, $\sigma_5 = 12,777$, $\sigma_6 = 14,251$, $\sigma_7 = 15,412$, $\sigma_8 = 16,349$ % и при дальнейшем увеличении n перерегулирование также увеличивается, но с уменьшающейся скоростью [17, 20]. Следовательно, все фильтры Баттерворта, за исключением фильтра второго порядка, имеют большее перерегулирование, чем заданное $\sigma_z = 4,321$ %.

Синтез систем с желаемым значением перерегулирования предлагается осуществлять с использованием **теоремы 2**: если в задаче АКОР (1), (2) объект описывается в каноническом фазовом пространстве с вектором состояния $X = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$, а матрица Q критерия имеет два ненулевых элемента $q_{11} = q_1$, $q_{22} = q_2$, то ее решение при выборе достаточно

больших значений $q_1 \gg 0$ и $q_2 \gg 0$ определяет замкнутую систему управления со значениями времени регулирования, статической ошибки и перерегулирования не более заданных t_{pz} , e_z , σ_z . При предельных значениях весовых коэффициентов $q_1 \rightarrow \infty$ и $q_2 = c(q_1)^{\frac{n-1}{n}} \rightarrow \infty$ ($c = \text{const}$) описание оптимальной замкнутой системы приближается к ПФ модифицированного фильтра Баттерворта n -го порядка, из которой следует оценка коэффициентов

$$q_1 \geq \frac{r}{b^2} \left(\frac{1}{\alpha^{2n}} - a_1^2 \right), \quad \alpha = \frac{t_{pz}}{\tau_p}, \quad (6)$$

$$q_2 \geq a(q_1)^{\frac{n-1}{n}} / \sqrt[n]{b^2},$$

где параметры a , τ_p определяются с использованием табл. 1 приложения в соответствии с порядком применяемого модифицированного фильтра Баттерворта.

Справедливость теоремы 2, аналогично теореме 1, вытекает также из результатов работы [15] с учетом вышеприведенного замечания 1.

Необходимо подчеркнуть, что теоремы 1 и 2 определяют решения обратной задачи АКОР при описании объекта в управляемой канонической форме (представлении) [23], которая также называется канонической формой фазовой переменной [18, 24]. Она характеризуется фазовой переменной $x(t)$ и вектором состояния объекта $X = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$. В этом фазовом пространстве модель объекта определяется матрицей, являющейся матрицей Фробениуса, в последней строке которой располагаются коэффициенты характеристического уравнения объекта. Если модель объекта (1) представлена с использованием неканонического вектора состояния, то предлагается предварительно осуществить линейное преобразование фазовых координат объекта $X(t) = DZ(t)$ с невырожденной матрицей D , при которой описание объекта принимает управляемую каноническую форму (D определяется известными способами [1, 12]). Используя указанное решение и преобразование координат $Z(t) = D^{-1}X(t)$, несложно найти решение

$$Q = (D^{-1})^T \begin{pmatrix} q_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & q_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} D^{-1} \quad (7)$$

обратной задачи АКОР для объекта (1) с неканоническим вектором состояния.

Синтез оптимальных астатических систем

Необходимо отметить, что полученные результаты, представленные в теоремах 1—2, могут быть непосредственно (без преобразования описания объекта к канонической форме фазовой переменной и обратно) применены к синтезу астатических систем управления, в которых для получения астатизма к выходу объекта подключается дополнительный интегратор. Состояние такого "расширенного" объекта возможно описать вектором

$$X = (x_1, x_2, \bar{X})^T = (x, \dot{x}, \bar{X})^T, \quad (8)$$

где $x_1(t) = x(t)$ — выходной сигнал интегратора; $x_2(t) = \dot{x}(t)$ — выход объекта; \bar{X} — вектор состояния исходного объекта. Использование модели объекта с вектором состояния (8), имеющего первые две канонические фазовые координаты, и квадратичного критерия с диагональной матрицей Q размерности $(n + 1)(n + 1)$, для которой ненулевыми являются первые два элемента, обеспечивает проведение синтеза оптимального регулятора напрямую в соответствии с теоремами 1—2.

Синтез оптимальной астатической системы рассмотрим на конкретном примере.

Пример. Пусть передаточная функция объекта управления имеет вид

$$W(p) = 1/(0,1p^3 + 0,8p^2 + 1,7p + 1). \quad (9)$$

Для данного объекта в работе [15] в каноническом фазовом пространстве решалась задача АКOP с квадратичным функционалом качества, имеющим ненулевые весовые коэффициенты $q_1 = 1$, $q_2 = 0,0293$, $r = 3,5 \cdot 10^{-7}$, в целях синтеза астатической системы управления, характеризующейся максимальным быстродействием и перерегулированием $\sigma_z = \Delta = 4,321$ %. В ней был получен оптимальный регулятор с параметрами $K = (1690,31 \ 762,786 \ 143,267 \ 10,7225)$, обеспечивающий отработку единичного задания с нулевой статической ошибкой, перерегулированием $\sigma_z = 4,163$ % и временем переходных процессов $t_p = 0,745$ с, причем управляющий сигнал не превышал ограничения $|u(t)| \leq u_{\max} = 10$.

Теперь для объекта (9) решим задачу АКOP с использованием неканонического вектора состояния и моделированием системы убедим-

ся, что выбором параметров q_1 , q_2 , r квадратичного функционала можно для нее получить первичные показатели качества не хуже, чем вышеуказанные.

При выборе вектора состояния объекта воспользуемся тем обстоятельством, что его характеристический полином имеет вещественные корни $p_1 = -1$, $p_2 = -2$, $p_3 = -5$. В этом случае данный объект можно представить как последовательное соединение трех аperiodических звеньев, состояние которого соответственно характеризуется фазовыми координатами, равными выходным сигналам указанных звеньев. Такой объект описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) + x_3(t); \\ \dot{x}_3(t) &= -2x_3(t) + x_4(t); \\ \dot{x}_4(t) &= -5x_4(t) + 10u(t). \end{aligned} \quad (10)$$

Подключив к выходу объекта (10) дополнительный интегратор с выходной координатой $x_1(t)$, приходим к описанию "расширенного" объекта

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) \quad (11)$$

с матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Для объекта (11) задача АКOP решалась в системе MATLAB с использованием стандартной программы (функции) `lqr(A, B, Q, r)` с последующим моделированием синтезированной системы управления. Результаты моделирования оптимальной системы управления, при котором определялись ее первичные показатели качества в зависимости от значений коэффициентов q_1 , q_2 ($r = 1$) квадратичного критерия, представлены в табл. 1 и табл. 2.

Табл. 1 отражает зависимость показателей качества системы от значений коэффициента q_1 критерия при $q_2 = 0$. Система управления по выходной фазовой координате $x_2(t)$, аналогично системе, рассмотренной в работе [15], имеет аperiodические переходные процессы при отработке единичного ступенчатого сигнала, причем при увеличении коэффициента q_1 уве-

личивается максимальное значение управляющего сигнала u_{\max} на интервале управления и увеличивается значение перерегулирования σ , что приводит к изменению времени переходных процессов $t_{\text{пп}}$, которое рассчитывалось с использованием "трубки" $\Delta = \sigma_z = 4,321$.

Далее при моделировании фиксировалось значение $q_1 = 64$ и изменялось значение коэффициента q_2 (табл. 2).

Табл. 2 демонстрирует, что увеличение коэффициента q_2 вызывает уменьшение значений перерегулирования σ системы (величина u_{\max} изменяется совсем незначительно, на доли процента), что приводит к уменьшению значений времени переходных процессов системы, пока $\sigma \leq \Delta = 4,321 \%$.

Последующий циклический процесс изменения коэффициентов q_1, q_2 квадратичного критерия позволил установить значения $q_1 = 29000, q_2 = 560$, при которых синтезируемая система управления имеет показатели качества $\sigma = 4,16 \%, t_{\text{пп}} = 0,745, u_{\max} = 10,02$

Таблица 1
Table 1

Показатели качества системы управления при $q_1 = 0$
Quality indicators of the control system at $q_1 = 0$

q_1	$\sigma, \%$	$t_{\text{пп}}, \text{с}$	u_{\max}
0,5	0,17	5,76	1,006
1	0,87	4,53	1,039
2	1,88	3,69	1,101
4	2,96	3,08	1,197
8	3,99	2,62	1,327
16	4,92	3,41	1,495
32	5,73	3,096	1,712
64	6,42	2,79	1,983

Таблица 2
Table 2

Показатели качества системы управления при $q_1 = 64$
Quality indicators of the control system at $q_1 = 64$

q_2	$\sigma, \%$	$t_{\text{пп}}, \text{с}$	u_{\max}
0,5	6,11	2,768	1,975
1	5,81	2,748	1,967
2	5,23	2,684	1,951
4	4,15	1,824	1,919
8	2,31	1,912	1,863

такие же, как и в системе управления, рассмотренной в работе [15]. Этот результат подтверждает поставленную цель рассмотрения примера синтеза системы.

Заключение

В работе предложен способ решения обратной задачи АКОР в постановке Летова—Калмана. Он предусматривает преобразование задачи АКОР к канонической форме, в которой объект управления описывается матричным дифференциальным уравнением с вектором состояния $X = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$, а функционал качества определяется как интеграл от суммы квадратов канонических фазовых координат объекта с весовыми коэффициентами $q_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$, а также квадрата сигнала управления с соответствующим коэффициентом $r > 0$. Доказаны теоремы 1 и 2, утверждающие, что решение обратной канонической задачи АКОР Летова—Калмана определяется значениями только трех ненулевых весовых коэффициентов критерия, причем один из них имеет единичное значение $r = 1$. Значения двух других коэффициентов q_1, q_2 предлагается находить в процессе моделирования синтезированной оптимальной системы управления из условий обеспечения для нее заданных значений первичных показателей качества (статической ошибки, времени переходных процессов и перерегулирования).

Данные результаты распространены на конструирование астатических систем управления, состояние которых описывается вектором состояния, имеющим только первые две фазовые координаты канонического вида. Примечательно, что синтез данных систем осуществляется без преобразования описания объекта к канонической форме фазовой переменной и обратно.

Приложение. Модифицированные полиномы и фильтры Баттерворса

Согласно работе [16] модифицированные фильтры Баттерворта имеют передаточную функцию

$$W_0(q) = 1 / G(q) = 1 / (q^n + g_{N-1}q^{n-1} + g_{N-2}q^{n-2} + \dots + g_1q + 1), \quad (\text{П-1})$$

Параметры и показатели систем с ПФ $W_0(q)$
Parameters and indicators of systems with the NTFS $W_0(q)$

n	a	Коэффициенты $G(q)$	Корни $G(q)$	T_i	ζ_i	τ_p
2	0	$g_1 = \sqrt{2}$	$p_{1,2} = -\sqrt{2}/2 \pm \sqrt{2}/2i$	1	$\zeta_1 = \sqrt{2}/2 = 0,707107$	2,9744
3	0,4760	$g_1 = 2,150236$ $g_2 = 2,073758$	$p_1 = -0,918078$ $p_{2,3} = -0,57784 \pm 0,869099i$	$T_1 = 1,089232$ $T_2 = 0,958164$	$\zeta_1 = 1$ $\zeta_2 = 0,553665$	3,8124
4	0,79572	$g_1 = 2,850881$ $g_2 = 3,665902$ $g_3 = 2,707730$	$p_{1,2} = -0,461477 \pm 0,966015i$ $p_{3,4} = -0,892388 \pm 0,275923i$	$T_1 = 0,9340713$ $T_2 = 1,070582$	$\zeta_1 = 0,431054$ $\zeta_2 = 0,955374$	4,5736
5	1,06233	$g_1 = 3,541902$ $g_2 = 5,741368$ $g_3 = 5,598041$ $g_4 = 3,346055$	$p_1 = -0,858401$ $p_{2,3} = -0,372580 \pm 1,010266i$ $p_{4,5} = -0,871247 \pm 0,495656i$	$T_1 = 1,164957$ $T_2 = 0,928695$ $T_3 = 0,997635$	$\zeta_1 = 1$ $\zeta_2 = 0,346013$ $\zeta_3 = 0,869187$	5,3220
6	1,29958	$g_1 = 4,227217$ $g_2 = 8,284891$ $g_3 = 9,99870$ $g_4 = 7,946964$ $g_5 = 3,986719$	$p_{1,2} = -0,887857 \pm 0,114812i$ $p_{3,4} = -0,796768 \pm 0,665763i$ $p_{5,6} = -0,308735 \pm 1,030546i$	$T_1 = 1,117007$ $T_2 = 0,963107$ $T_3 = 0,929542$	$\zeta_1 = 0,991742$ $\zeta_2 = 0,767373$ $\zeta_3 = 0,286982$	6,0633

определяемую модифицированным полиномом Баттерворта $G(q)$, удовлетворяющим соотношению

$$G(q)G(-q) = (-1)^n q^{2n} - aq^2 + 1. \quad (\text{П-2})$$

Результаты факторизации полинома (П-2) при значениях $n = 2, \dots, 6$ представлены в табл. 3 с указанием значений параметра a , при которых динамическая система (П-1) имеет заданное перерегулирование, равное $\sigma_z = 4,321 \%$. Отметим, что факторизацией этого полинома при $a = 0$ находятся стандартные полиномы Баттерворса, при этом фильтр Баттерворта второго порядка имеет значение перерегулирования $4,321 \%$, которое принято за заданное (желаемое) перерегулирование рассматриваемых динамических систем.

В табл. 3 параметры T_i, ζ_i соответствуют постоянным времени и коэффициентам демпфирования элементарных, последовательно соединенных звеньев апериодического и колебательного характера, которые можно выделить в системе с передаточной функцией $W_0(q)$.

Подчеркнем, что передаточная функция $W_0(q)$, полученная указанным способом, описывает динамическую систему, которая имеет минимальное относительное время переходных процессов τ_p при заданном значении перерегулирования $\sigma_z = 4,321 \%$, причем вре-

мя τ_p определяется с использованием "трубки" $\Delta = \sigma_z = 4,321 \%$.

Список литературы

1. Красовский А. А. и др. Справочник по теории автоматического управления. М.: Наука, 1987. 712 с.
2. Красовский А. А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. М.: Наука, 1973. 558 с.
3. Филимонов Н. Б. Проблема качества процессов управления: смена оптимизационной парадигмы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 12. С. 2—10.
4. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Динамическая коррекция процессов регулирования методом линейно-квадратичной оптимизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 5. С. 9—14.
5. Kalman R. E. Contributions to the Theory of Optimal Control // Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana. 1960. Vol. 5, N. 1. P. 102—119.
6. Летов А. М. Аналитическое конструирование регуляторов. I, II, III // Автоматика и телемеханика. 1960. № 4. С. 406—411; № 5. С. 561—568; № 6. С. 661—665.
7. Летов А. М. Математическая теория процессов управления. М.: Наука, 1981. 256 с.
8. Калман Р. Э. Когда линейная система управления является оптимальной? // Труды Америк. об-ва инж. механиков. Т. 86, Сер. D. 1964. № 1. С. 69—84.
9. Беллман Р., Калаба Р. Обратная задача программирования в автоматическом управлении // Механика: Сб. перев. иностр. статей. 1964. Т. 88, № 6. С. 3.
10. Абдулаев Н. Д., Петров Ю. П. Теория и методы проектирования оптимальных регуляторов. Л.: Энергоатомиздат, 1985. 240 с.
11. Александров А. Г. Синтез регуляторов многомерных систем. М.: Машиностроение, 1986. 272 с.
12. Александров А. Г. Оптимальные и адаптивные системы. М.: Высшая школа, 1989. 264 с.

13. Кухаренко В. Н. Выбор коэффициентов квадратичных функционалов при аналитическом конструировании регуляторов // Изв. вузов. Электромеханика. 1978. № 4. С. 411–417.

14. Дегтярев Г. Л., Ризаев И. С. Синтез локально-оптимальных алгоритмов управления. М.: Машиностроение, 1991. 304 с.

15. Ловчаков В. И., Шибякин О. А. Модифицированные фильтры Баттерворса в решении обратной задачи аналитического конструирования оптимальных регуляторов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22, № 2. С. 71–82. DOI: 10.17587/mau.22.71-82.

16. Ловчаков В. И. Синтез линейных систем управления с максимальным быстродействием и заданным перерегулированием // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 9. С. 499–510.

17. Пупков К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления: в 3 т. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. Т. 2: Синтез регуляторов и теория оптимизации систем автоматического управления. 736 с.

18. Квакернак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир, 1977. 650 с.

19. Kawasaki N., Kobayashi H., Shimemura E. Relation between pole assignment and LQ-regulator // Int. J. Contr. 1998. Vol. 47, N. 4. P. 947–951.

20. Lutovac Miroslav D. Filter Design for Signal Processing using MATLAB and Mathematica. New Jersey, USA.: Prentice Hall, 2001.

21. Гайдук А. Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход). М.: Физматлит, 2012. 360 с.

22. Ким Д. П. Алгебраические методы синтеза САУ. М.: Физматлит, 2014. 164 с.

23. Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. СПб.: Наука, 2000. 475 с.

24. Солодовников В. В., Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов методом фазового пространства. I. Объекты с одномерным управляющим входом // Известия вузов. Приборостроение. 1982. № 6. С. 21–27.

Selection of Weight Coefficients of Quadratic Quality Functional in Solving ADOC Problem in the Letov—Kalman Formulation

V. I. Lovchakov, lovvi50@mail.ru,
Tula State University, Tula, 300600, Russian Federation

Corresponding author: **Lovchakov Vladimir I.**, Dr. Sc., Full Professor, Tula State University, department of electrical engineering and electrical equipment, Tula, 300600, Russian Federation, e-mail: lovvi50@mail.ru

Accepted on November 29, 2022

Abstract

For linear stationary one-dimensional control objects, the inverse problem of analytical design of optimal controller (ADOC) is considered, which consists in determining the weight coefficients of the quadratic functional of the optimality of the control process, providing a closed control system with the set values of primary quality indicators (static error, transient time and overshoot). It is analyzed in relation to both the ADOC problem in the Letov-Kalman formulation. A method of its solution is proposed based on the transformation of the ADOR problem to a canonical form in which the control object is described by a matrix differential equation in the Frobenius form, and the quality functional is defined as an integral of the sum of the products of the canonical phase coordinates of the object with the corresponding weight coefficients, as well as the square of the control signal. It is shown that the solution of the inverse canonical ADOC Letov-Kalman problem is determined by the values of only three non-zero weighting coefficients of the criterion, and one of them has a single value. The values of the other two coefficients are proposed to be found in the process of modeling the synthesized optimal control system from the conditions of ensuring for it the values of primary quality indicators no more than the specified ones. The results obtained, presented in the form of Theorems 1 and 2, are extended to the synthesis of astatic control systems, in which an additional integrator is connected to the plant output to obtain astaticism. Since such an "extended" control object is described using a state vector that has the first two phase coordinates of the canonical form, the synthesis of the optimal system is carried out without converting the object description to the canonical form of the phase variable and vice versa. The construction of an astatic control system is illustrated by an example.

Keywords: linear one-dimensional object, quadratic quality criterion, analytical design of the optimal controller (ADOC), static error, overshoot, speed.

For citation:

Lovchakov V. I. Selection of Weight Coefficients of Quadratic Quality Functional in Solving ADOC Problem in the Letov—Kalman Formulation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 3, pp. 122–130.

DOI: 10.17587/mau.24.122-130

References

1. Krasovskii A. A. i dr. Handbook on the theory of automatic control, Moscow, Nauka Publ., 1987, 712 p (in Russian).

2. Krasovskii A. A. Automatic flight control systems and their analytical design, Moscow, Nauka Publ., 1973, 558 p (in Russian).

3. Filimonov N. B. The problem of the quality of management processes: a change in the optimization paradigm, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2010, no.12, pp. 2–10 (in Russian).

4. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Dynamic Correction of Regulation Processes by Method of Linear-Square Optimization, *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2011, no.5, pp. 9–14 (in Russian).

5. **Kalman R. E.** Contributions to the Theory of Optimal Control, *Boletin de la Sociedad Matematica Mexicana*, 1960, vol. 5, no. 1, pp. 102–119.
6. **Letov A. M.** Analytical design of regulators. I, II, III, *Avtomatika i telemekhanika*, 1960. no. 4, pp. 406–411; no. 5, pp. 561–568; no. 6, pp. 661–665 (in Russian).
7. **Letov A. M.** Mathematical theory of control processes, Moscow, Nauka Publ., 1981, 256 p (in Russian).
8. **Kalman R. E.** When is a linear control system optimal?, *Trudy Amerik. ob-va inzh.-mekhanikov*, 1964, vol. 86, ser. D, no. 1, pp. 69–84 (in Russian).
9. **Bellman R., Kalaba R.** Inverse programming task in automatic control, *Mekhanika: Sb. pepev. inostp. statej.* 1964, vol. 88, no. 6, pp. 3.
10. **Abdulaev N. D.** Theory and methods of designing optimal controllers, Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1985, 240 p. (in Russian).
11. **Aleksandrov A. G.** Synthesis of regulators of multidimensional systems, Moscow, Mashinostroenie Publ., 1986, 272 p. (in Russian).
12. **Aleksandrov A. G.** Optimal and adaptive systems, Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1989, 264 p. (in Russian).
13. **Kuharenko V. N.** Choice of coefficients of quadratic functionals in the analytical design of controllers, *Izv. vuzov. Elektromekhanika*, 1978, no. 4, pp. 411–417 (in Russian).
14. **Degtyarev G. L.** Synthesis of locally optimal control algorithms, Moscow, Mashinostroenie Publ., 1991, 304 p. (in Russian).
15. **Lovchakov V. I., Shibjakin O. A.** Modified Butterworth filters in solving the inverse problem of analytical design of optimal controllers, *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 2, pp. 71–82, DOI: 10.17587/mau.22.71-82 (in Russian).
16. **Lovchakov V. I.** Synthesis of Linear Control Systems with Maximum Speed and Given Overshoot, *Mekhatronika, Avtomatizatsiia, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 9, pp. 499–510 (in Russian).
17. **Pupkov K. A.** Methods of classical and modern control theory: in 3 vol., Moscow, MGTU im. N. E. Bauman Publ., 2000, 736 p. (in Russian).
18. **Kvakernak H., Sivan R.** Linear Optimal Control Systems, Moscow, Mir Publ., 1977, 650 p.(in Russian).
19. **Kawasaki N., Kobayashi H., Shimemura E.** Relation between pole assignment and LQ-regulator, *Int. J. Contr.*, 1998, vol. 47, no. 4, pp. 947–951.
20. **Lutovac Miroslav D.** Filter Design for Signal Processing using MATLAB and Mathematica, New Jersey, USA, Prentice Hall, 2001.
21. **Gajduk A. R.** Theory and methods of analytical synthesis of automatic control systems, Moscow, Fizmatlit Publ., 2012, 360 p. (in Russian).
22. **Kim D. P.** Algebraic methods of ACS synthesis. Moscow, Fizmatlit Publ., 2014, 164 p (in Russian).
23. **Andrievskij B. R., Fradkov A. L.** Selected chapters of the theory of automatic control with examples in the MATLAB language, SPb., Nauka, 2000, 475 p. (in Russian).
24. **Solodovnikov V. V., Filimonov A. B., Filimonov N. B.** Analytical design of optimal controllers by the phase space method. I. Objects with one-dimensional control input, *Izvestija vuzov. Priborostroenie*, 1982, no. 6, pp. 21–27 (in Russian).



16 июня 2023 г. в Санкт-Петербургском государственном электротехническом университете "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина) состоится

IV Международная конференция по нейронным сетям и нейротехнологиям (NeuroNT'2023)

ОСНОВНЫЕ ТЕМЫ КОНФЕРЕНЦИИ

- Математические основы построения искусственного интеллекта
- Технологии искусственного интеллекта
- Сильный искусственный интеллект
- Гибридный интеллект
- Искусственные нейронные сети
- Нейроморфные вычисления и технологии
- Этика и безопасность применения искусственного интеллекта
- Прикладные системы с искусственным интеллектом
- Аппаратное обеспечение систем искусственного интеллекта

СЕКЦИИ

- Концепции построения гибридного интеллекта
- Технологии искусственного интеллекта и их приложения
- Управление данными и организация вычислений в интеллектуальных системах

Рабочие языки конференции – русский, английский

Контактная информация
E-mail: IRVC.eltech@mail.ru
Тел.: +7 812 346-46-37

С. П. Ковалёв, д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., kovalyov@sibnet.ru,
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва

Разработка платформы управления распределенными энергетическими ресурсами на базе цифрового двойника

Статья посвящена вопросам разработки платформы для управления распределенными энергетическими ресурсами на основе цифровых двойников. Варианты задач, для решения которых может быть использована платформа, включают управление спросом, зарядку электромобилей, одноранговую торговлю энергией, планирование работы накопителей, организацию виртуальной электростанции и ряд других. Благодаря цифровым двойникам платформа может реализовать такие варианты использования, управляя либо реально эксплуатируемым оборудованием, либо его виртуальными моделями на стадии проектирования. Массовым владельцам и операторам распределенных энергоресурсов платформа предлагает повышение качества электроснабжения (в том числе устойчивости), снижение издержек (в том числе транзакционных), получение новых рыночных возможностей (в том числе участия в программах различных агрегаторов). Поставщикам программного обеспечения и оборудования платформа интересна возможностью быстро компоновать системы управления распределенными энергоресурсами практически без программирования. Проектирование цифрового двойника и платформы выполнено в разрезе архитектурных точек зрения в соответствии с рекомендациями международного стандарта системной инженерии ISO/IEC/IEEE 42010. Описана типовая архитектура формируемых цифровых двойников энергетических систем. Выделены основные типы математических моделей в составе цифровых двойников: физические модели на основе численного решения дифференциальных уравнений и оптимизационных задач, модели машинного обучения, модели на основе знаний. Интероперабельность таких разнородных моделей обеспечивается на основе онтологической модели распределенной энергетики. Для платформы приведены три архитектурных представления, отражающие ключевые точки зрения: функциональное, информационное и программное. Чтобы формализовать и в конечном счете автоматизировать интеграцию разнородных моделей, предложены новые математические методы модельно-ориентированной системной инженерии, основанные на аппарате теории категорий, в том числе на универсальных конструкциях и мультизапаятой. Показано, что категорию мультизапаятой можно построить с помощью стандартных конструкций произведения, экспоненты и декартова квадрата, что позволяет установить ряд ее практически значимых свойств.

Ключевые слова: распределенные энергетические ресурсы, цифровой двойник, цифровая платформа, архитектурная точка зрения, теория категорий, категория мультизапаятой

Во всем мире постоянно растет количество, разнообразие и сложность распределенных энергетических ресурсов (РЭР). Современные системы РЭР — это высокотехнологичные объекты, включающие в себя разнообразные энергоприемники (в том числе с управляемой нагрузкой), локальные генерирующие установки (как на ископаемом топливе, так и на возобновляемых источниках энергии — ВИЭ) и накопители электроэнергии. Наряду с хорошо известными выгодами развитие РЭР порождает новые угрозы устойчивости, надежности, кибербезопасности и др. Например, зависимость генерации на ВИЭ от погодных условий приводит к спорадическим скачкам напряжения в распределительной сети и сбоям противоаварийной автоматики, а рассогласован-

ность уставок генераторов и накопителей порождает незатухающие колебания параметров электрического режима [1]. Автоматизация управления РЭР требует массового внедрения устройств интернета вещей, встроенное программное обеспечение которых отличается высокой уязвимостью для атак [2].

Можно эффективно парировать такие угрозы при координированном управлении РЭР. При этом невозможно централизовать РЭР по аналогии с инфраструктурой большой энергетики, такой как магистральные электрические сети или атомная энергетика. Адекватный подход предлагает цифровая экономика: рекомендуется организовать управление РЭР на базе единой платформы [3]. Платформенный подход позволяет, в условиях обмена большого числа

разнородных субъектов энергетическими, информационными и финансовыми ресурсами, обеспечить эффективный информационный обмен между субъектами, верификацию взаимных обязательств и финансовые взаиморасчеты, взаимодействие с датчиками и исполнительными механизмами объектов управления, моделирование и оптимизационное планирование режимов работы оборудования, защиту от несанкционированного доступа к информации и т. д. Типовые платформенные решения с применением искусственного интеллекта минимизируют ошибки управления. Владельцы и операторы РЭР заинтересованы добровольно подключаться к такой платформе в целях повышения качества электроснабжения (в том числе устойчивости), снижения издержек (в том числе транзакционных), получения новых рыночных возможностей (в том числе участия в программах различных агрегаторов). Поставщикам программного обеспечения и оборудования РЭР платформа интересна возможностью быстро компоновать готовые системы управления практически без программирования (режим "low-code"). Среди платформ такого типа отметим "∀Платформу", создаваемую в рамках российской Национальной технологической инициативы "Энерджинет" [4].

Ключевым средством повышения уровня автоматизации, согласованности и корректности управления является цифровой двойник (ЦД) объекта — набор моделей высокой степени адекватности, способный детально отображать состояние объекта, предсказывать его поведение в различных условиях и определять целесообразные управляющие воздействия на него [5]. Будучи интеллектуальной надстройкой над средой интернета вещей и информационной моделью объекта, ЦД выступает ключевым базовым элементом платформы: реализуется модельно-ориентированный подход к управлению жизненным циклом, согласно которому все операции над объектом сначала оптимизируются и верифицируются на моделях "в цифре" и только потом выполняются "в железе". Ожидается, что в управлении РЭР такой подход позволит существенно повысить экономический эффект [6]. Однако эффект должен соразмеряться с затратами на создание и эксплуатацию ЦД, а высокие затраты обусловлены большим числом сложных разнородных моделей, требующихся для адекватного описания энергосистемы, в особенности

при наличии РЭР [7]. Интеграция и поддержка корректного совместного функционирования многочисленных разноплановых моделей требует огромного количества как компьютерных, так и человеческих ресурсов [8]. Действительно, ЦД должен корректно и своевременно воспроизводить длительные многошаговые процессы электроснабжения, затрагивающие широко распределенные совокупности разнородных объектов и подверженные влиянию скрытых внешних факторов.

Модели в составе ЦД различаются как горизонтально, по описываемым единицам и частям системы, так и вертикально, по отражаемым аспектам и точкам зрения. В условиях такой разнородности системная инженерия рекомендует проектировать ЦД, а значит и платформу в целом, в разрезе архитектурных точек зрения согласно стандарту ISO/IEC/IEEE 42010. Для обеспечения единства структур данных моделей и исключения разночтений в именовании и интерпретации используемых сущностей ЦД должен иметь солидную семантическую основу — онтологическую модель распределенной энергетики [9]. Чтобы формализовать и в конечном счете автоматизировать интеграцию моделей, целесообразно применять новые математические методы модельно-ориентированной системной инженерии, основанные на аппарате теории категорий [10]. Подход к разработке платформы управления РЭР на базе ЦД, удовлетворяющий этим требованиям, представлен в настоящей статье.

Обзор цифрового двойника энергетической системы

С точки зрения архитектуры ЦД представляет собой систему тесно интегрированных друг с другом цифровых моделей. Модели часто реализуются в виде (микро)сервисов [11]. Сервис-ориентированная архитектура скрывает от пользователя детали реализации моделей и обеспечивает большую гибкость в организации взаимодействия между моделями.

В литературе описаны разные подходы к архитектурной декомпозиции ЦД [12]. Например, по образцу киберфизических систем строится слоистая архитектура, на нижнем слое которой находится физический объект, на верхнем — сервисы интеллектуального управления, на промежуточных — те или иные связующие

компоненты. Применяется также классификация модулей ЦД по видам функций: хранение данных, информационный обмен, расчет, визуализация и т. д. Чтобы наглядно выделить специфику ЦД среди других классов цифровых систем, рассмотрим декомпозицию по видам моделей и предметам моделирования. Типичный ЦД энергосистемы состоит из моделей следующих видов [9]:

- *онтологическая модель* — формализованный свод понятий и отношений фрагмента предметной области, охваченного создаваемой системой управления;
- *документация в электронном виде*: нормативно-методическая, проектно-сметная, эксплуатационная, планово-производственная, отчетная и др.;
- *информационные модели* — структурированные машиночитаемые массивы данных по составу и характеристикам технологических объектов, оборудования, субъектов и т. д. (мастер-данные);
- *оперативная информация* — временные ряды параметров энергоснабжения, видеопотоки, журналы событий, поступающие от приборов и смежных автоматизированных систем, из входящих электронных документов и через формы пользовательского интерфейса для ручного ввода данных;
- *цифровые схемы и интерактивные формы*, такие как принципиальные схемы энергоснабжения; структурные и функциональные модели; планы и 3D-модели размещения оборудования в зданиях и сооружениях; карты расположения технологических объектов на местности;
- *математические и имитационные модели*, позволяющие оценивать, прогнозировать и оптимизировать потоки энергоносителей, режимы и переходные процессы, техническое состояние оборудования и ремонты и т. д.

Составление ЦД сводится к выбору подходящих моделей частей и аспектов оригинала, их настройке/

калибровке/обучению и интеграции для получения целостной цифровой системы. По существу, требуется воспроизвести процесс создания оригинала на многочисленных разрозненных виртуальных моделях. Если каждую часть можно представить одной моделью, то можно применить прямой процесс композиции ЦД снизу вверх. Однако для энергетических систем такая ситуация не характерна. Здесь необходим процесс композиции сверху вниз, включающий поиск набора цифровых моделей, реализующего (суб-, Парето-) оптимальный компромисс между точностью/оперативностью и расходом аппаратных ресурсов.

Во время функционирования ЦД модели интенсивно взаимодействуют как с внешними источниками и получателями данных, так и друг с другом. Варианты взаимодействия с моделью включают предоставление данных другим моделям, ссылки на данные из других моделей, проверку данных и генерацию структуры данных, как показано на рис. 1.

Различные математические (в широком смысле) и имитационные модели непосредственно реализуют назначение ЦД в ходе совместного функционирования. Такие модели в общем случае делятся на три больших класса:

- физические и/или экономические модели "из первых принципов", основанные на чис-

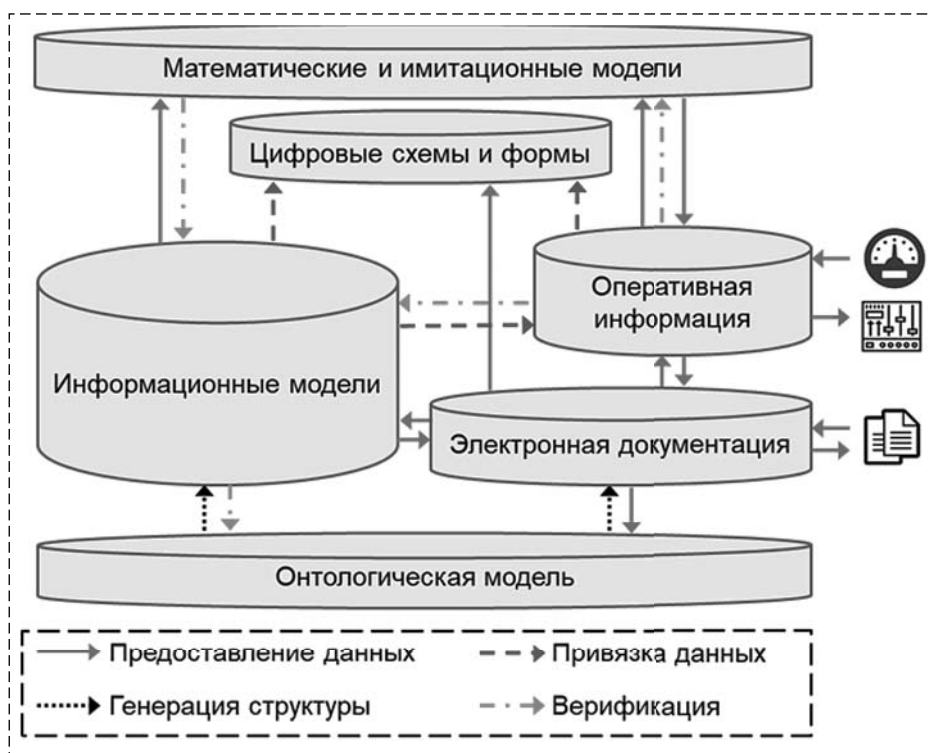


Рис. 1. Архитектура ЦД энергосистемы
Fig. 1. The power system DT architecture

ленном решении уравнений и оптимизационных задач;

- статистические модели, основанные на машинном обучении, включая нейронные сети;
- модели экспертных знаний и принятия решений, в том числе продукционные (rule-based) и мультиагентные системы.

Численные модели имеют долгую историю разработки, особенно в составе инженерного программного обеспечения (Computer Aided Engineering, CAE). Традиционно они использовались в конструкторских бюро для оценки технических решений, обрабатывая введенные вручную данные в условиях очень слабых временных ограничений. В последнее время широко доступные компьютеры достигли производительности, достаточной для выполнения алгоритмов CAE в мягком реальном времени в ходе эксплуатации активов, обрабатывая показания датчиков. Это позволяет использовать CAE в ЦД: приведем в пример термоэлектромагнитную модель распределительного силового трансформатора, предназначенную для оперативного прогнозирования отказов [13].

При всей своей точности модели оборудования недостаточны для скоординированного управления несколькими РЭР, включенными в общую энергосистему. Необходима дополнительная связующая модель типа схемы электроснабжения: это граф, вершины которого представляют единицы оборудования и фрагменты линий электропередачи, а ребра представляют их физические соединения в рамках сети. Графовая модель позволяет решать математические задачи управления сетью: расчет потоков мощности при различных профилях генерации и потребления, поиск и резервирование критических узлов и путей, виртуальное тестирование переключений, оценка стабильности режима и т. д.

Когда процессы, подлежащие дублированию в рамках ЦД, управляются неизвестными правилами (в том числе выходящими за рамки физики) и/или содержат скрытые изменчивые закономерности, численные методы нередко проигрывают машинному обучению (machine learning, ML). Модель ML выполняет прогнозы или принимает решения, не будучи явно запрограммированной, путем экстраполяции обучающей выборки — набора известных сценариев поведения оригинала, наблюдаемых при различных значениях влияющих факторов (характеристик). Известны применения

ML для прогнозирования потребления / генерации / цены электроэнергии, оптимизации распределения нагрузки, оценки и прогнозирования работоспособности энергетических машин, диагностики неисправностей и других процедур управления [14].

В дополнение к вышеприведенным ЦД может содержать модели еще одного класса, основанные на экспертных знаниях, представленных в машиночитаемом формате. Значительный объем знаний, относящихся к мониторингу и управлению, можно выразить в виде правил вида "ЕСЛИ условие, ТО действие". ЦД способен непрерывно вычислять такие правила и выдавать предписанные действия, как только поступающие в реальном времени данные удовлетворяют их условиям [15]. Более сложные сценарии принятия решений выполняются множеством рассуждающих сторон (агентов), мотивированных различными и даже противоречивыми целевыми установками, но стремящихся достичь консенсуса. Например, агент может представлять каждую единицу РЭР в составе микрогрида, нацеливаясь на максимизацию экономического эффекта от него. Консенсус между такими агентами, достигнутый при соблюдении ограничений надежности и стабильности режима, определяет (суб)оптимальный режим работы микрогрида в целом [16].

Вышеприведенный обзор оправдывает оснащение ЦД несколькими принципиально разными моделями одних и тех же явлений, способными выполнять калибровку и проверку друг друга. Более того, набирает популярность подход к повышению точности путем очень глубокого переплетения моделей различной природы. Приведем в пример так называемую нейронную сеть, основанную на физике (physics-informed neural network, PINN): ее функция потерь, которая должна быть минимизирована в ходе обучения, содержит не только чисто статистическую ошибку, но и меру количественного нарушения предсказанием физических законов (например, законов Кирхгофа и Ома). В составе ЦД энергосистемы такая нейросеть может в результате обучения принять топологию, сходную с топологией управляемой электросети. Получается имитационная модель приемлемой точности даже в случае, когда данные об электрическом режиме в реальном времени доступны только для ограниченного подмножества узлов электросети [17].

Цифровая платформа над цифровым двойником

Каким бы функционально мощным ни был ЦД, он предназначен для использования скорее в качестве инструментального цифрового продукта, чем средства для конечного пользователя. Чтобы "дотянуться" до пользователей, ЦД должен быть оснащен универсальными модулями сбора и представления данных, удобным интерфейсом и масштабируемой операционной инфраструктурой. В итоге формируется полноценная цифровая платформа управления распределенными энергетическими ресурсами. На объектах распределенной энергетики, в центрах управления и в облаке внедряются, развертываются и эксплуатируются приложения и службы на базе платформы для автоматизации различных вариантов ее использования. Варианты включают управление спросом (demand response), зарядку электромобилей, одноранговую (peer-to-peer) торговлю энергией, планирование работы накопителей, организацию виртуальной электростанции и т. д. [4] Благодаря ЦД платформа может исполнять такие варианты использования, управляя либо реально эксплуатируемым оборудованием, либо его виртуальными моделями на стадии проектирования. В ходе проектирования платформы моделирование вариантов использования порождает набор архитектурных представлений платформы с различных точек зрения, как предписывает стандарт ISO/IEC/IEEE 42010 (в России принят как ГОСТ Р 57100—2016 "Системная и программная инженерия. Описание архитектуры").

В частности, с точки зрения функциональной архитектуры компоненты платформы образуют следующие семь подсистем:

- подсистема Интернета вещей (ПИВ);
- подсистема ЦД (ПЦД);
- подсистема интеллектуального управления (ПИУ);
- подсистема энергетических транзакций (ПЭТ);
- подсистема электронного документооборота (ПЭД);
- подсистема мониторинга и диагностики (ПМД);
- подсистема информационной безопасности (ПИБ).

Каждая подсистема инкапсулирует некоторый класс решений Индустрии 4.0. Таким образом, платформа предоставляет интернет ве-

щей, ЦД, ML, блокчейн и другие технологии в форме, готовой к использованию массовыми потребителями и агрегаторами распределенной энергетики, с учетом их нужд, возможностей и бюджетов.

С точки зрения информационной архитектуры платформа поддерживает сбор, хранение, обработку и передачу данных следующих типов [4]:

- 1) данные телеизмерений и телесигнализации;
- 2) уставки и команды управления оборудованием;
- 3) данные по профилям, режимам оборудования, ценам;
- 4) нормативно-справочная информация (НСИ);
- 5) мастер-данные;
- 6) электронные документы;
- 7) данные энергетических транзакций и смарт-контрактов;
- 8) журналы мониторинга состояния платформы и приложений;
- 9) данные для идентификации, авторизации и аутентификации;
- 10) онтологическая модель.

В ходе функционирования прикладных систем управления РЭР на базе платформы между компонентами различных подсистем поддерживаются типовые потоки данных, показанные на рис. 2. Архитектура платформы позволяет приложениям формировать и иные конфигурации потоков данных по необходимости.

Обратим внимание, что на рис. 1 выше показана внутренняя структура подсистемы ЦД, для которой, как показано на рис. 2, ПИВ предоставляет данные в реальном времени, ПЭД обрабатывает документы, ПИУ реализует всевозможные алгоритмы для математических моделей, а остальные подсистемы в совокупности замыкают операционную инфраструктуру.

С точки зрения архитектуры программно-го обеспечения платформа наследует от ЦД микросервисную организацию. Напомним, что микросервисы — это компактные, слабо связанные и легко изменяемые модули с открытым прикладным программным интерфейсом (Application Program Interface, API), взаимодействующие в единой информационной среде с использованием экономичных коммуникационных протоколов в стиле REST (REpresentational State Transfer) [18]. В платформе также реализуются более крупные типовые единицы прикладной функциональности, сбранные из микросервисов и доступные по тем

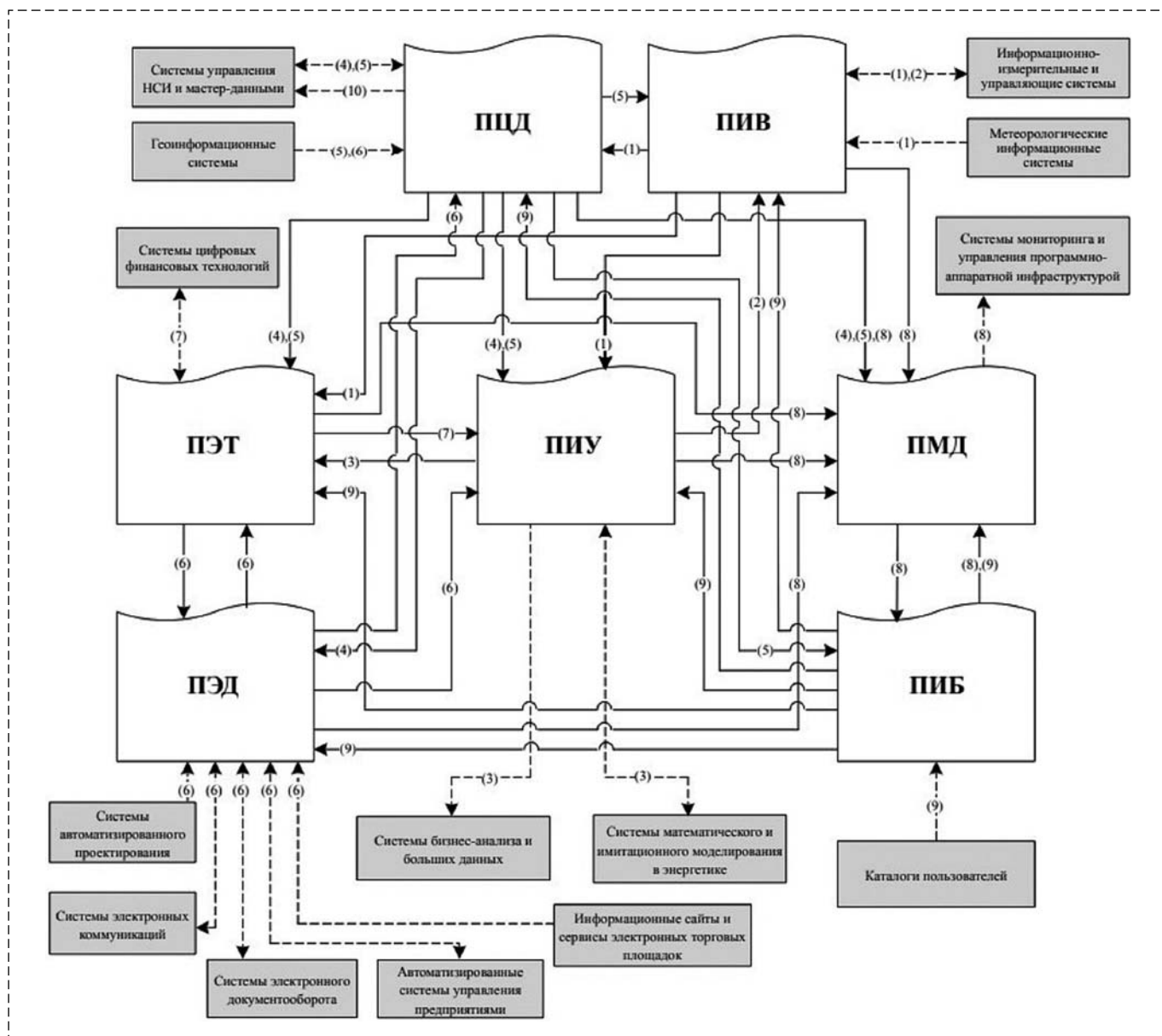


Рис. 2. Архитектура платформы [4]
 Fig. 2. The platform architecture

же протоколам. Интерфейс доступа к компонентам платформы публикуется через шлюз API для вызовов из приложений. К настоящему времени микросервисная архитектура стала достаточно зрелым подходом, пригодным для создания сложных программных систем промышленного уровня готовности.

Приложение на базе платформы, такое как система управления некоторым объектом распределенной энергетики, состоит из вызовов API микросервисов в порядке, обусловленном автоматизированным процессом. Дополнительно в приложении реализуются средства поддержки процесса, специализированные до такой степени, что включать их в платформу

нерационально: это могут быть драйверы взаимодействия с редко встречающимися устройствами, адаптеры интеграции со смежными автоматизированными системами, модули сбора и обработки специфических данных, видеокadres пользовательского интерфейса и шаблоны электронных документов [4].

В качестве примера приложения рассмотрим коммерческую диспетчерскую службу для оптимального управления энергопринимающим оборудованием потребителя, локальной генерацией и системами накопления электроэнергии. Целью управления является минимизация затрат на электроэнергию и мощность, приобретаемые на розничном рынке, при условии

удовлетворения потребностей потребителя в электроэнергии. Вознаграждение диспетчера рассчитывается пропорционально величине экономии затрат по правилам, указанным в смарт-контракте с потребителем. ЦД используется для определения возможных стратегий электроснабжения на очередные сутки, выбора (суб)оптимальной стратегии среди них и, в конечном счете, ее реализации в мягком реальном времени.

Алгебраический подход к синтезу цифрового двойника

Компоновка (интеграция) ЦД энергосистем, будучи дорогостоящим и трудоемким процессом, нуждается в автоматизации, важнейшим предварительным условием для которой являются формальное описание и верификация. Существует перспективный подход к такому описанию, в качестве математической основы использующий теорию категорий [19 и др.]. Теория категорий позволяет четко выделить интегрируемость среди других свойств моделей, смещая фокус представления с их внутреннего содержания на внешнее поведение по отношению друг к другу (точка зрения системного инженера на изделие как на "черный ящик").

Обозначим \mathcal{C} категорию вида "виртуального каталога" моделей. Объектами такой категории являются все возможные модели определенного типа. Ее морфизмы описывают в терминах моделей все возможные действия, которые могут выполняться при составлении систем из компонентов. Легко видеть, что \mathcal{C} действительно является категорией, поскольку в ней имеется композиция морфизмов (последовательное выполнение действий) и тождественные морфизмы (холостое "ничегонеделание" с любой моделью). Сложные конфигурации систем, включающие несколько моделей, провязанных морфизмами, представляются диаграммами в \mathcal{C} .

Такое теоретико-категорное представление известно для информационных моделей [20]. Здесь объектами служат множества данных различных типов, заполняющие таблицы в базе данных, а морфизмы порождаются реляционными ссылками (внешними ключами) — отображениями, посредством которых таблицы комбинируются в сложные массивы взаимосвязанных данных, удовлетворяющих

выбранной онтологии. Таким образом, все возможные информационные модели, относящиеся к определенной предметной области, такой как распределенная энергетика, составляют подкатеорию в хорошо известной категории **Set**, состоящей из всех множеств и всех отображений. Диаграммы в этой подкатегории описывают конструирование баз данных.

Математические модели, будучи самыми важными среди компонентов ЦД, труднее всего поддаются категорному представлению. Например, для описания энергосистем с РЭР и расчета потоков мощности было предложено сложное категорное описание РЭР как конечных автоматов с состояниями, помеченными областями спроса на электроэнергию [21]. В качестве более простого, но вполне релевантного подхода рассмотрим дискретно-событийное моделирование. Здесь модель представляет собой сценарий — фрагмент воображаемой истории поведения актива, представленный потоком дискретных событий различных видов. Описания действий по сборке сценариев поведения сложных систем отражают вклад сценариев поведения компонентов. Формально сценарий — это множество событий, частично упорядоченное причинно-следственными зависимостями и размеченное видами событий. Ни события, ни зависимости, ни виды событий не "теряются" при сборке сложных сценариев, поэтому действия по сборке описываются отображениями, сохраняющими порядок и разметку [22]. Все сценарии и действия образуют категорию, обозначаемую как **Pomset**, диаграммы в которой представляют построенные сложные сценарии. В качестве способов построения последних рассматривается не только традиционная сборка из модулей, но и связывание (weaving) аспектов — повторяющихся функциональных единиц, погруженных в контекст своего исполнения [23].

В произвольной категории \mathcal{C} строго определена универсальная алгебраическая конструкция, называемая копределом диаграммы: если копредел существует, то преобразует диаграмму в интегральную комплексную модель, структуру которой она представляет. Формально *копредел* — это объект, снабженный морфизмами из каждой вершины диаграммы, удовлетворяющими определенным условиям естественности и универсальности. Условия выражают в алгебраических терминах общепринятое представление о системе

как о контейнере, который включает в себя все части с учетом их структурных взаимосвязей, и ничего другого [10]. Примерами реализации копредела служат полная база данных информационной модели и комплексный сценарий эксплуатации объекта. В то время как конструкция копредела облегчает подход к моделированию системы "снизу вверх", подход "сверху вниз" подразумевает поиск диаграммы, копредел которой удовлетворяет определенным интегральным свойствам.

Для сложного гетерогенного актива, такого как энергетическая система, может быть нецелесообразным собрать все возможные модели всех частей в одну категорию-каталог. Вместо этого имеются разные каталоги, представляющие части различной природы: энергообъекты, силовое оборудование, сегменты линий электропередачи, контроллеры, программы и т. д. В рамках ЦД высокоуровневая структура актива представляется ориентированным графом с вершинами, помеченными моделями разнородных частей. Такой граф не является диаграммой в теоретико-категорном смысле, поскольку его вершины относятся к разным категориям. Тем самым, вышеописанный механизм вычисления копределов не работает для формализации составления ЦД. Однако стандарт ISO/IEC/IEEE 42010 позволяет все же применять его, только в контексте некоторой точки зрения [10]. Действительно, алгебраические описания всех возможных компонентов с определенной фиксированной точки зрения составляют категорию, морфизмы в которой выражают выбранную точку зрения на действия по сборке систем. Например, категория **Set** (или подходящая подкатегория в ней) применяется для представления информационной архитектуры, а категория дискретно-событийного моделирования **Pomset** представляет точку зрения поведения. Пусть I — граф структуры актива, $|I|$ — множество вершин графа, D_i — категории-каталоги моделей частей (по одной для каждого $i \in |I|$), C — категория точки зрения, $F_i: D_i \rightarrow C$ — функторы, представляющие модели частей с точки зрения C с обеспечением семантической согласованности. Архитектура актива описывается с точки зрения C как семейство объектов $A_i \in D_i$, $i \in |I|$, вместе с некоторой диаграммой $\Delta: I \rightarrow C$, удовлетворяющей условию $\Delta i = F_i A_i$, $i \in |I|$.

Копредел диаграммы Δ представляет с точки зрения C актив в целом, формализуя про-

цесс прямого составления ЦД снизу вверх. Для формализации процедур подбора и замены моделей, из которых состоит процесс составления ЦД сверху вниз, применяются соответствующие преобразования описаний архитектуры. В частности, преобразование должно сохранять граф структуры актива и правила представления всех частей. Следовательно, адекватным является естественное преобразование (в теоретико-категорном смысле) диаграмм описания архитектуры при условии, что оно индуцировано действиями, заимствованными из каталогов моделей частей. При любых фиксированных графе I и семействе функторов F_i , $i \in |I|$, совокупность всех описаний архитектуры и всех их преобразований образует категорию, которая обозначается $\Downarrow_I F$ и называется *категорией мультизапятой (multicomma)* [10]. (Такое название связано с тем, что если I состоит из двух точек и единственной нетождественной стрелки из одной точки в другую, то мультизапятая переходит в хорошо известную категорию запятой.) Автоматический инструмент составления ЦД может найти наилучший набор составляющих моделей в подходящей подкатегории мультизапятой, синхронно перемещаясь по каталогам моделей частей шагами, каждый из которых образует формально корректное преобразование описаний архитектуры. Фактически автоматизируется параметрическая оптимизация ЦД.

Примечательно, что категория мультизапятой является универсальной конструкцией — ее можно построить в "категории всех категорий" **CAT** посредством стандартных конструкций произведения, экспоненты и декартова квадрата. Напомним, что экспонента C^I — это категория, состоящая из всех диаграмм в C формы I и всех их естественных преобразований. Каноническое вложение множества $|I|$, рассматриваемого как дискретная категория, в I индуцирует функтор $C^{(|I| \hookrightarrow I)}: C^I \rightarrow C^{|I|}$, сопоставляющий диаграмме семейство ее вершин. Мультизапятая изоморфна левой верхней вершине декартова квадрата в **CAT**, изображенного на рис. 3 [24].

Мы будем называть этот декартов квадрат *образующим* для мультизапятой $\Downarrow_I F$. Он позволяет установить ряд ее свойств, имеющих прикладное значение в проектировании ЦД. Например, если система не имеет никакой нетривиальной структуры, т.е. $I \cong \mathbf{1}$, то ее представление с точки зрения C сводится в частности к одному функтору $F_0: D_0 \rightarrow C$; однако

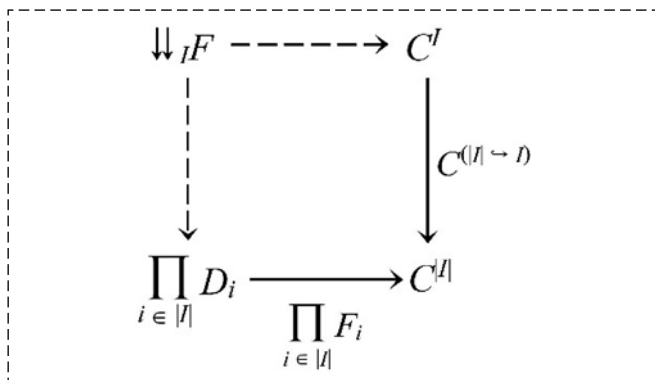


Рис. 3. Декартов квадрат, образующий мультизапятую [24]
 Fig. 3. The multicomma generating pullback

категория $\Downarrow_I(F_0)$ изоморфна каталогу единственной "составляющей" D_0 вне зависимости от выбора этого функтора. Действительно, $|I| \cong \mathbf{1}$, так что правая вертикальная стрелка образующего декартова квадрата становится изоморфизмом. А поскольку ребро любого декартова квадрата, параллельное изоморфизму, само является изоморфизмом [25, предложение 11.18], левая вертикальная стрелка образующего декартова квадрата для $\Downarrow_I(F_0)$ также является изоморфизмом: $\Downarrow_I(F_0) \cong D_0$.

Другой частный случай мультизапятой получается, когда все функторы F_i , $i \in |I|$, являются изоморфизмами. Это означает, что все части взаимно однозначно (т. е. без пробелов и лишней информации) описываются с точки зрения C . Тем самым, собираемые из таких частей системы фактически гомогенны, и сборка полностью описывается в C , причем любая диаграмма формы I пригодна в качестве представления архитектуры некоторой системы. В этом случае нижняя горизонтальная стрелка образующего декартова квадрата является изоморфизмом, а значит, им является и верхняя горизонтальная стрелка: $\Downarrow_I F \cong C^I$.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда система состоит из нескольких не взаимодействующих друг с другом подсистем, т. е. когда форма I представляет собой сумму (раздельное объединение) подформ: $I \cong \prod_{s \in S} I_s$ для некоторого множества S . Как и следует ожидать, архитектура такой системы может быть составлена из произвольной совокупности архитектур подсистем путем простого "расположения рядом":

$$\Downarrow_I F \cong \prod_{s \in S} \Downarrow_{I_s} (F_i, i \in |I_s|).$$

Чтобы убедиться в этом, нужно построить "почленное" произведение образующих декар-

товых квадратов для мультизапятых, представляющих каждую подсистему, и воспользоваться тем фактом, что экспонента переводит произведения в суммы (т. е. $C^X \times C^Y \cong C^{X \amalg Y}$ [25, предложение 27.8(3)]). Отсюда, в частности, вытекает, что если структура системы дискретна, т. е. ни одна часть не "знает" ни о какой другой, то соответствующая категория мультизапятой изоморфна произведению каталогов частей.

Почленное произведение образующих декартовых квадратов также возникает при моделировании комплексов систем, состоящих из различных частей, с различных точек зрения. Если схема архитектуры всех систем комплекса имеет одну и ту же форму, то можно получить категорию описаний архитектуры всего комплекса с помощью произведения. С формальной точки зрения получается, что конструкция категории мультизапятой переводит произведения функторов в произведения категорий, т. е. "ковариантно" зависит от правил представления частей. А именно, для произвольных формы I , множества Q и семейства функторов $F_i^{(q)}: D_i^{(q)} \rightarrow C_q$, $i \in |I|$, $q \in Q$, почленное произведение образующих декартовых квадратов для каждой мультизапятой $\Downarrow_I F^{(q)}$ приводит к следующему изоморфизму:

$$\Downarrow_I (\prod_{q \in Q} F_i^{(q)}: \prod_{q \in Q} D_i^{(q)} \rightarrow \prod_{q \in Q} C_q, i \in |I|) \cong \prod_{q \in Q} \Downarrow_I F^{(q)}.$$

Аналогично, для произвольной малой категории J путем почленного возведения образующего декартова квадрата в степень J проверяется следующее соотношение, демонстрирующее конструкцию мультизапятой в пространстве диаграмм фиксированной формы:

$$\Downarrow_I (F_i^J: D_i^J \rightarrow C^J, i \in |I|) \cong (\Downarrow_I F)^J.$$

Заключение

Интеллектуальное управление РЭР с помощью цифровой платформы, обеспечивающей широкое внедрение технологий Индустрии 4.0, позволяет существенно ускорить развитие распределенной энергетики. В настоящее время разрабатывается такая платформа на базе ЦД, следуя подходам, предложенным в настоящей работе. Идут первоочередные пилотные проекты по управлению РЭР с помощью платформы; формируется экосистема платформы.

Список литературы

1. **Xue A.** et al. Review and prospect of research on subsynchronous oscillation mechanism for power system with wind power participation // *Electric Power Automation Equipment*. 2020. Vol. 40, N. 09. P. 118–128.
2. **Sharma A.** et al. Digital twins: State of the art theory and practice, challenges, and open research questions // *arXiv*, 2020. <https://arxiv.org/abs/2011.02833>.
3. **Kloppenborg S., Boekelo M.** Digital platforms and the future of energy provisioning: Promises and perils for the next phase of the energy transition // *Energy Research & Social Science*. 2019. Vol. 49. P. 68–73.
4. **Илюшин П. В.** и др. Методы интеллектуального управления распределенными энергоресурсами на базе цифровой платформы. М.: НТФ "Энергопродвесс", 2021. 116 с. [Библиотека электротехника, приложение к журналу "Энергетик". Вып. 8 (272)].
5. **Madni A. M., Madni C. C., Lucero S. D.** Leveraging digital twin technology in model-based systems engineering // *Systems*. 2019. Vol. 7, Iss. 1. Art. N. 7. P. 1–13.
6. **Onile A. E.** et al. Uses of the digital twins concept for energy services, intelligent recommendation systems, and demand side management: A review // *Energy Reports*. 2021. Vol. 7. P. 997–1015.
7. **Palensky P.** et al. Digital twins and their use in future power systems // *Digital Twin*. 2021. Vol. 1:4. doi:10.12688/digitaltwin.17435.1.
8. **Ковалёв С. П.** Системный анализ жизненного цикла больших информационно-управляющих систем // *Автоматика и телемеханика*. 2013. № 9. С. 98–118.
9. **Андрюшкевич С. К., Ковалев С. П., Нефедов Е. И.** Разработка цифрового двойника энергетической системы на основе онтологической модели // *Автоматизация в промышленности*. 2020. № 1. С. 51–56.
10. **Ковалёв С. П.** Проектирование гетерогенных киберфизических систем с применением теории категорий // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2022. Т. 23, № 2. С. 59–67.
11. **Steindl G., Kastner W.** Semantic microservice framework for digital twins // *Applied Sciences*. 2021. Vol. 11. P. 5633.
12. **Steindl G.** et al. Generic digital twin architecture for industrial energy systems // *Applied Sciences*. 2020. Vol. 10. P. 8903.
13. **Тихонов А. И.** и др. Разработка технологии создания цифровых двойников силовых трансформаторов на основе цепных моделей и 2D-моделей магнитного поля // *Южно-Сибирский научный вестник*. 2020. № 1 (29). С. 76–82.
14. **Cioara T.** et al. An overview of digital twins application domains in smart energy grid // *arXiv*, 2021. <https://arxiv.org/abs/2104.07904>.
15. **Kuehn W.** Digital twins for decision making in complex production and logistic enterprises // *International Journal of Design & Nature and Ecodynamics*. 2018. Vol. 13, Iss. 3. P. 260–271.
16. **Harmouch F. Z.** et al. An optimal energy management system for real-time operation of multiagent-based microgrids using a T-cell algorithm // *Energies*. 2019. Vol. 12. P. 3004.
17. **Pagnier L., Chertkov M.** Physics-informed graphical neural network for parameter & state estimations in power systems // *arXiv*, 2021. <https://arxiv.org/abs/2102.06349>.
18. **Ньюмен С.** Создание микросервисов. СПб: Питер, 2016. 304 с.
19. **Mabrok M. A., Ryan M. J.** Category theory as a formal mathematical foundation for model-based systems engineering // *Applied Mathematics and Information Sciences*. 2017. Vol. 11, Iss. 1. P. 43–51.
20. **Spivak D., Kent R.** Ologs: A categorical framework for knowledge representation // *PloS one*, 2012. Vol. 7. P. e24274.
21. **Nolan J. S.** et al. Compositional models for power systems // *EPTCS*. 2020. Vol. 323. P. 149–160.
22. **Pratt V. R.** Modeling concurrency with partial orders // *International Journal of Parallel Programming*. 1986. Vol. 15, N. 1. P. 33–71.
23. **Ковалёв С. П.** Семантика аспектно-ориентированного моделирования данных и процессов // *Информатика и ее применения*. 2013. Т. 7, Вып. 3. С. 70–80.
24. **Ковалёв С. П.** Методы теории категорий в цифровом проектировании гетерогенных киберфизических систем // *Информатика и ее применения*. 2021. Т. 15, Вып. 1. С. 23–29.
25. **Adámek J., Herrlich H., Strecker G. E.** Abstract and concrete categories. New York, USA: John Wiley, 1990. 507 p.

Development of a Platform for Distributed Energy Resources Management on the Basis of a Digital Twin

S. P. Kovalyov, kovalyov@sibnet.ru,

V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences RAS, Moscow, 117997, Russian Federation

Corresponding author: Kovalyov Serge P., Dr., Lead Scientist of V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences RAS, Moscow, 117997, Russian Federation, e-mail: kovalyov@sibnet.ru

Accepted on November 16, 2022

Abstract

The paper discusses the development of a platform for distributed energy resources management based on digital twins. The platform use cases include demand response, electric vehicle charging, peer-to-peer energy trading, storage scheduling, virtual power plant, and so on. Thanks to the digital twin, the platform can perform the use cases controlling either real operation-stage equipment or virtual design-stage simulation models. The platform offers mass distributed energy resources owners and operators to improve the power supply quality (including stability), reduce costs (including transaction overhead), and gain emerging market opportunities (including participation in various aggregators' programs). Software and equipment vendors are interested in the platform's capability to quickly assemble distributed energy management systems almost without programming. The digital twin and the platform are designed with the viewpoint-based approach established by the international systems engineering standard ISO/IEC/IEEE 42010. The typical power system digital twin architecture is described. The major kinds of mathematical models as part of digital twins are presented: physical models based on numerical solutions of differential equations and optimization problems, machine learning models, knowledge-based models. The interoperability of such heterogeneous models is ensured on the basis of the ontological model of distributed energy. The platform architecture is represented from three key viewpoints: functional, information, and software. To formalize

and ultimately automate the integration of heterogeneous models, we propose novel mathematical methods of model-based system engineering based on category theory, including universal constructions and the multicomma. The multicomma category is shown to be constructed using standard product, exponent, and pushout constructions, which makes it possible to establish a number of its practically significant properties.

Keywords: distributed energy resources, digital twin, digital platform, architecture viewpoint, category theory, multicomma category

For citation:

Kovalyov S. P. Development of a Platform for Distributed Energy Resources Management on the Basis of a Digital Twin, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 3, pp. 131–141.

DOI: 10.17587/mau.24.131-141

References

1. **Xue A.** et al. Review and prospect of research on subsynchronous oscillation mechanism for power system with wind power participation, *Electric Power Automation Equipment*, 2020, vol. 40, no. 09, pp. 118–128.
2. **Sharma A.** et al. Digital twins: State of the art theory and practice, challenges, and open research questions, *arXiv*, 2020, available at: <https://arxiv.org/abs/2011.02833>.
3. **Kloppenborg S., Boekelo M.** Digital platforms and the future of energy provisioning: Promises and perils for the next phase of the energy transition, *Energy Research & Social Science*, 2019, vol. 49, pp. 68–73.
4. **Ilyushin P. V.** et al. Smart control of distributed energy resources on the basis of the digital platform, Moscow, Company "Energoprogress", 2021, [Bibliotekha Elektrotehnika, iss. 8 (272)] (in Russian).
5. **Madni A. M., Madni C. C., Lucero S. D.** Leveraging digital twin technology in model-based systems engineering, *Systems*, 2019, vol. 7, no 1, art. no. 7, pp. 1–13.
6. **Onile A. E.** et al. Uses of the digital twins concept for energy services, intelligent recommendation systems, and demand side management: A review, *Energy Reports*, 2021, vol. 7, pp. 997–1015.
7. **Palensky P.** et al. Digital twins and their use in future power systems, *Digital Twin*, 2021, vol. 1:4, doi:10.12688/digitaltwin.17435.1.
8. **Kovalev S. P.** Systems analysis of life cycle of large-scale information-control systems, *Automation and Remote Control*, 2013, vol. 74, no. 9, pp. 1510–1524 (in Russian).
9. **Andryushkevich S. K., Kovalyov S. P., Nefedov E.** Development of a power system digital twin based on an ontological model, *Automation in Industry*, 2020, no. 1, pp. 51–56 (in Russian).
10. **Kovalyov S. P.** Design of heterogeneous cyber-physical systems employing category theory, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 2, pp. 59–67 (in Russian).
11. **Steindl G., Kastner W.** Semantic microservice framework for digital twins, *Applied Sciences*, 2021, vol. 11, pp. 5633.
12. **Steindl G.** et al. Generic digital twin architecture for industrial energy systems, *Applied Sciences*, 2020, vol. 10, pp. 8903.
13. **Tikhonov A. I.** et al. Development of technology for creating digital twins of power transformers based on chain and 2D magnetic field models, *South-Siberian Scientific Bulletin*, 2020, vol. 29, pp. 76–82 (in Russian).
14. **Cioara T.** et al. An overview of digital twins application domains in smart energy grid, *arXiv*, 2021, available at: <https://arxiv.org/abs/2104.07904>.
15. **Kuehn W.** Digital twins for decision making in complex production and logistic enterprises, *International Journal of Design & Nature and Ecodynamics*, 2018, vol. 13, no. 3, pp. 260–271.
16. **Harmouch F. Z.** et al. An optimal energy management system for real-time operation of multiagent-based microgrids using a T-cell algorithm, *Energies*, 2019, vol. 12, pp. 3004.
17. **Pagnier L., Chertkov M.** Physics-informed graphical neural network for parameter & state estimations in power systems, *arXiv*, 2021, available at: <https://arxiv.org/abs/2102.06349>.
18. **Newman S.** Building microservices: Designing fine-grained systems, Sebastopol, USA, O'Reilly, 2016.
19. **Mabrok M. A., Ryan M. J.** Category theory as a formal mathematical foundation for model-based systems engineering, *Applied Mathematics and Information Sciences*, 2017, vol. 11, no. 1, pp. 43–51.
20. **Spivak D., Kent R.** Ologs: A categorical framework for knowledge representation, *PloS one*, 2012, vol. 7, pp. e24274.
21. **Nolan J. S.** et al. Compositional models for power systems, *EPTCS*, 2020, vol. 323, pp. 149–160.
22. **Pratt V. R.** Modeling concurrency with partial orders, *International Journal of Parallel Programming*, 1986, vol. 15, no. 1, pp. 33–71.
23. **Kovalyov S. P.** Semantics of aspect-oriented modeling of data and processes, *Informatics and Applications*, 2013, vol. 7, no. 3, pp. 70–80 (in Russian).
24. **Kovalyov S. P.** Methods of the category theory in digital design of heterogeneous cyber-physical systems, *Informatics and Applications*, 2021, vol. 15, no. 1, pp. 23–29 (in Russian).
25. **Adámek J., Herrlich H., Strecker G. E.** Abstract and concrete categories, New York, John Wiley, 1990.

Р. Н. Яковлев, мл. науч. сотр., iakovlev.r@mail.ru,
Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр РАН

Метод точечного орошения и внесения удобрений с использованием группы автономных роботизированных агентов

На сегодняшний день климатические изменения, ограниченность доступных природных ресурсов в совокупности с ростом общего объема потребления постоянно повышают требования к сельскохозяйственным объектам. Современные сельскохозяйственные угодья должны приносить все больше урожая с учетом постоянно растущих запросов к качеству готовой продукции. В связи с этим растет потребность отраслевых предприятий в инновационных решениях, обеспечивающих рост производительности и снижение издержек на производстве. Одним из наиболее перспективных инновационных направлений развития агропромышленного комплекса на текущий момент является внедрение роботизированных сельскохозяйственных систем точечного земледелия, нацеленных на автоматизацию различных производственных операций. Одной из актуальных задач в области роботизированных сельскохозяйственных систем автоматизации является задача разработки методов и подходов к точечному орошению и внесению удобрений, отличающихся высоким уровнем автономности, широкой рабочей областью и способностью к выполнению поставленных задач в непрерывном режиме. В рамках настоящего исследования был предложен метод точечного внесения удобрений, основанный на использовании группы гетерогенных робототехнических средств. Гетерогенный состав системы обеспечивает возможность замены аккумуляторных батарей и пополнения растворных баков робототехнических средств, осуществляющих внесение удобрений в зонах выполнения операций посредством использования специализированных наземных роботов. Апробация предложенного метода проводилась в виртуальной среде Gazebo на примере сада колонновидных яблонь площадью в несколько гектаров, включающего в себя более 8000 деревьев. Итоговая консолидированная оценка эффективности предложенного решения, усредненная по всем выделенным группам задач, составила 74,6 %. Средняя доля пропущенных в рамках эксперимента деревьев составила 7,8 %. Согласно результатам проведенного эксперимента предложенное решение позволяет не только успешно выполнять задачи по внесению удобрений на крупных сельскохозяйственных объектах в непрерывном режиме работы, но и проводить автономную идентификацию потенциальных зон, на которых требуется осуществить внесение удобрений.

Ключевые слова: робототехнические средства, БПЛА, гетерогенные робототехнические средства, точечное внесение удобрений, NDVI, метод DBSCAN

Введение

На сегодняшний день вопросы продовольственной безопасности и развития сельского хозяйства находятся в центре внимания большинства стран по всему миру, включая РФ [1, 2]. Климатические изменения, ограниченность доступных ресурсов в совокупности с ростом общего объема потребления постоянно повышают требования к сельскохозяйственным объектам. Современные сельскохозяйственные угодья должны приносить все больше урожая на фоне растущих требований к качеству продукции. Потребность в повышении стабильности урожая, снижении издержек и зависимости от ручного труда, а также необходимость в контроле уровня воздействия на окружающую среду и местные экосистемы со стороны сельскохозяйственных предприятий привели к развитию ряда инновационных направлений в сельском хозяйстве [3]. Одним из таких направлений стало внедрение роботизированных сельскохозяйственных систем точечного земледелия. Современные специа-

лизированные автономные робототехнические средства (РТС) наземного и воздушного базирования в сочетании с системами интеллектуального анализа данных позволяют оптимизировать множество производственных процессов, снизить вовлеченность человеческого труда в выполнение тривиальных операций, а также сократить использование агрохимикатов и рационализировать использование водных ресурсов [4].

Существуют разработки отраслевых РТС, ориентированных на автоматизацию отдельных операций, таких как оценка состояния сельскохозяйственных угодий, борьба с вредителями и сорняками, распыление удобрений и инсектицидов, а также сбор урожая. Однако большинство широко распространенных на текущий момент решений, как правило, ориентированы исключительно на получение и анализ данных о состоянии сельскохозяйственных территорий. Практическая применимость РТС, ориентированных на непосредственную реализацию производственных процессов, до сих пор нередко остается весьма ограниченной

по следующим причинам [5, 6]: низкий уровень автономности РТС в связи с отсутствием системы принятия решений; низкая эффективность точечного внедрения в связи с потребностью в автоматизации группы связанных операций; ограниченная рабочая область РТС; недостаточная продолжительность цикла непрерывной работы РТС. Таким образом, задача по разработке методов и систем автоматизации комплексных сельскохозяйственных операций не теряет своей актуальности.

Настоящее исследование посвящено разработке метода точечного орошения и внесения удобрений с использованием группы автономных роботизированных агентов. В большинстве исследований, посвященных проблеме точечного орошения, внесения удобрений и пестицидов на сельскохозяйственные угодья, предложены решения, основанные на развертывании соответствующей системы на базе группы гомогенных беспилотных летательных аппаратов (БпЛА), оснащенных баками и специализированными модулями подачи и распыления раствора. В частности, в статье [7] представлен автоматизированный распылитель пестицидов, который включает в себя квадрокоптер и устройство распыления. Аналогичная система предложена в работе [8]. Устройство распыления, установленное на квадрокоптере, включает в себя две составляющие: модуль распыления, в котором содержится химический препарат или удобрение, и контроллер. Кроме того, квадрокоптер оснащен системой визуального позиционирования, что значительно повышает точность исполнения операций. Управление системой осуществляется дистанционно.

Авторы работы [9] предлагают использовать в качестве устройства распыления систему, состоящую из бака и электромагнитного дозирующего насоса. Такая структура устройства позволяет менять режим распыления за счет регулирования высоты, на которой будет осуществляться распыление раствора. В статье [10] продемонстрировано аналогичное устройство, содержащее насос поршневого типа для вытеснения химикатов. Важно отметить, что в данном случае процесс распыления раствора автоматизирован за счет позиционирования РТС относительно целевых объектов с применением блока инерциальных датчиков ARDU-IMU.

Схожие решения предложены авторами работ [11–13]. В данных исследованиях основной

акцент сделан на разработке систем распыления растворов, нацеленных на обеспечение равномерной плотности распределения раствора в рабочей области РТС. Авторами предложены различные варианты исполнения механизма распыления, в частности, веерообразные и ротационные распылители. Кроме того, описанный в работе [13] БпЛА дополнительно оснащен мультиспектральной камерой, что значительно расширяет функциональные возможности системы в направлении автономного исполнения задач по орошению и внесению удобрений, однако негативно сказывается на предельном объеме растворной емкости и, как следствие, дополнительно ограничивает рабочую область РТС в рамках исполнения отдельно взятой операции.

Отметим, что в большинстве представленных выше исследований рассматриваются лишь вопросы позиционирования БпЛА в контексте повышения эффективности покрытия рабочей области за счет более высокой точности позиционирования РТС в регионе интереса. При этом средства и системы анализа состояния исследуемого участка территории и системы идентификации потенциальных регионов интереса остаются вне контекста исследований, что не позволяет говорить о высоком уровне автономности данных решений. Кроме того, для всех представленных выше решений характерна небольшая прикладная эффективность по причине малого объема растворных баков и невозможности их пополнения в зоне выполнения операции, а также ограниченных возможностей источников питания у роботизированных агентов. Таким образом, подобные решения не могут быть эффективно использованы на крупных сельскохозяйственных объектах, территория которых составляет свыше нескольких гектар.

Рассматривая перспективы применения соответствующих систем в сельскохозяйственной отрасли РФ, следует отметить, что основные сельскохозяйственные объекты на территории России, как правило, имеют масштаб в тысячи и даже десятки тысяч гектар (согласно данным Федеральной службы государственной статистики за 2011 г. площадь сельскохозяйственных угодий в среднем на одну организацию составляет более 1900 га) [14]. Кроме того, для отечественных предприятий характерен относительно низкий уровень развития сопутствующей инженерной инфраструктуры

сельскохозяйственных угодий, что значительно ограничивает возможности по размещению стационарных зарядочных станций для роботизированных агентов и существенно снижает их эффективный рабочий диапазон.

Система орошения/удобрения, отличающаяся высокой степенью автономности и возможностью использования на реальных сельскохозяйственных объектах РФ, должна обладать относительно высоким временем автономной работы, способностью самостоятельно осуществлять мониторинг местности и идентификацию регионов интереса, а также обладать возможностью оперативного пополнения растворяемых баков у конечных роботизированных агентов. Организация такой системы невозможна исключительно на базе группы гомогенных БпЛА в связи с малой грузоподъемностью и небольшим временем автономной работы у соответствующих РТС. Профилирование БпЛА, а также включение в состав системы ряда роботизированных агентов наземного базирования, обладающих кратно большей грузоподъемностью и временем автономной работы, позволит существенно расширить эффективный рабочий диапазон соответствующего класса систем.

Таким образом, в рамках настоящего исследования предлагается метод точечного орошения и внесения удобрений, основанный на использовании группы гетерогенных РТС, имеющих специализированный функционал. В частности, в число роботизированных агентов предлагается включить группу наземных РТС, обеспечивающих возможность замены аккумуляторных батарей БпЛА и пополнения растворяемых баков в зонах выполнения операций, а также две группы БпЛА: группу, ориентированную на анализ исследуемой территории с использованием мультиспектральных сенсоров, а также группу БпЛА, непосредственно осуществляющую орошение/внесение удобрений.

Далее рассмотрим предложенный метод точечного орошения и внесения удобрений с использованием группы автономных роботизированных агентов более подробно.

Разработанный метод точечного орошения и внесения удобрений с использованием группы автономных роботизированных агентов

Разработанный в рамках настоящего исследования метод предназначен для реализации

точечного орошения и внесения удобрений на территории средних и крупных сельскохозяйственных угодий с использованием группы автономных роботизированных агентов. В настоящем исследовании под сельскохозяйственным угодьем подразумевается участок земли, используемый для выращивания колонновидных яблонь и занимающий площадь в несколько десятков гектаров и более. Яблони высажены в ряды с расстоянием между ними не менее 1 м, что достаточно для свободного перемещения к яблоне как наземных, так и воздушных РТС. Предложенный метод включает в себя следующие основные этапы:

1) идентификация потенциальных зон (секторов), где требуется внесение удобрений, исходя из анализа данных о значениях Normalized Difference Vegetation Index (NDVI) на исследуемой территории;

2) группировка и приоритезация задач по внесению удобрений на исследуемой территории;

3) выполнение задач по внесению удобрений с использованием группы гетерогенных РТС.

В общем случае идентификация потенциальных зон, требующих внесения удобрений, может быть основана на анализе динамики изменения значений некоторого вегетационного индекса (ВИ) для различных секторов A_i исследуемой территории с течением времени. Соответственно вегетационный период следует разделить на несколько непересекающихся временных участков, в рамках которых анализ исследуемой территории и выполнение операций по внесению удобрений будет проводиться независимо.

В научной литературе представлено более 150 различных ВИ, однако из них только несколько имеют значительную биофизическую основу [15]. К таковым относится широко известный нормализованный разностный ВИ (NDVI), который представляет собой отношение отраженного потока излучения в ближней инфракрасной области к аналогичному потоку в красной области. К основным преимуществам данного ВИ следует отнести то, что исходные данные для расчета показателя NDVI могут быть достаточно легко получены с помощью мультиспектральной съемки, и это стало одной из ключевых причин активного применения данного ВИ в задачах оценки и анализа состояния сельскохозяйственных угодий. Среди существующих алгоритмов получения значений NDVI присутствует ряд подходов,

позволяющих за счет применения фильтрации избежать необходимости в использовании нескольких камер для получения изображений в видимом и инфракрасном спектрах соответственно, что упрощает процесс вычисления NDVI [16, 17]. Предлагаемый в рамках настоящего исследования метод предполагает применение данных алгоритмов беспилотными летательными агентами, оснащенными необходимыми мультиспектральными сенсорами.

Реализация первого этапа разработанного метода базируется на разделении базового ортофотоплана исследуемой местности на сектора заданного масштаба. Таким образом, формируются n независимых секторов A_i с площадями S_i ($i = 1, \dots, n$) соответственно.

Далее средствами БПЛА вычисляется оценка $NDVI_i$ усредненных значений NDVI для каждого сектора A_i . Базовая оценка $NDVI_i$ может быть получена по формуле

$$NDVI_i = \frac{\iint NDVI dA_i}{S_i}.$$

Однако с учетом заданной высоты пролета БПЛА и ограниченной разрешающей способности сенсорных устройств представленное выше выражение может быть аппроксимировано следующим образом:

$$NDVI_i = \frac{\sum_{j=1}^m P_{ij}}{m}, \quad (1)$$

где P_{ij} — j -й сегмент сектора A_i , для которого было получено собственное значение NDVI; m — число сегментов, входящих в состав сектора A_i .

Таким образом, в течение каждого заданного периода времени T в отношении каждого сектора A_i будет формироваться соответствующий набор усредненных значений $NDVI_{iT}$:

$$NDVI_{iT} = \{NDVI_{it} \mid t = \overline{1, T}\}.$$

Полученные значения позволяют оценить темпы роста NDVI для каждого из сегментов A_i в течение заданного периода времени T :

$$r_i = \frac{\sum_{t=1}^{t=T-1} (NDVI_{i(t+1)} - NDVI_{it})}{T-1}, \quad (2)$$

где r_i — усредненный темп роста NDVI для сектора A_i .

По результатам проведенной оценки вывод о принадлежности сектора A_i к набору потенциальных зон Reg , требующих внесения изменений, может быть сделан на основе следующего выражения:

$$A_i \in Reg, \text{ если } \begin{cases} r_i < r_{mean}; \\ NDVI_{iT} < NDVI_{ibase}, \end{cases} \quad (3)$$

где r_{mean} — медианное значение темпов роста NDVI по секторам; $NDVI_{ibase}$ — усредненное по годам историческое значение NDVI для сектора A_i за аналогичный период (если доступно).

После определения набора потенциальных целевых зон Reg каждый из секторов A_j , входящих в состав конкретного набора, наблюдается средствами БПЛА, но уже на более низких высотах, что позволяет получить более подробную информацию о значениях NDVI на различных участках данного сектора. По результатам такой детализированной оценки формируется набор P_j значений NDVI, ассоциированных с различными сегментами исследуемого сектора A_j :

$$P_j = \{NDVI_{jm} \mid m = \overline{1, M}\},$$

где M — число сегментов сектора A_j , формируемое по результатам детализированного анализа данного сектора средствами БПЛА; $NDVI_{jm}$ — значение NDVI, связанное с m -м сегментом сектора A_j .

На следующем шаге для каждого сектора A_j из набора Reg осуществляется оценка выборочного среднего по данному сектору $E(A_j)$ исходя из значений NDVI, полученных для сегментов данного сектора. Оценка выборочного среднего выполняется на основе выражения

$$E(A_j) = E(P_j) = \frac{\sum_{m=1}^M NDVI_{jm}}{M}. \quad (4)$$

В целях дальнейшего анализа для каждого сектора A_j определим разностную матрицу M_j следующим образом:

$$M_j = \begin{bmatrix} NDVI_{11} - E(A_j) & \dots & NDVI_{1K} - E(A_j) \\ \dots & \dots & \dots \\ NDVI_{L1} - E(A_j) & \dots & NDVI_{LK} - E(A_j) \end{bmatrix} = [m_{lk}]^{LK},$$

где L, K — число сегментов в составе сектора A_j по вертикальному и горизонтальному направлениям соответственно ($L \cdot K = M$); $NDVI_{lk}$ — значение NDVI в некотором сегменте P_{lk} ($P_{lk} \in A_j$).

Данная матрица определена с соблюдением относительного расположения сегментов P_{lk} сектора A_j , а каждая ее ячейка отражает отклонение значения NDVI в некотором сегменте P_{lk} от среднего значения NDVI по данному сектору.

На следующем шаге осуществляется оценка вариабельности значений NDVI в окрестностях каждого сегмента исследуемого сектора A_j . Соответствующие матрицы оценок вариабельности V_j в отношении каждого сектора A_j могут быть получены следующим образом:

$$V_j = \begin{bmatrix} v_{11} & \dots & v_{1K} \\ \dots & v_{lk} & \dots \\ v_{L1} & \dots & v_{LK} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$v_{lk} = \sqrt{\left(m_{lk} - \frac{\sum_{a=l-1}^{l+1} \sum_{b=k-1}^{k+1} m_{ab}}{9} \right)^2}.$$

Высокая вариабельность значений NDVI вокруг некоторого сегмента P_{lk} в совокупности с низкими значениями NDVI для данного сегмента в рамках настоящего сценария рассматриваются как признаки необходимости внесения удобрений на данном сегменте. Таким образом, отнесение некоторого сегмента P_{lk} к группе сегментов N_j , требующих внесения удобрений, может быть реализовано в соответствии со следующим выражением:

$$P_{lk} \in N_j, \text{ если: } \begin{cases} m_{lk} \leq 0; \\ v_{lk} \geq 0,15, \end{cases} \quad (6)$$

где N_j — группа сегментов сектора A_j , для которых согласно результатам проведенной оценки динамики изменения NDVI требуется провести операцию по внесению удобрений; 0,15 — критическое значение величины v_{lk} , полученное в рамках модельных экспериментов. Объединяя результаты, полученные для каждого сектора в отдельности, может быть получен набор N , включающий в себя все сегменты по всем секторам, где требуется провести операции по внесению удобрений:

$$N = N_1 \cup \dots \cup N_j \cup \dots \cup N_J. \quad (7)$$

Таким образом, формируется конечный набор зон N , включающий в себя I сегментов, на которых необходимо выполнить задачи по внесению удобрений.

Следующий этап в рамках предложенного метода посвящен группировке и приоритизации задач по внесению удобрений. С учетом потенциально большего числа сегментов, требующих внесения удобрений, а также относительно высокой ресурсоемкости соответствующих операций необходимо:

- 1) осуществить группировку задач по внесению удобрений на отдельных участках территории (сегментах) в целях оптимизации временных и энергетических затрат на проведение операций;
- 2) определить приоритет выполнения сформированных групп задач.

Рассматривая вопрос группировки задач по внесению удобрений для снижения ресурсоемкости выполнения соответствующих операций, в качестве базовой метрики для выполнения группировки была выбрана евклидова мера расстояния между сегментами. Данный подход потенциально позволяет не только снизить число операций с участием РТС, но и сократить конечную протяженность траекторий РТС при выполнении соответствующих задач. Таким образом, для решения задачи группировки сегментов предлагается выполнить кластеризацию результирующего набора N , полученного на предыдущем этапе. В качестве основных алгоритмов кластеризации следует рассматривать метод DBSCAN [18] и EM-алгоритм [19], которые не требуют априорных знаний о предполагаемом числе кластеров.

По результатам выполнения кластеризации набора N формируются W непересекающихся кластеров C_w , каждый из которых включает в себя Q_w независимых сегментов. В зависимости от состава группы гетерогенных РТС, участвующих в выполнении задач по внесению удобрений, каждой такой группе в рамках отдельно взятой операции может быть доступна обработка лишь ограниченного числа сегментов P_{\max} . В таком случае полученные кластеры следует разделить таким образом, чтобы число сегментов в каждом конечном кластере не превосходило заданной величины P_{\max} . Для решения задачи по разбиению кластеров можно воспользоваться методом кластеризации K-means, где в качестве целевого числа кластеров задавать значение, определяемое в соответствии со следующим выражением:

$$num = \frac{Q_w}{P_{\max}} + 1. \quad (8)$$

Таким образом, по результатам выполнения данного шага формируются K непересекающихся групп задач по внесению удобрений, представленных кластерами C_k :

$$C_k = \{P_{ki} | i = \overline{1, Q_k}\},$$

где Q_k — число сегментов в k -м кластере.

Следующий шаг в рамках предложенного метода посвящен приоритизации групп задач по внесению удобрений. В данном контексте наибольший приоритет следует отдавать тем группам задач C_k , для которых выборочное среднее значение NDVI по группе является наименьшим. Таким образом, по результатам выполнения данного этапа осуществляется группировка и приоритизация групп задач по внесению удобрений посредством РТС на исследуемой территории.

Согласно разработанному методу на заключительном этапе выполняются операции по внесению удобрений на сельскохозяйственных территориях. В состав базовой группы РТС для выполнения соответствующих операций входят: четыре БПЛА и один наземный робототехнический комплекс (РТК). Наземный РТК в данном сценарии выполняет роль дозоправочной станции, а также станции для замены аккумуляторов БПЛА. Во время выполнения задания наземный РТК передвигается между рядами деревьев, а на его платформе размещается бак с удобрениями, который используется для пополнения резервуаров, расположенных на БПЛА. Кроме того, наземный РТК дополнительно оснащается механизмом по замене аккумуляторов БПЛА. БПЛА в рамках данной операции, в свою очередь, имеют два назначения. Два БПЛА обо-

рудуются бортовыми баками для транспортировки, а также механизмом внесения удобрений. Два других БПЛА оснащаются расширенным набором средств технического зрения и модулями коммуникации для реализации функций контроля за проведением операции.

Каждый сегмент, в отношении которого поставлена задача по внесению удобрений, представляет собой некоторый участок поля длиной L и шириной B и содержит K рядов яблонь по N деревьев в каждом ряду. Объем удобрений на одно дерево составляет v . В процессе проведения операции наземное РТС движется между двух рядов деревьев, в то время как БПЛА

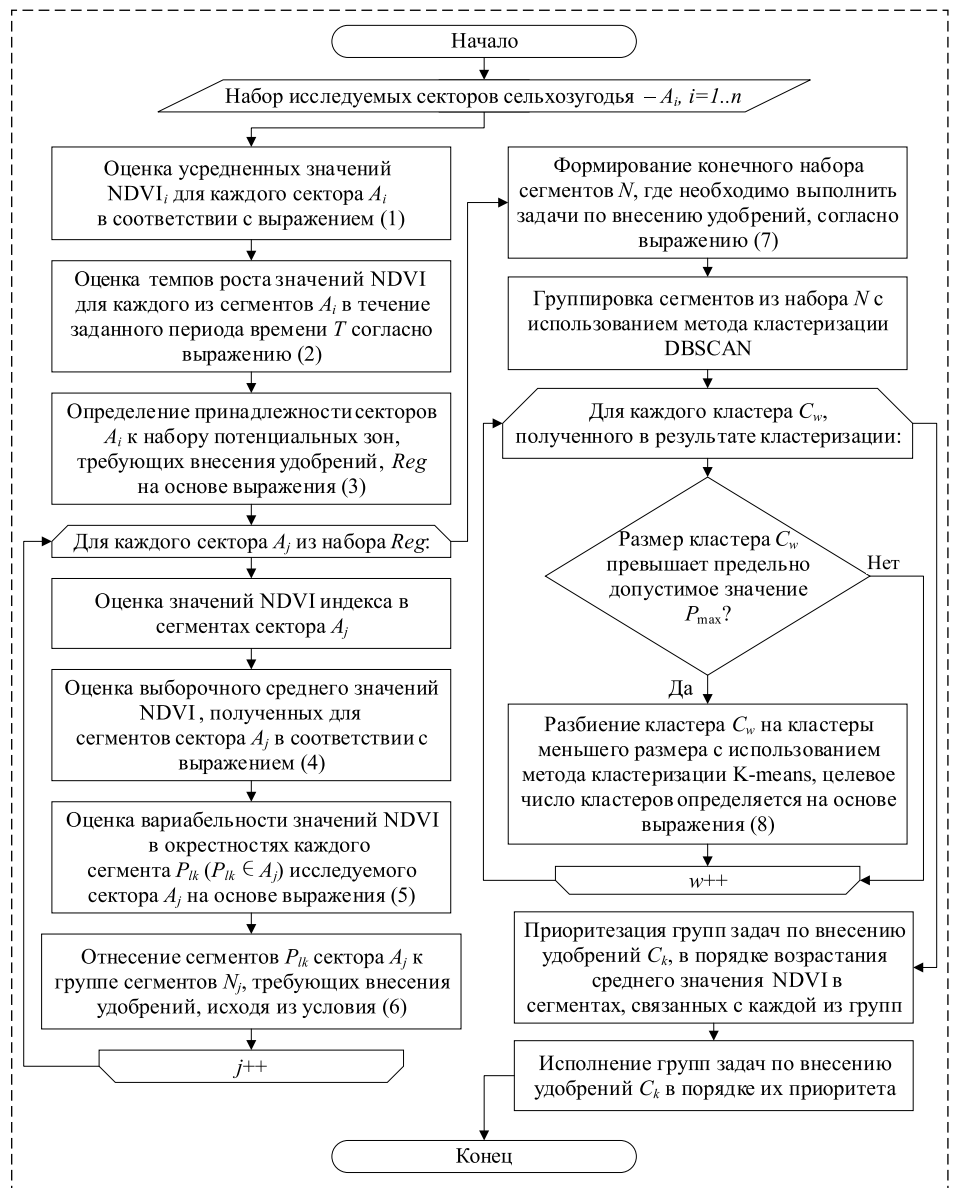


Рис. 1. Алгоритм реализации предложенного метода точечного орошения и внесения удобрений с использованием группы автономных роботизированных агентов

Fig. 1. Algorithm for the implementation of the proposed method of precise irrigation and fertilization using a group of autonomous robotic agents

непосредственно осуществляют внесение удобрений.

За один полет каждый профильный БпЛА способен удобрить x_n деревьев, $n = 1, N$. За время реализации данного процесса наземный РТК продвигается вдоль рядов к дереву x_{n+1} . Далее БпЛА пополняет запас удобрений и при необходимости выполняет замену аккумуляторных батарей. Через время t после начала операции к рабочей области направляются БпЛА, реализующие функции контроля, в целях фиксации выполненных работ. Внесение удобрений считается успешно выполненным, если удобрения внесены в границах окружности радиусом r вокруг ствола.

Конечным критерием эффективности в контексте данного сценария следует считать долю успешно удобренных деревьев. Операция считается успешно выполненной, если по ее результатам удобренными оказываются более 95 % деревьев каждого обрабатываемого сегмента ($\forall P_{ki} \in C_k$). В случае обнаружения средствами контролирующими БпЛА неудобренных деревьев система формирует соответствующее оповещение с координатами указанных объектов и продолжает выполнение текущей операции.

Алгоритм, реализующий предложенный в настоящем исследовании метод, представлен на рис. 1.

Далее рассмотрим результаты оценки качества решения задачи по внесению удобрений средствами гетерогенной группы РТС, реализованного в соответствии с предложенным в настоящем исследовании методом.

Результаты экспериментов

Эксперимент базируется на моделировании серии операций по внесению удобрений в виртуальной среде. Результаты выполнения данных операций служат основной для оценки эффективности предложенного метода. Оценка качества исполнения задач проводится в соответствии с заданным ранее пороговым критерием (доля успешно удобренных деревьев при выполнении операции).

В качестве входных данных в данной серии экспериментов рассматривается сгенерированная моделью местность — сад с колонновидными яблонями (рис. 2, см. вторую сторону обложки).

В условиях моделируемой среды величины, характеризующие значения NDVI по секторам

и составляющим их сегментам, определялись в соответствии со следующим алгоритмом:

1. Для каждого сектора A_i исследуемой местности задается случайное базовое значение NDVI M_i в диапазоне $[0,3; 0,6]$, а также степень вариабельности значений в пределах сектора — $\sigma_i \in [0,05; 0,20]$.

2. Каждый сектор A_i включает в себя по 16 равных сегментов в формате 4x4. В отношении каждого сектора осуществляется процесс генерации следующих случайных величин:

1) размеров субсекторов R в диапазоне от 1x1 до 3x3;

2) центров субсекторов C в диапазоне от (1,1) до (4,4);

3) коэффициентов отклонения v в диапазоне от 0 до 2;

Исходя из размера и положения центра субсектора определяется набор сегментов сектора A_i , принадлежащих данному субсектору. Значение NDVI по сегментам P_{lk} такого субсектора определяется согласно следующему выражению:

$$NDVI(P_{lk}) = M_i + (-1)^{sign} \sigma_i f(x)v,$$

где $sign$ — случайная величина, равновероятно принимающая одно из значений 1 или 2; $f(x)$ — нормальное распределение с параметрами ($\mu = 0, \sigma^2 = 0,2$); x — случайная величина в диапазоне от $[-1, 1]$.

3. Процесс генерации субсекторов реализуется до тех пор, пока для каждого сегмента сектора A_i не будет определено значение NDVI. В отношении сегментов, которым уже присвоено некоторое значение NDVI, переопределение значений не выполняется.

Сформированное таким образом распределение NDVI, детализированное до уровня сегментов, в отношении области, отмеченной на рис. 2, а (см. вторую сторону обложки), представлено на рис. 3, а (см. вторую сторону обложки).

Далее осуществляется анализ исследуемой местности в соответствии с разработанным методом. Все сегменты, в рамках данной симуляции отнесенные к группе сегментов, требующих внесения удобрений, представлены на рис. 3, б.

На следующем этапе выполняется группировка и приоритезация операций по внесению удобрений. В процессе эксперимента в качестве метода кластеризации сегментов, требующих внесения удобрений, был использован метод

DBSCAN. По результатам применения данного метода с параметрами ($R = \sqrt{2}, N = 4$) была выполнена группировка задач по внесению удобрений. Полученные кластеры представлены на рис. 4 (см. вторую сторону обложки).

Важно отметить, что с учетом площади каждого отдельно взятого сегмента в рамках выполнения операции по внесению удобрений группа гетерогенных РТС способна обработать не более 12 сегментов. В данном случае для кластера, отмеченного бирюзовым цветом, данное условие не выполняется: число сегментов, входящих в данный кластер, превосходит предельное число сегментов P_{\max} . Согласно разработанному методу данный кластер должен быть разделен на несколько независимых кластеров. Для реализации соответствующей операции в рамках эксперимента использовался метод кластеризации K-means, а целевое число кластеров в соответствии с выражением (8) составило 2. Конечный вид группировки задач по внесению удобрений представлен на рис. 5 (см. вторую сторону обложки).

На заключительном этапе эксперимента осуществлялось моделирование реализации операций по внесению удобрений для каждой выделенной группы сегментов. В качестве примера приведем результат выполнения опе-

Данные о числе успешно удобренных деревьев по каждому сегменту

Data on the number of successfully fertilized trees for each segment

Сегмент	Число успешно удобренных деревьев	Задетектировано случаев неуспешного внесения удобрений
Сектор 3.2, Сегмент 1.2	40	1
Сектор 3.2, Сегмент 1.3	38	3
Сектор 3.2, Сегмент 1.4	39	3
Сектор 3.2, Сегмент 2.3	41	0
Сектор 3.2, Сегмент 2.4	43	0
Сектор 3.2, Сегмент 3.4	41	2
Сектор 3.3, Сегмент 1.1	40	3
Сектор 3.3, Сегмент 1.2	42	1
Сектор 3.3, Сегмент 2.1	37	3
Сектор 3.3, Сегмент 2.2	39	4
Сектор 3.3, Сегмент 3.1	37	1
Всего	437	21

рации для кластера № 3 (выделен серым цветом), характеризуемого самым высоким уровнем приоритета. В рамках настоящего эксперимента в каждом сегменте расположено по K колонновидных яблонь ($K = 45$). В таблице представлены данные о числе успешно удобренных деревьев по каждому сегменту, входящему в состав рассматриваемого кластера.

Таким образом, успешно внесение удобрений было реализовано в 88,3 % случаев от общего числа деревьев. Медианная оценка доли успешных внесений удобрений по сегментам, в свою очередь, составила 88,9 %. В то же время, в рамках операции контролирующими БпЛА был выявлен 21 случай неуспешного внесения удобрений (4,2 %), доля пропущенных в рамках эксперимента деревьев составила 7,5 %.

Таким образом, результирующая доля успешных операций по внесению удобрений в соответствии с определенным ранее критерием (операция считается успешно выполненной, если по ее результатам удобренными оказываются более 95 % деревьев каждого обрабатываемого сегмента) составила 72,7 % в разрезе рассмотренного кластера. Итоговая консолидированная оценка эффективности предложенного решения, полученная путем усреднения оценок эффективности операций, проведенных в отношении всех выделенных групп задач по внесению удобрений, составила 74,6 %.

Заключение

Дальнейшие исследования будут направлены на разработку алгоритмов и программного обеспечения для системы управления с предложенной архитектурой. По результатам апробации предложенного метода точечного внесения удобрений в виртуальной среде на примере сада колонновидных яблонь, предложенное решение продемонстрировало довольно высокое качество исполнения соответствующих операций. Итоговая консолидированная оценка эффективности предложенного решения, усредненная по всем выделенным группам задач, составила 74,6 %. Средняя доля пропущенных в рамках эксперимента деревьев составила 7,8 %. Таким образом, предложенное решение позволяет не только успешно выполнять задачи по внесению удобрений на крупных сельскохозяйственных объектах в непрерывном режиме, но и проводить автоном-

ную идентификацию потенциальных зон, на которых требуется осуществить внесение удобрений, исходя из анализа данных о значениях NDVI на исследуемой территории. В рамках дальнейших исследований на основе предложенного метода планируется реализовать автоматизированную систему точечного внесения удобрений и апробировать ее на одном из действующих сельскохозяйственных объектов СЗФО РФ.

Список литературы

1. Доктрина продовольственной безопасности Российской Федерации. URL: <http://www.scrf.gov.ru/security/economic/document108/> (дата обращения 11.07.2022).
2. Стратегия развития агропромышленного и рыбохозяйственного комплексов Российской Федерации на период до 2030 года. URL: <https://docs.cntd.ru/document/564654448> (дата обращения 11.07.2022).
3. Shamshiri R., Weltzien C., Hameed I. A., Yule I., Grift T., Balasundram S. K., Chowdhary G. Research and development in agricultural robotics: A perspective of digital farming // International Journal of Agricultural and Biological Engineering. 2018. Vol. 11, N. 4. P. 1–14.
4. Bechar A., Vigneault C. Agricultural robots for field operations. Part 2: Operations and systems // Biosystems engineering. 2017. Vol. 153. P. 110–128.
5. Guzey A., Akinci M. M., Guzey H. M. Smart Agriculture With Autonomous Unmanned Ground and Air Vehicles: Approaches to Calculating Optimal Number of Stops in Harvest Optimization and a Suggestion // Artificial Intelligence and IoT-Based Technologies for Sustainable Farming and Smart Agriculture. IGI Global. 2021. P. 151–174.
6. Tsouros D. C., Bibi S., Sarigiannidis P. G. A review on UAV-based applications for precision agriculture // Information. 2019. Vol. 10, N. 11. P. 349.
7. Vardhan P. H., Dheepak S., Aditya P. T., Arul S. Development of automated aerial pesticide sprayer // International Journal of Engineering Science and Research Technology. 2014. Vol. 3, N. 4. P. 458–462.
8. ME S. M., Maguteeswaran R., BE N. G., Srinivasan G. Quadcopter UAV based fertilizer and pesticide spraying system // Int. Acad. Res. J. Eng. Sci. 2016. Vol. 1. P. 8–12.
9. Николаенков А. А., Осипов Е. В. Компоновка беспилотного летательного аппарата аграрного назначения. 2018. URL: <http://elib.osu.ru/handle/123456789/5789> (дата обращения 12.12.2022).
10. Baluprithviraj K. N., Naveena P., Palanisamy R. Quadcopter based Automatic Spattering of Pesticides and Fertilizers // Journal of Electronic Design Engineering. 2016. Vol. 2. N. 2.
11. Yanliang Z., Qi L., Wei Z. Design and test of a six-rotor unmanned aerial vehicle (UAV) electrostatic spraying system for crop protection // International Journal of Agricultural and Biological Engineering. 2017. Vol. 10, N. 6. P.68–76.
12. Qin W., Xue X., Zhang S., Gu W., Wang B. Droplet deposition and efficiency of fungicides sprayed with small UAV against wheat powdery mildew // International Journal of Agricultural and Biological Engineering. 2018. Vol. 11, N. 2. P. 27–32.
13. Tang Y., Hou C. J., Luo S. M., Lin J. T., Yang Z., Huang W. F. Effects of operation height and tree shape on droplet deposition in citrus trees using an unmanned aerial vehicle // Computers and Electronics in Agriculture. 2018. Vol. 148. P.1–7.
14. Площадь сельскохозяйственных угодий по категориям хозяйств // Сельское хозяйство, охота и охотничье хозяйство, лесоводство в России, 2011. URL: https://www.gks.ru/bgd/regl/b11_38/IssWWW.exe/Stg/04-01.htm (дата обращения 11.07.2022).
15. Xue J., Su B. Significant remote sensing vegetation indices: A review of developments and applications // Journal of sensors. 2017. Vol. 2017.
16. Ghazal M., Al Khalil Y., Hajdiab H. UAV-based remote sensing for vegetation cover estimation using NDVI imagery and level sets method // Signal Processing and Information Technology (IS-SPIT), 2015 IEEE International Symposium on. 2015. P. 332–337.
17. Daroya R., Ramos M. NDVI image extraction of an agricultural land using an autonomous quadcopter with a filter-modified camera // Control System, Computing and Engineering (ICCSCE), 2017 7th IEEE International Conference on. 2017. P. 110–114.
18. Schubert E., Sander J., Ester M., Kriegel H. P., Xu X. DBSCAN revisited, revisited: why and how you should (still) use DBSCAN // ACM Transactions on Database Systems (TODS). 2017. Vol. 42, N. 3. P. 1–21.
19. Yan Z., Liang J., Pan W., Li J., Zhang C. Weakly-and semi-supervised object detection with expectation-maximization algorithm // arXiv preprint arXiv:1702.08740. 2017.

Method of Precise Irrigation and Fertilization Using a Group of Autonomous Robotic Agents

R. N. Iakovlev, iakovlev.r@mail.ru

St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPC RAS),
St. Petersburg, 199178, Russian Federation

Corresponding author: Iakovlev Roman N., Junior Researcher, St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPC RAS), St. Petersburg, 199178, Russian Federation, e-mail: iakovlev.r@mail.ru

Accepted on November 29, 2022

Abstract

Today, climate change, the limited availability of natural resources, coupled with an increase in total consumption, constantly increase the requirements for agricultural facilities. One of the urgent tasks in the field of robotic agricultural automation systems is the task of developing methods and approaches to precise irrigation and fertilization, characterized by a high level of autonomy, a wide working area and the ability to perform tasks in a continuous mode. Thus, within

this study, a method of precise fertilizer application was proposed, based on the use of a group of heterogeneous robotic means. The heterogeneous composition of the system provides the possibility of replacing batteries and replenishing the solution tanks of the robotic means, which carry out the application of fertilizers in the areas of operations through the use of specialized ground robots. Approbation of the proposed method was carried out in the Gazebo virtual environment on the example of a garden of columnar apple trees with an area of several hectares, which includes more than 8000 trees. The final consolidated assessment of the proposed solution, averaged over all selected groups of tasks, was 74.6 %. The average proportion of trees missed in the experiment was: 7.8 %. According to the results of the experiment, the proposed solution allows not only to successfully carry out the tasks of fertilizing large agricultural facilities in a continuous mode of operation, but also to carry out autonomous identification of potential zones where fertilization is required.

Keywords: robotic systems, RS, unmanned aerial vehicles, UAV, heterogeneous RS, precise fertilizing, NDVI, DBSCAN

For citation:

Iakovlev R. N. Method of Precise Irrigation and Fertilization Using a Group of Autonomous Robotic Agents, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 3, pp. 142–151.

DOI: 10.17587/mau.24.142-151

References

1. **Doctrine** of food security of the Russian Federation, available at: <http://www.scrf.gov.ru/security/economic/document108/> (accessed 07/11/2022) (in Russian).
2. **Strategy** for the development of agro-industrial and fishery complexes of the Russian Federation for the period up to 20306 available at: <https://docs.cntd.ru/document/564654448> (accessed 07/11/2022) (in Russian).
3. **Shamshiri R., Weltzien C., Hameed I. A., Yule I., Grift T., Balasundram S. K., Chowdhary G.** Research and development in agricultural robotics: A perspective of digital farming, *International Journal of Agricultural and Biological Engineering*, 2018, vol. 11, no. 4, pp. 1–14.
4. **Bechar A., Vigneault C.** Agricultural robots for field operations. Part 2: Operations and system6 *Biosystems Engineering*, 2017, vol. 153, pp. 110–128.
5. **Guzey A., Akinci M. M., Guzey H. M.** Smart Agriculture with Autonomous Unmanned Ground and Air Vehicles: Approaches to Calculating Optimal Number of Stops in Harvest Optimization and a Suggestion6 *In Artificial Intelligence and IoT-Based Technologies for Sustainable Farming and Smart Agriculture*, 2021, pp. 151–174.
6. **Tsouros D. C., Bibi S., Sarigiannidis P. G.** A review on UAV-based applications for precision agriculture, *Information*, 2019, vol. 10, no. 11, p. 349.
7. **Vardhan P. H., Dheepak S., Aditya P. T., Arul S.** Development of Automated Aerial Pesticide Sprayer, *International Journal of Engineering Science and Research Technology*, 2014, vol. no. 4.
8. **ME S. M., Maguteeswaran R., BE N. G., Srinivasan G.** Quadcopter UAV based fertilizer and pesticide spraying system, *Int. Acad. Res. J. Eng. Sci.*, 2016, vol. 1, pp. 8–12.
9. **Nikolaenkov A. A., Osipov E. V.** Layout of an unmanned aerial vehicle for agricultural purposes, 2018, available at: <http://elib.osu.ru/handle/123456789/5789> (date of access: 12.12.2022) (in Russian).
10. **Baluprithviraj K. N., Naveena P., Palanisamy R.** Quadcopter based Automatic Spattering of Pesticides and Fertilizers, *Journal of Electronic Design Engineering*, 2016, vol. 2, no. 2.
11. **Yanliang Z., Qi L., Wei Z.** Design, and test of a six-rotor unmanned aerial vehicle (UAV) electrostatic spraying system for crop protection, *International Journal of Agricultural and Biological Engineering*, 2017, vol. 10, no. 6, pp.68–76.
12. **Qin W., Xue X., Zhang S., Gu W., Wang B.** Droplet deposition and efficiency of fungicides sprayed with small UAV against wheat powdery mildew, *International Journal of Agricultural and Biological Engineering*, 2018, vol. 11, no. 2, pp. 27–32.
13. **Tang Y., Hou C. J., Luo S. M., Lin J. T., Yang Z., Huang W. F.** Effects of operation height and tree shape on droplet deposition in citrus trees using an unmanned aerial vehicle, *Computers and Electronics in Agriculture*, 2018, vol. 148, pp.1–7.
14. **Area** of agricultural land by category of farms. *Agriculture, hunting and game management, forestry in Russia*, 2011, available at: https://www.gks.ru/bgd/regl/b11_38/IssWWW.exe/Stg/04-01.htm (accessed 11.07.2022).
15. **Xue J., Su B.** Significant remote sensing vegetation indices: A review of developments and applications, *Journal of sensors*, 2017, vol. 2017.
16. **Ghazal M., Al Khalil Y., Hajjdiab H.** UAV-based remote sensing for vegetation cover estimation using NDVI imagery and level sets method, *Signal Processing and Information Technology (IS-SPIT), 2015 IEEE International Symposium on*, 2015, pp. 332–337.
17. **Daroya R., Ramos M.** NDVI image extraction of an agricultural land using an autonomous quadcopter with a filter-modified camera, *Control System, Computing and Engineering (ICCSCE), 2017 7th IEEE International Conference on*, 2017, pp. 110–114.
18. **Schubert E., Sander J., Ester M., Kriegel H. P., Xu X.** DBSCAN revisited, revisited: why and how you should (still) use DBSCAN, *ACM Transactions on Database Systems (TODS)*, 2017, vol. 42, no. 3, pp. 1–21.
19. **Yan Z., Liang J., Pan W., Li J., Zhang C.** Weakly-and semi-supervised object detection with expectation-maximization algorithm, *arXiv preprint arXiv:1702.08740*, 2017.

M. S. Kuprin¹, kms0207@ya.ru, **I. A. Osipov**¹, igoros7755@gmail.com,
A. V. Klyuchikov², krok9407@mail.ru, **N. E. Samokhin**¹, nikitasmokhin123@yandex.ru,
¹Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, 410054, Russian Federation,
²Saratov State University of Genetics, Biotechnology and Engineering named after N. I. Vavilov,
Saratov, 410012, Russian Federation

Corresponding author: Klyuchikov A. V., Ph.D. in Technology, Junior Researcher, Laboratory of Fundamental and Applied Research, Acting Head of the department "Digital process control in the agro-industrial complex" Saratov State University of Genetics, Biotechnology and Engineering named after N. I. Vavilov, Saratov, 410012, Russian Federation, e-mail: krok9407@mail.ru

Accepted on November 22, 2022

Simulation Modeling of Mobile Robotic Complexes Tool Analysis According to Physical Laws (a Review)

Abstract

This article is about the technologies of simulation modeling of mobile robotic complexes. The basic demands for a simulation environment are defined such as realistic results, open-source code, extensibility, performance of system, possibility of usage of low-level code for simulation. Moreover, the most significant characteristics for physics engines are described in the article, specifically solid-state physics, torque setup, stability of "axle" connection, stability of the simulated many-body system. The frequently used physics engines such as PhysX, ODE, MuJoCo, Bullet, Havok are analyzed and the search of modeling services is made in order to make the comparative table. The platform Unity is in focus of this work to show its abilities in modeling of mechanical and electronic parts of mobile robots. The aim of this work is minimizing mobile robots development outgoings. Programming product is given as result of simulation modeling of robotic complexes. The Unity platform is used as the engine for development of simulation tools for mechanical and electronic parts of robotic complex. The set of tools based on Unity engine is developed in order to create virtual models of mobile robots. The architecture of the project was developed in order to determine aspects of creating mobile robots in a simulation modeling environment. The logic of scripts for modeling the solid-state physics, kinematic chains and joints with different degrees of freedom is presented as a result of developing architecture of the project. The package was tested, a model of a mobile four-wheeled robotic platform was built as a result of the test.

Keywords: simulation modeling, computer modeling, mobile robots, physics engine, Unity

For citation:

Kuprin M. S., Osipov I. A., Klyuchikov A. V., Samokhin N. E. Simulation Modeling of Mobile Robotic Complexes Tool Analysis According to Physical Laws (a Review), *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 3, pp. 152–157.

DOI: 10.17587/mau.24.152-157

УДК 007.52, 004.75

DOI: 10.17587/mau.24.152-157

М. С. Куприн¹, студент, kms0207@ya.ru, **И. А. Осипов**¹, студент, igoros7755@gmail.com,
А. В. Ключиков², канд. техн. наук, мл. науч. сотр., krok9407@mail.ru,
Н. Е. Самохин¹, студент, nikitasmokhin123@yandex.ru,
¹СГТУ имени Гагарина Ю. А., г. Саратов
²ФГБОУ ВО Вавиловский университет, г. Саратов

Анализ инструментов имитационного моделирования мобильных робототехнических платформ с учетом физических законов (обзор)

Рассмотрены технологии имитационного моделирования мобильных робототехнических комплексов. Определены основные требования к среде моделирования, такие как: реалистичность результатов, открытый исходный код, расширяемость, производительность системы, возможность использовать код низкого уровня для симуляции. Выявлены наи-

более значимые для моделирования характеристики физические движки, а именно: учет физических свойств твердых тел, возможность настройки крутящего момента, стабильность соединений типа "ось", стабильность моделируемой системы многих тел. Проанализированы современные физические движки, такие как: PhysX, ODE, MuJoCo, Bullet, Havok. Выполнен поиск средств моделирования и составлена сравнительная таблица. Исследована возможность использования платформы Unity для разработки средств моделирования механических и электронных компонентов мобильных роботов. Поставлена цель минимизировать издержки на разработку мобильного робота. Поставлена задача создать программный продукт для имитационного моделирования мобильных робототехнических комплексов. Предложено использовать платформу Unity для разработки средств имитации механических и электронных компонентов робототехнической системы. Разработан набор инструментов для создания виртуальных моделей мобильных роботов с использованием Unity. Составлена схема архитектуры полученного программного пакета. Проведены испытания пакета, построена модель мобильной четырехколесной робототехнической платформы. Представлены алгоритмы работы скриптов для моделирования физики твердых тел, кинематических цепей и механических соединений с различным числом степеней свободы.

Ключевые слова: имитационное моделирование, компьютерное моделирование, мобильные роботы, физический движок, Unity

Introduction

The number of mobile robots in the world is rapidly increasing. The number of mobile robots sold will increase by 31 % annually from 2020 to 2023 according to IFR (International Federation of Robotics) predictions [1]. With the increase in the number of mobile robots, there is a need for means of testing new solutions, modeling the behavior of the prototype, checking performance and evaluating the most important parameters such as maneuverability and the ability to overcome obstacles [2]. Approbation is a resource-intensive process because of the wear of the mechanical parts of the robot, possibility of failure of electronic components and the need to purchase consumables.

Computer calculations are carried out during the development of 3D models of the housing, prototyping of electronic circuits, mathematical modeling of individual links of the robotic system (RTK) [3, 4], as well as the creation and testing of algorithms for the software [5, 6].

Simulation modeling combines all these aspects. Simulation modeling is the process of creating a virtual model, when using which the system under study is replaced by a simplified version of the object. A simulation model is a computer program that accurately describes the structure of the system. The simulation model is capable of reproducing the behavior of the system in real time [7].

Defining requirements for the simulation environment

The process of modeling mobile robots is labor-intensive as a result of the complexity of the orientation of the robot in area, navigation and overcoming obstacles. The main problems in developing simulation environments are:

1. Calculation stability [8]. Many physics engines are used in computer games for animations where accurate results are not the primary concern so accuracy is neglected in favor of performance. The PhysX physics engine shows good results in calculating collisions but optimization "send to sleep" the object;

2. Ability to use as a predictive engine in real control systems, which requires a high speed of calculations from the engine;

3. Rigid body physics and soft body physics. Inaccurate calculations lead to incorrect results;

4. Ability to simulate various types of sensors as well as adding and customizing your own [9].

The most important factors when choosing a modeling tool are:

- realism of results, closeness of simulation to reality;
- open-source code;
- the ability to use the same code for both simulation and robot control;
- extensibility of projects
- possibility of modification and development of own simulation modules;
- performance of the system [10].

Analysis and choice of physics engine

Factors affecting the realism of the simulation of the movement of a mobile robot are:

1. Rigid body physics.
2. Stability of "axis" type joint.
3. Possibility to adjust the torque.
4. Stability of the multibody simulated system [11].

The most advanced physics engines are: ODE, MuJoCo, PhysX, Havok, Bullet [12–15]. Most robotic simulators use these engines (Table 1).

General characteristics of modeling environments

Development platform	Developer	License	Graphics engine	Physics engine	3D modeller	Supported OS
Gazebo	Open-Source Robotics Foundation (OSRF)	Apache 2.0	OGRE	ODE, Bullet, Simbody, DART	Internal	Linux, MacOS X, Windows
MORSE	Academic community	BSD	Blender game engine	Bullet	Blender	Linux, BSD, MacOS X
V-Rep	Coppelia Robotics	Proprietary/ GNU GPL	Internal	ODE/Bullet/ Vortex	Internal	Linux, MacOS X, Windows
Webots	Cyberbotics	Proprietary	OGRE	Custom version of ODE	Internal	Linux, MacOS X, Windows
OpenRave	JSK Robotics Lab	GNU	Internal	Any, connected as plugin	None	Linux, Microsoft Windows, Mac OS X
USARSim	National Science Foundation	GNU	Unreal Engine2	Karma	Internal	Linux, Windows
Unity	Unity Technologies	Proprietary	Direct 3D, OpenGL	PhysX	Internal	Windows, OS X
MuJoCo	Emo Todorov	Free license	OpenGL	MuJoCo	Internal	Windows, Linux and OSX

Table 2

Technical parameters of modeling environments

Development platform	Main programming language	Supported file formats	Extensibility	API	Supported Robotic platforms	Use Interface
Gazebo	C++	SDF/URDF	Plugins (C++)	C++	ROS, Player, Sockets	GUI
MORSE	Python	Unknown	Python	Python	Sockets, YARP, ROS, Pocolibs, MOOS	Command-line
V-Rep	LUA	OBJ, STL, DXF, 3DS, Collada, URDF	API, Addons, Plugins	C/C++, Python, Java, Urbi, Matlab/Octave	Sockets, ROS	GUI
Webots	C++	WBT, VRML'97	Plugins (C++), API	C/C++, Python, Java, Matlab	ROS, URBI, NaoQI	GUI
OpenRave	C++, Python	DAE, ZAE, more with plugins	Plugins (C++, Python), API	C++, Python, Matlab/Octave	CARMEN, ROS, Player	GUI
USARSiM	C++, UnrealScript	UMAP, ASC, ASE, DFX, T3D	Add-ons, Plugins	Pyro	MOAST, ROS, Player	GUI
Unity	C#, JavaScript	3DS, MAX, OBJ, FBX, DAE	Plugins, API	—	Socket	GUI
MuJoCo	MJCF	MJCF, URDF	API, Plugins	C/C++	Socket	GUI

PhysX and Havok were developed for games, while they can be used with optimization adjusted and are available for use in the game development system (Unity) [8, 9, 14–16] or as the additional library. The technical characteristics analysis of the simulation environments was made. Data was presented in the comparative Table 2.

Using the Unity game engine for modeling mobile robots

Unity is a development environment for 2D and 3D games and applications. Unity Editor is a multifunctional tool for working with graphics, physics, data, sounds, animations, user interfaces and pro-

gram code [17]. A component-oriented approach is used for development, which means that the properties of an object on the Unity scene are determined by the components that are attached to the object [18]. The standard component library allows you to create a variety of events and objects, but restricts user actions. Unity allows the user to develop unique components—scripts using the C# and JavaScript programming languages [19]. Unity supports additional libraries and plugins that extend the functionality of the development environment [20].

The use of Unity as a tool for modeling the functioning of robots is considered.

The main reasons to use Unity are:

- PhysX physics engine;
- possibility to use Havok physics engine;
- Windows and Linux support;
- C# and JavaScript support;
- clear documentation;
- wide range of file formats support;
- intuitive GUI with flexible settings;
- plugins support and API;
- environmental modeling tools.

Setting the goal and objectives of the study

The goal of study is to analyze simulation modeling tools for robotic systems that correspond to the identified parameters. This will allow developing a software package for designing a simulation model of a mobile robot, taking into account the physical, software and hardware features of the product.

Simulation modeling makes it possible to predict with high accuracy the behavior of a real robotic system using a virtual model.

The process of designing a virtual model takes less time and does not require the cost of physical resources (fasteners, wiring, parts). It is also easy to

edit, requires less production and research into new configurations, algorithms, and increases the information content during designing and testing [21, 22].

Objectives:

- define the most important parameters for modeling mobile robots;
- determine the degree of compliance of Unity with the identified parameters;
- implement close to realistic behavior of mechanics and electronics by using Unity;
- evaluate the possibilities of using the package;
- develop a mobile robot model.

Proposed solution

To reach the goals of study a package tools (Asset) was chosen for data presentation. Development in the Asset format will allow adding 3D models, scripts, materials and images to the database and use it to develop your own application software.

It is necessary to develop the behavior of mechanical joints, develop a basic set of mechanical joints and implement the behavior of electronics and microcontrollers in order to simulate the behavior of a mechatronic platform.

Component-oriented programming was used in order to develop a package of simulation modeling tools. Special script components allow to simulate the behavior of individual elements of a robotic system with the use of the Unity tools [23]. The developed components allow to simulate:

- electronic part of robot:
 - microcontrollers (make microcontrollers programmable, simulate GPIO interface, implement I²C protocol);
 - motor drivers (motor control for generating a control signal);

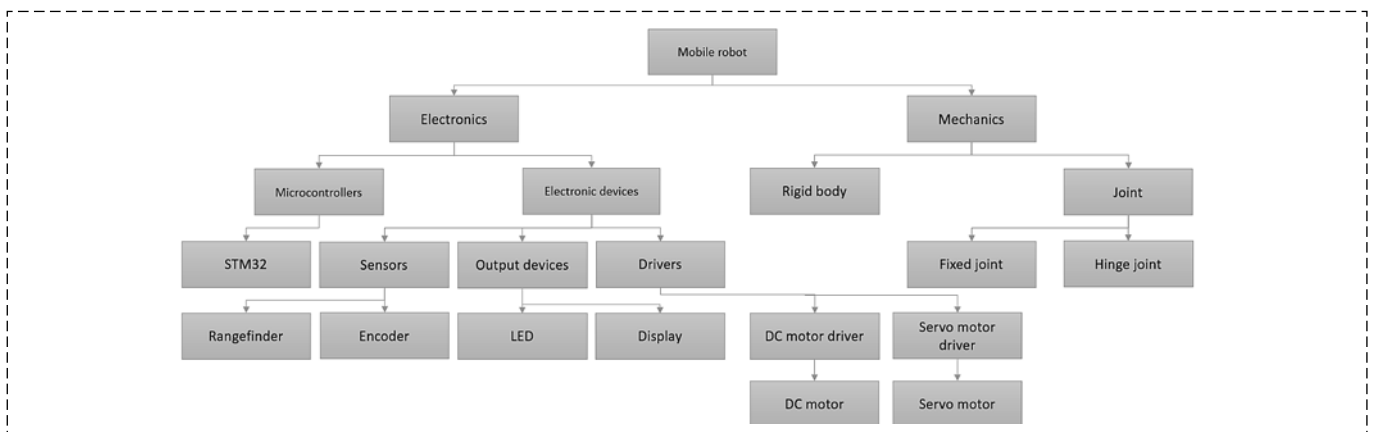


Fig. 1. Architecture diagram of a software package for designing simulation models of mobile robots

- electric motor (creation of torque in the presence of a control signal);
- encoders (detection of changes in the rotation angle of an object);
- rangefinders (distance measurement);
- LEDs (switching on/off in the presence/absence of a control signal);
- text displays (displaying text received from I²C protocol).
- mechanical part of robot [24–27]:
- rigid body physics (robot body elements);
- fixed joint (fixed connection of robot structural elements);
- axis (a movable connection of the robot's structural elements that provides rotation around the axis).

All components have been designed with the possibility of flexible configuration and extension, so the user of the package has the opportunity to develop his own modules for the robot. The architecture of the resulting simulation system is shown in Fig. 1.

The package allows you to simulate mobile robots and test programs for microcontrollers at current state. The mobile robot consisting of the four-wheeled platform, the microcontroller, the display, the rangefinder and the servo drive and four drivers was developed to test the software package in Fig. 2 (see the 3rd side of the cover).

Simulation of mechanical connections and physics of solids

There are special components for working with physics in Unity:

- Rigidbody — Rigid body physics [28];
- Collider — a physical model of an object for collision calculations [29];
- Joins — connections with different number of degrees of freedom [30];
- Articulations — set of articulation bodies [31].

To simplify the configuration of components and automatic attachment to the object, the scripts "ModuleBaseScript" and "HingeBaseScript" were developed, which create and configure a fixed joint and a hinge joint, respectively. When starting the scene, the connected elements are checked for the presence of Rigidbody component, if there is no component, it is automatically attached with the RequireComponent attribute [32].

Conclusion

A search was made for tools for mathematical modeling of the robot behavior in the course of the

study. Tools with extensions for working with physics were identified among them. Software solutions with the ability to visualize the results are also defined.

Taking into account these aspects, Unity development environment was chosen for the simulation of mobile robots. The software allows you to develop your own package with a set of tools for a specific task.

The goal was set to reduce production costs using simulation modeling of mobile robots as a part of the study. The task was set to form the Asset library in Unity development environment with the possibility of developing their own solutions and modeling the designs of mobile robots. Ten modules were developed with the use of Unity to simulate the electronic and mechanical components of a robotic system. The package has been tested. Problems were identified in the process of testing and ways to solve these problems were proposed.

References

1. **International Federation of Robotics.** "Mobile Robots Revolutionize Industry", available at: <https://ifr.org/ifr-press-releases/news/mobile-robots-revolutionize-industry> (accessed: 23.07.2022).
2. **Gonzalez Rodriguez A. G., Gonzalez Rodriguez A.** Mobile Robots, *Advanced Mechanics in Robotic Systems*. Springer, 2011, pp. 41–57.
3. **Aarnio P., Koskinen K., Salmi S.** Simulation of the hybtor robot. International conference climbing walking robots, *Professional Engineering Publishing*, 2000, pp. 267–274.
4. **Rose A.** Kinematic Design, *Engineering Haptic Devices*, Kern T. (eds), Springer, 2009, pp. 165–190.
5. **Germann D., Hiller M., Schramm D.** Design and control of the quadruped walking robot ALDURO, *Int Symp Autom Robot Constr ISARC*, 2005.
6. **Berkaev A. R., Nenashev A. A., Klyuchikov A. V.** Development of localization system and positioning of a mobile robot, *Mathematical methods in engineering and technology. MMTT*, 2020, vol. 12–3, pp. 152–157 (in Russian).
7. **Swamidass P. M.** SIMULATION MODELS, *Encyclopedia of Production and Manufacturing Management*, Springer, 2000, pp. 699–700.
8. **Drumwright E., Shell D.** An evaluation of methods for modeling contact in multibody simulation, *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, 2011, pp. 1695–1701.
9. **Hummel J.** et al. An Evaluation of Open Source Physics Engines for Use in Virtual Reality Assembly Simulations, *Lecture Notes in Computer Science. International Symposium on Visual Computing*, 2012, pp. 346–357.
10. **Leonova N. L.** Simulation modeling: lecture synopsis, Higher School of Technology and Energetics, SPbGTURP — St. Petersburg, 2015, 94 p. (in Russian).
11. **Seugling A., Rolin M.** Evaluation of physics engines and implementation of a physics module in a 3d-authoring tool, Ume a University, Department of Computing Science, 2006, 89 p.
12. **Manyuxina A. N.** Game engine usage for robotic devices modeling systems development, *Conference "Integraciya mirovyh nauchnyh protsessov kak osnova obshchennogo progressa"*, 2015, pp. 131–137 (in Russian).

13. **Todorov E.** Convex and analytically-invertible dynamics with contacts and constraints: Theory and implementation in MuJoCo, *IEEE Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, IEEE, 2014, pp. 6054–6061.

14. **Boeing A., Brunl T.** Evaluation of real-time physics simulation systems, ACM Press, 2007, p. 281.

15. **Erez T., Tassa Y., Todorov E.** Simulation Tools for Model-based Robotics: Comparison of Bullet, Havok, MuJoCo, ODE and PhysX, *IEEE Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, IEEE, 2015, pp. 4397–4404,

16. **Tassa Y., Todorov E.** IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Seattle, WA, USA, 2015.

17. **Unity** — Unity User Manual 2021.3 (LTS) // Unity User Manual 2021.3 (LTS), available at: <https://docs.unity3d.com/Manual/index.html> (accessed 07.09.2022).

18. **Unity** — Introduction to components // Unity User Manual 2021.3 (LTS), available at: <https://docs.unity3d.com/Manual/Components.html> (accessed 07.09.2022).

19. **Unity** — Scripting // Unity User Manual 2021.3 (LTS), available at: <https://docs.unity3d.com/Manual/ScriptingSection.html> (accessed 07.09.2022).

20. **Unity** — Plug-ins // Unity User Manual 2021.3 (LTS), available at: <https://docs.unity3d.com/Manual/Plugins.html> (accessed 07.09.2022).

21. **Unity** — Scripting API: RequireComponent // Unity Scripting API 2021.3 (LTS), available at: <https://docs.unity3d.com/ScriptReference/RequireComponent.html> (accessed 07.09.2022).

22. **Hummel J., Wolff R., Stein T.** et al. Advances in Visual Computing, Lecture Notes in Computer Science, 2012, vol. 7432, pp. 346–357.

23. **Ivaldi S., Padois V., Nori F.** Tools for dynamics simulation of robots: a survey based on user feedback, *14th IEEE-*

RAS International Conference on Robotics and Automation, 2014, pp. 842–849.

24. **Izyumov A. A., Vinnik A. E., Habibulina N. Y.** Mobile robot movement simulation // TUSUR confederation digest. 2020. P. 83–86 (in Russian).

25. **Mokaeva A. A., Hamukov Y. H., Shautsukova L. Z.** Kinematic scheme development of cable control system of "trunk" manipulator device, *Izvestiya Kabardino-Balkarsky Scientific Center Russian Academy of Sciences*, 2015, pp. 15–22 (in Russian).

26. **Afanasiev B. A.** et al. Design of all-wheel drive wheeled vehicles. Vol. 1, Moscow, Publishing house of MSTU. 2008, pp. 25–56, 144–182, 435–485 (in Russian).

27. **Afanasiev B. A.** et al. Design of all-wheel drive wheeled vehicles. Vol. 2, Moscow, Publishing house of MSTU, 2008, pp. 152–490 (in Russian).

28. **Unity** — Manual: Rigidbody // Unity User Manual 2021.3 (LTS), available at: <https://docs.unity3d.com/Manual/class-Rigidbody.html> (accessed 06.09.2022).

29. **Unity** — Manual: Introduction to collision// Unity User Manual 2021.3 (LTS), available at: <https://docs.unity3d.com/Manual/CollidersOverview.html> (accessed 06.09.2022).

30. **Unity** — Manual: Introduction to joints // Unity User Manual 2021.3 (LTS), available at: <https://docs.unity3d.com/Manual/Joints.html> (accessed 06.09.2022).

31. **Unity** — Manual: Introduction to physics articulations // Unity User Manual 2021.3 (LTS), available at: <https://docs.unity3d.com/Manual/physics-articulations.html> (accessed 06.09.2022).

32. **Unity** — Scripting API: RequireComponent // Unity Scripting API 2021.3 (LTS), available at: <https://docs.unity3d.com/ScriptReference/RequireComponent.html> (accessed 07.09.2022).



29–31 мая 2023 г.
г. Санкт-Петербург, Россия
АО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор"



XXX Санкт-Петербургская Международная конференция по интегрированным навигационным системам

Тематика конференции

- Инерциальные датчики, системы навигации и ориентации
- Интегрированные системы навигации и управления движением
- Глобальные навигационные спутниковые системы
- Средства гравиметрической поддержки навигации

В рамках каждого направления рассматриваются:

- схемы построения и конструктивные особенности;
- методы и алгоритмы;
- особенности разработки и применения для различных подвижных объектов и условий движения (аэрокосмические, морские, наземные, подземные);
- испытания и метрология.

Контактная информация:

Тел.: +7 (812) 499 82 10 +7 (812) 499 81 57

Факс: +7 (812) 232 33 76 E-mail: icins@eprib.ru

Е. В. Страшнов, науч. сотр., strashnov_evg@mail.ru,
М. В. Михайлюк, д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотр., mix@niisi.ras.ru,
Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований
Российской академии наук, г. Москва

Моделирование управления космическим аппаратом при посадке на Луну в комплексах виртуального окружения*

Рассматривается задача моделирования заключительного этапа посадки космического аппарата на Луну в системах виртуального окружения. Для решения этой задачи предлагаются методы и алгоритмы синтеза управления движением лунного аппарата с реализацией критериев быстродействия для его переориентации и минимального расхода топлива при его торможении. Управление космическим аппаратом формируется с использованием обратной связи по показаниям виртуальных датчиков, что позволяет реализовать стабилизацию, переориентацию, торможение, маневры, зависание и мягкую посадку космического аппарата на Луну. В работе задействованы технологии виртуальной реальности с реализацией взаимодействия человека с синтезируемой компьютером средой. При этом для управления космическим аппаратом в ручном режиме используются виртуальные руки, которые копируют движения рук оператора и воздействуют на элементы виртуальных органов управления (джойстик, кнопки и т. д.) внутри модели космического аппарата.

Апробация предложенных в статье методов и подходов проводилась в созданном авторами программном комплексе виртуального окружения на примере моделирования посадки виртуальной модели пилотируемого транспортного корабля (ПТК) "Орел" в полуавтоматическом режиме. В рамках этого программного комплекса управление космическим аппаратом в ручном режиме реализовано посредством данных, которые поступают от внешних устройств VR-гарнитуры шлема виртуальной реальности Oculus Rift CV1 и контроллеров Oculus Touch, предназначенных для трекинга головы и рук оператора, а также отображения синтезируемой стереопары в его глаза. Моделирование посадки космического аппарата на Луну было проведено для этапов, которые начинаются сразу после основного торможения на высоте примерно 2 км и включают свободное падение лунного аппарата, его вертикализацию, горизонтальное и вертикальное торможение, зависание и мягкую посадку. Результаты апробации показали адекватность и эффективность предложенных в статье решений, которые могут быть в дальнейшем использованы для создания тренажеров, предназначенных для обучения космонавтов навыкам управления космическим аппаратом при посадке на Луну.

Ключевые слова: моделирование, космический аппарат, Луна, оптимальное управление, мягкая посадка, обратная связь, виртуальная реальность

Введение

В настоящее время ведущие космические державы возобновили свои программы по исследованию Луны. Российская лунная программа состоит из нескольких этапов и включает серию планируемых полетов космических аппаратов (КА) к Луне. Первый этап предполагает исследование Луны беспилотными автоматическими аппаратами серии "Луна" [1] в целях решения научных задач (например, отработки техноло-

гии мягкой посадки), разведывания местности и подготовки дальнейших шагов. На втором этапе планируются полеты пилотируемого транспортного корабля (ПТК) "Орел" [2] и его будущей модификации "Орленок" с высадкой космонавтов на поверхность Луны. Заключительный этап предполагает создание лунной базы.

Посадка КА на Луну состоит из нескольких этапов [3], включающих основное торможение, вертикализацию, прецизионное торможение и заключительный этап спуска посадочного модуля на поверхность Луны с реализацией мягкой посадки (в момент касания с поверхностью вертикальная скорость снижения КА должна составлять 1–3 м/с, а горизонтальная не более 1 м/с). Пилотируемый полет КА на Луну включает также этап выбора места по-

* Публикация выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН "Проведение фундаментальных научных исследований (47 ГП)" по теме № FNEF-2022-0012 "Системы виртуального окружения: технологии, методы и алгоритмы математического моделирования и визуализации. 0580-2022-0012".

садки путем реализации зависания КА на некоторой высоте относительно поверхности Луны. Примером служит программа "Аполлон" [4], в рамках которой заключительные этапы посадки КА выполнялись в ручном режиме. В связи с этим важной и актуальной задачей является обучение космонавтов навыкам управления КА с помощью специальных стендов или тренажеров [5]. Такие специализированные средства подготовки космонавтов обладают рядом ограничений, связанных с отличием земных условий от лунных (для которых характерны низкая гравитация, отсутствие атмосферы и т. д.). Поэтому альтернативным решением является применение систем, в которых используются технологии виртуальной реальности [6]. В этих системах реальные объекты заменяются на виртуальные прототипы, а тренировка выполняется путем погружения оператора в виртуальную среду. Преимущество применения технологий виртуальной реальности (VR-технологий) заключается в том, что эффект присутствия человека в виртуальном пространстве позволяет повысить качество его обучения для тех задач и операций, которые невозможно реализовать в земных условиях.

В данной работе рассматривается задача моделирования заключительного этапа посадки КА на Луну в системах виртуального окружения. Для решения этой задачи требуется синтез управления движением КА, эффективного на некоторых этапах по быстродействию и расходу топлива. В работах [7, 8] были получены аналитические решения для реализации пространственного разворота КА с критериями качества, которые объединяют время и энергию. При этом для синтеза управления был задействован подход, в котором ориентация КА задается с помощью кватерниона. Однако в реальности посадочный аппарат имеет ограниченное число двигателей ориентации, которые позволяют осуществлять повороты только вдоль осей ориентации КА. В связи с этим актуальным становится синтез управления ориентацией КА с помощью углов Эйлера. Проблема управления движением КА с минимальным расходом топлива рассматривается в работах [9–14]. Полученные в этих работах результаты состоят в синтезе программного управления с прогнозированием траекторий движения КА на этапах основного и прецизионного торможения. Для практической реализации посадки КА на Луну актуальным явля-

ется построение управления в виде обратной связи по координатам и скоростям КА.

В данной работе предлагаются методы и алгоритмы управления движением КА в системах виртуального окружения для моделирования его посадки на Луну. Предлагаемые решения основаны на синтезе управления в виде обратной связи по показаниям виртуальных датчиков и позволяют реализовать стабилизацию, переориентацию, торможение, зависание, маневры и мягкую посадку КА на Луну. При этом управление КА реализуется в непрерывном и импульсном режимах работы реактивных двигателей с применением критериев быстродействия и минимального расхода топлива. Для моделирования ручного режима управления КА в целях выбора места посадки на Луну были задействованы технологии виртуальной реальности. Идея заключается в том, что в таком режиме управление КА реализуется путем воздействия виртуальных рук, которые повторяют движения реальных рук оператора, на виртуальные органы управления КА (джойстик, кнопки панели управления и т. д.). Апробация предложенных в статье решений была проведена в разработанной авторами в ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН системе виртуального окружения VirSim [15] и показала их адекватность и эффективность на примере решения задачи посадки виртуальной модели ПТК "Орел" на Луну.

Математическая модель движения КА при посадке на Луну

Рассмотрим КА и его схематичное изображение, показанное на рис. 1. Для описания движения КА введем две системы координат: мировую систему координат (МСК) $Oxyz$, расположенную в предполагаемом месте посадки, и локальную систему координат $SXYZ$ (ЛСК), жестко связанную с корпусом спускаемого аппарата, в которой начало S совпадает с центром масс КА. Положение КА определяется радиус-вектором $\mathbf{r} = \mathbf{OS}$, а ориентация — тремя углами Эйлера с последовательностью ZYX . Для задания ориентации сначала выполняется поворот вокруг оси Z на угол ψ , затем вокруг оси Y на угол θ и, наконец, вокруг оси X на угол φ .

Кинематика КА определяется с помощью линейной скорости $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = (v_x, v_y, v_z)^T$, заданной в МСК, и угловой скорости $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T$, заданной в ЛСК. Вращательное движение КА

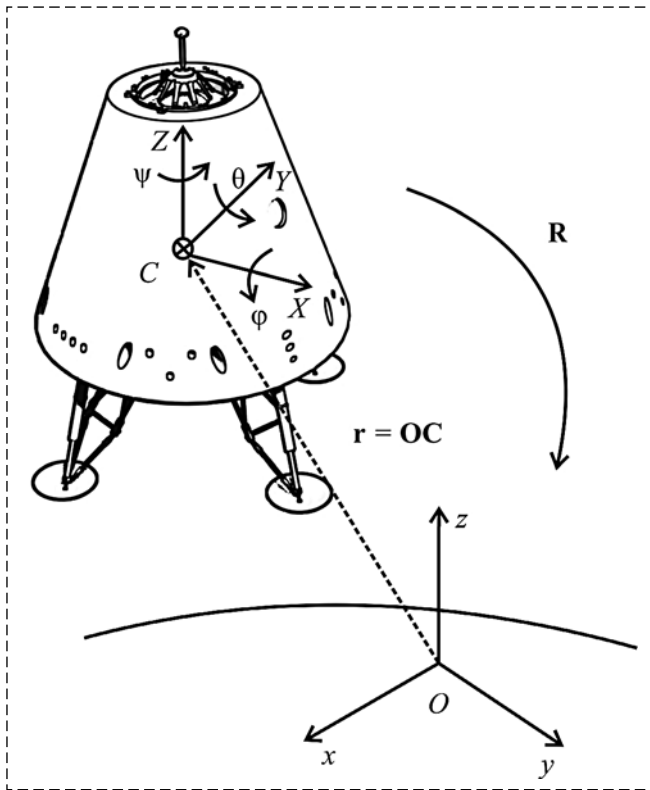


Рис. 1. Схематичное изображение КА
Fig. 1. Schematic representation of spacecraft

описывается с помощью кинематических уравнений Эйлера [16]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \operatorname{tg} \theta & \cos \phi \operatorname{tg} \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \\ \omega_Z \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\theta \neq \pi/2.$$

Поступательное движение КА осуществляется под действием реактивных двигателей, которые создают суммарную тягу $\mathbf{F} = (F_X, F_Y, F_Z)^T$ в ЛСК КА с ограничениями $|F_X| \leq F_X^{\max}$, $|F_Y| \leq F_Y^{\max}$ и $|F_Z| \leq F_Z^{\max}$. Динамика поступательного движения КА описывается с помощью дифференциальных уравнений в форме второго закона Ньютона:

$$m\dot{\mathbf{v}} = m\mathbf{g}_l + \mathbf{R}\mathbf{F}, \quad (2)$$

где m — масса КА; $\mathbf{g}_l = (0, 0, -g_l)^T$; g_l — ускорение свободного падения на Луне; \mathbf{R} — матрица перехода из ЛСК в МСК.

Пусть КА является осесимметричным твердым телом, где Z является осью симметрии. Тогда динамика вращательного движения описывается с помощью динамических уравнений Эйлера следующего вида:

$$\begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_X &= (I_1 - I_3) \omega_Y \omega_Z + \tau_X; \\ I_1 \dot{\omega}_Y &= (I_3 - I_1) \omega_X \omega_Z + \tau_Y; \\ I_3 \dot{\omega}_Z &= \tau_Z, \end{aligned} \quad (3)$$

где $I_1 = I_X = I_Y$, $I_3 = I_Z$ — главные моменты инерции КА; τ_X , τ_Y и τ_Z — моменты, создаваемые реактивными двигателями в импульсном режиме и $|\tau_X| \leq \tau_X^{\max}$, $|\tau_Y| \leq \tau_Y^{\max}$, $|\tau_Z| \leq \tau_Z^{\max}$.

При работе реактивных двигателей масса КА уменьшается пропорционально расходу топлива, что соответствует дифференциальному уравнению

$$\dot{m} = -k, \quad k \leq k_{\max}, \quad (4)$$

где k — суммарный расход топлива от всех двигателей; k_{\max} — максимальный расход топлива.

Уравнения (1)–(4) описывают математическую модель движения КА при посадке на Луну, в которой F_X , F_Y , F_Z , τ_X , τ_Y и τ_Z являются управляющими переменными.

Стабилизация КА

Задача стабилизации КА заключается в гашении его угловой скорости. Для решения этой задачи преобразуем уравнения (3) к следующему виду:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_X &= -a\omega_Y\omega_Z + u_X; \\ \dot{\omega}_Y &= a\omega_X\omega_Z + u_Y; \\ \dot{\omega}_Z &= u_Z, \end{aligned} \quad (5)$$

где $a = (I_3 - I_1)/I_1$, $u_X = \tau_X/I_1$, $u_Y = \tau_Y/I_1$, $u_Z = \tau_Z/I_3$. Требуется найти такие $|u_X| \leq u_X^{\max}$, $|u_Y| \leq u_Y^{\max}$ и $|u_Z| \leq u_Z^{\max}$ из уравнений (5), которые обеспечат выполнение условий $|\omega_X| \leq \omega_\varepsilon$, $|\omega_Y| \leq \omega_\varepsilon$ и $|\omega_Z| \leq \omega_\varepsilon$, где ω_ε — заданное число; $u_X^{\max} = \tau_X^{\max}/I_1$, $u_Y^{\max} = \tau_Y^{\max}/I_1$ и $u_Z^{\max} = \tau_Z^{\max}/I_3$.

Рассмотрим положительно определенную функцию $V(\boldsymbol{\omega}) = |\boldsymbol{\omega}|^2/2 \geq 0$, где $\boldsymbol{\omega} = (\omega_X, \omega_Y, \omega_Z)^T$. Дифференцируя ее по времени, получим $\dot{V} = \boldsymbol{\omega}^T \dot{\boldsymbol{\omega}}$. После подстановки (5) в это выражение будет верно соотношение

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \omega_X(-a\omega_Y\omega_Z + u_X) + \\ &+ \omega_Y(a\omega_X\omega_Z + u_Y) + \omega_Z u_Z. \end{aligned} \quad (6)$$

Сформируем релейное управление в следующем виде:

$$\begin{aligned} u_X &= -u_X^{\max} \operatorname{sgn}(\omega_X), \quad u_Y = -u_Y^{\max} \operatorname{sgn}(\omega_Y), \\ u_Z &= -u_Z^{\max} \operatorname{sgn}(\omega_Z). \end{aligned} \quad (7)$$

Если будут выполнены неравенства $u_X^{\max} > |a\omega_Y\omega_Z|$ и $u_Y^{\max} > |a\omega_X\omega_Z|$, то из уравнения (6) получим $\dot{V} < 0$. Тогда, согласно теории функции Ляпунова [17], управление (7) будет обеспечивать возникновение скользящего режима вокруг поверхности $\omega = \mathbf{0}$. Так как рассматривается осесимметричный КА, то найдется такой момент времени t' , при котором угловая скорость ω_Z будет мала, и неравенства будут выполнены.

При практической реализации вводится зона нечувствительности ω_ε такая, что управление (7) корректируется следующим образом:

$$u_\alpha = \begin{cases} -u_\alpha^{\max}, & \text{если } \omega_\alpha > \omega_\varepsilon; \\ 0, & \text{если } |\omega_\alpha| \leq \omega_\varepsilon; \\ u_\alpha^{\max}, & \text{если } \omega_\alpha < -\omega_\varepsilon; \end{cases} \quad \alpha \in \{X, Y, Z\}. \quad (8)$$

Полученное релейное управление (8) решает задачу стабилизации КА.

Переориентация КА

Во время посадки КА требуется обеспечить его вертикальное положение относительно поверхности Луны. Для этого рассматривается задача переориентации КА, которая заключается в том, чтобы перевести ориентацию КА с углами Эйлера из состояния $(\varphi_0, \theta_0, \psi_0)$ в состояние $(0, 0, 0)$. При этом требуется выполнять повороты КА за минимально возможное время.

Предлагаемое решение этой задачи заключается в построении управления ориентацией КА, в котором сначала выполняется поворот вокруг оси симметрии Z , а затем вокруг остальных осей X и Y . При этом в качестве допущения полагается, что начальные углы φ_0 и θ_0 малы.

Рассмотрим поворот КА вокруг оси Z . Из уравнений (1) и (3) при выполнении условий $|\omega_X| \leq \omega_\varepsilon$, $|\omega_Y| \leq \omega_\varepsilon$ и $\cos\varphi/\cos\theta \approx 1$ получим

$$\dot{\psi} = \omega_Z, \quad \dot{\omega}_Z = \tau_Z/I_3, \quad |\tau_Z| \leq \tau_Z^{\max}. \quad (9)$$

Требуется сформировать управление τ_Z , которое обеспечит выполнение условий $\psi(T) = 0$ и $\omega_Z(T) = 0$ за минимальное время T . В такой постановке это соответствует задаче быстродействия. Для ее решения применим теорию синтеза оптимального управления на основе принципа максимума Понтрягина [18]. Тогда

задача быстродействия сводится к поиску минимума функционала $\Phi[\tau_Z] = \int_0^T dt$. Для уравнений (9) функция Гамильтона примет вид

$$H = -1 + \lambda_1\omega_Z + \lambda_2\tau_Z/I_3,$$

где λ_1 и λ_2 — сопряженные переменные, которые удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial H}{\partial \psi} = 0, \quad \dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial H}{\partial \omega_Z} = -\lambda_1.$$

Решая эти уравнения, получим $\lambda_1(t) = C_1$ и $\lambda_2(t) = C_2 - C_1t$, где C_1 и C_2 — константы. Согласно принципу максимума Понтрягина управление $\tau_Z = \tau_Z^{\max} \operatorname{sgn} \lambda_2(t)$ обеспечивает максимум функции H и является оптимальным по быстродействию. Так как функция $\lambda_2(t)$ является линейной по времени, то она меняет знак только один раз. В связи с этим оптимальное управление содержит не более одной точки переключения между двумя состояниями $\tau_Z = +\tau_Z^{\max}$ и $\tau_Z = -\tau_Z^{\max}$. Интегрируя (9), получим, что управлению $\tau_Z = \tau_Z^{\max}$ соответствуют траектории $\psi = I_3\omega_Z^2/2\tau_Z^{\max}$ на фазовой плоскости, а управлению $\tau_Z = -\tau_Z^{\max}$ — траектории $\psi = -I_3\omega_Z^2/2\tau_Z^{\max}$. Фазовый портрет показан на рис. 2, где кривая AB задает линию переключения между двумя состояниями. В этом случае закон управления ориентацией КА вокруг оси Z примет вид

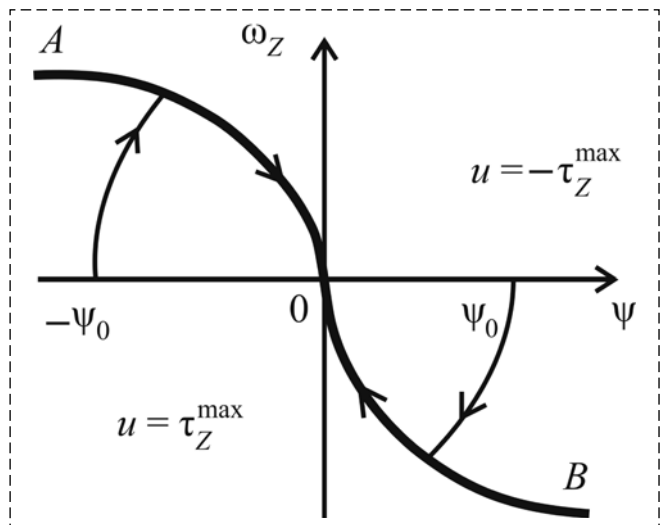


Рис. 2. Фазовый портрет
Fig. 2. Phase portrait

$$\tau_Z = \begin{cases} \tau_Z^{\max}, & \text{если } \psi + \frac{I_3 \omega_Z^2}{2\tau_Z^{\max}} \operatorname{sgn} \omega_Z < 0; \\ -\tau_Z^{\max}, & \text{если } \psi + \frac{I_3 \omega_Z^2}{2\tau_Z^{\max}} \operatorname{sgn} \omega_Z > 0. \end{cases} \quad (10)$$

Аналогичным образом осуществляется синтез управления ориентацией для остальных осей КА. В силу малости углов φ_0 и θ_0 из уравнений (1) получим, что $\dot{\varphi} \approx \omega_X$ и $\dot{\theta} \approx \omega_Y$, что соответствует плоским поворотам вокруг осей X и Y . Тогда закон управления ориентацией КА вокруг осей X и Y примет вид

$$\tau_X = \begin{cases} \tau_X^{\max}, & \text{если } \varphi + \frac{I_1 \omega_X^2}{2\tau_X^{\max}} \operatorname{sgn} \omega_X < 0; \\ -\tau_X^{\max}, & \text{если } \varphi + \frac{I_1 \omega_X^2}{2\tau_X^{\max}} \operatorname{sgn} \omega_X > 0. \end{cases} \quad (11)$$

$$\tau_Y = \begin{cases} \tau_Y^{\max}, & \text{если } \theta + \frac{I_1 \omega_Y^2}{2\tau_Y^{\max}} \operatorname{sgn} \omega_Y < 0; \\ -\tau_Y^{\max}, & \text{если } \theta + \frac{I_1 \omega_Y^2}{2\tau_Y^{\max}} \operatorname{sgn} \omega_Y > 0. \end{cases} \quad (12)$$

Управление ориентацией КА вида (10)–(12) представляет собой нелинейное реле с обратной связью по углам Эйлера (φ , θ , ψ) и угловой скорости ω .

Управление горизонтальным движением КА

Управление горизонтальным движением КА включает этап его прецизионного торможения и маневры в горизонтальной плоскости. После окончания основного торможения КА его движение осуществляется с заданной скоростью по направлению к расчетной точке посадки. При подлете к месту посадки горизонтальную скорость КА необходимо погасить, затратив при этом минимально возможное количество топлива. Рассмотрим эту задачу на примере горизонтального торможения КА вдоль оси x . Пусть КА имеет вертикальную ориентацию относительно поверхности Луны. Тогда матрица \mathbf{R} будет единичной, а уравнения (2) и (4) преобразуются к виду

$$\dot{x} = v_x, \quad \dot{v}_x = u_X F_X^{\max} / m, \quad \dot{m} = -k |u_X|, \quad |u_X| \leq 1. \quad (13)$$

Требуется найти такое управление u_X , которое обеспечит минимум функционала $\Phi[u_X] = m_0 - m(t)$ при заданных краевых условиях

$x(0) = x_0$, $x(T) = 0$, $v_x(0) = v_{x,0}$ и $v_x(T) = 0$, где m_0 — начальная масса КА, T — нефиксированное время торможения КА.

Для решения этой задачи воспользуемся принципом максимума Понтрягина. Функция Гамильтона для (13) примет вид

$$H = \lambda_1 v_x + \lambda_2 u_X F_X^{\max} / m - \lambda_3 k |u_X| = \lambda_1 v_x + H_u u_X, \quad (14)$$

где H_u обозначена величина $\lambda_2 F_X^{\max} / m - \lambda_3 k \operatorname{sgn} u_X$; λ_i , $i = 1, 2, 3$, — сопряженные функции, которые удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= -\frac{\partial H}{\partial x} = 0, & \dot{\lambda}_2 &= -\frac{\partial H}{\partial v_x} = -\lambda_1, \\ \dot{\lambda}_3 &= -\frac{\partial H}{\partial m} = \lambda_2 u_X F_X^{\max} / m^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Так как функция Гамильтона линейно зависит от u_X , то она достигает своего максимума при управлении $u_X(t) = \operatorname{sgn} H_u(t)$, где $H_u(t)$ является функцией переключения.

Рассмотрим случай, когда $u_X \equiv 1$. Из соотношений (13) следует, что $m(t) = m_0 - kt$. Интегрируя сопряженную систему (15), получим ее аналитическое решение в следующем виде:

$$\begin{aligned} \lambda_1(t) &= C_1, & \lambda_2(t) &= C_2 - C_1 t, \\ \lambda_3(t) &= \frac{F_X^{\max}}{k^2} \left(\frac{k C_2 - m_0 C_1}{m_0 - kt} - C_1 \ln \left(\frac{m_0}{k} - t \right) \right) + C_3, \end{aligned}$$

где C_i , $i = 1, 2, 3$, — константы.

Подставив полученное решение в H_u , получим

$$H_u = \frac{F_X^{\max} C_1}{k} (1 + \ln(m_0/k - t)) - C_3 k.$$

Отсюда следует, что условие $H_u = 0$ будет выполнено в момент времени

$$t^* = \frac{m_0}{k} - \exp \left(-1 + \frac{k^2 C_3}{F_X^{\max} C_1} \right). \quad (16)$$

Такой же результат получается при управлении $u_X \equiv -1$. Следовательно, оптимальный по расходу топлива закон управления горизонтальным торможением КА имеет только одну точку переключения между состояниями ± 1 .

Проинтегрируем уравнения (13) для заданного времени t^* торможения КА. Тогда получим две возможные точки переключения с координатами $(-x^*, v_x^*)$ и $(x^*, -v_x^*)$, вычисляемые как

$$x^* = \frac{F_X^{\max}}{k^2} \left(m \ln \frac{m}{m - kt^*} - kt^* \right);$$

$$v_x^* = \frac{F_X^{\max}}{k} \ln \frac{m}{m - kt^*},$$

где m — текущая масса КА.

Предлагаемое решение для управления горизонтальным торможением КА состоит из трех этапов: приведение к скорости $\pm v_x^*$, движение по инерции до достижения координаты $\mp x^*$ и заключительный этап торможения. Фазовый портрет возможных траекторий показан на рис. 3. Рассматриваются такие траектории, начальная точка которых находится в одной из четырех областей:

$$\Omega_1 = \{(x, v_x) : x < -x^*, v_x > v_x^*\},$$

$$\Omega_2 = \{(x, v_x) : x > x^*, v_x > -v_x^*\},$$

$$\Omega_3 = \{(x, v_x) : x < -x^*, v_x < v_x^*\},$$

$$\Omega_4 = \{(x, v_x) : x > x^*, v_x < -v_x^*\}.$$

Траектории движения КА по инерции определяются множествами

$$S_1 = \{(x, v_x) : x < -x^*, v_x = v_x^*\},$$

$$S_2 = \{(x, v_x) : x > x^*, v_x = -v_x^*\}.$$

В свою очередь, траектория заключительного этапа торможения КА находится в одной из двух областей:

$$\Omega_5 = \{(x, v_x) : -x^* \leq x \leq 0, 0 \leq v_x \leq v_x^*\},$$

$$\Omega_6 = \{(x, v_x) : 0 \leq x \leq x^*, -v_x^* \leq v_x \leq 0\}.$$

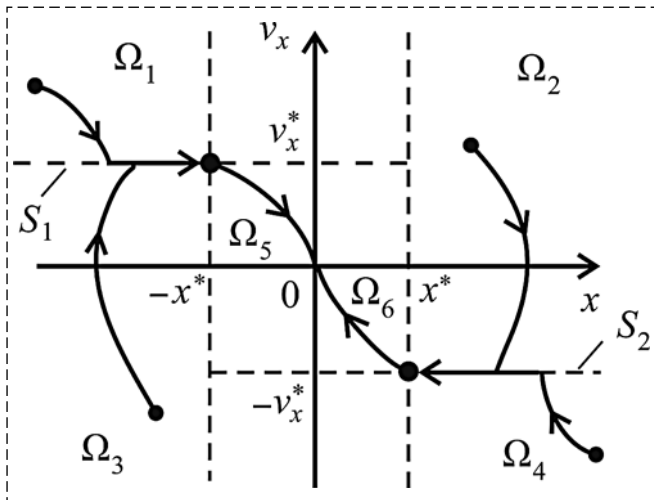


Рис. 3. Фазовые траектории горизонтального движения КА
Fig. 3. Phase trajectories of spacecraft horizontal motion

Предлагаемый закон управления примет вид

$$u_X = \begin{cases} -1, & \text{если } (x, v_x) \in \Omega_1 \wedge \Omega_2 \wedge \Omega_5; \\ 0, & \text{если } (x, v_x) \in S_1 \wedge S_2; \\ 1, & \text{если } (x, v_x) \in \Omega_3 \wedge \Omega_4 \wedge \Omega_6. \end{cases} \quad (17)$$

При управлении КА в ручном режиме требуется обеспечить его заданную скорость $v_{x,d}$. В этом случае закон управления будет иметь вид

$$u_X = \begin{cases} -1, & \text{если } e_X > v_\delta; \\ 0, & \text{если } |e_X| \leq v_\delta; \\ 1, & \text{если } e_X < -v_\delta, \end{cases} \quad (18)$$

где $e_X = v_x - v_{x,d}$, v_δ — заданное число.

Аналогичным образом формируется управление u_Y горизонтальным движением КА вдоль оси y , включая его торможение в автоматическом режиме и обеспечение заданной скорости $v_{y,d}$ в ручном режиме управления.

Управление вертикальным движением КА

Здесь рассматривается прецизионное торможение вертикальной скорости КА. Оптимальным по расходу топлива будет алгоритм управления, в котором сначала осуществляется свободное падение КА, а затем его торможение до допустимой скорости. При выводе основных соотношений рассмотрим ситуацию, когда масса КА меняется незначительно. Тогда, преобразовывая уравнения (2), получим, что динамика вертикального движения КА описывается выражением

$$\frac{dz}{dv_z} = \frac{v_z}{-g_l + u_Z F_Z^{\max}/m}, \quad 0 \leq u_Z \leq 1 \quad (19)$$

с краевыми условиями $z(v_{z,0}) = H_0$ и $z(0) = H_f$.

На первом этапе осуществляется свободное падение КА при отсутствии управления. Интегрируя уравнение (19) при $u_Z = 0$, получим, что на этом этапе изменение высоты КА от скорости подчиняется соотношению

$$z^I(v_z) = H_0 + \frac{v_{z,0}^2 - v_z^2}{2g_l}. \quad (20)$$

На втором этапе осуществляется торможение КА. Решением (19) при $u_Z = 1$ и заданных краевых условиях будет выражение

$$z^{II}(v_z) = H_f + \frac{v_z^2}{2(F_Z^{\max}/m - g_l)}. \quad (21)$$

Пусть в момент включения двигателей КА находится на высоте H_p и имеет скорость $v_{z,p}$. Тогда из (21) будет следовать равенство $z^I(v_{z,p}) = H_p$. Отсюда получим, что скорость $v_{z,p}$ выражается через H_p следующим образом:

$$v_{z,p}^2 = 2(H_p - H_f)(F_Z^{\max}/m - g_l).$$

Подставим полученное выражение для $v_{z,p}^2$ в (20) при $z^I(v_{z,p}) = H_p$. Тогда после преобразований получим, что высота H_p вычисляется как

$$H_p = H_f + \frac{mg_l(H_0 - H_f)}{F_Z^{\max}} + \frac{mv_{z,0}^2}{2F_Z^{\max}}. \quad (22)$$

Закон управления вертикальным торможением КА примет вид

$$u_Z = \begin{cases} 0, & \text{если } z \geq H_p; \\ 1, & \text{если } z < H_p \text{ и } v_z < 0. \end{cases} \quad (23)$$

Торможение КА выполняется до тех пор, пока не будет выполнено условие $v_z = 0$. После этого двигатели начинают работать в импульсном режиме, реализуя зависание КА над поверхностью. Для этого из уравнений (2) при $\dot{z} = 0$ должно быть выполнено

$$u_Z = mg_l/F_Z^{\max}.$$

На заключительном этапе осуществляется вертикальный спуск КА с поддержанием постоянной скорости $v_{z,s}$ для обеспечения мягкой посадки КА на Луну. Для этого реализуется алгоритм управления, который аналогичен (18).

Результаты моделирования

Предлагаемые в статье методы и подходы к управлению КА при посадке на Луну были реализованы в созданном авторами программном комплексе виртуального окружения VirSim. Этот программный комплекс состоит из подсистем управления, динамики и визуализации. В подсистеме управления осуществляется вычисление управляющих сигналов для исполнительных устройств виртуальных объектов. Для этого задействована технология расчета функциональных схем, которые создаются в специальном редакторе. Функциональная схема задает логику управления виртуальным объектом и состоит из набора блоков, куда входят датчики, исполнительные устройства, а также другие блоки из библиотеки (арифметические, логиче-

ские, тригонометрические и т. д.). Связи между блоками задаются с помощью линий, которые соединяют выходы одних блоков с входами других блоков. На рис. 4 (см. третью сторону обложки) приводится фрагмент функциональной схемы, которая описывает логику управления ориентацией КА. Входами этой схемы являются показания датчиков, а на выходе формируются значения тяг, которые передаются на реактивные двигатели. В подсистеме динамики на основе математических моделей выполняется расчет показаний датчиков и координат виртуальных объектов. Эти координаты поступают в подсистему визуализации, которая осуществляет рендеринг виртуальной сцены в масштабе реального времени.

Погружение оператора в виртуальную среду в системе VirSim реализовано с помощью виртуального наблюдателя, представляющего собой совокупность двух виртуальных камер и моделей человеческих рук. В рамках данной реализации изображения трехмерной сцены отображаются в глаза оператора посредством VR-гарнитуры шлема виртуальной реальности Oculus Rift CV1, а управление виртуальными объектами осуществляется на основе данных, поступающих от контроллеров Oculus Touch, предназначенных для трекинга рук оператора. С подробностями реализации виртуального наблюдателя можно ознакомиться в работе [19].

Апробация полученных в статье результатов проводилась на примере управления созданной нами виртуальной моделью ПТК "Орел" (рис. 5, см. третью сторону обложки) в полуавтоматическом режиме. Для этого была создана высокодетализированная виртуальная сцена участка поверхности Луны, которая соответствует району к северу от южного полярного кратера Богуславский [20]. Виртуальная модель КА содержит восемь двигателей вертикального торможения (V1–V8) и 14 двигателей горизонтального торможения (H1–H14). Управление ориентацией КА осуществляется путем включения соответствующего набора двигателей вертикального торможения в импульсном режиме. Обратная связь в рассматриваемом программном комплексе реализуется посредством виртуальных датчиков положения, ориентации, угловой скорости, дальномеров и касания, которые задействованы в виртуальной модели КА.

Моделирование посадки КА на Луну начинается примерно на высоте 2 км сразу после окончания этапа основного торможения. В таблице

Параметры моделирования

Simulation parameters

Параметр	Значение	Размерность	Параметр	Значение	Размерность
m	1500	кг	F_X^{\max}	1455	Н
I_1	3050	кг·м ²	F_Y^{\max}	970	Н
I_3	5050	кг·м ²	F_Z^{\max}	7470	Н
g_l	1,62	м/с ²	H_0	1000	м
τ_X^{\max}	120,292	Н·м	H_p	689	м
τ_Y^{\max}	120,292	Н·м	H_f	70	м
τ_Z^{\max}	220,877	Н·м	$v_{x,d}$	±2	м/с
ω_e	0,0001	рад/с	v_δ	0,01	м/с
k_{\max}	5	кг/с	$v_{z,s}$	-1,5	м/с

приводятся параметры моделирования динамики и управления КА, где его масса и моменты инерции соответствуют начальному моменту времени моделирования, а высота H_p вычисляется по формуле (22). Согласно работе [3] предполагается, что после торможения КА имеет горизонтальную скорость порядка 11 м/с, вертикальную скорость 8 м/с и угловые скорости вдоль осей, которые не превышают 5 %/с. На первом этапе моделируется свободное падение КА с гашением угловой скорости по закону (8) и его вертикализацией с управлением (10)–(12). При достижении высоты H_0 начинается этап торможения горизонтальной скорости КА с управлением по закону (17). Затем выполняется торможение вертикальной скорости КА по закону (23) с включением двигателей вертикального торможения на высоте H_p . После этого в режиме зависания КА осуществляется переход на ручной режим управления для выбора места посадки. Моделирование на этом этапе осуществляется путем погружения оператора в виртуальную среду с применением гарнитуры виртуальной реальности. Виртуальные модели кистей рук копируют движения рук оператора и обеспечивают возможность сгибания и разгибания виртуальных пальцев для их воздействия на элементы управления (джойстик и кнопки), позволяя осуществлять управление КА в ручном режиме (рис. 6). После достижения выбранной точки посадки оператор нажатием кнопки на джойстике запускает команду, после которой в автоматическом режиме осуществляется финальный этап посадки КА на Луну с постоянной скоростью.



Рис. 6. Управление КА с применением VR-технологий
Fig. 6. Spacecraft control with use of VR technologies

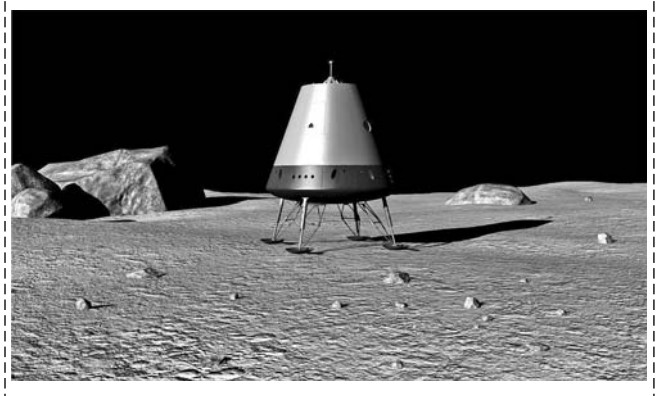


Рис. 7. Положение КА после посадки на Луну
Fig. 7. Spacecraft position after landing on the Moon

При соприкосновении опор КА с поверхностью Луны срабатывают датчики касания, и двигатели отключаются. На рис. 7 приводится конечное положение КА после его посадки на поверхность Луны. Успешность выполнения каждого этапа посадки КА на Луну показывает адекватность и эффективность предложенных в статье решений для обеспечения необходимого качества моделирования движения КА в системах виртуального окружения.

Заключение

В работе предложены решения для моделирования посадки КА на Луну с использованием современных технологий виртуальной ре-

альности. Разработанные методы и алгоритмы управления КА с применением обратной связи по показаниям виртуальных датчиков обеспечивают необходимый уровень реалистичности процесса посадки. Полученные в работе результаты могут быть в дальнейшем использованы для реализации тренажеров, предназначенных для обучения космонавтов в земных условиях навыкам управления посадкой КА.

Список литературы

1. Казмерчук П. В., Мартынов М. Б., Москатиных И. В., Юдин А. Д. Космический аппарат "Луна-25" — основа новых исследований Луны // Вестник НПО имени Лавочкина. 2016. Т. 34, № 4. С. 9—19.
2. Антонова Н. П., Брюханов Н. А., Четкин С. В. Средства посадки пилотируемого транспортного корабля нового поколения // Космическая техника и технологии. 2014. Т. 7, № 4. С. 21—30.
3. Жуков Б. И. и др. Управление движением космического аппарата при посадке на поверхность Луны // Вестник НПО имени Лавочкина. 2021. Т. 54, № 4. С. 22—30.
4. Klumpp A. R. Apollo lunar descent guidance // Automatica. 1974. Vol. 10, N. 2. P. 133—146.
5. Крючков Б. И., Бурдин Б. В., Солодников А. В. Опыт СССР и США в подготовке космонавтов и астронавтов к осуществлению посадки на Луну // Пилотируемые полеты в космос. 2020. Т. 34, № 1. С. 86—103.
6. Garcia A. D., Schlueter J., Paddock E. Training astronauts using hardware-in-the-loop simulations and virtual reality // AIAA SciTech Forum. Orlando, FL. 2020. P. 1—13.
7. Левский М. В. Аналитическое решение задачи оптимального управления разворотом космического аппарата с минимальной энергией вращения // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 3. С. 174—183.
8. Сапунков Я. Г., Молоденков А. В. Аналитическое решение задачи оптимального в смысле комбинированного

функционала разворота осесимметричного космического аппарата // Автоматика и телемеханика. 2021. № 7. С. 86—106.

9. Фомичев А. В., Ли Е. К. Аналитический алгоритм терминального управления пространственным движением КА при посадке на поверхность Луны // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 6. С. 423—431.
10. Петрищев В. Ф. Энергосберегающий алгоритм автоматического управления тягой двигателя на заключительном участке мягкой посадки на Луну // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 3. С. 180—188.
11. Gazzola F., Marchini E. M. The moon lander optimal control problem revisited // Mathematics in Engineering. 2020. Vol. 3, N. 5. P. 1—14.
12. Cassalino L. Fuel-optimal lander trajectory for lunar soft-precision landing. Master's Degree Thesis. 2020—2021.
13. Zhang H., Li J., Wang Z., Guan Y. Guidance navigation and control for Chang'E-5 powered descent // Space: Science & Technology. 2021. P. 1—15.
14. Сихарулидзе Ю. Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов. М.: Бином, Лаборатория знаний, 2013. 407 с.
15. Михайлюк М. В. и др. Система виртуального окружения VirSim для имитационно-тренажерных комплексов подготовки космонавтов // Пилотируемые полеты в космос. 2020. Т. 37, № 4. С. 72—95.
16. Дронг В. И., Дубинин В. В., Ильин М. М. и др. Курс теоретической механики: Учебник для вузов. Под общ. ред. К. С. Колесникова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005. 736 с.
17. Shtessel Y., Edwards C., Fridman L., Levant A. Sliding Mode Control and Observation. Birkhauser, New York: Springer, 2014. 356 p.
18. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. 2-е изд., переработанное и дополненное. М.: Наука, Главная редакция физ.-мат. литературы, 1969. 408 с.
19. Maltsev A. V. Computer simulation of video surveillance complexes in virtual environment systems // Scientific Visualization. 2022. Vol. 14, N. 2. P. 88—97.
20. Дьячкова М. В., Литвак М. Л., Митрофанов И. Г., Санин А. Б. Выбор мест посадки космического аппарата Луна-25 в окрестности Южного полюса Луны // Астрономический вестник. 2017. Т. 51, № 3. С. 204—215.

Simulation of Spacecraft Moon Landing Control in Virtual Environment Complexes

E. V. Strashnov, strashnov_evg@mail.ru, M. V. Mikhaylyuk, mix@niisi.ras.ru,

Federal State Institution "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences",
Moscow, 117218, Russian Federation

Corresponding author: Strashnov Evgeny V., Researcher, Federal State Institution "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences", Moscow, 117218, Russian Federation, e-mail: strashnov_evg@mail.ru

Accepted on November 02, 2022

Abstract

The paper considers the task for simulation of final stage spacecraft landing on the Moon in virtual environment systems. To solve this task, methods and algorithms are proposed for the lunar module motion control with the implementation of fast attitude maneuvers and minimum fuel consumption during its deceleration. The spacecraft control is based on virtual sensors feedback and makes it possible to implement stabilization, reorientation, deceleration, maneuvers, hovering and soft landing of the spacecraft on the Moon. The work involves virtual reality technologies with the implementation of human interaction with a computer-synthesized environment. In this case, to control the spacecraft in manual mode, virtual hands are used that copy the movements of the operator's hands and act on the elements of virtual controls (joystick, buttons, etc.) inside the spacecraft model. Approbation of methods and algorithms proposed in the paper was carried out in our software package of virtual environment system on the example for landing simulation of virtual model Orel spacecraft in

semi-automatic mode. In this software package the spacecraft control in manual mode is implemented by data which transit from Oculus Rift CV1 VR headset and Oculus Touch controllers designed for tracking the operator's head and hands, as well as displaying synthesized stereopair to his eyes. The simulation of spacecraft landing on the Moon was carried out for stages that begin immediately after the basic deceleration at an altitude of about 2 km and including the free fall of the lunar vehicle, its verticalization, horizontal and vertical deceleration, hovering, and soft landing. The results of approbation showed the adequacy and quality of the solutions proposed in the paper, which can be further used to create simulators designed to train cosmonauts how to control a spacecraft during landing on the Moon.

Keywords: simulation, spacecraft, Moon, optimal control, soft landing, feedback, virtual reality

Acknowledgements: The publication is made within the state task of Federal State Institution "Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences" on "Carrying out basic scientific researches (47 GP)" on topic No. FNEF-2022-0012 "Virtual environment systems: technologies, methods and algorithms of mathematical modeling and visualization. 0580-2022-0012".

For citation:

Strashnov E. V., Mikhaylyuk M. V. Simulation of Spacecraft Moon Landing Control in Virtual Environment Complexes, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2023, vol. 24, no. 3, pp. 158–167.

DOI: 10.17587/mau.24.158-167

References

1. **Kazmerchuk P. V., Martynov M. B., Moskatiniyev I. V., Sysoev V. K., Yudin A. D.** "Luna-25" spacecraft — the basis of the new lunar exploration, *Vestnik NPO imeni Lavochkina*, 2016, vol. 34, no. 4, pp. 9–19 (in Russian).
2. **Antonova N. P., Bryukhanov N. A., Chyotkin S. V.** Landing equipment of the new generation manned transportation spacecraft, *Kosmicheskaja tehnika i tehnologii*, 2014, vol. 7, no. 4, pp. 21–30 (in Russian).
3. **Jukov B. I.** et al. Spacecraft motion control during the Moon surface landing stage, *Vestnik NPO imeni Lavochkina*, 2021, vol. 54, no. 4, pp. 22–30 (in Russian).
4. **Klump A. R.** Apollo lunar descent guidance, *Automatica*, 1974, vol. 10, no. 2, pp. 133–146.
5. **Kryuchkov B. I., Burdin B. V., Solodnikov A. V.** Experience of the USSR and the USA in training cosmonauts and astronauts for landing on the Moon, *Pilotiruemye polety v kosmos*, 2020, vol. 34, no. 1, pp. 86–103 (in Russian).
6. **Garcia A. D., Schlueter J., Paddock E.** Training astronauts using hardware-in-the-loop simulations and virtual reality, *AIAA SciTech Forum*, Orlando, FL, 2020, pp. 1–13.
7. **Levskii M. V.** Analytical solving the optimal control problem of spacecraft's clew maneuver with minimal energy of rotation, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 3, pp. 174–183 (in Russian).
8. **Sapunkov Ya. G., Molodencov A. V.** Analytical solution of the problem of optimal in the sense of the combined functional turn of an axisymmetric spacecraft, *Avtomatika i telemekhanika*, 2021, no. 7, pp. 86–106 (in Russian).
9. **Fomichev A. V., Li E. K.** Analytical 3D terminal guidance algorithm for lunar landing, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 6, pp. 423–431 (in Russian).
10. **Petrishchev V. F.** Power-efficient algorithm of controlling the engine thrust at the final phase of soft Moon landing, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 3, pp. 180–188 (in Russian).
11. **Gazzola F., Marchini E. M.** The moon lander optimal control problem revisited, *Mathematics in Engineering*, 2020, vol. 3, no. 5, pp. 1–14.
12. **Cassalino L.** Fuel-optimal lander trajectory for lunar soft-precision landing, *Master's Degree Thesis*, 2020–2021.
13. **Zhang H., Li J., Wang Z., Guan Y.** Guidance navigation and control for Chang'E-5 powered descent, *Space: Science & Technology*, 2021, pp. 1–15.
14. **Sikharulidze Yu. G.** Ballistics and guidance of aircraft, Moscow, Binom, Knowledge Laboratory, 2013, 407 p. (in Russian).
15. **Mihaylyuk M. V.** et al. The VirSim virtual environment system for the simulation complexes of cosmonaut training, *Pilotiruemye polety v kosmos*, 2020, vol. 37, no. 4, pp. 72–95 (in Russian).
16. **Kolesnikov K. S.** ed. Course of Theoretical Mechanics: A Textbook for high schools, Moscow, Publishing House of the Bauman MSTU, 2005, 736 p. (in Russian).
17. **Shtessel Y., Edwards C., Fridman L., Levant A.** Sliding Mode Control and Observation, Birkhauser, New York, Springer, 2014, 356 p.
18. **Boltjanskij V. G.** Mathematical methods of optimal control, 2nd ed., revised and supplemented, Moscow, Science, 1969, 408 p. (in Russian).
19. **Maltsev A. V.** Computer simulation of video surveillance complexes in virtual environment systems, *Scientific Visualization*, 2022, vol. 14, no. 2, pp. 88–97.
20. **D'jachkova M. V., Litvak M. L., Mitrofanov I. G., Sanin A. B.** Selection of landing sites for the Luna-25 spacecraft in the vicinity of the South Pole Moon, *Astronomicheskij vestnik*, 2017, vol. 51, no. 3, pp. 204–215 (in Russian).

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Матросская Тишина, 23с2

Телефон редакции журнала: **+7(499) 270 16 52**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 20.12.2022. Подписано в печать 10.02.2023. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Заказ МН323. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансд солишнз". Отпечатано в ООО "Авансд солишнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru



ВСЕРОССИЙСКАЯ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
«ПЕРСПЕКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ И ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ»
МОЛОДЕЖНАЯ ШКОЛА-СЕМИНАР
«УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ
В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ»

3–7 апреля 2023 г. в п. Домбай, Карачаево-Черкесская республика, состоится

**XVIII Всероссийская научно-практическая конференция
«ПЕРСПЕКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ И ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ»
(«Домбайская конференция»)**

Организатором традиционно является НИИ робототехники и процессов управления ЮФУ, в качестве соорганизаторов конференции выступают: коллегия Военно-промышленной комиссии Российской Федерации, организации Минобороны России, Минпромторга России, МЧС России, МВД России, ФСБ России, Росгвардия, Фонд перспективных исследований, Национальный центр развития технологий и базовых элементов робототехники, ведущие университеты и институты Минобрнауки России и РАН.

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ И НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ КОНФЕРЕНЦИИ

Анализ состояния и формирование перспективных направлений развития ключевых технологий создания робототехнических комплексов (РТК) гражданского, военного, специального и двойного назначения и их базовых элементов, ориентированных на повышение их функциональности и расширение перечня задач по применению.

Основными направлениями работы секций конференции являются:

- системы управления и моделирования РТК;
- применение РТК в интересах решения народно-хозяйственных задач;
- системы энергетики и приводной техники РТК;
- системы и средства связи, навигации и наведения РТК;
- системы технического зрения и бортовых вычислителей РТК;
- применение РТК наземного базирования;
- создание и применение комплексов БЛА;
- групповое применение РТК военного назначения, в том числе при взаимодействии с традиционными средствами ВВСТ;
- применение РТК морского базирования;
- нейроморфные и нейрогибридные системы робототехнических комплексов.

Форма проведения: очная и заочная.

В целях вовлечения молодых ученых в решение обсуждаемых проблем, развития образовательной и соревновательной сред в рамках конференции запланировано проведение:

— **XIV молодежной школы-семинара "Управление и обработка информации в технических системах"** (ориентировочная дата проведения: 6 апреля 2023г.) (участники: студенты, магистранты, аспиранты и молодые ученые (возраст до 25 лет включительно));

— **регионального отборочного этапа чемпионата RoboCup Junior** (ориентировочная дата проведения: 4–6 апреля 2023 г.), лига Rescue Line – спасательная линия (участники: школьники и студенты (возраст от 13 лет до 19 лет)).

Более подробная информация о конференции и мероприятиях, проводимым в ее рамках, представлена на сайте <http://psct.ru/>.