ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

# М ЕХАТРОНИКА, ВТОМАТИЗАЦИЯ, ПРАВЛЕНИЕ



Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор: ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н

Заместители главного редактора: БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н. ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н. ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь: БЕЗМЕНОВА М. Ю.

#### Редакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН СИГОВ А. С., акад. РАН СОЙФЕР В. А., акад. РАН СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

#### Редколлегия:

DORANTES D. J., PhD, Турция GROUMPOS P. P., PhD, Греция ISIDORI A., PhD, Италия KATALINIC B., PhD, Австрия LIN CH.-Y., PhD, Тайвань MASON O. J., PhD, Ирландия ORTEGA R. S., PhD, Франция SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США STRZELECKI R. M., PhD, Польша SUBUDHI B. D., PhD, Индия АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина БОБЦОВ А. А., д.т.н. БУКОВ В. Н., д.т.н. ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н. ЖУКОВ И. А., д.т.н. ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н. КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., л.т.н. ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н. ЛОХИН В. М., л.т.н. МАГОМЕДОВ М. Х., д.ф.-м.н. ПУТОВ В. В., д.т.н. ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н. РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н. СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н. ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н. ФРАДКОВ А. Л., д.т.н. ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция: БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства: АНТОНОВ Б. И.

### СОДЕРЖАНИЕ

#### СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

#### АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

#### РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

#### ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу: http://mech.novtex.ru, e-mail: mech@novtex.ru

### THEORETICAL AND APPLIED SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

# MECHATRONICS, **AUTOMATION, CONTRO**

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVL

Published since 2000

#### Editor-in-Chief FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief: BOLSHAKOV A. A. PODURAEV Yu. V. YUSCHENKO A. S

#### **Responsible Secretary:** BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board: ANSHAKOV G. P. BOLOTNIK N. N. CHENTSOV A G CHERNOUSKO F. L. FEDOROV I B KALYAEVI A KURZHANSKI A. B. KUZNETSOV N. A. PESHEKHONOV V. G. REZCHIKOV A. F. SCHERBATYUK A. F. SEBRYAKOV G. G. SIGOV A. S. SOJFER V. A SOLOMENTSEV Yu. M. VASSILYEV S. N. VUSUPOV R M ZHELTOV S. Yu.

#### **Editorial Council:**

ALIEV T. A., Azerbaijan DORANTES D. J., PhD, Turkey GARASCHENKO F. G., Ukraine GROUMPOS P. P., PhD, Greece ISIDORI A., PhD, Italy KATALINIC B., PhD, Austria LIN CH.-Y., PhD, Taiwan MASON O. J., PhD, Ireland ORTEGA R. S., PhD, France SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA STRZELECKI R. M., PhD, Poland SUBUDHI B. D., PhD. India BOBTSOV A. A. BUKOV V. N. ERMOLOV I. L. FILARETOV V. F. FRADKOV V. L. FURSOV V. A. ILYASOV B. G. KOROSTELEV V. F. LEBEDEV G. N. LOKHIN V M MAGOMEDOV M. Kh. PUTOV V. V. PSHIKHOPOV V. Kh. RAPOPORT E. Ya. SERGEEV S. F. ZHUKOV I. A.

**Editorial Staff:** BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House: ANTONOV B. I.

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Vol. 23

2022

No. 9

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospectives development of mechatronics, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

## CONTENTS

#### SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

Kruglov S. P., Kovyrshin S. V., Aksamentov D. N. Adaptive Control of Two-Pendulum Suspension of Overhead Crane ..... 451

#### AUTOMATION AND CONTROL TECHNOLOGICAL PROCESSES

Solovjev D. S., Solovjeva I. A. Development and Research of the Optimal Control System of Electroplated Processes in Multi-Anode Baths ...... 462

Bobyr M. V., Milostnaya N. A., Nolivos C. A. PID Regulator and Fuzzy-Digital Filter Combination in a Thermoelement Control Task ...... 473

#### **ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS**

Golubev Yu. F., Koryanov V. V., Melkumova E. V. Rescue of the Walking Robot from an Emer-

Malyshenko A. M. Input-Output Force-Torque Mappings for the Chassis of Robocars with 

#### DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

Buryak Yu. I., Skrynnikov A. A., Khrulin S. V., Shaginova E. S. Planning of a Group of Dy-

Information about the journal is available online at: http://mech.novtex.ru, e-mail: mech@novtex.ru

### СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 621.874; 681.51

DOI: 10.17587/mau.23.451-461

С. П. Круглов, д-р техн. наук, проф., kruglov\_s\_p@mail.ru, С. В. Ковыршин, канд. техн. наук, доц., sergkow@mail.ru, Д. Н. Аксаментов, аспирант, gaastra104@mail.ru, Иркутский государственный университет путей сообщения

#### Адаптивное управление двухмаятниковым подвесом мостового крана

При построении закона управления мостовым краном рассматривается двухмаятниковая модель с подвесом крюка, на который подвешен переносимый груз, и подвесом груза. Эта модель более точно описывает динамику перемещения груза, что особенно критично в ряде режимов работы крана, включая случаи, когда массоинерционные параметры груза близки к аналогичным параметрам крюка. Описывается математическая модель двухмаятниковой механической системы подвеса крана по одной оси его движения с учетом воздействия сил трения при перемещении тележки крана и ветрового возмущения, действующего на переносимый груз. Также представлена линеаризованная модель перемещения крюка с управляющим воздействием в виде заданной скорости перемещения тележки крана. Последнее соответствует использованию сервопривода или шагового двигателя для управления тележкой. На основе полученной линеаризованной модели строится закон адаптивного управления с использованием схемы, включающей алгоритм текущей параметрической идентификации, неявную эталонную модель, "упрощенные" условия адаптируемости с непосредственным отслеживанием перемещения крюка (через него — перемещения груза) по свойствам назначенного эталона. Этот закон управления позволяет строить управление краном при текущей параметрической неопределенности свойств крана, переносимого груза и внешних возмущений (предполагается лишь приблизительная информация о некоторых параметрах). Показано, что в случае, когда собственная частота назначенного эталона меньше таковой для подвеса крюка, предлагаемый закон управления порождает асимптотическое перемещение крюка (груза) в назначенную точку и гашение угловых колебаний подвеса крюка и подвеса груза. Для более эффективного гашения угловых колебаний в случае больших значений момента инерции груза предлагается дополнить заданное значение перемещения крюка демпфирующими движениями на основе углового движения подвеса груза. Приведены модельные примеры, подтверждающие теоретические выводы. Показано, что предлагаемое решение позволяет строить управление мостовым краном при действии шумов измерений и задержек сигнала управления.

**Ключевые слова:** мостовой кран, двухмаятниковая схема, демпфирование колебаний, алгоритм текущей идентификации, адаптивная система управления, эталонная модель

#### Введение

Обычно при анализе динамики мостового крана и построении систем управления им рассматривают одномаятниковую модель в виде перемещающейся тележки с подвешенным грузом. Этому посвящено большое число работ, например [1—9], с реализацией разных методов управления.

Однако на самом деле подвешенными являются две отдельные массы (без учета тросов): крюк и переносимый груз, т. е. подвесная система крана образует двухмаятниковую механическую систему. В случае, когда массоинерционные параметры переносимого груза намного больше таковых для крюка, с учетом соседства расположения крюка и груза (что соответствует большинству случаев) одномаятниковая модель вполне применима. Однако при близости указанных массоинерционных параметров и в некоторых других ситуациях могут проявляться свойства, описываемые только двухмаятниковой моделью. В частности, могут появляться двухмаятниковые колебания, которые сложно погасить даже опытному оператору крана. Поэтому для автоматизации управления краном на указанных режимах необходимо использовать двухмаятниковую модель.

Построению систем управления мостовым краном с использованием двухмаятниковой модели посвящен ряд работ, например [10—12]. Однако они строятся либо при условии априорной информации о параметрах крана и груза, либо требуют предварительной настройки закона управления. Последнее при текущей неопределенности внешних возмущений не дает должного решения. Другие методы адаптивного управления, например рассмотренные в работе [13], строятся на теории устойчивости Ляпунова с дискретной реализацией настройки параметров закона управления на основе градиентных процедур. Параметры последних сложно обосновать предварительно, и они подбираются для конкретных случаев.

Настоящая работа, являясь логическим продолжением работ [9, 14], нацелена на распространение метода адаптивного управления мостовым краном на основе "упрощенных" условий адаптируемости с непосредственным отслеживанием перемещения груза для режимов работы крана, когда его динамика описывается только двухмаятниковой моделью. Данный метод позволяет строить управление при текущей априорной неопределенности параметров крана, груза и возмущений.

# Математическое описание двухмаятниковой модели крана и задача управления

Рассмотрим математическую модель крана с двухмаятниковым подвесом груза при его движении по одной оси (рис. 1). Первый маятник образует крюк, подвешенный к тележке крана, а второй — переносимый груз, подвешенный на крюк. Будем считать, что тросовые подвесы не имеют массы и момента инерции, а угловые движения не имеют сопротивлений. Также будем считать, что вертикального перемещения груза нет, ветер непосредственно воздействует только на переносимый груз.



Рис. 1. Двухмаятниковая модель подвеса груза на мостовом кране Fig. 1. The double pendulum model of load suspension on overhead crane

На рис. 1 обозначено: *m*<sub>т</sub> — приведенная масса тележки (с учетом инерции вращающихся при движении ее колес);  $m_{\rm K}$ ,  $m_{\rm \Gamma}$  — массы крюка и переносимого груза соответственно;  $J_{\kappa}$ ,  $J_{\Gamma}$  центральные осевые (ось перпендикулярна рисунку) моменты инерции крюка и груза соответственно, принимаем условие:  $J_{\kappa} < J_{\Gamma}$ ;  $l_{\kappa}$ ,  $l_{\Gamma}$  длина подвеса крюка и длина подвеса груза соответственно, т. е. длина подвеса от точки его крепления на тележке до центра тяжести крюка и от центра тяжести крюка (считаем, что эта точка совпадает с точкой подвеса груза) до центра тяжести груза соответственно; х — линейное перемещение тележки;  $v = \dot{x}$  — линейная скорость перемещения тележки, v<sub>зад</sub> — заданное ее значение; f<sub>упр</sub> — управляющая сила со стороны привода тележки крана;  $f_{\rm TD} = k_{\rm TD} v$  сила трения, противодействующая линейному перемещению тележки крана,  $k_{\rm тр}$  — коэффициент вязкого трения (более точная модель возможного трения не приводится в силу использования управления по заданной скорости); f<sub>в</sub> — сила ветрового воздействия на груз из-за его парусности, считаем, что  $|f_{\rm B}| \ll m_{\rm r}g; \varphi_{\rm K}, \varphi_{\rm r}$  углы отклонения от вертикальной оси подвеса крюка и подвеса груза соответственно;  $\Delta \varphi =$  $= (\phi_{r} - \phi_{\kappa}) -$ угол отклонения подвеса груза относительно подвеса крюка (относительный угол отклонения груза);  $x_{\kappa} = x + l_{\kappa} \sin \varphi_{\kappa}$  — линейное перемещение крюка по горизонтальной оси;  $x_{\rm r} = x_{\rm k} + l_{\rm r} \sin \varphi_{\rm r}$  — аналогичное перемещение

груза;  $M_{\rm K}^{\rm B}, M_{\rm \Gamma}^{\rm B}$  — внешние моменты, действующие на подвес крюка и груза соответственно из-за воздействия ветра (оба момента при отсутствии ветра равны нулю);  $v_1 = l_{\rm K} \phi_{\rm K}, v_2 = l_{\rm F} \phi_{\rm F}$  — линейные скорости крюка и груза, если считать линейные скорости точек опоры их подвесов нулевыми (перпендикулярны линиям  $l_{\kappa}$ ,  $l_{\Gamma}$  соответственно);  $v_{\rm K}$ ,  $v_{\rm r}$  — полные линейные скорости крюка и груза соответственно.

Рассмотрим, как влияет ветер на указанную механическую систему. Для этого используем известную теорему Пуансо по параллельному переносу силы, при этом считая, что подвесы крюка и груза являются абсолютно жесткими телами (такое можно допустить исходя из принятой безынерционности тросов соединения). Согласно теореме вектор силы  $f_{\rm B}$  можно параллельно переместить в центр тяжести крюка и приложить при этом момент к подвесу груза:  $M_{\rm r}^{\rm B} = l_{\rm r} f_{\rm B} \cos \varphi_{\rm r}$ . Аналогичным образом перенесенную силу, так как она действует и на подвес крюка, можно параллельно переместить и дальше в точку подвеса крюка на тележке (в виде дополнительной силы на тележку) с приложением момента на подвес крюка:  $M_{\rm K}^{\rm B} = l_{\rm K} f_{\rm B} \cos \varphi_{\rm K}$ .

Таким образом, представленная механическая система является трехзвенной, включающей тележку крана с линейным перемещением (x), на которую воздействует сила  $(f_{ynp} - f_{rp} + f_B)$ , подвес крюка с угловым движением ( $\varphi_{\kappa}$ ), к которому приложен момент от ветра ( $M_{\kappa}^{B}$ ), и подвес груза с угловым движением ( $\varphi_{r}$ ,  $\Delta \varphi$ ) и приложенным моментом ( $M_{r}^{B}$ ). Поэтому для описания динамики движения этой системы можно воспользоваться известным уравнением Эйлера—Лагранжа для неконсервативных систем, которое здесь можно записать в виде

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = f_{y \pi p} - k_{\pi p} \dot{x} + f_{B}; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_{K}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi_{K}} = l_{K} f_{B} \cos \phi_{K}; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_{\Gamma}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi_{\Gamma}} = l_{\Gamma} f_{B} \cos \phi_{\Gamma}, \end{cases}$$
(1)

где  $L = K - \Pi$ ; K,  $\Pi$  — полная кинетическая и потенциальная энергии механической системы соответственно; t — текущее время.

Полная кинетическая энергия определяет-ся как

$$K = 0,5(m_{\rm T}v^2 + m_{\rm K}v_{\rm K}^2 + m_{\rm \Gamma}v_{\rm \Gamma}^2 + J_{\rm K}\dot{\phi}_{\rm K}^2 + J_{\rm \Gamma}\dot{\phi}_{\rm \Gamma}^2).$$
(2)

Квадраты полных линейных скоростей крюка и груза находятся из их составляющих по горизонтальной и вертикальной осям:

$$v_{\rm K}^{2} = (v_{\rm l}\cos\varphi_{\rm K} + v)^{2} + (v_{\rm l}\sin\varphi_{\rm K})^{2} = = (l_{\rm K}\dot{\varphi}_{\rm K}\cos\varphi_{\rm K} + v)^{2} + (l_{\rm K}\dot{\varphi}_{\rm K}\sin\varphi_{\rm K})^{2};$$
(3)

$$v_{\Gamma}^{2} = (v_{1}\cos\varphi_{\kappa} + v + v_{2}\cos\varphi_{\Gamma})^{2} + (v_{1}\sin\varphi_{\kappa} + v_{2}\sin\varphi_{\Gamma})^{2} =$$

$$= (l_{\kappa}\dot{\varphi}_{\kappa}\cos\varphi_{\kappa} + v + l_{\Gamma}\dot{\varphi}_{\Gamma}\cos\varphi_{\Gamma})^{2} + (l_{\kappa}\dot{\varphi}_{\kappa}\sin\varphi_{\kappa} + l_{\Gamma}\dot{\varphi}_{\Gamma}\sin\varphi_{\Gamma})^{2}.$$
(4)

$$\Pi = (m_{\rm K} + m_{\rm r})gl_{\rm K}(1 - \cos\varphi_{\rm K}) + m_{\rm r}gl_{\rm r}(1 - \cos\varphi_{\rm r}), (5)$$

где g — ускорение свободного падения; первое слагаемое определяет увеличение потенциальной энергии при  $\Delta \phi \equiv 0$ , второе — при независимом изменении угла  $\phi_{\rm r}$ .

Подстановка уравнений (2)—(5) в систему (1) с определением частных производных дает систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} (m_{\rm T} + m_{\rm K} + m_{\rm F})\ddot{x} + \\ + (m_{\rm K} + m_{\rm F})l_{\rm K}(\ddot{\varphi}_{\rm K}\cos\varphi_{\rm K} - \dot{\varphi}_{\rm K}^{2}\sin\varphi_{\rm K}) + \\ + m_{\rm F}l_{\rm F}(\ddot{\varphi}_{\rm F}\cos\varphi_{\rm F} - \dot{\varphi}_{\rm F}^{2}\sin\varphi_{\rm F}) = f_{\rm ynp} - k_{\rm Tp}\dot{x} + f_{\rm B}; \\ [J_{\rm K} + (m_{\rm K} + m_{\rm F})l_{\rm K}^{2}]\ddot{\varphi}_{\rm K} + (m_{\rm K} + m_{\rm F})l_{\rm K}\ddot{x}\cos\varphi_{\rm K} + \\ + m_{\rm F}l_{\rm K}l_{\rm F}(\ddot{\varphi}_{\rm F}\cos\Delta\varphi - \dot{\varphi}_{\rm F}^{2}\sin\Delta\varphi) + \\ + (m_{\rm K} + m_{\rm F})gl_{\rm K}\sin\varphi_{\rm K} = l_{\rm K}f_{\rm B}\cos\varphi_{\rm K}; \\ m_{\rm F}l_{\rm F}\ddot{x}\cos\varphi_{\rm F} + m_{\rm F}l_{\rm K}l_{\rm F}(\ddot{\varphi}_{\rm K}\cos\Delta\varphi + \dot{\varphi}_{\rm K}^{2}\sin\Delta\varphi) + \\ + (J_{\rm F} + m_{\rm F}l_{\rm F}^{2})\ddot{\varphi}_{\rm F} + m_{\rm F}gl_{\rm F}\sin\varphi_{\rm F} = l_{\rm F}f_{\rm B}\cos\varphi_{\rm F}. \end{cases}$$
(6)

Полученная система уравнений согласуется с выводами работ [10—12], правда, в указанных работах представлена модель для двойного математического маятника и при отсутствии ветра.

Принимая во внимание тот факт, что угловые движения подвесов крюка и груза обычно имеют достаточно малый диапазон и малую скорость, примем:  $\cos\varphi_{\kappa} \approx 1$ ,  $\cos\varphi_{\Gamma} \approx 1$ ,  $\cos\Delta\varphi \approx 1$ ,  $\sin\varphi_{\kappa} \approx \varphi_{\kappa}$ ,  $\sin\varphi_{\Gamma} \approx \varphi_{\Gamma}$ ,  $\sin\Delta\varphi \approx \Delta\varphi$ ,  $\dot{\varphi}_{\kappa}^{2} \sin\varphi_{\kappa} \approx 0$ ,  $\dot{\varphi}_{\Gamma}^{2} \sin\varphi_{\Gamma} \approx 0$ ,  $\dot{\varphi}_{\Gamma}^{2} \sin\Delta\varphi \approx 0$ ,  $\dot{\varphi}_{\kappa}^{2} \sin\Delta\varphi \approx 0$ . Тогда динамику движения крана можно приблизительно описать следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} (m_{\rm T} + m_{\rm K} + m_{\rm T})\ddot{x} + (m_{\rm K} + m_{\rm T})l_{\rm K}\ddot{\varphi}_{\rm K} + \\ + m_{\rm T}l_{\rm \Gamma}\ddot{\varphi}_{\rm \Gamma} \approx f_{\rm ynp} - k_{\rm Tp}\dot{x} + f_{\rm B}; \\ (m_{\rm K} + m_{\rm T})l_{\rm K}\ddot{x} + [J_{\rm K} + (m_{\rm K} + m_{\rm T})l_{\rm K}^{2}]\ddot{\varphi}_{\rm K} + \\ + m_{\rm T}l_{\rm K}l_{\rm \Gamma}\ddot{\varphi}_{\rm \Gamma} \approx -(m_{\rm K} + m_{\rm T})gl_{\rm K}\varphi_{\rm K} + l_{\rm K}f_{\rm B}; \\ m_{\rm T}l_{\rm T}\ddot{x} + m_{\rm T}l_{\rm K}l_{\rm \Gamma}\ddot{\varphi}_{\rm K} + (J_{\rm \Gamma} + m_{\rm T}l_{\rm \Gamma}^{2})\ddot{\varphi}_{\rm \Gamma} \approx \\ \approx l_{\rm \Gamma}(f_{\rm B} - m_{\rm T}g\varphi_{\rm \Gamma}). \end{cases}$$
(7)

Разрешая эту систему уравнений относительно переменных  $\ddot{x}, \ddot{\varphi}_{\kappa}, \ddot{\varphi}_{\Gamma},$  получим:

$$\begin{cases} \ddot{x} \approx a_{x}^{\dot{x}} \dot{x} + a_{x}^{\varphi_{\kappa}} \varphi_{\kappa} + a_{x}^{\varphi_{\Gamma}} \varphi_{\Gamma} + a_{x}^{1} + a_{x}^{f_{ynp}} f_{ynp}; \\ \ddot{\varphi}_{\kappa} \approx a_{\varphi_{\kappa}}^{\dot{x}} \dot{x} + a_{\varphi_{\kappa}}^{\varphi_{\kappa}} \varphi_{\kappa} + a_{\varphi_{\kappa}}^{\varphi_{\Gamma}} \varphi_{\Gamma} + a_{\varphi_{\kappa}}^{1} + a_{\varphi_{\kappa}}^{f_{ynp}} f_{ynp}; \end{cases} (8) \\ \ddot{\varphi}_{\Gamma} \approx a_{\varphi_{\Gamma}}^{\dot{x}} \dot{x} + a_{\varphi_{\Gamma}}^{\varphi_{\kappa}} \varphi_{\kappa} + a_{\varphi_{\Gamma}}^{\varphi_{\Gamma}} \varphi_{\Gamma} + a_{\varphi_{\Gamma}}^{1} + a_{\varphi_{\Gamma}}^{f_{ynp}} f_{ynp}, \end{cases}$$

где параметры имеют вид:

$$\begin{split} a_{x}^{\dot{x}} &= -\gamma^{-1}k_{\mathrm{Tp}}[(J_{\mathrm{K}} + m_{\mathrm{K}}l_{\mathrm{K}}^{2})(J_{\mathrm{\Gamma}} + m_{\mathrm{\Gamma}}l_{\mathrm{\Gamma}}^{2}) + m_{\mathrm{\Gamma}}l_{\mathrm{K}}^{2}J_{\mathrm{\Gamma}}];\\ a_{x}^{\varphi_{\mathrm{K}}} &= \gamma^{-1}(m_{\mathrm{K}} + m_{\mathrm{\Gamma}})gl_{\mathrm{K}}^{2}[m_{\mathrm{K}}(J_{\mathrm{\Gamma}} + m_{\mathrm{\Gamma}}l_{\mathrm{\Gamma}}^{2}) + m_{\mathrm{\Gamma}}J_{\mathrm{\Gamma}}];\\ a_{x}^{\varphi_{\mathrm{\Gamma}}} &= \gamma^{-1}gm_{\mathrm{\Gamma}}^{2}l_{\mathrm{\Gamma}}^{2}J_{\mathrm{K}}; \ a_{x}^{1} = (J_{\mathrm{K}}J_{\mathrm{\Gamma}}/\gamma)f_{\mathrm{B}};\\ a_{x}^{f_{\mathrm{ynp}}} &= \gamma^{-1}[(J_{\mathrm{K}} + m_{\mathrm{K}}l_{\mathrm{K}}^{2})(J_{\mathrm{\Gamma}} + m_{\mathrm{\Gamma}}l_{\mathrm{\Gamma}}^{2}) + m_{\mathrm{\Gamma}}l_{\mathrm{K}}^{2}J_{\mathrm{\Gamma}}];\\ a_{\phi_{\mathrm{K}}}^{\dot{x}} &= \gamma^{-1}k_{\mathrm{Tp}}l_{\mathrm{K}}[m_{\mathrm{K}}(J_{\mathrm{\Gamma}} + m_{\mathrm{\Gamma}}l_{\mathrm{\Gamma}}^{2}) + m_{\mathrm{\Gamma}}J_{\mathrm{\Gamma}}];\\ a_{\phi_{\mathrm{K}}}^{\phi_{\mathrm{r}}} &= -\gamma^{-1}(m_{\mathrm{K}} + m_{\mathrm{\Gamma}})gl_{\mathrm{K}}[(m_{\mathrm{T}} + m_{\mathrm{K}})(J_{\mathrm{\Gamma}} + m_{\mathrm{\Gamma}}l_{\mathrm{\Gamma}}^{2}) + m_{\mathrm{\Gamma}}J_{\mathrm{\Gamma}}];\\ a_{\phi_{\mathrm{K}}}^{\phi_{\mathrm{r}}} &= \gamma^{-1}gm_{\mathrm{T}}l_{\mathrm{K}}m_{\mathrm{\Gamma}}^{2}l_{\mathrm{\Gamma}}^{2}; \ a_{\phi_{\mathrm{K}}}^{1} &= (m_{\mathrm{T}}J_{\mathrm{\Gamma}}l_{\mathrm{K}}/\gamma)f_{\mathrm{B}};\\ a_{\phi_{\mathrm{K}}}^{f_{\mathrm{ynp}}} &= -\gamma^{-1}l_{\mathrm{K}}[m_{\mathrm{K}}(J_{\mathrm{\Gamma}} + m_{\mathrm{\Gamma}}l_{\mathrm{\Gamma}}^{2}) + m_{\mathrm{\Gamma}}J_{\mathrm{\Gamma}}];\\ a_{\phi_{\mathrm{K}}}^{\dot{x}} &= \gamma^{-1}gm_{\mathrm{T}}l_{\mathrm{K}}m_{\mathrm{\Gamma}}^{2}l_{\mathrm{\Gamma}}^{2}; \ a_{\phi_{\mathrm{K}}}^{1} &= (m_{\mathrm{T}}J_{\mathrm{\Gamma}}l_{\mathrm{K}}/\gamma)f_{\mathrm{B}};\\ a_{\phi_{\mathrm{K}}}^{f_{\mathrm{ynp}}} &= -\gamma^{-1}l_{\mathrm{K}}[m_{\mathrm{K}}(J_{\mathrm{\Gamma}} + m_{\mathrm{\Gamma}}l_{\mathrm{\Gamma}}^{2}) + m_{\mathrm{\Gamma}}J_{\mathrm{\Gamma}}];\\ a_{\phi_{\mathrm{\Gamma}}}^{\dot{x}} &= \gamma^{-1}m_{\mathrm{T}}gl_{\mathrm{\Gamma}}[m_{\mathrm{T}}(m_{\mathrm{K}} + m_{\mathrm{T}})l_{\mathrm{K}}^{2} + (m_{\mathrm{T}} + m_{\mathrm{K}} + m_{\mathrm{T}})J_{\mathrm{K}}];\\ a_{\phi_{\mathrm{\Gamma}}}^{1} &= \{[m_{\mathrm{T}}(J_{\mathrm{K}} + m_{\mathrm{K}}l_{\mathrm{K}}^{2}) + m_{\mathrm{K}}J_{\mathrm{K}}]l_{\mathrm{\Gamma}}/\gamma\}f_{\mathrm{B}};\\ a_{\phi_{\mathrm{\Gamma}}}^{f_{\mathrm{ynp}}} &= -\gamma^{-1}m_{\mathrm{T}}l_{\mathrm{\Gamma}}J_{\mathrm{K}};\\ \gamma &= m_{\mathrm{T}}[(J_{\mathrm{K}} + m_{\mathrm{K}}l_{\mathrm{K}}^{2})(J_{\mathrm{\Gamma}} + m_{\mathrm{\Gamma}}l_{\mathrm{\Gamma}}^{2}) + \\ + m_{\mathrm{T}}l_{\mathrm{K}^{2}}J_{\mathrm{\Gamma}}] + (m_{\mathrm{K}} + m_{\mathrm{T}})J_{\mathrm{K}}J_{\mathrm{\Gamma}} + m_{\mathrm{K}}m_{\mathrm{T}}l_{\mathrm{\Gamma}}^{2}J_{\mathrm{K}} > 0. \end{split}$$

Все указанные параметры (8), за исключением  $a_x^1, a_{\phi_{\rm r}}^1, a_{\phi_{\rm r}}^1$ , являются постоянными. Считается, что все они и их составляющие неизвестны в текущий момент времени, допускается лишь приблизительная информация о них. Полагаем, что точно известными являются лишь массоинерционные параметры крюка и величина  $l_{\rm r}$ .

Поставим задачу управления тележкой крана в указанных условиях как задачу обеспечения скорейшего перемещения груза в заданное положение по горизонтальной оси (в целевую точку) с демпфированием его колебаний и парированием возмущений. При этом решение будем строить посредством управления положением крюка — основного места для расположения необходимых датчиков с дистанционной передачей данных. Таким образом, задача управления в условиях текущей параметрической неопределенности может быть задана следующими требованиями (в условиях возможного воздействия ветра:  $f_{\rm R} = {\rm const} \neq 0$ ):

$$\begin{aligned} x_{\kappa} \to x_{\kappa}^{3a\pi} &= x_{\Gamma}^{3a\pi} - l_{\Gamma} f_{\Phi H \Psi}(\phi_{\Gamma}); \\ \dot{\phi}_{\kappa} \to 0; \quad \Delta \dot{\phi} \to 0, \end{aligned}$$
(9)

где  $x_{\kappa}^{3a\pi}$  — заданное положение крюка, определяемое по  $x_{\Gamma}^{3a\pi}$  — заданному положению груза;  $f_{\Phi H \Psi}(\varphi_{\Gamma})$  — функция низкочастотной фильтрации угла отклонения подвеса груза с получением среднего его значения.

Как показано в работе [9], решение первых двух требований (9) в условиях текущей параметрической неопределенности можно получить путем использования схемы адаптивного управления с идентификатором и назначаемой неявной эталонной моделью, направленной на отслеживание перемещения груза в целевую точку, а также с использованием "упрощенных" условий адаптируемости. При этом в условиях использования сервопривода управления тележкой целесообразно в качестве управляющего сигнала формировать заданную скорость перемещения тележки (*v*<sub>зад</sub>), как это было предложено в работе [14].

Для удобства решения указанной задачи целесообразно вместо использования системы (8) описать динамику изменения переменной  $x_{\rm k}$ , определенной по рис. 1. На основании рис. 1 и системы (8) можно записать:

$$\ddot{x}_{\kappa} \approx \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{\dot{x}} \dot{x} + \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{\varphi_{\kappa}} \varphi_{\kappa} + \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{\Delta \varphi} \Delta \varphi + \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{1} + \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{f_{y_{\Pi}p}} f_{y_{\Pi}p}, \quad (10)$$

$$\begin{split} \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{\dot{x}} &= a_{x}^{\dot{x}} + l_{\kappa} a_{\phi_{\kappa}}^{\dot{x}}; \ \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{\phi_{\kappa}} = (a_{x}^{\phi_{\kappa}} + a_{x}^{\phi_{\Gamma}}) + l_{\kappa} (a_{\phi_{\kappa}}^{\phi_{\kappa}} + a_{\phi_{\kappa}}^{\phi_{\Gamma}}); \\ \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{\Delta\phi} &= a_{x}^{\phi_{\Gamma}} + l_{\kappa} a_{\phi_{\kappa}}^{\phi_{\Gamma}}; \ \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{1} = a_{x}^{1} + l_{\kappa} a_{\phi_{\kappa}}^{1}; \\ \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{f_{ynp}} &= a_{x}^{f_{ynp}} + l_{\kappa} a_{\phi_{\kappa}}^{f_{ynp}}. \end{split}$$

Далее применим подход, использованный в работе [14], для исключения из соотношения (10) сигнала  $f_{ynp}$ . Выразим этот сигнал из первого равенства (8):

$$f_{\mathrm{ynp}} \approx [\ddot{x} - a_x^{\dot{x}} \dot{x} - (a_x^{\varphi_{\mathrm{K}}} + a_x^{\varphi_{\mathrm{r}}})\varphi_{\mathrm{K}} - a_x^{\varphi_{\mathrm{r}}} \Delta \varphi - a_x^1] / a_x^{f_{\mathrm{ynp}}}$$

и подставим этот результат в соотношение (10). С учетом того, что  $\tilde{a}_{x_{\rm K}}^{\dot{x}} - a_x^{\dot{x}} \tilde{a}_{x_{\rm K}}^{f_{\rm ynp}} / a_x^{f_{\rm ynp}} = 0$ , получим:

$$\ddot{x}_{\kappa} \approx a_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}} \dot{\nu} + a_{x_{\kappa}}^{\varphi_{\kappa}} \varphi_{\kappa} + a_{x_{\kappa}}^{\Delta \varphi} \Delta \varphi + a_{x_{\kappa}}^{1}, \qquad (11)$$

где

$$\begin{aligned} a_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}} &= \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{f_{y\pip}} / a_{x}^{f_{y\pip}}; \ a_{x_{\kappa}}^{\phi_{\kappa}} &= \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{\phi_{\kappa}} - (a_{x}^{\phi_{\kappa}} + a_{x}^{\phi_{\Gamma}}) a_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}; \\ a_{x_{\kappa}}^{\Delta\phi} &= \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{\Delta\phi} - a_{x}^{\phi_{\Gamma}} a_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}; \ a_{x_{\kappa}}^{1} &= \tilde{a}_{x_{\kappa}}^{1} - a_{x}^{1} a_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}. \end{aligned}$$

Далее уравнение (11) будем использовать в качестве основного управляемого процесса с управляющим воздействием на него в виде  $v = v_{3an}$ .

#### Построение закона управления

В работах [9, 14] предложено для управления мостовым краном строить систему управления в условиях текущей параметрической неопределенности характеристик крана, груза и возмущений с использованием схемы адаптивного управления с алгоритмом текущей параметрической идентификации, неявной эталонной модели, на основе "упрощенных" условий адаптируемости с непосредственным отслеживанием перемещения груза. Основные соотношения по "упрощенным" условиям адаптируемости изложены, например, в работах [15, 16].

В соответствии с этим подходом, моделью (10) и задачей управления (9) выберем эталонную модель движения крюка:

$$\ddot{x}_{\rm KM} = a_{\rm M_1} \dot{x}_{\rm KM} + a_{\rm M_0} (x_{\rm KM} - x_{\rm K}^{\rm 3a_{\rm A}}); x_{\rm KM} (t_0) = x_{\rm K} (t_0),$$
(12)

где  $x_{\rm KM}$  — переменная эталонной модели, соответствующая  $x_{\rm K}$ ;  $a_{\rm M_1} = -2\omega_{\rm M}\xi_{\rm M}$ ;  $a_{\rm M_0} = -\omega_{\rm M}^2$ ;  $\omega_{\rm M}$  — задаваемая собственная частота эталона, а  $\xi_{\rm M}$  — относительный коэффициент затухания. Требования к выбору параметров  $\omega_{\rm M}$ ,  $\xi_{\rm M}$ будут определены ниже.

В соответствии с указанным эталоном предположим, что требуется получить эталонное движение по переменной  $x_{\rm K}$  в виде (переменная  $\dot{x}_{\rm K}$  заменена на  $\dot{x}$  для обеспечения внутренней устойчивости закона управления)

$$\ddot{x}_{\rm K} = a_{\rm M_1} \dot{x} + a_{\rm M_0} (x_{\rm K} - x_{\rm K}^{\rm 3ad}). \tag{13}$$

Приравнивая правые части этого уравнения с правой частью (11), найдем заданную скорость тележки при условии точной информации о параметрах объекта управления:

$$\frac{a_{x_{\rm K}}^{\nu}}{-a_{{\rm M}_1}}\dot{v}_{3{\rm a}{\rm d}}^* + v_{3{\rm a}{\rm d}}^* = (-a_{{\rm M}_1})^{-1}[a_{{\rm M}_0}(x_{\rm K} - x_{\rm K}^{3{\rm a}{\rm d}}) - (14) - a_{x_{\rm K}}^{\phi_{\rm K}}\phi_{\rm K} - a_{x_{\rm K}}^{\Delta\phi}\Delta\phi - a_{x_{\rm K}}^{1}],$$

где  $v_{3ad}^*$  — точное значение заданной скорости тележки.

Из выражений для коэффициентов, входящих в соотношения (11), (10) и (8), можно определить значение параметра  $a_{x_{\rm K}}^{\dot{v}}$ . С учетом того, что крюк является небольшим объектом с сосредоточенной массой, отдаленным от своей точки подвеса, что дает  $(J_{\rm K} + m_{\rm K} l_{\rm K}^2) \approx m_{\rm K} l_{\rm K}^2$ , получаем:

$$a_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}} = \frac{J_{\kappa}(J_{\Gamma} + m_{\Gamma}l_{\Gamma}^{2})}{(J_{\kappa} + m_{\kappa}l_{\kappa}^{2})(J_{\Gamma} + m_{\Gamma}l_{\Gamma}^{2}) + m_{\Gamma}l_{\kappa}^{2}J_{\Gamma}} \approx$$

$$\approx \frac{(r_{\kappa}/l_{\kappa})^{2}}{\chi} \Rightarrow 0 < a_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}} \leq \max(a_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}) \ll 1,$$
(15)

где  $r_{\rm K}$  — радиус инерции крюка  $(J_{\rm K} = m_{\rm K} r_{\rm K}^2);$   $\chi = 1 + \frac{m_{\rm F}}{m_{\rm K}} \frac{J_{\rm F}}{J_{\rm F} + m_{\rm F} l_{\rm F}^2} \ge 1$  — безразмерный параметр;  $\max(a_{x_{\rm K}}^{\psi}) = (r_{\rm K}/l_{\rm K})^2$  — приблизительное

максимальное значение параметра  $a_{x_{\rm K}}^{\dot{\psi}}$ , зависящее только от  $r_{\rm K}$ ,  $l_{\rm K}$ .

Приведенные соотношения показывают, что параметр  $a_{x_{\rm K}}^{\dot{\nu}}$  положителен, чем обеспечивается внутренняя устойчивость закона управления по формированию  $v_{\rm 3ad}^*$  в уравнении (14), а также дают возможность его приблизительного расчета.

Проверим, позволяет ли закон управления (14) достичь цель (9) относительно подвеса крюка, когда на него не действует возмущение от колебаний груза ( $\Delta \phi \equiv 0$ ), т. е. будет ли достигаться условие:  $x_{\kappa} \rightarrow x_{\kappa}^{3aA}$ ,  $\dot{\phi}_{\kappa} \rightarrow 0$ . Для простоты рассуждений примем вначале, что  $x_{\kappa}^{3aA} = \text{const.}$ 

Назначим функцию Ляпунова

$$\Lambda = 0, 5[\dot{x}_{\kappa}^{2} - a_{M0}(x_{\kappa} - x_{\kappa}^{3a\mu})^{2}] \ge 0.$$

Заметим, что  $\Lambda = 0$  только при  $\dot{x}_{\kappa} = 0$  и  $x_{\kappa} = x_{\kappa}^{3an}$ . Производная этой функции в силу (13) равна:  $\Lambda' = a_{\rm M1} \dot{x} \dot{x}_{\kappa}$ . Поскольку в соответствии с (12)  $a_{\rm M1} < 0$ , для того, чтобы эта функция Ляпунова уменьшалась по времени, необходимо постоянное или на подавляющей части периода колебаний маятника выполнение условия: sign( $\dot{x}$ ) = sign( $\dot{x}_{\kappa}$ ). Рассмотрим, при каких условиях это можно обеспечить.

В силу равенства  $x_{\rm K} \approx x + l_{\rm K} \varphi_{\rm K}$  (в соответствии с рис. 1) и равенства  $a_{\rm M0} = -\omega_{\rm M}^2$  (в соответствии с (12)), уравнение (13) можно переписать в виде

$$\ddot{x} - a_{\rm M1}\dot{x} - a_{\rm M0}(x - x_{\rm K}^{\rm 3a \pi}) \approx -l_{\rm K}(\ddot{\varphi}_{\rm K} + \omega_{\rm M}^2 \varphi_{\rm K}).$$

Известно, что собственное колебание подвеса крюка, как и любого другого маятника в принятых условиях, можно описать уравнением [17]  $\ddot{\varphi}_{\kappa} + \omega_{\kappa 0}^2 \varphi_{\kappa} = 0$  с собственной частотой  $\omega_{\kappa 0}$ . Прибавляя к правой части предыдущего равенства этот нуль, умноженный на  $l_{\kappa}$ , получим

$$\begin{aligned} &\ddot{x} - a_{\rm M1} \dot{x} - a_{\rm M0} (x - x_{\rm K}^{\rm 3a\mu}) \approx \\ &\approx (\omega_{\rm K0}^2 - \omega_{\rm M}^2) l_{\rm K} \varphi_{\rm K} \approx (\omega_{\rm K0}^2 - \omega_{\rm M}^2) (x_{\rm K} - x). \end{aligned}$$

Продифференцируем это равенство и с учетом (12) получим

$$\ddot{x} + 2\tilde{\xi}_{\rm M}\omega_{\rm K0}\ddot{x} + \omega_{\rm K0}^2\dot{x} \approx (\omega_{\rm K0}^2 - \omega_{\rm M}^2)\dot{x}_{\rm K},$$

где  $\tilde{\xi}_{M} = \xi_{M} \omega_{M} / \omega_{K0}$  — результирующий коэффициент демпфирования.

Полученное уравнение В соответствии с теорией автоматического управления означает, что динамика движения тележки по переменной  $\dot{x}$  соответствует колебательному звену с собственной частотой  $\omega_{\kappa 0}$  и относительным коэффициентом затухания  $\tilde{\xi}_{M} > 0$  со стремлением:  $\dot{x} \rightarrow [(\omega_{\kappa 0}^2 - \omega_M^2)/\omega_{\kappa 0}^2]\dot{x}_{\kappa}$ . В силу назначенного эталона (12) и реализованного закона управления (14) основная частота движений по переменной  $\dot{x}_{\kappa}$  будет равна  $\omega_{M}$ . Если потребовать выполнение условия  $\omega_{\rm M} < \omega_{\rm K0}$ , то переменная  $\dot{x}$  на переходных процессах будет изменяться быстрее  $\dot{x}_{\kappa}$  и, соответственно, иметь на подавляющей части периода колебательных движений тот же знак, т. е. sign( $\dot{x}$ ) = sign( $\dot{x}_{\kappa}$ ).

Если таким образом обеспечить уменьшение по времени назначенной функции Ляпунова, то по указанным ее свойствам получим:

 $\dot{x}_{\kappa} \rightarrow 0 \ (\ddot{x}_{\kappa} \rightarrow 0), \text{ а также } x_{\kappa} \rightarrow x_{\kappa}^{3 a \mu}.$ 

Тогда из (13) следует, что  $\dot{x} \rightarrow 0$ , а значит, и  $\dot{\phi}_{\kappa} \rightarrow 0$ .

Таким образом, для достижения устойчивости подвеса крюка, т. е. для выполнения условий

$$x_{\rm K} \rightarrow x_{\rm K}^{\rm 3ad}; \dot{x} \rightarrow 0; \dot{\varphi}_{\rm K} \rightarrow 0$$

требуется обеспечить надлежащий выбор параметров эталонной модели. Этот вывод можно сделать и для медленно меняющегося значения  $x_{\kappa}^{3ad}$ , соответствующего общему случаю требований (9). Обобщая указанное требование к  $\omega_{\rm M}$  по значению результирующего коэффициента затухания ( $\tilde{\xi}_{\rm M}$ ), можно сформировать требования к параметрам эталонной модели (12) в следующем виде:

$$\omega_{\rm M} < \omega_{\rm K0}, \quad 0 < \xi_{\rm M} < 1, \xi_{\rm M} \rightarrow 1, \tag{16}$$

где под  $\omega_{\kappa 0}$  будем понимать собственную частоту колебаний подвеса крюка совместно с грузом, когда относительных колебаний груза нет, т. е.  $\Delta \phi \equiv 0$ , и при  $v \cong 0$ . Последнее соответствует условию стабилизации угловых движений в районе заданного положения груза и управлению по скорости.

Поскольку параметры объекта управления по условию неизвестны, вместо уравнения (14) используем закон управления

$$\frac{\hat{a}_{x_{\rm K}}^{\dot{\nu}}}{-a_{{\rm M}_1}}\dot{v}_{_{3\rm A\rm I}}+v_{_{3\rm A\rm I}}=(-a_{{\rm M}_1})^{-1}[a_{{\rm M}_0}(x_{\rm K}-x_{\rm K}^{^{3\rm A\rm I}})-(17) -\hat{a}_{x_{\rm K}}^{\phi_{\rm K}}\phi_{\rm K}-\hat{a}_{x_{\rm K}}^{\Delta\phi}\Delta\phi-\hat{a}_{x_{\rm K}}^{1}],$$

где верхний индекс "∩" означает оценку соответствующего элемента.

Для получения оценок неизвестных параметров используется алгоритм текущей параметрической идентификации, например, рекуррентный метод наименьших квадратов с фактором забывания [18]:

$$\begin{aligned} & \left\{ \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{i} = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1} + \mathbf{P}_{i} \mathbf{y}_{i} \varepsilon_{i}; \quad \varepsilon_{i} \triangleq z_{i} - \mathbf{y}_{i}^{\mathsf{T}} \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{i-1}; \\ & \mathbf{P}_{i} = [\mathbf{P}_{i-1} - \mathbf{P}_{i-1} \mathbf{y}_{i} \mathbf{y}_{i}^{\mathsf{T}} \mathbf{P}_{i-1} (1 + \mathbf{y}_{i}^{\mathsf{T}} \mathbf{P}_{i-1} \mathbf{y}_{i})^{-1}] / \beta; (18) \\ & \mathbf{P}_{0} = \Im \mathbf{E}_{3}; \quad \beta < 1; \quad \beta \to 1, \end{aligned}$$

где индекс i = 1, 2, 3, ... указывает на дискретные моменты времени с шагом  $\Delta t$ ;  $\hat{\theta}_i \triangleq [(\hat{a}_{x_{\kappa}}^{\phi_{\kappa}})_i, (\hat{a}_{x_{\kappa}}^{\Delta\phi})_i, (\hat{a}_{x_{\kappa}}^1)_i]^{\mathsf{T}}$  — вектор искомых оценок; верхний индекс "<sup>т</sup>" означает транспонирование;  $\mathbf{y}_i = [\phi_{k_i}, \Delta \phi_i, 1]^{\mathsf{T}}$  — вектор регрессоров, соответствующий искомым оценкам;  $\varepsilon_i$  невязка идентификации;  $z_i = \ddot{\phi}_{k_i} - \hat{a}_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}} v_{3aA_i}$  отклик объекта, где оценка  $\hat{a}_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}$  определяется отдельно (показано ниже);  $\mathbf{P}_i$  — матричный (3×3) коэффициент усиления алгоритма;  $\beta$  — назначаемый фактор забывания прошедших измерений для слежения за изменяющимся во времени искомыми параметрами;  $\vartheta$  — положительное число, задающее начальную скорость изменения оценок;  $\mathbf{E}_3$  — единичная (3×3) матрица.

Предположим, что через малый промежуток времени работы системы невязка идентификации будет близка к нулю ( $\varepsilon \simeq 0$ ), тогда вместо соотношения (11) можно в непрерывном времени записать:

$$\ddot{x}_{\kappa} \approx \hat{a}_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}} \dot{\nu} + \hat{a}_{x_{\kappa}}^{\phi_{\kappa}} \phi_{\kappa} + \hat{a}_{x_{\kappa}}^{\Delta \phi} \Delta \phi + \hat{a}_{x_{\kappa}}^{1},$$

что и дает основание для записи закона (17) и выводу аналогичных свойств точного закона управления (14), при условии, что оценка  $\hat{a}_{x_{\kappa}}^{\psi}$ удовлетворяет требованиям "упрощенных" условий адаптируемости [15, 16]:

$$sign(\hat{a}_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}) = sign(a_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}); |a_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}|/2 \leq |\hat{a}_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}| \leq |\hat{a}_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}|_{max}; \ d\hat{a}_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}/ \to 0,$$
(19)

где  $|\hat{a}_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}|_{\max} \ge 2|a_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}|$  — верхнее ограничение оценки параметра  $\hat{a}_{x_{\kappa}}^{\dot{\nu}}$ , которое определяется экспериментально по качеству результирующего управления.

В связи с этим оценка  $\hat{a}_{x_{\rm k}}^{\dot{\nu}}$  принята постоянной, заранее назначаемой с соблюдением (19), и исключена из алгоритма идентификации, как это представлено в алгоритме (18). Опыт исследований показывает, что на основании (15) и (19) достаточно назначить оценку  $\hat{a}_{x_{\rm k}}^{\dot{\nu}}$  в виде максимального значения истинной величины этого параметра по (15), т. е.:

$$\hat{a}_{x_{\rm K}}^{\dot{\nu}} = (r_{\rm K}/\hat{l}_{\rm K})^2,$$
 (20)

где  $\hat{l}_{\kappa}$  — оценка параметра  $l_{\kappa}$ , которая может быть получена, например, путем интегрирования вертикальной скорости (обычно постоянной) перемещения груза, как это предлагалось в работах [9, 14].

Как точный закон управления (14), так и реальный (17) при выполнении указанных выше условий обеспечивают два первых требования (9). Если теперь принять во внимание относительное колебание груза, т. е. условие  $\Delta \phi \neq 0$ , то можно построить следующие заключения. Из физики явления следует, что движения маятниковой системы по углам φ<sub>к</sub> и Δφ взаимосвязаны, в том числе колебания по До возбуждают колебания по фк. Поскольку система управления обеспечивает  $\dot{\phi}_{\kappa} \rightarrow 0$ , то за счет обратного влияния это потенциально направлено на противодействие указанному возмушению, т. е. на его гашение. Это справедливо, если среднее значение частной производной  $\partial \phi_{\kappa} / \partial \Delta \phi$  будет достаточно большим по модулю. Однако анализ фазовых траекторий  $\phi_{\kappa}(\Delta \phi)$ для типовых случаев показывает, что с увеличением момента инерции груза (*J*<sub>г</sub>) модуль среднего значения указанной частной производной уменьшается, т. е. снижается влияние φ<sub>к</sub> на Δφ. Последнее будет порождать затянутость процесса гашения колебаний по Дф.

Для устранения этого явления предлагается величину  $x_{\kappa}^{3a\mu}$ , определенную по соотношению (9), в законах управления (14) и (17) задавать в виде

$$x_{\kappa}^{3a\pi} = x_{\Gamma}^{3a\pi} - l_{\Gamma} f_{\Phi H \Psi}(\varphi_{\Gamma}) + k_{\pi} l_{\Gamma} f_{\phi opc}(\Delta \varphi), \quad (21)$$

где последнее слагаемое предназначено для усиления демпфирования колебаний груза за счет небольшого заданного перемещения крюка в сторону колебательного перемещения груза (аналогично приведенным выше доводам по устойчивости подвеса крюка);  $k_{\rm d} > 0$  — подбираемый коэффициент;  $f_{\rm dopc}(\Delta \varphi)$  — функция форсирования сигнала  $\Delta \varphi$ , для того, чтобы изза задержки системой управления указанный сигнал демпфирования попадал в нужную фазу.

Последнюю целесообразно представить в виде приближения к обратной динамике эталонной модели, что можно записать в изображениях Лапласа как

$$f_{\text{popc}}(\Delta \varphi, p) = \frac{\omega_{\text{M}}^{-2} p^2 + 2\xi_{\text{M}} \omega_{\text{M}}^{-1} p + 1}{k_{\phi 1} p^2 + k_{\phi 2} p + 1} \Delta \varphi(p), \quad (22)$$

где p — переменная преобразования Лапласа;  $k_{\phi 1}, k_{\phi 2}$  — малые положительные коэффициенты для реализуемости и устойчивости указанной передаточной функции.

Для того чтобы выбрать собственную частоту эталонной модели для соблюдения (16), а также параметры функции  $f_{\Phi H \Psi}(\varphi_r)$  в уравнении (21), нужно знать собственную частоту колебаний подвеса крюка совместно с грузом при  $\Delta \varphi \equiv 0$  ( $\omega_{\kappa 0}$ ) и аналогичную по углу  $\Delta \varphi$ ( $\omega_{r0}$ ) при  $\nu \cong 0$ . Эти частоты можно получить из второго и третьего уравнений системы (8). Действительно, при условиях  $\dot{x} \equiv 0$ ,  $f_{ynp} \equiv 0$ ,  $\xi_{Tp} \equiv 0$ ,  $f_{B} \equiv 0$  их можно записать в виде

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_{\kappa} \approx (a_{\varphi_{\kappa}}^{\varphi_{\kappa}} + a_{\varphi_{\kappa}}^{\varphi_{\Gamma}})\varphi_{\kappa} + a_{\varphi_{\kappa}}^{\varphi_{\Gamma}}\Delta\varphi; \\ \Delta \ddot{\varphi} \approx (a_{\varphi_{\Gamma}}^{\varphi_{\kappa}} + a_{\varphi_{\Gamma}}^{\varphi_{\Gamma}} - a_{\varphi_{\kappa}}^{\varphi_{\kappa}} - a_{\varphi_{\kappa}}^{\varphi_{\Gamma}})\varphi_{\kappa} + (a_{\varphi_{\Gamma}}^{\varphi_{\Gamma}} - a_{\varphi_{\kappa}}^{\varphi_{\Gamma}})\Delta\varphi. \end{cases}$$

Отсюда с учетом известной и указанной выше формулы колебательного собственного движения находим  $\omega_{\kappa 0}$  при  $\Delta \phi \equiv 0$  и  $\omega_{r0}$  при  $\phi_{\kappa} \equiv 0$ :

$$\omega_{\kappa 0}^2 \approx -(a_{\varphi_{\kappa}}^{\varphi_{\kappa}} + a_{\varphi_{\kappa}}^{\varphi_{\Gamma}}), \quad \omega_{\Gamma 0}^2 \simeq a_{\varphi_{\kappa}}^{\varphi_{\Gamma}} - a_{\varphi_{\Gamma}}^{\varphi_{\Gamma}}.$$
(23)

На практике при текущей неопределенности эти параметры могут быть найдены приблизительно опытным путем по периодам соответствующих колебаний.

#### Пример

Рассматривалась система управления макетом мостового крана, описанного в работе [19]. Моделирование проводилось в программной среде MATLAB/Simulink с реализацией механической части модели в пакете Multibody. Модель всей системы управления соответствовала уравнениям (6), (12), (16)—(22).

Параметры объекта управления:  $m_{\rm T} = 0,85$  кг,  $m_{\rm K} = m_{\rm F} = 0,1$  кг,  $r_{\rm K} = 0,03$  м,  $l_{\rm F} = 0,1$  м,  $x_{\rm F}^{\rm 33,0} = 0,5$  м,  $k_{\rm Tp} = 0,3$  Н·с/м, привод тележки реализован в виде шагового электродвигателя. При исследовании изменяли длину подвеса крюка



Рис. 2. Исследование системы управления при  $l_{\rm K} = 0.8$  м,  $r_{\rm r} = 0.05$  м Fig. 2. Study of the control system at  $l_{\rm K} = 0.8$  m,  $r_{\rm r} = 0.05$  m



в диапазоне  $l_{\rm K} = 0,15...0,8$  м и момент инерции груза в виде вариации его радиуса инерции:  $r_{\rm \Gamma} = 0,05...0,25$  м ( $J_{\rm \Gamma} = m_{\rm \Gamma}r_{\rm \Gamma}^2$ ), что соответствует изменению момента инерции груза в 25 раз.

Приняты следующие параметры алгоритма идентификации (18):  $\Delta t = 0,01$  с (с этим же временным шагом формировались дискретные значения сигнала  $v_{3a,\pi}$  по (17)),  $\vartheta = 10$ ,  $\beta = 0,998$ ,  $\hat{l}_{\kappa} = l_{\kappa}$  (умеренные ошибки этой оценки до 20 % практически не влияют на качество управления). Параметры эталонной модели (12):  $\omega_{\rm M} = 1,5$  c<sup>-1</sup>,  $\xi_{\rm M} = 0,9$ . Параметры уравнения (21): функция  $f_{\rm \Phi H Y}$  была реализована в виде апериодического звена с единичным коэффициентом

> усиления и постоянной времени 2 с,  $k_{\rm A} = 3$ . Параметры уравнения (22):  $k_{\rm d1} = 0,1$  c<sup>-2</sup>,  $k_{\rm d2} = 0,6$  c<sup>-1</sup>. Динамику отработки системой управления сигнала  $v_{\rm зад}$  моделировали апериодическим звеном с единичным коэффициентом усиления и постоянной времени 0,002 с и звеном задержки 0,003 с, а также ограничением размаха этого сигнала значением 0,35 м/с.

> На рис. 2-5 представлены результаты исследования системы управления краном. На рис. 2:  $l_{\rm K} = 0.8$  м,  $r_{\rm f} = 0.05$  м. Этому сочетанию соответствуют собственные частоты πο (23):  $ω_{\kappa 0} = 3.9 \text{ c}^{-1}$ ,  $ω_{r0} =$ = 11,8 с<sup>-1</sup>. На рис. 3:  $l_{\kappa} = 0.8$  м,  $r_{\rm r} = 0.25 \,{\rm M}, \, \omega_{\rm K0} = 3.9 \,{\rm c}^{-1}, \, \omega_{\rm r0} =$  $= 3,93 \text{ c}^{-1}$ . На рис. 4:  $l_{\kappa} = 0,15 \text{ м},$  $r_{\rm r} = 0.05 \text{ M}, \omega_{\rm K0} = 8.8 \text{ c}^{-1}, \omega_{\rm r0} =$ = 13.1 c<sup>-1</sup>. На рис. 5:  $l_{\rm K} = 0.15 \text{ M},$  $r_{\rm r} = 0.25$  м,  $\omega_{\rm K0} = 8.9$  с<sup>-1</sup>,  $\omega_{\rm r0} = 4.4$  с<sup>-1</sup>. При этом промежуточные варианты груза и длины подвеса крюка по отношению к указанным значениям дают и промежуточное качество управления.

> Результаты исследования показывают, что поставленное требование к качеству управления (9) выполняется. При этом время перемещения груза в целевую точку в условиях текущей неопре-



Рис. 4. Исследование системы управления при  $l_{\rm K} = 0.15$  м,  $r_{\rm r} = 0.05$  м Fig. 4. Study of the control system at  $l_{\rm K} = 0.15$  m,  $r_{\rm r} = 0.05$  m

деленности параметров крана, груза и внешних возмущений составляет не более 3...4 с (до 5 % ошибки по эталону), время успокоения угловых колебаний (до амплитуды в 5°) после начала перемещения груза или ветрового воздействия не превышает 12 с. Следует также отметить, что при малом значении момента инерции груза (см. рис. 2 и рис. 4) результаты практически не меняются, если в зависимости (21) убрать последнее слагаемое, направленное на дополнительное демпфирование колебаний груза. При больших значениях  $J_{\Gamma}$  последнее приводит к значительному затягиванию гашения угловых колебаний. Отсюда следует, что указанное слагаемое можно "подключать" только при значительных моментах инерции груза.



Fig. 5. Study of the control system at  $l_{\rm x} = 0.15$  m,  $r_{\rm r} = 0.25$  m

Также было исследовано влияние шумов датчиков информации, участвующей реализации алгоритма идентификации (18) и закона управления (17). Предположим, что для этого используются микромеханические датчики, измеряющие ускорение и угловую скорость и установленные на крюке и грузе (углы определяются интегрированием угловых скоростей) с погрешностями измерений в виде гауссовских центрированных сигналов со среднеквадратическими отклонениями: по угловой скорости 0,1 °/с, а по ускорению 0,1 м/с<sup>2</sup> [20, 21]. Исследова-

ние показало, что при этом характер представленных графиков практически не изменился.

Случаи существенного превышения массы груза над крюком приводил к результатам, соответствующим одномаятниковой модели крана, что было рассмотрено в работе [14].

#### Заключение

Результаты исследования показывают, что предлагаемая система управления мостовым краном для случая, когда параметры переносимого груза близки к параметрам крюка, решает задачу по быстрому перемещению груза в целевую точку и гашению угловых колебаний, включая парирование ветровых возмущений. Это выполняется при текущей параметрической неопределенности характеристик крана, переносимого груза и внешних возмущений в широкой области их значений. Можно констатировать, что закон управления (17) является более универсальным, чем ранее описанный в работе [14].

#### Список литературы

1. Черноусько Ф. Л., Ананьевский И. М., Решмин С. А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006. 328 с.

2. Fang Y., Ma B., Wang P., Zhang X. A Motion planningbased adaptive control method for an underactuated crane system // IEEE Transactions on control systems technology. 2012. Vol. 20, N. 1. P. 241–248.

3. **Мещеряков В. Н., Колмыков В. В.** Способы определение параметров грузов, перемещаемых мостовыми кранами с системой автоматического успокоения колебаний // Фундаментальные исследования. 2015. № 7. С. 79—84.

4. Ngo Q. H., Nguyen N. P., Nguyen C. N., Tran T. H., Hong K. S. Fuzzy sliding mode control of container cranes // International Journal of Control, Automation and Systems. 2015. Vol. 13, N. 2. P. 419–425.

5. Sun N., Fang Y., Chen H. Adaptive antiswing control for cranes in the presence of rail length constraints and uncertainties // Nonlinear Dyn. 2015. Vol. 81. P. 41–51.

6. Толочко О. И., Бажутин Д. В. Гашение колебаний перемещаемых мостовыми кранами грузов при переменной длине каната // Завалишинские чтения. Санкт-Петербург. 2016. С. 250—255.

7. Щербаков В. С., Корытов М. С., Шершнева Е. О. Активный способ гашения колебаний груза после остановки мостового крана // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 6. С. 368—374.

8. Антипов А. С., Краснова С. А. Система стабилизации положения тележки крана с использованием сигмоидальной функции // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 10. С. 609—614.

9. Круглов С. П., Аксаментов Д. Н. Метод адаптивного управления мостовым краном с прямым отслеживанием перемещения груза // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 12. С. 682—688.

10. Зегжда С. А., Шатров Е. А., Юшков М. П. Гашение колебаний тележки с двойным маятником с помощью управления ее ускорением // Вестник СПбГУ. Сер. 1. Математика. Механика. Астрономия. 2016. Т. 3(61), Вып. 4. С. 683—688.

11. Sun N., Fang Y., Wu Y., Chen H. Adaptive Positioning and Swing Suppression Control of Underactuated Cranes Exhibiting Double-Pendulum Dynamics: Theory and Experimentation // 31st Youth Academic Annual Conference of Chineze Assosiation of Automation. Wuhan. China. November 11-13. 2016. P. 87–92. 12. **Qian D., Yi J.** Hierarchical Sliding Mode Control for Under-actuated Cranes. Design, Analysis and Simulation. 2015. 199 c. URL: https://www.researchgate.net/publication/316268307\_Hierarchical Sliding Mode Control for Under-actuated Cranes.

13. **Guo W, Liu D, Yi J, Zhao D.** Passivity-based-control for double-pendulum-type overhead cranes. // Proceedings of IEEE region 10 annual international conference. Chiang Mai. Thailand. 2004. P. 546–549.

14. **Круглов С. П., Аксаментов Д. Н.** Адаптивное управление мостовым краном по скорости перемещения тележки // Доклады ТУСУР. 2022. Т.25, № 1. С. 86—92.

15. **Круглов С. П.** Условия адаптируемости систем управления с идентификатором и эталоном. LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, Saarbucken, Deutschland, 2012. 125 с.

16. **Круглов С. П.** Сходимость невязки идентификации в системе управления с параметрической адаптацией // "Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами": электрон. науч. журн. 2019. № 1. С.27—40. URL: http://ismm-irgups.ru/toma/12-2019.

17. **Сивухин Д. В.** Общий курс физики. М.: Наука, Механика. 1979. Т. 1. 520 с.

18. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. / Под ред. Я. З. Цыпкина. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит. 1991. 432 с.

19. Аксаментов Д. Н. Исследование адаптивного закона управления мостовым краном на его макете // Вестник ИГЭУ. 2022. № . 2. С. 47—57.

20. **MPU-6000/MPU-6050** Product Specification. InvenSense, 2013. 54 p. URL: http://www.invensense.com.

21. Жмудь В. А., Кузнецов К. А., Кондратьев Н. О., Трубин В. Г., Трубин М. В. Акселерометр и гироскоп MPU6050: первое включение на STM32 и исследование показаний в статике // Автоматика и программная инженерия. 2018. № 3(25). С. 9–22.

### Adaptive Control of Two-Pendulum Suspension of Overhead Crane

S. P. Kruglov, kruglov\_s\_p@mail.ru, S. V. Kovyrshin, sergkow@mail.ru, D. N. Aksamentov, gaastra104@mail.ru, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, 664074, Russian Federation

> Corresponding author: **Kruglov S. P.**, Dr. Sc., Professor, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, 664074, Russian Federation, e-mail: *kruglov s p@mail.ru*

> > Accepted on June 09, 2022

#### Abstract

When constructing the bridge crane control law, a two-pendulum model with a hook suspension, on which the transported load is suspended, and a load suspension is considered. This model more accurately describes the dynamics of cargo movement, which is especially critical in a number of crane operating modes, including cases when the mass-inertial parameters of the cargo are close to the hook. A mathematical model of the two-pendulum mechanical system of the crane suspension along one axis of its movement is described, taking into account the effect of friction forces when moving the crane trolley and wind disturbance acting on the transported cargo. Also, there is presented linearized model of hook movement with control action in the form of preset speed of crane trolley movement. The latter corresponds to the use of a servo motor or stepper motor to control the trolley. On the basis of the obtained linearized model, an adaptive control law is constructed using a scheme including an algorithm for current parametric identification, an implicit reference model, "simplified" adaptability conditions with direct tracking of hook movement (through it - cargo movement) by the properties of the assigned reference model. This control law allows you to build crane control under the current parametric uncertainty of the properties of the crane, the transported cargo and external disturbances (only approximate information about some parameters is assumed). It is shown that in the case when the natural frequency of the assigned reference model is less than that for the hook suspension, the proposed control law generates asymptotic movement of the hook (load) to the assigned point and damping of angular oscillations of the hook suspension and load suspension. For more efficient damping of angular oscillations in case of large values of load moment of inertia, it is proposed to supplement preset value of hook movement with damping movements based on angular movement of load suspension. Model examples supporting theoretical conclusions are given. It is shown that the proposed solution makes it possible to build a bridge crane control under the action of measurement noise and control signal delays.

**Keywords:** overhead crane, two-pendulum scheme, oscillations damping, current identification algorithm, adaptive control system, reference model

#### For citation:

Kruglov S. P., Kovyrshin S. V., Aksamentov D. N. Adaptive Control of Two-Pendulum Suspension of Overhead Crane, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 9, pp. 451–461.

DOI: 10.17587/mau.23.451-461

#### References

1. Chernous'ko F. L., Anan'evskij I. M., Reshmin S. A. Control methods of nonlinear mechanical systems, Moscow, Fizmatlit, 2006. 328 p. (in Russian).

2. Fang Y., Ma B., Wang P., Zhang X. A Motion planningbased adaptive control method for an underactuated crane system, *IEEE Transactions on control systems technology*, 2012, vol. 20, no. 1, pp. 241–248.

3. Meshherjakov V. N., Kolmykov V. V. Methods for determining the parameters of loads moved by bridge cranes with automatic vibration calming system, *Fundamental study*, 2015, no. 7, pp. 79–84 (in Russian).

4. Ngo Q. H., Nguyen N. P., Nguyen C. N., Tran T. H., Hong K. S. Fuzzy sliding mode control of container cranes, *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2015, vol. 13, no. 2, pp. 419–425.

5. Sun N., Fang Y., Chen H. Adaptive antiswing control for cranes in the presence of rail length constraints and uncertainties, *Nonlinear Dyn.*, 2015, vol. 81, pp. 41–51.

6. Tolochko O. I., Bazhutin D. V. Eliminating the payload swing for overhead cranes under the variation of cable length, *Naval-ishensky reading. Saint-Petersburg*, 2016, pp. 250–255 (in Russian).

7. Shherbakov V. S., Korytov M. S., Shershneva E. O. Active method for dampening load fluctuations after stopping the bridge crane, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 6, pp. 368–374 (in Russian).

8. Antipov A. S., Krasnova S. A. System for stabilizing the position of the crane truck using the sigmoid function, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 10, pp. 609–614 (in Russian).

9. **Kruglov S. P., Aksamentov D. N.** A Method of Adaptive Control of an Overhead Crane with Direct Tracking of the Load Movement, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol 21, no. 12, pp. 682–688 (in Russian).

10. Zegzhda S. A., Shatrov E. A., Yushkov M. P. Suppression of oscillation of a trolley with a double pendulum by means of control of its acceleration, *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 1. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2016, vol. 3 (61), iss. 4, pp. 683–688 (in Russian).

11. Sun N., Fang Y., Wu Y., Chen H. Adaptive Positioning and Swing Suppression Control of Underactuated Cranes Exhibiting Double-Pendulum Dynamics: Theory and Experimentation, *31st Youth Academic Annual Conference of Chineze Assosiation of Automation*, Wuhan, China, 2016, November 11–13, pp. 87–92.

12. Qian D., Yi J. Hierarchical Sliding Mode Control for Under-actuated Cranes. Design, Analysis and Simulation, 2015, 199 p., available at: https://www.researchgate.net/publica-tion/316268307\_Hierarchical\_Sliding\_Mode\_Control\_for\_Under-actuated\_Cranes.

13. Guo W, Liu D, Yi J, Zhao D. Passivity-based-control for double-pendulum-type overhead cranes, *Proceedings of IEEE region 10 annual international conference*, Chiang Mai, Thailand, 2004, pp. 546–549.

14. **Kruglov S. P., Aksamentov D. N.** Adaptive control of the overhead crane by the trolley speed, *Doklady*'*TUSUR*, 2022, vol. 25, no. 1, pp. 86–92 (in Russian).

15. **Kruglov S. P.** The terms of the adaptability of control systems with an identifier and a benchmark, Monograph, LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, Saarbucken. Deutschland, 2012, 125 p. (in Russian).

16. **Kruglov S. P.** Convergence of the residual identification error in the control system with parametrical adaptation, Information technology and mathematical modeling in the management of complex systems, electronic scientific journal, 2019, no. 1, pp. 27–40, available at: http://ismm-irgups.ru/toma/12-2019. (in Russian).

17. **Sivuxin D. V.** General course of physics, Moscow, Science, Mechanics, 1979, vol. 1, 520 p. (in Russian)

18. Ljung L. System Identification: Theory for the User, University of Linkoping, Sweden, 1991, 432 p.

19. Aksamentov D. N. Research of adaptive control law of the overhead crane on its model, *Vestnik IGE'U*, 2022, no. 2, pp. 47–57 (in Russian).

20. **MPU-6000/MPU-6050** Product Specification. InvenSense, 2013, 54 p, available at: http://www.invensense.com.

21. Zhmud V. A., Kuznetsov K. A., Kondratyev N. O., Trubin V. G., Trubin M. V. Accelerometer and Gyroscope MPU6050; the First Inclusion on STM32 and the Study of its Indications in Statics, *Automatics & Software enginery*, 2018, no. 3 (25), pp. 9–22 (in Russian).

### АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

УДК 621.357

#### DOI: 10.17587/mau.23.462-472

#### **Д. С. Соловьев,** канд. техн. наук, доц., solovjevdenis@mail.ru, **И. А. Соловьева,** ассистент, good.win32@yandex.ru, Тамбовский государственный университет имени Г. Р. Державина

# Разработка и исследование системы оптимального управления гальваническими процессами в ваннах со многими анодами

Рассматривается проблема повышения равномерности распределения толщины гальванических покрытий на поверхности обрабатываемых деталей. Проведен анализ управляющих воздействий, оказывающих влияние на равномерность гальванического покрытия, в ходе которого отдано предпочтение использованию ванн со многими анодами. Существующие режимы протекания гальванического процесса в ваннах со многими анодами не находят широкого распространения вследствие конструктивной сложности реализации, возникающей из-за необходимости обеспечения равномерности толщины получаемого покрытия для многономенклатурных производств. Авторами предлагается режим протекания гальванического процесса, в ходе которого отыскивается оптимальное число и размеры анодов, а также сила тока и длительность его протекания через каждый из анодов, которые обеспечивают выравнивание распределения силовых линий электрического поля в электролите между анодами и поверхностью покрываемой детали. Для реализации оптимального управления предлагаемым режимом разработана структура системы управления (математическая модель, поисковый алгоритм, управляющее и исполнительное устройства) с обратной связью по силе тока через поверхность детали и предложен алгоритм ее работы (на базе ПИД закона и релейного управления), практическая реализация которых осуществлена с использованием инструментального программного комплекса промышленной автоматизации CoDeSys V2.3 на языке программирования функциональных блоков FBD. На примере нанесения цинкового покрытия на Z-образную деталь найдено оптимальное управление предлагаемым режимом протекания гальванического процесса. В результате имитационного моделирования найденного режима осуществлена настройка контура регулирования в целях достижения минимума интеграла от квадрата отклонения уставки и продемонстрирована корректность алгоритма работы системы управления с точки зрения получаемого относительного отклонения средней толщины покрытия в 5 %, что сопоставимо с погрешностью современных толщиномеров.

**Ключевые слова:** имитационное моделирование, система оптимального управления, структурная схема, алгоритм, гальванический процесс, ванна со многими анодами

#### Введение

Гальванические покрытия используются для изменения свойств поверхности деталей и их защиты от коррозии. Нанесение гальванических покрытий является финишной операцией для производства большинства деталей, от которой напрямую, в конечном счете, зависит качество готовой продукции. Одним из наиболее значимых показателей качества гальванического покрытия является его равномерность. Снижение равномерности покрытия может привести к увеличению расхода металла покрытия и затрачиваемой на гальванический процесс электроэнергии или к браку конечного продукта, что в итоге увеличивает себестоимость производства. По состоянию на 2020 г. в Российской Федерации общий объем производства гальванических покрытий составляет 25...44 тыс. т/год, что при средней толщине 15 мкм и плотности 8 т/м<sup>3</sup> для наиболее типичных покрытий (Cr, Ni, Cu, Zn) обеспечивает совокупную площадь 200...370 млн м<sup>2</sup>/год обрабатываемой покрытиями поверхности [1]. В связи с вышесказанным представляются актуальными вопросы, связанные с повышением равномерности гальванических покрытий обрабатываемых деталей.

Управляющими воздействиями, оказывающими влияние на равномерность гальванического покрытия, являются: состав электролита (плотность и концентрация компонентов) [2], гидродинамические (перемешивание электролита) [3], температурные [4] и электрические режимы (плотность и распределение тока) [5], а также геометрические факторы (расположение деталей-катодов на подвесе [6], ванны со многими анодами [7], токонепроводящими экранами [8], биполярными электродами [9] и изменение межэлектродного расстояния [10]).

Существует ряд работ, в которых для увеличения равномерности получаемых покрытий

у ванн со многими анодами применяется сочетание нескольких видов воздействий (поиск числа анодов и плотности тока [11], расположения анодов и интенсивности перемешивания электролита [12]). Однако допущения о влиянии анодов только на противоположный участок детали, а не на всю ее поверхность в целом, и сложность в конструктивной реализации (изменение межэлектродного расстояния требует наличия системы точного позиционирования для динамического перемещения анодов в пространстве ванны во время нанесения покрытия) предлагаемых режимов не способствует их широкому распространению. Для устранения вышеописанных недостатков авторами предлагается новый режим протекания гальванического процесса в ваннах со многими анодами. Однако для оптимального протекания предложенного режима необходима разработка и исследование соответствующей системы управления гальваническим процессом.

Целью статьи является разработка и исследование системы оптимального управления гальваническими процессами в ваннах со многими анодами.

#### Особенности протекания гальванического процесса в ваннах со многими анодами и реализации системы оптимального управления

Суть предлагаемого режима заключается в следующем [13, 14]: аноды размещаются на электроизолированных участках стержня (электроизоляция достигается путем использования диэлектрической муфты с внутренней резьбой, а также участков штанги с наружной резьбой), снабженных индивидуальными элементами токоподвода, кабель от которых подключается к выпрямительному агрегату через устройство, позволяющее устанавливать различную силу тока и длительность его протекания для каждого анода при одновременном начале их работы. Число и размеры анодов могут изменяться в зависимости от формы, размеров и числа одновременно обрабатываемых деталей.

Система с обратной связью предлагается в качестве принципа управления гальваническим процессом в ваннах со многими анодами. Структурная схема предлагаемой системы управления приводится на рис. 1.

Входными величинами **X** являются: информация о конфигурации  $S_c$  поверхности детали, размерах (длине  $L_x$ , ширине  $L_y$  и высоте  $L_z$ ) гальванической ванны, а также электрохимический эквивалент  $\mathcal{P}$  и плотность  $\rho$  металла по-



Рис. 1. Структурная схема системы управления Fig. 1. Structural scheme of the control system

крытия, кислотность pH и состав компонентов  $C_1$ ,  $C_2$ , ... электролита, его уровень H и температура t.

Множество выходных значений **Y** описывает распределение толщины покрытия  $\delta(x, y, z, \tau)$  по поверхности детали  $S_c$ .

Возмущающими воздействиями f являются: наличие примесей Pr в электролите из-за недостаточной промывки деталей от моюших средств, химических веществ, растворителей или масел; дефекты D поверхности детали, унос G электролита из ванны поверхностью детали, испарение электролита Е, прерывание электрического контакта В во время электролиза, а также опыт О оператора-гальваника. Данные воздействия имеют случайный характер, однако их негативное влияние на гальванический процесс можно уменьшить или предотвратить, если уделить должное внимание выбору оборудования и надлежащему уходу за ним, в том числе своевременному выполнению ремонтных работ, периодическому анализу состава электролитов, входной подготовке деталей (струйная обработка, промывка, обезжиривание и травление для устранения дефекта поверхности), а также повышению квалификации и переподготовке оператора-гальваника.

Управляющими воздействиями **u** являются: число анодов N, их конфигурация  $S_{a_1}$ , ...,  $S_{a_n}$ , ...,  $S_{a_N}$ , сила тока  $I_{a_1}(\tau)$ , ...,  $I_{a_n}(\tau)$ , ...,  $I_{a_N}(\tau)$ и длительность работы  $\Delta \tau_{a_1}$ , ...,  $\Delta \tau_{a_n}$ , ...,  $\Delta \tau_{a_N}$ для каждого анода.

Для расчета выходного вектора **Y** (толщины покрытия  $\delta(x, y, z, \tau)$  на поверхности детали  $S_c$ )

применяется математическая модель, которая использует информацию о значениях входных величин **X** и управляющих воздействий **u**.

Задача оптимального управления формулируется следующим образом.

Для заданного набора входных величин X необходимо найти такие значения управляющих воздействий  $u^*$ , которые обеспечивают для обрабатываемой конфигурации детали  $S_c$  максимальное значение критерия равномерности покрытия:

$$R = \frac{1}{\|S_c\|} \int_{S_c} \frac{\delta^{\min}(\tau)}{\delta(x, y, z, \tau)} dS_c \to \max, \qquad (1)$$

с учетом ограничений на значения управляющих воздействий:

$$\sum_{n=1}^{N^*} \|pr_{xz}(S_{a_n}^*)\| \le 2(L_x - 2I_x^{zad})(L_z - 2I_z^{zad}); \quad (2)$$

$$\sum_{n=1}^{N^{*}} I_{a_{n}}^{*}(\tau) \leq I^{\max};$$
(3)

$$T = \max_{n=1,\dots,N^*} (\Delta \tau_{a_n}^*) \leq T^{set}, \tag{4}$$

где  $I^{\max}$  — максимальная сила тока, поддерживаемая выпрямительным агрегатом;  $\|pr_{xz}(S_{a_n}^*)\|$  площадь проекции поверхности *n*-го анода на плоскость, проходящую через длину  $L_x$  и высоту  $L_z$  гальванической ванны;  $l_x^{zad}$ ,  $l_z^{zad}$  — минимально допустимые расстояния между анодами и боковыми стенками ванны, а также анодами и верхним краем/дном ванны;  $T^{set}$  — предельная длительность гальванического процесса.

Ограничение (2) вытекает из физического смысла задачи: число анодов найденного размера не может превышать размеры стенок (как правило, аноды располагаются с двух сторон) гальванической ванны, возле которых они размещаются. Ограничение (3) определяется возможностями используемого выпрямительного агрегата. Ограничение (4) позволяет интенсифицировать гальванический процесс, чтобы не допустить снижения производительности технологической линии в целом.

Толщина покрытия  $\delta$  на поверхности катода  $S_c$  в точке с координатами (*x*, *y*, *z*) за время электроосаждения *T* отыскивается согласно закону Фарадея:

 $\delta(x,y,z,T) =$ 

$$=\frac{\Im}{\rho}\int_{0}^{T}i_{c}(x,y,z,\tau)\eta(t(\tau),i_{c}(x,y,z,\tau),pH,C_{1},C_{2},\ldots)d\tau,(5)$$

где п — выход металла по току.

Плотности анодного  $i_a$  и катодного  $i_c$  токов рассчитываются по закону Ома:

$$i_{a_n}(x, y, z, \tau) = \chi \frac{\partial \varphi(x, y, z, \tau)}{\partial \vec{n}} \bigg|_{S_{a_n}},$$
(6)

$$i_{c}(x, y, z, \tau) = -\chi \frac{\partial \varphi(x, y, z, \tau)}{\partial \vec{n}} \bigg|_{S_{c}}, \qquad (7)$$

где  $\varphi$  — потенциал электрического поля в момент времени  $\tau$  в пространстве  $V_{el}$  электролита;  $\partial \varphi / \partial \vec{n}$  — производная по направлению для функции потенциала;  $\chi$  — удельная электропроводность электролита.

Дифференциальное уравнение в частных производных параболического типа задает распределение потенциала  $\varphi$ :

$$\frac{\partial \varphi(x, y, z, \tau)}{\partial \varphi} = \frac{\varepsilon_0 c^2}{\mu \chi} \left[ \frac{\partial^2 \varphi(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right]_{V_{el}},$$
(8)

где µ — относительная магнитная проницаемость электролита; *с* — скорость света в вакууме;  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная.

На границе "электролит—изолятор" имеется условие:

$$\frac{\partial \varphi(x, y, z, \tau)}{\partial \vec{n}} \bigg|_{S_{ins}} = 0,$$
(9)

где S<sub>ins</sub> — поверхность изолятора (стенок гальванической ванны).

На границе "электролит—*n*-й анод" имеется набор условий:

$$\varphi(x, y, z, \tau) + F_a(i_{a_n}(x, y, z, \tau))\Big|_{S_{a_n}} = U(\tau),$$

$$n = 1, \dots, N,$$
(10)

где U — напряжение питания ванны;  $F_a$  — анодная поляризация.

На границе "электролит—катод" имеется условие:

$$\varphi(x, y, z, \tau) - F_c(i_c(x, y, z, \tau))|_{S_c} = 0, \quad (11)$$

где  $F_c$  — катодная поляризация.

Для уравнения (9) задается начальное условие:

$$\varphi(x, y, z, 0) = \varphi_0(x, y, z),$$
 (12)

где  $\phi_0$  — начальное распределение потенциала.

Поскольку аноды работают в режиме одновременного запуска в начале электролиза согласно соответствующей длительности  $\Delta \tau_{a_n}$  протекания силы тока, по истечении которой ток через *n*-й анод больше не протекает до конца нанесения покрытия, выражение, определяющее силу тока, имеет вид

$$I_{a_{n}}(\tau) = \begin{cases} 0, \tau > \Delta \tau_{a_{n}}; \\ I_{a_{n_{0}}} + \frac{I_{a_{n_{1}}} - I_{a_{n_{0}}}}{\Delta \tau_{a_{n}}} \tau, \tau \leq \Delta \tau_{a_{n}}, \end{cases}$$
(13)

где  $I_{a_{n_0}}$ ,  $I_{a_{n_1}}$  — значения силы тока через *n*-й анод в моменты времени  $\tau = 0$  и  $\tau = \Delta \tau_{a_n}$ .

Таким образом, математическая модель процесса R для связи **Y** с **X** и **u** базируется на законах теоретической электрохимии (Фарадея (5), Ома (6)—(7) и распределения потенциала (8)) и отличается уравнениями, учитывающими число и размеры анодов (10), силу тока, протекающего через них, и длительность их работы (13).

Нахождение оптимальных значений управляющих воздействий  $\mathbf{u}^*$  осуществляет поисковый алгоритм *U*, использующий информацию о расчетном значении выходной величины **Y** и совокупности ограничений **g**, имеющей следующий вид:

$$\mathbf{g} = \{ l_x^{zad}, \ l_z^{zad}, \ I^{\max}, \ T^{set}, \ \varepsilon \},$$
(14)

где є — точность решения задачи оптимального управления.

Нахождение оптимального управления осуществляется путем сведения задачи оптимального управления к последовательности задач безусловной оптимизации с последующим применением метода штрафных функций, подразумевающим использование нового критерия на основе (1) и суммы штрафа за нарушение ограничений (2)—(4):

$$\Psi = \frac{1}{\|S_c\|} \int_{S_c} \frac{\delta^{\min}(\tau)}{\delta(x, y, z, \tau)} dS_c - \sigma[\max(0, 2(L_x - 2I_x^{zad})(L_z - 2I_z^{zad}) - \sum_{n=1}^{N} \|pr_{xz}(S_{a_n})\|) + \max_{n=1...N} \left(0, I^{\max} - \sum_{n=1}^{N} I_{a_n}(\tau)\right) + \max(0, T^{set} - T)] \to \max, \quad (15)$$

где <br/>  $\sigma$  — коэффициент штрафа.

Использование в (15) внешнего штрафа в виде функции срезки обусловлено возможностью начала поиска экстремума из произвольной точки. В качестве алгоритма решения последовательности задач безусловной оптимизации (15) целесообразно использовать овражный метод, выбор которого обусловливается общеизвестным фактом, что штрафные функции создают рельеф критерия в виде "оврага" с крутыми краями вдоль каждой границы области ограничений.

После решения задачи оптимального управления, в связи с тем, что загрузка требуемого числа анодов заданных площадей осуществляется до начала электролиза, за время которого данные значения не изменяются, найденное число анодов  $N^*$ , их конфигурация  $S_{a_1}^*$ , ...,  $S_{a_n}^*$ , ...,  $S_{a_N}^*$  непосредственно передаются в управляющее устройство. При этом на объекте управления осуществление загрузки анодов выполняется ручным или механизированным способом с использованием транспортной системы, которая содержит транспортеры, перевозящие партии деталей по заданным траекториям между каждой из технологических ванн. Транспортеры оснащены приводами, обеспечивающими плавное движение и точное позиционирование.

Поскольку непосредственное измерение толщины покрытия  $\delta(x, y, z, \tau)$  на поверхности детали  $S_c$  в ходе гальванического процесса невозможно, то управление по обратной связи будет осуществляться через деталь (катод) для силы тока, значение которой, согласно закону Фарадея, оказывает непосредственное влияние на толщину получаемого покрытия.

Управляющее устройство представляет собой программируемый логический контроллер, который реализует алгоритм логико-командного управления режимом протекания гальванического процесса. Исполнительное устройство содержит датчик силы тока, а также совокупность регуляторов силы тока и контакторов.

#### Алгоритм работы системы оптимального управления гальваническими процессами в ваннах со многими анодами

В управляющем устройстве вычисляется оптимальное значение силы тока через катод  $I_c^*(\tau)$  как сумма токов, прошедших через работающие аноды:

$$I_{c}^{*}(\tau) = \sum_{n=1}^{N^{*}} I_{a_{n}}^{*}(\tau).$$
(16)

Для сравнения  $I_c^*(\tau)$  и  $I_c(\tau)$  посредством использования сумматора с инвертированным входом рассчитывается отклонение:

$$\Delta_I(\tau) = I_c^*(\tau) - I_c(\tau), \qquad (17)$$

где  $I_c(\tau)$  — измеренное значение силы тока через деталь в момент времени  $\tau$ .

Отклонение (17) представляет собой разницу между измеренным и оптимальным значениями силы тока через катод. Если отклонение равно нулю, то требуемое значение силы тока через катод достигнуто, т. е.  $I_c(\tau)$  совпадает с  $I_c^*(\tau)$ . Для сравнения текущего момента времени  $\tau$  от начала электролиза с длительностями работы анодов рассчитывается вектор отклонений:

$$\Delta_{\tau}(\tau) = \{\Delta \tau_{a_1}^* - \tau, \dots, \Delta \tau_{a_N}^* - \tau, \dots, \Delta \tau_{a_N}^* - \tau\}$$
(18)

также с использованием сумматора с инвертированным входом.

Полученные отклонения (17) и (18) обрабатываются в целях формирования скорректированного набора значений  $\tilde{\mathbf{u}}$  для исполнительного устройства, реализующего оптимальное воздействие  $\mathbf{u}^*$ .

Рассмотрим состав **ũ** для исполнительного устройства. Большинство операций промышленной автоматизации в замкнутом контуре используют ПИД регуляторы. Применение ПИД регулятора является одним из наиболее эффективных средств для достижения контроля практически в любом измеряемом и регулируемом состоянии. Как регулятор обратной связи он обеспечивает управляемый выход на желаемом уровне. Для минимизации отклонения (17) используется ПИД регулятор, выходной сигнал которого рассчитывается согласно формуле

$$d_{\Sigma I}(\tau) = k_P \Delta_I(\tau) + \frac{1}{T_N} \int_0^{\tau} \Delta_I(\xi) d\xi + T_V \frac{d\Delta_I(\tau)}{d\tau}, \quad (19)$$

где  $k_P$  — пропорциональный коэффициент;  $T_N$ ,  $T_V$  — постоянные интегрирования и дифференцирования.

ПИД регулятор содержит в себе пропорциональную, интегральную и дифференциальную составляющие. Для каждого процесса эти составляющие варьируются, чтобы получить оптимальный отклик на управление. Если регулятор настроен правильно, то его выход будет следовать изменяемой уставке с меньшими колебаниями.

Выходной сигнал (19) служит коррекцией уставки значения силы тока, проходящей через *n*-й работающий анод:

$$I_{a_n}^{PID}(\tau) = I_{a_n}^*(\tau) + d_{\sum I}(\tau)I_{a_n}^*(\tau) / \sum_{n=1}^{N^*} I_{a_n}^*(\tau).$$
(20)

Работа *n*-го анода определяется на основе соответствующего значения отклонения (18) на базе кусочно-заданной функции вида

$$\forall n = 1,..., N^*: w_{\tau_{a_n}}(\tau) = \begin{cases} 1, \ \text{если } (\Delta \tau_{a_n}^* - \tau) \ge 0, \\ 0, \ \text{иначе}, \end{cases}$$
 (21)

где 1 — анод подключен к выпрямительному агрегату; 0 — анод отключен от выпрямительного агрегата.

Сигнал управления **ũ** для исполнительного устройства включает в себя следующие компоненты:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \{ I_{a_1}^{PID}(\tau), \dots, I_{a_n}^{PID}(\tau), \dots, \\ ., I_{aN}^{PID}(\tau), w_{\tau_{a_1}}(\tau), \dots, w_{\tau_{a_n}}(\tau), \dots, w_{\tau_{a_N}}(\tau) \}.$$
(22)

Рассмотрим основные шаги алгоритма работы управляющего устройства предлагаемой системы для формирования компонентов сигнала (22).

1. Ввод исходных данных, содержащих сведения о значениях оптимального управления  $\mathbf{u}^*$ , коэффициенте  $k_P$  и постоянных  $T_N$ ,  $T_V$  для работы ПИД регулятора и временного шага  $d_{\tau}$ .

2. Инициализация начального значения длительности процесса  $\tau = 0$ .

3. Считывание текущего значения  $I_c(\tau)$ .

4. Определение отклонения  $\Delta_{\tau}(\tau)$  по (18) и рассчет работы *n*-го анода  $w_{\tau_{a_n}}(\tau)$  согласно (21).

5. Определение уставки  $I_c^*(\tau)$  согласно (16), отклонения  $\Delta_I(\tau)$  по формуле (17) и вычисление  $d_{\Sigma I}(\tau)$  согласно закону (19) для коррекции силы тока  $I_{a_n}^{PID}(\tau)$  через *n*-й анод с использованием соотношения (20).

6. Формирование на основе компонентов, рассчитанных в пунктах 4 и 5, сигнала управления  $\tilde{\mathbf{u}}$  согласно (22) для исполнительного устройства.

7. Проверка истинности выражения

$$\tau < \max_{n=1,\ldots,N^*} (\Delta \tau_{a_n}^*), \tag{23}$$

соответствующего завершению гальванического процесса. Если выражение истинно, то осуществляется переход к пункту 8, иначе алгоритм завершает работу.

8. Увеличение длительности  $\tau = \tau + d\tau$  и переход к пункту 3.

# Поиск оптимального управления гальваническими процессами в ваннах со многими анодами

Осуществим поиск оптимального управления гальваническим процессом цинкования

для Z-образного катода с площадью поверхности  $S_c = 900 \text{ см}^2$  в прямоугольной гальванической ванне размерами: длина  $L_x = 30 \text{ см}$ , ширина  $L_y = 50 \text{ см}$  и высота  $L_z = 40 \text{ см}$ . Ванна заполнена на уровень H = 32 см цинкатным электролитом с температурой t = 25 °C, кислотностью pH = 8 и концентрацией основных компонентов электролита, г/л:  $C_1$  (ZnO) — 12,  $C_2$  (NaOH) — 100.

Значения ограничений (14), используемых при решении задачи поиска оптимального управления, представлены ниже.

$l_x^{zad}$ ,	СМ	[.	•	•	•	•	•	•	•			•	•			•		•			•	•	•	•	•	•	•	2,5
$l_z^{zad}$ ,	СМ	[.	•	•		•		•	•			•	•			•		•					•	•	•	•	•	2,5
I <sup>max</sup> ,	А	•	•	•	•	•		•	•			•	•	•	•	•		•			•		•	•	•	•	•	. 20
T <sup>set</sup>	, c	•	•	•				•	•							•		•				•	•	•		•	24	400
ε				•	•			•	•									•			•			•	0	,0	0	001
В	pe	31	/Л	Ь	Та	łТ	e	p	eı	П	eı	Н	15	ł	38	aд	a	ч	1	01	11	Γŀ	11	18	Ъ	њ	H	ого

управления были получены значения управляющих воздействий, представленные ниже.

<i>N</i> , шт
$S_{a_1} = S_{a_2} = S_{a_3} = S_{a_4}, \ \mathrm{cm}^2$
$I_{a_1}(\tau), A 6,136 = 0,0011\tau$
$I_{a_2}(\tau), A 3,937 + 0,0008\tau$
$I_{a_3}(\tau), A6,736 = 0,0010\tau$
$I_{a_4}(\tau), A 3,627 + 0,0013\tau$
$\Delta \tau_{a_1}$ , c
$\Delta \tau_{a_2}$ , c
$\Delta \tau_{a_3}$ , c
$\Delta \tau_{a_{\star}}$ , c

Найденное число и размеры анодов располагаются в пространстве гальванической ванны согласно рис. 2.







Рис. 3. Развертка сечения толщины покрытия по длине катода

Fig 3. Unfolded section of the coating thickness along the cathode length

Найденное оптимальное управление обеспечивает распределение толщины цинкового покрытия  $\delta(x, y = L_y/2, z, \tau = T)$  на поверхности катода  $S_c$ , развертка по длине  $L_c$  которой для сечения плоскостью, параллельной дну гальванической ванны, представлена на рис. 3.

Данное распределение соответствует значениям критерия равномерности R = 0,53499 и средней толщины покрытия  $\overline{\delta}_{\mu} = 17,565$  мкм.

#### Имитационное моделирование работы системы оптимального управления гальваническими процессами в ваннах со многими анодами

При проектировании системы оптимального управления необходимо осуществить имитационное моделирование ее работы в целях обнаружения и устранения возможных ошибок для используемого в ней алгоритма. При отсутствии этапа имитационного моделирования некорректность ее алгоритма может быть выявлена только в процессе ввода в эксплуатацию, что значительно увеличивает стоимость и время подготовки объекта управления к использованию. Кроме того, в сложных системах при наладке велика вероятность обнаружения не всех ошибок, что приведет к ненадлежащему выполнению системой управления своих задач в процессе функционирования.

Имитационное моделирование работы системы оптимального управления гальваническими процессами в ваннах со многими анодами осуществим с использованием инструментального программного комплекса промышленной автоматизации *CoDeSys V*2.3 на языке программирования функциональных блоков *FBD*, структурная схема которого показана на рис. 4.

Рассмотрим принцип работы структурной схемы для имитационного моделирования. Для запуска процесса используется триггер *RS*1, длительность работы которого определяется входным значением *duration* таймера *Timer*1. Выход *Q*1 триггера *RS*1 запускает часы *Clock*1 для отсчета моментов времени протекания процесса. Выход *tau* часов *Clock*1 применяется в блоках *CurrentAnode*1—*CurrentAnode*4, в которых задаются найденные оптимальные функции изменения силы тока через аноды 1—4, а также в блоках температуры *Temperature*1 и толщины покрытия *Electrodeposition*1.

Блок *Temperature* 1 формирует температуру согласно формуле

$$t(\tau) = 25 + \lambda_1 \sin\left(\lambda_2 \frac{\pi\tau}{180}\right), \qquad (24)$$

где  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  — коэффициенты растяжения/сжатия функции по ординате и абсциссе соответственно.

В данной схеме реализуется только изменение температуры *t*, потому что только оно происхо-

дит непосредственно за время гальванического процесса. Изменение уровня H электролита происходит только при загрузке детали большего/меньшего объема. Изменение концентрации компонентов  $C_1, C_2, ...$  электролита в процессе электролиза незначительное ввиду пополнения ионов металла с поверхности растворяющихся анодов. Изменение кислотности pH электролита обусловлено разбавлением раствора водой при загрузке новых деталей и также не изменяется в ходе гальванического процесса. Размеры  $L_x, L_y$ и  $L_z$  гальванической ванны, а также электрохимический эквивалент  $\mathcal{P}$  и плотность  $\rho$  металла покрытия изменяются только при замене ванны или электролита и анодов соответственно.

Полученное значение через выход temperature передается на одноименный вход блока Electrodeposition1. Выходами блока Electrodeposition1 являются сила тока, проходящего через катод cathodecurrent, и среднее значение толщины покрытия thickness.

Выходы *current1—current4* в блоках *CurrentAnode1—CurrentAnode4* используются для расчета суммарной силы тока *anodecurrent* согласно (16) посредством элементов *ADD* (сложение), выходы *reset1—reset4* сигнализируют о текущем



Рис. 4. Структурная схема имитационного моделирования работы системы управления в среде *CoDeSys V2.3* на языке *FBD* Fig. 4. Simulation modeling structural scheme of the control system operation in the *CoDeSys V2.3* in the programming language *FBD* 

состоянии каждого анода (работает или отключен) по формуле (21). Согласно значениям *anodecurrent* и *cathodecurrent* посредством блока *SUB* (вычитание) определяется значение отклонения *eps* по формуле (17).

Для уменьшения значения отклонения eps используется ПИД регулятор PID1 согласно соотношению (19). Запуск/отключение ПИЛ регулятора PID1 задается посредством входа reset, определяемого совокупностью операций элементов OR (логическое "ИЛИ") и NOT (логическое "HE") со значениями reset1-reset4. Выходное значение out ПИД регулятора PID1 используется для коррекции уставок найденных значений силы тока через аноды. Для этого значение out уменьшается пропорционально отношению оптимальной силы тока через конкретный анод current1-current4 к суммарной силе тока через все аноды anodecurrent посредством элементов MUL (умножение) и DIV (деление). Полученные значения складываются элементами ADD с первоначальными (оптимальными) значениями силы тока current1current4, формируя скорректированные значения силы тока anodecurrent1—anodecurrent4 через аноды согласно выражению (20). Полученные значения выходов anodecurrent1—anodecurrent4 подаются на вход блока *Electrodeposition*1. Процесс управления продолжается, пока работает хотя бы один анод (значение reset ложно) или не закончится длительность гальванического процесса duration и не произойдет отключение триггера RS1 таймером Timer1.

Оценку качества регулирования осуществим с использованием интеграла отклонения (19) в квадрате:

$$J = \int_{0}^{T} d_{\Sigma I}^{2}(\tau) d\tau, \qquad (25)$$

расчет которого реализуется с помощью элемента *Integral*1.

Настройку значений пропорционального коэффициента  $k_P$  и постоянных интегрирования  $T_N$  и дифференцирования  $T_V$  в ПИД регуляторе (19) выполним согласно минимуму среднего значения интеграла (25) согласно формуле

$$\overline{J} = \frac{1}{N_{\lambda_1} N_{\lambda_2}} \sum_{r=1}^{N_{\lambda_1}} \sum_{s=1}^{N_{\lambda_2}} J_{r,s} \to \min, \qquad (26)$$

где  $N_{\lambda_1}$ ,  $N_{\lambda_2}$  — число значений, которые принимают коэффициенты  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  соответственно; *r*, *s* — индексы.

#### Результаты имитационного моделирования работы системы оптимального управления и их анализ

Для  $N_{\lambda_1} = N_{\lambda_2} = 3$  при значениях коэффициентов 0,5; 1 и 2 получено минимальное среднее значение  $\overline{J} = 9,987 \text{ A}^2 \cdot \text{c}$ , соответствующее значениям интегралов (25), представленным в табл. 1. Минимальное среднее значение  $\overline{J}$  обеспечивается значением пропорционального коэффициента  $k_P = 0,112$  и постоянных интегрирования  $T_N = 0,049$  с и дифференцирования  $T_V = 0,062$  с в ПИД регуляторе.

На рис. 5 продемонстрирована скорректированная  $I_{a_n}^{PID}(\tau)$  сила тока через аноды 1—4 соответственно при значениях коэффициентов  $\lambda_1 = 1$  °C и  $\lambda_2 = 1$  с<sup>-1</sup>.

Из табл. 1 можно сделать вывод, что растяжение по ординате колебательного процесса изменения температуры электролита вносит больший вклад в интеграл отклонения в квадрате, чем растяжение по абсциссе, а при сжатии как по абсциссе, так и по ординате значение интеграла минимальное.

Из рис. 5 следует, что сила тока через аноды 1 и 3 больше, а длительность их работы меньше, чем для анодов 2 и 4, что объясняется

> Таблица 1 Table 1

Значения интегралов квадратов отклонения при различных коэффициентах  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ 

The values of the squared deviation integrals at various coefficients  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$ 

K 11	Коэффициент $\lambda_2$ , c <sup>-1</sup>					
коэффициент $\lambda_l$ , С	0,5	1	2			
0,5	7,501	7,273	8,164			
1	8,812	8,755	10,486			
2	8,909	11,087	18,898			

Таблица 2

Table 2

## Значения средней толщины покрытия в конце процесса при различных коэффициентах $\lambda_1$ и $\lambda_2$

The values of the average coating thickness at the end of the process at various coefficients  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$ 

K 11 0 %	Коэффициент $\lambda_2$ , c <sup>-1</sup>					
Коэффициент $\lambda_1$ , С	0,5	1	2			
0,5	18,352	18,386	18,366			
1	18,362	18,353	18,343			
2	18,385	18,363	18,377			



Рис. 5. Скорректированная сила тока через аноды 1 (а), 2 (б), 3 (в) и 4 (г) Fig. 5. Corrected current through anodes 1 (a), 2 (b), 3 (b) and 4 (c)

разницей в межэлектродных расстояниях анодов и противолежащих частей катода, причем соответствующее возрастание/убывание силы тока вызвано отличающейся скоростью роста толщины покрытия на них в случае, когда изделие имеет выступы.

На рис. 6 продемонстрирована измеренная сила тока  $I_c(\tau)$  через катод, а на рис. 7 — рост





среднего значения толщины покрытия на поверхности катода при значениях коэффициентов  $\lambda_1 = 1$  °С и  $\lambda_2 = 1$  с<sup>-1</sup>.

Значения средней толщины покрытия  $\overline{\delta}_{M}$ в конце процесса при значениях коэффициентов 0,5; 1 и 2 представлены в табл. 2.





Fig. 7. The growth of the coating thickness average value on the cathode surface

На рис. 7 видно, что скорость роста среднего значения толщины покрытия на поверхности катода замедляется при завершении длительности работы каждого из анодов, соответствующие моменты времени которых уменьшают силу тока через поверхность катода согласно рис. 6.

Из табл. 2 следует, что относительное отклонение средней толщины покрытия  $\overline{\delta}_{\rm M}$  с учетом колебания температуры электролита и без колебания  $\overline{\delta}_{\rm H}$  (идеальный процесс) не превышает 5 %, что сопоставимо с погрешностью современных толщиномеров и свидетельствует о качественной настройке ПИД регулятора и корректности работы предложенного алгоритма управления.

#### Заключение

Управление силой тока и длительностью его протекания в гальванических процессах в ваннах с оптимальным числом анодов является эффективным способом увеличения равномерности распределения толщины получаемого покрытия. В таких процессах увеличение равномерности толщины покрытия достигается путем выравнивания распределения силовых линий электрического поля в электролите между анодами и поверхностью покрываемой детали. Реализация системы управления гальваническими процессами в ваннах со многими анодами возможна с использованием принципа обратной связи для силы тока через катод, соответствующий алгоритм работы которой базируется на ПИД законе (для регулирования силы тока через аноды) и релейном управлении (для регулирования длительности протекания тока через аноды). Имитационное моделирование работы системы оптимального управления гальваническими процессами в ваннах со многими анодами при динамической коррекции значения уставки силы тока в условиях колебательного изменения температуры электролита продемонстрировало корректность работы данного алгоритма управления. Использование предлагаемой системы управления позволит достигнуть не только получения качественной (в плане равномерности покрытия) и воспроизводимой обработки деталей, но и повышения производительности гальванического процесса в целом (отсутствие покрытия превышающей толщины позволит избежать дополнительной механической обработки детали), а также минимизации перерасхода металла покрытия.

#### Список литературы

1. Винокуров Е. Г., Бурухина Т. Ф., Гусева Т. В. Гальваническое производство в России: оценочный подход, задачи повышения ресурсной и экологической эффективности // Технология металлов. 2020. № 7. С. 2—6.

2. Деулин Б. И. Ионообменная установка для экспрессанализа концентрации ионов в растворах электролитов // Известия Волгоградского государственного технического университета. 2013. № 1 (104). С. 31—33.

3. Ассева А. В., Попов А. Н. Эжекторное перемешивание растворов в гальванотехнике // Гальванотехника и обработка поверхности. 2004. Т. 12, № 1. С. 44—49.

4. Милованов И. В., Васильев С. А. Выбор и управление температурными режимами в гальванических ваннах // Вестник Тамбовского государственного технического университета. 2002. Т. 8, № 3. С. 473—478.

5. Варенцов В. К., Юсин С. И., Варенцова В. И. Влияние плотности тока и скорости протока раствора на динамику осаждения меди на электроды из углеродных волокнистых материалов // Химия в интересах устойчивого развития. 2009. Т. 17, № 4. С. 349—358.

6. Банников А. А., Литовка Ю. В. Оптимальное размещение катодов в автоматизированной системе управления гальванической ванной // Вести высших учебных заведений Черноземья. 2021. № 3 (65). С. 3—9.

7. Дьяков И. А. Система управления выпрямителем многоанодных гальванических ванн // Радиотехника. 2010. № 12. С. 52—54.

8. Пчелинцева И. Ю., Литовка Ю. В. Система автоматизированного управления процессом нанесения гальванического покрытия в ванне с токонепроводящим экраном // Мехатроника, автоматизация, управление. 2022. Т. 23, № 4. С. 188—196.

9. Соловьев Д. С., Као В. З., Литовка Ю. В. Оптимальное управление технологическим процессом нанесения гальванического покрытия в ванне с дополнительными катодами и биполярными электродами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 8. С. 547—553.

10. Бутягин П. И., Большанин А. В., Арбузова С. С. Влияние межэлектродного расстояния и соотношения площадей катода и анода на скорость формирования и состав МДО покрытий // Гальванотехника и обработка поверхности. 2021. Т. 29, № 1. С. 4—8.

11. **Милованов И. В.** Моделирование и оптимизация токовых режимов в процессах нанесения гальванопокрытий // Вестник Тамбовского государственного технического университета. 2002. Т. 8, № 4. С. 603—611.

12. Лютов А. Г., Ишкулова А. Р. Автоматизированная система экстремального управления процессом нанесения гальванического покрытия в ванне с многосекционными анодами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 3. С. 185—191.

13. Соловьев Д. С., Мукина И. А., Литовка Ю. В. Особенности оптимального управления гальваническими процессами в многоанодной ванне с различными значениями силы тока // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 9. С. 631—636.

14. Дутов А. В., Литовка Ю. В., Нестеров В. А., Соловьев Д. С., Соловьева И. А., Сыпало К. И. Поиск оптимального управления токовыми режимами в гальванических процессах со многими анодами при разнообразии номенклатуры обрабатываемых изделий // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2019. № 1. С. 78–88.

### Development and Research of the Optimal Control System of Electroplated Processes in Multi-Anode Baths

**D. S. Solovjev,** solovjevdenis@mail.ru, **I. A. Solovjeva,** good.win32@yandex.ru, Tambov State University named after G. R. Derzhavin, Tambov, 392000, Russian Federation,

Corresponding author: Solovjev D. S., Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor, Tambov State University named after G. R. Derzhavin, Tambov, 392000, Russian Federation, e-mail: solovjevdenis@mail.ru

Accepted on May 11, 2022

#### Abstract

The relevance of increasing the distribution uniformity of the electroplated coating thickness on the surface of details is considered in the article. The analysis of control actions that affect the uniformity of the electroplated coating thickness was carried out, during which preference was given to the use of multi-anode baths. The existing modes of the electroplated process in multi-anode baths aren't widely used due to the constructive implementation complexity arising from the need to ensure the uniformity of the resulting coating thickness for multi-assortment industries. The authors propose an electroplated process mode, during which the optimal number and anodes size are found, as well as the current and duration of its flow through them, which ensure the alignment of the electric field lines distribution in the electrolyte between the anodes and the coated detail surface. The control system structure (mathematical model, search algorithm, control and actuator) with feedback on the current through the detail surface is designed to implement considered mode optimal control and an algorithm for its operation (based on the PID law and relay control) is proposed. The practical implementation was carried out using the industrial automation software package CoDeSys V2.3 in the programming language FBD. The proposed mode optimal control loop was tuned to the squared deviation integral minimum of the setpoint and the correctness of the control loop was tuned to the squared deviation integral minimum of the setpoint and the correctness of the control system operation algorithm was demonstrated by a relative average coating thickness deviation up to 5 %, which is comparable to the error of modern thickness gauges.

Keywords: simulation modeling, optimal control system, structural scheme, algorithm, electroplated process, multianode bath

For citation:

Solovjev D. S., Solovjeva I. A. Development and Research of the Optimal Control System of Electroplated Processes in Multi-Anode Baths, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23 no. 9, pp. 462–472.

DOI: 10.17587/mau.23.462-472

#### References

1. Vinokurov E. G., Burukhina T. F., Guseva T. V. Electroplating industry in Russia: assessment approach, improvement tasks of resource and environmental effectiveness, *Tekhnologiya metallov*, 2020, vol. 7. pp. 2–6 (in Russian).

2. **Deulin B. I.** Ion exchange installing for express analysis the concentration of ion in the electroyte solution, *Izvestiya Volgo-gradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2013, vol. 1, no. 104, pp. 31–33 (in Russian).

3. Aseeva A. V., Popov A. N. Ejector mixing of solutions in electroplating, *Gal'vanotekhnika i obrabotka poverhnosti*, 2004, vol. 12, no. 1, pp. 44–49 (in Russian).

4. Milovanov I. V., Vasilyev S. A. Choice and control of temperature modes in electroplating baths, *Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2002, vol. 8, no. 3, pp. 473–478 (in Russian).

5. Varentsov V. K., Yusin S. I., Varentsova V. I. Effect of current density and solution flow rate on the dynamics of copper precipitation on the electrodes made of carbon fibrous materials, *Himiya v interesah ustojchivogo razvitiya*, 2009, vol. 17, no. 4, pp. 349–358 (in Russian).

6. **Bannikov A. A., Litovka Yu. V.** Optimal placement of cathodes in an automated control system for a galvanic bath, *Vesti vysshih uchebnyh zavedenij Chernozem'ya*, 2021, vol. 3, no. 65, pp. 3–9 (in Russian).

7. **D'yakov I. A.** Control system of the rectifier of multianode galvanic baths, *Radiotekhnika*, 2010, vol 12, pp. 52–54 (in Russian).

8. Pchelintseva I. Yu., Litovka Yu. V. Automated control system for the process of electroplating in a bath with a non-conductive of electric current screen, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 4, pp. 188–196 (in Russian).

9. Solovjev D. S., Cao V. Z., Litovka Yu. V. Optimal control for the electroplating process based on the supplementary cathode and bipolar electrode, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 8, pp. 547–553 (in Russian).

10. Butyagin P. I., Bolshanin A. V., Arbuzova S. S. Influence of the interelectrode distance and the ratio of the cathode and anode areas on the formation rate and properties of MAO coatings, *Gal'vanotekhnika i obrabotka poverhnosti*, 2021, vol. 29, no. 1, pp. 4–8 (in Russian).

11. **Milovanov I. V.** Modeling and optimization of current regimes in the process of electroplated coatings, *Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2002, vol. 8, no. 4, pp. 603–611 (in Russian).

12. Lutov A. G., Ishkulova A. R. Automated system the extreme multidimensional management of process plating, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 3, pp. 185–191 (in Russian).

13. Solovjev D. S., Mukina I. A., Litovka Yu. V. Specific features of the optimal control of the electroplating processes in a multianode bath with different amperage values, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 9, pp. 631–636 (in Russian).

14. Dutov A. V., Sypalo K. I., Solovjev D. S., Litovka Y. V., Solovjeva I. A., Nesterov V. A. Search for the optimal control over current regimes in electroplating processes with multi anodes at a diversified assortment of treated articles, *Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya*, 2019, vol. 1, pp. 78–88 (in Russian). М. В. Бобырь, д-р техн. наук, проф., maxbobyr@gmail.com,
Н. А. Милостная, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., nat\_mil@mail.ru,
К. А. Ноливос, аспирант, cris\_93\_bep@hotmail.com,
Юго-Западный государственный университет, г. Курск

### Комбинация нечетко-цифрового фильтра и ПИД регулятора в задаче управления термоэлементом

На основе нечеткой логики разработана система управления термоэлементом, улучшающая характеристики устойчивости устройств, использующих в своей структуре ПИД регулятор. Данный эффект достигается за счет снижения выходного сигнала, значение которого вычисляется с помощью нечеткого цифрового фильтра. Особенностью нечеткого фильтра является использование метода отношения площадей при дефаззификации выходной переменной. Ограничением данного деффазификатора является применение треугольных функций принадлежности. Экспериментальные результаты, представленные в статье, демонстрируют эффективность предложенного решения. Исследования показали, что при использовании комбинации ПИД регулятора и нечеткого цифрового фильтра время переходных процессов при управлении термоэлементом уменьшается на 16...22 %.

**Ключевые слова:** термоэлемент, система охлаждения, ПИД регулятор, нечеткая логика, нечеткий цифровой фильтр, метод отношения площадей

#### Введение

Автоматизация управления производственными процессами является актуальной задачей, причем для обеспечения устойчивости необходимо обеспечить стабилизацию управляемых сигналов. Для решения такой задачи обычно используются различные регуляторы сигналов, например, ПИД регуляторы, и для настройки их параметров применяется нечеткая логика [1].

Однако процесс настройки любого регулятора — достаточно сложный процесс, даже использование машинного обучения не всегда приводит к хорошим результатам управления [2, 3].

В случае отсутствия достаточной информации о процессе управления ПИД регулятор является наиболее подходящим механизмом. При настройке трех его параметров в алгоритме регулирования контроллер обеспечивает управляющее воздействие, адаптированное к требованиям конкретного процесса. В процессе управления контроллер реагирует на ошибку, которая распознается как степень превышения заданного значения контролируемого параметра [4].

Взаимодействие ПИД регулятора и нечеткой логики для настройки его параметров не всегда приводит к хорошим результатам, в некоторых случаях характеристики ухудшаются. Тем не менее, преимущества использования ПИД регуляторов совместно с нечеткой логикой очевидны [5].

Иногда в зависимости от ожидаемого результата решения задачи из процесса настройки ПИД регулятора исключаются один или два его управляющих сигнала [6]. Но такое решение предполагает проведение дополнительных экспериментальных исследований, связанных с настройкой комбинации этих параметров. В работе [7] приведено сравнение результатов моделирование ПИ и ПД регуляторов. При этом доказано, что правильно настроенный ПИД регулятор способен привести к положительным результатам при решении задачи [8].

В раннее опубликованных научных исследованиях [9, 10] авторским коллективом были рассмотрены вопросы, связанные с работой автономной системы охлаждения режущего инструмента трехосевого фрезерного станка с ЧПУ. В данных работах для управления процессом охлаждения использовался нечеткий контроллер и как вспомогательный элемент нечеткий цифровой фильтр [11]. Система охлаждения начинала процесс нагревания/охлаждения термоэлемента, при этом нечеткий контроллер использовался для обеспечения постоянной температуры на термоэлементе посредством управления активным элементом, в качестве которого использовался полевой транзистор. Представленные экспериментальные исследования, в целом, показали эффективность такого способа управления. Однако в течение эксперимента был определен показатель, который ухудшал качество характеристик процесса управления, — значительная длительность переходного процесса. Для устранения этого факта в структуре системы управления

предполагалась использовать ПИД регулятор. Однако сложность настройки коэффициентов ПИД регулятора усложняет процесс настройки любой системы управления, использующей его в своей структуре. Для исправления этого недостатка в статье предлагается модифицировать управляющий сигнал ПИД регулятора путем его взаимодействия с нечетким цифровым фильтром (НЦФ), предложенным в работе [12].

Проверка гипотезы совместного использования нечетко-цифрового фильтра и ПИД регулятора (НЦФПИД регулятора) в целях упрощения настройки регулирующих параметров ПИД регулятора является основной целью данного научного исследования. Решение данной задачи позволит уменьшить время регулировки переходного процесса.

#### Структурная схема системы **управления** термоэлементом

Система управления термоэлементом (ТЭ) включает в себя семь блоков: ПИД регулятор, НЦФ, блок преобразования напряжения в температуру, MOSFET транзистор, термистор 10 кОм, плату управления Arduino Uno и блок питания 12 В (рис. 1). ПИД регулятор и НЦФ реализованы в среде Arduino IDE в виде программной модели, которая загружается в микроконтроллер Arduino Uno.

Основной идеей реализации предложенной схемы управления является

НЦФПИД регулятора. Выходной сигнал в виде сигнала напряжения, формируемый на выходе НЦФПИД регулятора, передается на затвор полевого транзистора, который, в свою очередь, вызывает изменение тока на его стоке. При этом изменение интенсивности охлаждения/нагревания поверхностей ТЭ зависит от значения колебаний тока стока полевого транзистора.

Входными сигналами НЦФПИД регулятора являются шесть переменных: значения заданной температуры на ТЭ (Tsetpoint); значение текущей температуры на ТЭ (Tinput); пропорциональный синхронизация



Рис. 1. Электрическая схема системы управления термоэлементом

Fig. 1. Electrical scheme of the thermoelement control system

коэффициент (Кр); интегральный коэффициент (Ki); дифференциальный коэффициент (Kd): производная по времени (dt).

Для измерения температуры с помощью термистора изменение напряжения на нем необходимо преобразовать в значения температуры (рис. 2, а). Для этого предлагается следующая процедура калибровки терморезистора [13]. Данные, полученные при измерениях, записываются в двумерный массив. В первой строке массива хранятся значения температуры (T, °C) на поверхности ТЭ, к которой прижат термистор. Данные снимаются с другого прибора, например



Рис. 2. Система управления термоэлементом:

a -структурная схема СУТ;  $\delta -$ структурная схема НЦ $\Phi$ 

Fig. 2. Thermoelement control system:

a – structural scheme of the thermoelement control system; b – structural scheme of the fuzzy digital filter



Рис. 3. Калибровка термистора Fig. 3. Thermistor calibration

тепловизора. Во второй строке массива записываются данные, поступающие с аналогового входа управляющей платы Arduino Uno, к которому подключен термистор. Далее на основе регрессионного анализа строится график полиномиальной регрессии 2-го порядка (рис. 3), показывающий зависимость температуры от значений напряжений на аналоговом выходе термистора:

$$T_{input} = 1,15U^2 - 28,5U + 87,9,$$
 (1)

где *U* — напряжение на аналоговом выходе термистора.

Результирующее значение переменной  $T_{input}$  посредством блока преобразования напряжения в температуру (см. рис. 1, *a*) передается на вход ПИД регулятора, также данная переменная используется в его структуре (см. Листинг 1). Таким образом, температура считывается с термистора, установленного на поверхности ТЭ.

Задачей НЦФПИД регулятора является управление интенсивностью охлаждения ТЭ путем уменьшения/увеличения напряжения, подаваемого на затвор MOSFET-транзистора, вычисляемого с помощью предложенного метода и представленного ниже в статье. При этом управляющий сигнал *PIDoutput* сглаживается нечетким цифровым фильтром и после этого поступает на вход MOSFET-транзистора. Текущий сигнал *PIDoutput*<sub>i</sub> и сигнал задержки *PIDoutput*<sub>i-1</sub> определяемый через заданный промежуток времени *dt*, поступают с выхода ПИД регулятора на вход НЦФ, причем разница между этими двумя сигналами *DX* является входной переменной нечеткого цифрового фильтра:

$$DX = PIDoutput_i - PIDoutput_{i-1}.$$
 (2)

В зависимости от вычисленных значений переменной *DX* рассчитываются показатели фильтрации для сглаживания управляющего сигнала, поступающего на затвор MOSFET-транзистора.

#### Математическая модель ПИД регулятора

Для аппаратной реализации ПИД регулятора на плату управления Arduino Uno поступают два сигнала: заданное значение температуры *Tsetpoint*, которое задается пользователем, и температура термистора *Tinput*, вычисленная по формуле (1). Если температура на термисторе превышает заданный предел, то в этом случае начинается процесс охлаждения/нагревания термоэлемента Пельтье.

Пусть управляющим сигналом ПИД регулятора является переменная *power*, которая пропорциональна изменению разности заданной и реальной температур на ТЭ:

$$power = T_{setpoint} - T_{input} \to \min.$$
 (3)

Для обеспечения заданного режима работы MOSFET-транзистора введем ограничение на его режим работы:

$$power = \begin{cases} power, eсли 0 < power < 100, \\ 0, eсли power < 0, \\ 100, eсли power > 100. \end{cases}$$
 (4)

Корректная работа ТЭ обеспечивается путем преобразования полученного значения управляющего сигнала из диапазона 0...255 в диапазон 0...100 по формуле [14, 15]

$$power_{map} = power \cdot 100/255.$$
 (5)

С учетом данного требования формула, задающая режим работы ПИД регулятора, пример вид

$$PID_{output_{i}} =$$

$$= power_{map_{i}}K_{P} + (power_{map_{i}}dt)K_{I} + (6)$$

$$+ \frac{(power_{map_{i}} - power_{map_{i-1}})K_{D}}{dt},$$

где  $K_P$  — пропорциональная составляющая;  $K_I$  — интегрирующая составляющая;  $K_D$  — дифференцирующая составляющая; dt — шаг интегрирования [16]. Функционирование ПИД регулятора в системе управления ТЭ реализуется в микроконтроллере Arduino Uno процедурой, представленной ниже в виде псевдокода (*Листине* 1).

#### Листинг 1. Процедура работы ПИД регулятора

**Procedure** ComputePID<sub>output</sub>(Tinput, Tsetpoint, Kp, Ki, Kd, dt) **Inputs**: Tinput – temperature value,

 $\label{eq:constraint} \begin{array}{l} Tsetpoint - temperature limit, \\ K_P = 1.0 - proportional coefficient, \\ K_I = 0.5 - integral coefficient, \\ K_D = 0.5 - derivative coefficient, \\ dt = 0.1 - time differential coefficient; \\ previous_power = 0 \end{array}$ 

End

#### Математическая модель нечетко-цифрового фильтра

Для реализации НЦФ необходимо выполнять следующую последовательность шагов.



Рис. 4. Входные функции принадлежности (*примечание:* указано обозначение меток lim1, lim2, lim3 для первой функции принадлежности DX<sub>1</sub>)

Fig. 4. Input membership function (*note:* the designation of labels  $\lim 1, \lim 2, \lim 3$  for the first membership function  $DX_1$ )



Fig. 5. Output membership function

Шаг 1. Фаззификация входной и выходной переменных. Входным параметром НЦФ является переменная, вычисляемая по формуле (2). Далее она преобразуется в лингвистическую переменную с термами  $DX = \{DX_1, DX_2, DX_3, DX_4, DX_5\}$ . Ядром входной лингвистической переменной является диапазон значений от 0,0 до 7,0. График входной функции принадлежности представлен на рис. 4.

Выходной лингвистической переменной является коэффициент регулирования  $\alpha$ , состоящий из пяти термов: M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>3</sub>, M<sub>4</sub>, M<sub>5</sub>, который задается пропорциональным значением в диапазоне от 40 % до 80 % [0,4; 0,8] от своего максимального значения. График выходной функции принадлежности представлен на рис. 5.

Шаг 2. Определение степеней функций принадлежности для входной переменной в зависимости от разницы текущего и предыдущего сигналов с выхода ПИД регулятора, вычисленной по формуле

	[1,	если	$DX \in [0;1,2],$	
$DX_1 = \langle$	$\left \frac{2,4-DX}{1,2}\right ,$	если	$DX\in (1,2;2,4],$	
	0,	если	$DX \in [2,4;7,0].$	
	[0,	если	$DX \in [0;1,2],$	
DV	$\left \frac{DX-1,2}{1,2}\right $	если	$DX \in (1, 2; 2, 4],$	
$DX_2 = 0$	$\left \frac{3,6-DX}{1,2}\right ,$	если	$DX \in (2,4;3,6],$	
	[0,	если	$DX \in [3, 6; 7, 0].$	
	0,	если	$DX \in [0;2,4],$	
$DX_{i} = i$	$\left \frac{DX-2,4}{1,2}\right $	если	$DX \in (2,4;3,6],$	(7)
DA 3 -	$\left \frac{4,8-DX}{1,2}\right ,$	если	$DX \in (3,6;4,8],$	(7)
	[0,	если	$DX \in [4, 8; 7, 0].$	
	0,	если	$DX \in [0;1,2],$	
DX =	$\left \frac{DX-1,2}{1,2}\right ,$	если	$DX \in (1, 2; 2, 4],$	
$DA_4 = 1$	$\left \frac{3,6-DX}{1,2}\right ,$	если	$DX \in [2,4;3,6],$	
	[0,	если	$DX \in [6,0;7,0].$	
	0,	если	$DX \in [0;4,8],$	
$DX_5 = -$	$\left\{\frac{DX-4,8}{1,2},\right.$	если	$DX \in (4, 8; 6, 0],$	
	[1,	если	$DX \in [6, 0; 7, 0].$	

Псевдокод вычисления степеней функций принадлежности представлен в Листинге 2.

#### Листинг 2. Процедура вычисления степеней функций принадлежности

Procedure Fuzzy\_set(DX, Lim1, Lim 2, Lim3)
Input: DX — input value, calculated by formula (2)
Lim1 — First limit of the membership function,
Lim2 — Second limit of the membership function;
Lim3 — Third limit of the membership function;
Output: DXr — Fuzzy inference; where r = 1...5 is number
degrees of the membership function

Begin

End

Шаг 3. Синтез базы знаний, которая состоит из пяти нечетких правил "Если ... То". Определение степеней принадлежности каждой предпосылки нечеткого правила осуществляется на основе данных, вычисленных по формуле (7):

FuzzyRule 1: "Если  $DX = DX_1$  To  $M = M_1$ " FuzzyRule 2: "Если  $DX = DX_2$  To  $M = M_2$ " FuzzyRule 3: "Если  $DX = DX_3$  To  $M = M_3$ " (8) FuzzyRule 4: "Если  $DX = DX_4$  To  $M = M_4$ " FuzzyRule 5: "Если  $DX = DX_5$  To  $M = M_5$ "

Шаг 4. Дефаззификация на основе метода отношения площадей. Определение выходного значения с НЦФ осуществляется с помощью псевдокода, представленного в Листинге 3 [17, 18].

#### Листинг 3. Псевдокод для вычисления результирующего значения НЦФ

Procedure Power\_Fuzzy\_Filter(output, last\_output)
Inputs: output — PID controller output value, last\_output — saved value of PID controller output from the last reading,
Output: new\_output — filtered signal for the MOSFET transistor:

Begin

DX = output - last\_output; DX1, DX2, DX3, DX4, DX5 = Fuzzy\_set(DX, Lim1, Lim2, Lim3); alpha = ((DX1 + DX2 + DX3 + DX4 + DX5)/5)\*0.4) + 0.4; beta = 1 - alpha; new\_output = (last\_output\*alpha) + (output\*beta); last\_output = output; Return new\_output;

End

#### Экспериментальное исследование

Характеристики системы управления ТЭ с помощью предложенной структуры НЦФПИД регулятора были определены путем проведения экспериментальных исследований. Экспериментальная установка системы управления с программно-реализованными НЦФПИД и ПИД регуляторами показана на рис. 6.

Суть эксперимента заключалась в проверке реакции системы управления ТЭ на изменение установленного значения температуры с  $T_{setpoint1} = 15$  °C (рис. 7, *a*, линия 1) на  $T_{setpoint2} =$ = 35 °C и в оценке времени регулировки, необходимого для достижения заданного значения температуры. В течении эксперимента осуществлялось сравнение работы разработанной модели НЦФПИД регулятора (рис. 7, *a*, *b*) и ПИД регулятора (рис. 7, *б*, *c*). В целях обеспечения достоверности были проведены 100 экспериментов. На рис. 7 представлены две реализации эксперимента с минимальным и максималь-



Рис. 6. Экспериментальная установка СУТ с НЦФПИД Fig. 6. Experimental device for the thermoelement control system with FDFPID



#### Рис. 7. Моделирование работы системы управления термоэлементом:

a — переходный процесс в СУТ с НЦФПИД регулятором (минимальное время);  $\delta$  — переходный процесс в СУТ с ПИД регулятором (минимальное время); a — переходный процесс в СУТ с НЦФПИД регулятором (максимальное время); a — переходный процесс в СУТ с ПИД регулятором (максимальное время)

#### Fig. 7. Simulation of the thermoelement control system:

a — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (minimum time); b — transient process in the thermoelement control system with PID controller (minimum time); c — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDFPID controller (maximum time); d — transient process in the thermoelement control system with FDF

ным показателями времени регулирования для предложенного в статье НЦФПИД регулятора и ПИД регулятора. Экспериментальные характеристики были получены в среде Arduino Uno с помошью программного "Плоттера по последовательному соединению". На его экран выволятся три линии тренда (см. рис. 7 и *Листинг* 1): линия 1 заданная температура ( $T_{setpoint}$ ); линия 2 — температура на ТЭ (*T<sub>input</sub>*); линия 3 — управляющий сигнал (power<sub>man</sub>).

Следует отметить, что программная модель плоттера по последовательному соединению (рис. 7, ось абсцисс) в микропроцессоре Arduino Uno выводит значения каждые 640 мс, это значит, что 100 показаний плоттера соответствуют 6,4 с. Таким образом время регулировки для эксперимента, представленного на рис. 7, *а*, вычисляется по формуле

 $6,4(t_1 - t_2)/100.$ 

В нашем случае время регулировки составит 6,4 · (365-150)/100 = 22,4 с.

Во время эксперимента посредством ввода данных через СОМ-порт платы управления изменялась температура с 15 до 35 °С. Данный скачок значений температур отражен на 15-м измерении (значение по оси X), что соответствует 1 с от начала запуска системы управления ТЭ (рис. 7, линия 1) После изменения заданного значения температуры НЦФПИД регулятор (рис. 7, а, в) или ПИД регулятор (рис. 7, б, г) начинают процесс управления, в связи с этим происходит скачок сигнала управления ТЭ (сигнал 3 на 15-м отсчете по оси Х, рис. 7). В целях ограничения данного скачка в программной модели была введена формула (4), благодаря которой управляемый сигнала может изменяться в диапазоне от 0 до 100 единиц.

Представленные графики показывают, что при использовании НЦФПИД регулятора среднее время процесса регулирования переходного процесса составляет 22,7 с. Среднее время процесса регулирования переходного процесса при использовании ПИД регулятора составляет 27,35 с. Следовательно, при использовании предложенного в статье регулятора время регулирования переходного процесса сокращается в среднем на 19 %.

#### Заключение

В данной статье рассмотрена система управления ТЭ, предназначенная для повышения эффективности работы системы охлаждения. При анализе экспериментальных данных установлено, что при использовании предложенной в статье аппаратно-программной модели НЦФ и ПИД регулятора время регулирования переходным процессом сокращается в среднем на 19 %. Также подтвердилась гипотеза о том, что при совместном использование НЦФ и ПИД регулятора упрощается настройка его параметров регулирования.

#### Список литературы

1. Надеждин И. С., Горюнов А. Г., Флавио М. Системы управления нестационарным объектом на основе МРСрегулятора и ПИД-регулятора с нечеткой логикой // Управление большими системами: сборник трудов. 2018. № 75. С. 50—75.

2. Белов М. П., Чыонг Д. Д. Синтез ПИД-регулятора самонастраивающейся нелинейной системы управления электропривода экзоскелета с помощью нейронной сети // Известия СПбГЭТУ ЛЭТИ. 2021. № 3. С. 55–64.

3. Alkargole H. M., Hassan A. S., Hussein R. T. Analyze and Evaluate the Performance Velocity Control in DC Motor //

Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии. 2020. Т. 12, № 4. С. 507—516.

4. Баранов О. В. Алгоритм настройки стабилизирующего ПИД-регулятора квадрокоптера // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 10. С. 829—838.

5. Nayak J. R. et al. Application of optimized adaptive crow search algorithm based two degree of freedom optimal fuzzy PID controller for AGC system // Engineering Science and Technology, an International Journal. 2022. T. 32. C. 101061.

6. Sain D., Mohan B. M. Simulation and real-time implementation of a nonlinear fuzzy PI/PD controller // IFAC-PapersOnLine. 2020. T. 53, N 1. C. 673–678.

7. Кудинов Ю. И., Келина А. Ю. Упрощенный метод определения параметров нечетких ПИД регуляторов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № . 1. С. 12—22.

8. **Zhusubaliyev Z. T., Medvedev A., Silva M. M.** Bifurcation analysis of PID-controlled neuromuscular blockade in closed-loop anesthesia // Journal of Process Control. 2015. T. 25. C. 152–163.

9. Бобырь М. В., Кулабухов С. А., Якушев А. С. Автономная система охлаждения режущего инструмента в задаче управления оборудованием с ЧПУ. Часть I //Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 8. С. 469—473.

10. Бобырь М. В., Кулабухов С. А., Якушев А. С. Автономная система охлаждения режущего инструмента в задаче управления оборудованием с ЧПУ. Часть II // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Т. 18, № 8. С. 558—563.

11. Bobyr M. V., Milostnaya N. A., Bulatnikov V. A. The fuzzy filter based on the method of areas' ratio // Applied Soft Computing. 2022. P. 108449.

12. Бобырь М. В. и др. Исследование устройства нечеткого цифрового фильтра для робота-манипулятора // Известия Юго-Западного государственного университета. 2020. Т. 24, № 1. С. 115—129.

13. **Куммингс Л., Русских М.** Использование нестандартных термисторов с семейством преобразователей температуры в цифровой код // Компоненты и технологии. 2021. № 5. С. 17—22.

14. Arduino Documentation: Language Reference [Электронный ресурс]: Сведения о математической функций Map. URL: https://www.arduino.cc/reference/en/language/functions/math/map/

15. Bobyr M. V., Yakushev A. S., Dorodnukh A. A. Fuzzy devices for cooling the cutting tool of the CNC machine implemented on FPGA // Measurement: Journal of the International Measurement Confederation. 152. 2020. 107378.

16. Ушкин И. С., Шумилкин А. А., Адилов Р. М. Использование ПИД-регуляторов в системах автоматического управления // Успехи современного естествознания. 2011. № 7. С. 226—226.

17. Бобырь М. В., Лунева М. Ю., Ноливос К. А. Нечеткий цифровой фильтр для управления роботом-манипулятором ARMino //Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20. № 4. С. 244—250.

18. **Bobyr M. V., Titov V. S., Belyaev A.** Fuzzy system of distribution of braking forces on the engines of a mobile robot. MATEC Web Conf. 79, 2016. 01052.

### PID Regulator and Fuzzy-Digital Filter Combination in the Thermoelement Control Task

M. V. Bobyr, maxbobyr@gmail.com, N. A. Milostnaya, nat\_mil@mail.ru, C. A. Nolivos, cris\_93\_bep@hotmail.com South West State University, Kursk, 305040, Russian Federation,

> Corresponding author: Bobyr Maksim V., Doctor of Science, Professor, South West State University, Kursk, 305040, Russian Federation, e-mail: maxbobyr@gmail.com

> > Accepted on May 18, 2022

#### Abstract

The thermoelement control system basis on the fuzzy logic has been developed in this article. This system improves the stability characteristics of devices using a PID controller in their structure. This effect is achieved by reducing the output signal, the value of which is calculated using a fuzzy digital filter. The main aspect of the fuzzy digital filter is the use of the area ratio method during defuzzifing. The limitation of this method is the use of triangular membership functions. The experimental results presented in the article demonstrate the effectiveness of the proposed solution. The study has shown that the time of transient processes with the combined control of the thermoelement is reduced by 16-22 %.

Keywords: thermoelement, cooling system, PID controller, fuzzy logic, fuzzy digital filter, area ratio method

For citation:

**Bobyr M. V., Milostnaya N. A., Nolivos C. A.** PID Regulator and Fuzzy-Digital Filter Combination in a Thermoelement Control Task, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2022, vol. 23, no. 9, pp. 473–480.

DOI: 10.17587/mau.23.473-480

#### References

1. Nadezhdin I. S., Gorjunov A. G., Flavio M. Control systems for a non-stationary object based on MPC controller and PID controller with fuzzy logic, *Upravlenie bol'shimi sistemami: sbornik trudov*, 2018, no. 75, pp. 50–75 (in Russian).

2. Belov M. P., Chyong D. D. Synthesis of a PID controller of a self-adjusting nonlinear exoskeleton electric drive control system using a neural network, *Izvestija SPBGETU LETI*, 2021, no. 3, pp. 55–64 (in Russian).

3. Alkargole H. M., Hassan A. S., Hussein R. T. Analyze and Evaluate the Performance Velocity Control in DC Motor, *Radiojelektronika*. *Nanosistemy*. *Informacionnye tehnologii*., 2020, vol. 12, no. 4. pp. 507–516.

4. **Baranov O. V.** Algorithm for setting the stabilizing PID controller of the quadcopter, *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Priborostroenie*, 2021, vol. 64, no. 10, pp. 829–838 (in Russian).

5. Najak J. R. et al. Application of optimized adaptive crow search algorithm based two degrees of freedom optimal fuzzy PID controller for AGC system, *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 2022, vol. 32, pp. 101061.

6. Sain D., Mohan B. M. Simulation and real-time implementation of a nonlinear fuzzy PI/PD controller, *IFAC-PapersOn-Line*, 2020, vol. 53, no. 1, pp. 673–678.

7. Kudinov Ju. I., Kelina A. Ju. Simplified method for determining the parameters of fuzzy PID controllers, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2013, no. 1, pp. 12–22 (in Russian).

8. **Zhusubaliyev Z. T., Medvedev A., Silva M. M.** Bifurcation analysis of PID-controlled neuromuscular blockade in closed-loop anesthesia, *Journal of Process Control*, 2015, vol. 25, pp. 152–163.

9. Bobyr M. V., Kulabuhov S. A., Jakushev A. S. Autonomous cutting tool cooling system in a CNC machine control task. Part

I, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 8, pp. 469–473 (in Russian).

10. Bobyr M. V., Kulabuhov S. A., Jakushev A. S. Autonomous cutting tool cooling system in a CNC machine control task. Part II, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2017, vol. 18, no. 8, pp. 558–563 (in Russian).

11. Bobyr M. V., Milostnaja N. A., Bulatnikov V. A. The fuzzy filter based on the method of areas' ratio, *Applied Soft Computing*, 2022, pp. 108449 (in Russian).

12. **Bobyr M. V.** et. al. Investigation of fuzzy digital filter device for robot manipulator, *Izvestija Jugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta*, 2020, vol. 24, no. 1, pp. 115–129 (in Russian).

13. Kummings L., Russkih M. Using non-standard thermistors with a family of temperature-to-digital converters, *Komponenty i tehnologii*, 2021, no. 5, pp. 17–22 (in Russian).

14. **Arduino** Documentation: Language Reference: Description about the map function URL: https://www.arduino.cc/reference/en/language/functions/math/map/

15. Bobyr M. V., Yakushev A. S., Dorodnukh A. A. Fuzzy devices for cooling the cutting tool of the CNC machine implemented on FPGA, *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 2020, vol. 152, pp. 107378.

16. Ushkin I. S., Shumilkin A. A., Adilov R. M. Using PID controllers in automatic control systems, *Uspehi sovremennogo estestvoznanija*, 2011, no. 7, pp. 226–226.

17. Bobyr' M. V., Luneva M. Ju., Nolivos K. A. Fuzzy digital filter to control the ARMino robotic arm, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 4, pp. 244–250 (in Russian).

18. Bobyr M. V., Titov V. S., Belyaev A. Fuzzy system of distribution of braking forces on the engines of a mobile robot, *MATEC Web Conf*, 2016, vol.79, pp. 1052.

### РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

УДК 531.38

DOI: 10.17587/mau.23.481-485

Ю. Ф. Голубев<sup>1, 2</sup>, д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотр., проф., golubev@keldysh.ru, В. В. Корянов<sup>1</sup>, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., korianov@keldysh.ru, Е. В. Мелкумова<sup>2</sup>, канд. физ.-мат. наук, доц., elena\_v\_m@mail.ru, <sup>1</sup> ИПМ имени М. В. Келдыша РАН, г. Москва, <sup>2</sup> МГУ имени М. В. Ломоносова, г. Москва

# Спасение шагающего робота из аварийного положения на спине при наличии неровностей опоры

Предложен метод раскачивания шестиногого шагающего робота с целью обеспечить его переворот из положения "вверх ногами". В качестве опоры рассмотрена наклонная плоскость с небольшим уклоном в сторону переворота. Положение неподвижной опоры может быть задано последовательными поворотами вокруг двух разных осей. В области контакта возможно наличие ямки. Рядом с ямкой возможно наличие бугорка. Показано, что переворот возможен с помощью циклического движения ног, если корпус имеет верхнюю оболочку в виде усеченного цилиндра. Ноги на заранее выбранном краю корпуса, через который должен произойти переворот, являются пассивными, и выпрямляются вдоль корпуса для того, чтобы не мешать раскачиванию. Ноги на противоположном краю являются активными, они осуществляют синхронное движение в плоскости, перпендикулярной продольной оси корпуса, при фиксированном угле в колене. Выполнено аналитическое исследование, а также компьютерное моделирование полной динамики робота, контактирующего с опорой, средствами программного комплекса "Универсальный механизм". Приведены изменения, которые необходимо вносить в раскачивание при наличии ямки и бугорка. Для типичного набора параметров робота приведены результаты численных экспериментов для ямок приблизительно наибольших допустимых размеров в случаях, когда опорная поверхность повернута вокруг одной оси, вокруг двух осей, а также для разных типов ямок, глубокой и пологой. Во всех случаях рядом с ямкой расположен бугорок.

Ключевые слова: шестиногий робот, переворот корпуса, раскачивание, неровности опоры

#### Введение

Данная работа развивает результаты, представленные в работе [1], в части построения алгоритмов управления поведением робота в экстремальных ситуациях с использованием методов компьютерного моделирования.

Ситуации, когда требуется переворот из положения "вверх ногами", нередко встречаются в мире животных и особенно среди насекомых и рептилий, у которых имеется широкий твердый корпус. Например, жуки или черепахи в процессе эволюции научились преодолевать подобные затруднения. Методы, которые они используют, включают в себя приемы подтягивания и отжимания от опорной поверхности [2—4].

В работе [5] аналогичные методы используются для переворота робота с корпусом в виде полусферы. В статье [6] пара ног шестиного робота используется в качестве упора, облегчающего переворот. В работе [7] для переворота используется вспомогательный стержень.

В статье [8] возможности переворота обеспечивает модульная конфигурация корпуса робота, при которой отдельные части могут вращаться друг относительно друга.

Возможен вариант, когда за счет специальной конструкции ног робот может двигаться как в стандартном, так и в перевернутом положении корпуса [9].

В данной работе предлагается другой метод переворота робота из аварийного в рабочее положение с использованием динамических эффектов, которые возникают, когда робот, оказавшись в перевернутом положении, начинает без опоры ногами о грунт раскачивать корпус за счет специально сформированного движения ног, обеспечивающего увеличение амплитуды качаний. В результате амплитуда достигает такого значения, что робот обязательно переворачивается. Очевидно, что в рассматриваемом случае простой периодический закон движения ног не приведет к успеху, так как период качаний корпуса будет зависеть от амплитуды.

# Особенности переворота робота в рабочее положение

Для облегчения переворота корпус имеет форму выпуклой вверх части цилиндра, срезанного плоскостью, параллельной оси цилиндра. В модельной задаче рассматривается раскачивание однородного сегмента круга без проскальзывания на опорной прямой (рис. 1). К правому концу *В* хорды сегмента плоским шарниром прикреплена нога — стержень массы  $m_1$ , который может вращаться относительно сегмента на угол  $\psi$ . На другом конце хорды в точке *Е* расположена точечная масса  $m_2$ , уравновешивающая ногу.

Аналитически раскачивание в этом случае описывается с помощью теоремы об изменении кинетического момента системы относительно подвижной точки *A* касания дуги окружности сегмента с опорной прямой [10, 11]. Из анализа модельной задачи следует, что управляющий угол отклонения активных ног следует задавать в виде кусочно-постоянной функции. Переключение должно происходить между двумя значениями, соответствующими предельным положениям ног при махах в сторону пассивных ног и обратно, в моменты времени, когда угловая скорость корпуса обращается в ноль.



Рис. 1. Перевернутое положение робота Fig. 1. Robot's overturned position

С помощью компьютерного моделирования выполняется уточнение управления с учетом наличия трения в контакте, а также наклонов опорной поверхности. При задании управляющего угла между постоянными значениями выполняются линейные переходы. Полная динамическая модель робота формируется автоматически средствами комплекса "Универсальный механизм" [12]. Механическая система имеет 24 степени свободы.

При наличии небольшого наклона опорной плоскости в сторону переворота необходимо сокращать мах активных ног в сторону от пассивных ног. При наличии ямки и бугорка необходимо увеличивать массу ног. Структура движения сохраняется, если при этом суммарная масса ног меньше, чем масса корпуса. На рис. 2 приведены фрагменты типичного раскачивания при комбинации помех. Наклон плоскости 10°, размеры ямки и бугорка примерно наибольшие для выбранных параметров робота при таком наклоне.

Соотношение размеров корпуса и звеньев ног имеет вид

$$a:b:R:r:l_1:l_2=1:0,79:0,4:1,5:0,5:0,33,$$

где a, b — размеры прямоугольного плоского сечения двух прямых круговых цилиндров, образующих корпус робота; R, r — радиусы оснований цилиндров;  $l_1, l_2$  — длины звеньев ног. Масса корпуса робота 25,42 кг.

Параметры ямки и бугорка на рис. 2:  $\zeta_{0pit} = 0,45$  м (вертикальная координата центра ямки в связанной с ней системой координат, т. е. без учета поворота опоры),  $R_{pit} = 0,55$  м (радиус основания цилиндра, образующего ямку);  $\zeta_{0bump} = 0,45$  м,  $R_{bump} = 0,55$  м,  $\xi_{0bump} = 0,7$  м (горизонтальная координата центра бугорка в упомянутой выше связанной с ямкой системе координат, т. е. без учета поворотов опоры); масса одной ноги  $m_{leg} = 2,6$  кг (масса всех ног равна  $6m_{leg}$ ). Для определенности приведены конкретные значения, но, вообще говоря, размеры мо-



Рис. 2. Фрагменты движения: начальная позиция, типичный мах в сторону пассивных ног, обратный мах, позиция после завершения переворота

Fig. 2. Fragments of motion: initial position, typical swing toward the passive legs, back swing, position after the overturn

гут быть заданы относительно размеров корпуса, масса ноги — относительно его массы.

На рис. 3—6 приведены фрагменты моделирования в случае, когда опорная поверхность последовательно повернута вокруг двух осей. Порядок фрагментов везде тот же, что на рис. 2: начальная позиция (на рис. 5, 6 приведена позиция уже после распрямления ног), типичный мах в сторону пассивных ног, обратный мах, позиция после завершения переворота. Поворот задается сначала вокруг горизонтальной оси, направленной вправо, на 15°, затем в повернутой системе координат — вокруг оси, сонаправленной с продольной осью робота, на 10°. Центр масс робота находится немного выше в процессе всего движения по



Рис. 3. Фрагменты движения, опора повернута дважды, радиус ямки увеличен без увеличения ее глубины Fig. 3. Fragments of motion, the support is turned twice, pit's radius increased without increasing its depth



Рис. 4. Фрагменты движения, опора повернута дважды, радиус ямки увеличен без увеличения ее глубины (по сравнению с рис. 3), масса ног увеличена

Fig. 4. Fragments of motion, the support is turned twice, pit's radius increased without increasing its depth (in comparison with Fig. 3), the mass of the legs is increased



Рис. 5. Фрагменты движения, опора повернута дважды, глубина ямки увеличена Fig. 5. Fragments of motion, the support is turned twice, pit's depth increased



Рис. 6. Фрагменты движения, опора повернута дважды, глубина ямки увеличена по сравнению с рис. 5 Fig. 6. Fragments of motion, the support is turned twice, pit's depth increased in comparison with Fig. 5

сравнению с вариантом, когда первого поворота опоры нет, но при выбранных параметрах механической системы это мало влияет на раскачивание.

Радиус ямки в некоторых пределах можно увеличивать без увеличения ее глубины. На рис. 3 показан вариант  $\zeta_{0pit} = 0.8$  м,  $R_{pit} = 0.9$  м,  $\xi_{0bump} = 0.8$  м. В численных экспериментах переворот робота продолжал срабатывать при уменьшении массы ноги до  $m_{leg} = 1.32$  кг.

При выбранных параметрах дальнейшее увеличение радиуса ямки возможно только при увеличении массы ноги. На рис. 4 показан предельный в этом смысле вариант  $\zeta_{0pit} = 0.9$  м,  $R_{pit} = 1.0$  м,  $\xi_{0bump} = 0.85$  м,  $m_{leg} = 3.6$  кг.

Варианты с увеличениями глубины (радиуса) ямки без изменения положения ее центра показаны на рис. 5, 6. На рис. 5  $\zeta_{0pit} = 0,45$  м,  $R_{pit} = 0,6$  м,  $\xi_{0bump} = 0,75$  м,  $m_{leg} \ge 1,8$  кг. На рис. 6  $\zeta_{0pit} = 0,45$  м,  $R_{pit} = 0,7$  м,  $\xi_{0bump} = 0,9$  м,  $m_{leg} \ge 1,6$  кг. Приведенные неравенства для  $m_{leg}$ справедливы только если суммарная масса ног меньше, чем масса корпуса.

На рис. 7 представлены графики изменения по времени углов  $\phi = \pi + \phi$ ,  $\psi$  (рад) и угловой скорости  $\dot{\phi}$  (рад/с) для варианта раскачивания, фрагменты которого приведены на рис. 6. Вертикальные линии показывают моменты начала и конца непосредственно раскачивания.

После завершения переворота корпуса происходит перестроение позиции робота в рабочее положение, из которого он может продолжить движение по поверхности. Перестроение происходит с помощью последовательного перено-



Рис. 7. Зависимость основных параметров движения от времени для варианта раскачивания с рис. 6

Fig. 7. Dependence of the main parameters of motion on time for the swinging variant from Fig. 6.

са троек ног, в каждой тройке переносится одна нога с одной стороны корпуса, и две с другой. После этого происходит выравнивание корпуса.

На рис. 7 приведены данные, соответствующие перестроению позы перед раскачиванием, самому раскачиванию и первому этапу (переносу первой тройки ног) перестроения в стандартную позицию.

#### Заключение

Представлено решение задачи о спасении автономного шагающего робота, аварийно лежащего на наклонной опорной поверхности на спине в положении "вверх ногами". Наклон опоры небольшой (примерно 15°), в сторону переворота. Опора может быть последовательно повернута вокруг двух разных осей. В области контакта может быть ямка, рядом с ней может быть бугорок. Для спасения робота предложена специальная форма корпуса в виде сложенных по плоскому сечению двух усеченных прямых круговых цилиндров. Разработан и аналитически обоснован [10] метод амплитудного раскачивания системы в окрестности положения аварийного равновесия, позволяющий использовать кинематические и динамические возможности робота для самостоятельного спасения.

Для выбранных параметров робота установлены приблизительные границы размеров неровностей (бугорка и ямки) и наклона опоры, при которых метод раскачивания продолжает работать.

> Предложенные алгоритмы формирования движения робота при спасении из аварийной ситуации были отработаны средствами компьютерного моделирования в программной среде, реализующей расчет трехмерной полной динамической модели механической системы — робота, взаимодействующего с опорой.

> Стабилизация движения шагающего робота в окрестности программного движения построена по принципу кусочно-формируемой с дискретностью шага интегрирования обратной связи. Обратная связь рассчитывается по рассогласованиям реальных и программных шарнирных углов с требованием минимальных значений угловых скоростей.

#### Список литературы

1. Голубев Ю. Ф., Корянов В. В. Экстремальные локомоционные возможности инсектоморфных роботов. М.: ИПМ имени М. В. Келдыша, 2018. 212 с.

2. Как переворачивается жук (бронзовка). URL: https:// www.youtube.com/watch?v=nbExQQ5uqqk.

 Frantsevich L. Righting kinematics in beetles (Insecta: Coleoptera) // Arthropod Struct. Dev. 2004. Vol. 33, Iss. 3. P. 221–235.
 Domokos G., Várkonyi P. L. Geometry and self-righting of

turtles // Proc. R. Soc. B. 2008. Vol. 275, Iss. 1630. P. 11–17.
5. Peng S., Ding X., Yang F., Xu K. Motion planning and

implementation for the self-recovery of an overturned multi-legged robot // Robotica. 2017. Vol. 35, Iss. 5. P. 1107–1120.

6. Saranli U., Rizzi A. A., Koditschek D. E. Model-based dynamic self-righting maneuvers for a hexapedal robot // Int. J. Robot. Res. 2004. Vol. 23, Iss. 9. P. 903–918.

7. Kessens C. C., Smith D. C., Osteen P. R. A Framework for Autonomous Self-Righting of a Generic Robot on Sloped Planar Surfaces // IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2012). Saint Paul, MN. May 14–18, 2012. P. 4724–4729.
8. Guanghua Z., Zhicheng D., Wei W. Realization of a

8. **Guanghua Z., Zhicheng D., Wei W.** Realization of a Modular Reconfigurable Robot for Rough Terrain // IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Luoyang, China. June 2006. P. 289–294.

9. **Robot** Kingdom. URL: https://www.youtube.com/ watch?v=W9DOG47\_xJk.

10. Голубев Ю. Ф., Корянов В. В., Мелкумова Е. В. Приведение инсектоморфного робота в рабочее состояние из аварийного положения "вверх ногами" // Известия РАН. Теория и системы управления. 2019. № 6. С. 163—176.

11. Голубев Ю. Ф., Корянов В. В., Мелкумова Е. В. Поведение шестиногого робота в аварийной ситуации // Инженерный журнал: наука и инновации. 2020. № 3. С. 1–10.

12. Универсальный механизм. Моделирование динамики механических систем. URL: http://www.umlab.ru (дата обращения: 10.02.2020).

#### Rescue of the Walking Robot from an Emergency Position on the Back in the Presence of Uneven Support

Yu. F. Golubev<sup>1, 2</sup>, golubev@keldysh.ru, V. V. Koryanov<sup>1</sup>, korianov@keldysh.ru, E. V. Melkumova<sup>2</sup>, elena\_v\_m@mail.ru, <sup>1</sup> Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, 125047, Russian Federation, <sup>2</sup> Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation

> Corresponding author: Koryanov V. V., PhD., Senior Researcher, Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, 125047, Russian Federation, e-mail: korianov@keldysh.ru

> > Accepted on June 09, 2022

#### Abstract

A method of swinging of the six-legged robot to ensure its overturn from the "upside down" position is proposed. As a support, we consider an inclined plane with a slight slope towards the flip, with a pit and optionally with a bump next to it. The position of the fixed support can be set by sequential rotations around two different axes. It is shown that the overturn is possible with the help of cyclic movement of the legs, if the body has an upper shell in the form of a truncated cylinder. The legs on the pre-chosen edge of the body through which the flip should occur, are passive, and straightened along the body so that they do not interfere with the flip. The legs on the opposite edge are active; they perform synchronous movement in a plane perpendicular to the longitudinal axis of the body, with a fixed angle in the knee. The results of simulation of the full dynamics of the robot in contact with the support by means of the "Universal mechanism" software package are presented. Specifics of swinging due to the slope, the pit and the bump are shown. For a typical set of robot parameters, the results of numerical experiments for pits of approximately the largest admissible sizes in cases where the support surface is rotated around one axis, around two axes, and for different types of pits, deep and shallow. In all cases, there is a bump next to the pit.

Keywords: six-legged robot, flipping of the robot's body, rocking, uneven support

#### For citation:

Golubev Yu. F., Koryanov V. V., Melkumova E. V. Rescue of the Walking Robot from an Emergency Position on the Back in the Presence of Uneven Support, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 9, pp. 481–485.

DOI: 10.17587/mau.23.481-485

#### References

1. **Golubev Yu. F., Koryanov V. V.** Extreme locomotion capabilities of insectomorphic robots, Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS, Moscow, 2018, 212 p. (in Russian)

2. **How** the beetle flips over (bronze), available at: https://www. youtube.com/watch?v=nbExQQ5uqqk, last accessed 2021/04/28.

3. Frantsevich L. Righting kinematics in beetles (Insecta: Coleoptera), *Arthropod Struct. Dev.*, 2004, vol. 33, iss. 3, pp. 221–235.

 Domokos G., Várkonyi P. L. Geometry and self-righting of turtles, *Proc. R. Soc. B*, 2008, vol. 275, iss. 1630, pp. 11–17.

5. Peng S., Ding X., Yang F., Xu K. Motion planning and implementation for the self-recovery of an overturned multi-legged robot, *Robotica*, 2017, vol. 35, iss. 5, pp. 1107–1120.

6. Saranli U., Rizzi A. A., Koditschek D. E. Model-based dynamic self-righting maneuvers for a hexapedal robot, *Int. J. Robot. Res.*, 2004, vol. 23, iss. 9, pp. 903–918.

7. Kessens C. C., Smith D. C., Osteen P. R. A Framework for Autonomous Self-Righting of a Generic Robot on Sloped Planar Surfaces, *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2012)*, Saint Paul, MN (May 14-18, 2012), pp. 4724–4729.

8. Guanghua Z., Zhicheng D., Wei W. Realization of a Modular Reconfigurable Robot for Rough Terrain, *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, Luoyang, China, June 2006, pp. 289–294.

9. **Robot** Kingdom, available at: https://www.youtube.com/ watch?v=W9DOG47\_xJk.

10. Golubev Yu. F., Koryanov V. V., Melkumova E. V. Bringing an insectomorphic robot to a normal position from an abnormal upside down position, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2019, 58(6), pp. 1018–1030.

11. Golubev Yu. F., Koryanov V. V., Melkumova E. V. Behavior of the six-legged robot in emergency situation, *Engineering Journal: Science and Innovation*, no. 3, 2020, pp. 1–10.

12. **Universal** mechanism. Modeling the dynamics of mechanical systems, available at: http://www.umlab.ru/pages/index. php?id=3 (date of access: 2020/10/02). **А. М. Малышенко,** д-р техн. наук, проф., mam@tpu.ru, Национальный исследовательский Томский политехнический университет

### Вход-выходные силомоментные отображения у шасси робокаров с тремя колесами Илона

Современный этап развития робототехники фокусируется все в большей мере на исследованиях, разработке, производстве и эксплуатации мобильных роботов. Разнообразие в их функциональном назначении, среде эксплуатации (наземные, подземные, подводные, воздушные, космические), в требованиях к технико-экономическим и эксплуатационным свойствам порождает разнообразие таких роботов. Используемые в мобильных роботах типы кинематических схем, движителей и их приводов также существенно расширяют их нынешний и будущий парк. Многообразие наиболее распространенных в настоящее время мобильных роботов с колесными шасси (робокаров) определяется числом и типом используемых в них колес и их относительным положением на шасси. Поэтому разработка колесных роботов предполагает выбор варианта исполнения их шасси на основе сопоставительного анализа различных потенциально применимых схемотехнических решений.

Данная статья содержит математические описания вход-выходных силомоментных отображений (взаимосвязей) вращающих моментов на валах колес робокаров с силами и вращающими моментами, обеспечивающими движения их шасси по горизонтальной плоскости, которые могут использоваться для сопоставительного анализа и выбора схемотехнических решений для шасси робокаров. Такие описания приводятся и анализируются для четырех вариантов кинематических схем шасси робокаров с тремя колесами Илона (меканум колесами, шведскими колесами). Они определяются для всех возможных вариантов направлений прикладываемых к колесам таких робокаров вращающих моментов, а также для тех случаев, когда к одному из этих колес вращающий момент не прикладывается. Тем самым описываются и анализируются различные ситуации — режимы функционирования подобных робокаров с использованием всех трех или любых двух колес для обеспечения прикладываемых к шасси робокаров си и моментов, необходимых для их перемещений.

Статья содержит оценки структур вход-выходных силомоментных отображений для выбранных четырех вариантов кинематических схем шасси робокаров с тремя колесами Илона, а также влияния их внутренних вход-выходных перекрестных связей на реализацию алгоритмов управления подобными робокарами, взаимосвязь по их управляемым переменным, маневренность, управляемость и достижимость. Описан вариант алгоритма решения обратных силомоментных задач для шасси в указанном выше исполнении. Указана предпочтительность использования подобных робокаров при реализации типовых задач управления — финитного, программного, следящего и терминального управления.

**Ключевые слова:** робокар, шасси, колеса Илона, вход-выходные отображения, прямые и обратные силомоментные задачи шасси, маневренность, управляемость, достижимость, алгоритмы управления

#### Введение

Автоматические транспортные тележки (робокары, мобильные роботы) с каждым годом получают все большее применение. С их помощью уже успешно решаются многие технологические операции в различных отраслях производства [1, 2]. Они используются для логистических и исследовательских целей [3—5], в сельском хозяйстве [6], в быту [7], военном деле [8], причем часто в некомфортных и жизненно опасных для людей средах [9, 10], в медицине и социальной сфере [11, 12]. Области их практического применения, несомненно, будут расширяться и в будущем.

Типовыми режимами функционирования робокаров являются финитные, программные, следящие, терминальные при движениях на заранее известной или неизвестной "сцене" (в заранее известной или неизвестной среде), в том числе с поисковыми или исследовательскими целями.

Наибольшее распространение в настоящее время получили робокары, базирующиеся на

колесных шасси. Разнообразие последних определяется в первую очередь функциональным назначением робокаров, средой и условиями их эксплуатации, а также типом и числом колес, которыми оснащены их шасси. В робокарах нашли применение колеса традиционного типа [13], сферические колеса и колеса с периферийными роликами, свободно вращающимися на осях, не параллельных оси вращения колеса. При этом следует заметить, что несмотря на многовековое использование колес касающаяся их терминология до сих пор не устоялась [13].

Под *традиционными* колесами (их называют также *классическими, обычными, автомобильными*) понимают [13] колеса трех типов: фиксированные (не меняющие положение своих центров и осей вращения относительно шасси); центрально ориентируемые (относительно шасси сохраняющие неизменным положение своего центра, но способные поворачиваться своей плоскостью вокруг проходящей через центр колеса вертикальной оси); не центрально ориентируемые (отличающиеся от центрально ориентируемых колес тем, что повороты их плоскости осуществляются вокруг вертикальной оси, не проходящей через их центр. Такие колеса в обиходе часто называют рояльными).

Традиционные колеса обычно используются в робокарах, к которым не предъявляются высокие требования в части их маневренности, не требуются повороты на месте и не являются критичными присущие таким колесам скольжение и обусловленное им трение. В тех же ситуациях, когда при практическом применении робокаров подобные особенности шасси с традиционными колесами нежелательны или даже не приемлемы, используются сферические колеса или (что значительно чаще) колеса с периферийными роликами.

Основополагающая идея колес с периферийными роликами, по-видимому, принадлежит Joseph Grabowiecki, оформившему ее в 1919 г. в патенте США № 1305535 [14]. Кинематическая схема предложенного им колеса включает группу равномерно размещенных по его периферии свободно вращающихся на своих осях роликов и соответствует колесу. представленному на рис. 1, б. Подобное техническое решение колеса позволяет существенно сократить нежелательное трение при нелинейных перемещениях оснашенного им транспортного средства и повысить его маневренность. Усовершенствованными вариантами этого колеса являются всенаправленное колесо (omnidirectional Weel), предложенное J. Blumrich (патент США № 3789947) [15] и колесо по патенту США № 3882885, выданному Peter Rodney McKinnon [11, 16]. Последнее, по сути, представляет пару параллельных и жестко связанных между собой колес по патенту [15], но с угловым смешением между ними, обеспечивающим непрерывный контакт этого колеса с опорной поверхностью. Отметим, что



Рис. 1. Внешний вид колес с периферийными роликами: *а* — колесо Илона; *б* — омни-колесо (из открытых источников)

Fig. 1. Appearance of wheels with peripheral rollers: a — Ilon's wheel;  $\delta$  — omni-wheel (from open sources) колеса по патентам [15, 16] сохраняют достоинства колеса J. Grabowiecki, но оказывают на шасси меньшие вертикальные вибрации при своем движении. С этой же целью применяют и строенные подобным типом колеса.

Отличительной особенностью колес по патентам [16—18] является расположение на ободе колеса роликов, оси вращения которых находятся в плоскости, перпендикулярной оси колеса. Группу этих колес чаще всего называют омни-колесами (omni-wheels).

К классу колес с периферийными роликами относится и колеса (рис. 1, *a*), предложенные в 1973 г. инженером Бенгтом Илоном из шведской компании Magnum AB, называемые колесами Илона, magnum-колесами или шведскими колесами [19—21]. Закрепленные на внешнем ободе колеса Илона ролики развернуты относительно основной оси колеса на 45° (а в омни-колесах — на 90°).

Указанные выше типы колес с периферийными роликами предпочитают использовать в транспортных средствах, предназначенных для работы в условиях, требующих от них повышенной маневренности, в том числе способности совершать полные повороты на месте. В настоящее время получили большее применение колеса Илона, а не омни-колеса.

Требуемое функционирование робокаров обеспечивают их системы автоматического управлении (САУ), алгоритмы управления в которых определяются не только необходимыми перемещениями робокаров в пространстве, но и в существенной мере заложенной в его шасси кинематической схемой и соответствующим ей силомоментным вход-выходным отображением определяющих их движения сил и моментов. При этом под силомоментным вход-выходным отображением у шасси в случае их движений по горизонтальной плоскости следует понимать зависимости двигающих его сил по двум взаимно-ортогональным направлениям на плоскости (как правило, по его строительным осям) и вращающего его вокруг вертикальной оси момента от моментов на ведущих осях колес шасси. Установление подобных зависимостей в теории механизмов и машин называют решением "прямой задачи кинематики", а установление обратных им зависимостей — "обратной задачей кинематики" [22]. В частности, для манипуляционного робота прямая задача кинематики это определение по значениям углов в его сочленениях вращательного типа и/или значениям линейных перемещений в его призматических сочленениях линейных и угловых координат схвата или используемого в манипуляторе рабочего инструмента.

Применительно к шасси робокаров в качестве прямой задачи следует считать определение зависимости от моментов на валах его колес значений приложенных к шасси вектора силы в плоскости его движения и врашающего его вокруг вертикали места момента, обеспечивающих, соответственно, линейные и вращательные движения робокара. Знание этих зависимостей необходимо для выбора приводных двигателей для колес шасси. Эти зависимости необходимы для решения обратной задачи (определения моментов на валах колес шасси по указанным выше желаемым значениям вектора силы и вращающего момента). Решение обратной задачи для шасси является необходимой частью алгоритма управления робокаром при реализации заданных его движений по горизонтальной плоскости. При этом указанные выше прямую и обратную задачи применительно к шасси робокара логично называть силомоментными прямой и обратной задачами шасси.

Целью данной статьи является решение прямых и обратных силомоментных задач для наиболее вероятных схемотехнических решений шасси с тремя колесами Илона, оценка потенциальных возможностей таких шасси в части реализации разнообразных движений робокара на горизонтальной плоскости и оценка того, насколько эффективным может быть использование колес Илона для шасси в трехколесном исполнении.

# Анализируемые схемотехнические решения шасси с тремя колесами Илона

Несмотря на небольшое число колес трехколесные шасси могут иметь большое число

Таблина 1

Варианты анализируемых кинематических схем шасси робокаров с тремя колесами Илона



реализаций, отличающихся не только конструктивными параметрами, но и относительным расположением колес. Тем не менее, при практических реализациях используется относительно небольшое число вариантов их схемотехнического исполнения. В частности, у робокаров, от которых требуется повышенная маневренность, чаще всего используются кинематические схемы, при которых центры колес на шасси располагаются в вершинах равностороннего треугольника.

При применении колес Илона схема их расположения может отличаться лишь относительной ориентацией осей этих колес и размещаемых на них роликов. Четыре из наиболее привлекательных вариантов таких расположений колес из соображений обеспечиваемой шасси подвижности представлены в табл. 1.

Для определения силомоментных входвыходных связей у представленных на рис. 1 шасси введем следующие допущения.

Будем полагать, что колеса Илона при движениях шасси не проскальзывают. При этом в процессе управления робокаром прикладываемые от электроприводов к ним вращающие моменты передаются через электромагнитные муфты, в связи с чем к колесам могут быть приложены не только вращающие моменты в обоих направлениях их вращения, но и в соответствии с реализуемыми алгоритмами управления движениями робокара в отдельных режимах управления у одного из колес вращающий момент может быть нулевым.

Далее полагаем, что шасси оснащено однотипными колесами Илона. При этом центры колес расположены на одинаковом расстоянии от конструктивного центра робокара и находятся в вершинах равностороннего треугольника.

#### Используемые условные обозначения

Примем следующие условные обозначения, полагая при этом, что все используемые далее трехгранники осей являются правыми и имеют взаимно ортогональные оси:

 $O_0 X_0 Y_0 Z_0$  — базовый трехгранник осей, относительно которого определяется положение шасси робокара в плоскости  $O_0 X_0 Y_0$ ;

OXYZ — трехгранник осей, жестко связанный с шасси в его конструктивном центре O так, что ось OZ направлена вертикально вверх, а ось OY направлена в центр одного из колес шасси;

 $\theta$  — угол отклонения оси *OY* от направления *O*<sub>0</sub>*Y*<sub>0</sub> (курсовой угол робокара);

x, y — текущие координаты центра шасси в плоскости  $O_0 X_0 Y_0$  в направлениях  $O_0 X_0$  и  $O_0 Y_0$ , соответственно; *i* — порядковый номер *i*-го колеса шасси;

*R* — внешний радиус *i*-го колеса;

 $L_i$  — расстояние между центрами шасси и *i*-го колеса;

**М**к<sub>*i*</sub> — создаваемый *i*-м приводом момент вращения на валу *i*-го колеса;

**F**к<sub>*i*</sub> — передаваемая на шасси сила от *i*-го колеса;

 $\alpha_i$  — угол отклонения от оси *Ox* направления из центра шасси *O* к центру *O<sub>i</sub> i*-го колеса;

 $OX_1Y_1Z_1$  — трехгранник осей, который образуется поворотом трехгранника *OXYZ* вокруг его оси *OZ* на угол  $\alpha_i$ ;

 $O_i X_{i1} Y_{i1} Z_{i1}$  — трехгранник осей, который образуется смещением на  $L_i$  трехгранника  $OX_1 Y_1 Z_1$  вдоль его оси  $OX_i$  (до совмещения его центра с центром *i*-го колеса);

 $\beta_i$  — угол отклонения оси *i*-го колеса в плоскости *OXY* от *OX*<sub>*i*1</sub>;

 $O_i X_i Y_i Z_i$  — связанный с *i*-м колесом трехгранник осей, получаемый поворотом  $O_i X_{i1} Y_{i1} Z_{i1}$  во-круг оси  $O_i Z_{i1}$  на угол  $\beta_i$ ;

 $\xi$  — угол наклона осей роликов от плоскости колеса (для колес Илона  $\xi = 45^{\circ}$ );

 $\gamma = -135^{\circ}$ — угол между направлением приложенного к *i*-му колесу Илона от его привода вращающего момента  $\mathbf{M}\mathbf{k}_i$  и создаваемой им силой  $\mathbf{F}\mathbf{k}_i$ , действующей на шасси.

Полагаем также, что в приведенных в табл. 1 вариантах шасси все колеса имеют одинаковый радиус R. Одинаковы и расстояния L от их центров  $O_i$  до центра шасси O.

# Силомоментные связи шасси с одним из своих колес

В целях формирования вход-выходных силомоментных отображений для всех шасси робокаров, представленных в табл. 1, и выработки для этого типового подхода определим их вначале для одного колеса Илона, расположенного на шасси так, как представлено на рис. 2.

Для определения вход-выходных силомоментных отображений у приведенных в табл. 1 трехколесных шасси может использоваться математический аппарат, основанный на применении однородных векторов (англ.: homogeneous vectors) размера 4 × 1 и однородных матриц (homogeneous matrices) размера 4×4 [23—25], который широко используется не только в теории механизмов и машин, в том числе в робототехнике, но и в компьютерной графике, в техническом зрении, в проективной геометрии. Такой математический аппарат позволяет единообразно описывать линейные и угловые преобразования (переходы) между исполь-



Рис. 2. Относительное положение *i*-го колеса Илона на шасси робокара

Fig. 2. Relative position of Elon's *i*-th wheel on the robocar chassis

зуемыми при описании кинематических цепей механизмов трехгранниками осей.

В связи с тем, что силомоментные связи между шасси и их колесами в данном случае определяются лишь в двухмерном пространстве (плоскости) ОХУ и относительно просты, использование для их определения однородных четырехмерных векторов и матриц вряд ли целесообразно. Их применение может быть целесообразно в тех случаях, когда необходимо устанавливать такие связи у робокаров, имеющих силомоментные взаимосвязи с внешней средой не только через их колеса, но и через установленные на них манипуляторы или другие механизмы. Поэтому далее используем трехмерные векторы и векторно-матричные преобразования с учетом их относительных угловых положений в плоскости OXY.

Создаваемая приводом *i*-го колеса сила воздействия на шасси  $\mathbf{F}_k$  связана с вращающим моментом  $\mathbf{M}_k$  на его оси следующим уравнением:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{K}_{i}} = R^{-1}\mathbf{M}_{\mathbf{K}_{i}}\mathbf{e}^{j\gamma}, i \in \overline{1,3},$$

где  $R_i$  — радиус колеса, а  $\gamma$  — угол между моментом **М** $\kappa_i$  и создаваемой им силой **F** $\kappa_i$ .

Для установления силомоментной связи представленного на рис. 2 колеса и шасси определим вначале проекции передаваемой на шасси от *i*-го колеса силы  $\mathbf{F}_{k_i}$  на оси трехгранника  $O_i X_{i1} Y_{i1} Z_{i1}$ . Они определяются по следующему векторно-матричному выражению:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{K}_{i1}} \triangleq [\mathbf{F}_{\mathbf{K}_{i1}}, \mathbf{F}_{\mathbf{K}_{i2}}, \mathbf{F}_{\mathbf{K}_{i3}}]^{\mathrm{T}} = \\ = R^{-1} \mathbf{W} \mathbf{R} \mathbf{3}(\gamma) \mathbf{W} \mathbf{R} \mathbf{3}(\beta_i) \mathbf{M}_{\mathbf{K}_i} =$$
(1)
$$= R^{-1} \begin{bmatrix} c(\gamma) & -s(\gamma) & 0\\ s(\gamma) & c(\gamma) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\beta_i & -s\beta_i & 0\\ s\beta_i & c\beta_i & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M\mathbf{K}_i\\ 0\\ 0 \end{bmatrix}.$$

В этом уравнении и далее под матрицей **WR3**(µ) понимаем матрицу поворота ортогонального трехгранника осей вокруг его третьей оси на угол µ вида

$$\mathbf{WR3}(\mu) = \begin{bmatrix} c\mu & -s\mu & 0\\ s\mu & c\mu & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где для краткости записей приняты условные обозначения:

$$c\mu \triangleq \cos\mu; \ s\mu \triangleq \sin\mu.$$

Выполнив в (1) перемножения в правой части равенства, получим следующий результат:

$$\mathbf{F}_{\mathbf{K}_{i1}} = [F_{\mathbf{K}_{i1}}, F_{\mathbf{K}_{i2}}, F_{\mathbf{K}_{i3}}]^{\mathsf{T}} =$$

$$= R^{-1} \mathbf{W} \mathbf{R} \mathbf{3}(\gamma) \mathbf{W} \mathbf{R} \mathbf{3}(\beta_i) \mathbf{M}_{\mathbf{K}_i} =$$

$$= R^{-1} \begin{bmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0\\ s\gamma & c\gamma & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\beta_i \cdot M_{\mathbf{K}_i}\\ s\beta_i \cdot M_{\mathbf{K}_i}\\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} R^{-1} (c\gamma \cdot c\beta_i - s\gamma \cdot s\beta_i) M_{\mathbf{K}_i}\\ R^{-1} (s\gamma \cdot c\beta_i + c\gamma \cdot s\beta_i) M_{\mathbf{K}_i}\\ 0 \end{bmatrix},$$

из которого следует, что проекции вектора  $\mathbf{F} \kappa_{i1}$ на оси  $X_{i1}$  и  $Y_{i1}$  будут, соответственно, определяться по следующим формулам:

$$F_{\mathbf{K}_{i1}} = R^{-1} (c_{\gamma} \cdot c_{\beta_i} - s_{\gamma} \cdot s_{\beta_i}) M_{\mathbf{K}_i}, \qquad (2)$$

$$F_{\mathbf{K}_{i2}} = R^{-1} (s_{\gamma} \cdot c_{\beta_i} + c_{\gamma} \cdot s_{\beta_i}) M_{\mathbf{K}_i}.$$
(3)

Подставив в (2), (3) соответствующее колесам Илона значение  $\gamma = -135^\circ$ , получим

$$F_{\kappa_{i1}} = -\frac{\sqrt{2}}{2R}(c\beta_i - s\beta_i)M_{\kappa_i},$$
  
$$F_{\kappa_{i2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2R}(c\beta_i + s\beta_i)M_{\kappa_i}.$$

Составляющая  $F \kappa_{i1}$  вектора силы  $F \kappa_{i1}$  определяет силу, с которой данное колесо воздействует на шасси в направлении  $OX_1$ , а составляющая  $F \kappa_{i2}$  создает момент

$$M_{iz} = -\frac{\sqrt{2}}{2R} L(c\beta_i + s\beta_i) M\kappa_i, \qquad (4)$$

вращающий шасси относительно вертикальной оси OZ. При этом проекции силы  $F\kappa_{i1}$  на строительные оси OX и OY шасси определяются, соответственно, по формулам:

$$F_{ix} = -\frac{\sqrt{2}}{2R} c\alpha_i (c\beta_i - s\beta_i) M\kappa_i, \qquad (5)$$

$$F_{iy} = -\frac{\sqrt{2}}{2} s\alpha_i (c\beta_i - s\beta_i) M\kappa_i.$$
 (6)

Силомоментные взаимодействия шасси и каждого их колеса во всех приведенных в табл. 1 схемах шасси определяются совокупностью постоянных параметров R, L,  $\gamma$  и двумя углами —  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ , значения которых зависят от схемы шасси, относительного положения на нем этих колес и указаны в табл. 2.

Решение прямой вход-выходной силомоментной задачи проиллюстрируем на шасси, кинематическая схема которого представлена на рис. 3 и соответствует варианту 1 в табл. 1.

На рис. 3 указаны действующие на шасси силы  $\mathbf{F}\kappa_i$ ,  $i \in \overline{1,3}$ , и их проекции  $F\kappa_{i1}$ ,  $F\kappa_{i2}$  от каждого из его колес, определяемые вращающими колеса моментами  $\mathbf{M}\kappa_i$ ,  $i \in \overline{1,3}$ .

Таблица 2

Параметры α<sub>i</sub> и β<sub>i</sub> кинематических цепей шасси, приведенных в табл. 1

Параметры	Номер	Номер кинематической схемы шасси в табл. 1						
колеса	колеса	1	2	3	4			
Угол α <sub>i</sub> , °	1	90	90	90	90			
	2	210	210	210	210			
	3	-30	-30	-30	-30			
Угол β <sub>i</sub> , °	1	0	-60	-90	-90			
	2	0	-60	-90	-60			
	3	0	-60	-90	60			



Рис. 3. Кинематическая схема шасси и действующие на него силы

Fig. 3. Kinematic scheme of the chassis and the forces acting on it

Используя расчетные формулы (4)—(6) и значения параметров α, и β, для этого варианта шасси, приведенные в табл. 2, получаем аналитические выражения для создаваемых каждым колесом вращающего шасси вокруг вертикальной оси *OZ* момента *M*<sub>*i*<sup>7</sup></sub> и действующих на него сил  $F_{ix}$  и  $F_{iy}$ , а также их суммарные значения, соответственно,  $\dot{M}_z$ ,  $F_x$  и  $F_v$ . Последние указаны в табл. 3. В этой же таблице приведены аналитические выражения для аналогичных моментов и сил, которые соответствуют второй. третьей и четвертой кинематическим схемам шасси из табл. 1.

Далее полагаем, что приводы колес способны создавать их вращающие моменты в обоих направлениях (М<sub>+</sub> и М<sub>-</sub>, соответственно), и что при необходимости робокар может переводиться на режимы работы с использованием только ДВVХ каких-либо его колес. Следовательно, моменты на валу каждого ИЗ колес шасси  $\mathbf{M}_i \in {\mathbf{M}_+, \mathbf{M}_-, 0}, i \in \overline{1, 3}.$ 

Смена направления крутящего момента на любом из колес по сравнению с принятыми на рис. 2 приводит к изменению знаков обусловленных им действующей на шасси силы и вращающего его момента. В ситуациях, когда в описываемом шасси на каком-либо из валов колес вращающий момент будет равен нулю (при отключенном его приводе), силомоментные вход-выходные отображения шасси могут быть получены приравниванием этого момента нулю в уравнениях (4)—(6).

Входящие в табл. З уравнения определяют, по сути, не только количественные взаимосвязи между входными для шасси воздействиями  $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_3$  и его выходными переменными  $F_x$ ,  $F_y, M_z$ , обеспечивающие его движения на горизонтальной плоскости. Они также отражают структуру вход-выходных взаимосвязей этих величин у шасси как части робокара — объекта автоматического управления.

# Решение обратных силомоментных задач шасси с тремя колесами Илона

Решение обратной силомоментной задачи для шасси сводится к определению моментов

Решения прямых задач шасси робокаров по вариантам 1-4 из таблицы 2
при моментах на валах колес, указанных на рис. З (из семейства М_)

Номер варианта исполнения шасси	Уравнения, полученные при решении прямой силомоментной задачи для этого шасси
1	$F_x = -\frac{1}{R}(\cos 30^\circ M\kappa_2 - \cos 30^\circ M\kappa_3)$
	$F_{y} = \frac{1}{R} (\sin 45^{\circ} M \kappa_{1} - \sin 30^{\circ} M \kappa_{2} - \sin 30^{\circ} M \kappa_{3})$
	$M_z = \frac{\sqrt{2}}{2R} L(M\kappa_1 + M\kappa_2 + M\kappa_3)$
2	$F_x = -\frac{1}{R}(\cos 15^\circ \cos 30^\circ M\kappa_2 - \cos 15^\circ \sin 30^\circ M\kappa_3)$
	$F_{y} = \frac{1}{R} (\cos 15^{\circ} M \kappa_{1} - \cos 15^{\circ} \cos 30^{\circ} M \kappa_{2} - \cos 15^{\circ} \sin 30^{\circ} M \kappa_{3})$
	$M_z = -\frac{L}{R}\sin 15^{\circ}(M\kappa_1 + M\kappa_2 + M\kappa_3)$
3	$F_x = -\frac{\sqrt{2}}{2R}(\cos 30^\circ M\kappa_2 + \sin 30^\circ M\kappa_3)$
	$F_{y} = -\frac{\sqrt{2}}{2R}(M\kappa_{1} + \sin 30^{\circ}M\kappa_{2} - \cos 30^{\circ}M\kappa_{3})$
	$M_z = \frac{\sqrt{2}}{2R} L(M\kappa_1 - M\kappa_2 + M\kappa_3)$
4	$F_x = -\frac{\sqrt{2}}{2R}(\cos 15^\circ \cos 30^\circ M\kappa_2 - \sin 15^\circ \cos 30^\circ M\kappa_3)$
	$F_{y} = -\frac{\sqrt{2}}{2R}(M\kappa_{1} + \cos 15^{\circ} \sin 30^{\circ}M\kappa_{2} + \sin 15^{\circ} \sin 30^{\circ}M\kappa_{3})$
	$M_z = \frac{\sqrt{2}}{2R} L(M\kappa_1 + \sin 15^\circ M\kappa_2 + \cos 15^\circ M\kappa_3)$

 $\mathbf{M}_{i}$ ,  $i \in \overline{1,3}$ , на валах колес шасси в функции от заданных значениий составляющих  $F_x$ ,  $F_y$  продольной силы  $\mathbf{F}_{xy}$  (рис. 3) и вектора вращающего шасси момента  $\mathbf{M}_{z}$ .

Математические модели, описывающие решения прямых задач для каждого из приведенных в табл. 3 четырех шасси, линейны и могут быть представлены в виде векторно-матричного уравнения

$$\mathbf{F} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{M}_{\mathrm{K}},\tag{7}$$

где введены следующие обозначения:

$$\mathbf{F} \triangleq [F_x, F_v, M_z]^{\mathrm{T}}, \mathbf{M}_{\mathrm{K}} \triangleq [M_{\mathrm{K}_1}, M_{\mathrm{K}_2}, M_{\mathrm{K}_3}]^{\mathrm{T}}.$$

В таком случае обратное силомоментное отображение шасси определяется уравнением

$$\mathbf{M}_{\mathrm{K}} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{F},\tag{8}$$

при условии, что матрица **A** в уравнении (7) является невырожденной.

Для первого в табл. 1 варианта шасси по приведенным в табл. 3 уравнениям силомоментного отображения  $\mathbf{M}\mathbf{K} \triangleq [M\mathbf{K}_1, M\mathbf{K}_2, M\mathbf{K}_3]^{\mathsf{T}}$ в  $\mathbf{F} \triangleq [F_{1x}, F_{y}, M_z]^{\mathsf{T}}$  матрица **A** имеет вид:

$$A = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 0 & -\cos 30^{\circ} & \cos 30^{\circ} \\ \sin 45^{\circ} & -\sin 30^{\circ} & -\sin 30^{\circ} \\ L\cos 45^{\circ} & L\cos 45^{\circ} & L\cos 45^{\circ} \end{bmatrix}$$

и является невырожденной. Не сложно убедиться в том, что невырожденные матрицы **A** соответствуют и остальным трем вариантам шасси. Следовательно, для всех этих четырех вариантов шасси обратное силомоментное отображение определяется уравнением (8).

Если шасси будет реализовано с тремя колесами Илона, но по отличной от указанных в табл. 1 кинематической схеме, и матрица Aдля него окажется вырожденной, то в уравнении (14) вместо обратной матрицы  $A^{-1}$  следует использовать псевдообратную для A матрицу  $A^+$ . При этом следует принять

$$\mathbf{A}^{+} = (\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{T}},$$

если столбцы матрицы А линейно независимы, или принять

$$\mathbf{A}^{+} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}} (\mathbf{A} \mathbf{A}^{\mathrm{T}})^{-1},$$

если линейно независимы строки матрицы **A**. В двух последних формулах  $\mathbf{A}^{\mathsf{T}}$  — транспонированная матрица **A**.

#### Оценка свойств робокаров с тремя колесами Илона как объектов автоматического управления

Вид представленных в табл. 3 уравнений, описывающих вход-выходные силомоментные отображения шасси с тремя колесами Илона, свидетельствует о том, что робокары, оснащенные такими шасси, представляют собой с позиций управления объекты со всем возможным множеством внутренних взаимосвязей между прилагаемыми к колесам вращающими моментами **M**<sub>1</sub>, **M**<sub>2</sub>, **M**<sub>3</sub> и определяющими их движение силами  $F_x$ ,  $F_y$  и моментом  $M_z$ . В связи с этим робокары с такими шасси относятся к классу объектов управления, для которых наиболее сложно реализуются системы автоматического управления (САУ), особенно если они должны обеспечивать в процессе функционирования независимое (автономное) управление всеми их выходными управляемыми переменными. Для описываемого типа робокаров таковыми являются линейные координаты x, y центра связанного с шасси трехгранника осей ОХҮХ в горизонтальной плоскости  $O_0 X_0 Y_0$  базового трехгранника осей  $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ , а также угловое положение трехгранника *ОХYZ* относительно  $O_0 X_0 Y_0 Z_0$ , определяемое курсовым углом  $\theta$ .

Для независимого управления выходными переменными  $x, y, \theta$ , робокара необходимо нейтрализовать влияние взаимозависимых изменений выходных переменных шасси  $F_x, F_y, M_z$  при изменениях моментов на валах его колес. Анализ всего комплекта представленных в табл. 3 уравнений показывает, что подобные режимы работы данных шасси не возможны без дополнительных схемотехнических и/или алгоритмических решений, обеспечивающих нейтрализацию им присущих взаимных вход-выходных силомоментных перекрестных связей.

Важной характеристикой свойств робокаров является их маневренность, т. е. способность в статических и/или динамических режимах менять направление их движений и угловую ориентацию, т. е. управляемые переменные x, y,  $\theta$  [17]. Это свойство робокаров в существенной мере зависит от кинематической схемы их шасси, используемых в них типов колес и их вход-выходных силомоментных отображений.

Однотипность структур этих отображений, представленных в табл. 3 для рассмотренных четырех кинематических схем шасси, позволяет сделать для них следующее обобщающее заключение. Маневренность в статических состояниях робокара с любым из таких шасси в пределах всего заданного рабочего пространства перемещений робокара x<sub>рп</sub>, у<sub>рп</sub>, θ<sub>рп</sub> имеет явные ограничения из-за наличия всего возможного множества внутренних перекрестных связей между движущими шасси силами  $F_x$ ,  $F_y$ , вращающим его моментом  $M_z$ и движущими его вращающими моментами на валах колес. Ограничения заключаются в том, что невозможно будет обеспечить одновременное независимое поддержание заданных изменений во времени всех управляемых переменных  $x, y, \theta$ . Поэтому в ситуациях, когда робокары с рассмотренными в данной статье шасси должны обладать повышенной маневренностью, их следует оснащать системами автоматического управления, используюшими дополнительные схемотехнические и/ или алгоритмические средства (прекомпенсаторы), обеспечивающие нейтрализацию влияния взаимных вход-выходных перекрестных силомоментных связей в их шасси.

Робокары, как и любые другие объекты автоматического управления, должны обладать в пределах заданных им рабочих пространств  $x_{pn}$ ,  $y_{pn}$ ,  $\theta_{pn}$  свойствами достижимости и управляемости. Со строгими математическими определениями этих свойств можно ознако-

миться, в частности, в работе [26]. Здесь лишь поясним их физический смысл применительно к рассматриваемому классу робокаров. Они обладают свойством достижимости. если при имеющихся у них ресурсах по управлению могут быть переведены за конечное время из исходного начального состояния  $x_0, y_0, \theta_0$  их рабочего пространства  $x_{pn}$ ,  $y_{pn}$ ,  $\theta_{pn}$  в любое другое состояние х, у, в этого пространства. Управляемость таких робокаров означает, что они могут быть переведены при имеющихся у них ресурсах по управлению за конечное время из любого состояния рабочего пространства  $x_{pn}$ ,  $y_{pn}$ ,  $\theta_{pn}$  в его исходное начальное состояние. Данные свойства могут быть корректно оценены лишь с использованием математических моделей динамики анализируемых робокаров.

Необходимым условием для обеспечения свойств достижимости и управляемости робокара с шасси на трех колесах Илона является возможность изменения в процессе его движений действующих на шасси сил F<sub>x</sub>, F<sub>v</sub> и вращающего момента M<sub>z</sub> таким образом, чтобы в конечном итоге могли быть реализованы во всем его рабочем пространстве  $x_{pn}$ ,  $y_{pn}$ ,  $\theta_{pn}$  все указанные в предыдущем абзаце перемещения. Потенциально такой возможностью обладают все приведенные в табл. 1 варианты шасси, но при условии, что в процессе отработки заданных перемещений возможны не только (и не столько) их движения при одновременном формировании моментов, управляющих приводами всех трех колес, но и режимы или подрежимы работы при каком-либо одном приводе, не создающем на его приводном колесе вращающий момент. Следовательно, система автоматического управления такого робокара должна реализовываться с использованием в алгоритме логических условий и формировать управляющие воздействия на приводы колес при различных вход-выходных математических описаниях своего шасси, что существенно ее усложняет.

#### Заключение

Привлекательность трехколесного исполнения шасси для робокаров связана, прежде всего, с возможностью реализовать его с меньшими массогабаритными характеристиками, что часто бывает одним из основных требований заказчиков в проектных заданиях. Поэтому оценка потенциальных возможностей такого исполнения шасси робокаров при их эксплуатации представляет не только теоретический, но и практический интерес. Математические модели вход-выходных силомоментных отображений у шасси с тремя колесами Илона характеризуются полным набором внутренних взаимосвязей между каждым из вращающих моментов на валах их колес с определяющими продольные движения шасси силами  $F_x$ ,  $F_y$  и моментом  $M_z$ , вращающим его относительно вертикали места. Поэтому робокары с такими шасси правомерно отнести к объектам автоматического управления, у которых сложно обеспечить автономность управления определяющими движение шасси силами  $F_x$ ,  $F_y$  и моментом  $M_z$ , вращающим определяющими движение шасси силами  $F_x$ ,  $F_y$  и моментом  $M_z$  и, соответственно, независимость по управляемым выходным переменным x, y,  $\theta$ .

Шасси с тремя колесами Илона потенциально обеспечивают управляемость и достижимость у оснащенных ими робокаров при создании для них систем автоматического управления. Поэтому перемещения таких робокаров в пределах всего их заданного рабочего пространства x<sub>рп</sub>, y<sub>рп</sub>, θ<sub>рп</sub> реализуемы между любыми двумя состояниями в пределах этого пространства. Однако из-за внутренних силомоментных перекрестных связей в шасси и обусловленного ими связанного управления по выходным переменным  $x, y, \theta$  такие переводы далеко не всегда могут быть проведены с наложением жестких ограничений на текущие значения переменных x(t), (t),  $\theta(t)$ . В ряде случаев может оказаться, что такие задачи управления целесообразно реализовывать с использованием в процессе управления как трех, так и двух управляемых колес или их в выбранной последовательности. При этом, если это допустимо по условиям реализуемой задачи управления, вначале может быть обеспечено заданное линейное перемещение, а затем угловое положение робокара (или наоборот). Система автоматического управления робокара в таких случаях должна реализовываться с использованием в алгоритме управления логических условий.

Автономное управление переменными x(t), y(t),  $\theta(t)$  робокара возможно лишь с использованием в системе управления аппаратных и/или алгоритмических прекомпенсаторов, позволяющих компенсировать влияние внутреннх силомоментных перекрестных связей в шасси на управляемые переменные.

Таким образом, можно заключить, что исполнение шасси с тремя колесами Илона более приемлемо для робокаров, предназначенных для реализации при своей работе задач финитного управления, нежели задач слежения, программного и терминального управления, при которых, как правило, требуется обеспечивать взаимонезависимые изменения управляемых переменных x, y,  $\theta$ .

#### Список литературы

1. **Справочник** по промышленной робототехнике: В 2-х кн. Кн. 1 / Под ред. Ш. Нофа. М.: Машиностроение, 1989.

2. Моритц Л. Тенденции развития мобильных роботов // Control Engineering Россия. 2020. № 4(88). С. 56—58. URL: https://controleng.ru/wp-content/uploads/56-1.pdf (дата обращения: 16.03.2022).

3. Автоматически управляемые транспортные средства // Склад & техника. 2006. № 3. 24.08.2020. URL: https:// sitmag.ru/article/10543-kamo-gryadeshi-ats (дата обращения: 16.03.2022).

4. Давыдов В. В. 20 идей по развитию России. Часть 16. Беспилотный транспорт. URL: https://20idei.ru/ru/ideas/16 (дата обращения 16.02.2022).

5. Космические роботы / Site'Kid.ru. Онлайн энциклопедия. URL: https://sitekid.ru/izobreteniya\_i\_tehnika/roboty/ kosmicheskie\_roboty.html (дата обращения: 16.03.2022).

6. Бойко А. Каталог автономных сельскохозяйственных роботов для работы в поле, в саду или теплицею // Robotrens. URL: http://robotrends.ru/robopedia/ katalog-avtonomnyh-robotov-dlya-raboty-v-selskom-hozyaystve (дата обращения: 16.03.2022).

7. Повный А. Бытовые роботы — обзор роботов различного назначения. // Онлайн журнал "Электрик Инфо", 25 октября 2016. URL: http://electrik.info/obzor/1182-bytovyeroboty-obzor-robotov-razlichnogo-naznacheniya.html (дата обращения: 16.03.2022).

8. **Автоматические** транспортные средства снабжения для солдат на поле боя. URL: http://www.army-guide.com/rus/ article/article 1573.html (дата обращения: 16.03.2022).

9. Бойко А. Каталог пожарных роботов. RoboTrens. URL: https://robotrends.ru/robopedia/katalog-pozharnyh-robotov (дата обращения: 16.03.2022).

10. Рыжков Е. Марсоходы прошлого, настоящего и будущего. URL: https:// novosti-kosmonavtiki.ru/articles/75355.html (дата обращения: 16.03.2022).

11. Social Robotics. Proc. of 13<sup>th</sup> International Conference, ICSR 2021. Singapur, 10—13 Nov. 2021. Springer International Publishing. URL: https://link.springer.com/ book/10.1007/978-3-030-90525-5 (дата обращения: 16.03.2022).

12. **Electric** wheel chair / EVER Monaco 2006 fair for mobility with renewable energy. Fair report part 1: general and special vehicles. URL: https://car.pege.org/2006-ever-monaco/wheel-chair.htm.

13. Campion G., Bastin G., D'Andrea-Novel B. Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots // IEEE Transactions on robotics and automation. 1996. Vol. 12, N. 1. P. 47–62.

14. Grabowiecki J. Vehicle Wheel. USPatent 1103535. Patended June, 1919.

15. Blumrih J. F. USPatent 3789947. Int. cl. B60b 19/12. Omnidirectional wheel. Issued 1974-02-05.

16. McKinnon P. R. USPatent  $\mathbb{N}$  8556289. Oct. 15, 2013. URL: https: //patentimages.storage.googleapis.com/3e/64/ f9/8b93a5202becad/US8556279.pdf.

17. **Малышенко А. М.** Маневренность управляемых динамических систем и ее квалиметрия // Мехатроника, автоматизация и управление. 2005. № 5. С. 2—6. URL: http://novtex. ru/mech/mech2005/annot05.htm (дата обращения: 16.03.2022).

18. **Bradbury H. M.** Omni-Direktional Transport Device. USPatent No. 4 223753, 1980. URL: https://patents.google.com/patent/US4223753A/en.

19. **Ilon B. E.** Wheels for a course stable selfpropelling vehicle movable in any desired direction of the ground or some other base. USPatent 3876255, B60b 19/00. Issued 1975-04-08.

20. **Diegel O., Badve A., Potgieter J., Tlale S.** Improved Mecanum Wheel Design for Omni-directional Robots // Proc. 2002 Australasian Conference on Robotics and Automation. Anckland, 27–29 November 2002. P. 117–121. URL: http://citeseerx.ist.psu. edu/viewdoc/download;jsessionid=35B5E34901A0B 49C9A5B7F75C BFAECD7?doi=10.1.1.227.5044&rep=rep1&type=pdf.

21. Антонов А. Типы колес мобильных роботов // Роботоша. Ноябрь 27, 2014. URL: http://robotosha.ru/robotics/ wheel-types-mobile-robots.html (дата обраще-ния: 16.03.2022).

22. Шиманчук Д. В. Теоретическая механика. Кинематика системы тел (манипулятора). СПб.: Изд. Санкт-Петербур. гос. унив., 2020. 167 с. URL: http://www.apmath.spbu.ru/ru/ staff/shimanchuk/files/g.\_ kinematics\_rbsystem.pdf (дата обращения: 16.03.2022).

23. **Handbook** of robotics. Siciliano B., Khatib O. (Editors). Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. 1611 p.

24. Siciliano B., Sciavicco L., Villani L., Oriolo G. Robotics: Modelling, Planning and Control. Springer, 2009. 632 p.

25. John J. Uicker Jr., Pennock G. R., Shigley J. E. Theory of Machines and Mechanisms (McGraw-Hill series in mechanical engineering). Oxford University Press, USA. 2016. 976 p.

26. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления. М.: Наука, 1986.

### Input-Output Force-Torque Mappings for the Chassis of Robocars with Three Ilon's Wheels

A. M. Malyshenko, mam@tpu.ru,

National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, 634050, Russian Federation

*Corresponding author:* Malyshenko Aleksandr M., Dr. Tech. Sc., Professor, National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, 634050, Russian Federation, e-mail: mam@tpu.ru

Accepted on May 11, 2022

#### Abstract

The current stage of development of robotics is increasingly focused on the research, development, production and operation of mobile robots. Their diversity in terms of functional purpose, operating environment (ground, subterranean, subaquatic, aerial, space), according to the requirements for technical, economic and operational characteristics objectively generates a broad variety of such robots. The types of kinematic schemes, propellers and their drives used in mobile robots are also important factors determining their existing and future fleet. The prospects for the implementation and achievement of the aforementioned characteristics in wheeled automatic vehicles (robocars), which constitute a substantial part of modern mobile robots, depend largely on the design of their chassis, and, first of all, on the number and type of wheels used and their relative position on the chassis. Therefore, when choosing a design option for the chassis, the development of robocars involves their multidimensional analysis, based on a comparison of various potentially applicable circuit

solutions. The paper contains mathematical descriptions of input-output force-torque mappings (connections) of the shaft torques of the Ilon's wheels that ensure the motion of robocars along a horizontal plane. The proposed descriptions can be used for comparative analysis and selection of circuit solutions for the chassis of robocars. Such descriptions are specified and analyzed for four variants of kinematic designs of the chassis of robocars with three Ilon's wheels (Mecanum wheels, Swedish wheels). They are determined for all possible directions of torques applied to the wheels of such robocars, as well as for those cases when no torque is applied to one of these wheels. Thus, the author describes and analyzes the operation modes of such robocars using all three or any two wheels to ensure the forces and torques applied to the chassis of the input-output force-torque mappings for the selected four variants of kinematic designs of the chassis of robocars with three Ilon's wheels. The influence of their internal input-output cross couplings on the implementation of control algorithms for such robocars is also estimated, as well as the relationship in their controlled variables, maneuverability, controllability and reachability. The author describes a variant of the algorithm for solving the inverse force-torque problems for the chassis in the aforementioned design, and also indicates the preferability for the use of such robocars in the implementation of typical control problems including finite, terminal control, servo and software.

**Keywords:** robocar, chassis, Ilon's weels, input-output mappings, direct and inverse force-torque chassis problems, maneuverability, controllability, reachability, control algorithms

#### For citation:

Malyshenko A. M. Input-Output Force-Torque Mappings for the Chassis of Robocars with Three Ilon's Wheels, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 9, pp. 486–495.

DOI: 10.17587/mau.23.486-495

#### References

1. **Handbook** of Industrial Robotics, Moscow, Mashinostroenie, 1989 (in Russian), available at: https://www.ozon.ru/product/spravochnik-po-promyshlennoy-robototehnike-komplekt-iz-2-knig-143469116/?sh=mZHEDV5W7w

2. **Moritts L.**Trends in the development of mobile robots), *Control Engineering Russiya*, 2020, no. 4 (88), pp. 56–58 (in Russian), available at: https://controleng.ru/wp-content/uploads/56-1.pdf.

3. Automatically controlled vehicles) // Sklad & Technika, no. 3, 2006. 24.08.20 (in Russian), available at: https://sitmag.ru/ article/26752-tri-ubeditelnyh-varianta-dlya-avtomati zatsii-proizvodstvennogo-protsessa.

4. **Davyidov V. V.** 20 ideas for the development of Russia. Part 16. Unmanned vehicles (in Russian), available at: https://20idei. ru/ru/ideas/16.

5. **Space** robots / Site'Kid.ru. Online Encyclopedia (in Russian), available at: https://sitekid.ru/izobretenija \_i\_tehnika/roboty/ kosmicheskie\_roboty.html.

6. **Boyko A.** Catalog of autonomous agricultural robots for work in the field, in the garden or greenhouse, *Robotrens* (in Russian), available at: https://sitekid.ru/izobreteniya\_i\_tehnika / roboty/kosmicheskie roboty.html.

7. **Povnyiy A.** Household robots — an overview of robots for various purposes, *online journal "Electric Info"*, 25 oct. 2016 (in Russian), available at: http://electrik.info/obzor/1182-bytovye-roboty-obzor-robotov-razlichnogo-naznacheniya.html.

8. Automatic supply vehicles for soldiers on the battlefield (in Russian), available at: http://www.army-guide.com/rus/article/ article\_1573.html.

9. Boyko A. Catalog of fire-fighting robots / RoboTrens (in Russian), available at: https://robotrends.ru/robopedia/katalog-pozharnyh-robotov.

10. **Ryizhkov E.** Mars rovers of the past, present and future (in Russian), available at: https://novosti-kosmonavtiki.ru/ar-ticles/75355.html.

11. **Social** Robotics. *Proc. of 13<sup>th</sup> International Conference, ICSR 2021*, Singapur, 10–13 Nov. 2021, Springer International Publishing, available at: https://link.springer.com/ book/10.1007/978-3-030-90525-5.

12. **Electric** wheel chair / EVER Monaco 2006 fair for mobility with renewable energy. Fair report part 1: general and special vehicles, available at: https://car.pege.org/2006-ever-monaco/wheel-chair.htm.

13. Campion G., Bastin G., D'Andrea-Novel B. Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of

wheeled mobile robots, *IEEE Transactions on robotics and automation*, 1996, vol. 12, no. 1, pp. 47–62.

14. Grabowiecki J. Vehicle Wheel. USPatent 1103535. Patended June, 1919.

15. **Blumrih J. F.** USPatent 3789947. Int. Cl. B60b 19.003. Omnidirectional wheel. Issued 1974-02-05.

16. McKinnon P. R. USPatent № 8556289. Oct. 15, 2013, available at: https: //patentimages.storage.googleapis.com/3e/64/ f9/8b93a5202becad/US8556279.pdf.

17. **Malyshenko A. M.** Maneuverability of controlled dynamical systems and its qualimetry, *Mekhatronika*, *Avtomatizatsiya*, *Upravlenie*, 2005, no. 5, pp. 2–6 (in Russian), available at: http://novtex.ru/mech/mech2005/annot05.htm.

18. **Bradbury H. M.** Omni-Direktional Transport Device. USPatent No. 4 223753, 1980, available at: https://patents.google. com/patent/US4223753A/en

19. **Ilon B. E.** Wheels for a course stable selfpropelling vehicle movable in any desired direction of the ground or some other base. USPatent 3876255, B60b 19/00. Apr. 8, 1975.

20. **Diegel O.** Apama Badve, Johan Potgieter, Selvester Tlale. Improved Mecanum Wheel Design for Omni-directional Robots, *Proc. 2002 Australasian Conference on Robotics and Automation*, Anckland, 27–29 November 2002, pp. 117–121, available at: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download;jsessionid=35B5E 34901A0B49C9A5B7F75CBFAECD7?doi=10.1.1.227.5044&rep= repl&type = pdf.

21. **Antonov A.** Weel types of mobile robots Robotosha, 2004, Nov. 27 (in Russian), 2004, available at: http://robotosha.ru/robot-ics/ wheel-types-mobile-robots.html.

22. Shimanchuk D. V. Theoretical mechanics. Kinematics of the system of bodies (manipulator). SPb.: Sankt-Petersburg state university, 2020 (in Russian), available at: http://www.apmath. spbu.ru/ru/staff/shimanchuk/files/g\_kinematics\_rbsystem.pdf.

23. **Handbook** of robotics. Siciliano B., Khatib O. (Editors), Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008, 1611 p.

24. Siciliano B., Sciavicco L., Villani L., Oriolo G. Robotics: Modelling, Planning and Control, Springer, 2009, 632 p.

25. John J. Uicker Jr., Pennock G. R., Shigley J. E. Theory of Machines and Mechanisms (McGraw-Hill series in mechanical engineering), Oxford University Press, USA, 2016, 976 p.

26. **Streyts V.** The state space method in the theory of discrete linear control systems. Moscow, Nauka, 1986 (in Russian), available at: https://www.studmed.ru/streyc-v-metod-prostrans-tva-sostoyaniy-v-teorii-diskretnyh-lineynyh-sistem-upravleniya\_a222690b497.html.

### ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

DOI: 10.17587/mau.23.496-503

**Yu. I. Buryak**<sup>1</sup>, buryak.53@mail.ru, **A. A. Skrynnikov**<sup>1,2</sup>, a1260@mail.ru, **S. V. Khrulin**<sup>2</sup>, burgoam@mail.ru, **E. S. Shaginova**<sup>3</sup>, shahinova.es@mail.ru

<sup>1</sup> Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation,
 <sup>2</sup> State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, 125167, Russian Federation,
 <sup>3</sup> Moscow State Technical University of Civil Aviation, Moscow, 125493, Russian Federation

*Corresponding author:* **Buryak Yury I.,** D. Sc., Senior Researcher, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation, e-mail: buryak.53@mail.ru

Accepted on June 14, 2022

### Planning of a Group of Dynamic Systems Operation Program Based on the Failure Time Prediction

#### Abstract

The article is devoted to the justification of group of dynamic systems (DS) operation program based on the failure time prediction. The following assumptions are made: the group includes DS operating under the same conditions, but having different service life; the composition of the DS includes a number of potentially faulty elements with similar values of reliability indicators; for each element a number of parameters are measured and the failure of the DS occurs when at least one of the controlled parameters leaves the tolerance range. The use of a piecewise linear regression model of parameter drift corresponding to the life cycle of DS is justified. The rule of correction of the linear model is formed based on the results of last measurements of the controlled parameters. A unified algorithm for calculating the reliability characteristics in a group of DS based on the drift of controlled parameters is proposed. At the first step, the probability of failure-free operation for a given time and a gamma-percent resource is calculated for one controlled parameter. At the second step, the time moment of a DS failure (which is assumed to happen when at least one controlled parameter leaves the tolerance range) is calculated. At the third step, the reliability characteristics of a group of DS are predicted using a mixture of distributions. The realization of a random variable corresponding to a random mixture is modeled as follows: first, DS is selected at random, then a random variable is modeled in accordance with its distribution function. The mixture distribution function is expressed as a weighted sum of the component distribution functions. Model examples allowing to rank the considered DS according to the predicted failure time with subsequent adjustment of the operation program are considered.

Keywords: technical condition forecast, parameter drift, regression model, gamma-percent resource

Acknowlegements: The research was carried out at the expense of a grant from the Russian Science Foundation No. 22-29-00708

#### For citation:

Buryak Yu. I., Skrynnikov A. A., Khrulin S. V., Shaginova E. S. Planning of a Group of Dynamic Systems Operation Program Based on the Failure Time Prediction, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 9, pp. 496–503.

DOI: 10.17587/mau.23.496-503

```
УДК 519.718
```

DOI: 10.17587/mau.23.496-503

Ю. И. Буряк<sup>1</sup>, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., buryak.53@mail.ru,

А. А. Скрынников<sup>1,2</sup>, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., a1260@mail.ru,

**С. В. Хрулин**<sup>2</sup>, ведущий инженер, burgoam@mail.ru, **Е. С. Шагинова**<sup>3</sup>, бакалавр, shahinova.es@mail.ru, <sup>1</sup> Московский авиационный институт, г. Москва,

<sup>2</sup> Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, г. Москва,

<sup>3</sup> Московский государственный технический университет гражданской авиации, г. Москва

# Планирование программы эксплуатации группы динамических систем на основе прогнозирования времени отказа

Статья посвящена обоснованию программы эксплуатации группы динамических систем (ДС) на основе прогноза времени их отказа.

Принимаются следующие допущения: группа включает ДС, функционирующие в одинаковых условиях, но имеющие разные сроки эксплуатации; в состав ДС входит ряд потенциально отказных элементов с близкими значениями показателей безотказности; для каждого элемента проводятся измерения ряда параметров, причем отказ ДС наступает в случае, когда хотя бы один из контролируемых параметров выйдет из поля допуска.

Предложен единый алгоритм расчета характеристик безотказности в группе ДС по данным дрейфа контролируемых параметров. На первом шаге проводится расчет вероятности безотказной работы в течение заданного времени и гамма-процентного ресурса применительно к одному контролируемому параметру. На втором шаге рассчитывается отказ ДС при условии выхода из поля допуска хотя бы одного контролируемого параметра. На третьем шаге проводится прогноз характеристик безотказности группы ДС с использованием смеси распределений. Реализация случайной величины, соответствующей случайной смеси, моделируется следующим образом: сначала наугад выбирается ДС, затем в соответствии с ее функцией распределения моделируется случайная величина. Функция распределения смеси выражается в виде взвешенной суммы функций распределения компонент.

Рассмотрены модельные примеры, позволяющие ранжировать рассматриваемые ДС по прогнозируемому времени отказа с последующей корректировкой программы эксплуатации.

**Ключевые слова:** прогноз технического состояния, дрейф параметров, регрессионная модель, гамма-процентный ресурс

#### Introduction

To ensure the safe operation of a group of homogeneous dynamic systems (DS), it is necessary to organize the entire complex of necessary technological operations, including planning their logistics.

The complexity of planning the operation program of the DS group is due to the following circumstances [1]:

 the composition of the DS includes a known set of potentially faulty elements with similar values of reliability indicators;

- the DS that make up the group have different values of the commissioning time, i.e. different operating periods.

The existing approach to the planning of the DS operation program is based on periodic measurements of the controlled parameters of the elements that can be faulty, and forecasting the drift (degradation) of the parameter to the next control point. The element must be replaced if the predicted value of the parameter exceeds the permissible values. The obvious disadvantage of this approach is the need to organize an excess stock of spare parts for all elements; the need to minimize it requires solving the problem of predicting the moment of failure.

For practical purposes of engineering prediction of parameters degradation, the following models are most often used:

 statistical (regression, autoregression, exponential smoothing, etc.);

- structural (neural networks, Markov chains, classification trees, etc.).

Within the framework of the proposed classification, we will consider a number of works related to the field of operation of technical systems. First of all, it should be noted that the methodological aspects of the problem under consideration, including: the basic definitions related to forecasting, methods of modeling failure and the corresponding criteria for the occurrence of failure, as well as methods for assessing the residual life of machine components are deeply elaborated in regulatory documents [2, 3]. In particular, the document [3] offers a mathematical description of a technical condition parameter change process, assuming the monotonous nature of its deterioration

In a number of works, the structure of time series describing the operational parameters of industrial facilities is analyzed, and their stationarity, predictability and irregularity are considered as criteria for the predictability of time series [4, 5]

Quite interesting results on the comparative analysis of the features and functionality of several methods for predicting changes in a vehicle and estimating the residual life of marine power-mechanical equipment (statistical forecasting method, extrapolation method) when choosing the scope of their application were obtained in [6].

In [7], when studying the problem of forecasting the technical condition of radio-electronic equipment in real operating conditions, the choice of an analytical forecasting method using a set of trend models that requires less statistical data on changes in parameter values while ensuring equal reliability of the forecast is justified.

In [8, 9], a new method for predicting the probability density of a random process based on a shortened data set is mathematically justified and an algorithm for obtaining an optimal density estimation by the criterion of forecast accuracy is developed.

In [10], to provide operational solutions for the management of an object, an algorithm is proposed for predicting its technical condition, which is described by a set of indicators represented as a time series scheme. An adequate mathematical model is constructed using adaptive regression modeling. The predicted values of the indicators are analyzed by fuzzy logic methods, and the predicted state of the object is output in the form of a fuzzy term.

To solve the problem of predicting the time drift of critical parameters of on-board equipment, which is characterized by significant uncertainty and incompleteness of information, a hybrid approach has been developed in [11]. The integrated use of artificial intelligence tools and spline approximation makes it possible to obtain estimates with an accuracy acceptable for practical use.

Quite a lot of publications are devoted to the study of systems [12, 13] including degradation processes of constituent elements, which can be functionally interconnected or related to different subsystems (executive, measuring, etc.). The results obtained suggest, basically, a significant simplification of the incoming processes, or the use of complex modeling complexes.

Without pretending at all to the completeness of the analysis, we can however conclude that singlemode processes with variable load intensity were mainly considered in the literature before. In this case, in order to increase the accuracy of the results obtained, the necessity of complicating the applied mathematical apparatus is justified. At the same time, much less attention is paid to the practical application of more complex models to improve the prediction of the state in a group of homogeneous technical systems in a complex life cycle (multimode load), where the parameters of their components are monitored.

In this paper, methodological issues of planning the operation program of a group of DS are developed based on the forecast of the expected failure time, and the DS of the group are in a complex life cycle and have different operating times.

#### **Problem statement**

We consider a set of DS, which we will denote by *S*. Each DS includes *n* elements. Each element has a set of measured parameters. The number of measured parameters of the element number  $1 \le j \le n$  depends on *j* and will be denoted by  $l_j$ . For the *k*-th measured parameter of the *j*-th element,  $1 \le k \le l_j$ , there is a limit value, which we will denote by  $\max_{jk}$ . When the parameter value exceeds the limit value, the element is considered faulty. For each DS  $a \in S$ , a set of time points is a set  $T_a = (t_1, ..., t_{N(a)})$  at which the parameter values were measured. The value of the

k-th parameter, of *j*-th element of the DS at a time  $t_i$  we will denote by  $v_a(t_i, j, k)$ . Based on the values  $v_a(t_i, j, k)$  the function  $\Gamma_{a, j, k}(\gamma)$ ,  $0 \le \gamma \le 1$ , called the gamma-percent resource, is constructed, the value of which is equal to such a number  $t \ge 0$  that the probability that during the time t the value of the k-th parameter of the *i*-th the element of the DS  $a \in S$  will not exceed the permissible limit is equal to  $\gamma$ . Denote by  $\xi_{a, j, k}(t)$ ,  $t \ge 0$ , the inverse function, that is,  $\xi_{a, i, k}(t)$  is equal to the probability that the k-th parameter of the *i*-th element of the DS will not exceed the permissible limit during the time t. We assume that the operating time before going beyond the permissible limit for this parameter is a random variable, and for various a, j, k the resulting random variables are independent. Thus, the number

$$\xi_a(t) = \prod_{1 \leq j \leq n} \prod_{1 \leq k \leq l_j} \xi_{a,j,k}(t)$$

is equal to the probability that all elements of the DS  $a \in S$  will be serviceable during the time *t*. The gamma-percent resource of the DS  $a \in S$  is given by the function  $\Gamma_a(\gamma)$  that is equal to the inverse to the function  $\xi_a(t)$ . With a given probability value  $\gamma$ , the function  $\Gamma_a(\gamma)$  allows one to rank the DS of the group by the time of operation to failure. The gamma-percent resource  $\Gamma_a(\gamma)$  of the entire DS group is calculated as the function inverse to the function

$$\xi(t) = \prod_{a \in S} \xi_a(t).$$

# The law of distribution of the time when controlled parameter reaches the limit value

Let's consider the solution of this problem in the example of the operation of a group of aircrafts (AC) as typical representatives of the DS. During the operation of aircraft, the values of the controlled parameters of the elements are measured at a specified frequency and their compliance with the requirements is assessed [14]. The initial moment of time corresponds to the moment of putting the aircraft into operation, therefore, regardless of the calendar time, the control time points can be designated  $t_1, ..., t_n$ .

Consider the *i*-th controlled parameter. The value  $X_{ij}$  — the value of the *i*-th controlled parameter at a time  $t_j$  — is a random value, its implementation will be denoted as  $x_{ij}$ . Thus, according to the *n* measurement results, there are data  $x_{ij}$ ,  $j = \overline{1, n}$ .

Assuming a constant wear rate, we will adopt a piecewise linear model [1] for approximating the controlled parameters as part of a subset of linear sections and transition conditions between them. Let's assume that at the initial moment of time for the linear section of the parameter drift process the drift value is zero.

Then, to describe the drift of the *i*-th parameter of the aircraft under consideration, one can use a linear regression model

$$X_{ij} = \beta_{1i}t_j + \varepsilon_{ij}$$

where  $\beta_{1i}$  is a parameter of the model;  $\varepsilon_{ij}$  are random errors having mathematical expectation  $M[\varepsilon_{ij}] = 0$ and variance  $D[\varepsilon_{ij}] = \sigma_i^2$ ; values  $\varepsilon_{ik}$  and  $\varepsilon_{il}$  for  $k \neq l$  are uncorrelated [14–21]. The direct line  $\beta_{1i}t_j$  determines the expected value of the *i*-th controlled parameter  $X_i$  at a time  $t_j$ , i.e.

$$M[X_{ij}] = \beta_{1i}t_j. \tag{1}$$

Using the least squares method, we find an expression for estimate  $\beta_{1i}^*$  of the parameter  $\beta_{1i}$ :

$$\beta_{1i}^* = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij} t_j}{\sum_{j=1}^n t_j^2}.$$
 (2)

Since the parameter  $\beta_{1i}$  estimates a function of random variables  $X_{i1}, X_{i2}, ..., X_{in}$ , then it is itself a random variable. Then the estimate  $\beta_{1i}^*$  obtained by formula (2) for realizations  $x_{ij}$  is the realization of a random variable  $B_{1i}$ . Since the parameter  $\beta_{1i}$  estimate is a linear combination of observations  $x_{ij}$ , it is easy to find its mathematical expectation. Let us use the theorems on numerical characteristics [22] and, taking into account (1), we obtain:

$$M[B_{1i}] = M\left[\frac{\sum_{j=1}^{n} X_{ij}t_{j}}{\sum_{j=1}^{n} t_{j}^{2}}\right] = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} t_{j}^{2}} M\left[\sum_{j=1}^{n} X_{ij}t_{j}\right] = \frac{\sum_{j=1}^{n} M[X_{ij}]t_{j}}{\sum_{j=1}^{n} t_{j}^{2}} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \beta_{1i}t_{j}^{2}}{\sum_{j=1}^{n} t_{j}^{2}} = \beta_{1i}\frac{\sum_{j=1}^{n} t_{j}^{2}}{\sum_{j=1}^{n} t_{j}^{2}} = \beta_{1i},$$

that is, the parameter  $\beta_{1i}$  estimate is unbiased

$$M[B_{1i}] = \beta_{1i} \tag{3}$$

where  $\beta_{1i}$  — is the true, unknown to us value of the parameter. Similarly, we find the variance of the parameter  $\beta_{1i}$  estimate:

$$D[B_{1i}] = D\left[\frac{\sum_{j=1}^{n} X_{ij}t_{j}}{\sum_{j=1}^{n} t_{j}^{2}}\right] = \frac{1}{\left(\sum_{j=1}^{n} t_{j}^{2}\right)^{2}} D\left[\sum_{j=1}^{n} X_{ij}t_{j}\right] = \frac{1}{\left(\sum_{j=1}^{n} t_{j}^{2}\right)^{2}} \sum_{j=1}^{n} D[X_{ij}t_{j}] = \frac{\sum_{j=1}^{n} t_{j}^{2} D[X_{ij}]}{\left(\sum_{j=1}^{n} t_{j}^{2}\right)^{2}} = \frac{D[X_{ij}]}{\sum_{j=1}^{n} t_{j}^{2}}.$$

But  $D[X_{ij}] = D[\varepsilon_{ij}]$ , where  $\varepsilon_{ij} = X_{ij} - \beta_{1i}^* t_j$ . The variance  $D[\varepsilon_{ij}]$  estimate is determined by the formula

$$D^{*}[\varepsilon_{ij}] = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} (x_{ij} - \beta_{1i}^{*} t_{j})^{2}.$$
 (4)

In the denominator of expression (4), the number of degrees of freedom is equal to the difference between the sample size and the number of parameters estimated from the sample (in this case, there is only one parameter, it is  $\beta_{1i}$ ). Then estimate of the variance  $B_{1i}$  of a random variable is defined by the expression

$$D^{*}[B_{1i}] = \frac{\sum_{j=1}^{n} (x_{ij} - \beta_{1i}^{*}t_{j})^{2}}{(n-1)\sum_{j=1}^{m} t_{j}^{2}}.$$
 (5)

Thus, the estimation  $\beta_{1i}^*$  of the parameter  $\beta_{1i}$  of the linear regression model (1) is the realization of a normally distributed random variable  $B_{1i}$  with numerical characteristics  $m_{1i} = \beta_{1i}$  and  $\sigma_{1i} = \sqrt{D[B_{1i}]}$ .

The parameter  $\beta_{1i}$  estimate obtained from the control results is a random variable  $B_{1i}$  with the distribution density

$$f(b_{1i}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{1i}}} \exp\left\{-\frac{(b_{1i} - m_{1i})^2}{2\sigma_{1i}^2}\right\}$$
(6)

where  $m_{1i} = \beta_{1i}$  (true, unknown value to us), but  $\sigma_{1i} = \sqrt{D[B_{1i}]}$ . I.e. the distribution law of the estimate  $\beta_{1i}^*$  depends on the unknown parameter  $\beta_{1i}$  itself. To construct the estimation  $\beta_{1i}^*$  distribution law, we use the following approximate technique [22]: replace in the expression  $f(b_{1i})$  the unknown parameters  $m_{1i}$  and  $\sigma_{1i}$  by their point estimates  $m_{1i} = \beta_{1i}^*$  and  $\sigma_{1i} = \sqrt{D^*[B_{1i}]}$ , calculated by formulas (2) and (5), respectively.

Now let's find the law of time distribution  $T_i$  — the time when the *i*-th controlled parameter reaches the limit value  $x_{\text{lim}i}$ . It can be defined as the distribution law of the function of a random argument [22].



Fig. 1. Scheme for determining the time  $t_{\lim i}$  when the parameter reaches the limit value

Denote  $x_{\lim i} = \varphi(B_{1i}) = B_{1i}t$  (see Fig. 1), then the inverse function  $\psi(t) = B_{1i} = x_{\lim i}/t$ . The probability density  $g_i(t)$  is determined by the formula

$$g_i(t) = f(\psi(t)) |\psi'(t)|.$$

The derivative  $\psi'(t_{\lim i})$  is equal to

$$\frac{d\psi(t)}{dt} = -\frac{x_{\lim i}}{t^2}$$

and the absolute value of the derivative is

$$\left|\psi'(t)\right|=\frac{x_{\lim i}}{t^2}.$$

Then

$$g_{i}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{1i}}} \exp\left\{-\frac{\left(\frac{x_{\lim i}}{t} - m_{1i}\right)^{2}}{2\sigma_{1i}^{2}}\right\} \frac{x_{\lim i}}{t^{2}}.$$
 (7)

2)

The integral distribution function  $G_i(t)$  has the form

$$G_i(t) = 1 - \Phi^* \left( \frac{x_{\lim i}}{\sigma_{1i}t} - \frac{m_{1i}}{\sigma_{1i}} \right), \tag{8}$$

where  $\Phi^*(\cdot)$  is the distribution function of a standard normally distributed random variable:

$$\Phi^{*}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{1}{2}t^{2}} dt$$

Expressions (7), (8) can be applied for the case when the range of practically possible values of a random variable  $B_{1i}$  is greater than zero.

The type of distribution density  $g_i(t)$  and distribution function  $G_i(t)$  graphs is shown in Fig. 2. As it can be seen from the figures, the distribution  $g_i(t)$  has a positive coefficient of asymmetry.

# The forecast of the time when a separate parameter reaches its limit value

The distribution function  $G_i(t)$  determines the probability that the *i*-th parameter will leave the tolerance range during the time *t*, i.e.

$$P(T_i < t) = G_i(t).$$

From (8) it is possible to obtain an expression for calculating the gamma-percent resource, i.e. the value of the total operating time during which the



Fig. 2. Distribution density  $g_i(t)$  (a); distribution function  $G_i(t)$  calculated for the following parameter values:  $m_{1i} = 0.5$ ;  $\sigma_{1i} = 0.1$ ;  $x_{limi} = 10$  (b)

*i*-th parameter does not reach the limit state with a probability  $\gamma$  expressed as a percentage:

$$t_{\gamma i} = \frac{x_{\lim i}}{m_{1i} + \arg \Phi^* (1 - \gamma) \sigma_{1i}},$$

where  $\arg \Phi^*(\cdot)$  is the inverse function of the normal distribution function  $\Phi^*(\cdot)$ .

So, for example, with the values of the parameters for which the distribution function  $G_i(t)$  is constructed in Fig. 2, the gamma-percent resource for various probability  $\gamma$  values is:  $t_{0,8} = 17,12$ ;  $t_{0,9} = 15,92$ ,  $t_{0.95} = 15,05$  units of time.

In the absence of sharp outliers, with an increase in the number of observations of an individual object, the variance of the estimate of the time when the *i*-th controlled parameter reaches the limit value decreases. An illustration of this is the result of calculations of the distribution density  $g(t_{\text{lim}i})$  carried out sequentially in 5, 6 and 7 measurements (Fig. 3).

In the conditions of a multimode model of aircraft operation, there may be an effect of changes in the intensity of wear on the amount of time for a separate parameter to reach its limit value. To verify this assumption, it is necessary to determine the significance of the difference in the estimate  $\beta_{1i}^*$ when using all **n** data ( $X_{i1}, ..., X_{in}$ ) measurements and  $\beta_{1i}^{**}$  for **k** last  $X_{i,n-k}, ..., X_{in}$ .

We formulate the main  $H_0$  and alternative  $H_1$ statistical hypotheses  $H_0$ :  $H_1$ :  $\beta_{1i}^* \neq \beta_{1i}^{**}$ . The solution of the problem of the equality of the mathematical expectation of two samples is well known [23], so we will not present it.

The rule of statistical inference will be formulated as follows:

- if the resulting difference between a pair of implementation numbers does not exceed the sig-

nificance level, then it can be assumed that the hypothesis  $H_0$ :  $\beta_{1i}^* = \beta_{1i}^{**}$ ; is considered not to contradict experimental data and is accepted, and the value of the gamma-percent resource is calculated based on all **n** data (**X**<sub>i1</sub>, ..., **X**<sub>in</sub>) measurements.

- otherwise, the hypothesis  $H_1$  is accepted:  $\beta_{1i}^* \neq \beta_{1i}^{**}$  and the value of the gamma-percent resource is calculated based on the k last  $X_{i,n-k}$ , ...,  $X_{in}$  measurements.

#### Forecast of the failure time of the aircraft

When monitoring the aircraft at time points  $t_j$ , measurements of *m* parameter values are made. The limit values  $x_{\text{lim}i}$  are known. According to the measurement data  $x_{ij}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ , for each *i*-th controlled parameter there are numerical characteristics  $m_{1i}$  and  $\sigma_{1i}$ , and knowing them distributions  $G_i(t)$  can be found. The AC will fail when at least one of the controlled parameters leaves the tolerance range.

Since  $G_i(t)$  determines the probability that the *i*-th parameter will leave the tolerance range during the time  $t_{\text{lim}}$ , the probability that the AC will fail is determined by the expression

$$G_{\rm c}(t) = 1 - \prod_{i=1}^{m} (1 - G_i(t)).$$
 (9)

Fig. 4 shows an example of calculations of distribution densities and distribution functions  $G_i(t)$  for three controlled parameters, as well as the probability  $G_c(t)$  of aircraft failure at the parameter values  $m_{1i}$ ,  $\sigma_{1i}$ ,  $x_{limi}$  shown in the figure.

The calculation of the gamma-percent resource for the aircraft is associated with the need to solve the equation  $G_c(t) = 1 - \gamma$  by an iterative method, where  $G_c(t)$  is calculated using the expression (9).



Fig. 3. Example of a change in the distribution density  $g(t_{lim})$  with an increase in the number of measurements



Fig. 4. Distribution density  $g_i(t)$  (a); distribution functions  $G_i(t)$  and  $G_c(t)$  (b)

#### Forecast of residual resource characteristics for a group of similar aircrafts

According to the control data of the parameters of the same type of K aircrafts, it is possible to build dependences on the time of the probability of failure of each aircraft  $G_{ck}(t)$ , where  $k = \overline{1}, K$ .

The number of measured parameters is the same for all similar aircrafts. But the number of measurements for each aircraft can be different, because the dates of commissioning of the aircrafts are different. Assuming that all other things are equal, the variance of the estimate of the predicted failure time decreases when the number of checks increases.

To predict the reliability characteristics for a series of aircrafts according to their control data,

one can use a mixture of distributions. The realization of a random variable corresponding to a random mixture is modeled as follows: first, a random variable is selected at random, then a random variable is modeled in accordance with its distribution function. The distribution function of the mixture is expressed as a weighted sum of the distribution functions of the components, then the dependence on the time of the probability of failure of a randomly taken aircraft from the series has the form:

$$G_{\rm ser}(t) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} G_{\rm ck}(t).$$
(10)

In this case, in order to find the gamma-percent resource, the equations  $G_{ser}(t) = 1 - \gamma$  must be solved by the iterative method.

> Fig. 5 shows an example of calculating the value of the gamma-percent resource for three similar AC for  $\gamma = 0.9$ . The results obtained allow us to rank these aircrafts according to the predicted failure time — the least reliable aircraft is AC No. 1, and the most reliable is No. 3.

> Ultimately, the results obtained make it possible to make appropriate adjustments to the operation program, providing a





given level of readiness necessary to fulfill the objectives of the aircraft group. In terms of retrospective analysis, the developed methods will allow us to form objective assessments of changes in the quality of aircraft production in different time periods.

#### Conclusion

The article develops methodological issues of planning the operation program of a group of similar aircrafts based on the calculation of their reliability characteristics according to the drift of controlled parameters. It is assumed that the failure of an aircraft occurs when at least one of the controlled parameters leaves the tolerance range. The drift of the parameters is described by a piecewise linear regression model corresponding to the life cycle of the aircraft. The rule of correction of the linear model based on the use of the results of the last measurements is proposed. The methods of calculating the probability of trouble-free operation for a given time and calculating the gamma-percent resource in relation to one controlled parameter, to the aircraft as a whole, as well as to a series of similar aircrafts commissioned at different times are consistently considered. The prediction of the reliability characteristics of the aircraft group is carried out using a mixture of distributions. The mixture distribution function is expressed as a weighted sum of the component distribution functions.

The results obtained can be used in planning the operation of grouping other dynamic systems.

#### References

1. Buravlev A. I., Dotsenko B. I., Kazakov I. E. Management of the technical condition of dynamic systems, Moscow, Mashinostroenie, 1995, 240 p. (in Russian).

2. **GOST** R ISO 13381-1–2016 Condition monitoring and diagnostics of machines. Forecasting the technical condition. Part 1. General guidance, Moscow, Standartinform, 2017, 24 p. (in Russian).

3. **GOST** 27.302-86 Reliability in technology. Methods for determining the permissible deviation of the technical condition parameters and forecasting the residual life of components of aggregates and machines, Moscow, Publishing House of Standards, 1987, 23 p. (in Russian).

4. Bukreev V. G., Kolesnikova S. I., Yankovskaya A. E. Identification of regularities in time series in problems of recognition of states of dynamic objects, Tomsk, Publishing House of Tomsk Polytechnic University, 2011, 254 p. (in Russian). 5. Sokolova E. S., Lukhmanov D. A. Analysis of time series of technical parameters of industrial facilities, *Proceedings of the Nizhny Novgorod State Technical University named after R. E. Alekseev*, 2013, no. 2(99), pp. 88–95 (in Russian).

6. Myasnikov Yu. N., Nikitin V. S., Revin A. A., Khrutsky O. V. Methods of forecasting and forecasting the technical condition of ship power equipment, *Proceedings of the Krylov State Scientific Center*, 2018, vol. 386, no. 4, pp. 117–132. (in Russian).

7. Podmasteriev K. V., Moiseev S. A. Predictive control of electronic equipment with adaptive time intervals. Part 1. Theoretical foundations and models, characteristics of parameter drift, *Fundamental and applied problems of engineering and technology*, 2012, no. 3–2 (293). pp. 135–144 (in Russian).

8. Samoylenko A. P., Gorbunova E. B. Polynomial interpolation in the synthesis of models of technological objects based on data samples of critically limited volume, *News of the Southern Federal University. Technical sciences*, 2013, no. 11, pp. 24–31 (in Russian).

9. Samoylenko A. P., Gorbunova E. B. Technology of forecasting the reliability of electronic equipment with limited amounts of statistical data, Rostov, Publishing House of the Southern Federal University, 2014, 153 p. (in Russian).

10. Kuvaiskova Yu. E., Fedorova K. A. Forecasting the state of a technical object based on fuzzy logical inference, *Radioelectronic Technology*, 2016, no. 1 (9), pp. 183–188 (in Russian).

11. Smirnov V. A., Smirnov D. V. An approach to predicting the drift of critical parameters of an on-board control system based on a modified immune algorithm, *High-tech technologies in space research of the Earth*, 2018, vol. 10, no. 1, pp. 69–81 (in Russian).

12. Zhang Z., Si X., Hu C., Kong X. Degradation Modeling based Remaining Useful Life Estimation: a Review on Approaches for Systems with Heterogeneity, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*, 2015, vol. 229, iss. 4, pp. 343–355.

13. Gebraeel N., Pan J. Prognostic Degradation Models for Computing and Updating Residual Life Distributions in a Time-Varying Environment, *IEEE Transactions on Reliability*, 2008, vol. 57(4), pp. 539–550.

14. **Zakutaev V. D. ed.** Robotic systems for the preparation and control of aviation weapons complexes, Moscow, Academia named after prof. N. E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin, 2011, 360 p. (in Russian).

15. Druzhinin G. V. Reliability of automated systems, Moscow, Energiya, 1977, 536 p. (in Russian).

16. **Patrushev V. I., Rembezy A. I. ed.** Reliability and efficiency in engineering: Reference book. Vol. 5: Design analysis of reliability, Moscow, Mashinostroenie, 1988, 316 p. (in Russian).

17. Pronikov A. S. Reliability of machines, Moscow, Mashinostroenie, 1978, 591 p. (in Russian).

18. **Bagdonavicuis V., Nikulin M.** Accelerated Life Models: Modeling and Statistical Analysis, Boca Raton, Chapman and Hall/CRC Press, 2004.

19. Kahle W., Mercier S., Paroissin C. Degradation Processes in Reliability. Hoboken, New York, J. Wiley & Sons, 2016.

20. Meeker W. Q., Escobar L. A. Statistical Methods for Reliability Data, New York, J. Wiley & Sons, 1998.

21. Nelson W. Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans, and Data Analysis, New York, J. Wiley & Sons, 199

22. Wentzel E. S. Probability theory, Moscow, Akademiya, 2003, 572 p. (in Russian).

23. Buryak Yu. I., Skrynnikov A. A. Development of a classifier model for objects moving as part of a group based on the use of radio frequency identification tools, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 3, pp. 42–48 (in Russian).



#### "ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ ВОЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ, ДЕЙСТВИЙ ВОЙСК И ПРОЦЕССОВ ИХ ОБЕСПЕЧЕНИЯ" ("ИМСВН-2022")

Вторая всероссийская научно-практическая конференция по имитационному моделированию и его применению в военной сфере "Имитационное моделирование систем военного назначения, действий войск и процессов их обеспечения" ("ИМСВН-2022") состоится в Санкт-Петербурге 20 октября 2022 года в Военной академии материально-технического обеспечения имени генерала армии А. В. Хрулёва.

#### Организаторы и учредители конференции:

Военная академия материально-технического обеспечения имени генерала армии А. В. Хрулёва, Санкт-Петербург;

Некоммерческое партнерство "Национальное общество имитационного моделирования (НП "НОИМ"), Санкт-Петербург;

АО "Центр технологии судостроения и судоремонта", Санкт-Петербург;

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН.

#### Задачами конференции являются:

 обмен опытом исследований и практических приложений средств имитационного и комплексного (системного) моделирования сложных организационно-технических систем и процессов в военной сфере;

 – распространение методов и средств имитационного моделирования для решения научных и практических задач управления войсками и оружием, в том числе совместно с технологиями искусственного интеллекта;

 — определение перспектив деятельности научных, научно-исследовательских и образовательных организаций, предприятий промышленности в имитационном моделировании процессов вооруженной борьбы и их всестороннего обеспечения;

— распространение опыта обучения теории и практике имитационного моделирования в военной сфере.

#### Научная программа конференции включает следующие тематические направления:

 применение имитационного моделирования для принятия решений по управлению войсками и оружием, в том числе совместно с технологиями искусственного интеллекта;

 применение имитационного моделирования на различных этапах жизненного цикла комплексов вооружения, военной и специальной техники;

— теоретические основы и методология имитационного моделирования действий войск и процессов их всестороннего обеспечения;

— инструментальные средства автоматизации и визуализации имитационного моделирования объектов и процессов в военной сфере;

— применение имитационного моделирования в обучении военных специалистов.

Своевременно направляйте докладыв секретариат конференции по электронному адресу imsvn2022@simulation.su.

#### Официальный сайт конференции ИМСВН-2022 – www.simulation.su.

#### Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Матросская тишина, 23с2

#### Телефон редакции журнала: +7(499) 270 16 52

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор М. Ю. Безменова.

Сдано в набор 27.06.2022. Подписано в печать 11.08.2022. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Заказ МН922. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,

телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Адвансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Адвансед солюшнз".

119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru