

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 23

2022

№ 2

Издаётся с 2000 года

ISSN 1684-6427 (Print)

ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:
ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:
БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.
ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.
ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН
ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН
КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН
КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН
СИГОВ А. С., акад. РАН
СОЙФЕР В. А., акад. РАН
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН
ШЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:
DORANTES D. J., PhD, Турция
GROUMPOS P. P., PhD, Греция
ISIDORI A., PhD, Италия
KATALINIC B., PhD, Австрия
LIN CH.-Y., PhD, Тайвань
MASON O. J., PhD, Ирландия
ORTEGA R. S., PhD, Франция
SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США
STRZELECKI R. M., PhD, Польша
SUBUDHI B. D., PhD, Индия
АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан
ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина
БОБЦОВ А. А., д.т.н.
БУКОВ В. Н., д.т.н.
ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.
ЖУКОВ И. А., д.т.н.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.
ЛОХИН В. М., д.т.н.
МАГОМЕДОВ М. Х., д.ф.-м.н.
ПУТОВ В. В., д.т.н.
ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.
РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д.п.с.н.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.
ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.
ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция:
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:
АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

- Ковалёв С. П.** Проектирование гетерогенных киберфизических систем с применением теории категорий59
- Ловчаков В. И.** Аналитический синтез квазиоптимальных по быстродействию регуляторов для линейных объектов на основе условно адекватных моделей низкого порядка. Часть 168

РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Горячева И. Г., Досаев М. З., Селюцкий Ю. Д., Яковенко А. А., Ju M.-S., Chang H.-R.** Управление внедрением иглы в ткань фантома головного мозга с помощью пьезоэлектрического привода99
- Филаретов В. Ф., Губанков А. С., Горностаев И. В.** Разработка метода формирования программных сигналов для исполнительных электроприводов манипуляторов с избыточными степенями подвижности. Часть II88
- Варлашин В. В., Лопота А. В.** Оптимизация параметров проецирования системы кругового обзора с использованием реперных меток97
- Зеленский А. А., Гапон Н. В., Жданова М. М., Воронин В. В., Илюхин Ю. В.** Метод восстановления карты глубины в задачах управления роботами и мехатронными системами104

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 23

2022

No. 2

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000

ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online)

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief

FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:

BOLSHAKOV A. A.

PODURAEV Yu. V.

YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:

BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:

ANSHAKOV G. P.

BOLOTNIK N. N.

CHENTSOV A. G.

CHERNOUSKO F. L.

FEDOROV I. B.

KALYAEV I. A.

KURZHANSKI A. B.

KUZNETSOV N. A.

PESHEKHONOV V. G.

REZCHIKOV A. F.

SCHERBATYUK A. F.

SEBRYAKOV G. G.

SIGOV A. S.

SOJFER V. A.

SOLOMENTSEV Yu. M.

VASSILYEV S. N.

YUSUPOV R. M.

ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:

ALIEV T. A., Azerbaijan

DORANTES D. J., PhD, Turkey

GARASCHENKO F. G., Ukraine

GROUMPOS P. P., PhD, Greece

ISIDORI A., PhD, Italy

KATALINIC B., PhD, Austria

LIN CH.-Y., PhD, Taiwan

MASON O. J., PhD, Ireland

ORTEGA R. S., PhD, France

SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA

STRZELECKI R. M., PhD, Poland

SUBUDHI B. D., PhD, India

BOBTSOV A. A.

BUKOV V. N.

ERMOLOV I. L.

FILARETOV V. F.

FRADKOV V. L.

FURSOV V. A.

ILYASOV B. G.

KOROSTELEV V. F.

LEBEDEV G. N.

LOKHIN V.M.

MAGOMEDOV M. Kh.

PUTOV V. V.

PSHIKHOPOV V. Kh.

RAPOPORT E. Ya.

SERGEEV S. F.

ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:

BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:

ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospective development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

- Kovalyov S. P.** Design of Heterogeneous Cyber-Physical Systems Employing Category Theory 59
- Lovchakov V. I.** Analytical Synthesis of Quasi-Optimal Regulators for Linear Objects Based on Conditionally Adequate Low-Order Models. Part 1 68

ROBOT, MECHATRONICS AND ROBOTIC SYSTEMS

- Goryacheva I. G., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D., Yakovenko A. A., Ju M.-S., Chang H.-R.** Control of Indentation of a Needle Into the Brain Phantom Tissue Using a Piezoelectric Drive 79
- Filaretov V. F., Gubankov A. S., Gornostaev I. V.** Development of the Method of Formation the Reference Signals for Electric Actuators of Manipulators with Redundant Degrees of Freedom. Part II 88
- Varlashin V. V., Lopota A. V.** Optimization of Surround-View System Projection Parameters using Fiducial Markers 97
- Zelensky A. A., Gapon N. V., Zhdanova M. M., Voronin V. V., Ilyukhin Y. V.** Depth Map Reconstruction Method in Control Problems for Robots and Mechatronic Systems 104

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

С. П. Ковалёв, д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., kovalyov@sibnet.ru,
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, Москва

Проектирование гетерогенных киберфизических систем с применением теории категорий

Гетерогенные киберфизические системы управления на основе цифровых двойников востребованы Индустрией 4.0. В соответствии с современной методологией системной инженерии такие системы проектируются на уровне цифровых моделей. В статье предложены подходы к формализации и последующей автоматизации решения задач их проектирования в прямой и обратной постановке. В целях унифицированного описания разнородных составных частей применяется подход к проектированию в разрезе точек зрения на систему, соответствующий международному стандарту ISO/IEC/IEEE 42010. Следуя современным тенденциям, в качестве математического аппарата для формального описания и решения задач проектирования используется теория категорий — раздел высшей алгебры, направленный на унифицированное представление объектов различной природы и взаимосвязей между ними. Пространство проектирования гетерогенных киберфизических систем строится как подкатегория в категории мультизаятой, объекты которой описывают возможные архитектуры систем с заданной схемой структурной иерархии, представленные с той или иной точки зрения в виде диаграмм, а морфизмы отвечают действиям по подбору и замене составных частей. Категорию мультизаятой можно построить с помощью универсальных конструкций произведения, экспоненты и декартова квадрата, что позволяет установить ряд ее свойств. Прямые задачи проектирования заключаются в оценке свойств системы как целого по архитектуре и решаются с помощью универсальной теоретико-категорной конструкции копредела диаграммы. Решение обратных задач, требующих найти для системы варианты архитектуры, (суб-, Парето-) оптимальные по критериям потребительского качества, состоит в реконструкции диаграмм по ребрам их копределов. Описаны на языке теории категорий и проиллюстрированы типовые приемы сборки киберфизических систем, такие как модульная компоновка и аспектное связывание. В качестве примера приведено проектирование энергоэффективных роботизированных производственных линий, представленных с точки зрения поведения в виде дискретно-событийных имитационных моделей.

Ключевые слова: киберфизическая система, порождающее проектирование, автоматическое производство, архитектурное представление, теория категорий, копредел, категория мультизаятой

Техническая система называется киберфизической, если она интегрирует физический мир действий над материальными объектами и цифровой мир моделирования и управления [1]. Киберфизические системы включают в себя разнородное оборудование, оснащенное цифровыми датчиками и исполнительными механизмами, программно-аппаратное обеспечение для мониторинга и/или управления. Например, системы автоматизированного производства охватывают станки, инженерные сети, контроллеры, каналы связи, серверы, программное обеспечение и т. д. [2, 3].

В рамках парадигмы Индустрии 4.0 связующим звеном между двумя мирами выступает цифровой двойник — виртуальная модель физического оригинала, достоверно воспроизводящая и задающая его структуру, состояние и поведение в реальном времени [4, 5]. Киберфизические системы проектируются на уровне цифровых моделей в соответствии с современ-

ной методологией системной инженерии. Варианты системной архитектуры порождаются в виртуальном пространстве подбором и заменой составных частей (СЧ) на уровне моделей. Задача проектирования в прямой постановке состоит в сборке модели системы из моделей СЧ и верификации на предмет соответствия требованиям заинтересованных сторон. Очень важна и обратная постановка — поиск состава СЧ, (суб-, Парето-) оптимального с точки зрения целевых функций потребительского качества системы, таких как стоимость владения, производительность, надежность, энергоемкость. Требования к системе ограничивают пространство ее проектирования, в котором выполняется поисковая оптимизация. Технологии автоматической генерации и реализации архитектуры системы посредством такой оптимизации известны под общим названием порождающего проектирования (Generative Design) [6].

Для сложного объекта управления задачи проектирования киберфизической системы существенно усложняются ввиду разнородности моделей, вызванной различной природой СЧ [7]. Фактически, требуется виртуально воспроизвести жизненный цикл объекта на гетерогенных информационных и математических моделях. Для этого используются многочисленные инструменты: MATLAB, Simulink, Modelica, Ptolemy II и др. Однако они часто оказываются либо слишком общими по назначению и поэтому трудоемкими в применении, либо слишком частными и способными охватить лишь небольшую часть системы. Поэтому востребованы многокомпонентные инструментальные комплексы, интегрированные на основе формального семантического представления системно-инженерного знания [8].

В настоящей статье предложена формальная математическая основа для широкого класса методов автоматизации решения задач проектирования гетерогенных киберфизических систем в прямой и обратной постановках. Следуя современным тенденциям [9, 10], в целях достижения надлежащего уровня общности в качестве математического аппарата используется теория категорий — раздел высшей алгебры, направленный на унифицированное представление объектов различной природы и взаимосвязей между ними [11]. Основу приложения теории категорий к системной инженерии составляет представление структуры систем диаграммами в категориях типа "каталогов", объектами которых служат алгебраические модели СЧ всех уровней (от деталей до систем), а морфизмы описывают на языке моделей действия по сборке СЧ более высокого уровня из компонентов [12]. Сборке системы из СЧ отвечает известная универсальная алгебраическая конструкция копредела (colimit) диаграммы, представляющей структуру системы и взаимосвязи между СЧ. Решение обратных задач проектирования состоит в реконструкции диаграмм по ребрам их копределов [13]. Отметим, что существуют и другие, более частные подходы к теоретико-категорному представлению систем, например, представление схем потоков сигналов струнными диаграммами в подходящей моноидальной категории [14].

Для гетерогенных киберфизических систем нерационально размещать модели СЧ всех видов в одном общем каталоге: лучше завести отдельную категорию-каталог для каждого вида СЧ.

Архитектура такой системы формально описывается схемой деления — ориентированным графом, вершины которого размечены моделями СЧ различных видов. Однако такой граф не является корректной диаграммой с точки зрения теории категорий, поскольку в разных вершинах находятся объекты из разных категорий. Чтобы восстановить корректность, целесообразно следовать стандарту ISO/IEC/IEEE 42010:2011 (в России принят как ГОСТ Р 57100—2016 "Системная и программная инженерия. Описание архитектуры"), который рекомендует отображать схему деления в различные точки зрения на систему (architecture viewpoint). Стандарт поощряет использование различных языков и инструментов моделирования для представления архитектуры с различных точек зрения, однако требует единообразно описывать все СЧ в рамках любой фиксированной точки зрения. Поэтому при выборе некоторой точки зрения архитектура системы приобретает корректную теоретико-категорную диаграммную семантику. Пространство проектирования, описывающее варианты архитектуры в разрезе точек зрения, строится на базе конструкции категории мультизапятой (multicomma) [15].

Приложения теории категорий в системной инженерии

Напомним, что категория C — это класс абстрактных объектов $Ob C$, попарно связанных множествами морфизмов (абстрактных аналогов отображений): каждый морфизм f имеет область $dom f \in Ob C$ и кообласть $codom f \in Ob C$. Соотношения вида $dom f = A$ и $codom f = B$ наглядно записываются в форме стрелки $f: A \rightarrow B$. Для любой пары морфизмов f, g , такой что $codom f = dom g$, определена композиция — морфизм $g \circ f: dom f \rightarrow codom g$. Композиция ассоциативна: для любой тройки морфизмов f, g, h , если $codom f = dom g$ и $codom g = dom h$, то $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$. Наконец, любой объект A обладает тождественным морфизмом $1_A: A \rightarrow A$, таким что для любого морфизма $f: A \rightarrow B$ выполняется соотношение $f \circ 1_A = 1_B \circ f = f$. Заметим, что аксиомы категории устойчивы относительно обращения направления всех стрелок: таким обращением категория C превращается в категорию, которая называется двойственной к ней и обозначается C^{op} . Ярким примером категории служит **Set**, состоящая из всех мно-

жеств и отображений. Вместе с категориями вводятся функторы — отображения категорий, переводящие объекты в объекты и морфизмы в морфизмы, с сохранением композиции и тождественных морфизмов. Все категории и функторы образуют "катеорию" **CAT**.

В системной инженерии категориями описываются "каталоги" алгебраических моделей системных единиц и действий по сборке систем. Каталог моделей образует категорию, поскольку в нем имеется композиция морфизмов (последовательное выполнение действий) и тождественные морфизмы (холостое "ничегонеделание" с любой моделью). Во многих известных приложениях модели представляют собой множества, снабженные некоторой структурой (алгебры, графы, системы переходов, векторные пространства, многообразия и т. д.), и тогда каталог является конкретной категорией над **Set**.

Подходящие диаграммы в категории-каталоге представляют возможные структуры системы. Напомним, что диаграмма в категории C — это функтор

$$\Delta : I \rightarrow C,$$

где I — малая категория, порожденная (ориентированным мульти)графом диаграммы и называемая схемой или формой диаграммы. Множество объектов категории I образуют все вершины графа, а морфизмами служат все конечные пути; композиция морфизмов задается конкатенацией путей.

Для диаграммы структуры системы теория категории позволяет строго сформировать и проверить модель системы как целого универсальной конструкцией копредела диаграммы. Понятие копредела выражает в алгебраических терминах общепринятый взгляд на систему как на "контейнер", который включает в себя все части с учетом их структурных взаимосвязей, и ничего другого. Формально, копредел — это объект, снабженный морфизмами из каждой вершины диаграммы, удовлетворяющими определенным условиям естественности и универсальности. Простейший нетривиальный копредел, называемый кодекартовым квадратом, строится для диаграммы в форме "распорки":

$$f : P \leftarrow G \rightarrow S : g.$$

Такая диаграмма может быть интерпретирована как структура системы, состоящей из частей P и S , соединенных "клеем" G . Система

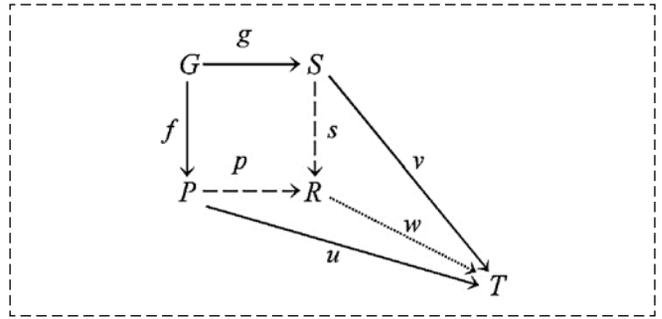


Рис. 1. Кодекартов квадрат
Fig. 1. Pushout

должна включать в себя обе части и учитывать склеивание в том смысле, что прослеживание включения клея через любую из частей дает одно и то же композитное действие (условие естественности). Более того, система не должна содержать ничего, кроме двух склеенных частей, т. е. она должна быть однозначно идентифицируема в любой единице, содержащей части с учетом склеивания (условие универсальности). Копредел, представляющий такую систему, — это объект R вместе с морфизмами $p : P \rightarrow R$ и $s : S \rightarrow R$, удовлетворяющими следующим двум условиям (рис. 1):

(i) $p \circ f = s \circ g$ (естественность);

(ii) для любых объекта T и морфизмов $u : P \rightarrow T$, $v : S \rightarrow T$, если $u \circ f = v \circ g$, то существует единственный морфизм $w : R \rightarrow T$ такой, что $w \circ p = u$ и $w \circ s = v$ (универсальность).

Легко проверить, что объект копредела R , при условии, что он существует, определяется единственным образом с точностью до изоморфизма. При необременительных технических ограничениях копредел любой конечной диаграммы может быть вычислен как последовательность кодекартовых квадратов. Ниже приведены примеры копределов, возникающих в процессе проектирования киберфизических производственных систем.

Путем обобщения кодекартова квадрата строится теоретико-категорная семантика *аспектного связывания* (weaving) — способа синтеза систем многократным встраиванием повторяющихся "рассеянных" (scattered) функций в различные контексты. Аспектное связывание относится к числу ключевых приемов повышения эффективности разработки киберфизических систем, поскольку рассеяние является неотъемлемым свойством ряда их сервисных функций, таких как обеспечение безопасности, контроль ошибок ввода-вывода, ведение конфигурационных данных [16]. Связывание состоит в под-

ключении программы W , называемой советом (advice) или аспектом (aspect), к базовой программе (base) B в заданных местах, называемых точками соединения (join points) [17]. Каждый раз, когда при исполнении базовой программы встречается точка соединения, должен вызываться совет. Инструмент связывания принимает на вход две спецификации:

- описание точек соединения в базовой программе — срез (pointcut);
- описание точек вызова совета в точках соединения.

При связывании на первом шаге (виртуально) создается достаточное число копий совета, по одной на каждую точку соединения, с маркировкой соответствующих им точек вызова. Далее на втором шаге эти точки "склеиваются" друг с другом так, чтобы не разрушить аспектную структуру базы и совета. Для формальной записи правил связывания привлекается дополнительная модель C , называемая связкой (connector), которая интегрируется с базой в точках соединения, а с советом — в точках вызова. В аспектно-ориентированном программировании в роли связки выступает регулярное выражение, выделяющее в тексте базовой программы синтаксические единицы, образующие срез. Соответствие точек соединения точкам вызова задается парой морфизмов

$$j : B \leftarrow C \rightarrow W : e.$$

Первому шагу связывания отвечает построение произведения $C \times W$ вместе с морфизмом

$$\langle 1_C, e \rangle : C \rightarrow C \times W,$$

который однозначно определяется условиями

$$p_C \circ \langle 1_C, e \rangle = 1_C \text{ и } p_W \circ \langle 1_C, e \rangle = e,$$

где $p_C : C \times W \rightarrow C$ и $p_W : C \times W \rightarrow W$ — проекции произведения на компоненты.

Второй шаг связывания формально представляет собой склеивание — кодекартов квадрат над парой морфизмов

$$j : B \leftarrow C \rightarrow C \times W : \langle 1_C, e \rangle.$$

Результатом связывания является вершина этого квадрата, обозначаемая $j \bowtie e$, при условии, что произведение $C \times W$ и кодекартов квадрат существуют (рис. 2) [18].

Теория категорий предлагает широкий ассортимент более сложных конструкций для прило-

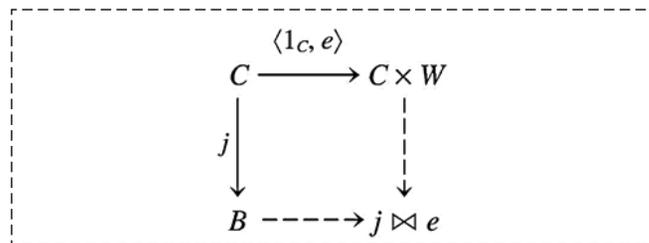


Рис. 2. Аспектное связывание как кодекартов квадрат
Fig. 2. Aspectual weaving represented as a pushout

жения в системной инженерии. Однако их рассмотрение выходит за рамки настоящей статьи.

Алгебраический подход к проектированию в разрезе точек зрения

Для киберфизических систем можно составить категории-каталоги по видам СЧ: производственное оборудование, средства электропитания, датчики и контроллеры, алгоритмы управления и т. д. Однако априори неясно, в каких терминах можно строго и семантически корректно описать сборку целостных систем из таких разнородных СЧ [7]. Можно зафиксировать лишь схему деления — граф структурной иерархии СЧ, обусловленной их природой. Для построения архитектуры требуется отобразить схему деления в различные точки зрения на систему, такие как:

- пространственное расположение (геометрическая форма);
- поведение;
- потребительское качество;
- материал;
- управление;
- безопасность;
- диагностика;
- иные подходящие точки зрения.

Алгебраические описания всех возможных СЧ всех видов с некоторой фиксированной точки зрения образуют категорию, морфизмы в которой выражают выбранную точку зрения на действия по сборке. Например, геометрическая форма любой СЧ представляется подмножеством в \mathbb{R}^3 , которое является ограниченным (содержится внутри некоторой сферы), регулярным (совпадает с замыканием своей внутренности в стандартной топологии) и полуаналитическим (допускает задание граничных поверхностей в декартовых координатах вещественными аналитическими функциями) [19]. Чтобы специфицировать всевозмож-

ные соединения СЧ, такие как склеивание по фрагментам поверхности, рассматриваются все ограниченные регулярные полуаналитические множества в \mathbb{R}^n , $0 \leq n \leq 3$. На классе всех таких множеств выполняется факторизация: отождествляются множества, переходящие друг в друга под действием аффинных изометрий и растяжений. Морфизмы таких классов эквивалентности, описывающие действия по сборке систем с точки зрения пространственного расположения, порождаются изометрическими вложениями множеств и растяжениями. Возникает подкатегория в **Set**, обозначаемая **SBM** (от Solid Body Modeling). Наглядным примером представления сборки системы копределом служит кодекартов квадрат в **SBM**, изображающий склеивание двух деталей "Part B" и "Part C" в сборочную единицу "Unit BC" по двумерной контактной поверхности, на которую наносится слой клея "Glue" (рис. 3) [12]. Отметим, что по сравнению с теоретико-категорной диаграммой кодекартова квадрата из предыдущего раздела, здесь квадрат повернут на 135° против часовой стрелки (т. е. клеим вниз), чтобы соблюсти принятый в системной инженерии принцип изображения системной иерархии сверху вниз.

Для описания производственных и других систем с точки зрения поведения широко используется имитационное моделирование, в том числе дискретно-событийное [20]. Здесь модель имеет вид сценария — фрагмента предполагаемой истории поведения СЧ, представленного потоком дискретных событий различных видов. Описания действий по сборке сценариев поведения сложных систем отражают вклад сценариев поведения СЧ. Так, сценарий работы производственной линии составляется из сценариев работы станков, увязанных друг с другом в рамках технологического процесса. Формально сценарий — это множество событий, частично упорядоченное причинно-следственными зависимостями и размеченное видами событий. Ни события, ни зависимости, ни виды событий не "теряются" при сборке сложных сценариев, поэтому действия по сборке сценариев описываются отображениями, сохраняющими порядок и разметку [21]. Все сценарии и такие действия образуют категорию **Pomset**,

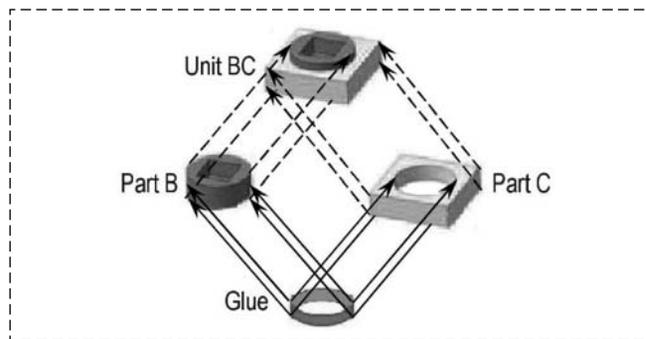


Рис. 3. Склеивание двух деталей как кодекартов квадрат
Fig. 3. Gluing two mechanical parts represented as a pushout

снабженную функтором в категорию **Set**, "забывающим" порядок и разметку.

Копределы и другие универсальные конструкции в **Pomset** описывают приемы сборки имитационных моделей систем. В качестве упрощенного примера рассмотрим формирование сценария, предназначенного для исполнения киберфизической системой управления автоматической производственной линией [12]. Линия состоит из трех СЧ низшего уровня: двух сборочных роботов "Robot A", "Robot B" и конвейера "Conveyor", выступающего в роли "клея". Технологическая карта каждого робота назначает ему сценарий взаимодействия с конвейером, порождая две СЧ промежуточного уровня — задачи "Task M3" и "Task M4". В ходе выполнения этих сценариев три детали "Part A", "Part B", "Part C" (две из которых рассмотрены выше) собираются в изделии "Product ABC". Общий сценарий производства (СЧ высшего уровня) конструируется из этих сценариев посредством копредела в **Pomset** (рис. 4). Вычис-

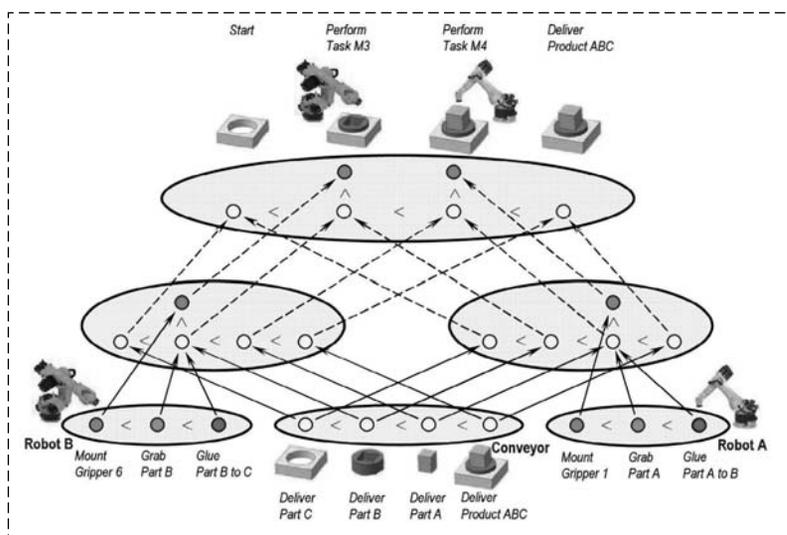


Рис. 4. Сборка сценария автоматического производства копределом
Fig. 4. Composing an automatic manufacturing scenario by a colimit

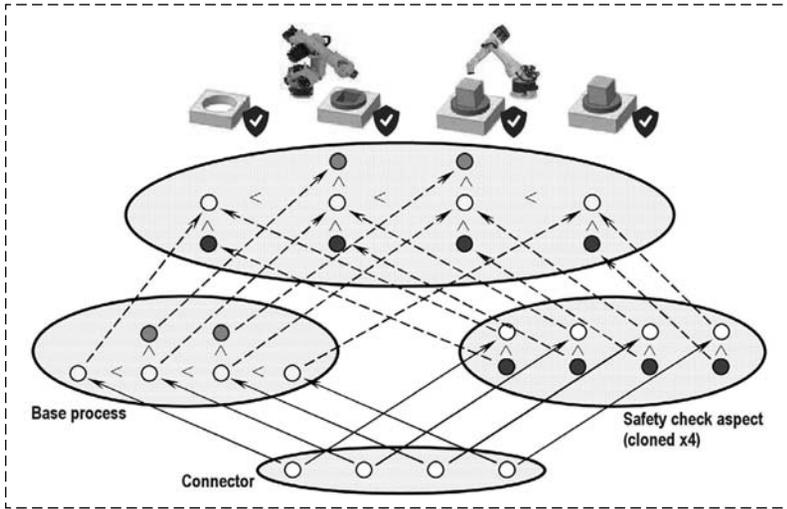


Рис. 5. Связывание аспекта проверки безопасности со сценарием автоматического производства

Fig. 5. Weaving the safety check aspect with the automatic manufacturing scenario

ление этого копредела сводится к кодекартову квадрату.

Предположим, что на каждом шаге полученного технологического процесса требуется выполнить проверку безопасности. Покажем, как это сделать аспектным связыванием. Укрупненный сценарий аспекта проверки безопасности W (safety check) состоит из двух последовательных событий: оценка обстановки и выдача заключения о степени безопасности. Необходимо размножить этот сценарий в четырех экземплярах (по числу шагов) и связать каждый экземпляр со своим шагом. Связывание выполняется кодекартовым квадратом в **Pomset** (рис. 5). В результате получается сценарий процесса, каждый шаг которого проходит проверку безопасности.

Категория мультизапятой в проектировании киберфизических систем

Обозначим C категорию, отвечающую некоторой точке зрения. Представление архитектуры системы с точки зрения C сводится к диаграмме в C , в вершинах которой находятся представления СЧ, а стрелки представляют действия по сборке системы из этих СЧ. Пусть I — малая категория, задающая форму (схему) этой диаграммы. Каталоги моделей СЧ различных видов задаются семейством категорий D_i , $i \in \text{Ob } I$. Для i -й СЧ имеется правило представления с точки зрения C , которое по соображениям корректности задается функтором вида $F_i: D_i \rightarrow C$ (будем обозначать F такое семейство

функторов, индексированное множеством вершин формы). Таким образом, теоретико-категорное описание архитектуры некоторой конкретной системы получается, если выбрать по одному объекту $A_i \in D_i$, $i \in \text{Ob } I$, и некоторую диаграмму $\Delta: I \rightarrow C$, удовлетворяющую условию $\Delta i = F_i A_i$, $i \in \text{Ob } I$. Заметим, что такую форму имеют и комплексные описания архитектуры с нескольких точек зрения одновременно: если отдельные точки зрения образуют множество Q и им отвечают категории C_q , $q \in Q$, то комплексное представление задается произведением категорий $\prod_{q \in Q} C_q$, которое и выступает в качестве C .

Процедуры подбора и замены СЧ в ходе проектирования алгебраически описываются преобразованиями описаний архитектуры, сохраняющими как схему деления, так и правила представления всех СЧ. Такими преобразованиями естественным образом служат естественные преобразования диаграмм, индуцированные действиями из каталогов СЧ. В явной форме: преобразованием архитектуры

$$\begin{aligned} & ((A_i, i \in \text{Ob } I), \Delta: I \rightarrow C) \\ & \text{в } ((A'_i, i \in \text{Ob } I), \Delta': I \rightarrow C) \end{aligned}$$

является любое семейство морфизмов

$$f_i: A_i \rightarrow A'_i, i \in \text{Ob } I$$

(где каждый морфизм f_i принадлежит категории D_i) такое, что для любых вершин $i, j \in \text{Ob } I$ и стрелки $s: i \rightarrow j$ выполняется условие естественности

$$F_j f_j \circ \Delta s = \Delta' s \circ F_i f_i.$$

Именно это условие выражает на языке теории категорий структурную целостность преобразования архитектуры, соответствующего замене СЧ [15] (рис. 6).

При любых фиксированных I и F совокупность всех описаний архитектуры и всех их преобразований образует категорию. Будем обозначать ее $\Downarrow F$ и называть *категорией мультизапятой (multicomma)* [15]. Такое название связано с тем, что, если I состоит из двух точек и единственной нетождественной стрелки из одной точки в другую, то мультизапятая переходит в хорошо известную категорию запятой [11, § II.6].

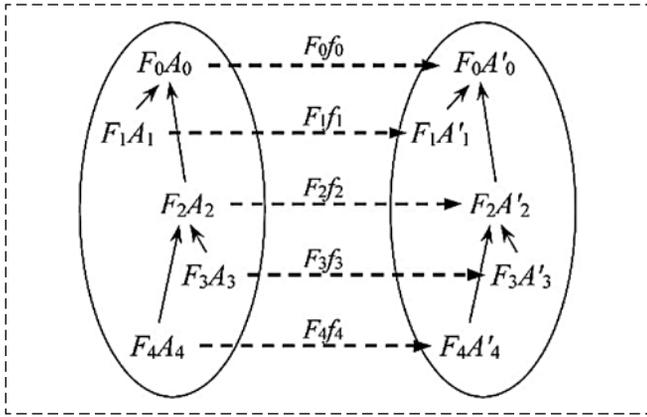


Рис. 6. Структурно целостный переход между описаниями архитектуры

Fig. 6. A structurally consistent transformation of architecture descriptions

Процедуры проектирования систем формально описываются функторами, действующими на категории $\Downarrow_I F$. Например, если любая диаграмма формы I в категории C имеет копредел, то его вычисление, т. е. решение прямой задачи проектирования, — это функтор из $\Downarrow_I F$ в C . Анализируя определенные свойства копредела, можно верифицировать архитектурное решение на предмет соответствия требованиям, предъявленным к системе как целому.

Для решения обратных задач категория мультизапятой служит удобным "строительным материалом" пространства проектирования, поскольку целевые функции оптимизации состава СЧ можно задавать функторами. Действительно, областью значений любой целевой функции является линейно упорядоченное множество, а его можно представить категорией [11, § I.2]: объектами такой категории служат все элементы множества, а морфизмами — все пары (x, y) такие, что $x \leq y$ (так что между любыми двумя объектами имеется не более одного морфизма). Интересна ситуация, когда целевая функция выступает функцией объектов функтора, действующего в такую категорию из нетривиальной (достаточно богатой морфизмами) подкатегории в $\Downarrow_I F$ или в двойственной категории $(\Downarrow_I F)^{op}$. В этом случае можно применять алгоритмы оптимизации типа градиентного спуска, выполняющие навигацию вдоль морфизмов этой подкатегории, гарантирующих структурную целостность решения. При этом можно эффективно вычислять путь вдоль морфизмов инструментами компьютерной алгебры. Для таких вычислений существуют мощные категорные решатели [22].

Например, при проектировании энергоэффективной производственной системы минимизируется энергоемкость технологических процессов при сохранении приемлемой производительности. Чтобы оценить энергоемкость дискретно-событийным имитационным моделированием, в модели вводятся числовые значения энергопотребления для событий, отвечающих технологическим операциям. Для сценария процесса, конфигурация которого задана некоторой диаграммой в **Pomset**, полное потребление вычисляется как сумма значений потребления событий, составляющих ее копредел. В качестве упражнения читатель может рассчитать энергопотребление сценария автоматического производства, изображенного на рис. 4. Пусть $\Downarrow_I F$ — категория мультизапятой, представляющая варианты архитектуры проектируемой системы с точки зрения поведения, т. е. имеющая категорию **Pomset** в качестве C . Пространство проектирования задается подкатегорией в $(\Downarrow_I F)^{op}$, объекты которой представляют допустимые конфигурации технологических процессов (в частности, такие, копределы которых имеют допустимые значения показателей производительности), а у любого морфизма полное энергопотребление области не превышает потребления кообласти. Расчет энергоемкости вариантов архитектуры определяет функтор из этой подкатегории в категорию вещественных чисел.

Отметим, что теория категорий позволяет представить схему деления киберфизической системы не только как малую категорию. Например, если схема деления задана блочной диаграммой, описывающей потоки управления и данных между СЧ, то ее удобно представить струнной диаграммой в подходящей моноидальной категории \mathbf{W} [23]. Вводится функтор $F : \mathbf{W} \rightarrow \mathbf{CAT}$, сопоставляющий каждой СЧ ее каталог, так что описание архитектуры системы строится выбором по одному объекту в категории F_X для каждого блока X и связыванием выбранных объектов функторами F_f для каждой межблочной связи f . Можно задавать и верифицировать требования к системе, записывая на языке теории категорий ограничения на входы и выходы блоков. Однако получающиеся представления архитектуры отражают лишь ограниченное подмножество точек зрения на систему — поведение и семантически родственные ему. Не ясно, как описать блочной диаграммой, например, геометрическую форму.

Заклучение

Теория категорий обладает большим потенциалом применения в технологиях Индустрии 4.0, в том числе в цифровом проектировании гетерогенных киберфизических систем. Предложенные в статье теоретико-категорные методы могут быть использованы при решении ряда прикладных задач проектирования киберфизических систем, в том числе при создании, модернизации и наладке роботизированных производственных линий.

Список литературы

1. **Khaitan S. K., McCalley J. D.** Design techniques and applications of cyber physical systems: a survey // *IEEE Systems Journal*. 2015. Vol. 9, N. 2. P. 350–365.
2. **Городецкий В. И., Ларюхин В. Б., Скобелев П. О.** Концептуальная модель цифровой платформы для киберфизического управления современным предприятием. Часть 1. Цифровая платформа и цифровая экосистема // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2019. Т. 20, № 6. С. 323–332.
3. **Городецкий В. И., Ларюхин В. Б., Скобелев П. О.** Концептуальная модель цифровой платформы для киберфизического управления современным предприятием. Часть 2. Цифровые сервисы // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2019. Т. 20, № 7. С. 387–397.
4. **Кычкин А. В., Николаев А. В.** Архитектура киберфизической системы управления проветриванием подземного горнодобывающего предприятия на базе платформы интернета вещей // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2021. Т. 22, № 3. С. 115–123.
5. **Андрюшкевич С. К., Ковалёв С. П., Нефедов Е. И.** Разработка цифрового двойника энергетической системы на основе онтологической модели // *Автоматизация в промышленности*. 2020. № 1. С. 51–56.
6. **Sun H., Ma L.** Generative design by using exploration approaches of reinforcement learning in density-based structural topology optimization // *Designs*. 2020. Vol. 4, N. 2. P. 10.
7. **Rajhans A.** et al. Supporting heterogeneity in cyber-physical systems architectures // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2014. Vol. 59, N. 12. P. 3178–3193.
8. **Larsen P. G.** et al. Integrated tool chain for model-based design of Cyber-Physical Systems: The INTO-CPS project // 2nd International Workshop on Modelling, Analysis, and Control

of Complex CPS (CPS Data). 2016. P. 1–6. doi: 10.1109/CPS-Data.2016.7496424.

9. **Breiner S., Subrahmanian E., Jones A.** Categorical foundations for system engineering // *Disciplinary Convergence in Systems Engineering Research* / Eds. A. Madni, B. Boehm, R. Ghanem, D. Erwin, D. Wheaton. Springer, 2018. P. 449–463.
10. **Mordecai Y., Fairbanks J. P., Crawley E. F.** Category-theoretic formulation of the model-based systems architecting cognitive-computational cycle // *Applied Sciences*. 2021. Vol. 11. P. 1945. doi:10.3390/app11041945.
11. **Маклейн С.** Категории для работающего математика. М.: Физматлит. 2004. 352 с.
12. **Ковалёв С. П.** Алгебраические методы проектирования гетерогенных киберфизических систем // *Математические методы в технологиях и технике*. 2021. № 2. С. 144–147.
13. **Ковалёв С. П.** Теория категорий как математическая прагматика модельно-ориентированной системной инженерии // *Информатика и ее применения*. 2018. Т. 12, Вып. 1. С. 95–104.
14. **Baez J. C., Erbele J.** Categories in control // *Theory and Applications of Categories*. 2015. Vol. 30, N. 24. P. 836–881.
15. **Ковалёв С. П.** Методы теории категорий в цифровом проектировании гетерогенных киберфизических систем // *Информатика и ее применения*. 2021. Т. 15, Вып. 1. С. 23–29.
16. **Kuschnerus D., Bilgic A., Musch T.** Aspect-oriented data and safety modeling for cyber-physical systems in process automation // *Proc. 8th European Congress on Embedded Real Time Software and Systems*. Toulouse, France, 2016. URL: <https://hal-irsn.archives-ouvertes.fr/ERTS2016/hal-01289440v1>.
17. **Aspect-Oriented Software Development**. Reading: Addison Wesley, 2004. 800 p.
18. **Ковалёв С. П.** Семантика аспектно-ориентированного моделирования данных и процессов // *Информатика и ее применения*. 2013. Т. 7, Вып. 3. С. 70–80.
19. **Requicha A. G.** Representations for rigid solids: theory, methods, and systems // *Journal ACM Computing Surveys*, 1980. Vol. 12, N. 4. P. 437–464.
20. **Prajapat N., Tiwari A.** A review of assembly optimisation applications using discrete event simulation // *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*. 2017. Vol. 30, N. 2-3. P. 215–228.
21. **Pratt V. R.** Modeling concurrency with partial orders // *International Journal of Parallel Programming*. 1986. Vol. 15, N. 1. P. 33–71.
22. **Gross J., Chlipala A., Spivak D. I.** Experience implementing a performant category-theory library in Coq // 5th Conference (International) on Interactive Theorem Proving Proceedings / Eds. G. Klein, R. Gamboa. Lecture Notes in Computer Science ser. Springer. 2014. Vol. 8558. P. 275–291.
23. **Bakirtzis G., Fleming C. H., Vasilakopoulou C.** Categorical semantics of cyber-physical systems theory // *ACM Transactions on Cyber-Physical Systems*. 2021. Vol. 5, Iss. 3. Article N. 32. P. 1–32.

Design of Heterogeneous Cyber-Physical Systems Employing Category Theory

S. P. Kovalyov, kovalyov@sibnet.ru,

V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences RAS, Moscow, 117997, Russian Federation

Corresponding author: **Kovalyov Sergei P.**, Dr. Sci, Lead Scientist, V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences RAS, Moscow, 117997, Russian Federation, e-mail: kovalyov@sibnet.ru

Accepted on November 10, 2021

Abstract

Heterogeneous cyber-physical control systems based on digital twins are in demand by Industry 4.0. In accordance with the contemporary systems engineering methodology, such systems are designed at the level of digital models. The paper proposes approaches to formalization and subsequent automation of solving direct and inverse problems of their design.

To unify descriptions of heterogeneous components, we follow a viewpoint-based approach to architecture design recommended by the international standard ISO/IEC/IEEE 42010. Following recent trends, we employ category theory as a mathematical framework for the formal description and solution of design problems. Indeed, category theory is a branch of higher algebra specifically aimed at a unified representation of objects of different nature and relationships between them. The design space of a heterogeneous cyber-physical system is constructed as a subcategory of the multicoma category, the objects of which describe possible system architectures with a fixed structural hierarchy represented from a certain viewpoint as diagrams, and morphisms denote actions associated with the parts selection and replacement during the system design. Direct design problems consist in evaluating the properties of the system as a whole by its architecture and are solved using a universal category-theoretic construction of the colimit of the diagram. The solution of inverse problems that require finding variants of the system architecture, which are (sub-, Pareto-) optimal according to the consumer quality criteria, consists in reconstructing diagrams by their colimit edges. For such reconstruction, optimization algorithms of gradient descent type are reasonable to employ, which navigate along the system design space morphisms calculating the path by means of computer algebra. Typical techniques of assembling cyber-physical systems, such as modular composition and aspect weaving, are described in the language of category theory and illustrated. As an example, we outline the design of energy-efficient robotic production lines represented from the behavior viewpoint as discrete-event simulation models.

Keywords: cyber-physical system, generative design, automatic manufacturing, architecture viewpoint, category theory, colimit, multicoma category

For citation:

Kovalyov S. P. Design of Heterogeneous Cyber-Physical Systems Employing Category Theory, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 2, pp. 59–67.

DOI: 10.17587/mau.23.59-67

References

1. **Khaitan S. K., McCalley J. D.** Design techniques and applications of cyber physical systems: a survey, *IEEE Systems Journal*, 2015, vol. 9, no. 2, pp. 350–365.
2. **Gorodetsky V. I., Laryukhin V. B., Skobelev P. O.** Conceptual model of a digital platform for cyber-physical management of a modern enterprises. Part 1. Digital platform and digital ecosystem, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 6, pp. 323–332.
3. **Gorodetsky V. I., Laryukhin V. B., Skobelev P. O.** Conceptual model of a digital platform for cyber-physical management of a modern enterprises. Part 2. Digital services, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20, no. 7, pp. 387–397.
4. **Kychkin A. V., Nikolaev A. V.** Architecture of a cyber-physical system for the mining enterprise ventilation control based on the Internet of Things platform, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 3, pp. 115–123.
5. **Andryushkevich S. K., Kovalyov S. P., Nefedov E.** Development of a power system digital twin based on an ontological model, *Automation in Industry*, 2020, no. 1, pp. 51–56.
6. **Sun H., Ma L.** Generative design by using exploration approaches of reinforcement learning in density-based structural topology optimization, *Designs*, 2020, vol. 4, no. 2, p. 10.
7. **Rajhans A.** et al. Supporting heterogeneity in cyber-physical systems architectures, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, vol. 59, no. 12, pp. 3178–3193.
8. **Larsen P. G.** et al. Integrated tool chain for model-based design of Cyber-Physical Systems: The INTO-CPS project, *2nd International Workshop on Modelling, Analysis, and Control of Complex CPS (CPS Data)*, 2016, pp. 1–6, doi: 10.1109/CPS-Data.2016.7496424.
9. **Breiner S., Subrahmanian E., Jones A.** Categorical foundations for system engineering, *Disciplinary Convergence in Systems Engineering Research*, Eds. A. Madni, B. Boehm, R. Ghanem, D. Erwin, D. Wheaton, Springer, 2018, pp. 449–463.
10. **Mordecai Y., Fairbanks J. P., Crawley E. F.** Category-theoretic formulation of the model-based systems architecting cognitive-computational cycle, *Applied Sciences*, 2021, vol. 11, pp. 1945, doi:10.3390/app11041945.
11. **Mac Lane S.** Categories for the working mathematician, 2nd Ed., New York, NY, Springer, 1998.
12. **Kovalyov S. P.** Algebraic means of heterogeneous cyber-physical systems design, *Mathematical Methods in Technics and Technologies*, 2021, no. 2, pp. 144–147.
13. **Kovalyov S. P.** Category theory as a mathematical pragmatics of model-based systems engineering, *Informatics and Applications*, 2018, vol. 12, no. 1, pp. 95–104.
14. **Baez J. C., Erbele J.** Categories in control, *Theory and Applications of Categories*, 2015, vol. 30, no. 24, pp. 836–881.
15. **Kovalyov S. P.** Methods of the category theory in digital design of heterogeneous cyber-physical systems, *Informatics and Applications*, 2021, vol. 15, no. 1, pp. 23–29.
16. **Kuschnerus D., Bilgic A., Musch T.** Aspect-oriented data and safety modeling for cyber-physical systems in process automation, *Proc. 8th European Congress on Embedded Real Time Software and Systems*, Toulouse, France, 2016, available at: <https://hal-irsu.archives-ouvertes.fr/ERTS2016/hal-01289440v1>.
17. **Aspect-Oriented Software Development.** Reading: Addison Wesley, 2004, 800 p.
18. **Kovalyov S. P.** Semantics of aspect-oriented modeling of data and processes, *Informatics and Applications*, 2013, vol. 7, no. 3, pp. 70–80.
19. **Requicha A. G.** Representations for rigid solids: theory, methods, and systems, *Journal ACM Computing Surveys*, 1980, vol. 12, no. 4, pp. 437–464.
20. **Prajapat N., Tiwari A.** A review of assembly optimisation applications using discrete event simulation, *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 2017, vol. 30, no. 2–3, pp. 215–228.
21. **Pratt V. R.** Modeling concurrency with partial orders, *International Journal of Parallel Programming*, 1986, vol. 15, no. 1, pp. 33–71.
22. **Gross J., Chlipala A., Spivak D. I.** Experience implementing a performant category-theory library in Coq, *5th Conference (International) on Interactive Theorem Proving Proceedings*, Eds. G. Klein, R. Gamboa, Lecture Notes in Computer Science ser., Springer, 2014, vol. 8558, pp. 275–291.
23. **Bakirtzis G., Fleming C. H., Vasilakopoulou C.** Categorical semantics of cyber-physical systems theory, *ACM Transactions on Cyber-Physical Systems*, 2021, vol. 5, iss. 3, article no. 32, pp. 1–32.

В. И. Ловчаков, д-р техн. наук, проф., lovvi50@mail.ru,
Тульский государственный университет

Аналитический синтез квазиоптимальных по быстродействию регуляторов для линейных объектов на основе условно адекватных моделей низкого порядка. Часть 1

Сложность решения задачи синтеза замкнутых систем управления, оптимальных по быстродействию, многократно, стремительно возрастает с увеличением порядка n объекта управления (известная проблема "проклятия размерности" Р. Беллмана). Поэтому для линейных объектов высокого порядка ($n \geq 4$) практически неизвестны точные, аналитические алгоритмы управления по критерию быстродействия, и для них применяются приближенные быстродействующие законы управления. В работе предлагается подход, на основе которого разрабатываются аналитического характера методики синтеза быстродействующих систем высокого порядка, использующие идею преобразования исходной задачи быстродействия к аналогичной задаче управления для объектов первого или второго порядка, для которых известны оптимальные по быстродействию алгоритмы управления. Данные алгоритмы лежат в основе предлагаемого подхода к синтезу быстродействующих систем управления, который предполагает нахождение специальных функций, описывающих связь фазовых координат моделей объекта низкого порядка (они по аналогии с работами А. А. Колесникова называются агрегированными или макропеременными) с фазовыми координатами исходного объекта высокого порядка, а также расчет параметров используемых моделей низкого порядка, которые обеспечивают в определенном смысле их адекватность исходному объекту и соответственно высокое быстродействие синтезируемых систем. В работе различаются условная и приближенная адекватность моделей объекта управления. В случае условной адекватности параметры моделей низкого порядка находятся точно с использованием собственных чисел и векторов исходного объекта, а при приближенной адекватности — с применением метода наименьших квадратов. В первой части работы используются две методики синтеза быстродействующих регуляторов. Сформулированы условия применимости данных методик. Основное содержание первой части работы посвящено результатам сравнительного анализа свойств быстродействующих регуляторов, получаемых применением предложенных методик синтеза.

Ключевые слова: линейный объект управления, перерегулирование, быстродействие, релейный регулятор, аналитическое конструирование системы, фильтры Баттерворса

Введение

Одним из наиболее широко используемых критериев качества функционирования систем управления (СУ) является критерий быстродействия. Во-первых, для многих технических объектов этот критерий, требующий окончания переходных процессов за минимальное время, напрямую определяет производительность управляемого технологического процесса [1–7]. Во-вторых, для любой СУ время переходных процессов, являющееся основным показателем ее работы, всегда регламентируется некоторым способом [2–4]. При этом строгое решение задач оптимального управления по критерию быстродействия в форме обратной связи представляет серьезную теоретическую проблему даже для линейных объектов относительно невысокого порядка ($n = 4, 5$) [2–7]. Действительно, задача быстродействия полностью решена для объектов второго порядка методом фазовой плоскости [2–4]. Для объектов третьего порядка быстродействующее управление точно (аналитически) найдено только в отдельных

случаях, в частности, для трех последовательно соединенных интеграторов [2, 3], соединения двух интеграторов и апериодического звена [2], соединения интегратора и двух апериодических звеньев [2]. При этом существенным образом использовались геометрические методы, например, построение проекций вынужденных траекторий объекта в трехмерном фазовом пространстве на соответствующие плоскости. Для объектов высокого порядка ($n \geq 4$) применение геометрических методов существенно затруднено и, как следствие, для них практически неизвестны аналитические решения задач оптимального быстродействия [6, 7]. Исключение составляет модельный объект, представляющий собой последовательное соединение четырех интеграторов [6, 8].

Подчеркнем, что реализация строго оптимальных по быстродействию законов управления, отличающихся математической сложностью, серьезно затруднена и требует многократно больших технико-экономических затрат в сравнении, например, с линейными алгоритмами управления. В связи с этим мно-

гие работы по синтезу быстродействующих систем [9–12], как правило, направлены на разработку различных способов нахождения аппроксимационного решения задачи оптимального быстродействия и, в частности, на определение различных аппроксимаций поверхности переключения оптимального релейного регулятора. Результат такого решения называется *квазиоптимальным управлением*.

Важно подчеркнуть, что сложность решения задачи быстродействия стремительно возрастает с увеличением порядка n объекта управления — это известная проблема порядка задачи быстродействия. Например, для объекта первого порядка такой алгоритм управления имеет предельно простую форму $u(t) = -\text{sign}[x(t)]$, где $x(t)$ — регулируемая переменная объекта. Описание аналогичного алгоритма для объекта второго порядка занимает 1...2 строки, а для объекта третьего порядка — уже около и более страницы текста (если он существует). Для объектов четвертого порядка, как отмечалось выше, уже практически неизвестны аналитические законы оптимального управления. В связи с этим в целях получения аналитических алгоритмов управления быстродействующих систем высокого порядка предлагается подход к синтезу квазиоптимальных регуляторов с использованием преобразования исходной задачи быстродействия к аналогичной задаче управления объектом низкого порядка. Он базируется на применении известных оптимальных законов обратной связи для объектов первого или второго порядков и состоит, во-первых, в нахождении функций $\psi_i(t) = F_i[X(t)]$, $i = 1, 2$, описывающих зависимость фазовых координат $\psi_i(t)$ моделей объекта низкого порядка (они по аналогии с работой А. А. Колесникова [13] называются агрегированными или макропеременными) и компонент вектора состояния $X(t)$ исходного объекта высокого порядка, и, во-вторых, в расчете параметров используемых моделей 1-го или 2-го порядков, которые обеспечивают в определенном смысле их адекватность исходному объекту и, соответственно, высокое быстродействие синтезируемых систем управления. Таким образом, основная задача работы состоит в выработке и обосновании рациональных вариантов (методик) определения функций $\psi_i(t) = F_i[X(t)]$, обеспечивающих хорошее приближение квазиоптимальных управлений к строго оптимальным по быстродействию алгоритмам управления.

В работе предложены четыре существенно различные методики аналитического синтеза квазиоптимальных по быстродействию регуляторов для линейных объектов: в первой части работы исследуются две методики синтеза, основанные на использовании условно и приближенно адекватных моделей объекта первого порядка; во второй части работы проводится анализ следующих двух методик синтеза, использующих условно и приближенно адекватные модели объекта второго порядка.

Подчеркнем, что предложенные методики принципиально отличаются от известных способов понижения порядка модели объекта [14] и в идейном плане близки к методикам аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) А. А. Колесникова [13].

Постановка задач управления и исследования

Исследуемые одномерные объекты в линейном приближении описываются векторным дифференциальным уравнением

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t), \quad (1)$$

где $X(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]^T$ — вектор состояния объекта, координаты которого имеют физический смысл отклонений от заданного режима работы; $u(t)$ — управляющее воздействие, ограниченное величиной U_m ($|u(t)| \leq U_m$); A, B — матрицы параметров объекта размерности $n \times n$ и $n \times 1$.

Для объектов (1) рассматривается классическая задача конструирования регулятора, оптимального по критерию быстродействия [15]: требуется определить функцию переключения $\varphi(X)$ релейного регулятора

$$u(t) = -U_m \text{sign}[\varphi(X(t))], \quad (2)$$

обеспечивающего перевод объекта из начального состояния $X_0 \in \Omega$, принадлежащего заданной области Ω фазового пространства, в начало координат этого пространства за минимальное время.

Подчеркнем, что данная задача быстродействия полностью аналитически решена только для объектов первого и второго порядков. В данной первой части работы для приближенного определения искомого управления (2) используется известный факт, что для объекта

$$\dot{\psi}(t) = \alpha\psi(t) + \beta u(t) \quad (3)$$

(α, β — параметры модели объекта первого порядка) оптимальный по быстродействию закон управления имеет простую форму [2, 3]:

$$u(t) = -U_m \text{sign}[\psi(t)]. \quad (4)$$

Предлагаемый подход к аналитическому синтезу быстродействующих алгоритмов управления объектами высокого порядка (1) базируется на использовании обратной связи (4), и в его основе лежат следующие две процедуры: 1) определение специальной функции $\psi(t) = F[X(t)]$ и 2) расчет параметров модели (3), которые обеспечивают определенную адекватность моделей (1) и (3) объекта управления и, как следствие этого, высокое быстродействие синтезируемых систем, имеющих управление следующей структуры:

$$u(t) = -U_m \text{sign}\{F[X(t)]\}. \quad (5)$$

Данная структура получена из управления (4) при замене $\psi(t) \rightarrow F[X(t)]$ и не противоречит структуре оптимального управления (2). Поэтому основная задача (задача исследования) работы состоит в выработке и обосновании рациональных вариантов (методик) определения функции $\psi(t) = F[X(t)]$, обеспечивающих хорошее приближение управлений структуры (5) к строго оптимальным по быстродействию управлениям.

Далее в работе, ограничившись анализом линейных функций $F_i[X(t)] = D_i^T X(t)$ (T — символ транспонирования вектора (матрицы)), будем исследовать две методики синтеза квазиоптимальных по быстродействию регуляторов. Эти методики различаются по типу используемой модели (3) объекта — условно адекватной и приближенно адекватной.

Методика 1 синтеза с условно адекватной моделью объекта

Предварительно отметим, что близкая в идейном плане методика использовалась в работе [16] для синтеза энергосберегающих алгоритмов управления. Модифицируем ее для решения задачи быстродействия.

С этой целью введем переменную $\psi(t)$ как линейную функцию фазовых координат объекта

$$\psi(t) = \sum_{i=1}^n d_i x_i(t) \equiv D^T X(t), \quad (6)$$

которую по аналогии с работой [13] будем называть агрегированной переменной или макропеременной. Для ее нахождения умножим уравнение (1) слева на вектор D^T :

$$D^T \dot{X}(t) = D^T A X(t) + D^T B u(t). \quad (7)$$

Для производной $\dot{\psi}(t) = D^T \dot{X}(t)$ на основе уравнения (3) записываем соотношение

$$D^T \dot{X}(t) = \alpha D^T X(t) + \beta u(t). \quad (8)$$

Для равенства производных (7) и (8) должны выполняться условия

$$D^T A = \alpha D^T, \quad \beta = D^T B. \quad (9)$$

Второе соотношение (9) однозначно определяет параметр β модели (3), если известен вектор D . Этот вектор и параметр α можно найти из первого уравнения (9), которое после транспонирования принимает вид

$$A^T D = \alpha D. \quad (10)$$

Соотношение (10) описывает известную задачу определения собственных чисел и собственных векторов матрицы A^T . Используя стандартные методы [17], найдем указанные величины и параметры модели (3):

$$\alpha = p, \quad D = \Lambda, \quad \beta = D^T B, \quad (11)$$

где p — одно из n собственных чисел (корней) матрицы A^T ; Λ — собственный вектор данной матрицы, отвечающий числу p .

Соотношения (11), определяющие параметры модели объекта (3), будем рассматривать как условия адекватности модели (3) исходной модели объекта (1). Эти условия определяют так называемую условную адекватность моделей объекта; если эти условия выполняются приближенно, то они описывают приближенную адекватность указанных моделей объекта.

На основе уравнений (5), (6) и (11) для быстродействующего управления объектом (1) предлагается использовать обратную связь

$$u(t) = -U_m \text{sign}[D^T X(t)]. \quad (12)$$

На основе результатов работы [16] отметим некоторые особенности управления (12).

1. Для исходного объекта (1) параметры закона управления (12) в общем случае определяются неоднозначно. Действительно, так как матрица размерности $n \times n$ имеет n собственных чисел (корней) и векторов, то максимальное число различных управлений (12) может достигать значения n . Вместе с тем, так как алгоритмы управления с комплексными значениями параметров (они соответствуют комплексным собственным числам матрицы A^T) не имеют физического смысла, то число приемлемых для реализации управлений (12) не превышает n .

Таким образом, здесь возникает задача выбора из конечного числа допустимых управлений одного закона управления, обеспечивающего максимальное быстродействие.

2. На траекториях движения системы управления объектом (1) с обратной связью (12) можно выделить два участка: а) активный участок движения к многообразию $\psi(X) = 0$, на котором $\psi \neq 0$ и, соответственно, $u(t) \neq 0$; б) участок пассивного движения системы по многообразию $\psi(X) = 0$ при $u(t) = 0$.

Подчеркнем, что управление (5) обеспечивает устойчивое движение СУ к многообразию $\psi(X) = 0$, оптимальное по быстродействию.

Для анализа движения системы управления по данному многообразию воспользуемся результатом работы [16], сформулированным в форме следующего **утверждения 1**: для СУ, представленной в каноническом фазовом пространстве, движение по многообразию $\psi_k(X) = 0$, отвечающему корню p_k объекта, описывается дифференциальным уравнением $(n-1)$ -го порядка

$$\sum_{j=0}^{n-1} \eta_j y^{(j)}(t) = 0, \quad y(t) = x_1(t), \quad (13)$$

коэффициенты которого определяются корнями $(p_1, p_2, \dots, p_{k-1}, p_{k+1}, \dots, p_n) = (q_1, q_2, q_3, \dots, q_{n-1})$ по формулам Виета:

$$\begin{aligned} \eta_{n-1} &= 1, \quad \eta_{n-2} = -\sum_{i=1}^{n-1} q_i, \quad \eta_{n-3} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n-1} q_i q_j, \\ \eta_{n-4} &= -\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^{n-1} q_i q_j q_k, \dots, \\ \eta_0 &= (-1)^{n-1} q_1 q_2 \dots q_{n-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

Из данного утверждения непосредственно следует, что движение СУ по многообразию $\psi(X) = 0$, описываемое уравнением (13), будет устойчивым, если его корни $(q_1, q_2, q_3, \dots, q_{n-1})$ имеют отрицательную вещественную часть. На

этом основании и с учетом того, что невырожденное линейное преобразование фазовых координат объекта (1), используемое при переходе к каноническому вектору состояния объекта, не изменяет его корни [17], приходим к **утверждению 2**: система управления объектом (1) с обратной связью (12) имеет устойчивое движение с максимальным быстродействием в случаях:

а) асимптотической устойчивости исходного объекта управления (1), причем среди его корней существует один вещественный корень p , который выбирается в качестве значения параметра $\alpha = p$ модели (3);

б) асимптотической устойчивости исходного объекта управления с несколькими вещественными корнями; в этом случае вещественный корень p , значение которого по модулю является максимальным, задает быстродействующее управление и определяет параметр $\alpha = p$ модели (3);

в) неустойчивого объекта, если последний имеет только один положительный вещественный корень p , который и определяет параметр $\alpha = p$ модели (3).

Вторая и третья части утверждения требуют пояснений. Выбирая неустойчивый корень в качестве параметра модели (3), во-первых, мы исключаем этот корень из множества корней дифференциального уравнения (13), и это гарантирует устойчивость движения системы управления по многообразию $\psi(X) = 0$. Однако в этом случае модель (3) оказывается неустойчивой, но для нее управление (5) при достаточно большом значении величины U_m обеспечивает устойчивое приближение к многообразию из начального состояния $\psi(X_0) = \psi_0$, принадлежащего ограниченной, приемлемо широкой области $|\psi_0| < \psi_m = \beta U_m / |\alpha|$. Таким образом, для указанного неустойчивого объекта задача выбора корня α и, соответственно, собственного вектора D , определяющего многообразие $\psi(X) = 0$ и далее закон управления, решается однозначно из условия обеспечения устойчивости синтезируемой СУ. Если же исходный объект устойчив, то указанная задача выбора корня α и, соответственно, собственного вектора D , определяющего это многообразие, исключать наименьший по модулю веще-

ственный корень, т. е. исключить наибольшую постоянную времени системы $T_{\max} = 1/p_{\min}$, и соответственно положить $\alpha = p_{\min}$.

Подытоживая вышесказанное, отметим, что для синтеза приближенно оптимальных по быстродействию систем управления объектами высокого порядка можно предложить следующую **методику 1**, включающую выполнение следующих процедур:

1. Используя, например, стандартную программу *eigenvals(A)* математической системы MathCAD, определяем все собственные числа (корни) p_i , $i = 1, 2, \dots, n$, матрицы A^T объекта (1).

2. В соответствии с утверждением 2 выбираем из них одно собственное число p , определяющее искомое быстродействующее управление объектом (1).

3. Вычисляем собственный вектор Λ матрицы A^T , соответствующий ее собственному числу p , который согласно соотношению $D = \Lambda$ определяет искомое быстродействующее управление (12).

Исследуем особенности предложенной методики на примере синтеза системы управления объектом третьего порядка.

Пример 1. Применим методику 1 к решению задачи оптимального по быстродействию управления объектом

$$\gamma T^2 \ddot{x}_1(t) + (1 + \gamma)T \dot{x}_1(t) + x_1(t) = ku(t), \quad (15)$$

$$|u(t)| \leq U_m$$

с параметрами $T > 0$, $k > 0$, $0 < \gamma < 1$, $U_m = 1$. Выбор этого объекта связан с тем, что для него известно оптимальное по быстродействию управление [18]:

$$u(t) = -U_m \text{sign}[\sigma[X(t)]]; \quad \sigma(X) = \gamma^2 \frac{x_3 - x_{1k}}{k} -$$

$$\left[\ln \left| 1 - \gamma \left[(1 - \gamma)x_1 + \gamma x_2 - x_3 \right] \frac{\text{sign} W}{k} \right| - \right. \\ \left. - \ln \left| 2 \left(1 + \sqrt{1 - [1 + (\gamma/k)(x_2 - x_3)\text{sign} W] \times} \right)^\gamma \times \exp(-(\gamma/k)(x_3 - x_{1k})\text{sign} W) \right| \right] - \\ \left. - \left(1 + \sqrt{1 - [1 + (\gamma/k)(x_2 - x_3)\text{sign} W] \times} \right)^{2\gamma} \times \exp(-(\gamma/k)(x_3 - x_{1k})\text{sign} W) \right| \right], \quad (16)$$

где

$$W = \{1 - [1 - (\gamma/k)(x_2 - x_3)\text{sign}(x_3 - x_{1k})] \times \\ \times \exp(-(\gamma/k)(x_3 - x_{1k}))\} \text{sign}(x_3 - x_{1k}),$$

x_{1k} — конечное значение первой фазовой координаты объекта, при этом предполагается $x_{2k} = x_{3k} = 0$. Управление (16) записано с использованием следующих фазовых координат объекта (15):

$$x_2(t) = T\dot{x}_1(t) + x_1(t), \quad x_3(t) = \gamma T\dot{x}_2(t) + x_2(t).$$

Знание закона управления (16) позволяет оценить степень приближения к нему синтезируемых приближенных алгоритмов управления.

При применении методики 1 объект (15) удобнее описывать в каноническом пространстве ($x_2(t) = \dot{x}_1(t)$, $x_3(t) = \dot{x}_2(t)$) в виде матричного уравнения

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t),$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_2 & a_3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где

$$a_2 = -\frac{1}{\gamma T^2}, \quad a_3 = -\frac{1 + \gamma}{\gamma T}, \quad b_3 = \frac{k}{\gamma T^2}.$$

Первую процедуру методики синтеза для объекта (17) можно выполнить аналитически. Действительно, для него уравнение (10) принимает вид

$$\begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 1 & -p & a_2 \\ 0 & 1 & a_3 - p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Матричное уравнение (18) будет иметь ненулевое решение, если его определитель равен нулю:

$$p(p^2 - a_3 p - a_2) = 0.$$

Это характеристическое уравнение объекта управления имеет три корня

$$p_1 = 0, \quad p_{2,3} = \frac{a_3}{2} \pm \sqrt{\frac{a_3^2}{4} + a_2} = \\ = -\frac{1 + \gamma}{2\gamma T} \pm \sqrt{\frac{(1 + \gamma)^2}{4(\gamma T)^2} - \frac{1}{\gamma T^2}}$$

— один неустойчивый (нулевой) и два устойчивых.

Выполняя вторую процедуру методики, в соответствии с утверждением 2 полагаем $\alpha = p_1 = 0$.

Согласно третьей процедуре методики определяем для собственного числа матрицы $p_1 = 0$ соответствующий ему собственный вектор D , компоненты которого удовлетворяют системе уравнений (18) при $p = p_1 = 0$. Она имеет решение

$$d_1 = -a_2 d_3, \quad d_2 = -a_3 d_3. \quad (19)$$

Для простоты в решении (19) полагаем свободный параметр равным $d_3 = 1$. В этом случае искомое управление (12) принимает форму

$$\begin{aligned} u(t) &= -U_m \text{sign}[d_1 x_1(t) + d_2 x_2(t) + d_3 x_3(t)] = \\ &= -U_m \text{sign}[-a_2 x_1(t) - a_3 x_2(t) + x_3(t)] = \\ &= -U_m \text{sign} \left[\frac{1}{\gamma T^2} x_1(t) + \frac{1+\gamma}{\gamma T} x_2(t) + x_3(t) \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Замечание. Для объекта (15), который имеет один неустойчивый нулевой корень, управление (20) может быть получено более простым способом. Для этого объект (15) с учетом определения канонического вектора состояния записываем в форме

$$\gamma T^2 \dot{x}_3(t) + (1 + \gamma) T \dot{x}_2(t) + \dot{x}_1(t) = ku(t),$$

или

$$\frac{d}{dt} [\gamma T^2 x_3(t) + (1 + \gamma) T x_2(t) + x_1(t)] = ku(t). \quad (21)$$

Из соотношения (21) непосредственно следует модель объекта первого порядка $\dot{\psi}(t) = \beta u(t)$ с макропеременной

$$\psi(t) = \gamma T^2 x_3(t) + (1 + \gamma) T x_2(t) + x_1(t)$$

и быстродействующее управление $u(t) = -U_m \text{sign}[\psi(t)]$. Это управление на основе тождества $\text{sign}[ax(t)] = \text{sign}[x(t)]$ при $a = \gamma T^2 > 0$ совпадает с алгоритмом управления (20).

Результат, указанный в замечании, легко распространяется на аналогичные объекты высокого порядка, движение которых описывается дифференциальным уравнением вида

$$\begin{aligned} a_n x^{(n)}(t) + a_{n-1} x^{(n-1)}(t) + \dots + \\ + a_2 x^{(2)}(t) + a_1 x^{(1)}(t) = ku(t) \end{aligned} \quad (22)$$

со значениями коэффициентов $a_0 = 0$, $a_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, которые образуют гурвицев полином

$$a(s) = a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \dots + a_2 s + a_1.$$

Для объектов (22) в результате аналогичных преобразований получаем, что быстродействующее управление определяется выражением

$$u(t) = -U_m \text{sign}[\psi(t)] = -U_m \text{sign}[a_n x_n(t) + a_{n-1} x_{n-1}(t) + \dots + a_2 x_2(t) + a_1 x_1(t)]. \quad (23)$$

Таким образом, для объектов (22) методика 1 синтеза быстродействующих систем управления описывается одной формулой (23).

Результаты сравнительного моделирования предложенных быстродействующих алгоритмов управления представляются в следующем разделе.

Методика 2 синтеза с приближенно адекватной моделью объекта

Предложенная методика 1 синтеза имеет существенный недостаток — она применима далеко не ко всем линейным объектам управления, так как обеспечивает устойчивость системы регулирования только для объектов, выделенных в утверждении 2. В соответствии с данным утверждением подчеркнем, что методика 1 синтеза неприменима к исследуемому объекту, если все его собственные числа являются комплексными или два или более его корней являются неустойчивыми (имеют положительные вещественные части).

В целях расширения класса рассматриваемых объектов отметим следующую особенность методики 1: параметры α , β условно адекватной модели (3) были точно найдены в процессе решения задачи определения собственных чисел и собственных векторов матрицы A^T исходного объекта, но они, однако, не используются в предлагаемом управлении (12). Отсюда вытекает, что эти параметры можно определять из других условий и соотношений. Например, задавшись желаемым вектором D , который обеспечивает устойчивость и высокое быстродействие синтезируемой системы, рассчитываем их приближенно путем решения переопределенной системы линейных уравнений (9) методом наименьших квадратов [17]:

$$\alpha = \frac{D^T A^T D}{D^T D}, \quad \beta = D^T B. \quad (24)$$

Эти значения параметров, в отличие от предыдущей методики, обеспечивают только приближенную адекватность модели (3) исходному объекту.

Данный способ определения параметров α , β и управления (12), как показывает последующий анализ, имеет следующие преимущества. Во-первых, легко решается задача устойчивости синтезируемой системы для любого линейного объекта (1), описываемого в каноническом фазовом пространстве: согласно утверждению 1 достаточно выбрать компоненты вектора D равными положительным коэффициентам гурвица полинома $G(s)$ степени $(n - 1)$.

Во-вторых, для этих объектов относительно просто решается проблема повышения быстродействия системы с управлением (12), которая достаточно продолжительное время движется в скольльзящем режиме вдоль многообразия $\psi(X) = 0$. В этом режиме релейная система эквивалентна линейной системе регулирования с передаточной функцией $W(s) = 1/G(s)$ [9]. На этом основании в соответствии с результатами работы [19] можно рекомендовать выбирать компоненты вектора D равными коэффициентам модифицированного полинома Баттерворса n -го порядка. Этот полином обеспечивает линейной динамической системе максимальное быстродействие в классе систем с комплексными корнями. Для данных нормированных полиномов $G(q)$ порядка $n = 2, \dots, 6$

$$G(q) = \prod_{i=1}^n (q + p_i) =$$

$$= q^n + g_{n-1}q^{n-1} + g_{n-2}q^{n-2} + \dots + g_1q + 1 \quad (25)$$

в Приложении (см. таблицу) даны значения коэффициентов g_i и корней p_i , $i = 1, 2, \dots, n$, при которых динамические системы с передаточной функцией $W_0(q) = 1/G(q)$ имеют перерегулирование, равное $\sigma_z = 4,321\%$. В таблице указаны также значения относительного (нормированного) времени регулирования τ_p этих систем, которое определялось с использованием "трубки" $\Delta = \sigma_z = 4,321\%$.

Напомним, что нормированной передаточной функцией (ПФ), или передаточной функцией в форме Вышнеградского, называется ПФ, у которой в знаменателе свободный член a_n и коэффициент a_0 при старшей степени равны единице [20]. Произвольная ПФ $W(s)$ системы может быть преобразована в нормированную $W(q)$ заменой переменной Лапласа s новой переменной $q = \alpha s$ $\alpha = \sqrt[n]{a_0/a_n}$. Между свойствами систем с передаточными функциями $W(s)$ и $W(q)$ существует тесная связь [20]: характер их переходных процессов совпадает, т. е. для

процессов одинаковы монотонность, аperiodичность, перерегулирование, показатели точности в установившемся режиме. Исключение составляет только длительность переходных процессов данных систем — время регулирования t_p системы $W(s)$ и время регулирования τ_p системы $W(q)$ связаны соотношением

$$\mu = t_p/\tau_p. \quad (26)$$

В данной методике синтеза естественно принять $t_p = t_{opt}$, где t_{opt} — время регулирования оптимальной по быстродействию системы, которое предполагается известным на том основании, что его можно оценить в результате расчета оптимального программного управления по стандартной методике. Используя известный коэффициент преобразования (26) и данные таблицы, рассчитываем коэффициенты ненормированного модифицированного полинома Баттерворса, которые в свою очередь определяют составляющие вектора

$$D = (1 \quad g_1\mu \quad g_2\mu^2 \quad g_{n-1}\mu^{n-1}). \quad (27)$$

Таким образом, в методике 2 при конструировании быстродействующих систем управления линейными объектами (1), описываемых в каноническом фазовом пространстве, предлагается использовать алгоритм управления (12), имеющий с учетом (27) вид

$$u(t) = -U_m \text{sign}[g_{n-1}\mu^{n-1}x_n(t) +$$

$$+ g_{n-2}\mu^{n-2}x_{n-1}(t) + \dots + g_1\mu x_2(t) + x_1(t)]. \quad (28)$$

В нем параметр μ в первом приближении рассчитывается по формуле (26) и в дальнейшем уточняется в процессе моделирования системы из условия ее максимального быстродействия при допустимом значении перерегулирования.

Если описание объекта (1) представлено с использованием неканонического вектора состояния, то предлагается предварительно осуществить линейное преобразование фазовых координат объекта $X(t) = CZ(t)$ с невырожденной матрицей C , при которой описание объекта принимает каноническую форму Фробениуса (C определяется известными способами [2, 19]). С использованием полученного решения (27), (28) и матрицы C^{-1} искомое управление объектом (1) с неканоническим вектором состояния определяется выражением

$$u(t) = -U_m \text{sign}[D^T C^{-1} X(t)]. \quad (29)$$

Соответственно, для объектов (1) общего вида методика 2 синтеза быстродействующих систем управления описывается формулами (27), (29).

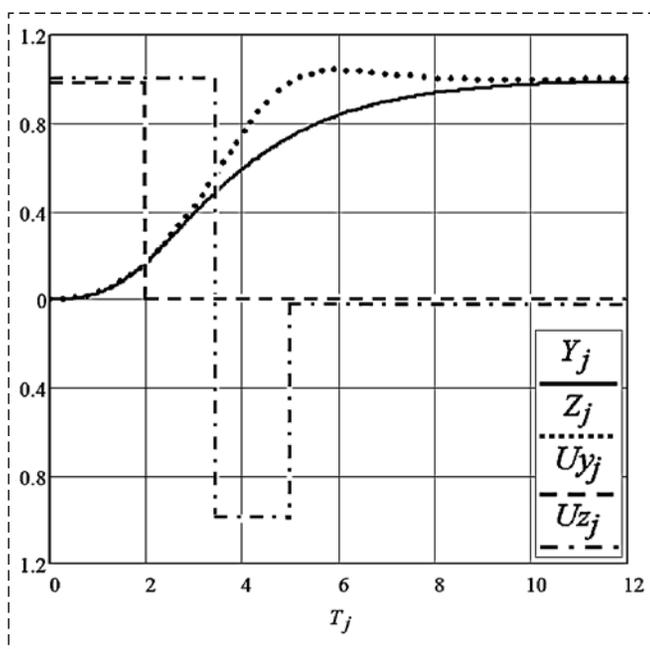
Пример 2 (продолжение примера 1). Применим методику 2 к синтезу быстродействующей системы управления объектом (17).

Для этого объекта управление (28) принимает форму

$$u(t) = -U_m \text{sign}[g_2 \mu^2 x_3(t) + g_1 \mu x_2(t) + x_1(t)]. \quad (30)$$

Результаты моделирования систем управления объектом (17), имеющим параметры $T = 2$, $\gamma = 0,5$, $k = 1$, $U_m = 1$, с алгоритмами управления (20) и (30) представлены на рисунке. Необходимо отметить, что при моделировании систем использовался релейный элемент с небольшой зоной нечувствительности 0,001.

На рисунке приняты следующие обозначения: компоненты вектора Y_j равны значениям фазовой координаты $x_1(t)$ в дискретные моменты времени $T_j = \Delta T j$, $\Delta T = 0,012$ с, $j = 0, 1, \dots, 1000$, системы с алгоритмом управления (20), значения которого в те же моменты времени обозначены как компоненты вектора U_{y_j} ; соответственно, компоненты векторов Z_j , U_{z_j} отвечают аналогичным значениям фазовой координаты и управляющего сигнала системы с алгоритмом управления (30).



Переходные процессы систем с алгоритмами управления (20) и (30)
Transient processes of systems with control algorithms (20) and (30)

В управлении (30) значение параметра μ уточнено при моделировании до значения $\mu = 0,8$ исходя из его начального значения, рассчитанного по формуле (26): $\mu = t_p / \tau_p = 4,412 / 2,9744 = 1,483$.

Графики на рисунке описывают обработку системами единичного командного сигнала (уставки) при нулевых начальных условиях объекта. Для сравнения укажем, что строго оптимальная система управления при указанных условиях имеет следующие моменты переключения управляющего сигнала: $t_1 = 2,188$, $t_2 = 3,864$, $t_3 = 4,412$ (ее графики не показаны, чтобы не перегружать рисунок). Отметим, что время переходного процесса $t_p = 4,82$ системы с управлением (30), определяемое с использованием "трубки" $\Delta = 4,321$ %, в отличие от системы с управлением (20) ($t_p = 8,67$) достаточно близко к моменту $t_3 = 4,412$ строго оптимальной системы управления. Большое значение времени регулирования системы с управлением (20) объясняется тем, что в ней при обработке начального отклонения наблюдается один интервал с максимальным значением управления ($+U_m$ или $-U_m$), а далее система продолжительное время движется при нулевом управляющем сигнале.

Подчеркнем, что указанный вид сигнала управления системы с законом обратной связи (20) характерен для всех СУ, синтезированных с использованием методики 1. **Утверждение 3:** при обработке постоянного задания системой, функционирующей по алгоритму управления (6), (11), (12), управляющий сигнал имеет следующий характерный вид: от начального момента времени до некоторого момента t_1 он имеет максимальное по модулю значение U_m , а в момент переключения t_1 принимает нулевое значение, которое сохраняет до конца переходного процесса.

Это утверждение непосредственно следует из факта, что функция переключения управления (6), (11), (12) точно описывается дифференциальным уравнением (3) при $u(t) = U = \pm U_m$. Решение этого дифференциального уравнения первого порядка имеет вид $\psi(t) = e^{\alpha t} \psi(0) + \beta(1 - e^{\alpha t})U$. Эта экспоненциальная функция, как известно [3, 15], принимает нулевое значение только в единственный момент времени, что и доказывает утверждение 3.

В работе [16] это свойство алгоритмов управления структуры (6), (11), (12) используется при синтезе энергосберегающих систем.

Выводы

1. Предложен подход к синтезу приближенно оптимальных по быстродействию алгоритмов управления линейными объектами высокого порядка, основанный на использовании известных оптимальных алгоритмов управления объектами первого и второго порядков. Он предполагает разработку способов (методик) преобразования модели объекта высокого порядка к моделям низкого порядков.

2. В системе управления, синтезированной с применением методики 1, при отработке начального отклонения наблюдается один интервал с максимальным значением управления ($+U_m$ или $-U_m$), а далее система продолжительное время движется при нулевом сигнале управления до окончания переходных процессов. Поэтому такие системы рекомендуется применять в случаях, когда желательно дополнительно получить экономию энергии управляющего сигнала.

3. Как показывает моделирование, в системах управления, синтезированных с использованием методики 2, время переходных процессов может отличаться от времени регулирования оптимальной системы приблизительно до 10 %. Так как при этом алгоритмы управления имеют простую структуру (используются только релейный элемент и линейные обратные связи), то методика синтеза рекомендуется к применению.

4. Предложенный подход к синтезу квазиоптимальных регуляторов можно применять при оценке качества управления другими разнообразными функционалами, в частности, кри-

териум энергосбережения, комбинированным критерием энергосбережения—быстродействия.

Приложение. Модифицированные полиномы и фильтры Баттерворса

Согласно работе [19] модифицированные фильтры Баттерворса имеют передаточную функцию

$$W_0(q) = 1 / G(q) = 1 / (q^n + g_{N-1}q^{n-1} + g_{N-2}q^{n-2} + \dots + g_1q + 1) \quad (\text{П-1})$$

определяемую модифицированным полиномом Баттерворса $G(q)$, удовлетворяющим соотношению

$$G(q)G(-q) = (-1)^n q^{2n} - aq^2 + 1. \quad (\text{П-2})$$

Результаты факторизации полинома (П-2) при значениях $n = 2, \dots, 6$ представлены в таблице с указанием значений параметра a , при котором динамическая система (П-1) имеет заданное перерегулирование, равное $\sigma_z = 4,321 \%$. Отметим, что факторизацией полинома (П-2) при $a = 0$ находятся стандартные полиномы Баттерворса, при этом фильтр Баттерворса второго порядка имеет значение перерегулирования 4,321 %, которое принято за заданное (желаемое) перерегулирование рассматриваемых динамических систем.

В данной таблице параметры T_i, ζ_i соответствуют постоянным времени и коэффициентам демпфирования элементарных, последователь-

Параметры и показатели систем с ПФ $W_0(q)$
Parameters and indicators of systems with the NTFS $W_0(q)$

n	a	Коэффициенты $G(q)$	Корни $G(q)$	T_i	ζ_i	τ_p
2	0	$g_1 = \sqrt{2}$	$p_{1,2} = -\sqrt{2}/2 \pm \sqrt{2}/2 i$	1	$\zeta_1 = \sqrt{2}/2 = 0,707107$	2,9744
3	0,4760	$g_1 = 2,150236$ $g_2 = 2,073758$	$p_1 = -0,918078$ $p_{2,3} = -0,57784 \pm 0,869099i$	$T_1 = 1,089232$ $T_2 = 0,958164$	$\zeta_1 = 1$ $\zeta_2 = 0,553665$	3,8124
4	0,79572	$g_1 = 2,850881$ $g_2 = 3,665902$ $g_3 = 2,707730$	$p_{1,2} = -0,461477 \pm 0,966015i$ $p_{3,4} = -0,892388 \pm 0,275923i$	$T_1 = 0,9340713$ $T_2 = 1,070582$	$\zeta_1 = 0,431054$ $\zeta_2 = 0,955374$	4,5736
5	1,06233	$g_1 = 3,541902$ $g_2 = 5,741368$ $g_3 = 5,598041$ $g_4 = 3,346055$	$p_1 = -0,858401$ $p_{2,3} = -0,372580 \pm 1,010266i$ $p_{4,5} = -0,871247 \pm 0,495656i$	$T_1 = 1,164957$ $T_2 = 0,928695$ $T_3 = 0,997635$	$\zeta_1 = 1$ $\zeta_2 = 0,346013$ $\zeta_3 = 0,869187$	5,3220
6	1,29958	$g_1 = 4,227217$ $g_2 = 8,284891$ $g_3 = 9,99870$ $g_4 = 7,946964$ $g_5 = 3,986719$	$p_{1,2} = -0,887857 \pm 0,114812i$ $p_{3,4} = -0,796768 \pm 0,665763i$ $p_{5,6} = -0,308735 \pm 1,030546i$	$T_1 = 1,117007$ $T_2 = 0,963107$ $T_3 = 0,929542$	$\zeta_1 = 0,991742$ $\zeta_2 = 0,767373$ $\zeta_3 = 0,286982$	6,0633

но соединенных звеньев апериодического и колебательного характера, которые можно выделить в системе с передаточной функцией $W_0(q)$.

Подчеркнем, что передаточная функция $W_0(q)$, полученная указанным способом, описывает динамическую систему, которая имеет минимальное относительное время переходных процессов τ_p при заданном значении перерегулирования $\sigma_z = 4,321\%$, причем время τ_p определяется с использованием "трубки" $\Delta = \sigma_z = 4,321\%$.

Список литературы

1. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматлит, 1961. 302 с.
2. Athans M., Falb P. L. Optimal Control, An Introduction to the Theory and Its Applications. New York: McGraw-Hill, 1966.
3. Иванов В. А., Фалдин Н. В. Теория оптимальных систем автоматического управления. М.: Наука, 1981. 336 с.
4. Ключев А. С., Колесников А. А. Оптимизация автоматических систем управления по быстродействию. М.: Энергоиздат, 1982. 240 с.
5. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Гибридная схема решения задачи линейного быстродействия на основе формализма полиэдральной оптимизации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 7. С. 3–9.
6. Каюмов О. Р. Глобально управляемые механические системы. М.: Физматлит, 2007. 168 с.
7. Weinberg L. Network Analysis and Synthesis. New York: McGraw-Hill, 1962.
8. Ловчаков В. И. Функции переключения оптимального по быстродействию регулятора для четырехкратного интегратора // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 9. С. 3–6.
9. Сурков В. В., Сухинин Б. В., Ловчаков В. И., Соловьев А. Э. Аналитическое конструирование оптимальных

регуляторов по критериям точности, быстродействию, энергосбережению. Тула: Изд-во ТулГУ, 2005. 300 с.

10. Нейдорф Р. А. Эффективная аппроксимация кусочных функций в задачах квазиоптимального по быстродействию управления // Сб. трудов междунар. науч. конф. "Математические методы в технике и технологиях ММТТ—2000". СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2000. № 2. С. 18–22.

11. Нейдорф Р. А. Рекуррентно—диффеоморфный синтез квазиоптимальных по быстродействию ограниченных законов управления // Информатика и системы управления. 2006. № 2. С. 119–128.

12. Крючков В. В., Козлов Д. В., Шопин А. С. Аппроксимация поверхности переключения релейного регулятора с использованием уравнения в частных производных и нейросетей // Известия ТулГУ. Технические науки. 2010. № 1. С. 198–205.

13. Колесников А. А. Основы теории синергетического управления. М.: Фирма "Испо-Сервис", 2000. 264 с.

14. Dorf R. C., Bishop R. H. Modern Control Systems, Tenth Edition, Pearson Prentice Hall, 2005.

15. Пупков К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Т. 2: Синтез регуляторов и теория оптимизации систем автоматического управления. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. 736 с.

16. Ловчаков В. И., Ловчаков Е. В., Сухинин Б. В. Энергосберегающие управления электротехническими объектами. // Повышение эффективности электрического хозяйства в условиях ресурсных ограничений: Материалы XXXIX Всеросс. науч.-практ. конф. с международ. участием. Т. 2. Электрооборудование и менеджмент. 2009. С. 97–108.

17. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1974. 832 с.

18. Техническая кибернетика. Теория автоматического управления. Книга 3. Часть II. / Под ред. В. В. Солодовникова. М.: Машиностроение, 1969. 368 с.

19. Ловчаков В. И. Синтез линейных систем управления с максимальным быстродействием и заданным перерегулированием // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 9. С. 499–510.

20. Ким Д. П. Алгебраические методы синтеза САУ. М.: Физматлит, 2014. 164 с.

Analytical Synthesis of Quasi-Optimal Regulators for Linear Objects Based on Conditionally Adequate Low-Order Models. Part 1

V. I. Lovchakov, lovvi50@mail.ru,
Tula State University, Tula, 300600, Russian Federation

Corresponding author: Lovchakov Vladimir I., Full Professor, Tula State University, Department of Electrical Engineering and Electrical Equipment, Tula, 300600, Russian Federation e-mail: lovvi50@mail.ru

Accepted on November 3, 2022

Abstract

The complexity of solving the problem of synthesizing closed-loop control systems that are optimal in terms of rapid response multiply, rapidly increases with increasing order n of the control object — the well-known problem of the "curse of dimension" by R. Bellman. Therefore, for high-order linear objects ($n \geq 4$), exact, analytical control algorithms by the rapid response criterion are practically unknown, and for them approximate rapid response control laws are applied. The paper proposes an approach and, on its basis, develops analytical techniques for the synthesis of rapid response high-order systems, which use the idea of transforming the original performance problem to a similar control problem for objects of the first or second order, for which the optimal control algorithms are known. These algorithms underlie the proposed approach to the synthesis of rapid response control systems, which involves finding special functions describing the relationship between the phase coordinates of models of a low-order object (by analogy with the works of A. A. Kolesnikov, they are called aggregated or macrovariables) with the phase coordinates of the original high-order object, as well as the calculation of the parameters of the low-order models used, which provide, in a certain sense, their adequacy to the original object and, accordingly, the rapid response of the synthesized systems. The work distinguishes between the conditional and ap-

proximate adequacy of the models of the control object. In the case of conditional adequacy, the parameters of low-order models are found exactly using the eigenvalues and vectors of the original object, and with approximate adequacy, using the least squares method. In the first part of the work, two first-order models (conditionally and approximately adequate) are used, on the basis of which two methods of synthesis of rapid response controllers are developed. In the form of statements 1 and 2, the conditions for the applicability of these techniques are formulated. Accordingly, the main content of the first part of the work is devoted to the results of a comparative analysis of the properties of rapid response controllers obtained by using the proposed synthesis techniques. In the second part of the work, it is proposed to carry out a similar analysis of rapid response control systems synthesized using conditionally and approximately adequate models of a second-order object.

Keywords: linear control object, overshoot, rapid response, relay controller, analytical system design, Butterworth filters

For citation:

Lovchakov V. I. Analytical Synthesis of Quasi-Optimal Regulators for Linear Objects Based on Conditionally Adequate Low-Order Models. Part 1, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 2, pp. 68–78.

DOI: 10.17587/mau.23.68-78

References

1. **Pontriagin L. S., Boltianskii V. G., Gamkrelidze R. V., Mishchenko E. F.** Mathematical theory of optimal processes, Moscow, Fizmatlit, 1961, 302 p (in Russian).
2. **Athans M., Falb P. L.** Optimal Control, An Introduction to the Theory and Its Applications, McGraw-Hill, New York, 1966.
3. **Ivanov V. A., Faldin N. V.** The theory of optimal control systems, Moscow, Nauka, 1981, 336 p (in Russian).
4. **Kliuev A. S., Kolesnikov A. A.** The optimization of control systems by time-optimality, Moscow, Energoizdat, 1982, 240 p (in Russian).
5. **Filimonov A. B., Filimonov N. B.** The hybrid scheme of the task solution of linear time-optimality based on the formalism of the polyhedral optimization, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 7, pp. 3–9 (in Russian).
6. **Kayumov O. R.** Globally controlled mechanical systems, Moscow, Fizmatlit, 2007, 168 p (in Russian).
7. **Weinberg L.** Network Analysis and Synthesis, New York, McGraw-Hill, 1962.
8. **Lovchakov V. I.** The functions of switching optimal time-optimality controller for the quadruple integrator, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2014, no. 9, pp. 3–5 (in Russian).
9. **Surkov V. V., Suhinin B. V., Lovchakov V. I., Solov'ev A. Je.** Analytical design of optimal controllers according to the criteria of accuracy, speed, energy saving, Tula, Publishing house of TulGU, 2005, 300 p. (in Russian).
10. **Nejdorf R. A.** Effective approximation of piecewise functions in problems of quasi-optimal control in terms of speed, *Sb. trudov mezhdunar. nauch. konf. "Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologijah MMTT–2000"*, 2000, no. 2, pp. 18–22 (in Russian).
11. **Nejdorf R. A., Chan N. N.** Recurrent-diffeomorphic synthesis of bounded control laws that are quasi-optimal in speed, *Informatika i Sistemy Upravleniya*, 2006, no. 2, pp. 119–128 (in Russian).
12. **Krjuchkov V. V., Kozlov D. V., Shopin A. S.** Approximation of the switching surface of a relay controller using partial differential equations and neural networks, *Izvestiya TulGU. Tehnicheskie nauki*, 2010, no. 1, pp. 198–205 (in Russian).
13. **Kolesnikov A. A.** Fundamentals of the theory of synergetic control, Moscow, Firma "Ispo-Servis", 2000, 264 p (in Russian).
14. **Dorf R. C., Bishop R. H.** Modern Control Systems, Pearson Prentice Hall, 2005.
15. **Pupkov K. A.** Methods of classical and modern control theory: 3 volumes, Moscow, MGTU im. N. E. Baumana, 2000 (in Russian).
16. **Lovchakov V. I., Lovchakov E. V., Suhinin B. V.** Energy-saving control of electrical facilities object, *Povyshenie jeffektivnosti jelektricheskogo hozjajstva v uslovijah resursnyh ogranichenij: Materialy XXXIX Vseros. nauch.-prak. konf. s mezhdunarod. uchastiem, T.2. Jelektrooborudovanie i menedzhment*, Moscow, Tehnetika, 2009, vol. 2, pp. 97–108 (in Russian).
17. **Korn G., Korn T.** A guide to mathematics for scientists and engineers, Moscow, Nauka, 1974, 832 p (in Russian).
18. **Solodovnikov V. V. ed.** Technical cybernetic. Theory of automatic control. Book 3. Part II. Theory of nonstationary, non-linear, self-tuning systems of automatic control, Moscow, Mashinostroenie, 1969, 368 p (in Russian).
19. **Lovchakov V. I.** Synthesis of linear control systems with maximum speed and given overshoot, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, no. 9, pp. 499–510 (in Russian).
20. **Kim D. P.** Algebraic methods for the synthesis of ACS, Moscow, Fizmatlit, 2014, 164 p. (in Russian).

15–18 марта 2022 г.



XXIII конференция молодых ученых "НАВИГАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ"

Санкт-Петербург, Россия



В формат конференции включаются обзорные лекции ведущих ученых в области теории и практики построения современных систем навигации и управления движением и доклады участников конференции.

Контактная информация:

Тел.: +7 (812) 499 82 10 +7 (812) 499 81 57
Факс: +7 (812) 232 33 76 E-mail: icins@eplib.ru

И. Г. Горячева^{1,2}, акад. РАН, goryache@ipmnet.ru,
М. З. Досаев¹, канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., dosaev@imec.msu.ru,
Ю. Д. Селюцкий¹, канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., seliutski@imec.msu.ru,
А. А. Яковенко², аспирант, dolgorup_13@mail.ru, М.-S. Ju³, профессор, msju@mail.nsku.edu.tw,
Н.-R. Chang³, студент, msju@mail.nsku.edu.tw,

¹ НИИ механики МГУ, г. Москва,

² Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, г. Москва,

³ Национальный университет Чен Кун, Тайнань, Тайвань

Управление внедрением иглы в ткань фантома головного мозга с помощью пьезоэлектрического привода*

В настоящее время активно развивающимся разделом медицины являются стереотаксические операции на головном мозге. В ходе этих операций в мозг через отверстие в черепе вводится специальная игла. Эта игла перемещается в ткани мозга таким образом, чтобы ее кончик достиг определенной точки, после чего выполняется необходимая медицинская манипуляция (например, взятие пункции). Для обеспечения точности позиционирования иглы целесообразно контролировать ход операции с помощью аппарата магнитно-резонансной томографии. Это накладывает ограничения на тип приводов, которые можно использовать для управления иглой. В работе рассмотрена задача об управлении внедрением иглы цилиндрической формы в фантом головного мозга, причем управляющая сила формируется с помощью пьезоэлектрического привода (ПЭП). Для описания взаимодействия иглы с тканью предложена феноменологическая модель, в рамках которой предполагается, что ткань фантома представляет собой вязкоупругий и пластический материал, а также обладает релаксационными свойствами. При описании сил, действующих на боковую поверхность иглы со стороны ткани, учитывается наличие сухого трения. Предложенная модель содержит ряд параметров, которые идентифицируются на основе экспериментов, проведенных в Национальном университете Cheng King (Тайвань). В ходе этих экспериментов стандартная игла для биопсии внедрялась в фантом, изготовленный из раствора агар-агара, причем регистрировались положение иглы и сила, действующая на нее со стороны ткани. Показано, что результаты экспериментов достаточно хорошо согласуются с расчетами в рамках модели. Предложен алгоритм управления иглой путем задания частоты возбуждения ПЭП. Целью управления является внедрение иглы на заданную глубину с заданной постоянной скоростью с последующим удержанием иглы на этой глубине. При этом требуется избежать перерегулирования по скорости и положению. Проведено численное моделирование. Исследовано влияние параметров обратной связи на характер процесса. Показано, что при надлежащем выборе параметров удастся избежать перерегулирования.

Ключевые слова: стереотаксическая операция, пьезоэлектрический привод, математическая модель, контактные характеристики, алгоритм управления

Введение

При стереотаксических операциях в головной мозг вводится гибкая игла в целях взятия биопсии или проведения локального лечения. Для совершенствования этого процесса разрабатываются роботизированные системы, предназначенные для автоматизации таких операций. При этом решаются несколько прикладных задач: повышение безопасности таких операций как для пациентов, так и для медицинского персонала, увеличение эффективности процедур путем выбора оптимального

способа введения иглы, повышение точности позиционирования исполнительного элемента канюли в целевой точке и т. д. Одним из современных подходов к решению этих задач является разработка автоматических робототехнических систем, доставляющих иглу в заданную точку с контролем позиционирования с помощью аппарата МРТ. Для такого позиционирования создаются специальные методики (см. например, [1]) для введения иглы в различные части мозга. Другим направлением является разработка локальных систем координат в тканях мозга. В работе [2] предложен удобный метод создания реперных точек черепа, видимых на МРТ, для стереотаксических процедур у крупных экспериментальных животных.

*Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 19-58-52004) и министерства науки и технологий Тайваня (MOST 108-2923-E-006-003-MY3).

Важным аспектом в разработке биомедицинских систем является выбор двигателей, приводящих исполнительные элементы (зажимы, щипцы, иглы) в движение. При этом, в первую очередь, требуется обеспечить безопасное применение таких двигателей. В последние годы в качестве двигателей для различных биомедицинских приборов все чаще предлагаются фрикционные пьезоэлектрические приводы (ПЭП) [3–5]. В статье [6] для привода роботизированного пинцета применен ПЭП, размещенный в исполнительном звене хирургического робота. В работе [7] авторы использовали прецизионный ПЭП в качестве линейного двигателя роботизированной хирургической системы для биопсии головного мозга.

Разработка новых ПЭП — одно из активно развивающихся направлений инженерной науки. В последнее время совершенствуются подходы к созданию низковольтных миниатюрных пьезоэлектрических двигателей [8]. Для проектирования эффективных ПЭП полезно создание их конечномерных математических моделей. Феноменологическая модель в виде осциллятора с двумя степенями свободы была предложена Вурптсом и Твифелем [9]. Успешность использования этой модели была продемонстрирована в ряде работ последователей [10, 11]. Некоторые аспекты управления мехатронными системами с помощью ПЭП рассмотрены в работе [12].

Поскольку эксперименты на человеческих органах связаны с множеством этических и медицинских проблем, на практике новые методики часто тестируют на фантомах биологических тканей [13]. В научной печати регулярно появляются сообщения о создании новейших моделей фантомов мозга, предназначенных для разнообразных исследований (например, [14]). В работе [15] предложено специальное устройство для исследования поведения фантома мозга в условиях МРТ.

При разработке алгоритмов управления движением иглы необходимо создание математической модели, описывающей динамику электро-механической системы, состоящей из привода, движущегося исполнительного элемента (иглы) и ткани фантома. При этом контакт ткани с иглой желательнее описать конечномерной динамической системой. Другими словами, нужно разработать специальную феноменологическую модель контакта, которая должна описывать процесс внедрения жесткого индентора

в ткань, удержание этого индентора в заданном положении, а также процесс извлечения его из ткани. При этом необходимо учитывать сложные механические свойства фантома, такие как наличие внешней пленки, вязкоупругопластичность, релаксационные эффекты.

В статье [16] получено решение задачи о нагружении основания и последующем его свободном восстановлении. Для описания механического поведения основания использовалась модель сплошной среды, позволяющая оценить только малые деформации основания. В целях описания произвольных деформаций основания с учетом его релаксационных характеристик в настоящем исследовании, аналогично работе [17], используется упрощенная модель механического поведения фантома, позволяющая проанализировать экспериментально исследуемый процесс внедрения иглы в фантом биологической ткани и ее удержания в ткани.

В предыдущей работе [5] авторы рассмотрели модель индентирования и удержания иглы в фантоме мозга с учетом вязкоупругих свойств ткани фантома. Принятая в статье [5] модель контакта иглы с тканью учитывала только силу, обусловленную вертикальным сжатием материала. В работе [18] авторами предложена новая модель контакта иглы с тканью фантома, учитывающая сложные механические свойства этой ткани. Набор рассматриваемых при индентировании сил дополнен силой трения и силой прокола поверхностной пленки.

В настоящей работе рассматривается весь процесс индентирования иглы в фантом, включая этап извлечения. Для описания взаимодействия иглы с тканью фантома использована модель контакта, предложенная в статье [18]. Пьезоэлектрический двигатель используется в качестве привода движения иглы. Разработан алгоритм управления двигателем, реализующий погружение иглы в ткань фантома на заданную глубину, удержание иглы в нужной точке и ее последующее извлечение. Алгоритм предусматривает удержание значения скорости движения иглы в заданных пределах. Рассмотрено влияние выбора коэффициентов управления на поведение системы.

Описание и математическая модель системы

Рассмотрим механическую систему, состоящую из иглы, имеющей форму тонкого круго-

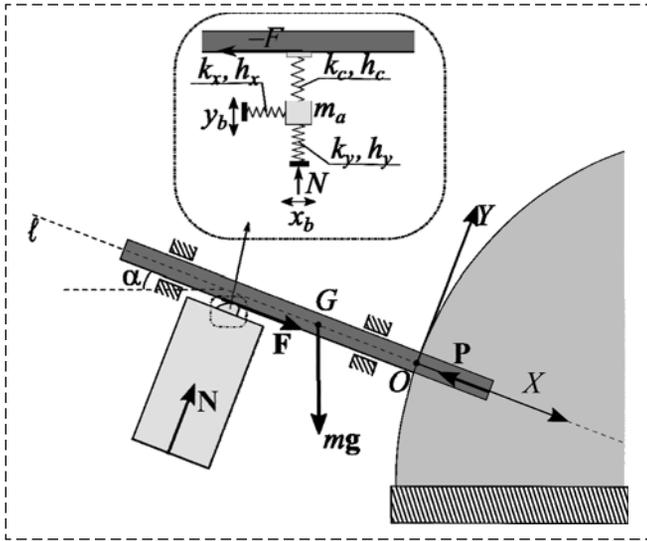


Рис. 1. Схема рассматриваемой системы
Fig. 1. Scheme of the considered system

вого цилиндра с плоским основанием, и ПЭП, головка которого находится в контакте с боковой поверхностью иглы. Будем считать, что игла установлена в направляющих и может двигаться поступательно вдоль некоторой прямой l , составляющей фиксированный угол α с горизонтом (рис. 1). Трением между иглой и направляющими будем пренебрегать. Игла при своем движении вдоль направляющих внедряется в ткань фантома, имитирующего головной мозг.

Пусть OXY — неподвижная система координат, ось абсцисс которой направлена вдоль прямой l . Начало координат O поместим в точку, в которой происходит контакт иглы с недеформированной поверхностью фантома.

Динамику ПЭП будем описывать в рамках эмпирического подхода [9–11]. При этом головка ПЭП моделируется с помощью осциллятора с двумя степенями свободы. Поскольку масса головки очень мала, будем пренебрегать действием на нее силы тяжести.

Запишем уравнения движения иглы вместе с ПЭП:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F - P + mg \sin \alpha; \\ m_a \ddot{x}_a &= -k_x(x_a - x_b) - h_x(\dot{x}_a - \dot{x}_b) - F; \\ m_a \ddot{y}_a &= -k_y(y_a - y_b) - h_y(\dot{y}_a - \dot{y}_b) - k_c y_a - h_c \dot{y}_a. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь x — абсцисса центра масс G иглы; x_a, y_a — обобщенные координаты осциллятора, моделирующего головку ПЭП; x_b, y_b — координаты середины основания головки ПЭП; m — масса иглы; m_a — масса осциллятора; k_x, k_y, k_c — коэффициенты жесткости пружин осцил-

лятора; h_x, h_y, h_c — коэффициенты демпфирования; P — сила, действующая на иглу со стороны ткани фантома; F — сила, действующая на иглу со стороны головки привода.

Координаты осциллятора отсчитываются от его положения равновесия под действием силы предварительного нагружения N , приложенной к ПЭП и перпендикулярной прямой l .

Когда к ПЭП прикладывается переменное электрическое напряжение с частотой f , головка привода совершает близкие к гармоническим колебания. В рамках принятой эмпирической модели предполагается, что величины x_b, y_b зависят от времени следующим образом:

$$x_b = A_x \sin 2\pi ft, \quad y_b = A_y \sin(2\pi ft + \Phi), \quad (2)$$

где A_x, A_y — амплитуды, а Φ — фаза соответствующих колебаний.

В результате трения головки ПЭП о боковую поверхность иглы возникает сила F , для которой имеет место следующая формула:

$$F = \mu_a \operatorname{sgn}(\dot{x}_a - \dot{x})(N + k_c y_a + h_c \dot{y}_a), \quad (3)$$

где μ_a — коэффициент трения между головкой ПЭП и поверхностью иглы.

Зависимость силы, развиваемой ПЭП, от частоты и скорости

Частота возбуждения ПЭП достаточно велика (десятки килогерц). Поэтому в системе "игла + ПЭП" можно провести процедуру разделения движений. Подсистема, отвечающая быстрым движениям, описывает динамику головки ПЭП:

$$\begin{aligned} m_a \ddot{x}_a &= -k_x(x_a - x_b) - h_x(\dot{x}_a - \dot{x}_b) - \\ &- \mu \operatorname{sgn}(\dot{x}_a - v)(N + k_c y_a + h_c \dot{y}_a); \\ m_a \ddot{y}_a &= -k_y(y_a - y_b) - h_y(\dot{y}_a - \dot{y}_b) - k_c y_a - h_c \dot{y}_a. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $v = \dot{x} \equiv \text{const}$, поскольку скорость иглы является медленной переменной.

Известно [5, 19], что сила F зависит от частоты возбуждения и от скорости движения объекта, соприкасающегося с головкой ПЭП. Рассмотрим эту зависимость подробнее.

Проведем численное моделирование динамики системы (4) при разных значениях V и f , используя следующие значения параметров [10]:

$$\begin{aligned} m_a &= 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}, \quad k_x = k_y = 10^7 \text{ Н/м}, \\ h_x &= h_y = 0,6 \text{ Н} \cdot \text{с/м}, \quad k_c = 10^6 \text{ Н/м}, \end{aligned}$$

$$h_c = 2 \text{ Н} \cdot \text{с/м}, \mu_a = 0,28, N = 10 \text{ Н}, \\ A_x = 0,41 \text{ мкм}, A_y = 0,76 \text{ мкм}, \Phi = 0.$$

Ограничимся диапазоном достаточно малых скоростей иглы.

Значения средней за период силы представлены на рис. 2 для трех различных значений скорости иглы (квадратики для $v = -1$ см/с, кружки для $v = 0$ и ромбики для $v = 1$ см/с). Видно, что при частоте $f = f_0 \approx 26,3$ кГц имеет место резонанс. Необходимо отметить наличие заметной асимметрии в зависимости силы от частоты на участках до резонанса и после него.

Можно предложить аппроксимационную формулу, описывающую зависимость силы F от частоты и скорости:

$$F = \frac{1,75(1 - 0,25(f - f_0))}{1 + 4,0(f - f_0)^2 + 1,3(f - f_0)^3 + 0,05(f - f_0)^4} - v(0,224 + 1,375(f - f_0) - 0,0623(f - f_0)^{3/2}). \quad (5)$$

Здесь частота возбуждения выражена в килогерцах, а скорость — в м/с.

Зависимость (5) для разных значений скорости изображена на рис. 2 линиями (штрихпунктирная для $v = -1$ см/с, сплошная для $v = 0$ и пунктирная для $v = 1$ см/с). Видно, что предложенная аппроксимация достаточно хорошо согласуется с результатами численного интегрирования системы (4).

Разумеется, формула (5) может применяться только при $f \geq f_0$ и не слишком больших скоростях v движения иглы. Представляется целесообразным использовать при управлении частоты в диапазоне $f \geq f_0$.

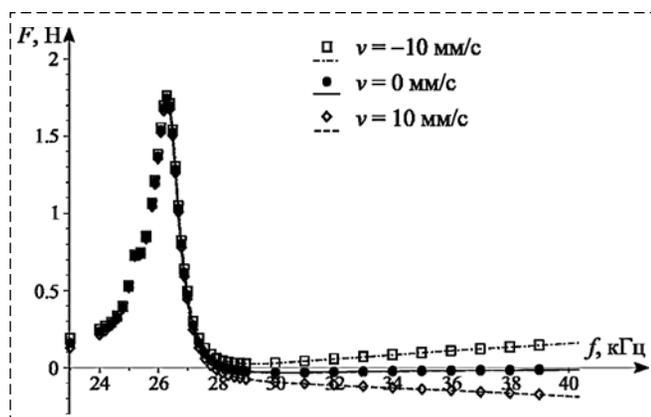


Рис. 2. Зависимость силы, развиваемой ПЭП, от частоты возбуждения и скорости индентора

Fig. 2. Dependence of the force generated by the piezoelectric drive on the excitation frequency and indenter speed

Феноменологическая модель контактного взаимодействия

Предположим, что игла ориентирована таким образом, что ее продольная ось направлена по нормали к поверхности фантома в центре области контакта.

При моделировании взаимодействия иглы с материалом фантома будем считать, что материал фантома является вязкоупругим, а также обладает пластическими и релаксационными свойствами. Кроме того, для того чтобы описать процесс проникания в ткань фантома, предположим, что на поверхности фантома образуется сравнительно прочная упругая пленка, которая разрывается при достижении некоторого критического усилия. Далее игла взаимодействует уже с материалом внутренней части фантома, а пленка после завершения достаточно быстрого переходного процесса возвращается в положение, близкое к исходному.

Следуя работе [18], примем, что на этапе внедрения до прорыва пленки сила, действующая на головку иглы, зависит только от смещения головки, отсчитываемого от недеформированного положения поверхности фантома:

$$P = Ax^2, 0 \leq x < x_p, \quad (6)$$

где A — некоторый постоянный коэффициент; x_p — величина деформации, при которой происходит прорыв; она определяется минимальным усилием P_p , необходимым для разрыва поверхности фантома: $x_p = (P_p/A)^{1/2}$.

После прорыва сила, действующая на иглу со стороны ткани вдоль оси иглы, складывается из двух компонент: компоненты P_1 , действующей на головку иглы, и компоненты P_2 , действующей на боковую поверхность иглы и направленной по касательной к поверхности.

Предположим, что нормальные напряжения во всех точках головки иглы совпадают. Тогда

$$P_1 = \pi R^2 p_1(t), \quad (7)$$

где R — радиус поперечного сечения иглы, p_1 — нормальное напряжение на поверхности головки иглы. В предположении, что материал фантома является вязкоупругим и пластическим, а также обладает релаксационными свойствами, можно, опираясь на обобщенную модель Кельвина—Фойгта, записать следующие уравнения для определения p_1 :

$$\begin{aligned}
T_\sigma \dot{p}_1 &= -p_1 + k_0 x + k_0 T_\varepsilon \dot{x} \\
\text{при } |k_0 x T_\varepsilon - p_1 T_\sigma| &\leq (T_\varepsilon - T_\sigma) p_s; \\
T_\sigma \dot{p}_1 &= -\frac{T_\varepsilon - T_\sigma}{T_\varepsilon} (p_1 - p_s) + k_0 T_\varepsilon \dot{x} \\
\text{при } k_0 x T_\varepsilon - p_1 T_\sigma &> (T_\varepsilon - T_\sigma) p_s; \\
T_\sigma \dot{p}_1 &= -\frac{T_\varepsilon - T_\sigma}{T_\varepsilon} (p_1 + p_s) + k_0 T_\varepsilon \dot{x} \\
\text{при } k_0 x T_\varepsilon - p_1 T_\sigma &< -(T_\varepsilon - T_\sigma) p_s.
\end{aligned} \tag{8}$$

Здесь T_σ и T_ε — времена релаксации и ползучести; k_0 — длительный коэффициент податливости; p_s — предел текучести.

Для определения силы P_2 воспользуемся феноменологическим подходом. Будем считать, что имеет место следующие соотношение:

$$P_2 = 2\pi R x(t) p_2(t), \tag{9}$$

где p_2 — величина, интегральным образом характеризующая распределение касательных напряжений в точках боковой поверхности иглы, находящихся в контакте с фантомом.

Предполагая, что основной вклад в формирование касательных напряжений на боковой поверхности вносит сила типа сухого трения между фантомом и иглой, а также учитывая наличие релаксационных свойств у материала фантома, будем считать, что p_2 определяются следующим уравнением:

$$T_\tau \dot{p}_2 = -p_2 + \mu p_r \operatorname{sgn} \dot{x}, \tag{10}$$

где T_τ — характерное время релаксации касательных напряжений; μ — коэффициент сухого трения между тканью и поверхностью иглы; p_r — нормальное напряжение в точках боковой поверхности. Будем считать, что после достаточно короткого переходного процесса $p_r = p_s$.

Чтобы определить неизвестные параметры, входящие в уравнения (7)–(10), воспользуемся серией экспериментов, проведенных в Национальном университете Cheng Kung (NCKU, Тайвань). В ходе этих экспериментов стандартная игла для биопсии внедрялась в фантом мозга, представляющий собой прямой круговой цилиндр, изготовленный из раствора агар-агара (концентрация 0,6 %). Диаметр цилиндра был равен 153 мм, а высота — 50 мм. Внедре-

ние осуществлялось с постоянной скоростью v_f (реализовывались три различных значения: 0,5, 1 и 2 мм/с). Игла погружалась на определенную глубину x_f (5, 10 или 15 мм), после чего удерживалась на этой глубине неподвижно в течение 30 с. После этого игла извлекалась из фантома. В ходе экспериментов регистрировалось положение иглы, а также измерялась сила, действующая на иглу со стороны ткани и направленная вдоль оси иглы.

В результате обработки полученных экспериментальных данных были определены следующие значения параметров, обеспечивающие достаточно хорошее согласие расчетов в рамках предложенной модели (7)–(10) с измеренными значениями силы:

$$\begin{aligned}
k_0 &= 1,7 \cdot 10^6 \text{ Па/м}, p_s = 2500 \text{ Па}, T_\sigma = 0,3 \text{ с}, \\
T_\varepsilon &= 1 \text{ с}, T_\tau = 1,4 \text{ с}, \mu = 0,05, P_p = 0,15 \text{ Н}, \\
A &= 8900 \text{ Н/м}^2.
\end{aligned}$$

На рис. 3 представлено сравнение экспериментальных данных (серые кривые) и результатов расчета по модели (7)–(10) с указанными значениями параметров (черные линии) для двух различных экспериментов. Штриховой линией обозначено значение силы в конце этапа завершения релаксации, т. е. $\pi R^2 p_s$. Отметим, что эта величина не зависит ни от скорости, ни от глубины внедрения (как в расчете, так и в экспериментах).

Видно, что модель в целом обеспечивает достаточно хорошее согласие с экспериментальными данными. Будем далее пользоваться ею при построении управления движением иглы, т. е. в ситуации, когда движение иглы заранее не известно.

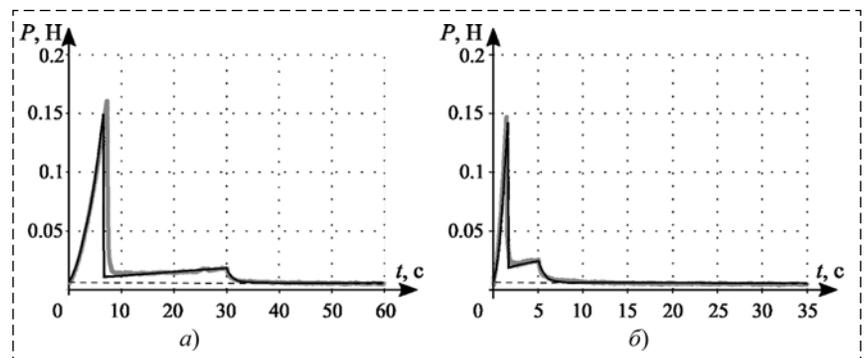


Рис. 3. Расчетная (черная кривая) и экспериментальная зависимость (серая кривая) силы P от времени:

a — $x_e = 15$ мм, $v_e = 0,5$ мм/с; b — $x_e = 10$ мм, $v_e = 2$ мм/с

Fig. 3. Calculated (black line) and experimental (grey line) time dependence of the force P :

a — $x_e = 15$ мм, $v_e = 0,5$ мм/с; b — $x_e = 10$ мм, $v_e = 2$ мм/с

Управление движением иглы путем задания частоты ПЭП

Сформируем замкнутую систему уравнений движения, описывающих динамику иглы с учетом сил, действующих на нее со стороны ПЭП и ткани. Дополним первое уравнение системы (1) уравнениями (5) и (7)–(10).

Будем строить управление движением иглы таким образом, чтобы обеспечить ее внедрение на целевую глубину x_t с последующей остановкой, причем скорость в процессе внедрения должна быть как можно ближе к некоторому целевому значению v_t . Вообще говоря, величины v_t и x_t определяются медицинскими соображениями с учетом особенностей конкретного пациента.

Перерегулирование как по положению, так и по скорости представляется нежелательным, поскольку оно может привести к излишнему травмированию пациента. Соответственно, представляется целесообразным выделить участок "активного" внедрения и участок торможения и использовать для них разные законы управления. С учетом вышесказанного построим управление с обратной связью по положению и скорости иглы следующим образом:

$$F_{c0} = \begin{cases} -mg \sin \alpha + K_1(\dot{x} - v_t) \operatorname{sgn}(x - x_t), \\ |x - x_t| \geq \beta x_t; \\ -mg \sin \alpha - K_2 \dot{x} - K_3(x - x_t), \\ |x - x_t| < \beta x_t. \end{cases} \quad (11)$$

Здесь $K_{1-3} > 0$ и $\beta > 0$ — некоторые коэффициенты. Величина β определяет границу между участками активного индентирования и торможения. Вообще говоря, этот коэффи-

циент должен зависеть от скорости, реализуемой на участке активного индентирования.

Управляющая сила формируется с помощью ПЭП, и необходимо учитывать, что ее значение ограничено:

$$F = \begin{cases} F_{\max}, & F_{c0} > F_{\max}; \\ F_{c0}, & F_{\min} \leq F_{c0} \leq F_{\max}; \\ F_{\min}, & F_{c0} < F_{\min}. \end{cases} \quad (12)$$

При этом следует учитывать, что с учетом результатов, описанных выше, значения максимальной и минимальной силы, развиваемой ПЭП, зависят от текущей скорости иглы. Вообще говоря, направление управляющей силы можно изменить, поменяв знак прикладываемого переменного напряжения. Кроме того, в некоторых ситуациях ее направление меняется при изменении частоты (см. рис. 2).

Проведем численное моделирование, чтобы оценить работоспособность предложенного алгоритма и влияние коэффициентов обратной связи на динамику системы. Отметим, что, поскольку сила F должна быть достаточно велика, чтобы обеспечить прокол при нулевом угле наклона направляющих, необходимо выполнение условия $K_1 > P_p/v_t$.

На рис. 4 проиллюстрировано влияние коэффициента K_1 на протекание процесса индентирования. Расчеты выполнялись при следующих значениях параметров: $m = 0,1$ кг, $K_2 = 50$ кг/с, $K_3 = 50$ кг/с², $\beta = 0,02$.

Наблюдаемые скачки по скорости происходят в момент прорыва пленки. Видно, что увеличение K_1 позволяет уменьшить отличие скорости в процессе внедрения от целевой и, в частности, уменьшить скачок в момент прокола. Тем не менее, во всех случаях наблюдается некоторое уменьшение скорости со временем на первом этапе управления и сокращение общего времени процесса. Влияние коэффициентов K_2 и K_3 на скорость иглы на участке торможения проиллюстрировано на рис. 5 (см. вторую сторону обложки) (в расчетах принималось $K_1 = 500$ кг/с).

Увеличение K_2 обеспечивает отсутствие перерегулирования и уменьшение колебаний. Влияние K_3 оказывается более сложным:

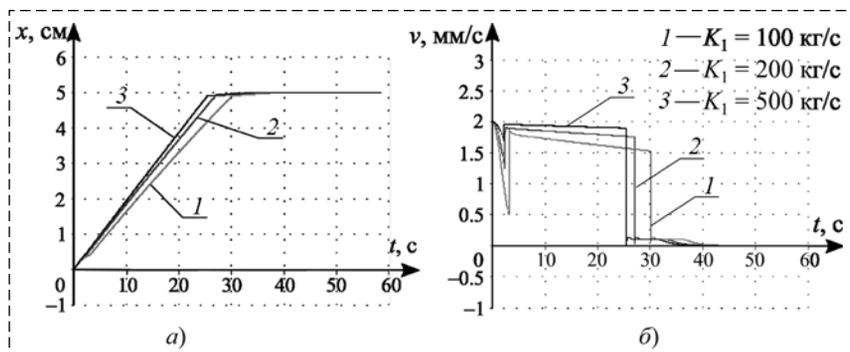


Рис. 4. Влияние коэффициента K_1 в управлении на процесс индентирования: a — зависимость глубины внедрения от времени; b — зависимость скорости внедрения от времени

Fig. 4. Effect of the coefficient K_1 in the control law upon the indentation process: a — indentation depth vs. time; b — indentation speed vs. time

перерегулирование возникает как при маленьких, так и при больших значениях этого коэффициента. На рис. 6 приведены зависимости от времени управляющей силы, развиваемой ПЭП, и соответствующей частоты f возбуждения при разных значениях угла α наклона иглы к горизонту.

Построенный закон управления обеспечивает одинаковые зависимости скорости, а значит, и положения иглы от времени независимо от угла наклона иглы (разумеется, при условии, что силы, развиваемой ПЭП, достаточно для того, чтобы скомпенсировать влияние силы тяжести).

Вообще, с ростом угла наклона основной задачей управления становится предотвращение ускоренного движения иглы под действием силы тяжести. Соответственно, для обеспечения целевой скорости необходимо достаточно тонкое управление частотой возбуждения ПЭП. Вопрос о влиянии ошибок, возникающих при этом, требует дополнительного анализа.

Заключение

Рассмотрена мехатронная система, осуществляющая индентирование иглы в ткань фантома головного мозга. Предложена феноменологическая модель, описывающая силу, действующую на иглу со стороны материала фантома. Управление движением иглы осуществляется с помощью пьезоэлектрического привода. Сформирован закон управления частотой возбуждения привода, предназначенный для внедрения иглы на целевую глубину с заданной скоростью. Показано, что предложенное управление обеспечивает достаточно хорошее согласие с целевыми параметрами и предотвращает возникновение перерегулирования по положению и/или скорости.

Список литературы

1. Poole E. I., McGavin J. J., Cochkanoff N. L., Crosby K. M. Stereotaxic surgery for implantation of guide cannulas for microinjection into the dorsomedial hypothalamus in young rats // *MethodsX*. 2019. Vol. 6. P. 1652–1659. <https://doi.org/10.1016/j.mex.2019.07.005>.

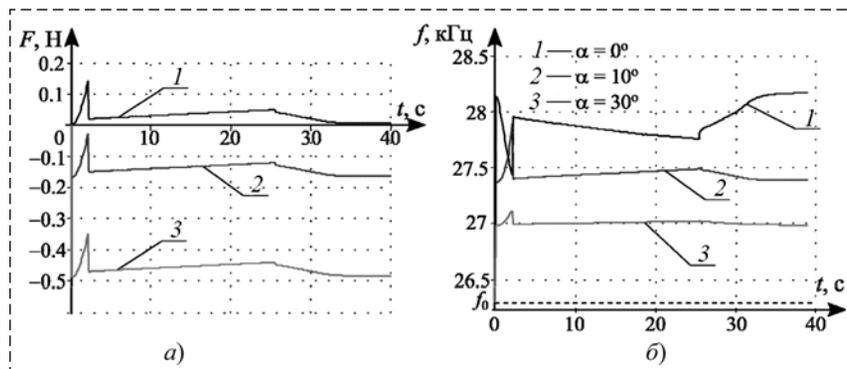


Рис. 6. Управление при различных значениях угла наклона иглы:

а — зависимость управляющей силы от времени; б — зависимость частоты возбуждения от времени

Fig. 6. Control for different values of the angle of inclination of the needle:

а — control force vs. time; б — excitation frequency vs. time

2. Glud A. N., Bech J., Tvilling L., Zaer H., Orłowski D., Fitting L. M., Ziedler D., Geneser M., Sangill R., Alstrup A. K. O., Bjarkam C. R., Sørensen J. C. H. A fiducial skull marker for precise MRI-based stereotaxic surgery in large animal models // *Journal of Neuroscience Methods*. 2017. Vol. 285. P. 45–48. <https://doi.org/10.1016/j.jneumeth.2017.04.017>.

3. Cappelleri D. J., Frecker M. I., Simpson T. W., Snyder A. Design of a PZT bimorph actuator using a metamodel-based approach // *J. Mech. Des.* 2002. Vol. 124, N. 2. P. 354–357.

4. Yeh C.-H., Su F.-C., Shan Y.-S., Dosaev M., Selyutskiy Y., Goryacheva I., Ju M.-S. Application of piezoelectric actuator to simplified haptic feedback system // *Sensors and Actuators A: Physical*. 2020. Vol. 303. P. 111820. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2019.111820>.

5. Горячева И. Г., Досаев М. З., Селюцкий Ю. Д., Яковенко А. А., Hsiao C.-H., Huang C.-Yu., Ju M.-S., Yeh C.-H. Управление внедрением индентора в вязкоупругую ткань с использованием пьезоэлектрического привода // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2020. Т.21, № 5. С. 304–311. <https://doi.org/10.17587/mau.21.304-311>.

6. McPherson T., Ueda J. A force and displacement self-sensing piezoelectric MRI-compatible tweezer end effector with an on-site calibration procedure // *IEEE/ASME Trans. Mechatron.* 2014. Vol. 19. N. 2. P. 755–764.

7. Lorenzo D. D., Momi E. D., Dyagilev I., Manganelli R., Formaglio A., Praticchizzo D., Shoham M., Ferrigno G. Force feedback in a piezoelectric linear actuator for neurosurgery // *Int. J. Med. Robot.* 2011. Vol. 7. N. 3. P. 268–275.

8. Mukhopadhyay S., Kumar J., Behera B. Low Operating Voltage based Piezoelectric Ultrasonic Actuator for Tactile System Applications // *Ferroelectrics*. 2021. Vol. 585. P. 1–15.

9. Wurpts W., Twiefel J. An ultrasonic motor with intermittent contact modeled as a two degree of freedom oscillator in time domain // *PAMM*. 2009. Vol. 9. P. 287–288. <https://doi.org/10.1002/pamm.200910117>.

10. Mashimo T., Terashima K. Dynamic analysis of an ultrasonic motor using point contact model // *Sensors and Actuators A: Physical*. 2015. Vol. 233. P. 15–21. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2015.05.009>.

11. Досаев М. З., Селюцкий Ю. Д., Е Ч. С., Су Ф. Ч. Моделирование тактильной обратной связи, реализуемой с помощью пьезоэлектрического привода // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2018. Т.19, № 7. С. 480–485. <https://doi.org/10.17587/mau.19.480-485>.

12. Sabarianand D. V., Karthikeyan P., Muthuramalingam T. A review on control strategies for compensation of hysteresis and creep on piezoelectric actuators based micro systems // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2020. Vol. 140. P. 106634. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.106634>.

13. Aranda-Lara L., Torres-García E., Oros-Pantoja R. Biological Tissue Modeling with Agar Gel Phantom for Radiation Dosimetry of ^{99m}Tc // Open Journal of Radiology. 2014. Vol. 4. P. 44–52. <http://dx.doi.org/10.4236/ojrad.2014.41006>

14. Magsood H., Hadimani R. L. Development of anatomically accurate brain phantom for experimental validation of stimulation strengths during TMS // Materials Science and Engineering: C. 2021. Vol. 120. P. 111705. <https://doi.org/10.1016/j.msec.2020.111705>.

15. Ozkaya E., Triolo E. R., Rezayaraghi F., Abderezaei J., Meinhold W., Hong K., Alipour A., Kennedy P., Fleysler L., Ueda J., Balchandani P., Eriten M., Johnson C. L., Yang Y., Kurt M. Brain-mimicking phantom for biomechanical validation of motion sensitive MR imaging techniques // Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials. 2021. Vol. 122. P. 104680. <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2021.104680>.

16. Argatov I. An analytical solution of the rebound indentation problem for an isotropic linear viscoelastic layer loaded with a spherical punch // Acta Mech. 2012. Vol. 223. P. 1441–1453.

17. Lyubicheva A. Closed-Form Solution of Axisymmetric Contact Problem for a Viscoelastic Base within Cycle of Increasing and Decreasing of Load on the Indenter // Journal of Friction and Wear. 2017. Vol. 38, N. 2. P. 138–143.

18. Yakovenko A. A., Lai Y.-X., Goryacheva I. G., Ju M.-S., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D. Modelling and experimental study of the needle indentation into a brain phantom // International Journal of Non-Linear Mechanics. 2021. Vol. 137. P. 103832. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2021.103832>.

19. Liu Z., Yao Z., Li X., Fu Q. Design and experiments of a linear piezoelectric motor driven by a single mode // Review of Scientific Instruments. 2016. Vol. 87. P. 115001. <https://doi.org/10.1063/1.4966251>.

Control of Indentation of a Needle into the Brain Phantom Tissue Using a Piezoelectric Drive

I. G. Goryacheva^{1,2}, goryache@ipmnet.ru, M. Z. Dosaev¹, dosaev@imec.msu.ru, Y. D. Selyutskiy¹, seliutski@imec.msu.ru, A. A. Yakovenko², dolgopup_13@mail.ru, M.-S. Ju³, msju@mail.nsku.edu.tw, H.-R. Chang³, msju@mail.nsku.edu.tw,

¹Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russian Federation,

²Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, 119526, Russian Federation,

³National Cheng Kung University, Tainan, 701, Taiwan

Corresponding author: Dosaev Marat Z., PhD., Leading Researcher, Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192, Russian Federation, e-mail: dosayev@imec.msu.ru

Accepted on November 2, 2021

Abstract

Currently, stereotaxic brain surgery is an actively developing branch of medicine. During these operations, a special needle is inserted into the brain through a hole in the skull. This needle is moved in the brain tissue so that its tip reaches a certain point, after which the necessary medical manipulation is performed (for example, taking a puncture). To ensure accurate positioning of the needle, it is advisable to monitor the process of such operations using the magnetic resonance imaging apparatus. This puts restrictions on the type of actuators that can be used to drive the needle. The paper considers the problem of controlling the penetration of a cylindrical needle into a phantom of the brain where the control force is generated using a piezoelectric drive (PED). To describe the interaction of the needle with the tissue, a phenomenological model is proposed, under which it is assumed that the phantom tissue is a viscoelastic and plastic material, and also demonstrates relaxation properties. When describing forces acting on the lateral surface of the needle from the side of the tissue, the presence of dry friction is taken into account. The proposed model contains a number of parameters that are identified based on experiments carried out at the NCKU (Taiwan). In these experiments, a standard biopsy needle was inserted into a phantom made from agar-agar solution, and the position of the needle and the force acting on it from the tissue were registered. It is shown that the experimental results are in good agreement with the calculations in the context of the model. An algorithm for controlling the needle by setting the frequency of excitation of the probe is proposed. The aim of the control is to introduce the needle to a given depth at a given constant speed, and then hold the needle at this depth. During the process, it is required to avoid overshooting in speed and position. Numerical simulation has been carried out. The effect of the feedback parameters on the nature of the process is investigated. It is shown that the proper choice of parameters allows for avoiding the overshooting.

Keywords: stereotactic operation, piezoelectric drive, mathematical model, contact characteristics, control algorithm

Acknowledgements: The work is partially supported by RFBR (Project No. 19-58-52004) and the Ministry of Science and Technology of Taiwan (project MOST 108-2923-E-006-003-MY3).

For citation:

Goryacheva I. G., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D., Yakovenko A. A., Ju M.-S., Chang H.-R. Control of Indentation of a Needle Into the Brain Phantom Tissue Using a Piezoelectric Drive, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 2, pp. 79–87.

DOI: 10.17587/mau.23.79-87

References

1. Poole E. I., McGavin J. J., Cochranoff N. L., Crosby K. M. Stereotaxic surgery for implantation of guide cannulas for microinjection into the dorsomedial hypothalamus in young rats,

MethodsX, 2019, vol. 6, pp. 1652–1659, <https://doi.org/10.1016/j.mex.2019.07.005>.

2. Glud A. N., Bech J., Tvilling L., Zaer H., Orlovski D., Fitting L. M., Ziedler D., Geneser M., Sangill R., Alstrup A. K. O., Bjarkam C. R., Sorensen J. C. H. A fiducial skull marker for pre-

cise MRI-based stereotaxic surgery in large animal models, *Journal of Neuroscience Methods*, 2017, vol. 285, pp. 45–48, <https://doi.org/10.1016/j.jneumeth.2017.04.017>.

3. Cappelleri D. J., Frecker M. I., Simpson T. W., Snyder A. Design of a PZT bimorph actuator using a metamodel-based approach, *J. Mech. Des.*, 2002, vol. 124, no. 2, pp. 354–357.

4. Yeh C.-H., Su F.-C., Shan Y.-S., Dosaev M., Selyutskiy Y., Goryacheva I., Ju M.-S. Application of piezoelectric actuator to simplified haptic feedback system, *Sensors and Actuators A: Physical*, 2020, vol. 303, pp. 111820, <https://doi.org/10.1016/j.sna.2019.111820>.

5. Goryacheva I. G., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D., Yakovenko A. A., Hsiao C.-H., Huang C.-Yu., Ju M.-S., Yeh C.-H. Control of insertion of indenter into viscoelastic tissue using a piezoelectric drive, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 5, pp. 304–311 (in Russian), <https://doi.org/10.17587/mau.21.304-311>.

6. McPherson T., Ueda J. A force and displacement self-sensing piezoelectric MRI-compatible tweezer end effector with an on-site calibration procedure, *IEEE/ASME Trans. Mechatron.*, 2014, vol. 19, no. 2, pp. 755–764.

7. Lorenzo D. D., Momi E. D., Dyagilev I., Manganelli R., Formaglio A., Prattichizzo D., Shoham M., Ferrigno G. Force feedback in a piezoelectric linear actuator for neurosurgery, *Int. J. Med. Robot.*, 2011, vol. 7, no. 3, pp. 268–275.

8. Mukhopadhyay S., Kumar J., Behera B. Low Operating Voltage based Piezoelectric Ultrasonic Actuator for Tactile System Applications, *Ferroelectrics*, 2021, vol. 585, pp. 1–15.

9. Wurpts W., Twiefel J. An ultrasonic motor with intermittent contact modeled as a two degree of freedom oscillator in time domain, *PAMM*, 2009, vol. 9, pp. 287–288, <https://doi.org/10.1002/pamm.200910117>.

10. Mashimo T., Terashima K. Dynamic analysis of an ultrasonic motor using point contact model, *Sensors and Actuators A: Phys.*, 2015, Vol. 233, pp. 15–21, <https://doi.org/10.1016/j.sna.2015.05.009>.

11. Dosaev M. Z., Selyutskiy Yu. D., Yeh C.-H., Su F.-C. Modeling Tactile Feedback Realized by Piezoelectrical Actuator, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2018, vol. 19,

no. 7, pp. 480–485 (in Russian), <https://doi.org/10.17587/mau.19.480-485>

12. Sabarianand D. V., Karthikeyan P., Muthuramalingam T. A review on control strategies for compensation of hysteresis and creep on piezoelectric actuators based micro systems, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, vol. 140, pp. 106634. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.106634>.

13. Aranda-Lara L., Torres-García E., Oros-Pantoja R. Biological Tissue Modeling with Agar Gel Phantom for Radiation Dosimetry of ^{99m}Tc, *Open Journal of Radiology*, 2014, vol. 4, pp. 44–52, <http://dx.doi.org/10.4236/ojrad.2014.41006>

14. Magsood H., Hadimani R. L. Development of anatomically accurate brain phantom for experimental validation of stimulation strengths during TMS, *Materials Science and Engineering: C*, 2021, vol. 120, pp. 111705, <https://doi.org/10.1016/j.msec.2020.111705>.

15. Ozkaya E., Triolo E. R., Rezayaraghi F., Abderezaei J., Meinhold W., Hong K., Alipour A., Kennedy P., Fleyscher L., Ueda J., Balchandani P., Eriten M., Johnson C. L., Yang Y., Kurt M. Brain-mimicking phantom for biomechanical validation of motion sensitive MR imaging techniques, *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 2021, vol. 122, pp. 104680, <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2021.104680>.

16. Argatov I. An analytical solution of the rebound indentation problem for an isotropic linear viscoelastic layer loaded with a spherical punch, *Acta Mech.*, 2012, vol. 223, pp. 1441–1453.

17. Lyubicheva A. Closed-Form Solution of Axisymmetric Contact Problem for a Viscoelastic Base within Cycle of Increasing and Decreasing of Load on the Indenter, *Journal of Friction and Wear*, 2017, vol. 38, no. 2, pp. 138–143.

18. Yakovenko A. A., Lai Y.-X., Goryacheva I. G., Ju M.-S., Dosaev M. Z., Selyutskiy Y. D. Modelling and experimental study of the needle indentation into a brain phantom, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2021, vol. 137, pp. 103832, <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2021.103832>.

19. Liu Z., Yao Z., Li X., Fu Q. Design and experiments of a linear piezoelectric motor driven by a single mode, *Review of Scientific Instruments*, 2016, vol. 87, pp. 115001, <https://doi.org/10.1063/1.4966251>.

cnews
CONFERENCES

5 апреля 2022 г., Москва

Конференция

ИТ в промышленности: от автоматизации к цифровизации

Основные проблемы

- Интернет вещей как основа «Индустрии 4.0»
- Видеоаналитика и машинное зрение: кейсы
- Большие данные и машинное обучение
- Использование роботов
- Искусственный интеллект
- Применения технологий дополненной реальности

Контактная информация

+7 (495) 500-00-36, доб. 9401, 9402, 9403, 9404
events@cnews.ru

В. Ф. Филаретов¹, д-р техн. наук, проф., зав. лаб., filaretov@inbox.ru,

А. С. Губанков^{1,2}, канд. техн. наук, доц., gubankov@iacp.dvo.ru,

И. В. Горностаев^{1,2}, мл. науч. сотр., gornostaev_iv@mail.ru,

¹Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, Владивосток,

²Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток

Разработка метода формирования программных сигналов для исполнительных электроприводов манипуляторов с избыточными степенями подвижности. Часть II^{1,2}

Статья посвящена вопросам сохранения динамической точности управления рабочими инструментами многостепенных манипуляторов (ММ) при их перемещениях по произвольным пространственным траекториям с учетом конструктивных ограничений во всех степенях подвижности и особых случаях расположения их звеньев.

Во второй части статьи рассмотрен метод, который за счет введения дополнительной (избыточной) степени подвижности ММ, обеспечивающей его перемещение вблизи объектов работ, не допускает вход манипулятора в заранее непредсказуемые особые положения, выход рабочих инструментов на границы его рабочей области, а также выход некоторых его степеней подвижности на ограничения, приводящие к резкому снижению точности работы манипулятора в процессе выполнения любых технологических операций при заранее неизвестных траекториях движения. На основе этого метода синтезирована система, которая позволяет автоматически формировать программные сигналы для всех степеней подвижности ММ с учетом текущих программных положений и ориентаций рабочих инструментов, заданных в абсолютной системе координат, не создавая аварийные ситуации и поддерживая высокое качество выполняемых предписанных операций и работ. Выполненное моделирование подтвердило работоспособность и высокую эффективность предложенного метода.

Ключевые слова: многостепенный манипулятор, избыточная степень подвижности, ограничения, особые положения, обратная задача кинематики

3. Задание индикаторов, сигнализирующих о приближении манипулятора к его особым положениям

В процессе решения поставленной задачи создания метода автоматического перемещения рабочих инструментов (РИ) многостепенных манипуляторов (ММ) по произвольным пространственным траекториям без снижения динамической точности управления рассмотрим синтез системы, которая при подходе РИ к границам рабочей области ММ, а программных значений всех обобщенных координат ММ — к их ограничениям или к особым положениям [1] автоматически перемещает основание ММ по координате q_7 вдоль оси Ox (см. рис. 1 [2]) таким образом, чтобы полностью исключить появление описанных в первой части статьи [2] нежелательных ситуаций.

Для реализации этой системы вводится несколько специальных функций-индикаторов, текущие значения которых должны указывать на приближение ММ к его особым (критическим) положениям. Для удобства анализа возникающих ситуаций диапазоны возможных изменений этих индикаторов целесообразно установить едиными от 0 (наиболее благоприятное положение ММ) до 1 (его критическое положение).

Значение первого индикатора J_1 стремится к 1, когда какая-либо из обобщенных координат q_i приближается к своим ограничениям [1] [2], и равно 0, когда все степени подвижности находятся в своих средних положениях $q_{ci} = (q_{i\min} + q_{i\max})/2$ ($i = 1, 6$). В качестве такого индикатора может быть использована функция

$$J_1 = \max_{i=1,6} \{2|q_i - q_{ci}| / |q_{i\max} - q_{i\min}|\},$$

где $|q_{i\max} - q_{i\min}|$ — ширина диапазона изменения q_i , имеющая значение, вдвое превышающее наибольшее возможное значение $|q_i - q_{ci}|$. С учетом ранее принятых диапазонов $[-\pi; \pi]$ изменения всех обобщенных координат ММ можно использовать выражение

¹Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках грантов № 19-08-00347 и 20-08-00701.

²Часть I опубликована в журнале "Мехатроника, автоматизация, управление", 2022, Т. 23, № 1.

$$J_1 = \max_{i=1,6} \{q_i/\pi\}. \quad (16)$$

Значение второго индикатора

$$J_2 = 1 - \sqrt{R_x'^2 + R_y'^2} / (L_2 + L_3) \quad (17)$$

стремится к 1, когда ММ приближается к первым трем особым положениям [3, 4] (см. рис. 4, a — e [2]), в которых точка R' располагается на связанной с основанием ММ оси $O'z'$, и равно 0, когда точка R' максимально удалена от этой оси и при этом выполняется равенство $\sqrt{R_x'^2 + R_y'^2} = L_2 + L_3$ (см. рис. 1 [2]).

Третий индикатор J_3 указывает на приближение ММ к его четвертому особому положению (см. рис. 4, e [2]), в котором $q_5 = 0$. В этом положении значение J_3 равно 1, а при достижении q_5 границ изменения ($q_{5\min}$ или $q_{5\max}$) равно 0. В результате можно записать

$$J_3 = \begin{cases} 1 - q_5/q_{5\min}, & \text{если } q_5 < 0; \\ 1 - q_5/q_{5\max}, & \text{если } q_5 > 0, \end{cases}$$

а с учетом принятых диапазонов $[-\pi; \pi]$:

$$J_3 = 1 - |q_5|/\pi. \quad (18)$$

Значение четвертого индикатора J_4 равно 1, если РИ подходит к границе рабочей области, где $q_3 = 0$ (см. рис. 1 и 4, e [2]), и равно 0, если $q_3 = q_{3\min}$ или $q_3 = q_{3\max}$. Таким образом, можно записать, что

$$J_4 = \begin{cases} 1 - q_3/q_{3\min}, & \text{если } q_3 < 0; \\ 1 - q_3/q_{3\max}, & \text{если } q_3 > 0, \end{cases}$$

а с учетом принятых диапазонов $[-\pi; \pi]$:

$$J_4 = 1 - |q_3|/\pi. \quad (19)$$

Каждый из четырех указанных индикаторов (16)—(19) может изменяться в диапазоне $J_{ith} \in [0, 1]$ ($i = \overline{1,4}$) и сигнализирует о приближении ММ к перечисленным критическим положениям. Если начинает выполняться условие $J_i \geq J_{ith}$, то основание ММ смещается по координате q_7 , что приводит к изменению проекции рабочей точки инструмента (РТИ) r' на ось $O'x'$ и, следовательно, согласно выражениям (2)—(9) и (13)—(15) [2] — к формированию новых значений q_i ($i = \overline{1,6}$). Заметим, что автоматическое смещение ММ по координате q_7 вдоль оси Ox выполняется в сторону уменьшения значения J_i . Для упрощения описания ра-

боты синтезируемой ниже системы значения J_{ith} для всех четырех индикаторов J_i будут приняты одинаковыми, а смещение основания ММ будет происходить, когда наибольшее значение непрерывно рассчитываемых J_i превысит заранее назначенное значение J_{ih} . В общем случае значения J_{ith} могут быть различными с учетом кинематической схемы конкретного ММ.

Введенные индикаторы ниже будут использованы для автоматического выбора исходной конфигурации ММ перед началом его работы и для корректного последующего выполнения всех необходимых движений РИ с учетом указанной исходной конфигурации.

4. Описание алгоритма автоматического выбора исходной конфигурации ММ и системы управления его избыточной степенью подвижности

Полученные в первой части статьи выражения (2)—(9) и (13)—(15) [2] показывают, что при решении обратной задачи кинематики (ОЗК) для выбора конкретной конфигурации ММ (см. рис. 1 [2]) должны быть заданы элементы вектора $\mathbf{K} = [k_1 \ k_2 \ k_3]^T$, которые для исключения одновременного скачкообразного изменения значений нескольких обобщенных координат в процессе его движения должны быть постоянными (параметры k_4, k_5, k_6 рассчитываются автоматически при решении ОЗК). Значения элементов этого вектора желательно выбирать такими, чтобы исходная конфигурация ММ в начале траектории его движения была наиболее удалена от всех его особых положений. Для этого с учетом известных значений элементов векторов \mathbf{r} ($r_x = r'_x + q_7$, $r_y = r'_y$, $r_z = r'_z$), $\mathbf{a} = \mathbf{a}'$, $\mathbf{b} = \mathbf{b}'$, соответственно определяющих требуемое положение РТИ и пространственную ориентацию РИ в абсолютной системе координат (СК) $Oxyz$, и q_7 в начале соответствующей траектории движения РИ перед началом перемещения ММ согласно выражениям (2)—(9) и (13)—(15) [2] выполняются решения ОЗК для всех возможных конфигураций ММ, определяемых различными значениями элементов вектора \mathbf{K} . Так как каждый из элементов k_1, k_2, k_3 может принимать всего два возможных значения (см. пояснения к формулам (2), (5) и (13) [2]) при заданных \mathbf{r} , \mathbf{a} , \mathbf{b} и q_7 , то существует всего восемь различных вариантов вектора \mathbf{K} . Затем для этих восьми векторов

К определяется восемь соответствующих им векторов $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \dots q_6]^T$, для которых затем рассчитываются соответствующие значения индикаторов J_i ($i = \overline{1,4}$). В итоге исходная конфигурация ММ выбирается такой, при которой для конкретного вектора **К** значение наибольшего из четырех введенных индикаторов оказывается минимальным. Это может быть выполнено, например, с помощью метода, описанного в работе [5]. В дальнейшем значение элементов этого вектора **К** при отработке ММ текущей траектории не меняется.

Работа системы по аналогии с алгоритмом, изложенным в работе [6], начинается с перемещения РТИ ММ в начало программной траектории с ориентацией его РИ, задаваемой векторами **a**, **b**, которые формируются программным устройством (ПУ) в абсолютной СК $Oxuz$. При этом начальное положение основания ММ на оси Ox (см. q_7 на рис. 1 [2]) выбирается таким, чтобы исходная точка траектории движения РИ ММ находилась в его рабочей области. Для этого значения q_7 проводится расчет координат РТИ (вектор \mathbf{r}') в связанной с основанием ММ СК $O'x'y'z'$, для которых согласно описанному выше алгоритму формируется исходная конфигурация ММ, определяемая выбранным вектором **К**. Затем с использованием выражений (2)—(9) и (13)—(15) [2] выполняется решение ОЗК и вычисляются начальные значения элементов вектора $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \dots q_6]^T$, которые поступают на входы соответствующих следящих электроприводов ММ.

После перемещения РИ в начало траектории программные сигналы на выходе ПУ, определяющие векторы **r**, **a**, **b** и, следовательно, вектор **q**, начинают дискретно изменяться. В результате обеспечиваются требуемые перемещения этого РИ во времени по задаваемым траекториям из их исходных точек с одновременным расчетом значений всех индикаторов J_i ($i = \overline{1,4}$).

Если при очередном дискретном изменении параметров траектории движения РИ значение J остается меньше или равно заранее заданному значению J_{th} , то основание ММ остается неподвижно ($q_7 = \text{const}$), иначе оно смещается по оси Ox в сторону уменьшения J . Для определения направления смещения этого основания одновременно дополнительно рассчитывается значение наибольшего из индикаторов J_+ для ММ, основание которого сдвинуто по оси Ox на расстояние $q_7 + \Delta q_7$, где Δq_7 — малая положительная величина. Если начинает выполняться не-

равенство $J < J_+$, то на текущем шаге формирования траектории основание ММ начинает дополнительно смещаться со скоростью $\dot{q}_7 < 0$, иначе $\dot{q}_7 > 0$. Эта скорость может настраиваться в процессе выполнения технологической операции по методу, описанному в работах [7, 8], или просто быть постоянной (эмпирически подобранной), как указано ниже.

Если несмотря на любое смещение основания ММ по оси Ox величина J продолжает увеличиваться, то это сигнализирует о неминуемом приближении ММ к его особым положениям. Это возможно при недостаточном значении \dot{q}_7 или при одновременном возрастании различных индикаторов, значения которых начинают превышать пороговое значение J_{th} при движении основания ММ в различные стороны. Для исключения этих случаев требуется, соответственно, или увеличивать скорость \dot{q}_7 , или добавлять вторую избыточную степень подвижности ММ, или обеспечивать его остановку для исключения опасных (аварийных) ситуаций. Эта остановка должна проводиться при выполнении условия $J > J_{cr}$, где $J_{cr} \in [J_{th}, 1]$ — критическое пороговое значение наибольшего из индикаторов.

На рис. 5 представлена обобщенная схема устройства, обеспечивающего формирование всех основных программных сигналов q_i ($i = \overline{1,6}$) и дополнительное смещение основания ММ по его избыточной степени подвижности. На этом рисунке введены следующие обозначения: ПУ — программное устройство, задающее текущие программные значения координат РТИ (элементы вектора $\mathbf{r} = [r_x \ r_y \ r_z]^T$) в СК $Oxuz$, а также значения элементов векторов **a**, **b** и **К**; Д — датчик положения, измеряющий текущее значение q_7 ; И — источник постоянного сигнала $\Delta q_7 > 0$; $r'_{x+} = r_x - (q_7 + \Delta q_7)$; ОЗК — блоки решения ОЗК ММ, которые с учетом выражений (2)—(9) и (13)—(15) [2] формируют векторы обобщенных координат **q** и **q**₊, соответственно, для двух различных положений основания ММ — q_7 и $q_7 + \Delta q_7$; С — контроллеры, рассчитывающие текущие значения всех четырех индикаторов и выбирающие из них наибольшие J и J_+ , соответственно, для двух различных положений основания ММ — q_7 и $q_7 + \Delta q_7$; 1 — релейный элемент, определяющий значение и знак постоянной скорости \dot{q}_7 ; 2 — ключ, обеспечивающий подключение выхода релейного элемента 1 ко входу электропривода, управляющего координа-

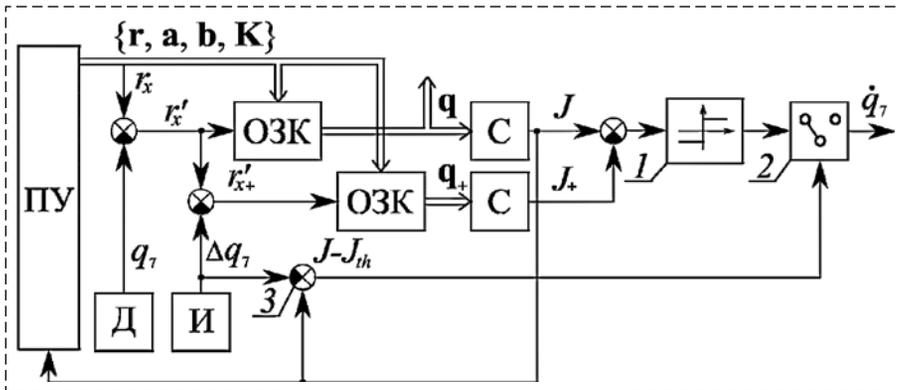


Рис. 5. Обобщенная схема устройства формирования программных сигналов для всех степеней подвижности ММ

Fig. 5. Generalized scheme of the device for generating reference signals for all degrees of freedom of the MM

той q_7 ; 3 — сумматор, формирующий сигнал $J - J_{th}$ (его вход со стороны блока И имеет коэффициент усиления $J_{th}/\Delta q_7$).

Перед началом движения ММ на выходе ПУ (рис. 5) формируются программные значения элементов векторов \mathbf{r} , \mathbf{a} и \mathbf{b} , определяющие исходное положение и ориентацию РИ в СК $Oxuz$, а также значения элементов вектора \mathbf{K} , задающего одну из восьми возможных конфигураций ММ. С учетом выражений (2)–(9) и (13)–(15) [2] на выходе ОЗК формируется вектор \mathbf{q} , а на выходе С — соответствующий ему сигнал J , поступающий на вход ПУ и сохраняемый в его памяти. Затем через равные фиксированные интервалы времени, необходимые для выполнения всех расчетов в блоках ОЗК и С, на выходе ПУ формируются новые векторы \mathbf{K} , соответствующие всем другим возможным конфигурациям ММ, для которых также сохраняются значения J . После сохранения последнего восьмого значения J в ПУ определяется та исходная конфигурация ММ, для которой значение J будет наименьшим. Вектор \mathbf{K} , соответствующий этой конфигурации, сохраняется на выходе ПУ. При выбранном значении \mathbf{K} запускается работа ММ, и он принимает благоприятную для него возможную исходную конфигурацию после поступления на все входы соответствующих следящих электроприводов многозвенника рассчитанных (для текущих значений векторов \mathbf{r} , \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{K} и с учетом значения выходного сигнала датчика Д — q_7) исходных значений элементов вектора \mathbf{q} , перемещая РИ в начало его программной траектории.

После завершения переходных процессов во всех электроприводах начинается движение РИ ММ по траектории. Для этого на выходе ПУ по

программе в реальном масштабе времени изменяются значения векторов \mathbf{r} , \mathbf{a} и \mathbf{b} (непрерывно или через дискретные промежутки времени в зависимости от способа реализации этой системы). Это приводит к изменению сигналов \mathbf{q} и J на выходах блоков ОЗК и С, соответственно. Если выполняется условие $J \leq J_{th}$, то основание ММ остается неподвижным и значение q_7 не изменяется. Если это неравенство справедливо, то сигнал $J - J_{th} \leq 0$ на выходе сумматора 3 размыкает

ключ 2, и сигнал \dot{q}_7 остается нулевым. Если же начинает выполняться неравенство $J - J_{th} > 0$, то начинается перемещение основания ММ по координате q_7 . Для определения направления указанного перемещения на выходах вторых блоков ОЗК и С формируются сигналы \mathbf{q}_+ и J_+ (рис. 5), соответствующие величине r'_{x+} , равной значению проекции РТИ r' на ось $O'x'$ для ММ, основание которого сдвинуто по оси Ox на расстояние $q_7 + \Delta q_7$. С учетом указанных значений J и J_+ на выходе релейного элемента 1 формируется сигнал постоянной скорости \dot{q}_7 , знак которого совпадает со знаком разности $J - J_+$ (или равен 0, если $J = J_+$), а ключ 2 замыкается, подключая выход релейного элемента 1 к выходу системы. Сигналы $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \dots \ q_6]^T$ и \dot{q}_7 обрабатываются соответствующими следящими электроприводами, перемещая РИ по траектории. При этом система управления степенью подвижности q_7 не обязательно должна обеспечивать высокую точность движений, так как при пересчете координат РТИ из СК $Oxuz$ в СК $O'x'y'z'$ используется не программное, а непрерывно измеряемое датчиком Д значение q_7 .

Если же в процессе работы системы начинает выполняться условие $J > J_{cr}$, проверяемое в ПУ, то РИ останавливается, и работа ММ прекращается. При этом сигналы \mathbf{r} , \mathbf{a} и \mathbf{b} на выходе ПУ фиксируются во избежание аварийных ситуаций.

Из описания работы системы (рис. 5) следует, что сигнал J_+ необходим только для определения знака скорости \dot{q}_7 (направление движения ММ по координате q_7), когда $J > J_{th}$. При выполнении условия $J \leq J_{th}$ (при покоем основании ММ) вычисление сигнала J_+

можно не проводить, экономя вычислительный ресурс системы.

За счет избыточного перемещения основания ММ по координате q_7 вблизи объекта работ предложенная система обеспечивает исключение всех описанных выше нежелательных положений ММ.

4. Результаты численного моделирования

Исследование разработанной системы формирования программных сигналов было проведено для ММ (см. рис. 1 [2]), обобщенные координаты которого изменялись в диапазонах $[-\pi; \pi]$ [2]. Длины звеньев этого ММ $L_1 = L_2 = L_3 = 0,5$ м, $L_4 = 0,15$ м, их массы: $m_1 = 25$ кг, $m_2 = m_3 = 15$ кг, масса груза $m_g = 5$ кг. Моменты инерции J_{si} и J_{ni} i -х звеньев ММ относительно их продольных осей и осей, проходящих через центры масс и перпендикулярных их продольным осям: $J_{s1} = 0,1$ кг·м², $J_{s2} = 0,007$ кг·м², $J_{s3} = 0,005$ кг·м², $J_{n2} = 0,55$ кг·м², $J_{n3} = 0,31$ кг·м². Электроприводы ММ имеют параметры: $K_{yi} = 1$, $i_{pi} = 100$ ($i = \overline{1,7}$); $R_i = 0,5$ Ом, $L_i = 0,01$ Гн, $K_{Mi} = 0,04$ Н·м/А, $K_{\omega i} = 0,04$ В·с/рад, $J_{Ei} = 10^{-3}$ кг·м² ($i = \overline{1,3}$ и 7); $R_i = 1,4$ Ом, $L_i = 0,02$ Гн, $K_{Mi} = 0,06$ Н·м/А, $K_{\omega i} = 0,06$ В·с/рад, $J_{Ei} = 0,3 \cdot 10^{-3}$ кг·м² ($i = \overline{4,6}$). Номинальный момент инерции вала i -го электродвигателя и вращающихся частей редуктора, используемый в законе самонастройки [7, 9–12] для компенсации взаимовлияний между степенями подвижности ММ, равен $J_{nom i} = 10^{-4}$ кг·м² ($i = \overline{1,3}$ и 7). В электроприводах использованы типовые ПИД регуляторы, описываемые уравнениями

$$U_i = k_{pi}\varepsilon_i + k_{li}\int \varepsilon_i dt + k_{di}\dot{\varepsilon}_i,$$

где ε_i — ошибка управления соответствующего электропривода ($i = \overline{1,7}$); $k_{pi} = 1883$, $k_{li} = 130$, $k_{di} = 140$ ($i = \overline{1,3}$ и 7); $k_{pi} = 2800$, $k_{li} = 100$, $k_{di} = 100$ ($i = \overline{4,6}$). Ограничения линейных зон сигналов управления всех электроприводов $U_i = \pm 22,5$ В. Скорость движения РТИ по задаваемой траектории задается равной 0,5 м/с.

На рис. 6–10 представлены результаты моделирования ра-

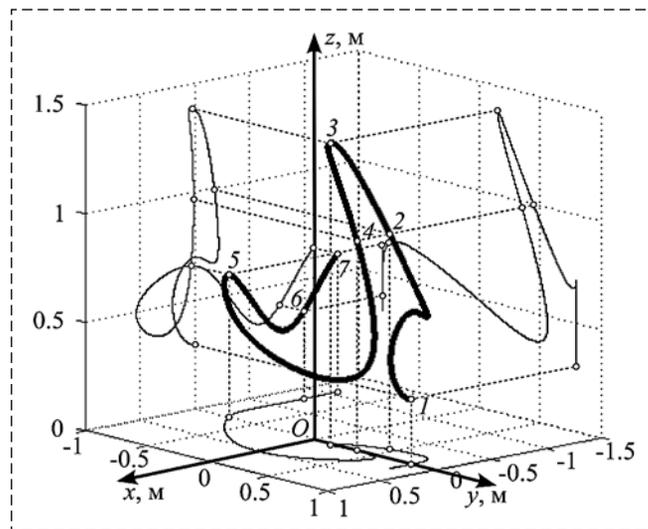


Рис. 6. Программная траектория движения РТИ
Fig. 6. Reference movement trajectory of the tool-center-point

боты шестистепенного ММ, установленного на подвижном основании (см. рис. 1 [2]), в среде MATLAB. РТИ ММ перемещалась по сложной пространственной траектории (рис. 6), сформированной с помощью параметрических сплайнов третьего порядка [13]. Эта траектория начиналась в исходной точке 1, для которой с использованием системы, изображенной на рис. 5, и описанного в разделе 4 алгоритма элементы матрицы \mathbf{K} автоматически принимали значения $\mathbf{K} = [0 \ -1 \ 1]^T$, и затем последовательно проходила точки 2–7. Ее вид и ориентация РИ выбирались такими, чтобы при $q_7 = 0$, когда СК $Oxuz$ и $O'x'y'z'$ совпадают, ММ (см. рис. 1 [2]) последовательно входил в описанные выше нежелательные положения.

Законы изменения программных значений обобщенных координат q_i ($i = \overline{1,6}$) при движении РИ по указанной траектории показаны на

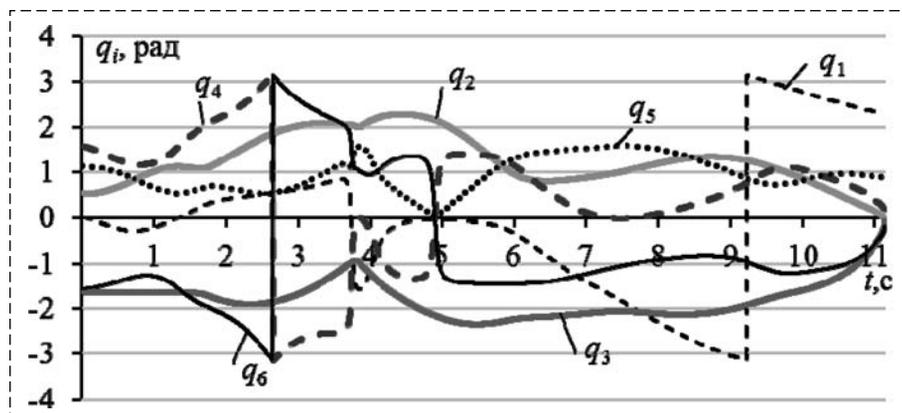


Рис. 7. Законы изменения программных значений q_i ($i = \overline{1,6}$) при $q_7 = 0$
Fig. 7. Behavior of reference values q_i ($i = \overline{1,6}$) at $q_7 = 0$

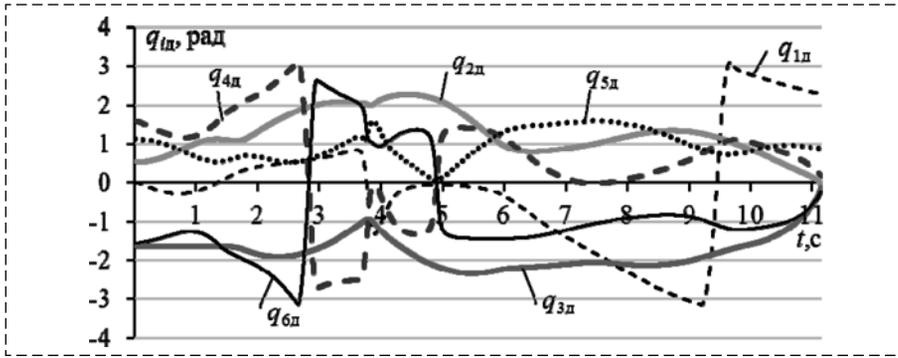


Рис. 8. Законы изменения реальных значений $q_{iл}$ ($i = \overline{1,6}$) при неподвижном основании ММ с учетом динамических свойств используемых электроприводов

Fig. 8. Behavior of real values $q_{iл}$ ($i = \overline{1,6}$) at the fixed base of the MM with taking into account the dynamic properties of the used electric drives

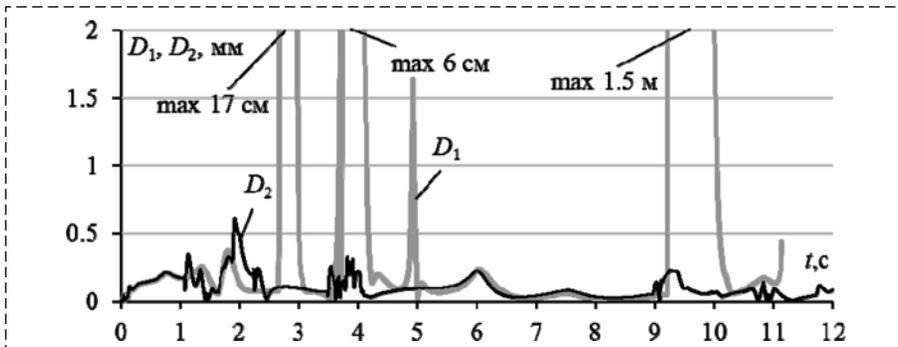


Рис. 9. Законы изменения отклонений РТИ от программной траектории D_1 (при $q_7 = 0$) и D_2 (при $q_7 = \text{var}$)

Fig. 9. Behavior of deviations of tool-center-point from reference trajectory D_1 ($q_7 = 0$) and D_2 ($q_7 = \text{var}$)

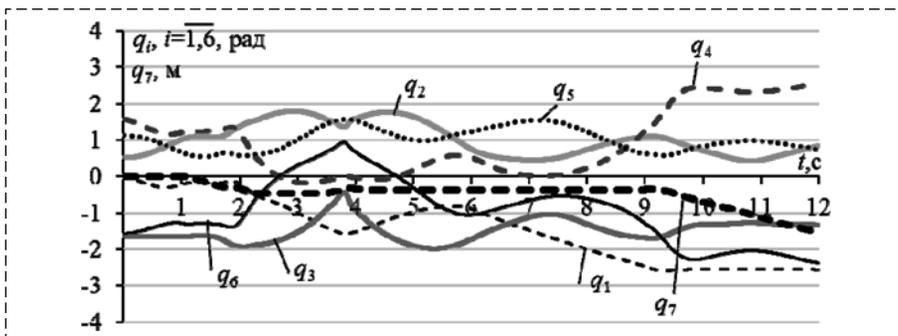


Рис. 10. Законы изменения программных значений q_i ($i = \overline{1,6}$) и реального значения q_7 при подвижном основании ММ

Fig. 10. Behavior of reference values q_i ($i = \overline{1,6}$) and real value q_7 at movable base of the MM

рис. 7. Во время этого движения, как будет показано ниже, выполнялся вход ММ в два различных особых положения, трижды — выход трех его степеней подвижности на ограничения и один раз в конце движения — выход РИ на границу рабочей области ММ. Такой выбор траектории позволяет проверить и учесть работу всех описанных выше индикаторов.

Когда РТИ проходила точку 2, знак параметра k_4 в выражении (14) [2] менялся на проти-

воположный. Это приводило к тому, что программные значения обобщенных координат q_4 и q_6 , вошедших в ограничения (см. момент времени 2,6 с на рис. 7), скачком меняли свои значения. При прохождении точки 3 ММ подходил к первому особому положению (см. рис. 4, а [2]), в котором точка R' располагалась строго вертикально над точкой O' , и значения q_1 , q_4 , q_6 резко изменялись (см. 3,7 с на рис. 7). При прохождении точки 4 ММ входил в четвертое особое положение (см. рис. 4, з [2]), в котором $q_5 = 0$ (см. 4,9 с на рис. 7), и происходили реверсы в его четвертой и шестой степенях подвижности. При прохождении точки 5 в ограничение входила первая степень подвижности (см. 9,2 с на рис. 7), и затем скачком меняла свое значение с $-\pi$ на π ; а в точке 6 РИ выходил на границу рабочей области, когда $q_3 = 0$ (см. 11,2 с на рис. 7), и ММ экстренно останавливался, не выйдя к требуемой точке 7.

Очевидно, что появляющиеся скачки программных значений q_i ($i = \overline{1,6}$) (рис. 7) не могут обрабатываться мгновенно следящими электроприводами ММ. Поэтому, как только ММ входил в одно из указанных положений, реальные изменения обобщенных координат $q_{iл}$ ($i = \overline{1,6}$) (рис. 8) начинали отставать и

отличаться от своих программных значений q_i ($i = \overline{1,6}$) (см. рис. 7). Это отставание происходило до завершения всех переходных процессов в электроприводах и занимало 0,3...1 с. При этом отклонение D_1 РТИ от программной траектории вблизи особых участков траекторий возрастало до недопустимых величин — от $\min 1,7$ мм до $\max 1,5$ м (рис. 9).

Для устранения указанных негативных явлений использована разработанная система

(см. рис. 5), обеспечивающая перемещение основания выбранного ММ по координате q_7 во время приближения его конфигурации к проблемным зонам. При этом удалось автоматически сформировать новый закон коррекции программных значений управления ММ, который обеспечивает точное перемещение РИ по заданным траекториям без появления указанных выше негативных ситуаций, приводящих к опасным перебросам в некоторых степенях подвижности ММ и неожиданным остановкам его работы при входе некоторых степеней подвижности в ограничения.

Результаты исследований показали, что для качественной и корректной работы системы (см. рис. 5) можно принять $\dot{q}_7 = 0,5 \text{ м/с} = \text{const}$ и $J_{th} = J_{th} = 0,8$, т. е. все четыре значения J_{th} вполне можно выбирать одинаковыми. В этом случае координата q_7 при уже заданной скорости движения РИ в пространстве успевает исключить все нежелательные особенности сочетаний значений всех обобщенных координат ММ, приводящих к появлению четырех указанных выше негативных особых положений многозвенника (см. рис. 4 [2]) и к выходу некоторых его степеней подвижности на ограничения или всего ММ на границы рабочей зоны.

Законы формирования системой (см. рис. 5) программных значений q_i ($i = \overline{1,6}$) ММ с учетом реального значения q_7 , также изменяющегося во времени в процессе отработки заданной траектории (см. рис. 6), показаны на рис. 10. Из этого рисунка видно, что резкие изменения программных значений во всех обобщенных координатах ММ полностью исключаются. При этом первое смещение основания ММ по координате q_7 происходит в интервале времени 1,2...2,2 с, когда начинает выполняться неравенство $|q_5| < (1 - J_{th})\pi$, полученное из равенства (18). Из рис. 10 видно, что за счет изменения q_7 к моменту времени 2,6 с выход координат q_4 и q_6 на ограничения (как это имело место (см. рис. 7) при $q_7 = 0 = \text{const}$) был автоматически исключен. По этой же причине в момент времени 3,7 с ММ не вошел в первое особое положение (см. рис. 4, а [2]), а его основание также немного сместилось (рис. 10) по координате q_7 , поскольку начало выполняться неравенство $|q_3| < (1 - J_{th})\pi$, полученное из равенства (19). Уже произошедшее к моменту времени 4,9 с смещение ММ по координате q_7 исключило и четвертое особое положение ММ

(см. рис. 4, а [2]), как это происходило ранее при $q_7 = 0$ (см. рис. 7).

Последнее смещение основания ММ по координате q_7 произошло после 9 с (рис. 10), когда сначала кратковременно вновь выполнялось неравенство $|q_5| < (1 - J_{th})\pi$, а затем начало удовлетворяться неравенство $|q_1| > J_{th}\pi$, полученное из равенства (16), поскольку к своему ограничению начала приближаться первая степень подвижности ММ, которая в итоге к этому ограничению так и не подошла за счет выполненного дополнительного смещения ММ по координате q_7 . Таким образом, в результате работы синтезированной системы (см. рис. 5) отклонение D_2 РТИ ММ от предписанной траектории не превысило 0,65 мм (см. рис. 9) на всех ее участках, и движение РТИ было завершено полностью (строго в конце заданной траектории) — в точке 7 (см. рис. 6).

Аналогичный результат с отсутствием неожиданных перебросов во всех степенях подвижности ММ и без выходов этих степеней на ограничения был получен и при исследовании работы ММ с синтезированной системой его управления (см. рис. 5) при отработке многих различных сложных пространственных траекторий.

Таким образом, использование предложенного метода и реализующей его системы позволило расширять рабочую область ММ и автоматически полностью исключать возникновения нештатных ситуаций при приближении очередной конфигурации этого ММ к его указанным выше нежелательным положениям при отработке любых задаваемых пространственных траекторий, сохраняя тем самым неизменно высокую точность перемещения РТИ по этим траекториям и полностью исключая возникновение аварийных ситуаций или поломку оборудования.

Заключение

В работе представлен метод автоматического формирования программных сигналов для всех электроприводов типового шестистепенного манипулятора типа PUMA, имеющего дополнительную избыточную степень подвижности для линейного смещения его основания в горизонтальной плоскости. Этот метод за счет перемещения основания ММ по горизонтали вблизи объекта работ позволяет исключить вход ММ в особые положения его кинемати-

ческой схемы, характеризующиеся неоднозначностью решения ОЗК, выход РИ на границы его рабочей области, а также некоторых его степеней подвижности — на ограничения. Это особенно важно, когда в результате устраняется резкое снижение динамической точности контурного управления РИ на отдельных участках рабочих траекторий, полностью исключается возникновение аварийных ситуаций, поломка РИ и оборудования, а также расширяется рабочая область ММ. Кроме того, предложенный метод управления позволяет правильно выбрать одну (из многих возможных) наиболее приемлемую исходную конфигурацию ММ с учетом его кинематической схемы, параметров звеньев и требуемого начального положения РИ. Этот выбор позволяет обеспечить РИ точную обработку траекторий без возможных дополнительных движений основания ММ по координате q_7 , по крайней мере, на начальных участках указанных траекторий. Предложенный метод особо эффективен в случаях, когда планирование траекторий движений РИ ММ осуществляется и продолжается автоматически после их начала с использованием систем технического зрения, т. е. когда эти траектории заранее не известны (при работе ММ в условиях неопределенности окружающей среды) и формируются с учетом непрерывно изменяющейся рабочей обстановки.

Результаты выполненного математического моделирования подтвердили работоспособность и высокую эффективность представленного метода.

Список литературы

1. Попов Е. П., Верещагин А. Ф., Зенкевич С. Л. Манипуляционные роботы: динамика и алгоритмы. М.: Наука, 1978. 400 с.
2. Филаретов В. Ф., Губанков А. С., Горностаев И. В. Разработка метода формирования программных сигналов для исполнительных электроприводов манипуляторов с избыточными степенями подвижности. Часть I // Мехатроника, автоматизация, управление. 2022. Т. 23, № 1. С. 23—30.
3. Фу. К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника. М.: Мир, 1989. 624 с.
4. Крейг Д. Дж. Введение в робототехнику: механика и управление. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2013. 564 с.
5. Нильсон Н. Искусственный интеллект. Методы поиска решений. М.: Мир, 1973. С. 132—134.
6. Filaretov V., Gubankov A., Gornostaev I., Konoplin A. Synthesis Method of Reference Control Signals for Manipulators Installed on Autonomous Underwater Vehicles // *Proceedings of the Int. Russian Automation Conf.* Sochi, Russia, 2019. P. 1—6.
7. Филаретов В. Ф., Зуев А. В., Губанков А. С. Управление манипуляторами при выполнении различных технологических операций. М.: Наука, 2018. 232 с.
8. Филаретов В. Ф., Губанков А. С., Горностаев И. В. Метод формирования программной скорости движения рабочего инструмента многостепенного манипулятора // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 12. С. 696—705.
9. Патент РФ № 2348509. Электропривод робота / Филаретов В. Ф., Бюл. № 7, 2009.
10. Патент РФ № 2372185. Самонастраивающийся электропривод манипуляционного робота / Филаретов В. Ф., Бюл. № 31, 2009.
11. Патент РФ № 2372186. Самонастраивающийся электропривод манипуляционного робота / Филаретов В. Ф., Бюл. № 31, 2009.
12. Патент РФ № 2372638. Самонастраивающийся электропривод манипуляционного робота / Филаретов В. Ф., Бюл. № 31, 2009.
13. Filaretov V. F., Gubankov A. S., Gornostaev I. V. The Formation of motion laws for mechatronics objects along the paths with the desired speed // *Proceedings of Int. Conf. on Computer, Control, Informatics and Its Applications.* Jakarta, Indonesia, 2016. P. 93—96.

Development of the Method of Formation the Reference Signals for Electric Actuators of Manipulators with Redundant Degrees of Freedom. Part II

V. F. Filaretov¹, filaretov@inbox.ru, A. S. Gubankov^{1,2}, gubankov@iacp.dvo.ru,
I. V. Gornostaev^{1,2}, gornostaev_iv@mail.ru,

¹Institute of Automation and Control Processes FEB RAS, Vladivostok, 690041, Russian Federation,

²Institute of Marine Technology Problems FEB RAS, Vladivostok, 690091, Russian Federation

Corresponding author: Gornostaev I. V., Junior Researcher, Institute of Automation and Control Processes, 690041, Vladivostok, Russian Federation, e-mail: gornostaev_iv@mail.ru

Accepted on August 17, 2021

Abstract

The solution of task of maintaining the dynamic accuracy of control of working tools of multilink manipulators (MM) when they move along arbitrary spatial trajectories is presented in this paper. In this case, constructive restrictions in all degrees of freedom (DoF) of manipulators and special cases of location of their links are taken into account. In the first part of the paper the features of the new solution to the inverse kinematics problem are considered and special (singular) positions for 6-DoF

manipulators with PUMA kinematic schemes are described. These singular positions are characterized by ambiguity in solving inverse kinematics problem of these MM. The presented solution of the inverse kinematics problem takes into account various combinations of generalized coordinates of the MM, which ensure the movement of their working tools to the specified positions with the required spatial orientation. In the second part of the paper a method is considered, which, due to use of an additional (redundant) DoF of the MM, which ensures its movement near work objects, does not allow the manipulator to enter unpredictable in advance singular positions, excludes approaching of working tools to the boundaries of MM working area, as well as some of its DoFs — to restrictions leading to a sharp decrease in the accuracy of the manipulator in the process of performing any technological operations with previously unknown trajectories of movement. Based on this method, a system has been synthesized that makes it possible to automatically generate reference signals for all DoFs of MM, taking into account the current reference positions and orientations of the working tools specified in the absolute coordinate system. As a result, emergency situations are not created and the high quality of the prescribed operations and work is maintained. The results of the performed mathematical simulation confirmed the high efficiency of using the proposed approach to the contour control of the MM.

Keywords: multilink manipulator, redundant degree of freedom, restrictions, singular positions, inverse kinematics

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (№ 19-08-00347 and 20-08-00701).

Part I was published in the journal "Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie", 2022, vol. 23, no. 1.

For citation:

Filaretov V. F., Gubankov A. S., Gornostaev I. V. Development of the Method of Formation the Reference Signals for Electric Actuators of Manipulators with Redundant Degrees of Freedom. Part II, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 2, pp. 88–96.

DOI: 10.17587/mau.23.88-96

References

1. **Popov E. P., Vereshchagin A. F., Zenkevich S. L.** Manipulation robots: dynamics and algorithms, Moscow, Nauka, 1978, 400 p. (in Russian).
2. **Filaretov V. F., Gubankov A. S., Gornostaev I. V.** Development of the method of formation the reference signals for electric actuators of manipulators with redundant degrees of freedom. Part I, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 3, no. 1, pp. 23–30 (in Russian).
3. **Fu K., Gonzalez R., Lee K.** Robotics: control, sensing, vision, and intelligence, Moscow, Mir, 1989, 624 p. (in Russian).
4. **Craig J. J.** Introduction to robotics: mechanics and control, Pearson Education International, 2005, 400 p.
5. **Nilsson N.** Problem-solving methods in artificial intelligence, Moscow, Mir, 1973, pp. 132–134 (in Russian).
6. **Filaretov V., Gubankov A., Gornostaev I., Konoplin A.** Synthesis Method of Reference Control Signals for Manipulators Installed on Autonomous Underwater Vehicles, *Proceedings of the Int. Russian Automation Conf.*, Sochi, Russia, 2019, pp. 1–6 (in Russian).
7. **Filaretov V. F., Zuev A. V., Gubankov A. S.** Manipulator control during various technological operations, Moscow, Nauka, 2018, 232 p. (in Russian).
8. **Filaretov V. F., Gubankov A. S., Gornostaev I. V.** The method of formation the reference speed of movement of the working tool of multilink manipulator, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, vol. 21, no. 12, pp. 696–705 (in Russian).
9. **Patent** RU № 2348509. Robot electrical drive, Filaretov V. F., Bull. № 7, 2009 (in Russian).
10. **Patent** RU № 2372185. Self-tuning electric drive of manipulation robot, Filaretov V. F., Bull. № 31, 2009 (in Russian).
11. **Patent** RU № 2372186. Self-tuning electric drive of manipulation robot, Filaretov V. F., Bull. № 31, 2009 (in Russian).
12. **Patent** RU № 2372638. Self-tuning electric drive for manipulation robot, Filaretov V. F., Bull. № 31, 2009 (in Russian).
13. **Filaretov V. F., Gubankov A. S., Gornostaev I. V.** The Formation of motion laws for mechatronics objects along the paths with the desired speed, *Proceedings of Int. Conf. on Computer, Control, Informatics and Its Applications*, Jakarta, Indonesia, 2016, pp. 93–96.

31 мая – 21 июня 2022 г. в Санкт-Петербурге
на базе ОАО "Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
состоится

XXVIII Санкт-Петербургская Международная конференция по интегрированным навигационным системам

Тематика конференции

- Инерциальные датчики, системы навигации и ориентации
- Интегрированные системы навигации и управления движением
- Глобальные навигационные спутниковые системы
- Средства гравиметрической поддержки навигации

В рамках каждого направления рассматриваются:

- схемы построения и конструктивные особенности;
- методы и алгоритмы;
- особенности разработки и применения для различных подвижных объектов и условий движения (аэрокосмические, морские, наземные, подземные);
- испытания и метрология.

Контактная информация:

Тел.: +7 (812) 499 82 10 +7 (812) 499 81 57
Факс: +7 (812) 232 33 76 E-mail: icins@eprib.ru



В. В. Варлашин, аспирант, инженер-исследователь, botanic-8@yandex.ru,

А. В. Лопота, д-р техн. наук, проф., alopota@rtc.ru,
ФГАОУ ВО СПбПУ Петра Великого, г. Санкт-Петербург

Оптимизация параметров проецирования системы кругового обзора с использованием реперных меток*

Обсуждается проблема повышения качества воспроизведения окружающей среды системой кругового обзора мобильного робота, работающей в режиме дополненной реальности. Рассматривается вариант системы кругового обзора на базе системы телевизионных камер с перекрывающимися полями зрения. Разработана виртуальная модель, включающая в себя 3D-CAD модели мобильного робота и окружающих объектов, а также виртуальные модели телевизионных камер. Для реализации модели выбрана кроссплатформенная интегрированная среда разработки "Unity". Определены методы решения задачи отображения окружающего пространства в режиме построения вида "от третьего лица". Предложен математический критерий оценки качества воспроизведения окружающего пространства, основанный на сопоставлении точек, полученных с виртуальной модели, с точками, полученными в результате проецирования изображений с виртуальных телевизионных камер. Для получения точек использованы реперные метки типа ArUco, обеспечивающие однозначное сопоставление точек на исходном и синтезированном изображениях. Исследована зависимость значения целевой функции задачи оптимизации от параметров проецирования методом равномерного поиска. Предложен метод автоматической адаптации параметров проецирования при использовании сверхширокоугольных объективов в составе телевизионных камер и методов стереозрения. Определены направления дальнейших исследований.

Ключевые слова: лазерный сенсор, 3D-дальнометрическое изображение, экстремальная навигация, задача многомерной оптимизации

Введение

Многокамерные системы технического зрения кругового обзора (СКрО), устанавливаемые на мобильные роботы (МР), являются одним из инструментов для повышения адекватности восприятия оператором окружающей среды [1–5]. Одним из наиболее распространенных вариантов отображения полученной с помощью СКрО информации является построение вида "от третьего лица" (англ. third-person view) путем совмещения виртуальной модели МР с изображениями с телевизионных камер (ТВ камер), объединяемых в панорамное изображение, которое в дальнейшем проецируется на внутреннюю часть поверхности типа "чаша" (англ. bowl).

Проработка вариантов размещения ТВ камер в составе СКрО для определения наилучшего варианта в зависимости от решаемых МР задач, а также математическое описание поверхности для проецирования изображений в режиме вида "от третьего лица" является актуальной задачей и требует применения виртуальных моделей, в рамках которых возможно

осуществлять варьирование параметров в широких диапазонах значений.

На современном этапе развития технологии построения вида "от третьего лица" нет математически обоснованного критерия качества воспроизведения сцены для выбора формы поверхности для проецирования изображений с ТВ камер СКрО, а также критерия выбора значений параметров проецирования.

Целью работы является выработка математически обоснованного критерия выбора формы поверхности для проецирования изображений с ТВ камер СКрО. Для достижения поставленной цели предлагается использование компьютерной модели МР с СКрО, учитывающей конструктивные особенности робота, размещение ТВ камер на его борту и их характеристики, для проведения виртуальных исследований.

С учетом выбранного способа проведения исследований для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) определить схему размещения ТВ камер СКрО;
- 2) определить варьируемые числовые параметры;
- 3) разработать виртуальную модель СКрО, включающую в себя модели МР, окружающей среды и ТВ камер;

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-38-90094 "Исследование методов оценки расстояний до объектов окружающей среды с использованием системы кругового обзора мобильных роботов".

4) выбрать модель проецирования изображений с ТВ камер для получения вида "от третьего лица";

5) разработать критерий оценки качества воспроизведения сцены;

6) исследовать влияние параметров проецирования изображений с ТВ камер на качество воспроизведения сцены;

7) разработать программное обеспечение для автоматизации процесса исследований.

Описание виртуальной модели системы кругового обзора

Рассматривается СКрО, реализуемая с использованием четырех ТВ камер с объективами, имеющими перекрывающиеся поля зрения. Конструктивно ТВ камеры могут быть как установлены в единый модуль, так и разнесены и установлены на корпусных элементах МР. В качестве типовой платформы, широко применяемой в робототехнике, выбрана платформа Turtlebot 3 Burger (далее Turtlebot) [6]. Виртуальная модель Turtlebot с установленной СКрО реализуется в интегрированной среде разработки (англ. IDE) Unity [7]. Используемые в IDE Unity единицы измерения являются безразмерными, поэтому в рамках исследования принято использовать следующий масштаб: одна единица измерения длины в IDE Unity равняется одному метру.

Выбор среды для моделирования осуществлен с учетом аналитического обзора симуляторов роботов и симуляторов беспилотных автомобилей. Большинство современных симуляторов использует в своей основе игровые движки Unity или Unreal Engine [8], именно поэтому для разработки виртуальной модели для проведения экспериментов принято решение использовать непосредственно IDE Unity. Внешний вид МР в разработанной модели представлен на рис. 1 (см. вторую сторону обложки).

Главным элементом модели являются виртуальные камеры, с помощью которых реализуется СКрО МР. В IDE Unity используется точечная модель камеры (англ. pin hole), с возможностью задания таких параметров, как модель проецирования, угол обзора камеры в градусах, фокусное расстояние, формат камеры, разрешение матрицы камеры, а также смещение оптической системы относительно матрицы камеры.

Одним из важных элементов, необходимых для моделирования камер, является возможность внесения искажений, имитирующих искажения оптической системы — дисторсии. Классическая модель дисторсий Brown—Conrady учитывает радиальные и тангенциальные искажения, описываемые полиномами n -го порядка. В IDE Unity дисторсия может симулироваться с помощью инструментов постобработки Postprocessing, однако стандартный инструмент позволяет вносить искажения, описываемые полиномом только второго порядка.

Описанные параметры моделей камер в целом соответствуют набору параметров, которыми описываются реальные камеры и их оптические системы (объективы). На рис. 2 (см. вторую сторону обложки) представлен результат получения изображений с моделей камер. Видны искажения на изображениях с курсовой и кормовой камер (позиции 1 и 3 на рис. 2).

В самой среде Unity нет инструментов, позволяющих проводить обработку изображений, однако она позволяет использовать плагины, в том числе динамически подключаемые библиотеки (DLL). Обработка изображений с камер проводится с помощью DLL, написанной с использованием библиотеки компьютерного зрения OpenCV [9].

Построение изображения в режиме дополненной реальности

Работа СКрО в режиме дополненной реальности требует изменения ракурса наблюдения сцены для получения вида "от третьего лица". Получение такого изображения включает в себя несколько типовых этапов:

1) внутренняя и внешняя калибровка для определения параметров оптических систем камер и их взаимного расположения;

2) деформация изображений для построения панорамного изображения с использованием цилиндрической или сферической проекции;

3) объединение деформированных изображений в панораму путем смешивания областей пересечения изображений с соседних камер;

4) проецирование панорамного изображения на внутреннюю часть поверхности типа "чаша" и совмещение с моделью МР.

Этапы 1—3 решаются известными методами с помощью библиотеки OpenCV и не представ-

ляют интереса в рамках исследования. Рассмотрим подробнее 4-й этап.

Качество воспроизведения видеосцены напрямую зависит от формы поверхности для проецирования. В ходе исследования рассматривались научно-исследовательские работы и прототипы СКРО, применяемые как в робототехнике, так и в транспортных средствах. По форме поверхности их можно классифицировать на два типа:

1) параболоиды вращения различных порядков;

2) комбинированные, в которых применяются несколько типов поверхностей.

В общем случае параболоиды вращения такого типа описываются уравнением

$$Z = \frac{x^{2n} + y^{2n}}{a^{2n}}, \quad (1)$$

где x, y, z — координаты точки в пространстве; a — коэффициент параболоида; $2n$ — степень параболоида вращения. Чаще всего используются параболоиды вращения второй [2] и четвертой [10] степеней.

Комбинированные поверхности обычно представлены стыковкой двух типов поверхностей. Это могут быть комбинации плоскости с цилиндрической или параболической поверхностью [11], описываемые уравнениями

$$\begin{cases} z = 0, x^2 + y^2 = d^2; \\ z \geq 0, x^2 + y^2 < d^2, \end{cases} \quad (2)$$

где x, y, z — координаты точки в пространстве, d — радиус цилиндра,

либо комбинации параболоида вращения и цилиндра [11]:

$$\begin{cases} z = \frac{x^4 + y^4}{a^4}, x^4 + y^4 < c^4; \\ z \geq \frac{x^4 + y^4}{a^4}, x^4 + y^4 = c^4, \end{cases} \quad (3)$$

где x, y, z — координаты точки в пространстве; a — коэффициент параболоида; c — константа, задающая расстояние, на котором параболоид вращения переходит в цилиндрическую поверхность.

Возможна комбинация плоскости со сферической поверхностью [12, 13]. Плоская часть поверхности описывается уравнениями в полярной системе координат

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2}; \\ \theta = \left[\arctg\left(\frac{y}{x}\right) \right]^{-1}, \end{cases} \quad (4)$$

а сферическая — уравнением

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2, \quad (5)$$

где $x = x_0 + r \sin \psi \cos \varphi$;

$y = y_0 + r \sin \psi \sin \varphi$;

$z = z_0 + r \cos \psi$;

$0 \leq \psi \leq 2\pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Сравнение результатов проецирования изображений с использованием различных форм поверхностей приводится в работе [11], при этом сравнение осуществляется на качественном уровне и отражает субъективное мнение авторов. Помимо этого важной является оценка влияния самих параметров применяемой формы поверхности для проецирования изображений на качество воспроизведения сцены в режиме дополненной реальности.

Методика оценки качества воспроизведения сцены

Для получения наилучшего результата воспроизведения сцены необходимо использование количественных критериев оценки качества воспроизведения сцены. В качестве такого критерия может выступать среднеквадратическая ошибка модели (англ. Mean Square Error, MSE), вычисляемая для положения точек (пикселей), полученных на изображении в режиме дополненной реальности, и положения тех же точек, но полученных с использованием "эталонного" изображения. Под "эталонным" изображением будем понимать изображение, получаемое с использованием виртуальной модели с помощью камеры, расположенной над роботом (рис. 3, см. третью сторону обложки).

Расположение и ориентация камеры над моделью робота, совмещенной с "чашей", полностью соответствует расположению и ориентации камеры, обеспечивающей получение "эталонного" изображения. Проведение физического эксперимента с аналогичным расположением элементов является затруднительным ввиду трудности расположения дополнительной камеры над реальным роботом для получения "эталонного" изображения, поэтому применение виртуальной модели для проведения экспериментов является полностью обоснованным.

Для набора однозначно сопоставляемых точек на "эталонном" изображении и на изображении, полученном в режиме дополненной реальности, применим выражение для определения MSE:

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{i=1}^n ((x_i - \hat{x}_i)^2 + (y_i - \hat{y}_i)^2)}{n}, \quad (6)$$

где \hat{x}_i, \hat{y}_i — координата i -й точки на эталонном изображении; x_i, y_i — координата i -й точки на синтезированном изображении; n — число сопоставляемых точек.

Используя значение среднеквадратичной ошибки в качестве целевой функции, можно решать задачу поиска оптимальных параметров:

$$f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, \quad (7)$$

где x — вектор оптимизируемых параметров.

Разные варианты поверхностей для проецирования требуют разных набор параметров и уравнений, которыми они описываются, а также различные варианты накладываемых ограничений на векторы оптимизируемых параметров. Ранее в работе [14] коллективом авторов рассматривался вариант построения поверхности для проецирования, описываемой уравнениями в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned} z &= 0, 0 < r \leq R, 0 \leq \varphi \leq 2\pi; \\ z &= \sin\left(\frac{\pi(r-R)}{2R}\right), R < r \leq 2R, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, \end{aligned} \quad (8)$$

где R — радиус скругления поверхности.

Для дальнейших исследований используется именно эта форма поверхности, так как она зависит только от одной переменной, и решается задача поиска оптимального значения одного параметра.

Методика сопоставления точек

Определение точек, по которым будет осуществляться оптимизация параметров проецирования, является важной задачей. В качестве ориентиров могут выступать как специальные реперные метки (маркеры), так и ключевые (особые) точки, получаемые путем применения различных детекторов типа SIFT (The scale-invariant feature transform) [15], SURF (Speeded Up Robust Features) [16], ORB (Oriented FAST and Rotated BRIEF) [17] и другие.

Каждый метод имеет свои достоинства и недостатки. Так, методы, основанные на выделении особых точек, позволяют получить гораздо большее число точек для сопоставления изображений, при этом существующие подходы к описанию точек — дескрипторы — являются устойчивыми как к повороту и переносу, так и к перспективным искажениям, однако не дают представления о расстоянии до объектов, что может быть критичным при выполнении исследований. Поэтому для решения задачи сопоставления точек предлагается использовать реперные метки. В качестве таких меток будем использовать ArUco-маркеры [18], относящиеся к фидуциальным маркерам. Такой тип маркеров сохраняет работоспособность при возникновении окклюзий, а наличие словаря с известными маркерами позволяет в дальнейшем безошибочно сопоставлять точки маркеров на изображениях.

Для проведения экспериментов реперы располагаются на виртуальной сцене так, чтобы они попадали в поле зрения камер СКрО, поле зрения камеры, формирующей "эталонное" изображение, и были видны на синтезированном изображении (рис. 4, см. третью сторону обложки).

Экспериментальные исследования

С использованием встроенных в OpenCV методов обнаружения ArUco-маркеров определяются геометрические центры маркеров и позиции углов маркеров в системе координат изображений, расстояние до маркера (при известных параметрах калибровки камеры и размерах маркеров), а также углы поворота относительно камеры. Число маркеров для исследований может быть любым, для проведения эксперимента были выбраны шесть маркеров, расположенных перед роботом на расстоянии одного метра от МР.

Задача поиска оптимального значения параметра R используемой модели решается методом перебора (равномерного поиска). Для этого необходимо определить ограничения, накладываемые на изменяемые параметры. В таблице приведены накладываемые ограничения для рассмотренных форм поверхностей.

Исходя из этого поиск оптимального значения осуществлялся в диапазоне изменения R от 0,1 до 3 м с шагом 0,1. На рис. 5 (см. третью сторону обложки) представлены изменения

Формы поверхностей и накладываемые ограничения

Surface shapes and constraints

Уравнение поверхности	Накладываемые ограничения	
(1)	$z \in [0, +\infty]$ $a \in [0, +\infty]$	Ограничения на x и y накладывать нет необходимости, так как они в явном виде зависят от z
(2)	$z \in [0, +\infty]$ $d \in [0, +\infty]$	Ограничения на x и y накладывать нет необходимости, так как они в явном виде зависят от d
(3)	$r \in [0, +\infty]$ $c \in [0, +\infty]$ $a \in [0, +\infty]$	Ограничения на x и y накладывать нет необходимости, так как они в явном виде зависят от c
(4), (5)	$r \in [0, +\infty]$ $R \in [0, +\infty]$ $\varphi \in [0, +\infty]$	Ограничения на x и y накладываются в явном виде через уравнения
(8)	$R \in [0, +\infty]$	Ограничения на r и φ накладываются в явном виде через уравнения

изображений в процессе моделирования для значений 1, 2, и 3 м. При уменьшении параметра R до значений, меньших 0,5 м, а также при увеличении параметра до значений, больших 2,5 м, искажения становятся слишком большими (на рис. 5 видно, что верхние реперные метки пропадают на синтезированном изображении при $R = 3$ м). На рис. 6 представлен график зависимости значений MSE от значений параметра R .

Рассмотренные результаты получены для одного варианта угла наблюдения МР в режиме дополненной реальности и одного варианта размещения реперных меток, тогда как в реальности расположение объектов относительно робота существенно влияет на качество синтезированного вида "от третьего лица". Решение задачи автоматической настройки параметров

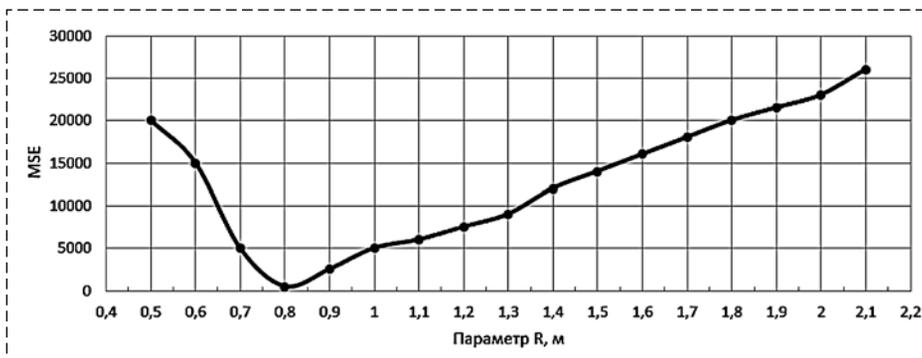


Рис. 6. Зависимость MSE от значений параметра R

Fig. 6. Dependence of MSE on R parameter values

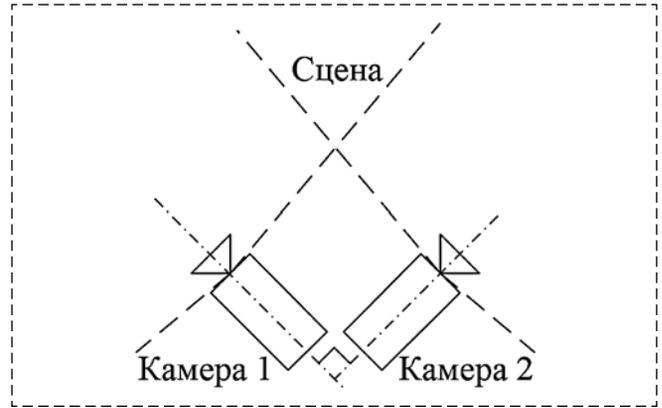


Рис. 7. Схема расположения камер и их полей зрения при использовании сверхширокоугольных объективов

Fig. 7. Layout of cameras and their fields of view when using fisheye lenses

в зависимости от условий окружающей среды может осуществляться в два этапа. На первом этапе СКрО оптимизируется для некоторых типовых расстояний до объектов окружающей среды описанными методом. На втором этапе система принимает решение о выборе необходимых параметров исходя из реальных расстояний до объектов.

Для решения этой задачи возможно использование стереопар, образуемых изображениями с соседних камер СКрО. Использование сверхширокоугольных объективов типа "fisheye" с углами обзора порядка 180° позволяет получить достаточно большую область пересечения изображений с соседних камер для определения расстояний до объектов сцены методами стереозрения (рис. 7).

Заключение

В работе проведен обзор существующих форм поверхностей для проецирования изображений с камер СКрО для получения вида "от третьего лица" в процессе работы СКрО в режиме дополненной реальности. Обзор показал, что определение наиболее оптимальной формы поверхности является актуальной задачей, не имеющей математически обоснованного количественного критерия выбора формы поверхности.

В качестве такого критерия предложено использовать среднеквадратическую ошибку модели (MSE), вычисляемую для положения точек (пикселей), полученных на изображении в режиме дополненной реальности, и положения тех же точек, но полученных с использованием "эталонного" изображения. Выбор точек для сопоставления напрямую влияет на значение MSE, поэтому для получения набора однозначно сопоставляемых точек предложено использовать реперные метки типа ArUco-маркеры.

Проведение экспериментов с реальным МР является затруднительным ввиду трудностей в получении "эталонных" изображений. Поэтому для решения задачи оптимизации разработана виртуальная модель СКрО, установленной на МР Turtlebot. Виртуальная модель разработана с использованием IDE Unity и библиотеки OpenCV.

Исследование работы СКрО в режиме дополненной реальности осуществляется на примере оптимизации параметров одного варианта поверхности для проецирования панорамных изображений. В ходе эксперимента показано, что предложенный метод позволяет определить оптимальное значение параметра, поэтому можно сделать вывод о возможности применения метода и для других форм поверхностей.

Недостатком предложенного метода является определение оптимальных параметров только для одного варианта расположения реперных меток, выступающих в роли объектов сцены. Для получения качественного изображения в режиме дополненной реальности необходимо иметь набор параметров для различных вариантов расстояний до объектов окружающей среды, а также способ измерения этих расстояний. В качестве возможного решения предлагается использовать стереопары, образуемые изображениями с соседних камер СКрО.

Разработанная виртуальная модель позволяет варьировать внутренние и внешние параметры СКрО в широком диапазоне значений. Дальнейшие исследования будут направлены на сравнение результатов оптимизации параметров альтернативных поверхностей для проецирования изображений и сравнение результатов с уже рассмотренной моделью для выбора наилучшего варианта.

1. Shi Q., Li C., Wang C., Luo H., Huang Q., Fukuda T. Design and implementation of an omnidirectional vision system for robot perception // *Mechatronics*. 2017. Vol. 41. P. 58–66.
2. Kashyap V., Agrawal P., Akhbari F. Real-time, Quasi Immersive, High Definition Automotive 3D Surround View System // *Int'l Conf. IP, Comp. Vision, and Pattern Recognition*. 2017. P. 10–16.
3. Lim S., Jun S., Jung I. Wrap-around View Equipped on Mobile Robot. // *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering*. 2012. Vol. 6. P. 354–356.
4. Yang Z., Zhao Y., Hu X., Yin Y., Zhou L., Tao D. A flexible vehicle surround view camera system by central-around coordinate mapping model // *Multimedia Tools and Applications*. 2018. Vol. 78. P. 11983–12006.
5. Gao Y., Lin C., Zhao Y., Wang X., Wei S., Huang Q. 3-D Surround View for Advanced Driver Assistance Systems // *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. 2018. Vol. 19. P. 320–328.
6. **Официальный** сайт компании Open Source Robotics Foundation. URL: www.turtlebot.com/ (дата обращения: 01.10.2021).
7. **Официальный** сайт компании Unity Technologies. URL: www.unity.com/ (дата обращения: 01.10.2021).
8. **Официальный** сайт компании Epic Games. URL: www.unrealengine.com/ (дата обращения: 01.10.2021).
9. **Официальный** сайт сообщества OpenCV team. URL: www.opencv.org/ (дата обращения: 01.10.2021).
10. Kuo T. Y., Wang Y. S., Cheng Y. J., Wan K. H. 3D Around View Monitoring System for automobiles // *ICCE, IEEE*. 2017. P. 271–272.
11. Yeh Y. T., Peng C. K., Chen K. W., Chen Y. S., Hung Y. P. Driver Assistance System Providing an Intuitive Perspective View of Vehicle Surrounding // *ACCV Workshops, Springer*. 2014. P. 403–417.
12. Sung K., Lee J., An J. Chang E. Development of Image Synthesis Algorithm with Multi-Camera // *VTC Spring, IEEE*. 2012. P. 1–5.
13. Auysakul J., Xu H., Zhao W. Development of Hemi-Cylinder Plane for Panorama View in Around View Monitor Applications // *2016 International Conference on Computational Intelligence and Applications (ICCIA)*. 2016. P. 26–30.
14. Варлашин В. В., Ершова М. А., Буняков В. А., Шмаков О. А. Система кругового обзора реального времени для мобильных робототехнических комплексов // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2019. Т. 20, № 3. С. 162–170.
15. Lowe D. G. Object recognition from local scale-invariant features // *Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision*. 1999. Vol. 2. P. 1150–1157.
16. Bay H., Tuytelaars Y., Van Gool L. SURF: Speeded up robust features // *Computer Vision-ECCV*. 2006. Vol. 3951. P. 404–417.
17. Rublee E., Rabaud V., Konolige K., Bradski G. R. ORB: An efficient alternative to SIFT or SURF // *2011 International Conference on Computer Vision*. 2011. P. 2564–2571.
18. Garrido-Jurado S., Muñoz-Salinas R., Madrid-Cuevas F. J., Marín-Jiménez M. J. Automatic generation and detection of highly reliable fiducial markers under occlusion // *Pattern Recognition*. 2014. Vol. 47. P. 2280–2292.

Optimization of Surround-View System Projection Parameters using Fiducial Markers

V. V. Varlashin, botanic-8@yandex.ru, A. V. Lopota, alopota@rtc.ru,

Peter the Grate St. Petersburg Politechnic University (SPbPU), St. Petersburg, 195251, Russian Federation

Corresponding author: **Varlashin V. V.**, Graduate Student of the Department of Mechatronics and Robotics, Research Engineer of the SPbPU, SPbPU, St. Petersburg, 195251, Russian Federation, e-mail: botanic-8@yandex.ru

Accepted on November 3, 2021

Abstract

The paper is devoted to the problem of increasing quality of reproduction of the environment by mobile robot's surround-view system, operating in the augmented reality mode. A variant of a surround-view system based on the cameras with over-lapping fields of view is being considered. A virtual model has been developed, it includes 3D-CAD models of a mobile robot and surrounding objects, as well as virtual models of cameras. The cross-platform integrated development environment "Unity" was chosen to implement the model. Methods for solving the problem of displaying the surrounding mobile robot space in the "third-person view" mode are determined. A mathematical criterion for assessing the quality of reproduction of the surrounding space is proposed. It is based on the comparison of points obtained from a virtual model with points obtained as a result of projection of images from virtual cameras. To obtain points, ArUco fiducial markers were used, providing an unambiguous comparison of points on the original and synthesized images. The dependence of the value of the objective function of the optimization problem on the projection parameters by the uniform search method are investigated. A method for automatic adaptation of projection parameters using fisheye lenses and stereo vision methods is proposed. Directions for further research are identified.

Keywords: computer vision, surround-view system, augmented reality, virtual model

Acknowledgements: The reported study was funded by RFBR, project number 20-38-90094 "Study of methods for estimating distances to environmental objects using a surround-view system of mobile robots".

For citation:

Varlashin V. V., Lopota A. V. Optimization of Surround-View System Projection Parameters using Fiducial Markers, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 2, pp. 97–103.

DOI: 10.17587/mau.23.97-103

References

1. Shi Q., Li C., Wang C., Luo H., Huang Q., Fukuda T. Design and implementation of an omnidirectional vision system for robot perception, *Mechatronics*, 2017, vol. 41, pp. 58–66.
2. Kashyap V., Agrawal P., Akhbari F. Real-time, Quasi Immersive, High Definition Automotive 3D Surround View System, *Int'l Conf. IP, Comp. Vision, and Pattern Recognition*, 2017, pp. 10–16.
3. Lim S., Jun S., Jung I. Wrap-around View Equipped on Mobile Robot, *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering*, 2012, vol. 6, pp. 354–356.
4. Yang Z., Zhao Y., Hu X., Yin Y., Zhou L., Tao D. A flexible vehicle surround view camera system by central-around coordinate mapping model, *Multimedia Tools and Applications*, 2018, vol. 78, pp. 11983–12006.
5. Gao Y., Lin C., Zhao Y., Wang X., Wei S., Huang Q. 3-D Surround View for Advanced Driver Assistance Systems, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2018, vol. 19, pp. 320–328.
6. Official web site of Open Source Robotics Foundation, available at: www.turtlebot.com/ (accessed 01.10.2021).
7. Official web site of Unity Technologies, available at: www.unity.com/ (accessed 01.10.2021).
8. Official web site Epic Games, available at: www.unrealengine.com/ (accessed 01.10.2021).
9. Official web site of OpenCV team community, available at: www.opencv.org/ (accessed 01.10.2021).
10. Kuo T. Y., Wang Y. S., Cheng Y. J., Wan K. H. 3D Around View Monitoring System for automobiles, *ICCE, IEEE*, 2017, pp. 271–272.
11. Yeh Y. T., Peng C. K., Chen K. W., Chen Y. S., Hung Y. P. Driver Assistance System Providing an Intuitive Perspective View of Vehicle Surrounding, *ACCV Workshops*, Springer, 2014, pp. 403–417.
12. Sung K., Lee J., An J. Chang E. Development of Image Synthesis Algorithm with Multi-Camera, *VTC Spring, IEEE*, 2012, pp. 1–5.
13. Auysakul J., Xu H., Zhao W. Development of Hemi-Cylinder Plane for Panorama View in Around View Monitor Applications, *2016 International Conference on Computational Intelligence and Applications (ICCIA)*, 2016, pp. 26–30.
14. Varlashin V. V., Ershova M. A., Bunyakov V. A., Shmakov O. U. Real-Time Surround-View System for Mobile Robotic System, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, vol. 20(3), pp. 162–170 (in Russian).
15. Lowe D. G. Object recognition from local scale-invariant features, *Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision*, 1999, vol. 2, pp. 1150–1157.
16. Bay H., Tuytelaars Y., Van Gool L. SURF: Speeded up robust features, *Computer Vision-ECCV*, 2006, vol. 3951, pp. 404–417.
17. Rublee E., Rabaud V., Konolige K., Bradski G. R. ORB: An efficient alternative to SIFT or SURF, *2011 International Conference on Computer Vision*, 2011, pp. 2564–2571.
18. Garrido-Jurado S., Muñoz-Salinas R., Madrid-Cuevas F. J., Marín-Jiménez M. J. Automatic generation and detection of highly reliable fiducial markers under occlusion, *Pattern Recognition*, 2014, vol. 47, pp. 2280–2292.

А. А. Зеленский¹, канд. техн. наук, доц., zelenskyaa@gmail.com,

Н. В. Гапон^{1,2}, мл. науч. сотр., nikolay-rt@mail.ru, **М. М. Жданова¹**, мл. науч. сотр., mpismenskova@mail.ru,

В. В. Воронин¹, канд. техн. наук, доц., voronin_sl@mail.ru,

Ю. В. Илюхин¹, д-р техн. наук, проф., u.ilyukhin@stankin.ru,

¹Московский государственный технологический университет "СТАНКИН",

²Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону

Метод восстановления карты глубины в задачах управления роботами и мехатронными системами*

В современных робототехнических и мехатронных системах востребованы технологии, позволяющие строить оптимальную траекторию движения их исполнительных механизмов. Такие технологии формируются при сочетании методов навигации и построения карты окружающего пространства на основе данных систем технического зрения и успешно применяются в робототехнике и мехатронике. Но есть проблема, состоящая в уменьшении точности планирования траектории движения, вызванная наличием некорректных участков на карте (карте глубины) из-за неправильного определения расстояния до объектов. Такие дефекты появляются в результате плохого освещения, зеркальной или мелкозернистой поверхности объектов. Это приводит к невозможности получения достоверной информации о глубине. В результате появляется эффект увеличения границ объектов (препятствий), а перекрытие объектов приводит к невозможности отличить один объект от другого.

Решить данную проблему можно с помощью методов реконструкции изображений. В статье представлен подход на основе модифицированного алгоритма поиска похожих блоков, использующего концепцию кватернионов и анизотропного градиента. Анализ результатов исследования показывает, что предложенный метод позволяет корректно восстанавливать границы объектов на изображении карты глубины при восстановлении трехмерных сцен, что способствует повышению точности планирования траектории движения исполнительных механизмов робототехнических и мехатронных систем.

Ключевые слова: планирование траектории, навигация робототехнических комплексов, реконструкция видеопоследовательности, пространство кватернионов, анизотропный градиент, нейронная сеть

Введение

При решении множества задач возникает необходимость получения трехмерных моделей, которые могут использоваться во многих областях науки и техники: при бесконтактном измерении геометрических параметров объектов для решения задач технического контроля; в робототехнике для определения структуры сцены и навигации роботов в пространстве и т. д. [1, 2] В современных робототехнических и мехатронных системах используются технологии, позволяющие строить наиболее оптимальные траектории движения его исполнительных механизмов [3]. Для этого используется методика одновременной навигации и построения карты (SLAM) [4].

Наличие потерянных участков (областей с неизвестными значениями) и искажений (неверная информация) на карте глубины, которые появляются из-за пло-

хого освещения, зеркальной поверхности объектов, наличия плохо отражающих/поглощающих свет поверхностей сканируемых объектов или мелкозернистой поверхности материалов, приводит к потере части информации и снижению точности оценки параметров сцены для планирования траектории движения [4]. В результате появляется эффект перекрытия и увеличения границ объектов (препятствий), что приводит к невозможности отличить один объект от другого (рис. 1). Решить данную проблему возможно с помощью восстановления карты глубины методами реконструкции изображений.

В настоящее время существуют различные методы восстановления частично утраченных

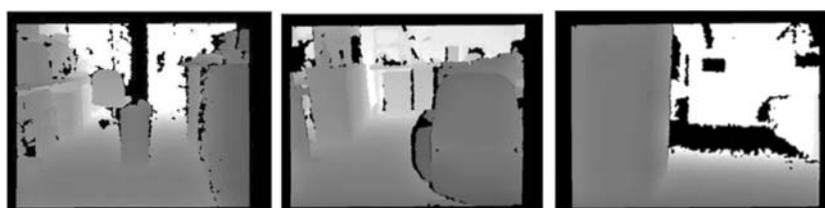


Рис. 1. Примеры карты глубины с потерянными участками
Fig. 1. Examples of depth map with damaged areas

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда No 21-79-10392, <https://rscf.ru/project/21-79-10392/>.

областей изображений, но для их эффективного использования требуется значительный объем априорной информации о локальных особенностях изображения [5–8]. Большинство методов восстановления изображений можно разделить на следующие группы: расчетные [5, 6], на основе обучения [9, 10] и комбинированные методы [7, 8, 11] (рис. 2). К недостаткам расчетных методов следует отнести тот факт, что они восстанавливают лишь примерную структуру изображения и не способны реконструировать линейные или текстурные области. При реконструкции карт глубины это приводит к искажениям формы трехмерных объектов и потере мелких деталей. Методы, основанные на решении дифференциальных уравнений в частных производных, при восстановлении больших областей приводят к появлению значительного уровня размытия границ объектов [5]. В результате этого объекты

на трехмерной сцене искажаются вдоль оптической оси сканера. К недостаткам методов на основе обучения стоит отнести необходимость повторного обучения для каждого типа данных, а также наличие большой базы данных с похожим классом изображений. Комбинированные методы могут вызывать искажения и артефакты на границах объектов и подвержены ошибкам при восстановлении криволинейных структур. Соответственно, объекты восстановленной трехмерной сцены будут иметь четкие границы, но при этом на них могут присутствовать артефакты.

Большинство существующих методов реконструкции изображений вызывают эффект размытия или приводят к появлению артефактов на границах объектов на карте глубины. В связи с этим актуальной является задача восстановления карты глубины при оценке геометрических параметров трехмерных сцен

и планирования траектории движения исполнительных механизмов робототехнических и мехатронных систем.

Целью работы является решение задачи повышения точности планирования траектории движения робототехнических комплексов (РТК) в результате восстановления карты глубины в задачах трехмерной реконструкции и оценки геометрии сцены на основе концепции кватернионов и анизотропного градиента.



Рис. 2. Классификация методов реконструкции карты глубины
Fig. 2. Classification of methods for the reconstruction of the depth map

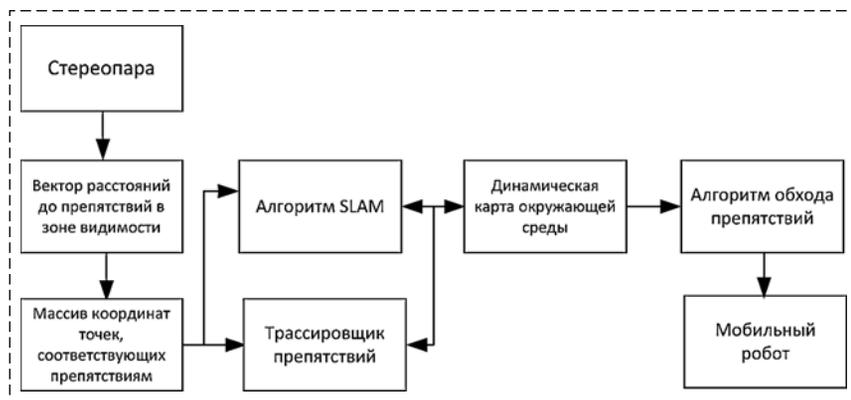


Рис. 3. Структурная схема навигации и планирования траектории движения робототехнических комплексов
Fig. 3. Block diagram of navigation and planning of the trajectory of movement of robotic complexes

Метод восстановления карты глубины на основе поиска похожих блоков в пространстве кватернионов

Структурная схема навигации и планирования траектории движения робототехнических комплексов представлена на рис. 3. В основе лежит метод одновременной навигации и построения карты (SLAM) для построения карты в неизвестном пространстве и ее обновления с одновременным контролем текущего местоположения и пройденного пути [4].

Один из этапов данной схемы — это получение данных с визуальных сенсоров и вычисление карты глубины окружающего пространства. При этом эффективность определения текущего местоположения и построения карты значительно снижается из-за низкой точности сенсоров и ограничений технологий восстановления трехмерных сцен.

При оценке трехмерной структуры сцены актуальной задачей является разработка методов, направленных на повышение ее точности, где сцена — совокупность сканируемых объектов. В качестве оценки выступает карта глубины — двумерный сигнал $S_{i,j}$, $i = \overline{1, N}$; $j = \overline{1, M}$, где интенсивность пикселя соответствует расстоянию до точки сцены. Информация о цвете сцены представлена трехканальным двумерным сигналом $I_{q,i,j}$, $i = \overline{1, N}$; $j = \overline{1, M}$; $q = \overline{0, 2}$, где N , M — высота и ширина цветного изображения и карты глубины; q — канал изображения в соответствии с цветовой моделью RGB (0 — красный, 1 — зеленый, 2 — синий). Поскольку расстояние до точки сцены может выражаться в яркости пикселя на карте глубины, следовательно, ее можно представить в виде двумерного изображения, что позволяет применять методы цифровой обработки и восстановления изображений к картам глубины. Поэтому далее в работе понятия "карта глубины" и "изображение" взаимозаменяемы.

Упрощенная математическая модель карты глубины представляет собой двумерную дискретную последовательность $S_{i,j}$, $i = \overline{1, N}$; $j = \overline{1, M}$, вида

$$S_{i,j} = F_{i,j}Y_{i,j} + \mu_{i,j}, \quad i = \overline{1, N}; \quad j = \overline{1, M}, \quad (1)$$

где $Y_{i,j}$ — неискаженная карта глубины; $\mu_{i,j}$ — аддитивная шумовая составляющая; $F_{i,j}$ — массив, который принимает значения из набора $\{0, 1\}$: 0 в случае дефектного пикселя карты глубины, 1 — в случае достоверного значения.

Блок-схема предлагаемого метода реконструкции карты глубины представлена на рис. 4. Восстановление недостающих областей карты глубины и искаженных границ объектов достигается с помощью алгоритма комбинирования данных RGB и глубины. Использование традиционного метода реконструкции на основе поиска похожих блоков для восстановления недостающих областей при использовании данных только карты глубины может вызвать различные артефакты и ошибки, связанные с низким качеством восстановления [7]. В предлагаемом методе учитывается информация для вычисления коэффициента приоритета и поиска похожих блоков с RGB-камеры, что позволяет более точно восстанавливать границы объектов [11].

На рис. 5 показана модель изображения карты глубины, где η — целевая область недостающих данных с границей δS ; S — исходная область для синтеза; пиксель $p \in (i, j)$ определяется как пиксель с максимальным приоритетом $\max P(p)$ на границе δS и фрагменте $\Psi_{\delta S}$.

На первом шаге для каждого пикселя границы $\delta S_{i,j}$ с помощью метода инверсий адаптивно определяется форма области для поиска подобия, которая формируется путем объединения двух смежных однородных подобластей в направлении максимума градиента [12]. В основе лежит способ разбиения исходного изображения на области, которые формируются между восемью направлениями. Длина каждого интервала

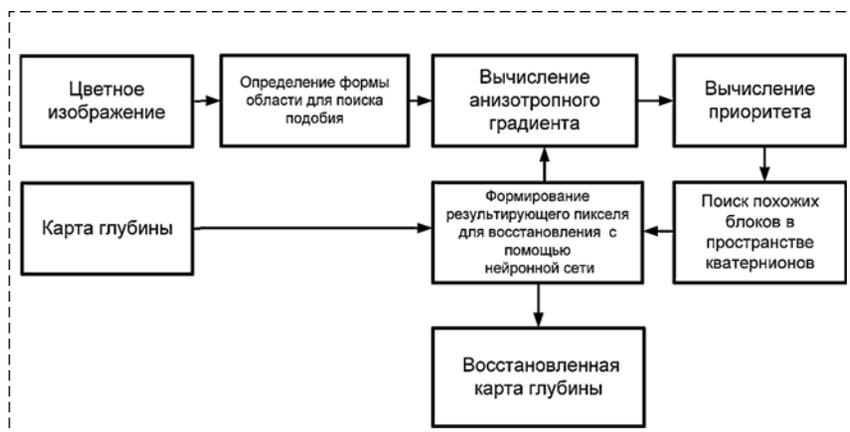


Рис. 4. Блок-схема метода реконструкции карты глубины
Fig. 4. Block diagram of the depth map reconstruction method

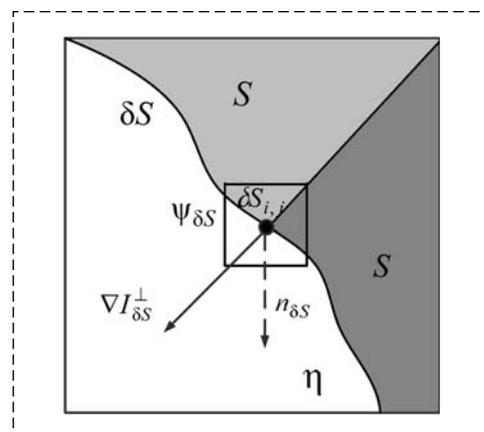


Рис. 5. Модель изображения
Fig. 5. Image model

квазистационарности определяется на основе вычисления случайной величины, равной сумме числа инверсий значений пикселей [12].

На втором шаге по данным RGB вычисляется значение приоритета $P(\delta S)$ для каждого значения пикселя границы, который состоит из двух множителей [13]:

$$P(\delta S) = C(\delta S)D(\delta S), \quad (2)$$

$$C(\delta S) = \frac{\sum_{l \in \Psi_{\delta S}} C(l)}{|\Psi_{\delta S}|}, \quad D(\delta S) = \frac{|\nabla I_{\delta S}^\perp n_{\delta S}|}{\alpha}, \quad (3)$$

где δS — текущий пиксель на границе доступных пикселей; $C(\delta S)$ — коэффициент доверия; $D(\delta S)$ — коэффициент градиента; $\Psi(\delta S)$ — адаптивный блок пикселей с центром в пикселе; $|\Psi_{\delta S}|$ — число пикселей адаптивного блока, $\nabla I_{\delta S}^\perp$ — вектор, ортогональный градиенту в точке; $n_{\delta S}$ — вектор, ортогональный границе δS в точке. Вначале предполагается, что значение коэффициента доверия C для пикселей из области S равно 1, а для пикселей из области η равно 0.

Вычисление приоритета позволяет придавать больший вес пикселям, которые находятся на перепадах яркости (границах), таким образом восстанавливая их в первую очередь [13]. Учет коэффициента доверия $C(\delta S)$ позволяет присваивать меньший вес восстановленным пикселям при увеличении расстояния от доступных пикселей из области S . Расчет приоритета предлагается осуществлять по данным RGB-изображений в целях анализа линейной структуры и резких перепадов яркости, которые более выражены на цветном изображении. Такое определение порядка заполнения позволяет сохранить линейные структуры на карте глубины и уменьшить вероятность появления артефактов на границах объектов.

Предлагается новый подход к вычислению анизотропного градиента, который основан на локальной полиномиальной оценке (LPA-ICI) [14]. Метод LPA-ICI объединяет две независимые идеи: аппроксимация локальным полиномом (LPA, выполняет попиксельную аппроксимацию полиномом определенной окрестности с использованием банка линейных фильтров различной ширины полосы) и правило пересечения доверительных интервалов (ICI, алгоритм адаптации, определяющий наиболее подходящую окрестность на полиномиальной поверхности) [15].

Концепция анизотропного градиента допускает существование нескольких окрестностей V_l пикселя p . При этом вместо локальной аппроксимации вычисляется анизотропное дифференцирование для одновременной оценки как градиентов, так и окрестностей V_l . Для получения результирующего анизотропного градиента все частные направленные градиенты усредняются с помощью весовой функции [14].

Далее определяется пиксель $p \in (i, j)$ с максимальным значением приоритета $\max(P(\delta S_{i,j}))$ на границе δS и выбирается адаптивная область Ψ_p , принадлежащая данному пикселю (рис. 6) [16]. Использование Ψ_p позволяет корректно учитывать форму области восстановления и не захватывать лишние границы, которые могут привести к неправильной реконструкции изображения.

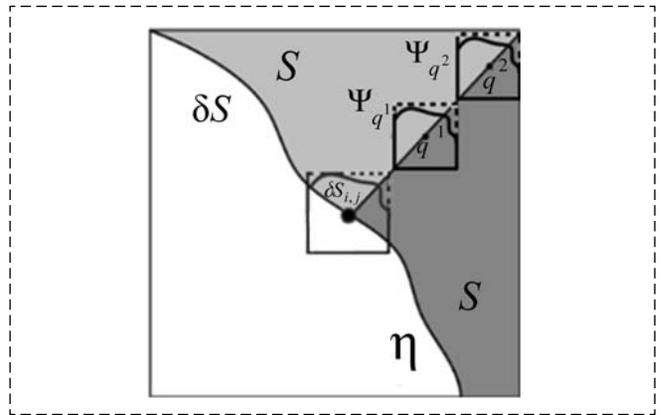


Рис. 6. Адаптивный выбор формы области
Fig. 6. Adaptive selection of the area shape

Обработка цветových компонент по отдельности приводит к потере межканальной корреляционной связи, что в свою очередь приводит к искажению цветов при реконструкции. В связи с этим предлагается преобразование цветного изображения RGB в пространство кватернионов (рис. 7, см. четвертую сторону обложки).

Цветные изображения типа RGB хранят три цвета в каждом пикселе (красный, зеленый и синий). При реконструкции изображение обычно преобразуется в оттенки серого, что приводит к потере важной информации о цвете, насыщенности и другой важной информации, связанной с цветом. Компоненты цветного изображения могут быть представлены как кватернион Q :

$$Q = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k, \quad (4)$$

где $q_0, q_1, q_2, q_3 \in \mathbb{R}$, \mathbb{R} — поле действительных чисел; i, j, k — три мнимых числа [17]; q_0 — это изображение в градациях серого; q_1, q_2, q_3 — это компоненты цветного RGB. После упрощения выражение для кватерниона можно представить в следующем виде [17]:

$$Q = Ri + Gj + Bk. \quad (5)$$

В данной работе методология кватернионов используется для более точного определения похожих блоков в цветовом пространстве RGB за счет совместного поиска, а не по отдельности для каждой цветовой компоненты. Для этого для каждой адаптивной области вычисляется дискретное преобразование Фурье (DQFT) в пространстве кватернионов [17].

Для цветного изображения $z(n, m)$ размера N на M пара двусторонних прямого и обратного кватернионных преобразований Фурье (DQFT) определяется как

$$\begin{aligned} Z_{p,s} &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} W_j^{np} z_{n,m} W_k^{ms} = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} W_j^{np} \left(\sum_{m=0}^{M-1} z_{n,m} W_k^{ms} \right); \\ z_{n,m} &= \frac{1}{NM} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{s=0}^{M-1} W_j^{-np} Z_{p,s} W_k^{-ms} = \\ &= \frac{1}{NM} \sum_{p=0}^{N-1} W_j^{-np} \left(\sum_{s=0}^{M-1} Z_{p,s} W_k^{-ms} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где $p, n = \overline{0, N-1}$ и $s, m = \overline{0, M-1}$.

Базисные функции определяются экспоненциальными коэффициентами:

$$\begin{aligned} W_j &= \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) - j \sin\left(\frac{2\pi}{N}\right) \text{ и} \\ W_k &= \cos\left(\frac{2\pi}{M}\right) - k \sin\left(\frac{2\pi}{M}\right). \end{aligned} \quad (7)$$

Компоненты $Z_{p,s}$ преобразования представляют собой кватернионные числа с действительной и мнимой частями [18]:

$$Z_{p,s} = (Z_{p,s})_1 + (Z_{p,s})_2 i + (Z_{p,s})_3 j + (Z_{p,s})_4 k. \quad (8)$$

Каждое умножение $Q = W_j^{np} z_{n,m} W_k^{ms}$ вычисляется следующим образом:

$$Q = Q_r + iQ_i + jQ_j + kQ_k = (\cos \varphi - j \sin \varphi) \times (0 + ib + jc + kd)(\cos \psi - k \sin \psi), \quad (9)$$

где углы $\varphi = \frac{2\pi}{Nnp}$ и $\psi = \frac{2\pi}{Mms}$.

Для дальнейшего повышения эффективности DQFT предлагается выравнивать коэффициенты, полученные после первого одномерного преобразования, в строках, чтобы максимизировать их вертикальную корреляцию перед применением второго преобразования в столбцах [19].

Модуль преобразования DQFT вычисляется следующим образом:

$$|Z_{p,s}| = \sqrt{(Z_{p,s})_1^2 + (Z_{p,s})_2^2 + (Z_{p,s})_3^2 + (Z_{p,s})_4^2}. \quad (10)$$

Далее находятся блоки $\Psi_{q^{(h)}}$, $h = \overline{1, R}$, в области доступных пикселей S , для которых евклидова метрика по спектру минимальна:

$$\sqrt{\sum_{h=1}^R (\Psi_{p^{(h)}} - \Psi_{q^{(h)}})^2} \rightarrow \min. \quad (11)$$

Значения пикселей в области η , смежные к пикселю с максимальным приоритетом p , восстанавливаются путем усреднения соответствующих пикселей из найденных областей $\Psi_{q^{(h)}}$ в области доступных пикселей S с помощью нейронной сети, в качестве которой выбран многослойный персептрон. Коэффициент доверия C для восстановленных пикселей присваивается равным текущему значению $C(p)$. После этого процедура пересчета приоритета и поиска похожих областей с последующей заменой повторяется.

В данном алгоритме используется нейронная сеть прямого распространения сигнала для формирования наиболее похожего блока, обученная с помощью алгоритма обратного распространения ошибки (рис. 8, см. четвертую сторону обложки).

В качестве функции активации используется сигмоидальная нелинейная функция гиперболического тангенса. Данная сеть содержит три слоя и один выходной: первый и второй слой содержат 20 нейронов, а третий слой — 10 нейронов. В сети используется 10 входов. На пять из них в качестве входных данных подаются значения центральных пикселей в найденных похожих блоках, а на пять других входов — значения среднеквадратической ошибки (англ. Mean Squared Error, MSE) этих блоков ($MSE_{\Psi_{q_1}}, MSE_{\Psi_{q_2}}, MSE_{\Psi_{q_3}}, MSE_{\Psi_{q_4}}, MSE_{\Psi_{q_5}}$).

Исследование предлагаемого метода на тестовых данных

Исследование метода реконструкции изображений проводится на разных типах изображений. На рис. 9 представлен пример обработки изображения предложенным методом: *a* — исходное изображение; *b* — изображение с маской искаженных пикселей (размер каждого блока составляет 32×32 пикселя); *в* — изображение, восстановленное предложенным методом. Особенностью тестового изображения является тот факт, что области с искаженными пикселями находятся на участках со сложной структурой с пересечением нескольких границ. Предлагаемый метод позволяет "визуально правильно" восстановить границы изображения. Все границы объектов интерполированы без искажений и размытия фона.

Для исследования эффективности метода на изображениях карт глубин была выбрана тестовая база данных, разработанная Digital

Image Media Laboratory (Yonsei University, Seoul, South Korea) [20]. В табл. 1 представлены значения погрешностей обработки предложенным методом и известными методами EBM [13], Navier Stokes [5] и Telea [6] для рассмотренных тестовых изображений. Примеры изображений карт глубин из тестовой базы показаны на рис. 10 (*a* — изображение № 1; *b* — изображение № 2; *в* — изображение № 3). В качестве погрешностей использовали пиковое отношение сигнала к шуму (PSNR, дБ), среднеквадратичную ошибку (RMSE), среднюю абсолютную ошибку (MAE). Значения RMSE и MAE выражаются в значениях градаций яркости пикселей для 8-битовых изображений. Анализ результатов показывает, что использование разработанного метода реконструкции изображений позволяет получить значения погрешностей в среднем на 15...25 % меньше, чем при обработке известными методами.

На рис. 11 (см. четвертую сторону обложки) представлен пример построения траектории

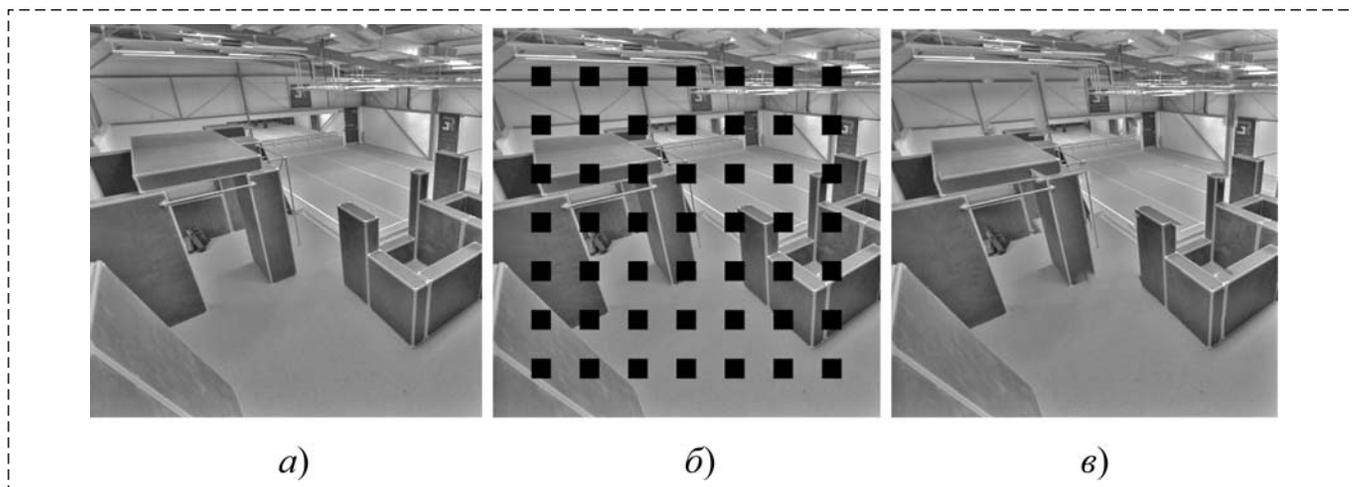


Рис. 9. Результат реконструкции изображения
Fig. 9. Result of image reconstruction

Таблица 1
Table 1

Погрешности обработки тестовых изображений
The processing error for different images

Карта глубины	PSNR, дБ				RMSE				MAE			
	EBM	Navier Stokes	Telea	Предложенный метод	EBM	Navier Stokes	Telea	Предложенный метод	EBM	Navier Stokes	Telea	Предложенный метод
№ 1	14,91	16,91	16,93	15,87	34,37	26,90	26,83	30,57	19,34	14,45	14,50	16,67
№ 2	15,73	14,53	14,41	19,65	18,18	18,73	18,99	7,80	3,01	3,99	3,85	1,57
№ 3	12,26	13,11	13,17	14,01	39,19	35,67	35,07	32,14	17,48	18,01	17,39	13,49
Среднее	15,45	16,5	16,6	17,04	32,65	28,7	28,43	27,26	15,53	13,96	13,76	11,10

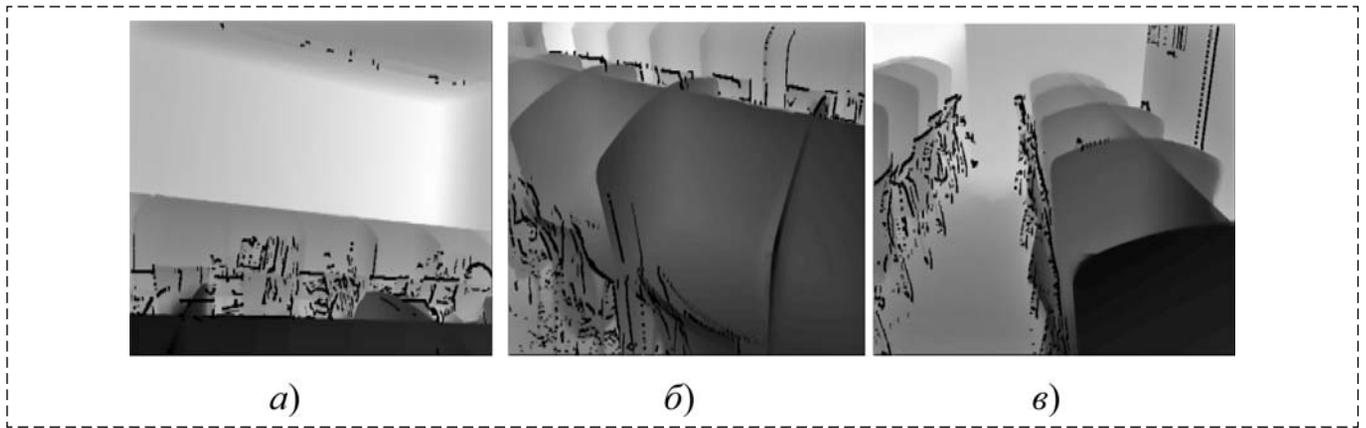


Рис. 10. Примеры тестовых изображений
 Fig. 10. Depth map examples from dataset

методом SLAM из данных стереопары: *a* — левый кадр; *б* — правый кадр; *в* — необработанная карта глубины; *г* — восстановленная карта глубины предложенным методом; *д* — карта окружающей среды, полученная из необработанной карты глубины; *е* — карта окружающей среды, полученная из обработанной карты глубины. Как показывает анализ, при использовании данных о трехмерной сцене, полученной из необработанной карты глубины, траектория робота значительно длиннее траектории, построенной при использовании восстановленной карты глубины.

Для исследования предлагаемого метода восстановления карты глубины в составе метода SLAM выбрана база тестовых данных, разработанная Computer Vision Group Мюн-

хенского технического университета [21]. Анализ результатов показывает, что при использовании обработанных данных время прохождения и расстояние сокращаются в среднем в три раза (табл. 2).

Заключение

Результаты исследования свидетельствуют о целесообразности применения в робототехнике и мехатронике предлагаемого подхода к восстановлению трехмерных сцен на основе модифицированного алгоритма поиска похожих блоков.

Высокая эффективность предложенного метода обусловлена использованием концепции кватернионов и анизотропного градиента для вычисления функции приоритета, а также применением предварительно обученной нейронной сети для формирования наиболее похожего блока.

Разработанный метод восстановления трехмерных сцен может быть использован как для реконструкции RGB-изображений, так и карты глубины. Это позволяет использовать его совместно с алгоритмом SLAM для повышения точности планирования траектории движения исполнительных механизмов робототехнических и мехатронных систем.

Список литературы

1. Зеленский А. А., Франц В. А., Семенищев Е. А. Алгоритм планирования траектории рабочего органа манипулятора для привязки базисных систем координат с использованием технического зрения // Вестник машиностроения. 2019. № 10. С. 3–7.
2. Зеленский А. А., Стебулянин М. М., Абдуллин Т. Х., Харьков М. А. Реализация ускоренных вычислений прямой задачи кинематики для промышленных роботов // Вестник машиностроения. 2019. № 11. С. 28–31.

Таблица 2
 Table 2

Время прохождения и расстояние при использовании обработанной и необработанной карты глубины
Time and distance using processed and raw depth map

№ изображения	Время прохождения, с		Расстояние, м	
	Исходная карта глубины	Восстановленная карта глубины	Исходная карта глубины	Восстановленная карта глубины
1	6	3	2,2	1
2	9	4	2,8	1,3
3	11	5	3,2	1,7
4	14	6	4,5	2,1
Среднее значение по базе данных	10	4,5	3,1	1,5

3. Gharatappeh S., Ghorbanian M., Keshmiri M., Taghirad H. D. Modified fast-SLAM for 2D mapping and 3D localization // 3rd RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM). 2015. P. 108–113.
4. Dissanayake G., Newman P. Durrant-Whyte H. F., Clark S., Csorba M. A solution to the simultaneous localization and map building (SLAM) problem // IEEE transaction robotic automation. 2001. N. 17(3). P. 229–241.
5. Bertalmio M., Bertozzi A. L., Sapiro G. Navier–Stokes, uid dynamics, and image and video inpainting // Proc. IEEE Conf. Comput. Vis. Pattern Recognition. 2001. P. 355–362.
6. Telea A. An image inpainting technique based on the fast marching method // Journal of graphics tools. 2004. Vol. 9, N.1. P. 23–34.
7. Voronin V. V., Marchuk V. I., Egiazarian K. O., Sherstobitov A. I. Image inpainting using cubic spline-based edge reconstruction // Proceedings of SPIE Image Processing: Algorithms and Systems X. 2012. Vol. 8295. P. 82950I.
8. Chaudhury S., Roy H. Can fully convolutional networks perform well for general image restoration problems? // IEEE: Fifteenth IAPR International Conference on Machine Vision Applications (MVA). 2017. P. 254–257.
9. Liu M. Image inpainting and super-resolution using non-local recursive deep convolutional network with skip connections // Ninth International Conference on Digital Image Processing (ICDIP 2017). 2017. N. 10420. P. 104203A.
10. Jiang L., Xiao S., He C. Kinect depth map inpainting using a multi-scale deep convolutional neural network // Proceedings of the 2018 International Conference on Image and Graphics Processing. 2018. P. 91–95.
11. Voronin V. V., Marchuk V. I., Fisunov A. V., Tokareva S. V., Egiazarian K. O. Depth map occlusion filling and scene reconstruction using modified exemplar-based inpainting // Proc. SPIE 9399, Image Processing: Algorithms and Systems XIII. 2015. P. 93990S.
12. Marchuk V. I., Voronin V. V., Frantz V. A. Development of 2D adaptive method of estimation reproduction for

- image reconstruction in incomplete a priori information // Telecommunications and Radio Engineering. 2013. Vol. 72, N. 13. P. 1255–1262.
13. Criminisi A., Perez P., Toyama K. Region lling and object removal by exemplar-based image inpainting // IEEE Transactions on Image Processing. 2004. N. 13. P. 1200–1212.
14. Katkovnik V., Egiazarian K., Astola J. Local Approximation Techniques in Signal and Image Processing // SPIE Press, Bellingham. USA. Vol. PM157 2006.
15. Voronin V., Zelensky A., Agaian S. The quaternion-based anisotropic gradient for the color images // Electronic Imaging, Image Processing: Algorithms and Systems XVII. 2019. P. 277-1–277-6.
16. Voronin V. V., Marchuk V. I., Egiazarian K. O. Images reconstruction using modied exemplar based method // SPIE Electronic Imaging. 2011. Vol. 7870. P. 78700N.
17. Grigoryan A. M., Agaian S. S. Retooling of color imaging in the quaternion algebra // Applied Mathematics and Sciences: An International Journal (MathSJ). 2014. Vol. 1, N. 3. P. 23–39.
18. Voronin V., Gapon N., Khamidullin I., Tokareva O., Cen Y., Zelensky A. Infrared image inpainting using hypercomplex analysis // Proc. SPIE 11537, SPIE Security + Defence, Electro-Optical and Infrared Systems: Technology and Applications XVII. 2020. P. 115370U.
19. Foi A., Katkovnik V., Egiazarian K. Pointwise shape-adaptive DCT for high-quality denoising and deblocking of grayscale and color images // IEEE transactions on image processing. 2007. Vol. 16, N. 5. P. 1395–1411.
20. Kim Y., Ham B., Oh C., Sohn K. Structure selective depth super-resolution for RGB-D cameras // IEEE Trans. on Image Processing. 2016. Vol. 25, N. 11. P. 5527–38
21. Sturm J., Engelhard N., Endres F., Burgard W., Cremers D. A Benchmark for the Evaluation of RGB-D SLAM Systems // Proc. of the International Conference on Intelligent Robot Systems (IROS). 2012. P. 573–580.

Depth Map Reconstruction Method in Control Problems for Robots and Mechatronic Systems

A. A. Zelensky¹, zelenskyaa@gmail.com, N. V. Gapon^{1,2}, nikolay-rt@mail.ru,
M. M. Zhdanova¹, mpismenskova@mail.ru, V. V. Voronin¹, voronin_sl@mail.ru,
Y. V. Ilyukhin¹, y.ilyukhin@stankin.ru,

¹ Center for Cognitive Technology and Machine Vision, Moscow State University of Technology "STANKIN"
Moscow, 115432, Russian Federation

² Don State Technical University, Rostov-on-Don, 344000, Russian Federation

*Corresponding author: Voronin Viacheslav V., Ph.D., Associate Professor,
Center for Cognitive Technology and Machine Vision, Moscow State University of Technology "STANKIN",
Moscow, 115432, Russian Federation, e-mail: voronin_sl@mail.ru*

Accepted on November 3, 2021

Abstract

In modern robotic and mechatronic systems, technologies are in demand that makes it possible to build an optimal trajectory of movement of their actuators. Such technologies are formed by combining navigation methods and building a 3-D map of the surrounding space based on vision systems and are successfully used in robotics and mechatronics. But there is a problem, consisting of a decrease in the accuracy of planning the trajectory of movement, caused by incorrect sections on the map (depth map) due to incorrect determination of the distance to objects. Such defects appear as a result of poor lighting, specular or fine-grained surfaces of objects. This leads to the impossibility of obtaining reliable information about the depth. As a result, the effect of increasing the boundaries of objects (obstacles) appears, and the overlapping of objects makes it impossible to distinguish one object from another. This problem can be solved using image reconstruction methods. The article presents an approach based on a modified algorithm for searching for similar blocks using the concept of quaternions and anisotropic gradient. The analysis of the research results shows that the proposed method allows you to correctly restore the boundaries of objects on the depth map image when reconstructing 3-D scenes, which contributes to an increase in the accuracy of planning the trajectory of motion of the actuators robotic and mechatronic systems.

Keywords: trajectory planning, RTC navigation, video sequence reconstruction, quaternion space, anisotropic gradient, neural network

Acknowledgements: The study was supported by a grant from the Russian Science Foundation No. 21-79-10392, <https://rscf.ru/project/21-79-10392/>.

For citation:

Zelensky A. A., Gapon N. V., Zhdanova M. M., Voronin V. V., Ilyukhin Y. V. Depth Map Reconstruction Method in Control Problems for Robots and Mechatronic Systems, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol.23, no.2, pp. 104–112.

DOI: 10.17587/mau.23.104-112

References

1. Zelensky A. A., Franz V. A., Semenishchev E. A. Algorithm for planning the trajectory of the working body of the manipulator for binding the basic coordinate systems using technical vision, *Vestnik Mashinostroeniya*, 2019, no. 10, pp. 3–7 (in Russian)
2. Zelensky A. A., Stebulyanin M. M., Abdullin T. Kh., Kharkov M. A. Implementation of accelerated computations of the direct problem of kinematics for industrial robots, *Vestnik Mashinostroeniya*, 2019, no. 11, pp. 28–31 (in Russian)
3. Gharatappeh S., Ghorbanian M., Keshmiri M., Taghirad H. D. Modified fast-SLAM for 2D mapping and 3D localization, *3rd RSI International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM)*, 2015, pp. 108–113.
4. Dissanayake G., Newman P. Durrant-Whyte H. F., Clark S., Csorba M. A solution to the simultaneous localization and map building (SLAM) problem, *IEEE transaction robotic automation*, 2001, no. 17(3), pp. 229–241.
5. Bertalmio M., Bertozzi A. L., Sapiro G. Navier–Stokes, fluid dynamics, and image and video inpainting, *Proc. IEEE Conf. Comput. Vis. Pattern Recognition*, 2001, pp. 355–362.
6. Telea A. An image inpainting technique based on the fast marching method, *Journal of graphics tools*, 2004, vol. 9, no. 1, pp. 23–34.
7. Voronin V. V., Marchuk V. I., Egiazarian K. O., Sherstobitov A. I. Image inpainting using cubic spline-based edge reconstruction, *Proceedings of SPIE Image Processing: Algorithms and Systems X*, 2012, vol. 8295, pp. 829501.
8. Chaudhury S., Roy H. Can fully convolutional networks perform well for general image restoration problems? *IEEE: Fifteenth IAPR International Conference on Machine Vision Applications (MVA)*, 2017, pp. 254–257.
9. Liu M. Image inpainting and super-resolution using non-local recursive deep convolutional network with skip connections, *Ninth International Conference on Digital Image Processing (ICDIP 2017)*, 2017, no. 10420, pp. 104203A.
10. Jiang L., Xiao S., He C. Kinect depth map inpainting using a multi-scale deep convolutional neural network, *Proceedings of the 2018 International Conference on Image and Graphics Processing*, 2018, pp. 91–95.
11. Voronin V. V., Marchuk V. I., Fisunov A. V., Tokareva S. V., Egiazarian K. O. Depth map occlusion filling and scene reconstruction using modified exemplar-based inpainting, *Proc. SPIE 9399, Image Processing: Algorithms and Systems XIII*, 2015, pp. 93990S.
12. Marchuk V. I., Voronin V. V., Frantz V. A. Development of 2D adaptive method of estimation reproduction for image reconstruction in incomplete a priori information, *Telecommunications and Radio Engineering*, 2013, vol. 72(13), pp. 1255–1262.
13. Criminisi A., Perez P., Toyama K. Region lling and object removal by exemplar-based image inpainting, *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, no. 13, pp. 1200–1212.
14. Katkovnik V., Egiazarian K., Astola J. Local Approximation Techniques in Signal and Image Processing, *SPIE Press, Bellingham, USA*, 2006, vol. PM157
15. Voronin V., Zelensky A., Agaian S. The quaternion-based anisotropic gradient for the color images, *Electronic Imaging, Image Processing: Algorithms and Systems XVII*, 2019, pp. 277-1–277-6.
16. Voronin V. V., Marchuk V. I., Egiazarian K. O. Images reconstruction using modied exemplar based method, *SPIE Electronic Imaging*, 2011, vol. 7870, pp. 78700N.
17. Grigoryan A. M., Agaian S. S. Retooling of color imaging in the quaternion algebra, *Applied Mathematics and Sciences: An International Journal (MathSJ)*, 2014, vol. 1, no. 3, pp. 23–39.
18. Voronin V., Gapon N., Khamidullin I., Tokareva O., Cen Y., Zelensky A. Infrared image inpainting using hypercomplex analysis, *Proc. SPIE 11537, SPIE Security + Defence, Electro-Optical and Infrared Systems: Technology and Applications XVII*, 2020, pp. 115370U.
19. Foi A., Katkovnik V., Egiazarian K. Pointwise shape-adaptive DCT for high-quality denoising and deblocking of grayscale and color images, *IEEE transactions on image processing*, 2007, vol. 16, no. 5, pp. 1395–1411.
20. Kim Y., Ham B., Oh C., Sohn K. Structure selective depth super-resolution for RGB-D cameras, *IEEE Trans. on Image Processing*, 2016, vol. 25, no. 11, pp. 5527–38.
21. Sturm J., Engelhard N., Endres F., Burgard W., Cremers D. A Benchmark for the Evaluation of RGB-D SLAM Systems, *Proc. of the International Conference on Intelligent Robot Systems (IROS)*, 2012, pp. 573–580.

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Матросская тишина, 23с2

Телефон редакции журнала: +7(499) 270 16 52

Технический редактор Е. В. Конова. Корректор М. Ю. Безменова.

Сдано в набор 25.11.2021. Подписано в печать 11.01.2022. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН222. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз". 119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru