

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 23

2022

№ 12

Издаётся с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:

БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.

ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.

ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН

БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН

ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН

ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН

КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН

КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН

КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН

ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН

РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН

СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН

СИГОВ А. С., акад. РАН

СОЙФЕР В. А., акад. РАН

СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН

ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН

ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН

ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН

ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН

ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:

DORANTES D. J., PhD, Турция

GROUMPOS P. P., PhD, Греция

ISIDORI A., PhD, Италия

KATALINIC B., PhD, Австрия

LIN CH.-Y., PhD, Тайвань

MASON O. J., PhD, Ирландия

ORTEGA R. S., PhD, Франция

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США

STRZELECKI R. M., PhD, Польша

SUBUDHI B. D., PhD, Индия

АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан

ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина

БОБЦОВ А. А., д.т.н.

БУКОВ В. Н., д.т.н.

ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.

ЖУКОВ И. А., д.т.н.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.

ЛОХИН В. М., д.т.н.

МАГОМЕДОВ М. Х., д.ф.-м.н.

ПУТОВ В. В., д.т.н.

ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.

РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д.п.с.н.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.

ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.

ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:

АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Краснощеченко В. И. Линеаризация нелинейных аффинных систем управления с неинволютивными распределениями введением линеаризующих управлений . . . 619

Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф., Гулуев Г. А., Рзаева Н. Э. Технологии анализа и вычисления взаимосвязи между полезной составляющей и помехой зашумленного сигнала в системах мониторинга . . . 629

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Fominykh D. S., Rezchikov A. F., Kushnikov V. A., Ivaschenko V. A., Bogomolov A. S. The Models and Algorithms for Product Quality Control in Welding by Robotic Technological Complexes . . . 637

Карцева А. А., Левин А. А., Воротников А. А., Подураев Ю. В., Илюхин Ю. В. Планирование траектории движения коллаборативного робота для выполнения биопечати . . . 643

Кручинин П. А., Кручинина А. П., Кудряшов И. А., Любкевич А. А., Миняйло Я. Ю., Подоприхин М. А., Чертополохов В. А. Количественная оценка изменения функционального состояния человека за время полета летательного аппарата . . . 651

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА,
УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Воротников В. И. О построении управляющих моментов в задаче одноосной переориентации твердого тела при неконтролируемых помехах . . . 661

УКАЗАТЕЛЬ статей, опубликованных в журнале "Мехатроника, автоматизация, управление" в 2022 г. . . . 670

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 23

2022

No. 12

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

MAGOMEDOV M. Kh.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEYEV S. F.

ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:

BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

Krasnoschechenko V. I. Linearization of Nonlinear Affine Control Systems with Noninvolutive Distributions by the Introduction of Linearizing Controls 619

Aliev T. A., Musaeva N. F., Quluyev Q. A., Rzayeva N. E. Technologies for Analyzing and Calculating the Relationship between the Useful Component and the Noise of Noisy Signal in Monitoring Systems 629

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

Fominykh D. S., Rezhnikov A. F., Kushnikov V. A., Ivaschenko V. A., Bogomolov A. S. The Models and Algorithms for Product Quality Control in Welding by Robotic Technological Complexes 637

Kartseva A. A., Levin A. A., Vorotnikov A. A., Poduraev Yu.V., Ilyukhin Yu.V. Planning the Trajectory of a Collaborative Robot for Bioprinting 643

Kruchinin P. A., Kruchinina A. P., Kudryashov I. A., Liubkevich A. A., Minyaylo Ya. Yu., Podoprikhin M. A., Chertopolokhov V. A. Quantification of Changes in the Functional Status of a Person During the Aircraft Flight 651

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

Vorotnikov V. I. On Control Moments Construction for Uniaxial Reorientation Problem of Rigid Body under Disturbances 661

Information about the journal is available online at:
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

В. И. Краснощеченко, канд. техн. наук, доц., v.krasnoshechenko@yandex.ru,
Калужский филиал Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана, г. Калуга

Линеаризация нелинейных аффинных систем управления с неинволютивными распределениями введением линеаризующих управлений

Рассмотрен алгоритм нахождения линейных эквивалентов (точной линеаризации) для неинволютивных распределений управляемых векторных полей. В отличие от распространенного подхода при решении данной проблемы — использования динамической линеаризации (введения интеграторов), что приводит к расширению пространства состояний, — предложен алгоритм получения инволютивных распределений и обеспечения локальной управляемости на основе линеаризующих управлений. Суть алгоритма: выбрать такое управление и найти для него явное выражение, что управляемое векторное поле, связанное с данным управлением, при присоединении его к неуправляемому векторному полю обеспечит локальную управляемость и инволютивность соответствующих распределений. Для проверки инволютивности распределений и нахождения функций разложения векторных полей по базису текущего распределения, а по ним — непосредственно условий, накладываемых на линеаризующие управления, автором разработан алгоритм и программа в пакете Maple для нахождения данных функций. Для удобства изложения и максимальной наглядности предложенного подхода в статье обобщаются и используются не общепринятые в прикладной дифференциальной геометрии обозначения. Это относится, в первую очередь, к представлению векторных полей в координатной форме или в виде дифференциальных операторов, что часто не конкретизируется, а считается, что форма векторного поля определяется из контекста. В статье эти формы четко разделены и показано их конкретное использование. Рассмотрен пример — нелинейная аффинная система управления пятого порядка с тремя управлениями, в котором подробно отражены все этапы синтеза.

Ключевые слова: линеаризация "вход—состояние", инволютивность, распределение, линеаризующее управление, неинволютивные распределения, индексы управляемости

Введение

При решении задач линеаризации в пространствах "вход—состояние" и "вход—выход" одним из важнейших условий является требование инволютивности распределений управляемых векторных полей. В случае нарушения этого условия точная линеаризация (линейный эквивалент в форме Бруновского [1]) посредством введения статической обратной связи не возможна. Тогда получают частично линеаризованную форму в пространстве "вход—состояние", либо имеет место нуль-динамика — в случае линеаризации в пространстве "вход—выход" [2].

Для неинволютивных распределений статическая линеаризация не возможна. В работах [3–5] был предложен подход, который получил название *динамической линеаризации с использованием обратной связи*. Одним из вариантов динамической линеаризации может быть получение статической линеаризации на расширенном пространстве за счет введения до-

полнительных интеграторов во входные цепи. После такого расширения есть возможность получить инволютивные распределения и, таким образом, решить задачу статической (точной) линеаризации в расширенном пространстве. Но здесь возникает проблема: фактически введение интеграторов приводит к управлению по его (управлению) производной, но тогда как выбирать начальные условия для этих интеграторов — фактически начального управления? Другим подходом при динамической линеаризации является динамическая линеаризация по выходу, которая приводит к так называемым "плоским (flat)" системам [6]. Ряд задач линеаризации были решены с использованием данного подхода [3, 7]. Но этот подход тоже приводит к расширению пространства состояний (чаще всего введением интеграторов). В статье [6] делается вывод о том, что "... в многомерных нелинейных аффинных системах управления вопрос о динамической линеаризации считается достаточно сложным и в общем виде не решенным".

Один из подходов к решению поставленной задачи *без расширения* пространства состояний рассмотрен в работе В. И. Елкина, Л. Е. Коноваловой [8]. Подход основан на использовании внешних дифференциальных форм и построении интегрируемых кораспределений для уравнений Пфаффа. В представленной ниже статье предлагается иное решение проблемы неинволютивности распределений, причем также *без расширения* пространства состояний. В этом случае одно или несколько управляемых векторных полей $\mathbf{g}_j (j = 1, \dots, k < m)$ переводятся соответствующим выбором управлений (назовем их *линеаризующими*) $u_j(\mathbf{x})$, $j = 1, \dots, k$, в неуправляемые (без увеличения размерности вектора состояния), и полученные векторные поля присоединяются к исходному неуправляемому векторному полю $\mathbf{f}$, что дает новое неуправляемое векторное поле $\tilde{\mathbf{f}}$. При этом управления $u_j(\mathbf{x})$, $j = 1, \dots, k$, определяются из необходимости выполнения условий инволютивности и управляемости.

Мы покажем, что проблему нахождения линеаризующих управлений вполне можно решить в рамках теории построения инволютивных распределений для линейных эквивалентов, учитывая при этом, конечно же, специфику данной задачи. Более того, для рассмотренного ниже примера, взятого из статьи [8], будет получен более общий результат (*два варианта* линеаризующего управления, а не один, как в работе [8]).

1. Некоторые обозначения и условия точной линеаризации

1.1. Гладкие векторные поля будем представлять, в зависимости от конкретной ситуации, в одной из двух равнозначных форм. Именно,

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (\xi_1(\mathbf{x}) \ \dots \ \xi_n(\mathbf{x}))^T \quad (\text{F1})$$

— гладкое векторное поле в *координатной* форме на многообразии (частным случаем этого может быть поверхность) M . Это же векторное поле, рассматриваемое как *дифференциальный оператор для гладких функций*, определенных на многообразии M , имеет вид

$$f = \sum_{i=1}^n \xi_i(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial x_i}. \quad (\text{F2})$$

Нетрудно найти связь между компонентами (F1) и представлением (F2). Именно,

$$\xi_i(\mathbf{x}) = f.x_i = \sum_{j=1}^n \xi_j(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial x_j} x_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

где точка внизу $(.)$ обозначает, что на компоненту x_i , а в общем случае, на некоторую функцию $\varphi(\mathbf{x})$ *действует* дифференциальный оператор. Чаше в литературе используется обозначение

$$L_f \varphi(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n \xi_j(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial x_j} \varphi(\mathbf{x}),$$

где $L_f \varphi(\mathbf{x})$ — производная Ли функции $\varphi(\mathbf{x})$, которая совпадает с $f.\varphi(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial \varphi(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T f(\mathbf{x})$ — производной функции $\varphi(\mathbf{x})$ вдоль векторного поля $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ [9, 10]: $L_f \varphi(\mathbf{x}) = f.\varphi(\mathbf{x})$. Мы будем использовать второе обозначение, так как оно позволяет более компактно записывать необходимые выражения и, с нашей точки зрения, лучше подходит для пояснений (ниже это будет показано). Аналогичный подход возможен для дифференцирования векторных полей. Дифференцирование Ли векторного поля $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ вдоль векторного поля $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ (в координатной форме) $L_f \mathbf{g}$ совпадает с коммутатором (скобкой Ли) $[\mathbf{f}, \mathbf{g}] = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g} = L_f \mathbf{g}$ векторных полей [9, 10]. Однако скобки Ли (коммутатор) практически не используются в алгоритмах статической линеаризации потому, что многократное дифференцирование представляется в виде вложенных скобок, что весьма затруднительно для чтения и восприятия текста. Например, для сравнения $L_f^3 \mathbf{g} = [\mathbf{f}, [\mathbf{f}, [\mathbf{f}, \mathbf{g}]]]$. Коммутатор векторных полей $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ и $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ чаще обозначается как $ad_f \mathbf{g}$ [11]. Мы, по тем же причинам, будем вместо коммутатора использовать производную Ли, так как обозначение $ad_f \mathbf{g}$ вводится формально и в дифференциальной геометрии обозначает присоединенное представление группы Ли в ее алгебре Ли [11, 12]. Для обоснования наших обозначений рассмотрим общий случай нахождения коммутатора в координатной форме:

$$[\varphi(\mathbf{x})\mathbf{f}(\mathbf{x}), \theta(\mathbf{x})\mathbf{g}(\mathbf{x})] = ad_{\varphi(\mathbf{x})\mathbf{f}(\mathbf{x})} \theta(\mathbf{x})\mathbf{g}(\mathbf{x}),$$

где $\varphi(\mathbf{x})$, $\theta(\mathbf{x})$ — гладкие функции. Этот стандартный вид не дает полной информации и требует раскрытия скобок Ли. Имеем

$$\begin{aligned}
[\varphi(\mathbf{x})\mathbf{f}(\mathbf{x}), \theta(\mathbf{x})\mathbf{g}(\mathbf{x})] &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\theta(\mathbf{x})\mathbf{g}(\mathbf{x}))\varphi(\mathbf{x})\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \\
- \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\varphi(\mathbf{x})\mathbf{f}(\mathbf{x}))\theta(\mathbf{x})\mathbf{g}(\mathbf{x}) &= \varphi(\mathbf{x})\theta(\mathbf{x})[\mathbf{f}(\mathbf{x}), \mathbf{g}(\mathbf{x})] + \\
+ \varphi(\mathbf{x})\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \theta(\mathbf{x}), \mathbf{g}(\mathbf{x})\right) - \theta(\mathbf{x})\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \varphi(\mathbf{x}), \mathbf{f}(\mathbf{x})\right) &= \\
= \varphi(\mathbf{x})\theta(\mathbf{x})ad_f \mathbf{g} + \varphi(\mathbf{x})\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \theta(\mathbf{x}), \mathbf{g}(\mathbf{x})\right) - & \\
- \theta(\mathbf{x})\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \varphi(\mathbf{x}), \mathbf{f}(\mathbf{x})\right), &
\end{aligned}$$

где $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ — скалярное произведение векторов. В наших обозначениях в операторной форме тот же коммутатор представляется следующим образом:

$$\begin{aligned}
[\varphi(\mathbf{x})f, \theta(\mathbf{x})g] &= (\varphi(\mathbf{x})f) \cdot (\theta(\mathbf{x})g) - \\
- (\theta(\mathbf{x})g) \cdot (\varphi(\mathbf{x})f) &= \varphi(\mathbf{x})(f \cdot \theta(\mathbf{x})g) + \varphi(\mathbf{x})\theta(\mathbf{x})f \cdot g - \\
- \theta(\mathbf{x})(g \cdot \varphi(\mathbf{x})f) - \theta(\mathbf{x})\varphi(\mathbf{x})(g \cdot f) &= \varphi(\mathbf{x})(f \cdot \theta(\mathbf{x})g) - \\
- \theta(\mathbf{x})(g \cdot \varphi(\mathbf{x})f) + \varphi(\mathbf{x})\theta(\mathbf{x})L_f g, &
\end{aligned}$$

где используется дифференцирование

$$w \cdot g = \left(\frac{\partial \mathbf{q}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{w}(\mathbf{x}) \right)^T \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}$$

для некоторых векторных полей $\mathbf{w}(\mathbf{x})$, $\mathbf{q}(\mathbf{x})$ и $L_f g = f \cdot g - g \cdot f$.

Символом M^k будем обозначать k -е распределение в некоторой точке многообразия M как подпространство касательного пространства с базисом в координатной форме; обозначение M^k определяет тот же состав векторных полей, но рассматриваемых как дифференциальные операторы, действующие на гладкие функции.

С групповой точки зрения операторы (F2) называются инфинитезимальными (бесконечно малыми) операторами соответствующих однопараметрических групп, и конечное (в общем случае локальное) действие определяется экспоненциальным отображением операторов в окрестности тождественного преобразования (единицы группы) $\mathbf{e}^{tf} = \mathbf{e}^{tL_f}$ и $\mathbf{e}^{tg} = \mathbf{e}^{tL_g}$, где L_f, L_g — дифференцирование (производная) Ли. Решение уравнения

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)), \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}$$

можно найти из уравнения восстановления действия группы по ее инфинитезимальному оператору [12]:

$$x_i(t) = F_f(x_i, t) = \mathbf{e}^{tf} x_i = \mathbf{e}^{tL_f} x_i,$$

где предполагается, что в разложении экспоненты имеем композицию преобразований $f^k \cdot x_i = f \cdot (f^{k-1} \cdot x_i)$, $k = 0, 1, \dots$, а x_i , $i = 1, \dots, n$, (без аргумента) определяют некоторые начальные условия для соответствующей переменной. Более подробно эти вопросы рассмотрены в монографии [13].

1.2. Задача нахождения линейных эквивалентов (точной линеаризации) для статически линеаризуемых нелинейных аффинных систем формулируется следующим образом. Для нелинейной аффинной системы вида

$$\sum_{MIMO}^{IS}: \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m u_i \mathbf{g}_i(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in M, \mathbf{u} \in R^m,$$

где $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{g}_i(\mathbf{x})$, $i = 1, \dots, m$, — гладкие векторные поля в координатном представлении; M — гладкое многообразие размерности n , необходимо найти такую неособую нелинейную замену координат и обратную связь, что в новых координатах трансформированная система принимает канонический вид управляемой линейной системы (форма Бруновского — клеточный вид, где каждая клетка в форме Фробениуса, размерность которой определяется индексом управляемости [14, 15]):

$$\sum_{MIMO}^{Br}: \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}_c \mathbf{y} + \mathbf{B}_c \mathbf{v}, \mathbf{y} \in R^n, \mathbf{v} \in R^m$$

Для решения поставленной задачи рассматривается распределение управляемых векторных полей $M^0 = \text{span}\{\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2(\mathbf{x}), \dots, \mathbf{g}_m(\mathbf{x})\}$ (где span — линейная оболочка соответствующих векторов). Пусть A, B — два семейства гладких векторных полей на многообразии M . Обозначим $[A, B] = \{[\mathbf{f}, \mathbf{g}] = L_f \mathbf{g} : \mathbf{f} \in A, \mathbf{g} \in B\}$ — множество векторных полей, полученных через скобки Ли векторных полей соответствующих семейств. Обозначим скобки более высоких порядков $L_f^2 \mathbf{g}(\mathbf{x}) = [\mathbf{f}, [\mathbf{f}, \mathbf{g}]]$ и т. п. (для этих целей используют также обозначение $[\mathbf{f}, [\mathbf{f}, \mathbf{g}]] = ad_f^2 \mathbf{g}$ и т. п.).

$$M^j = \text{span}\{M^{j-1}, [\mathbf{f}, M^{j-1}]\}, j = 1, 2, \dots$$

Утверждение [15]. Линейный эквивалент в форме Бруновского существует тогда и только тогда, когда

- все распределения инволютивны, т. е. каждое распределение замкнуто относительно операции умножения (скобки Ли или коммутатора) векторных полей $[M^j, M^j] = M^j$, $j = 0, 1, 2, \dots, p \leq n - m$;
- $m^j = \dim M^j = \text{const}$, $j = 0, 1, 2, \dots, p \leq n - m$;
- размерность $\dim M^p = n$.

2. Метод линеаризующих управлений для построения инволютивных распределений

Для нахождения линеаризующих управлений применяется разложение векторных полей по базису, определяющему инволютивность распределений и управляемость. Суть предлагаемого подхода состоит в следующем.

1. Из всего семейства управляемых векторных полей $\{g_1(x), \dots, g_m(x)\}$ выделяется минимальное подсемейство, наличие которого определяет неинволютивность распределения M^0 . Оставшиеся после этого выделения управляемые векторные поля представляют собой базис инволютивного распределения. При этом, в общем случае, нельзя добиться полной управляемости.

2. Выбором соответствующего управления для управляемых векторных полей неинволютивного подсемейства (что и характеризует вырожденность системы при замене управлений) необходимо сохранить инволютивность базисного распределения.

3. Получить (при необходимости) инволютивные распределения более высокой размерности и обеспечить локальную управляемость в некоторой области.

Рассмотрим *детально метод линеаризующих управлений*. Задана нелинейная гладкая многомерная аффинная система управления

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m u_i g_i(x). \quad (1)$$

Предполагается, что исходное распределение управляемых векторных полей $\tilde{M}^0 = \text{span}\{g_1, \dots, g_m\}$ не инволютивно. Пусть часть (без снижения общности считаем, что это первые k управляемых векторных полей) формирует максимальное инволютивное распределение $M^+ = \text{span}\{g_1, \dots, g_k; k < m\}$. Ставится задача: найти линеаризующие управления $u_{k+1}(x), \dots, u_m(x)$ такие, что векторное поле

$$\tilde{f}(x) = f(x) + \sum_{i=k+1}^m u_i(x) g_i(x)$$

преобразует исходную систему (1) к системе

$$\dot{x} = \tilde{f}(x) + \sum_{i=1}^k u_i g_i(x), \quad (2)$$

для которой распределение M^+ позволяет получить линейный эквивалент в форме Бруновского (статическая линеаризация).

Без снижения общности предположим, что $k = m - 1$, т. е. у нас только одно не линеаризуемое (приводит к неинволютивному распределению) управляемое векторное поле $g_m(x)$. Пусть $M^0 = \Delta^+$ — начальное инволютивное распределение. Распределения более высоких порядков получаем в соответствии с их определениями. Имеем

$$M^j = \text{span}\{M^{j-1}, [f, M^{j-1}]\}, j = 1, 2, \dots$$

Согласно утверждению, представленному выше, линейный эквивалент в форме Бруновского существует тогда и только тогда, когда

$$[M^j, M^j] = M^j, j = 0, 1, 2, \dots, p \leq n - m. \quad (3)$$

Для неинволютивных распределений справедливо *строгое* включение

$$M^j \subset [M^j, M^j], j = 0, 1, 2, \dots, \quad (4)$$

т. е. векторные поля $v_p, v_q \in M^j$ при взаимодействии $[v_p, v_q]$ формируют подпространство $\text{span}\{v_p, v_q\}$, которое *не принадлежит* распределению M^j : $\text{span}\{v_p, v_q\} \notin M^j$.

Наша задача: найти такое линеаризующее управление $u_m(x)$, чтобы перейти от строгого включения (4) к равенству (3).

В соответствии с предположением M^0 — инволютивное распределение. Для каждого последующего распределения $M^j, j \geq 1$, выбором *линеаризующего* управления $u_m(x)$ необходимо выполнить равенство (3). Распределение $M^j(u_m(x))$ относительно неуправляемого векторного поля $\tilde{f}(x, u_m(x)) = f(x) + u_m(x)g_m(x)$ имеет вид

$$\begin{aligned} M^j(u_m(x)) &= \\ &= \text{span}\{[f(x) + u_m(x)g_m(x), M^{j-1}], M^{j-1}\} = \\ &= M^{j,0} + \text{span}\{[u_m(x)g_m(x), M^{j-1}]\} = \\ &= M^{j,0} + \text{span}\{u_m(x)[g_m(x), M^{j-1}]\}^- + \\ &\quad + \text{span}\{-M^{j-1} \bullet (u_m(x)g_m(x)), \end{aligned} \quad (5)$$

где $M^{j,0}$ — распределение M^j для $u_m(x) = 0$ и

$$\begin{aligned} [u_m(x)g_m(x), M^{j-1}] &= \\ &= \underbrace{u_m(x)[g_m(x), M^{j-1}]^+}_{\in M^j} + \underbrace{u_m(x)[g_m(x), M^{j-1}]^-}_{\notin M^j} - \\ &\quad -(M^{j-1}) \bullet (u_m(x)g_m(x)), \end{aligned} \quad (6)$$

$(M^{j-1}) \bullet (\varphi(x)) = (v_1 \bullet \varphi(x), \dots, v_s \bullet \varphi(x))$ — множество векторных полей как дифференциальных

операторов для гладкой функции $\varphi(\mathbf{x})$, $M^{j-1}(\mathbf{x}) = \text{span}\{\mathbf{v}_1(\mathbf{x}), \dots, \mathbf{v}_s(\mathbf{x})\}$ — линейное пространство (линейная оболочка) этих же векторных полей в координатном представлении в точке $\mathbf{x}$ (для краткости и удобства восприятия в некоторых случаях данный аргумент мы будем опускать). Компоненты $\underbrace{u_m(\mathbf{x})[\mathbf{g}_m(\mathbf{x}), M^{j-1}]^+}_{\in M^j}$ и $\underbrace{u_m(\mathbf{x})[\mathbf{g}_m(\mathbf{x}), M^{j-1}]^-}_{\notin M^j}$ в выражении (6) указывают на то, что необходимо выделить составляющие, принадлежащие M^j , т. е. $[\mathbf{g}_m(\mathbf{x}), M^{j-1}]^+ \in M^j$, и не принадлежащие распределению M^j , т. е. $[\mathbf{g}_m(\mathbf{x}), M^{j-1}]^- \notin M^j$. Это позволит найти требуемое линеаризующее управление $u_m(\mathbf{x})$.

Уравнения для нахождения линеаризующего управления $u_m(\mathbf{x})$ и соответствующего выполнения равенства (3) следующие:

1. Если $\text{rank}(M^j) > \text{rank}(M^{j-1})$, т. е. размерность распределения увеличивается, то уравнение для определения $u_m(\mathbf{x})$ имеет вид

$$u_m(\mathbf{x})[\mathbf{g}_m(\mathbf{x}), M^{j-1}]^- - (M^{j-1}) \cdot (u_m(\mathbf{x}))\mathbf{g}_m(\mathbf{x}) = 0, \quad (7)$$

что позволит сохранить инволютивность распределения M^j и выполнение равенства (3).

2. Если $\text{rank}(M^j) = \text{rank}(M^{j-1})$, т. е. имеем не полностью управляемую систему, то уравнение для определения $u_m(\mathbf{x})$ имеет вид

$$u_m(\mathbf{x})[\mathbf{g}_m(\mathbf{x}), M^{j-1}]^- - (M^{j-1}) \cdot (u_m(\mathbf{x}))\mathbf{g}_m(\mathbf{x}) \neq 0, \quad (8)$$

т. е. необходимо увеличивать размерность распределения M^j (за счет векторного поля $\mathbf{g}_m(\mathbf{x})$ и его взаимодействия с другими векторными полями распределения M^{j-1}) для получения полностью управляемой системы.

Особенности алгоритма в случае неинволютивных распределений по предложенному алгоритму мы рассмотрим на конкретном примере из статьи [8] и проведем сравнение результатов.

3. Пример построения инволютивных распределений с использованием линеаризующих управлений

Задана математическая модель системы управления в виде нелинейной аффинной системы ($n = 5$, $m = 3$) [8]

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + u_1\mathbf{g}_1(\mathbf{x}) + u_2\mathbf{g}_2(\mathbf{x}) + u_3\mathbf{g}_3(\mathbf{x}), \quad (9)$$

где

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} -x_2x_4 \\ -x_1x_3x_4 \\ 2x_2x_3x_4 \\ -x_2x_4^2 \\ -x_2x_4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{g}_2(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ -x_2 \\ -2x_3 \\ x_4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}_3(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ 0 \\ 0 \\ e^{-x_5} \end{pmatrix}.$$

Требуется получить линейный эквивалент в форме Бруновского для данной системы управления.

Проверим, линеаризуема ли система (9) с помощью статической обратной связи, для чего построим соответствующие распределения. Распределение $M^0 = \text{span}\{\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2(\mathbf{x}), \mathbf{g}_3(\mathbf{x})\}$ имеет размерность $\dim M^0 = 3$, но является неинволютивным: $L_{\mathbf{g}_3}\mathbf{g}_1 = [\mathbf{g}_3, \mathbf{g}_1] \notin M^0$, поэтому линеаризация с помощью статической обратной связи не возможна. Попробуем добиться инволютивности базисного распределения и выполнения условий управляемости.

Замечаем, что на множестве M^0 можно выделить два инволютивных распределения: $M_1^0 = \text{span}\{\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2(\mathbf{x})\}$ и $M_2^0 = \text{span}\{\mathbf{g}_2(\mathbf{x}), \mathbf{g}_3(\mathbf{x})\}$. В зависимости от того, какими свойствами обладает каждое из распределений, мы и определим, какое из векторных полей — $\mathbf{g}_1(\mathbf{x})$ или $\mathbf{g}_3(\mathbf{x})$ (но не $\mathbf{g}_2(\mathbf{x})$, так как оно входит в оба распределения) — необходимо перевести в неуправляемое векторное поле, чтобы выполнить условия линеаризации со статической обратной связью. В работе [8] таким векторным полем определено $\mathbf{g}_3(\mathbf{x})$ с линеаризующим управлением u_3 . Мы рассмотрим оба варианта.

Вариант 1. Вначале выясним, можно ли обойтись лишь двумя векторными полями $\mathbf{g}_1(\mathbf{x})$, $\mathbf{g}_2(\mathbf{x})$, т. е. мы считаем, что управление $u_3(\mathbf{x}) = 0$. Имеем:

— распределение M_1^0 — инволютивное распределение и $\dim M_1^0 = 2$;

— распределение $M_1^1 = \text{span}\{\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2(\mathbf{x}), L_{\mathbf{f}}\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), L_{\mathbf{f}}\mathbf{g}_2(\mathbf{x})\}$, $\dim M_1^1 = 3$ является инволютивным распределением и $L_{\mathbf{f}}^i\mathbf{g}_2(\mathbf{x}) = 0$, $i = 1, 2, \dots$;

— распределение $M_1^2 = \text{span}\{\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2(\mathbf{x}), L_{\mathbf{f}}\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), L_{\mathbf{f}}\mathbf{g}_2(\mathbf{x}), L_{\mathbf{f}}^2\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), L_{\mathbf{f}}^2\mathbf{g}_2(\mathbf{x})\}$, $\dim M_1^2 = 4$ также является инволютивным.

Однако распределение $M_1^3 = \text{span}\{L_f^j \mathbf{g}_j(\mathbf{x}), i = 0, 1, \dots, 3; j = 1, 2\}$ имеет такую же размерность $\dim M_1^3 = 4$, поэтому условие локальной управляемости $\dim M_1^3 = 5$ не выполнено, т. е. при $u_3(\mathbf{x}) = 0$ добиться выполнения условий для линеаризации со статической обратной связью не удастся. Необходимо использовать векторное поле $\mathbf{g}_3(\mathbf{x})$.

Основными требованиями, которые мы должны соблюдать при нахождении управления $u_3(\mathbf{x})$, будут:

- выполнение условий инволютивности

$$[M^j, M^j] = M^j, j = 0, 1, 2, \quad (10)$$

- и управляемости

$$\dim M_1^3(u_3) = 5 \quad (11)$$

где

$$M_1^0 = M_1^{0,0},$$

$$M_1^j(u_3) = M_1^{j,0} + [u_3 \mathbf{g}_3, M_1^{j-1}], j = 1, 2. \quad (12)$$

Из выражений (10)–(12) получим необходимые условия для линеаризующего управления $u_3(\mathbf{x})$:

$$[u_3(\mathbf{x}) \mathbf{g}_3, M_1^{j-1}]^- = u_3(\mathbf{x}) [\mathbf{g}_3(\mathbf{x}), M_1^{j-1}]^- - (M_1^{j-1})_\bullet(u_3(\mathbf{x})) \mathbf{g}_3(\mathbf{x}) = 0, j = 1, 2; \quad (13)$$

$$\dim(M_1^j + u_3(\mathbf{x}) [\mathbf{g}_3(\mathbf{x}), M_1^{j-1}]^+) = \dim M_1^j, j = 1, 2; \quad (14)$$

$$[u_3(\mathbf{x}) \mathbf{g}_3(\mathbf{x}), M_1^2]^- = u_3(\mathbf{x}) [\mathbf{g}_3(\mathbf{x}), M_1^2]^- - (M_1^2)_\bullet(u_3(\mathbf{x})) \mathbf{g}_3(\mathbf{x}) \neq 0, \quad (15)$$

где, напомним,

$$[u_3(\mathbf{x}) \mathbf{g}_3(\mathbf{x}), M_1^j]^\pm, ([u_3(\mathbf{x}) \mathbf{g}_3(\mathbf{x}), M_1^j]^\pm), j = 0, 1, 2,$$

— компоненты, которые не принадлежат (принадлежат) соответствующим распределениям $M_1^j, j = 1, 2$.

Найдем распределение $M_1^1(u_3(\mathbf{x}))$, зависящее от линеаризующего управления $u_3(\mathbf{x})$, базис $\{\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2(\mathbf{x}), L_f \mathbf{g}_1(\mathbf{x})\}$:

$$M_1^1(u_3(\mathbf{x})) = \text{span}\{\mathbf{g}_1(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2(\mathbf{x}), L_{f+u_3 \mathbf{g}_3} \mathbf{g}_1(\mathbf{x}), L_{f+u_3 \mathbf{g}_3} \mathbf{g}_2(\mathbf{x})\}.$$

Имеем

$$L_{f+u_3 \mathbf{g}_3} \mathbf{g}_1 = L_f \mathbf{g}_1 + u_3(\mathbf{x}) L_{\mathbf{g}_3} \mathbf{g}_1 - g_{1\bullet}(u_3(\mathbf{x})) \mathbf{g}_3 = \left(1 - \frac{u_3(\mathbf{x})}{x_1 x_4}\right) L_f \mathbf{g}_1 - \frac{3x_2}{x_1} u_3(\mathbf{x}) \mathbf{g}_1 - g_{1\bullet}(u_3(\mathbf{x})) \mathbf{g}_3. \quad (16)$$

Из выражения (13) получаем *первое условие* на управление $u_3(\mathbf{x})$ (векторное поле $\mathbf{g}_3$ не входит в базис этого распределения):

$$g_{1\bullet}(u_3(\mathbf{x})) = \left(x_4 \frac{\partial}{\partial x_3}\right) u_3(\mathbf{x}) = 0, \quad (17)$$

т. е. управление $u_3(\mathbf{x})$ является инвариантом однопараметрической группы $F_{g_1}(\bullet, t)g_1$. Из соотношения (15) получаем *второе условие* ($\dim M_1^2 > \dim M_1^1$, векторное поле $L_f \mathbf{g}_1$ входит в базис этого распределения):

$$\left(1 - \frac{u_3(\mathbf{x})}{x_1 x_4}\right) \neq 0. \quad (18)$$

Найдем последнюю составляющую распределения $M_1^1(u_3(\mathbf{x}))$. Имеем

$$L_{f+u_3 \mathbf{g}_3} \mathbf{g}_2 = L_f \mathbf{g}_2 + u_3(\mathbf{x}) L_{\mathbf{g}_3} \mathbf{g}_2 - g_{2\bullet}(u_3(\mathbf{x})) \mathbf{g}_3 = (u_3(\mathbf{x}) - g_{2\bullet}(u_3(\mathbf{x}))) \mathbf{g}_3, \quad (19)$$

где учтено $L_{\mathbf{g}_3} \mathbf{g}_2 = [\mathbf{g}_3, \mathbf{g}_2] = \mathbf{g}_3$.

Условие (13) для уравнения (19) дает *третье* выражение для нахождения $u_3(\mathbf{x})$:

$$u_3(\mathbf{x}) - g_{2\bullet}(u_3(\mathbf{x})) = u_3(\mathbf{x}) - \left(-x_2 \frac{\partial}{\partial x_2} - 2x_3 \frac{\partial}{\partial x_3} + x_4 \frac{\partial}{\partial x_4} + \frac{\partial}{\partial x_5}\right) u_3(\mathbf{x}) = 0. \quad (20)$$

Переходим к распределению $M_1^2(u_3(\mathbf{x}))$. Разложение по базису формируемого распределения имеет вид

$$L_{f+u_3 \mathbf{g}_3}^2 \mathbf{g}_1 = \left(1 - \frac{u_3(\mathbf{x})}{x_4}\right) L_f^2 \mathbf{g}_1 + u_3(\mathbf{x}) \left(\frac{3x_2 x_4 - 4x_2 x_4 x_1}{x_4 x_1}\right) L_f \mathbf{g}_1 + u_3(\mathbf{x}) x_1 x_4^2 \mathbf{g}_2 + u_3(\mathbf{x}) \left(\frac{3x_3 x_4^2 x_1^2 + 9x_4^2 x_2^2 - 3x_3 x_4^2 x_1}{x_4 x_1}\right) \mathbf{g}_1 - L_f g_{1\bullet}(u_3(\mathbf{x})) \mathbf{g}_3. \quad (21)$$

Формула (21) используется для нахождения функций инволютивного представления векторного поля $L_{f+u_3 \mathbf{g}_3}^2 \mathbf{g}_1$ через базисные векторные поля $\{L_f^2 \mathbf{g}_1, L_f \mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_1\}$.

В соотношении (21) согласно выражениям (13), (14) должны выполняться следующие требования:

$$L_f g_{1\bullet}(u_3(\mathbf{x})) = 0 \quad (22)$$

или в развернутой форме

$$\left(x_4^2 x_1 \frac{\partial}{\partial x_2} - 3x_4^2 x_2 \frac{\partial}{\partial x_3} \right) u_3(\mathbf{x}) = 0,$$

и

$$\left(1 - \frac{u_3(\mathbf{x})}{x_4} \right) \neq 0. \quad (23)$$

Поскольку по построению $L_{f+u_3 g_3} \mathbf{g}_2 = 0$, то, соответственно, и $L_{f+u_3 g_3}^2 \mathbf{g}_2 = 0$. Полученные пять условий гарантируют инволютивность соответствующих распределений и их требуемую размерность 4. Получим последнее условие, определяющее управляемость всего распределения. Для этого найдем $L_{f+u_3 g_3}^3 \mathbf{g}_1$ и учтем неравенство (15). Имеем

$$\begin{aligned} L_{f+u_3 g_3}^3 \mathbf{g}_1 &= (u_3(\mathbf{x}) x_4^3 x_1 - L_f^2 \mathbf{g}_1 \cdot u_3(\mathbf{x})) \mathbf{g}_3 + \\ &+ \alpha_1(\mathbf{x}, u_3) L_f^2 \mathbf{g}_1 + \alpha_2(\mathbf{x}, u_3) L_f \mathbf{g}_1 + \\ &+ \alpha_3(\mathbf{x}, u_3) \mathbf{g}_2 + \alpha_4(\mathbf{x}, u_3) \mathbf{g}_1, \end{aligned} \quad (24)$$

где $\alpha_i(\mathbf{x}, u_3), i = 1, \dots, 4$, — некоторые функции, которые не влияют на управляемость и в силу их громоздкости не приводятся. Добавляем в базис распределения векторное поле $\mathbf{g}_3$ и из выражений (24) и (15) получаем

$$u_3(\mathbf{x}) x_4^3 x_1 - L_f^2 \mathbf{g}_1 \cdot u_3(\mathbf{x}) \neq 0, \quad (25)$$

или в развернутой форме

$$\begin{aligned} x_4^2 x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} u_3(\mathbf{x}) - (x_4^3 x_2 + 5x_4^3 x_1 x_2) \frac{\partial}{\partial x_2} u_3(\mathbf{x}) + \\ + (x_4^3 x_1 x_3 + 12x_4^3 x_2^2) \frac{\partial}{\partial x_3} u_3(\mathbf{x}) + \\ + x_4^4 x_1 \frac{\partial}{\partial x_4} u_3(\mathbf{x}) + x_4^3 x_1 \frac{\partial}{\partial x_5} u_3(\mathbf{x}) \neq u_3(\mathbf{x}) x_4^3 x_1. \end{aligned}$$

Выпишем все полученные условия для линеаризующего управления $u_3(\mathbf{x})$:

$$\left. \begin{aligned} g_{1\bullet}(u_3(\mathbf{x})) &= 0, \\ u_3(\mathbf{x}) &\neq x_1 x_4, \\ u_3(\mathbf{x}) - g_{2\bullet}(u_3(\mathbf{x})) &= 0, \\ L_f g_{1\bullet}(u_3(\mathbf{x})) &= 0, \\ u_3(\mathbf{x}) &\neq x_4, \\ u_3(\mathbf{x}) x_4^3 x_1 - L_f^2 g_{1\bullet}(u_3(\mathbf{x})) &\neq 0. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Несмотря на большое число уравнений в частных производных и алгебраических неравенств, система (26) легко решается и имеет следующие два независимых решения:

$$u_3^1(\mathbf{x}) = x_4(x_1 + C), \quad C = \text{const} \neq 0, \quad (27)$$

$$u_3^2(\mathbf{x}) = e^{x_5} x_1. \quad (28)$$

Отметим, что в работе [8] получено первое линеаризующее управление с константой $C = 1$. Для найденных управлений исходная система линеаризуема с использованием статической обратной связи, причем индексы управляемости (размеры клеток Бруновского) равны 4 и 1.

Проверка. Проверим полученный результат на решении (28) с линеаризующим управлением $u_3(\mathbf{x}) = u_3^2(\mathbf{x}) = e^{x_5} x_1$. В качестве функций преобразования для первой клетки Бруновского с индексом управляемости 4 используем функцию $T_1(\mathbf{x}) = e^{-x_5} x_4$, а для второй клетки с индексом управляемости 1 — функцию $T_2(\mathbf{x}) = x_3 + x_4$ (данные функции обеспечивают требования по линеаризации — два линейно независимых решения для получения управления исходной нелинейной системы, причем функция $T_1(\mathbf{x})$ является еще инвариантом группы преобразований с инфинитезимальным генератором: векторные поля $L_{\tilde{f}} \mathbf{g}_1, \mathbf{g}_1$ из распределения M_1^2). Обозначим векторное поле $\tilde{f}_\bullet = (f + u_3(\mathbf{x}) \mathbf{g}_3)_\bullet$ как дифференциальный оператор, действующий на гладкие функции. Последовательно получаем

$$y_1 = T_1(\mathbf{x}) = e^{-x_5} x_4;$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 = \tilde{f}_\bullet T_1(\mathbf{x}) + u_1(\mathbf{x}) g_{1\bullet} T_1(\mathbf{x}) + \\ &+ u_2(\mathbf{x}) g_{2\bullet} T_1(\mathbf{x}) = \tilde{f}_\bullet T_1(\mathbf{x}) = -e^{-x_5} x_1 x_4; \\ \dot{y}_2 &= y_3 = \tilde{f}_\bullet^2 T_1(\mathbf{x}) + u_1(\mathbf{x}) g_{1\bullet} (\tilde{f}_\bullet T_1(\mathbf{x})) + \\ &+ u_2(\mathbf{x}) g_{2\bullet} (\tilde{f}_\bullet T_1(\mathbf{x})) = \tilde{f}_\bullet^2 T_1(\mathbf{x}) = \\ &= x_4 (e^{-x_5} x_1^2 + x_2 e^{-x_5} x_4 - x_1 x_2); \\ \dot{y}_3 &= y_4 = \tilde{f}_\bullet^3 T_1(\mathbf{x}) + u_1(\mathbf{x}) g_{1\bullet} (\tilde{f}_\bullet^2 T_1(\mathbf{x})) + \\ &+ u_2(\mathbf{x}) g_{2\bullet} (\tilde{f}_\bullet^2 T_1(\mathbf{x})) = \tilde{f}_\bullet^3 T_1(\mathbf{x}) = \\ &= -x_4 (e^{-x_5} x_1 x_3 x_4^2 + e^{-x_5} x_2^2 x_4^2 + e^{-x_5} x_1^3 + \\ &+ 3e^{-x_5} x_1 x_2 x_4 + e^{x_5} x_1^2 x_3 + e^{x_5} x_1 x_2^2 - \\ &- x_1 x_2^2 x_4 - 2x_2 x_1^2 - x_1 x_3 x_4 - x_2^2 x_4); \\ \dot{y}_4 &= v_1 = \tilde{f}_\bullet^4 T_1(\mathbf{x}) + u_1(\mathbf{x}) g_{1\bullet} (\tilde{f}_\bullet^3 T_1(\mathbf{x})) + \\ &+ u_2(\mathbf{x}) g_{2\bullet} (\tilde{f}_\bullet^3 T_1(\mathbf{x})) = \tilde{f}_\bullet^4 T_1(\mathbf{x}) + u_1(\mathbf{x}) \times \\ &\times (-x_4^2 (e^{-x_5} x_1 x_4^2 + e^{x_5} x_1^2 - x_1^2 x_4 - x_1 x_4)) + u_2(\mathbf{x}) 0; \\ \dot{y}_5 &= v_2 = \tilde{f}_\bullet T_2(\mathbf{x}) + u_1(\mathbf{x}) g_{1\bullet} (T_2(\mathbf{x})) + \\ &+ u_2(\mathbf{x}) g_{2\bullet} (T_2(\mathbf{x})) = 2x_2 x_3 x_4 - x_2 x_4^2 + \\ &+ u_1(\mathbf{x}) x_4 + u_2(\mathbf{x}) (-2x_3 + x_4). \end{aligned}$$

Замечание. Из-за громоздкости развернутое выражение для $\tilde{f}_\bullet^4 T_1(\mathbf{x})$ опущено.

Данная система линеаризуема в регулярной окрестности, где инволютивные распределения сохраняют свою размерность и не вырождена матрица перехода

$$\Pi = \begin{pmatrix} g_{1\bullet}(\tilde{f}^3 T_1(\mathbf{x})) & g_{2\bullet}(\tilde{f}^3 T_1(\mathbf{x})) \\ g_{1\bullet}(T_2(\mathbf{x})) & g_{2\bullet}(T_2(\mathbf{x})) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -x_4^2(e^{-x_5} x_1 x_4^2 + e^{x_5} x_1^2 - x_1^2 x_4 - x_1 x_4) & 0 \\ x_4 & -2x_3 + x_4 \end{pmatrix}$$

от линейного управления $\mathbf{v}(\mathbf{y}) = \mathbf{K}\mathbf{y}$ к нелинейному

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = (u_1(\mathbf{x}) \ u_2(\mathbf{x})) = \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{v}(\mathbf{y}(\mathbf{x})), \mathbf{x}).$$

Рассмотрим следующий вариант.

Вариант 2. Здесь мы поступим так же, как и первом варианте. Вначале считаем, что управление $u_1(\mathbf{x}) = 0$. Управляемое распределение $M_2^0 = \text{span}\{\mathbf{g}_2(\mathbf{x}), \mathbf{g}_3(\mathbf{x})\}$ является инволютивным и его размерность $\dim M_2^0 = 2$. Соответственно, распределения

$$M_2^1 = \text{span}\{\mathbf{g}_3(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2(\mathbf{x}), L_{\mathbf{f}}\mathbf{g}_3(\mathbf{x}), L_{\mathbf{f}}\mathbf{g}_2(\mathbf{x})\},$$

$$\dim M_2^1 = 3$$

и

$$M_2^2 = \text{span}\{\mathbf{g}_3(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2(\mathbf{x}), L_{\mathbf{f}}\mathbf{g}_3(\mathbf{x}),$$

$$L_{\mathbf{f}}\mathbf{g}_2(\mathbf{x}), L_{\mathbf{f}}^2\mathbf{g}_3(\mathbf{x}), L_{\mathbf{f}}^2\mathbf{g}_2(\mathbf{x})\},$$

$$\dim M_2^2 = 4$$

также являются инволютивными, но распределение $M_2^3 = \text{span}\{L_{\mathbf{f}}^i \mathbf{g}_j(\mathbf{x}), i = 0, 1, \dots, 3; j = 3, 2\}$ имеет размерность $\dim M_2^3 = 4$, т. е. система при нулевом управлении $u_1(\mathbf{x}) = 0$ локально не управляема, поэтому необходимо присоединить векторное поле $\mathbf{g}_1$ и найти линеаризующее управление $u_1(\mathbf{x})$. По аналогии с *вариантом 1* выпишем условия на управление $u_1(\mathbf{x})$:

$$[u_1(\mathbf{x})\mathbf{g}_1, M_2^{j-1}]^- = u_1(\mathbf{x})[\mathbf{g}_1, M_2^{j-1}]^- -$$

$$- (M_2^{j-1})_{\bullet}(u_1(\mathbf{x}))\mathbf{g}_1 = 0, j = 1, 2; \quad (29)$$

$$\dim(M_2^j + u_1(\mathbf{x})[\mathbf{g}_1, M_2^{j-1}]^+) = \dim M_2^j, j = 1, 2; \quad (30)$$

$$[u_1(\mathbf{x})\mathbf{g}_1, M_2^2]^- = u_1(\mathbf{x})[\mathbf{g}_1, M_2^2]^- -$$

$$- (M_2^2)_{\bullet}(u_1(\mathbf{x}))\mathbf{g}_1 \neq 0, \quad (31)$$

где $[u_1(\mathbf{x})\mathbf{g}_1, M_2^j]^-$, $([u_1(\mathbf{x})\mathbf{g}_1, M_2^j]^+)$, $j = 0, 1, 2$, — компоненты, которые не принадлежат (принадлежат) соответствующим распределениям M_2^j , $j = 1, 2$. Найдем распределение

$$M_2^1(u_1(\mathbf{x})) =$$

$$= \text{span}\{\mathbf{g}_3(\mathbf{x}), \mathbf{g}_2(\mathbf{x}), L_{\mathbf{f}+u_1\mathbf{g}_1}\mathbf{g}_3(\mathbf{x}), L_{\mathbf{f}+u_1\mathbf{g}_1}\mathbf{g}_2(\mathbf{x})\}.$$

Имеем

$$L_{\mathbf{f}+u_1\mathbf{g}_1}\mathbf{g}_2 = L_{\mathbf{f}}\mathbf{g}_2 + u_1(\mathbf{x})L_{\mathbf{g}_1}\mathbf{g}_2 - g_{2\bullet}(u_1(\mathbf{x}))\mathbf{g}_1 =$$

$$= -(3u_1(\mathbf{x}) + g_{2\bullet}(u_1(\mathbf{x})))\mathbf{g}_1. \quad (32)$$

Откуда согласно формуле (29) получаем

$$3u_1(\mathbf{x}) + g_{2\bullet}(u_1(\mathbf{x})) = 0; \quad (33)$$

$$L_{\mathbf{f}+u_1\mathbf{g}_1}\mathbf{g}_3 = u_1(\mathbf{x})\alpha_1(\mathbf{x})\mathbf{g}_3 + u_1(\mathbf{x})\alpha_2(\mathbf{x})L_{\mathbf{f}}\mathbf{g}_3 +$$

$$+ \alpha_3(\mathbf{x}, u_1(\mathbf{x}))L_{\mathbf{f}}\mathbf{g}_3 + u_1(\mathbf{x})\alpha_4(\mathbf{x})\mathbf{g}_2 - g_{3\bullet}(u_1(\mathbf{x}))\mathbf{g}_1,$$

где $\alpha_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, 4$, — известные функции. Так как в соответствии с условием (29) векторное поле $L_{\mathbf{f}+u_1\mathbf{g}_1}\mathbf{g}_3$ должно принадлежать распределению $M_2^1(u_1)$, векторное поле $L_{\mathbf{f}}\mathbf{g}_3 \in M_2^2$, а управление $u_1(\mathbf{x})$ входит линейно в разложение (35), то выполнение требования (30) для распределения $M_2^1(u_1)$ возможно только для управления $u_1(\mathbf{x}) = 0$, что, как показано выше, не решает задачи линеаризации (отсутствует полная управляемость).

Вывод. Таким образом, управление $u_1(\mathbf{x})$ не может быть линеаризующим управлением.

Обсуждение результатов и заключение

В статье рассмотрен алгоритм нахождения линейных эквивалентов (точной линеаризации) для неинволютивных распределений управляемых векторных полей с использованием линеаризующих управлений, причем, в отличие от известных методов динамической линеаризации, без расширения пространства состояний. Рассмотрен конкретный пример с объектом пятого порядка и тремя управляющими воздействиями. Были исследованы все возможные линеаризующие управления и выбраны те, которые обеспечивают выполнение условий статической линеаризации. Сложность данного подхода заключается в необходимости решать системы уравнений в частных производных с алгебраическими неравенствами. Вторая задача — аналитическая проверка условий инволютивности, т. е. определение функций разложения любого векторного поля по базису из данного инволютивного распределения. Автором разработан алгоритм и написана программа проверки инволютивности в пакете Maple, которая использовалась для получения линеаризующих управлений.

Список литературы

1. Brunovsky P. On classification of linear controllable systems // Kybernetika. 1970. Vol. 6. P. 173—178.
2. Byrnes C., Isidori A. A survey of recent developments in nonlinear control theory // Proc. of 1st IFAC Symp. Robot Conf., Barcelona. 1985. P. 287—291.
3. Dzięza J. A., Czarkowski D. On dynamic feedback linearization of an induction motor // Proc. 5th Europ. Conf. ECC'99, Karlsruhe, Germany. 1999. Paper CD file F0669.pdf. 6 p.
4. Di Benedetto M. D., Isidori A. The matching of nonlinear models via dynamic state feedback // SIAM J. Control, 1986. Vol. 24, N. 5. P. 1063—1075.

5. Franch J., Fossas E. Linearization by prolongations: new bounds for three input systems // Proc. of the 14th IFAC World Congress, Beijing, China. 1999. P.461–466.
6. Nieuwstadt M., Rathinam M., Murray R. M. Differential flatness and absolute equivalence of nonlinear control systems // SIAM J. Control Optim. 1998. Vol. 36, N. 4. P. 1225–1239.
7. Chiasson J. A New Approach to Dynamic Feedback Linearization Control of an Induction Motor // IEEE Transactions on Automatic Control. 1998. Vol. 43, N. 3. P.391–397.
8. Елкин В. И., Коновалова Л. Б. О редукции нелинейных управляемых систем к линейным // Автоматика и телемеханика. 2000. № 2. С. 45–55.
9. Уорнер Ф. Основы теории гладких многообразий и групп Ли / Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 360 с.

10. Кобаяси Ш., Номидзу К. Основы дифференциальной геометрии. Т. 1 / Пер. с англ. М.: Наука, 1981. 344 с.
11. Трофимов В. В. Введение в геометрию многообразий с симметриями. М.: Изд-во МГУ им. М. В. Ломоносова, 1989. 360 с.
12. Постников М. М. Группы и алгебры Ли. М.: Наука, 1982. 448 с.
13. Краснощеченко В. И., Крищенко А. П. Нелинейные системы: геометрические методы анализа и синтеза. М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005. 520 с.
14. Hunt L. R. Controllability of general nonlinear systems // Math. Systems Theory. 1979. N.12. P.361–370.
15. Jucubczyk B., Respondek W. On linearization of control systems // Bull. L'acad Pol. Science. 1980. Vol.28, N. 9–10. P. 517–522.

Linearization of Nonlinear Affine Control Systems with Non-Involutive Distributions by the Introduction of Linearizing Controls

V. I. Krasnoschechenko, v.krasnoschechenko@yandex.ru,

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga, 248000, Kaluga Branch, Russian Federation,

Corresponding author: Krasnoschechenko Vladimir I., PhD, Associate Professor, Bauman Moscow State Technical University, Kaluga, 248000, Kaluga Branch, Russian Federation, e-mail: v.krasnoschechenko@yandex.ru

Accepted on August 31, 2022

Abstract

In the article an algorithm for finding linear equivalents (exact linearization) for noninvolutive distributions of control vector fields is considered. In contrast to the common approach to solving this problem — the use of dynamic linearization (the introduction of integrators), which leads to an expansion of the state space — an algorithm for obtaining involutive distributions and ensuring local controllability based on linearizing controls is proposed. The essence of the algorithm: choose such a control and find an explicit expression for it that a controlled vector field associated with this control, when attached to a drift vector field, will provide local controllability and involution of the corresponding distributions. To check the involution of distributions and find the decomposition functions of vector fields on the basis of the current distribution, and on them directly the conditions imposed on the linearization controls, the author has developed an algorithm and a program in the Maple package for finding these functions. For the convenience of presentation and maximum clarity of the proposed approach, in the article is using notation not generally accepted in applied differential geometry. This applies primarily to the representation of vector fields in coordinate form or in the form of differential operators, which is often not specified, but it is assumed that the shape of the vector field is determined from the context. In the article, these forms are clearly separated and their specific use is shown. An example is considered — a nonlinear affine control system of the fifth order with three controls, in which all stages of synthesis are reflected in detail.

Keywords: Input-state linearization, involution, distribution, linearizing control, non-involutive distributions, controllability indices

For citation:

Krasnoschechenko V. I. Linearization of Nonlinear Affine Control Systems with Noninvolutive Distributions by the Introduction of Linearizing Controls, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 12, pp. 619–627.

DOI: 10.17587/mau.23.619-627

References

1. Brunovsky P. On classification of linear controllable systems, *Kybernetika*, 1970, vol. 6, pp. 173–178.
2. Byrnes C., Isidori A. A survey of recent developments in nonlinear control theory, *Proc. of 1st IFAC Symp. Robot Conf.*, Barselona, 1985, Nov. 6–8, pp. 287–291.
3. Dzieza J. A., Czarkowski D. On dynamic feedback linearization of an induction motor, *Proc. 5th Europ. Conf. ECC'99*, Karlsruhe, Germany, 1999, paper CD file F0669.pdf, 6 p.
4. Di Benedetto M. D., Isidori A. The matching of nonlinear models via dynamic state feedback, *SIAM J. Control*, 1986, vol. 24, no 5, pp. 1063–1075.
5. Franch J., Fossas E. Linearization by prolongations: new bounds for three input systems, *Proc. of the 14th IFAC World Congress*, Beijing, China, 1999, pp. 461–466.
6. Nieuwstadt M., Rathinam M., Murray R. M. Differential flatness and absolute equivalence of nonlinear control systems, *SIAM J. Control Optim.*, 1998, vol. 36, no. 4, pp. 1225–1239.
7. Chiasson J. A. New Approach to Dynamic Feedback Linearization Control of an Induction Motor, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, vol. 43, no. 3, pp. 391–397.

8. Elkin V. I., Konvalova L. B. On the reduction of nonlinear controlled systems to linear ones, *Automation and Telemekhanics*, 2000, no. 2, pp. 45–55 (in Russian).
9. Warner F. Fundamentals of the theory of smooth manifolds and Lie groups, Moscow, Mir, 1982, 360 p. (in Russian).
10. Kobayashi Sh., Nomizu K. Fundamentals of differential geometry. Vol. 1, Moscow, Nauka, 1986, 344 p. (in Russian).
11. Trofimov V. V. Introduction to the geometry of manifolds with symmetries, Moscow, Lomonosov Moscow State University Publishing House, 1989, 360 p. (in Russian).
12. Postnikov M. M. Lie groups and algebras, Moscow, Nauka, 1982, 448 p. (in Russian).
13. Krasnoschechenko V. I., Krishchenko A. P. Nonlinear systems: geometric methods of analysis and synthesis, Moscow, Publishing House of Bauman Moscow State Technical University, 2005, 520 p. (in Russian).
14. Hunt L. R. Controllability of general nonlinear systems, *Math. Systems Theory*, 1979, no. 12, pp. 361–370.
15. Jucubczyk B., Respondek W. On linearization of control systems, *Bull. L'acad Pol. Science*, 1980, vol. 28, no. 9–10, pp. 517–522.

Т. А. Алиев^{1,2}, академик НАН Азербайджана, д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой, telmancyber@gmail.com,
Н. Ф. Мусаева^{1,2}, д-р техн. наук, проф., musanaila@gmail.com,
Г. А. Гулуев¹, д-р техн. наук, зав. лабораторией, lab1.5@isi.az,
Н. Э. Рзаева^{1,2}, Ph.D., доц., зав. отделом, nikanel1@gmail.com,

¹Институт систем управления, г. Баку, Азербайджан,

²Азербайджанский архитектурно-строительный университет, г. Баку, Азербайджан

Технологии анализа и вычисления взаимосвязи между полезной составляющей и помехой зашумленного сигнала в системах мониторинга

Обсуждается разработка алгоритмов вычисления взаимной корреляционной функции и коэффициента корреляции между полезным сигналом и помехой зашумленного сигнала. Проанализированы факторы, влияющие на адекватность результатов решения задач мониторинга и контроля. Отмечено, что при обработке зашумленных сигналов следует применять алгоритмы и технологии раздельной обработки полезной составляющей и помехи. Показано, что в системах мониторинга и контроля при возникновении неисправностей нарушается такое важное условие, как отсутствие корреляции между полезным сигналом и помехой. Поэтому возникает задача вычисления взаимной корреляционной функции и коэффициента корреляции между полезным сигналом и суммарной помехой.

Предложены алгоритмы вычисления оценок коэффициента корреляции и корреляционной функции между полезным сигналом и помехой с использованием оценок корреляционной функции между центрированными и нецентрированными зашумленными сигналами. Отмечено, что момент возникновения корреляции между полезным сигналом и помехой можно контролировать в реальном масштабе времени. Показано, что оценка дисперсии суммарной помехи до появления корреляции является стабильной величиной. При появлении корреляции значение дисперсии суммарной помехи меняется. Разность дисперсий принимается как аналог оценки взаимной корреляционной функции между полезным сигналом и помехой при нулевом временном сдвиге.

Предложена технология проведения вычислительных экспериментов. Сформированы дискретные значения полезного сигнала, помехи и зашумленного сигнала. Вычислены коэффициент корреляции и взаимная корреляционная функция между полезным сигналом и помехой по разработанным и традиционным алгоритмам. Проведен сравнительный анализ.

Показано, что предлагаемые в работе технологии вычисления оценок взаимной корреляционной функции и коэффициента корреляции между полезным сигналом и помехой, а также дисперсии суммарной помехи позволяют извлечь дополнительную важную информацию из зашумленных сигналов.

Ключевые слова: полезный сигнал, помеха, зашумленный сигнал, отсчеты, корреляционная функция, коэффициент корреляции, система мониторинга

Введение

На сегодняшний день имеется широкий выбор инструментов контроля, анализа, испытаний и измерений. Современные контрольно-измерительные устройства достаточно эффективны и обеспечивают надежность и эффективность протекания исследуемых процессов, что способствует повышению качества. Кроме того, современные микропроцессорные устройства, которые очень компактны, могут быть использованы как цифровые измерительные устройства. Такого типа устройства позволяют регистрировать и анализировать измерительную информацию. На основе полученных данных определяется динамика изменения сигнала, поступающего от датчика, и делаются прогнозы на некоторый определенный промежуток времени [1–3]. При этом для решения задач мониторинга и контроля, как правило,

применяются традиционные алгоритмы цифровой обработки зарегистрированных сигналов [1–3], эффективность которой часто остается неудовлетворительной. Это связано с тем, что в случае обработки зашумленного сигнала $g(t) = x(t) + \varepsilon(t)$, состоящего из полезной составляющей $x(t)$ и помехи $\varepsilon(t)$, не используется информационный потенциал раздельной обработки полезной части и помехи, а также характеристик их взаимосвязи [4–8]. Поэтому при решении многочисленных важнейших задач мониторинга, контроля, управления и т. д. получаются неадекватные результаты [1].

Традиционно предполагается, что при анализе зашумленных сигналов $g(t)$ такие классические условия, как стационарность, эргодичность, нормальность закона распределения и отсутствие корреляции между полезным сигналом $x(t)$ и помехой $\varepsilon(t)$, выполняются [1–8]. Однако в системах мониторинга и контроля часто

при возникновении неисправностей нарушается такое важное условие, как отсутствие корреляции между полезным сигналом и помехой [1]. При этом вопрос наличия корреляции при возникновении повреждений в технических объектах практически не рассматривается [9–14].

В связи с этим возникает необходимость создания таких технологий, которые как при выполнении, так и при не выполнении предполагаемых классических условий обеспечивали бы адекватность результатов решения задач мониторинга и контроля. Необходимо разработать технологии, алгоритмы и программные средства вычисления коэффициента корреляции и взаимной корреляционной функции между полезным сигналом $x(t)$ и помехой $\varepsilon(t)$, располагая цифровыми отсчетами зашумленного сигнала $g(t)$.

Постановка задачи

На практике из-за зашумленности полезных сигналов $x(t)$ помехами $\varepsilon(t)$ при определении оценок их корреляционных функций $R_{xx}(\mu)$ возникают ощутимые погрешности. При этом, как это показано в работах [1, 15–20], суммарная помеха $\varepsilon(t)$ складывается из помехи $\varepsilon_1(t)$ от влияния внешних факторов и шума $\varepsilon_2(t)$, который возникает от зарождения дефекта в процессе эксплуатации объектов, т. е. $\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t)$. В режиме нормальной эксплуатации объекта помеха $\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t)$ не имеет корреляцию с полезным сигналом $x(t)$. В начале скрытого периода изменения технического состояния объекта при появлении дефектов возникает помеха $\varepsilon_2(t)$, которая коррелирует с полезным сигналом. В результате, начиная с этого момента взаимная корреляционная функция $R_{xe}(\mu)$ и коэффициент корреляции r_{xe} между полезным сигналом $x(t)$ и суммарной помехой $\varepsilon(t)$ отличаются от нуля. Фактически, зарождение и развитие неисправностей отражается в оценках $R_{xe}(\mu)$ и r_{xe} . Поэтому для контроля начала и динамики изменения технического состояния объектов целесообразно использовать значения данных двух характеристик.

Следует отметить, что дискретизированные значения $x(i\Delta t)$ полезного сигнала и помехи $\varepsilon(i\Delta t)$ невозможно выделить из дискретизированных значений $g(i\Delta t)$ зашумленного сигнала, который поступает от соответствующего датчика. Предположим, что $g(t)$ — дискретизированный стационарный эргодический случай-

ный сигнал с нормальным законом распределения, состоящий из полезного сигнала $x(t)$ и помехи $\varepsilon(t)$ с математическим ожиданием m_ε , равным нулю. При этом формула вычисления оценки дисперсии D_g зашумленного сигнала $g(t)$ имеет вид [1, 15–20]

$$\begin{aligned} D_g &\approx R_{g'g'}(0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g'^2(i\Delta t) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x'(i\Delta t) + \varepsilon'(i\Delta t)][x'(i\Delta t) + \varepsilon'(i\Delta t)] = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x'^2(i\Delta t) + 2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x'(i\Delta t)\varepsilon'(i\Delta t) + \\ &+ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon'^2(i\Delta t) = R_{x'x'}(0) + 2R_{x'\varepsilon'}(0) + R_{\varepsilon'\varepsilon'}(0), \end{aligned} \quad (1)$$

где $g'(i\Delta t) = g(i\Delta t) - m_g$, $x'(i\Delta t) = x(i\Delta t) - m_x$, $\varepsilon'(i\Delta t) = \varepsilon(i\Delta t) - m_\varepsilon$ — центрированные отсчеты; m_g , m_x , m_ε — математические ожидания сигналов $g(t)$, $x(t)$ и $\varepsilon(t)$ соответственно; $R_{x'\varepsilon'}(\mu)$ — взаимная корреляционная функция между полезным сигналом и помехой; $R_{\varepsilon'\varepsilon'}(0)$ — дисперсия помехи $\varepsilon(t)$.

Таким образом, погрешность дисперсии зашумленного сигнала

$$\lambda_{gg}(\mu = 0) = 2R_{x'\varepsilon'}(0) + R_{\varepsilon'\varepsilon'}(0). \quad (2)$$

Формулу для вычисления оценки корреляционной функции $R_{g'g'}(\mu)$ зашумленного сигнала $g(t)$ при $\mu \neq 0$ можно также представить в виде

$$\begin{aligned} R_{g'g'}(\mu) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g'(i\Delta t)g'((i+\mu)\Delta t) = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x'(i\Delta t) + \varepsilon'(i\Delta t)] \times \\ &\times [x'((i+\mu)\Delta t) + \varepsilon'((i+\mu)\Delta t)] = \\ &= R_{x'x'}(\mu) + R_{\varepsilon'x'}(\mu) + R_{x'\varepsilon'}(\mu) + R_{\varepsilon'\varepsilon'}(\mu). \end{aligned} \quad (3)$$

Следует заметить, что для инерционных объектов при $\mu \neq 0$ справедливо приближенное равенство $R_{\varepsilon'\varepsilon'}(\mu) \approx 0$, в то время как для неинерционных объектов данное равенство не выполняется. Тогда суммарная погрешность оценок корреляционной функции зашумленного сигнала $g(t)$ будет равна

$$\lambda_{gg}(\mu) = \begin{cases} 2R_{x'\varepsilon'}(0) + R_{\varepsilon'\varepsilon'}(0) & \text{при } \mu = 0; \\ R_{x'x'}(\mu) + R_{\varepsilon'x'}(\mu) + R_{x'\varepsilon'}(\mu) & \text{при } \mu \neq 0, \end{cases} \quad (4)$$

т. е. при $\mu \neq 0$ погрешность состоит только из оценок $R_{x'\varepsilon'}(\mu)$, $R_{\varepsilon'x'}(\mu)$, а при $\mu = 0$ к этой погрешности добавляется еще дисперсия помехи $R_{\varepsilon'\varepsilon'}(0)$ и

$$R_{x'x'}(\mu) \neq R_{g'g'}(\mu). \quad (5)$$

В этом случае не удастся извлечь ценную информацию, содержащуюся в характеристиках $R_{\varepsilon\varepsilon}(\mu)$, $R_{x'\varepsilon}(\mu)$, $R_{\varepsilon x'}(\mu)$, $r_{x\varepsilon}$ помехи $\varepsilon(t)$. Поэтому на практике во многих случаях оценки $R_{g'g'}(\mu)$ не обеспечивают адекватность результатов решаемых задач.

В настоящей работе рассматривается задача разработки и исследования алгоритмов и технологий мониторинга латентного периода перехода объекта в аварийные состояния по результатам вычисления взаимных корреляционных функций $R_{x'\varepsilon}(\mu)$, $R_{\varepsilon x'}(\mu)$ и коэффициента корреляции $r_{x\varepsilon}$ между полезным сигналом $x(t)$ и помехой $\varepsilon(t)$, которые невозможно извлечь из $g(t)$.

Алгоритмы вычисления коэффициента корреляции и корреляционной функции между полезным сигналом и помехой

В системах контроля и мониторинга для адекватной интерпретации результатов обработки зашумленных сигналов и выявления раннего периода возникновения неисправностей целесообразно вычислять оценки взаимных корреляционных функций $R_{x'\varepsilon}(\mu)$, $R_{\varepsilon x'}(\mu)$ и коэффициента корреляции $r_{x\varepsilon}$ между полезным сигналом $x(t)$ и помехой $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала $g(t)$.

Трудности решения этой задачи связаны с тем, что суммарная помеха $\varepsilon(t)$ формируется из помех $\varepsilon_1(t)$ и $\varepsilon_2(t)$, где $\varepsilon_1(t)$ возникает в результате влияния внешних факторов, а $\varepsilon_2(t)$ — в процессе эксплуатации объектов, и при этом имеют место следующие условия [1, 15–20]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x'(i\Delta t) \varepsilon_1(i\Delta t) = 0; \quad (6)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x'(i\Delta t) \varepsilon_2(i\Delta t) \neq 0; \quad (7)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon(i\Delta t) \varepsilon_2(i\Delta t) \neq 0. \quad (8)$$

Традиционная технология вычисления оценок автокорреляционных и взаимных корреляционных функций входных-выходных сигналов объектов контроля осуществляется по выражениям

$$R_{x'x'}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x'(i\Delta t) x'((i + \mu)\Delta t), \quad (9)$$

где $R_{x'x'}(\mu)$ — оценки автокорреляционной функции $x(t)$.

Однако вычислить оценки корреляционной функции полезного сигнала $x(t)$, зашумленного помехой $\varepsilon(t)$, по выражению (9) невозможно, поскольку отчеты реального сигнала $g(i\Delta t)$ представляют собой сумму отчетов полезного сигнала $x(i\Delta t)$ и помехи $\varepsilon(i\Delta t)$:

$$g(i\Delta t) = x(i\Delta t) + \varepsilon(i\Delta t). \quad (10)$$

С учетом (10) формула (9) принимает вид

$$R_{g'g'}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g'(i\Delta t) g'((i + \mu)\Delta t), \quad (11)$$

и данная оценка при выполнении условий (7), (8) имеет погрешность

$$\lambda_{gg}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x'(i\Delta t) \varepsilon'((i + \mu)\Delta t) + \varepsilon'(i\Delta t) x'((i + \mu)\Delta t) + \varepsilon'(i\Delta t) \varepsilon'((i + \mu)\Delta t)). \quad (12)$$

В связи с этим на практике во многих случаях не удастся обеспечить адекватность результатов решаемых задач. Для улучшения достоверности и адекватности результатов анализа зашумленных сигналов необходимо разработать алгоритмы и технологии определения оценок дисперсии помехи $R_{\varepsilon\varepsilon}(0)$ и взаимных корреляционных функций $R_{x'\varepsilon}(\mu)$ и $R_{\varepsilon x'}(\mu)$.

Как известно [1, 15–20], формулу вычисления погрешности дисперсии D_ε от суммарной помехи можно представить следующим образом:

$$D_\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [g'^2(i\Delta t) - 2g'(i\Delta t)g'((i + 1)\Delta t) + g'(i\Delta t)g'((i + 2)\Delta t)]. \quad (13)$$

Справедливость данного выражения можно проверить путем разложения его правой части на соответствующие слагаемые, т. е.

$$\begin{aligned} D_\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [g'^2(i\Delta t) - 2g'(i\Delta t)g'((i + 1)\Delta t) + \\ + g'(i\Delta t)g'((i + 2)\Delta t)] = R_{x'x'}(0) + R_{x'\varepsilon}(0) + \\ + R_{\varepsilon x'}(0) + R_{\varepsilon\varepsilon}(0) - 2R_{x'x'}(\Delta t) - 2R_{x'\varepsilon}(\Delta t) - \\ - 2R_{\varepsilon x'}(\Delta t) - 2R_{\varepsilon\varepsilon}(\Delta t) + R_{x'x'}(2\Delta t) + \\ + R_{x'\varepsilon}(2\Delta t) + R_{\varepsilon x'}(2\Delta t) + R_{\varepsilon\varepsilon}(2\Delta t). \end{aligned} \quad (14)$$

Для реальных инерционных технологических объектов практически всегда между разностями оценок $R_{x'x'}(0) - R_{x'x'}(\Delta t)$, $R_{x'x'}(\Delta t) - R_{x'x'}(2\Delta t)$ имеет место приближенное равенство

$$R_{x'x'}(0) - R_{x'x'}(\Delta t) \approx R_{x'x'}(\Delta t) - R_{x'x'}(2\Delta t),$$

согласно которому можно считать справедливым приближенное равенство

$$R_{x'x'}(0) + R_{x'x'}(2\Delta t) - 2R_{x'x'}(\Delta t) \approx 0.$$

Приближенная оценка $R_{\varepsilon'\varepsilon'}(\mu)$ при $\mu \neq 0$ для инерционных объектов также равна нулю:

$$R_{\varepsilon'\varepsilon'}(\mu) \approx 0.$$

В результате для стационарных нормально распределенных зашумленных сигналов с учетом условий (6)–(8) имеем:

$$\begin{aligned} R_{x'\varepsilon'}(0) &\neq 0, R_{\varepsilon'x'}(0) \neq 0, R_{\varepsilon'\varepsilon'}(0) \neq 0; \\ R_{x'x'}(0) + R_{x'x'}(2\Delta t) - 2R_{x'x'}(\Delta t) &\approx 0; \\ R_{\varepsilon'\varepsilon'}(\Delta t) &\approx 0, R_{\varepsilon'\varepsilon'}(2\Delta t) \approx 0; \\ R_{x'\varepsilon'}(\Delta t) &\approx 0, R_{x'\varepsilon'}(2\Delta t) \approx 0; \\ R_{\varepsilon'x'}(\Delta t) &\approx 0, R_{\varepsilon'x'}(2\Delta t) \approx 0 \end{aligned} \quad (15)$$

и в правой части выражения (14) получим оценку погрешности дисперсии от суммарной помехи, совпадающую с (4):

$$\begin{aligned} D_{\varepsilon} &= R_{x'\varepsilon'}(0) + R_{\varepsilon'x'}(0) + R_{\varepsilon'\varepsilon'}(0) = \\ &= 2R_{x'\varepsilon'}(0) + R_{\varepsilon'\varepsilon'}(0). \end{aligned} \quad (16)$$

Отсюда очевидна важность определения оценки взаимной корреляционной функции $R_{x'\varepsilon'}(0)$ между сигналами $x(t)$ и $\varepsilon(t)$.

Характер взаимосвязи между помехой и полезным сигналом четко отражается на оценках корреляционной функции $R_{g'g'}(\mu)$ между центрированными $g'(t)$ и нецентрированными $g(t)$ зашумленными сигналами:

$$R_{g'g'}(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g'(i\Delta t)g((i+\mu)\Delta t). \quad (17)$$

С помощью формулы (17) можно определить оценки $R_{x'\varepsilon'}(\mu)$.

Обозначим $N^{++}(\mu)$ — число положительных произведений $(g'(i\Delta t))^+g((i+\mu)\Delta t)$ центрированных положительных отсчетов $(g'(i\Delta t))^+$ на нецентрированные отсчеты $g((i+\mu)\Delta t)$ при временном сдвиге μ , а $N^{-+}(\mu)$ — число отрицательных произведений $(g'(i\Delta t))^-g((i+\mu)\Delta t)$ центрированных отрицательных отсчетов $(g'(i\Delta t))^-$ на нецентрированные отсчеты $g((i+\mu)\Delta t)$ при временном сдвиге μ , $N^{++}(\mu) + N^{-+}(\mu) = N$. Для положительных произведений $(g'(i\Delta t))^+g((i+\mu)\Delta t)$ примем индексы суммирования $i = i_{1^{++}(\mu)}, i_{2^{++}(\mu)}, \dots, i_{N^{++}(\mu)}$, а для отрицательных произведений $(g'(i\Delta t))^-g((i+\mu)\Delta t)$ — индексы суммирования $i = i_{1^{-+}(\mu)}, i_{2^{-+}(\mu)}, \dots, i_{N^{-+}(\mu)}$.

Учитывая, что при любом μ значение корреляционной функции не может превышать начальное значение, а конечное значение равно квадрату среднего значения, то очевидно, что между суммами положительных и отрицательных произведений имеют место неравенства

$$R_{(g')^+g}(\mu) > R_{(g')^-g}(\mu), \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} R_{(g')^+g}(\mu) &= \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{++}(\mu)}}^{i_{N^{++}(\mu)}} (g'(i\Delta t))^+g((i+\mu)\Delta t), \\ R_{(g')^-g}(\mu) &= \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{-+}(\mu)}}^{i_{N^{-+}(\mu)}} (g'(i\Delta t))^-g((i+\mu)\Delta t). \end{aligned}$$

Вычислительные эксперименты показали, что при умножении отсчетов центрированного сигнала $g'(i\Delta t)$ на их нецентрированные $g(i\Delta t)$ отсчеты имеет место неравенство

$$\begin{aligned} &\frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{++}(\mu)}}^{i_{N^{++}(\mu)}} (g'(i\Delta t))^+g((i+\mu)\Delta t) \neq \\ &\neq \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{-+}(\mu)}}^{i_{N^{-+}(\mu)}} (g'(i\Delta t))^-g((i+\mu)\Delta t). \end{aligned} \quad (19)$$

При этом разность суммы положительных и отрицательных произведений при $\mu = 0$ значительно больше нуля, т. е.

$$\begin{aligned} &\frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{++}(\mu)}}^{i_{N^{++}(\mu)}} (g'(i\Delta t))^+g((i+\mu)\Delta t) - \\ &- \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{-+}(\mu)}}^{i_{N^{-+}(\mu)}} (g'(i\Delta t))^-g((i+\mu)\Delta t) \gg 0. \end{aligned}$$

Очевидно, что корреляция между $x(t)$ и $\varepsilon(t)$ ярко отражается на оценке $R_{(g')^+g}(\mu)$, так как имеет место неравенство

$$\begin{aligned} &\frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{++}(\mu)}}^{i_{N^{++}(\mu)}} (g'(i\Delta t))^+g((i+\mu)\Delta t) \gg \\ &\gg \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{-+}(\mu)}}^{i_{N^{-+}(\mu)}} (g'(i\Delta t))^-g((i+\mu)\Delta t). \end{aligned} \quad (20)$$

Как известно [1], с увеличением временного сдвига $\mu\Delta t$ между $g'(i\Delta t)$ и $g((i+\mu)\Delta t)$ при до-

стижении определенного значения суммы положительных и отрицательных произведений будут приблизительно равны

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{++}(\mu)}}^{i_{N^{++}(\mu)}} (g'(i\Delta t))^+ g((i+\mu)\Delta t) &\approx \\ \approx \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{-+}(\mu)}}^{i_{N^{-+}(\mu)}} (g'(i\Delta t))^- g((i+\mu)\Delta t); \\ \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{++}(\mu)}}^{i_{N^{++}(\mu)}} (g'(i\Delta t))^+ g((i+\mu)\Delta t) - \\ - \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{-+}(\mu)}}^{i_{N^{-+}(\mu)}} (g'(i\Delta t))^- g((i+\mu)\Delta t) &\approx 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Анализ специфики приближенного равенства (21) показывает, что его выполнение можно принимать как информативный признак о выполнении условий стационарности, нормальности закона распределения и отсутствии корреляции между сигналами $x(t)$ и $\varepsilon(t)$.

Однако при зарождении помехи $\varepsilon_2(t)$ согласно условиям (6)–(8) между суммарной помехой $\varepsilon(t)$ и полезным сигналом $x(t)$ возникает корреляция вида

$$\begin{aligned} R_{x'\varepsilon}(0) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x'(i\Delta t) \varepsilon(i\Delta t) \neq 0; \\ R_{\varepsilon'x}(0) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon'(i\Delta t) x(i\Delta t) \neq 0; \\ R_{x'\varepsilon}(0) &= R_{\varepsilon'x}(0) = R_{x\varepsilon}(0). \end{aligned}$$

В результате, начиная с момента возникновения корреляции между $x(t)$ и $\varepsilon(t)$, от умножения отсчетов анализируемого сигнала на коэффициент корреляции $r_{x\varepsilon}$ увеличиваются суммы как положительных, так и отрицательных произведений

$$\begin{aligned} R_{(g')^+g}(\mu) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{++}(\mu)}}^{i_{N^{++}(\mu)}} (x'(i\Delta t))^+ x((i+\mu)\Delta t) + \\ + \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{++}(\mu)}}^{i_{N^{++}(\mu)}} (\varepsilon'(i\Delta t))^+ x((i+\mu)\Delta t) + \\ + \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{++}(\mu)}}^{i_{N^{++}(\mu)}} (x'(i\Delta t))^+ \varepsilon((i+\mu)\Delta t) + \\ + \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{++}(\mu)}}^{i_{N^{++}(\mu)}} (\varepsilon'(i\Delta t))^+ \varepsilon((i+\mu)\Delta t); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{(g')^-g}(\mu) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{-+}(\mu)}}^{i_{N^{-+}(\mu)}} (x'(i\Delta t))^- x((i+\mu)\Delta t) + \\ + \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{-+}(\mu)}}^{i_{N^{-+}(\mu)}} (\varepsilon'(i\Delta t))^- x((i+\mu)\Delta t) + \\ + \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{-+}(\mu)}}^{i_{N^{-+}(\mu)}} (x'(i\Delta t))^- \varepsilon((i+\mu)\Delta t) + \\ + \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{-+}(\mu)}}^{i_{N^{-+}(\mu)}} (\varepsilon'(i\Delta t))^- \varepsilon((i+\mu)\Delta t) \end{aligned} \quad (22)$$

на величины

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{++}(\mu)}}^{i_{N^{++}(\mu)}} (\varepsilon'(i\Delta t))^+ x((i+\mu)\Delta t) + \\ + \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{++}(\mu)}}^{i_{N^{++}(\mu)}} (x'(i\Delta t))^+ \varepsilon((i+\mu)\Delta t); \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{-+}(\mu)}}^{i_{N^{-+}(\mu)}} (\varepsilon'(i\Delta t))^- x((i+\mu)\Delta t) + \\ + \frac{1}{N} \sum_{i=i_{1^{-+}(\mu)}}^{i_{N^{-+}(\mu)}} (x'(i\Delta t))^- \varepsilon((i+\mu)\Delta t) \end{aligned} \quad (24)$$

соответственно.

Ясно, что в зависимости от степени корреляции $r_{x\varepsilon}$ между $x(t)$ и $\varepsilon(t)$ в оценках, полученных по выражениям (22)–(24), будут увеличиваться как сумма положительных, так и сумма отрицательных произведений.

На практике в системах контроля в большинстве случаев возникает необходимость определения оценки коэффициента корреляции между $x(t)$ и $\varepsilon(t)$ в текущий момент времени. Для решения этой задачи можно использовать оценки взаимной корреляционной функции $R_{x'\varepsilon}(\mu)$, полученные при временном сдвиге, когда $N^{++}(\mu)$ и $N^{-+}(\mu)$ приблизительно равны:

$$\begin{aligned} N^{++}(\mu) &\approx N^{-+}(\mu), \\ R_{(X')^+\varepsilon}(\mu) &\approx R_{(X')^-\varepsilon}(\mu), \quad r_{X\varepsilon} \approx 0. \end{aligned}$$

Однако наличие разности

$$\begin{aligned} R_{(X')^+\varepsilon}(\mu) &\neq R_{(X')^-\varepsilon}(\mu), \\ R_{(X')^+\varepsilon}(\mu) - R_{(X')^-\varepsilon}(\mu) &> 0 \end{aligned}$$

свидетельствует об отличии коэффициента корреляции $r_{x\varepsilon}$ от нуля.

Очевидно, что при положительной корреляции между $x(t)$ и $\varepsilon(t)$ сумма положительных произведений $(g'(i\Delta t))^+ g((i + \mu)\Delta t)$ будет больше, чем сумма отрицательных произведений $(g'(i\Delta t))^- g((i + \mu)\Delta t)$ и наоборот. Следовательно, в общем случае, для определения оценки коэффициента корреляции можно использовать формулу

$$r_{X\varepsilon}^* \approx \begin{cases} \frac{R_{(g')^+g}(0) - R_{(g')^-g}(0)}{R_{(g')^+g}(0)} & \text{при } R_{(g')^-g}(0) > R_{(g')^+g}(0); \\ \frac{R_{(g')^+g}(0) - R_{(g')^-g}(0)}{R_{(g')^-g}(0)} & \text{при } R_{(g')^+g}(0) > R_{(g')^-g}(0). \end{cases} \quad (25)$$

Оценку взаимной корреляционной функции между полезным сигналом $x(t)$ и помехой $\varepsilon(t)$ можно определить по формуле

$$R_{X\varepsilon}(0) = r_{X\varepsilon} \sigma_x \sigma_\varepsilon,$$

где $\sigma_x, \sigma_\varepsilon$ — средние квадратические отклонения сигналов $x(t), \varepsilon(t)$.

Тогда среднее квадратическое отклонение помехи $\varepsilon(t)$ можно вычислить, используя формулу дисперсии суммарной помехи D_ε (13):

$$\sigma_\varepsilon^* \approx \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [g^2(i\Delta t) - 2g(i\Delta t)g((i+1)\Delta t) + g(i\Delta t)g((i+2)\Delta t)]}. \quad (26)$$

Учитывая выражения (1) и (14), можно вычислить среднее квадратическое отклонение полезной составляющей $x(t)$:

$$\sigma_x^* \approx \sqrt{D_g - D_\varepsilon}. \quad (27)$$

Принимая во внимание (25)—(27), получаем следующее выражение для вычисления взаимной корреляционной функции между полезным сигналом $x(t)$, и помехой $\varepsilon(t)$:

$$R_{X'\varepsilon'}^*(0) \approx \begin{cases} \frac{R_{(g')^+g}(0) - R_{(g')^-g}(0)}{R_{(g')^+g}(0)} \sigma_x^* \sigma_\varepsilon^* & \text{при } R_{(g')^-g}(0) > R_{(g')^+g}(0); \\ \frac{R_{(g')^+g}(0) - R_{(g')^-g}(0)}{R_{(g')^-g}(0)} \sigma_x^* \sigma_\varepsilon^* & \text{при } R_{(g')^+g}(0) > R_{(g')^-g}(0). \end{cases} \quad (28)$$

Проведенный экспериментальный анализ показал, что в системах момент возникновения корреляции между полезным сигналом и помехой можно контролировать в реальном масштабе времени. Для этого, если допустить, что оценка погрешности дисперсии D_ε суммарной помехи $\varepsilon(t)$ до появления корреляции является стабильной величиной и меняется только при появлении корреляции, то разность оценок D_{ε_1} и D_{ε_2} до и после нарушения выполнения условий (6)—(8) можно принять как аналог оценки $R_{X\varepsilon}^*(0)$, т. е.

$$R_{X\varepsilon}^*(0) \approx D_{\varepsilon_2} - D_{\varepsilon_1}. \quad (29)$$

Здесь оценки D_{ε_1} и D_{ε_2} определяются по формуле (13). При нормальном техническом состоянии объекта контроля, когда коэффициент корреляции равен нулю, $D_{\varepsilon_1} = D_\varepsilon$. В момент возникновения корреляции разность (29) будет представлять собой оценку взаимной корреляционной функции между полезным сигналом и помехой.

Технологии проведения вычислительных экспериментов и результаты сравнительного анализа

Для проверки достоверности алгоритмов вычисления коэффициента корреляции и корреляционной функции между полезным сигналом $x(t)$ и помехой $\varepsilon(t)$ зашумленного сигнала $g(t)$ были проведены вычислительные эксперименты в среде компьютерной математики MATLAB.

Сначала сформируем полезный сигнал $x(t)$ в виде стационарного случайного процесса в виде линейной комбинации гармонических колебаний со случайной амплитудой и начальной фазой φ вида [15—20]

$$x(t) = 20 \sin \left(\pi \frac{(1,5k)^n}{T} + \varphi \right) + 200,$$

где $k = 0, 1, \dots, K$, $K = 2598$, $n = 1,5$; $T = 1800$ — период сигнала.

Начальная фаза φ имеет равномерное распределение вероятностей и задана в виде функции $\text{rand}[\text{size}(k)] \pi/3$; формирующий вектор соразмерен с вектором k , причем элементы вектора принимают случайные значения, распределенные по равномерному закону в интервале $(0, 1)$. Допускается, что полезный сигнал — стационарный эргодический процесс.

С помощью генератора случайных чисел сформируем нормально распределенную помеху $\varepsilon(t)$ с заданным значением среднего квадратического отклонения $\sigma_\varepsilon = 7$ и нулевым математическим ожиданием $m_\varepsilon = 0$. Коэффициент корреляции между полезным сигналом $x(t)$ и помехой $\varepsilon(t)$ составляет $r_{x\varepsilon} = 0,1738$. Далее сформируем зашумленный сигнал $g(t) = x(t) + \varepsilon(t)$.

Суть экспериментов сводится к вычислению коэффициента корреляции $r_{x\varepsilon}^*$ и взаимной корреляционной функции $R_{x\varepsilon}^*(0)$ между полезным сигналом $x(t)$ и помехой $\varepsilon(t)$ по разработанным алгоритмам (23)–(28). Полученные значения $r_{x\varepsilon}^*$ и $R_{x\varepsilon}^*(0)$ сравниваем со значениями $r_{x\varepsilon}$ и $R_{x\varepsilon}(0)$, которые вычислены по традиционным алгоритмам с использованием сгенерированных дискретных значений полезного сигнала $x(i\Delta t)$ и помехи $\varepsilon(i\Delta t)$. Для проведения сравнительного анализа определим значения относительных погрешностей:

$$\Delta r_{x\varepsilon} = \left| r_{x\varepsilon} - r_{x\varepsilon}^* \right| / r_{x\varepsilon} \cdot 100 \%,$$

$$\Delta R_{x'\varepsilon'}(0) = \left| R_{x'\varepsilon'}(0) - R_{x'\varepsilon'}^*(0) \right| / R_{x'\varepsilon'}(0) \cdot 100 \%.$$

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1) сумма положительных произведений больше, чем отрицательных:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N^{++}} g^+(i\Delta t) g'(i\Delta t) > \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N^{-+}} g^-(i\Delta t) g'(i\Delta t) \right|$$

и составляет $1392,6 > |1148,9|$;

2) число N^{++} положительных произведений больше числа N^{-+} отрицательных произведений: $N^{++} > N^{-+}$ и составляет $6750 > 6240$;

3) взаимная корреляционная функция, вычисленная по формуле (17), равна $R_{g\varepsilon}(0) = 275,5$;

4) положительные произведения, вычисленные по формуле (20), равны $R_{(g')^+g}(0) = 1392,6$;

5) вычисленная по формуле (25) оценка коэффициента корреляции $r_{x\varepsilon}^* = 0,17087$ и заданная оценка $r_{x\varepsilon} = 0,17382$ практически совпадают, и значение относительной погрешности составляет $\Delta r_{x\varepsilon} = 1,6975 \%$;

6) вычисленная по формуле (28) оценка корреляционной функции $R_{x'\varepsilon'}^*(0) = 19,58$ и заданная оценка $R_{x'\varepsilon'}(0) = 19,205$ практически совпадают, и значение относительной погрешности составляет $\Delta R_{x'\varepsilon'}(0) = 1,954 \%$.

Несмотря на то, что современные измерительные устройства обладают высокой надежностью и точностью измерения, не всегда удается обеспечить адекватность результатов задач, решаемых в системах мониторинга и контроля. Это обусловлено отсутствием алгоритмов и технологий, позволяющих извлечь из зашумленных сигналов как можно больше ценной информации в результате вычисления характеристик помехи, полезной составляющей и их взаимосвязи.

Предлагаемая в работе технология определения оценок взаимной корреляционной функции и коэффициента корреляции между полезным сигналом и помехой путем анализа взаимосвязи между центрированным и нецентрированным сигналами позволяет извлечь дополнительную полезную информацию из зашумленных сигналов. Благодаря этому открывается возможность формирования важных информативных признаков, повышающих степень достоверности и надежности функционирования современных информационных систем.

Список литературы

1. Aliev T. A. Noise control of the Beginning and Development Dynamics of Accidents. Springer, 2019. 201 p. DOI:10.1007/978-3-030-12512-7
2. Сандомирский С. Г. Влияние точности измерения и диапазона изменения физической величины на коэффициент корреляции между ее истинными значениями и результатами измерений // Измерительная техника. 2014. № 10. С. 13–17.
3. Сандомирский С. Г. Зависимость коэффициента корреляции между результатами измерения параметра и его истинными значениями от приведенной погрешности измерения // Приборы и методы измерений. 2019. Т. 10, № 1. С. 90–98.
4. Chen X., Wang M., Zhang Yu., Feng Y., Wu Z., Huang N. E. Detecting Signals from Data with Noise: Theory and Applications // Journal of the Atmospheric Sciences. 2013. Vol. 70, Iss. 5. P. 1489–1504.
5. Altankhuyag Y., Hardt W. Noise Signal Analysis for Fault Detection // Energy Research. 2017. Vol. 1, Iss. 1. P. 47–59.
6. Taffin F., Mokrani K. Real time automatic detection of bearing fault in induction machine using kurtogram analysis // The Journal of the Acoustical Society of America. 2012. Vol. 132, N. 5. EL405-10.
7. Konold C., Pollatsek A. Data Analysis as the Search for Signals in Noisy Processes // Journal for Research in Mathematics Education. 2002. Vol. 33, N. 4. P. 259–289.
8. Delgado-Arredondo A. P., Morinigo-Sotelo D., Osornio-Rios R. A., Avina-Cervantes J. G., Rostro-Gonzalez H., Romero-Troncoso R. de J. Methodology for fault detection in induction motors via sound and vibration signals // Mechanical Systems and Signal Processing. 2017. Vol. 83. P. 568–589.
9. Javorskyj I. N., Yuzefovych R. M., Dzeryn Yu. O., Semenov P. A. Properties of LSM-estimator of correlation function of

biperiodically correlated random processes // Journal of Automation and Information Sciences. 2020. Vol. 52, Iss. 6. P. 44–57.

10. Heel M., Schatz M., Orlova E. Correlation functions revisited // Ultramicroscopy. 1992. Vol. 46, Iss. 1–4. P. 307–316.

11. Schulz-Du B. E. O., Rehberg I. Structure function in lieu of correlation function // Applied Physics A. 1981. Iss. 24. P. 323–329.

12. Asma F. Damage detection by updating using correlation functions // Scientific Bulletin-University Politehnica of Bucharest, Series D: Mechanical Engineering. 2011. Vol. 73, N. 1. P. 31–42.

13. Pinghe N., Yong X., Siu-Seong L., Zhu S. Structural Damage Detection Using Auto / Cross-Correlation Functions Under Multiple Unknown Excitations // International Journal of Structural Stability and Dynamics. 2014. Vol. 14, N. 05. P. 1440006.

14. Bendat J. S., Piersol A. G. Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis. N. Y.: Wiley, 1993. 458 p.

15. Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I. Analytic representation of the density function of normal distribution of noise // Journal of Automation and Information Sciences. 2015. Vol. 47(8), N. 4. P. 24–40.

16. Aliev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I. Algorithms for calculating high-order moments of the noise of noisy signals

// Journal of Automation and Information Sciences. 2018. Vol. 50, N. 6. P. 1–13.

17. Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T. Algorithms for Indicating the Beginning of Accidents Based on the Estimate of the Density Distribution Function of the Noise of Technological Parameters // Automatic Control and Computer Science. 2018. Vol. 52, Iss. 3. P. 231–242.

18. Aliev T. A., Musaeva N. F. Technologies for Early Monitoring of Technical Objects Using the Estimates of Noise Distribution Density // Journal of Automation and Information Sciences. 2019. Vol. 51, N. 9. P. 12–23.

19. Aliyev T. A., Musaeva N. F., Rzayeva N. E., Mammadova A. I. Development of technologies for reducing the error of traditional algorithms of correlation analysis of noisy signals // Measurement Techniques, Springer. 2020. N. 6. P. 421–430.

20. Aliev T. A., Musaeva N. F., Rzayeva N. E., Mamedova A. I. Technologies for forming equivalent noises of noisy signals and their use // Journal of Automation and Information Sciences. 2020. Vol. 52, N. 5. P. 1–12.

Technologies for Analyzing and Calculating the Relationship between the Useful Component and the Noise of Noisy Signal in Monitoring Systems

T. A. Aliev^{1, 2}, telmancyber@gmail.com, N. F. Musaeva^{1, 2}, musanaila@gmail.com,

Q. A. Quluyev¹, lab1.5@isi.az, N. E. Rzayeva^{1, 2}, nikanel1@gmail.com,

¹Institute of Control Systems, Baku, AZ1141, Republic of Azerbaijan,

²Azerbaijan University of Architecture and Construction, Baku, AZ1073, Republic of Azerbaijan

Corresponding author: **Musaeva Naila F.**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Azerbaijan University of Architecture and Construction, Baku, AZ1073, Republic of Azerbaijan, e-mail: musanaila@gmail.com

Accepted on August 31, 2022

Abstract

The article is devoted to the development of algorithms for calculating the cross-correlation function and the correlation coefficient between the useful signal and the noise of a noisy signal. The authors analyze the factors influencing the adequacy of the results of solving the problems of monitoring, control, management, etc. It is noted that when processing noisy signals, algorithms and technologies for separate processing of the useful component and the noise should be used. It is shown that in the event of malfunctions, such an important condition as the absence of correlation between the useful signal and the noise is violated in monitoring and control systems. Therefore, the problem arises of calculating the cross-correlation function and the correlation coefficient between the useful signal and the total noise as well. Algorithms are proposed for calculating the estimates of the correlation coefficient and the correlation function between the useful signal and the noise of noisy signals. It is pointed out that the moment of occurrence of the correlation between the useful signal and the noise can be monitored in real time in information systems. It is shown that the estimate of the variance of the total noise before the appearance of the correlation is a stable value. When a correlation appears, the value of the variance of the total noise changes. The difference in the variance estimates is taken as an analogue of the estimate of the cross-correlation function between the useful signal and the noise at zero time shift. A technology for conducting computational experiments is proposed. Discrete values of the useful signal, noise and noisy signal are generated. The correlation coefficient and the cross-correlation function between the useful signal and the noise are calculated by the developed and traditional algorithms. A comparative analysis is carried out. It is shown that the proposed technologies for calculating the estimates of the cross-correlation function and the correlation coefficient between the useful signal and the noise, as well as the variance of the total noise, make it possible to extract additional important information from noisy signals. This opens up the opportunity to increase the efficiency of the analysis of noisy signals.

Keywords: useful signal, noise, noisy signal, samples, correlation function, correlation coefficient, monitoring system

For citation:

Aliev T. A., Musaeva N. F., Quluyev Q. A., Rzayeva N. E. Technologies for Analyzing and Calculating the Relationship between the Useful Component and the Noise of Noisy Signal in Monitoring Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 12, pp. 629–636.

DOI: 10.17587/mau.23.629-636

References

1. Aliev T. A. Noise control of the Beginning and Development Dynamics of Accidents, Springer, 2019, 201 p. DOI:10.1007/978-3-030-12512-7
2. Sandomirskii S. G. Influence of measurement accuracy and range of change of a physical quantity on the correlation coefficient between its true values and measurement results, *Measurement Techniques*, 2014, no. 10, pp. 13–17 (in Russian).
3. Sandomirskii S. G. Dependence of the Correlation Coefficient Between the Results of a Parameter Measurement and Its True Values on the Reduced Measurement Error, *Devices and Methods of Measurements*, 2019, vol. 10, no. 1, pp. 90–98 (in Russian).
4. Chen X., Wang M., Zhang Yu., Feng Y., Wu Z., Huang N. E. Detecting Signals from Data with Noise: Theory and Applications, *Journal of the Atmospheric Sciences*, 2013, vol. 70, iss. 5, pp. 1489–1504.
5. Altankhuyag Y., Hardt W. Noise Signal Analysis for Fault Detection, *Energy Research*, 2017, vol. 1, iss. 1, pp. 47–59.
6. Taffine F., Mokrani K. Real time automatic detection of bearing fault in induction machine using kurtogram analysis, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2012, vol. 132, no. 5, EL405-10.
7. Konold C., Pollatsek A. Data Analysis as the Search for Signals in Noisy Processes, *Journal for Research in Mathematics Education*, 2002, vol. 33, no. 4, pp. 259–289.
8. Delgado-Arredondo A. P., Morinigo-Sotelo D., Osornio-Rios R. A., Avina-Cervantes J. G., Rostro-Gonzalez H., Romero-Troncoso R. de J. Methodology for fault detection in induction motors via sound and vibration signals, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, vol. 83, pp. 568–589.
9. Javorskyj I. N., Yuzefovych R. M., Dzeryn Yu. O., Semenov P. A. Properties of LSM-estimator of correlation function of biperiodically correlated random processes, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2020, vol. 52, iss. 6, pp.44–57.
10. Heel M., Schatz M., Orlova E. Correlation functions revisited, *Ultramicroscopy*, 1992, vol. 46, iss.1–4, pp. 307–316.
11. Schulz-Du B. E. O., Rehberg I. Structure function in lieu of correlation function, *Applied Physics A*, 1981, iss. 24, pp. 323–329.
12. Asma F. Damage detection by updating using correlation functions, *Scientific Bulletin-University Politehnica of Bucharest, Series D: Mechanical Engineering*, 2011, vol. 73, no. 1, pp. 31–42.
13. Pinghe N., Yong X., Siu-Seong L., Zhu S. Structural Damage Detection Using Auto / Cross-Correlation Functions Under Multiple Unknown Excitations, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2014, vol. 14, no. 05, 1440006.
14. Bendat J. S., Piersol A. G. Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis, N. Y., Wiley, 1993, 458 p.
15. Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T., Gazizade B. I. Analytic representation of the density function of normal distribution of noise, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2015, vol. 47(8), no 4, pp. 24–40.
16. Aliev T. A., Musaeva N. F., Gazizade B. I. Algorithms for calculating high-order moments of the noise of noisy signals, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2018, vol. 50, no. 6, pp. 1–13.
17. Aliev T. A., Musaeva N. F., Suleymanova M. T. Algorithms for Indicating the Beginning of Accidents Based on the Estimate of the Density Distribution Function of the Noise of Technological Parameters, *Automatic Control and Computer Science*, 2018, vol. 52, iss. 3, pp. 231–242.
18. Aliev T. A., Musaeva N. F. Technologies for Early Monitoring of Technical Objects Using the Estimates of Noise Distribution Density // *Journal of Automation and Information Sciences*. 2019, vol. 51, no. 9. P. 12–23.
19. Aliyev T. A., Musaeva N. F., Rzayeva N. E., Mammadova A. I. Development of technologies for reducing the error of traditional algorithms of correlation analysis of noisy signals, *Measurement Techniques*, Springer, 2020, no. 6, pp. 421–430.
20. Aliev T. A., Musaeva N. F., Rzayeva N. E., Mamedova A. I. Technologies for forming equivalent noises of noisy signals and their use, *Journal of Automation and Information Sciences*, 2020, vol. 52, no. 5, pp. 1–12.



21–24 марта 2023 г.

Юбилейная XXV конференция молодых ученых "НАВИГАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ"

г. Санкт-Петербург, Россия,
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»



В формат конференции включаются обзорные лекции ведущих ученых в области теории и практики построения современных систем навигации и управления движением и доклады участников конференции.

Контактная информация:

Тел.: +7 (812) 499 82 10 +7 (812) 499 81 57
Факс: +7 (812) 232 33 76 E-mail: kmu@eprib.ru, kmu_elprib@mail.ru

D. S. Fominykh, dm_fominyh@mail.ru, **A. F. Rezchikov**, **V. A. Kushnikov**, **V. A. Ivaschenko**, **A. S. Bogomolov**,
Saratov Science Center of RAS. Institute of Precision Mechanics and Control of RAS,
Saratov, 410028, Russian Federation,
V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, 117997, Russian Federation

Corresponding author: Fominykh D. S., Cand. of Sc., Senior Researcher, Saratov Science Center of RAS.
Institute of Precision Mechanics and Control of the Russian Academy of Sciences, Saratov, 410028, Russian Federation,
e-mail: dm_fominyh@mail.ru

Accepted on August 31, 2022

The Models and Algorithms for Product Quality Control in Welding by Robotic Technological Complexes

Abstract

The article discusses models and algorithms that allow quality control in welding by robotic technological complexes. The difference of this approach to solving the problem lies in the use of the calculus of variations and the definition of action plans that ensure the minimum deviation of the actual values of the process quality indicators from the given values. The input data of the model are the target values of the quality indicators of the technological process, their actual values for a certain period and lists of measures to improve the quality of the process. As a measure of the deviation of quality indicators, objective functions were considered, which are minimized when solving the problem. An approach is considered on the example of arc welding of metal structures using Kawasaki robotic technological complexes with C40 controllers. The area of application of the developed software is the control systems of robotic complexes.

Keywords: algorithm, mathematical model, quality control, robot, welding

Acknowledgements: The research was carried out within the state assignment of Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (themes № FFNM-2022-0010 and № FMRN-2021-0001)

For citation:

Fominykh D. S., Rezchikov A. F., Kushnikov V. A., Ivaschenko V. A., Bogomolov A. S. The Models and Algorithms for Product Quality Control in Welding by Robotic Technological Complexes, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 12, pp. 637–642.

DOI: 10.17587/mau.23.637-642

УДК 007:159.955

DOI: 10.17587/mau.23.637-642

Д. С. Фоминых, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., dm_fominyh@mail.ru,
А. Ф. Резчиков, д-р техн. наук, проф., член-корр. РАН, **В. А. Кушников**, д-р техн. наук, проф.,
В. А. Иващенко, д-р техн. наук, проф., **А. С. Богомолов**, д-р техн. наук, доц.,
Институт проблем точной механики и управления — обособленное структурное подразделение
Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Федерального исследовательского центра "Саратовский научный центр РАН", Саратов,
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва

Модели и алгоритмы управления качеством продукции при сварке роботизированными технологическими комплексами*

Рассматриваются модели и алгоритмы, позволяющие осуществить управление качеством сварки роботизированными технологическими комплексами. Отличие описываемого подхода к решению задачи заключается в использовании математического аппарата вариационного исчисления и определении планов действий, обеспечивающих минимальное отклонение фактических значений показателей качества процесса от заданных значений. Входными данными модели являются целевые значения показателей качества технологического процесса, их фактические значения за определенный период и перечни мероприятий по повышению качества процесса. Для вычисления отклонения показателей качества рассмотрены целевые функции, которые минимизируются при решении задачи. Рассмотрен подход на примере дуговой сварки металлоконструкций с использованием робототехнических комплексов Kawasaki с контроллерами C40. Область применения разработанного программного обеспечения — системы управления робототехническими комплексами.

Ключевые слова: алгоритм, математическая модель, управление качеством, робот, сварка

*Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № FFNM-2022-0010 и тема № FMRN-2021-0001)

Introduction

Due to the rapid development of technology and growing competition, industrial enterprises' main problems are to ensure the quality of products. The technological process of arc welding of metal structures using robotic technological complexes (RTC) is not an exception. The primary purpose of using welding robots is to increase labour productivity and product quality. An insufficient level of control during the process for any reason increases the risk of defective products.

The RTC is an integrated system with many different components. A typical RTC of arc welding consists of manipulators equipped with welding equipment: power source, wire feed unit, cooling unit, welding torch, etc (Fig. 1). The complex also is equipped with safety devices (fencing, emergency stop buttons, laser barriers). Control of the RTC is carried out by the operator through a portable console connected to the controller. RTC control requires taking into account many parameters, both quantitative and qualitative types.

To date, various control systems are being introduced into the technological process of welding with the help of RTC. For example, in [1,2] the main attention is paid to solving the problem of tracking the welding path by methods of automatic identification using computer vision, controlling the wire feed speed depending on the arc current in real time.

In paper [3], using laser technologies, contactless collection of data on the parameters of the weld is carried out. This is achieved through processing sensory feedback data and allows real-time correction of robot paths to compensate for deviations in the position of parts.

Many control systems focus attention on the quality of friction stir welding [4–6]. Here, on the basis of iterative algorithms, the welding trajectory is planned, and the efficiency of the joint is estimated depending on such parameters as the gap width, the angle of movement, and the penetration depth.

Known methods [7] which use a camera on the manipulator to correct the programmed trajectory of the robot in an autonomous mode.

In [8], the problem of matching several motions of welding devices was proposed. Here, the authors obtained an analytical solution for finding the Cartesian positions of the caterpillar and the working body of the robot, which were used to create the articulation angles of the arm using inverse kinematics by holding the six-axis lever in a position of good maneuverability.

In addition, a number of researchers propose a remotely controlled welding scheme, which makes it possible to transform the knowledge of a human welder into a welding robot [9]. This is achieved by equipping the industrial robot arm with sensors to monitor the welding process, including a compact 3D weld pool surface measurement system and an additional camera that provides a direct view of the workpiece. The article [10] presents a genetic algorithm for the traveling salesman problem used to determine the sequence of welding tasks. A random key genetic algorithm used to solve a sequence of multi-robot welding tasks: multi-robot welding. In work [11], the problem of preventing

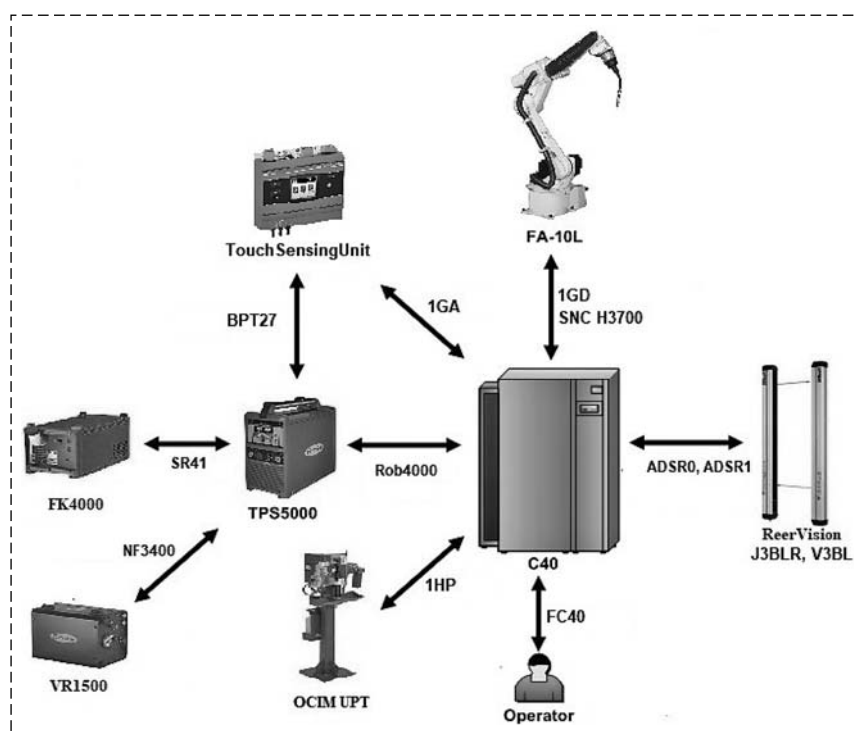


Fig. 1. Kawasaki RTC with welding equipment Fronius:

TPS5000 — the power source Fronius TransPulseSynergic5000, C40 — controller Kawasaki C40 series, FA-10L — robot manipulator Kawasaki FA-10L, 1GA — the central control unit of the controller; 1HP is the control unit of the servodrivers; FC40 — the multifunctional operator console; 1GB is the engine control unit of the axes of the manipulator; Rob4000 is the interface for communication with the welding equipment; VR1500 — wire feed unit; OCIM UPT — torch cleaning station; ReerVision — safety barrier; SR41, NF3400, BPT27, SNC H3700 — connection units; FK4000 — torch cooling unit

critical combinations of events leading to an accident is solved, each of which separately does not lead to an accident.

Simultaneously, it is necessary to pay more attention to the optimization welding process's operational control, taking into account all the technological process parameters of the and the human factor and disturbances that affect the products' quality. These circumstances determine the relevance and practical significance of this article, which contains the development of models and algorithms for controlling the welding process in the RTC according to the criterion that minimizes production quality deviations.

Formulation of the problem

To develop mathematical models and algorithms that allow on the time interval $[t_0, t_1]$ for any permissible values of the vector of states $\mathbf{v}(t) \in \mathbf{V}$ of the environment to find the vector of control actions on the RTC $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{U}$ to minimize the objective function:

$$Q(t) = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^n (X_i^*(t) - X_i(t))^2 \omega_i dt \rightarrow \min, \quad (1)$$

under limitations:

$$\begin{cases} L_j(\mathbf{t}, \mathbf{v}, \mathbf{v}', \mathbf{u}, \mathbf{u}') \geq 0, & j = 1, \dots, m_1, \\ L_j(\mathbf{t}, \mathbf{v}, \mathbf{v}', \mathbf{u}, \mathbf{u}') < 0, & j = m_1 + 1, \dots, m_2 \end{cases}$$

and border conditions:

$$\begin{cases} L_j^{(t_0)}(t, \mathbf{v}, \mathbf{v}', \mathbf{u}, \mathbf{u}') = 0, & j = m_3, \dots, m_4, \\ L_j^{(t_1)}(t, \mathbf{v}, \mathbf{v}', \mathbf{v}, \mathbf{v}') = 0, & j = m_4 + 1, \dots, m_5 \end{cases}$$

where $\tilde{X}_i, X_i, i = 1, 2, \dots, n$ are the target and actual indicators of the welding process quality in the RTC, respectively; ω_i is the i -th indicator's weighing coefficient $m_1 \dots m_5$ are known constants.

Taking into account the assumptions made, the physical meaning of the problem consists in choosing from existing activities plans such a plan, in the implementation of which the weighted sum of deviations of the main quality indicators from their target values will be the smallest which will lead to a decrease in damage from low-quality products.

We formulated the main indicators of the quality of the welding process using RTC in [12, 13], for example, the number of defective beams per 100 items, the average length of bad welds per unit of production, the average deviation of welding arc voltage, etc. There, the authors propose a solution to the problem (1) using a system dynamics model that allows constructing the differential equations for the primary phase variables,

taking into account the positive and negative rate of the velocity of the variables, which includes all the factors causing the growth of the variables.

The application of this approach made it possible to evaluate quality indicators at different time intervals and to control the RTC welding process in accordance with the quality criterion.

Despite several apparent advantages, dynamic modelling has some limitations associated primarily with the accuracy of modelling and the complexity of estimating its error. This article proposes to develop a mathematical model to obtain an analytical solution to the problem (1). Because the answer to the problem is to find the minimum of the objective function, it is advisable to use the classical apparatus of the calculus of variations based on finding the extremum of functionals.

We can consider problem (1) as a variational problem of finding a conditional extremum, and to solve it, it is necessary to find the extremal of the functional:

$$J = \int_{t_0}^{t_1} F(X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)) dt,$$

$$F(X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)) = \sum_{i=1}^n (\tilde{X}_i - X_i(t))^2 \omega_i.$$

Development of the mathematical model

To solve the problem, we will use the Lagrange multipliers method. According to [14], it is necessary to introduce new functional:

$$J_1 = \int_{t_0}^{t_1} \tilde{F}(X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)) dt,$$

$$\begin{aligned} \tilde{F}(X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)) = \\ = F(X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \varphi_j, \end{aligned}$$

where $\lambda_j, j = 1, 2, \dots, m$ are Lagrange multipliers, φ_j are constraint equations.

The following system of equations specifies the necessary conditions for the presence of an extremum:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{F}}{\partial X_i} = 0, & i = 1, 2, \dots, n; \\ \varphi_j = 0, & j = 1, 2, \dots, m. \end{cases} \quad (2)$$

As the equations of connection, we use the approximated functional relationships between the in-

dicators obtained in [13]. Then the system of equations (2) will take the following form:

$$\begin{aligned}
 & |\mathbf{A}| * |\Phi| = 0 \\
 \mathbf{A} = & \begin{vmatrix} -2\tilde{X}_1\omega_1 + 2X_1\omega_1 + \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \\ + \lambda_6 + \lambda_7 + \lambda_8 + \lambda_9 + \lambda_{10} + 1,68\lambda_{33}X_1 - 0,59\lambda_{33} \\ -2\tilde{X}_2\omega_2 + 2X_2\omega_2 + 2,46X_2\lambda_5 - 3,22\lambda_5 + \\ + 0,15X_2^2\lambda_{13} - 1,52X_2\lambda_{13} + 4,74\lambda_{13} \\ \dots \\ -2\tilde{X}_{17}\omega_{17} + 2X_{17}\omega_{17} - 0,93X_{17}^2\lambda_8 + \\ + 4,24X_{17}\lambda_8 - 0,18\lambda_8 + 0,87X_{17}^2\lambda_{19} - \\ - 2,12X_{17}\lambda_{19} + 1,2\lambda_{17} + \lambda_{28} \\ -2\tilde{X}_{18}\omega_{18} + 2X_{18}\omega_{18} + \lambda_{29} + \lambda_{30} + \\ + \lambda_{31} + \lambda_{32} + \lambda_{33} + \lambda_{34} \end{vmatrix}; \\
 \mathbf{\Phi} = & \begin{vmatrix} X_1 - 0,23X_3^2 + 0,29X_3 - 0,19 \\ X_1 + 0,36X_{11}^3 - 1,74X_{11}^2 + 0,09X_{11} - 1,13 \\ \dots \\ X_{18} + 0,84X_1^2 - 0,59X_1 + 1,08 \\ X_{18} + 1,08X_4^3 - 1,14X_4^2 + 0,74X_4 - 0,98 \end{vmatrix}.
 \end{aligned}$$

Matrixes $\mathbf{A}$ and $\mathbf{\Phi}$ are presented in compressed forms to avoid bulkiness.

Having solved the equation system (2) we obtain the extremum points of the functional J_1 . In order to determine whether the conditional minimum or conditional maximum has a functional J_1 at these points, methods [14] were used.

To achieve the obtained values of quality indicators, it is necessary to implement control actions. Based on experience, it is known that the operational dispatch personnel uses a limited number of standard activities plans $\{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ that are formed by experts.

Each of these plans is presented as a frame:

$\langle name; (Act_1; R_ex_1; Pl_1; T_1); \dots (Act_M; R_ex_M; Pl_M; T_M) \rangle$.

Slots:

name is the name of the plan;

Act_i is a description of *i*-th activity of program;

R_ex_i contains information on who is responsible for the implementation of the *i*-th activity of the plan;

Pl_i is the location of the *i*-th activity;

T_i is time for completing (frequency) of the *i*-th event, $i = 1, 2, \dots, M$.

Based on expert estimates, we approximated the dependences of quality indicators $X_1, X_2, \dots, X_{18}$ on

the implementation of each activities plan in the form of polynomials of the second degree:

$$X_i(u, t) = \begin{cases} a_1^{(i)}t^2 + b_1^{(i)}t + c_1^{(i)}, & \text{если } u = u_1; \\ a_2^{(i)}t^2 + b_2^{(i)}t + c_2^{(i)}, & \text{если } u = u_2; \\ \dots \\ a_m^{(i)}t^2 + b_m^{(i)}t + c_m^{(i)}, & \text{если } u = u_m; \end{cases}$$

Thus, the desired vector of control action will be the activities plan that will provide the minor deviation $X_i(u, t)$ from $X_i^*(t)$. For this, we introduce the metric:

$$\Omega(u_k) = \sum_{i=1}^{18} |X_i(u_k, t) - X_i^*(t)|\omega_i.$$

The activities plan u^* will be a solution to the problem (1) if the following condition is satisfied for it:

$$\forall i \in [1, m] \Rightarrow \Omega(u_i) \geq \Omega(u^*).$$

Calculating $\Omega(u_k)$ sequentially for $k = 1, 2, \dots, m$, we choose the plan that corresponds to the minimum value $\Omega(u_k)$. In the process of adapting the developed mathematical model the conditions for the functioning of a specific control system when choosing each of the above functions the area of its admissible values is analyzed and restrictions are imposed on the area of definition of the function. Before the stage of practical use of the model the calculation results are compared with the values of the simulated variables known from practice and if there are significant discrepancies, the model is corrected.

The model example

Let's illustrate the features of the application of the developed mathematical model by an example the technological process of welding using the Kawasaki RTC with C40 controllers and associated Fronius welding equipment.

To calculate the objective function, it is necessary to set the values of the weight coefficients. These coefficients are selected based on the experience of the operating dispatching personnel and determine the significance of each quality indicator. For RTC Kawasaki the specified coefficients are given in Table 1.

Further, by solving the system of equations (2), we obtain the importance of the indicators at which the function $Q(t)$ takes a minimal value, taking into account the given restrictions:

Table 1

The quality indicators for welding in robotic technological complexes

Quality indicator	$\tilde{X}_i$	ω_i
X_1	0,07	0,14
X_2	0,5	0,07
X_3	0,1	0,02
X_4	0,5	0,05
X_5	0,98	0,03
X_6	0,55	0,04
X_7	0,85	0,02
X_8	0,9	0,06
X_9	0,3	0,02
X_{10}	0,25	0,07
X_{11}	0,2	0,03
X_{12}	0,3	0,07
X_{13}	0,6	0,04
X_{14}	0,97	0,06
X_{15}	0,3	0,06
X_{16}	0,6	0,04
X_{17}	0,95	0,08
X_{18}	0,9	0,1

$$\begin{aligned}
X^* = \{ & X_1 = 0,075; X_2 = 0,613; X_3 = 0,29; \\
& X_4 = 0,379; X_5 = 0,869; X_6 = 0,661; \\
& X_7 = 0,773; X_8 = 0,849; X_9 = 0,275; \\
& X_{10} = 0,318; X_{11} = 0,37; X_{12} = 0,303; \\
& X_{13} = 0,688; X_{14} = 0,933; X_{15} = 0,215; \\
& X_{16} = 0,512; X_{17} = 0,948; X_{18} = 0,955 \}
\end{aligned} \quad (3)$$

We need to find an activities plan that brings quality indicators to the values (3). Based on the control object's long-term observations, we formed the dependences of the indicators $X_1, X_2, \dots, X_{18}$ on the activities plans $u_1, u_2, \dots, u_6$. For example, the reliance of the indicator X_1 ("The number of rejected beams per 100 units of production") from the activities plan looks as follows:

$$X_1(u, t) = \begin{cases} -0,003t^2 + 0,015t + 0,077, & \text{if } u = u_1; \\ -0,003t^2 + 0,01t + 0,095, & \text{if } u = u_2; \\ -0,017t + 0,137, & \text{if } u = u_3; \\ -0,003t^2 - 0,006t + 0,131, & \text{if } u = u_4; \\ -0,003t^2 - 0,0058t + 0,149, & \text{if } u = u_5; \\ -0,003t^2 + 0,0045t + 0,113, & \text{if } u = u_6 \end{cases}$$

We will find the minimum values of $\Omega(u_i)$ at different times to determine the best activities plan. We performed calculations on the interval $t = [0; 1]$, corresponding to a period of 1 year. We summarized the calculation results in Table 2. As you can see, on the time interval $[0; 0,3]$, the plan of activities u_5 is optimal; on the interval $[0,4; 1]$, the optimal plan is u_6 . Taking into account the proximity of the values $\Omega(u_5)$ and $\Omega(u_6)$ on the interval $[0; 0,3]$, we can take plan u_6 as the vector of control actions for the entire coming year.

Table 2

Selection the activities plan on time interval

t	$\Omega(u_1)$	$\Omega(u_2)$	$\Omega(u_3)$	$\Omega(u_4)$	$\Omega(u_5)$	$\Omega(u_6)$
0,1	0,023	0,034	0,102	0,017	0,073	0,026
0,2	0,026	0,093	0,151	0,027	0,053	0,029
0,3	0,052	0,063	0,122	0,027	0,044	0,046
0,4	0,003	0,103	0,161	0,086	0,102	0,016
0,5	0,082	0,122	0,131	0,115	0,171	0,065
0,6	0,072	0,005	0,112	0,056	0,102	0,035
0,7	0,101	0,024	0,171	0,043	0,161	0,006
0,8	0,111	0,014	0,171	0,007	0,142	0,065
0,9	0,072	0,093	0,082	0,115	0,102	0,114
1	0,121	0,054	0,082	0,086	0,122	0,095

You can see a fragment of the frame corresponding to this plan below:

$\langle u_6$; (Make intermediate quality control of the welded seam; RTC operator; Assembly and welding workshop; Every shift); (Check the relevance of technological documentation at workplaces; Technologist; Assembly and welding shop; Daily); (Monitor the values of the welding current by the indicators of the power source during welding of the product; RTC operator; Assembly and welding shop; Every hour); (Carry out unscheduled maintenance of the RTC; Adjuster of welding equipment; Assembly and welding shop; Within a week); (Hire one more programmer; HR Inspector; Human Resources; Within a month) $\rangle$.

Thus, the implementation of the activities plan u_6 provides a minimum of the target function and, therefore, is a solution to problem (1).

The proximity of quality indicators after implementing the activities plan u_6 to the values of X_i^* we can evaluate by the radar diagram in Fig. 2.

As you can see, the execution plan u_6 allows to increase the number of beams handed over to the quality control department from the first exit

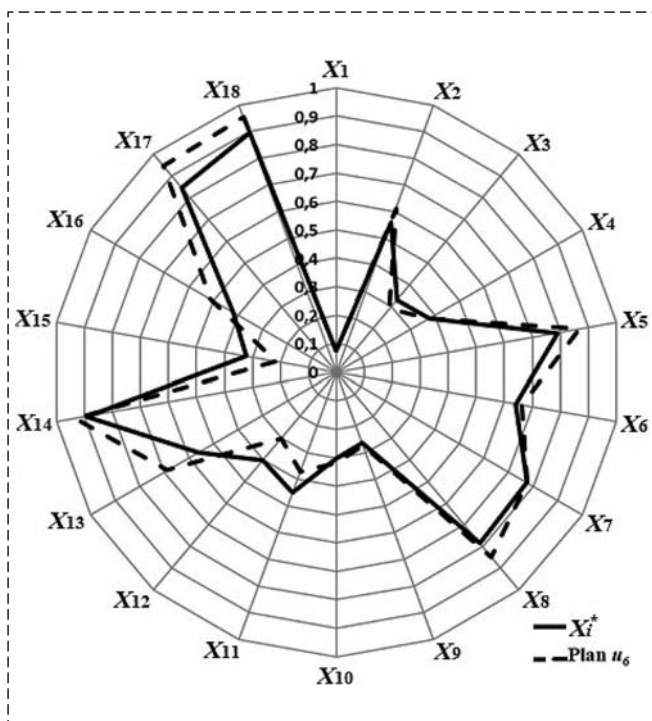


Fig. 2. Comparison of the calculated quality indicators and indicators after the implementation of the activities plan u_6

(X_{18} indicator) and to reduce the number of emergency stops of the RTC (X_3 indicator).

Conclusion

With the help of the mathematical support proposed in the article, it is possible to develop activities plan to ensure the minimum deviation of quality indicators from the target ones.

A feature of the model is the use of the classical apparatus of the calculus of variations, making it possible to increase modelling accuracy. The authors developed these models and algorithms for RTC Kawasaki control systems with C40 controllers; however, it is possible to replicate the model for machine-building enterprises using arc welding of various models RTC.

References

1. Dinham M., Fang G. Autonomous weld seam identification and localization using eye-in-hand stereo vision for robotic arc welding, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2013, vol. 29, no. 5, pp. 288–301.
2. Shen H. Y., Wu J., Lin T., Chen S. B. Arc welding robot system with seam tracking and weld pool control based on passive vision, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2008, vol. 39, no. 7–8, pp. 669–678.
3. Agapakis J. E., Katz J. M., Friedman J. M., Epstein G. N. Vision-aided robotic welding. An approach and a flexible implementation, *International Journal of Robotics Research*, 1990, vol. 9, no. 5, pp. 17–34.
4. Guillo M., Dubourg L. Impact & improvement of tool deviation in friction stir welding: weld quality & real-time compensation on an industrial robot, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2016, no. 39, pp. 22–31.
5. Shultz E. F., Cole E. G., Smith C. B., Zinn M. R., Ferrier N. J., Pfeifferkorn F. E. Effect of compliance and travel angle on friction stir welding with gaps. *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME*, 2010, vol. 132, no. 4, pp. 0410101–0410109.
6. Wu J., Zhang R., Yang G. Design and experiment verification of a new heavy friction-stir-weld robot for large-scale complex surface structures, *Industrial Robot*, 2015, vol. 42, no. 4, pp. 332–338.
7. Ryberg A., Ericsson M., Christiansson A. K., Eriksson K., Nilsson J., Larsson M. Stereo vision for path correction in off-line programmed robot welding, *In Proceedings of the IEEE International Conference on Industrial Technology*, 2010, pp. 1700–1705.
8. Ahmad S., Luo S. Coordinated motion control of multiple robotic devices for welding and redundancy coordination through constrained optimization in cartesian space, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1989, vol. 5, no. 4, pp. 409–417.
9. Liu Y. K., Zhang Y. M. Toward welding robot with human knowledge: a remotely-controlled approach, *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2015, vol. 12, no. 2, pp. 769–774.
10. Kim K. Y., Kim D. W., Nnaji B. O. Robot arc welding task sequencing using genetic algorithms, *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)*, 2002, vol. 34, no. 10, pp. 865–880.
11. Rezhnikov A. F., Kushnikov V. A., Ivashchenko V. A., Fominykh D. S., Bogomolov A. S., Filimonov L. Y. Prevention of critical events combination in robotic welding, *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2017, vol. 46, no. 4, pp. 370–379.
12. Fominykh D. S., Kushnikov V. A., Rezhnikov A. F. Prevention unstable conditions in the welding process via robotic technological complexes, *MATEC Web of Conferences*, 2018, vol. 224, pp. 01045.
13. Fominykh D. S., Kushnikov V. A., Rezhnikov A. F. Control of the welding process in robotic technological complexes using the system dynamics model, *Proceedings of the International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies, FarEastCon*, Vladivostok, 2019, pp. 8933981.
14. Kalman D. (2009). Leveling with Lagrange: an alternate view of constrained optimization, *Mathematics Magazine*, vol. 82, no. 3, pp. 186–196.

А. А. Карцева, студентка магистратуры, kartseva.2013@mail.ru,

А. А. Левин, аспирант, heis97@mail.ru, А. А. Воротников, преподаватель, aavorotnikov90@gmail.com,

Ю. В. Подураев, д-р техн. наук, проф., проф. каф., y.poduraev@stankin.ru,

Ю. В. Илюхин, д-р техн. наук, проф., зав. каф., ilyv_178@mail.ru,

Московский государственный технологический университет "СТАНКИН"

Планирование траектории движения коллаборативного робота для выполнения биопечати*

Биопечать in situ — автоматизированный процесс прямого нанесения биоматериалов на дефектный участок живой ткани во время медицинской операции. Для выполнения такой биопечати целесообразно использовать коллаборативные манипуляционные роботы, обладающие пятью и более степенями подвижности и способные придавать рабочему органу нужную ориентацию. Актуальной является задача планирования траектории движения робота для биопечати in situ вдоль реальной криволинейной поверхности. Проведен краткий анализ решений, позволяющих планировать траекторию для биопечати. Приведено математическое описание поверхности, используемой в качестве модели дефекта, необходимое для построения траектории. Введены дополнительные ограничения в целях уменьшения сложности алгоритма планирования. Для локализации дефекта на криволинейной поверхности используется информация о задаваемом предварительно контуре, охватывающем этот дефект. Разработан алгоритм генерации плоской траектории движения рабочего органа робота для заполнения дефекта с последующим проецированием ее на реальную криволинейную поверхность. Отмечена важность предварительной обработки данных об отсканированной поверхности с помощью разработанного алгоритма фильтрации, основанного на методе скользящего среднего. Генерация траектории движения рабочего органа робота выполняется послойно сначала в плоскости, затем она проецируется на криволинейную поверхность. Для каждой точки траектории вычисляется такая однородная матрица преобразования, чтобы рабочий орган робота располагался по нормали к криволинейной поверхности. Представлен расчет углов ориентации рабочего органа робота КУКА на основании данных, получаемых из однородной матрицы преобразования. Работоспособность предлагаемого алгоритма планирования траектории для биопечати in situ подтверждена результатами компьютерного моделирования с использованием разработанного авторами программного обеспечения и результатами экспериментального исследования биопечати, выполняемой коллаборативным роботом KUKA LBR R820 на трех образцах с различной кривизной поверхности и разными контурами дефекта.

Ключевые слова: биопечать in situ, планирование траектории робота, криволинейная траектория, предварительная обработка поверхности, заполнение дефекта, ступенчатый эффект, ориентация рабочего органа

Введение

Одной из областей активного применения методов робототехники и мехатроники является биопечать *in situ* [1]. В качестве биоматериала обычно используется гидрогель, достаточно вязкий, чтобы держать форму, в который замешаны клетки того вида ткани, которую необходимо заместить. Таким образом, биопечать позволяет ускорить заживление кожных ран за счет использования гидрогеля с клетками и дополнительными факторами роста.

Нанесение биоматериалов, как правило, осуществляется с помощью 3D-биопринтеров. Качество биопечати с помощью 3D-биопринтеров,

имеющих картезианскую кинематику и наносящих материалы планарными слоями, оказывается недостаточно высоким, так как поверхности тела человека и других живых организмов являются криволинейными. При печати планарными слоями возникает так называемый ступенчатый эффект, напечатанная поверхность получается негладкой, и чем больше кривизна поверхности, тем более выражен ступенчатый эффект. Существует несколько способов устранения этого явления, но применение каждого из них влечет за собой как положительные, так и отрицательные последствия. Предлагается, например, уменьшить толщину слоев, однако это приводит к увеличению времени печати и уменьшению адгезионных свойств слоев. Иногда рекомендуется постобработка поверхности, но для биопечати *in situ* этот способ недопустим. Лучшим решением представляется третий способ — нанесение биоматериала криволинейными слоями (рис. 1, см. вторую сторону обложки).

*Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках выполнения государственного задания (FSFS-2021-0004). Работа выполнена с использованием оборудования центра коллективного пользования "Государственный инженеринговый центр" ФГБОУ ВО "МГТУ "СТАНКИН" при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № 075-15-2021-695 от 26.07.2021, уникальный идентификатор проекта RF-2296.61321X0013).

Кроме того, существует метод так называемой конформной 3D-печати [2—6], при которой с помощью 3D-принтера выполняют печать криволинейными слоями. Однако при этом существует опасность столкновения сопла с поверхностью печати и деформации уже наложенного материала.

Для повышения качества и безопасности выполнения биопечати *in situ* целесообразно использовать манипуляционные роботы, обладающие пятью и более степенями подвижности и способные придавать рабочему органу нужную ориентацию. Как правило, в каждой точке траектории движения требуется обеспечить ориентацию сопла рабочего органа по нормали к поверхности тела живого организма.

Используемый для биопечати робот и врачи в большинстве случаев находятся в одном общем рабочем пространстве. Поэтому такой робот должен быть безопасным для обслуживающего персонала. Учитывая эти обстоятельства, представляется целесообразным для биопечати *in situ* использовать коллаборативный робот [7]. В частности, примером такого робота является робот KUKA LBR IIWA R820. В зависимости от модификации он способен манипулировать объектом, имеющим массу 7 или 14 кг, в радиусе действия до 820 мм, что достаточно для реализации роботизированной биопечати. Коллаборативный робот имеет датчики, позволяющие контролировать действующие на робот внешние силы и моменты приводов и вовремя останавливать движение робота при опасном его сближении с человеком, а также конструкцию со сглаженными поверхностями. Благодаря этим особенностям робот оказывается безопасным при его работе совместно с человеком.

1. Обзор алгоритмов планирования траектории для биопечати

Проблема планирования траектории роботической биопечати на сложных поверхностях привлекает внимание многих исследователей. Например, алгоритм, представленный G. M. Fortunato в исследовании [8], разработан для среды MATLAB® и платформы IMAGObot на основе робота MOVEO с пятью степенями подвижности от BCN3D. На основании CAD-модели поверхности с дефектом генерируется один слой 2D-траектории. Он проецируется на полигональную поверхность с дефектом, после

чего задаются число и толщина слоев. Данный алгоритм был проверен с помощью ряда испытаний по биопечати *in situ* на различных подложках и модели кости. Главными недостатками этого алгоритма являются искажение проекции траектории на криволинейной поверхности и его привязанность к конкретной среде и конкретному роботу.

Алгоритм, описанный в статье [9], основан на наложении прерывистой сетки на облако точек модели дефекта. Алгоритм планирования траектории проверялся в эксперименте по печати *in situ* на свинье, имеющей повреждение кожи на ноге.

Кроме того, в работе [10] упоминается о роботизированной платформе BioAssemblyBot от Advanced Solutions с шестью степенями подвижности, которая способна выполнять печать на криволинейных поверхностях, но публикации с конкретными данными, иллюстрирующими применение данной платформы, отсутствуют.

Авторы исследования [11] сообщают о разработке роботизированной платформы для криволинейной биопечати *in situ* с фотополимеризацией. При экспериментальной проверке использовалась пластиковая модель крысы, имеющей дефект кожи на спине, однако описание алгоритма планирования траектории в работе не представлено.

Стоит отметить, что проблема планирования криволинейной траектории инструмента робота довольно часто встречается в медицинских приложениях [12—15], таких как аддитивное производство, механическая обработка, покраска, сварка, полировка, дозирование клея и др. Известные решения этой проблемы могут быть полезны и при осуществлении роботизированной биопечати.

2. Разработка алгоритма планирования траектории

2.1. Математическое описание поверхности

Входными данными разработанного в данном исследовании алгоритма для биопечати *in situ* с помощью робота являются описание поверхности с дефектом и контур области печати, который на данном этапе пока задается оператором вручную, а также параметры желаемого процесса биопечати.

Для получения цифровой информации о поверхности дефекта используется 3D-сканер. Обычно применяют бесконтактные активные

3D-сканеры, основанные на принципе триангуляции или структурированного света. Основным требованием к такому сканеру является создание непрерывной полигональной модели поверхности дефекта (STL-модели).

Алгоритм реализуется в составе программного обеспечения (ПО) генерации траектории, которое позволяет загружать описания поверхностей с дефектами в виде STL-моделей, а также генерировать контур области печати. При печати на заранее известной поверхности с дефектом ее STL-модель загружается в ПО генерации траектории в виде STL-файла. При печати на неизвестной поверхности, например, коже пациента, сначала выполняется 3D-сканирование интересующей области, и полученный в результате сканирования STL-файл также загружается в ПО генерации траектории.

Информация о поверхности, полученная в результате сканирования, представляется в формате STL в виде трехмерной модели этой поверхности. Эта модель содержит сведения о плоскостях, касательных к рассматриваемой поверхности в различных заданных ее точках, и о нормалях к этим плоскостям в тех же точках. Информация о нормалях необходима для вычисления углов ориентации рабочего органа робота при генерации траектории.

Описание модели поверхности M представляет собой описание множества треугольников T :

$$M = \{T_1, T_2, \dots, T_i, \dots, T_k\},$$

где k — число треугольников, определяющих модель поверхности. При этом треугольник T задает плоскость, касательную к поверхности в заданной точке. Каждый треугольник определяется тремя точками, находящимися в его вершинах. Например, для произвольного i -го треугольника имеем $T_i = \{P_{i1}, P_{i2}, P_{i3}\}$, и каждая точка этого треугольника характеризуется координатами в трехмерной декартовой системе координат XYZ . Таким образом, $P_{ij} = \{x_{ji}, y_{ji}, z_{ji}\}$, $j = 1, 2, 3$. Три точки треугольника задают плоскость, по отношению к которой рассматривается вектор нормали $\vec{n}_i = \{n_{Ai}, n_{Bi}, n_{Ci}\}$, где n_{Ai}, n_{Bi}, n_{Ci} — проекции i -го вектора нормали на оси X, Y и Z соответственно той же системы координат, в которой задаются координаты точек треугольников. В результате образуется описание $N_i = \{\vec{n}_1, \vec{n}_2, \dots, \vec{n}_k\}$ множества нормалей к плоскостям, касательным в заданных точках к по-

верхности, вдоль которой необходимо построить траекторию движения рабочего органа робота для выполнения биопечати.

Для упрощения алгоритма генерации траектории введены следующие ограничения:

1) модель поверхности описана в базовой системе координат робота. Данное ограничение позволяет задавать координаты команд перемещения робота сразу в базовой системе его координат;

2) ортографическая проекция треугольников модели поверхности на плоскость XY является планарным графом, все внутренние области которого являются треугольниками.

Последнее ограничение обеспечивает то, что ортографическая проекция траектории вдоль оси Z на поверхность печати, представленная такой моделью поверхности, вычисляется однозначно и существует однозначное соответствие между моделью поверхности и ее проекцией на плоскость XY . Для уменьшения сложности алгоритма контур, ограничивающий поверхность дефекта, задается на проекции поверхности модели, в плоскости XY .

Для локализации места дефекта на модели поверхности задается контур

$$K = \{P_{k1}, P_{k2}, \dots, P_{ki}, \dots, P_{km}\},$$

где m — число точек контура, $P_{ki} = \{x_{ki}, y_{ki}, z_{ki}\}$ — i -я точка контура, характеризующаяся координатами в трехмерной декартовой системе координат XYZ . Контур S ограничивает область построения траектории по координатам x и y . ПО генерации траектории предоставляет возможность ввода координат точек контура с помощью графического интерфейса пользователя.

2.2. Предварительная обработка отсканированной поверхности

Отсканированная модель поверхности с дефектом несколько искажена, так как 3D-сканер обладает погрешностями измерений. Поэтому требуется предварительная обработка данных об этой поверхности. Для снижения негативного влияния помех предлагается применение фильтра, соответствующего алгоритму скользящего среднего. В данном случае скользящее среднее — частный случай математической операции свертки. Сначала выбирается размер окна. Окно — это матрица с заданной размерностью, при движении которой по массиву

данных вычисляется среднее арифметическое входящих в эту матрицу элементов. Вычисленное значение присваивается соответствующему по индексу значению в массиве отфильтрованных значений, содержащем такое же число элементов, что и исходный массив. При этом возникает проблема: чем больше размер окна, тем отфильтрованная поверхность будет более гладкая. Однако, если будет выбрано слишком большое окно, при фильтрации часть полезной информации о фактической форме поверхности потеряется. Следовательно, важно выбрать наилучший размер окна. Предполагается, что размер окна зависит от характеристик сканера.

В работе был реализован алгоритм прохождения окном двумерного массива. Пусть массив данных размера $h \times g$ представлен в следующем виде:

$$F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1g} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2g} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{h1} & \dots & \dots & f_{hg} \end{pmatrix}.$$

Результирующий массив, полученный в результате фильтрации, можно представить следующим образом:

$$R = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1g} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2g} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{h1} & \dots & \dots & a_{hg} \end{pmatrix}.$$

Тогда элементы результирующего массива рассчитываются по формулам:

$$a_{ij} = \frac{1}{w^2} \sum_{m=i+\frac{w-1}{2}}^{m=i+\frac{w-1}{2}} \sum_{n=j+\frac{w-1}{2}}^{n=j+\frac{w-1}{2}} f_{mn},$$

где $i = \frac{w-1}{2}, \frac{w-1}{2} + 1, \dots, h - \frac{w-1}{2} - 1, h - \frac{w-1}{2}$,
 $j = \frac{w-1}{2}, \frac{w-1}{2} + 1, \dots, g - \frac{w-1}{2} - 1, g - \frac{w-1}{2}$ — индексы вычисляемого элемента массива отфильтрованных значений.

Ограничения для i и j введены для того, чтобы окно было полностью заполнено значениями исходного массива. Размер окна w выбирается всегда нечетным, чтобы индекс элемента был целым числом.

Также из приведенной выше формулы следует, что границы результирующего массива шириной в $\frac{w-1}{2}$ остаются незаполненными. По-

этому вместо массива R предлагается использовать массив S размером $[h - (w - 1) \times [g - (w - 1)]]$:

$$S = \begin{pmatrix} \frac{a_{\frac{w-1}{2}, \frac{w-1}{2}}}{2} & \frac{a_{\frac{w-1}{2}, \frac{w-1}{2}+1}}{2} & \dots & \frac{a_{\frac{w-1}{2}, g - \frac{w-1}{2}}}{2} \\ \frac{a_{\frac{w-1}{2}+1, \frac{w-1}{2}}}{2} & \frac{a_{\frac{w-1}{2}+1, \frac{w-1}{2}+1}}{2} & \dots & \frac{a_{\frac{w-1}{2}+1, g - \frac{w-1}{2}}}{2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{h-(w-1), \frac{w-1}{2}} & \dots & \dots & a_{h-(w-1), g - \frac{w-1}{2}} \end{pmatrix}.$$

В качестве входных данных алгоритма используется массив данных точек. Фильтрация применялась только к координате z . Пример использования алгоритма фильтрации на заданном массиве точек с окном фильтрации $w = 9$ представлен на рис. 2 (см. вторую сторону обложки).

Можно заметить, что предварительная обработка необходима, и в результате применения фильтрации получено описание гладкой поверхности, более точно соответствующее форме реальной поверхности и пригодной для построения траектории движения сопла рабочего органа робота, выполняющего биопечать.

2.3. Генерация траектории движения рабочего органа при биопечати

После обработки поверхности происходит генерация траектории, которую можно представить как совокупность слоев. Слой — это отрезки параллельных линий, ограниченных в плоскости XU областью контура C . Каждые две соседние параллельные линии находятся на расстоянии шага решетки h (рис. 3, см. вторую сторону обложки). Сначала проводится генерация плоских слоев траектории в плоскости XU , затем выполняется ортогональное проецирование плоской траектории на поверхность печати вдоль оси oZ . Генерация слоев происходит циклически, причем направление параллельных линий траектории меняется на 90° в каждом следующем слое. Например, если в первом слое параллельные линии расположены вдоль оси X , то в следующем они будут располагаться вдоль оси Y . Такой подход позволяет получить заполнение в виде прямоугольной решетки. Угол, на который происходит поворот параллельных линий, устанавливается в программе генерации траектории.

Первый этап генерации слоя траектории — заполнение параллельными отрезками прямых линий области, контур которой задан оператором (рис. 3, см. вторую сторону обложки).

На втором этапе проводится разбиение сгенерированной траектории на малые отрезки. Данный этап требуется для того, чтобы криволинейную траекторию можно было передать в виде совокупности линейных перемещений робота. Чем меньше длина отрезков, тем точнее траектория будет повторять поверхность дефекта. При этом робот также имеет ограничение на минимальное расстояние перемещения. Поэтому длина отрезка задается исходя из кривизны поверхности дефекта и обычно принимается равной 0,5...2 мм.

На третьем этапе вычисляются координаты z точек траектории и осуществляется ортогональное проецирование вдоль оси z сгенерированной 2D-траектории на поверхность с дефектом, представленную моделью M . На плоскости XY проекция траектории движения сопла рабочего органа робота представляет собой совокупность точек, а проекция поверхности — совокупность треугольников. Если область поверхности дефекта больше по размеру, чем область траектории в плоскости XY , то для каждой точки траектории P' можно найти соответствующий ей треугольник модели и вычислить ее проекцию P на данный треугольник. Для примера рассмотрим вычисление проекции для точки траектории $P'(P_x, P_y, 0)$, которой соответствует треугольник T с вершинами $P_{i1}P_{i2}P_{i3}$ (рис. 4, z , см. третью сторону обложки). Сначала находится проекция треугольника $P'_{i1}P'_{i2}P'_{i3}$ на плоскость XY , для этого координата z каждой вершины принимается равной 0. Для нахождения принадлежности точки P' проекции треугольника T применяется метод, названный векторным методом (рис. 4, $в$, см. третью сторону обложки), суть которого заключается в выполнении следующих действий:

1) любая вершина треугольника, например, вершина P'_{i1} , помещается в точку с координатами $(0; 0)$;

2) две стороны, выходящие из этой вершины, представляются как векторы. На рис. 4, $в$ (см. третью сторону обложки) ими являются векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Система условий нахождения точки P' между векторами $\vec{b}$ и $\vec{c}$ выглядит следующим образом:

$$\vec{p} = L\vec{b} + M\vec{c},$$

где L и M — координаты точки P' в системе координат с началом в точке P_{i1} и ортами $\vec{b}$ и $\vec{c}$. При этом выполняются условия

$$0 \leq L \leq 1, \quad 0 \leq M \leq 1, \quad L + M \leq 1.$$

Координаты точки P' вычисляются по следующим формулам, в которых переменные с индексами — координаты x или y указанного вектора:

$$M = (p_x b_y - b_x p_y) / (c_x b_y - b_x c_y);$$

$$L = (p_x - M c_x) / b_x.$$

Таким образом, для каждой точки траектории P' сначала находится проекция на плоскость XY треугольника T , характеризующего поверхность модели, определяется принадлежность точки P' проекции треугольника T , а затем вычисляется ее проекция P на треугольник T . Для вычисления координаты z точки P применяется общее уравнение плоскости треугольника T . Так как для треугольника известна его нормаль $\vec{n}$, то коэффициенты общего уравнения плоскости можно вычислить, используя координаты одной из его вершин:

$$k_1 = n_A, \quad k_2 = n_B, \quad k_3 = n_C,$$

$$k_4 = -(k_1 P_{i1x} + k_2 P_{i1y} + k_3 P_{i1z}),$$

где k_1, k_2, k_3, k_4 — коэффициенты общего уравнения плоскости; $P_{i1x}, P_{i1y}, P_{i1z}$ — координаты точки P_{i1} в декартовой системе координат XYZ ; n_A, n_B, n_C — координаты вектора нормали $\vec{n}$, соответствующего треугольнику T . Координата z точки P вычисляется по формуле

$$P_z = \frac{-k_4 - k_1 P_x - k_2 P_y}{k_3},$$

где P_x, P_y, P_z — координаты точки P в декартовой системе координат XYZ .

Четвертый этап — вычисление углов ориентации рабочего органа для формирования команд движения робота. В случае использования робота *KUKA* углы ориентации рабочего органа задаются углами A, B, C трех последовательных поворотов относительно осей Z, Y и X соответственно (рис. 4, a , см. третью сторону обложки).

Для построения управляющей программы робота вводится подвижная система координат, начало которой совпадает с желаемой точкой траектории. Ее особенность состоит в том, что ось X располагается по направлению движения рабочего органа, ось Z — по нормали к поверхности движения, а ось Y образует правую декартову систему координат. В каждой точке желаемой траектории движения сопла рабочего органа вычисляются векторы $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$,

показанные на рис. 4, в (см. третью сторону обложки).

Векторы $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$ вычисляются по следующей формулам:

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} x_x \\ x_y \\ x_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{2x} - m_{1x} \\ m_{2y} - m_{1y} \\ m_{2z} - m_{1z} \end{pmatrix};$$

$$\vec{Z} = (z_x; z_y; z_z)^T = \vec{n};$$

$$\vec{Y} = (y_x; y_y; y_z)^T = [\vec{Z} \times \vec{X}];$$

$$\vec{Z} = (z_x; z_y; z_z)^T = \vec{n}; \quad \vec{Y} = (y_x; y_y; y_z)^T; \quad [\vec{Z} \times \vec{X}],$$

где $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$ — векторы, соответствующие ортам системы координат рабочего органа в точке траектории; $\vec{n}$ — нормаль к поверхности; m_1 и m_2 — соседние точки траектории. После расчета векторы нормируются с помощью формулы

$$\vec{V}_n = \begin{pmatrix} \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} \\ \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} \\ \frac{v_z}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} \end{pmatrix},$$

где $\vec{V}_n$ — нормированный вектор; v_x, v_y, v_z — компоненты ненормированного вектора.

Робот осуществляет движение по траектории в системе координат модели. Каждой точке траектории соответствует однородная матрица преобразований координат M из начала системы координат модели в подвижную систему координат, связанную с точкой траектории печати. Углы ориентации рабочего органа A, B, C определяются на основании матрицы M по формулам

$$\begin{cases} B = \arcsin x_z, \\ C = \arcsin \frac{y_z}{\cos B}, \\ A = \arcsin \frac{x_y}{\cos B}. \end{cases}$$

Результатом работы алгоритма планирования траектории является массив координат ее точек в системе координат модели поверхности и углов ориентации рабочего органа робота, которые за-

писываются в txt-файл. Этот файл пересылается в устройство управления коллаборативного робота KUKA, и его данные используются в программных командах движения LIN со сглаживанием. При выполнении программной команды LIN робот с заданной скоростью перемещает рабочий орган по прямолинейной траектории от исходной позиции до позиции, указанной в команде LIN. Скорость движения задается оператором при программировании робота.

3. Экспериментальное исследование биопечати in situ

Для подтверждения работоспособности предлагаемого алгоритма проведено экспериментальное исследование печати с помощью робота. В роли биопринтера выступал коллаборативный робот KUKA LBR R820 с семью степенями подвижности, оснащенный специальным дозатором в качестве рабочего органа. Одновременно с этим на 3D-принтере из PLA были напечатаны два образца поверхностей печати с различной кривизной (рис. 5, см. третью сторону обложки). Образец № 1 — это плоская поверхность с прямоугольным контуром дефекта. Образец № 2 имеет криволинейную поверхность с контуром дефекта в виде окружности.

При выполнении эксперимента 3D-модель поверхности загружалась в программу. Оператор задавал область печати, указывая точки ее контура, и происходила генерация двух ортогональных слоев траектории. Затем траектория считывалась специальной программой и пересылалась на управляющее устройство робота. Для того чтобы робот мог печатать в координатах образца, он устанавливался в специальную точку на базе, и затем база калибровалась. Шаг между линиями траектории в программе был задан равным 1,6 мм. После печати делалась фотография решетки с помощью бинокулярного микроскопа и измерялось значение шага. Измеренное значение шага печати на образце № 1 составило $1,63 \pm 0,1$ мм, на образце № 2 — $1,65 \pm 0,13$ мм. Результаты эксперимента для образцов № 1 и № 2 представлены на рис. 5 (см. третью сторону обложки).

Заключение

Теоретическое и экспериментальное исследование подтвердили способность разработанного алгоритма планировать желаемую

траекторию движения рабочего органа робота относительно поверхностей с различными кривизной и контурами дефекта. Результаты экспериментов свидетельствуют о том, что при применении робота и разработанного алгоритма напечатанная траектория соответствует желаемой траектории. Во всех исследованных случаях решетка из нанесенного биоматериала получилась однородной, а размер ячеек решетки является одинаковым.

Необходима предварительная обработка данных, получаемых от 3D-сканеров. Для ее выполнения предлагается использовать описанный в статье алгоритм скользящего среднего. Установлено, что в процессе печати сопло сохраняет требуемую ориентацию и в каждой точке траектории остается перпендикулярным обрабатываемой поверхности тела человека, не останавливается в углах траектории, а проходит их непрерывно. Отклонение шага, измеренное в напечатанных решетках на двух образцах, не превышает 130 мкм, что является допустимым, судя по результатам исследований, посвященных биопечати.

При подготовке к биопечати целесообразно предварительно провести компьютерное моделирование движений сопла рабочего органа робота, спланированных с применением предложенного алгоритма. Результаты моделирования должны показать оператору робота, врачу безопасность и качество выполняемой операции.

Необходимо отметить, что область применения разработанного алгоритма имеет ограничение. Оно вызвано тем, что невозможно заполнять дефекты, имеющие сложную внутреннюю форму, так как это потребовало бы генерации уникальных слоев, а в данном случае слои повторяют друг друга и лишь смещены по оси Z на высоту слоя.

Список литературы

1. Буйнов М. А., Воротников А. А., Климов Д. Д., Малышев И. Ю., Миронов В. А., Парфенов В. А., Перейра Д. А. С., Подураев Ю. В., Хесуани Ю. Д. Роботические технологии в медицине и биопринтинге: состояние проблемы и современные тенденции // Вестник МГТУ "Станкин". 2017. № 1 (40).
2. Eyericioglu O., Aladag M. Non-Planar Toolpath For Large Scale Additive Manufacturing // Int. J. of 3D Printing Tech. Dig. Ind. 2021. Vol. 5, N. 3. P. 477–487.
3. Lu B. H., Lan H. B., Liu H. Z. Additive manufacturing frontier: 3D printing electronics // Opto-Electron Adv. 2018. N. 1. P. 170004.
4. Ezair B., Fuhrmann S., Elber G. Volumetric covering print-paths for additive manufacturing of 3D models // Comput. Aided Des. 2018. N. 100. P. 1–13.
5. Ahlers Daniel. 3D Printing of Nonplanar Layers for Smooth Surface Generation // Proc. of the 2019 IEEE 15th Internat. Conf. on Automation Science and Engineering (CASE). August 2019. Vancouver, BC, Canada. P. 22–26.
6. Alkadi F., Lee K. Ch., Choi J. W. Conformal Additive Manufacturing using a Direct-Print Process // Additive Manufacturing. 2020. Vol. 32. P. 100975.
7. Подураев Ю. В. Подход и опыт проектирования медицинской коллаборативной робототехники для лазерной хирургии и биопринтинга // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 11. С. 749–752.
8. Fortunato G. M., Rossi G., Bonatti A. F., De Acutis A., Mendoza-Buenrostro Ch., Vozzi G., De Maria C. Robotic platform and path planning algorithm for in situ Bioprinting // Bioprinting. 2021. Vol. 22. P. e00139.
9. Lian Q., Li X., Li D., Gu H., Bian W., He X. Path planning method based on discontinuous grid partition algorithm of point cloud for in situ printing // Rapid Prototyping Journal. 2019. Vol. 25. P. 602–613.
10. Advanced solutions. URL: <https://www.advancedsolutions.com/bioassemblybot-400>.
11. Li X., Lian Q., Li D., Xin H., Jia S. Development of a Robotic Arm Based Hydrogel Additive Manufacturing System for In-Situ Printing // Appl. Sci. 2017. N. 7. P. 73.
12. Shembekar A. V., Yoon Y. J., Kanyuck A., Gupta S. K. Generating Robot Trajectories for Conformal 3D Printing Using Non-Planar Layers // Journal of Computing and Information Science in Engineering. 2019. Vol. 3. P. 1–13.
13. Chen H., Fuhlbrigg T., Li X. A review of CAD-based robot path planning for spray painting // Industrial Robot: An International Journal, 2009. Vol. 36, Iss. 1. P. 45–50.
14. Atkar P. N., Greenfield A., Conner D. C., Choset H., Rizzi A. A. Uniform Coverage of Automotive Surface Patches // The International Journal of Robotics Research. 2005. Vol. 24, N. 11. P. 883–898.
15. Ye X., Luo L., Hou L., Duan Y., Wu Y. Laser Ablation Manipulator Coverage Path Planning Method Based on an Improved Ant Colony Algorithm // Appl. Sci. 2020. N. 10. P. 8641.

Planning the Trajectory of a Collaborative Robot for Bioprinting

A. A. Kartseva, kartseva.2013@mail.ru, A. A. Levin, heis97@mail.ru, A. A. Vorotnikov, aavorotnikov90@gmail.com, Yu. V. Poduraev, y.poduraev@stankin.ru, Yu. V. Ilyukhin, ilyv_178@mail.ru, Moscow State University of Technology "STANKIN", Moscow, 127055, Russian Federation

Corresponding author: Ilyukhin Yury V., Dr. of Sc. in Tech., Professor, Moscow State Technical University "STANKIN", Moscow, 127055, Russian Federation, e-mail: ilyv_178@mail.ru

Accepted on August 5, 2022

Abstract

In situ bioprinting is an automated process of direct application of biomaterials to a defective area of living tissue during a medical operation. To perform such bioprinting, it is advisable to use robotic manipulators with five or more degrees of mobility, which can give the end effector the desired orientation. The actual task is to plan the trajectory of the robot for

in situ bioprinting on a real curved surface. A brief analysis of solutions allowing to plan the trajectory of bioprinting is carried out. A mathematical description of the surface used as a defect model is given, which is necessary for constructing the trajectory. Additional restrictions were introduced in order to reduce the complexity of the scheduling algorithm. To localize a defect on a curved surface, information about a given contour covering this defect is used. An algorithm has been developed for forming a flat trajectory of the robot's end effector to fill in the defect, followed by projecting it onto a real curved surface. The importance of preprocessing data on the scanned surface using the developed filtering algorithm based on the moving average method is noted. The trajectory of the robot's end effector is formed by layers first in the plane. It is then projected onto a curved surface. For each point of the trajectory, such a homogeneous transformation matrix is calculated so that the robot's end effector is perpendicular to the curved surface. The calculation of the orientation angles of the working body of the KUKA robot is presented on the basis of data obtained from a homogeneous transformation matrix. The operability of the proposed trajectory planning algorithm for in situ bioprinting is confirmed by the results of computer modeling using the software developed by the authors and the results of an experimental study of bioprinting performed by the KUKA LBR R820 collaborative robot on three samples with different surface curvature and defect contour.

Keywords: in situ bioprinting, robot trajectory planning, curved trajectory, surface pretreatment, defect filling, step effect, orientation of the working organ

Acknowledgements: The work was carried out with the support of the Ministry of Education and Science of Russia within the framework of the state task (FSFS-2021-0004).

For citation:

Kartseva A. A., Levin A. A., Vorotnikov A. A., Poduraev Yu. V., Ilyukhin Yu. V. Planning the Trajectory of a Collaborative Robot for Bioprinting, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 12, pp. 643–650.

DOI: 10.17587/mau.23.643-650

References

1. Buinov M. A., Vorotnikov A. A., Klimov D. D., Malyshhev I. Yu., Mironov V. A., Parfenov V. A., Pereira D. A. S., Poduraev Yu. V., Khesuani Yu. D. Robotic technologies in medicine and bioprinting: The state of the problem and current trends, *Vestn. MGTU Stankin*, 2017, vol. 40, no. 1 (in Russian).
2. Eyercioglu O., Aladag M. Non-Planar Toolpath For Large Scale Additive Manufacturing, *Int. J. of 3D Printing Tech. Dig. Ind.*, 2021, vol. 5, no. 3, pp. 477–487.
3. Lu B. H., Lan H. B., Liu H. Z. Additive manufacturing frontier: 3D printing electronics, *Opto-Electron Adv.*, 2018, no. 1, pp. 170004.
4. Ezair B., Fuhrmann S., Elber G. Volumetric covering print-paths for additive manufacturing of 3D models, *Comput. Aided Des.*, 2018, no. 100, pp. 1–13.
5. Ahlers D. 3D Printing of Nonplanar Layers for Smooth Surface Generation, *In Proceedings of the 2019 IEEE 15th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*, August 2019, Vancouver, BC, Canada, pp. 22–26.
6. Alkadi F., Lee K. Ch., Choi J. W. Conformal Additive Manufacturing using a Direct-Print Process, *Additive Manufacturing*, 2020, vol. 32, p. 100975.
7. Poduraev Yu. V. Approach and Experience of Designing Medical Collaborative Robotics for Laser Surgery and Bio-Printing, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 11, pp. 749–752 (in Russian).
8. Fortunato G. M., Rossi G., Bonatti A. F., De Acutis A., Mendoza-Buenrostro Ch., Vozzi G., De Maria C. Robotic platform and path planning algorithm for in situ Bioprinting, *Bioprinting*, 2021, vol. 22, pp. e00139.
9. Lian Q., Li X., Li D., Gu H., Bian W., He X. Path planning method based on discontinuous grid partition algorithm of point cloud for in situ printing, *Rapid Prototyping Journal*, 2019, vol. 25, pp. 602–613.
10. Advanced solutions, available at: <https://www.advanced-solutions.com/bioassemblybot-400>.
11. Li X., Lian Q., Li D., Xin H., Jia S. Development of a Robotic Arm Based Hydrogel Additive Manufacturing System for In-Situ Printing, *Appl. Sci.*, 2017, no. 7, pp. 73.
12. Shembekar A. V., Yoon Y. J., Kanyuck A., Gupta S. K. Generating Robot Trajectories for Conformal 3D Printing Using Non-Planar Layers, *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 2019, vol. 3, pp. 1–13.
13. Chen H., Fuhlbrügge T., Li X. A review of CAD-based robot path planning for spray painting, *Industrial Robot: An International Journal*, 2009, vol. 36, iss. 1, pp. 45–50.
14. Atkar P. N., Greenfield A., Conner D. C., Choset H., Rizzi A. A. Uniform Coverage of Automotive Surface Patches, *The International Journal of Robotics Research*, 2005, vol. 24, no. 11, pp. 883–898.
15. Ye X., Luo L., Hou L., Duan Y., Wu Y. Laser Ablation Manipulator Coverage Path Planning Method Based on an Improved Ant Colony Algorithm, *Appl. Sci.*, 2020, no. 10, pp. 8641.

П. А. Кручинин, канд. физ.-мат. наук, доц., pkruch@mech.math.msu.su,
А. П. Кручинина, канд. физ.-мат. наук, ассистент, anna.kruchinina@math.msu.ru,
И. А. Кудряшов, канд. физ.-мат. наук, науч. сотр., Ilya.kudryashov.85@gmail.com,
А. А. Любкевич, аспирант, antonlyu@mail.ru, Я. Ю. Миняйло, аспирант, minyailo_yana@mail.ru,
М. А. Подопряхин, студент, podoprighin.maxim@gmail.com, В. А. Чертополохов, науч. сотр., psvr@vrmsu.ru,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Количественная оценка изменения функционального состояния человека за время полета летательного аппарата*

Обсуждаются предварительные результаты применения разработанного подхода к количественной оценке изменения функционального состояния человека за время полета летательного аппарата. Для такой оценки используется сравнение результатов стабилометрических и окулографических обследований пассажира летательного аппарата, проведенные до и после полета. В серии полетов на легкомоторных летательных аппаратах приняли участие 14 добровольцев обоего пола, для которых провели 21 пару предполетных и послеполетных обследований. Для имеющейся выборки добровольцев в ходе этих обследований выявлены параметры, которые имеют устойчивую тенденцию к изменению. Эти параметры характеризуют качество зрительного слежения и возможности удержания человеком вертикальной позы. Доля проб, у которых после полета отмечено снижение средней скорости медленных фаз нистагма, возникающего при оптокинетической стимуляции, превысило 70 %. У большинства добровольцев заметны изменения стабилометрических параметров для оптокинетической пробы и пробы с удержанием равновесия на неустойчивой опоре в виде пластины пенополиуретана. Более чем в 70 % этих проб после полета изменялись скорости слежения, средняя скорость центра давления и показатель качества функции равновесия. Отмечено, что показатель Херста после полета снижался при вставании на пластину пенополиуретана у подавляющего числа обследуемых по сравнению с со значением в фоновой пробе, в то время как до полета изменение этого параметра носит разнонаправленный характер. В стабилометрическом тесте со "ступенчатым отклонением", при котором доброволец по команде совершал быстрые наклоны на небольшой угол за счет изменения угла в голеностопном суставе у 75 % обследуемых после полетов отмечено снижение средней скорости. Полученные результаты предполагается использовать для оценки качества симуляции полета с использованием тренажерных стендов.

Ключевые слова: функциональное состояние человека, летная нагрузка, постурология, стабилометрия, оптокинетический тест, нистагм, зрительное слежение

Одна из заметных проблем динамической имитации полета летательного аппарата на тренажерных стендах связана со слабой проработкой методов оценки качества симуляции. Для оценки результатов воздействия на человека симуляционной нагрузки обычно используется статистическая обработка частных субъективных оценок, сделанных в результате опросов опытных экспертов [1, 2]. Объективность подобного анализа может повысить использование количественных оценок изменения функционального состояния человека за время имитации и сравнение их с аналогичными изменениями за время реального полета. Ранее применение такого подхода в литературе неизвестно.

Одна из первых задач на пути реализации такого подхода состоит в выборе вида обследо-

вания, уточнении проб, проводимых в ходе этого обследования, и параметров, которые будут использованы для последующей оценки. Можно говорить о новизне такого подхода по сравнению с описанными ранее в литературе. Обсудим особенности и предварительные результаты применения подхода к количественной оценке изменения функционального состояния человека за время полета летательного аппарата. Используем для этого сравнение результатов стабилометрических и окулографических обследований пассажира летательного аппарата, проведенные до и непосредственно после полета на легкомоторном летательном аппарате.

Характерная программа полета

Для предварительной оценки рассматривали полеты на легких самолетах авиации общего назначения Як18Т, Socata-893 (рис. 1), Вильга 35, Zlin142, на спортивном самолете Як-52, транспортном самолете Ан-2 и вертолете Bell-430. Типовая программа полета состояла из взлета, набора высоты 200 м, выполнения в пилотаж-

*Публикация подготовлена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня "Сверхзвук" на 2020-2025 годы при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 075-15-2020-923). Авторы выражают особую благодарность пилотам и персоналу аэродрома Вихрево.



Рис. 1. Подготовка к полету легкого самолета Socata-893 (фото. А. Маркина)

Fig. 1. Preparing for the flight of a light aircraft Socata-893 (photo by A. Markin)

ной зоне вблизи аэродрома (подлетное время 3 мин) набора координированных устойчивых виражей на 360° с креном 15° , 25° , 35° соответственно и посадки. Длительность такого полета составляла 10 ± 2 мин. Усложненная программа полета состояла из взлета, набора высоты 1000 м, виража 45° вправо, штопорной бочки влево, разгона в пикировании, невесомости при выполнении последующей горки (до 3 с), петли, еще одной кратковременной невесомости, виража влево и штопорной бочки вправо и занимала 20 мин полетного времени. Характерные схемы отдельных фигур пилотажа приведены на рис. 2. Полеты выполнялись днем в простых

метеорологических условиях при отсутствии сильных возмущений атмосферы (сдвиговой и термической турбулентности).

Порядок проведения обследования

Выбор проб и параметров для анализа функционального состояния человека осуществлен в результате анализа информации о предрейсовом обследовании состояния оператора транспортного средства [4–7]. Показатели, используемые в разных отраслях, отличаются. Стандартными инструментами исследования считаются анализ variability сердечного ритма, анализ глазодвигательной активности, электромиография и электроэнцефалография [8, 9]. Все эти методы исследования применяются к пилотам при тренировках на тренажерах [10]. Стабилометрия применяется для анализа функционального состояния в авиакосмической отрасли [6, 11]. Для количественной оценки влияния кратковременного полета на функциональное состояние человека анализировали изменение постурологических и окулографических характеристик участника обследования.

Для регистрации показателей использовали стабилоанализатор и видеоокулограф. В исследовании использовался стабилоанализатор "Стабилан 01-2" [7] — устройство для анализа способности человека управлять малым изменением вертикальной позы, в том числе при

наличии биологической обратной связи по опорной реакции. Он позволяет определить значение силы нормального давления на платформу со стороны находящегося на ней объекта и координату точки ее приложения — центр давления.

Для обследований движений глаз был использован окулограф ICS Impulse, который определял изменение положения центра зрачка при движении глаза на основании обработки изображения портативных видеокамер.

Заметим, что влияние вестибулярных изменений, развившихся вследствие летной нагрузки, после полета со временем снижается. В связи с этим послеполетные пробы необходимо проводить непосредственно после остановки самолета в течение достаточно короткого времени. Это ограничивает число тестов и продолжительность

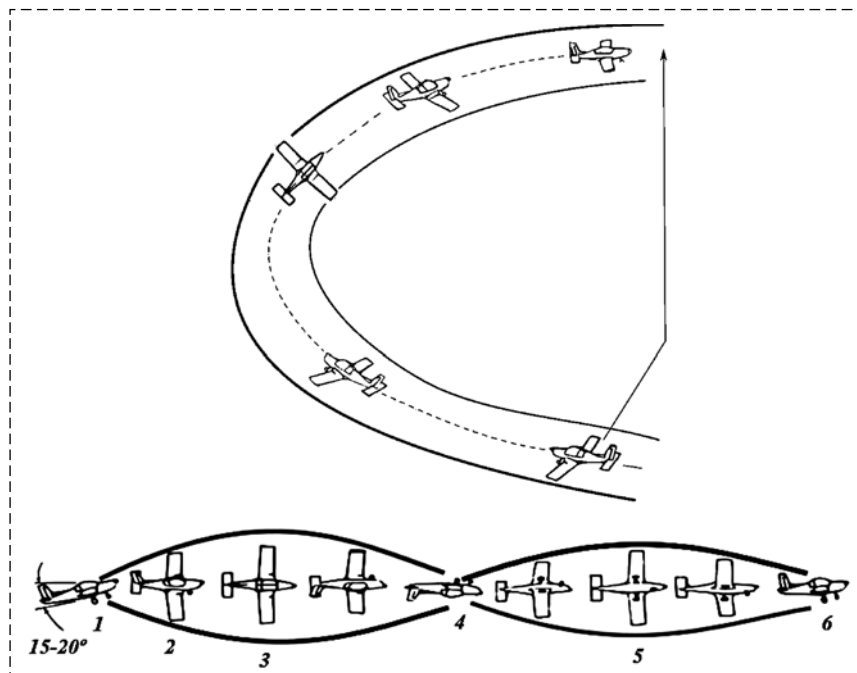


Рис. 2. Схемы отдельных фигур пилотажа: разворот и бочка (по [3])

Fig. 2. Schemes of individual aerobatic maneuvers: turn and roll (according to [3])

обследования. В связи с этим было отобрано небольшое число проб, которые располагались в последовательности, определяемой предполагаемой вероятностью проявления вестибулярных изменений при проведении соответствующих обследований. Считается, что "в отоневрологии наибольшей диагностической ценностью обладают оптокинетическая стимуляция, проба с выключением зрения, исследование в позе Ромберга и проба с поворотами головы" [11, 12].

Особенности условий небольшого аэродрома не позволяли исключить наличие отвлекающих факторов (шум моторов, вибрации и т. п.), которые неизбежно оказывали влияние на проведение обследования. Наиболее ценной представлялась информация об изменении биомеханических показателей, получаемых при обследованиях до и после полета. Изменения для человека представлялись априорно не значительными. При проведении проб требовалось максимально возможное повторение основных характеристик обследования: последовательности проб, интервалов между пробами, поз при выполнении тестов. Предварительный опыт показал, что аккуратное соблюдение позы Ромберга будет затруднено: не все обследуемые способны удерживать равновесие в этой позе — с закрытыми глазами, причем предсказать заранее, насколько тяжело исследователю будет удерживать эту позу после полета, практически невозможно. В связи с этим исследование в позе Ромберга не использовалось.

В итоге были выбраны следующие пробы, в соответствии с работами [7, 14], которые выполнялись испытуемым в данной последовательности:

1. Укороченный оптокинетический тест, состоящий из проб "полосы вправо", фоновой пробы с открытыми глазами (ГО) и пробы "полосы влево". Этот тест сопровождался окулографическим обследованием.

2. Укороченный тест с поворотом головы, состоящий из проб, в ходе которых человек стоял с закрытыми глазами (ГЗ), последовательно повернув голову направо, поднимая голову вверх и удерживал ее прямо. Последняя проба использовалась как фоновая.

3. Тест с удержанием равновесия на неустойчивом основании в виде пластины пенополиуретана толщиной 9 см. В ходе этого теста последовательно выполнялись пробы с закрытыми и открытыми глазами.

4. В восьми случаях в заключение обследуемый выполнял также тест со "ступенчатым отклонением" в варианте, описанном в статье [15].

Оптокинетический тест выполнялся первым и состоял в удержании вертикальной позы с открытыми глазами в трех вариантах: глядя на чистый экран (фоновая проба) и два варианта со зрительными помехами: глядя на экран, по которому перемещаются калиброванные полосы справа налево или слева направо. Эти пробы сопровождалось окулографическим обследованием. Предполагалось, что функциональные изменения вестибулярной системы, развившиеся вследствие летной нагрузки при выполнении фигур сложного пилотажа, повлияют на комплексирование информации от разных органов чувств и найдут отражение в управлении движением глаз. Из опыта космических исследований [16] известно, что изменение гравитоинерциальной обстановки сильно влияет на формирование глазодвигательных откликов на различные раздражители, в том числе зрительные, к которым относятся данные, регистрируемые в этом исследовании. Известно, что характер слежения изменяется в зависимости от состояния человека, что показано на примере изменения параметров нистагма, возникающего в ответ на предъявляемый раздражитель [17]. Более того, при повышении скорости движения стимула наблюдается увеличение рассогласования между скоростями отслеживающих движений глаз и движением стимула. Это означает, что уменьшается время четкого видения, на протяжении которого возможно удерживать объект в фовеальном поле зрения. Таким образом, рассматриваемый тест отражает возможность испытуемого зрительно отслеживать быстро меняющуюся обстановку.

Стабилометрические пробы с поворотом головы выполнялись по "классическому" сценарию. Повороты головы приводят человека к необходимости применять для удержания и стабилизации вертикальной позы информацию вестибулярных каналов в относительно непривычной форме. Для сокращения времени проведения проб использовались только два положения: голова повернута вправо и голова поднята вверх, при этом глаза человека были закрыты.

Удержание равновесия на основании в виде пластины пенополиуретана также приводит к повышению роли вестибулярного аппарата. Во-первых, задача удержания равновесия на неустойчивом основании требует мобилизации всех сенсорных систем человека. Во-вторых, равномерное распределение давления в стопе изменяет привычную информацию от проприоцепторов стопы и тем самым искажает один из наиболее важных информационных пото-

ков, используемых человеком при удержании вертикальной позы. Это обстоятельство также увеличивает роль вестибулярного аппарата.

При выполнении теста со "ступенчатым отклонением" человек стоял на платформе стабиллоанализатора с закрытыми глазами. В ходе пробы он должен был быстро изменить положение туловища в сагиттальной плоскости за счет изменения угла в голеностопном суставе на произвольный угол, значительно меньший, чем максимально возможное отклонение. По прошествии 10 с человек по команде совершает обратное движение. Такой цикл повторялся пять раз.

Продолжительность каждой пробы составляла 20 с. Пробы выполнялись с минимальным перерывом в 3–10 с для того, чтобы человек мог адаптироваться к задаче удержания измененной позы. Послеполетное исследование проводилось через 5–10 мин после остановки движения летательного аппарата.

Показатели обследований и их вычисление

Для анализа результатов проведенных обследований вычислялись следующие показатели.

Для *стабилометрических* обследований из многообразия всевозможных параметров, вычисляемых программным обеспечением стабиллоанализатора Стабилан 1-02 [7, 14], были выбраны следующие:

1) разброс по фронти σ_x — среднеквадратическое отклонение центра давления от среднего положения во фронтальном направлении (вправо—влево) [18];

2) разброс по сагиттали σ_y — среднеквадратическое отклонение центра давления от среднего положения в сагиттальном направлении (вперед—назад) [18];

3) средняя скорость v центра давления;

4) площадь S эллипса, содержащего 95 % точек траектории центра давления;

5) показатель качества функции равновесия (КФР), оценивающий равномерность распределения векторов скоростей центра давления на опорной поверхности. КФР считается стабильным стабиллометрическим показателем [19];

6) коэффициент резкого изменения направления движения (КРИНД) — доля тех оценок векторов скорости, угол отклонения каждого из которых отличается от предыдущей оценки вектора более чем на 45° . При имеющейся информации о частоте обновления оценок вектора скорости центра давления этот коэффициент характеризует высокочастотные составляющие управления движением [19].

Два первых параметра во многом характеризуют управление отдельными группами мышц при удержании вертикальной позы во фронтальном и сагиттальном направлениях [20]. Остальные параметры носят интегративный характер и учитывают влияние всех модальностей.

Помимо традиционных параметров для основных проб рассчитывались показатели диффузионного анализа, таких как показатель Херста. Подобные показатели были разработаны для моделей частичного броуновского движения [21]. Применение таких показателей в стабиллометрии нашло отражение в современных исследованиях [22, 23]. Эти показатели характеризуют изменение механизма управления удержанием вертикальной позы человеком. Они могут оцениваться различными способами [24]. Для определенности в настоящем исследовании мы анализировали оценку показателя Херста отдельно для фронти и сагиттали, вычисляемую в соответствии с работой [22]. Для этого вычислялись значения стабиллометрических диффузионных функций $D_f(\Delta)$ (Stabilogram Diffusion Function, SDF) по формуле

$$D_f(\Delta) = \sum_{i=1}^{N-m(\Delta)} \frac{[x(t_{i+m(\Delta)}) - x(t_i)]^2}{N - m(\Delta)},$$

где Δ — интервал времени; $x(t_i)$ — значение координаты центра давления в момент времени t_i ; N — общее число моментов времени измерений координат центра давления; $m(\Delta)$ — число моментов времени измерений координат центра давления на интервале продолжительностью Δ . Для стабиллометрической диффузионной функции $D_f(\Delta)$ строится график в логарифмических осях, показанный на рис. 3. Для

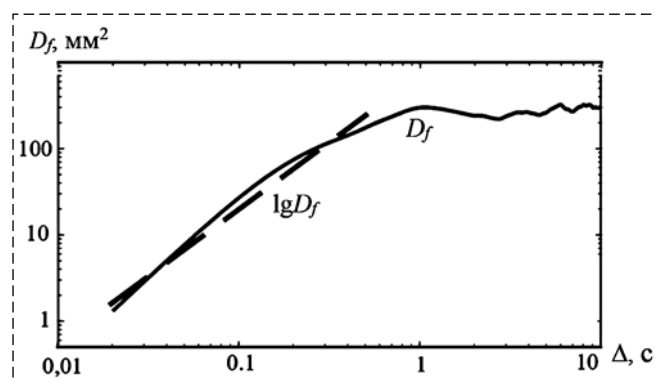


Рис. 3. Характерный вид стабиллометрической диффузионной функции $D_f(\Delta)$ и ее приближения, используемого для определения показателя Херста

Fig. 3. Typical form of the stabilometric diffusion function $D_f(\Delta)$ and its approximation used to determine the Hurst exponent

частичного броуновского движения традиционно используется модель

$$D_f(\Delta) \sim \Delta^{2H},$$

где H называется показателем Херста. Половина коэффициента наклона касательной графика $D_f(\Delta)$ в логарифмических осях и является оценкой для H . Считается, что изменение показателя Херста соответствует изменению стратегии управления при регуляции вертикальной позы у человека [22, 23]. Характерный вид функции $D_f(\Delta)$ приведен на рис. 3. Часто эта функция имеет излом в районе $\Delta = 1$ с. Поведение функции после излома менее стабильно. В связи с этим в настоящей работе для оценки H использована оценка наклона $D_f(\Delta)$ в логарифмических осях для $\Delta \leq 1$ с, полученная методом наименьших квадратов. При обработке данных обследований использовано изменение этого показателя.

Тест со ступенчатым отклонением выполнялся в режиме "стабилометрической пробы". Человек стоял на платформе стабилоанализатора с закрытыми глазами. В ходе теста он должен был по команде быстро изменить положение туловища в сагиттальной плоскости за счет изменения угла в голеностопном суставе на произвольный угол, меньший, чем максимально возможное отклонение. По прошествии 10 с человек по команде совершал обратное движение. Такой цикл также повторялся 5 раз. Из предшествующих исследований [15, 25, 26] известно, что в этом тесте наиболее информативными представляются латентный период (интервал времени между получением команды и началом движения) и средняя скорость "броска" [14] — скорость движения центра давления при выполнении этого движения. При принятом режиме выполнения проб определение латентного периода затруднено, поэтому в исследовании учитывалась только скорость "броска".

Для *окулографических* обследований в качестве анализируемого параметра была выбрана средняя скорость слежения v_s . В каждой точке окулограммы была найдена численная производная. Участки знакопостоянства зависимости угловой скорости глаза от времени, на которых рассматриваемая величина принимала значения, достигавшие сотен градусов в секунду, были отнесены к быстрым фазам нистагма (саккадам). Промежутки между быстрыми фазами — медленные фазы нистагма, во время которых происходит отслеживание. Скорость, с которой движется глаз при отслеживании, в идеале должна с точностью до единиц градусов в секунду соответствовать угло-

вой скорости движения изображения относительно наблюдателя. Для анализа картины в целом было проведено осреднение угловой скорости по всем моментам времени, принадлежащим медленным фазам.

Результаты обследований

В соответствии со сказанным выше для регистрации стабилметрических показателей использовался стабилоанализатор "Стабилан-01-2" и видеоокулограф ICS Impulse. Для количественной оценки влияния кратковременного полета на функциональное состояние человека анализировалось изменение постурологических и окулографических характеристик испытуемого.

В обследовании приняли участие 14 испытуемых-добровольцев обоего пола (3 женского пола и 11 мужского) в возрасте от 19 до 60 лет, у которых провели 21 пару предполетных и послеполетных обследований. Один из испытуемых имеет опыт пилотирования легкомоторных летательных аппаратов. В 13 случаях испытуемый совершал полет в условиях ограничения видимости.

Поскольку пробы проводились в "ускоренном темпе" при укороченном интервале между пробами, сравнивать значения параметров с их "опорными" значениями, известными из литературы, некорректно. В этой ситуации важную роль приобретает анализ изменения этих значений за время полета при соблюдении заданной последовательности проб и хронометража обследований. В табл. 1 приведены медианные значения разностей стабилметрических параметров, вычисленных по результатам различных проб, проведенных непосредственно после полета и в период, предшествующий полету. В табл. 2 приведены средние квадратические значения отклонений этих параметров.

Разброс приведенных значений оказывается значительным и не позволяет делать однозначные выводы. Это во многом связано со спецификой распределения значений параметров. На рис. 4 приведены различные характерные гистограммы распределения приращения стабилметрических показателей. Приведенные распределения, как и прочие, имеют многочисленные существенные отклонения от средних значений, которые могли быть вызваны условиями проведения конкретных проб. Следует отметить, что такой разброс наблюдался и в результатах обследований отдельного добровольца в случае, если тесты проводились в различные дни.

Для получения более стабильных оценок для значимости каждого параметра и пробы

введем величину, равную доле пар проведенных проб, для которых значение соответствующего показателя после полета больше, чем значение в предполетной пробе. Эту величину можно считать оценкой вероятности увеличения соответствующего параметра в результате летной нагрузки. В случае значений этой доли, существенно меньших 0,5, можно говорить о снижении соответствующего параметра. Значения таких оценок приведены в табл. 3. Значения оценок, свидетельствующие об одно-

направленном изменении параметра с вероятностью большей, чем 0,7, выделены в табл. 3 жирным шрифтом (без подчеркивания отмечены случаи увеличения, подчеркнуты значения, соответствующие случаям уменьшения).

Однозначного вывода о влиянии ограничения визуального восприятия и сложности полета полученные данные делать не позволяют.

Аналогичная ситуация отмечается и для параметров диффузионного анализа. Разброс изменения их значений также велик и не обла-

дает желаемой регулярностью, что хорошо видно из табл. 4. Тем не менее заметно, что разброс значений показателя Херста для колебаний в сагиттальном направлении значительно возрастает, а среднее значение самого показателя у человека, вставшего на пластину пенополиуретана заметно снижается. Следует также отметить, что если до полетной нагрузки при вставании на пластину пенополиуретана показатель Херста снижался у 63 % испытуемых, по сравнению с со значением в фоновой пробе, то после полета этот эффект отмечен у 100 % испытуемых.

Отметим также результаты стабилметрического теста со "ступенчатым отклонением", при котором человек по команде совершал быстрые наклоны на небольшой угол за счет изменения угла в голеностопном суставе. Этот тест совершали восемь добровольцев. Особенности проведения теста не позволяли определять с достаточной точностью латентный период, и в исследовании сравнивались значения сагиттальной составляющей средней скорости центра давления при выполнении быстрой фазы движения. Среднее значение скорости до полетной нагрузки составило 10,4 мм/с, а после летной нагрузки — 10,2 мм/с при среднем квадратическом отклонении (СКО) 0,3 и 0,15 мм/с соответственно. Среднее снижение скорости составило 0,2 мм/с при СКО 0,3 мм/с. Эти

Таблица 1

Медианные значения разностей стабилметрических параметров, вычисленных по результатам различных проб, проведенных непосредственно после полета и в период, предшествующий полету
Differences median values in stabilometric parameters calculated based on the the results in tests. Tests carried out immediately after the flight and in the period preceding the flight

Проба	$\Delta\sigma_x$, мм	$\Delta\sigma_y$, мм	Δv , мм/с	ΔS , мм ²	$\Delta KФР$	$\Delta KРИНД$
Линии вправо	0,3	0,67	0,47	27,4	-1,4	0,88
Фон (ГО)	-0,09	-0,04	0,97	-0,9	-1,96	-0,23
Линии влево	0,47	-0,41	0,56	-1,6	-1,11	-0,2
Голова вверх	-0,1	-0,18	-0,52	-2,3	2,05	0,62
Голова вправо	0,08	0,69	0,33	56,6	-2,08	0,61
Фон (ГЗ)	-0,23	-0,2	-0,54	-16,7	0,96	0,47
Поролон ГЗ 1...20 с	1,2	2,58	6,49	657,5	-0,95	0,02
Поролон ГЗ 20...40 с	1,66	1,2	1,13	328,7	-0,4	-1,29
Поролон ГЗ 40...60 с	1,26	0,42	2,65	265	-2,19	0,23
Фон (ГО)	-0,29	0,61	-0,02	-4,4	0,23	0,77

Таблица 2

Средние квадратические значения отклонений разностей стабилметрических параметров, вычисленных по результатам различных проб, проведенных непосредственно после полета и в период, предшествующий полету
Standard deviations in stabilometric parameters calculated based on the the results in tests. Tests carried out immediately after the flight and in the period preceding the flight

Проба	$\Delta\sigma_x$, мм	$\Delta\sigma_y$, мм	Δv , мм/с	ΔS , мм ²	$\Delta KФР$	$\Delta KРИНД$
Линии вправо	0,51	1,15	1,36	51,2	3,81	3,99
Фон (ГО)	0,73	1,81	2,16	71,4	8,48	3,59
Линии влево	0,86	1,47	1,87	51,6	6,50	2,63
Голова вверх	1,17	0,96	2,74	109	7,35	1,22
Голова вправо	0,99	1,23	2,11	105	5,73	1,59
Фон (ГЗ)	0,67	2,01	1,34	124	4,38	2,29
Поролон ГЗ 1...20 с	2,99	4,42	13,0	983	3,77	1,53
Поролон ГЗ 20...40 с	2,41	2,15	8,57	411	5,01	1,63
Поролон ГЗ 40...60 с	2,28	1,57	4,82	581	4,24	1,93
Фон (ГО)	1,15	1,10	1,58	103	5,60	2,03

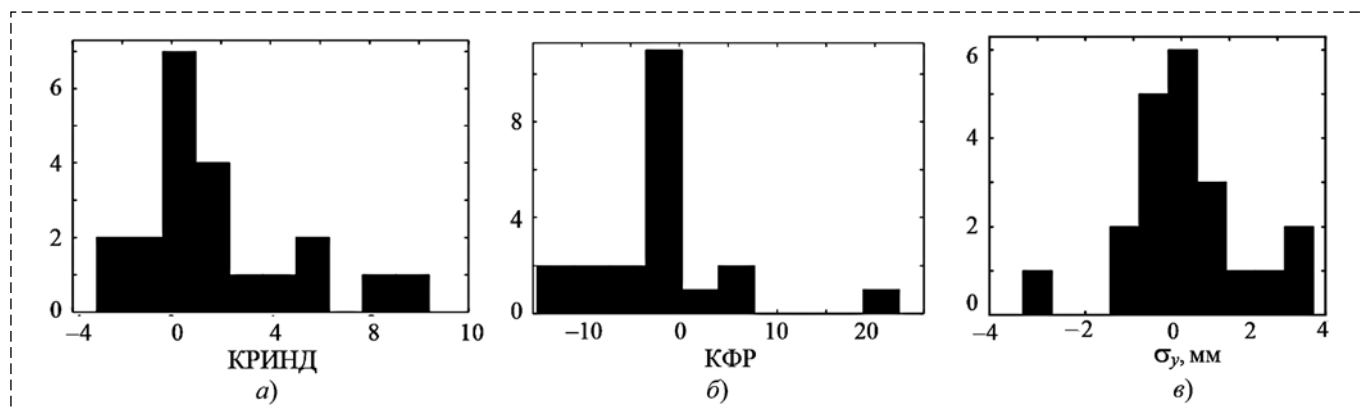


Рис. 4. Характерные гистограммы распределения приращения стабилометрических показателей:

a — изменение КРИНД для фоновой пробы с открытыми глазами; *b* — изменение КФР в пробе "полосы вправо"; *c* — изменение σ_y в пробе с поднятой головой

Fig. 4. Characteristic histograms of the distribution of the increment of stabilometric indicators:

a — change in coefficient of sudden change of direction for the background test with open eyes; *b* — change in quality indicator of the equilibrium function in the "band to the right" sample; *c* — change in σ_y in the head up test

Таблица 3

Оценка вероятности положительности разностей стабилометрических параметров, вычисленных по результатам различных проб, проведенных непосредственно после полета и в период, предшествующий полету

The estimated probability that deviations in stabilometric parameters calculated based on the results in tests are positive. Tests carried out immediately after the flight and in the period preceding the flight

Проба	σ_x	σ_y	ν	S	КФР	КРИНД
Линии вправо	0,71	0,71	0,76	0,67	0,19	0,57
Фон (ГО)	0,43	0,48	0,71	0,48	0,29	0,48
Линии влево	0,62	0,38	0,57	0,48	0,43	0,48
Голова вверх	0,48	0,43	0,38	0,48	0,62	0,67
Голова вправо	0,67	0,62	0,52	0,67	0,38	0,52
Фон (ГЗ)	0,43	0,43	0,38	0,43	0,57	0,57
Поролон ГЗ 1...20 с	0,62	0,76	0,76	0,67	0,38	0,52
Поролон ГЗ 20...40 с	0,57	0,62	0,62	0,67	0,43	0,29
Поролон ГЗ 40...60 с	0,67	0,57	0,76	0,76	0,24	0,52
Фон (ГО)	0,48	0,62	0,48	0,38	0,52	0,81

Таблица 4

Средние значения и средние квадратические отклонения показателя Херста H_s для обследуемых, стоящих с закрытыми глазами в ортоградной позе (фоновая проба в тесте с наклоном головы) и на пластине пенополиуретана

Hurst exponent H_s mean values and standard deviations in tests: person standing with closed eyes in an orthograde posture (baseline sample in the head tilt test) and on a foam plate

Направление	Условия выполнения пробы	Среднее до	СКО до	Среднее после	СКО после
Фронталь	Фон	0,72	0,05	0,73	0,06
	Пенополиуретан	0,71	0,06	0,72	0,05
Сагитталь	Фон	0,74	0,05	0,75	0,15
	Пенополиуретан	0,66	0,06	0,67	0,04

цифры не выглядят очень убедительными, однако при этом снижение средней скорости наблюдалось у 75 % обследуемых. Этот фактор также свидетельствует в пользу изменения психофизиологического состояния обследуемых

С помощью видеоокулографа ICS Impulse также у 14 добровольцев провели 21 пару предполетных и послеполетных обследований. Регистрировался оптокинетический нистагм. В результате теста оценивали скорость поворота зора на участках прослеживания — медленных фазах нистагма. После полетов в 80 % случаев в пробе "полосы вправо" и 70 % — в пробе "полосы влево" наблюдается снижение скорости слежения в ответ на идентичную зрительную стимуляцию. На рис. 5 приведены оценки ρ плотности распределения скоростей медленных фаз нистагма, возникающего при оптокинетической стимуляции (движений, соответствующих слежению). Статистические характеристики скорости движения глаза приведены в табл. 5, из которой видно, что, как и для стабилометрии, разброс статистических характеристик велик.

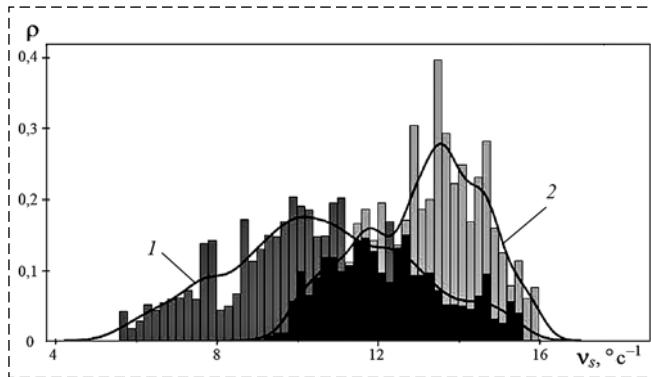


Рис. 5. Характерные распределения скоростей v_s медленных фаз нистагма, возникающего при оптокинетической стимуляции. Огибающие распределения скоростей медленных фаз нистагма после полета (1) и до полета (2)

Fig. 5. Characteristic velocity distributions of the slow phases of nystagmus that occurs during optokinetic stimulation. Nystagmus slow phases velocity distributions histogram envelope after flight (1) and before flight (2)

Таблица 5

Статистические характеристики скорости движения зрачка при окулографическом обследовании в ходе оптокинетического теста

Statistical characteristics of eye movement velocity in the optokinetic test

Параметр	Тест "полосы влево"		Тест "полосы вправо"	
	До	После	До	После
Скорость движения зрачка, град/с (соотв. пику распределения)	11,6	9,44	12,6	9,91
СКО, %с	2,35	1,94	2,20	2,39
Доля проб для которых отмечено снижение средней скорости	0,8		0,7	

Тем не менее, доля проб, в которых средняя скорость снижалась, значительна.

Уменьшение средней скорости после полета при предъявлении одинакового стимула означает уменьшение времени четкого видения, следовательно, и объема высоко детализированной зрительной информации. Этот вывод можно сделать из того, что для получения информации с фовеальной зоны сетчатки глаза необходимо стабилизировать изображение объекта. Следовательно, рассогласование скоростей должно быть минимально. При неизменной скорости оптокинетической стимуляции снижение средней скорости прослеживающих движений равносильно увеличению относительной скорости изображения объекта на сетчатке глаза.

Отмеченная закономерность может означать, что непривычная для человека композиция вестибулярных раздражителей, возникающая при движении летательного аппарата, значимо влияет на управление глазодвигательной системой.

Подведем итоги проведенных исследований. Изменение постурологических и окулографических параметров, порожденное летной нагрузкой, отличаются большой вариабельностью и очень индивидуальны. Выявить пробу и параметр, претерпевающий значимое изменение для любого человека, не удастся. На эффект от более аккуратного проведения проб и создания существенно более комфортных условий их проведения рассчитывать затруднительно. В этих условиях возможен путь проведения исследований большой группы добровольцев, испытывавших воздействие летной нагрузки.

Достаточно удачным представляется выбор проб оптокинетического теста. Значительная вероятность однонаправленного изменения ряда стабилметрических параметров в проведенных пробах, возможно, связана с тем, что эти пробы проводились после полета первыми. Тем не менее, эти изменения подкреплены также результатами окулографических исследований. Эффективными представляются также начальная фаза пробы с удержанием человеком равновесия на неустойчивом основании при закрытых глазах. Следует отметить, что наблюдаемое изменение параметров в этой пробе противоположно по направлению изменениям, вызванным адаптацией человека к непривычным условиям.

К параметрам, наиболее перспективным для оценки изменения функционального состояния человека за время полета, следует отнести среднюю скорость центра давления, показатель качества функции равновесия (КФР), изменение показателя Херста при переходе с твердого основания на пластину пенополиуретана. Значительный интерес представляет также средняя скорость слежения взора за подвижным изображением. Проведенные дополнительные наблюдения при проведении окулографических исследований показали, что информативность этого параметра может быть повышена в результате подбора скорости движения полос в оптокинетическом тесте.

Предполагается, что полученные результаты могут быть использованы для оценки качества симуляции полета с использованием тренажерных стендов.

Список литературы

1. Волошин Н. В., Михеев Ю. В. и др. Проведение исследований на КТС Ан-26Б, Ил-86 и др. для обоснования допусков воспроизведения эргономических характе-

ристик системы "летчик—самолет" в системе "летчик—тренажер". Отчет по НИР 1.01.02.151* НЭЦ АУВД, гос. рег. No 01860095154. М., 1988.

2. **Judy A. D.** A Study of Flight Simulation Training Time, Aircraft Training Time, and Pilot Competence as Measured by The Naval Standard Score: PhD. diss. Lakeland(USA). Southeastern University. 2018. 82 p. URL: <https://firescholars.seu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1021&context=coe> (дата обращения 15.03.2022)

3. **Руководство** по летной эксплуатации самолета Z-142. Воронеж, 2015. 81 с.

4. **Boril J., Jirgl M., Jalovecky R.** Use of Flight Simulators in Analyzing Pilot Behavior // IFIP Advances in Information and Communication Technology book series (IFIPAICT). 2016. Vol. 475. P. 255—263. DOI: 10.1007/978-3-319-44944-9_22.

5. **Сериков В. В., Юшкова О. И., Богданова В. Е.** и др. Оценка функционального состояния организма летчиков во время смоделированного полета на тренажере // Вестник ТвГУ. Серия: Биология и экология. 2020. № 1. С. 17—30.

6. **Жильцова И. И., Альжев Н. В.** Опыт применения компьютерной стабилотграфии для предполетного и послеполетного контроля функционального состояния организма летчиков // Военно медицинский журнал. 2020. № 12. С. 47—54.

7. **Переяслов Г. А., Слива С. С.** Методическое обеспечение стабилотанализатора "СТАБИЛАН—01" // Известия ТРТУ. 2002. Тематический выпуск: МИС-2002. С. 82—88.

8. **Chen X., Wang Q., Luo C.** et al. Increased functional dynamics in civil aviation pilots: Evidence from a neuroimaging study // PLOS ONE. 2020. V. 15, N. 6. URL: <https://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0234790> (дата обращения 15.03.2022).

9. **Kiroi V., Aslanyan E., Bakhtin O.** EEG Correlates of the Functional State of Pilots during Simulated Flights // Neuroscience and Behavioral Physiology. 2016. Vol. 46, N. 4. P. 374—381.

10. **Feng Ch., Wanyan X., Yang K.** et al. A comprehensive prediction and evaluation method of pilot workload // Technology and health care: official journal of the European Society for Engineering and Medicine. 2018. Vol. 26, N.1. P. 1—14.

11. **Благинин А. А., Котов О. В., Жильцова И. И.** и др. Возможности компьютерной стабилотграфии в оценке функционального состояния организма оператора авиакосмического профиля // Военно медицинский журнал. 2016. № 8. С. 51—57

12. **Пальчун В. Т., Кунельская Н. Л., Горбушева И. А.** и др. Современные методы диагностики вестибулярных расстройств // Лечебное дело. 2006. № 1. С. 53—60.

13. **Лихачев С. А., Марьенко И. П.** СтатокINETическая характеристика вестибулярной дисфункции у пациентов

с васкулярной компрессией преддверно-улиткового нерва // Журнал неврологии и психиатрии им. С. С. Корсакова. 2015. № 7. С. 35—39.

14. **Руководство** пользователя "Стабилан-01-2": программно-методическое обеспечение компонент стабилотграфического комплекса Stabmed2. ЗАО "ОКБ "РИТМ", Таганрог, 2011. 279 с.

15. **Кручинин П. А.** Анализ результатов стабилотметрических тестов со ступенчатым воздействием с точки зрения механики управляемых систем // Биофизика. 2019. Т. 64, № 5. С. 1010—1020.

16. **Белополюский В. И.** Взор человека: механизмы, модели, функции. М.: Институт психологии РАН, 2007. 415 с.

17. **Якушев А. Г., Каспранская Г. Р., Сучалкина А. Ф., Штефанова О. Ю.** Математическое моделирование нистагма как механизма стабилизации взора при движении // Известия Института инженерной физики. 2009. № 14. С. 27—31.

18. **Скворцов Д. В.** Клинический анализ движений. Стабилотметрия. М.: АОЗТ "Антидор", 2000. 192 с.

19. **Доценко В. И., Усачев В. И.** Стабилотметрия в диагностике постуральных нарушений в клинической практике: векторный анализ статокINETизграммы // Реабилитация. 2018. № 2(17). С. 13—15.

20. **Кручинин П. А.** Механические модели в стабилотметрии // Российский журнал биомеханики. 2014. Т. 18, № 2. С. 184—193.

21. **Mandelbrot B. B., Van Ness J. W.** Fractional Brownian motions, fractional noises and applications // SIAM Rev. 1968. Vol. 10. P. 422—437.

22. **Collins J. J., De Luca C. J.** Open-loop and closed-loop control of posture: A random walk analysis of center-of-pressure trajectories // Experimental Brain Research. 1993. Vol. 95(2). P. 308—318.

23. **Лях Ю. Е., Горшков О. Г., Гурьянов В. Г., Выхованец Ю. Г.** Моделирование механизмов саморегуляции вертикальной позы человека // Клин. информатика и телемедицина. 2011. № 8. С. 16—20.

24. **Schmittbuhl J., Vilotte J.-P., Roux S.** Reliability of self-affine measurements // Physical Review E. 1995. Vol. 51(1). P. 131—147.

25. **Муртазина Е. П.** Функциональные особенности выполнения стабилотграфических тестов у испытуемых с различными антропометрическими данными // Изв. ЮФУ. Техн. науки. 2009. № 9(98). С. 123—127.

26. **Шлыков В. Ю., Киреева Т. Б., Левик Ю. С.** Изменения стабилотграфических показателей у больных паркинсонизмом // Изв. ЮФУ. Техн. науки. 2008. № 6(83). С. 112—114.

Quantification of Changes in the Functional Status of a Person During the Aircraft Flight

P. A. Kruchinin, pkruich@mech.math.msu.su, **A. P. Kruchinina**, anna.kruchinina@math.msu.ru,
I. A. Kudryashov, Ilya.kudryashov.85@gmail.com, **A. A. Liubkevich**, antonlyu@mail.ru,
Ya. Yu. Minyaylo, minyailo_yana@mail.ru, **M. A. Podoprikhin**, podoprikhin.maxim@gmail.com,
V. A. Chertopolokhov, Psvr@vrmsu.ru,
Lomonosov Moscow State University, 119992, Moscow, Russian Federation

Corresponding author: **Kruchinin P. A.**, PhD., Associate Professor, Faculty of Mechanics and Mathematics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119992, Russian Federation, e-mail: pkruich@mech.math.msu.su

Accepted on August 5, 2022

Abstract

The article is devoted to the approach to the quantitative estimation of changes in the functional state of a person during an airplane flight based on the results of stabilometric and oculographic examinations of airplane passengers carried out before and after the flight. Fourteen volunteers of both sexes participated in the study. They performed 21 pairs of pre-flight and post-flight examinations. For the existing sample of volunteers, parameters were identified that had

a consistent trend of change. These parameters include visual tracking quality and stabilometric characteristics. In 70 % probes a decrease in the slow phases of optokinetic nystagmus average speed was noted. In most volunteers, changes in the stabilometric parameters for the optokinetic test and the balance test on an unstable support in the form of foam plate are noticeable. The tracking speeds, the average velocity of the pressure center, and the quality index of the equilibrium function decreased after the flight in more than 70 % of all samples. It was noted that the Hurst index after the flight decreased compared to background sample, during get up on the polyurethane foam plate in the vast majority of volunteers. In test before the flight the change in this parameter was multidirectional. In a stabilometric test with a "stepped deviation", in which a volunteer on command made quick bends at a small angle due to a change in the angle in the ankle joint, 75 % of the subjects after the flights showed a decrease in the average speed.

Keywords: functional state of a person, flight load, posturology, stabilometry, optokinetic response, nystagmus, visual following, flight load.

Acknowledgements: The paper was prepared within the Program of creation and development of the world-class research center "Sverhzhvuk" in 2020—2025 under financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (agreement № 075-15-2020-923).

The authors express special gratitude to the pilots and personnel of the Vkhrevo airfield.

For citation:

Kruchinin P. A., Kruchinina A. P., Kudryashov I. A., Liubkevich A. A., Minyaylo Ya. Yu., Podoprikhin M. A., Chertopolokhov V. A. Quantification of Changes in the Functional Status of a Person During the Aircraft Flight, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 12, pp. 651—660.

DOI: 10.17587/mau.23.651-660

References

1. Voloshin N. V., Mikheev Yu. V. et al. Conducting research on the An-26B, Il-86, etc. CTS to substantiate the tolerances for reproducing the ergonomic characteristics of the "pilot-aircraft" system in the "pilot-simulator" system, *Otchet po NIR 1.01.02.151* NEC AUVD*, reg. No 01860095154, Moscow, 1988 (in Russian).
2. Judy A. D. A Study of Flight Simulation Training Time, Aircraft Training Time, and Pilot Competence as Measured by The Naval Standard Score, PhD. diss. Lakeland(USA). Southeastern University, 2018, 82 p., available at: <https://firescholars.seu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1021&context=coe> (date of access 15.03.2022)
3. Aircraft flight manual Z-142, Voronezh, 2015, 81 p. (in Russian).
4. Boril J., Jirgl M., Jalovecky R. Use of Flight Simulators in Analyzing Pilot Behavior, *IFIP Advances in Information and Communication Technology book series (IFIPACT)*, 2016, vol. 475, pp. 255—263, DOI: 10.1007/978-3-319-44944-9_22.
5. Serikov V. V., Yushkova O. I., Bogdanova V. E. et al. Assessment of the functional state of the pilot organism during the simulated flight on the simulator, *Vestnik TvGU. Seriya: Biologiya i Ekologiya*, 2020, no.1, pp. 17—30 (in Russian).
6. Zhiltsova I. I., Alzhev N. V. Experience of using computer posturography for pre-flight and post-flight control of the functional state of the body of pilots, *Voenno medicinskiy zhurnal*, 2020, no. 12, pp. 47—54 (in Russian).
7. Pereyaslov G. A., Sliva S. S. Methodological support of the stabiloanalyzer "STABILAN — 01", *Izvestiya TRTU*, 2002, Thematic issue: MIS-2002, pp. 82—88 (in Russian).
8. Chen X., Wang Q., Luo C. et al. Increased functional dynamics in civil aviation pilots: Evidence from a neuroimaging study, *PLOS ONE*, 2020, vol. 15, no. 6, available at: <https://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0234790> (date of the application 15.03.2022).
9. Kiroi V., Aslanyan E., Bakhtin O. EEG Correlates of the Functional State of Pilots during Simulated Flights, *Neuroscience and Behavioral Physiology*, 2016, vol. 46, no. 4, pp. 374—381.
10. Feng Ch., Wanyan X., Yang K. et al. A comprehensive prediction and evaluation method of pilot workload, *Technology and health care: official journal of the European Society for Engineering and Medicine*, 2018, vol. 26, no. 1, pp. 1—14.
11. Blaginin A. A., Kotov O. V., Zhiltsova I. I. et al. Possibilities of computerstabilography as a part of evaluation of functional state of aerospace operator's organism, *Voenno medicinskiy zhurnal*, 2016, no. 8, pp. 51—57 (in Russian).
12. Pal'chun V. T., Kunel'skaya N. L., Gorbushova I. A. et al. Modern methods for diagnosing vestibular disorders, *Lechebnoe delo*, 2006, no. 1, pp. 53—60 (in Russian).
13. Likhachev S. A., Mar'enko I. P. Statokinetic characteristics of vestibular dysfunction in patients with vascular compression of the cochleo-vestibular nerve, *Zhurnal Nevrologii i psikiatrii imeni S. S. Korsakova*, 2015, no. 115(7), pp. 35—39 (in Russian).
14. User manual "Stabilan-01-2": software and methodological support for the components of the stabilographic complex, ZAO "OKB "RITM", Taganrog, 2011, 279 p. (in Russian).
15. Kruchinin P. A. Analysis of the results of stabilometric tests with a stepwise input action in the context of the mechanics of controlled systems, *Biophysics*, 2019, vol. 64, no. 5, pp. 818—827.
16. Belopolskii V. I. Human gaze: mechanisms, models, functions, Moscow, Institut psikhologii RAN, 2007, 415 p. (in Russian).
17. Yakushev A. G., Kaspranskaya G. R., Suchalkina A. F., Shtefanova O. Yu. Mathematical modeling of nystagmus as a mechanism of gaze stabilization during movement, *Izvesiya Instituta inzhenernoy fiziki*, 2009, no. 14, pp. 27—31 (in Russian).
18. Skvorcov D. V. Clinical analysis of movements, Stabilometry, Moscow, AOZT "Antidor", 2000, 192 p. (in Russian).
19. Docenko V. I., Usachev V. I. Stabilometry in the diagnosis of postural disorders in clinical practice: vector analysis of the statokinesigram, *Reabilitatsiya*, 2018, no. 2(17), pp. 13—15.
20. Kruchinin P. A. Mechanical models of stabilometry, *Russian Journal of Biomechanics*, 2014, vol. 18, no. 2, pp. 184—193.
21. Mandelbrot B. B., Van Ness J. W. Fractional Brownian motions, fractional noises and applications, *SIAM Rev.*, 1968, vol. 10, pp. 422—437.
22. Collins J. J., De Luca C. J. Open-loop and closed-loop control of posture: A random walk analysis of center-of-pressure trajectories, *Experimental Brain Research*, 1993, vol. 95(2), pp. 308—318.
23. Liakh Yu. E., Gorshkov O. G., Gurianov V. G., Vikhovnets Yu. G. Modeling the mechanisms of self-regulation of the vertical posture of a person, *Klinicheskaya informatika i telemedicine*, 2011, no. 8, pp. 16—20 (in Russian).
24. Schmittbuhl J., Vilotte J.-P., Roux S. Reliability of self-affine measurements, *Physical Review E*, 1995, vol. 51(1), pp. 131—147.
25. Murtasina E. P. Functional features of performing stabilographic tests in subjects with different anthropometric data, *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki*, 2009, no. 9(98), pp. 123—127 (in Russian).
26. Shlikov V. Yu., Kireeva T. B., Levik Yu. S. Changes in stabilographic parameters in patients with parkinsonism, *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki*, 2008, no. 6(83), pp. 112—114 (in Russian).

В. И. Воротников, д-р физ.-мат. наук, профессор, vorotnikov-vi@rambler.ru,
Сочинский институт Российского университета дружбы народов

О построении управляющих моментов в задаче одноосной переориентации твердого тела при неконтролируемых помехах

Решается задача одноосной переориентации асимметричного твердого тела посредством управляющих моментов внешних сил. На управляющие моменты накладываются заданные геометрические ограничения. Учитываются внешние неконтролируемые помехи, статистическое описание которых отсутствует. Предполагается, что управляющие моменты внешних сил "подаются" на связанные с телом главные центральные оси инерции.

Процесс управления моделируется нелинейной конфликтно-управляемой системой обыкновенных дифференциальных уравнений, включающей динамические уравнения Эйлера и кинематические уравнения в переменных Пуассона. Управляющие моменты формируются по принципу обратной связи как нелинейные функции (разрывные) фазовых переменных рассматриваемой конфликтно-управляемой системы. Выбор таких функций определяется следующими обстоятельствами: 1) решение исходной нелинейной задачи переориентации можно свести к решению линейных игровых антагонистических задач (с нефиксированным временем окончания); 2) при отсутствии помех управляющие моменты являются субоптимальными по быстрдействию; 3) переориентация достигается одним пространственным разворотом без дополнительных ограничений на характер результирующего движения (типа плоского поворота и др.) Решения замкнутой системы управления понимаются в смысле А. Ф. Филиппова.

Указана оценка допустимых уровней внешних неконтролируемых помех в зависимости от заданных ограничений на управляющие моменты, вывод которой опирается на указанную трактовку решений. Данная оценка является достаточным условием, при котором обеспечивается гарантированное решение рассматриваемой задачи переориентации за конечное время посредством предложенной конструкции управляющих моментов. Дается итерационный алгоритм нахождения параметров управляющих моментов, которые определяют гарантированное время переориентации.

Ключевые слова: одноосная переориентация асимметричного твердого тела, неконтролируемые помехи, нелинейные законы управления

Введение

Задачи управления переориентацией (пространственным разворотом) асимметричного твердого тела представляют теоретический и прикладной интерес в таких областях, как динамика космических аппаратов [1–4], а также робототехника и биомеханика. Эти задачи рассматриваются и решаются в разных постановках, включая традиционные задачи стабилизации заданного положения в пространстве или разворот за конечное (заданное заранее или минимально возможное) время. Управление осуществляется либо посредством моментов внешних сил (создаваемых специальными двигателями), либо посредством моментов внутренних сил (создаваемых, например, двигателями-маховиками). Процесс управления ориентацией часто моделируется нелинейной управляемой системой, включающей динамические уравнения Эйлера и кинематические

уравнения в переменных Родрига–Гамильтона или Пуассона. При этом предполагается, что управляющие моменты внешних сил "подаются" на связанные с телом главные центральные оси инерции. Такая схема широко используется при разработке систем управления ориентацией в космической технике и робототехнике.

Одним из методов решения указанных задач является метод линеаризации обратной связью, позволяющий провести линеаризацию исходной нелинейной управляемой системы по части или по всем ее фазовым переменным. Систематическое развитие данного метода началось в 80-е годы прошлого столетия с позиций алгебр Ли [5–8], а также при изучении задач частичной устойчивости (стабилизации) динамических систем [9, 10]. Применительно к нелинейным задачам управления при неконтролируемых помехах метод получил развитие в работе [11] (см. также [10]), где линеаризирующая обратная связь используется для построе-

ния "возмущенной" линейной вспомогательной системы, которая трактуется как конфликтно-управляемая. По общей направленности такой подход примыкает к методу декомпозиции нелинейных управляемых систем [12, 13].

В рамках этого подхода рассмотрена [14, 15] нелинейная задача трехосной переориентации асимметричного твердого тела при игровой модели помех; получены оценки [16] допустимых уровней помех в зависимости от заданных "геометрических" ограничений на управляющие моменты внешних сил. В данной статье, в отличие от работ [14–16], рассматривается задача одноосной переориентации. Процесс управления моделируется нелинейной управляемой системой, включающей динамические уравнения Эйлера и кинематические уравнения Пуассона. В этом случае в отличие от работ [14–16] меняется структура вспомогательной линейной конфликтно-управляемой системы, что приводит к изменению оценки допустимых уровней помех.

Постановка задачи

Рассмотрим динамическую систему уравнений Эйлера

$$\begin{aligned} A_1 \dot{x}_1 + (A_3 - A_2)x_2x_3 &= u_1 + v_1; \\ A_2 \dot{x}_2 + (A_1 - A_3)x_1x_3 &= u_2 + v_2; \\ A_3 \dot{x}_3 + (A_2 - A_1)x_1x_2 &= u_3 + v_3, \end{aligned} \quad (1)$$

описывающих вращательное (угловое) движение твердого тела относительно центра масс. В системе (1): x_i — проекции вектора угловой скорости тела на главные центральные оси инерции тела; u_i — проекции управляющего момента на те же оси; моменты v_i характеризуют действующие на тело внешние силы и неконтролируемые возмущения, которые отождествляются либо с неопределенными факторами ("природой"), либо с разумно действующим противником. Здесь и далее $i = 1, 2, 3$; суммирование по индексу i ведется от 1 до 3. Обозначим $\mathbf{x}$, $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ — векторы, компонентами которых являются соответственно переменные x_i , u_i , v_i .

Наряду с уравнениями (1) рассмотрим определяющие ориентацию твердого тела кинематические уравнения Пуассона:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_1 &= \gamma_2\gamma_3 - \gamma_3\gamma_2; & \dot{\gamma}_2 &= \gamma_3\gamma_1 - \gamma_1\gamma_3; \\ \dot{\gamma}_3 &= \gamma_1\gamma_2 - \gamma_2\gamma_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Переменные γ_i , образующие вектор $\boldsymbol{\gamma}$, связаны равенством

$$\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1. \quad (3)$$

Управляющие моменты $u_i = u_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\gamma})$ формируются по принципу обратной связи; их реализации $u_i[t]$ являются измеримыми функциями, которые удовлетворяют заданным "геометрическим" ограничениям

$$|u_i| \leq \alpha_i = \text{const} > 0. \quad (4)$$

Помехи v_i могут реализовываться в виде любых измеримых функций $v_i = v_i[t]$ в рамках ограничений

$$|v_i| \leq \beta_i = \text{const} > 0; \quad (5)$$

какие-либо вероятностные характеристики помех неизвестны.

Неравенства (4) и (5) определяют покомпонентную форму учета ограничений на управления u_i и помехи v_i . Связь между значениями α_i и β_i уровней управлений u_i и помех v_i априори неизвестна и устанавливается в процессе решения рассматриваемой далее задачи.

Задача одноосной переориентации: требуется найти управляющие моменты u_i , при любых допустимых реализациях неконтролируемых помех v_i переводящие тело за *конечное* время из начального состояния $\boldsymbol{\gamma}(t_0) = \boldsymbol{\gamma}_0$ в заданное $\boldsymbol{\gamma}(t_1) = \boldsymbol{\gamma}_1$. Оба состояния являются состояниями покоя $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}(t_1) = \mathbf{0}$. Момент времени $t_1 > t_0$ не фиксируется.

Замечания. 1⁰. Не нарушая общности, далее считаем $\boldsymbol{\gamma}_1 = (0, 1, 0)$. Случай произвольного начального и конечного положений тела будет рассмотрен при описании алгоритма решения поставленной задачи управления.

2⁰. С формальной математической точки зрения решения системы (1)–(3) понимаются в смысле А. Ф. Филиппова [17] как абсолютно непрерывные функции $\mathbf{x}[t]$, $\boldsymbol{\gamma}[t]$, удовлетворяющие при почти всех значениях $t \in [t_0, t_1]$ соответствующей системе дифференциальных включений.

3⁰. Ограничения на управляющие моменты u_i в форме (4) соответствуют трем парам "фиксированных" двигателей, соответствующим образом закрепленных относительно тела.

Предлагаемый подход к решению

Продифференцируем по времени обе части первого и третьего уравнений системы (2), заменяя $\dot{x}_i$ их выражениями из системы (1). После преобразований получаем равенства

$$\begin{aligned}\ddot{\gamma}_1 &= \dot{\gamma}_2 x_3 - \dot{\gamma}_3 x_2 + \gamma_2 \dot{x}_3 - \gamma_3 \dot{x}_2 = \\ &= \frac{1}{A_3} u_3 \gamma_2 - \frac{1}{A_2} u_2 \gamma_3 + f_1(\mathbf{x}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{v}); \\ \ddot{\gamma}_3 &= \dot{\gamma}_1 x_2 - \dot{\gamma}_2 x_1 + \gamma_3 \dot{x}_2 - \gamma_2 \dot{x}_1 = \\ &= \frac{1}{A_2} u_2 \gamma_1 - \frac{1}{A_1} u_1 \gamma_2 + f_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{v}),\end{aligned}\quad (6)$$

в которых

$$\begin{aligned}f_1 &= \gamma_3 x_1 x_3 - \gamma_1 (x_3^2 + x_2^2) + \gamma_2 x_1 x_2 + \\ &+ \frac{A_1 - A_2}{A_3} \gamma_2 x_1 x_2 - \frac{A_3 - A_1}{A_2} \gamma_3 x_1 x_3 + \\ &+ \frac{1}{A_3} \gamma_2 v_3 - \frac{1}{A_2} \gamma_3 v_2; \\ f_2 &= \gamma_2 x_2 x_3 - \gamma_3 (x_1^2 + x_2^2) + \gamma_1 x_3 x_1 + \\ &+ \frac{A_3 - A_1}{A_2} \gamma_1 x_3 x_1 - \frac{A_2 - A_3}{A_1} \gamma_2 x_3 x_2 + \\ &+ \frac{1}{A_2} \gamma_1 v_2 - \frac{1}{A_1} \gamma_2 v_1.\end{aligned}$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned}u_1^* &= \frac{1}{A_3} u_3 \gamma_2 - \frac{1}{A_2} u_2 \gamma_3; \quad u_2^* = \frac{1}{A_2} u_2; \\ u_3^* &= \frac{1}{A_2} u_2 \gamma_1 - \frac{1}{A_1} u_1 \gamma_2; \\ v_1^* &= f_1(\mathbf{x}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{v}); \quad v_2^* = \frac{1}{A_2} [v_2 + (A_3 - A_1) x_1 x_3]; \\ v_3^* &= f_2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\gamma}, \mathbf{v})\end{aligned}$$

и будем трактовать уравнения (6) и второе уравнение системы (1) как вспомогательную линейную конфликтно-управляемую систему

$$\ddot{\gamma}_1 = u_1^* + v_1^*; \quad \ddot{\gamma}_3 = u_3^* + v_3^*; \quad \dot{x}_2 = u_2^* + v_2^*, \quad (7)$$

в которой u_i^* , v_i^* — соответственно вспомогательные управления и помехи.

При этом "исходные" управляющие моменты u_i имеют вид

$$\begin{aligned}u_1 &= \frac{A_1}{\gamma_2} (-u_1^* + \gamma_1 u_2^*); \quad u_2 = A_2 u_2^*; \\ u_3 &= \frac{A_3}{\gamma_2} (u_1^* + \gamma_3 u_2^*).\end{aligned}\quad (8)$$

При трактовке равенств (6) как конфликтно-управляемой системы (7) в данном случае имеет место зависимость вспомогательных помех v_i^* не только от $\mathbf{v}$, но и от $\boldsymbol{\gamma}$, $\mathbf{x}$. Это "плата" за достижение указанной структуры управляющих моментов u_i . Однако указанная особенность структуры v_i^* не является препятствием для решения поставленной задачи переориентации на основе анализа системы (7).

Решая первое и третье уравнения системы (2) как алгебраические относительно x_j ($j = 1, 3$), получаем равенства

$$x_1 = \frac{1}{\gamma_2} (-\dot{\gamma}_3 + \gamma_1 x_2), \quad x_3 = \frac{1}{\gamma_2} (\dot{\gamma}_1 + \gamma_3 x_2). \quad (9)$$

Поэтому решение задачи приведения системы (7) в положение $\gamma_j = \dot{\gamma}_j = 0$ ($j = 1, 3$) с поддержанием координаты x_2 в положении $x_2 = 0$ означает решение исходной нелинейной задачи одноосной переориентации твердого тела посредством управляющих моментов (8).

Задачу управления для конфликтно-управляемой системы вида (7) трактуем как дифференциальную игру. В ней один из игроков ("союзник") распоряжается u_i^* и стремится уменьшить время τ приведения системы в требуемое положение. В распоряжении другого игрока ("противника"), стремящегося увеличить время τ или вообще избежать приведения системы в требуемое положение, — вспомогательные возмущения v_i^* .

Для разрешимости данной задачи требуется, чтобы уровни u_i^* были выше уровней v_i^* . Ограничения примем в виде

$$|u_i^*| \leq \alpha_i^*, \quad |v_i^*| \leq \beta_i^* = \rho_i \alpha_i^*, \quad 0 < \rho_i < 1.$$

При фиксированных значениях α_i^* , β_i^* решение может быть найдено на основе решения задач оптимального быстродействия (с теми же краевыми условиями) для системы [18]

$$\ddot{\gamma}_j = (1 - \rho_j) u_j^* \quad (j = 1, 3); \quad (10)$$

$$\dot{x}_2 = (1 - \rho_2) u_2^*. \quad (11)$$

Решение задачи оптимального быстродействия для линейных систем типа (10), (11) имеет вид [19]

$$u_j^*(\gamma_j, \dot{\gamma}_j) = \begin{cases} \alpha_j^* \operatorname{sgn} \psi_j(\gamma_j, \dot{\gamma}_j), & \psi_j \neq 0; \\ \alpha_j^* \operatorname{sgn} \gamma_j = -\alpha_j^* \operatorname{sgn} \dot{\gamma}_j, & \psi_j = 0; \end{cases} \quad (12)$$

$$\psi_j = -\dot{\gamma}_j - \frac{2\alpha_j^*(1-\rho_j)}{\gamma_j|\gamma_j|};$$

$$u_2^*(x_2) = \begin{cases} -\alpha_2^* \operatorname{sgn} x_2, & x_2 \neq 0; \\ 0, & x_2 = 0. \end{cases} \quad (13)$$

При $v_j^* \neq -\rho_j u_j^*$ в случае системы дифференциальных уравнений (10), (12) движение на фазовых плоскостях будет сначала происходить (до достижения кривых переключений $\psi_j = 0$) между дуг парабол, являющихся траекториями систем дифференциальных уравнений $\ddot{\gamma}_j = (1 \pm \rho_j)u_j^*$ ($j = 1, 3$) при u_j^* вида (12). В окрестности кривых переключений фазовые траектории с обеих сторон подходят к этим кривым. Поэтому после попадания на кривые переключений движение будет происходить вдоль этих кривых в скользящем режиме до достижения требуемых конечных значений $\gamma_j = \dot{\gamma}_j = 0$.

В случае дифференциального уравнения (11), (13) в окрестности положения $x_2 = 0$ фазовые траектории направлены навстречу друг другу и, следовательно, не могут покинуть положение $x_2 = 0$. При этом решению $x_2 = 0$ соответствуют бесконечно частые переключения управления u_2^* , которые ассоциируются со скользящим режимом.

Величина

$$\tau = \max(\tau_j), \quad \tau_j = 2 \sqrt{\frac{|\gamma_{j0}|}{\alpha_j^*(1-\rho_j)}} \quad (14)$$

определяет минимальное гарантированное время управления в рассматриваемой игровой задаче для системы (7).

Замечания. 1⁰. Структура (8) управляющих моментов u_i формально приводит к "особенности" (разрывы 2-го рода), возникающей при $\gamma_2 = 0$. Однако в процессе управления имеет место включение $|\gamma_2| \in [|\gamma_{20}|, 1]$, и указанной особенности не возникает.

2⁰. Пусть $\gamma_1 \neq (0, 1, 0)$. Чтобы избежать "особенности", в этом случае достаточно перейти к управляющим моментам, получающимся из (8) перестановкой индексов (или к комбинации таких управляющих моментов).

Итерационный алгоритм решения

На основе предложенного подхода можно сформулировать итерационный алгоритм решения задачи одноосной переориентации твердого тела посредством управляющих моментов u_i вида (8), (12), (13):

1. Определение уровней α_i^* вспомогательных управлений u_i^* , для которых не нарушаются заданные ограничения (4) на управляющие моменты u_i .

2. "Назначение" пробных уровней β_i^* вспомогательных помех v_i^* (так, что $\alpha_i^* > \beta_i^*$), определяющих значения ρ_i и гарантированное время переориентации τ .

3. Проверка фактического выполнения неравенств $|v_i^*| \leq \beta_i^*$ на множестве состояний системы (7), (12), (13).

Если оценки $|v_i^*| \leq \beta_i^*$ не выполняются или, наоборот, есть "резерв" в их выполнении, необходимо продолжить поиск подходящих чисел α_i^* . В противном случае переориентация осуществляется за время τ , определяемое соотношением (14).

Замечания. 1⁰. Возможен также "обратный" вариант указанного алгоритма, предполагающий: 1) "назначение" пробных значений не только уровней β_i^* вспомогательных помех v_i^* , но и гарантированного времени переориентации τ (что предопределяет значения уровней α_i^* вспомогательных управлений u_i^*); 2) проверку фактического выполнения неравенств $|v_i^*| \leq \beta_i^*$ на множестве состояний системы (7), (12), (13).

2⁰. В случае $\gamma_1 \neq (0, 1, 0)$ указанный итерационный алгоритм можно использовать применительно к управляющим моментам, получающимся из (8) перестановкой индексов.

Оценка допустимых уровней помех

Укажем прямую оценку допустимых уровней помех v_i , определяющих возможности решения исходной нелинейной задачи одноосной переориентации твердого тела посредством управляющих моментов (8) на основе предложенного алгоритма.

Введем обозначение

$$\Gamma_j = \frac{|\gamma_{20}|}{A_j \sqrt{1 + \gamma_{j0}^2}} \alpha_j.$$

Теорема. Если область помех v_i определяется неравенствами

$$\sqrt{\left(\frac{\beta_j}{A_j}\right)^2 + 2\left(\frac{\beta_2}{A_2}\right)^2} < \Gamma_j \quad (j = 1, 3); \quad \beta_2 < \alpha_2, \quad (15)$$

то задача одноосной переориентации может быть решена посредством управляющих моментов (8), (12), (13), удовлетворяющих ограничениям (4).

Доказательство. При фиксированных α_i^*, β_i^* на множестве состояний системы (7), (12), (13) имеют место неравенства [16]

$$\gamma_1^2 \leq \gamma_{10}^2; \gamma_2^2 \geq \gamma_{20}^2; \gamma_3^2 \leq \gamma_{30}^2; \quad (16)$$

$$\max \dot{\gamma}_j^2 = \frac{1}{\alpha_j^*} |\gamma_{j0}| (\alpha_j^{*2} - \beta_j^{*2}) \quad (j = 1, 3). \quad (17)$$

Дальнейшее доказательство разобьем на три этапа, выделенных при описании итерационного алгоритма решения рассматриваемой задачи одноосной переориентации твердого тела.

Этап 1. Определим значения α_i^* равенствами

$$\alpha_1^* = \sqrt{\left(\frac{\beta_3}{A_3}\right)^2 + \left(\frac{\beta_2}{A_2}\right)^2} + \varepsilon_1; \alpha_2^* = \frac{\beta_2}{A_2} + \varepsilon_2; \quad (18)$$

$$\alpha_3^* = \sqrt{\left(\frac{\beta_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{\beta_2}{A_2}\right)^2},$$

в которых $\varepsilon_i > 0$ — достаточно малые постоянные. При выполнении условий (15) достаточно малые значения $\varepsilon_i > 0$ можно выбрать так, чтобы выполнялись неравенства

$$\sqrt{\alpha_1^{*2} + \alpha_2^{*2}} \leq \Gamma_3; \sqrt{\alpha_3^{*2} + \alpha_2^{*2}} \leq \Gamma_1; \quad (19)$$

$$A_2 \alpha_2^* \leq \alpha_2.$$

Учитывая соотношения (16), (17), при выполнении условий (15) для управляющих моментов u_i вида (8) при указанных достаточно малых значениях $\varepsilon_i > 0$ получаем следующие оценки:

$$\begin{aligned} |u_1| &\leq \frac{A_1}{|\gamma_{20}|} (\alpha_3^* + |\gamma_{10}| \alpha_2^*) \leq \\ &\leq \frac{A_1}{|\gamma_{20}|} \sqrt{(1 + \gamma_{10}^2)(\alpha_3^{*2} + \alpha_2^{*2})} \leq \\ &\leq \frac{A_1}{|\gamma_{20}|} \sqrt{1 + \gamma_{10}^2} \Gamma_1 = \alpha_1; \\ |u_2| &\leq \alpha_2; \\ |u_3| &\leq \frac{A_3}{|\gamma_{20}|} (\alpha_1^* + |\gamma_{30}| \alpha_2^*) \leq \\ &\leq \frac{A_3}{|\gamma_{20}|} \sqrt{(1 + \gamma_{30}^2)(\alpha_1^{*2} + \alpha_2^{*2})} \leq \\ &\leq \frac{A_3}{|\gamma_{20}|} \sqrt{1 + \gamma_{30}^2} \Gamma_3 \leq \alpha_3. \end{aligned}$$

Это значит, что при сделанном выборе α_i^* исходные ограничения (4) на управляющие моменты (8) выполнены.

Этап 2. Выберем значения $\varepsilon_i^* > 0$ из условий $0 < \varepsilon_i^* < \varepsilon_i$ и "назначим" уровни β_i^* вспомогательных помех v_i^* так, что

$$\beta_j^* = \alpha_j^* - \varepsilon_j^* \quad (j = 1, 3), \quad \beta_2^* = \alpha_2^* - \varepsilon_2^*. \quad (20)$$

В этом случае выполнены неравенства $\alpha_i^* > \beta_i^*$.

Этап 3. При выбранных значениях α_i^*, β_i^* в процессе переориентации тела значения $\dot{\gamma}_j$ будут оставаться достаточно малыми на основании соотношений (17). Поскольку в процессе переориентации тела координата x_2 поддерживается в положении $x_2 = 0$, то из соотношений (9) следует, что в процессе переориентации тела значения переменных x_1, x_3 также будут оставаться достаточно малыми.

В результате в процессе переориентации тела будут иметь место соотношения

$$|v_1^*| \leq \sqrt{\left(\frac{\beta_3}{A_3}\right)^2 + \left(\frac{\beta_2}{A_2}\right)^2} + \delta_1;$$

$$|v_3^*| \leq \sqrt{\left(\frac{\beta_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{\beta_2}{A_2}\right)^2} + \delta_3;$$

$$|v_2^*| \leq \frac{\beta_2}{A_2} + \delta_2,$$

где $\delta_i > 0$ — достаточно малые постоянные, зависящие от значений $\varepsilon_i - \varepsilon_i^*$ и "размера" предельного цикла в окрестности положения $x_2 = 0$.

Поэтому, полагая $\varepsilon_i - \varepsilon_i^* \rightarrow 0$, имеем

$$|v_j^*| \leq \beta_j^* < \alpha_j^* \quad (j = 1, 3), \quad |v_2^*| \leq \beta_2^* < \alpha_2^*$$

и, следовательно, в процессе переориентации тела будут выполнены неравенства $\alpha_i^* > \beta_i^*$ и $|v_i^*| \leq \beta_i^*$. Теорема доказана.

Замечания. 1⁰. Оценка (15) имеет характер достаточных условий и непосредственно связана с предложенной конструкцией (8) управляющих моментов. Эта оценка гарантирует решение задачи переориентации твердого тела посредством управляющих моментов (8), (12), (13) при достаточно большом (хотя и конечном) значении τ .

2⁰. Обоснование условий (15) существенно опирается на трактовку решений по А. Ф. Филиппову уравнения (10), (12) и системы (11), (13). В частности, предполагается существование решения $x_2 = 0$ уравнения (10), (12); при наличии малой задержки в переключениях вспомогательного управления u_2^* имеет место режим переключений u_2^* , которому соответствует [20] предельный цикл малого "размера" в окрестности положения $x_2 = 0$.

Пример

Для твердого тела с $A_1 = 4 \cdot 10^4$, $A_2 = 8 \cdot 10^4$, $A_3 = 5 \cdot 10^4$ (кг·м²) рассмотрим задачу одноосной переориентации из начального положения $\gamma_{10} = 0,4$, $\gamma_{30} = 0,5$ (рад) в заданное положение равновесия $\gamma_1 = \gamma_3 = 0$, $\gamma_2 = 1$. Усложняя задачу, допустим, что $x_{10} = 0,05$, $x_{20} = 0,10$, $x_{30} = 0,07$ (рад/с).

Пусть задано гарантированное время переориентации $\tau = 70$ (с) и уровни $\beta_1 = 36,6$, $\beta_2 = 32$, $\beta_3 = 34,6$ (Н·м) помех v_i . Оценим, какие ресурсы потребуются в этом случае для переориентации тела посредством управляющих моментов u_i вида (8), (12), (13). Для упрощения расчетов полагаем $\tau_i = \tau$, что означает "выравнивание" гарантированного времени переориентации по каждой из переменных γ_1 , γ_3 , x_2 .

Учитывая равенства (18), (20), значения

$$\sqrt{\left(\frac{\beta_3}{A_3}\right)^2 + \left(\frac{\beta_2}{A_2}\right)^2} = 0,8 \cdot 10^{-3};$$

$$\sqrt{\left(\frac{\beta_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{\beta_2}{A_2}\right)^2} = 10^{-3} \text{ (рад/с}^2\text{)};$$

$$\beta_2 = 0,4 \cdot 10^{-3} A_2$$

можно использовать для "назначения" пробных уровней β_i^* вспомогательных помех v_i^* : $\beta_1^* = 10^{-3}$, $\beta_2^* = 0,6 \cdot 10^{-3}$, $\beta_3^* = 1,2 \cdot 10^{-3}$ (рад/с²).

Тогда, имея в виду равенства

$$\tau_j = \frac{\dot{\gamma}_{j0} + 2\sqrt{\gamma_{j0}(\alpha_j^* - \beta_j^*) + 0,5\dot{\gamma}_{j0}^2}}{\alpha_j^* - \beta_j^*} = \tau \quad (j = 1, 3);$$

$$\tau_2 = \frac{x_{20}}{\alpha_2^* - \beta_2^*} = \tau,$$

находим уровни α_i^* вспомогательных управлений u_i^* :

$$\alpha_1^* = 1,44 \cdot 10^{-3}; \quad \alpha_2^* = 2,03 \cdot 10^{-3};$$

$$\alpha_3^* = 1,66 \cdot 10^{-3} \text{ (рад/с}^2\text{)}.$$

Для оценки v_i^* на множестве состояний линейной системы (7), (12), (13) при заданных начальных данных вместо (16), (17) используем соотношения

$$\max \gamma_j = \frac{\dot{\gamma}_{j0}^2}{2(\alpha_j^* - \beta_j^*)} + \gamma_{j0};$$

$$\max \dot{\gamma}_j =$$

$$= \max\{|\dot{\gamma}_{j0}|, \sqrt{[\gamma_{j0}(\alpha_j^* + \beta_j^*) + 0,5\dot{\gamma}_{j0}^2](1 - \rho_j)}\}.$$

Проверяя фактическое выполнение неравенств $|v_i^*| \leq \beta_i^*$ на множестве состояний линейной системы (7), (12), (13), заключаем, что неравенство $|v_1^*| \leq 10^{-3}$ не подтверждается (в рамках используемых оценок).

Назначим новые уровни β_i^* вспомогательных помех:

$$\beta_1^* = 1,2 \cdot 10^{-3}; \quad \beta_2^* = 0,8 \cdot 10^{-3};$$

$$\beta_3^* = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ (рад/с}^2\text{)}.$$

В данном случае на основании равенств (21) имеем:

$$\alpha_1^* = 1,64 \cdot 10^{-3}; \quad \alpha_2^* = 2,23 \cdot 10^{-3};$$

$$\alpha_3^* = 1,81 \cdot 10^{-3} \text{ (рад/с}^2\text{)}.$$

Расчет показывает, что в этом случае назначенные уровни β_i^* подтверждаются.

Оценим, какие ресурсы потребуются для переориентации посредством управляющих моментов u_i вида (8), (12), (13). Ограничимся двумя случаями.

1. Случай $v_i^* = -\rho_i u_i^*$ "наихудших" v_i^* . В этом случае v_i^* максимально задерживают приведение вспомогательной линейной системы (7), (12), (13) в требуемое положение $\gamma_j = \dot{\gamma}_j = 0$, $x_2 = 0$. Расчет показывает, что в данном случае уровни управляющих моментов (8) следующие:

$$\alpha_1 = 101,95; \quad \alpha_2 = 178,29; \quad \alpha_3 = 181,70 \text{ (Н·м)}.$$

Управляющие моменты u_1 , u_3 являются кусочно-непрерывными функциями с разрывами при $t = 36,8$ и $t = 39,3$ (с); управляющий момент u_2 является непрерывной функцией.

2. Случай $v_i^* \equiv 0$ отсутствия помех. Расчет показывает, что

$$\alpha_1 = 127,8; \quad \alpha_2 = 178,3; \quad \alpha_3 = 179,9 \text{ (Н·м)}.$$

Заключение

Предложен конструктивный метод построения управляющих моментов в задаче одноосной переориентации асимметричного твердого тела при неконтролируемых помехах. Метод основан на выборе позиционных управляющих моментов, позволяющих свести решение рассматриваемой нелинейной задачи к простейшим игровым антагонистическим задачам.

В рамках трактовки по А. Ф. Филиппову решений замкнутой системы управления указана оценка допустимых уровней внешних неконтролируемых помех в зависимости от заданных ограничений на управляющие моменты. Дается итерационный алгоритм нахождения параметров управляющих моментов, которые определяют гарантированное время переориентации.

Предложенная конструкция управляющих моментов может быть эффективно использована в случаях, когда начальные возмущения угловой скорости тела являются достаточно малыми, в то время как начальное угловое отклонение связанной с телом фиксированной оси от заданного направления в пространстве может быть достаточно большим.

Отметим, что имеются другие, не использующие линеаризацию обратной связью, подходы к анализу нелинейных задач переориентации асимметричного твердого тела при внешних помехах и зашумленных измерениях, основанные на методах конфликтного управления с целевым функционалом, адаптивного управления, функций Ляпунова, а также на методах стохастического анализа (см., например, работы [21–30]). В связи с рассматриваемым в статье подходом укажем на задачи переориентации твердого тела при внешних неконтролируемых помехах посредством двигателей-маховиков [31–33].

Список литературы

1. Раушенбах Б. В., Токарь Е. Н. Управление ориентацией космических аппаратов. М.: Наука, 1974. 598 с.
2. Junkins J. L., Turner J. D. Optimal Spacecraft Rotational Maneuvers. Amsterdam: Elsevier, 1986. 515 p.
3. Зубов В. И. Лекции по теории управления. М.: Наука, 1975. 495 с.
4. Wertz J. R. (ed.). Spacecraft Attitude Determination and Control. Springer Science & Business Media, 2012. 858 p.
5. Isidori A. Nonlinear Control Systems. Berlin: Springer-Verlag, 1985. 297 p.
6. Nijmeijer H., Van der Schaft A. J. Nonlinear Control Systems. Berlin: Springer-Verlag, 1990. 467 p.
7. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб: Наука, 2000. 549 с.
8. Красношеченко В. И., Крищенко А. П. Нелинейные системы: геометрические методы анализа и синтеза. М.: Изд-во МГТУ, 2005. 521 с.
9. Воротников В. И. Устойчивость динамических систем по отношению к части переменных. М.: Наука, 1991. 288 с.
10. Vorotnikov V. I. Partial Stability and Control. Boston: Birkhauser, 1998. 448 p.
11. Воротников В. И. О нелинейном синтезе ограниченных управлений при помехах // Докл. РАН. 1994. Т. 337. № 1. С. 44–47.
12. Черноусько Ф. Л., Ананьевский И. М., Решмин С. А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006. 328 с.

13. Решмин С. А. Метод декомпозиции в задаче управления лагранжевой системой с дефицитом управляющих параметров // Прикладная математика и механика. 2010. Т. 74, Вып. 1. С.151–169.
14. Воротников В. И. О синтезе ограниченных управлений в игровой задаче переориентации асимметричного твердого тела // ДАН. 1995. Т. 343, № 5. С. 630–634.
15. Воротников В. И. О построении игровых ограниченных управлений для нелинейных динамических систем // Прикладная математика и механика. 1997. Т. 61, Вып. 1. С. 63–74.
16. Воротников В. И., Румянцев В. В. Устойчивость и управление по части координат фазового вектора: теория, методы и приложения. М.: Научный мир, 2001. 320 с.
17. Филиппов А. Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Наука, 1985. 216 с.
18. Красовский Н. Н. Игровые задачи о встрече движений. М.: Наука, 1970. 420 с.
19. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 392 с.
20. Емельянов С. В., Корвин С. К. Новые типы обратной связи. Управление при неопределенности. М.: Физматлит, 1997. 352 с.
21. Park Y. Robust and Optimal Attitude Stabilization of Spacecraft with External Disturbances // Aerospace Science and Technology. 2005. Vol. 9, N. 3. P. 253–259.
22. Ding S. H., Li S. H. Stabilization of the Attitude of a Rigid Spacecraft with External Disturbances using Finite-Time Control Techniques // Aerospace Science and Technology. 2009. Vol.13, N. 4–5. P. 256–265.
23. Xia Y. Q., Zhu Z., Fu M. Y., Wang S. Attitude Tracking of Rigid Spacecraft with Bounded Disturbances // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2011. Vol. 58, N. 2. P. 647–659.
24. Lu K., Xia Y., Zhu Z., Basin M. V. Sliding Mode Attitude Tracking of Rigid Spacecraft with Disturbances // Journal of the Franklin Institute. 2012. Vol. 349, N. 2. P. 413–440.
25. Gui H., Jin L., Xu S. Simple Finite-Time Attitude Stabilization Laws for Rigid Spacecraft with Bounded Inputs // Aerospace Science and Technology. 2015. Vol. 42. P. 176–186.
26. Hu Q., Niu G. Attitude Output Feedback Control for Rigid Spacecraft with Finite-Time Convergence // ISA Transactions. 2017. Vol. 70. P. 173–186.
27. Zhou Z. G., Zhang Y. A., Shi X. N., Zhou D. Robust Attitude Tracking for Rigid Spacecraft with Prescribed Transient Performance // International Journal of Control. 2017. Vol. 90, N. 11. P. 2471–2479.
28. Song Z., Duan C., Su H., Hu J. Full-Order Sliding Mode Control for Finite-Time Attitude Tracking of Rigid Spacecraft // IET Control Theory & Applications. 2018. Vol. 12, N. 8. P. 1086–1094.
29. Cao S., Guo L., Ding Z. Event-Triggered Anti-Disturbance Attitude Control for Rigid Spacecrafts with Multiple Disturbances // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2021. Vol. 31, N. 2. P. 344–357.
30. Петрищев В. Ф. Энергосберегающий алгоритм управления переориентацией космического аппарата по зашумленным измерениям // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 7. С. 474–483.
31. Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. К нелинейной задаче одноосной переориентации трехроторного гиростата при игровой модели помех // Автоматика и телемеханика. 2012. № 9. С. 35–48.
32. Воротников В. И., Мартышенко Ю. Г. К задаче переориентации трехроторного гиростата при неконтролируемых внешних помехах // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 6. С. 414–419.
33. Воротников В. И., Вохмянина А. В. К нелинейной задаче "прохождения" трехроторным гиростатом заданного углового положения в пространстве при неконтролируемых внешних помехах // Космические исследования. 2018. Т. 56, Вып. 5. С. 396–402.

On Control Moments Construction for Uniaxial Reorientation Problem of Rigid Body under Disturbances

V. I. Vorotnikov, vorotnikov-vi@rambler.ru,

Sochi institute of the RUDN, Sochi, 354340, Russian Federation

Corresponding author: Vorotnikov Vladimir I., Dr. Sci. (Phys. & Math.), Professor, Sochi institute of the RUDN, Sochi, 354340, Russian Federation, e-mail: vorotnikov-vi@rambler.ru

Accepted on August 5, 2022

Abstract

The problem of uniaxial reorientation of an asymmetric rigid body is solved by means of external control moments. The given geometric restrictions are imposed on the control moments. External uncontrolled interference is taken into account, the statistical descriptions of which is not available. It is assumed that the control moments of external forces are "applied" to the main central axes of inertia connected with the body. The control process is modeled by a nonlinear conflict-controlled system of ordinary differential equations, including dynamic Euler equations and kinematic equations in Poisson variables. The control moments are formed according to the feedback principle as nonlinear functions (discontinuous) of the phase variables of the considered conflict-controlled system. The choice of such functions is determined by the following circumstances: 1) the solution of the original nonlinear reorientation problem can be reduced to the solution of linear antagonistic game problems (with an unfixed end time); 2) in the absence of interference, the control moments are time-suboptimal; 3) reorientation is achieved by one spatial turn without additional restrictions on the nature of the resulting movement (such as a flat turn, etc.). Solutions of the closed control system are understood in the Filippov sense. An estimate of admissible levels of external uncontrolled interference depending on the given restrictions on the control moments is indicated, the conclusion of which is based on the indicated interpretation of the solutions. This estimate is a sufficient condition under which a guaranteed solution of the reorientation problem is provided in finite time by means of proposed constructions of control moments. An iterative algorithm is given for finding the control moment parameters that determine the guaranteed reorientation time.

Keywords: uniaxial reorientation of asymmetric rigid body, external disturbances, game-theoretical approach, nonlinear control moments

For citation:

Vorotnikov V. I. On Control Moments Construction for Uniaxial Reorientation Problem of Rigid Body under Disturbances, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 12, pp. 661–669.

DOI: 10.17587/mau.23.661-669

References

1. Raushenbakh B. V., Tokar' E. N. Reorientation Control, Moscow, Nauka, 1974, 598 p. (in Russian).
2. Junkins J. L., Turner J. D. Optimal Spacecraft Rotational Maneuvers, Amsterdam, Elsevier, 1986, 515 p.
3. Zubov V. I. Theorie de la Commande, Moscow, Mir, 1978, 365 p. (in Russian).
4. Wertz J. R. (ed.). Spacecraft Attitude Determination and Control, Springer Science & Business Media, 2012, 858 p.
5. Isidori A. Nonlinear Control Systems, Berlin, Springer-Verlag, 1985, 297 p.
6. Nijmeijer H., Van der Schaft A. J. Nonlinear Control Systems, Berlin, Springer-Verlag, 1990, 467 p.
7. Fradkov A. L., Miroshnik I. V., Nikiforov V. O. Nonlinear and Adaptive Control of Complex Systems, Dordrecht, Kluwer Acad. Publ., 1999, 528 p. (in Russian).
8. Krasnoshchchenko V. I., Krishchenko A. P. Nonlinear Systems: Geometric Methods of Analysis and Synthesis, Moscow, Publishing house of MG TU, 2005, 521 p. (in Russian).
9. Vorotnikov V. I. Stability Dynamical Systems with Respect to a Part of the Variables, Moscow, Nauka, 1991, 288 p. (in Russian).
10. Vorotnikov V. I. Partial Stability and Control, Boston: Birkhauser, 1998, 448 p.
11. Vorotnikov V. I. On Nonlinear Synthesis of Bounded Control in the Presence of Disturbances, *Physics-Doklady*, 1994, vol. 39, no. 7, pp. 519–522 (in Russian).
12. Chernousko F. L., Ananievski I. M., Reshmin S. A. Control of Nonlinear Dynamical Systems: Methods and Applications, Berlin, Springer-Verlag, 2008, 398 p. (in Russian).
13. Reshmin S. A. The Decomposition Method for a Control Problem for an Underactuated Lagrangian System, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2010, vol. 74, no. 1, pp. 108–121 (in Russian).
14. Vorotnikov V. I. On Bounded Control Synthesis in a Game Theory Problem of Reorientation of an Asymmetric Solid, *Physics-Doklady*, 1995, vol. 40, no. 8, pp. 421–425 (in Russian).
15. Vorotnikov V. I. The Construction of Bounded Game-Theoretic Control for Nonlinear Dynamical Systems, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1997, vol. 61, no. 1, pp. 63–74 (in Russian).
16. Vorotnikov V. I., Rumyantsev V. V. Stability and Control with Respect to a Part of the Phase Coordinates of Dynamic Systems: Theory, Methods and Applications, Moscow, Nauchnyy mir, 2001, 320 p. (in Russian).
17. Filippov A. F. Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides, Springer Science & Business Media, 2013, 304 p. (in Russian).
18. Krasovskii N. N. Rendezvous Game Problems, US Joint Publications Research Service, 1971, 356 p. (in Russian).
19. Pontryagin L. S., Boltyanskii V. G., Gamkrelidze R. V., Mishenko E. F. The Mathematical Theory of Optimal Processes. New York, Interscience, 1962, 360 p. (in Russian).
20. Emelyanov S. V., Korovin S. K. Control of Complex and Uncertain Systems: New Types of Feedback, Springer Science & Business Media, 2012, 322 p. (in Russian).
21. Park Y. Robust and Optimal Attitude Stabilization of Spacecraft with External Disturbances, *Aerospace Science and Technology*, 2005, vol. 9, no. 3, pp. 253–259.
22. Ding S. H., Li S. H. Stabilization of the Attitude of a Rigid Spacecraft with External Disturbances using Finite-Time

Control Techniques, *Aerospace Science and Technology*, 2009, vol.13, no. 4–5, pp. 256–265.

23. Xia Y. Q., Zhu Z., Fu M. Y., Wang S. Attitude Tracking of Rigid Spacecraft with Bounded Disturbances, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, vol. 58, no. 2, pp. 647–659.

24. Lu K., Xia Y., Zhu Z., Basin M. V. Sliding Mode Attitude Tracking of Rigid Spacecraft with Disturbances, *Journal of the Franklin Institute*, 2012, vol. 349, no. 2, pp. 413–440.

25. Gui H., Jin L., Xu S. Simple Finite-Time Attitude Stabilization Laws for Rigid Spacecraft with Bounded Inputs, *Aerospace Science and Technology*, 2015, vol. 42, pp. 176–186.

26. Hu Q., Niu G. Attitude Output Feedback Control for Rigid Spacecraft with Finite-Time Convergence, *ISA Transactions*, 2017, vol. 70, pp. 173–186.

27. Zhou Z. G., Zhang Y. A., Shi X. N., Zhou D. Robust Attitude Tracking for Rigid Spacecraft with Prescribed Transient Performance, *International Journal of Control*, 2017, vol. 90, no. 11, pp. 2471–2479.

28. Song Z., Duan C., Su H., Hu J. Full-Order Sliding Mode Control for Finite-Time Attitude Tracking of Rigid Spacecraft, *IET Control Theory & Applications*, 2018, vol. 12, no. 8, pp. 1086–1094.

29. Cao S., Guo L., Ding Z. Event-Triggered Anti-Disturbance Attitude Control for Rigid Spacecrafts with Multiple Disturbances, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, vol. 31, no. 2, pp. 344–357.

30. Petrishchev V. F. Power-Efficient Algorithm for the Spacecraft Reorientation Control by Noisy Measurements, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 7, pp. 474–483 (in Russian).

31. Vorotnikov V. I., Martyshenko Yu. G. On the Nonlinear Uniaxial Reorientation Problem for a Three-Rotor Gyrostat in the Game Noise Model, *Automation and Remote Control*, 2012, vol. 73, no. 9, pp. 1469–1480 (in Russian).

32. Vorotnikov V. I., Martyshenko Yu. G. To Problem of Tree-Rotor Gyrostat Reorientation under Uncontrolled External Disturbances, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 6, pp. 414–419 (in Russian).

33. Vorotnikov V. I., Vokhmyanina A. V. Revisiting the Nonlinear Problem of the Passage of a Three-Rotor Gyrostat through a Given Angular Position in Space under Uncontrollable External Disturbances, *Cosmic Research*, 2018, vol. 56, nn. 5, pp. 382–387 (in Russian).



29–31 мая 2023 г.
г. Санкт-Петербург, Россия
АО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор"



XXX Санкт-Петербургская Международная конференция по интегрированным навигационным системам

Тематика конференции

- Инерциальные датчики, системы навигации и ориентации
- Интегрированные системы навигации и управления движением
- Глобальные навигационные спутниковые системы
- Средства гравиметрической поддержки навигации

В рамках каждого направления рассматриваются:

- схемы построения и конструктивные особенности;
- методы и алгоритмы;
- особенности разработки и применения для различных подвижных объектов и условий движения (аэрокосмические, морские, наземные, подземные);
- испытания и метрология.

Контактная информация:

Тел.: +7 (812) 499 82 10 +7 (812) 499 81 57

Факс: +7 (812) 232 33 76 E-mail: icins@eprib.ru

**УКАЗАТЕЛЬ статей,
опубликованных в журнале
"Мехатроника, автоматизация,
управление" в 2022 г.**

**СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ
И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ**

- Agliukov I. N., Sviatov K. V., Sukhov S. V.** A Method for Catastrophic Forgetting Prevention during Multitasking Reinforcement Learning. № 8
- Gordin M. V., Ivanova G. S., Proletarsky A. V., Fetisov M. V.** Adaptive Modelling System as a Unified Platform for Industry-Specific CAD Systems. № 11
- Hoang Duc Long, Dudarenko N. A.** Analysis of a Cart-Inverted Pendulum System with Harmonic Disturbances Based on its Criterion Matrix. № 3
- Petrenko V. I., Tebueva F. B., Gurchinsky M. M., Pavlov A. S.** Method of Multi-Agent Reinforcement Learning in Systems with a Variable Number of Agents. № 10
- Sergeev S. F.** Methodology of Evaluation of Evolving Sociotechnical Systems with Artificial Intelligence. № 4
- Алиев Т. А., Мусаева Н. Ф., Гулуев Г. А., Рзаева Н. Э.** Технологии анализа и вычисления взаимосвязи между полезной составляющей и помехой зашумленного сигнала в системах мониторинга. № 12
- Бабочкин М. А., Баларев Д. А., Колосов О. С.** Структура и анализ свойств базовых гребенчатых фильтров для автоматических систем. № 11
- Бобцов А. А., Николаев Н. А., Ортега Р., Слита О. В., Козачёк О. А.** Адаптивный наблюдатель переменных состояния линейной нестационарной системы с частично неизвестными параметрами матрицы состояния и вектора входа. № 6
- Быковцев Ю. А.** Синтез нечеткого регулятора на основе оценки степени устойчивости системы управления. № 6
- Вражевский С. А., Чугина Ю. В., Фуртат И. Б., Коновалов Д. Е.** Развитие метода инвариантных эллипсоидов для проектирования разреженных регуляторов. № 1
- Дубовик С. А., Кабанов А. А.** Асимптотический метод прогнозирования рисков в задачах стохастического контроля и управления. № 8
- Елисеев А. В., Хоменко А. П.** Проблема гашения колебаний в механических системах: системный анализ, моделирование, управление. № 5
- Жиравок А. Н., Ким Чхун Ир, Бобко Е. Ю.** Сравнительный анализ канонических форм в задачах диагностирования и оценивания. № 6
- Имангазиева А. В.** Управление сетью цепочной структуры с запаздыванием методом вспомогательного контура. № 11
- Карабутов Н. Н.** Идентифицируемость и обнаруживаемость показателей Ляпунова линейных динамических систем. № 7

- Ковалёв С. П.** Проектирование гетерогенных киберфизических систем с применением теории категорий. № 2
- Краснощеченко В. И.** Линеаризация нелинейных аффинных систем управления с неинволютивными распределениями введением линеаризующих управлений. № 12
- Круглов С. П., Ковыршин С. В., Аксаментов Д. Н.** Адаптивное управление двухматниковым подвесом мостового крана. № 9
- Левоневский Д. К., Яковлев Р. Н., Савельев А. И.** Модель децентрализованной киберфизической системы, устойчиво функционирующей в изменяющемся окружении. № 4
- Ловчаков В. И.** Аналитический синтез квазиоптимальных по быстродействию регуляторов для линейных объектов на основе условно адекватных моделей низкого порядка. Часть 1. № 2
- Ловчаков В. И.** Аналитический синтез квазиоптимальных по быстродействию регуляторов для линейных объектов на основе условно адекватных моделей низкого порядка. Часть 2. № 3
- Нгуен Ба Хю, Фуртат И. Б.** Управление объектами с секторной нелинейностью с гарантией нахождения регулируемой переменной в заданном множестве. № 7
- Нгуен Хак Тунг, Власов С. М., Пыркин А. А.** Алгоритм идентификации параметров синусоидального сигнала с экспоненциально затухающей амплитудой. № 3
- Рустамов Г. А., Рустамов Р. Г.** Проблемы настройки робастных систем управления. № 8
- Суятинов С. И., Булдакова Т. И., Вишневская Ю. А.** Синергетическая модель ситуационной осведомленности человека-оператора в эргатических системах управления подвижными объектами. № 6
- Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б.** Структурно параметрическая идентификация линейных динамических объектов. № 5

**АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ**

- Алиев Т. А., Гулуев Г. А., Рзаев Ас. Г., Пашаев Ф. Г., Рзаева Н. Э.** Технология Noise-контроля нефтяных скважин по ваттметрограмме электродвигателя глубинно-насосной установки. № 3
- Шпрехер Д. М., Бабокин Г. И., Зеленков А. В.** Нейросетевой алгоритм настройки ПИ регулятора в системе управления очистного комбайна. № 1
- Баранов И. Е., Николаев И. И., Соловьев М. А., Григорьев С. А.** Автоматизация и управление процессом формирования электрокаталитических слоев с использованием двумерного координатного распылителя. № 5
- Бобырь М. В., Милостная Н. А., Ноливос К. А.** Комбинация нечетко-цифрового фильтра и ПИД регулятора в задаче управления термоэлементом. № 9

- Пчелинцева И. Ю., Литовка Ю. В.** Система автоматизированного управления процессом нанесения гальванического покрытия в ванне с токонепроводящим экраном. № 4
- Соловьев Д. С., Соловьева И. А.** Разработка и исследование системы оптимального управления гальваническими процессами в ваннах со многими анодами. № 9
- Сочнев А. Н.** Оптимизационно-имитационный подход к оперативному управлению дискретным производством. № 6

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Alhelou M., Wassouf Y., Serebrenny V. V., Gavrilov A. I., Lobusov E. S.** Managing the Handling-Comfort Trade-Off of a Quarter Car Suspension System using Active Disturbance Rejection Control and Vyshnegradsky Equation. № 7
- Fominykh D. S., Rezchikov A. F., Kushnikov V. A., Ivaschenko V. A.** The Models and Algorithms for Product Quality Control in Welding by Robotic Technological Complexes. № 12
- Hoang Duc Long, Dudarenko N. A.** Analysis of a Cart-Inverted Pendulum System with Harmonic Disturbances Based on its Criterion Matrix. № 3
- Абишев К. К., Касенов А. Ж., Балтабекова А. Н.** Измерительные устройства неинвазивной формы для исследования психофизиологического состояния водителя автотранспортных средств. № 3
- Ахмад А., Вассуф Я., Коновалов К. В., Ющенко А. С.** Исследование подводного робота с волнообразным движителем. № 11
- Бусурин В. И., Чжэ Лю, Кудрявцев П. С.** Управление бесконтактным профилометром при сканировании поверхностей сложного профиля. № 10
- Варлашин В. В., Лопота А. В.** Оптимизация параметров проецирования системы кругового обзора с использованием реперных меток. № 2
- Васильев С. Н., Галяев А. А., Залетин В. В., Кулаков К. С., Сильников М. В., Якушенко Е. И.** Совместное использование мехатронных систем для организации эффективного противодействия скоординированному действию торпед противника. № 4
- Голубев Ю. Ф., Корянов В. В., Мелкумова Е. В.** Спасение шагающего робота из аварийного положения на спине при наличии неровностей опоры
- Горячева И. Г., Досаев М. З., Селюцкий Ю. Д., Яковенко А. А., Ju M.-S., Chang H.-R.** Управление внедрением иглы в ткань фантома головного мозга с помощью пьезоэлектрического привода. № 2
- Зеленский А. А., Гапон Н. В., Жданова М. В., Воронин В. В., Илюхин Ю. В.** Метод восстановления карты глубины в задачах управления роботами и мехатронными системами. № 2

- Карцева А. А., Левин А. А., Воротников А. А., Пондуров Ю. В., Илюхин Ю. В.** Планирование траектории движения коллаборативного робота для выполнения биопечати. № 12
- Костюков В. А., Медведев М. Ю., Пшихопов В. Х.** Алгоритмы планирования сглаженных индивидуальных траекторий движения наземных роботов. № 11
- Кручинин П. А., Кручинина А. П., Кудряшов И. А., Любкевич А. А., Миняйло Я. Ю., Подоприхин М. А., Поликанова И. С., Чертополохов В. А.** Количественная оценка изменения функционального состояния человека за время полета летательного аппарата. № 12
- Малышенко А. М.** Вход-выходные силомоментные отображения у шасси робокаров с тремя колесами Илона. № 9
- Манько С. В., Лохин В. М., Крайнов Н. В., Малько А. Н.** Алгоритмы интеллектуального управления реконфигурируемыми роботами в компоновке колеса и многоагентными системами на их основе. № 8
- Марчук Е. А., Калинин Я. В., Малолетов А. В.** Компенсация отклонений мобильной платформы параллельного тросового робота по силам натяжения тросов. № 10
- Машошин А. И.** Технологии искусственного интеллекта в задачах управления автономным необитаемым подводным аппаратом. № 11
- Мелехин В. Б., Хачумов М. В.** Процедуры самообучения автономных интеллектуальных мобильных систем в нестабильных априори неописанных проблемных средах. № 7
- Попов И. П.** Стабилизированный ротатор для мехатронных автоматических систем. № 10
- Рыжова Т. П.** Метод классификации рабочей зоны мобильного робота на основе анализа трехмерного облака точек. № 1
- У Цюе, Рачков М. Ю.** Расчет и оптимизация работы механизма реконфигурации колесно-гусеничного мобильного робота. № 4
- Филаретов В. Ф., Губанков А. С., Горностаев И. В.** Разработка метода формирования программных сигналов для исполнительных электроприводов манипуляторов с избыточными степенями подвижности. Часть I. № 1
- Филаретов В. Ф., Губанков А. С., Горностаев И. В.** Разработка метода формирования программных сигналов для исполнительных электроприводов манипуляторов с избыточными степенями подвижности. Часть II. № 2

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

- Buryak Yu. I., Skrynnikov A. A., Khrulin S. V., Shagipova E. S.** Planning of a Group of Dynamic Systems Operation Program Based on the Failure Time Prediction. № 9

- Karsaev O. V.** A Conceptual Model of Remote Sensing Data Routing in the Grouping of Communication Satellites of a Multi-Satellite Space System. № 1
- Pankratov I. A.** Genetic Algorithm of Energy Consumption Optimization for the Reorientation of the Spacecraft Orbital Plane. № 5
- Агеев А. М.** Принципы хранения и мониторинга информации о конфигурациях в задаче управления избыточностью комплекса бортового оборудования. № 1
- Агеев А. М., Буков В. Н., Шурман В. А.** Алгоритмы управления избыточностью комплексов бортового оборудования подвижных объектов. Часть 1. Парный арбитраж конфигураций. № 5
- Агеев А. М., Буков В. Н., Шурман В. А.** Алгоритмы управления избыточностью комплексов бортового оборудования подвижных объектов. Часть 2. Парный арбитраж вычислителей. № 6
- Атыгаев Т. Б., Ивель В. П., Герасимова Ю. В.** Адаптивное управление планированием реактивного снаряда на пассивном участке полета по программно-заданной траектории. № 10
- Вейси С., Любимов В. В.** Задача сближения двух спутников на орбите методом численного моделирования. № 10
- Воротников В. И.** О построении управляющих моментов в задаче одноосной переориентации твердого тела при неконтролируемых помехах. № 12
- Гончаренко В. И., Лебедев Г. Н., Михайлин Д. А., Малыгин В. Б., Румакина А. В.** Планирование числа летательных аппаратов в групповом полете с учетом их живучести и требуемой длительности наблюдения наземных объектов. № 8
- Деятисильный А. С., Шурыгин А. В.** Математические модели и алгоритмы бортовой мультиагентной интегрированной системы определения движения. № 6
- Ду Ч., Старинова О. Л.** Оптимальное управление при перелетах с малой тягой на вертикальные орбиты с орбит Ляпунова. № 3
- Зубов Н. Е., Рябченко В. Н., Пролетарский А. В.** Об одном подходе к синтезу робастной системы стабилизации продольного движения гипотетического самолета. № 4
- Корсун О. Н., Данеко А. И., Мотлич П. А., Ом М. Х.** Оценка углов атаки и скольжения беспилотного летательного аппарата при отсутствии датчиков аэродинамических углов. № 5
- Лемак С. С., Белоусова М. Д., Альчиков В. В.** Задача динамической имитации полета летательного аппарата на робототехническом стенде. № 10
- Распопов В. Я., Лихошерст В. В., Егоров С. В.** Исследование функционирования блока электроники и резонатора волнового твердотельного гироскопа в режиме датчика угловой скорости. № 8
- Солдаткин В. М., Мифтахов Б. И., Солдаткин В. В., Ефремова Е. С., Никитин А. В.** Теоретические основы построения электронной системы пространственного измерения воздушных сигналов летательного аппарата с одним неподвижным приемником набегающего воздушного потока. № 7
- Шашихин В. Н., Мерзляков К. Д.** Синтез стабилизирующего управления квадрокоптером на основе линейных матричных неравенств. № 7

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Матросская тишина, 23с2

Телефон редакции журнала: **+7(499) 270 16 52**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 26.09.2022. Подписано в печать 10.11.2022. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Заказ МН1222. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru