

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 23

2022

№ 8

Издаётся с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:

БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.

ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.

ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:

АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН

БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН

ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН

ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН

КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН

КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН

КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН

ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН

РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН

СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН

СИГОВ А. С., акад. РАН

СОЙФЕР В. А., акад. РАН

СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН

ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН

ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН

ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН

ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН

ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:

DORANTES D. J., PhD, Турция

GROUMPOS P. P., PhD, Греция

ISIDORI A., PhD, Италия

KATALINIC B., PhD, Австрия

LIN CH.-Y., PhD, Тайвань

MASON O. J., PhD, Ирландия

ORTEGA R. S., PhD, Франция

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США

STRZELECKI R. M., PhD, Польша

SUBUDHI B. D., PhD, Индия

АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан

ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина

БОБЦОВ А. А., д.т.н.

БУКОВ В. Н., д.т.н.

ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.

ЖУКОВ И. А., д.т.н.

ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.

КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.

ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.

ЛОХИН В. М., д.т.н.

МАГОМЕДОВ М. Х., д.ф.-м.н.

ПУТОВ В. В., д.т.н.

ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.

РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.

СЕРГЕЕВ С. Ф., д.п.с.н.

ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.

ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.

ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:

АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Дубовик С. А., Кабанов А. А. Асимптотический метод прогнозирования рисков в задачах стохастического контроля и управления 395

Рустамов Г. А., Рустамов Р. Г. Проблемы настройки робастных систем управления 406

Agliukov I. N., Sviatov K. V., Sukhov S. V. A Method for Catastrophic Forgetting Prevention during Multitasking Reinforcement Learning 414

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Манько С. В., Лохин В. М., Крайнов Н. В., Малько А. Н. Алгоритмы интеллектуального управления реконфигурируемыми роботами в компоновке колеса и многоагентными системами на их основе 420

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА,
УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Гончаренко В. И., Лебедев Г. Н., Михайлин Д. А., Малыгин В. Б., Румакина А. В. Планирование числа летательных аппаратов в групповом полете с учетом их живучести и требуемой длительности наблюдения наземных объектов 430

Распопов В. Я., Лихошерст В. В., Егоров С. В. Исследование функционирования блока электроники и резонатора волнового твердотельного гироскопа в режиме датчика угловой скорости 440

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 23

2022

No. 8

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

MAGOMEDOV M. Kh.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEYEV S. F.

ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:

BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and perspectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

Dubovik S. A., Kabanov A. A. An Asymptotic Method for Predicting Risks in Problems of Stochastic Monitoring and Control 395

Rustamov G. A., Rustamov R. G. Problems of Setting Robust Control Systems 406

Agliukov I. N., Sviatov K. V., Sukhov S. V. A Method for Catastrophic Forgetting Prevention during Multitasking Reinforcement Learning 414

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

Manko S. V., Lokhin V. M., Kraynov N. V., Malko A. N. Algorithms for Intelligent Control of Reconfigurable Robots in a Wheel Configuration and Multi-Agent Systems Based on them 420

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

Goncharenko V. I., Lebedev G. N., Mikhaylin D. A., Malygin V. B., Rumakina A. V. Planning the Number of Aircraft in a Group Flight with their Survivability and the Required Observation Duration of Ground Objects 430

Raspopov V. Ya., Likhosherst V. V., Egorov S. V. Investigation of the Functioning of the Electronics Unit and the Resonator of a Wave Solid-State Gyroscope in the Mode Angular Velocity Sensor 440

Information about the journal is available online at:
<http://mech.novtex.ru>, e-mail: mech@novtex.ru

С. А. Дубовик¹, д-р техн. наук, проф., duboviksa@gmail.com,
А. А. Кабанов^{1, 2}, канд. техн. наук, доц., kabanovaleksey@gmail.com,

¹ Севастопольский государственный университет, г. Севастополь,

² ФИЦ "Информатика и управление" РАН, г. Москва

Асимптотический метод прогнозирования рисков в задачах стохастического контроля и управления*

Рассмотрена проблема стабилизации состояния равновесия в нелинейной системе в присутствии шумов, для чего недостаточно решить локальную задачу стабилизации, а необходимо также обеспечить непрерывный мониторинг возможного события перехода в критическое состояние, ведущее к отказу системы. Для организации такого мониторинга мы используем принцип больших уклонений в применении к динамическим системам с малыми возмущениями. Для целей мониторинга имеет значение оптимальный путь, который назван нами А-профилем критического состояния. А-профиль используется для построения ситуационного прогноза в задаче управления рисками многоагентной системы. Кроме нелинейного механизма внутренней стабилизации уровня h для каждого из агентов существуют силы взаимодействия среднего поля между агентами. Слабый предел в этой модели с числом агентов, стремящимся к бесконечности, описывается уравнением Фокера—Планка—Колмогорова, но использование приближения с точностью до $O(h^2)$ приводит к конечномерной схеме Вентцеля—Фрейдлина. Согласно этой схеме мы получаем в явном виде А-профиль как решение вырожденного уравнения Абеля второго рода. В то же время аппроксимация по h позволяет разработать метод последовательных приближений для построения А-профиля. В настоящей работе А-профиль синтезируется в результате решения задачи оптимального управления с обратной связью, где используется метод уравнения Риккати, зависящего от состояния, и метод аппроксимирующей последовательности уравнений Риккати. Каждый из этих методов имеет свои преимущества и недостатки. В статье эти методы применяются и сравниваются в рамках задачи управления рисками.

Ключевые слова: большие уклонения, ситуационный прогноз, стохастическая система, прогнозирование риска

Введение

Настоящая работа посвящена эффективно-сти управления в системах, длительно функционирующих в условиях возмущений. Впервые эта проблема обозначилась, по-видимому, в задачах управления подвижными объектами приблизительно в 60—70-х годах прошлого столетия и, что важно, уже после появления и освоения в приложениях результатов Р. Калмана по стохастическому линейно-квадратическому управлению. Иными словами, дело оказалось не столько в наличии шума как такового, сколько в том, что разработанных к тому времени средств борьбы с этим оказалось явно недостаточно: при длительном функционировании шумы и малые неучтенные факторы модели могли приводить к нештатному поведению объекта.

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 21-11-00202).

Среди первых альтернативных подходов можно отметить ситуационное управление [1], которое, впрочем, так и не получило распространения в практике управления динамическими системами. Тем не менее, идея последовательного прогнозирования и управления была воспринята и затем воплощена в схеме управления с прогнозирующей моделью (Model predictive Control, MPC-управление). Вместе с тем, в MPC трудно установить связь с критическими состояниями (КС), описывающими редкие отклонения от штатного поведения в динамических системах, которые и составляют основную проблему неучтенного действия шума.

В данной статье предполагается процедуру последовательного анализа соединить с принципом больших уклонений (БУ), который дает адекватный стохастический аппарат для контроля КС [2—4]. Согласно этому подходу ситуации управления представляются в виде условий принадлежности выходных координат объекта некоторым заданным подмножествам (эксплуа-

тационным областям) пространства состояний. При этом задача сводится к прогнозированию событий выхода координат на границы указанных областей (критических состояний), а проблема выхода из области — это задача анализа БУ [2], которая решается методами оптимального управления (задача Лагранжа). Каждая задача Лагранжа, связанная с определенным КС в качестве конечного условия и начальной точкой в текущем состоянии, имеет решением экстремаль, названную профилем КС. В том случае, когда система стабилизирована, можно говорить о некотором профиле, ведущем из аттрактора. Такой профиль, ведущий из аттрактора в КС, назовем *А-профилем* [4]. На основе вычисления А-профилей можно реализовать алгоритмы ситуационного управления в реальном времени по измерениям параметров движения системы.

Чтобы понять, как БУ позволяют решить задачу управления в условиях неопределенности, в частности ситуационного управления, целесообразно ввести конструкцию ситуационного прогноза, что мы и сделаем в разделе 1 данной статьи. Но уже здесь приведем некоторые наводящие соображения.

Обозначим знаком приблизительного равенства $X \cong x$ для случайной величины X со значениями x эквивалент включению $X \in [x - \varepsilon, x + \varepsilon]$. Для случайной последовательности $\{\xi_k(t_k)\} = \{\xi_k\}$, полагая ξ_k независимыми, введем счетное разбиение вещественной оси $R_+ = \bigcup_{i=0}^{\infty} [i\tau, (i+1)\tau]$ на отрезки длиной τ (шаги). Тогда выход процесса $\xi(t)$ на критические значения (например, выход из области D) обнаруживается в виде последовательности $\{x_j\}$, $j = 1, 2, \dots, N$, (единственной с точностью до ε) и соответствующих вероятностей $p_j = P(\xi_j \cong x_j)$ таких, что для любого k , $0 \leq k \leq N$, вероятность кризиса через $N - k$ шагов равна $P_{k,N} = \prod_{j=k}^N p_j$. Тем самым обеспечивается возможность мониторинга ситуации с вероятным переходом из штатного режима в кризисный по А-профилю $\{x_j\}$.

Развитие методов определения А-профилей является одной из задач, решение которой необходимо для реализации ситуационного управления на основе анализа БУ. Для линейных задач и стабилизированных систем А-профиль оказывается асимптотой для всех профилей КС точно так же, как все решения невозмущенной системы сходятся к аттрактору. Соответствующие оценки

были получены для линейных систем в работах [5, 6]. Вопросы разработки методов анализа БУ для нелинейных систем на основе решения соответствующих задач оптимального управления рассматривались в работах [7–9].

Нелинейные задачи оптимального управления из-за присущей им сложности часто решаются в рамках упрощенных схем, где выполняется некоторая форма приближения. Примером таких приближенных методов являются метод уравнения Риккати, зависящего от состояния, (SDRE) [10, 11] и метод аппроксимирующей последовательности уравнений Риккати (ASRE) [11, 12]. Каждый из этих методов имеет преимущества и недостатки, а их применимость зависит от различных факторов, таких как сложность реализации, производительность и оптимальность. В настоящей работе эти методы используются для вычисления А-профиля.

Один из типичных примеров — миссия беспилотного аппарата, которая может быть связана с выполнением совокупности операций по мере движения вдоль заранее заданного или выбираемого в процессе движения маршрута, когда подобная процедура мониторинга позволяет контролировать штатное прохождение всех этапов движения и, тем самым, повышать надежность миссии. Примеры такого рода можно найти в работах [5–7].

Вместе с тем, рассматриваемая проблематика актуальна также для приложений совсем иного рода, когда нужно прогнозировать риски в системах с коллективной динамикой. Это направление берет свое начало от статьи [13], и сеть финансовых агентов [14] является одним из его характерных и популярных примеров. Настоящая работа прежде всего ориентирована на задачи именно такого типа, когда нужно искать компромисс между индивидуальным и коллективным рисками. В разделе 2 рассматривается задача управления рисками в коллективных системах. Для нас она интересна и как тестовый пример в последующих разработках, связанных с задачей управления рисками и БУ. Приводятся результаты асимптотического анализа задачи БУ, явные решения для А-профиля, а также численные решения на основе методов SDRE и ASRE. Кроме указанных методов для вычисления А-профиля также используется предложенный авторами модифицированный алгоритм SDRE на основе двухэтапной процедуры.

1. Ситуационный прогноз в стохастических системах

Рассмотрим стохастическую систему для $\mathbf{X}^\varepsilon(t) \in R^n$:

$$\dot{\mathbf{X}}^\varepsilon = \mathbf{a}(\mathbf{X}^\varepsilon) + \varepsilon \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{X}^\varepsilon) \dot{\mathbf{w}}, \quad \mathbf{X}^\varepsilon(t_0) = \mathbf{x} \in D, \quad (1)$$

где $\dot{\mathbf{w}}$ — k -вектор "белого шума"; $\mathbf{a}$, $\boldsymbol{\sigma}$ — гладкие матричные функции; $\varepsilon > 0$ — малый параметр. Будем считать, что невозмущенная система (получается из (1) при $\varepsilon = 0$):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{a}(\mathbf{x}), \quad (2)$$

имеет в области D единственный аттрактор $\chi = 0$. Система (2), таким образом, приближенно описывает некоторый штатный процесс стабилизации в системе (1), соответствующий "типовому" поведению возмущений. И это может быть достаточным, если указанный процесс жестко ограничен по времени. В противном случае оказывается возможным некоторое критическое событие, связанное с выходом $\mathbf{X}^\varepsilon(t)$ на границу ∂D области D . Устранение такой возможности требует организации прогноза, обеспечивающего достаточное для антикризисного маневра время. Представим это в виде последовательности задач выбора между двумя гипотезами: $H_0 = H_0(t, t_f)$ — штатное и $H_1 = H_1(t, t_f)$ — критическое развитие процесса от момента t , в который делается прогноз, до момента t_f — горизонта прогноза, $t < t_f$.

Чтобы описать процедуру прогнозирования детально, необходимо ввести ряд величин и соотношений, которые проиллюстрируем рис. 1

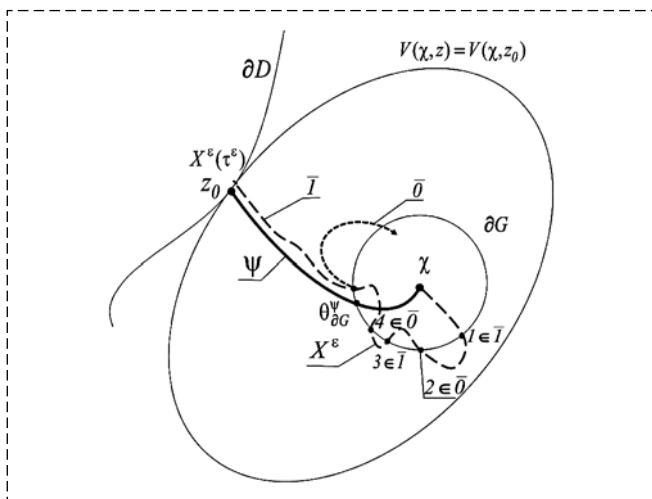


Рис. 1. К определению ситуационного прогноза
Fig. 1. To the definition of a situational forecast

для одномерного случая. Заметим, что почти все элементы этого описания можно найти в одном из результатов работы [2] (гл. 4, теорема 2.3).

Пусть G — окрестность аттрактора $\chi = 0$, имеющая гладкую границу ∂G , и задана непрерывная кривая $\psi(t)$, ведущая из χ до границы ∂D и далее во внутренность $R^n \setminus D$, причем граница ∂D достигается в момент $t = t_f$. Ясно, что отрезок кривой $\psi(t)$ от χ до границы ∂D определен на $(-\infty, t_f]$. Кривая $\psi(t)$ обязательно пересечет ∂G хотя бы в одной точке. Обозначим $\theta_{\partial G} \in (-\infty, t_f]$ — последний из этих моментов:

$$\theta_{\partial G}(\psi) = \sup_{-\infty < t \leq t_f} \{t : \psi(t) \in \partial G\}, \quad (3)$$

причем будем считать, что $\psi(t)$ выходит из G неособым образом, если существует $\alpha > 0$ такое, что $\psi(t)$ принимает значения внутри G при $t \in [\theta_{\partial G}(\psi) - \alpha, \theta_{\partial G}(\psi)]$.

Возвращаясь к (1), по аналогии с (3) обозначим последний момент пребывания траектории $\mathbf{X}^\varepsilon(t)$ на ∂G :

$$\theta_{\partial G}^\varepsilon = \theta_{\partial G}^\varepsilon(\mathbf{X}^\varepsilon) = \max\{t < \tau^\varepsilon : \mathbf{X}^\varepsilon(t) \in \partial G\}, \quad (4)$$

где $\tau^\varepsilon = \inf\{t : \mathbf{X}^\varepsilon(t) \in \partial D\}$ — момент первого выхода $\mathbf{X}^\varepsilon(t)$ на границу ∂D . Принимая во внимание, что моменты (3) и (4) необходимо привести к одной шкале времени, например к независимой переменной (1), нужно определить $\psi(t)$ со сдвигом по времени:

$$\vartheta_{\partial G}^\varepsilon = \theta_{\partial G}^\varepsilon - \theta_{\partial G}(\psi). \quad (5)$$

Под ситуационным прогнозом (СП) для системы (1) будем понимать возможность формирования кривой $\psi(t)$ с представленными свойствами, обеспечивающей $\forall \delta > 0$ и $\mathbf{x} \in D$ асимптотическое равенство

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P_x \left\{ \max_{\theta_{\partial G}^\varepsilon \leq t \leq \tau^\varepsilon} |\mathbf{X}^\varepsilon(t) - \psi(t - \vartheta_{\partial G}^\varepsilon)| < \delta \right\} = 1, \quad (6)$$

где P_x — вероятностная мера на траекториях (1), исходящих из $\mathbf{x} \in D$.

Упомянутая выше теорема из работы [2] дает решение задачи СП в виде единственного образа квазипотенциала [7]. Для того чтобы привести это решение здесь, наряду с уравнениями (1), (2) стохастической и невозмущенной систем приведем детерминированное (и возмущенное, т. е. неоднородное) уравнение системы путей:

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}} = \mathbf{a}(\boldsymbol{\varphi}) + \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varphi})\mathbf{v}, \quad \boldsymbol{\varphi}(t_0) = \mathbf{x}, \quad (7)$$

где $\boldsymbol{\varphi} \in R^n$ — вектор состояния системы путей; $\mathbf{v}$ — суммируемая функция, для которой в (2) определен функционал действия [2–4] (ФД)

$$S_{t_0 t_f}(\boldsymbol{\varphi}, \mathbf{v}) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{v}^T \mathbf{v} dt, \quad (8)$$

конечный для абсолютно непрерывных $\boldsymbol{\varphi}$ на $[t_0, t_f]$. Границу ∂G представим соотношением

$$\mathbf{C}\boldsymbol{\varphi}(t_f) - \mathbf{y} = 0, \quad (9)$$

где $\mathbf{y} \in R^r$, $r \leq n$, $\mathbf{C}$ — матрица полного ранга.

Вероятностный смысл задачи на минимум (8) при ограничениях (7), (9) (задача БУ (7)–(9)) и ее связь с диффузионным процессом (1) заключены в *принципе больших уклонов* [2–4]:

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^2 \ln P\{\mathbf{X}^\varepsilon(t) \in R^n \setminus D\} = \\ = -\min_{\boldsymbol{\varphi} \in F} S_{t_0 t_f}(\boldsymbol{\varphi}, \mathbf{v}) = -\hat{S}_{t_0 t_f}, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$F = \{\boldsymbol{\varphi} \in C_{t_0 t_f}(R^n) : \boldsymbol{\varphi}_{t_0} \in D, \boldsymbol{\varphi}_{t_f} \in R^n \setminus D\}.$$

Существенную роль в задаче выхода из области играет квазипотенциал [2] системы (7) относительно аттрактора (2), определяемый как

$$V(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \inf\{S_{t_0 t_f}(\boldsymbol{\varphi}) : \boldsymbol{\varphi} \in C_{t_0 t_f}(R^n) : \boldsymbol{\varphi}_{t_0} = \mathbf{x}, \boldsymbol{\varphi}_{t_f} = \mathbf{x}\}.$$

Квазипотенциал позволяет локализовать окрестность на ∂D (рис. 1), где с вероятностью, стремящейся к единице при $\varepsilon \rightarrow 0$, происходит выход траектории $\mathbf{X}^\varepsilon(t)$ из области D : в работе [2] (гл. 4, теорема 2.1) показано, что если существует единственная точка $\mathbf{z}_0 \in \partial D$, для которой

$$V(\mathbf{x}, \mathbf{z}_0) = \min_{\mathbf{z} \in \partial D} V(\mathbf{x}, \mathbf{z}),$$

то $\forall \delta > 0$ и $\mathbf{x} \in D$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P_x\{|\mathbf{X}^\varepsilon(\tau^\varepsilon) - \mathbf{z}_0| < \delta\} = 1. \quad (11)$$

Квазипотенциал $V(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = V_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ есть отображение

$$V_{\mathbf{x}} : C_{t_0 t_f}(R^n) \rightarrow R_+,$$

связанное с задачей (7)–(9), причем прообраз $V(\mathbf{x}, \mathbf{z}_0)$ (А-профиль (7), (9) [4]) существует только при $t_0 = -\infty$; обозначим его $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$. Этот А-профиль $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$, ведущий от $\mathbf{x}$ до $\mathbf{z}_0$, и только он, может быть использован в СП в качестве кривой ψ .

Если на рис. 1 положить $t = \theta_{\partial G}(\psi)$ после совмещения моментов пересечения ∂G траекториями $\psi(s) = \hat{\boldsymbol{\varphi}}(s)$ и $\mathbf{X}^\varepsilon(s)$ подходящим сдвигом (5) по времени, то этим рисунком можно проиллюстрировать процедуру выбора в момент $s = t$ между гипотезами $H_0 = H_0(t, t_f)$ и $H_1 = H_1(t, t_f)$: сообразуясь с рис. 1, для $\mathbf{X}^\varepsilon$ в момент $t = \theta_{\partial G}(\hat{\boldsymbol{\varphi}})$ возможен выбор между $H_1 = \bar{1}$ — критическое событие выхода траектории $\mathbf{X}^\varepsilon$ на ∂D (и тогда $\theta_{\partial G}^\varepsilon$ — действительно последний момент пребывания траектории $\mathbf{X}^\varepsilon(t)$ на ∂G) и $H_0 = \bar{0}$ — возврат траектории $\mathbf{X}^\varepsilon$ внутрь G , т. е. к штатному режиму движения (и тогда последний момент пребывания траектории $\mathbf{X}^\varepsilon(t)$ на ∂G не достигнут к моменту $s = t$, но возможен при $s > t$).

Замечание 1. Из (6) при $\psi(s) = \hat{\boldsymbol{\varphi}}(s)$ и (10) следует, что

$$P\{\mathbf{X}^\varepsilon(t) \in R^n \setminus D\} \cong e^{-\hat{S}_{tt_f}/\varepsilon^2}. \quad (12)$$

Замечание 2. Так же, как и в обычной задаче проверки статистических гипотез, в задаче СП можно вводить ошибки первого рода $\alpha = P(H_1/H_0)$ ("вероятность ложной тревоги") и второго рода $\beta = P(H_0/H_1)$. Мы этого делать не будем. Особенность задачи СП состоит в том, что важнее иметь зависимость вероятности (12) от времени, чтобы при ее росте, превышающем некоторый порог, оперативно откорректировать процесс. Именно эту информацию дает А-профиль КС, вдоль которого для (12) имеем

$$\hat{S}_{tt_f} = V(0, \hat{\boldsymbol{\varphi}}(t)) - V(0, \mathbf{z}_0). \quad (13)$$

Замечание 3. Характеристическое свойство А-профиля состоит в том, что вероятность ложной тревоги α входит в число возможных параметризаций $\psi(s)$, т. е. существует такая функция $\tilde{\Psi}(s)$, что $\boldsymbol{\psi}(s) = \tilde{\Psi}(\alpha)$.

Учитывая особую роль А-профиля, важно отметить те случаи, когда его вычисление существенно упрощается. Одна такая возможность появляется при линейности (1), а значит и (7). Не останавливаясь на этом, укажем только на работы [4, 6, 7].

Другой случай упрощения возникает при $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varphi}) = \boldsymbol{\sigma}$ и разложении для векторного поля $\mathbf{a}(\mathbf{x})$,

в котором основным элементом является потенциальная компонента [2] (гл. 4, теорема 3.1). Именно такой случай, именуемый здесь потенциальным, рассматривается далее; изложение опирается на работу [14], но нас интересует, в первую очередь, возможность мониторинга ситуации в реальном времени исходя из СП. В связи с этим мы также рассматриваем различные варианты построения А-профиля.

2. Задача управления рисками в коллективных системах

Пусть $x_j(t)$ — состояние риска j -го агента, $x_j \in R$ удовлетворяет уравнению

$$dx_j(t) = -h\nabla U(x_j(t))dt + \theta(\bar{x}(t) - x_j(t))dt + \sigma dw_j, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (14)$$

Здесь $-h\nabla U(x_j(t))$ — восстанавливающая сила; $U(y) = y^4/4 - y^2/2$ — потенциал, имеющий два стабильных состояния $y_s = \pm 1$; $w_j(t)$ — независимые "белые шумы"; коэффициенты: h — внутренней стабилизации, θ — кооперации (скорости возврата к среднему), σ — внешних возмущений; $\bar{x}(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j(t)$ — эмпирическое среднее.

Пусть $M_1(R)$ — пространство вероятностных мер, наделенное слабой топологией, и пусть $C([0, t_f], M_1(R))$ — пространство непрерывных $M_1(R)$ -значных процессов на $[0, t_f]$ с соответствующей слабой топологией. Определим процесс эмпирической вероятностной меры

$$X_N(t, dy) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_{x_j(t)}(dy)$$

принадлежащей $C([0, t_f], M_1(R))$.

В наших предположениях для (14), дополненных условием слабой сходимости $X_N(0, \cdot)$ к вероятностной мере ν_0 , имеет место теорема Доусона [13, 14], утверждающая при этом слабую сходимость X_N по распределению к процессу с плотностью $u(t, y)dy \in C([0, t_f], M_1(R))$, которая является единственным слабым решением уравнения Фоккера—Планка—Колмогорова

$$u_t = L_u^* u + hM^* u, \quad (15)$$

где в записи правой части использованы операторы

$$L_\psi^* = \frac{1}{2} \sigma^2 \varphi_{yy} + \theta \frac{\partial}{\partial y} \{ [y - \int y \psi(t, y) dy] \},$$

$$M^* = \frac{\partial}{\partial y} [\nabla U(y) \varphi].$$

Явных решений уравнения (15) нет, но можно искать установившиеся, равновесные решения. Предполагая, что

$$\xi = \lim_{t \rightarrow \infty} \int y u(t, y) dy,$$

для равновесного решения u_ξ^e имеем из (15):

$$h \frac{d}{dy} [(y^3 - y) u_\xi^e] - \theta \frac{d}{dy} [(\xi - y) u_\xi^e] + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{d^2}{dy^2} u_\xi^e = 0$$

и для самого решения (Z_ξ — константа нормализации)

$$u_\xi^e(y) = \frac{1}{Z_\xi \sqrt{\pi \sigma^2 / \theta}} e^{-\frac{(y-\xi)^2}{\sigma^2 / \theta} - 2hU(y)/\sigma^2}. \quad (16)$$

Теперь ξ должно удовлетворять условию совместимости

$$\xi = m(\xi) = \int y u_\xi^e(y) dy. \quad (17)$$

Для выбранного здесь потенциала, как и в работе [14], и в соответствии с результатами работы [13] кроме нулевого существуют еще два решения (17) $\pm \xi_b$, если и только если имеет место неравенство

$$m_\xi(0) = \frac{dm(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=0} > 1,$$

а для заданных h и θ существует критическая величина $\sigma_c(h, \theta) > 0$ такая, что $m_\xi(0) > 1$ тогда и только тогда, когда $\sigma < \sigma_c(h, \theta)$.

Объяснение этой бифуркации аттрактора [14] в том, что при $\sigma \leq \sigma_c$ внешняя случайность доминирует во взаимодействии компонентов системы, т. е. $\theta(\bar{x}(t) - x_j(t))$ пренебрежимо мала. В этом случае система ведет себя как N независимых диффузий и, следовательно, по причине симметрии $U(y)$ примерно поровну разделяются их группировки в окрестностях -1 и $+1$, что дает для среднего близкое к нулю значение. Если же $\sigma < \sigma_c$ то сила кооперативного взаимодействия существенно больше, а σdw_j менее важна. Следовательно, все агенты группируются в одном и том же месте (в $-\xi_b$ или в $+\xi_b$), и равновесие с нулевым средним нестабильно.

Вывод: для моделирования явлений системного риска на базе (14) нужно полагать $\sigma < \sigma_c$, рассматривая $-\xi_b$ как нормальное состояние ("штатно"), а $+\xi_b$ — как "отказ" ("кризис").

Принцип БУ позволяет оценивать вероятности переходов между этими двумя состояниями [14, 15]: учитывая конечный временной горизонт $[0, t_f]$ и условия существования двух равновесий, будем оценивать вероятность

$$P_{0t_f} = P[\bar{x}(0) = -\xi_b, \bar{x}(t_f) = \xi_b] \quad (18)$$

при большом N и как функцию параметров (h, θ, σ) в (14).

В работе [14] для этой цели ФД формируется следующим образом:

$$I_h(\varphi) = \frac{1}{2\sigma^2} \int_0^T \sup_{f: \langle \varphi, f_y^2 \rangle \neq 0} J_h(\varphi, f) dt, \quad (19)$$

где

$$J_h(\varphi, f) = \langle \varphi_t - L_\varphi^* \varphi - h M^* \varphi, f \rangle^2 / \langle \varphi, f_y^2 \rangle,$$

$$\langle \varphi, f \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(y) \varphi(dy),$$

если $\varphi(t)$ абсолютно непрерывна на $[0, t_f]$ и $I_h(\varphi) = \infty$ — в противном случае.

3. Результаты асимптотического анализа задачи больших уклонений

Если φ — функция плотности, такая что $\varphi(t, y)$ — гладкая, быстро убывающая по $y \in R$ для каждого $t \in [0, t_f]$ и абсолютно непрерывна по $t \in [0, t_f]$ для каждого $y \in R$, тогда пусть $g(t, y)$ удовлетворяет уравнению

$$\varphi_t - L_\varphi^* \varphi - h M^* \varphi = (\varphi g)_y. \quad (20)$$

В указанном случае ФД (19) упрощается ([14], предложение 5.3):

$$I_h(\varphi) = \frac{1}{2\sigma^2} \int_0^T \langle \varphi, g^2 \rangle dt.$$

Тем не менее, задача остается нелинейной, бесконечномерной и трудной для анализа. Следуя работе [14] (разделы 6 и 7), воспользуемся ее асимптотическим анализом по малому параметру внутренней стабилизации h . Сначала приведем решение для $h = 0$, когда

$$u_{\pm \xi_b}^e = u_{\pm \xi_0}^e,$$

где

$$u_{\pm \xi_0}^e(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi \sigma^2 / \theta}} e^{-\frac{(y - (\pm \xi_0))^2}{\sigma^2 / \theta}}, \quad \xi_0 = \sqrt{1 - 3 \frac{\sigma^2}{2\theta}}. \quad (21)$$

При $h > 0$ представим решение в виде

$$\varphi = p + h q^{(1)} + h^2 q^{(2)} + \dots, \quad (22)$$

где

$$p(t, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi \sigma^2 / \theta}} e^{-\frac{(y - a(t))^2}{\sigma^2 / \theta}}, \quad a(t) = \langle \varphi, y \rangle.$$

Ограничиваясь в (22) точностью до $O(h^2)$, получим [14] для минимального значения ФД:

$$\inf_{\varphi \in F} I_h(\varphi) \approx$$

$$\approx \inf_{\substack{a(t): 0 \leq t \leq T \\ a(0) = -\xi_b \\ a(T) = \xi_b}} \frac{1}{2\sigma^2} \int_0^T \left(\frac{d}{dt} a + h \left(a^3 + 3 \frac{\sigma^2}{2\theta} a - a \right) \right)^2 dt,$$

а также в контексте вывода в предыдущем пункте:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2\theta}{3}} + O(h) \quad (23)$$

для малых h .

Как определено выше, здесь $a(t) = \langle \varphi, y \rangle$, а значит, $a(t) = \bar{x}(t)$. Эту вариационную задачу можно представить как задачу БУ (7)—(9) для уравнения (1), которое в данном случае имеет вид

$$\frac{d}{dt} \bar{x}(t) = -h \left[\bar{x}^3(t) - \left(1 - \frac{3\sigma^2}{2\theta} \right) \bar{x}(t) \right] + \varepsilon \sigma dw(t). \quad (24)$$

ФД (8) задан на уравнении путей (7), в котором

$$a(\varphi) = -h \left[\varphi^3 - \left(1 - \frac{3\sigma^2}{2\theta} \right) \varphi \right], \quad \sigma(\varphi) = \sigma,$$

где компонента $a(\varphi)$ является потенциальной, а значит, в качестве укороченной задачи БУ (УЗБУ) мы имеем задачу первого порядка (а не второго, как в работе [14]), которую и рассмотрим далее.

4. Потенциальный случай задачи и явные решения для А-профиля

Учитывая (23) и принимая $\sigma_c = \sqrt{\frac{2\theta}{3}}$, имеем уравнение путей

$$\dot{\phi} = a(\phi) + \sigma v, \quad (25)$$

где

$$a(\phi) = -h[\phi^3 - \rho^2\phi] = -\nabla U_\rho(\phi), \quad \rho^2 = 1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_c}\right)^2. \quad (26)$$

Так как функция $a(\phi) = -h[\phi^3 - \rho^2\phi]$ дважды непрерывно дифференцируема, то в силу работы [2] (гл. 4, теорема 3.1) квазипотенциал $V_\chi(x)$ динамической системы $\dot{x}_t = a(x_t)$ относительно точки χ совпадает с

$$2U_\rho(x) = 2h[x^4/4 - \rho^2x^2/2] = h[x^4/2 - \rho^2x^2]$$

во всех точках $x \in D \cup \partial D$, для которых $U_\rho(x) \leq U_\rho^* = \min_{y \in \partial D} U_\rho(y)$, а единственная экстремаль функционала (8) на множестве функций, ведущих из χ в x , задается уравнением для А-профиля:

$$\dot{\hat{\phi}}_s = -a(\hat{\phi}_s), \quad s \in (-\infty, T]. \quad (27)$$

Это уравнение Абеля первого рода [16] (с. 21, п. 1.1.84), которое в общем случае имеет вид

$$\dot{y}_s = \psi_3(s)y^3 + \psi_2(s)y^2 + \psi_1(s)y. \quad (28)$$

С учетом этого и (26) в уравнении (27) имеем

$$\psi_1(s) = -h\rho^2, \quad \psi_2(s) = 0, \quad \psi_3(s) = h. \quad (29)$$

Подстановкой $y = 1/u$ (28) приводится к уравнению Абеля второго рода [16] (п. 1.1.86). В результате, с учетом (29) получим

$$u\dot{y}_s = -\psi_3(s) - \psi_1(s)u^2 = h(\rho^2u^2 - 1). \quad (30)$$

В свою очередь, подставляя

$$u = w/E, \quad E = e^{\int \psi_1 dt} \quad (31)$$

в (30), имеем

$$\begin{aligned} u\dot{y}_s + \psi_1(s)u^2 &= \\ &= we^{-\int \psi_1 dt} \frac{d}{dt} [we^{-\int \psi_1 dt}] + \psi_1(s)u^2 = \\ &= w\dot{w}e^{-2\int \psi_1 dt} - ww e^{-2\int \psi_1 dt} \psi_1 + \psi_1 w^2 e^{-2\int \psi_1 dt} = \\ &= w\dot{w}e^{-2\int \psi_1 dt} = w\dot{w}e^{2h\rho^2 t}. \end{aligned}$$

Поэтому после подстановки (31) в (30) получим для w уравнение

$$w\dot{w} = -he^{-2h\rho^2 t},$$

или, после интегрирования от $\tau < 0$ до 0,

$$\begin{aligned} [w^2(0) - w^2(\tau)]/2 &= -h \int_{\tau}^0 e^{-2h\rho^2 t} dt = \\ &= (1 - e^{-2h\rho^2 \tau})/(2\rho^2), \end{aligned}$$

и, далее,

$$w^2(\tau) = w^2(0) - (1 - e^{-2h\rho^2 \tau})/\rho^2.$$

В силу (31)

$$u(\tau) = \{[w^2(0) - (1 - e^{-2h\rho^2 \tau})/\rho^2]e^{2h\rho^2 \tau}\}^{1/2}$$

или

$$u(\tau) = [(w^2(0) - 1/\rho^2)e^{2h\rho^2 \tau} + 1/\rho^2]^{1/2}.$$

Вспоминая теперь, что $y = 1/u$, окончательно получаем явный вид А-профиля:

$$\hat{\phi}(s) = y(s) = [(w^2(0) - 1/\rho^2)e^{2h\rho^2 s} + 1/\rho^2]^{-1/2}. \quad (32)$$

То, что в нашей задаче мы располагаем таким решением, позволяет рассматривать эту задачу управления рисками как хороший тестовый пример для отработки численных решений. Некоторые из этих схем, представленные далее, имеют целью разработку методик ситуационного прогнозирования на базе БУ, в том числе для более сложных задач управления рисками, чем рассмотренная здесь.

5. Численное моделирование для построения А-профиля по схеме обратной связи, вопросы вычислительной устойчивости

Для численного нахождения А-профиля на основе приближенных методов представим систему путей (7) в форме системы с коэффициентами, зависящими от состояния:

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \mathbf{A}(\phi)\phi + \mathbf{B}(\phi)v, \quad \phi(t_0) = \phi_0, \\ \mathbf{a}(\phi) &= \mathbf{A}(\phi)\phi, \quad \mathbf{B}(\phi) = \sigma(\phi), \end{aligned} \quad (33)$$

где $\mathbf{A}(\phi)$, $\mathbf{B}(\phi)$ — матрицы соответствующих размерностей, с коэффициентами, зависящими от состояния.

Соответствующая поиску А-профиля задача оптимального управления на конечном интервале времени с заданным конечным состоянием заключается в минимизации критерия качества

$$J(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{v}^T \mathbf{v} dt \quad (34)$$

на движениях системы (33) при условии

$$\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}(t_f) - \mathbf{y} = 0. \quad (35)$$

Решение задачи (33)—(35) методом ASRE состоит из нескольких этапов. Первая итерация состоит в решении задачи 0, определенной в виде:

$$\dot{\boldsymbol{\Phi}}^{(0)} = \mathbf{A}^{(0)}\boldsymbol{\Phi}^{(0)} + \mathbf{B}^{(0)}\mathbf{v}^{(0)}, \quad \mathbf{y} = \mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}^{(0)}(t_f), \quad (36)$$

$$J^{(0)}(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{v}^{(0)T} \mathbf{v}^{(0)} dt,$$

где $\mathbf{A}^{(0)} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\Phi}_0)$, $\mathbf{B}^{(0)} = \mathbf{B}(\boldsymbol{\Phi}_0)$.

Задача (36) является линейной, все аргументы матриц заданы и являются постоянными. Решение этой задачи имеет вид

$$\mathbf{v}^{(0)} = -\mathbf{B}^T \mathbf{W}^T \mathbf{C}^T \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{C} \mathbf{W} \boldsymbol{\Phi}^{(0)} - \mathbf{y}), \quad (37)$$

где

$$\dot{\mathbf{W}} = -\mathbf{W} \mathbf{A}^{(0)}, \quad \mathbf{W}(t_f) = \mathbf{I}, \quad (38)$$

$$\dot{\mathbf{M}} = -\mathbf{C} \mathbf{W} \mathbf{B}^{(0)} (\mathbf{B}^{(0)})^T \mathbf{W}^T \mathbf{C}^T, \quad \mathbf{M}(t_f) = \mathbf{0}. \quad (39)$$

Задача (38), (39) имеет аналитическое решение [8]:

$$\mathbf{W}(t) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}^{(0)}(t_f-t)}, \quad \mathbf{M}(t) = \mathbf{C}(\mathbf{W}(t)\mathbf{D}\mathbf{W}^T(t) - \mathbf{D})\mathbf{C}^T, \quad (40)$$

где матрица $\mathbf{D}$ является решением алгебраического уравнения Ляпунова

$$\mathbf{A}^{(0)}\mathbf{D} + \mathbf{D}(\mathbf{A}^{(0)})^T - \mathbf{B}^{(0)}(\mathbf{B}^{(0)})^T = \mathbf{0}. \quad (41)$$

В общем случае для некоторой итерации k задача формулируется следующим образом:

$$\dot{\boldsymbol{\Phi}}^{(k)} = \mathbf{A}^{(k)}\boldsymbol{\Phi}^{(k)} + \mathbf{B}^{(k)}\mathbf{v}^{(k)}, \quad (42)$$

$$J^{(k)}(\mathbf{v}^{(k)}) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} ((\mathbf{v}^{(k)})^T \mathbf{v}^{(k)}) dt,$$

$$\mathbf{A}^{(k)} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\Phi}^{(k-1)}), \quad \mathbf{B}^{(k)} = \mathbf{B}(\boldsymbol{\Phi}^{(k-1)}).$$

По сути, (42) — это нестационарная линейная задача (где $\boldsymbol{\Phi}^{(k-1)}$ и $\mathbf{v}^{(k-1)}$ являются решениями задачи на шаге $k-1$). Ее решение имеет вид (37)—(39) с нестационарными матрицами состояния, известными на всем интервале времени, что позволяет выполнить интегрирование этих уравнений справа налево. Решая задачу k , получим $\boldsymbol{\Phi}^{(k)}$ и $\mathbf{v}^{(k)}$.

Итерации продолжаются до тех пор, пока не будет выполнено условие сходимости. Сходимость достигается путем задания требуемой нормы ошибки между последовательностью решений:

$$\delta = \|\boldsymbol{\Phi}^{(k)}(t) - \boldsymbol{\Phi}^{(k-1)}(t)\| \leq \mu, \quad (43)$$

где $\mu > 0$ — некоторая константа. В работе [18] показано, что последовательность решений $\boldsymbol{\Phi}^{(k)}$, $\mathbf{v}^{(k)}$ сходится к решению исходной задачи (1)—(3) при условии, что $\mathbf{A}(\boldsymbol{\Phi})$ и $\mathbf{B}(\boldsymbol{\Phi})$ непрерывны по Липшицу по своим аргументам, пара $(\mathbf{A}(\boldsymbol{\Phi}), \mathbf{B}(\boldsymbol{\Phi}))$ поточно управляема $\forall \boldsymbol{\Phi}(t), t \in [t_0, t_f]$.

Результат моделирования А-профиля на основе решения методом ASRE показано на рис. 2. Здесь представлено пять итераций метода, видно, как решение сходится к оптимальному (явное решение (32)).

Решение задачи (33)—(35) в форме обратной связи на основе метода SDRE можно записать в виде (37)—(39) с соответствующей заменой матриц на $\mathbf{A}(\boldsymbol{\Phi})$, $\mathbf{B}(\boldsymbol{\Phi})$ [8]. При этом для вычисления оптимального управления (37) необходимо выполнить интегрирование в обратном времени уравнений (38) и (39). Основная трудность при этом заключается в том, что значе-

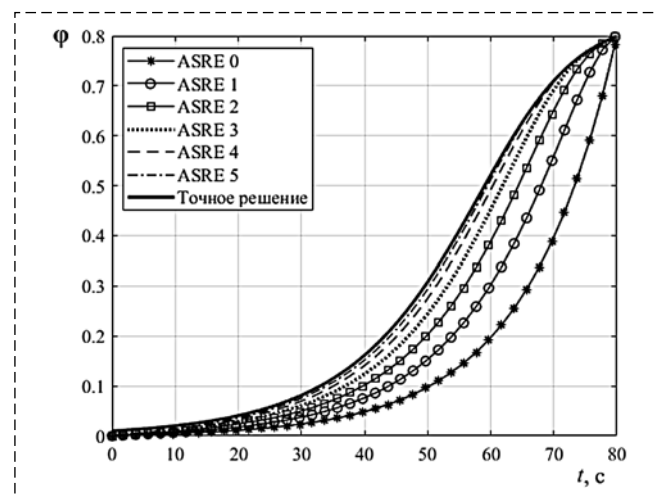


Рис. 2. Результат моделирования для метода ASRE
Fig. 2. Simulation result for the ASRE method

ния матриц $\mathbf{A}(\varphi)$, $\mathbf{B}(\varphi)$ системы (33) неизвестны при интегрировании справа налево. Общепринятым здесь подходом стало применение гипотезы "замороженных" коэффициентов [17] и фиксации значений $\mathbf{A} \equiv \mathbf{A}(\varphi)$, $\mathbf{B} \equiv \mathbf{B}(\varphi)$ для $\forall \varphi(t)$, $t \in [t_0, t_f]$. Условие существования этого решения — поточечная управляемость пары $(\mathbf{A}(\varphi), \mathbf{B}(\varphi)) \forall \varphi(t)$, $t \in [t_0, t_f]$.

На рис. 3 показано решение методом SDRE с замораживанием коэффициентов в сравнении с ASRE. Видно, что результат схож с нулевой итерацией метода ASRE, т. е. имеет достаточно большую ошибку в расчетах А-профиля.

Сравнивая методы ASRE и SDRE, можно заметить, что для данного класса задач на конечном интервале времени метод ASRE использовать предпочтительнее, поскольку он не имеет сложностей, связанных с неопределенностью матриц системы при обратном интегрировании, но при этом требует больших вычислительных затрат. В связи с этим возникает идея модификации метода SDRE, чтобы повысить точность и снять указанное ограничение путем предварительных вычислений матриц состояния системы. В этом смысле предлагаемая модификация метода SDRE предполагает некоторую предварительную нулевую итерацию по аналогии с методом ASRE, которая позволит при движении в обратном времени справа налево определить значение матриц $\mathbf{A}(\varphi)$, $\mathbf{B}(\varphi)$ и вычислить соответствующие значения матриц $\mathbf{W}(\varphi)$, $\mathbf{M}(\varphi)$. Затем эти значения используются в прямом времени для формирования управления и моделирования А-профиля.

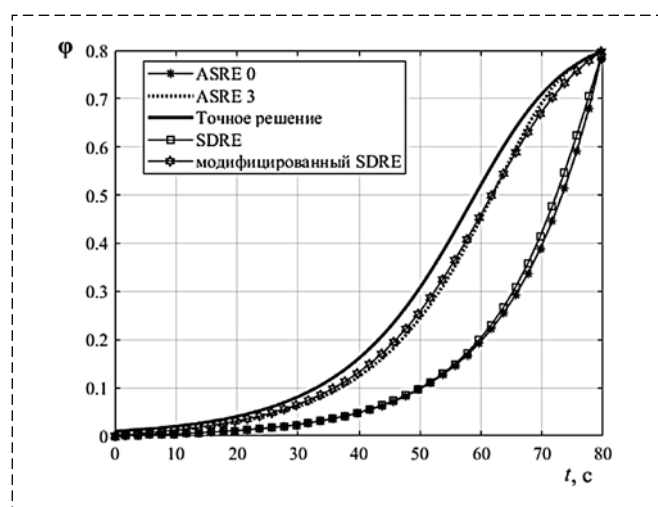


Рис. 3. Результат моделирования для стандартного метода SDRE и модифицированного SDRE

Fig. 3. Simulation result for standard SDRE method and modified SDRE

Предварительные вычисления предлагается выполнить через решение дополнительной задачи терминального управления для системы (32) при движении в обратном времени от точки $\varphi(t_f) = \mathbf{C}^T(\mathbf{C}\mathbf{C}^T)^{-1}\mathbf{y}$ к $\mathbf{y}_{pre} = \mathbf{C}\varphi(t_0)$:

$$\dot{\varphi} = \mathbf{A}(\varphi)\varphi + \mathbf{B}(\varphi)\mathbf{v}, \quad \varphi(t_f) = \mathbf{C}^T(\mathbf{C}\mathbf{C}^T)^{-1}\mathbf{y},$$

$$J_{pre}(\mathbf{v}_{pre}) = \frac{1}{2} \int_{t_f}^{t_0} (\mathbf{v}_{pre}^T \mathbf{v}_{pre}) dt, \quad \mathbf{y}_{pre} = \mathbf{C}\varphi(t_0).$$

Результаты расчета А-профиля модифицированным методом SDRE с предварительным вычислением через дополнительную обратную задачу оптимального управления в сравнении со стандартным SDRE с замораживанием коэффициентов и ASRE-техниккой показаны на рис. 3. Видно, что предложенный метод является более точным в сравнении со стандартным SDRE. Предложенный модифицированный алгоритм для SDRE-контроллера дает результат, близкий к третьей итерации метода ASRE, существенно повышая точность определения А-профиля при меньших затратах в сравнении с соответствующей по точности итерацией ASRE.

Заключение

Рассмотрена возможность непрерывного мониторинга критических ситуаций в динамике стабилизированного движения. Для этого мы предлагаем конструкцию ситуационного прогноза, основанную на принципе БУ. Поскольку задача анализа БУ является вариационной либо задачей оптимального управления, то базовым элементом СП оказывается А-профиль — единственная экстремаль, связывающая состояние равновесия невозмущенной системы с КС. Технология вычисления А-профиля для нелинейных систем представлена на примере задачи управления рисками с использованием идеи укороченного принципа больших отклонений [14]. Применяется также метод последовательных приближений в рамках решения уравнения Риккати, зависящего от состояния. Все указанные вопросы предполагается продолжить в последующих работах.

Список литературы

1. Поспелов Д. А. Ситуационное управление: теория и практика. М.: Наука, 1986.

2. Вентцель А. Д., Фрейдлин М. И. Флуктуации в динамических системах под действием малых случайных возмущений. М.: Наука, 1979.
3. Пухальский А. А. Большие уклонения стохастических динамических систем. Теория и приложения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
4. Дубовик С. А. Асимптотическая семантизация данных в системах управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 8. С. 461—471.
5. Дубовик С. А. Использование квазипотенциалов для контроля больших уклонений управляемых процессов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 5. С. 301—307.
6. Дубовик С. А., Кабанов А. А. Функционально устойчивые системы управления: асимптотические методы синтеза. М.: ИНФРА-М, 2019.
7. Дубовик С. А. Синтез "второй сигнальной системы" регулятора на основе принципа больших уклонений. С.-Пб.: Электроприбор, 2020.
8. Kabanov A. A., Dubovik S. A. Methods of modeling and probabilistic analysis of large deviations of dynamic systems // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1661. Paper no. 012044.
9. Кабанов А. А., Дубовик С. А. Численные методы контроля редких событий в нелинейных стохастических системах // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22, № 6. С. 291—297.
10. Çimen T. Survey of state-dependent Riccati equation in nonlinear optimal feedback control synthesis // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2012. Vol. 35. P. 1025—1047.
11. Nekoo S. R. Tutorial and review on the state-dependent Riccati equation // Journal of Applied Nonlinear Dynamics. 2019. Vol. 8, N. 2. P. 109—166.
12. Toppo F., Miani M., Bernelli-Zazzera F. Optimal selection of the coefficient matrix in state-dependent control methods // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2015. Vol. 38. P. 861—873.
13. Dawson D. Critical dynamics and fluctuations for a mean-field model of cooperative behavior // Journal of Statistical Physics. 1983. Vol. 31, N. 1. P. 29—85.
14. Garnier J., Papanicolaou G., Yang T.-W. Large deviations for a mean field model of systemic risk // SIAM Journal on Financial Mathematics. 2013. Vol. 4(1). P.151—184.
15. Dawson D. A., Gärtner J. Large deviations from the McKean-Vlasov limit for weakly interacting diffusions // Stochastics. 1987. Vol. 20. P. 247—308.
16. Зайцев В. Ф., Полянин А. Д. Справочник по нелинейным дифференциальным уравнениям: приложения к механике, точные решения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1993. 464 с.
17. Heydari A., Balakrishnan S. N. Closed-form solution to finite-horizon suboptimal control of nonlinear systems // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2014. Vol. 25. P. 2687—2704.
18. Çimen T., Banks S. P. Global optimal feedback control for general nonlinear systems with nonquadratic performance criteria // Systems & Control Letters. 2004. Vol. 53. P. 327—346.

An Asymptotic Method for Predicting Risks in Problems of Stochastic Monitoring and Control

S. A. Dubovik¹, duboviksa@gmail.com, A. A. Kabanov^{1,2}, kabanovaleksey@gmail.com,

¹Sevastopol State University, Sevastopol, 299053, Russian Federation,

²Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119333, Russian Federation

Corresponding author: Kabanov Aleksey A., Ph.D., Associate Professor,
Sevastopol State University, 299053, Sevastopol, Russian Federation,
e-mail: kabanovaleksey@gmail.com

Accepted on May 11, 2022

Abstract

To ensure the stabilization of the equilibrium state in a nonlinear system in the presence of noise, it is not enough to solve the local stabilization problem, it is also necessary to ensure continuous monitoring of a possible transition to a critical state leading to system failure. To organize such monitoring, we use the large deviations principle applied to dynamical systems with small perturbations. For the purposes of monitoring, the optimal path that we call the *A*-profile is important. We use the *A*-profile to build a situational forecast in the risk control problem for a multi-agent system. In addition to the nonlinear mechanism of internal stabilization of the level h for each of the agents, there are forces of mean field interaction between the agents. The weak limit in this model with the number of agents tending to infinity is described by the Fokker-Planck-Kolmogorov equation, but the use of approximation up to $O(h^2)$ leads to a finite-dimensional Wentzel-Freidlin scheme. According to the scheme, we obtain an explicit *A*-profile as a solution of the degenerate Abel equation of the second kind. At the same time, the approximation in h makes it possible to develop a method of successive approximations for the *A*-profile. In this paper, the *A*-profile is synthesized as a solution of the optimal control problem, where the state-dependent Riccati equation method and the method of the approximating sequence of Riccati equations are used. In the article, these methods are applied and compared within the framework of the risk control problem.

Keywords: large deviations, situational forecast, stochastic system, risk prediction

For citation:

Dubovik S. A., Kabanov A. A. An Asymptotic Method for Predicting Risks in Problems of Stochastic Monitoring and Control, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 8, pp. 395—405.

DOI: 10.17587/mau.23.395-405

References

1. **Pospelov D. A.** Situational control: theory and practice, Moscow, Nauka, 1986 (in Russian).
2. **Wentzel A. D., Freidlin M. I.** Fluctuations in dynamical systems under the action of small random perturbations, Moscow, Nauka, 1979 (in Russian).
3. **Puhalsky A. A.** Large deviations of stochastic dynamical systems. Theory and applications, Moscow, FIZMATLIT, 2005 (in Russian).
4. **Dubovik S. A.** Asymptotic semantization of data in control systems, *Mekhatronika Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 8, pp. 461–471 (in Russian).
5. **Dubovik S. A.** Use of quasipotentials for monitoring of large deviations in the control processes, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 5, pp. 301–307 (in Russian).
6. **Dubovik S. A., Kabanov A. A.** Functionally stable control systems: asymptotic methods of synthesis, Moscow, INFRA-M, 2019 (in Russian).
7. **Dubovik S. A.** Synthesis of the "second signal system" of the regulator based on the principle of large deviations, SPb, Elektropribor, 2020 (in Russian).
8. **Kabanov A. A., Dubovik S. A.** Methods of modeling and probabilistic analysis of large deviations of dynamic systems, *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, vol. 1661, paper no. 012044.
9. **Kabanov A. A., Dubovik S. A.** Numerical methods for monitoring rare events in nonlinear stochastic systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 6, pp. 291–297 (in Russian).
10. **Çimen T.** Survey of state-dependent Riccati equation in nonlinear optimal feedback control synthesis, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012, vol. 35, pp. 1025–1047.
11. **Nekoo S. R.** Tutorial and review on the state-dependent Riccati equation, *Journal of Applied Nonlinear Dynamics*, 2019, vol. 8, no. 2, pp. 109–166.
12. **Toppo F., Miani M., Bernelli-Zazzera F.** Optimal selection of the coefficient matrix in state-dependent control methods, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2015, vol. 38, pp. 861–873.
13. **Dawson D.** Critical dynamics and fluctuations for a mean-field model of cooperative behavior, *Journal of Statistical Physics*, 1983, vol. 31, no. 1, pp. 29–85.
14. **Garnier J., Papanicolaou G., Yang T.-W.** Large deviations for a mean field model of systemic risk, *SIAM Journal on Financial Mathematics*, 2013, vol. 4(1), pp. 151–184.
15. **Dawson D. A., Gartner J.** Large deviations from the McKean-Vlasov limit for weakly interacting diffusions, *Stochastics*, 1987, vol. 20, pp. 247–308.
16. **Zaitsev V. F., Polyanin A. D.** Handbook of nonlinear differential equations: applications to mechanics, exact solutions, Moscow, FIZMATLIT, 1993, 464 p. (in Russian).
17. **Heydari A., Balakrishnan S. N.** Closed-form solution to finite-horizon suboptimal control of nonlinear systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2014, vol. 25, pp. 2687–2704.
18. **Çimen T., Banks S. P.** Global optimal feedback control for general nonlinear systems with nonquadratic performance criteria, *Systems & Control Letters*, 2004, vol. 53, pp. 327–346.

29 ноября 2022 г. в ГК ИЗМАЙЛОВО (г. Москва) состоится

XIII Межотраслевая конференция

"АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВА-2022",

посвященная автоматизации и метрологическому обеспечению предприятий энергетики, металлургии, машиностроения, нефтегазовой, цементной и других отраслей промышленности, внедрению информационных технологий, АСУТП, АСУ, АСКУЭ, ПАЗ, SCADA, ERP-систем, современных газоанализаторов, расходомеров, датчиков температуры и давления, пылемеров и другой контрольно-измерительной техники, систем вибродиагностики и экологического мониторинга, решений для диспетчирования, учета и контроля различных технологических процессов

Организатор конференции – ООО "ИНТЕХЭКО" при поддержке отраслевых СМИ.

Темы докладов Межотраслевой конференции "АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВА"

- Актуальные задачи автоматизации и контроля промышленных предприятий.
- Информационно-управляющие системы промышленной автоматизации: АСУТП, АСУ, CRM, ERP, MES, АСКУЭ, АИСКУЭ, ПАЗ, РЗА, АСОДУ, SCADA и смежные направления.
- Практический опыт автоматизации предприятий энергетики, металлургии, машиностроения, нефтегазовой, химической, оборонной и других отраслей промышленности.
- Внедрение информационных технологий, приборов КИП и систем управления для повышения надежности и эффективности заводов, комбинатов, водоканалов и электростанций.
- Системы диспетчеризации, мониторинга, учета и контроля технологических процессов.
- Системы экологического мониторинга. Автоматизированные системы контроля выбросов.
- Отечественные и зарубежные контрольно-измерительные приборы: расходомеры, газоанализаторы, пылемеры, уровнемеры, дефектоскопы, толщиномеры, пирометры, датчики давления и температуры, спектрометры и другие приборы.
- Системы виброконтроля и вибродиагностики.
- Лабораторное оборудование.
- Автоматизация электроснабжения предприятий. Системы энергоменеджмента.
- Программные средства поддержки проектирования, измерений и испытаний.
- Теория и практика управления информационной безопасностью.

Подробная информация на сайте www.intecheco.ru

Г. А. Рустамов, д-р техн. наук, проф., gazanfar.rustamov@gmail.com, Р. Г. Рустамов, докторант, Азербайджанский технический университет, г. Баку, Азербайджан

Проблемы настройки робастных систем управления

Обсуждаются вопросы целесообразности использования средств адаптации в робастных системах управления. Констатируется, что чисто робастные системы без использования средств адаптации в принципе не могут обеспечивать высокую эффективность и универсальность при решении практических задач.

Постановка задачи синтеза управления в условиях неопределенности без элементов адаптации, образно говоря, подобна "поиску черной кошки в темной комнате, особенно, если ее там нет" (Конфуций).

Наиболее адекватным с точки зрения соответствия фундаментальным принципам теории автоматического управления является подход, основанный на увеличении коэффициента усиления разомкнутого контура. Тем не менее, и здесь возникает своя проблема — увеличение коэффициента усиления нарушает устойчивость замкнутой системы. Все известные исследования сконцентрированы вокруг решения этой проблемы.

Исследуются предельные робастные системы с большим коэффициентом усиления, синтезированные на основе метода функции Ляпунова. В целях экономии энергии управления предлагается не использовать экстремальное значение коэффициента усиления, соответствующего доминирующей неопределенности, а осуществить его самонастройку в реальном времени по мере изменения характеристик неопределенного объекта и внешней среды. Разработан интегральный алгоритм самонастройки коэффициента усиления и соответствующая схемотехническая и Simulink-схема реализации. Достоверность теоретических рассуждений проверена путем имитационного моделирования предельной робастной системы с самонастройкой и параметрически неопределенным объектом — пикового гироскопа (параметрического маятника). Компьютерные исследования позволили сделать ряд положительных выводов, имеющих важное прикладное значение.

Ключевые слова: адаптация, робастная система, неопределенность, коэффициент усиления, устойчивость, функция Ляпунова, самонастройка, энергия управления, функция Ляпунова, пиковый гироскоп

Введение

В настоящее время одним из интенсивно развивающихся направлений теории автоматического управления в условиях неопределенности является синтез робастных систем управления. Главенствующее направление в этой области — адаптивное управление — практически исчерпало свою актуальность. Вообще говоря, адаптация является медленным процессом. Условие квазистационарности и медленная сходимость при наличии помех замедляют процесс адаптации. Принцип адаптации базируется на структурно-параметрической перестройке регулятора в целях приспособления к изменениям неопределенных априори неизвестных динамических и статических характеристик объекта и внешних возмущений.

Несмотря на изменение характеристик объекта и внешней среды в робастных системах самонастройка регулятора не осуществляется. Синтезированный по одноразовой схеме "магический регулятор" должен выполнять функцию адаптивного регулятора и поддерживать показатели системы в требуемых пределах при широком изменении реквизитов объекта и внешней среды.

Невыполнимая на первый взгляд, эта проблема в настоящее время имеет множество

подходов и решений на основе методов [1—8]: LMI, LQ-оптимизации, интервального анализа, функций Ляпунова, управления на скользящих режимах и др.

Робастные системы управления изначально были задуманы как неадаптивные системы или как пассивные адаптивные системы. Ввиду возникающих проблем при решении практических задач начали появляться работы под названием "Адаптивно-робастные системы", "Комбинированные робастные системы" и др., частично использующие методы адаптации.

В этом направлении можно отметить использование принципа адаптации для синтеза наблюдателей неопределенности, синтезированных в рамках как нечеткой [9, 10], так и детерминированной постановок [11—13].

В большинстве задач синтеза робастного управления полученное решение является близким к экстремальному. Очевидно, что такое решение приводит к перерасходу энергозатрат на управление. Система должна "дежурить", дожидаясь появления доминирующей неопределенности, расходуя при этом не по надобности большое количество энергии для подавления более "слабых неопределенностей", близких к номинальному. По этой причине целесообразно создать комбинированную робаст-

ную систему, использующую, пусть и частично, средства адаптации.

При использовании различных показателей, таких как энергия выхода или просто интегральные критерии оптимизации, не имеющих явного физического смысла, преимущественно достигается робастность статического режима. Для практических приложений важно обеспечивать робастность и динамического (переходного) режима. В целях обеспечения робастности статического режима не следует использовать сложный математический аппарат. Так или иначе, устойчивая система в статике сама по себе является робастной.

Причина неполноты состоит в том, что большинство привлеченных и вновь разработанных для синтеза робастного управления методов чрезмерно математизированы и плохо согласуются с фундаментальными принципами построения систем автоматического регулирования.

Одним из наиболее адекватных подходов в этом направлении можно считать классический подход, основанный на увеличении коэффициента усиления разомкнутого контура. Начало данного направления заложено в классических работах М. В. Меерова [14, 15] и получила развитие в работах [16—20] и др.

Однако и здесь возникает своя проблема — увеличение коэффициента усиления приводит к нарушению устойчивости замкнутой системы. Все известные исследования в этом направлении концентрированы вокруг решения этой проблемы. Часто используются эвристические приемы для частных случаев: нелинейные, нестационарные объекты и различные виды неопределенностей.

Дальнейшее развитие данного направления изложено в работах [21—26]. В этих работах для синтеза робастных систем управления с большим коэффициентом усиления (так называемых предельных систем) использован метод функции Ляпунова, в частности, метод квадратичных форм. При этом обеспечивается устойчивость системы при беспредельном увеличении коэффициента усиления.

В настоящей работе для указанных предельных робастных систем предлагается методика настройки коэффициента усиления разомкнутого контура системы, обеспечивающего заданную точность слежения при изменении характеристик системы в широком диапазоне с экономией энергозатрат на управление.

Синтез предельной робастной системы с большим коэффициентом усиления

В работах [21—24] рассматривается одномерный по входу и выходу (SISO) неопределенный объект:

$$y^{(n)} = f(\mathbf{y}, t) + b(\mathbf{y}, t)u + v(t),$$

где $\mathbf{y} = (y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)})^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$ — доступный измерению или оценке вектор состояния; $y \in R$ — регулируемый выход; $u \in R$ — скалярное управление; $f(\mathbf{y}, t)$; $b(\mathbf{y}, t) > 0$ — неизвестные ограниченные функции (функциональные неопределенности); v — неконтролируемое ограниченное внешнее возмущение.

Рассматривается задача слежения, заключающаяся в выборе управления u , которое после завершения переходного процесса обеспечивает изменение выхода $y(t)$ объекта по эталонной траектории $y_d(t)$ с заданной точностью

$$|y_d(t) - y(t)| = |\varepsilon(t)| \leq \varepsilon_0, \quad t \geq t_s.$$

Здесь t_s — заданное время установления (*settling time*) переходной составляющей для $\varepsilon_0 = (1...5)\%$ -ной ошибки слежения.

Для функции Ляпунова $V = 1/2s^2$ на основе достаточного условия устойчивости

$$dV/dt = s\dot{s} < 0$$

получено робастное управление:

$$u = Ks = K(c_1\varepsilon + c_2\dot{\varepsilon} + \dots + \varepsilon^{(n-1)}) = K\mathbf{c}^T\boldsymbol{\varepsilon}, \quad (1)$$

где $K > 0$ — коэффициент усиления регулятора (достаточно большое число); $\mathbf{c}^T = (c_1, c_2, \dots, 1)$; $\boldsymbol{\varepsilon}^T = (\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \dots, \varepsilon^{(n-1)})$. Здесь K , $\mathbf{c}^T$ — параметры настройки робастного регулятора. После некоторого конечного значения коэффициента K достигается заданная точность. При стремлении коэффициента K в бесконечность в пределе система описывается уравнением гиперплоскости, характеризующим ее свободное движение:

$$s = c_1\varepsilon + c_2\dot{\varepsilon} + \dots + \varepsilon^{(n-1)} = 0, \quad s(0) = 0. \quad (2)$$

При этом ошибка регулирования стремится к нулю:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0.$$

Однако на практике нет необходимости достижения нулевой ошибки, поскольку допустимая ошибка задается на некотором интервале, и это условие выполняется при конечном значении K .

Разработка алгоритма настройки системы управления

В работе [22] изложена методика определения параметра c , обеспечивающего в пределе ($K \rightarrow \infty$) монотонность переходных процессов. Коэффициент усиления K , отвечающий за свойство робастности, задан с учетом доминирующей неопределенности и определен путем имитационного моделирования экспериментально.

В данной работе ставится задача определения такого коэффициента усиления K , который при изменении характеристик объекта обеспечивает попадание и поддержание траектории $\varepsilon(t)$ на интервале допустимой ошибки $\varepsilon \in [-\varepsilon_0, +\varepsilon_0]$. С этой целью алгоритм настрой-

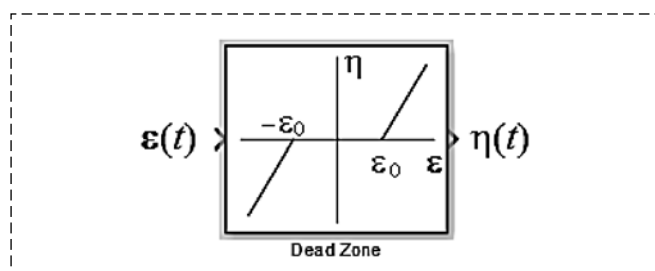


Рис. 1. Статическая характеристика алгоритма (4)

Fig. 1. Static characteristic of the algorithm (4)

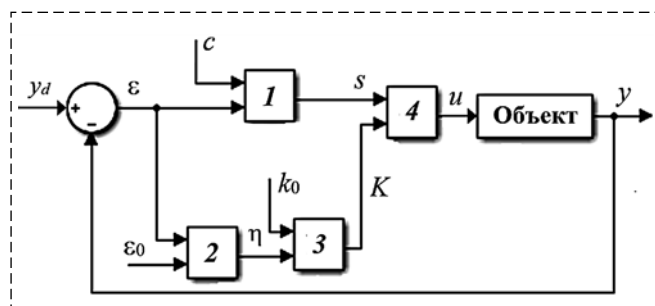


Рис. 2. Системотехническая структура робастной системы управления с самонастройкой K

Fig. 2. System-technical structure of a robust system with self-tuning control K

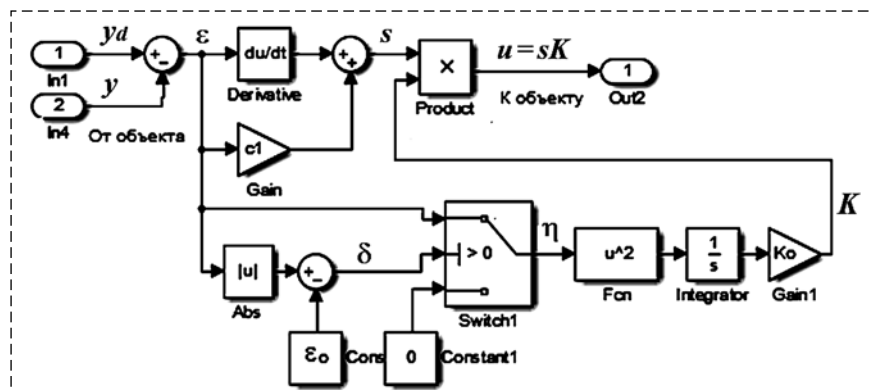


Рис. 3. Схема реализации алгоритма самонастройки на Simulink

Fig. 3. Scheme of implementation of self-tuning algorithm on Simulink

ки коэффициента K принимаем в виде следующего интегрального закона:

$$K = k_0 \int_0^t \eta^2(\tau) d\tau \geq 0, \quad (3)$$

где $k_0 = \text{const} > 0$ — параметр настройки;

$$\eta(t) = \begin{cases} 0, & |\varepsilon| \leq \varepsilon_0, \\ \varepsilon(t), & |\varepsilon| > \varepsilon_0. \end{cases} \quad (4)$$

Кроме основного назначения использование интеграла позволяет сгладить высокочастотные колебания ошибки $\varepsilon(t)$.

На рис. 1 представлена статическая характеристика, соответствующая логическому алгоритму (4).

В соответствии с законом (3) K формируется следующим образом: внутри допустимого заданного интервала $\varepsilon \in [-\varepsilon_0, +\varepsilon_0]$ он остается постоянным, а вне интервала происходит его нарастание, и траектория $\varepsilon(t)$ возвращается в заданный интервал.

Системотехническая структура робастной системы управления с самонастройкой коэффициента усиления K состоит из четырех функциональных блоков (рис. 2):

- блок 1, формирующий операцию дифференцирования s ;
- блок 2, формирующий сигнал η ;
- блок 3, формирующий коэффициент усиления K ;
- блок 4, формирующий сигнал управления $u = Ks$

На рис. 3 для $n = 2$ показана схема реализации алгоритма настройки в среде Simulink. Здесь $\delta = |\varepsilon| - \varepsilon_0$.

Результаты моделирования

Особенности методики самонастройки коэффициента усиления K будем демонстрировать на примере управления пиковым гироскопом (параметрическим маятником). Этот гироскоп используется для стабилизации угловых перемещений подвижных объектов. Одна из разновидностей подобного гироскопа с грузом m ,двигающимся по гармоническому закону, был рассмотрен в работе [27]:

$$\ddot{y} = -a \frac{\dot{R}}{R} \dot{y} - g \frac{1}{R} \sin y + \frac{1}{mR^2} u. \quad (5)$$

Здесь y — угловое перемещение; u — сигнал управления; $g = 9,81$ м/с²; $m = 1$ кг; $a = 2$. Начальное состояние объекта $y(0) = (0, 0)^T$.

Закон перемещения груза:

$$R(t) = 0,8 + 0,1\sin(8t) + 0,3\cos(4t). \quad (6)$$

Эталонную траекторию задаем в виде

$$y_d = 0,5\sin(0,5t) + 0,5\cos t.$$

Начальное условие $y_d(0) = (0,5; 0,25)^T$. Соответствующее начальное условие по ошибке

$$\varepsilon(0) = y_d(0) - y(0)^T = (0,5; 0,25)^T.$$

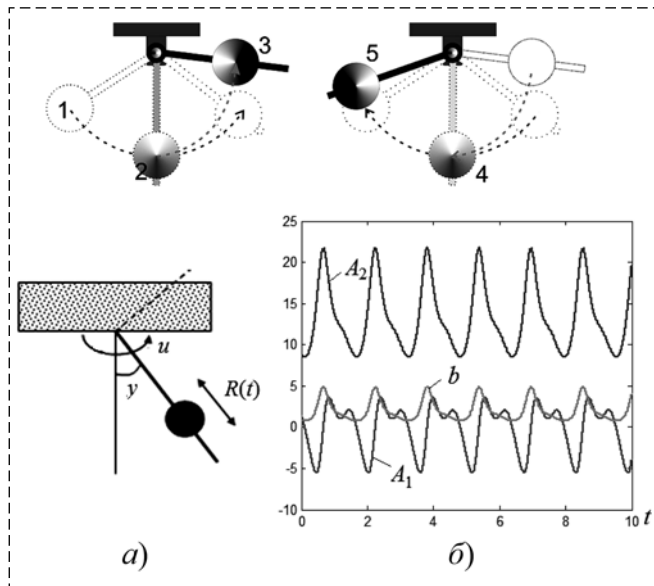


Рис. 4. Кинематическая схема маятника (а) и характер изменения коэффициентов модели (5) (б)

Fig. 4. The kinematic scheme of the pendulum (a) and the nature of the change of the model coefficients (5) (b)

На рис. 4, а и б показаны кинематическая схема маятника и характер изменения коэффициентов модели при номинальных параметрах.

На рис. 4, б приняты обозначения: $A_1 = 2\dot{R}/R$, $A_2 = g/R$, $b = 1/mR^2$.

Пусть требуемые показатели: перерегулирование $\sigma = 0$ %, допустимая ошибка $\delta = \pm 2$ %, время установления переходного процесса $t_s = 1$ с.

Поскольку порядок системы $n = 2$, то робастный регулятор имеет два параметра настройки: c_1 и $K \Rightarrow u = K(c_1\varepsilon + \dot{\varepsilon})$.

Согласно работе [22] вычисляем: $c_1 = 3,22$.

Для моделирования в среде Simulink уравнение (5) представляем в координатах состояния:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= -A_1 \sin x_1 - A_2 x_2 + B u; \\ y &= x_1, \end{aligned} \quad (7)$$

где $A_1 = \frac{g}{R}$; $A_2 = 2\frac{\dot{R}}{R}$; $B = \frac{1}{mR^2}$; $a = 2$; $m = 1$.

Задача управления состоит в определении коэффициента усиления K , обеспечивающего изменение углового перемещения $y(t)$ по эталонной траектории $y_d(t)$ и выполнение при этом заданных показателей качества.

Управление при номинальных параметрах без самонастройки. На рис. 5, а показана зависимость ошибки слежения $\varepsilon(t)$ от коэффициента K для номинальных значений параметров $a = 2$, $m = 1$. Даже при $K = 120$ выполняются требуемые качественные показатели $\sigma = 0$ %, $\varepsilon_0 = 0,02$; $t_s = 1$ с.

На рис. 5, б при $K = 120$ и начальных условиях $y(0) = [2; 1; -1; -2]$, $\dot{y}(0) = [2; 2; -2; -2]$ представлен фазовый портрет системы. На рис. 6 показан характер движения фазового потока при $K = 120$.

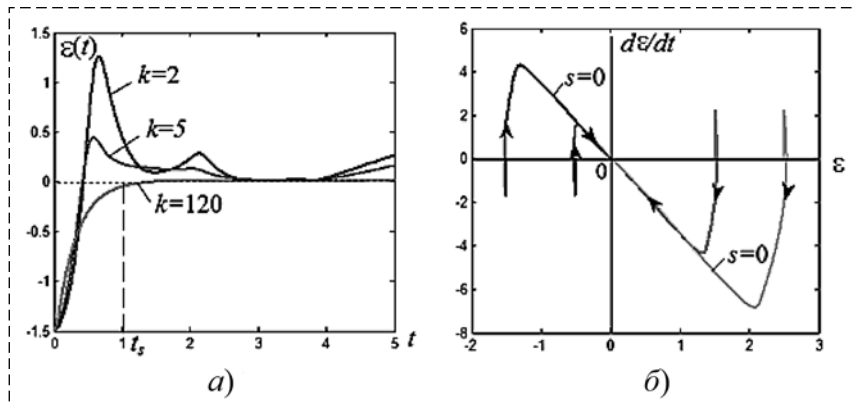


Рис. 5. Зависимость ошибки слежения от K и фазовый портрет системы
Fig. 5. Dependence of the tracking error on K and phase portrait of the system

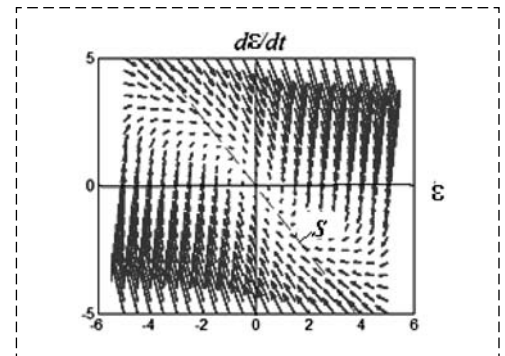


Рис. 6. Поле фазовой скорости робастной системы с большим коэффициентом усиления
Fig. 6. The phase velocity field of a robust system with high gain

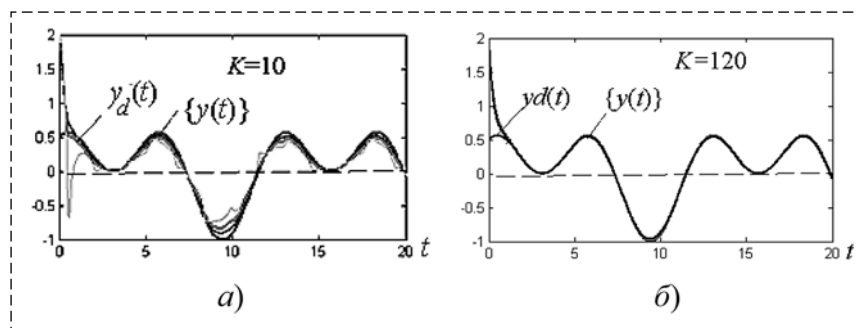


Рис. 7. Пучки переходных процессов, характеризующих робастные свойства системы
Fig. 7. Transient bundles characterizing robust properties of the system

Как видно, при $K = 120$ весь фазовый поток стягивается к линии $s = \dot{\varepsilon} + 3,22\varepsilon = 0$, и дальнейшее движение происходит по этой линии.

Управление при параметрической неопределенности без самонастройки. Допустим, что параметр a и масса груза m изменяются на интервале, значительно превышающем номинальные значения: $a = [1; 5]$; $m = [0,5; 10]$.

На рис. 7, a и b при начальном условии $y(0) = (2; 0)^T$, $a = [1; 5; 2]$, $m = [0,5; 10; 5]$ для $K = 10$ и $K = 120$ показаны пучки $\{y(t)\}$, состоящие из трех переходных характеристик. Видно, что при $K = 120$ плотность пучка довольно высокая и после $t_s = 1$ с происходит отслеживание эталонной траектории $y_d(t)$ с большой точностью без перерегулирования.

Очевидно, что для выполнения требуемых показателей значение коэффициента усиления следует поддерживать на высоком уровне. Однако такая стратегия при других комбинациях параметров a и m объекта без соответствующей коррекции K может привести к перерасходу энергозатрат на управление.

Энергию управления можно оценить по известному показателю:

$$J = \int_0^{20} u^2 dt. \quad (8)$$

В табл. 1 представлены значения $J(20)$ и $\varepsilon(20)$ при $K = 10$ в момент завершения $T = 20$ с процесса управления для следующих трех комбинаций параметров a и m объекта: $(a, m) = (1; 0,5), (5; 10), (2; 5)$.

Как видно, при $K = 10$ максимальное значение $J_2(20) = 1,5 \cdot 10^{20}$ получено для второй комбинации $(a, m) = (5, 10)$. При этом ошибка достигает максимального значения $\varepsilon_2(20) = 2,9 \cdot 10^8$. Следует отметить, что при симуляции на Simulink при векторном задании

параметров каждый цикл решения выполняется для комбинации элементов с одинаковым номером.

Для обеспечения заданной ошибки необходимо увеличивать коэффициент усиления, что достигается при $K = 120$.

В табл. 2 представлены аналогичные показатели при $K = 120$ также для трех комбинаций параметров a и m объекта: $(a, m) = (1; 0,5), (5; 10), (2; 5)$.

Из-за уменьшения ошибки ε энергозатраты на управление существенно уменьшаются.

Робастная система с самонастройкой коэффициента усиления K . Определение необходимого значения коэффициента K "вручную" путем численного моделирования является весьма затруднительным. В реальном масштабе времени эту задачу необходимо возложить на саму систему. При этом монотонность переходных характеристик и интервальная точность сохраняются, причем время установления t_s может отличаться от требуемого. Задача управления решена с использованием алгоритма настройки K (3). Параметр a и масса груза m относительно номинальных значений изме-

Таблица 1
Table 1

Значения энергии управления и ошибки слежения в момент завершения процесса управления ($K = 10$)

Control energy values and tracking errors at the end of the control process ($K = 10$)

Параметр	(a, m)		
	(1; 0,5)	(5; 10)	(2; 5)
$J(20)$	127,7	$1,495 \cdot 10^{20}$	3438
$\varepsilon(20)$	0,004862	$2,922 \cdot 10^8$	-0,01932

Таблица 2
Table 2

Значения энергии управления и ошибки слежения в момент завершения процесса управления ($K = 120$)

Control energy values and tracking errors at the end of the control process ($K = 120$)

Параметр	(a, m)		
	(1; 0,5)	(5; 10)	(2; 5)
$J(20)$	661,5	$8,797 \cdot 10^4$	$1,555 \cdot 10^4$
$\varepsilon(20)$	0,000577	-0,00416	0,002447

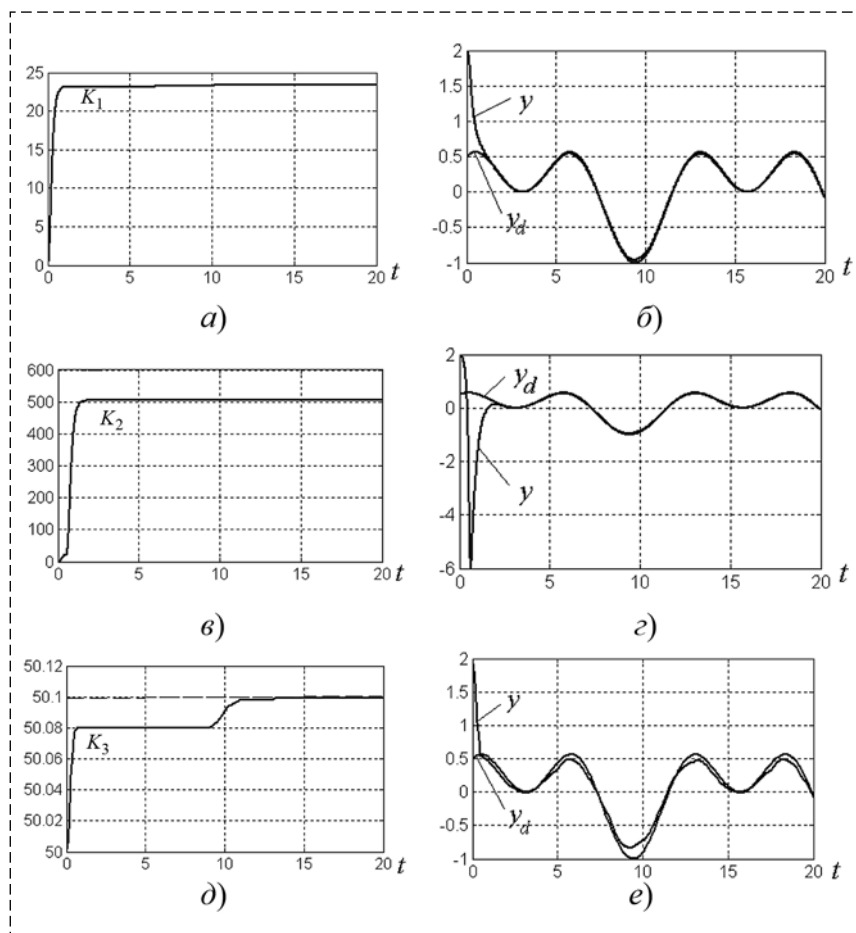


Рис. 8. Графики изменения коэффициента усиления и управляемой переменной при интервальной неопределенности

Fig. 8. Graphs of change in gain and controlled variable with interval uncertainty

няются неизвестным образом в широком диапазоне. Для простоты рассмотрены три точки: $a = [1; 5; 2]$; $m = [0,5; 10; 5]$. Задача состоит в том, чтобы путем самонастройки определить такой коэффициент усиления K , который при каждой комбинации параметров, взятых из интервала неопределенности a — $K_1(1; 0,5)$, $в$ — $K_2(5; 10)$, $д$ — $K_3(2; 5)$, не принимая максимальное значение, обеспечивает приведение неопределенной системы в заданный интервал

Таблица 3
Table 3

Значения ошибки слежения $\varepsilon(20)$
в момент завершения процесса управления
Tracking error values $\varepsilon(20)$
at the time of completion of the control process

Параметр	$(a; m)$		
	(1; 0,5)	(5; 10)	(2; 5)
$\varepsilon(20)$	0,0012	0,0025	0,0060

ошибки слежения и поддержание ее в этом интервале. Такая стратегия позволяет экономить энергозатраты на управление.

На рис. 8, а, в, д показаны графики изменения коэффициента усиления K для трех комбинаций. На Simulink для двух векторных параметров a и m симуляция выполняется попарно. На рис. 8, б, в, ж приведены изменения соответствующих управляемых переменных $y(t)$ относительно гармонической эталонной уставки $y_d(t)$. Установившиеся значения $K_1(\infty) = 23,4$; $K_2(\infty) = 500$; $K_3(\infty) = 50,1$. Как видно, каждой комбинации (неопределенности) параметров соответствует свой коэффициент усиления.

В начальном интервале происходит "побочный переходный процесс", что является характерным для алгоритмов адаптации.

При моделировании использованы: начальное значение интеграла $I_0 = 0$, $K_0 = 10$, $\varepsilon_0 = 0,02$. Для сглаживания высокочастотных сигналов ошибки и ослабления помех на входе логического блока 2 использован фильтр:

$$W_F = 1/(Ts + 1), T = 0,2 \text{ с.}$$

В табл. 3 представлены значения ошибки слежения $\varepsilon(20)$ в момент завершения процесса управления (время симуляции) $T = 20$ с для тех же трех комбинаций параметров a и m объекта: $(a, m) = (1; 0,5)$, $(5; 10)$, $(2,5)$. Как видно, все три значения входят в допустимый интервал ошибки $\varepsilon \in [-0,02; +0,02]$.

Заключение

Использование метода функции Ляпунова для синтеза робастного управления позволило беспредельно увеличивать коэффициент усиления без нарушения устойчивости замкнутой системы.

Показано, что улучшения практической эффективности и универсальности робастных систем управления можно добиться путем исполь-

зования средств адаптации. Для предельных робастных систем уменьшение энергопотребления достигнуто путем самонастройки коэффициента усиления при изменении параметров объекта и внешней среды. Получена удовлетворительная сходимость предложенного интегрального по ошибке слежения алгоритма самонастройки.

Разработана системотехническая и *Simulink*-схема алгоритма самонастройки. Достоверность теоретических результатов проверена путем моделирования системы на *Simulink* с объектом "пиковый гироскоп" с параметрической неопределенностью. Полученные значения затраченной энергии управления для различных комбинаций параметров позволяют провести сравнительный анализ, а также убедиться в надежности оценок.

Список литературы

1. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.
2. Поляк Б. Т., Хлебников М. В., Щербаков П. С. Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. М.: УРСС, 2014. 560 с.
3. Doyle J. C., Glover K., Khargonekar P. P., Francis B. A. State-space solution to standard H_2 and H_∞ control problem // IEEE Trans. Automat. Control. 1989. V. 34, N. 8. P. 831–846.
4. Позняк А. С. Основы робастного управления (H_∞ -теория). М.: МФТИ, 1991. 128 с.
5. Зацепилова Ж. В., Честнов В. Н. Синтез регуляторов многомерных систем заданной точности по среднеквадратичному критерию на основе процедур LQ-оптимизации // Автоматика и телемеханика. 2011. № 11. С. 70–85.
6. Баландин Д. В., Коган М. М. Алгоритмы синтеза робастного управления динамическими системами. Нижний Новгород: ННГУ, 2007. 88 с.
7. Utkin V. I. Sliding Modes in Optimization and Control Problems. New York: Springer Verlag, 1992.
8. Емельянов В. С., Коровин С. К. Новые типы обратных связей: Управление в условиях неопределенности. М.: Наука, 1997. 352 с.
9. Ho H. F., Wong Y. K., Rad A. B. Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control Design: Lyapunov Approach // Proc. IEEE International Conference on Fuzzy System. 2001. P. 6–11.
10. Lee H., Tomizuka M. Adaptive Traction Control. University of California, Berkeley. Department of Mechanical Engineering. September. 1995. P. 95–32.
11. Потапенко Е. М. Синтез и сравнительный анализ робастных компенсаторов пониженного порядка // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1998. № 4. С. 65–74.
12. Казурова А. Е., Потапенко Е. М. Возможные варианты построения высокоточных систем управления упругой неопределенной электромеханической системой // Электротехника та електроенергетика. 2009. № 2. С. 4–14.
13. Бобцов А. А., Пыркин А. А. Адаптивное и робастное управление с компенсацией неопределенностей: Учеб. пособие. СПб.: НИУ ИТМО, 2013. 135 с.
14. Мееров М. В. Система автоматического управления, устойчивые при бесконечно больших коэффициентах усиления // Автоматика и телемеханика. 1947. Т. 8, № 4. С. 225–243.
15. Мееров М. В. Синтез структур систем автоматического управления высокой точности. М.: Наука, 1967. 424 с.
16. Востриков А. С. Проблема синтеза регуляторов для систем автоматики: состояние и перспективы // Автометрия. 2010. Т. 46, № 2. С. 3–19.
17. Востриков А. С., Французова А. Г. Синтез ПИД-регуляторов для нелинейных нестационарных объектов // Автометрия. 2015. Т. 51, № 5. С. 53–60.
18. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Метод больших коэффициентов усиления и эффект локализации движения в задачах синтеза систем автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 2. С. 2–10.
19. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Робастная коррекция в системах управления с большим коэффициентом усиления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 12. С. 3–10.
20. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Robust Correction of Dynamic Plants in Automatic Control Systems // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2015. Vol. 51, N. 5. P. 478–484.
21. Рустамов Г. А. Робастная система управления с повышенным потенциалом // Известия Томского политехнического университета. 2014. Т. 324, № 5. С. 13–20.
22. Рустамов Г. А. K_∞ -робастные системы управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16, № 7. С. 435–442.
23. Рустамов Г. А. Анализ методов построения предельных робастных систем управления с большим коэффициентом усиления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 6. С. 363–373.
24. Рустамов Г. А., Фархадов В. Г., Рустамов Р. Г. Исследование K_∞ -робастных систем при ограниченном управлении // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. Т. 19, № 11. С. 699–706.
25. Рустамов Г. А., Намазов М. Б., Гасымов А. Ю., Рустамов Р. Г. Управление динамическими объектами в условиях неопределенности в точечном скользящем режиме // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 12. С. 714–722.
26. Рустамов Г. А. Некоторые проблемы реализуемости при точном решении задач управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 10. С. 555–565.
27. Levant A. Principles of 2-sliding mode design // Automatica. 2007. P. 1–11.

Problems of Setting Robust Control Systems

G. A. Rustamov, gazanfar.rustamov@gmail.com, R. G. Rustamov, Doctoral Student,
Azerbaijan Technical University, Baku, AZ1073, Azerbaijan

Corresponding author: Rustamov Gazanfar A., Professor, Dr. Sci.Tech.,
Azerbaijan Technical University, Baku, AZ1073, Azerbaijan, e-mail: gazanfar.rustamov@gmail.com

Accepted on Mart 25, 2022

Abstract

The issues of expediency of using adaptation tools in robust control systems are discussed. It is stated that purely robust systems without the use of adaptation tools, in principle, cannot provide high efficiency and versatility in solving practical problems. Robust control systems were originally conceived as non-adaptive systems (passive adaptive systems). In view of the emerging problems in solving practical problems, then a mutation occurred and works appeared under the name "Adaptive-robust systems", "Combined robust systems", etc., partially using adaptation algorithms. Setting the problem of control synthesis under conditions of uncertainty without elements of adaptation is figuratively speaking similar to "search for a black cat in a dark room, especially if it is not there" (Confucius). The most adequate from the point of view of compliance with the fundamental principles of the theory of automatic control is an approach based on an increase in the gain of an open loop. Nevertheless, here too a problem arises — an increase in the gain violates the stability of a closed system. All known research is concentrated around the solution of this problem. An integrated gain self-tuning algorithm and the corresponding circuitry and Simulink implementation scheme have been developed. The reliability of theoretical reasoning was verified by simulating a limiting robust system with self-tuning and a parametrically indeterminate object — "peak gyroscope (parametric pendulum)". Computer studies have made it possible to draw a number of positive conclusions that are of great practical importance.

Keywords: robust system, uncertainty, gain, self-tuning, control energy, Lyapunov function, peak gyroscope

For citation:

Rustamov G. A., Rustamov R. G. Problems of Setting Robust Control Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 8, pp. 406—413.

DOI: 10.17587/mau.23.406-413

References

1. Polyak B. T., Sherbakov P. S. Robust stability and control, Moscow, Nauka, 2002, 303 p. (in Russian).
2. Poljak B. T., Hlebnikov M. V., Sherbakov P. S. Control of linear systems under external perturbations: The technique of linear matrix inequalities, Moscow, USSR, 2014, 560 p. (in Russian).
3. Doyle J. C., Glover K., Khargonekar P. P., Francis B. A. State-space solution to standard H_2 and H_∞ control problem, *IEEE Trans. Automat. Control*, 1989, vol. 34, no. 8, pp. 831—846.
4. Poznjak A. S. Fundamentals of robust control (H_∞ theory), Moscow, MFTI, 1991, 128 p. (in Russian).
5. Zacepilova Zh. V., Chestnov V. N. Synthesis of regulators of multidimensional systems of specified accuracy based on root-mean-square criterion on LQ-optimization procedures, *Avtomatika i telemekhanika*, 2011, no. 11, pp. 70—85 (in Russian).
6. Balandin D. V., Kogan M. M. Algorithms for synthesis of robust control of dynamic systems, Nizhny Novgorod, NNGU, 2007, 88 p. (in Russian).
7. Utkin V. I. Sliding Modes in Optimization and Control Problems, New York, Springer Verlag, 1992, pp. 387.
8. Emeljanov V. S., Korovin S. K. New types of feedback: Control in uncertain conditions, Moscow, Nauka, 1997, 352 p. (in Russian).
9. Ho H. F., Wong Y. K., Rad A. B. Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control Design: Lyapunov Approach, *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy System*, 2001, pp. 6—11.
10. Lee H., Tomizuka M. Adaptive Traction Control. University of California, Berkeley, Department of Mechanical Engineering, September, 1995, pp. 95—32.
11. Potapenko E. M. Synthesis and comparative analysis of robust compensators of reduced order, *Izv. RAN. Teorija i sistemy upravlenija*, 1998, no. 4, pp. 65—74 (in Russian).
12. Kazurova A. E., Potapenko E. M. Possible options of design of high-precision control systems for elastic uncertain electromechanical systems, *Elektrotehnika ta elektroenergetika*, 2009, no. 2, pp. 4—14 (in Russian).
13. Bobtsov A. A., Pyrkin A. A. Adaptive and robust control with uncertainty compensation), SPb., NIU ITMO, 2013, 135 p. (in Russian).
14. Meerov M. V. Automatic control system, stable at infinitely large gain factors, *Avtomatika i telemekhanika*, 1947, vol. 8, no. 4, pp. 225—243 (in Russian).
15. Meerov M. V. Synthesis of structures of automatic control systems with high precision, Moscow, Nauka, 1967, 424 p. (in Russian).
16. Vostrikov A. S. The problem of the synthesis of regulators for automation systems: state and prospects, *Avtometrija*, 2010, vol. 46, no. 2, pp. 3—19 (in Russian).
17. Vostrikov A. S., Francuzova A. G. Synthesis of PID — regulators for nonlinear nonstationary objects), *Avtometrija*, 2015, no. 5, pp. 53—60 (in Russian).
18. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Method of Major Amplification Factors and the Effect of Localization of Movements in the Problems of Design of Automatic Control Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2009, no. 2, pp. 2—10 (in Russian).
19. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Robust Correction in Control Systems with High Gain, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 12, pp. 3—10 (in Russian).
20. Filimonov A. B., Filimonov N. B. Robust Correction of Dynamic Plants in Automatic Control Systems, *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2015, vol. 51, no. 5, pp. 478—484.
21. Rustamov G. A. Robust control system with high potential, *Izvestija Tomskogo politehnicheskogo universiteta*, 2014, vol. 324, no. 5, pp. 13—20 (in Russian).
22. Rustamov G. A. K_∞ -robust control systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2015, no. 7, pp. 435—442 (in Russian).
23. Rustamov G. A. Analysis of methods of design of robust control systems with high gain coefficient, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19, no. 6, pp. 363—373 (in Russian).
24. Rustamov G. A., Farkhadov V. G., Rustamov R. G. Research of K_∞ -robust systems with limited control, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2018, vol. 19, no. 11, pp. 699—706.
25. Rustamov G. A., Namazov M. V., Gasimov A. Y., Rustamov R. G. Control of dynamic objects in the conditions of uncertainty in a point sliding mode, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravleniye*, 2019, vol. 20, no. 12, pp. 714—722 (in Russian).
26. Rustamov G. A. Some problems of realizability in the exact solution of control problems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 10, pp. 555—565.
27. Levant A. Principles of 2-sliding mode design, *Automatica*, 2007, pp. 1—11.

I. N. Agliukov, ildariwe@gmail.com,
National Research University Higher School of Economics, Moscow, 101000, Russian Federation,

K. V. Sviatov, k.svyatov@ulstu.ru,
Ulyanovsk State Technical University, Ulyanovsk, 432027, Russian Federation,

S. V. Sukhov, ssukhov@ulireran.ru,
Ulyanovsk Branch of Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of Russian Academy of Sciences,
Ulyanovsk, 432071, Russian Federation,

Corresponding author: **Sukhov S. V.**, Cand. Sc., Ulyanovsk Branch of Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, Ulyanovsk, 432071, Russian Federation, e-mail: ssukhov@ulireran.ru

Accepted on May 16, 2022

A Method for Catastrophic Forgetting Prevention during Multitasking Reinforcement Learning*

Abstract

Reinforcement learning is based on a principle of an agent interacting with an environment in order to maximize the amount of reward. Reinforcement learning shows amazing results in solving various control problems. However, the attempts to train a multitasking agent suffer from the problem of so-called "catastrophic forgetting": the knowledge gained by the agent about one task is erased during developing the correct strategy to solve another task. One of the methods to fight catastrophic forgetting during multitask learning assumes storing previously encountered states in, the so-called, experience replay buffer. We developed the method allowing a student agent to exchange an experience with teacher agents using an experience replay buffer. The procedure of experience exchange allowed the student to behave effectively in several environments simultaneously. The experience exchange was based on knowledge distillation that allowed to reduce the off-policy reinforcement learning problem to the supervised learning task. We tested several combinations of loss functions and output transforming functions. Distillation of knowledge requires a massive experience replay buffer. Several solutions to the problems of optimizing the size of the experience replay buffer are suggested. The first approach is based on the use of a subset of the whole buffer; the second approach uses the autoencoder as a tool to convert states to the latent space. Although our methods can be applied to a wide range of problems, we use Atari games as a testing environment to demonstrate the methods.

Keywords: reinforcement learning, offline reinforcement learning, multitask learning, experience exchange, experience replay buffer, policy distillation, behavior cloning, imitation learning, catastrophic forgetting, continuous learning

Acknowledgements: The study was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research and the Government of the Ulyanovsk Region (Project No. 18-47-732006).

For citation:

Agliukov I. N., Sviatov K. V., Sukhov S. V. A Method for Catastrophic Forgetting Prevention during Multitasking Reinforcement Learning, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 8, pp. 414—419.

DOI: 10.17587/mau.23.414-419

УДК 519.711

DOI: 10.17587/mau.23.414-419

И. Н. Аглиуков, студент, ildariwe@gmail.com,
Высшая школа экономики, Москва,
К. В. Святлов, канд. техн. наук, k.svyatov@ulstu.ru,
Ульяновский государственный технический университет, г. Ульяновск,
С. В. Сухов, канд. физ.-мат. наук, ssukhov@ulireran.ru,
УФИРЭ им. В. А. Котельникова РАН, г. Ульяновск

Метод преодоления катастрофического забывания при мультизадачном обучении с подкреплением

Принцип обучения с подкреплением основан на взаимодействии агента с окружением в целях максимизации своей награды. Обучение с подкреплением показывает очень хорошие результаты в решении различных задач управления. Тем не менее, попытки обучить интеллектуального агента эффективно решать несколько задач страдают от проблемы так называемого "катастрофического забывания". Полученные агентом знания об одной задаче вытесняются информацией в ходе выработки правильной стратегии для другой. Одним из методов предотвращения катастрофического

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Ульяновской области (проект № 18-47-732006).

забывания при многозадачном обучении является обучение агента на сохраненных в буфере опыта ранее встреченных состояниях. Разработанный нами метод позволяет обучить агента тому, как эффективно вести себя в нескольких средах одновременно на основе обмена опытом с агентами-учителями, используя буфер опыта. Обмен опытом основан на распространенном в глубоком обучении подходе, называемом дистилляцией знаний. Дистилляция знаний позволила свести задачу с подкреплением к задаче обучения с учителем. В ходе исследований были протестированы и выбраны максимально успешные сочетания различных функций потерь и способов преобразования выходных слоев нейросетей. Метод дистилляции знаний требует хранения огромного буфера состояний. Предложены несколько методик оптимизации хранения буфера: использование части буфера и сжатие состояний во внутреннее представление нейросети с помощью автокодировщика. В качестве тестового окружения для экспериментов использовались игры Atari.

Ключевые слова: обучение с подкреплением, автономное обучение с подкреплением, мультизадачное обучение, обмен опытом, буфер опыта, дистилляция стратегии, клонирование поведения, имитационное обучение, катастрофическое забывание, непрерывное обучение

Introduction

General-purpose robotic systems should possess a wide variety of skills. The ability to acquire different skills is an essential feature of intelligent agents (IAs) to ensure their intelligent behavior. The principle of reinforcement learning ensures a general approach for robotic systems to acquire new skills. During reinforcement learning, intelligent agents interact with their surroundings and try to maximize their reward [1]. Current reinforcement learning methods are rather inefficient and assume the learning to occur by trial-and-error method during millions of attempts. Such inefficiency is not critical in a case of an agent learning a single task in a virtual environment. However, training becomes very time-consuming for a robotic platform multitask training in a real-world environment [2]. A large amount of time required to learn a single skill makes the multitask robotic platform very difficult to implement [3]. Hence, interest exists in the development of methods to speed up the learning process of IAs. One of the possible methods for accelerated training of an agent is the borrowing of experience from other agents [4]. To store and exchange experiences more efficiently, one needs to create a compact representation of knowledge. Thus, further research is needed in multitask reinforcement learning and knowledge exchange between AIs [5] and robotic systems [6].

The peculiarities of multitasking reinforcement learning

Many multitask reinforcement learning approaches assume simultaneous availability and accessibility of the data for all the tasks at an arbitrary instant of time. Such an approach can be unrealistic for robots learning a single problem at any instant of time. Multitask learning can be organized by training several agents each on a separate task with a consequent merging of the acquired experiences inside one agent (experience exchange). Currently, several groups sug-

gested several methods for the implementation of experience exchange between IAs during reinforcement learning. One of these methods is imitation learning (also known as ‘learning from demonstration’) [7]. During imitation learning, the student agent is learning by repeating the actions of an expert agent. Another method of experience exchange between IAs is policy distillation (or behavior cloning). The term ‘distillation’ usually assumes that the exchange of policies occurs as a result of supervised learning of the student agent on a dataset (set of states and corresponding actions) provided by the expert agent [8–10]. One another method of experience exchange between IAs is offline reinforcement learning [11]. This method is based on the postulate that online interaction with an environment is impractical in a majority of cases: data collection can be a very slow and laborious procedure (for example, in robotics) or it can be very dangerous (for example, during autonomous driving or in medicine). Offline learning reuses previously collected data stored in, the so-called, experience replay buffer without acquiring additional data from the environment [11]. However, during offline learning, an agent can get into the state not stored in the buffer. Thus, to improve the training process, the agent still needs periodic interaction with an environment to get additional data.

In the case of partially observed states, the process of decision-making during reinforcement learning is not Markovian anymore; in this case, one needs to consider previous states encountered by the agent. Storing the sequential states in a buffer could require additional computer memory. The excessive use of computer memory is even more probable during multitask learning. The size of the stored experience replay buffer can be decreased if one uses compressed representations of states. One can use autoencoders to translate the states into compressed latent representations [12, 13].

An additional problem of multitask learning is the retaining of the skills acquired by an agent at

earlier stages. This can be a nontrivial task for IA because of the problem of catastrophic forgetting well known in machine learning [14]. There are several approaches to fight catastrophic forgetting [15]. The simplest one assumes joint training on all the data previously encountered by an agent. The experience replay buffers suit well for this purpose.

In this paper, we investigate the mechanisms of experience exchange between intelligent agents in reinforcement learning tasks. The agents are located in partially observable states. To implement the experience exchange, we use the distillation method reducing the reinforcement learning to a supervised learning problem. We tested several methods for downsizing the stored experience replay buffer. We demonstrate the possibility of the prevention of catastrophic forgetting when an agent uses its own previously stored buffer.

Experience exchange between intelligent agents on the base of compressed representations of the states of an environment

In this paper, we present an approach that allows to merge the experiences acquired by several agents into a single multitask agent. The problem statement is in the following. Two intelligent agents are trained each on its own task. These two pretrained agents serve as teachers. The student agent is a copy of one of the teacher agents. We search for a way to teach the student agent the skills of the second teacher. During learning the skills of the second teacher, it should be ensured that the student does not forget previous skills.

At the first stage, we train the teacher agents with a deep Q-learning (DQN) algorithm [16]. In this approach, IA learns the value $Q(s, a)$ of certain action a in a specific state s . In each step, an agent chooses an action with the largest value. In this approach, after every interaction with an environment, the agent stores into an experience replay buffer the current state s , the action taken a , the reward for this particular action r , the next state s' , and the variable indicating the terminal state. The buffer allows for efficient use of previous experience through its continuous rehearsing. The variant of Q-learning used in the current paper is called Dueling-DQN [17]. In this approach, the neural network consists of two evaluating networks. One network predicts the weighted average of Q-function over all the actions $V(s)$. Another network predicts the advantage of every action:

$$A(s, a) = Q(s, a) - V(s).$$

These two estimates are combined inside a separate layer to get the current value of the Q-function.

At the second stage, we transfer the knowledge to the student agent using distillation [18]. Within this approach, the student receives a batch of states out of the experience replay buffer of the teacher and outputs state-action Q-values ($Q_{student}$). We compare student's Q-values to the ones of teacher agents ($Q_{teacher1}$, $Q_{teacher2}$) for the same states and correct the weights of student's neural network. Using this method, we reduce the reinforcement learning problem down to supervised learning. To prevent catastrophic forgetting, one needs to satisfy an additional condition: the Q-values of student agent with new knowledge should not differ from the student's previous Q-values. Accordingly, we use the following loss function:

$$Loss = loss_1(Q_{teacher1}, Q_{student}) + loss_2(Q_{teacher2}, Q_{student}),$$

where $loss_1$ and $loss_2$ show the divergence between Q-functions of the student and the teacher (Fig. 1). Our approach reminds behavior cloning [8], however, it is applied not to the behavioral policy, but to the Q-function.

Experience replay buffers can occupy an enormous amount of computer memory. We tested several approaches to decrease the buffer size. One of the approaches is based on selective storage of the encountered states. The first option is to use only a certain amount of the latest states. The second option is to use the subsampling of the states encountered by an agent. We use the following algorithm for the subsampling. On arrival into some state, we generate a random key from the uniform distribution $U[0, 1]$. The current state is added into the experience replay buffer if the key is larger than B/t , where B is the current buffer size, t is the state's order number. The disadvantage of this option is that stored states are

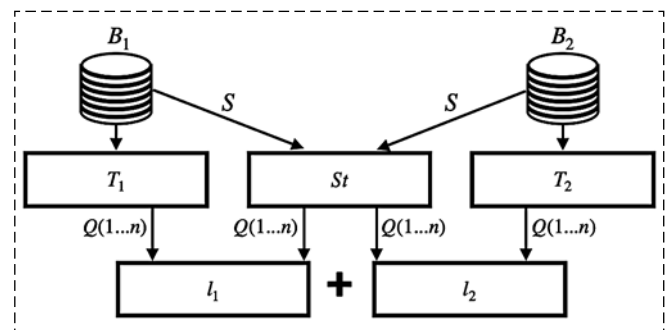


Fig. 1. The scheme of experience exchange between IAs. B_i is the experience replay buffer of i -th environment, S is the batch of states, T_i is the teacher agent for the i -th environment, St is the student agent, Q are the state-action values for the student and teachers, l_i is the loss function for the i -th environment

not consecutive, which is a problem in the case of partially observable states. The solution could be the simultaneous storage of several consecutive states at once. However, storing the series of states can lead to the excessive use of computer memory. One another approach to decrease the size of the buffer is to compress the representation of stored states. To perform the compression, we use an autoencoder [13]. Autoencoders are standard instruments of machine learning for dimensionality reduction of data. The buffer compressed by an encoder can be further restored by the decoder and used for experience exchange between the agents.

Computational test

As an example of the application of the developed multitask learning method, we used IAs trained to play Atari games in OpenAI environment [19]. We should note that the developed algorithm is general and can be used in other environments and robotic systems.

For experience exchange experiments, we trained five agents on different Atari games. Image frames received from the environments were stacked into four frames per state following the original paper of DeepMind [16]. This stacking is related to the fact that each frame represents the partially observable state (for example, the frame does not contain information about the speed of objects). Among five environments, we chose the agents having the same number of actions: two agents (Atlantis and Breakout) had 4 action options; three agents (Demon Attack, Pong, and Up and Down) had 6 options for action. As DQN learning is very time-consuming, we trained the agents only to the level comparable to human abilities to play these games. Maximum points scored by the agents in different games are shown in Table 1.

In the process of agents training, we stored the replay buffer (10^5 states for Atlantis and Breakout games, $2 \cdot 10^5$ states for Pong, Demon Attack, and

Table 1

Scored points for the environments used in the paper

Environment	Random behavior	Human	DQN agent
Atlantis	~13 000	~29 000	~3 000 000
Breakout	~2	~30	~350
Demon Attack	~150	~3400	~30 000
Pong	~-21	~9	~20
Up And Down	~533	~9 000	~16 000

Table 2

Dimensions of the replay buffers

Environment	Atlantis	Breakout	Demon Attack	Pong	Up And Down
Amount of the states in the buffer, 10^6	4	4	21,4	0,8	14,6
The dimension of the total buffer, Gb	26,29	26,29	140,63	5,26	95,94
The dimension of the compressed buffer, Gb	0,95	0,95	5,1	0,2	3,48

Up and Down games). These buffers served as the base for later experience exchange. Different environments require different times to achieve an optimal score; this fact determines the different sizes of stored buffer (Table 2).

During training, we used the batch consisting of 16 states for every environment. To optimize the gradient descent, we used the Adam optimizer [7] with a learning rate $6,25 \cdot 10^{-4}$. The number of iterations of the algorithm was 10^6 .

The evaluation of the quality of the models was performed as follows. In every environment, the trained agent was tested ten times during 12 500 consecutive states. After that, we calculated the mean and standard deviation for the points scored during every test.

As an alternative to our method of experience exchange, we tested offline learning. In this approach, the student agent learns the effective behavior in two environments by training with the DQN algorithm on a combined buffer of teacher agents. This approach resulted in a fast loss of performance in the previously learned environment and in the absence of the learning progress in the new environment (Table 3).

At the next stage, we tested the methods of experience exchange between IAs on the base of distillation with additional buffer compression methods.

As the first option, we used an approach based on storing only the part of the total buffer obtained dur-

Table 3

Comparison of the loss functions for Pong and Up-and-Down games. The mean and standard deviation of the scored points are provided

Environment	Offline learning	Mean square loss	Kullback-Leibler loss	Binary cross-entropy loss
Pong	$-19,9 \pm 5,05$	$15,50 \pm 1,59$	$15,67 \pm 0,93$	$15,54 \pm 0,86$
Up and Down	3878 ± 186	5111 ± 1256	4347 ± 943	6336 ± 886

ing initial training. A large number of stored states requires enormous computer memory to accommodate the whole buffer (Table 2). For example, the size of the buffer for the Demon Attack game amounted to 140 Gb. To decrease the size of the buffer, we used $8 \cdot 10^5$ latest states for every game. The output values of Q-functions were modified with the argmax function (to single out the only action) or with the softmax function (to take into account the probability of every action); the modified values were supplied into the loss function. The best results were achieved with the softmax function combined with binary cross-entropy as a loss function. This combination allowed the student agent to achieve scores comparable with that of teacher agents (Table 3).

The use of the argmax function demonstrated learning instability. During the initial epochs of training, the agent adopted the ability to adequately behave in two environments. However, during further training, there occurred a surge in the loss function with the agent’s sudden loss of the ability to have productive interaction with the environments.

Besides binary cross-entropy, we used mean-square and Kullback-Leibler losses. As one can see from Table 3, all these loss functions adequately solve the problem.

The next option to decrease the buffer size is selective storage of encountered states as was described in the previous section. Each entry in the buffer con-

sisted of four consecutive states determined by their partial observability. We collected two buffers 20 000 states each for games Pong and Up-and-Down. When training on this subsampled buffer, the student agent did not show high scores compared to training on the final part of the total buffer. The following scores were achieved: $13,66 \pm 0,86$ for the Pong game and 2804 ± 255 for Up-and-Down.

The next method of decreasing the size of the buffer was based on the transformation of the frames of the games into a latent space of auto-encoder. For every environment, the autoencoder with latent space 64 was trained on the total buffer (Fig. 2). Autoencoder was trained on batches of 25 states. We used the Adam optimizer with a learning rate 0,0005. All the states were compressed with a coder and stored on a computer drive that allowed to reduce the representation of the state of the environment from $84 \text{ (int)} \times 84 \text{ (int)} \times 4 = 28\,224$ bytes down to $64 \text{ (float32)} \times 4 = 1024$ bytes. The autoencoder allowed to reduce the buffer size by 27 times (Table 2); that way the buffer fully fitted into computer memory. The process of experience exchange had just a small modification: during the training of the student agent, the stored states should be decompressed with a decoder. After the training of student agent on a compressed buffer, the efficiency of its behavior became comparable to that of teacher agents (Table 4). Table 4 shows the results for the softmax function at the output of the network combined with the binary cross-entropy loss function. The only problem with the proposed method of buffer compression is the limitations of the autoencoder: the peculiarities of the autoencoder’s compression could make it difficult to encode some essential parts

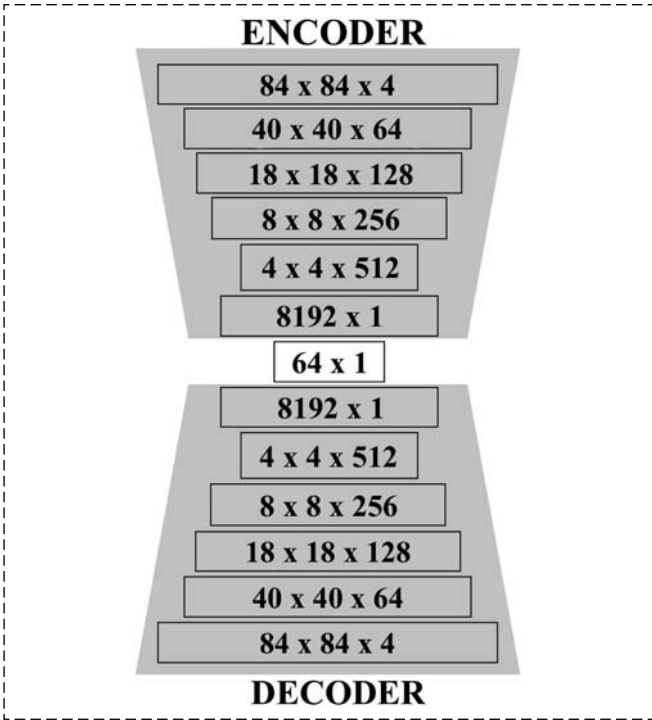


Fig. 2. The architecture of the autoencoder used for the compression of the states of the game environments

Table 4

The outcome of experience exchange			
Teacher 1 Teacher 2	Teacher’s score	Student’s score (training on a part of the buffer)	Student’s score (training on latent re- presentations)
Atlantis	271856 ± 132507	233824 ± 178721	180000 ± 17200
Breakout	212,3 ± 45,3	199,9 ± 52,8	8,4 ± 2
Demon Attack	9251 ± 3301	6169 ± 2599	9284 ± 2987
Up and Down	6608 ± 918	4526 ± 329	4892 ± 470
Pong	15,9 ± 1,43	15,54 ± 0,86	15,43 ± 0,78
Up and Down	6607 ± 918	6336 ± 886	6397 ± 686

of an image. For example, for the Breakout game, the autoencoder could not encode the image of the ball. As a result, experience exchange did not work for this particular case.

Conclusion

We proposed and tested the variant of behavior cloning where Q-function is used instead of policy. The behavior cloning in our case had the additional feature: with our method, the student agent learned the behavior of a teacher agent without losing the ability to perform previously learned tasks. This was achieved by utilizing both the teacher's and its own experience replay buffers. The outcomes of experience exchange are shown in Table 4. One can see that the performance of student agents is comparable to that of teachers. One can conclude that our method successfully handles catastrophic forgetting and can be used in multitask reinforcement learning.

The methods of decreasing the dimensions of experience replay buffer (using the latest encountered states or using the latent representations) allowed to significantly reduce the usage of computer memory without the significant deterioration of the accuracy of experience exchange. The use of latent features allowed to decrease the amount of memory for storing the buffer. However, it increased the time of agent's training as the states should have been first decompressed to be used in knowledge distillation. This method had additional limitations due to the peculiarities of the encoding-decoding procedure. To be used in full, the autoencoder's compression quality needs further improvements.

References

1. Shmygun A. A., Ermolaeva L. V., Zakharov N. V. Obucheniye s podkrepleniem, *Novaya Nauka: sovremennoye sostoyaniye i puti razvitiya*, 2016, no. 12-3, pp. 189–191, available at: https://elibrary.ru/download/elibrary_27724493_81982095.pdf (in Russian).
2. Ecoffet A., Huizinga J., Lehman J. J., Stanley K. O., Clune J. First return, then explore, *Nature*, 2021, vol. 590, no. 7847, pp. 580–586, DOI: 10.1038/s41586-020-03157-9.
3. Kalashnikov D., Irpan A., Pastor P., Ibarz J., Herzog A., Jang E., Quillen D., Holly E., Kalakrishnan M., Vanhoucke V., Levine S. Qt-opt: Scalable deep reinforcement learning for vision based robotic manipulation, *arXiv preprint arXiv:1806.10293*, 2018, available at: <https://arxiv.org/abs/1806.10293>.
4. Da Silva F. L., Taylor M. E., Costa A. H. R. Autonomously reusing knowledge in multiagent reinforcement learning, *Proc. 27th Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence*, 2018, pp. 5487–5493, available at: <https://www.ijcai.org/proceedings/2018/0774.pdf>.
5. Koroteev M. V. Obzor nekotorykh sovremennykh tendentsiy v tehnologiyah mashinnogo obucheniya, *E-Management*, 2018, pp. 30–31 (in Russian).
6. Lesort T., Lomonaco V., Stoian A., Maltoni D., Filliat D., Díaz-Rodríguez N. Continual learning for robotics: Definition, framework, learning strategies, opportunities and challenges, *Information Fusion*, 2020, vol. 58, pp. 52–68, DOI: 10.1016/j.inffus.2019.12.004.
7. Ross S., Gordon G., Bagnell A. A reduction of imitation learning and structured prediction to no-regret online learning, *Journal of Machine Learning Research*, 2011, vol. 15, pp. 627–635, available at: <http://proceedings.mlr.press/v15/ross11a>.
8. Parisotto E., Lei Ba J., Salakhutdinov R. Actor-mimic: Deep multitask and transfer reinforcement learning, *arXiv preprint arXiv:1511.06342*, 2015, available at: <https://arxiv.org/abs/1511.06342>.
9. Teh Y. W., Bapst V., Czarnecki W. M., Quan J., Kirkpatrick J., Hadsell R., Heess N., Pascanu R. Distral: Robust multitask reinforcement learning, *Proc. 31st Int. Conf. on Neural Information Processing Systems*, 2017, pp. 4499–4509, available at: <https://proceedings.neurips.cc/paper/2017/hash/0abdc563a06105aee3c6136871c9f4d1-Abstract.html>.
10. Rusu A. A., Colmenarejo S. G., Gulcehre C., Desjardins G., Kirkpatrick J., Pascanu R., Mnih V., Kavukcuoglu K., Hadsell R. Policy distillation, *arXiv preprint arXiv:1511.06295*, 2015. URL: <https://arxiv.org/abs/1511.06295>.
11. Levine S., Kumar A., Tucker G., Fu J. Offline reinforcement learning: Tutorial, review, and perspectives on open problems, *arXiv preprint arXiv:2005.01643*, 2020. URL: <https://arxiv.org/abs/2005.01643>.
12. Ballard D. Modular learning in neural networks, *Proc. 6th National Conf. on Artificial Intelligence*, 1987, vol. 1, pp. 279–284, available at: <https://www.aaai.org/Library/AAAI/1987/aaai87-050.php>.
13. Akinina N. V., Akinin M. V., Sokolova A. V., Nikiforov M. B., Taganov A. I. Avoenkoder: podhod k ponizheniyu razmernosti vektornogo prostanstva s kontroliruemoy poterej informatsii // *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tehnicheskie nauki*. 2016. no. 9. pp. 3–12, available at: https://elibrary.ru/download/elibrary_27277969_89179513.pdf (in Russian).
14. McCloskey M., Cohen N. J. Catastrophic Interference in Connectionist Networks: The Sequential Learning Problem, *Psychology of learning and motivation*, 1989, vol. 24, pp. 109–165, DOI: 10.1016/S0079-7421(08)60536-8.
15. Sukhov S., Leontev M., Miheev A., Sviatov K. Prevention of catastrophic interference and imposing active forgetting with generative methods, *Neurocomputing*, 2020, vol. 400, pp. 73–85, DOI: 10.1016/j.neucom.2020.03.024.
16. Mnih V., Kavukcuoglu K., Silver D., Rusu A. A., Veness J., Bellemare M. G., Graves A., Riedmiller M., Fidjeland A. K., Ostrovski G., Petersen S., Beattie C., Sadik A., Antonoglou I., King H., Kumaran D., Wierstra D., Legg S., Hassabis D. Human-level control through deep reinforcement learning, *Nature*, 2015, vol. 518, no. 7540, pp. 529–533, DOI: 10.1038/nature14236.
17. Wang Z., de Freitas N., Lanctot M. Dueling Network Architectures for Deep Reinforcement Learning, *Int. Conf. on Machine Learning*, 2015, pp. 1995–2003, available at: <http://proceedings.mlr.press/v48/wangf16.html>.
18. Biryukova V. A. Tehnologiya distillyatsii znanij dlya obucheniya nejronnyh setej na primere zadachi binarnoy klassifikatsii, *Intellektual'nye sistemy. Teoriya i prilozheniya*, 2020, vol. 24, no. 2, pp. 23–52, available at: <http://intsysjournal.ru/pdfs/24-2/Biryukova.pdf> (in Russian).
19. Brockman G., Cheung V., Pettersson L., Schneider J., Schulman J., Tang J., Zaremba W. Openai gym, *arXiv preprint arXiv:1606.01540*, 2016, available at: <https://arxiv.org/abs/1606.01540>.

С. В. Манько, д-р техн. наук, проф., manko@mirea.ru, В. М. Лохин, д-р техн. наук, проф., cpd@mirea.ru,
Н. В. Крайнов, магистр, cpd@mirea.ru, А. Н. Малько, аспирант, malkorussia@gmail.com,
МИРЭА — Российский технологический университет, г. Москва

Алгоритмы интеллектуального управления реконфигурируемыми роботами в компоновке колеса и многоагентными системами на их основе

Проводится краткий анализ ключевых проблем развития мехатронно-модульных роботов с адаптивной кинематической структурой, оперативная реконфигурация которой осуществляется в автоматическом режиме в зависимости от особенностей выполняемой прикладной задачи и условий ее решения. Показано, что среди множества проблем развития мехатронно-модульных роботов такого типа одна из наиболее острых проблем связана с обеспечением функций внешнего осязания. Сформирован оригинальный подход к созданию перспективных образцов нового поколения реконфигурируемых робототехнических систем с расширенным набором сенсорных, моторно-двигательных и других свойств на основе комплексной интеграции мехатронно-модульных структур с ограниченным набором функциональных возможностей. Утверждается, что практическая реализация предложенного подхода допускает различные способы практического воплощения и, по существу, сводится к формированию многоагентной системы, объединяющей в единой компоновке взаимодействующие мехатронно-модульные структуры, движения которых должны быть синхронизированы. В качестве примера рассмотрены два принципиально различных варианта оснащения реконфигурируемого робота в компоновке колеса мехатронно-модульной шагающей "платформой", несущей средства технического зрения и способной перемещаться вдоль базовой кинематической структуры в противоход к ее движению. Разрабатываются алгоритмы автоматического формирования, реконфигурации и управления движением для мехатронно-модульных роботов в компоновке колеса с сенсорной шагающей платформой. Обсуждаются пути построения средств планирования поведения и координации взаимодействий автономных реконфигурируемых роботов с использованием механизмов доски объявлений. Приводятся результаты экспериментальных исследований и компьютерного моделирования, подтверждающие работоспособность и эффективность представленных алгоритмов.

Ключевые слова: мехатронно-модульные реконфигурируемые роботы, многоагентные робототехнические системы, алгоритмы интеллектуального управления

Введение

Реконфигурируемые мехатронно-модульные роботы (РММР) представляют большой интерес для широкого спектра приложений. Актуальность тематики определяется возможностями разработки автономных робототехнических систем с уникальным набором свойств, включая многофункциональность, повышенную проходимость, надежность и самовосстанавливаемость, а также адаптивность кинематической структуры и ее реконфигурируемость в соответствии с особенностями текущей ситуации [1–4]. Создание перспективных образцов РММР сопряжено с необходимостью проведения исследований по целому ряду направлений, включая совершенствование конструкций типовых мехатронных модулей (ММ) и принципов построения интеллектуальных

систем управления с распределенной структурой, развитие средств и методов сетевой связи, самодиагностики и самообучения [2, 4–13]. Важнейшее место в этом ряду отводится вопросам интеграции мехатронно-модульных структур с ограниченным набором функциональных возможностей для формирования автономных роботов с расширенным спектром свойств, объединяемых в составе единой компоновки.

Развитие принципов построения реконфигурируемых мехатронно-модульных роботов на основе технологий группового управления

Среди множества проблем развития РММР одна из наиболее острых связана с обеспечением функций внешнего осязания. Попытки ее

решения, предпринятые в ряде разработок, привели к созданию специализированных ММ со встроенными средствами технического зрения (рис. 1, см. вторую сторону обложки) [3, 14, 15].

Естественно, что конструктивное исполнение ММ в каждом конкретном случае предусматривает те или иные способы их взаимного сопряжения с помощью стыковочных площадок. Тем не менее, наличие унифицированных интерфейсов отнюдь не всегда позволяет гарантировать возможность интеграции специализированного ММ с телекамерой в состав реконфигурируемых роботов даже для базовых компоновок (рис. 2). В связи с этим новые подходы к обеспечению адаптивных свойств и функциональных возможностей РММР представляют несомненный интерес.

Концепция создания реконфигурируемых робототехнических систем с расширенным набором сенсорных, моторно-двигательных и других свойств на основе комплексной интеграции мехатронно-модульных структур с ограниченным набором функциональных возможностей допускает различные способы своего практического воплощения.

Практическим подтверждением возможности реализации указанной концепции служат результаты исследований, которые проводятся в РТУ МИРЭА и наглядно иллюстрируются примером оснащения реконфигурируемого робота в компоновке колеса мехатронно-модульной шагающей "платформой", несущей средства технического зрения и способной перемещаться вдоль базовой кинематической структуры в противоход к ее движению. По существу, такой подход сводится к формиро-

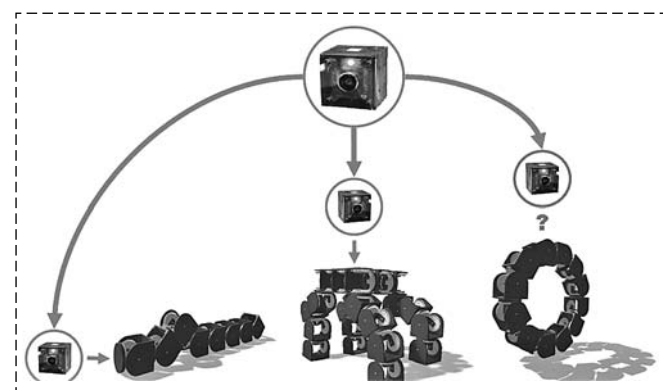


Рис. 2. Варианты размещения специализированного модуля со встроенной телекамерой в составе базовых компоновок реконфигурируемых роботов

Fig. 2. Options for placing a specialized module with built-in camera in the basic configurations of reconfigurable robots

ванию многоагентной системы с как минимум двумя взаимодействующими роботами, движения которых должны быть синхронизированы.

Алгоритмы интеллектуального управления многоагентной системой на базе реконфигурируемого робота в компоновке колеса с сенсорной шагающей платформой

Концептуальный облик многоагентной системы на базе РММР в компоновке колеса с сенсорной шагающей платформой показан на рис. 3 (см. вторую сторону обложки): общий вид представлен на рис. 3, а, конструкция и макетный образец типового мехатронного модуля, являющегося основным структурным элементом системы, показаны на рис. 3, б. Сенсорная шагающая платформа с двумя конечностями, виртуальная модель и кинематическая схема которой приведены на рис. 3, в, г, включает в свой состав специализированный модуль со встроенной системой технического зрения. Алгоритмическая реализация процесса поступательного движения РММР в компоновке колеса предполагает потактовую обработку каждым элементом замкнутой кинематической структуры того значения обобщенной координаты, которое соответствовало состоянию его предшественника в предыдущий момент времени.

При этом на контроллер каждого ММ возлагается ряд элементарных проверок, определяющих выбор необходимого значения обобщенной координаты:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ЕСЛИ } dir = 1 \text{ И } n \leq N - 1, \\ \text{ТО } \varphi_n(t + 1) = \varphi_{n+1}(t); \\ \text{ЕСЛИ } dir = 1 \text{ И } n = N, \\ \text{ТО } \varphi_n(t + 1) = \varphi_1(t); \\ \text{ЕСЛИ } dir = -1 \text{ И } 1 < n \leq N, \\ \text{ТО } \varphi_n(t + 1) = \varphi_{n-1}(t); \\ \text{ЕСЛИ } dir = -1 \text{ И } n = 1, \\ \text{ТО } \varphi_n(t + 1) = \varphi_N(t), \end{array} \right\} \quad (1)$$

где $dir = (1, -1)$ — логическая переменная, определяющая прямое или обратное направления движения РММР в компоновке колеса; $n = (1, \dots, N)$ — порядковый номер ММ в составе кинематической цепи; $N \geq 6$ — общее число мехатронных модулей; $\varphi_n(t)$ — значение обобщенной координаты на такте t .

Анализ приведенного алгоритма показывает, что значение перемещения, совершаемого колесообразным роботом в течение одного такта, соответствует длине ММ. Эта особенность является принципиальной для разработки конструкции и алгоритма походки шагающей платформы, которая должна перемещаться вдоль кинематической цепи РММР в компоновке колеса. Значения обобщенных координат по ходу регулярного изменения положения конечностей шагающей платформы в процессе ее перемещения вдоль кинематической цепи движущегося в противоположном направлении "колеса" вычисляются из чисто геометрических соображений.

Будем считать, что реализуемая походка соответствует сценарию "приставного шага", а движение каждой из конечностей (состоящей из трех типовых ММ) осуществляется в течение одного такта. В этом случае продолжительность одного шага составляет два такта, за которые положение "колеса" изменится на расстояние $2L$, равное размеру двух ММ. Углы поворота сочле-

нений, обеспечивающие движение конечностей на очередном шаге, определяются параметрами равностороннего треугольника (рис. 4, см. третью сторону обложки) со сторонами, равными $2L$, и составляют $\alpha = 60^\circ$ и $\beta = 30^\circ$. Таким образом, алгоритм походки специализированной шагающей платформы может быть задан в виде последовательной смены состояний ее конечностей, показанной в табл. 1.

Таблица 1
Table 1

Алгоритм движения двуногой шагающей платформы с циклической сменой состояний конечностей
Movement algorithm of the bipedal walking platform with a cyclic change of states of the limbs

№ такта	t				$t + 1$				$t + 2$			
Состояние конечностей												
Модуль	1a	1b	2a	2b	1a	1b	2a	2b	1a	1b	2a	2b
Угол поворота	0°	0°	0°	0°	-30°	60°	30°	-60°	0°	0°	0°	0°

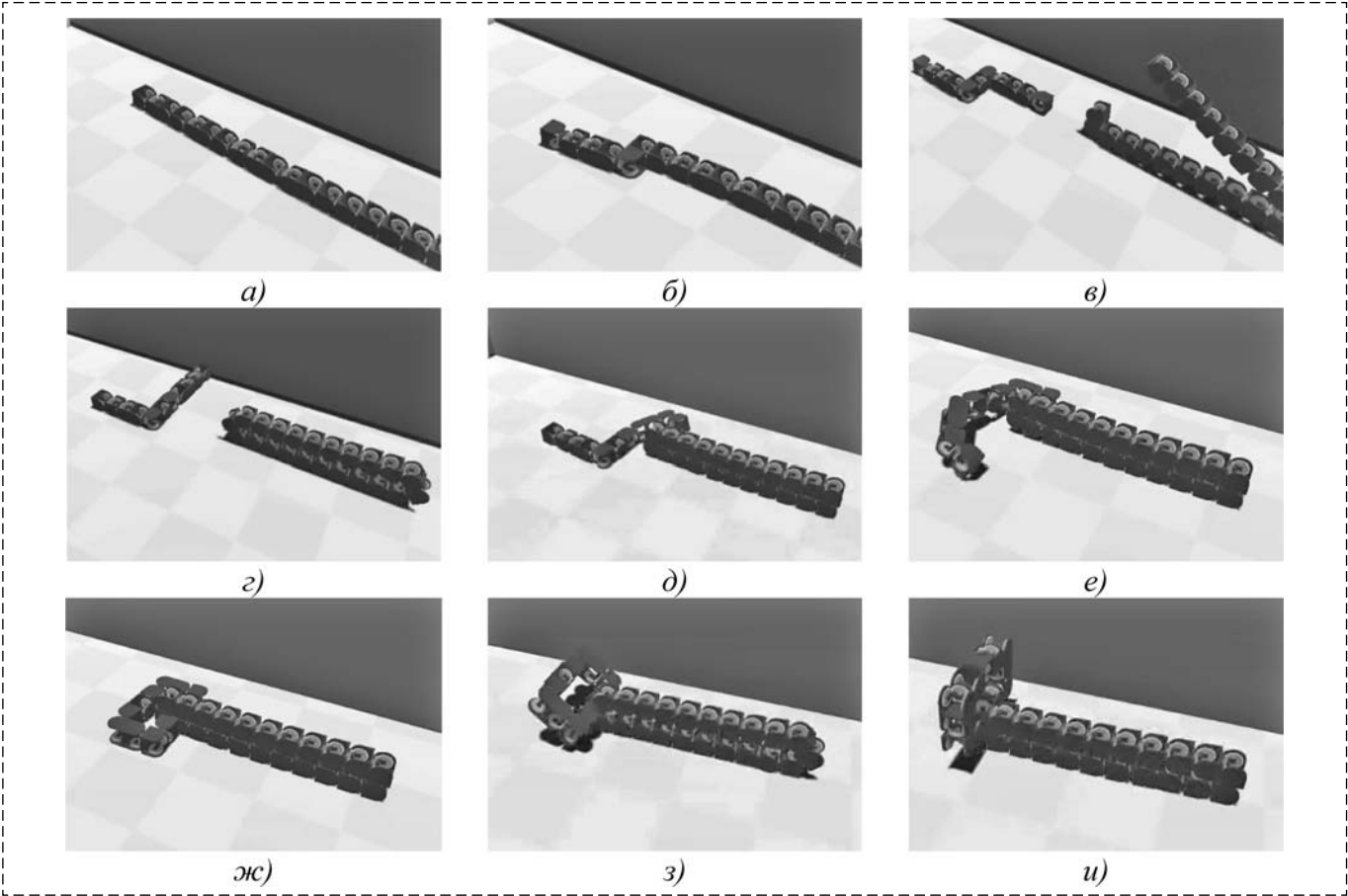


Рис. 5. Автоматическая трансформация мехатронно-модульного робота с переходом из линейной конфигурации в компоновку колеса с сенсорной шагающей платформой
Fig. 5. Automatic transformation of the mechatronic-modular robot from a linear configuration into composition of a wheel-configuration modular robot with walking sensory platform

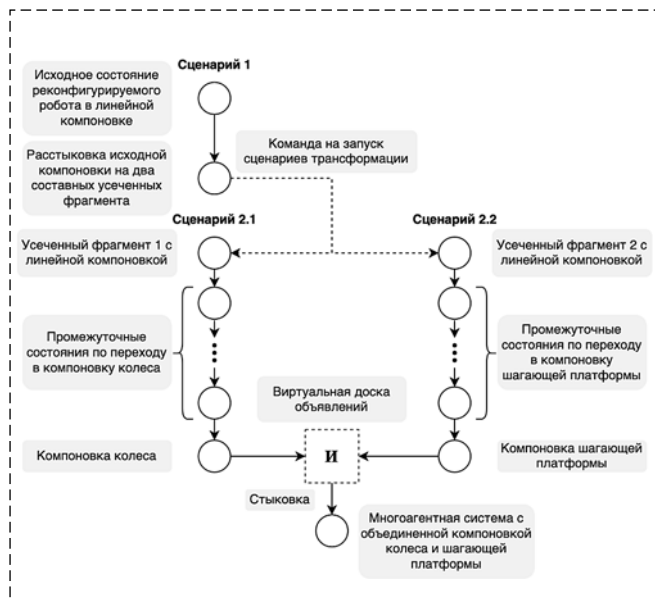


Рис. 6. Сценарные модели управления процессом автоматического формирования многоагентной системы с реконфигурируемыми роботами в компоновке колеса и сенсорной шагающей платформы

Fig. 6. Scenario models to control the process of automatic formation of the multi-agent system of a wheel-configuration modular robot with walking sensory platform

Ключевой аспект, определяющий целесообразность всей концепции создания РММР в компоновке колеса с сенсорной шагающей платформой, связан с автоматизацией процесса формирования такой системы. Один из способов ее автоматического синтеза предполагает разделение линейной мехатронно-модульной структуры на два фрагмента (рис. 5, а), поэтапно трансформируемых в конфигурации колеса и шагающей платформы (рис. 5, б—е), которые осуществляют взаимную стыковку (рис. 5, ж—и).

Сценарные модели управления процессом автоматического формирования многоагентной системы, объединяющей в своем составе два РММР — в компоновке колеса и сенсорной шагающей платформы, реализуются в виде соответствующих конечных автоматов, взаимодействие которых (рис. 6) обеспечивается привлечением механизмов доски объявлений для обмена данными о достижении необходимых состояний.

Модели и алгоритмы интеллектуального управления конфигурацией мехатронно-модульного робота в компоновке колеса

Адаптивные свойства автономного робота во многом определяются составом и эффек-

тивностью интеграции сенсорных, моторно-двигательных и поведенческих функций, реализуемых в его интеллектуальной системе управления. В связи с этим для мехатронно-модульного робота в компоновке колеса принципиально важным аспектом обеспечения адаптивности является возможность управления конфигурацией с учетом сенсорной информации об окружающей обстановке при движении в туннелях, катакомбах и т. д.

Примем для простоты, что мехатронно-модульная структура в компоновке колеса включает в свой состав четное число звеньев и имеет симметричную форму, определяемую углами φ и β , которые обеспечивают сопряжение боковых скатов и горизонтальных пролетов (рис. 7). Тогда, обозначив n_B и n_T — число модулей в боковых скатах и горизонтальных пролетах колеса соответственно, выражение для общего числа элементов структуры можно представить следующим образом:

$$N = 2M = 2(n_B + n_T), \quad (2)$$

где

$$M = n_B + n_T; n_B \geq 1, n_T \geq 1; \quad (3)$$

N — общее число модулей в составе кинематической структуры.

При этом значения обобщенных координат звеньев РММР в компоновке колеса должны определяться с учетом соответствующих ограничений:

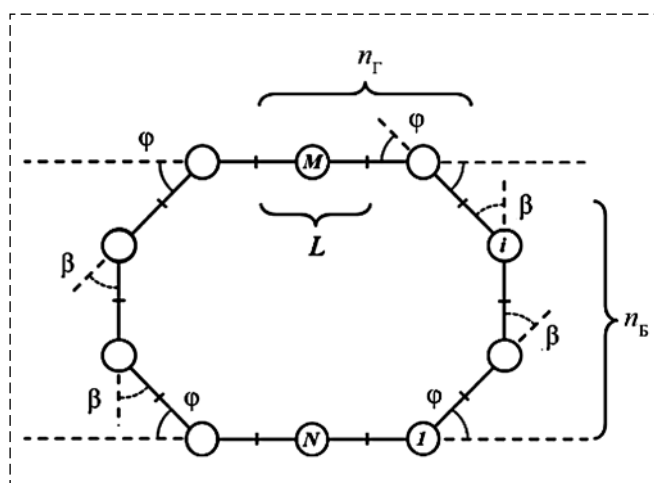


Рис. 7. Обобщенная кинематическая структура мехатронно-модульного робота в компоновке колеса

Fig. 7. Generalized kinematic structure of the mechatronic-modular robot in a wheel configuration

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{1Б} &= \varphi \text{ при } n_B = 1; \\ \varphi_{1Б} &= \varphi \text{ и } \varphi_{n_B} = 2\beta = 180^\circ - 2\varphi \text{ при } n_B = 2; \\ \varphi_{1Б} &= \varphi, \varphi_{2Б} = \varphi_{n_B} = \beta = 90^\circ - \varphi \text{ при } n_B \geq 3; \\ \varphi_{3Б}, \dots, \varphi_{n_B-1} &= 0^\circ \text{ при } n_B > 3; \\ \sum_i^{n_B} \varphi_{iБ} &= 180^\circ - \varphi; \\ \varphi_{1Г} &= \varphi; \varphi_{2Г}, \dots, \varphi_{n_G} = 0^\circ \text{ при } n_G > 1. \end{aligned} \right\} (4)$$

Очевидно, что конфигурация колесообразной компоновки будет характеризоваться распределением модулей между боковыми скатами и горизонтальными пролетами. Исходя из практических соображений (например, при оснащении мехатронно-модульного колеса шагающей платформой) протяженность горизонтального пролета n_G может быть ограничена заданным числом звеньев $n_{Г\min}$:

$$n_{Г\min} \leq n_G \leq M - 1. \quad (5)$$

Это ограничение позволяет оценить возможные изменения числа звеньев в боковых скатах модульного колеса в ходе его трансформации:

$$1 \leq n_B \leq M - n_{Г\min}. \quad (6)$$

В свою очередь, вертикальный размах мехатронно-модульного колеса определяется конфигурацией его бокового ската (рис. 8):

$$H = L(\sin \varphi_1 + \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + \dots + \sin(\varphi_1 + \dots + \varphi_{n_B})) = L \sum_{j=1}^{n_B} \sin\left(\sum_{i=1}^j \varphi_i\right). \quad (7)$$

Выражение (7) может быть представлено в упрощенной форме:

$$H = (2 \sin \varphi + (n_B - 2))L. \quad (8)$$

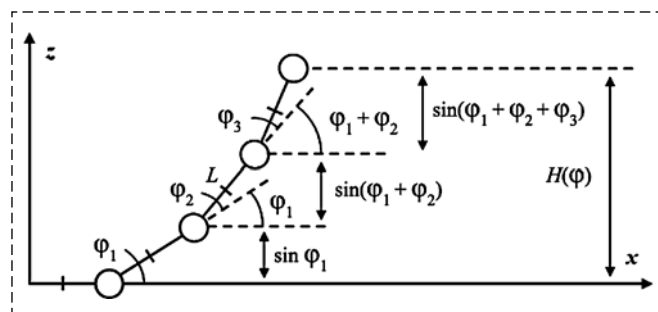


Рис. 8. Вычисление высоты бокового ската мехатронно-модульного робота в компоновке колеса
Fig. 8. Calculation of the side slope height for the mechatronic-modular robot in a wheel configuration

Решение уравнения (8) относительно числа звеньев в боковом скате модульного колеса с учетом ограничений (3)—(6) имеет следующий вид:

$$\text{ЕСЛИ } \text{Int}\left(\frac{H}{L}\right) < \frac{H}{L}, \text{ ТО} \\ n_B = \begin{cases} \text{Int}\left(\frac{H}{L}\right) + 2 \text{ при } 0^\circ < \varphi < 30^\circ, \\ \text{Int}\left(\frac{H}{L}\right) + 1 \text{ при } \frac{H}{L} > 1, 30^\circ < \varphi < 90^\circ; \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{ЕСЛИ } \text{Int}\left(\frac{H}{L}\right) = \frac{H}{L}, \text{ ТО} \\ n_B = \begin{cases} \text{Int}\left(\frac{H}{L}\right) + 1 \text{ при } \varphi = 30^\circ, \\ \text{Int}\left(\frac{H}{L}\right) \text{ при } \varphi = 90^\circ, \end{cases} \quad (10)$$

где $\text{Int}(x)$ — функция округления до меньшего целого.

Последующая реконфигурация кинематической структуры колеса предполагает пропорциональное перераспределение модулей в составе боковых скатов и горизонтальных пролетов, что наглядно иллюстрируется на примере, приведенном в табл. 2, 3 для 12-звенного об-

Таблица 2
Table 2

Возможные варианты конфигураций 12-звенного мехатронно-модульного робота в компоновке колеса

Possible configuration options for a 12-link mechatronic-modular robot in a wheel formation

1	2
3	4
5	6

Таблица 3
Table 3

Значения обобщенных координат для различных конфигураций 12-звенного мехатронно-модульного робота в компоновке колеса

Joint values for various configurations of a 12-link mechatronic-modular robot in a wheel formation

Конфигурация	Модуль											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	φ	φ	0°	0°	0°	0°	φ	φ	0°	0°	0°	0°
2	φ	2β	φ	0°	0°	0°	φ	2β	φ	0°	0°	0°
3	φ	β	β	φ	0°	0°	φ	β	β	φ	0°	0°
4	φ	β	0°	β	φ	0°	φ	β	0°	β	φ	0°
5	φ	β	0°	0	β	φ	φ	β	0°	0°	β	φ
6	φ	0°	0°	0°	0°	φ	φ	0°	0°	0°	0°	φ

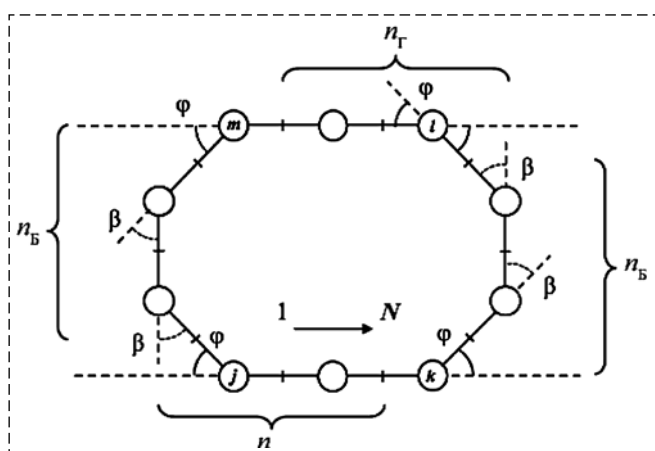


Рис. 9. Индексация модулей, разграничивающих боковые скаты и горизонтальные пролеты мехатронно-модульного колеса
Fig. 9. Indexing modules delimiting side slopes and horizontal spans of the mechatronic-modular robot in a wheel configuration

разца. Следует отметить, что, как показано на рис. 9, индексы модулей, обеспечивающих сопряжение боковых скатов и горизонтальных пролетов в составе каждой из половин замкнутой кинематической структуры модульного колеса (для рассматриваемого класса компоновок), связаны следующими соотношениями:

$$l = \begin{cases} k + n_\beta & \text{при } (k + n_\beta) \leq N, \\ (k + n_\beta) - N & \text{при } (k + n_\beta) = N; \end{cases} \quad (11)$$

$$m = \begin{cases} l + n_\Gamma & \text{при } (l + n_\Gamma) \leq N, \\ (l + n_\Gamma) - N & \text{при } (l + n_\Gamma) = N; \end{cases} \quad (12)$$

$$j = \begin{cases} m + n_\beta & \text{при } (m + n_\beta) \leq N, \\ (m + n_\beta) - N & \text{при } (m + n_\beta) = N, \end{cases} \quad (13)$$

где k , m и l , j — индексы начальных звеньев боковых скатов и горизонтальных пролетов модульного колеса; k — индекс звена, ассоци-

ируемого с точкой отсчета и соответствующего первому боковому скату (по направлению возрастания индексации модулей вдоль замкнутой кинематической структуры).

Из анализа этих соотношений становится очевидным, что взаимосвязанное изменение числа модулей в составе боковых скатов n_β и горизонтальных пролетов n_Γ должно приводить к изменению индексов l и j , в то время как индекс m будет сохранять свое значение, что видно после подстановки (11) в (12) с учетом условия (3):

$$m = l + n_\Gamma = (k + n_\beta) + n_\Gamma = k + M. \quad (14)$$

Введение дискретного времени t позволяет представить алгоритм реконфигурации модульного колеса следующим набором правил:

$$\left. \begin{aligned} \text{ЕСЛИ } n_\beta(t) < n_\beta^{\text{зад}}, \text{ ТО} \\ n_\beta(t+1) &= n_\beta(t) + 1; \\ n_\Gamma(t+1) &= n_\Gamma(t) - 1; \\ l(t+1) &= l(t) + 1; \\ j(t+1) &= j(t) + 1; \\ \text{ЕСЛИ } l(t+1) &= N + 1, \text{ ТО } l(t+1) = 1; \\ \text{ЕСЛИ } j(t+1) &= N + 1, \text{ ТО } j(t+1) = 1; \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ЕСЛИ } n_\beta(t) > n_\beta^{\text{зад}}, \text{ ТО} \\ n_\beta(t+1) &= n_\beta(t) - 1; \\ n_\Gamma(t+1) &= n_\Gamma(t) + 1; \\ l(t+1) &= l(t) - 1; \\ j(t+1) &= j(t) - 1; \\ \text{ЕСЛИ } l(t+1) &= -1, \text{ ТО } l(t+1) = N; \\ \text{ЕСЛИ } j(t+1) &= -1, \text{ ТО } j(t+1) = N, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где $t = 0, 1, 2, \dots$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_k &= \varphi_m = 90^\circ \text{ при } n_\beta = 1; \\ \varphi_k &= \varphi_m = \varphi \text{ и } \varphi_{k+1} = \varphi_{m+1} = 180^\circ - 2\varphi \\ &\text{при } n_\beta = 2; \\ \varphi_k &= \varphi_m = \varphi, \varphi_{k+1} = \varphi_{m+1} = \varphi_{l-1} = \varphi_{j-1} = \\ &= 90^\circ - \varphi \text{ при } n_\beta \geq 3; \\ \varphi_{k+2}, \dots, \varphi_{k+n_\beta-2} &= 0^\circ \text{ и } \varphi_{m+2}, \dots, \varphi_{m+n_\beta-2} = 0^\circ \\ &\text{при } n_\beta > 3; \\ \varphi_j &= \varphi_l = \varphi; \varphi_{l+1}, \dots, \varphi_{l+n_\Gamma-1} = \\ &= 0^\circ \text{ и } \varphi_{j+1}, \dots, \varphi_{j+n_\Gamma-1} = 0^\circ \text{ при } n_\Gamma > 1. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Таким образом, последовательная смена конфигураций робота в компоновке колеса будет сводиться к потактовому изменению индекса и обобщенных координат ММ, обеспечивающих сопряжение боковых скатов и

горизонтальных пролетов в соответствии с выражениями (15)–(17). Результаты модельных экспериментов (рис. 10, см. третью сторону обложки) полностью подтвердили эффективность алгоритмов интеллектуального управления и реконфигурации мехатронно-модульного робота в компоновке колеса с сенсорной шагающей платформой на примере задач преодоления препятствий типа "арка".

Алгоритмы интеллектуального управления многоагентной системой на базе реконфигурируемого робота в компоновке двухосевого колеса

Кинематическая схема и общий вид РММР в компоновке двухосевого колеса показаны на рис. 11. Ключевой принцип его построения предполагает объединение двух эквивалентных по своей структуре модульных колес, оси нормалей к плоскостям которых являются взаимно перпендикулярными, а точки сопряжения принадлежат общему диаметру.

С функциональной точки зрения главная отличительная особенность двухосевого колеса по отношению к одноосевому заключается в способности перемещения по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Движение такого робота, осуществляемое вдоль направления перемещения одного колеса, сопровождается вращением плоскости другого вокруг соответствующей оси (рис. 12, *а–д*, см. третью сторону обложки). При этом достижение плоскостью второго колеса вертикального состояния обеспечивает возможность смены направления движения робота (рис. 12, *е*). Важным является тот факт, что алгоритмы управления движением и

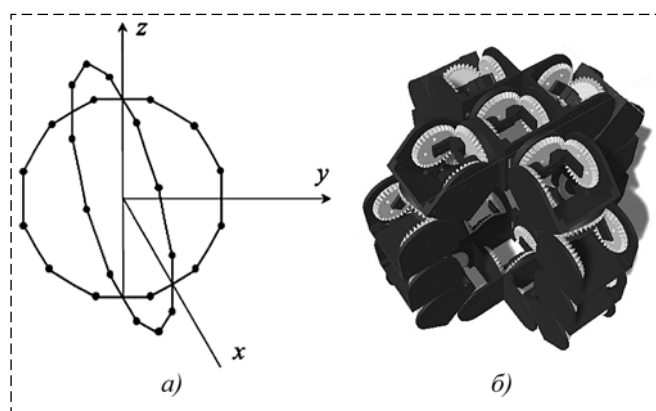


Рис. 11. Кинематическая схема (*а*) и виртуальная модель (*б*) двухосевого колеса

Fig. 11. Kinematic scheme (*a*) and virtual model (*b*) of a two-axis wheel

реконфигурацией двухосевого и одноосевого колеса являются абсолютно идентичными.

Модульная структура реконфигурируемого робота с компоновкой двухосевого колеса допускает вариант его функционирования в качестве многоагентной системы. Состав такой системы образуется одноосевым колесом, в горизонтальных пролетах которого по боковым граням ММ перемещаются скаты второго колеса, выступающие в роли устройств шагающего типа. При движении многоагентной системы с подобной компоновкой шагающие боковые скаты сохраняют свою вертикальную ориентацию. Именно эта особенность обуславливает целесообразность использования специализированных ММ со встроенной системой технического зрения в качестве конструктивных элементов боковых скатов. В силу симметричности своего размещения встроенные телекамеры боковых скатов будут представлять стереопару, способную контролировать обстановку по ходу движения. Управление походкой бокового ската может быть основано на потактовом переключении состояний его концевых модулей, обеспечивающем стыковку и расстыковку каждого из них с верхним и нижним горизонтальными пролетами движущегося колеса, и может осуществляться в противофазе. Этап стыковки бокового ската с верхним горизонтальным пролетом мехатронно-модульного колеса показан на рис. 13, *а* (см. четвертую сторону обложки), этап одновременной стыковки и расстыковки бокового ската соответственно с нижним и верхним горизонтальными пролетами мехатронно-модульного колеса — на рис. 13, *в* (см. четвертую сторону обложки), а рис. 13, *б, г* (см. четвертую сторону обложки) иллюстрируют отработку очередных тактов перемещения мехатронно-модульного колеса.

Алгоритм переключения состояний концевых стыковочных модулей бокового ската и синхронизации его походки с движением одноосевого колеса может быть представлен с помощью набора продукционных правил или эквивалентного им конечного автомата, задаваемого табл. 4 переходов и выходов, где x_0 — исходное состояние автомата, отражающее соответствие текущей компоновки конфигурации двухосевого колеса; x_B, x_H — состояния автомата, отражающие стыковку бокового ската соответственно с верхним или нижним горизонтальными пролетами колеса; y_0 — выходной символ, подтверждающий переход автомата в состояние x_0 ; y_B, y_H — выходные символы,

Таблица 4
Table 4

Таблица переходов и выходов конечного автомата, определяющего алгоритм стыковки-расстыковки бокового ската с верхним и нижним горизонтальными пролетами движущегося колеса

Transition table of the state machine defining the docking-undocking algorithm of the side slope with the upper and lower horizontal spans of a moving wheel

Вход	Состояния		
	x_0	x_B	x_H
u_{Π}	x_B	x_H	x_B
u_3	x_0	x_0	x_0
Выход	y_0	y_B	y_H

подтверждающие переход автомата в состояния x_B , x_H и регламентирующие запуск очередного шага движения колеса. Диаграмма переходов состояний автомата, определяющего алгоритм походки бокового ската вдоль одноосевого колеса, показана на рис. 14.

На рис. 15 (см. четвертую сторону обложки), представлены фрагменты модельных экспериментов, подтверждающих работоспособность алгоритмов управления движением многоагентной робототехнической системы в компоновке двухосевого колеса.

Важной особенностью мехатронно-модульной системы с компоновкой двухосевого колеса является простота ее трансформации в кон-

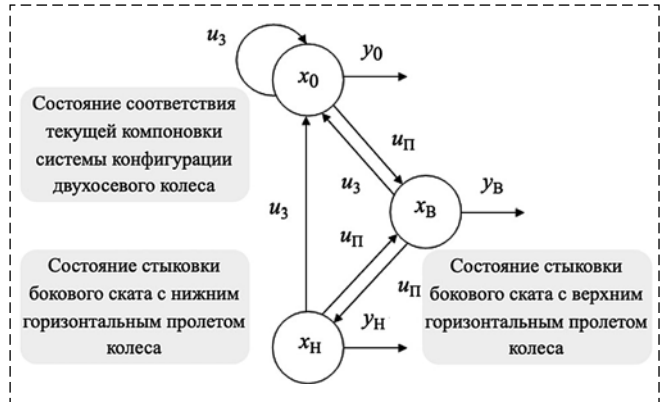


Рис. 14. Диаграмма переходов конечного автомата, определяющего алгоритм стыковки-расстыковки бокового ската с верхним и нижним горизонтальными пролетами движущегося колеса

Fig. 14. Transition diagram of the state machine defining the docking-undocking algorithm of the side slope with the upper and lower horizontal spans of a moving wheel

фигурацию шагающей платформы (рис. 16) (и наоборот) с потенциальной возможностью использования любой из опорных конечностей в качестве манипулятора.

В свою очередь, конфигурация шагающей платформы может быть сформирована путем поэтапного преобразования линейной мехатронно-модульной структуры с разомкнутой кинематической схемой, как показано на рис. 17. Взаимная интеграция этих двух сценариев позволяет обеспечить автоматическое формирование компоновки двухосевого колеса.

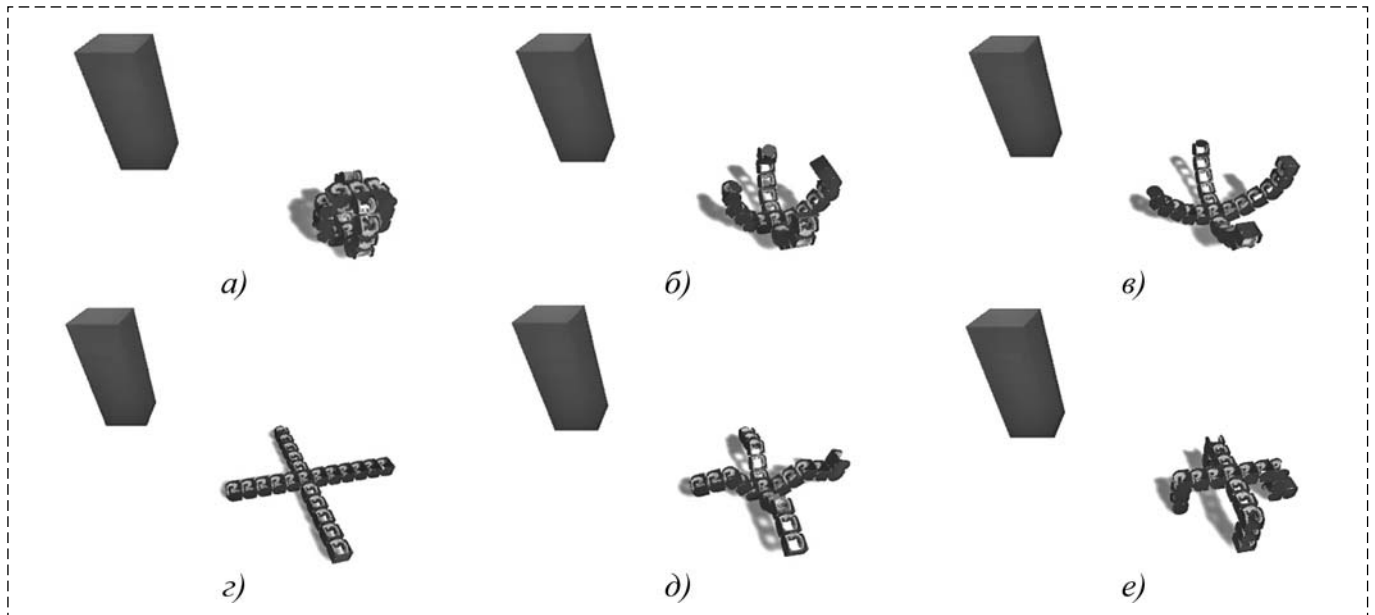


Рис. 16. Фрагменты моделирования процесса автоматической трансформации мехатронно модульной системы с компоновкой двухосевого колеса в конфигурацию шагающей платформы

Fig. 16. Simulation fragments of the automatic transformation process of the mechatronic-modular system from the two-axis wheel configuration to the configuration of a walking platform

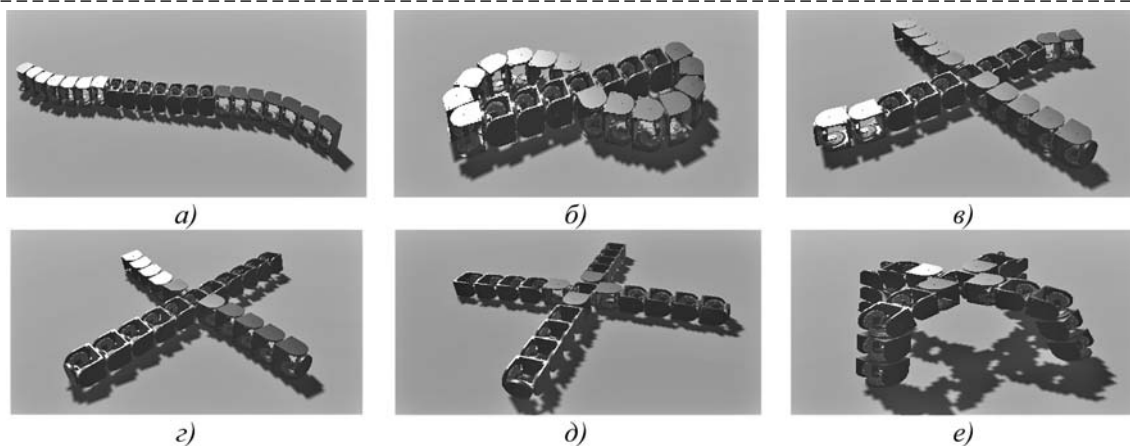


Рис. 17. Поэтапное преобразование линейной мехатронно-модульной структуры с разомкнутой кинематической схемой в конфигурацию шагающей платформы

Fig. 17. Step-by-step transformation from the linear mechatronic-modular structure with an open-loop kinematic to the configuration of a walking platform

Заключение

В статье предложен оригинальный подход к созданию реконфигурируемых робототехнических систем с расширенным набором сенсорных, моторно-двигательных и других свойств на основе комплексной интеграции мехатронно-модульных структур с ограниченным набором функциональных возможностей. Показано, что его практическая реализация допускает различные способы своего практического воплощения и, по существу, сводится к формированию многоагентной системы, объединяющей в единой компоновке взаимодействующие мехатронно-модульные структуры, движения которых должны быть синхронизированы. В качестве примера приводятся варианты оснащения реконфигурируемого робота в компоновке колеса мехатронно-модульной шагающей "платформой", несущей средства технического зрения и способной перемещаться вдоль базовой кинематической структуры в противоход к ее движению. Разработанные алгоритмы обеспечивают решение задач автоматического формирования, реконфигурации и управления движением для обоих мехатронно-модульных компоновок.

Список литературы

1. Yim M., Shen W. M., Salemi B., Rus D., Moll M., Lipson H., Klavins E., Chirikjian G. S. Modular self-reconfigurable robot systems: challenges and opportunities for the future // *IEEE Robotics & Automation Magazine*. 2007. Vol. 14. P. 43–52.
2. Ahmadzadeh H., Masehian E., Asadpour M. Modular robotic systems: Characteristics and applications // *J. Intell. Robot. Syst.* 2016. Vol. 81. P. 317–357.
3. Yim M., White P., Park M., Sastra J. Modular Self-Reconfigurable Robots // *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*. Springer: New York, NY, USA, 2009. P. 5618–5631.

4. Макаров И. М., Лохин В. М., Манько С. В. и др. Технологии обработки знаний в задачах управления автономными мехатронно-модульными реконфигурируемыми роботами // Приложение к журналу Информационные технологии. 2010. № 8. 32 с.
5. Saab W., Racioppo P., Ben-Tzvi P. A review of coupling mechanism designs for modular reconfigurable robots // *Robotica*. 2019. Vol. 37, N. 2. P. 378–403.
6. Yoshida E., Murata S., Kamimura A., Tomita K. Self-Reconfigurable Modular Robots-Hardware and Software Development in AIST // *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics, Intelligent Systems and Signal Processing*. Hunan, China (2003). P. 339–346.
7. Wei H., Li D., Tan J., Wang T. The Distributed Control and Experiments of Directional Self-Assembly for Modular Swarm Robots // *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Taipei. Taiwan, 2010. P. 4169–4174.
8. Fitch R., McAllister R. Hierarchical Planning for Self-reconfiguring Robots Using Module Kinematics // *Distributed autonomous robotic systems — the 10th international symposium. DARS 2010. Lausanne, Switzerland, November 1–3. 2010. Vol. 83. Springer Tracts in Advanced Robotics*. Springer, Berlin. P. 477–490.
9. Fitch R., Rus D., Vona M. A basis for self-repair robots using self-reconfiguring crystal modules // *Intell. Auton. Syst.* 2000. Vol. 6. P. 903–910.
10. Yoshida E., Murata S., Kamimura A., Tomita K., Kurokawa H., Kokaji S. Evolutionary Motion Synthesis for a Modular Robot using Genetic Algorithm // *Journal of Robotics and Mechatronics*. 2003. Vol. 15, N. 2. P. 227–237.
11. Манько С. В., Шестаков Е. И. Автоматический синтез сценариев походки реконфигурируемых мехатронно-модульных роботов в модификации шагающей платформы // *Российский технологический журнал*. 2018. Т. 6, № 4. С. 26–41.
12. Kuo V., Fitch R. C. Scalable multi-radio communication in modular robots // *Robotics Auton. Syst.* 2014. Vol. 62. P. 1034–1046.
13. Möckel R., Jaquier C., Drapel K., Ditttrich E., Upegui A., Ijspeert A. J. YaMoR and Bluemove — An Autonomous Modular Robot with Bluetooth Interface for Exploring Adaptive Locomotion // *Proc. 8th International Conference on Climbing and Walking Robots (CLAWAR 2005)*. P. 685–692.
14. Shirmohammadi B., Yim M., Sastra J., Park M., Taylor C. J. Using Smart Cameras to Localize Self-Assembling Modular Robots // *Proc. ACM/IEEE International Conference on Distributed Smart Cameras*. 2007. Vienna, Austria, P. 76–80.
15. Parrott C. A Hybrid and Extendable Self-Reconfigurable Modular Robotic System. PhD thesis, University of Sheffield, 2016. 168 p.

Algorithms for Intelligent Control of Reconfigurable Robots in a Wheel Configuration and Multi-Agent Systems Based on them

S. V. Manko, manko@mirea.ru, V. M. Lokhin, cpd@mirea.ru,
N. V. Kraynov, cpd@mirea.ru, A. N. Malko, malkorussia@gmail.com,
MIREA — Russian Technological University, Moscow, 119454, Russian Federation

Corresponding author: **Malko Alexey N.**, PhD Student,
MIREA — Russian Technological University, Moscow, 119454, Russian Federation,
e-mail: malkorussia@gmail.com

Accepted on April 04, 2022

Abstract

The article provides a brief analysis of the key challenges in the development of mechatronic-modular robots with adaptive kinematic structure, which operational reconfiguration is performed in an automatic mode, depending on the characteristics of the problem and conditions for its solution. It is shown that among the many problems in the development of such robots, one of the most important is in the provision of external sensory functions. The original approach is proposed to create promising samples of the new generation reconfigurable robotic systems with expanded capabilities in sensory, locomotor and other functions based on a complex integration of the mechatronic-modular structures of limited functionality. It is claimed that practical implementation of the proposed approach allows for various ways of its physical implementation and essentially boils down to formation of the multiagent system that combines interacting mechatronic-modular structures, whose movement must be synchronized, in a single composition. As an example, two fundamentally different equipment options of the wheel-configuration modular robot with mechatronic-modular walking "platform" carrying technical vision and being able to move in the opposite to the wheel rotation direction are considered. The algorithms for automatic formation, reconfiguration and motion control for a wheel-configuration mechatronic-modular robot with walking sensory platform are being developed. The approaches of using bulletin board mechanisms to develop the means of behavior planning and interaction coordination of the autonomous self-reconfigurable robots are being discussed. The results of experimental research and computer simulation are presented, confirming the efficiency of the presented algorithms.

Keywords: mechatronic modular self-reconfigurable robots, multi-agent robotic systems, intelligent control algorithms

For citation:

Manko S. V., Lokhin V. M., Kraynov N. V., Malko A. N. Algorithms for Intelligent Control of Reconfigurable Robots in a Wheel Configuration and Multi-Agent Systems Based on them, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 8, pp. 420—429.

DOI: 10.17587/mau.23.420-429

References

1. Yim M., Shen W. M., Salemi B., Rus D., Moll M., Lipson H., Klavins E., Chirikjian G. S. Modular self-reconfigurable robot systems: challenges and opportunities for the future, *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 14, 2007, pp. 43—52.
2. Ahmadzadeh H., Masehian E., Asadpour M. Modular robotic systems: Characteristics and applications, *J. Intell. Robot. Syst.*, 2016, vol. 81, pp. 317—357.
3. Yim M., White P., Park M., Sastra J. Modular Self-Reconfigurable Robots, In *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*, Springer, New York, NY, USA, 2009, pp. 5618—5631.
4. Makarov I. M., Lokhin V. M., Manko S. V. et al. The Knowledge Processing Technologies in an Autonomous Modular Mechatronic Configurable Robot's Control System, *Information Technologies magazine supplement*, 2010, no. 8, 32 p. (in Russian).
5. Saab W., Racioppo P., Ben-Tzvi P. A review of coupling mechanism designs for modular reconfigurable robots, *Robotica*, 2019, vol. 37, no. 2, pp. 378—403.
6. Yoshida E., Murata S., Kamimura A., Tomita K. Self-Reconfigurable Modular Robots—Hardware and Software Development in AIST, *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics, Intelligent Systems and Signal Processing*, Hunan, China (2003), pp. 339—346.
7. Wei H., Li D., Tan J., Wang T. The Distributed Control and Experiments of Directional Self-Assembly for Modular Swarm Robots, *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Taipei, Taiwan, 2010, pp. 4169—4174.
8. Fitch R., McAllister R. Hierarchical Planning for Self-reconfiguring Robots Using Module Kinematics, *Distributed autonomous robotic systems — the 10th international symposium, DARS 2010*, Lausanne, Switzerland, November 1—3, 2010, vol. 83 of Springer Tracts in Advanced Robotics, Springer, Berlin, pp. 477—490.
9. Fitch R., Rus D., Vona M. A basis for self-repair robots using self-reconfiguring crystal modules, *Intell. Auton. Syst.*, 2000, vol. 6, pp. 903—910.
10. Yoshida E., Murata S., Kamimura A., Tomita K., Kurokawa H., Kokaji S. Evolutionary Motion Synthesis for a Modular Robot using Genetic Algorithm, *Journal of Robotics and Mechatronics*, 2003, vol. 15, no. 2, pp. 227—237.
11. Manko S. V., Shestakov E. I. Automatic synthesis of gait scenarios for reconfigurable mechatronic modular robots in the modification of the walking platform, *Russian Technological Journal*, 2018, vol. 6, no. 4, pp. 26—41 (in Russian).
12. Kuo V., Fitch R. C. Scalable multi-radio communication in modular robots, *Robotics Auton. Syst.*, 2014, vol. 62, pp. 1034—1046.
13. Möckel R., Jaquier C., Drapel K., Dittrich E., Upegui A., Ijspeert A. J. YaMoR and Bluemove — An Autonomous Modular Robot with Bluetooth Interface for Exploring Adaptive Locomotion, *Proc. 8th International Conference on Climbing and Walking Robots (CLAWAR 2005)*, 2005, pp. 685—692.
14. Shirmohammadi B., Yim M., Sastra J., Park M., Taylor C. J. Using Smart Cameras to Localize Self-Assembling Modular Robots, *Proc. ACM/IEEE International Conference on Distributed Smart Cameras*, 2007, Vienna, Austria, pp. 76—80.
15. Parrott C. A Hybrid and Extendable Self-Reconfigurable Modular Robotic System. PhD thesis, University of Sheffield, 2016. 168 p.

В. И. Гончаренко¹, д-р техн. наук, доц., goncharenkovi@mai.ru,

Г. Н. Лебедев¹, д-р техн. наук, проф., kaf301@mai.ru,

Д. А. Михайлин¹, канд. техн. наук, доц., tau_301@mail.ru,

В. Б. Малыгин², начальник тренажерного центра, mbv898@ya.ru,

А. В. Румакина¹, старший преподаватель, a_rumakina@mail.ru,

¹ Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),

² Московский государственный технический университет гражданской авиации

Планирование числа летательных аппаратов в групповом полете с учетом их живучести и требуемой длительности наблюдения наземных объектов*

В интересах повышения качества планирования группового полета летательных аппаратов сформулирована постановка задачи разработки алгоритмов оперативного определения допустимой длительности наблюдения наземных объектов и требуемого числа летательных аппаратов при обслуживании потока заявок с учетом влияния их живучести. Предложен алгоритм определения длительности наблюдения при обслуживании очередной заявки, описанный в виде процедуры нечеткой логики. Для реализации алгоритма определения длительности наблюдения разработана специализированная экспертная система. На вход экспертной системы поступают величины, описывающие влияние учитываемых факторов в оценке приоритета обслуживания очередного объекта. На выходе экспертной системы формируется альтернатива — продолжить поиск объекта, либо прекратить. Предложен новый подход к решению задачи целераспределения объектов между летательными аппаратами при групповом полете на основе совместного использования двух динамических приоритетов для выбора объектов наблюдения и для назначения обслуживающих летательных аппаратов. Предложен оригинальный подход к решению задачи рационального назначения числа летательных аппаратов в одном вылете с помощью аппарата теории массового обслуживания с учетом случайного характера динамической обстановки. Для оценки требуемого числа летательных аппаратов при обслуживании потока заявок процесс противодействия описан с помощью двух нелинейных дифференциальных уравнений (типа Риккати). Получена общая формула определения числа летательных аппаратов в одном вылете, состоящая из трех слагаемых, — числа летательных аппаратов для выполнения предполетного задания, для обслуживания заявок, поступивших в полете, и для пополнения резерва с учетом потерь живучести летательных аппаратов, что в целом обеспечивает успешное обслуживание процесса наблюдений. Сформирована математическая модель потери живучести летательных аппаратов в виде уравнения Бернулли. Проведено компьютерное моделирование потерь живучести летательных аппаратов в одном вылете для трех случаев: при слабом действии помех, при равенстве противодействующих сил, при сильном противодействии.

Ключевые слова: объекты наблюдения, беспилотный летательный аппарат, поток заявок, живучесть

Введение

В настоящее время планированию групповых действий летательных аппаратов (ЛА) при наблюдении наземных объектов уделяется повышенное внимание [1–9]. Обычно используется режим поочередного наблюдения различных объектов одним ЛА, а главной задачей считается маршрутизация группового полета при планировании обслуживания заявок как до, так и во время полета. Однако процесс

самого обслуживания этих заявок исследуется не в полной мере, в частности, не решена задача назначения допустимой длительности наблюдения объектов с нужным качеством и с учетом живучести ЛА.

Особую важность оптимизация этого процесса приобретает в динамической обстановке, когда условия наблюдения носят случайный характер из-за перерасхода топлива, либо отставания от заданного графика полета, низкого качества полученной видеоинформации и других причин. В данной работе предложены меры по снижению негативного влияния этих факторов, в том числе за счет решения задачи

*Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 20-08-00652.

выбора общего числа ЛА в одном вылете, обеспечивающего успешное обслуживание заявок при наблюдении объектов.

Целью работы является повышение качества предполетного планирования группового полета, гарантирующего успешное обслуживание всех заявок в одном вылете с учетом влияния живучести ЛА и различной требуемой длительности обслуживания заданных объектов.

Постановка задачи

Необходимо решить задачу при следующих допущениях.

1. Считается, что до начала полета на указанной территории заданы число n и состав наземных объектов наблюдения с известными координатами их местоположения, различными априорными важностями B_j ($j = 1, \dots, n$) и требуемым графиком наблюдения каждого из них "в нужное время и в нужном месте" [10–12].

2. Во время полета источником полетных заданий является случайный поток заявок со средней интенсивностью λ их поступления, возникающий из-за необходимости получения новой видеоинформации, при заданном среднем расстоянии $r_{\text{ср}}$ между местоположением объектов на территории.

3. Для обслуживания наземных объектов используется группа однотипных ЛА ($i = 1, \dots, N$) с заданной постоянной скоростью полета V , имеющимся запасом топлива ΔV_T и известным общим временем T одного вылета.

4. Под обслуживанием понимается наблюдение каждого объекта на указанной высоте в течение определенного времени Δt , либо в случае использования малой авиации "по вызову" указанное место получения заявки является пунктом вылета для попадания из него в другой указанный пункт. При этом известны допустимые пределы времени обслуживания Δt одной заявки

$$\Delta t_{\min} < \Delta t < \Delta t_{\max}. \quad (1)$$

5. Длительность обслуживания на каждом очередном шаге зависит от следующих факторов:

— недостаточной надежности обнаружения объектов в зависимости от освещенности наблюдаемой местности, высоты полета ЛА при наблюдении и других причин;

— недостаточного запаса топлива из-за его перерасхода на предыдущих шагах обслуживания;

— невысокой априорной важности обслуживаемой заявки по сравнению с ожидаемой важностью на последующем этапе группового полета.

6. В процессе полета возможны случайные отказы бортового оборудования ЛА или потеря живучести части из них при действии внешних факторов, что требует перепланирования групповых действий и, кроме того, учета включения в план вылета запасных ЛА.

Требуется:

— сформировать алгоритм оперативного определения допустимой длительности очередного наблюдения;

— при оптимизации многомерной маршрутизации группового полета обеспечить перед вылетом назначение нужного числа ЛА с учетом потери их живучести, гарантирующего успешное обслуживание всех заявок.

Алгоритм определения длительности наблюдения при обслуживании очередной заявки на основе нечеткой логики

В процессе выполнения группового полета ЛА существует ряд негативных факторов, которые оказывают влияние на длительность наблюдения наземного объекта при обслуживании очередной заявки. Дело в том, что обычно планируется фиксированная длительность наблюдения очередных объектов в штатной ситуации. Однако реальные условия мониторинга объектов часто отличаются от расчетных. К числу мешающих непредвиденных факторов относятся, например, недостаточная освещенность участка местности, изменения относительной важности объектов и другие, которые будут подробно рассмотрены ниже. Учет таких факторов в условиях неопределенности целесообразен с помощью не только количественных, но и качественных оценок на основе метода нечеткой логики [13–16]. Это позволит повысить эффективность оперативного планирования полета и даст возможность вместо заданной неизменной длительности наблюдения использовать переменную величину, иногда меньшую, а иногда большую в зависимости от конкретной обстановки.

Алгоритм определения длительности наблюдения при обслуживании очередной заявки предлагается описать в виде процедуры нечеткой логики, состоящей из следующих функций принадлежности.

1. Функция F_1 принадлежности успешному обнаружению объекта в зависимости от нормированного значения высоты полета X_1 при использовании различных технических средств представлена на рис. 1. Поиск наземного объекта при его обнаружении на разной высоте H_j может осуществляться как оптико-электронными техническими средствами (функция принадлежности F_{11}), так и радиолокационными (функция принадлежности F_{12}). На рис. 1 обозначено $X_{1кр}$ — начальное критическое значение в момент падения уверенности в обнаружении объекта при увеличении высоты полета. В процедуре нечеткой логики $X_{1кр} = a_1$, при этом a_2 — заданное конечное значение в момент падения уверенности в обнаружении объекта, $a_2 = 1$.

2. Функция F_2 принадлежности успешному обнаружению объекта в зависимости от нормированного значения израсходованного топлива ΔV_j и освещенности X_2 представлена на рис. 2. На рис. 2 обозначено $X_{2кр}$ — начальное

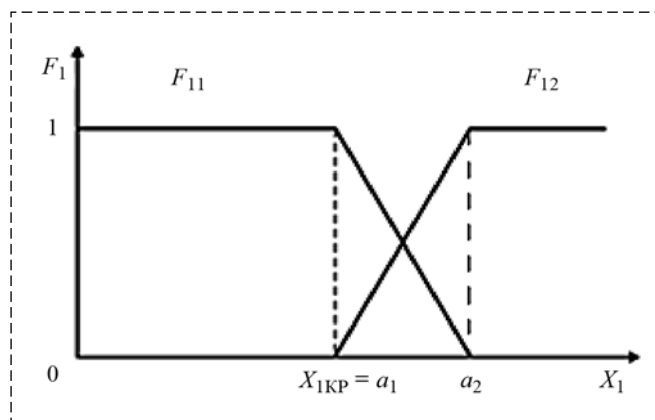


Рис. 1. Функции принадлежности успешному обнаружению в зависимости от высоты полета

Fig. 1. Successful detection membership functions as a function of flight altitude

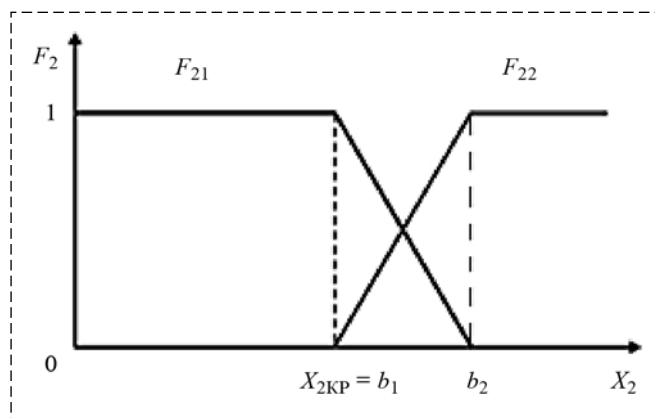


Рис. 2. Функции принадлежности успешному обнаружению в зависимости от освещенности

Fig. 2. Successful detection membership functions as a function of illumination

критическое значение в момент падения уверенности в обнаружении объекта при увеличении расхода топлива. В процедуре нечеткой логики $X_{2кр} = b_2$, при этом b_2 — заданное конечное значение в момент падения уверенности в обнаружении объекта, $b_2 = 1$.

Для реализации алгоритма определения длительности наблюдения разработана специализированная экспертная система, представленная на рис. 3. Структура экспертной системы включает следующие элементы: нормализатор, фазификатор с функциями принадлежности, машину логического вывода, базу правил нечеткого вывода и дефазификатор.

На входе экспертной системы в оценке приоритета обслуживания очередного объекта учитываются следующие величины: H_j — высота полета, ΔV_j — значение израсходованного топлива и B_j — динамическая важность очередного объекта обслуживания. Входные переменные в блоке "нормализатор" преобразуются в безразмерные

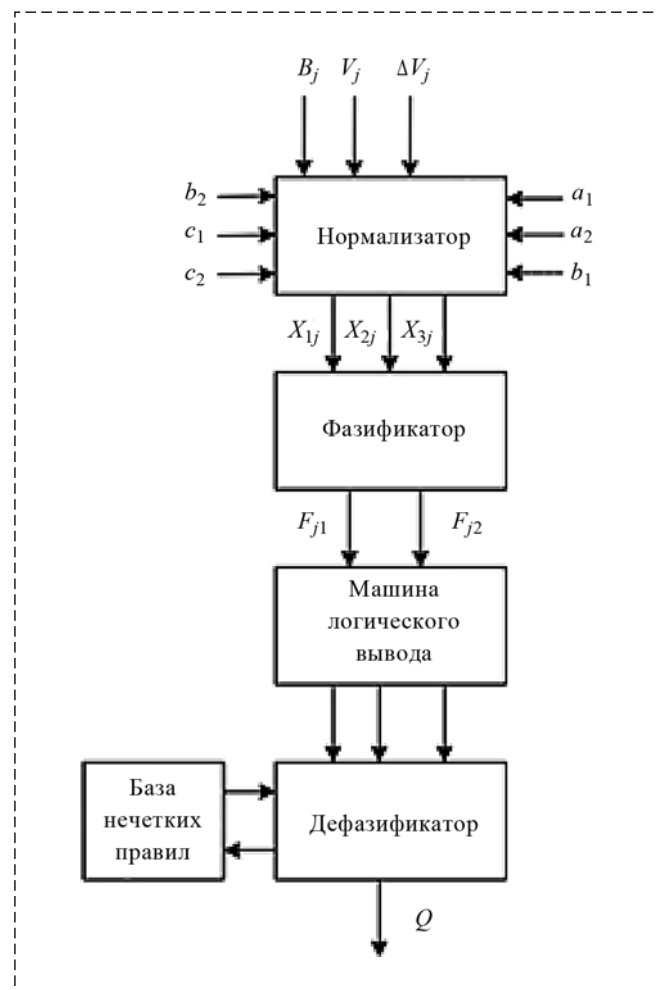


Рис. 3. Функциональная схема экспертной системы нечеткой логики

Fig. 3. Fuzzy logic expert system functional diagram

величины путем умножения на соответствующие масштабные коэффициенты и поступают в фазификатор. Фазификатор, применяя функции принадлежности к нормализованным входным величинам, определяет значения соответствующих входных лингвистических переменных. Затем машина логического вывода на основе совокупности правил нечеткого логического вывода преобразует входные переменные в нечеткие управляющие решения. На выходе экспертной системы формируется альтернатива — продолжить поиск объекта либо прекратить.

На рис. 3 обозначено c_1 — значение интервальной точки $X_{зкр} = c_1$, которое соответствует началу падения уверенности в продолжении наблюдения при уменьшении априорной важности, c_2 — заданное конечное значение в момент падения уверенности в обнаружении объекта, $c_2 = 1$.

Свертка перечисленных величин $F_{j1}(X_j)$ и $F_{j2}(X_j)$, где $j = 1, \dots, 3$ (H_j , ΔV_j и B_j) позволяет получить оценку возможности выполнения успешного обслуживания в виде коэффициента уверенности Q :

$$Q = \prod_{j=1}^3 (F_{j1} + F_{j2}). \quad (2)$$

На рис. 3 обозначены:

$$X_{1j} = \frac{H_j}{H_{\max}}, X_{2j} = \frac{\Delta V_j}{\Delta V_T}, X_{3j} = \frac{B_j}{B_{\max}}. \quad (3)$$

При ухудшении перечисленных выше факторов искомый коэффициент уверенности Q в продолжении поиска объекта падает, как по-

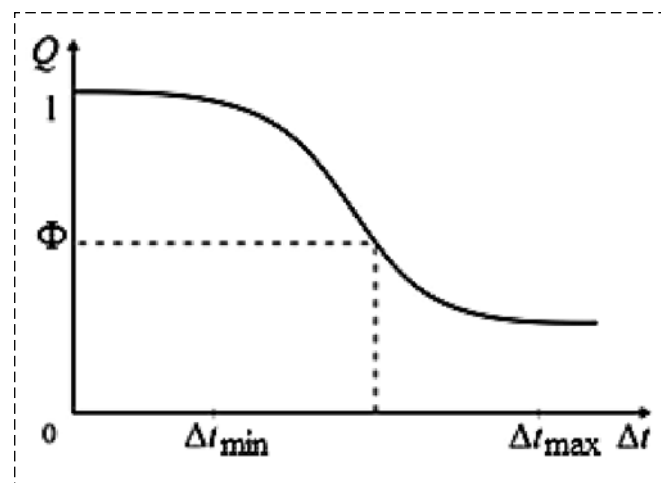


Рис. 4. График падения коэффициента уверенности в ходе поиска цели при ухудшении негативных факторов в зависимости от длительности наблюдения Δt_j

Fig. 4. The graph of the decrease in the confidence coefficient during the search for a target with the negative factors deterioration, depending on the observation duration

казано на рис. 4. На рис. 4 обозначены $\Delta t_{\min}$ и $\Delta t_{\max}$ — минимальное и максимальное времена обслуживания.

При достижении коэффициентом Q заданного порога Φ процесс поиска прекращается. Это позволяет в целом сэкономить общее время выполнения всего полета. Сравнение предложенного и известного подходов при не учете перечисленных факторов показывает, что использование процедуры нечеткой логики сокращает длительность наблюдения в среднем на 10...15 %.

Особенности оценки требуемого числа летательных аппаратов при обслуживании потока заявок

Наряду с выполнением полетного задания, сформированного до вылета, особое значение в рассматриваемой задаче имеет обслуживание заявок, поступающих во время полета. Решение такой задачи наиболее характерно для малой авиации, выполняющей перелеты "по вызову", когда место и время появления этих заявок случайно, а многомерная маршрутизация группового полета имеет свои особенности.

При известном подходе к многомерной маршрутизации [17] в задаче целераспределения ЛА между заявками участвуют только свободные ЛА, а их приоритет определяется только близостью к очередной анализируемой заявке. Кроме того, в предложенном авторами новом подходе [18] на основе минимаксного критерия назначение динамических приоритетов осуществлялось однократно без учета многокритериальности задачи.

Поэтому в данной работе для повышения оперативности обслуживания предлагается следующий перечень операций многомерной маршрутизации.

1. На каждом шаге планирования обслуживания случайно возникших заявок сначала формируется множество этих заявок числом не более N на основе динамического приоритета $\Pi_1(j)$ для претендующих на обслуживание заявок [19]:

$$\Pi_1(j) = \max_{j=1, \dots, N} \left(\frac{1}{R_j} + m_1 \right) (\tau_j + m_2), \quad (4)$$

где τ_j — время ожидания заявки в очереди; R_j — общая удаленность места возникновения заявки от всех ЛА, в том числе и занятых, что

раньше не учитывалось; m_1 и m_2 — назначенные экспертным путем масштабные коэффициенты.

2. С помощью минимаксного критерия выполняется операция целераспределения заявок между всеми ЛА, в том числе занятыми, поскольку в ряде случаев эти ЛА после завершения обслуживания своей заявки могут оказаться ближе к новой заявке.

3. Затем определяется наиболее удаленная от группы ЛА заявка, и для нее определяется наиболее близкий ЛА, а также тот ЛА, время "простоя" которого на земле максимально. При этом должен использоваться другой динамический приоритет $\Pi_2(i)$ для ЛА, претендующих на попадание в план группового полета:

$$\Pi_2(i) = \min_{j=1, \dots, N} (r_{ij} + m_3)(\Delta t_i + m_4), \quad (5)$$

где r_{ij} — расстояние между назначенной наиболее удаленной заявкой j и i -м ЛА, в том числе занятым; Δt_i — время "простоя" ЛА, освободившегося от обслуживания; m_3 и m_4 — заранее неизвестные масштабные коэффициенты, назначенные по аналогии с m_1 и m_2 экспертным путем [20]. Принципиальным отличием данной работы является предложенный подход к целераспределению, использующий два приоритета — Π_1 для объекта наблюдения и Π_2 для ЛА, в отличие от, например, известных подходов, рассмотренных в работах [21–23].

Нужно отметить, что на основе предложенного подхода достигается заметное снижение средней длительности перелетов, которая становится меньше, чем $r_{\text{ср}}$. Поэтому, если учесть общепринятые в теории массового обслуживания условия [23], то коэффициент загрузки ρ при обслуживании одним ЛА должен быть явно меньше, чем подлежащее оценке число ΔN_1 всех ЛА:

$$\rho = \frac{\lambda}{M_1} = \frac{\lambda r_{\text{ср}}}{V} < \Delta N_2, \quad (6)$$

где M_1 — средняя скорость обслуживания одной заявки при перелете одного ЛА, и внесенные в многомерную маршрутизацию изменения гарантируют успешное обслуживание при выполнении простого равенства

$$\Delta N_1 = \frac{\lambda r_{\text{ср}}}{V}. \quad (7)$$

Планирование числа летательных аппаратов в групповом полете с учетом потерь их живучести

Одним из факторов, мешающих успешному обслуживанию объектов, является возможный выход из строя в полете одного или нескольких ЛА в случае отказов бортового оборудования или влияния внешних помех при наблюдении [24, 25]. В случае интенсивных отказов работоспособности ЛА очевидно, что число N ЛА должно быть увеличено, и это число непосредственно связано с вероятностью гибели P_r , которую нужно рассчитать. Искомое значение P_r определяется как надежностью бортового оборудования, а точнее, его отказоустойчивостью, так и потерей живучести при действии внешних негативных факторов, прежде всего радиопомех.

Поэтому потерю живучести можно трактовать как результат противодействия двух сторон [26–29], при котором рациональное поведение соответствует известному минимаксному критерию [26]. Для этого нужно проанализировать динамику потерь в различных случаях и, создав модель потерь живучести, найти значение P_r с помощью компьютерного моделирования. При этом будем понимать, что P_r — это средняя вероятность потери живучести одного ЛА при обслуживании одного наземного объекта на одном шаге m перелета ЛА к этому объекту.

Остановимся на последнем параметре более подробно. Считается, что потеря живучести x_m растет как при увеличении времени Δt действий негативных факторов, так и в зависимости от разницы противодействующих сил, что упрощенно можно представить в виде следующей экспоненциальной зависимости:

$$x_{m+1} = x_m e^{-P_r(\Delta t)}, \quad (8)$$

где x_m и x_{m+1} — начальное и конечное значение живучести ЛА.

Тогда процесс противодействия можно описать с помощью двух нелинейных дифференциальных уравнений (типа Риккати) [30–32], аналитическое решение которых не существует:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -xy[k_1 + k_0(y - x)], \\ \dot{y} &= -xy[k_2 - k_0(y - x)], \end{aligned} \quad (9)$$

где y — текущее значение живучести противодействующих сил, которое снижается, и после ее нормирования это соответствует неравенству

$$0 \leq y_j \leq 1; \quad (10)$$

x — значение живучести одного конкретного ЛА, которое тоже снижается, а после нормирования также соблюдается неравенство

$$0 \leq x_j \leq 1; \quad (11)$$

k_0, k_1, k_2 — заданные нормированные коэффициенты скорости потерь живучести.

На рис. 5 представлены результаты компьютерного моделирования потерь живучести для трех случаев: 1 — при слабом действии помех; 2 — при равенстве противодействующих сил; 3 — при сильном противодействии.

Из рис. 5 видно, что наиболее приемлемым является вариант 2, когда возможна полная финальная потеря живучести $x(t) \rightarrow 0$, если в системе уравнений (9) принять условие $k_1 = k_2$, $x(0) = y(0)$, и тогда $x(t) = y(t)$, что превращает систему уравнений (9) в одно дифференциальное уравнение Бернулли:

$$\dot{x} = -k_1 x^2. \quad (12)$$

Полученное уравнение (12) имеет строгое аналитическое решение вида

$$x(t) = \frac{1}{\frac{1}{x(0)} + k_1 t}. \quad (13)$$

Сравнение найденного поведения (13) с экспоненциальной моделью (8), содержащей в качестве параметра вероятность гибели P_r , позволяет получить следующую приближенную оценку:

$$P_r \approx 0,1k_1\Delta t. \quad (14)$$

Результаты компьютерного моделирования показывают, что реальные значения вероятности гибели ЛА в полете лежат в пределах $P_r < 0,1$. В частности, при $x_m < 0,1x$ и $\Delta t = 0,5$ ч получим, что вероятность гибели окажется равной $P_r = 0,05$ при $k_1 = 1$. В этой ситуации, если считать значение P_r заданным, то можно приближенно оценить среднее число K потерянных ЛА:

$$K = 1 - (1 - P_r)^n \cong nP_r. \quad (15)$$

Указанное значение K определяет требуемое число ΔN_2 дополнительных ЛА. Наличие заранее сформированных запасных планов перед вылетом, полученных при уменьшении числа ЛА на один, два и т. д., позволит уже в самом полете без потерь времени перейти на новый

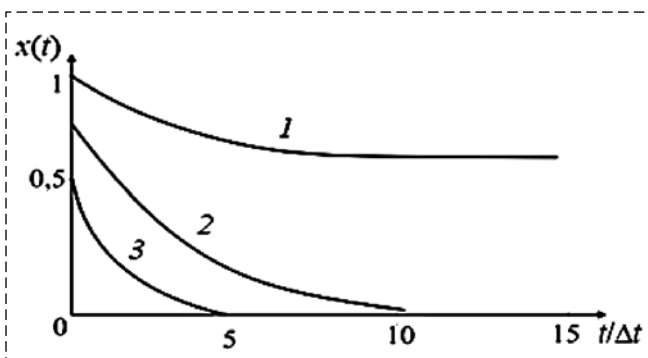


Рис. 5. Графики снижения живучести в зависимости от длительности наблюдений

Fig. 5. The decrease in survivability graphs depending on duration of observations

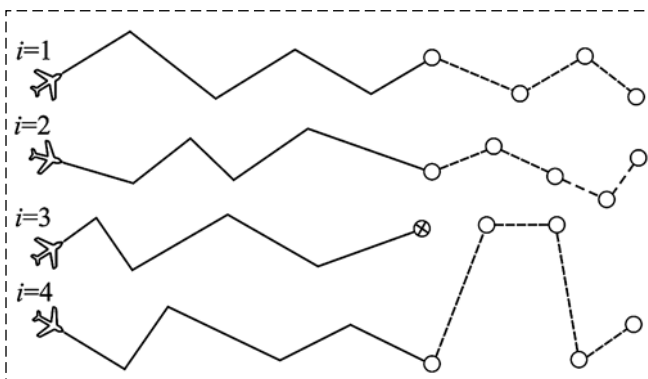


Рис. 6. Схема группового полета четырех ЛА с учетом отказа одного из них

Fig. 6. Four aircraft group flight scheme in case of one of them failure

режим группового полета. Число L запасных планов предполетного планирования определяется формулой

$$L = 0,5[N(N+1) - K(K+1)]. \quad (16)$$

Схема переключения работы группы ЛА с основного плана на запасной при потере одного ЛА показана на рис. 6.

Назначение общего числа ЛА в одном вылете

Задача обоснования рационального назначения числа ЛА в одном вылете занимает важное место в повышении качества планирования группового полета ЛА. С учетом случайного характера динамической обстановки эта задача решается с помощью теории массового обслуживания [23], согласно которой возможны три полетных ситуации:

- штатный режим, когда все ЛА заняты обслуживанием;

- "пиковый" режим перегрузки в работе, что приводит к задержкам в обслуживании и нежелательному увеличению времени τ_j ожидания заявок в очереди;
- режим "простоя" в обслуживании", когда ряд ЛА ожидает вылета на стоянке в течение времени Δt_i , что приводит к дополнительным эксплуатационным затратам.

В двух названных последних режимах в виде средних значений параметров имеются свои штрафные функции — *время ожидания* τ_{cp} для новых заявок и *время простоя* Δt_{cp} для свободных от обслуживания ЛА. Значение τ_{cp} определяет *первую штрафную функцию* несовершенства системы, которая, как показывают расчеты, снижается при увеличении числа N , т. е. при $d\tau_{cp}/dN < 0$.

Вместе с тем, увеличение числа используемых ЛА приведет к росту прочих эксплуатационных затрат, связанных с увеличением числа свободных каналов системы с ростом среднего времени T "простоя" ЛА:

$$T = \frac{S_{cp}(N)}{VN}. \quad (17)$$

В итоге эксплуатационные затраты Θ образуют *вторую штрафную функцию* в виде суммы затрат за среднее время перелета и за время "простоя", которая равна

$$\Theta_{cp} = \frac{1}{qV} + \frac{S_{cp}(N)}{VN} \delta, \quad (18)$$

где δ — коэффициент отношения затрат во время "простоя" к затратам во время полета.

В отличие от первой штрафной функции величина Θ при увеличении числа N растет, т. е. $d\Theta/dN > 0$. Поэтому существует некий оптимум при выборе числа N , значение которого зависит от сформированного единого критерия, учитывающего обе штрафные функции одновременно. В данной работе для этого предлагается использовать хорошо зарекомендовавшую себя мультипликативную форму критерия I_0 , содержащего как аддитивные слагаемые, так и их произведения [16, 18]:

$$I_0 = \min[(\tau_{cp} + m_5)(\Theta_{cp} + m_6)] = \min P_1 P_2, \quad (19)$$

где m_5 , m_6 — масштабные коэффициенты значимости τ_{cp} и Θ_{cp} , отличающиеся тем, что если $m_5 < m_6$, то второй множитель имеет пониженную важность и, наоборот, при $m_5 > m_6$

значимость первого множителя минимальна. Применение критерия (19) обеспечивает сбалансированность системы и позволяет избежать "узких мест" из-за того, что если один из множителей P_1 или P_2 слишком велик, то сразу резко возрастает значение I_0 интегральной штрафной функции. Если же исходить из общепринятой концепции баланса спроса (числа новых заявок) и предложения (числа свободных ЛА), то можно принять равным друг другу значения $m_5 = m_6$, назначаемые до полета экспертным путем.

В результате использования формулы (19) по результатам компьютерного моделирования оказалось, что потребное число ΔN_0 ЛА для обслуживания заявок, появившихся до полета, в среднем равно

$$\Delta N_0 = \frac{n(r_{cp} + V\Delta t)}{VT}, \quad (20)$$

где $VT/(r_{cp} + V\Delta t)$ — среднее число заявок до полета, обслуженных в полете одним ЛА.

Тогда общая формула оценки числа N , потребного для успешного обслуживания, принимает вид

$$N = \Delta N_0 + \Delta N_1 + \Delta N_2 = \frac{n(r_{cp} + \Delta t)}{VT} + \frac{\lambda r_{cp}}{V} + nP_r. \quad (21)$$

Первое слагаемое содержит оценку числа ΔN_0 для выполнения предполетного задания. Второе слагаемое предполагает качественное обслуживание новых заявок, поступивших в самом полете. Третье слагаемое учитывает необходимый резерв для пополнения авиационной группировки при частичном выходе ЛА из строя. В целом величина N зависит от семи параметров, указанных в исходных данных.

В качестве примера проведен расчет числа ЛА при следующих данных: $n = 100$; $T = 220$ мин; $V = 2$ км/мин; $\Delta t = 1$ мин; $r_{cp} = 20$ км; $\lambda = 0,1$ мин⁻¹; $P_r = 0,02$. В результате расчета получено $N = 5 + 2 + 1 = 8$. Таким образом, найденное число N обеспечивает успешное обслуживание процесса наблюдений.

Заключение

1. Сформулирована постановка задачи рационального назначения числа ЛА до полета и допустимой длительности наблюдения назем-

ных объектов в самом полете в динамической обстановке.

2. Определен состав негативных факторов, влияющих на выбор длительности наблюдений, и на основе нечеткой логики предложен облик экспертной системы, формирующей на своем выходе в реальном времени коэффициент уверенности в продолжении обслуживания очередного наземного объекта.

3. Разработанная математическая модель потери живучести ЛА основана на уравнении Бернулли и позволяет оценить дополнительное число резервных ЛА в одном вылете.

4. Принципиально новым результатом, в отличие от известных подходов к решению задачи целераспределения объектов между ЛА при групповом полете, является совместное использование в минимаксном алгоритме двух динамических приоритетов для выбора объектов наблюдения и для назначения обслуживающих ЛА. На основе компьютерного моделирования установлено, что предложенный подход в среднем повышает скорость обслуживания на 15...20 %.

5. Получена общая формула определения числа ЛА в одном вылете, состоящего из трех слагаемых — числа ЛА для выполнения предполетного задания, для обслуживания заявок, поступивших в полете, и для пополнения резерва с учетом потерь живучести ЛА, что в целом обеспечивает успешное обслуживание процесса наблюдений.

Список литературы

1. Ким Н. В., Крылов И. Г. Групповое применение беспилотного летательного аппарата в задачах наблюдения // Труды МАИ. 2012. № 62.
2. Evdokimenkov V. N., Krasilshchikov M. N., Kozorez D. A. Development of pre-flight planning algorithms for the functional-program prototype of a distributed intellectual control system of unmanned flying vehicle groups // INCAS Bulletin. 2019. Vol. 11, N. 1. P. 75—88.
3. Мелехин В. Б., Хачумов М. В. Планирование автономным беспилотным летательным аппаратом эффективных маршрутов облета целей // Авиакосмическое приборостроение. 2020. № 4. С. 3—14.
4. Ozlem Sahin Meric. Optimum Arrival Routes for Flight Efficiency // Journal of Power and Energy Engineering. 2015. N. 3. P. 449—452.
5. Патент 02321954 США МПК8 В 61 L 3/12 3/22, Н 04 L1/00, Н 04 Q 7/38 7/20. Интеллектуальная система связи, управления, и контроля для наземных транспортных средств / Пелтц Д. М., Смит Ю. А., Краелинг М., Фой Р. Д., Пелтонен Г. П., Келлнер С. Э., Брайнт Р. Ф., Джонсон Д. К., Деларуэль Д. Г.; заявитель и патентообладатель Джеренал Электрик Компани. — № 2004136603/09; заявл. от 01.04.2003; опубл. 10.04.2008.

6. Rebrov V. A., Rudel'son L. E., Chernikova M. A. A model of flight request collection and processing in the flight scheduling problem // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2007. Vol. 46, N. 3. P. 429—443.

7. Себряков Г. Г., Красильщиков М. Н., Евдокименков В. Н. Алгоритмическое и программно-математическое обеспечение предполетного планирования групповых действий беспилотных летательных аппаратов // Фундаментальные проблемы группового взаимодействия роботов: материалы отчетного мероприятия РФФИ по конкурсу "офи-м" (тема 604) в рамках международной научно-практической конференции. Волгоград. 2018. С. 30—32.

8. Николаев С. В. Определение в испытаниях вероятности обнаружения наземных объектов с борта летательного аппарата // Научный вестник МГТУ ГА. 2017. Т. 20, № 5. С. 131—144.

9. Фомин А. Н., Тяпкин В. Н., Дмитриев Д. Д. и др. Теоретические и физические основы радиолокации и специального мониторинга / Под общ. ред. И. Н. Ищука. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2016. 292 с.

10. Лебедев Г. Н., Мирзоян Л. А. Нейросетевое планирование действий по облету наземных объектов группой летательных аппаратов // Авиакосмическое приборостроение. 2005. № 12. С. 34—40.

11. Ивашова Н. Д., Михайлин Д. А., Чернякова М. Е., Шаныгин С. В. Нейросетевое решение задачи оперативного планирования маршрутного полета беспилотных летательных аппаратов и назначение времени наблюдения наземных объектов с помощью нечеткой логики при отображении этих результатов на экране компьютера до вылета // Труды МАИ. 2019. № 104. С. 17.

12. Гончаренко В. И., Лебедев Г. Н., Мартынкевич Д. С., Румакина А. В. Постановка задачи планирования маршрутов летательных аппаратов при обслуживании случайного потока поступающих в полете заявок // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2021. Т. 18, № 1. С. 17—27.

13. Zadeh L. A. Fuzzy sets // Information and Control. 1965. Vol. 8, N. 3. P. 338—353.

14. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 166 с.

15. Белоглазов Д. А., Гайдук А. Р., Косенко Е. Ю. и др. Групповое управление подвижными объектами в неопределенных средах / Под ред. В. Х. Пшихопова. М.: ООО Издательская фирма "Физико-математическая литература", 2015. 305 с.

16. Еремин А. И., Кульчак А. М., Лебедев Г. Н., Сельвесюк Н. И. Двухуровневая интеллектуальная система предотвращения опасных полетных ситуаций в сложных условиях // Информатика и системы управления. 2020. № 3(65). С. 87—101.

17. Евдокименков В. Н., Красильщиков М. Н., Оркин С. Д. Управление смешанными группами пилотируемых и беспилотных летательных аппаратов в условиях единого информационно-управляющего поля. М: МАИ, 2015. 272 с.

18. Goncharenko V. I., Zheltov S. Yu., Knyaz V. A., Lebedev G. N., Mikhaylin D. A., Tsareva O. Yu. Intelligent System for Planning Group Actions of Unmanned Aircraft in Observing Mobile Objects on the Ground in the Specified Area // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2021. Vol. 60, N. 3. P. 379—395. DOI: 10.1134/S1064230721030047.

19. Knyaz V., Zheltov S., Lebedev G., Mikhaylin D., Goncharenko V. Intelligent mobile object monitoring by unmanned aerial vehicles // Proceedings of the 18th IEEE International Conference on Smart Technologies, EUROCON 2019. 1—4 July. 2019 Novi Sad, Serbia. Publisher: IEEE, New York, USA. 2019. P. 1—6.

20. Гончаренко В. И., Лебедев Г. Н., Михайлин Д. А., Нечаев В. В. Планирование съемки множества спортивных ме-

роприятий на обширной территории группой беспилотных летательных аппаратов // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2019. Т. 15, № 3. С. 651–660.

21. **Мефедов А. В.** Алгоритм оптимального целераспределения автономной группы ударных беспилотных летательных аппаратов // Информация и космос. 2018. № 3. С. 167–171.

22. **Broeder G. G., Ellison G. G., Emerling R. E.** On Optimum Target Assignments // Operations Research. 1959. Vol. 7. P. 322–326.

23. **Саати Т. Л.** Элементы теории массового обслуживания и ее приложения / Под ред. И. Н. Коваленко и Р. Д. Когана. М.: Сов. радио, 1965. 510 с.

24. **Верба В. С., Гандурин В. А., Меркулов В. И.** Живучесть авиационных комплексов радиолокационного дозора и наведения // Эффективность систем радиоуправления. 2014. Кн. 2. С. 112–118.

25. **Моисеев В. С.** Групповое применение беспилотных летательных аппаратов: монография. Казань: РИЦ "Школа", 2017. 572 с.

26. **Айзекс Р.** Дифференциальные игры / Пер. с англ. В. И. Аркина и Э. Н. Симаковой. М.: Мир, 1967. —480 с.

27. **Корепанов В. О., Новиков Д. А.** Модели стратегического поведения в задаче о диффузной бомбе // Проблемы управления. 2015. № 2. С. 38–44.

28. **Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г.** Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: ООО Издательская фирма "Физико-математическая литература", 2009. 280 с.

29. **Gaiduk A. R., Martjanov O. V., Medvedev M. Yu., Pshikhov V. Kh., Hamdan N., Farhood A.** Neural Network Based Control System for Robots Group Operating in 2-d Uncertain Environment // *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*. 2020. Vol. 21, N. 8. P. 470–479.

30. **Person J. D.** Approximation methods in optimal control // J. of Electronics and Control. 1962. Vol. 12. P. 453469.

31. **Mrasek C. P., Clouter J. R.** Control design for the nonlinear benchmark problem via sdre method // Int. J. of Robust and Nonlinear Control. 1998. Vol. 8. P. 401–433.

32. **Menon P. K., Ohlmeyer E. J.** Integrated Design of Angel Missile Guidance and Control Systems // Proc. 17th Mediterranean Conf. on Control and Automation (MED99). Haifa, Israel, June 28–30. 1999. P. 1470–1494.

Planning the Number of Aircraft in a Group Flight with their Survivability and the Required Observation Duration of Ground Objects

V. I. Goncharenko¹, goncharenkovi@mai.ru, **G. N. Lebedev¹**, kaf301@mai.ru,
D. A. Mikhaylin¹, tau_301@mail.ru, **V. B. Malygin²**, mbv898@ya.ru,
A. V. Rumakina¹, a_rumakina@mail.ru,

¹ Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation,

² Moscow State Technical University of Civil Aviation, Moscow, Russian Federation

Corresponding author: **Goncharenko Vladimir I.**, Dr. of Eng. Sc., Associate Professor,
Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation,
e-mail: goncharenkovi@mai.ru

Accepted on February 24, 2022

Abstract

In the interests of improving the quality of a group aircraft flight planning, the developing algorithms problem formulation for the operational determination of the permissible observation duration for ground objects is formulated. An algorithm for determining the observation duration when servicing the next request to be described in the form of a fuzzy logic procedure is proposed. To implement the algorithm for determining the duration of observation, a specialized expert system has been developed. The input of the expert system receives values that describe the influence of the factors in assessing the priority of servicing the next object. At the output of the expert system, an alternative is formed to continue searching for an object or to stop. A new approach to solving the target distribution problem between aircraft in a group flight is proposed. It is based on the joint use of two dynamic priorities in the minimax algorithm for selecting observation objects and for assigning service aircraft. An original approach to determine the rational aircrafts composition in one flight is proposed. This is done with the help of the queuing theory apparatus, which takes into account the random nature of the dynamic situation. To estimate the required aircrafts composition when servicing the flow of requests, the countermeasures process is described using two nonlinear differential equations (of the Riccati type). A general formula for determining aircrafts composition in one flight has been obtained. Mathematical model of the aircraft survivability loss in the form of the Bernoulli equation is formed. Computer simulation of the aircraft survivability losses in one flight was carried out for three cases: with weak interference, with equal opposing forces, with strong counteraction.

Keywords: objects of observation, unmanned aerial vehicle, flow of applications, survivability

Acknowledgements: The article was prepared with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research, projects No. 20-08-00652.

For citation:

Goncharenko V. I., Lebedev G. N., Mikhaylin D. A., Malygin V. B., Rumakina A. V. Planning the Number of Aircraft in a Group Flight with their Survivability and the Required Observation Duration of Ground Objects, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 8, pp. 430–439.

DOI: 10.17587/mau.23.430-439

References

1. Kim N. V., Krylov I. G. Group use of an unmanned aerial vehicle in observation tasks, *Proceedings of the MAI*, 2012, no. 62, available at: <http://mai.ru/upload/iblock/bbb/gruppovoe-primenenie-bespilotnogo-letatel'nogo-apparata-v-zadachakh-nablyudeniya.pdf> (date of access: 03.02.2021) (in Russian).
2. Evdokimenkov V. N., Krasilshchikov M. N., Kozorez D. A. Development of pre-flight planning algorithms for the functional-program prototype of a distributed intellectual control system of unmanned flying vehicle groups, *INCAS Bulletin*, 2019, vol. 11, no. 1, pp. 75–88.
3. Melekhin V. B., Khachumov M. V. Effective routes planning by an autonomous unmanned aerial vehicle of targets overflights, *Aviakosmicheskoe priborostroenie*, 2020, no. 4, pp. 3–14 (in Russian).
4. Ozlem Sahin Meric. Optimum Arrival Routes for Flight Efficiency, *Journal of Power and Energy Engineering*, 2015, no. 3, pp. 449–452.
5. Patent 02321954 USA MPK8 B 61 L 3/12 3/22, H 04 L1 / 00, H 04 Q 7/38 7/20. Intelligent communication, control, and monitoring system for land vehicles / Peltz D. M., Smith Yu. A., Kraeling M., Foy R. D., Peltonen G. P., Kellner S. E., Bryant R. F., Johnson DK, Delaruel DG; applicant and patentee General Electric Company. — no. 2004136603/09; declared from 01.04.2003; publ. 10.04.2008.
6. Rebrov V. A., Rudelson L. E., Chernikova M. A. A model of flight request collection and processing in the flight scheduling problem, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2007, vol. 46, no. 3, pp. 429–443.
7. Sebyakov G. G., Krasilshchikov M. N., Evdokimenkov V. N. Algorithmic and software-mathematical support for pre-flight planning of unmanned aerial vehicles group actions, *Fundamental problems of group interaction of robots: materials of the RFBF reporting event for the "ofi-m" competition (topic 604) within the framework of an international scientific and practical conference*, Volgograd, 2018, pp. 30–32 (in Russian).
8. Nikolaev S. V. Determination in tests of detecting ground objects probability from the aircraft board, *Scientific Bulletin of MSTU GA*, 2017, vol. 20, no. 5, pp. 131–144 (in Russian).
9. Fomin A. N., Tyapkin V. N., Dmitriev D. D. et al. Theoretical and physical foundations of radar and special monitoring, Krasnoyarsk, Sib. Fed. un-ty, 2016, 292 p. (in Russian).
10. Lebedev G. N., Mirzoyan L. A. Neural network actions planning to fly over ground objects by a group of aircraft, *Aviakosmicheskoe priborostroenie*, 2005, no. 12, pp. 34–40 (in Russian).
11. Ivashova N. D., Mikhaylin D. A., Chernyakova M. E., Shanygin S. V. A neural network solution to the problem of operational route flight planning of unmanned aerial vehicles and the observation time ground objects appointment using fuzzy logic when displaying these results on a computer screen before departure, *Proceedings of the MAI*, 2019, no. 104, pp. 17 (in Russian).
12. Goncharenko V. I., Lebedev G. N., Martynkevich D. S., Rumakina A. V. Formulation of the problem of planning the routes of aircraft when servicing a random flow of incoming requests in flight, *Bulletin of computer and information technologies*, 2021, vol. 18, no. 1, pp. 17–27 (in Russian).
13. Zadeh L. A. Fuzzy sets, *Information and Control*, 1965, vol. 8, no. 3, pp. 338–353.
14. Zade L. The concept of a linguistic variable and its application to making approximate decisions, Moscow, Mir, 1976, 166 p. (in Russian).
15. Beloglazov D. A., Gaiduk A. R., Kosenko E. Yu. et al. Group control of mobile objects in uncertain environments, Moscow, Publishing company "Physical and mathematical literature" LLC, 2015, 305 p. (in Russian).
16. Eremin A. I., Kulchak A. M., Lebedev G. N., Selvesyuk N. I. Two-level intelligent system for preventing dangerous flight situations in difficult conditions, *Informatics and Control Systems*, 2020, no. 3 (65), pp. 87–101.
17. Evdokimenkov V. N., Krasilshchikov M. N., Orkin S. D. Mixed groups of manned and unmanned aerial vehicles control in a single information and control field, Moscow, MAI, 2015, 272 p. (in Russian).
18. Goncharenko V. I., Zheltov S. Yu., Knyaz V. A., Lebedev G. N., Mikhaylin D. A., Tsareva O. Yu. Intelligent System for Planning Group Actions of Unmanned Aircraft in Observing Mobile Objects on the Ground in the Specified Area, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2021, vol. 60, no. 3, pp. 379–395.
19. Knyaz V., Zheltov S., Lebedev G., Mikhaylin D., Goncharenko V. Intelligent mobile object monitoring by unmanned aerial vehicles, *Proceedings of the 18th IEEE International Conference on Smart Technologies*, EUROCON 2019, 1–4 July, 2019 Novi Sad, Serbia, Publisher IEEE, New York, USA, 2019, pp. 1–6.
20. Goncharenko V. I., Lebedev G. N., Mikhaylin D. A., Nechaev V. V. The many sporting events shooting planning in a vast territory by a group of unmanned aerial vehicles, *Modern information technologies and IT education*, 2019, vol. 15, no. 3, pp. 651–660 (in Russian).
21. Mefyodov A. V. Algorithm for optimal target allocation of an autonomous attack unmanned aerial vehicles group, *Information and Space*, 2018, no. 3, pp. 167–171 (in Russian).
22. Broeder G. G., Ellison G. G., Emerling R. E. On Optimum Target Assignments, *Operations Research*, 1959, vol. 7, pp. 322–326.
23. Saati T. L. Elements of queuing theory and its applications, Moscow, Sov. radio, 1965, 510 p. (in Russian).
24. Verba V. S., Gandurin V. A., Merkulov V. I. Survivability of aviation complexes of radar patrol and guidance, *Efficiency of radio control systems* 2014, Book 2, pp. 112–118 (in Russian).
25. Moiseev V. S. Group application of unmanned aerial, Kazan, Shkola Editorial and Publishing Center, 2017, 572 p. (in Russian).
26. Isaacs R. Differential games, Moscow, Mir, 1967, 480 p. (in Russian).
27. Korepanov V. O., Novikov D. A. Strategic behavior models in the diffuse bomb problem, *Control Problems*, 2015, no. 2, pp. 38–44 (in Russian).
28. Kalyaev I. A., Gaiduk A. R., Kapustyan S. G. Collective control models and algorithms in groups of robot, Moscow, Publishing company "Physics and Mathematics Literature" LLC, 2009, 280 p. (in Russian).
29. Gaiduk A. R., Martjanov O. V., Medvedev M. Yu., Pshikhov V. Kh., Hamdan N., Farhood A. Neural Network Based Control System for Robots Group Operating in 2-d Uncertain Environment, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 8, pp. 470–479.
30. Person J. D. Approximation methods in optimal control, *J. of Electronics and Control*, 1962, vol. 12, pp. 453–469.
31. Mrasek C. P., Clouter J. R. Control design for the non-linear benchmark problem via sdre method, *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, 1998, vol. 8, pp. 401–433.
32. Menon P. K., Ohlmeyer E. J. Integrated Design of Angel Missile Guidance and Control Systems, *Proc. 17th Mediterranean Conf. on Control and Automation (MED99)*. Haifa, Israel, June 28–30, 1999, pp. 1470–1494.

В. Я. Распопов¹, д-р техн. наук, проф., info@tsu.tula.ru,
В. В. Лихошерст¹, канд. техн. наук, доц., lvv_01@inbox.ru,
С. В. Егоров^{1,2}, аспирант¹, начальник цеха², 022@mzp.su,
¹ Тульский государственный университет,
² АО "Мичуринский завод "Прогресс", г. Мичуринск

Исследование функционирования блока электроники и резонатора волнового твердотельного гироскопа в режиме датчика угловой скорости*

Описаны принципы работы волнового твердотельного гироскопа на примере конструкции металлического резонатора цилиндрической формы, в котором создание колебаний и съем сигнала осуществляются с помощью пьезоэлементов, расположенных на основании резонатора. Рассмотрен режим позиционного возбуждения первичных колебаний и формирование сигнала обратной связи для обеспечения работы резонатора в режиме датчика угловой скорости.

Приведена блок-схема последовательности преобразования сигнала, снимаемого с пьезоэлементов осей узлов и пучностей, для организации обратных связей. Рассмотрены подходы к построению контуров управления амплитудой и фазой колебаний для создания первичных колебаний и компенсации амплитуды колебаний оси узла. Наличие этих контуров позволяет обеспечить работу волнового твердотельного гироскопа в режиме датчика угловых скоростей. Для всех участков преобразования сигнала составлено математическое описание вычислительных процессов исходя из условия реализации вычислительных процедур цифровым вычислителем. Составлены математические зависимости, необходимые для коррекции выходного сигнала — обеспечения его линейности и стабильности в интервале температур эксплуатации и диапазоне измеряемых угловых скоростей. Приведены результаты испытаний, подтверждающие работоспособность волнового твердотельного гироскопа в режиме датчика угловой скорости.

Рассмотрен подход к построению модели резонатора на основе метода конечных элементов. Показан подход к верификации конечно-элементной модели путем сопоставления результатов экспериментального исследования характеристик резонатора с результатами моделирования.

Ключевые слова: волновой твердотельный гироскоп, резонатор, модальный анализ, резонансные частоты, настройка, калибровка

Введение

Физические принципы работы волнового твердотельного гироскопа (ВТГ) основаны на эффекте прецессии волновой картины вибрирующей оболочки на вращающемся основании, открыты Дж. Х. Брайаном [1] и описаны в многочисленных работах, например [2–5]. В работах [1, 6] помимо теории ВТГ рассмотрены варианты схмотехники для возбуждения и измерения выходного сигнала ВТГ.

Впечатляющие результаты в практических разработках ВТГ и систем на их основе достигнуты в США и Франции [7, 8]. В России практические результаты в разработке ВТГ с металлическим резонатором достигнуты в ОАО "Темп-Авиа" (г. Арзамас), ОАО "Пермская НПК", Пензенский научно-исследовательский институт физических измерений (НИИФИ,

г. Пенза), АО "Мичуринский завод "Прогресс" (МЗП) совместно с кафедрой "Приборы управления" ТулГУ [9].

Необходимо отметить безусловное влияние на разработки ВТГ с металлическим резонатором в России результатов, полученных компанией *InnaLabs*. Это стало возможно благодаря маркетинговой деятельности компании *InnaLabs Ltd* в открытом доступе. Головное подразделение находится в г. Белфаст, Ирландия.

Цель данной статьи — математическое описание вычислительных процессов, реализуемых электронным блоком управления и обеспечивающих работу ВТГ в режиме датчика угловой скорости, описание особенностей проектирования резонатора.

Конструкция и обеспечение режима работы резонатора

Конструкция резонатора ВТГ приведена на рис. 1, а. Резонатор 1 состоит из двух сопряженных полых цилиндров, один из которых

*Статья подготовлена при финансовой поддержке Гранта правительства Тульской области в сфере науки и техники "Разработка датчика угла крена на базе волнового твердотельного гироскопа" №ДС 1264 от 25.10.2021 г.

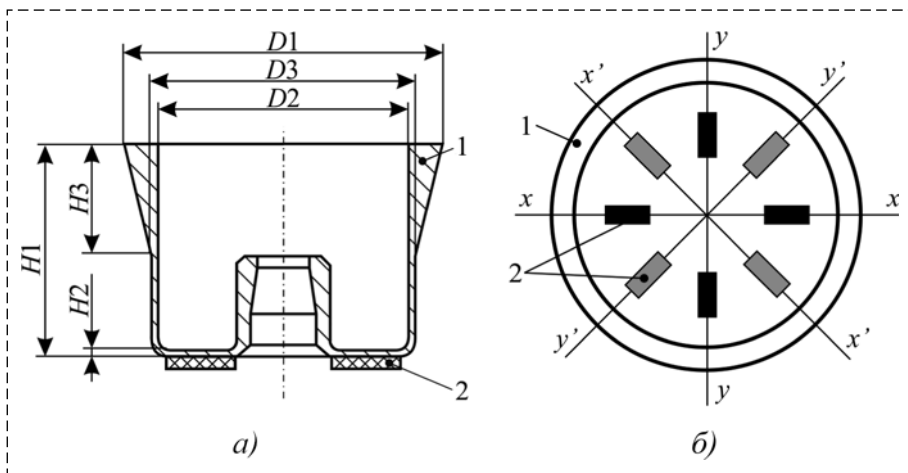


Рис. 1. Конструкция резонатора ВТГ в разрезе (а) и расположение пьезоэлементов на доньшке (б):

1 — резонатор; 2 — пьезоэлемент

Fig. 1. The design of the VTG resonator in the section (a) and the location of the piezoelectric elements on the bottom (b):

1 — resonator; 2 — piezoelectric element

с переменной толщиной стенки (конус) является его рабочей зоной, а тонкостенный цилиндр, сопряженный с доньшком, выполняет роль подвеса. На доньшке расположены пьезоэлементы 2, предназначенные для съема сигнала и управления резонатором. Расположение пьезоэлементов условно показано на рис. 1, б.

Работа ВТГ в режиме датчика угловых скоростей (ВТГ-ДУС) обеспечивается позиционным возбуждением резонатора, при котором положение актюаторов фиксировано относительно резонатора.

Возбуждение первичных колебаний генерируется двумя диаметрально расположенными пьезоэлементами (одной диаметральной парой), расположенными на одной оси $x-x$ (рис. 1, б) на частоте собственных колебаний резонатора. Пары пьезодатчиков по осям $x'-x'$, $y-y$ обеспечивают съем сигнала. При этом сигнал пары $y-y$ используется для формирования сигнала, поддерживающего первичные колебания. Сигнал пары $x'-x'$ для режима ВТГ-ДУС при отсутствии вращения основания должен быть равен нулю. Пара пьезодатчиков $y'-y'$ (рис. 1, б) используется для формирования сигнала обратной связи, которая приводит угол поворота колебательной картины резонатора к нулю.

Оси $x-x$ и $y-y$ называют осями пучностей, так как амплитуда деформации в направлении этих осей при работе ВТГ максимальна, а оси $x'-x'$ и $y'-y'$ — осями узлов, в них деформация практически отсутствует.

Математическое описание вычислительных процессов в блоке электроники ВТГ-ДУС

Для обеспечения работы ВТГ в режиме ДУС электронный блок управления должен решать следующие задачи:

- поддержание постоянной амплитуды первичных колебаний резонатора (ось $x-x$);
- обеспечение фазового сдвига между задаваемым сигналом возбуждения (ось $x-x$) и снимаемым сигналом деформации резонатора (ось $y-y$), равного 90° ;

- компенсацию сигнала датчиков оси $x'-x'$ (подавление амплитуды колебаний путем подачи сигнала на пьезоэлементы оси $y'-y'$) при действии угловой скорости.

Для решения обозначенных задач в блоке электроники управления реализованы контуры обратных связей по сигналам, снимаемым с пьезоэлементов осей пучностей и узлов, осуществляющие коррекцию амплитуд и фаз колебаний. Исходя из требований быстродействия и точности контуры реализуют пропорционально-интегральный закон управления. Необходимость обеспечения высокой скорости и точности вычислительных процессов, а также стремление уменьшить влияние температурных факторов на работу электронного блока диктуют требования уменьшения числа аналоговых элементов и замены их цифровыми (дискретными) элементами. Таким образом, реализация контуров управления сводится к задаче определения типов и последовательности вычислительных операций с сигналами, снимаемыми с пьезоэлементов, т. е. к проектированию вычислительного алгоритма. Последовательность вычислительных процессов в блоке электроники, обеспечивающих режим ВТГ-ДУС, в виде блок-схемы приведена на рис. 2.

На рис. 2 введены следующие обозначения:

$A_{\text{возб}}$ — заданная амплитуда возбуждения первичных колебаний (раскачки);

$Y_{\text{возб}}$ — гармонический сигнал возбуждения первичных колебаний;

$P_{\text{инт}}$, $P_{\text{проп}}$ — интегральная и пропорциональная составляющие контура поддержания амплитуды первичных колебаний;

φ_i — текущая фаза сигнала возбуждения колебаний резонатора;

$X_{пу}$, $X_{уз}$ — сигналы, полученные с пьезоэлементов, расположенных по оси y — y и оси x' — x' (рис. 1, б), соответственно;

$A_{спу}$, $A_{спу}$, $A_{суз}$, $A_{суз}$ — амплитуды синусной и косинусной составляющих сигналов, полученных по осям y — y и x' — x' ;

$\varphi_{пу}$, $A_{пу}$ — фаза и амплитуда сигнала пучности;

$A_{суз_ф}$, $A_{суз_ф}$ — амплитуды синусной и косинусной составляющих сигнала узла после фильтрации;

$A_{кв}$, $A_{кор}$ — амплитуды квадратурной и кориолисовой составляющих сигнала коррекции узла;

$Y_{корр}$ — гармонический сигнал коррекции амплитуды колебаний узла;

$A_{кор_ф}$ — кориолисова составляющая сигнала узла после фильтрации;

$\Omega_{изм}$ — текущее измеренное значение угловой скорости основания.

Вычислительный алгоритм, приведенный на рис. 2, был реализован в программируемой логической интегральной схеме (ПЛИС), за исключением процедур коррекции нулевого сигнала и коэффициента передачи, которые реализованы в контроллере. Применение ПЛИС обусловлено возможностью параллельного выполнения нескольких вычислительных операций, что необходимо для минимизации временных задержек между вычислением амплитуд и фаз снимаемых сигналов и формированием сигналов управления. Контроллер реализует коррекцию выходного сигнала об угловой скорости, передачу в энергонезависимую память блока электроники информации, необходимой

для управления резонатором, и интерфейс связи с потребителем информации об угловой скорости.

Все вычисления в ПЛИС осуществляются в целых числах со знаком или без знака. В зависимости от необходимой точности и типа вычислительной операции числа имеют различную разрядность от 16 до 32.

Входными данными для вычислительных процессов являются приведенные в цифровой вид сигналы с диаметральной пары пьезоэлементов оси пучности ($X_{пу}$) и оси узла ($X_{уз}$) резонатора.

Для каждого из этих сигналов вычисляются амплитуды синусных (A_s) и косинусных (A_c) составляющих, при этом в качестве опорного сигнала используется сигнал возбуждения колебаний. Для их вычисления используется метод наименьших квадратов. Сигналы аппроксимируются как сумма синусоиды и косинусоиды с амплитудами A_s и A_c , которые находятся из условия минимума суммы квадратов отклонения сигнала от его аппроксимации:

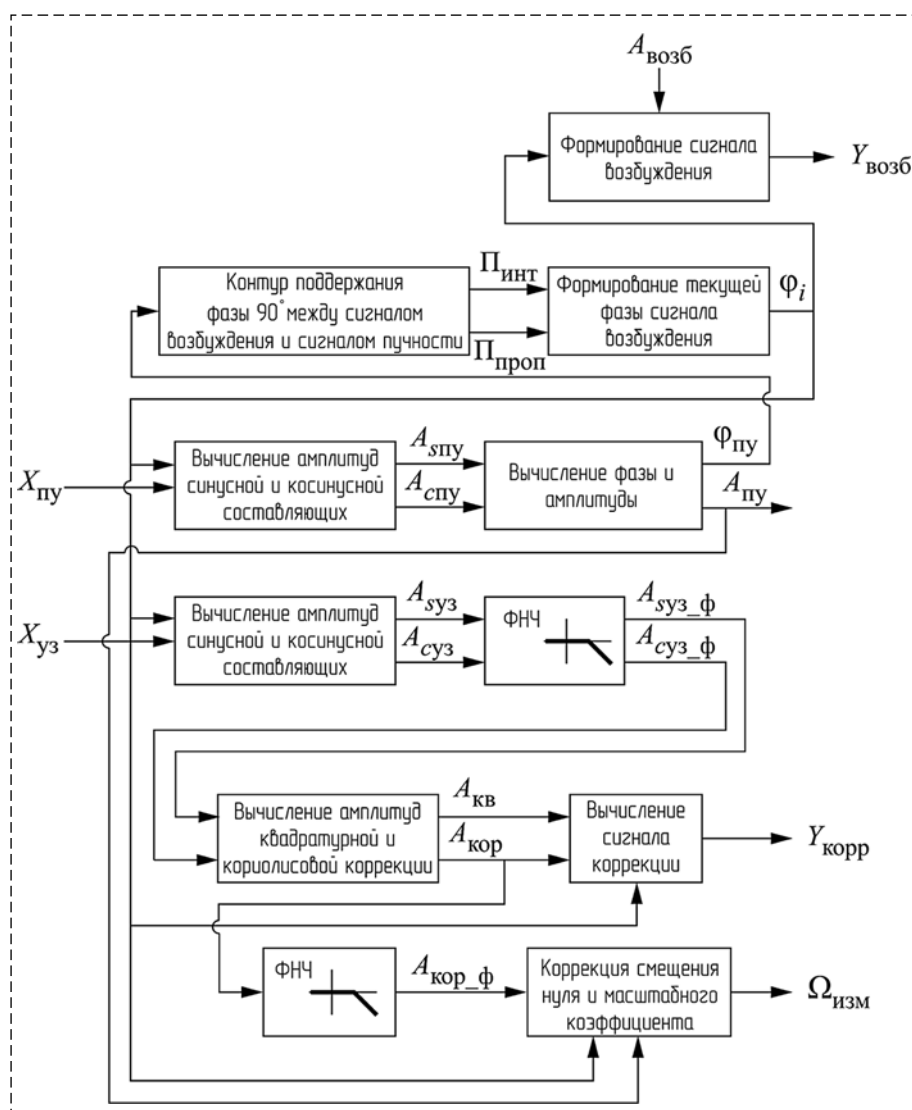


Рис. 2. Блок-схема вычислительных процессов

Fig. 2. Block diagram of computing processes

$$\sum_{i=0}^{N-1} [x_i - (A_s \sin(\varphi_i) + A_c \cos(\varphi_i))]^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

где N — число отсчетов за один период колебаний; x_i — входной гармонический сигнал в цифровых кодах АЦП; A_s , A_c — амплитуды синусной и косинусной составляющих входного гармонического сигнала в цифровых кодах АЦП; φ_i — текущая фаза сигнала возбуждения.

В соответствии с (1) выражения для вычисления амплитуды синусной и косинусной составляющих сигнала имеют следующий вид:

$$A_s = \frac{\Delta_s}{\Delta}, \quad A_c = \frac{\Delta_c}{\Delta},$$

где

$$\begin{aligned} \Delta &= \sum_{i=0}^{N-1} \sin^2(\varphi_i) \sum_{i=0}^{N-1} \cos^2(\varphi_i) - \\ &\quad - \left(\sum_{i=0}^{N-1} \cos(\varphi_i) \cdot \sin(\varphi_i) \right)^2; \\ \Delta_s &= \sum_{i=0}^{N-1} \sin(\varphi_i) x_i \sum_{i=0}^{N-1} \cos^2(\varphi_i) - \\ &\quad - \sum_{i=0}^{N-1} \cos(\varphi_i) \sin(\varphi_i) \sum_{i=0}^{N-1} \cos(\varphi_i) x_i; \\ \Delta_c &= \sum_{i=0}^{N-1} \sin^2(\varphi_i) \sum_{i=0}^{N-1} \cos(\varphi_i) x_i - \\ &\quad - \sum_{i=0}^{N-1} \sin(\varphi_i) x_i \sum_{i=0}^{N-1} \sin(\varphi_i) \cos(\varphi_i). \end{aligned}$$

Для вычисления значений $A_{спу}$, $A_{спу}$ в качестве x_i подставляются значения сигнала $X_{пу}$, а для вычисления амплитуд узла $A_{сyz}$, $A_{сyz}$ — значения сигнала X_{yz} .

Вычисление фазы $\varphi_{пу}$ и амплитуды $A_{пу}$ сигнала пучности осуществляется на основе $A_{спу}$ и $A_{спу}$ по формулам

$$\varphi_{пу} = \arctg\left(\frac{A_{спу}}{A_{спу}}\right), \quad A_{пу} = \sqrt{A_{спу}^2 + A_{спу}^2}.$$

Поддержание разности фаз между сигналом возбуждения и сигналом, снимаемым по оси пучности, равной 90° , осуществляется контуром обратной связи, использующим интегральную $\Pi_{ин}$ и пропорциональную $\Pi_{пр}$ составляющие. Для вычисления этих составляющих рассчитывается разница фаз ($\Delta\varphi$) между углом 90° и текущей фазой сигнала пучности:

$$\Delta\varphi = 90^\circ - \varphi_{пу}. \quad (2)$$

Величина $\Pi_{пр} = \Delta\varphi/4$, а $\Pi_{ин}$ вычисляется по следующему правилу: если модуль разницы (2) превышает некоторое значение, определяемое в процессе настройки для каждого резонатора индивидуально на основе анализа точности поддержания амплитуды и фазы колебаний, то

$$\Pi_{ин} = \begin{cases} 1, & \Delta\varphi > 0, \\ -1, & \Delta\varphi < 0; \end{cases}$$

если же модуль разницы (2) не превышает указанное значение, то $\Pi_{ин} = 0$.

Формирование текущей фазы сигнала возбуждения осуществляется по формуле

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + d\varphi_i + \Pi_{пр},$$

где $d\varphi_i = \varphi_{i-1} + \Pi_{ин}$ — изменение фазы, вызванное интегральной составляющей.

Начальное значение $d\varphi_0$ определяется исходя из номинальной частоты резонатора. Под номинальной частотой резонатора понимается его собственная частота, полученная в процессе изготовления и измеренная при нормальных климатических условиях. Данный параметр является уникальным для каждого резонатора и задается на стадии настройки блока электроники управления.

Текущее значение сигнала возбуждения $Y_{возб}$ рассчитывается по формуле

$$Y_{возб} = A_{возб} \cos(\varphi_i),$$

где $A_{возб}$ — требуемая амплитуда возбуждения в единицах цифрового кода ЦАП.

Для фильтрации амплитуд синусной $A_{сyz}$ и косинусной $A_{сyz}$ составляющих сигнала узла X_{yz} используется цифровой фильтр первого порядка с передаточной функцией, соответствующей апериодическому звену. Такой фильтр при постоянной времени $T = 0,000256$ с обеспечивает восьмикратное ослабление сигнала на частоте 5000 Гц и имеет простую реализацию:

$$A_{сyz_ф} = A_{сyz}/256 + 255A_{сyz_ф}/256;$$

$$A_{сyz_ф} = A_{сyz}/256 + 255A_{сyz_ф}/256,$$

где $A_{сyz_ф}$, $A_{сyz_ф}$ — фильтрованные значения синусной и косинусной составляющих.

Амплитуды сигналов квадратурной и корриолисовой коррекций вычисляются по формулам

$$A_{\text{кв}} = K_{\text{кв_пр}} A_{\text{суз_ф}} + K_{\text{кв_ин}} A_{\text{суз_ф_ин}};$$

$$A_{\text{кор}} = K_{\text{кор_пр}} A_{\text{суз_ф}} + K_{\text{кор_ин}} A_{\text{суз_ф_ин}}, \quad (3)$$

где $A_{\text{суз_ф_ин}} = A_{\text{суз_ф_ин}} + A_{\text{суз_ф}}$; $A_{\text{суз_ф_ин}} = A_{\text{суз_ф_ин}} + A_{\text{суз_ф}}$; $K_{\text{кв_пр}}$, $K_{\text{кв_ин}}$, $K_{\text{кор_пр}}$, $K_{\text{кор_ин}}$ — пропорциональные и интегральные коэффициенты квадратурной и кориолисовой коррекции соответственно.

Значения коэффициентов определяются на стадии настройки ВТГ по виду и характеру переходного процесса и требуемой полосе пропускания датчика.

Сигнал коррекции $Y_{\text{корр}}$ вычисляется по формуле

$$Y_{\text{корр}} = A_{\text{кв}} \sin(\varphi_i) + A_{\text{кор}} \cos(\varphi_i).$$

Вычисленное в ПЛИС значение $A_{\text{кор}}$ содержит в себе нежелательные высокочастотные компоненты, причем наибольшая амплитуда компонент проявляется на текущей частоте сигнала возбуждения $f_{\text{возб}}$. Для подавления высокочастотных компонент применяется фильтр нижних частот второго порядка. Передаточная функция фильтра имеет вид

$$\frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}.$$

Параметры K , T , ξ зависят от собственной частоты резонатора и его добротности, т. е. являются уникальными для каждого конкретного резонатора и должны быть определены и реализованы (занесены в энергонезависимую память электроники управления) на этапе настройки ВТГ-ДУС.

Реализация фильтра имеет вид

$$A_{\text{кор_фи}} = k_{\text{ф1}} A_{\text{кор}} + k_{\text{ф2}} A_{\text{кор_фи-1}} + k_{\text{ф3}} A_{\text{кор_фи-2}}, \quad (4)$$

где коэффициенты $k_{\text{ф1}}$, $k_{\text{ф2}}$, $k_{\text{ф3}}$ рассчитываются из параметров K , T , ξ методом обратных разностей.

Вычисленный в соответствии с соотношением (4) сигнал $A_{\text{кор_ф}}$ является выходным сигналом ВТГ-ДУС и должен быть пропорционален угловой скорости вращения резонатора. Однако, как показали лабораторные исследования, пропорциональность нарушается, так как сигнал имеет зависимость смещения нуля от температуры и масштабного коэффициента

от температуры и текущей угловой скорости. Для уменьшения влияния данных факторов вводится коррекция смещения нуля и масштабного коэффициента. Коррекция выходного сигнала выполняется микроконтроллером на основе функций зависимости выходного сигнала от угловой скорости и температуры. Вид функций и коэффициенты получены на основе обработки экспериментальных данных ВТГ-ДУС при действии угловой скорости и температуры. Последовательность процедур настройки и калибровки ВТГ-ДУС с блоком электроники изложены в работе [11].

На рис. 3 для ВТГ-ДУС, резонатор которого имеет характерные размеры (см. рис. 1, а) (мм): $D1 = 22 - 0,21$; $D2 = 20,6 + 0,021$; $D3 = 21,6 - 0,021$; $H1 = 16 - 0,11$; $H2 = 0,5 \pm 0,02$; $H3 = 10 \pm 0,1$, показана результирующая ошибка скорректированного выходного сигнала. Под результирующей ошибкой в данном случае понимается разница между заданной угловой скоростью стенда и измеренной ВТГ-ДУС угловой скоростью. Для обеспечения приведенного уровня ошибки используется корректирующая функция, описываемая полиномом 5-го порядка, коэффициенты которой получены в результате обработки выходных сигналов ВТГ-ДУС на различных температурах испытаний и угловых скоростях вращения основания.

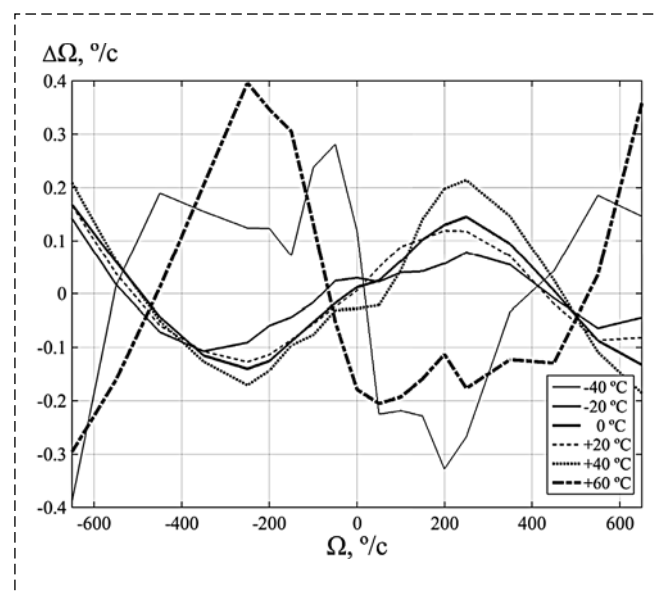


Рис. 3. Результирующая ошибка показаний ВТГ после коррекции во всем диапазоне температур для диапазона измерения ± 650 °/с

Fig. 3. The resulting error in the WTG readings after correction over the entire temperature range for the measurement range of ± 650 dps

Из анализа графиков на рис. 3 следует, что результирующая ошибка не превышает 0,4 %. Нелинейность масштабного коэффициента для полных диапазонов температур и измеряемой угловой скорости не превышает 0,03 %.

Таким образом, на основе математического описания вычислительных процедур и разработки на базе него программного обеспечения для блока электроники в составе ПЛИС и контроллера реализован ВТГ-ДУС с металлическим резонатором цилиндрической формы.

Приведенное описание показывает, что точность и стабильность измерительных характеристик ВТГ-ДУС существенно зависят от коэффициентов (обратных связей, функций коррекции, фильтров). Данные коэффициенты определяются параметрами резонатора, которые могут быть получены в результате экспериментального исследования резонатора, но гораздо более перспективным является проектирование и последующее изготовление резонаторов с известными, требуемыми характеристиками. Такой подход позволяет уменьшить время изготовления ВТГ-ДУС в целом и сократить его конечную стоимость за счет сокращения циклов испытаний. Реализация такого подхода предполагает разработку и верификацию модели резонатора. Исходя из принципа работы ВТГ наиболее подходящей моделью является конечно-элементная модель, верификацию которой следует осуществлять по характеристикам образцов резонаторов.

Модальный анализ

В реальном резонаторе распределение масс и плотностей по его объему является различным. Поэтому выделяют легкую ось, вдоль которой частота колебаний максимальна, и тяжелую, вдоль которой частота колебаний минимальна. Ориентация этих осей определяется относительно физических осей расположения преобразователей (пьезоэлементов).

Разница в частотах колебаний вдоль легкой и тяжелой осей (разночастотность) может достигать 2 Гц и более и обусловлена анизотропией жесткости, а добротность — анизотропией вязкости материала резонатора. Разночастотность может быть уменьшена балансировкой резонатора.

В настоящее время, вероятно, единственным достоверным методом проектирования

резонатора является его конечно-элементное (КЭ) моделирование и сравнение результатов модального анализа модели и результатов исследования реального резонатора.

Модальный анализ может быть выполнен акустическим методом на специальной установке и с помощью вибростенда.

По результатам сравнения параметров резонатора и модели уточняются тип и размеры конечных элементов, коэффициенты демпфирования всех элементов и среды. С помощью верифицированной таким образом КЭ модели можно прогнозировать частотный спектр резонатора с новыми размерами. Таким образом, на основе верифицированной модели можно осуществлять проектирование резонаторов с требуемыми характеристиками.

Наиболее простым методом анализа качества резонатора является акустический. Он позволяет определить собственные частоты, разночастотность, добротность и выполнить разбраковку резонаторов до приклейки пьезоэлементов.

Сигнал, регистрируемый микрофоном после ударного воздействия на резонатор, имеет вид затухающих биений (рис. 4), что обусловлено двумя близкими резонансными частотами по легкой и тяжелой осям.

Разночастотность определяется зависимостью $\Delta F = 1/t$, где t — время между двумя соседними биениями — пиками колебаний.

По времени τ уменьшения амплитуд колебаний в e раз определяется добротность резонатора $Q = 2\pi f\tau$ (f — частота колебаний).

Нанося удары по резонатору в разных местах по окружному углу, можно определить добротность.

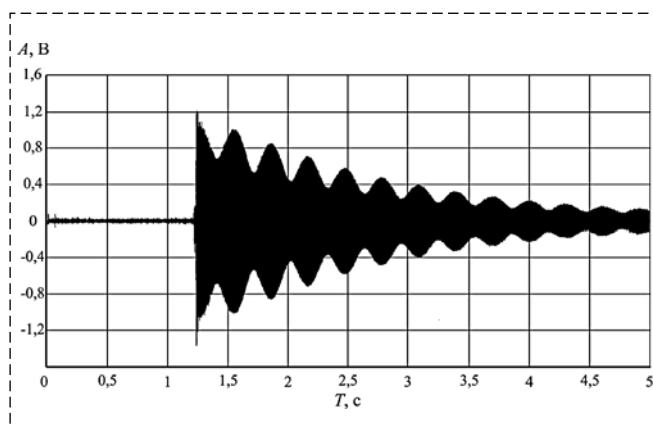


Рис. 4. Сигнал, регистрируемый микрофоном
Fig. 4. The signal recorded by the microphone

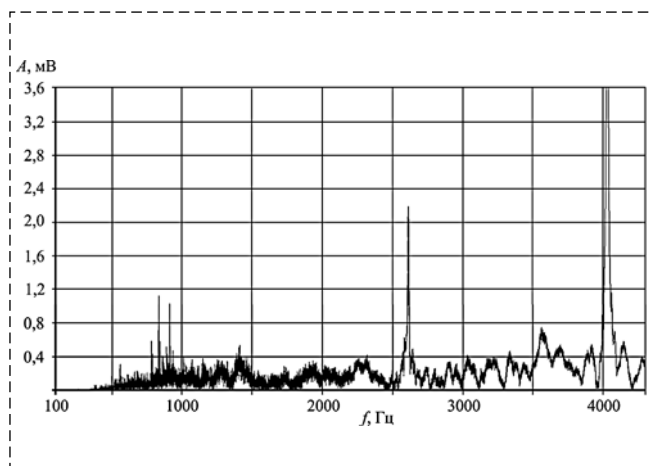


Рис. 5. Результаты быстрого преобразования Фурье
Fig. 5. FFT Results

На основании анализа сигнала с микрофона получены следующие результаты: разностотность $\Delta F = 3,4$ Гц; добротность $Q = 20616...23162,9$; разностотность $\Delta Q = 2546,9$.

Собственные частоты резонатора получены в результате быстрого преобразования Фурье (FFT) (рис. 5): 1412 Гц — изгибная форма колебания доньшка относительно посадочного узла; 4028,2 Гц — изгибная мода (рабочая мода) кромки резонатора.

В результате коррекции КЭ сетки, коэффициентов материала и среды удалось добиться различия частот, полученных в результате модального анализа КЭ модели и акустического анализа, менее чем на 1 %, что позволяет говорить о достижении целей верификации. Однако, ввиду анизотропности используемого в КЭ модели материала резонатора, полученная по модели разностотность, равная 1 Гц, существенно отличается от реальной, полученной при исследовании резонатора и равной 3,4 Гц. Так как разностотность существенно уменьшается при балансировке, данным критерием оценки степени приближения модели к реальному образцу можно пренебречь.

Модальный анализ с помощью КЭ моделирования позволяет выполнить коррекцию базовых размеров резонатора и обеспечить уменьшение влияния изгибных колебаний доньшка на выходной сигнал. Кроме того, можно обеспечить разницу частот между соседними модами колебаний более 1000 Гц, что увеличивает соотношение сигнал/шум. На основании результатов КЭ моделирования можно получить параметры, необходимые для расчета коэффициентов контуров управления.

Приведено математическое описание вычислительных процедур, обеспечивающих работу электроники ВТГ-ДУС в заданных диапазонах изменения угловой скорости и температуры. Составлена и верифицирована КЭ модель резонатора ВТГ, позволяющая осуществлять проектирование с достаточной точностью резонаторов с требуемыми характеристиками. Результаты КЭ моделирования резонатора позволяют рассчитать коэффициенты схем управления, фильтрации и коррекции, необходимые для функционирования блока электроники.

Список литературы

1. Луний Б. С., Матвеев В. А., Басараб М. А. Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технология. М.: Радиотехника, 2014. 176 с.
2. Lynch D. D. Vibration-induced drift in the hemispherical resonator gyro // Proc. Annual Meeting of the Institute of Navigation. 23—25 June 1987. Dayton, Ohio. P. 34—37.
3. Журавлев В. Ф., Климов А. М. Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985.
4. Егармин Н. Е., Юрин В. Е. Введение в теорию вибрационных гироскопов. М.: Бином, 1993. 111 с.
5. Распопов В. Я., Лихошерст В. В. Датчик угловых скоростей на базе волнового твердотельного гироскопа с металлическим резонатором для систем ориентации, стабилизации и навигации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22, № 7. С. 374—382.
6. Матвеев В. А., Липатников В. И., Алехин А. В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1997. 165 с.
7. Линч Д. Взгляд компании "Нортроп Грумман" на развитие инерциальных технологий // Гироскопия и навигация. 2008. № 3. С. 102—106.
8. Жанруа А., Буве А., Ремилье Ж. Волновой твердотельный гироскоп и его применение в морском приборостроении // Гироскопия и навигация. 2013. № 4 (83). С. 45—54.
9. Распопов В. Я., Волчихин И. А., Волчихин А. И., Ладонкин А. В., Лихошерст В. В., Матвеев В. В. Волновой твердотельный гироскоп с металлическим резонатором / Под ред. В. Я. Распопова. Тула: Изд-во ТулГУ, 2018. 189 с.
10. Распопов В. Я., Алалуев Р. В., Ладонкин А. В., Лихошерст В. В., Шепилов С. И. Настройка и калибровка волнового твердотельного гироскопа с металлическим резонатором работающего в режиме датчика угловой скорости // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28, № 1. С. 31—41.

Investigation of the Functioning of the Electronics Unit and the Resonator of a Wave Solid-State Gyroscope in the Mode Angular Velocity Sensor

V. Ya. Raspopov, info@tsu.tula.ru, V. V. Likhosherst, lvv_01@inbox.ru, S. V. Egorov, 022@mzp.su,
Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation

Corresponding author: Raspopov Vladimir Ya., D., Professor,
Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation, e-mail: lvv_01@inbox.ru

Accepted on May 16, 2022

Abstract

The principles of operation of a wave solid-state gyroscope are described using the example of a cylindrical metal resonator design, in which oscillations are created and a signal is picked up by means of piezoelectric elements located on the base of the resonator. The mode of positional excitation of primary oscillations and the formation of a feedback signal to ensure the operation of the resonator in the mode of an angular velocity sensor are considered. A block diagram of the conversion sequence of the signal taken from the piezoelectric elements of the axes of nodes and antinodes for the organization of feedbacks is given. Approaches to the construction of control loops for the amplitude and phase of oscillations to create primary oscillations and compensate for the amplitude of oscillations of the node axis are considered. The presence of these circuits makes it possible to ensure the operation of a wave solid-state gyroscope in the mode of an angular velocity sensor. For all areas of signal conversion, a mathematical description of computational processes has been compiled, based on the condition for the implementation of computational procedures by a digital computer. Mathematical dependences necessary for correcting the output signal — ensuring its linearity and stability in the range of operating temperatures and the range of measured angular velocities are compiled. The results of tests confirming the operability of a wave solid-state gyroscope in the mode of an angular velocity sensor are presented. An approach to constructing a resonator model based on the finite element method is considered. An approach to the verification of a finite element model is shown by comparing the results of an experimental study of the characteristics of the resonator with the simulation results.

Keywords: wave solid-state gyroscope, resonator, modal analysis, resonant frequencies, tuning, calibration

Acknowledgements: The article was prepared with the financial support of the Grant of the Government of the Tula region in the field of science and technology "Development of a roll angle sensor based on a wave solid-state gyroscope" No. DS 1264 dated 10.25.2021.

For citation:

Raspopov V. Ya., Likhosherst V. V., Egorov S. V. Investigation of the Functioning of the Electronics Unit and the Resonator of a Wave Solid-State Gyroscope in the Mode Angular Velocity Sensor, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 8, pp. 440—447.

DOI: 10.17587/mau.23.440-447

References

1. Lunin B. S., Matveev V. A., Basarab M. A. Wave solid-state gyroscope. Theory and technology, Moscow, Radio engineering, 2014, 176 p. (in Russian).
2. Lynch D. D. Vibration-induced drift in the hemispherical resonator gyro, *Proc. Annual Meeting of the Institute of Navigation*, June 23—25, 1987, Dayton, Ohio, pp. 34—37.
3. Zhuravlev V. F., Klimov A. M. Wave solid-state gyroscope, Moscow, Science, 1985 (in Russian).
4. Egarmin N. E., Yurin V. E. Introduction to the theory of vibrational gyroscopes, Moscow, Binom, 1993, 111 p. (in Russian).
5. Raspopov V. Ya., Likhosherst V. V. Angular velocity sensor based on a wave solid-state gyroscope with a metal resonator for orientation, stabilization and navigation systems, *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 7, pp. 374—382 (in Russian).
6. Matveev V. A., Lipatnikov V. I., Alekhin A. V. Design of wave solid-state gyroscope, Moscow, Publishing house of MSTU im. N. E. Bauman, 1997, 165 p. (in Russian).
7. Lynch D. View of the company "Northrop Grumman" on the development of inertial technologies, *Gyroscopy and Navigation*, 2008, no. 3, pp.102—106 (in Russian).
8. Jeanroy A., Bouvet A., Remilier J. Wave solid-state gyroscope and its application in marine instrumentation, *Gyroscopy and Navigation*, 2013, no. 4 (83), pp. 45—54 (in Russian).
9. Raspopov V. Ya., Volchikhin I. A., Volchikhin A. I., Ladonkin A. V., Likhosherst V. V., Matveev V. V. Wave solid-state gyroscope with a metal resonator, Tula, TulGU Publishing House, 2018, 189 p. (in Russian).
10. Raspopov V. Ya., Alaluev R. V., Ladokin A. V., Likhosherst V. V., Shepilov S. I. Adjustment and calibration of a wave solid-state gyroscope with a metal resonator operating in the mode of an angular velocity sensor, *Gyroscopy and Navigation*, 2020, vol. 28, no. 1, pp. 31—41 (in Russian).



Научно-практическая конференция

"ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ ВОЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ, ДЕЙСТВИЙ ВОЙСК И ПРОЦЕССОВ ИХ ОБЕСПЕЧЕНИЯ" ("ИМСВН-2022")

Вторая всероссийская научно-практическая конференция по имитационному моделированию и его применению в военной сфере "Имитационное моделирование систем военного назначения, действий войск и процессов их обеспечения" ("ИМСВН-2022") состоится в Санкт-Петербурге 20 октября 2022 года в Военной академии материально-технического обеспечения имени генерала армии А.В. Хрулёва.

Организаторы и учредители конференции:

Военная академия материально-технического обеспечения имени генерала армии А.В. Хрулёва, Санкт-Петербург;

Некоммерческое партнерство "Национальное общество имитационного моделирования (НП "НОИМ"), Санкт-Петербург;

АО "Центр технологии судостроения и судоремонта", Санкт-Петербург;

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН.

Задачами конференции являются:

- обмен опытом исследований и практических приложений средств имитационного и комплексного (системного) моделирования сложных организационно-технических систем и процессов в военной сфере;
- распространение методов и средств имитационного моделирования для решения научных и практических задач управления войсками и оружием, в том числе совместно с технологиями искусственного интеллекта;
- определение перспектив деятельности научных, научно-исследовательских и образовательных организаций, предприятий промышленности в имитационном моделировании процессов вооруженной борьбы и их всестороннего обеспечения;
- распространение опыта обучения теории и практике имитационного моделирования в военной сфере.

Научная программа конференции включает следующие тематические направления:

- применение имитационного моделирования для принятия решений по управлению войсками и оружием, в том числе совместно с технологиями искусственного интеллекта;
- применение имитационного моделирования на различных этапах жизненного цикла комплексов вооружения, военной и специальной техники;
- теоретические основы и методология имитационного моделирования действий войск и процессов их всестороннего обеспечения;
- инструментальные средства автоматизации и визуализации имитационного моделирования объектов и процессов в военной сфере;
- применение имитационного моделирования в обучении военных специалистов.

Своевременно направляйте докладыв секретариат конференции по электронному адресу imsvn2022@simulation.su.

Официальный сайт конференции ИМСВН-2022 — www.simulation.su.

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Матросская тишина, 23с2

Телефон редакции журнала: **+7(499) 270 16 52**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 26.05.2022. Подписано в печать 11.07.2022. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Заказ МН822. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз". 119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru