ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Том 22
2021
№ 9

Издается с 2000 года ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online) DOI 10.17587/issn.1684-6427

Главный редактор:
ФИЛИМОНОВ Н. Б., д.т.н.

Заместители главного редактора:
БОЛЬШАКОВ А. А., д.т.н.
ПОДУРАЕВ Ю. В., д.т.н.
ЮЩЕНКО А. С., д.т.н.

Ответственный секретарь:
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционный совет:
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН
ЖЕЛТОВ С. Ю., акад. РАН
КАЛЯЕВ И. А., акад. РАН
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН
КУРЖАНСКИЙ А. Б., акад. РАН
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН
СИГОВ А. С., акад. РАН
СОЙФЕР В. А., акад. РАН
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН

Редколлегия:
DORANTES D. J., PhD, Турция
GROUMPOS P. P., PhD, Греция
ISIDORI A., PhD, Италия
KATALINIC B., PhD, Австрия
LIN CH.-Y., PhD, Тайвань
MASON O. J., PhD, Ирландия
ORTEGA R. S., PhD, Франция
SKIBNIEWSKI M. J., PhD, США
STRZELECKI R. M., PhD, Польша
SUBUDHI B. D., PhD, Индия
АЛИЕВ Т. А., д.т.н., Азербайджан
ГАРАЩЕНКО Ф. Г., д.т.н., Украина
БОБЦОВ А. А., д.т.н.
БУКОВ В. Н., д.т.н.
ЕРМОЛОВ И. Л., д.т.н.
ЖУКОВ И. А., д.т.н.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д.т.н.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д.т.н.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д.т.н.
ЛОХИН В. М., д.т.н.
МАГОМЕДОВ М. Х., д.ф.-м.н.
ПУТОВ В. В., д.т.н.
ПШИХОПОВ В. Х., д.т.н.
РАПОПОРТ Э. Я., д.т.н.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д.пс.н.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д.т.н.
ФРАДКОВ А. Л., д.т.н.
ФУРСОВ В. А., д.т.н.

Редакция:
БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Директор издательства:
АНТОНОВ Б. И.

СОДЕРЖАНИЕ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Бобцов А. А., Ортега Р., Николаев Н. А., Слита О. В., Козачёк О. А., Ван Ч. Оценка переменных состояния математической модели конвертора Чука с частично неизвестными параметрами 451

Тырва В. О., Саушев А. В. Аналитический подход к конструированию совместного управления движением эргатической системы "судоводитель—судно" 459

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Лютов А. Г., Новоженин М. Б. Методология автоматизированного контроля и управления режимами работы насосного комплекса в условиях возникновения кавитации 468

Астапенко Н. В., Кошеков К. Т. Автоматизация контроля технологического процесса хранения в зернохранилище с горизонтальными силосами 475

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Лебедев Г. Н., Гончаренко В. И., Максимов Н. А., Михайлин Д. А., Румакина А. В. Метод оперативного планирования групповых действий летательных аппаратов в режиме "воздушного такси" 484

Алешкин В. В., Здражевский Р. А., Голованов П. Н., Марусич В. О. Методы и алгоритмы коррекции кинематических уравнений в задаче определения ориентации объекта 494

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования, а также в МНБД Scopus и RSCI (на платформе Web of Science).

**Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
http://novtex.ru/mech, e-mail: mech@novtex.ru**

© Издательство "Новые технологии", "Мехатроника, автоматизация, управление", 2021

THEORETICAL AND APPLIED SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL

Vol. 22
2021
No. 9

MEKHATRONIKA, AVTOMATIZATSIYA, UPRAVLENIE

Published since 2000 ISSN 1684-6427 (Print) ISSN 2619-1253 (Online) DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editor-in-Chief
FILIMONOV N. B.

Deputy Editors-in-Chief:
BOLSHAKOV A. A.
PODURAEV Yu. V.
YUSCHENKO A. S.

Responsible Secretary:
BEZMENOVA M. Yu.

Editorial Board:
ANSHAKOV G. P.
BOLOTNIK N. N.
CHENTSOV A. G.
CHERNOUSKO F. L.
FEDOROV I. B.
KALYAEV I. A.
KURZHANSKI A. B.
KUZNETSOV N. A.
PESHEKHONOV V. G.
REZCHIKOV A. F.
SCHERBATYUK A. F.
SEBRYAKOV G. G.
SIGOV A. S.
SOJFER V. A.
SOLOMENTSEV Yu. M.
VASSILYEV S. N.
YUSUPOV R. M.
ZHELTOV S. Yu.

Editorial Council:
ALIEV T. A., Azerbaijan
DORANTES D. J., PhD, Turkey
GARASCHENKO F. G., Ukraine
GROUMPOS P. P., PhD, Greece
ISIDORI A., PhD, Italy
KATALINIC B., PhD, Austria
LIN CH.-Y., PhD, Taiwan
MASON O. J., PhD, Ireland
ORTEGA R. S., PhD, France
SKIBNIEWSKI M. J., PhD, USA
STRZELECKI R. M., PhD, Poland
SUBUDHI B. D., PhD, India
BOBTSOV A. A.
BUKOV V. N.
ERMOLOV I. L.
FILARETOV V. F.
FRADKOV V. L.
FURSOV V. A.
ILYASOV B. G.
KOROSTELEV V. F.
LEBEDEV G. N.
LOKHIN V.M.
MAGOMEDOV M. Kh.
PUTOV V. V.
PSHIKHOPOV V. Kh.
RAPOPORT E. Ya.
SERGEEV S. F.
ZHUKOV I. A.

Editorial Staff:
BEZMENOVA M. Yu.

Director of the Publishing House:
ANTONOV B. I.

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospectives development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL AND INFORMATION PROCESSING

Bobtsov A. A., Ortega R., Nikolaev N. A., Slita O. V., Kozachek O. A., Wang C. Estimation of State Variables in the Ćuk Converter Mathematical Model with Partially Unknown Parameters 451

Tyrva V. O., Saushev A. V. Analytical Approach to the Design of Joint Motion Control of the Egratic System "Skipper-Ship" 459

AUTOMATION AND CONTROL TECHNOLOGICAL PROCESSES

Lutov A. G., Novozhenin M. B. Methodology of Automated Monitoring and Control of Pump Complex Operation Modes in Conditions of Cavitation Occurrence 468

Astapenko N. V., Koshekov K. T. Automation of Control of Technological Process of Storage in a Granary with Horizontal Silos 475

DYNAMICS, BALLISTICS AND CONTROL OF AIRCRAFT

Lebedev G. N., Goncharenko V. I., Maximov N. A., Mikhailin D. A., Rumakina A. V. The Method of Operational Planning of Group Actions of Aircraft in the "Air Taxi" Mode 484

Aleshkin V. V., Zrazhevsky R. A., Golovanov P. N., Marusich V. O. Methods and Algorithms for Correcting Kinematic Equations in the Problem of Determining the Orientation of an Object 494

**Information about the journal is available online at:
http://novtex.ru/mech.html, e-mail: mech@novtex.ru**

© Издательство "Новые технологии", "Мехатроника, автоматизация, управление", 2021

УДК 681.51 DOI: 10.17587/mau.22.451-458

А. А. Бобцов[1], д-р техн. наук, проф., bobtsov@mail.ru,
Р. Ортега[2], д-р техн. наук, проф., romeo.ortega@itam.mx,
Н. А. Николаев[1], канд. техн. наук, доц., nikona@yandex.ru,
О. В. Слита[1], канд. техн. наук, доц., o-slita@yandex.ru,
О. А. Козачёк[1], магистрант, oakozachek@mail.ru, **Ч. Ван**[1], бакалавр, 2459020885@qq.com,
[1] Университет ИТМО, г. Санкт-Петербург,
[2] Instituto Tecnológico Autónomo de México, México

Оценка переменных состояния математической модели конвертора Чука с частично неизвестными параметрами*

Рассматривается задача синтеза наблюдателя переменных состояния для математической модели импульсного преобразователя напряжения постоянного тока, построенного по схеме Чука. Импульсные преобразователи являются одним из основных компонентов большинства современных электротехнических устройств, и предложенная Слободаном Чуком схема в 70-е годы двадцатого столетия до сих пор является востребованной и актуальной. Традиционно в качестве алгоритма управления преобразователями мощности используют ПИ (пропорционально-интегральные) регуляторы или пропорционально-интегральный адаптивный алгоритм управления (PI-PBC), базирующийся на методах пассификации и превосходящий стандартные ПИ регуляторы по точности. Однако для построения PI-PBC-регулятора требуется знать весь вектор переменных состояния преобразователя, и более того, все его параметры должны быть точно известны. К сожалению, на практике такие допущения не выполняются, поскольку возможен параметрический дрейф, а измерения состояния преобразователя требуют дополнительной сенсорики, что в ряде случаев себя не оправдывает. Таким образом, возникает необходимость в разработке дополнительных наблюдателей или устройств оценки, которые позволяют получать данные обо всех переменных преобразователя, а также его параметрах.

В данной статье предлагается новый подход к синтезу наблюдателя переменных состояния преобразователя Чука, базирующийся на методе GPEBO (обобщенный наблюдатель, основанный на оценке параметров). Задача решена в предположении, что измерению доступен только выходной сигнал, а именно, выходное напряжение преобразователя, но часть параметров математической модели преобразователя предполагаются неизвестными. Важным аспектом синтеза наблюдателя является разработка алгоритма оценки неизвестных параметров и вектора состояния математической модели, обеспечивающего сходимость за конечное время. Сходимость за конечное время крайне важна при синтезе наблюдателей, поскольку переходные процессы в импульсных преобразователях происходят очень быстро.

Ключевые слова: *импульсный преобразователь, наблюдатель, оценка за конечное время, идентификация параметров, линейная система с переменными параметрами*

Введение

Импульсные преобразователи мощности в настоящее время являются важным компонентом большинства электротехнических устройств. Задача построения импульсных преобразователей далеко не нова, так, например, схема импульсного преобразователя, рассматриваемого в данной работе, была предложена Слободаном Чуком в 70-е годы прошлого столетия [1]. За прошедшее с того момента время развивались и схемотехнические решения преобразователей, опирающиеся на совершенствование элементной базы, и решения, направленные на развитие алгоритмов управления коммутирующим устройством импульсного преобразователя. В настоящее время существует несколько вариантов как схемотехнического построения импульсных преобразователей напряжения, так и алгоритмов управления, используемых в преобразователях [2].

Несмотря на то, что преобразователь Чука известен достаточно давно, интерес исследователей к нему не угасает как в России [3—5], так и за рубежом [6—8]. В данной работе рассматривается преобразователь Чука [9], электрическая схема которого приведена на рис. 1.

*Статья подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, грант 2019-0898.

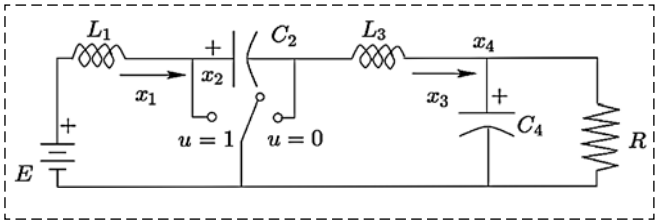

Рис. 1. Электрическая схема преобразователя Чука
Fig. 1. The circuit of the Ćuk converter

Управление данным преобразователем осуществляется путем подачи управляющего сигнала на коммутирующий элемент, которым может являться, например, полевой транзистор. Большинство импульсных преобразователей управляются с помощью классического пропорционально-интегрального регулятора, при этом в случае правильной настройки параметров данный регулятор обеспечивает приемлемое качество работы преобразователя. Однако непрерывно растущие требования к качеству работы преобразователя в широком диапазоне изменения параметров модели накладывают и более высокие требования на регулятор. Так, например, в качестве алгоритма управления может быть использован пропорционально-интегральный адаптивный алгоритм управления (PI-PBC), базирующийся на пассификации (см., например, [10—13]). Для построения PI-PBC-регулятора необходимы измерения всего вектора состояния, при этом доступной измерению является только выходная переменная. Таким образом, для построения регулятора необходимо разработать алгоритм оценки переменных состояния преобразователя. Задача синтеза такого наблюдателя при условии, что измеряется только выходная переменная и часть параметров математической модели является неизвестными, и решается в настоящей работе.

Постановка задачи

Рассмотрим математическую модель преобразователя Чука, соответствующую схеме, приведенной на рис. 1. В математической модели учтены паразитные значения активных сопротивлений катушек индуктивности:

$$\begin{aligned} L_1\dot{x}_1 &= -r_1x_1 - (1-u)x_2 + E;\\ C_2\dot{x}_2 &= (1-u)x_1 + ux_3;\\ L_3\dot{x}_3 &= -ux_2 - r_2x_3 - x_4;\\ C_4\dot{x}_4 &= x_3 - \frac{1}{r_L}x_4;\\ y &= x_4, \end{aligned} \qquad (1)$$

где $\mathbf{x} \in R^{4\times 1}$ — вектор состояния; x_1 — ток через катушку индуктивности L_1; x_2 — напряжение на конденсаторе C_2; x_3 — ток через катушку индуктивности L_4; x_4 — напряжение на конденсаторе C_4; E — напряжение питания; r_1 — активное сопротивление катушки индуктивности L_1; r_2 — активное сопротивление катушки индуктивности L_4; r_L — сопротивление нагрузки; $u \in (0, 1)$ — управляющее воздействие; y — выходная переменная, доступная измерению. Предполагается, что величины r_2 и r_L являются неизвестными.

Перепишем модель (1) в векторно-матричной форме:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_0(t)\mathbf{x} + \mathbf{B}E; \qquad (2)$$

$$y = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}, \qquad (3)$$

где $$\mathbf{A}_0(t) = \begin{bmatrix} -\frac{r_1}{L_1} & -\frac{(1-u)}{L_1} & 0 & 0\\ \frac{(1-u)}{C_2} & 0 & \frac{u}{C_2} & 0\\ 0 & -\frac{u}{L_3} & -\frac{r_2}{L_3} & -\frac{1}{L_3}\\ 0 & 0 & \frac{1}{C_4} & -\frac{1}{r_LC_4} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1}\\ 0\\ 0\\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 1 \end{bmatrix}.$$

В данной работе ставится задача синтеза наблюдателя, формирующего оценки переменных состояния преобразователя при условии, что измеряется только выходная переменная и часть параметров математической модели (r_2 и r_L) неизвестны, при этом алгоритм оценки должен обеспечивать выполнение целевого условия

$$\lim_{t\to\infty}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) = 0. \qquad (4)$$

Синтез наблюдателя

Нетрудно видеть, что модель вида (2), (3) является линейной системой с переменными параметрами. Традиционным решением для построения наблюдателя является фильтр Калмана—Бьюси [14]. Хорошо известно, что фильтр Калмана—Бьюси генерирует экспоненциально сходящиеся оценки состояния системы при условии, что пара ($\mathbf{C}(t)$, $\mathbf{A}_0(t)$) полностью наблюдаема. Однако по условиям задачи величины r_2

и r_L являются неизвестными, и фильтр Калмана—Бьюси не может быть применен.

В данной работе для синтеза наблюдателя используется обобщенный подход к синтезу, основанный на оценке параметров (GPEBO — generalized parameter estimation-based observer) [15].

Рассмотрим уравнение для $\dot{x}_4$ из системы (1):

$$\dot{x}_4 = \frac{x_3}{C_4} - \frac{1}{r_L C_4} x_4,$$

тогда x_3 можно записать в виде

$$x_3 = \frac{1}{r_L} x_4 + C_4 \dot{x}_4 = \frac{1}{r_L} y + C_4 \dot{y}.$$

Подставим последнее равенство в уравнение для $\dot{x}_3$ из (1). Тогда получаем

$$\dot{x}_3 = -\frac{u}{L_3} x_2 - \frac{r_2}{L_3}\left(\frac{1}{r_L} y + C_4 \dot{y}\right) - \frac{1}{L_3} x_4.$$

Таким образом, систему вида (1) можно переписать в виде

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= \frac{-r_1}{L_1} x_1 - \frac{(1-u)}{L_1} x_2 + \frac{E}{L_1};\\
\dot{x}_2 &= \frac{(1-u)}{C_2} x_1 + \frac{u}{C_2} x_3;\\
\dot{x}_3 &= \frac{-u}{L_3} x_2 - \frac{r_2}{L_3}\left(\frac{1}{r_L} y + C_4 \dot{y}\right) - \frac{1}{L_3} x_4;\\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{C_4} x_3 - \frac{1}{C_4 r_L} y;\\
y &= x_4
\end{aligned} \tag{5}$$

или в компактной векторно-матричной форме:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \boldsymbol{\theta}_1 y + \boldsymbol{\theta}_2 \dot{y} + \mathbf{B}\mathbf{E}; \tag{6}$$

$$y = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}, \tag{7}$$

где $\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{r_1}{L_1} & -\frac{(1-u)}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{(1-u)}{C_2} & 0 & \frac{u}{C_2} & 0 \\ 0 & -\frac{u}{L_3} & 0 & -\frac{1}{L_3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_4} & 0 \end{bmatrix}$;

$$\boldsymbol{\theta}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{r_2}{L_3 r_L} \\ -\frac{1}{C_4 r_L} \end{bmatrix};\quad \boldsymbol{\theta}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{r_2 C_4}{L_3} \\ 0 \end{bmatrix};\quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};\quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, легко видеть, что задача синтеза наблюдателя для системы (1) эквивалентна задаче синтеза наблюдателя для системы (6), (7).

Утверждение 1.

Рассмотрим динамическую систему, описываемую уравнениями (6), (7). Тогда наблюдатель вида

$$\hat{\mathbf{x}} = \boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\Omega}_1\boldsymbol{\theta}_1 + \boldsymbol{\Omega}_2\boldsymbol{\theta}_2, \tag{8}$$

где

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{B}\mathbf{E}; \tag{9}$$

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}}_1 = \mathbf{A}\boldsymbol{\Omega}_1 + \mathbf{I}y; \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\Omega}_2 = \mathbf{M} + \mathbf{I}y; \tag{11}$$

$$\dot{\mathbf{M}} = \mathbf{A}\boldsymbol{\Omega}_2; \tag{12}$$

$$\dot{\boldsymbol{\Phi}}(t) = \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}(t),\ \ \boldsymbol{\Phi}(0) = \mathbf{I}; \tag{13}$$

$$\dot{\boldsymbol{\Upsilon}} = -\lambda\boldsymbol{\Upsilon} + \lambda\mathbf{m}q; \tag{14}$$

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\lambda\boldsymbol{\Omega} + \lambda\mathbf{m}\mathbf{m}^{\mathrm{T}}; \tag{15}$$

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\Theta}}}_i = \gamma_i \Delta(\boldsymbol{\Upsilon} - \Delta\widehat{\boldsymbol{\Theta}}_i), \tag{16}$$

где $\mathbf{I}$ — единичная матрица размера 4 × 4; $\boldsymbol{\Omega}_1$, $\boldsymbol{\Omega}_2$ — квадратные матрицы размера 4 × 4; $\lambda > 0$, $\gamma_i > 0$, $i = 1...7$, совместно с

$$\boldsymbol{\Upsilon} = \mathrm{adj}(\boldsymbol{\Omega}); \tag{17}$$

$$\Delta = \det(\boldsymbol{\Omega}), \tag{18}$$

обеспечивают ограниченность всех сигналов в системе и выполнение целевого условия (4).

Доказательство.

Рассмотрим уравнение ошибки

$$\mathbf{e} = \boldsymbol{\xi} - \mathbf{x} + \boldsymbol{\Omega}_1\boldsymbol{\theta}_1 + \boldsymbol{\Omega}_2\boldsymbol{\theta}_2. \tag{19}$$

Продифференцируем уравнение (19) по времени. Тогда для производной $\dot{\mathbf{e}}$ можно записать:

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\boldsymbol{\xi}} - \dot{\mathbf{x}} + \dot{\boldsymbol{\Omega}}_1\boldsymbol{\theta}_1 + \dot{\boldsymbol{\Omega}}_2\boldsymbol{\theta}_2. \tag{20}$$

Подставим в выражение (20) уравнения (6), (9)—(12). Тогда получим

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{e}} &= \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{B}\mathbf{E} - \mathbf{A}\mathbf{x} - \boldsymbol{\theta}_1 y - \boldsymbol{\theta}_2 \dot{y} -\\
&- \mathbf{B}\mathbf{E} + (\mathbf{A}\boldsymbol{\Omega}_1 + \mathbf{I}y)\boldsymbol{\theta}_1 + (\mathbf{A}\boldsymbol{\Omega}_2 + \mathbf{I}\dot{y})\boldsymbol{\theta}_2;\\
\dot{\mathbf{e}} &= \mathbf{A}\mathbf{e}.
\end{aligned} \tag{21}$$

Найдем решение уравнения $\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}\mathbf{e}$:

$$\mathbf{e}(t) = \boldsymbol{\Phi}(t)\boldsymbol{\theta};\ \ \dot{\boldsymbol{\Phi}}(t) = \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}(t);\ \ \boldsymbol{\Phi}(0) = \mathbf{I},$$

где $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{e}_0$ — начальные условия; $\boldsymbol{\Phi}(t)$ — фундаментальная матрица [16, 17].

Таким образом, вектор состояния модели (6) можно выразить из уравнения (19) как

$$\mathbf{x} = \xi - \mathbf{\Phi}(t)\boldsymbol{\theta} + \mathbf{\Omega}_1\boldsymbol{\theta}_1 + \mathbf{\Omega}_2\boldsymbol{\theta}_2. \qquad (22)$$

Однако непосредственно из соотношения (22) оценку вектора состояния системы (6), (7) получить нельзя, так как в (22) содержатся неизвестные постоянные параметры $\boldsymbol{\theta}$, $\boldsymbol{\theta}_1$, $\boldsymbol{\theta}_2$. Поэтому для того, чтобы получить оценки вектора состояния, необходимо найти неизвестные постоянные параметры $\boldsymbol{\theta}$, $\boldsymbol{\theta}_1$, $\boldsymbol{\theta}_2$.

Сформируем линейную регрессионную модель. Умножим левую и правую части последнего уравнения на $\mathbf{C}^{\mathrm{T}}$ и получим

$$y = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\xi - \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi}(t)\boldsymbol{\theta} + \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{\Omega}_1\boldsymbol{\theta}_1 + \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{\Omega}_2\boldsymbol{\theta}_2. \qquad (23)$$

На основе уравнения (23) запишем линейную регрессионную модель

$$q_1 = \mathbf{m}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}_1, \qquad (24)$$

где $q_1 = y - \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\xi$; $\mathbf{m}_1^{\mathrm{T}} = [-\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi} \quad \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{\Omega}_1 \quad \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{\Omega}_2]$; $\boldsymbol{\Theta}_1 = [\boldsymbol{\theta} \quad \boldsymbol{\theta}_1 \quad \boldsymbol{\theta}_2]^{\mathrm{T}}$.

Рассмотрим уравнение (24). Отметим, что часть элементов векторов неизвестных параметров $\boldsymbol{\theta}_1$ и $\boldsymbol{\theta}_2$ являются нулевыми, следовательно, нет необходимости их оценивать.

Рассмотрим уравнение (23). Вычислим последние два слагаемых:

$$\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{\Omega}_1\boldsymbol{\theta}_1 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]\mathbf{\Omega}_1\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dfrac{r_2}{L_3 r_L} \\ -\dfrac{1}{C_4 r_L} \end{bmatrix} =$$

$$= [\Omega_1(4,3) \quad \Omega_1(4,4)]\begin{bmatrix} \theta_1(3,1) \\ \theta_1(4,1) \end{bmatrix},$$

где $\Omega_1(4, 3)$, $\Omega_1(4, 4)$, $\theta_1(3, 1)$ и $\theta_1(4, 1)$ — соответствующие элементы матрицы $\mathbf{\Omega}_1$ и вектора $\boldsymbol{\theta}_1$;

$$C^{\mathrm{T}}\mathbf{\Omega}_2\boldsymbol{\theta}_2 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]\mathbf{\Omega}_2\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dfrac{r_2 C_4}{L_3} \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \Omega_2(4,3)\theta_2(3,1),$$

где $\Omega_2(4, 3)$ и $\theta_2(3, 1)$ — соответствующие элементы матрицы $\mathbf{\Omega}_2$ и вектора $\boldsymbol{\theta}_2$.

Теперь исходную регрессионную модель (24) можно переписать в виде

$$q = \mathbf{m}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}, \qquad (25)$$

где $q = y - \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\xi$; $\mathbf{m}^{\mathrm{T}} = [-\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{\Phi} \ \Omega_1(4,3) \ \Omega_1(4,4) \ \Omega_2(4,3)]$; $\boldsymbol{\Theta} = [\boldsymbol{\theta} \ \theta_1(3,1) \ \theta_1(4,1) \ \theta_2(3,1)]^{\mathrm{T}}$.

Таким образом, необходимо найти семь неизвестных параметров линейной регрессионной модели (25).

В данной работе используются методы GPEBO и динамического расширения регрессора и смешивания (DREM — dynamic regressor extension and mixing [18]). Поэтому выполним следующие преобразования:

$$\mathbf{m}q = \mathbf{m}\mathbf{m}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Theta}. \qquad (26)$$

Если применить к последнему выражению фильтр вида $\dfrac{\lambda}{p+\lambda}$, где λ — положительный коэффициент; p — оператор дифференцирования, то получим, что

$$\mathbf{Y} = \mathbf{\Omega}\boldsymbol{\Theta}, \qquad (27)$$

где функции $\mathbf{Y}$ и $\mathbf{\Omega}$ определяются с соответствии с дифференциальными уравнениями (14) и (15) или в виде передаточных функций $\mathbf{Y} = \dfrac{\lambda}{p+\lambda}\mathbf{m}q$ и $\mathbf{\Omega} = \dfrac{\lambda}{p+\lambda}\mathbf{m}\mathbf{m}^{\mathrm{T}}$.

Умножим левую и правую часть равенства (27) на присоединенную матрицу (adj($\mathbf{\Omega}$)):

$$\Delta\boldsymbol{\Theta} = \Upsilon, \qquad (28)$$

где $\mathbf{Y}$ и Δ определяются в соответствии с соотношениями (17) и (18), а именно $\Upsilon = \mathrm{adj}(\mathbf{\Omega})\mathbf{Y}$, $\Delta = \det(\mathbf{\Omega})$.

Очевидно, что оценку параметров $\boldsymbol{\Theta}$ регрессионной модели (28) можно выполнить с помощью градиентного алгоритма [19] вида

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\Theta}}}_i = \gamma_i\Delta(\Upsilon - \Delta\hat{\boldsymbol{\Theta}}_i). \qquad (29)$$

В этом случае алгоритм оценки переменных состояния системы (6) может быть записан следующим образом:

$$\hat{\mathbf{x}} = \xi - \mathbf{\Phi}(t)\hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{\Omega}_1\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 + \mathbf{\Omega}_2\hat{\boldsymbol{\theta}}_2, \qquad (30)$$

где $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \hat{\Theta}_1 \\ \hat{\Theta}_2 \\ \hat{\Theta}_3 \\ \hat{\Theta}_4 \end{bmatrix}$; $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hat{\Theta}_5 \\ \hat{\Theta}_6 \end{bmatrix}$; $\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hat{\Theta}_7 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Утверждение доказано.

Для обеспечения сходимости оценок параметров (29) за конечное время используем алгоритм, предложенный в работе [20]:

$$\boldsymbol{\Theta}_{FCT} = \frac{1}{1-\omega_c}(\widehat{\boldsymbol{\Theta}} - \omega_c \widehat{\boldsymbol{\Theta}}(0)),$$

где $\omega_c = \begin{cases} \omega, & \text{если } \omega < 1-\mu; \\ 1-\mu, & \text{если } \omega \geqslant 1-\mu, \end{cases}$

$\dot{\omega} = -\gamma\Delta^2\omega, \ \ \omega(0) = 1.$

Тогда оценка переменных состояния системы (6) за конечное время может быть выполнена следующим образом:

$$\hat{\mathbf{x}}_{FCT} = \boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\Phi}(t)\hat{\boldsymbol{\theta}}_{FCT} + \boldsymbol{\Omega}_1\hat{\boldsymbol{\theta}}_{1FCT} + \boldsymbol{\Omega}_2\hat{\boldsymbol{\theta}}_{2FCT},$$

где $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{FCT} = \begin{bmatrix} \Theta_{1FCT} \\ \Theta_{2FCT} \\ \Theta_{3FCT} \\ \Theta_{4FCT} \end{bmatrix}; \ \hat{\boldsymbol{\theta}}_{1FCT} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Theta_{5FCT} \\ \Theta_{6FCT} \end{bmatrix}; \ \hat{\boldsymbol{\theta}}_{2FCT} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Theta_{7FCT} \\ 0 \end{bmatrix}.$

Результаты моделирования

Параметры импульсного преобразователя, использованные при моделировании, приведены в табл. 1.

При моделировании использовался фильтр вида $\frac{100\lambda}{p+\lambda}$, начальные условия $\mathbf{x}(0) = [0,5\ 10\ -1\ -12]^{\mathrm{T}}$; $\xi(0) = [0\ 0\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$, моделирование проводилось для разных значений параметров $\gamma_i = 10^9, 10^{10}, 10^{11}$.

Так как начальные условия вектора $\boldsymbol{\xi}$ были выбраны нулевыми, то оценки $\Theta_{FCT}(1, 1)$, $\Theta_{FCT}(2, 1)$, $\Theta_{FCT}(3, 1)$, $\Theta_{FCT}(4, 1)$ являются оценками начальных условий $x_1(0)$, $x_2(0)$, $x_3(0)$, $x_4(0)$ соответственно, и оценки $\Theta_{FCT}(5, 1)$, $\Theta_{FCT}(6, 1)$, $\Theta_{FCT}(7, 1)$ — оценками постоянных параметров $\theta_1(3,1) = -\frac{r_2}{L_3 r_L}$, $\theta_1(4,1) = -\frac{1}{C_4 r_L}$ и $\theta_2(3,1) = -\frac{r_2 C_4}{L_3}$

Параметры системы

System parameters

Название	Обозначение	Значение
Входное напряжение	E, В	12
Паразитное сопротивление	r_1, Ом	1,7
Паразитное сопротивление	r_2, Ом	1,7
Сопротивление нагрузки	r_L, Ом	20
Индуктивность	L_1, мГн	10
Индуктивность	L_3, мГн	10
Емкость	C_2, мкФ	22
Емкость	C_4, мкФ	22

соответственно. Очевидно, что после получения оценок параметров $\Theta_{FCT}(5, 1)$, $\Theta_{FCT}(6, 1)$, $\Theta_{FCT}(7, 1)$ можно однозначно определить значения неизвестных параметров математической модели r_2 и r_L.

Результаты моделирования приведены на рис. 2—12. На рис. 2—8 приведены результаты оценки неизвестных параметров, на рис. 9—12 приведены результаты оценки переменных состояния.

По результатам моделирования можно сделать вывод, что оценка параметров и оценки переменных состояния выполняются с нулевой установившейся ошибкой.

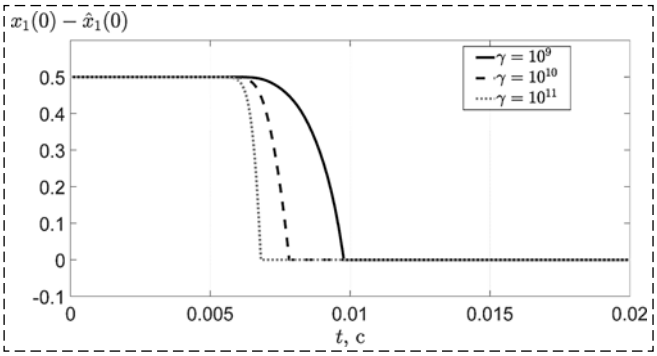

Рис. 2. Ошибка $x_1(0) - \Theta_{FCT}(1, 1)$
Fig. 2. The error $x_1(0) - \Theta_{FCT}(1, 1)$

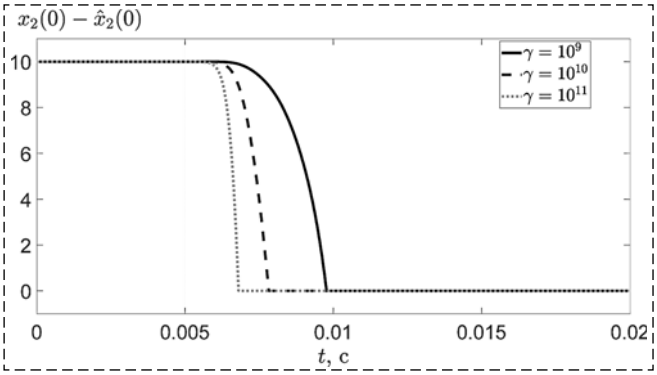

Рис. 3. Ошибка $x_2(0) - \Theta_{FCT}(2, 1)$
Fig. 3. The error $x_2(0) - \Theta_{FCT}(2, 1)$

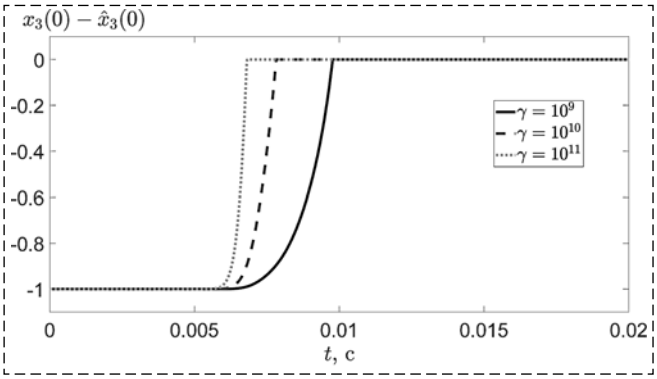

Рис. 4. Ошибка $x_3(0) - \Theta_{FCT}(3, 1)$
Fig. 4. The error $x_3(0) - \Theta_{FCT}(3, 1)$

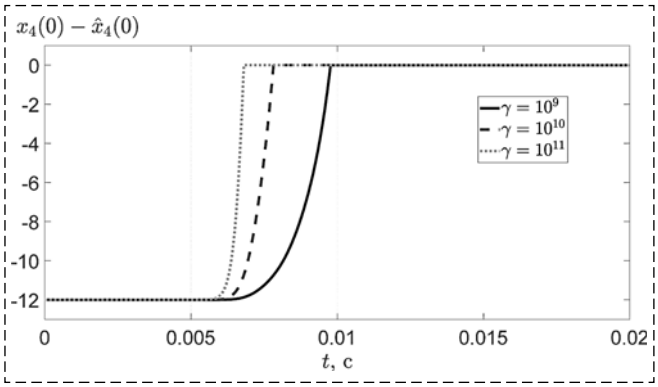

Рис. 5. Ошибка $x_4(0) - \Theta_{FCT}(4, 1)$
Fig. 5. The error $x_4(0) - \Theta_{FCT}(4, 1)$

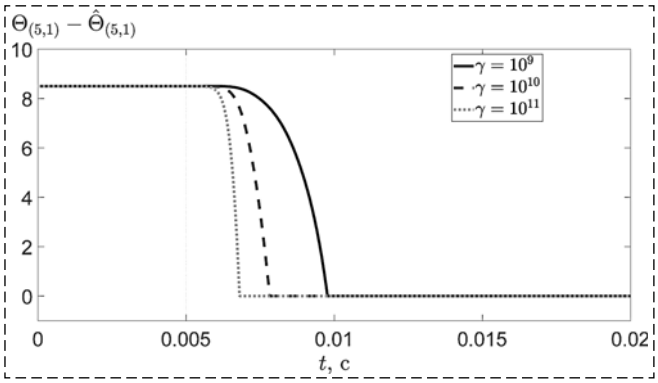

Рис. 6. Ошибка $\theta_1(3, 1) - \Theta_{FCT}(5, 1)$.
Fig. 6. The error $\theta_1(3, 1) - \Theta_{FCT}(5, 1)$

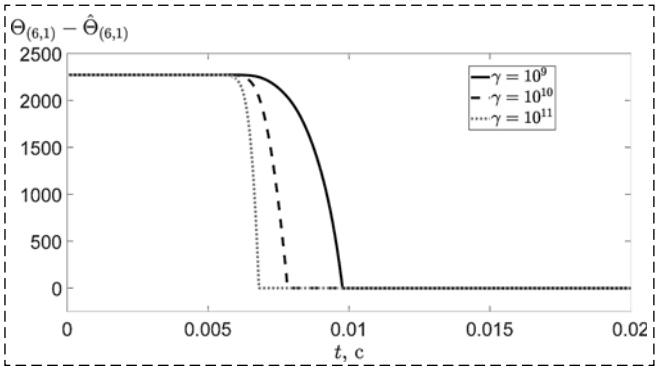

Рис. 7. Ошибка $\theta_1(4, 1) - \Theta_{FCT}(6, 1)$
Fig. 7. The error $\theta_1(4, 1) - \Theta_{FCT}(6, 1)$

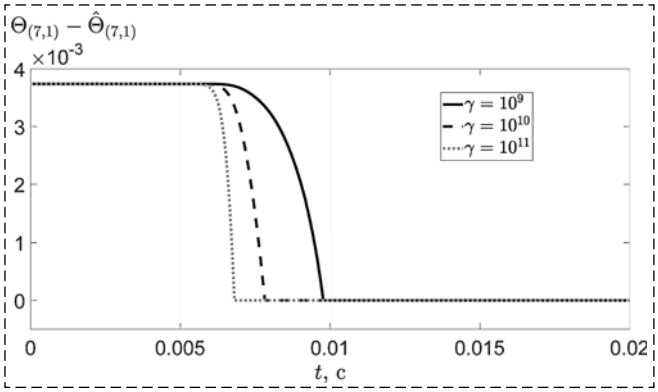

Рис. 8. Ошибка $\theta_2(3, 1) - \Theta_{FCT}(7, 1)$
Fig. 8. The error $\theta_2(3, 1) - \Theta_{FCT}(7, 1)$

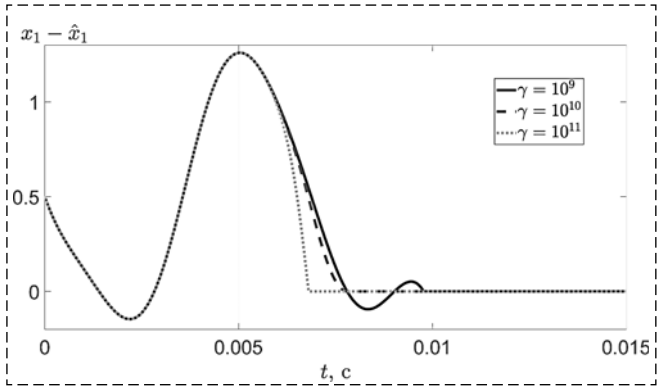

Рис. 9. Ошибка $x_1 - \hat{x}_1$
Fig. 9. The error $x_1 - \hat{x}_1$

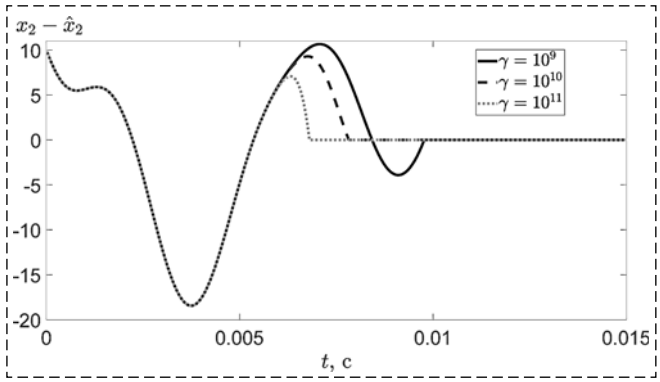

Рис. 10. Ошибка $x_2 - \hat{x}_2$
Fig. 10. The error $x_2 - \hat{x}_2$

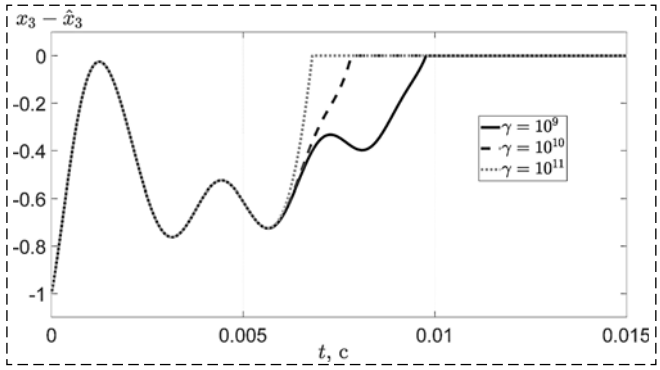

Рис. 11. Ошибка $x_3 - \hat{x}_3$
Fig. 11. The error $x_3 - \hat{x}_3$

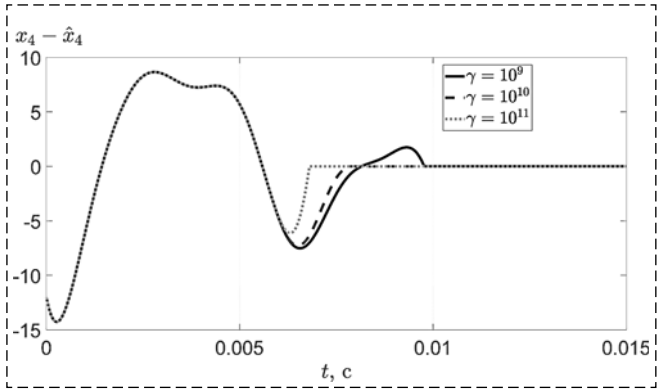

Рис. 12. Ошибка $x_4 - \hat{x}_4$
Fig. 12. The error $x_4 - \hat{x}_4$

Заключение

В статье предложен наблюдатель состояния для математической модели, описывающей динамику импульсного преобразователя напряжения, собранного по схеме Чука. Задача решена в предположении, что измеряется только выходная переменная, и часть параметров математической модели преобразователя являются неизвестными постоянными величинами. Результаты математического моделирования иллюстрируют работоспособность предложенного алгоритма.

Список литературы

1. **Cuk S., Middlebrook R. D.** A new optimum topology switching DC-to-DC converter // EEE Power Electronics Specialists Conference. 1977. P. 160—179. doi:10.1109/PESC.1977.7070814.

2. **Rosa A. H.R., Morais L. M.F., Fortes G. O., Seleme Júnior S. I.** Practical considerations of nonlinear control techniques applied to static power converters: A survey and comparative study // International Journal of Electrical Power and Energy Systems. 2021. Vol. 127, N. 106545.

3. **Коршунов А.** Импульсный преобразователь напряжения постоянного тока по схеме Чука // Силовая электроника. 2017. № 4. С. 60—66.

4. **Коршунов А.** Стабилизация выходного напряжения преобразователя Чука // Силовая электроника. 2017. Т. 5. № 68. С. 80—85.

5. **Коршунов А. И.** Особенности стабилизации напряжения постоянного тока с помощью преобразователя Чука // Практическая силовая электроника. 2017. № 4 (68). С. 2—9.

6. **Tuvar B. B., Ayalani M. H.** Analysis of a Modified Interleaved Non-Isolated Cuk Converter with wide range of load Variation and reduced Ripple content *// 3rd International Conference on Trends in Electronics and Informatics (ICOEI).* 2019. P. 406—411. doi:10.1109/ICOEI.2019.8862665.

7. **Rakshit S., Maity J. Fuzzy Logic Controlled Ćuk Converter** *// International Conference on Communication and Signal Processing (ICCSP).* 2018. P. 0771—0775. doi:10.1109/ICCSP.2018.8524168.

8. **Ilman S. M., Dahono A., Prihambodo M. A. K, Putra B. A. Y., Rizqiawan A., Dahono P. A.** Analysis and Control of Modified DC-DC Cuk Converter *// 2nd International Conference on High Voltage Engineering and Power Systems (ICHVEPS).* 2019. P. 1—6. doi:10.1109/ICHVEPS47643.2019.9011054.

9. **Ortega R., Loría A., Nicklasson P. J., Sira-Ramirez H.** Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications. Springer. 1998. 542 p.

10. **Perez M., Ortega R., Espinoza J.** Passivity-based PI control of switched power converters // IEEE Trans. Control Syst. Technol. 2004. Vol. 12, N. 6. P. 881—890.

11. **Dissanayake A. M., Ekneligoda N. C.** Adaptive passivity based control of DC-DC power electronic converters // IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition. 2019. P. 2984—2988.

12. **Vasca F., Xiannelli L.** Dynamics and Control of Switched Electronic Systems. Advanced Perspectives for Modeling, Simulation and Control of Power Converters. Springer. 2012. 492 p.

13. **Hernandez-Gomez M., Ortega R., Lamnabhi-Lagarrigue F., Escobar G.** Adaptive PI Stabilization of Switched Power Converters // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2009. Vol. 18, N. 3. P. 688—698.

14. **Kalman, R. E., Bucy, R. S.** New results in linear filtering and prediction theory // Journal of Basic Engineering. 1961. Vol. 83. P. 95—108.

15. **Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D.** Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical—biological reactors // Automatica. 2021. Vol. 129, N. 109635.

16. **Rugh W.** Linear systems theory. 1996. NJ, USA. Prentice Hall. 596 p.

17. **Дударенко Н. А., Нуйя О. С., Сержантова М. В., Слита О. В., Ушаков А. В.** Математические основы теории систем: лекционный курс и практикум. Санкт-Петербург. НИУ ИТМО, 2014. 292 с.

18. **Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A.** Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2017. Vol. 62, N. 7. P. 3546—3550.

19. **Sastry S., Bodson M.** Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness. New Jersey: Prentice-Hall, 1989. 377 p.

20. **Ortega R., Gerasimov D. N., Barabanov N. E., Nikiforov V. O.** Adaptive control of linear multivariable systems using dynamic regressor extension and mixing estimators: removing the high-frequency gain assumptions. 2019. Automatica. Vol. 110, N. 108589.

Estimation of State Variables in the Ćuk Converter Mathematical Model with Partially Unknown Parameters

A. A. Bobtsov[1], bobtsov@mail.ru, **R. Ortega**[2], romeo.ortega@itam.mx, **N. A. Nikolaev**[1], nikona@yandex.ru, **O. V. Slita**[1], o-slita@yandex.ru, **O. A. Kozachek**[1], oakozachek@mail.ru, **C. Wang**[1], 2459020885@qq.com

[1] ITMO University, Saint-Petersburg, 197101, Russian Federation,

[2] Instituto Tecnológico Autónomo de México, México

Corresponding author: **Bobtsov A. A.**, Dr. Sci., Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, e-mail: bobtsov@mail.ru

Accepted on May 21, 2021

Abstract

In this paper the solution was proposed for the state variables estimation problem in the mathematical model of the DC switch-mode power converter built according to the Ćuk scheme. Pulse converters are one of the main components of most modern electrical devices and the circuit proposed by Slobodan Ćuk in the 70s of the 20th century is still relevant and demanded. Traditionally, PI (proportional-integral) controllers or proportional-integral adaptive control algorithm

(PI-PBC), based on passification methods and superior to standard PI controllers in accuracy, are used as the control algorithm for power converters. However, you need to know the entire vector of the state variables of the converter to build a PI-PBC controller, and moreover, all its parameters must be accurately known. Unfortunately, in practice, such assumptions are not fulfilled, since parametric drifting is possible, and measurements of the converter's state require additional sensors, which in some cases does not justify itself. Thus, there is a need to develop additional observers or estimators that allow obtaining data on all variables of the converter, as well as its parameters. The solution is based on the GPEBO method (generalized parameter estimation-based observers). The problem was solved under assumption that only the output signal (the output voltage of the converter) is measurable and some of the mathematical model parameters are unknown. An important aspect of the observer design is the development of an algorithm for unknown parameters and the state vector of a mathematical model estimation that ensures convergence in a finite time. Finite-time convergence is extremely important when designing observers since transients in pulse converters occur very quickly.

Keywords: *switch-mode converter, observer, finite-time estimation, parameters identification, linear system with variable parameters*

Acknowledgements: This paper is partially supported by the Ministry of Science and Higher Education of Russian Federation, passport of goszadanie no. 2019-0898.

For citation:

Bobtsov A. A., Ortega R., Nikolaev N. A., Slita O. V., Kozachek O. A., Wang C. Estimation of State Variables in the Ćuk Converter Mathematical Model with Partially Unknown Parameters, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2021, vol. 22, no. 9, pp. 451—458.

DOI: 10.17587/mau.22.451-458

References

1. **Cuk S., Middlebrook R. D.** A new optimum topology switching DC-to-DC converter, *EEE Power Electronics Specialists Conference*, 1977. pp. 160—179, doi:10.1109/PESC.1977.7070814.

2. **Rosa A. H.R., Morais L. M.F., Fortes G. O., Seleme Júnior S. I.** Practical considerations of nonlinear control techniques applied to static power converters: A survey and comparative study*, International Journal of Electrical Power and Energy Systems,* 2021, vol. 127, no. 106545.

3. **Korshunov A. I.** DC voltage pulse converter according to Cuk's scheme, *Silovaya Electronica,* 2017, no. 4, pp. 60—66 (in Russian).

4. **Korshunov A. I.** Stabilization of the output voltage of the Cuk converter. *Silovaya Electronica,* 2017, vol. 5, no. 68, pp. 80—85 (in Russian).

5. **Korshunov A. I.** Features of DC voltage stabilization using a Cuk convertor // *Practicheskaya Silovaya Electronica*, 2017, no. 4 (68), pp. 2—9 (in Russian).

6. **Tuvar B. B., Ayalani M. H.** Analysis of a Modified Interleaved Non-Isolated Cuk Converter with wide range of load Variation and reduced Ripple content, *3rd International Conference on Trends in Electronics and Informatics (ICOEI),* 2019, pp. 406—411, doi:10.1109/ICOEI.2019.8862665.

7. **Rakshit S., Maity J.** Fuzzy Logic Controlled Ćuk Converter, *International Conference on Communication and Signal Processing (ICCSP),* 2018, pp. 0771—0775, doi:10.1109/ICCSP.2018.8524168.

8. **Ilman S. M., Dahono A., Prihambodo M. A. K., Putra B. A. Y., Rizqiawan A., Dahono P. A.** Analysis and Control of Modified DC-DC Cuk Converter, *2nd International Conference on High Voltage Engineering and Power Systems (ICHVEPS),* 2019, pp. 1—6, doi:10.1109/ICHVEPS47643.2019.9011054.

9. **Ortega R., Loría A., Nicklasson P. J., Sira-Ramirez H.** Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications, Springer, 1998, 542 p.

10. **Perez M., Ortega R., Espinoza J.** Passivity-based PI control of switched power converters, *IEEE Trans. Control Syst. Technol.,* 2004, vol. 12, no. 6, pp. 881—890.

11. **Dissanayake A. M., Ekneligoda N. C.** Adaptive passivity based control of DC-DC power electronic converters, *IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*, 2019, pp. 2984—2988.

12. **Vasca F., XIannelli L.** Dynamics and Control of Switched Electronic Systems. Advanced Perspectives for Modeling, Simulation and Control of Power Converters, Springer, 2012, 492 p.

13. **Hernandez-Gomez M., Ortega R., Lamnabhi-Lagarrigue F., Escobar G.** Adaptive PI Stabilization of Switched Power Converters, *IEEE Transactions on Control Systems Technology,* 2009, vol. 18, no. 3, pp. 688—698.

14. **Kalman R. E., Bucy R. S.** New results in linear filtering and prediction theory, *Journal of Basic Engineering*, 1961, vol. 83, pp. 95—108.

15. **Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D.** Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical—biological reactors, *Automatica,* 2021, vol. 129, no. 109635.

16. **Rugh W.** Linear systems theory, NJ, USA, Prentice Hall, 1996, 596 p.

17. **Dudarenko N. A., Nuya O. S. Serzhantova M. V., Slita O. V., Ushakov A. V.** Mathematical basics of system theory: lectures and practice task, Saint-Petersburg NIU ITMO, 2014, 292 p. (in Russian).

18. **Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A.** Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, vol. 62, no. 7, pp. 3546—3550.

19. **Sastry S., Bodson M.** Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness, New Jersey, Prentice-Hall, 1989, 377 p.

20. **Ortega R., Gerasimov D. N., Barabanov N. E., Nikiforov V. O.** Adaptive control of linear multivariable systems using dynamic regressor extension and mixing estimators: removing the high-frequency gain assumptions, *Automatica,* 2019, vol. 110, no. 108589.

УДК: 62-50 DOI: 10.17587/mau.22.459-467

В. О. Тырва, канд. техн. наук, проф., v.tyrva@mail.ru,
А. В. Саушев, д-р техн. наук, зав. каф., saushev@bk.ru,
ФГБОУ ВО "ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова", г. Санкт-Петербург

Аналитический подход к конструированию совместного управления движением эргатической системы "судоводитель—судно"

Рассматривается задача конструирования совместного управления движением объекта водного транспорта — эргатической системы "судоводитель—судно". Совместное управление движением представляется в математической форме на основе модели действий и ответных реакций человека-оператора и машины, принятой в инженерной психологии для систем "человек—машина". Проведена формализация модели путем композиции математических моделей плоского движения судна и перемещений органов управления движителями (винтами) и рулями судна. Для судового человеко-машинного интерфейса предложено применять аппараты нового типа, с помощью которых совмещаются управляющие воздействия на орган управления со стороны судоводителя и управляющего автомата эргатической системы.

Для математического описания виртуальных сигналов дискретного управления при решении задач целеуказания и планирования предложен способ построения множества неполных представлений элементарных движений в пространстве состояний системы "судоводитель—судно". Получены количественные оценки попарно различных представлений элементарных движений и сигналов дискретного управления, реализующих переходы от одного элементарного движения к другому путем воздействий на движители и рули судна с помощью органов управления судового человеко-машинного интерфейса.

В целях унификации антропоморфного управления движением судна на уровнях целеуказания и планирования предложено применять шаблоны из нескольких сигналов дискретного управления исходя из опыта судовождения и решения задач математического программирования. Получено решение практической задачи оптимального по быстродействию антропоморфного управления перемещением судна от причальной стенки в камеру шлюза, которое предусматривает реализацию последовательности из десяти сигналов дискретного управления и двух шаблонов управления. Предложен способ оценки влияния сигнальных, параметрических и координатных неопределенностей на положение изображающей точки в пространстве состояний системы "судоводитель—судно" относительно номинальной траектории программного движения. Получены области интервальных представлений неопределенностей в подпространстве состояний "время—положение—скорость" судна. Рассмотрена процедура коррекции априорного описания номинального антропоморфного управления на основе шаблонов управления и анализа прямоугольников неопределенностей в подпространстве состояний системы "судоводитель—судно".

Ключевые слова: *эргатическая система, управление, пространство состояний, модель, планирование, неопределенность, судно*

Введение

Существующие системы управления движением судов относятся к классу эргатических систем, т. е. таких систем, в которых объектом (судном) управляет человек-оператор (ЧО), в рассматриваемом случае — судоводитель, и в процессе управления задействованы те или иные автоматические устройства. Такие системы называют также системами "человек—машина" (СЧМ) или, в рассматриваемом приложении, системой "судоводитель—судно" (ССС). По определению и по существующим техническим реализациям на морском и речном флоте ССС является автоматизированной системой. Например, в создании управляющих воздействий на исполнительный орган управления — руль — может принимать участие помимо судоводителя и автоматическое устройство — авторулевой, способный вести судно без участия ЧО по заданному им курсу.

Для судоводителя участие в управлении движением судна выражается в осуществлении целенаправленного процесса [1], повторяющиеся циклы которого включают следующие этапы: 1) получение информации о состоянии ССС и внешней среды; 2) формирование цели о некотором другом состоянии, в которое желательно перевести систему; 3) определение допустимых путей достижения системой поставленной цели; 4) выбор из множества допустимых решений наилучшего; 5) реализация принятого решения.

Перечисленные этапы целенаправленного процесса для стадий исследования и моделирования взаимодействия технической и биологической частей СЧМ образуют три уровня управления, представляемые как целеуказание, планирование и исполнение [2]. Первые два этапа называют подготовкой решения по управлению, что соответствует целеуказанию, третий и четвертый этапы относятся к плани-

рованию управления, пятый этап — к исполнению управления.

Взаимодействию ЧО и управляющего автомата (УА) СЧМ в работах [3—5] поставлены в соответствие математические модели действий и ответных реакций человека и машины. Они предусматривают возможность реализации совместного управления объектом с помощью органов управления (ОрУ) аппаратов специального назначения в составе человеко-машинного интерфейса (ЧМИ).

Настоящее исследование совместного управления техническим объектом в СЧМ проведено авторами в приложении к ССС. Общая математическая модель действий и ответных реакций СЧМ, рассмотренная в работе [3], конкретизирована для ССС и использована на уровнях целеуказания и планирования антропоморфного управления [5] движением судна с учетом неопределенностей [6], сопровождающих процесс конструирования управления, что определяет новизну полученных в статье результатов. Известно, что порядка 75 % навигационных аварийных случаев происходит по причине человеческого фактора и связаны с уровнем подготовки судоводителя, ответственного за обеспечение безопасности судовождения, наличия у него требуемого практического опыта, навыков судовождения и управления судном [7]. Целью работы является рассмотрение вопросов аналитического конструирования совместного управления движением эгратической системы "судоводитель—судно", направленных на повышение безопасности судовождения.

Построение множества неполных представлений элементарных движений системы "судоводитель—судно"

Основой описания СЧМ в пространстве состояний является множество **Z** неполных представлений элементарных движений, каждое из которых описывается нормальной системой обыкновенных дифференциальных уравнений. В векторно-матричной форме записи это множество имеет следующий вид [4]:

$$\mathbf{Z} = \{\dot{X} = F^r(X),\ r = 1, 2, \ldots, R\}, \qquad (1)$$

где $F^r(X)$ — вектор-функция от вектора X, представляемого матрицей-столбцом фазовых координат x_1, x_2, ..., x_N в $(1 + N)$-мерном пространстве состояний $\{t \times x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_N\}$; r — порядковый номер вектор-функции $F^r(X)$ в множестве **Z**. Точка над буквой X обозначает применение операции дифференцирования фазовых координат по времени t.

Построение множества **Z** неполных представлений $\dot{X} = F^r(X)$, $r = 1, 2, \ldots$, элементарных движений для базы знаний управляющего автомата ССС выполнено в соответствии с рис. 1 с использованием неподвижной $0x_1x_2x_3$ и связанной с судном $0x_4x_5x_6$ систем координат.

Фазовые координаты x_1, x_2, ..., x_8 ССС используются для ее описания в пространстве состояний $\{t \times x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_8\}$ при $N = 8$ с учетом значений упора x_7 движителя, угла x_8 перекладки руля и воздействий внешней среды, характеризуемых углом направления $y_в$ и скоростью $v_в$ ветра, а также углом направления $y_т$ и скоростью $v_т$ течения в месте расположения судна. Независимой переменной для траектории движения точки, изображающей состояние ССС в пространстве состояний, является время t.

В результате композиции уравнений динамики судна и действий судоводителя на основе модели МП (модели, реализуемой аппаратом непрерывного действия с многопозиционным органом управления) [3] получена нормальная система обыкновенных дифференциальных уравнений динамики ССС:

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{x}_1(t) = x_4(t)\cos x_3(t) - x_5(t)\sin x_3(t) + s_1(t);\\
&\dot{x}_2(t) = x_4(t)\sin x_3(t) + x_5(t)\cos x_3 + s_2(t);\\
&\dot{x}_3(t) = x_6(t);\\
&\dot{x}_4(t) = a_{41}x_5(t)x_6(t) + a_{42}x_4^2(t) +\\
&+ (a_{43} + a_{44}x_4(t))\big(x_7(t) + x_8(t)\big) + a_{15}\big|s_4(t)\big|s_4(t);\\
&\dot{x}_5(t) = a_{51}x_4(t)x_6(t) + a_{52}x_4(t)x_5(t) +\\
&+ a_{53}\big|x_5(t)\big|x_5(t) + a_{54}x_4^2(t)x_9(t) + a_{55}\big|s_5(t)\big|s_5(t);\\
&\dot{x}_6(t) = a_{61}x_4(t)x_6(t) + a_{62}x_4(t)x_5(t) +\\
&+ a_{63}x_4^2(t)x_9(t) + a_{64}\big|s_5(t)\big|s_5(t);\\
&\dot{x}_7(t) = a_7\omega_1;\\
&\dot{x}_8(t) = a_8\omega_2.
\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Первые шесть уравнений системы (2) описывают движение корпуса судна на плоскости $\{x_1 \times x_2\}$ в неподвижной системе координат $0x_1x_2$ (рис. 1), последние два уравнения — положение органов управления движителем и рулем. Коэффициенты a_{ij} рассчитываются с учетом геометрических характеристик судна, его осадки, глубины судового хода и других параметров. Значения коэффициентов a_7 и a_8 конкретизируются

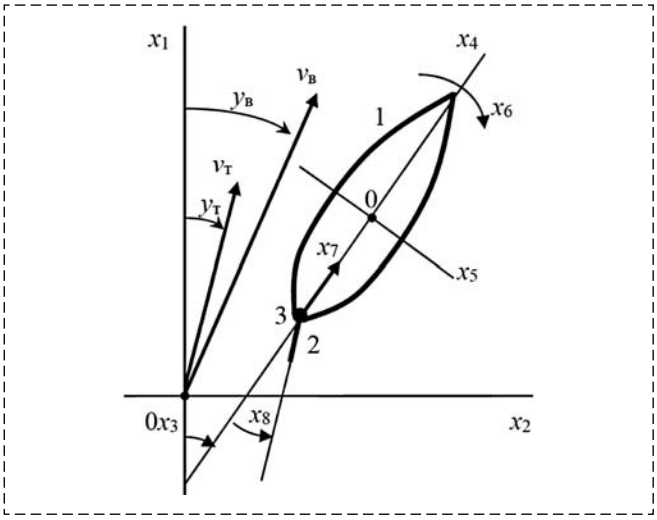

Рис. 1. Фазовые координаты x_1, x_2, ..., x_8 в задаче управления движением судна (1) с помощью руля (2) и движителя (3)

Fig. 1. Phase coordinates x_1, x_2, ..., x_8 in the control problem the movement of the vessel (1) by means of the rudder (2) and the propulsion system (3)

Таблица 1
Table 1

Нумерация неполных представлений элементарных плоских движений судна в множестве Z

Numbering of incomplete representations of elementary plane ship movements in the set Z

ω_{ij}	$\omega_2 = -1$	$\omega_2 = 0$	$\omega_2 = 1$
$\omega_1 = -1$	4	1	7
$\omega_1 = 0$	5	2	8
$\omega_1 = 1$	6	3	9

на основе экспериментальных данных и по рекомендациям инженерной психологии для конкретных аппаратов ЧМИ в ходовой рубке, ω_1 и ω_2 принимают значения, приведенные в табл. 1.

Влияние течения воды и ветра на движение судна характеризуется возмущающими воздействиями:

$$\left.\begin{aligned} s_1(t) &= v_{\text{т}}(t)\cos y_{\text{т}}(t);\\ s_2(t) &= v_{\text{т}}(t)\sin y_{\text{т}}(t);\\ s_4(t) &= v_{\text{в}}(t)\cos(x_3(t) - y_{\text{в}}(t)) -\\ &- v_{\text{т}}(t)\cos(x_3(t) - y_{\text{т}}(t)) - x_4(t);\\ s_5(t) &= -v_{\text{в}}(t)\sin(x_3(t) - y_{\text{в}}(t)) +\\ &+ v_{\text{т}}(t)\sin(x_3(t) - y_{\text{т}}(t)). \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Полное число попарно различных представлений элементарных движений в **Z**, заданном (1) для ССС, составляет $R = 3^2 = 9$ [4]. Конкретизируем их с помощью системы (2) и табл. 1.

Выделение неполного представления элементарного движения из множества (1) осуществляется следующим образом. Допустим, что требуется выделить элемент множества **Z** с номером 3. Тогда для ячейки табл. 1, содержащей номер 3, определяем: по горизонтали $\omega_1 = 1$, по вертикали $\omega_2 = 0$. Найденные таким образом значения ω_1 и ω_2 подставляем в систему уравнений (2) и получаем математическую модель неполного представления элементарного движения изображающей точки по траектории в пространстве состояний ССС с номером 3.

Номера элементов множества **Z** в табл. 1 могут быть проставлены произвольным образом. Полное число попарно различных сигналов дискретного (антропоморфного) управления $D_{r\text{-}p}$, переключающего $F^r(X)$ на $F^p(X)$ из множества (1) при $p \neq r$ [3, 5] для $R = 9$ равно $9\cdot(9\text{-}1) = 72$.

Модель (2), (3) и, соответственно, множество **Z** могут быть трансформированы применительно к судну с двумя независимо работающими движителями и одним рулем путем добавления фазовой координаты, например x_9, характеризующей положение органа управления упором второго движителя [8]. В таком случае множество **Z** увеличится до $R = 3^3 = 27$ попарно различных неполных представлений элементарных движений, а число возможных попарно различных сигналов дискретного управления возрастет до $27\cdot(27\text{-}1) = 702$. Задать (пронумеровать) элементы множества **Z** можно с помощью таблицы, расширив табл. 1 до 27 элементов. Аналогичным образом, увеличив число фазовых координат до 10, можно построить множество **Z** для судов с двумя движителями и двумя независимо действующими рулями. В этом случае получим $R = 81$ и, соответственно, 6480 возможных попарно различных сигналов дискретного управления движением судна. Аналогичным образом можно осуществить построение множества **Z** неполных представлений элементарных движений судна для более сложных ССС. Отсюда следует, что рассмотренный подход к построению множества **Z** является универсальным.

Конструирование совместного управления судном на множестве неполных представлений элементарных движений

Задача конструирования управления движением судна на уровне целеуказания решается путем построения последовательности неполных представлений элементарных движений из множества **Z**. В конкретных случаях может

быть использована только часть представлений из **Z**, выделенных, например, по экспертным оценкам судоводителей. С помощью экспертных оценок задача упрощается еще в большей степени введением в базу знаний прецедентов [6], используемых в качестве шаблонов управления [9—11]. Каждый шаблон совместного (антропоморфного) управления построен на основе нескольких неполных представлений элементарных движений, расположенных в определенной последовательности. Ему соответствует интегрированная цель движения, например, перемещение судна из одной позиции в другую позицию с обходом препятствия.

Выделение шаблонов управления актуализируется с увеличением числа органов управления ЧМИ, через которые можно оперативно воздействовать на движение судна. Уже при трех ОрУ (R = 27) у судоводителя возникают затруднения в ручном управлении движением судна. Поэтому в помощь судоводителям на основе научных методов и опыта эксплуатации судов разрабатывались рекомендации судоводителям, а по существу, аналоги шаблонов антропоморфного управления для различных ССС и ситуаций [12].

Совместное управление движением судна предполагает использование в составе ЧМИ ходовой рубки аппаратов нового типа [3—5], с помощью которых реализуются сигналы дискретного управления, в том числе в шаблонах антропоморфного управления. Для ССС с моделью (2), (3) и табл. 1 формирование управляющих воздействий проводится с помощью аппаратов совместного управления АпСУ1 и АпСУ2, показанных на рис. 2.

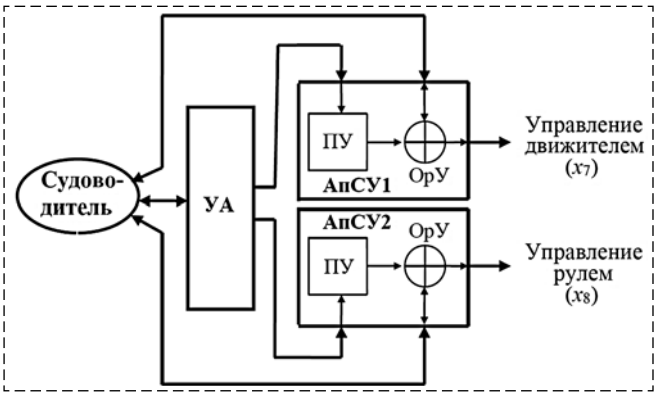

Рис. 2. Структурная схема системы формирования управления движением судна по двум каналам с использованием аппаратов совместного управления АпСУ1 и АпСУ2

Fig. 2. Block diagram of the system for forming the control of the ship's movement through two channels using the joint control devices ApSU1 and ApSU2

В каждом из АпСУ1 и АпСУ2 предусмотрен ОрУ, перемещаемый судоводителем непосредственно мускульным усилием и управляющим автоматом УА с помощью приводного устройства ПУ. Благодаря ОрУ происходит совмещение (в рассматриваемом случае покоординатное сложение) управляющих воздействий на ОрУ, вырабатываемых судоводителем и УА. Если на судне два движителя, то число аппаратов совместного управления увеличится до трех, либо останется неизменным, как показано на рис. 2, в случае использования в аппарате ОрУ, например, двух степеней подвижности для создания независимых воздействий на каждый из двух движителей. Возможно также применение двух джойстиков в качестве ОрУ с двумя степенями подвижности в ЧМИ судна с независимо управляемыми двумя движителями и двумя рулями. Как было показано, в этом случае может быть реализовано до 6480 различных сигналов дискретного управления движением судна, создаваемых судоводителем и УА. Намерения УА передаются судоводителю через ОрУ.

Для решения практических задач построено описание оптимального по быстродействию перемещения судна от причальной стенки в камеру шлюза. Продольное движение судна при отсутствии возмущающих воздействий (3) выполняется при $x_3(t) = 0$ на всем времени движения. Поэтому достаточно выбрать из множества **Z** только элементы среднего столбца табл. 1 при $\omega_2 = 0$. Оптимальное по выбранному критерию антропоморфное управление дискретными сигналами через АпСУ1 (рис. 2) реализуется на 11 элементарных движениях [4] и определяется отображением множества **S** = {1, 2, ..., 11} натуральных чисел на множество **R** = {1, 2, 3} номеров r элементов множества **Z** при $\omega_2 = 0$ в соответствии с верхними двумя строками табл. 2 (в табл. 2 ячейки последней строки сдвинуты, чтобы показать, что моменты времени t_1, t_2, ..., t_{10} "разделяют" элементарные движения, записанные в ячейках строк выше).

Из приведенного в табл. 2 примера для судна с одним движителем видно, что кроме неполных представлений элементарных движений и их номеров $r \in$ **R** в базу знаний целесообразно поместить прецеденты в виде повторяющихся последовательностей {2-1-2} и {2-3-2}, первая из которых определяет режим снижения скорости судна путем уменьшения упора движителя, а вторая — увеличение скорости при увеличении упора движителя. Соответ-

ствующие шаблоны управления предусматривают реализацию двух сигналов дискретного управления{$D_{2\text{-}1}$, $D_{1\text{-}2}$} и {$D_{2\text{-}3}$, $D_{3\text{-}2}$}, последовательно создаваемых УА.

На уровне планирования антропоморфного управления движением судна решается задача определения моментов времени реализации сигналов дискретного управления [9]. Формально планирование можно рассматривать исходя из приведенного примера как заполнение в табл. 2 нижней строки значениями моментов времени t_1, t_2, ..., t_{10}, где индекс в обозначении каждого момента времени соответствует номеру s интервала времени исполнения элементарного движения. Значения моментов времени действия сигналов дискретного управления определяются путем решения задачи математического программирования при дифференциальных связях переменных состояния ССС. На основании исследования задачи максимального быстродействия, проведенного в работе [9], на рис. 3 приведена программа оптимального по быстродействию управления в традиционном представлении в виде функции времени. Для каждого интервала зависимости x_7 от t по вертикали проставлен номер $r \in \mathbf{R}$ неполного представления элементарного движения из множества **Z**.

Из выполненного конструирования антропоморфного управления следует, что на уровне целеуказания последовательности элементарных движений судна и соответствующих сигналов дискретного управления, отображенных табл. 2, можно отнести к прецедентам и рассматривать в качестве шаблонов управления. Они обладают свойством инвариантности к расстоянию, на котором осуществляется движение судна (если расстояние больше некоторого определенного значения), поэтому достаточно универсальны, в частности, для технологического процесса шлюзования судна. На уровне планирования антропоморфного управления говорить об инвариантности шаблона не приходится, поскольку становятся известными моменты времени t_1, t_2, ..., t_{10}.

Программе управления движителем (рис. 3) соответствует некоторая траектория движения судна. Для уровня планирования положение

Таблица 2
Table 2

Задание последовательности представлений элементарных движений судна при вводе судна в шлюз

Setting the sequence of representations of elementary movements when entering the ship into the lock

$s \in \mathbf{S}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$r \in \mathbf{R}$	2	3	2	1	2	1	2	1	2	3	2
t_s	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	

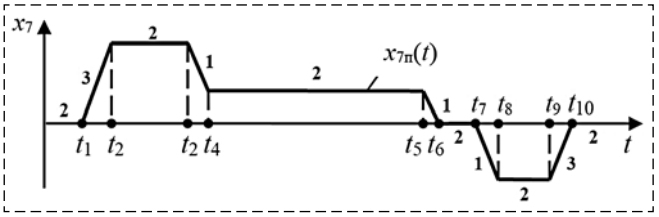

Рис. 3. Пример программы оптимального по быстродействию управления движителем судна

Fig. 3. Example of a program for optimal speed control of the ship's propulsion system

центра масс судна (x_1) и скорости движения (x_4) иллюстрируются графиками, представленными на рис. 4. Эти графики отображают траекторию движения судна в подпространстве состояний {$t \times x_1 \times x_4$} и ее проекции на координатные плоскости {$t \times x_1$}, {$t \times x_4$}, {$x_1 \times x_4$} [9].

Графики, представленные на рис. 3 и рис. 4, отображают программное движение судна $X_п(t)$ и программу $x_{7п}(t)$ управления перемещением органа управления ЧМИ без учета сигнальной неопределенности по параметрам $y_в$, $v_в$ ветра, $y_т$, $v_т$ течения (см. рис. 1), параметрической неопределенности модели плоского движения судна и координатной неопределенности вследствие погрешностей измерений. Поэтому построенную таким образом программную

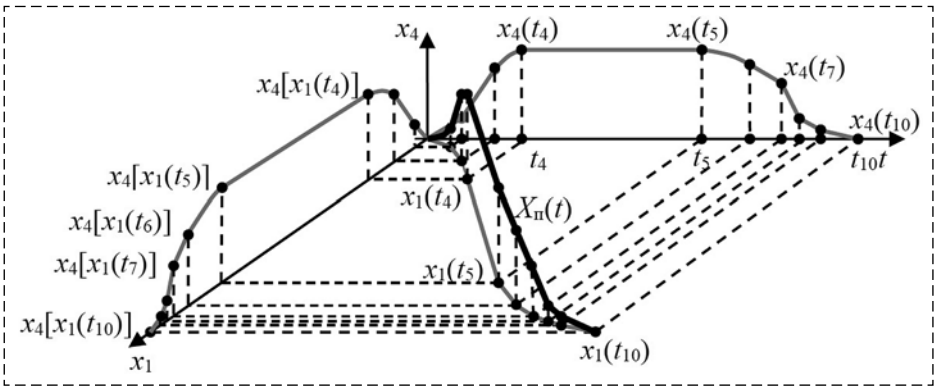

Рис. 4. Пример фрагмента траектории перемещения центра масс судна в проекциях на координатные плоскости пространства состояний

Fig. 4. Example of a fragment of the trajectory of the ship's center of mass movement in projections on the coordinate planes of the state space

траекторию изменения состояния ССС можно рассматривать как первое приближение в решении задачи конструирования антропоморфного управления движением судна.

Планирование управляемого движения судна с учетом неопределенностей

Анализ значений коэффициентов модели (2) на примере судна типа Волго-Дон показал, что их значения изменяются в зависимости от осадки судна. При известной осадке судна основную параметрическую неопределенность в значениях коэффициентов уравнений (2) создает глубина судового хода, которая может изменяться в зависимости от текущего местоположения судна, особенно для судов внутреннего плавания. Наибольшие интервалы неопределенности имеют коэффициенты a_{42}, a_{51}. Например, параметрическая интервальная неопределенность (ПИН) коэффициента a_{42} ($м^{-1}$) при осадке судна, равной 3,5 м, составляет $[a_{42}] = [-2{,}57\cdot10^{-3},\ -2{,}39\cdot10^{-3}]$ при номинальном значении $a_{42} = -2{,}48\cdot10^{3}$ $м^{-1}$, а при осадке судна 1,5 м имеем $[a_{42}] = [-1{,}29\cdot10^{-3},\ -1{,}03\cdot10^{-3}]$ при номинальном значении $a_{42} = -1{,}16\cdot10^{-3}$ $м^{-1}$. Из приведенных данных следует, что априорная информация об осадке судна позволяет снизить ПИН a_{42} в 6 раз.

Достаточно часто ССС не располагает при планировании управляемого движения судна точной априорной информацией о глубине судового хода. Поэтому актуальна задача конструирования антропоморфного управления движением судна с учетом параметрических неопределенностей, зависящих от глубины по маршруту следования судна. Требуется также учитывать сигнальные неопределенности в угле направления $y_в$ и скорости $v_в$ ветра, угле направления $y_т$ и скорости $v_т$ течения в месте расположения судна. Соответствующие интервалы неопределенностей могут быть определены по метеопрогнозу и карте течений, а также использованы при планировании совместного управления движением судна.

Процедуры оценки точности прогнозирования состояния технической части СЧМ с использованием интервальных представлений неопределенностей приведены в работе [6]. Для рассматриваемого случая управления продольным движением судна применима процедура построения прямоугольника координатных неопределенностей (ПКН) для каждого программного значения момента действия СДУ (учитывается, что ошибка в задании положения $x_{7п}(t)$ органа управления упором пренебрежительно мала). На рис. 5 приведена иллюстрация интервальных координатных неопределенностей в виде затемненных фигур ПКН для программной траектории $X_п(t)$, показанной с помощью проекций на рис. 4 и рис. 5.

Каждый ПКН определяется путем сложения по осям $\{x_1\}$ и $\{x_4\}$ интервалов, получаемых в результате интегрирования системы дифференциальных уравнений из множества **Z** на соответствующем интервале времени элементарного движения ССС. Учитываются начальные значения фазовых координат каждой границы интервалов координатной, сигнальной и параметрической неопределенностей. Суммирование интервалов проводится по правилам интервальной математики. Поэтому сумма интервалов есть интервал, представленный на рис. 5 в виде соответствующей стороны ПКН.

По анализу проекций траектории $X_п(t)$ и прямоугольников неопределенностей на координатную плоскость $\{x_1 \times x_4\}$ делается заключение о том, приведет ли программное управление $x_{7п}(t)$ (см. рис. 3) к недопустимым отклонениям движения судна от расчетной траектории. Для увеличения точности позиционирования судна на уровне исполнения движения следует использовать принцип обратной связи и осуществлять измерения фазовых координат.

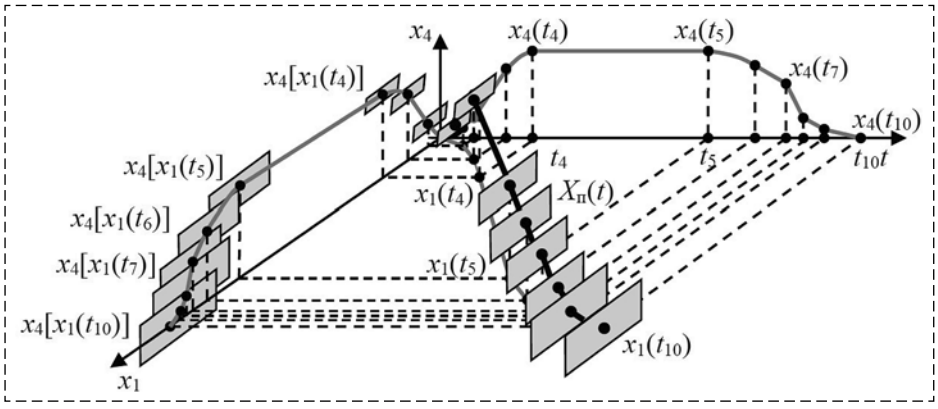

Рис. 5. Иллюстрация интервальных неопределенностей на фрагменте траектории перемещения центра масс судна

Fig. 5. Illustration of interval uncertainties on a fragment of the trajectory of the ship's center of mass movement

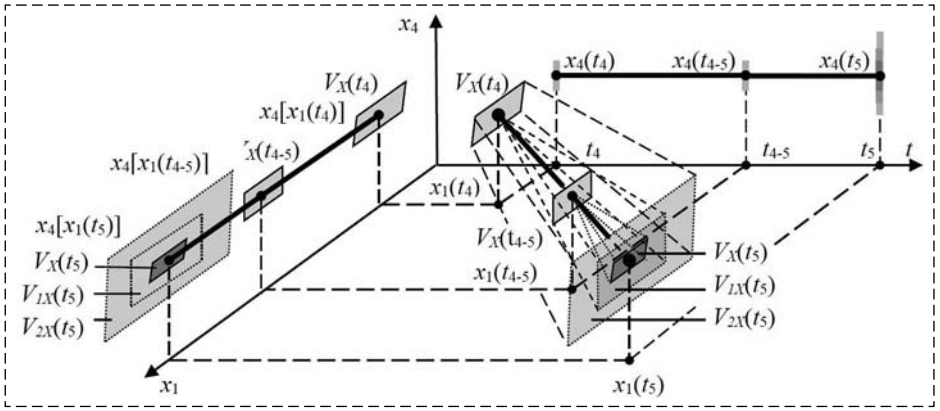

Рис. 6. Иллюстрация приема уменьшения координатной неопределенности по результатам измерений фазовых координат и использования шаблонов корректирующего управления

Fig. 6. Illustration of the method of reducing the coordinate uncertainty based on the results of phase coordinate measurements and the use of correction control templates

Вместе с тем, на уровне планирования можно оперировать лишь априорными неопределенностями. Обратимся к рис. 6. Рассмотрим элементарное движение $X_{\text{п}}(t)$, например, на интервале $[t_4, t_5]$. На левом конце интервала при $t = t_4$ координатная неопределенность характеризуется прямоугольником $V_X(t_4)$. Эта неопределенность, а также сигнальная и параметрическая неопределенности исходной (номинальной) модели ССС позволяют получить оценку координатной неопределенности $V_{2X}(t_5)$ на правом конце рассматриваемого интервала при $t = t_5$ по результатам интегрирования систем дифференциальных уравнений элементарного движения.

Допустим, что проводятся измерения фазовых координат x_1, x_4 к моменту $t = t_4$, и ошибки оценок фазовых координат пренебрежимо малы. По результату измерений можно представить, что прямоугольник $V_X(t_4)$ сожмется в точку. При этом ПКН $V_{2X}(t_5)$ трансформируется в $V_{1X}(t_5)$ и, очевидно, что $V_{2X}(t_5) \supset V_{1X}(t_5)$. Неопределенность на правом конце интервала $[t_4, t_5]$ уменьшится (в крайнем случае не изменится). В каком месте на ПКН $V_{2X}(t_5)$ находится меньший по площади ПКН $V_{1X}(t_5)$ ("пятно" на $V_{2X}(t_5)$) — не известно, так как измерения и оценки фазовых координат фактически не осуществлялись на уровне планирования. Тем не менее, по "величине" $V_{1X}(t_5)$ принципиально возможно сделать заключение о том, допустима или нет координатная неопределенность $V_{1X}(t_5)$ для планирования дальнейшей (при $t > t_5$) части траектории $X_{\text{п}}(t)$. Если неопределенность $V_{1X}(t_5)$ допустима, то анализ неопределенностей продолжается аналогичным образом для следующего интервала времени $[t_5, t_6]$ (см. рис. 5), и ПКН $V_{1X}(t_5)$ принимается в качестве априорной неопределенности при $t = t_5$ для левого конца интервала $[t_5, t_6]$.

Предположим теперь, что неопределенность $V_{1X}(t_5)$ больше допустимой. Тогда, следуя принципу обратной связи, целесообразно предусмотреть дополнительное терминальное управление на интервале времени $[t_4, t_5]$, уменьшающее $V_{1X}(t_5)$. Априори на уровне планирования конкретный вид дополнительного управления определить нельзя, но можно задать (рассчитать) начало его действия, например, при $t = t_{4\text{-}5}$, как это видно из рис. 6. Для рассматриваемого движения судна в качестве такого управления можно было бы выбрать в зависимости от результатов измерений x_1, x_4 шаблон 2-1-2 из табл. 2, снижающий скорость движения, или шаблон 2-3-2, увеличивающий скорость движения судна. Благодаря измерениям фазовых координат в момент $t = t_{4\text{-}5}$ ПКН $V_X(t_{4\text{-}5})$ "стянется" в точку при $t = t_{4\text{-}5}$. В результате $V_{1X}(t_5)$ трансформируется до $V_X(t_5)$.

Таким образом, неопределенность реакции судна на антропоморфное управление можно уменьшить, предусмотрев дополнительные терминальные управления, построенные на элементах множества **Z**. Описанный прием согласуется с предложением академика Б. Н. Петрова и его коллег по использованию апостериорно формируемой программы управления движением в условиях неопределенности [11].

Отметим отличие в результатах применения дополнительного терминального управления движением судна от автоматического управления с помощью управляющей скоростью судна системы, которую можно назвать традиционной в том смысле, что ее синтез осуществляется без учета программного движения судна во времени [1]. Традиционная система управления в рассматриваемом случае представляет собой систему стабилизации скорости. Ошибка стабилизации интегрируется по времени, что приводит к увеличению со временем отклонения пути, пройденного судном, от программного значения в каждый текущий момент времени. На практике это приведет к отклонению от расписания движения. Во избежание этого судоводитель изменяет уставку скорости путем перемещения

органа управления ЧМИ, осуществляя тем самым дополнительное терминальное управление. Например, на интервале $[t_4, t_5]$ (рис. 6) судоводителем может быть реализовано несколько дополнительных сигналов дискретного управления указанных шаблонов из такого расчета, чтобы в момент t_5 судно оказалось в нужном, определенном на уровне планирования месте и двигалось с расчетной программной скоростью. Например, судно подходит к шлюзу к заданному времени начала шлюзования с требуемой скоростью. Если рассматривать траектории движения изображающей точки в пространстве состояний, то скорректированное движение при антропоморфном управлении будет в максимальной степени приближаться к программному управлению в окрестностях угловых точек, определенных при планировании движения.

Заключение

Процесс конструирования совместного управления объектом эргатической СЧМ показан в решении практической задачи целеуказания и планирования плоского движения судна с учетом сигнальной, параметрической и координатной неопределенностей.

На начальном этапе построены множества неполных представлений элементарных движений в пространстве состояний на основе модели действий судоводителя и ответных реакций судна, представленной в математической форме. Множества неполных представлений элементарных движений конкретизированы для различных судов в зависимости от числа движителей и рулей, установленных на судне, и даны оценки числа элементов множества и максимального числа сигналов дискретного (антропоморфного) управления плоским движением судна.

Для уровня целеуказания синтезирована последовательность элементарных движений судна при вводе в шлюз от причальной стенки, представляемая в математической форме в виде нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Выделены шаблоны управления в виде последовательностей из нескольких дискретных сигналов управления, повторяемых на времени ввода судна в шлюз.

Предложен способ учета сигнальной, параметрической и координатной неопределенностей при планировании управляемого движения судна и уменьшения неопределенностей на основе применения принципа обратной связи с виртуальными измерениями фазовых координат в предположении малости ошибок измерений. Наглядная иллюстрация учета неопределенностей осуществлена с помощью построения прямоугольников неопределенностей в подпространстве состояний с применением интервальной математики.

Для выработки подхода к совершенствованию априорной программы управления движением судна, приводящего к апостериорно формируемой программе с дополненными элементарными движениями по шаблонам управления, использован анализ действий судоводителей по результатам натурных экспериментов на шлюзе. В этой части планирования управляемого движения судна разработанные предложения по коррекции программы относятся лишь к продольному движению судна, поскольку они основаны только на опыте судовождения, проявленном в натурных экспериментах ввода судов в камеру шлюза.

Список литературы

1. **Вагущенко Л. Л., Цымбал Н. Н.** Системы автоматического управления движением судов. М.: ТрансЛит, 2007. 376 с.
2. **Ющенко А. С.** Человек и робот — совместимость и взаимодействие // Робототехника и техническая кибернетика. 2014. № 1 (2). С. 4—9.
3. **Saushev A.**, **Tyrva V., Kovtun L.** Joint control actions on electromechanical devices in ergatic systems // E3S Web Conf., Volume 135, 2019 Innovative Technologies in Environmental Science and Education (ITESE-2019), E3S Web of Conferences 135, 01006 (2019). DOI: https://doi.org/10.1051/e3sconf/201913501006.
4. **Тырва В. О., Саушев А. В.** О реализации совмещаемых управляющих воздействий на объект в системах "человек-машина" // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. № 21(5). С. 274—281.
5. **Tyrva V. O., Saushev A. V., Shergina O. V.** Anthropomorphic Control over Electromechanical System Motion: Simulation and Implementation // Proceedings — 2020 International Russian Automation Conference, RusAutoCon. 2020. P. 374—379.
6. **Тырва В. О.** Моделирование действий и ответных реакций эргатической системы с электромеханическим объектом управления // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. 2020. Т. 12, № 1. С. 189—201.
7. **Шерстюк В. Г., Бень А. П.** Гибридная интеллектуальная СППР для управления судном // Искусственный интеллект. 2008. № 3. С. 490—499.
8. **Тырва В. О.** Автоматизация эргатической системы "человек-машина" на основе применения в ней антропоморфного управления // Автоматизация в промышленности. 2021. № 2. С. 3—7.
9. **Cooper A., Reimann R., Cronin D.** AboutFace 3. The Essentials of Interaction Design. Wiiey Publishing, Inc., 2007. P. 1—6.
10. **Raskin J.** The humane interface: new directions in the design of computer systems. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. New York, NY, United States. 233p.
11. **Сергеев С. Ф.** Методологические проблемы человеко-машинного интерфейса // XII Всероссийское совещание по проблеме управления ВСПУ-2014. Москва 16-19 июня 2014 г. Сб. трудов ВСПУ. 2014. С. 6414—6421.
12. **Шанчуров П. Н.**, **Соларев Н. Ф., Щепетов И. А.** Управление судами и составами. М.: Транспорт, 1971. 352 с.

Analytical Approach to the Design of Joint Motion Control of the Egratic System " Skipper-Ship"

V. O. Tyrva, Professor, v.tyrva@mail.ru, **A. V. Saushev**, Head of the Department, saushev@bk.ru,
Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, St. Petersburg, 198035, Russian Federation

Corresponding author: **Tyrva V. O.**, Professor, Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, St. Petersburg, 198035, Russian Federation, e-mail: v.tyrva@mail.ru

Accepted on May 29, 2021

Abstract

The article deals with the problem of designing a joint control of the movement of a water transport object — the ergatic system "ship-to-ship". Joint motion control is presented in mathematical form on the basis of the model of actions and responses of the human operator and the machine, adopted in engineering psychology for the "human-machine" systems. The model is formalized by composing mathematical models of the plane motion of the ship and the movements of the controls of the propellers (propellers) and rudders of the ship. For the ship's human-machine interface, it is proposed to use a new type of apparatus, with the help of which the control actions on the control body from the boatmaster and the control automaton of the ergatic system are combined.

For the mathematical description of virtual signals of discrete control in solving problems of target designation and planning, a method for constructing a set of incomplete representations of elementary movements in the state space of the "skipper-ship" system is proposed. The numerical estimates of pairwise different representations of elementary movements and discrete control signals that implement transitions from one elementary movement to another by influencing the propellers and rudders of the ship using the ship's human-machine interface controls are obtained.

In order to unify the anthropomorphic control of ship movement at the target designation and planning levels, it is proposed to use templates from several discrete control signals, based on the experience of navigation and solving mathematical programming problems. The solution of the practical problem of optimal anthropomorphic control of the vessel movement from the mooring wall to the lock chamber is obtained, which provides for the implementation of a sequence of ten discrete control signals and two control templates. A method is proposed for estimating the influence of signal, parametric, and coordinate uncertainties on the position of the image point in the state space of the "su-driver-ship" system relative to the nominal trajectory of the program motion. The regions of interval representations of uncertainties in the subspace of the ship's "time-position-speed" states are obtained. The procedure for correcting the a priori description of nominal anthropomorphic control is considered on the basis of control patterns and analysis of rectangles of uncertainty in the subspace of states of the "skipper-ship"system.

Keywords: *ergatic system, control, state space, model, planning, uncertainty, ship*

For citation:

Tyrva V. O., **Saushev A. V.** Analytical Approach to the Design of Joint Motion Control of the Egratic System "Skipper-Ship", *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2021, vol. 22, no. 9, pp. 459—467.

DOI: 10.17587/mau.22.459-467

References

1. **Vagushchenko L. L, Tsymbal N. N.** Systems of automatic control of the movement of ships, Moscow, TransLit, 2007, 376 p. (in Russian).

2. **Yushchenko A. S.** Man and robot-compatibility and interaction, *Robotics and Technical Cybernetics*, 2014, no. 1 (2), pp. 4—9 (in Russian).

3. **Saushev A.**, **Tyrva V., Kovtun L.** Joint control actions on electromechanical devices in ergatic systems, E3S Web Conf., Volume 135, 2019 Innovative Technologies in Environmental Science and Education (ITESE-2019), E3S Web of Conferences 135, 01006 (2019), DOI: https://doi.org/10.1051/e3sconf/201913501006.

4. **Tyrva V. O., Saushev A. V.** On the implementation of combined control actions on the object in the systems "man-machine", *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2020, no. 21(5), pp. 274—281 (in Russian).

5. **Tyrva V. O., Saushev A. V., Shergina O. V.** Anthropomorphic Control over System Electromechanical Motion Simulation and Implementation, *Proceedings — 2020 International Russian Automation Conference, RusAutoCon 2020*, pp. 374—379.

6. **Tyrva V. O.** Modeling of actions and responses of an ergatic system with an electromechanical control object, *Bulletin of the State University of the Sea and River Fleet named after Admiral S. O. Makarov*, 2020, vol. 12, no. 1, pp. 189—201 (in Russian).

7. **Sherstyuk V. G., Ben A. P.** Hybrid intellectual DSS for ship control, *Artificial Intelligence,* 2008, no. 3, pp. 490—499 (in Russian).

8. **Tyrva V. O.** Automation of the ergatic system "man-machine" on the basis of the application of anthropomorphic control in it, *Automation in Industry*, 2021, no. 2, pp. 3—7 (in Russian).

9. **Cooper A., Reimann R., Cronin D.** AboutFace 3. The Essentials of Interaction Design, Wiiey Publishing, Inc., 2007, pp. 1—6.

10. **Raskin J.** The humane interface: new directions in the design of computer sys-tems, ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co. New York, NY, United States, 233 p.

11. **Sergeev S. F.** Methodological problems of human-machine interaction, *XII All-Russian meeting on the problem of VSPU management-2014.* Moscow, June 16-19, 2014, VSPU Proceedings Collection, 2014, pp. 6414—6421 (in Russian).

12. **Shanchurov P. N., Solarev N. F., Shchepetov I. A.** Management of ships and trains, Moscow, Transport, 1971, 352 p. (in Russian).

УДК 681.5 DOI: 10.17587/mau.22.468-474

А. Г. Лютов, д-р техн. наук, проф., lutov1@mail.ru,
М. Б. Новоженин, ст. преподаватель, novozhenin.maxim@yandex.ru,
Уфимский государственный авиационный технический университет

Методология автоматизированного контроля и управления режимами работы насосного комплекса в условиях возникновения кавитации

Представлены результаты решения проблемы повышения эффективности работы автоматизированного насосного комплекса для перекачивания жидкостей в условиях нестационарных гидравлических процессов, таких как кавитация. Трудность определения условий возникновения кавитации связана с большим числом параметров, взаимокорреляцию которых сложно определить. Показано, что используемые на практике в указанных условиях способы контроля и управления насосными комплексами на основе центробежных насосов и прилегающих к ним трубопроводов обладают существенными недостатками или решают проблему лишь частично. Представлена математическая модель работы насосного комплекса для оперативного контроля параметров кавитационных режимов на основе подобия режимов работы центробежного насоса и перемещения поршня по трубопроводу, что позволяет упростить процедуру определения наличия кавитации. Предложен критерий определения эффективности режима работы насосного комплекса на основе интегральной оценки разницы экспериментальных и модельных данных. Сформирована методология управления режимами работы насосного комплекса в условиях возникновения кавитации. Ввиду сложности прямого расчета объема кавитации предложена нейросетевая модель, обучаемая на основе экспериментальных данных. Разработаны структура, алгоритмы и программное обеспечение автоматизированной системы контроля и управления с использованием нейросетевых моделей и прецедентного подхода для оперативного определения условий возникновения кавитации и коррекции режимов работы насосного комплекса. Решения, основанные на рассуждении по прецедентам, предлагаются оператору в виде пары "управляющее воздействие — ожидаемый результат". Практическая реализация автоматизированной системы контроля и управления режимами работы насосного комплекса выполнена в пакете AppDesigner математического пакета MATLAB. Использование разработанной автоматизированной системы контроля и управления обеспечивает повышение (восстановление) производительности насосного комплекса в условиях возникновения кавитации, предотвращает разрушение его элементов, увеличивает срок службы, снижает эксплуатационные издержки и затраты на ремонт оборудования.

Ключевые слова: *насосный комплекс, кавитация, контроль и управление, методы и алгоритмы, автоматизированная система, нейросетевая модель, прецедентный подход, программно-алгоритмический комплекс*

Введение

Технологические процессы перекачивания жидкостей широко используются в различных отраслях промышленности — в коммунальном хозяйстве, водоснабжении и водоотведении, при транспортировке нефтепродуктов и т. д. Для этого обычно применяются насосные комплексы (НК), под которыми подразумеваются один или несколько насосов с прилегающими к ним трубопроводами. Наибольшее распространение получили НК на основе центробежных насосов в силу их значительной производительности, высокого КПД и удобства в эксплуатации [1].

В процессе функционирования НК может возникнуть кавитация. Она имеет место при локальном снижении давления в центробежном насосе или трубопроводе до давления насыщенных паров с последующим схлопыванием образующихся полостей, заполненных газом или паром. Эти явления приводят к эрозии рабочих органов центробежного насоса, шумам, вибрации и пульсациям давления в системе [2].

Кавитация представляет собой важную проблему в связи с трудностью контроля ее возникновения и последствий воздействия на НК — уменьшения производительности (на 20...30 % от номинального значения), снижения КПД, повышения износа и разрушение элементов, уменьшения срока службы оборудования. Кавитационный режим выражает различную меру кавитации в зависимости от присутствующих условий ее возникновения.

Традиционными способами устранения кавитации в настоящее время являются изменения в конструкции НК, ручное и механизированное управление режимами их работы [3].

В то же время сложность автоматизированного оперативного контроля и управления режимами работы в условиях возникновения кавитации в НК в реальном времени обусловлена отсутствием соответствующих эффективных автоматизированных методов и средств. Используемые на практике способы контроля и управления НК в указанных условиях обладают существенными недостатками или решают проблему лишь частично.

В связи с этим научные исследования, направленные на разработку эффективных методов и средств автоматизированного оперативного контроля и управления НК при перекачивании жидкости в условиях возникновения кавитации, являются актуальными.

Состояние вопроса

Анализ причин возникновения кавитации в центробежных насосах показал, что основными причинами возникновения и последующего развития кавитации являются следующие факторы: загрязнение жидкости, образующее ядра кавитации и определяющее их число (содержание в жидкости газов, наличие примесей); физические свойства жидкости (температура, плотность жидкости); гидродинамические характеристики потока.

Мерой количественной оценки кавитации является кавитационный запас — действительная высота всасывания центробежного насоса, при которой не возникает испарение перекачиваемой жидкости в точке минимально возможного давления жидкости в центробежном насосе. Интерес представляет зависимость изменения кавитационной характеристики центробежного насоса от изменения подачи, которая является нелинейной и многофакторной: давление жидкости на входе в центробежный насос, скорость течения жидкости в центробежном насосе, изменение плотности и давления насыщенных паров перекачиваемой жидкости, которые зависят от температуры, газосодержания, наличия примесей и т. д.

В числе основных методов контроля кавитации в НК можно выделить группы акустических и вибрационных методов и метод контроля фиксации мгновенных пульсаций давления, а среди методов управления — конструкционные и физические методы устранения.

Анализ показал, что одним из действенных методов контроля кавитации в трубопроводе в производственных условиях является метод фиксации мгновенных пульсаций давления, однако для применения данного метода в производственных условиях необходимо наличие дополнительных технических средств контроля режимов работы НК.

Физические методы устранения кавитации обладают значительным разнообразием, и применение современных средств автоматизации способствует устранению недостатков, связанных с трудоемкостью и инертностью методов.

Таким образом, анализ существующих методов контроля и управления режимами работы НК в условиях возникновения кавитации показывает, что в настоящее время, несмотря на большое разнообразие подходов к данному вопросу, нет эффективных способов управления процессом развития кавитации. Сложность создания средств контроля и управления режимами работы НК заключается в отсутствии необходимой математической модели (ММ) для оперативного контроля параметров кавитационных режимов, критерия определения эффективности режима работы и методологии формирования стратегии управления режимами работы НК.

Автоматизированная подсистема контроля режима работы насосного комплекса при перекачивании жидкости

В работе [4] представлены результаты разработки ММ процесса перекачивания жидкости, описывающей НК на основе подобия центробежного насоса поршневому насосу, что позволяет упростить процедуру определения наличия кавитации в оперативном режиме.

Предложенная ММ процесса перекачивания жидкости отличается от известных [5—12] тем, что описание процессов, происходящих при вращении рабочего колеса центробежного насоса заменено на аналогичное при линейном перемещении поршня по трубопроводу (рис. 1, см. вторую сторону обложки). Такое допущение позволило существенно упростить расчет информативных параметров режима работы центробежного насоса по ММ процесса перекачивания жидкости.

Предлагаемая ММ процесса перекачивания жидкости выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \dfrac{dV_x}{dt} = \dfrac{1}{m_1}(N\beta_{Vx1} - k_{\text{тр}}V_x k\beta_{Vx2}); \\ \dfrac{dQ_{\text{н}}}{dt} = \dfrac{1}{m_{\text{г1}}}(p_{\text{нп}}S\beta_{Q\text{н1}} - \mu_{\text{тр1}}Q_{\text{н}}\beta_{Q\text{н2}} - \\ - k_1 p_{\text{нп}}\beta_{Q\text{н3}} - Q_{\text{н}}\beta_{Q\text{н4}}); \\ \dfrac{dQ_{\text{в}}}{dt} = \dfrac{1}{m_{\text{г2}}}(p_{\text{вп}}S\beta_{Q\text{в1}} - \mu_{\text{тр2}}Q_{\text{в}}\beta_{Q\text{в2}} - \\ - k_1 p_{\text{вп}}\beta_{Q\text{в3}} - Q_{\text{в}}\beta_{Q\text{в4}}); \\ \dfrac{dp_{\text{нп}}}{dt} = \dfrac{E}{V_{\text{н}}}(V_x Sk_2\beta_{p\text{нп1}} - Q_{\text{н}}\beta_{p\text{нп2}} - \\ - \alpha\beta_{p\text{нп3}}(p_{\text{нп}} - p_{\text{вп}}) - p_{\text{нп}}\beta_{p\text{нп4}} + p_{\text{атм}}\beta_{p\text{нп5}}); \\ \dfrac{dp_{\text{вп}}}{dt} = \dfrac{E}{V_{\text{в}}}(-V_x Sk_2\beta_{p\text{вп1}} + 2Q_{\text{в}}\beta_{p\text{вп2}} - \\ - \alpha\beta_{p\text{вп3}}(p_{\text{нп}} - p_{\text{вп}}) - k_3 p_{\text{вп}}\beta_{p\text{вп4}} + p_{\text{атм}}\beta_{p\text{вп5}}), \end{cases} \quad (1)$$

где V_x — скорость движения поршня; m_1 — масса поршня; $k_{\text{тр}}$ — коэффициент трения; n — скорость вращения центробежного насоса; k — коэффициент перерасчета трения в центробежном насосе для расчета трения в поршневом насосе; $p_{\text{нп}}$ — давление жидкости в нагнетательной полости трубопровода; $Q_{\text{н}}$ — подача жидкости; $m_{\text{г1}}$ — масса жидкости в нагнетательной полости; $\mu_{\text{тр1}}$ — коэффициент гидравлического трения в нагнетательной полости; $p_{\text{вп}}$ — давление жидкости во всасывающей полости трубопровода; $Q_{\text{в}}$ — подача жидкости; $m_{\text{г2}}$ — масса жидкости во всасываемой полости; $\mu_{\text{тр2}}$ — коэффициент гидравлического трения во всасываемой полости; S — площадь трубопровода; $V_{\text{н}}$, $V_{\text{в}}$ — объем трубопровода в нагнетательной и во всасываемой полостях; E — модуль упругости сжатия жидкости; α — коэффициент, пропорциональный положению задвижки линии байпаса; k_1 — коэффициент обратной связи по расходу для давления; k_2 — коэффициент обратной связи по давлению для скорости; k_3 — коэффициент обратной связи по давлению для давления; $p_{\text{атм}}$ — атмосферное давление; β_{Vxi}, $\beta_{Q\text{н}i}$, $\beta_{Q\text{в}i}$, $\beta_{p\text{нп}i}$, $\beta_{p\text{вп}i}$ — коэффициенты размерности для i-го слагаемого уравнений V_x, $Q_{\text{н}}$, $Q_{\text{в}}$, $p_{\text{нп}}$, $p_{\text{вп}}$.

Таким образом, ММ процесса перекачивания жидкости представлена нелинейной нестационарной системой уравнений 4-го порядка.

Типовые режимы работы НК

Если выделить совокупность рабочих режимов как первый класс, а кавитационные режимы — как второй, то для определения наличия условий возникновения кавитации в НК предложен критерий [4], который рассчитывается по разнице значений давления на входе, найденных с помощью ММ процесса перекачивания жидкости, и средним фиксируемым фактическим значением в заданном интервале времени t_0, ..., t_1:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} |P_M(t) - P_{HK}(t)|dt, \quad (2)$$

где $P_M(t)$ — давление на входе, полученное по результатам расчетов математической модели; $P_{HK}(t)$ — среднее фиксируемое фактическое значение давления, измеренное на входе насосного комплекса.

Критерий используется в дальнейшем для настройки (идентификации) ММ процесса перекачивания жидкости и определения наличия условий возникновения кавитации. Проверка адекватности полученных зависимостей проводилась с использованием известных методов математической статистики.

Для определения влияния различных факторов на наличие кавитационных режимов выполнено численное моделирование условий возникновения кавитации [13].

Построение твердотельной модели течения жидкости в центробежном насосе проведено в САПР *CFTurbo* по заданным геометрическим параметрам и эксплуатационным требованиям. Анализ режимов работы конкретного НК выполнен с помощью трехмерной модели течения жидкости в центробежном насосе в программной среде конечно-элементного анализа *Turbomachinery CFD* (рис. 2, см. вторую сторону обложки). В результате были получены зависимости значений объема кавитации (объема свободного газа) от действующих на НК факторов. Исходными данными при анализе являются характеристики среды, такие как вид жидкости, ее вязкость, плотность, исходные температура и давление, скорость вращения рабочего колеса, модель турбулентности и т. д.

Проведенная оценка корреляции значений объема кавитации и действующих на НК факторов позволила выбрать значимо действующие на изменение объема кавитации параметры: динамическую вязкость, плотность, давление, температуру, скорость вращения рабочего колеса.

Зависимость объема кавитации от каждого из значимых параметров наглядно может быть представлена в виде набора поверхности — семейства

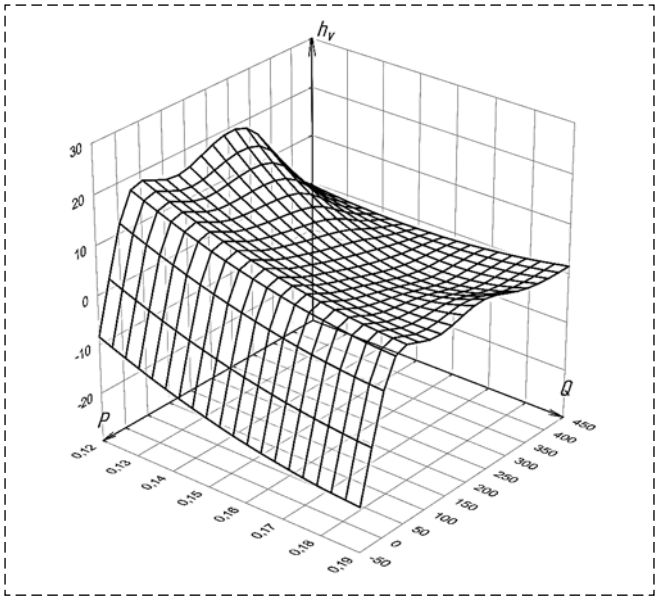

Рис. 3. Поверхность значений объема кавитации как функция сочетания уровней значимых параметров
Fig. 3. Surface of values of cavitation volume as a function of a combination of levels of significant parameters

точек с фиксированными значениями параметров (рис. 3). Данная поверхность позволяет получить зависимости объема кавитации от каждого из значимых параметров при постоянстве значений других параметров для последующего анализа (рис. 4, см. вторую сторону обложки).

Данные прецедентных диаграмм (рис. 4) позволяют определить удаленность текущего прецедента от желаемого значения производительности НК (рис. 5, см. третью сторону обложки).

Прецедентная диаграмма является результатом численного моделирования методом конечных элементов в программе *Turbomachinery CFD* течения жидкости в центробежном насосе. Динамика течения жидкости моделируется точечно, в качестве рационального числа число точек было выбрано число 7.

В качестве примера приведены результаты исследования зависимости изменения объема кавитации (объема высвобождаемого газа в процессе работы НК) при изменении точечного расхода и исходного давления.

В итоге имеет место набор прецедентных диаграмм, при исходных значениях давления от 425 до 300 кПа с шагом 25 кПа, представленный на рис. 6 (см. третью сторону обложки).

Представленные графические зависимости отражают то обстоятельство, что кавитационная характеристика имеет существенно нелинейный характер. Для аппроксимации полученных результатов и создания базы данных

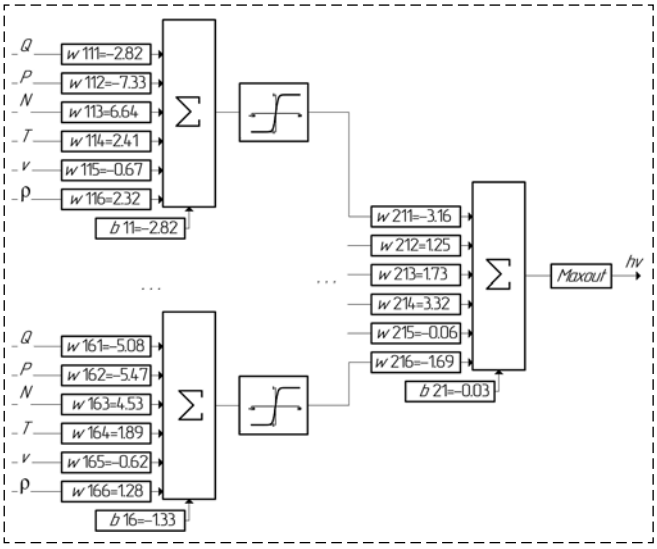

Рис. 7. Фрагмент структуры нейронной сети
Fig. 7. Fragment of the structure of the ANN

прецедентных диаграмм целесообразно воспользоваться нейросетевым инструментарием.

Фрагмент структуры нейронной сети с весами нейронов предпочтительного варианта представлен на рис. 7.

Результаты настройки весов НС определяют тип *MLP* 6-6-1 (6 нейронов во входном слое — 6 нейронов во внутреннем слое — 1 выходной нейрон) как предпочтительный вариант.

Автоматизированная система управления насосным комплексом при перекачивании жидкости

Рассмотрена методология управления НК в условиях возникновения кавитации и создание алгоритмических и программных средств автоматизированной системы контроля и управления (АСКиУ) НК с применением прецедентного подхода.

Рабочая точка (сочетание режимных характеристик) НК, находящаяся на пересечении напорно-расходных характеристик центробежного насоса и сети, обладает индивидуальными кавитационным запасом и объемом кавитации. Управляющее воздействие приводит к изменению режима работы НК и, как следствие, к изменению напорно-расходной характеристики. При этом выбор напорно-расходной характеристики проводится таким образом, чтобы обеспечить отсутствие кавитации и необходимый уровень КПД.

Структурная схема АСКиУ НК представлена на рис. 8. Основными функциями данной системы являются: контроль наличия кавита-

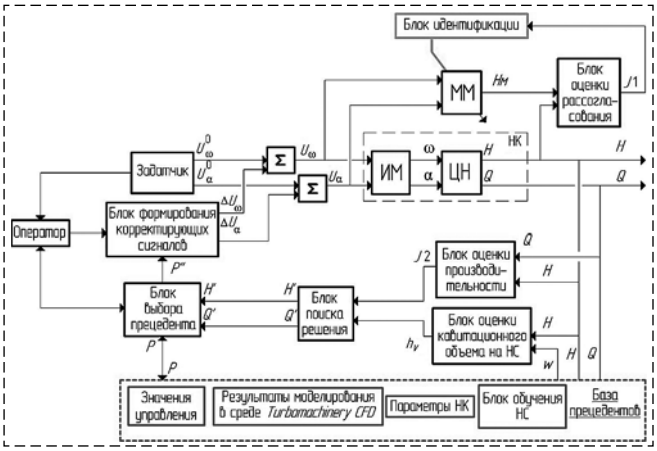

Рис. 8. Структурная схема АСКиУ режимами работы НК
Fig. 8. Structural scheme of ACaMS modes of operation of PC

ции, контроль значения производительности и выбор управляющего воздействия с помощью базы прецедентов [14, 15].

Для управления НК разработан алгоритм АСКиУ режимом его работы, отличающийся от рассмотренного в работе [16] тем, что в качестве средств контроля условий возникновения кавитации в НК используется предложенная выше ММ процесса перекачивания жидкости, на которой отрабатывается потенциальное управляющее воздействие.

Задатчик системы формирует два вида управляющих воздействий — круговую частоту вращения рабочего колеса центробежного насоса U_{ω}^{0} и положение (угол открытия) задвижки на перепускном канале НК (байпасе) U_{α}^{0}.

Блок идентификации проводит настройку ММ процесса перекачивания жидкости по значению рассогласования $J1$ между напором H, измеренным с НК, и напором H_m, рассчитанным с помощью ММ процесса перекачивания жидкости. Идентификация выполняется с помощью подачи тестовых управляющих воздействий U_{ω} и U_{α} на ММ процесса перекачивания жидкости и НК.

Блок определения кавитационного объема с помощью нейронной сети определяет значение объема кавитации h_v для используемого режима работы на основе весов w из базы прецедентов. Блок оценки производительности с помощью критерия оценки определяет отклонение производительности НК $J2$ от заданной.

Блок поиска решения с помощью алгоритма Хука—Дживса формирует набор подходящих прецедентов $P = \{H', Q'\}$, используя значения критерия оценки производительности $J2$ и объема кавитации h_v.

Блок выбора прецедента проводит проверку предлагаемых прецедентов P на ММ процесса перекачивания жидкости, формирует заключения об их пригодности P''.

Блок формирования корректирующих сигналов предлагает отобранные воздействия оператору для последующего принятия решения о коррекции управления $\{\Delta U_{\omega}, \Delta U_{\alpha}\}$ НК.

База прецедентов, сформированная в режиме off-line, состоит из результатов моделирования в среде *Turbomachinery CFD* (см. рис. 5 на третьей стороне обложки): возможных значений управляющих воздействий с учетом ограничений, статических и динамических параметров и характеристик НК, настройки весов нейронной сети.

Прерывания в системе реализованы по времени и по инициативе оператора. Разработана *use-case* диаграмма, иллюстрирующая разделение ролей оператора и АСКиУ НК в условиях возникновения кавитации.

Программная реализация автоматизированной системы контроля и управления

Программное обеспечение АСКиУ НК разработано с применением инструмента *App Designer* математического пакета MATLAB [17]. Интерфейс данного программного обеспечения представляет собой вкладки, на которых представлены результаты моделирования и вывод прецедента (рис. 9).

Численные имитационные и натурные эксперименты [18] с использованием разработанного программного обеспечения АСКиУ НК показали возможность обеспечить повышение производительности НК на 20...30 % за счет восстановления ее до заданного значения в условиях негативного действия кавитации.

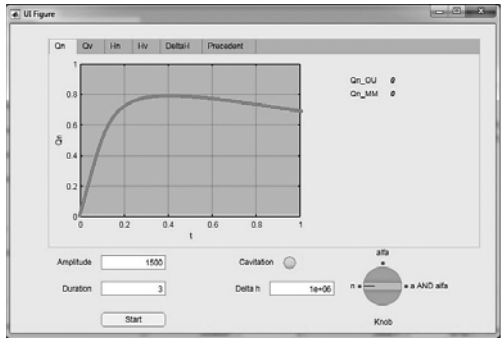

Рис. 9. Вкладка для отображения изменений расхода
Fig. 9. Tab to display flow changes

Заключение

Оперативный учет ключевых факторов, влияющих на развитие кавитации, реализованный в предлагаемой математической модели, и предложенный критерий оценки режима работы НК позволяют упростить процедуру определения наличия кавитации в НК.

Прецедентный подход, реализованный в автоматизированной системе, использующей математическую и твердотельную модели НК и нейросетевую модель определения объема кавитации, позволяет определять степень пригодности потенциального управляющего воздействия, за счет чего оператору предлагается совокупность возможных в текущей ситуации управляющих воздействий и предполагаемых результатов.

Представленная методология построения автоматизированной системы контроля и управления обеспечивает повышение (восстановление) производительности НК в условиях возникновения кавитации, предотвращает разрушение его элементов, увеличивает срок службы, снижает эксплуатационные издержки и затраты на ремонт оборудования.

Список литературы

1. **Лезнов Б. С.** Энергосбережение и регулируемый привод в насосных и воздуходувных установках. М.: Энергоатомиздат, 2006. 360 с.

2. **Карелин В. Я.** Кавитационные явления в центробежных и осевых насосах. М.: Машиностроение, 1975. 336 с.

3. **Тагирова К. Ф., Нугаев И. Ф.** Концептуальные основы автоматизации управления установками электроцентробежных насосов нефтедобывающих скважин // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21, № 2. С. 102—109. URL: https://doi.org/10.17587/mau.21.102-109.

4. **Лютов А. Г., Новоженин М. Б., Хуснутдинов Д. З.** Метод диагностики насосного комплекса на основе моделирования режимов работы в условиях возникновения кавитации // Нефтегазовое дело. 2017. Т. 15, № 1. С. 160—164.

5. **Tang X., Zou M., Wang F., Li X., Shi X.** Comprehensive numerical investigations of unsteady internal flows and cavitation characteristics in double-suction centrifugal pump // Mathematical Problems in Engineering. 2017. P. 1—13. URL: https://doi.org/10.1155/2017/5013826.

6. **Nohmi M., Yamazaki S., Kagawa S., An B., Kang D. et al.** Numerical analyses for cavitation surge in a pump with the square root shaped suction performance curve // 16th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery. 2016. P. 1—8.

7. **Hieninger T., Goppelt F., Schmidt-Vollus R. et al.** Energy-saving potential for centrifugal pump storage operation using optimized control schemes // Energy Efficiency. 2021. P. 9—23. URL: https://doi.org/10.1007/s12053-021-09932-5.

8. **Lu J, Yuan S, Parameswaran S, Yuan J, Ren X, Si Q.** Investigation on the vibration and flow instabilities induced by cavitation in a centrifugal pump // Advances in Mechanical Engineering. 2017. Vol. 9, N. 4. P. 1—11. doi: 10.1177/1687814017696225.

9. **Goppelt F., Hieninger T., Schmidt-Vollus R.** Modeling centrifugal pump systems from a system-theoretical point of view // 18th International Conference on Mechatronics — Mechatronika (ME). 2018. P. 1—8.

10. **Liu H.-L., Liu D.-X., Wang Y., Wu X.-F., Wang J.** Application of modified k-ω model to predicting cavitating flow in centrifugal pump // Water Science and Engineering. 2013. Vol. 6, N. 3. P. 331—339. doi:10.3882/j.issn.1674-2370.2013.03.009.

11. **Сагдатуллин А. М.** Разработка математической модели автоматизированного электромеханического комплекса насосной станции // Математическое моделирование. 2015. Т. 27, № 4. С. 3—15.

12. **Сердюк А. А., Коренькова Т. В.** Характеристики физической модели насосного комплекса с учетом кавитационных процессов // ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНІ І ЕНЕРГОЗБЕРІГАЮЧІ СИСТЕМИ. 2012. № 4(20). С. 57—62.

13. **Лютов А. Г., Новоженин М. Б.** Моделирование и диагностика нестационарных режимов автоматизированных насосных комплексов // Вестник УГАТУ. 2018. Т.22, № 1. С. 113—120.

14. **Лютов А. Г., Новоженин М. Б.** Автоматизированная система диагностики и управления режимами работы насосного комплекса при нестационарных процессах // Вестник УГАТУ. 2018. Т. 22, № 3. С. 114—123.

15. **Лютов А. Г., Рябов Ю. В.** Синтез технологического процесса для роботизированного комплекса на основе знаний // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017;18(10):660-664. URL: https://doi.org/10.17587/mau.18.660-664.

16. **Южанин В. В., Барашкин Р. Л.** Централизованная система автоматического регулирования магистрального нефтепровода с прогнозирующей моделью // Всероссийская научная конференция по проблемам управления в технических системах. 2015. № 1. С. 150—154.

17. **Лютов А. Г., Новоженин М. Б., Новоженин И. Б.** Программа контроля и управления насосным комплексом // Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2019664367 от 06.11.2019.

18. **Новоженин М. Б., Лютов А. Г., Озеров М. Ю.** Экспериментальное исследование режимов работы автоматизированного насосного комплекса при нестационарных процессах // Вестник ЮУрГУ. 2018. Т.18, № 1. С. 110—116.

Methodology of Automated Monitoring and Control of Pump Complex Operation Modes in Conditions of Cavitation Occurrence

A. G. Lutov, lutov1@mail.ru, **M. B. Novozhenin**, novozhenin.maxim@yandex.ru,
Ufa State Aviation Technical University, Ufa, 450000, Russian Federation

Corresponding author: **Novozhenin M. B.,** Senior Lecturer, Ufa State Aviation Technical University, Ufa, 450000, Russian Federation, e-mail: novozhenin.maxim@yandex.ru

Accepted on June 21, 2021

Abstract

The results of solving the problem of increasing the efficiency of an automated pumping complex for pumping liquids in conditions of non-stationary hydraulic processes, such as cavitation, are presented. The difficulty of determining the conditions for the occurrence of cavitation is associated with a large number of parameters, the mutual correlation of which is difficult to determine. It is shown that the methods used in practice in these conditions for monitoring and controlling pumping complexes based on centrifugal pumps and adjacent pipelines have significant disadvantages or solve the problem only partially. A mathematical model of the pump complex operation for operational control of the parameters of cavitation modes based on the similarity of the modes of operation of the centrifugal pump and the movement of the piston through the pipeline is presented, which simplifies the procedure for determining the presence of cavitation. A criterion for determining the efficiency of the pump complex operation mode is proposed based on an integral assessment of the difference between experimental and model data. A methodology for controlling the modes of operation of the pumping complex in the conditions of cavitation is formed. Due to the complexity of the direct calculation of the cavitation volume, a neural network model was proposed, trained based on experimental data. The structure, algorithms and software of the automated control and control system are developed using neural network models and a case-based approach to quickly determine the conditions for the occurrence of cavitation and correct the operating modes of the pumping complex. Decisions based on case — based reasoning are offered to the operator in the form of a "control effect-expected result"pair. The practical implementation of the automated system for monitoring and controlling the operating modes of the pumping complex is carried out in the AppDesigner package of the Matlab mathematical package. The use of the developed automated monitoring and control system provides an increase (restoration) of the pump complex performance in the conditions of cavitation, prevents the destruction of its elements, increases the service life, reduces operating costs and equipment repair costs.

Keywords: *pump complex, cavitation, control and management, methods and algorithms, automated system, neural network model, use case approach, software and algorithmic complex*

For citation:

Lutov A. G., Novozhenin M. B. Methodology of Automated Monitoring and Control of Pump Complex Operation Modes in Conditions of Cavitation Occurrence, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2021, vol. 22, no. 9, pp. 468—474.

DOI: 10.17587/mau.22.468-474

References

1. **Leznov B. S.** Energy saving and adjustable drive in pumping and blowing plants, Moscow, Energoatomizdat, 2006, 360 p. (in Russian).

2. **Karelin V. Ya.** Cavitation phenomena in centrifugal and axial pumps, Moscow, Mashinostroenie, 1975, 336 p. (in Russian).

3. **Tagirova K. F., Nugaev I. F.** Conceptual bases of automation of control of installations of electric center-bearing pumps of oil-producing wells. *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie,* 2020, vol. 21, no. 2, pp. 102—109 (in Russian), available at: https://doi.org/10.17587/mau.21.102-109.

4. **Lutov A. G., Novozhenin M. B., Khusnutdinov D. Z.** The method of diagnostics of a pumping complex on the basis of modeling of operating modes in the conditions of occurrence of cavitation, *Neftegazovoe Delo*, 2017, vol. 15, no. 1, pp. 160—164 (in Russian).

5. **Tang X., Zou M., Wang F., Li X., Shi X.** Comprehensive numerical investigations of unsteady internal flows and cavitation characteristics in double-suction centrifugal pump, *Mathematical Problems in Engineering*, 2017, pp. 1—13, available at: https://doi.org/10.1155/2017/5013826.

6. **Nohmi M., Yamazaki S., Kagawa S., An B., Kang D. et al.** Numerical analyses for cavitation surge in a pump with the square root shaped suction performance curve, *16th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*, 2016, pp. 1—8.

7. **Hieninger T., Goppelt F., Schmidt-Vollus R. et al.** Energy-saving potential for centrifugal pump storage operation using optimized control schemes, *Energy Efficiency*, 2021, pp. 9—23, available at: https://doi.org/10.1007/s12053-021-09932-5.

8. **Lu J, Yuan S, Parameswaran S, Yuan J, Ren X, Si Q.** Investigation on the vibration and flow instabilities induced by cavitation in a centrifugal pump, *Advances in Mechanical Engineering*, 2017, vol. 9, no. 4, pp. 1—11, doi:10.1177/1687814017696225.

9. **Goppelt F., Hieninger T., Schmidt-Vollus R.** Modeling centrifugal pump systems from a system-theoretical point of view, *18th International Conference on Mechatronics — Mechatronika (ME),* 2018, pp. 1—8.

10. **Liu H.-L., Liu D.-X., Wang Y., Wu X.-F., Wang J.** Application of modified k-ω model to predicting cavitating flow in centrifugal pump, *Water Science and Engineering,* 2013, vol. 6, no. 3, pp. 331—339, doi:10.3882/j.issn.1674-2370.2013.03.009.

11. **Sagdatullin A. M.** Development of a mathematical model of an automated electromechanical complex of a pumping station, *Matematicheskoe Modelirovanie*, 2015, vol. 27, no. 4, pp. 3—15 (in Russian).

12. **Serdyuk A. A., Korenkova T. V.** Characteristics of physical models of a pumping complex taking into account cavitation processes, *ELEKTROMEHANIChNI I ENERGOZBERIGAJuChI SISTEMI*, 2012, no. 4(20), pp. 57—62 (in Russian).

13. **Lutov A. G., Novozhenin M. B.** Modeling and diagnostics of non-stationary modes of automated pumping systems, *Vestnik UGATU*, 2018, vol. 22, no. 1, pp. 113—120 (in Russian).

14. **Lutov A. G., Novozhenin M. B.** Automated system for diagnostics and control of pump complex operating modes during non-stationary processes, *Vestnik UGATU*, 2018, vol. 22, no. 3, pp. 114—123 (in Russian).

15. **Lutov A. G., Ryabov Yu. V.** Synthesis of a technological process for a robotic complex based on knowledge, *Mehatronika, Avtomatizacija, Upravlenie.* 2017, vol. 18, no. 10, pp. 660—664 (in Russian), available at: https://doi.org/10.17587/mau.18.660-664.

16. **Juzhanin V. V., Barashkin R. L.** Centralized system for automatic regulation of the main oil pipeline with a predictive model, *Vserossijskaja Nauchnaja Konferencija po Problemam Upravlenija v Tehnicheskih Sistemah*, 2015, no. 1, pp. 150—154 (in Russian).

17. **Lutov A. G., Novozhenin M. B., Novozhenin I. B.** The program of control and management of the pump complex, Computer Program no 2019664367, 2019.

18. **Novozhenin M. B., Lutov A. G., Ozerov M. J.** Experimental study of the operation modes of the automated pumping complex for nonstationary processes, *Vestnik JuUrGU*, 2018, vol. 18, no. 1, pp. 110—116 (in Russian).

УДК 004.415.2.031.43 DOI: 10.17587/mau.22.475-783

Н. В. Астапенко, PhD, доц., astankin@mail.ru,
Северо-Казахстанский университет имени М. Козыбаева, г. Петропавловск, Республика Казахстан,
К. Т. Кошеков, д-р техн. наук, проф., kkoshekov@mail.ru,
АО "Академия гражданской авиации", г. Алматы, Республика Казахстан

Автоматизация контроля технологического процесса хранения в зернохранилище с горизонтальными силосами*

Хранение и переработка зерна является важнейшей составной частью инфраструктуры зернового рынка. Задача хранения зерна состоит в том, чтобы обеспечить полную сохранность количества и качества при минимальных затратах труда и денежных средств. В лаборатории Северо-Казахстанского университета имени М. Козыбаева был разработан опытный образец зернохранилища инновационного типа с использованием горизонтальных силосов, предназначенный для снижения стоимости строительства и реконструкции элеваторов при одновременном улучшении качества, увеличении сроков хранения и снижении текущих затрат на хранение. Особенность конструкции позволяет автоматизировать большинство операций технологического процесса хранения зерна.

Предлагается способ автоматизированного формирования управляющих воздействий на оборудование зернохранилища в результате анализа данных с датчиков температуры, влажности, уровня углекислого газа и 3D-измерений поверхности зерна.

Разработан проект автоматизированной системы для мониторинга и управления зернохранилищами с горизонтальными силосами. Отличительной особенностью предлагаемой автоматизированной системы является наиболее полный набор условий правильного хранения зерна по сравнению с другими системами контроля технологического процесса зернохранилища. Автоматизация работы достигается посредством разработанного способа формирования управляющих сигналов, а также таких вычислительных алгоритмов, как прогноз времени завершения выгрузки на базе условной скорости выпуска зерна, вычисление объема зерна в секции с помощью 3D-измерений. Логика функционирования базовых алгоритмов для автоматизированной системы мониторинга и управления зернохранилищем с горизонтальными силосами основана на анализе параметров температуры, влажности, уровня углекислого газа и 3D-измерений поверхности зерна в секциях зернохранилища. В представленном проекте автоматизированной системы учитывались научные знания и достижения в области хранения зерна и теории идентификационных измерений, что позволяет использовать описанные алгоритмы в информационных системах мониторинга зернохранилищ других видов.

Ключевые слова: *автоматизация, автоматизированная система, технологический процесс, управление, зернохранилище с горизонтальными силосами*

Введение

Технологический процесс работы зернохранилища направлен на обеспечение безопасных условий хранения и поддержание качества хранимого продукта. Несоблюдение условий хранения приводит к росту плесени, деятельности насекомых и в целом к потере зерна. Достижения в области автоматизации и компьютерных технологий за последние десятилетия привели к изменениям способов обработки и хранения зерна. Вопросы безопасности, экономической эффективности, качественной сохранности привели к необходимости использовать автоматизированные системы для отслеживания запасов, перемещения зерна, климатического контроля.

Важным фактором снижения себестоимости хранения и переработки зерна является внедрение комплексной автоматизации всех этапов технологического процесса. В настоящее время в Республике Казахстан ведутся работы по внедрению новой техники и технологий в агропромышленном комплексе, но автоматизированные решения по контролю количества зерна в процессе хранения пока предложены не были. Количественно-качественная сохранность зерна обеспечивается только традиционным методом визуального осмотра мест хранения зерна. Однако практика показала, что плановых осмотров мест хранения зерна недостаточно.

Указанные направления автоматизации частично реализованы в рамках современных научных исследований. Анализ научных трудов в данной области показывает широкий спектр результатов научных исследований. Наибольший вклад в развитие автоматизированных систем для элеваторов и зернохранилищ внесли зарубежные ученые из Индии и Китая. Следует отметить ученых, работающих над контролем параметров температуры, влажности и углекислого газа: J. Song [1], J. Liu [2], S. G. Galande [3], L. Li [4], X. D. Zhang [5], Z. Y. Zou [6], X. X. Zheng [7], M. Surendra [8], P. Sujatha [9], Dr. P. Dakhole [10]. Отдельно над решением проблемы контроля масс зерна на основе датчиков давления работали ученые D. X. Zhang [11], Sh. Qing [12] и Zh. Miao [13].

Разработкой автоматизированных систем управления зернохранилищами на территории России и Украины занимаются в основном

*Данное исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки РК №ГР 0115РК01229.

инженеры специализированных предприятий. В существующих автоматизированных системах мониторинг процесса хранения ограничивается отслеживанием значений температурных датчиков, как, например, в работах д-ра техн. наук, профессора, заслуженного изобретателя России В. М. Дринча [14] или канд. техн. наук А. Ю. Неделько [15].

Исследования авторов статьи направлены на усовершенствование процесса хранения зерна посредством внедрения комплекса интеллектуальных решений, основанных на использовании беспроводных технологий, инновационных способах контроля операций технологического процесса зернохранилища, алгоритмах сбора, обработки и анализа информационных сигналов и изображений и способе формирования управляющих воздействий к исполнительному оборудованию.

В лаборатории Северо-Казахстанского университета имени М. Козыбаева был разработан опытный образец зернохранилища инновационного типа с использованием горизонтальных силосов [16], предназначенный для снижения стоимости строительства и реконструкции элеваторов при одновременном улучшении качества, увеличении сроков хранения и снижении текущих затрат на хранение. Отличительная особенность данной разработки — это возможность полной автоматизации технологического процесса хранения зерна.

В данной статье авторы описывают логику функционирования и базовые алгоритмы системы для осуществления автоматизированного контроля технологического процесса зернохранилища на основе параметров температуры, влажности, уровня углекислого газа и 3D-измерений поверхности зерна.

В качестве метода исследования используется системное проектирование, которое позволяет комплексно решить поставленную задачу автоматизации контроля технологического процесса хранения сырья в зернохранилище с горизонтальными силосами. С помощью системного проектирования показаны взаимодействие и взаимосвязь отдельных элементов рассматриваемого объекта автоматизации, а также описывается структура и алгоритмы базовых процессов для реализуемой автоматизированной системы.

Характеристика объекта автоматизации

Объектом автоматизации является опытный образец зернохранилища инновационного типа с горизонтальными силосами, находящийся на территории фирмы ТОО "Диканши" (г. Петропавловск, Республика Казахстан). Особенность горизонтальных силосов заключается в способе и устройстве выгрузки зерна из хранилища. Традиционно транспортер для выгрузки зерна размещается под силосом, в зернохранилищах с горизонтальными силосами он размещается внутри силоса. На полу силоса устанавливаются цепные транспортеры для выгрузки зерна, пол между транспортерами делается с уклоном к транспортерам. Над цепями транспортеров установлены коробы.

Зернохранилище емкостью 200 т, оснащено автономным энергоисточником, имеет девять изолированных секций размером 2×4,5×7 (длина [м] × ширина [м] × высота [м]). При необходимости бункер может быть увеличен в длину путем добавления секций. Полы наклонены под углом в 45°, что способствует естественному потоку зерна при открытых нижних заслонках. Схема поперечного среза зернохранилища с горизонтальными силосами представлена на рис. 1.

Готовое к хранению зерно выгружается в выгрузную яму. Зерно поступает в норию с помощью шнекового подавателя через приемный патрубок. Нории ленточные применяются для подъема сыпучих грузов по вертикали. В свою очередь нория направляет зерно на верхний скребковый транспортер, который заполняет силос. Контроль заполнения каждой секции регулируется положением верхних заслонок. Цепной транспортер с погруженными скребками работает путем сплошного волочения сыпучих материалов посредством скребков, находящихся на замкнутой цепи, которая расположена в закрытом металлическом коробе.

Зерно выгружается через отверстия в днище корпуса, которые снабжены задвижками. Процесс загрузки и выгрузки зерна из секции регулируется управляющими заслонками, установленными на корпусе транспортеров подачи зерна. В зависимости от уровня зерна в бункере система формирует сигнал — оставить заслонку открытой либо закрыть ее.

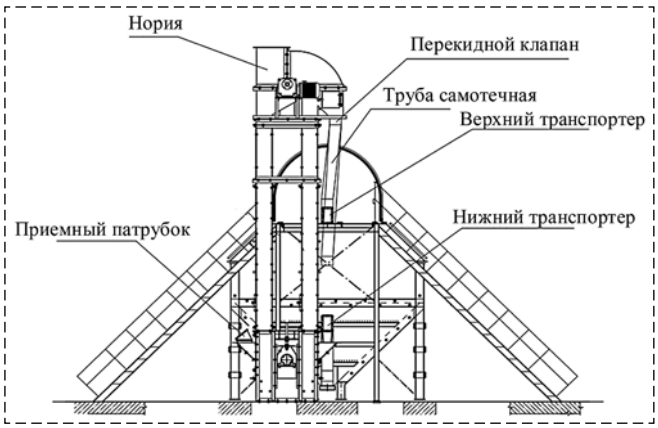

Рис. 1. Схема поперечного среза опытного образца
Fig. 1. Cross-sectional diagram of the prototype

Выгрузка из силосов осуществляется с помощью нижнего скребкового транспортера, который направляет зерно на норию для загрузки зерна в бункер. Для погрузки зерна в кузовы машин предусмотрена установка перекидного клапана на нории. Транспортер подает зерно на норию, которая поднимает его до определенного уровня. Перекидной клапан переключается в режим выгрузки и зерно поступает в разгрузочное сопло. В соответствии с технологической схемой в зернохранилище возможно выполнить внутреннее перемещение зерна.

Для предотвращения угрозы разрыва цепи верхнего или нижнего скребкового транспортера предусмотрены специальные устройства — виброанализаторы.

При работе технологического оборудования зернохранилища инновационного типа выделяется много пыли и прочих мелких частиц. Поэтому зернохранилище комплектуется аспирационной вентиляцией в каждой секции.

Таким образом, автоматизированная система для данного вида зернохранилища должна управлять следующим оборудованием: верхними задвижками (по одной на каждую секцию); перекидным клапаном; верхним транспортером; норией; нижним транспортером; нижними задвижками (по одной на каждую секцию); вентиляцией (по одной на каждую секцию). Для осуществления мониторинга зернохранилища используются следующие устройства: датчики температуры зерна; датчики уровня влажности зерна; датчики уровня углекислого газа; 3D-измеритель; датчик температуры и уровня влажности вне зернохранилища; виброанализатор.

Процессы создания 3D-измерителя, получения облака точек поверхности зерна, определение высоты насыпи и объема зерна в секции описаны авторами в работах [17, 18], поэтому в данной статье будем ссылаться на результаты предыдущего исследования.

Описание технологического процесса

Работа любого зернохранилища предполагает совершение комплекса взаимосвязанных операций. В технологическом процессе работы зернохранилища с горизонтальными силосами необходимо было выделить операции, которые возможно автоматизировать. В результате анализа авторы систематизировали все операции по трем базовым режимам работы: "Загрузка", "Мониторинг", "Выгрузка". Режим мониторинга, в свою очередь, агрегирует два режима: "Перемешивание", "Проветривание". Автоматизированное выполнение режимов и последовательности переходов осуществляется оператором, который предварительно выполняет настройку системы под конкретные параметры зернохранилища. Для осуществления режима загрузки оператор должен указать номера заполняемых секций, вид зерна и влажность загружаемого зерна. Максимальная высота насыпи для каждого вида зерна при разной влажности может значительно различаться [19]. Автоматизированная система контролирует высоту насыпи в процессе загрузки с помощью 3D-измерителя и завершает процесс загрузки изменением положения верхней задвижки.

После окончания процесса загрузки система переходит в режим мониторинга. В процессе хранения система должна осуществлять мониторинг основных параметров зернохранилища: температуры, влажности, уровня углекислого газа и объема зерна в секциях, рассчитанных на основе 3D-измерений поверхности зерна. Значения с датчиков аккумулируются в базе данных на сервере и становятся доступны для анализа автоматизированной системой и контрольного просмотра оператором.

Согласно правилам хранения зерна:

- необходимо выполнять перемешивание зерна через интервал времени, зависящий от вида зерна и установленной длительности хранения;
- слишком влажное зерно, идентифицируемое по значениям датчиков температуры и влажности, запускает режим перемешивания;
- слишком сухое зерно требует сокращения срока хранения;
- превышение критического значения уровня углекислого газа должно запускать режим проветривания (включение вентиляторов);
- резкое сокращение объема зерна при учете формулы Дюваля [20] говорит о возможности хищения зерна.

Переход в режим "Выгрузка" осуществляется по сигналу оператора. Оператор указывает объем зерна для выгрузки. После завершения режима выгрузки технологический процесс заканчивается в пустом силосе или осуществляется переход в режим "Мониторинг", если зерно в силосе осталось.

В режиме "Загрузка", "Перемешивание" и "Выгрузка" для предотвращения угрозы разрыва цепи верхнего или нижнего скребкового транспортера установлены виброанализаторы. Виброанализаторы запускаются при работе верхнего и/или нижнего транспортера и передают в систему показания напряжений в дискретные моменты времени. Анализ виброизмерений основывается на теории идентификационных измерений [21]. Идентификационный параметр не должен превышать установленное критическое значение $NF_k = 0{,}6$. Определяется идентификационный параметр по формуле

$$NF = \left[\frac{\max(G^N) - \min(G^N)}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(g_i - \overline{g})^2} \right]^2, \qquad (1)$$

где $G^N = [g_1, g_2, ..., g_N]$ — значения напряжений, считанные виброанализатором.

Если $NF < NF_k$, то загрузка продолжается, иначе следует остановка оборудования с уведомлением оператору об угрозе разрыва цепи.

После окончания процесса загрузки система переходит в режим хранения. В процессе хранения система должна осуществлять мониторинг основных параметров зернохранилища: температуры, влажности, уровня углекислого газа и объема зерна в секциях, рассчитанных на основе 3D-измерений поверхности зерна.

Логика функционирования автоматизированной системы

Комплексное описание системы. Автоматизированная система мониторинга и управления зернохранилищем с горизонтальными силосами — это крупная многопараметрическая система, характеризующаяся следующими особенностями:

- присутствует сложное описание, включающее большое число функций, параметров и нетривиальные взаимосвязи между ними;
- выделяется совокупность взаимодействующих модулей и их компонентов, различающихся целями и задачами функционирования;
- наблюдается разобщенность и разнородность отдельных групп параметров системы.

Для успешной реализации проекта необходимо точное и однозначное моделирование и инициализация информационных потоков системы. Логика функционирования автоматизированной системы мониторинга и управления технологическим процессом хранения зерна в зернохранилищах инновационного типа реализовано с помощью диаграммы потоков данных в соответствии с нотацией Гейна—Сарсона (рис. 2).

- "Фигура с маркировкой D*" определяет хранилище данных: D1.dbSetting хранит установочные статические значения системы; D2.dbMySQL содержит информацию по зернохранилищу, нормативы хранения зерна, значения измерительных датчиков, журнал результатов мониторинга и управления; D3.dbCalibration хранит данные после калибровки панелей 3D-измерителя; D4.dbImage — каталог цифровых изображений с 3D-измерителя; D5.dbStandartPoint — каталог реперных эталонных точек; D6.db3DMeasuring содержит непосредственно 3D-измерения.

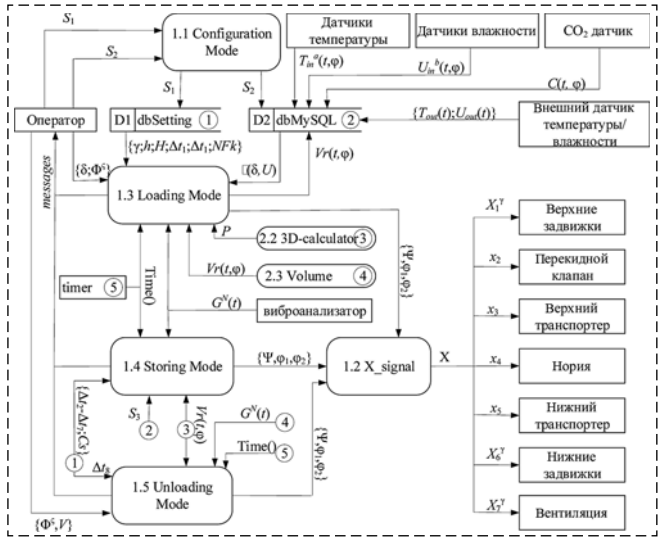

Рис. 2. Диаграмма потоков данных информационной системы мониторинга и управления зернохранилищем с горизонтальными силосами

Fig. 2. Diagram of data flows of information system for monitoring and control of grain storage with horizontal silos

- "Прямоугольники со скругленными углами" — это модули автоматизированной системы.
- "Линии со стрелками" указывают направление информационных потоков между объектами диаграммы.

Инициализация подсистем:

- Подсистема "1.1 Configuration Mode" ("1.1 Режима настройка") — интерфейс для ввода/изменения набора задающих параметров.
- Подсистема "1.2 X_signal" формирует набор управляющих сигналов для транспортного оборудования зернохранилища инновационного вида.
- Подсистема "1.3 LoadingMode" ("1.3 Режим загрузки") поддерживает функционирование процесса загрузки.
- Подсистема "1.4 StoringMode" ("1.4 Режим хранения") поддерживает функционирование процесса мониторинга, во время которого анализируются показания с датчиков температуры, влажности, углекислого газа и 3D-измерителя.
- Подсистема "1.5 UnloadingMode" ("1.5 Режим выгрузки") поддерживает функционирование процесса выгрузки зерна.
- Подсистема "2.2 3D-calculator" ("2.2 3D-вычислитель") получает измерения поверхности по цифровым изображениям и вычисляет высоту насыпи в секции.
- Подсистема "2.3 Volume" ("2.3 Расчет объема") выполняет расчет объема зерна в секции по облаку трехмерных измерений.

Функционирование двух последних подсистем не являются предметом настоящей статьи.

Рассмотрим инициализацию параметров системы по группам.

1. Данные, вводимые оператором:

$\Phi^{\varsigma} = (\varphi 1, \varphi 2, ..., \varphi\varsigma)$ — номера загружаемых секций зернохранилища;

V — объем зерна, которое нужно выгрузить;

S_1 {γ; H; h; Cs; NFk; Δt_1; Δt_2; Δt_3; Δt_4; Δt_5; Δt_6; Δt_7; Δt_8}: γ — число секций в зернохранилище; H — высота секций; h — максимальная высота насыпи в секции;

S_2 {Vs^{γ}; δ^{ω}; U^{γ}; ε(δ, U); Θ(T_0(δ), T_1(δ), U_0(δ), U_1(δ)); E^{γ}}: Vs^{γ} — одномерный массив со значениями объема соответствующей секции зернохранилища; δ^{ω} — список видов зерна; U^{γ} — одномерный массив со значениями влажности зерна перед загрузкой в соответствующую секцию; ε(δ, U) — максимальная высота насыпи для зерна вида δ с уровнем влажности U; Θ(T_0(δ), T_1(δ), U_0(δ), U_1(δ)) — таблица нормального соответствия влажности (U_0, U_1) и температуры (T_0, T_1) для зерна вида δ; E^{γ} — одномерный массив сроков хранения зерна, загруженного в соответствующие секции зернохранилища.

2. Показания с датчиков:

$T_{out}(t)$ — температура на улице во время t; $U_{out}(t)$ — влажность на улице во время t; T_{in}^{a} (t, φ) — вектор температур с a датчиков во время t в секции φ; U_{in}^{b}(t, φ) — вектор уровней влажности с b датчиков во время t в секции φ; C(t, φ) — уровень углекислого газа с датчика CO_2 во время t в секции φ; G^N — значения напряжений, считанных виброанализатором

3. Структура информационного потока в режим хранения: S_3{$T_{out}(t)$; $U_{out}(t)$; T_{in}^{a}(t, φ); U_{in}^{b}(t, φ); C(t, φ)}.

4. Vr(t,φ) — объем зерна в секции φ после загрузки; P — высота загруженной насыпи в секции; $Time$() — определяет текущее время по таймеру.

5. Управляющий сигнал для оборудования X { X_1^{γ}; x_2; x_3; x_4; x_5; X_6^{γ}; X_7^{γ}}:

X_1^{γ} — одномерный битовый массив значений, соответствующих управлению верхними задвижками γ секций (1 — открытое положение задвижки, 0 — закрытое положение); x_2 — определяет положение перекидного клапана (1 — режим загрузки, 0 — режим выгрузки); x_3 — определяет состояние верхнего конвейера (1 — пуск, 0 — останов); x_4 — определяет состояние нории (1 — пуск, 0 — останов); x_5 — определяет состояние нижнего конвейера (1 — пуск, 0 — останов); X_6^{γ} — одномерный битовый массив значений, соответствующих управлению нижними задвижками γ секций (1 — открытое положение задвижки, 0 — закрытое положение); X_7^{γ} — одномерный битовый массив значений, соответствующих управлению вентиляторами γ секций (1 — пуск, 0 — останов).

Формирование управляющих сигналов. В процессе выполнения операций вычислительного процесса формируются управляющие воздействия к исполнительным устройствам: верхним задвижкам для загрузочных щелей; верхнему транспортеру, нории, перекидному клапану, нижнему транспортеру, нижним задвижкам для выгрузных щелей.

Формирует набор управляющих сигналов для исполнительных устройств зернохранилища инновационного типа подсистема "1.2 X_ signal". Для ее реализации разработан одноименный алгоритм "X_signal". Алгоритм работы подсистемы для формирования управляющих сигналов к оборудованию зернохранилища реализован в соответствии с рис. 3.

Управляющий сигнал для секции φ формируется в зависимости от значения параметра Ψ:

(Ψ = A) — сигналы для загрузки указанного номера секции;

(Ψ = B) — сигналы для выгрузки указанного номера секции;

(Ψ = C) — сигналы для перемешивания/перемещения указанных номеров секций;

(Ψ = D) — сигналы для остановки оборудования;

(Ψ = E) — сигналы для вентиляции указанных секций;

(Ψ = F) — сигналы для отключения вентиляции.

Номер секции во всех случаях кроме (Ψ = C) указывается вторым параметром φ_1, а третий параметр не указывается.

Для случая (Ψ = C) указывается два номера секции, чтобы можно было перемещать зерно из одной секции в другую. Если $\varphi_1 = \varphi_2$, то осуществляется перемешивание зерна.

Таким образом в результате работы алгоритма формируется управляющий сигнал, структура которого описана выше при описании параметров системы. Для наглядности приведем пример сигнала на загрузку первой секции из 9:

X_1 $x_2x_3x_4$ x_5 X_6 X_7

X{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0}

Значения битовых массивов формируются с помощью специальных функций f_1 и f_2. Функ-

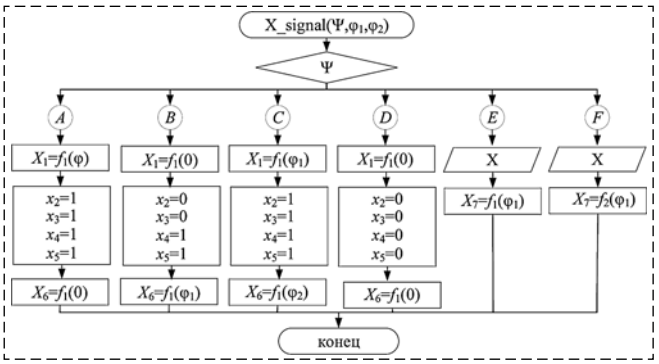

Рис. 3. Алгоритм формирования управляющих сигналов
Fig. 3. Algorithm for generating control signals

ция f_1 для управления верхними и нижними задвижками и включения вентиляции выглядит в соответствии со следующей группой правил:

$$X_i = f_1(\varphi) \Rightarrow \forall x_j^* \in X_i,\ \text{где } i = 1,6,7,\ j = 1\ldots\gamma,\quad x_j^* = \begin{cases} 1, \text{ где } j = \varphi \wedge \varphi \neq 0, \\ 0, \text{ где } j \neq \varphi \vee \varphi = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где φ — номер секции, а γ — число секций в зернохранилище.

Функция f_2 для отключения вентиляции в секции определяется правилом

$$X_7 = f_2(\varphi) \Rightarrow \forall x_j^* \in X_7, \text{ где } j = 1\ldots\gamma,\quad x_j^* = 0, \text{ где } j = \varphi. \quad (3)$$

Таким образом, модуль формирования управляющих сигналов представляет собой алгоритм, содержащий оператор выбора с блоком операторов присваивания кода сигнала соответствующему исполнительному оборудованию.

Алгоритм работы режима загрузки. Подсистема "1.3 Режим загрузки" поддерживает функционирование процесса загрузки. Наиболее важный момент, который необходимо учитывать при загрузке, это высота насыпи зерна. Максимально возможная высота насыпи зависит от вида зерна и влажности зерна ($\varepsilon(\delta, U)$) [21]. Кроме того, необходимо учитывать максимально возможную высоту насыпи в секции зернохранилища (h). Таким образом можно определить высоту насыпи загружаемого зерна по формуле: $\min(\varepsilon(\delta, U), h)$.

Реализация алгоритма загрузки одной секции зернохранилища выглядит следующим образом:

Шаг 1. Отправляется сигнал к оборудованию на загрузку φ_i-секции X_signal($\Psi = A$, φ_i), где $i = 1, \ldots, \varsigma$.

Шаг 2. Получаем с виброанализатора показания напряжений G^N, по формуле (1) определяем NF.

Шаг 3. ЕСЛИ $NF \geqslant NF_k$, ТО передать сообщение оператору "угроза разрыва цепи" и сигнал на остановку оборудования X_signal($\Psi = D$, 0), ИНАЧЕ выполняем Шаг 2 через интервал времени Δt_1.

Шаг 4. С помощью таймера фиксируем время первой проверки через интервал Δt_2.

Шаг 5. В установленное время с помощью подсистемы "2.1 3D-calculator" определяем загруженную высоту насыпи (P).

Шаг 6. ЕСЛИ $P < \min(\varepsilon(\delta), h)$, ТО рассчитаем время следующей проверки высоты насыпи по формуле

$$t = \frac{\min(\varepsilon(\delta), h) - P}{P}(Time() - t_0), \quad (4)$$

где $Time()$ — текущее время, t_0 — время начало загрузки,

ИНАЧЕ определяется объем (Vr) заполненной секции с помощью подсистемы "2.2 Volume", результат сохраняется в D2.dbMySQL и выполняется переход на загрузку следующей секции — Шаг 1.

Указанные оператором номера секций заполняются циклически по представленному алгоритму. После загрузки последней секции подается сигнал на остановку оборудования $X_signal(\Psi = D, 0)$.

Алгоритм работы режима хранения. Подсистема "1.4 Режим хранения" поддерживает функционирование процесса хранения, во время которого анализируются показания с датчиков температуры, влажности, углекислого газа и 3D-измерителя.

Анализ работ по автоматизации зернохранилищ [2—9] показал, что не существует работ с полным перечнем условий качественного хранения зерна по показаниям датчиков температуры, влажности, углекислого газа. В данной работе авторы попытались восполнить данный пробел на основе правил хранения зерна, приведенных в работах [10, 11].

Разработка алгоритма режима хранения реализована следующим образом:

Шаг 1. Через каждый интервал времени Δt_3 считываются показания с датчиков: $T_{out}(t)$ — температура на улице во время t; $U_{out}(t)$— влажность на улице во время t; $T_{in}^a(t, \varphi)$ — вектор температур с a датчиков во время t в секции φ; $U_{in}^b(t, \varphi)$ — вектор уровней влажности с b датчиков во время t в секции φ.

Шаг 2. Для хранимого вида зерна (δ) считывается таблица нормального соответствия влажности и температуры $\Theta(T_0(\delta), T_1(\delta), U_0(\delta), U_1(\delta))$.

Шаг 3. ЕСЛИ

$!([U_0(\delta) \leqslant \max(U_{in}^b(t,\varphi)) \leqslant U_1(\delta)] \wedge [T_0(\delta) \leqslant \leqslant \max(T_{in}^a(t,\varphi)) \leqslant T_1(\delta)])$,

ТО

{ЕСЛИ

$([\max(U_{in}^b(t,\varphi)) \leqslant U_1(\delta)] \wedge [T_0(\delta) \leqslant \leqslant \max(T_{in}^a(t,\varphi)) \leqslant T_1(\delta)])$,

ТО сообщение оператору "опасность самовозгорания зерна" и запуск перемешивания зерна в течении временного интервала Δt_7,

ИНАЧЕ сообщение оператору "зерно пересушено, требуется сокращение сроков хранения"

}, ИНАЧЕ { ЕСЛИ

$([(\min(T_{in}^a(t,\varphi)) - T_{out}(t) \geqslant 4^\circ) \wedge (U_{out}(t) \leqslant 40\ \%)] \vee$

$[(\min(T_{in}^a(t,\varphi)) - T_{out}(t) \geqslant 8^\circ) \wedge (U_{out}(t) > 40\ \%)])$,

ТО сообщение оператору "требуется вентиляция зерна" и сигнал на вентиляцию в i-ю секцию X_signal($\Psi = E$, φ_i)

}

Шаг 4. Через каждый интервал времени Δt_4 считываются показания с датчика CO_2 во время t в секции φ ($C(t,\varphi)$).

Шаг 5. ЕСЛИ $C(t,\varphi) \geqslant Cs$, ТО сообщение оператору "требуется вентиляция зерна" И сигнал на вентиляцию в i-секцию X_signal($\Psi = E, \varphi_i$).

Шаг 6. Через каждый интервал времени Δt_5 считываются показания объема ($Vr(t, \varphi)$) в каждой заполненной секции с подсистемы "Volume".

Шаг 7. ЕСЛИ выполняется условие

$$\frac{Vr(t,\varphi_i)}{V0(\varphi_i)} \geqslant \frac{100(U0(\varphi_i) - \max(U_{in}^b(t,\varphi_i)))}{100 - \max(U_{in}^b(t,\varphi_i))}, \quad (5)$$

где $V_0(\varphi_i)$ — последнее установленное значение объема в секции φ_i, $U_0(\varphi_i)$ — последнее установленное значение уровня влажности зерна в секции φ_i.

ТО сообщение оператору "необоснованное уменьшение зерна".

Шаг 7. Через каждый интервал времени Δt_6 запуск перемешивания зерна в течении временного интервала Δt_7 и проверка значения идентификатора по показаниям виброанализатора во время перемешивания в соответствии с формулой (1).

Изложенный алгоритм работы режима хранения выполняется для всех непустых секций зернохранилища.

Алгоритм работы режима выгрузки. Подсистема "1.5 Режим выгрузки" поддерживает функционирование процесса выгрузки зерна. Оператор указывает выгружаемый объем зерна V и номера секций, из которых будет выгружаться зерно Φ^{ς}. Указанные оператором номера секций выгружаются циклически по следующему алгоритму:

Шаг 1. Считываем начальный объем зерна $V_0(\varphi_i)$ в φ_i-й секции, где $i = 1, ..., \varsigma$.

Шаг 2. Отправляется сигнал к оборудованию на выгрузку φ_i-й секции X_signal($\Psi = B, \varphi_i$).

Шаг 3. Получаем с виброанализатора показания напряжений G^N, по формуле (1) определяем NF.

Шаг 4. ЕСЛИ $NF \geqslant NF_k$, ТО сообщение оператору "угроза разрыва цепи" и сигнал на остановку оборудования X_signal($\Psi = D$,0), ИНАЧЕ выполняем Шаг 2 через интервал времени Δt_1.

Шаг 5. С помощью таймера фиксируем время первой проверки через интервал Δt_8.

Шаг 6. В установленное время с помощью подсистемы "2.2 Volume" определяем объем зерна в секции $Vr(t, \varphi)$.

Шаг 7. ЕСЛИ $V_0(\varphi) - Vr(t, \varphi) < V$, ТО время следующей проверки объема зерна при выгрузке определяем по формуле

$$t = \frac{V - (V0(\varphi) - Vr(t,\varphi))}{V0(\varphi) - Vr(t,\varphi)}(Time() - t_0), \quad (6)$$

где $Time()$ — текущее время, t_0 — время начало выгрузки,

ИНАЧЕ выполняется переход на выгрузку следующей секции — Шаг 1.

После выгрузки последней секции подается сигнал на остановку оборудования X_signal($\Psi = D$, 0).

Заключение

Интегрированными показателями качества сельскохозяйственной продукции является ее температура, влажность и уровень углекислого газа. Нарушение условий загрузки и хранения аграрной продукции приводит к ее порче, самосогреванию и самовозгоранию. Анализ существующих систем дистанционного контроля выявил их недостатки и слабую автоматизацию операций технологического процесса. Созданный учеными СКУ имени М. Козыбаева экспериментальный образец зернохранилища инновационного типа с горизонтальными силосами предоставил возможность максимально автоматизировать операции технологического процесса хранения зерна.

Наибольшая значимость работы заключается в автоматизации технологического процесса хранения зерна. В данной статье авторы описали логику функционирования и базовые алгоритмы для автоматизированной системы мониторинга и управления зернохранилищем с горизонтальными силосами на основе анализа параметров температуры, влажности, уровня углекислого газа и 3D-измерений поверхности зерна. Данная автоматизированная система позволяет обрабатывать результаты замеров, выдавать результаты анализа в виде управляющих сигналов и рекомендаций по работе зернохранилища. В разработке автоматизированной системы учитывались научные знания и достижения в области хранения зерна и теории идентификационных измерений.

В данной работе представлены:

- проект информационной системы для автоматизированного мониторинга и управления зернохранилищами с горизонтальными силосами;
- прогноз времени завершения загрузки на базе условной скорости заполнения секции зернохранилища;
- прогноз времени завершения выгрузки на базе условной скорости выпуска зерна;
- наиболее полный набор условий правильного хранения зерна по сравнению с други-

ми системами контроля технологического процесса зернохранилища;
- способ и алгоритм формирования управляющих сигналов.

Разработанные алгоритмы и технологические решения могут быть применены для разработки интеллектуальных систем мониторинга и управления зернохранилищами других видов.

Список литературы

1. **Song J., Kai W., Xiaochen Zh.** Measurement and control system based on wireless senor network for granary // 5th International Conference on Education, Management, Information and Medicine (EMIM). 2015. P. 256—260. URL: https://doi.org/10.2991/emim-15.2015.50.

2. **Liu J.** Design of granary temperature monitoring system based on virtual instrument technology // Advanced Materials Research. 2012. Vols. 542—543. P. 212—216.

3. **Galande S., Agrawal G., Anap M.** A Parameter monitoring and control of grain storage by embedded system // International Journal of Informative & Futuristic Research. 2015. Vol. 2(11). P. 4172—4179.

4. **Li L. J.** Distributed sensors network of granary based on Zigbee // Network and Information Technology. 2012. Vol. 31. P. 63—65.

5. **Zhang X. D**., **Zhang J., Li Z. Q.** Environmental monitoring in grain granary based on embedded system // 7th IEEE International Conference on Software Engineering and Service Science (ICSESS). China. 2016. P. 1051—1054.

6. **Zou Z., Wang Y., Zhou M.** Design of ZigBee & ARM technology based granary monitoring system // 3rd IEEE Information Technology and Mechatronics Engineering Conference (ITOEC). China. 2017. P. 835—838.

7. **Zheng X. X., Li L. R., Shao S. F.** A GSM-based remote temperature and humidity monitoring system for granary // International Conference on Electronic, Information and Computer Engineering (ICEICE). Hong Kong. 2016. Vol. 44. URL: https://doi.org/10.1051/matecconf/20164401060.

8. **Surendra M., Kishore G.** The Design of granary environment monitoring through web server based on ARM-9 and Zigbee // International Journal of Advanced Technology and Innovative Research. 2014. Vol. 06 (12). P. 1552—1555.

9. **Sujatha P., Kishore Ch.** Advanced system for monitoring and controlling of the grain condition based on ARM7 // International Journal of Scientific Engineering and Technology Research. 2015. Vol. 04 (29). P. 5655—5660.

10. **Khorgade M., Dr. Dakhole P.** Granary environmental monitoring system using ZigBee and ARM Processor IJCSN // International Journal of Computer Science and Network. 2015. Vol. 4 (3). P. 456—460.

11. **Zhang X., Zhang D. X.** A Detection model of granary storage quantity based on deep learning // Proceedings of the 2017 International Conference on Material Science, Energy and Environmental Engineering. 2017. Vol. 125. P. 30—33. URL: https://doi.org/10.2991/mseee-17.2017.21.

12. **Qing Sh., Tao X., Yoshino T.** Point cloud simplification algorithm based on particle swarm optimization for online measurement of stored bulk grain // International journal of agricultural and biological engineering. 2016. Vol. 9(1). P. 71—78.

13. **Miao Zh., Dexian Zh.** A Hybrid model for granary storage quantity detection // Journal of Residuals Science & Technology, DEStech Publications. 2016. Vol. 13 (5).

14. **Дринча В. М.** Контроль и мониторинг температуры зерна: залог сохранности его качества // TechnoGrad. URL: http://www.agrometall.ru/uchebnyj-centr-zhivoe-zerno/nou-hau/stati-po-posleuborochnoj-obrabotke-zerna/kontrol-i-monitoring-temperatury-zerna/

15. **Неделько А. Ю., Масло А. Д., Кропачев Д. Ю.** Система мониторинга температуры зерна в элеваторах и зернохранилища // Метрология Компетентность. 2012. № 7. С. 52—56.

16. **Тулешов А. К., Дильмагамбетов Ш. Н., Байболов К. Б., Кожаков К. С., Дилмагамбетов Р. П.** Евразийский патент № 201600284. Способ выгрузки сыпучих материалов, преимущественно зерна, из емкостей и хранилищ, устройство для его осуществления и хранилище для сыпучих материалов, преимущественно зерна.

17. **Astapenko N. V., Koshekov K. T., Petrov P. A.** Design of the granary technological process control subsystem for monitoring of the grain volume in a silo // Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics 2016). 2016. P. 48—52. URL: https://doi.org/10.1109/Dynamics.2016.7818971.

18. **Astapenko N., Koshekov K., Kolesnikov A.** Methodology of automatic registration of 3D measurements of bulk materials in granaries // Computer Optics. 2018. V. 42 (03). P. 510—520. URL: https://doi.org/10.18287/2412-6179-2018-42-3-510-520.

19. **Karpov V., Chirkova A., Mogdalev P.** Organization of production: Uchebno-methodical manual Belarusian State Agricultural Academy. Gorki: Publishing house of BSAA, 2007. 63 p.

20. **Шепелев М. А.** Технология хранения зерна: учебно-методическое пособие по технологии хранения и переработке растениеводческой продукции для студентов специальности "5В080100—Агрономия". Костанай: КРУ А. Байтурсынова, 2013. 62 с.

21. **Koshekov K., Klikushin Yu., Savostin A., Sofyina N., Astapenko N., Kashevkin A., Koshekova B.** Modernization of vibrational analysis based on identification measurements // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2018. No 54(5). P. 328—334. URL: https://doi.org/10.1134/S106183091805008X.

Automation of Control of Technological Process of Storage in a Granary with Horizontal Silos

N. V. Astapenko, astankin@mail.ru,
M. Kozybayev North Kazakhstan University, Petropavlovsk, 150000, Republic of Kazakhstan,
K. T. Koshekov, kkoshekov@mail.ru,
Civil Aviation Academy, Almaty, 050039, Republic of Kazakhstan

Corresponding author: **Astapenko Natalya V.**, Ph.D., Associate Professor,
M. Kozybayev North Kazakhstan University, Petropavlovsk, 150000, Republic of Kazakhstan, e-mail: astankin@mail.ru

Accepted on May 29, 2021

Abstract

Grain storage and processing is the most important component of the grain market infrastructure. The task of grain storage is to ensure complete safety of quantity and quality with minimal labor and money costs. In the laboratory of the M. Kozybayev North Kazakhstan University, a prototype of an innovative type of grain storage was developed using hori-

zontal silos, designed to reduce the cost of construction and reconstruction of elevators while improving quality, increasing storage times and reducing current storage costs. The design feature makes it possible to automate most of the operations of the technological process of grain storage. This article proposes a method for the automated formation of control actions on grain storage equipment as a result of data analysis from temperature, humidity, carbon dioxide level sensors and 3D measurements of the grain surface. A project of an automated system for monitoring and controlling grain storage facilities with horizontal silos has been developed. A distinctive feature of the proposed automated system is the most complete set of conditions for the correct storage of grain in comparison with other control systems for the technological process of a granary. Automation of work is achieved through the developed method for generating control signals, as well as such computational algorithms as forecasting the completion time of loading based on the conditional filling rate of the grain storage section, forecasting the completion time of unloading based on the conditional grain release rate, calculating the grain volume in the section using 3D measurements. The logic of the functioning of the basic algorithms for an automated monitoring and control system for a granary with horizontal silos is based on the analysis of the parameters of temperature, humidity, carbon dioxide level and 3D measurements of the grain surface in the sections of the granary. In the presented project of an automated system, scientific knowledge and achievements in the field of grain storage and the theory of identification measurements were taken into account, which makes it possible to use the described algorithms in information systems for monitoring grain storage facilities of other types.

Keywords: *automation, automated system, technological process, control, granary with horizontal silos*

Acknowledgments: *This study was carried out with the support of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan No. GR 0115RK01229.*

For citation:

Astapenko N. V., Koshekov K. T. Automation of Control of Technological Process of Storage in a Granary with Horizontal Silos, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 9, pp. 475—483.

DOI: 10.17587/mau.22.475-483

References

1. **Song J., Kai W., Xiaochen Zh.** Measurement and control system based on wireless senor network for granary, *5th International Conference on Education, Management, Information and Medicine (EMIM)*, 2015, pp. 256—260, available at: https://doi.org/10.2991/emim-15.2015.50.

2. **Liu J.** Design of granary temperature monitoring system based on virtual instrument technology, *Advanced Materials Research*, 2012, vols. 542—543, pp. 212—216.

3. **Galande S., Agrawal G., Anap M.** A Parameter monitoring and control of grain storage by embedded system, *International Journal of Informative & Futuristic Research*, 2015, vol. 2(11), pp. 4172—4179.

4. **Li L. J.** Distributed sensors network of granary based on Zigbee, *Network and Information Technology*, 2012, vol. 31, pp. 63—65.

5. **Zhang X. D.**, **Zhang J., Li Z. Q.** Environmental monitoring in grain granary based on embedded system — *7th IEEE International Conference on Software Engineering and Service Science (ICSESS)*, China, 2016, pp. 1051—1054.

6. **Zou Z., Wang Y., Zhou M.** Design of ZigBee & ARM technology based granary monitoring system — *3rd IEEE Information Technology and Mechatronics Engineering Conference (ITOEC)*, China, 2017, pp. 835—838.

7. **Zheng X. X.**, **Li L. R.**, **Shao S. F.** A GSM-based remote temperature and humidity monitoring system for granary — *International Conference on Electronic, Information and Computer Engineering (ICEICE)*, Hong Kong, 2016, vol. 44.

8. **Surendra M., Kishore G.** The Design of granary environment monitoring through web server based on ARM-9 and Zigbee, *International Journal of Advanced Technology and Innovative Research*, 2014, vol. 06 (12), pp. 1552—1555.

9. **Sujatha P., Kishore Ch.** Advanced system for monitoring and controlling of the grain condition based on ARM7, *International Journal of Innovative Technologies*, 2015, vol. 04 (29), pp. 5655—5660.

10. **Khorgade M., Dr. Dakhole P.** Granary environmental monitoring system using ZigBee and ARM Processor IJCSN, *International Journal of Computer Science and Network*, 2015, vol. 4 (3), pp. 456—460.

11. **Zhang X., Zhang D. X.** A Detection model of granary storage quantity based on deep learning, *Proceedings of the 2017 International Conference on Material Science, Energy and Environmental Engineering*, 2017, vol. 125, pp. 30—33.

12. **Qing Sh., Tao X., Yoshino T.** Point cloud simplification algorithm based on particle swarm optimization for online measurement of stored bulk grain, *International journal of agricultural and biological engineering*, 2016, vol. 9(1), pp. 71—78.

13. **Miao Zh., Dexian Zh.** A Hybrid model for granary storage quantity detection, *Journal of Residuals Science & Technology*, DEStech Publications, 2016, vol. 13 (5).

14. **Drincha V. M.** Control and monitoring of grain temperature: a guarantee of the preservation of its quality, *TechnoGrad*, available at: http://www.agrometall.ru/uchebnyj-centr-zhivoe-zerno/nou-hau/stati-po-posleuborochnoj-obrabotke-zerna/kontrol-i-monitoring-temperatury-zerna/ (in Russian).

15. **Nedelko A. Yu., Maslo A. D., Kropachev D. Yu.** The system for monitoring the temperature of grain in elevators and granaries, *Metrology Competence*, 2012, no. 7, pp. 52—56 (in Russian).

16. **Tuleshov A. K., Dilmagambetov Sh.N., Baibolov K. B., Kozhakov K. S., Dilmagambetov R. P.** *Eurasian patent No. 201600284 Method for unloading bulk materials, mainly grain, from containers and storages, a device for its implementation and storage for bulk materials, mainly grain* (in Russian)

17. **Astapenko N. V., Koshekov K. T., Petrov P. A.** *Design of the granary technological process control subsystem for monitoring of the grain volume in a silo*, Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics 2016), 2016, pp. 48—52.

18. **Astapenko N., Koshekov K., Kolesnikov A.** Methodology of automatic registration of 3D measurements of bulk materials in granaries, *Computer Optics*, 2018, vol. 42 (03), pp. 510—520, available at: https://doi.org/10.18287/2412-6179-2018-42-3-510-520.

19. **Karpov V., Chirkova A., Mogdalev P.** Uchebno-methodical manual *Belarusian State Agricultural Academy*, Gorki, Publishing house of BSAA, 2007, 63 p.

20. **Shepelev M. A.** Grain storage technology: teaching aid on storage technology and processing of crop products for students of the specialty "5B080100-Agronomy", Kostanay, Publishing house of KPU A. Baitursynova, 2013, 62 p. (in Russian).

21. **Koshekov K., Klikushin Yu., Savostin A., Sofyina N., Astapenko N., Kashevkin A., Koshekova B.** Modernization of vibrational analysis based on identification measurements, *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2018, no. 54(5), pp. 328—334.

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 629.735:681.51 DOI: 10.17587/mau.22.484-493

Г. Н. Лебедев[1], д-р техн. наук, проф., kaf301@mai.ru,
В. И. Гончаренко[1,2], д-р техн. наук, доц., goncharenkovi@mai.ru,
Н. А. Максимов[1], канд. техн. наук, доц., n-a-maximov47@yandex.ru,
Д. А. Михайлин[1], канд. техн. наук, доц., tau_301@mail.ru,
А. В. Румакина[1], ассистент, a_rumakina@mail.ru,
[1]Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
[2]Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва

Метод оперативного планирования групповых действий летательных аппаратов в режиме "воздушного такси"*

Обсуждается разработка алгоритмов оперативного планирования маршрутов группы летательных аппаратов (ЛА). Рассматриваются групповые действия малой и беспилотной авиации в режиме "воздушного такси", когда не существует регулярного расписания полетов между пунктами назначения, а заявки поступают "по вызову" на перелеты в пункты, состав которых заранее неизвестен и носит случайный характер. Решается многокритериальная задача планирования группового полета в режиме "воздушного такси". Предложено решение этой задачи с помощью аппарата теории массового обслуживания, согласно которой рассматриваемая система относится к классу многоканальных систем массового обслуживания с ожиданием. Предложен метод решения задачи оперативного планирования действий ЛА. Разработан алгоритм группового целераспределения новых заявок между ЛА на базе модифицированного минимаксного критерия назначения ближайшего ЛА для объекта с максимальным временем обслуживания. Разработанный алгоритм построен на основе следующих четырех основных операций: первая операция осуществляет выбор первоочередных необслуженных целей по критерию назначения динамического приоритета, вторая операция ранжирует сформированный список по другому критерию, учитывающему важность и суммарную удаленность каждого наземного объекта от группировки ЛА, третья операция выбирает объект с максимальным рангом, и для него решается задача назначения "своего" ЛА по третьему критерию максимальной близости, четвертая операция осуществляет проверку условий непересекаемости маршрутов группового полета. Разработана компьютерная модель системы обслуживания заявок в режиме воздушного такси. Разработанная модель позволяет анализировать различные алгоритмы диспетчеризации, а также определять на каждом шаге число свободных заявок и число свободных и занятых ЛА. Проведено сравнение известного в теории массового обслуживания и предложенного минимаксного подходов. Показано, что по сравнению с известными вариантами диспетчеризации в теории массового обслуживания на основе предложенного подхода достигается оптимальное число используемых ЛА.

Ключевые слова: *объекты наблюдения, беспилотный летательный аппарат, поток заявок, многокритериальная оптимизация*

Введение

В настоящее время существует ряд практически важных задач организации полетов летательных аппаратов (ЛА), когда планирование маршрутов по первым заявкам проводится до начала полета, а планирование по новым заявкам проводится в самом полете. При этом под обслуживанием в беспилотной авиации понимается достижение очередного назначенного пункта наблюдения при заданной высоте и скорости полета, а в малой авиации — вылет из одного пункта в другой, назначенный для перелета.

Особую перспективу для малой и беспилотной авиации представляет режим "воздушного такси" [1], когда не существует регулярного расписания полетов между аэропортами, а заявки поступают "по вызову" на перелеты в пункты, состав которых заранее неизвестен и носит случайный характер [2—4]. Огромную потребность в организации такого режима будут иметь районы нашей страны, где крайне затруднительно движение наземного транспорта, в частности, Сибирь, Арктика и Даль-

* Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ, проекты № 19-08-00010 и № 20-08-00652.

ний Восток. В перспективе режим воздушного такси будет востребован и в городской среде [1]. Аналогичную значимость представляет рассматриваемый режим для беспилотной авиации, предназначенной для наблюдения неподвижных и мобильных объектов [5]. Таким образом, организация воздушного движения при обслуживании заявок по вызову в групповом полете является перспективной задачей [6—12].

В данной работе решается задача обеспечения требуемой оперативности планирования в ходе полета авиационной группировки и получения плана обслуживания заявок с максимальной скоростью, экономичностью и безопасностью маршрутов полета. Принципиальной особенностью этой задачи является возможное отсутствие заявок при наличии незанятых ЛА, либо недостаток ЛА при появлении новых заявок. Кроме того, на каждом k-м шаге планирования с вероятностью, близкой к единице, появляется либо одна новая заявка, либо от обслуживания освобождается один из ЛА, а если этих событий нет, то планирование не осуществляется.

Оптимизация решения задачи планирования маршрутов ЛА в режиме воздушного такси является целью исследований в данной работе с учетом следующих недостатков известного подхода. Так, если придерживаться известного в теории массового обслуживания подхода, то появившаяся заявка назначается на первый свободный ЛА [2, 3]. В этом случае исключается возможность более рационального обслуживания с помощью других занятых ЛА, находящихся поблизости. Одновременное появление S новых заявок и d свободных ЛА, больших единицы, возможно только тогда, когда в задаче распределения ЛА между заявками кроме свободных будут учтены занятые ЛА (что в ряде случаев целесообразно). Иначе при планировании возможны лишь варианты, когда одно из чисел S, d равно нулю или единице, а это не так [13].

Постановка задачи

1. Считается, что источником полетных заданий является случайный поток заявок, моменты t_i появления которых распределены по закону Пуассона с известной плотностью вероятности [2]:

$$f_1(t_i) = \lambda \mathbf{e}^{-\lambda t_i}, \qquad (1)$$

где λ — величина, обратная среднему времени между заявками. Также допускается, что расстояния r_{ij} между пунктами i и j перелета тоже подчинены экспоненциальному закону распределения

$$f_2(r_{ij}) = q\mathbf{e}^{-qr_{ij}}, \qquad (2)$$

где q — величина, обратная среднему расстоянию между пунктами перелета.

На рис. 1 показан пример расположения двух свободных ЛА (i = 1, 2) и одного занятого (i = 3), а также двух пунктов (j = 1, 2). Кроме этого, иллюстрируется возникновение новых заявок и пункта j = l, обслуживание которого завершается, на заданной территории диаметром D. На рис. 1 пунктиром показан перелет ЛА (i = 1) в пункт j = 1, который не попадает в план маршрутизации.

2. Каждая заявка содержит известные координаты X_i, Z_i начального пункта вылета и X_j, Z_j конечного пункта прилета. Считается, что в отсутствие новых заявок для малой авиации ЛА пребывает на стоянке, а полет беспилотного ЛА продолжается в направлении к заданному конечному пункту.

3. Общей особенностью является одно из требований считать приоритетным обслуживание тех заявок, которые появились раньше, т. е. у которых время τ_i динамического ожидания в очереди максимально. Другим необходимым условием успешности решения задачи является превышение средней скорости обслуживания заявок группой ЛА над средней скоростью λ их поступления, что, прежде всего, зависит от числа N используемых ЛА.

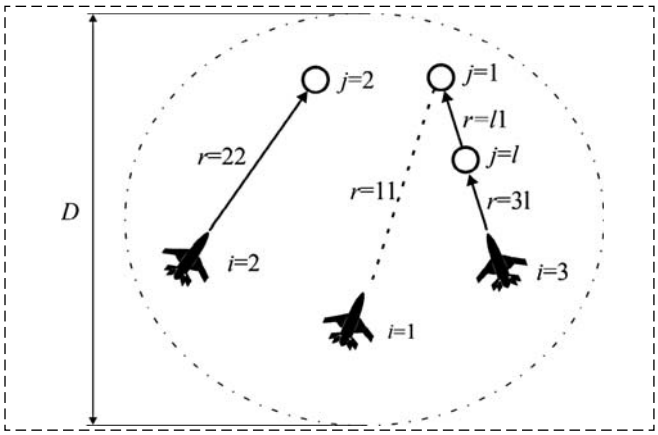

Рис. 1. Схема расположения трех ЛА и трех пунктов на одном шаге планирования

Fig. 1. Layout of three aircraft and three locations in one planning step

4. Задана группа однотипных ЛА, число которых либо известно, либо требуется найти его оптимальное значение. Скорость V и высота полета считаются постоянными и заданными. Текущие координаты X_k, Z_k местоположения свободных и занятых ЛА также считаются известными.

5. С учетом случайности момента и места возникновения заявок возможны три полетных ситуации в зависимости от числа S вновь появившихся заявок, общего числа N ЛА и числа d из них, не занятых обслуживанием [2]:

- *режим "простоя"* в обслуживании, когда $S < d$, что приводит к неоправданным эксплуатационным затратам;
- *штатный режим*, когда все ЛА заняты обслуживанием при $S \approx d$;
- *"пиковый" режим перегрузки* в работе, когда $S > d$, что приводит к задержкам в обслуживании и нежелательному увеличению времени τ_j пребывания заявок в очереди.

В результате совместных действий ЛА процесс обслуживания характеризуется средней скоростью λ пуассоновского входного потока заявок, числом N летательных аппаратов и средней скоростью μ обслуживания одной заявки одним ЛА, включающего перелеты, а также средним временем $\tau_{ср}$ пребывания заявок в очереди в периоды задержки обслуживания [2].

6. Решается многокритериальная задача планирования группового полета ЛА в режиме воздушного такси с учетом влияния следующих факторов: снижение экономичности полета при завышенном числе ЛА и попадании части из них в режим "простоя"; потеря комфортности пассажиров малой авиации из-за ожидания вылета, а в беспилотной авиации — увеличения времени ожидания выполнения задания; снижение безопасности группового полета при $S > 1$ и $d > 1$ при пересечении маршрутов запланированных ЛА на одном шаге перелетов; неучет при известном подходе возможности назначения для новой заявки занятого ЛА, находящегося к ней поблизости.

Требуется:

- сформировать единый критерий эффективности планирования групповых действий для выбора оптимального числа ЛА;
- предложить новый подход к решению задачи с учетом перечисленных факторов и ограничений и оценить его эффективность путем сравнения с известными алгоритмами диспетчеризации групповых действий.

Оценка эффективности оптимизации групповых действий ЛА на основе аппарата теории массового обслуживания

При оптимизации наряду с выбором наиболее эффективного алгоритма диспетчеризации групповых действий важное место занимает выбор требуемого числа ЛА [13—15]. Решение этой задачи возможно с помощью аппарата теории массового обслуживания [2—4], согласно которой рассматриваемая система относится к классу многоканальных систем массового обслуживания с ожиданием, когда N — число каналов, в каждом из которых один ЛА обслуживает заявки со средней скоростью μ, равной

$$\mu = \frac{V}{r_{ср}} = qV.$$

В свою очередь, коэффициент загрузки ρ одного канала равен

$$\rho = \frac{\lambda}{qV}; \quad \rho < N. \tag{3}$$

Неравенство $\rho < N$ является необходимым ограничением, при котором средняя скорость обслуживания заявок должна быть выше скорости их поступления. Необходимые для расчета вероятности состояния P_k системы вычисляются по формуле Эрланга [2—4]:

$$P_k = \frac{\frac{\rho^k}{k!}}{\sum\limits_{l=0}^{N} \frac{\rho^l}{l!} + \sum\limits_{S=N+1}^{\infty} P_s(N)}, \quad k = 0, \ldots, N, \tag{4}$$

где P_k — вероятность того, что число N занятых ЛА равно k; P_s — вероятность того, что в очереди, ожидающей назначения, имеется S заявок ($S = N, \ldots, \infty$); l — число свободных каналов; P_0 — вероятность того, что на вход системы в режиме ее простоя заявок не поступило. Это позволяет сначала определить итоговое значение средней длины очереди $S_{ср}$ по формуле

$$S_{ср} = \sum_{S=N+1}^{\infty} SP_s(N), \tag{5}$$

а затем рассчитать среднее время $\tau_{ср}$ пребывания заявок в очереди:

$$\tau_{ср} = \frac{S_{ср}(N)}{\lambda}. \tag{6}$$

Значение $\tau_{ср}$ определяет *первую штрафную функцию* несовершенства системы, которая, как показывают расчеты, снижается при уве-

личении числа N, т. е. $d\tau_{ср}/dN < 0$. Вместе с тем, увеличение числа используемых ЛА приведет к росту эксплуатационных затрат, связанных с увеличением числа свободных каналов системы с ростом среднего времени T "простоя" ЛА:

$$T = \frac{S_{ср}(N)}{VN}. \quad (7)$$

В итоге эксплуатационные затраты $Э$ образуют *вторую штрафную функцию* в виде суммы затрат за среднее время перелета и за время "простоя", которая равна

$$Э_{ср} = \frac{1}{qV} + \frac{S_{ср}(N)}{VN}\delta, \quad (8)$$

где δ — коэффициент отношения затрат во время "простоя" к затратам во время полета.

В отличие от первой штрафной функции величина $Э_{ср}$ при увеличении числа N растет, т. е. $dЭ/dN > 0$. Поэтому существует некий оптимум при выборе числа N, значение которого зависит от сформированного единого критерия, учитывающего обе штрафные функции одновременно. В данной работе для этого предлагается использовать хорошо зарекомендовавшую себя мультипликативную форму I_0 содержащую как аддитивные слагаемые, так и их произведения [15—17]:

$$I_0 = \min[(\tau_{ср} + m_1)(Э_{ср} + m_2)] = \\ = \min(\Pi_1, \Pi_2), \quad (9)$$

где m_1, m_2 — весовые коэффициенты значимости $\tau_{ср}$ и $Э_{ср}$, отличающиеся тем, что если $m_1 < m_2$, то второй сомножитель имеет пониженную важность и, наоборот, при $m_1 > m_2$ значимость первого сомножителя минимальна. Применение критерия (9) обеспечивает сбалансированность системы и позволяет избежать "узких мест", связанных с тем, что если один из сомножителей Π_1 или Π_2 слишком велик, то резко возрастает значение I_0. Если же исходить из общепринятой концепции баланса спроса (числа новых заявок) и предложения (числа свободных ЛА), то можно принять равным значения $m_1 = m_2$, назначаемые до полета экспертным путем.

Теперь с помощью выбранного критерия I_0 можно провести анализ эффективности вариантов диспетчеризации, принятых в теории массового обслуживания. В качестве *варианта 1* однокритериального выбора наиболее приоритетной заявки из нескольких при $S > 1$ при одном свободном ЛА при $d = 1$ используется условие предпочтения по времени τ_i ожидания заявок в очереди по принципу "запрос пришел первым — первым и обслужен" согласно критерию

$$I_1 = \min_{j=1,..S} \tau_j. \quad (10)$$

Если же заявка одна ($S = 1$), а свободных ЛА несколько ($d > 1$), то для этой заявки назначается ближайший ЛА по критерию

$$I_2 = \min_{i=1,...,d} r_{ij}. \quad (11)$$

Преимущество этого варианта состоит в том, что минимизируется время обслуживания наиболее важных заявок. Однако имеется существенный недостаток — в числе избранных могут оказаться пункты со значительной удаленностью от группы ЛА, что в целом снижает экономичность группового полета.

В качестве *варианта 2* выбора можно использовать другой двухпараметрический критерий [16], учитывающий при одном i-м свободном ЛА одновременно как важность τ_j выбираемого пункта, так и его удаленность r_{ij} от свободного ЛА:

$$I_3 = \max_{j=1,...,S} \frac{\tau_j}{r_{ij}}. \quad (12)$$

Согласно этому критерию ожидаемое время перелета к j-му пункту должно сократиться, а значит, возрастет скорость обслуживания заявок. При этом считается, что в обоих вариантах в обслуживании используются только свободные ЛА, а занятые ЛА в процессе назначения не участвуют. Однако и этот критерий имеет свой недостаток — при значительной близости выбранного пункта к группе свободных ЛА более удаленные пункты будут обслуживаться в последнюю очередь, а при его удаленности от свободных ЛА более близкие занятые ЛА не будут использоваться.

Сравнение рассматриваемых *вариантов 1* и *2* проводилось путем расчетов и компьютерного моделирования при следующих исходных данных: среднее время между заявками равно 60 с, т. е. $\lambda = 0{,}016$ 1/с, скорость полета ЛА равна $V = 50$ м/с, среднее расстояние между пунктами равно $r_{ij} = 10000$ м, т. е. $\mu = 0{,}005$. Этим данным соответствует коэффициент загрузки системы $\rho = 3{,}2$, и согласно теории массового обслуживания общее число используемых ЛА должно быть не меньше, чем $N = 4 > \rho$. Всего было инициировано обслуживание 100 заявок на территории диаметром $D = 10\,000$ м. Для первого варианта были получены результаты, приведенные в табл. 1.

Таблица 1
Table 1

Таблица результатов оптимизации для варианта *1*

Table of optimization results for option 1

N	3	4	5	6	7	8	9	10
x_1	316	311	252	201	164	175	139	134
x_2	12	24	132	237	315	373	447	499
x_3	807	217	31	2	0	0	0	0
Π_1	907	317	131	102	100	100	100	100
$\Pi_2(1)$	428	435	484	538	579	649	686	733
$I_0(1)$	387844	137827	63299	54962	57944	64856	68602	73274
$\Pi_2(0,5)$	422	423	418	419	422	462	463	483
$I_0(2)$	382547	134041	54654	42849	42171	46195	46274	48347

В табл. 1 представлены следующие параметры для разного числа N от 3 до 10: x_1 — среднее время перелета ЛА из одного пункта в другой, которое снижается из-за постепенного уменьшения расстояния между ними при увеличении N (приблизительно обратно пропорциональны $N^{1/2}$); x_2 — среднее время T "простоя" одного свободного ЛА перед вылетом, которое растет из-за снижения спроса (числа новых заявок) по сравнению с растущим предложением — числом N; x_3 — среднее время $\tau_{ср}$ ожидания одной заявки в очереди.

В соответствии с критерием (9) интегральная штрафная функция I_0 имеет вид [17]

$$I_0 = \Pi_1\Pi_2(\delta) = (x_3 + m)(x_1 + \delta x_2 + m), \quad (13)$$

где δ — коэффициент относительных затрат во время "простоя", взятый равным для малой авиации $\delta = 0{,}5$, для беспилотной авиации $\delta = 1$. Кроме того, было принято значение $m = 100$ с.

Соответственно, полученные значения Π_1 и $\Pi_2(\delta)$ позволили рассчитать минимизируемые штрафные функции $I_0(1)$ и $I_0(2)$, представленные в других строках табл. 1. В результате оказалось, что оптимальное число N в *варианте 1 с* лучшим качеством обслуживания равно $N = 8$ для беспилотной авиации и $N = 10$ для малой авиации, что как минимум вдвое больше допустимого значения $N = 4$. Кроме того, установлено, что оптимальное число $N = 10$ для малой авиации больше, чем для беспилотной, что оправдано сниженными затратами "простоя" на земле.

При анализе *варианта 2* получены результаты, приведенные в табл. 2.

Таблица 2
Table 2

Таблица результатов оптимизации для варианта 2

Table of optimization results for option 2

N	3	4	5	6	7
x_1	292	349	258	204	164
x_2	12	18	131	234	315
x_3	656	352	26	2	0
Π_1	756	452	126	102	100
$\Pi_2(1)$	404	467	490	538	579
$I_0(1)$	305114	211278	61580	54962	57944
$\Pi_2(0,5)$	398	458	424	421	422
$I_0(2)$	300701	207126	53315	43000	42171

Результаты сравнения *вариантов 1* и *2* обслуживания показали, что в *варианте 2* все показатели улучшились — время ожидания заявок, время "простоя" и интегральная штрафная функция уменьшились и, главное, оптимальное число N сократилось на 25 %. Однако и этот вариант не учитывает того факта, что близость к очередному пункту назначения свободного ЛА менее вероятна, чем одного из нескольких занятых ЛА, завершающих свое обслуживание. В частности, на рис. 1 видно, что если $r_{3l} + r_{l1} < r_{11}$, то свободный $ЛА_1$ не будет участвовать в обслуживании. Поэтому ниже предлагается новый подход к решению поставленной задачи, учитывающий степень завершенности обслуживания заявок занятыми ЛА и использующий оригинальный алгоритм целераспределения на основе минимаксного критерия.

Предлагаемый метод решения задачи оперативного планирования групповых действий ЛА

Исходной концепцией предлагаемого подхода является обязательный учет при $d > 0$, $S > 0$ не только свободных, но и занятых ЛА, при этом на каждом шаге планирования участвуют все N из рассматриваемых ЛА. Это приведет к тому, что из-за отказа от обязательного назначения для новой заявки свободного ЛА на будущих шагах возникнет ситуация, когда при $d > 1$ и $S > 1$ одновременно образуются очереди в заявках и свободных ЛА, причем, как правило, значения d и S не будут равны друг другу.

Вследствие этого сначала возникнет подзадача назначения приоритетного множества заявок и выбранных ЛА, как свободных, так и занятых, при равенстве их числа друг другу. После этого в качестве второго действия должна решаться задача целераспределения выбранных

заявок между назначенными ЛА. Предлагается следующий единый подход к оперативному планированию, основанный на выполнении двух действий: назначения при $S > d$ на каждом шаге приоритетного множества заявок при их избытке в целях их ранжирования и выбора их части с числом, равным d, либо назначения при $S < d$ приоритетного множества ЛА как из свободных, так и занятых, и выбор их части с числом, равным S. После этого выполняется второе действие — целераспределение выбранных заявок между назначенными ЛА с помощью специального алгоритма, описанного ниже. Рассмотрим перечисленные действия подробнее с обязательным учетом возможности использования занятых ЛА.

При выполнении первого действия в случае избытка новых заявок, когда $S > d$, предлагается вычисление для каждой из них динамического приоритета $\Pi_1(j)$:

$$\Pi_2(i) = \min_{i=1,\ldots,d} \sum_{j=1}^{S} \frac{r_{ij}}{\tau_j},$$
$$\Pi_2(v) = \min_{v=d+1,\ldots,N} \sum_{j=1}^{S} \frac{R_{vj}}{\tau_j}, \quad (14)$$

где $R_{vj} = r_{vi} + r_{ij}$ — сумма расстояний между v-м занятым ЛА и обслуживаемым пунктом i и от него — до анализируемого пункта j. В результате из N полученных оценок выбирается d первоочередных новых заявок, имеющих максимальный приоритет, — столько же, сколько имеется свободных ЛА. Однако части этих заявок может предписываться использование занятых ЛА, и они в план не попадут.

В случае избытка свободных ЛА, когда $d > S$, вычисляется другой динамический приоритет $\Pi_2(i)$ для всех ЛА, как занятых, так и свободных, по формуле

$$\Pi_1(j) = \max\left\{\frac{\tau_j}{\min\limits_{i=1,\ldots,d} r_{ij}}, \frac{\tau_j}{\min\limits_{v=d+1,\ldots,N} R_{vj}}\right\}. \quad (15)$$

Казалось бы, свободных ЛА и так больше, чем заявок, и поэтому занятые ЛА можно не учитывать. Однако и в этой ситуации один занятый ЛА может оказаться гораздо ближе, чем множество свободных, но удаленных ЛА. Поэтому также после ранжирования всех ЛА в списке первоочередных могут оказаться как те, так и другие, после чего остаются S претендентов на участие в задаче целераспределения.

При выполнении второго действия при целераспределении заявок между ЛА возможны три случая:

- в список первоочередных ЛА не попал ни один свободный ЛА. Обозначим p — число попаданий. Тогда при $p = 0$ любое целераспределение отсутствует, и значения S и d остаются неизменными, т. е. $d_{k+1} = d_k$; $S_{k+1} = S_k$;
- в список попал один свободный ЛА, для которого в первом действии уже выбрана нужная заявка ($p = 1$). Это и есть нужный ответ на k-м шаге целераспределения, после чего новое состояние на следующем шаге равно $d_{k+1} = d_k - 1$; $S_{k+1} = S_k - 1$;
- в список попали два и более свободных ЛА ($p > 1$), которые нуждаются в *групповом целераспределении*, после чего состояние системы станет равным $d_{k+1} = d_k - p$; $S_{k+1} = S_k - p$. При этом значение p в общем случае группового распределения лежит в пределах $p = 2, \ldots, \min(S, d)$.

Разработанная общая блок-схема алгоритма оперативного планирования представлена на рис. 2.

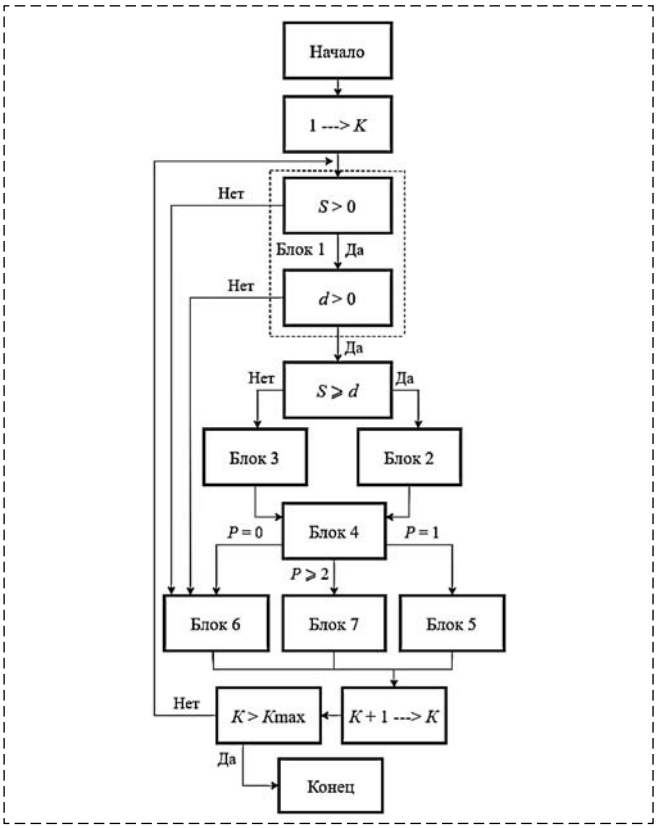

Рис. 2. Блок-схема алгоритма оперативного планирования маршрутов ЛА при обслуживании наземных объектов в режиме воздушного такси

Fig. 2. Flowchart of the algorithm for operational planning of aircraft routes when servicing ground objects in the air taxi mode

Алгоритм содержит 7 следующих основных блоков. *Блок 1* выявляет необходимые ситуации, когда в принципе есть как заявки, так и свободные ЛА при $S > 0$, $d > 0$. *Блок 2* обеспечивает вычисление приоритета $\Pi_1(i)$ для S заявок, их ранжирование и оставление в списке d первостепенных заявок. *Блок 3* проводит вычисление приоритета $\Pi_2(i)$ для свободных и занятых ЛА, их ранжирование и оставление в списке S используемых ЛА, в том числе как свободных, так и занятых. *Блоки 2* и *3* вычисления динамических приоритетов заявок и используемых ЛА отличаются тем, что учитывают возможности всех ЛА, а затем после ранжирования в списке остаются претенденты, число которых равно min (S, d).

В *блоке 4* оценивается число p назначенных для обслуживания новых заявок на k-м шаге диспетчеризации. Действие *блока 4* указывает, что необходимо отличать ситуации при $p = 1$ (когда происходит фактическое целераспределение) от случаев $d = 1$ или $S = 1$ (когда обнаруживается лишь факт существования единственного претендента из пары "заявка—ЛА").

В *блоке 5* фиксируется уже намеченное назначение свободного ЛА для одной заявки в то время, как в *блоке 6* устанавливается факт исключения действий на очередном шаге планирования.

Наибольший интерес представляет *блок 7* группового целераспределения на основе минимаксного критерия при одинаковом числе участников. Особенность предложенного в *блоке 7* подхода к групповому целераспределению заключается в том, что он включает в себя следующие основные действия:

- при $N = 1$ первое действие осуществляется только с помощью блока 2, и при $p = 1$ процедура группового целераспределения отсутствует, что соответствует известной задаче о коммивояжере при одномерной маршрутизации;
- при $N = d = S$, когда нет занятых ЛА, решается только одна задача целераспределения, а первое действие отсутствует, что соответствует классической задаче распределения ресурсов, а в решаемой задаче в первую очередь соответствует предложенному планированию.

В заключение рассмотрения предложенного подхода необходимо сделать следующее замечание. Предварительные результаты моделирования при прямом использовании формул (14) и (15) для оценки возможности занятых ЛА показали, что наряду с выгодой их использования возникает негативный эффект — время "простоя" оставшихся свободных ЛА увеличивается. Поэтому для компенсации этого эффекта в оценку ожидаемых расстояний R_{vj} для занятых ЛА вводится дополнительный порог $\Delta(\delta)$, чтобы оценить их предпочтение перед свободными ЛА исходя из следующего условия:

если

$$R_{vj} + \Delta(\delta) = r_{ve} + r_{ej} + \Delta_0\delta < r_{ij}, \qquad (16)$$

то выбирается лучшим занятый ЛА, где конкретно было взято значение $\Delta_0 = 0{,}3r_{\text{ср}}$, гарантирующее очевидное преимущество для беспилотной авиации при $\delta = 1$, уменьшенное при $\delta < 1$ для малой авиации.

Разработка алгоритмов целераспределения заявок между группой ЛА

Вначале рассмотрим известный подход к многомерной маршрутизации группового полета, основанный на использовании "жадного алгоритма" [18], суть которого состоит в следующем. В качестве первого выбирается любой анализируемый ЛА, и ему для обслуживания назначается ближайший пункт. Затем с сохранением права первоначального выбора выбирается другой ЛА, и для него из того же множества заявок назначается "свой" ближайший пункт. Если пункты при первом и втором выборе не совпадают, процесс целераспределения продолжается. В противном случае возникает конфликтная ситуация, и выбранный пункт принадлежит тому ЛА, который ближе. Таким образом, для каждого ЛА будут назначены "свои" пункты, однако маршруты их перелетов могут пересекаться, что при полете на одной высоте снизит безопасность и приведет к увеличению длины суммарного пути.

В приведенном выше *варианте 3* для количественной оценки эффективности планирования с помощью "жадного алгоритма" использовалось компьютерное моделирование. Окончательные результаты моделирования *варианта 3* представлены в табл. 3.

Из полученных результатов $I_0(1)$ и $I_0(2)$ видно, что минимум интегральной штрафной функции обеспечивается при $N = 5$, что, по сравнению с предыдущим *вариантом 2,* также соответствует снижению эксплуатационных

Таблица 3
Table 3

Таблица результатов оптимизации для варианта 3

Table of optimization results for option 3

N	3	4	5	6	7
x_1	267	236	195	157	130
x_2	12	59	173	273	334
x_3	490	40	9	0	0
Π_1	590	140	109	100	100
$\Pi_2(1)$	379	396	468	530	564
$I_0(1)$	223392	55465	51029	53024	56378
$\Pi_2(0,5)$	373	366	382	394	397
$I_0(2)$	219949	51295	41603	39385	39695

затрат на 20...25 % за счет учета ЛА, занятых обслуживанием. Динамику снижения оптимального числа N используемых ЛА в зависимости от вариантов диспетчеризации можно представить в виде, показанном на рис. 3.

Из рис. 3 видно, что при совершенствовании операций назначения и целераспределения эффективность оперативного планирования растет, а оптимальное значение N приближается к коэффициенту загрузки системы $\rho = 3{,}2$. С учетом указанного выше недостатка *варианта 3* разработан новый алгоритм целераспределения, основанный на модифицированном *минимаксном критерии* назначения ближайшего

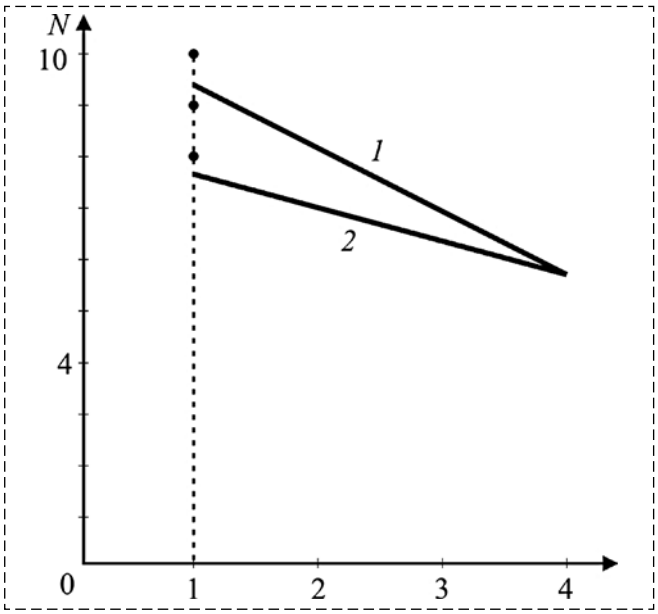

Рис. 3. Графики зависимости оптимального числа используемых ЛА от варианта диспетчеризация:

1 — для малой авиации; *2* — для беспилотной авиации

Fig. 3. Charts of the dependence of the optimal number of aircraft used on the dispatching option:

1 — for small aircraft; *2* — for unmanned aircraft

БЛА для цели с максимальным временем обслуживания и минимизирующим *время выполнения части полетного задания на одном шаге оперативного планирования*. Этот критерий попутно минимизирует суммарную длину пути группы БЛА и исключает пересечение их маршрутов [19—21].

Указанные преимущества минимаксного критерия открывают возможность дополнительного повышения качества оперативного планирования группового полета и, как показало моделирование, позволяют уменьшить время ожидания заявок и "простоя" свободных ЛА. На рис. 3 эта позиция соответствует окончательному *варианту 4* (для него оптимальное число $N = 4$ достигает минимума). В целом это подтверждает эффективность предложенного подхода.

Заключение

1. Предложен новый метод оперативного планирования групповых действий ЛА при обслуживании наземных объектов, основанный на выполнении на каждом шаге планирования двух главных действий. Первым действием назначается приоритетное множество объектов при их избытке, либо приоритетное множество ЛА, как свободных, так и занятых, при их избытке в целях сокращения этих множеств. Во втором действии выполняется целераспределение выбранных ЛА между объектами при их одинаковом числе.

2. При выполнении первого действия назначения динамических приоритетов снижается трудоемкость последующих расчетов и обеспечивается требуемая оперативность планирования.

3. Для выполнения второго действия при групповом целераспределении сформирован минимаксный алгоритм диспетчеризации при соблюдении необходимого условия не пересечения маршрутов перелета группы ЛА, что соответствует минимизации суммарной длины пройденного пути, а значит, и сокращению эксплуатационных затрат.

4. Для оценки эффективности вариантов планирования используется мультипликативная форма интегральной штрафной функции, учитывающая в свертке время ожидания заявок в очереди и эксплуатационные затраты, зависящие от времени "простоя" свободных ЛА. Это позволяет избежать "узких мест" в системе, когда один из сомножителей неоправданно велик.

5. Показано, что по сравнению с известными методами диспетчеризации в теории массового обслуживания оптимальное число используемых ЛА на основе предложенного метода сокращается в 2...3 раза при том же качестве обслуживания.

Список литературы

1. **Шибитов А. Б.** Городская аэромобильность // Пленарные доклады 1-й Международной конференции "Беспилотные летательные аппараты" в рамках 19-й Международной конференции "Авиация и космонавтика" (24 ноября 2020 г., Москва). URL: http://aik.mai.ru (дата обращения: 03.02.2021).

2. **Саати Т. Л.** Элементы теории массового обслуживания и ее приложения / Пер. с английского Е. Г. Коваленко. Под ред. И. Н. Коваленко и Р. Д. Когана. М.: Советское радио, 1965. 510 с.

3. **Вентцель Е. С.** Исследование операций. М.: Сов. радио, 1972. 552 с.

4. **Алиев Т. И.** Основы моделирования дискретных систем. СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. 363 с.

5. **Ким Н. В., Крылов И. Г.** Групповое применение беспилотного летательного аппарата в задачах наблюдения // Труды МАИ. 2012. № 62. URL: http://mai.ru//upload/iblock/bbb/gruppovoe-primenenie-bespilotnogo-letatelnogo-apparata-v-zadachakh-nablyudeniya.pdf (дата обращения: 03.02.2021).

6. **Ребров В. А., Рудельсон Л. Е., Черникова М. А**. Модель сбора и обработки заявок на полеты в задаче планирования авиарейсов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2007. № 3. С. 97—111.

7. **Нечаев Е. Е., Суринт П. С.** Анализ организации воздушного движения на аэродромах с низкой интенсивностью полетов в зарубежных странах // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2017. Т. 20, № 4. С. 59—68.

8. **Evdokimenkov V. N., Krasilshchikov M. N., Kozorez D. A.** Development of pre-flight planning algorithms for the functional-program prototype of a distributed intellectual control system of unmanned flying vehicle groups // INCAS Bulletin. 2019. Vol. 11, N. 1. P. 75—88. DOI: 10.13111 / 2066-8201.2019.11.S.8.

9. **Ozlem Sahin Meric**. Optimum Arrival Routes for Flight Efficiency // Journal of Power and Energy Engineering. 2015. N. 3. P. 449—452.

10. **Kon'kova E. Yu., Rudel'son L. E., Chernikov P. E.** Operative flow regulation in an automated system of air traffic management // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2006. Vol. 45, N. 4. P. 646—657.

11. **Schouwenaars T., Moor B. D., Feron E., How J.** Mixed integer programming for multi-vehicle path planning // Proc. of the European Control Conf. 2001. P. 2603—2608.

12. **Rong Zhu, Dong Sun, Zhaoying Zhou.** Cooperation Strategy of Unmanned Air Vehicles for Multitarget Interception // J. Guidance. 2005. Vol. 28, N. 5. P. 1068—1076. DOI: 10.2514/1.14412.

13. **Меркулов В. И., Миляков Д. А., Самодов И. О.** Оптимизация алгоритма группового управления БЛА в составе локальной сети // Известия ЮФУ. Технические науки. 2013. № 3. С. 157—166.

14. **Моисеев В. С.** Групповое применение беспилотных летательных аппаратов: монография. Казань: РИЦ "Школа", 2017. 572 с.

15. **Лебедев Г. Н., Гончаренко В. И., Царева О. Ю., Михайлин Д. А.** Выбор множества приоритетных наземных объектов наблюдения с помощью беспилотных летательных аппаратов и маршрутизация их полета // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2019. № 2. С. 3—12. DOI: 10.14489/vkit.2019.02.pp.003-012.

16. **Соболь И. М., Статников Р. Б.** Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. М.: Наука, 1981. 112 с.

17. **Гончаренко В. И., Лебедев Г. Н., Мартынкевич Д. С., Румакина А. В.** Постановка задачи планирования маршрутов летательных аппаратов при обслуживании случайного потока поступающих в полете заявок // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2021. Т. 18, № 1. С. 17—27. DOI: 10.14489/vkit.2021.01.pp.017-027.

18. **Левитин А. В.** Жадные методы: Алгоритм Дейкстры // Алгоритмы. Введение в разработку и анализ = Introduction to The Design and Analysis of Aigorithms. М.: Вильямс, 2006. С. 189—195.

19. **Гончаренко В. И., Желтов С. Ю., Князь В. А., Лебедев Г. Н., Михайлин Д. А., Царева О. Ю.** Интеллектуальная система планирования групповых действий беспилотных летательных аппаратов при наблюдении наземных мобильных объектов на заданной территории // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2021. № 3. С. 64—81. DOI: 10.31857/S0002338821030057.

20. **Лебедев Г. Н., Михайлин Д. А., Царева О. Ю., Чернякова М. Е.** Многокритериальная оценка эффективности группового полета летательных аппаратов с помощью мультипликативной формы // Вестник ВГУ. Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2020. № 2. С. 25—36.

21. **Goncharenko V. I., Lebedev G. N., Mikhailin D. A.** Online Two-Dimensional Route Planning for a Group of Unmanned Aerial Vehicles // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2019. Vol. 58, Iss. 1. P. 147—158. https://doi.org/10.1134/S1064230719010076.

The Method of Operational Planning of Group Actions of Aircraft in the "Air Taxi" Mode

G. N. Lebedev[1], kaf301@mai.ru, **V. I. Goncharenko**[1,2], goncharenkovi@mai.ru,
N. A. Maximov[1], n-a-maximov47@yandex.ru, **D. A. Mikhailin**[1], tau_301@mail.ru,
A. V. Rumakina[1], a_rumakina@mail.ru,
[1]Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation;
[2]V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences,
Moscow, 117997, Russian Federation,

Corresponding author: **Goncharenko Vladimir I.,** Doctor of Engineering Sciences, Associate Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993, Russian Federation, e-mail: goncharenkovi@mai.ru

Accepted on May 22, 2021

Abstract

The article is devoted to the development of algorithms for operational planning of routes for a group of aircraft (AC). We consider group actions of small and unmanned aircraft in the "air taxi" mode, when there is no regular flight schedule between the points of destination, and requests are received "on call" for flights to points whose composition is unknown in advance and is of a random nature. The multicriteria task of planning a group flight in the "air taxi" mode is being solved. The solution to this problem is proposed using the apparatus of the queuing theory, according to which the system under consideration belongs to the class of multichannel queuing systems with waiting. A method for solving the problem of operational planning of aircraft actions is proposed. An algorithm for group target distribution of new claims between aircraft is developed on the basis of a modified minimax criterion for assigning the nearest aircraft for an object with a maximum service time. The developed algorithm is based on the following four main operations: in the first operation, priority unserved targets are selected according to the criterion of assigning a dynamic priority; in the second operation, the formed list is ranked according to another criterion, taking into account the importance and total distance of each ground object from the aircraft group, in three this operation selects the object with the maximum rank, and for it the task of assigning "own" aircraft is solved according to the third criterion of maximum proximity, in the fourth operation the conditions of non-intersection of the group flight routes are checked. A computer model of the system for servicing requests in the air taxi mode has been developed. The developed model makes it possible to analyze various scheduling algorithms, as well as to determine at each step the number of free claims and the number of free and busy aircraft. A comparison is made between the well-known in the theory of queuing and the proposed minimax approaches. It is shown that, in comparison with the known variants of scheduling in the queuing theory, on the basis of the proposed approach, the optimal number of used aircraft is achieved.

Keywords: *objects of observation, unmanned aerial vehicle, application flow, multi-criteria optimization*

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 19-08-00010 and 20-08-00652 a.

For citation:

Lebedev G. N., **Goncharenko V. I.**, **Maximov N. A.**, **Mikhailin D. A.**, **Rumakina A. V.** The Method of Operational Planning of Group Actions of Aircraft in the "Air Taxi" Mode, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2021, vol. 22, no. 9, pp. 484-493.

DOI: 10.17587/mau.22.484-493

References

1. **Shibitov A. B.** Urban airmobility, *Plenary reports of the Ist International Conference "Unmanned Aerial Vehicles" in the framework of the 19th International Conference "Aviation and Cosmonautics", Moscow,* available at: http://aik.mai.ru (date of access: 03.02.2021) (in Russian).

2. **Saaty T. L.** Elements of Queueing Theory: With Applications, McGraw-Hill, New York, 1961, 423 p.

3. **Wentzel E. S.** Operations research. Moscow, Soviet radio, 1972, 552 p. (in Russian).

4. **Aliev T. I.** Basics of modeling discrete systems. SPb: SPbGU ITMO, 2009, 363 p. (in Russian).

5. **Kim N. V., Krylov I. G.** Group use of an unmanned aerial vehicle in observation tasks, *Proceedings of the MAI*, 2012, no. 62, available at: http://mai.ru//upload/iblock/bbb/gruppovoe-primenenie-bespilotnogo-letatelnogo-apparata-v-zadachakh-nablyudeniya.pdf (date of access: 03.02.2021) (in Russian).

6. **Rebrov V. A., Rudel'son L. E., Chernikova M. A.** A model of flight request collection and processing in the flight scheduling problem, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2007, vol. 46, no. 3, pp. 429—443.

7. **Nechaev E.E, Surint P. S.** Analysis of the organization of air traffic at airfields with low flight intensity in foreign countries, *Scientific Bulletin of the Moscow State Technical University of Civil Aviation,* 2017, vol. 20, no. 4, pp. 59—68 (in Russian).

8. **Evdokimenkov V. N., Krasilshchikov M. N., Kozorez D. A.** Development of pre-flight planning algorithms for the functional-program prototype of a distributed intellectual control system of unmanned flying vehicle groups, *INCAS Bulletin,* 2019, vol. 11, no 1, pp. 75—88, DOI: 10.13111 / 2066-8201.2019.11.S.8.

9. **Ozlem Sahin Meric.** Optimum Arrival Routes for Flight Efficiency, *Journal of Power and Energy Engineering,* 2015, no 3, pp. 449—452.

10. **Kon'kova E. Yu., Rudel'son L. E., Chernikov P. E.** Operative flow regulation in an automated system of air traffic management, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2006, vol. 45, no 4, pp. 646—657.

11. **Schouwenaars T., Moor B. D., Feron E., How J.** Mixed integer programming for multi-vehicle path planning, *Proc. of the European Control Conf.*, 2001, pp. 2603—2608.

12. **Rong Zhu, Dong Sun, Zhaoying Zhou.** Cooperation Strategy of Unmanned Air Vehicles for Multitarget Interception, *J Guidance*, 2005, vol. 28, no 5, pp. 1068—1076, DOI: 10.2514/1.14412.

13. **Merkulov V. I., Milyakov D. A., Samodov I. O.** Optimization of the group control algorithm for UAVs as part of a local network, *Izvestiya SFedU. Technical science,* 2013, no. 3, pp. 157—166 (in Russian).

14. **Moiseev V. S.** Group application of unmanned aerial vehicles: monograph. — Kazan: Shkola Editorial and Publishing Center, 2017, 572 p. (in Russian).

15. **Lebedev G. N., Goncharenko V. I., Tsareva O. Yu., Mikhailin D. A.** Selection of a set of priority ground objects of observation with the help of unmanned aerial vehicles and routing of their flight, *Bulletin of computer and information technologies,* 2019, no. 2, pp. 3—12. DOI: 10.14489 / vkit.2019.02.pp.003-012 (in Russian).

16. **Sobol I. M., Statnikov R. B.** The choice of optimal parameters in problems with many criteria, Moscow, Nauka, 1981, 112 p.

17. **Goncharenko V. I., Lebedev G. N., Martynkevich D. S., Rumakina A. V.** Formulation of the problem of planning the routes of aircraft when servicing a random flow of incoming requests in flight, *Bulletin of computer and information technologies,* 2021, vol. 18, no. 1, pp. 17—27. DOI: 10.14489 / vkit.2021.01.pp.017-027 (in Russian).

18. **Levitin A. V.** Greedy methods: Dijkstra's algorithm, *Algorithms. Introduction to The Design and Analysis of Aigorithms,* Moscow, Williams, 2006, pp. 189—195 (in Russian).

19. **Goncharenko V. I., Zheltov S. Yu., Prince V. A., Lebedev G. N., Mi-khaylin D. A., Tsareva O. Yu.** Intelligent system for planning group actions of unmanned aerial vehicles when observing ground mobile objects in a given territory, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2021, vol. 60, no 3, pp. 379—395. DOI: 10.1134/S1064230721030047.

20. **Lebedev G. N., Mikhailin D. A., Tsareva O. Yu., Chernyakova M. E.** Multi-criteria evaluation of efficiency of group flight of aircraft using multiplicative form. vestnik vguit [Proceedings of VSUET], 2020, vol. 82, no. 2, pp. 25—6, doi:10.20914/2310-1202-2020-1-1-6 (in Russian).

21. **Goncharenko V. I., Lebedev G. N., Mikhailin D. A.** Online Two-Dimensional Route Planning for a Group of Unmanned Aerial Vehicles, *Journal of Computer and Systems Sciences International,* 2019, vol. 58, iss.1, pp. 147—158. https://doi.org/10.1134/S1064230719010076.

УДК 629.7 DOI: 10.17587/mau.22.494-504

В. В. Алешкин[1], д-р техн. наук, проф., aleshkinvv@yandex.ru,
Р. А. Здражевский[1], канд. физ.-мат. наук, доц., pribor@sstu.ru,
П. Н. Голованов[2], вед. инженер, golovanovpn@mail.ru,
В. О. Марусич[1,2], инженер, студент магистратуры, marusich.vadim@mail.ru,
[1] Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А,
[2] АО "Конструкторское бюро промышленной автоматики", г. Саратов

Методы и алгоритмы коррекции кинематических уравнений в задаче определения ориентации объекта

Рассматриваются алгоритмы работы бесплатформенной инерциальной системы ориентации с инерциальным измерительным модулем, в состав которого входят трехкомпонентный гироскопический измеритель угловой скорости, трехкомпонентный измеритель кажущегося ускорения и трехкомпонентный магнитометр. Целью работы является совершенствование алгоритмов обработки информации датчиков для обеспечения асимптотической устойчивости, возможности настройки системы на период Шулера и фильтр нижних частот с заданной полосой пропускания. В работе приводятся результаты анализа методов и алгоритмов коррекции кинематических уравнений по информации инерциального измерительного модуля. Рассматриваются кинематические уравнения Пуассона с позиционной и интегрально-позиционной коррекцией по информации акселерометров и магнитометров. Анализируется устойчивость и частотные характеристики системы по отношению к выходным сигналам гироскопов, акселерометров и магнитометров. Показано, что применение позиционной коррекции в каждом канале не позволяет реализовать настройку системы ориентации на период Шулера и фильтр нижних частот выше первого порядка. Применение интегрально-позиционной коррекции позволяет выполнить настройку на период Шулера, однако по отношению к сигналам гироскопов система представляет собой полосовой фильтр и не подавляет шумы гироскопов в полосе пропускания. Показаны преимущества применения позиционной коррекции с перекрестными связями в смысле настройки частотных характеристик системы на частоту Шулера и фильтр нижних частот третьего порядка. Получена структура кинематических уравнений и соотношения для коэффициентов позиционной коррекции, обеспечивающие заданные динамические характеристики системы. Рассмотрено влияние угловых скоростей вращения на устойчивость системы, показана асимптотическая устойчивость при изменениях угловых скоростей в заданном диапазоне. Результаты математического моделирования подтвердили компенсацию погрешностей начальной выставки системы ориентации, снижение мощности шумов в оценках углов ориентации по отношению к шумам в сигналах датчиков и возможность настройки системы на период Шулера.

Ключевые слова: *бесплатформенная система ориентации, кинематические уравнения, коррекция, устойчивость, частотные характеристики, математическое моделирование*

Введение

Работа бесплатформенной инерциальной системы ориентации (БИСО) основана на обработке бортовым компьютером (БК) информации инерциального измерительного модуля (ИИМ), в состав которого входят трехкомпонентные гироскопический измеритель угловой скорости (ТГИУС), измеритель кажущегося ускорения (ТИКУ), трехкомпонентный магнитометр (МТ). Углы пространственной ориентации (курс ψ, крен γ и тангаж ϑ) вычисляются в БК по информации датчиков (ТГИУС, ТИКУ, МТ) с помощью кинематических уравнений в углах Эйлера—Крылова, уравнений Пуассона в направляющих косинусах или параметрах Родрига—Гамильтона (кватернионах) [1—4, 14].

Известная особенность кинематических уравнений — их неасимптотическая устойчивость, а при использовании численных методов интегрирования — неустойчивость, приводят к нарастающим погрешностям определения ориентации, обусловленным погрешностями задания начальных условий и дрейфом ТГИУС. Рассмотрению различных вариантов снижения этих погрешностей посвящена обширная литература. Чаще всего применяются варианты расширенной калмановской фильтрации для оценки в реальном времени постоянных составляющих скорости дрейфа гироскопов и последующей компенсации с использованием информации ТИКУ [19] или ТИКУ и МТ [15—17], что приводит к алгоритмам большой размерности. Проще в реализации некалмановские нелинейные фильтры для ИИМ ТГИУС и ТИКУ, которые в частных случаях приводят к асимптотически устойчивым оценкам трех углов ориентации [18]. В настоящей работе рассматривается вариант совершенствования алгоритмов БИСО без увеличения размерности кинематических уравнений, позволяющий снизить погрешности и улучшить соотношение сигнал/шум в вычисленных углах ориентации, что особенно актуально при применении волоконно-оптических и микромеханических ИИМ.

Постановка задачи

Для описания алгоритма работы БИСО введем правые ортогональные системы координат: X_i (i = 1, 2, 3) — связанную с объектом, η_i — географический сопровождающий трехгранник, ξ_i — инерциальную систему координат. Оси связанной с объектом системы координат X_i ориентированы относительно строительных осей подвижного объекта параллельно продольной X_1, нормальной X_2 и поперечной X_3 осям. Оси географического сопровождающего трехгранника η_i параллельны направлениям на географический север η_2, восток η_3 и вертикали места η_1.

Переход от связанной с объектом системы координат к географическому сопровождающему трехграннику осуществляется поворотами на углы курса ψ, крена γ и тангажа ϑ, определяющими матрицу направляющих косинусов:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\vartheta & -\cos\gamma\cos\psi\sin\vartheta + \sin\gamma\sin\psi & -\sin\gamma\cos\psi\sin\vartheta + \cos\gamma\sin\psi \\ \sin\vartheta & \cos\gamma\cos\vartheta & -\cos\vartheta\sin\gamma \\ -\cos\vartheta\sin\psi & \sin\psi\sin\vartheta\cos\gamma + \sin\gamma\cos\psi & -\sin\gamma\sin\psi\sin\vartheta + \cos\gamma\cos\psi \end{bmatrix} \quad (1)$$

в соответствии с выражением

$$\mathbf{X} = \mathbf{C}\boldsymbol{\eta} \text{ или } \boldsymbol{\eta} = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}.$$

Если матрица (1) известна, то углы курса, тангажа и крена вычисляются через ее элементы:

$$\begin{aligned} &\psi = \operatorname{arctg}\left(\frac{-c_{31}}{c_{11}}\right); \vartheta = \arcsin\left(c_{21}\right); \\ &\gamma = \operatorname{arctg}\left(\frac{-c_{23}}{c_{22}}\right). \end{aligned} \quad (2)$$

Задача определения ориентации сводится к нахождению матрицы направляющих косинусов **C**, осуществляющей переход от связанной с объектом системы координат к географическому сопровождающему трехграннику, по информации датчиков ИИМ.

Кинематические уравнения БИСО

Распространенным является алгоритм определения углов пространственной ориентации на основе кинематических уравнений в углах Эйлера—Крылова [1], которые в общем виде можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\psi} = \dfrac{1}{\cos\vartheta}[\omega_{x2}^{\text{отн}}\cos\gamma - \omega_{x3}^{\text{отн}}\sin\gamma]; \\ \dot{\vartheta} = \omega_{x2}^{\text{отн}}\sin\gamma + \omega_{x3}^{\text{отн}}\cos\gamma; \\ \dot{\gamma} = \omega_{x1}^{\text{отн}} - \operatorname{tg}\vartheta[\omega_{x2}^{\text{отн}}\cos\gamma - \omega_{x3}^{\text{отн}}\sin\gamma], \end{cases} \quad (3)$$

где $\omega_{x1}^{\text{отн}}$, $\omega_{x2}^{\text{отн}}$, $\omega_{x3}^{\text{отн}}$ — составляющие относительной угловой скорости.

Относительная угловая скорость вычисляется как разность абсолютной угловой скорости, спроецированной на оси связанной системы координат и измеряемой ТГИУС, и переносной угловой скорости связанного трехгранника, обусловленной вращением Земли и перемещением объекта. Переносная угловая скорость вычисляется по информации ТИКУ и компенсируется.

Система уравнений (3) имеет третий порядок, минимально необходимый для определения углов курса, крена и тангажа. Она является нелинейной, так как содержит тригонометрические функции, интегрирование связано с выполнением громоздких математических операций. Результаты вычислений углов обладают особыми точками, в которых оценки углов курса, крена и тангажа вырождаются. В связи с этим при некоторых положениях подвижного объекта их применение невозможно (например, при тангаже ±90°).

Рассмотрим алгоритм на основе кинематических уравнений Пуассона в направляющих косинусах, которые в общем виде можно записать следующим образом [1, 2]:

$$\dot{\mathbf{C}} = \mathbf{C}\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_g\mathbf{C}, \quad (4)$$

где $\boldsymbol{\omega}$ — абсолютная угловая скорость вращения связанной системы координат; $\boldsymbol{\omega}_g$ — переносная угловая скорость вращения географического сопровождающего трехгранника.

Матрицы $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{\omega}_g$ вращения географического сопровождающего трехгранника являются кососимметрическими одинаковой структуры:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ \omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где ω_x, ω_y, ω_z — составляющие абсолютной угловой скорости связанной системы координат; ω_{xg}, ω_{yg}, ω_{zg} — переносные угловые скорости вращения географической системы координат.

Переносные угловые скорости ω_{xg}, ω_{yg}, ω_{zg} вычисляются в бесплатформенной навигационной системе по формулам

$$\begin{aligned} \omega_{xg} &= U\cos\varphi + \frac{V_{zg}}{R}; \\ \omega_{yg} &= U\sin\varphi + \frac{V_{zg}}{R}\operatorname{tg}\varphi; \\ \omega_{zg} &= -\frac{V_{xg}}{R} \end{aligned} \quad (6)$$

и вычитаются из абсолютных скоростей, измеряемых ТГИУС. В системе (6) U — угловая скорость вращения Земли; φ — географическая широта; R — геоцентрический радиус Земли; V_{xg}, V_{zg} — северная и восточная составляющие вектора линейной скорости на оси географической системы координат.

Система кинематических уравнений девятого порядка (4) распадается на три отдельно интегрируемые подсистемы. Они линейны и обладают свойством невырождаемости при любых углах курса, крена и тангажа. Высокий порядок дифференциального уравнения (4) приводит к увеличению нагрузки на БК. Совершенствование характеристик современных БК в значительной степени нивелирует этот недостаток.

Снижение порядка кинематических уравнений Пуассона достигается применением параметров Родрига—Гамильтона (кватернионов). Общий вид этих уравнений следующий [3, 4]:

$$2\dot{\mathbf{\Lambda}} = \mathbf{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega} - \mathbf{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}_g, \qquad (7)$$

где $\mathbf{\Lambda}$ — кватернион, определяющий переход из географической системы координат к связанной системе; $\boldsymbol{\omega}$ — гиперкомплексное отображение вектора абсолютной угловой скорости связанной системы координат; $\boldsymbol{\omega}_g$ — гиперкомплексное отображение вектора абсолютной угловой скорости географической системы координат.

При численном решении (7) появляются вычислительные погрешности, связанные с уходом нормы кватерниона. Для автоматической коррекции в уравнение (7) добавляется член коррекции нормы кватерниона:

$$2\dot{\mathbf{\Lambda}} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{M}(\boldsymbol{\omega}) - \mathbf{\Lambda}\mathbf{M}(\boldsymbol{\omega}_g) + \mathbf{\Lambda}\left(1 - \|\mathbf{\Lambda}\|\right). \qquad (8)$$

Для сокращения вычислительных операций, связанных с произведением кватернионов, используют кватернионные матрицы размера 4 × 4:

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & -\lambda_2 & -\lambda_3 & -\lambda_4 \\ \lambda_2 & \lambda_0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & \lambda_3 & \lambda_0 & -\lambda_1 \\ \lambda_4 & -\lambda_2 & \lambda_1 & \lambda_0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & & & \\ \omega_y & & \boldsymbol{\omega} & \\ \omega_z & & & \end{bmatrix}; \qquad (9)$$

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\omega}_g) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{xg} & -\omega_{yg} & -\omega_{zg} \\ \omega_{xg} & & & \\ \omega_{yg} & & \boldsymbol{\omega}_g & \\ \omega_{zg} & & & \end{bmatrix}.$$

Кинематические уравнения (8) имеют четвертый порядок и не вырождаются при любых углах разворота подвижного объекта. Эти уравнения не содержат тригонометрических функций, что упрощает аналитическое и численное решение задачи определения ориентации и снижает объем вычислений. Применение кватернионов осложняется необходимостью выполнения унитарных преобразований, не имеющих простого геометрического смысла.

В кватернионной форме матрица С направляющих косинусов записана в виде матрицы $\mathbf{A}$ для перехода от трехгранника η_i к трехграннику X_i:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2\lambda_1^2 + 2\lambda_0^2 - 1 & 2\lambda_1\lambda_2 + 2\lambda_0\lambda_3 & 2\lambda_1\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_2 \\ 2\lambda_1\lambda_2 - 2\lambda_0\lambda_3 & 2\lambda_0^2 + 2\lambda_2^2 - 1 & 2\lambda_2\lambda_3 + 2\lambda_0\lambda_1 \\ 2\lambda_1\lambda_3 + 2\lambda_0\lambda_2 & 2\lambda_2\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_1 & 2\lambda_0^2 + 2\lambda_3^2 - 1 \end{bmatrix}.$$

Искомые углы курса ψ, крена γ и тангажа ϑ выражаются через параметры Родрига—Гамильтона следующим образом:

$$\begin{aligned} \psi &= \operatorname{arctg}\left(-\frac{2\lambda_1\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_2}{2\lambda_1^2 + 2\lambda_0^2 - 1}\right); \\ \vartheta &= \arcsin\left(2\lambda_1\lambda_2 + 2\lambda_0\lambda_3\right); \\ \gamma &= \operatorname{arctg}\left(-\frac{2\lambda_2\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_1}{2\lambda_0^2 + 2\lambda_2^2 - 1}\right). \end{aligned} \qquad (10)$$

С математической точки зрения кинематические уравнения (3), (4) и (8) приводят к одинаковым результатам при вычислении оценок углов ориентации. Общим недостатком уравнений (3), (4) и (8) является низкая точность вычисления параметров ориентации в автономном (не корректируемом) режиме работы при отсутствии поправок от других навигационных датчиков. Существенный вклад в ошибку оценивания углов ориентации вносят погрешности и шумы выходных сигналов ТГИУС. Результаты вычислений устойчивы неасимптотически, в силу этого при переходе к дискретным математическим моделям имеет место расходимость оценок углов. В результате использование этих уравнений обеспечивает приемлемую точность в течение короткого промежутка времени [1, 3, 6, 7]. Для компенсации накапливающихся со временем погрешностей вычисления углов ориентации в уравнения (3), (4) и (8) вводят корректирующие сигналы, сформированные на основе информации других навигационных датчиков, входящих в состав ИИМ.

Корректируемые кинематические уравнения БИСО

В работе [5] предложен, а в статье [6] исследован способ коррекции показаний ТГИУС в уравнениях Эйлера—Крылова. При этом считается, что поскольку в уравнениях (3) угловые скорости переносного движения неизвестны, их нельзя вводить в кинематические уравнения, принимаемые в качестве алгоритмов работы бортового вычислителя. Вместо них вводятся корректирующие члены, которые формируются по сигналам ТИКУ. Их назначение состоит в том, чтобы скомпенсировать влияние неизвестных угловых скоростей переносного движения и дрейф ТГИУС:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\vartheta}} &= (\hat{\omega}_{\eta_1} + \omega^k_{\eta_1})\sin\hat{\psi} + (\hat{\omega}_{\eta_3} + \omega^k_{\eta_3})\cos\hat{\psi};\\ \dot{\hat{\gamma}} &= [(\hat{\omega}_{\eta_1} + \omega^k_{\eta_1})\cos\hat{\psi} -\\ &- (\hat{\omega}_{\eta_3} + \omega^k_{\eta_3})\sin\hat{\psi}]\cos^{-1}\hat{\vartheta};\\ \dot{\hat{\psi}} &= -[(\hat{\omega}_{\eta_1} + \omega^k_{\eta_1})\cos\hat{\psi} -\\ &- (\hat{\omega}_{\eta_3} + \omega^k_{\eta_3})\sin\hat{\psi}]\mathrm{tg}\hat{\vartheta} + \hat{\omega}_{\eta_2} + \omega^k_{\eta_2},\end{aligned} \tag{11}$$

где $\omega^k_{\eta 1}, \omega^k_{\eta 2}, \omega^k_{\eta 3}$ — компенсационные компоненты, спроецированные на оси географической системы координат; $\hat{\omega}_{\eta 1}, \hat{\omega}_{\eta 2}, \hat{\omega}_{\eta 3}$ — составляющие абсолютной угловой скорости вращения связанного трехгранника, спроецированные на оси географического сопровождающего трехгранника.

Отличительной особенностью уравнений (11) является то, что вместо составляющих переносных угловых скоростей введены корректирующие сигналы, что позволяет добиться асимптотической устойчивости решения уравнений (11). Выражения для вычисления членов позиционной и интегральной коррекции имеют вид

$$\begin{aligned}-\omega^k_{\eta_1} &= k_\gamma \frac{W_{\eta_3}}{g} + \frac{k^{\mathrm{I}}_\gamma}{g}\int_{t_0}^{t} W_{\eta_3} d\tau - \omega^k_{\eta_1}(t_0);\\ \omega^k_{\eta_2} &= \omega^k_{\eta_1}\mathrm{tg}\phi;\\ \omega^k_{\eta_3} &= k_\theta \frac{W_{\eta_1}}{g} + \frac{k^{\mathrm{I}}_\theta}{g}\int_{t_0}^{t} W_{\eta_1} d\tau + \omega^k_{\eta_3}(t_0).\end{aligned} \tag{12}$$

В выражениях (12) $k_\gamma, k_\theta, k^{\mathrm{I}}_\gamma, k^{\mathrm{I}}_\theta$ — коэффициенты передачи позиционной и интегральной коррекции; $\omega^k_{\eta_1}(t_0)$, $\omega^k_{\eta_3}(t_0)$ — начальные значения; $W_{\eta 1}, W_{\eta 2}, W_{\eta 3}$ — измерения ТИКУ.

Проведенное в работе [6] исследование устойчивости решений уравнений ошибок БИСО свидетельствует о том, что если начальные значения ошибок углов ориентации являются малыми, что обеспечивается горизонтальной коррекцией и устройством начальной выставки по углу азимута и угловым скоростям, то при положительности коэффициентов передачи k_θ, ..., k^{I}_γ невозмущенное движение по углам крена и тангажа асимптотически устойчиво и неасимптотически устойчиво по курсу при отсутствии погрешностей в ТГИУС и ТИКУ. При наличии погрешностей $\Delta\omega_{xi}$, ΔW_{xi} (i = 1,2,3) система по-прежнему обладает свойством асимптотической устойчивости по крену и тангажу, а по углу курса может накапливаться уход.

Этот способ коррекции развивается в работе [7] применительно к кватернионным кинематическим уравнениям. В работе предложены многоступенчатые корректируемые алгоритмы ориентации в виде уравнений Пуассона на основе параметров Родрига—Гамильтона первой ступени с введенными членами горизонтальной радиальной интегрально-позиционной коррекции:

$$\begin{aligned}2\dot{\mathbf{N}} &= \mathbf{N}\circ\boldsymbol{\Omega}_x - \mathbf{M}\circ(\boldsymbol{\Omega}_x - \boldsymbol{\Omega}_\mu) +\\ &+ \mathbf{K}\circ(\mathbf{M}-\mathbf{N}) + \mathbf{I}\circ\int_{t_0}^{t}(\mathbf{M}-\mathbf{N})d\tau,\end{aligned} \tag{13}$$

где $\mathbf{M}$, $\mathbf{N}$ — ненормированные кватернионы; $\mathbf{K}$ и $\mathbf{I}$ — кватернионные константы, обозначающие коэффициенты усиления позиционной и интегральной коррекции; $\boldsymbol{\Omega}_x$, $\boldsymbol{\Omega}_\mu$ — кватернионы угловых скоростей в проекциях на оси связанной и географической систем координат соответственно.

В уравнении (13) приведены члены кинематической $\mathbf{M}\circ(\boldsymbol{\Omega}_x - \boldsymbol{\Omega}_\mu)$, позиционной $\mathbf{K}\circ(\mathbf{M}-\mathbf{N})$ и интегральной $\mathbf{I}\circ\int_{t_0}^{t}(\mathbf{M}-\mathbf{N})d\tau$ коррекции. Формирование кватерниона $\mathbf{M}$ осуществляется при начальной выставке от другой системы ориентации. При автономной выставке и работе БИСО, когда применяется только информация ГИУС и ГИКУ, кинематический член коррекции можно исключить. При этом кватернион $\mathbf{M}$ может быть сформирован из компонентов вектора кажущегося ускорения, измеряемого ТИКУ.

За счет выбора структуры и значений коэффициентов коррекции можно обеспечить асимптотическую устойчивость уравнений и возможность применения микромеханических ГИУС и ГИКУ малой точности, а задачу навигации можно решать с помощью комплексирования с датчиками неинерциальной природы. При использовании прецизионных ГИУС и ТИКУ предложены двух- и трехступенчатые алгоритмы ориентации для моделирования горизонтного свободного в азимуте трехгранника, определения его угловых скоростей и по-

следующего решения задачи навигации. Уравнение второй ступени имеют вид

$$2\dot{\mathbf{v}}_1 = \mathbf{v}_1 \circ \boldsymbol{\omega}_{\eta(1)} + k^{(1)} \circ (\boldsymbol{\mu}_1^+ - 2\mathbf{v}_1) + \\ + \mathbf{I}^{(1)} \int_{t0}^{t} (\boldsymbol{\mu}_1^+ - 2\mathbf{v}_1)dt - \rho^{(1)}(\mathbf{v}_1^2 - 1)\mathbf{v}_1. \quad (14)$$

В соотношении (14) $\boldsymbol{\mu}_1^+ = \mathbf{v} \circ \boldsymbol{\mu}^+ \circ \bar{\mathbf{v}}$, $\boldsymbol{\omega}_{\eta(1)} = \mathbf{v} \circ (\boldsymbol{\omega}_x - \boldsymbol{\omega}_x^{(1)}) \circ \bar{\mathbf{v}}$, где $\mathbf{v}_1$ — оценка кватерниона ориентации в проекциях на оси географического трехгранника; $\boldsymbol{\omega}_{\eta(1)}$ — кватернион абсолютной угловой скорости в проекциях на оси географического трехгранника. Численные значения коэффициентов коррекции в кватернионных константах должны быть другими по отношению к первой ступени, и, в частности, их выбором можно обеспечить выполнение условий Шулера.

Аналогичный подход к компенсации дрейфа гироскопов в алгоритме БИСО используется в работах [8—10] применительно к кинематическим уравнениям в параметрах Родрига—Гамильтона. Микромеханический ИИМ дополнен трехкомпонентным магнитометром. Алгоритм определения ориентации по данным об угловой скорости объекта основан на решении кинематического уравнения Пуассона вида (8). Решение уравнения (8) позволяет определить собственный кватернион ориентации $\boldsymbol{\Lambda}$ между горизонтальной и связанной системами координат при задании начальных условий $\boldsymbol{\Lambda}(0)$:

$$\lambda_0(0) = \cos(\psi_0/2)\cos(\vartheta_0/2)\cos(\gamma_0/2) - \\ - \sin(\psi_0/2)\sin(\vartheta_0/2)\sin(\gamma_0/2);$$
$$\lambda_1(0) = \cos(\psi_0/2)\cos(\vartheta_0/2)\sin(\gamma_0/2) + \\ + \sin(\psi_0/2)\sin(\vartheta_0/2)\cos(\gamma_0/2);$$
$$\lambda_2(0) = \sin(\psi_0/2)\cos(\vartheta_0/2)\cos(\gamma_0/2) + \\ + \cos(\psi_0/2)\sin(\vartheta_0/2)\sin(\gamma_0/2);$$
$$\lambda_3(0) = \cos(\psi_0/2)\sin(\vartheta_0/2)\cos(\gamma_0/2) - \\ - \sin(\psi_0/2)\cos(\vartheta_0/2)\sin(\gamma_0/2),$$

где ψ_0, ϑ_{00}, γ_0 — начальные значения углов курса, тангажа и крена.

Начальные значения углов ϑ_0, γ_0 определяются на основе измерения проекций ускорения свободного падения на оси связанной системы координат, для чего требуется информация с акселерометров:

$$\vartheta_0 = \arcsin(-g_X/g); \\ \gamma_0 = \operatorname{arctg}(g_Z/g_Y), \quad (15)$$

где g_X, g_Y, g_Z — проекции ускорения свободного падения на оси связанной системы координат, измеряемые акселерометрами при равномерном движении объекта.

Вычисление угла курса на основе показаний магнитометра в диапазоне ±90° осуществляется с помощью соотношения

$$\psi_0 = \arcsin\{(H_Z \cos\gamma_0 - H_Y \sin\gamma_0)/L\} - D, \quad (16)$$

где H_Y, H_z — составляющие напряженности магнитного поля Земли по осям связанной системы координат; D — магнитное склонение.

По элементам найденного кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}$ на конечном этапе определяются углы ориентации по формулам (10). Далее применяется компенсационная схема на основе ПИ регулятора [8], которая позволяет отфильтровать имеющиеся измерительные шумы акселерометров и выделить и компенсировать дрейф гироскопов. В работе [9] приведена схема моделирования такой БИСО, из которой следует, что блок "Compensator", в основе которого лежит компенсационная схема на основе ПИ регулятора, с помощью данных акселерометров и магнитометров выделяет низкочастотные ошибки дрейфа гироскопов. Выделенные ошибки вычитаются из неточных оценок, что дает более точные результаты оценивания углов Эйлера.

Интегрально-позиционная коррекция в кинематических уравнениях Пуассона

Таким образом, все приведенные выше работы предполагают использование ПИ регулятора для коррекции результатов определения углов ориентации по информации ТГИУС с помощью ТИКУ или ТИКУ и МТ. Покажем не отмеченные в приведенных выше работах особенности такого подхода на примере алгоритмов ориентации в направляющих косинусах, которые имеют вид трех независимых систем линейных дифференциальных уравнений третьего порядка каждая, что упрощает анализ их свойств.

Уравнения Пуассона с учетом интегрально-позиционной коррекции можно записать в виде

$$\dot{\mathbf{C}} = \mathbf{C} \times \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\kappa}(\mathbf{C} - \mathbf{C}_\kappa) - \boldsymbol{\kappa}^{\text{и}} \int_{t_0}^{t} (\mathbf{C} - \mathbf{C}_\kappa)dt \quad (17)$$

где $\mathbf{C}_\kappa(c_{ij})$ — матрица направляющих косинусов коррекции, имеющая вид (1) и формируемая по сигналам ТИКУ и МТ с использованием выражений (15), (16); $\boldsymbol{\kappa}$, $\boldsymbol{\kappa}^{\text{и}}$ — матрицы коэффициентов усиления позиционной и интегральной коррекции.

В скалярном виде уравнение (17) распадается на три системы линейных дифференциальных уравнений, из которых для анализа возьмем систему относительно переменных c_{11}, c_{12}, c_{13}:

$$\dot{c}_{11} = c_{12}\omega_z - c_{13}\omega_y - $$
$$- k_{11}(c_{11} - c_{11}^{к}) - k_{11}^{и}\int_{t_0}^{t}(c_{11} - c_{11}^{к})dt;$$
$$\dot{c}_{12} = c_{13}\omega_z - c_{11}\omega_y - $$
$$- k_{12}(c_{12} - c_{12}^{к}) - k_{12}^{и}\int_{t_0}^{t}(c_{12} - c_{12}^{к})dt; \quad (18)$$
$$\dot{c}_{13} = c_{11}\omega_z - c_{12}\omega_y - $$
$$- k_{13}(c_{13} - c_{13}^{к}) - k_{13}^{и}\int_{t_0}^{t}(c_{13} - c_{13}^{к})dt.$$

В переменных состояния уравнения (18) имеют вид

$$\begin{cases} \dot{c}_1 = k_{11}^{и}(c_{11} - c_{11}^{к}); \\ \dot{c}_2 = k_{12}^{и}(c_{12} - c_{12}^{к}); \\ \dot{c}_3 = k_{13}^{и}(c_{13} - c_{13}^{к}); \\ \dot{c}_{11} = c_{12}\omega_z - c_{13}\omega_y - k_{11}(c_{11} - c_{11}^{к}) - c_1; \\ \dot{c}_{12} = c_{13}\omega_x - c_{11}\omega_z - k_{12}(c_{12} - c_{12}^{к}) - c_2; \\ \dot{c}_{13} = c_{11}\omega_y - c_{12}\omega_x - k_{13}(c_{13} - c_{13}^{к}) - c_3. \end{cases} \quad (19)$$

В матричном виде:

$$\dot{\mathbf{C}} = \mathbf{A}\mathbf{C} + \mathbf{B}\mathbf{C}_{к}, \quad (20)$$

где

$$\mathbf{C}_{к} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ c_{11}^{к} \\ c_{12}^{к} \\ c_{13}^{к} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -k_{11}^{и} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{12}^{и} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{13}^{и} \\ 0 & 0 & 0 & k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{13} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & k_{11}^{и} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{12}^{и} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{13}^{и} \\ -1 & 0 & 0 & -k_{11} & \omega_z & -\omega_y \\ 0 & -1 & 0 & -\omega_z & -k_{12} & \omega_x \\ 0 & 0 & -1 & \omega_y & -\omega_x & -k_{13} \end{bmatrix}.$$

Характеристическое уравнение уравнений ошибок этой системы имеет вид

$$\det(\mathbf{E}p - \mathbf{A}) = 0;$$

$$p^6 + (k_{11} + k_{12} + k_{13})p^5 + (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2 +$$
$$+ k_{11}^{и} + k_{12}^{и} + k_{13}^{и} + k_{11}k_{12} + k_{11}k_{13} + k_{12}k_{13})p^4 +$$
$$+(k_{11}\omega_x^2 + k_{12}\omega_y^2 + k_{13}\omega_z^2 + k_{11}k_{12}^{и} + k_{12}k_{11}^{и} +$$
$$+ k_{11}k_{13}^{и} + k_{13}k_{11}^{и} + k_{12}k_{13}^{и} + k_{13}k_{12}^{и} + k_{11}k_{12}k_{13})p^3 +$$
$$+(k_{11}^{и}\omega_x^2 + k_{12}^{и}\omega_y^2 + k_{13}^{и}\omega_z^2 + k_{11}^{и}k_{12}^{и} + k_{11}^{и}k_{13}^{и} +$$
$$+ k_{12}^{и}k_{13}^{и} + k_{11}k_{12}k_{13}^{и} + k_{11}k_{13}k_{12}^{и} + k_{12}k_{13}k_{11}^{и})p^2 +$$
$$+(k_{11}k_{12}^{и}k_{13}^{и} + k_{12}k_{11}^{и}k_{13}^{и} + k_{13}k_{11}^{и}k_{12}^{и})p + k_{11}^{и}k_{12}^{и}k_{13}^{и} = 0,$$

откуда следует, что знаки компонентов вектора угловой скорости не влияют на устойчивость и динамические характеристики системы.

При неподвижном основании характеристический полином распадается на три множителя второго порядка каждый:

$$(p^2 + k_{11}p + k_{11}^{и})(p^2 + k_{12}p + k_{12}^{и})(p^2 + k_{13}p + k_{13}^{и}) = 0.$$

При равных $k_{1i} = k$; $k_{1i}^{и} = k^{и}$ имеем $(p^2 + kp + k^{и})^3 = 0$, откуда следует, что при положительных коэффициентах коррекции система асимптотически устойчива. Численные значения коэффициентов коррекции можно задавать исходя из необходимых динамических свойств системы. Например, для подавления измерительных шумов микромеханических датчиков можно сделать три системы фильтрами Чебышева. Так, для фильтра нижних частот Чебышева второго порядка с неравномерностью амплитудно-частотной характеристики 1 дБ и собственной приведенной частотой ω_0 получаем

$$k_{11} = k_{12} = k_{13} = 1{,}1\omega_0;$$
$$k_{11}^{и} = k_{12}^{и} = k_{13}^{и} = 1{,}1\omega_0^2.$$

Собственная частота в разных режимах движения может задаваться различной, в том числе и частотой Шулера.

Передаточные функции выходов системы по отношению к сигналам датчиков не могут быть записаны в явном виде, так как систему (19) необходимо дополнить нелинейными выражениями (15) и (16) преобразования выходов ТИКУ и МТ в углы и направляющие косинусы коррекции вида (1) и преобразования элементов вычисленной матрицы направляющих косинусов в углы ориентации (2). Поэтому динамические свойства полной модели БИСО будем оценивать по частотным характеристикам и переходным процессам в ее модели.

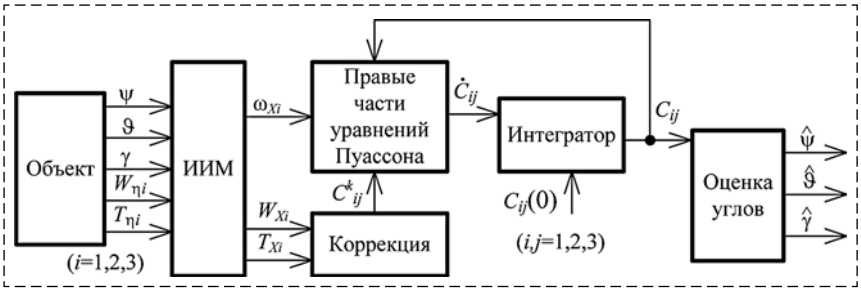

Рис. 1. Блок-схема моделирования
Fig. 1. Simulation model block diagram

Схема моделирования работы ИИМ с ТГИУС, ТИКУ и МТ на борту подвижного объекта и БИСО с коррекцией приведена на рис. 1. Моделирование работы ИИМ проводилось в среде MATLAB (Simulink). Описание работы блоков и их математические модели приведены нами в работе [11]. Для построения графиков переходных процессов и частотных характеристик использовались штатные блоки Scope и Bode Plot, подключаемые в соответствующих точках модели. Для примера на рис. 2 приведен переходный процесс по углу тангажа с ненулевыми начальными условиями на неподвижном основании. Аналогичный вид имеют переходные процессы по двум другим углам, что свидетельствует об асимптотической устойчивости системы по оценкам углов ориентации и компенсации погрешностей начальной выставки БИСО.

Считая входами сигналы магнитометра T_{Xi} (акселерометра W_{Xi}) и гироскопа ω_{Xi}, а выходами — оценки углов ориентации на примере угла тангажа ϑ, можно построить графики АФЧХ системы, которые показывают, что по отношению к выходам магнитометра и акселерометра модель является фильтром нижних частот (ФНЧ) с заданной полосой пропускания, что приводит к подавлению шумов выходных сигналов датчиков в оценках углов ориентации. По отношению к сигналам гироскопов модель является полосовым фильтром, поэтому шумы гироскопов в полосе пропускания подавляться не будут.

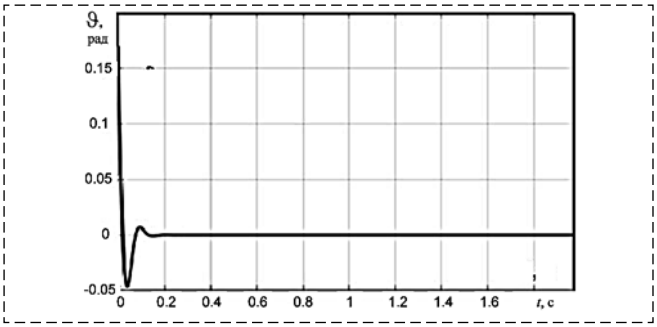

Рис. 2. Переходный процесс по углу тангажа
Fig. 2. Step response for the pitch angle

Применение позиционной коррекции с перекрестными связями

Скалярные уравнения (19) без интегральной коррекции имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{c}_{11} &= c_{12}\omega_z - c_{13}\omega_y - k_{11}(c_{11} - c_{11}^{\text{к}});\\ \dot{c}_{12} &= c_{13}\omega_z - c_{11}\omega_y - k_{12}(c_{12} - c_{12}^{\text{к}});\\ \dot{c}_{13} &= c_{11}\omega_z - c_{12}\omega_y - k_{13}(c_{13} - c_{13}^{\text{к}}).\end{aligned} \quad (21)$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$\begin{aligned}&p^3 + k_1 p^2 + k_2 p + k_3 = 0;\\ &k_1 = k_{11} + k_{12} + k_{13};\\ &k_2 = k_{11}k_{12} + k_{11}k_{13} + k_{12}k_{13} + \omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2;\\ &k_3 = k_{11}k_{12}k_{13} + k_{11}\omega_x^2 + k_{12}\omega_y^2 + k_{13}\omega_z^2.\end{aligned}$$

Из характеристического уравнения следует, что условие асимптотической устойчивости системы $k_1 k_2 > k_3$ может быть выполнено при любых значениях угловых скоростей, при этом коэффициенты позиционной коррекции должны быть положительными. Переходные процессы будут апериодическими, АФЧХ соответствуют апериодическому звену первого порядка, так как при невращающемся основании система (21) распадается на три независимых уравнения первого порядка каждое, что не допускает настройку системы на период Шулера.

Введем перекрестные члены коррекции:

$$\begin{aligned}&\dot{c}_{11} = c_{12}\omega_z - c_{13}\omega_y - k_{11}(c_{11} - c_{11}^{\text{к}}) -\\ &- k_{12}^{\text{п}}(c_{12} - c_{12}^{\text{к}}) - k_{13}^{\text{п}}(c_{13} - c_{13}^{\text{к}});\\ &\dot{c}_{12} = c_{13}\omega_x - c_{11}\omega_z - k_{12}(c_{12} - c_{12}^{\text{к}}) -\\ &- k_{11}^{\text{п}}(c_{11} - c_{11}^{\text{к}}) - k_{13}^{\text{п}}(c_{13} - c_{13}^{\text{к}});\\ &\dot{c}_{13} = c_{11}\omega_y - c_{12}\omega_x - k_{13}(c_{13} - c_{13}^{\text{к}}) -\\ &- k_{12}^{\text{п}}(c_{12} - c_{12}^{\text{к}}) - k_{11}^{\text{п}}(c_{11} - c_{11}^{\text{к}}).\end{aligned}$$

Положим сначала, что основные и перекрестные коэффициенты равны между собой: $k_{1i}^{\text{п}} = k_{1i}$. Характеристический полином при неподвижном основании имеет вид

$$p^3 + (k_{11} + k_{12} + k_{13})p^2.$$

Так как полином неполный, система не может быть асимптотически устойчивой.

В случае разных значений коэффициентов имеем

$$p^3 + (k_{11}^{\text{п}} + k_{12}^{\text{п}} + k_{13}^{\text{п}})p^2 + (k_{11}k_{12} + k_{11}k_{13} +$$
$$+ k_{12}k_{13} - k_{11}^{\text{п}}k_{12}^{\text{п}} - k_{11}^{\text{п}}k_{13}^{\text{п}} - k_{12}^{\text{п}}k_{13}^{\text{п}})p +$$
$$+k_{11}k_{12}k_{13} - k_{11}k_{12}^{\text{п}}k_{13}^{\text{п}} - k_{12}k_{11}^{\text{п}}k_{13}^{\text{п}} -$$
$$- k_{13}k_{11}^{\text{п}}k_{12}^{\text{п}} + 2k_{11}^{\text{п}}k_{12}^{\text{п}}k_{13}^{\text{п}} = 0.$$

При $k_{11} = k_{12} = k_{13} = k$ и $k_{11}^{\text{п}} = k_{12}^{\text{п}} = k_{13}^{\text{п}} = k^{\text{п}}$ получим

$$p^3 + (k + k + k)p^2 + (kk + kk + kk -$$
$$- k^{\text{п}}k^{\text{п}} - k^{\text{п}}k^{\text{п}} - k^{\text{п}}k^{\text{п}})p + kkk - kk^{\text{п}}k^{\text{п}} -$$
$$- kk^{\text{п}}k^{\text{п}} - kk^{\text{п}}k^{\text{п}} + 2k^{\text{п}}k^{\text{п}}k^{\text{п}} = 0;$$

$$(k - k^{\text{п}} + p)^2(k + 2k^{\text{п}} + p) = 0$$

Корни характеристического уравнения действительные и при определенных значениях коэффициентов могут быть отрицательными, при $k^{\text{п}} < k$ система асимптотически устойчива. В то же время, система не может быть настроена на период Шулера.

Для получения комплексных корней изменим знак перекрестного коэффициента $k_{11}^{\text{п}}$ в первой системе относительно c_{11}, c_{12}, c_{13}. Аналогично сделаем с другими системами в отношении коэффициентов $k_{21}^{\text{п}}$ и $k_{31}^{\text{п}}$:

$$\begin{aligned}
\dot{c}_{11} &= c_{12}\omega_z - c_{13}\omega_y - k_{11}(c_{11} - c_{11}^{\text{к}}) - \\
&- k_{12}^{\text{п}}(c_{12} - c_{12}^{\text{к}}) - k_{13}^{\text{п}}(c_{13} - c_{13}^{\text{к}}); \\
\dot{c}_{12} &= c_{13}\omega_x - c_{11}\omega_z - k_{12}(c_{12} - c_{12}^{\text{к}}) + \\
&+ k_{11}^{\text{п}}(c_{11} - c_{11}^{\text{к}}) - k_{13}^{\text{п}}(c_{13} - c_{13}^{\text{к}}); \\
\dot{c}_{13} &= c_{11}\omega_y - c_{12}\omega_x - k_{13}(c_{13} - c_{13}^{\text{к}}) - \\
&- k_{12}^{\text{п}}(c_{12} - c_{12}^{\text{к}}) + k_{11}^{\text{п}}(c_{11} - c_{11}^{\text{к}}).
\end{aligned} \qquad (22)$$

Характеристическое уравнение при $k_{11} = k_{12} = k_{13} = k$ и $k_{11}^{\text{п}} = k_{12}^{\text{п}} = k_{13}^{\text{п}} = k^{\text{п}}$ имеет вид

$$p^3 + ap^2 + bp + c = 0, \qquad (23)$$

где $a = 3k$; $b = 3k^2 + (k^{\text{п}})^2 + w + 2k^{\text{п}}(\omega_y - \omega_z)$; $c = k^3 + 2(k^{\text{п}})^3 + k(k^{\text{п}})^2 + kw + 2(k^{\text{п}})^2(\omega_z - \omega_y) + 2k^{\text{п}}(\omega_y - \omega_z + \omega_y\omega_z) + 2k^{\text{п}}k(\omega_y - \omega_z)$; $w = \omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2$.

При неподвижном основании получим

$$p^3 + 3kp^2 + (3k^2 + (k^{\text{п}})^2)p + k^3 +$$
$$+ k(k^{\text{п}})^2 - 2(k^{\text{п}})^3 = 0;$$
$$p_1 = k^{\text{п}} - k;$$
$$p_{2,3} = -k - \frac{k^{\text{п}}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{7}k^{\text{п}}i$$

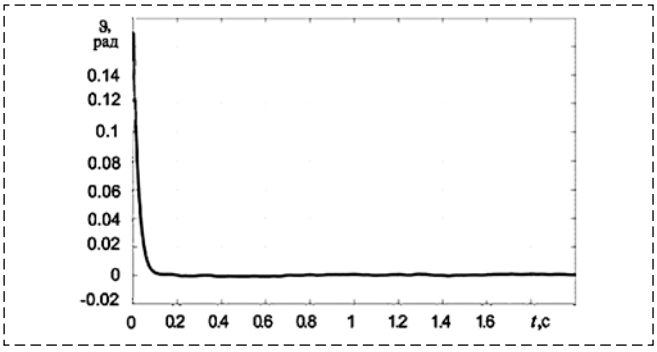

Рис. 3. Переходный процесс по углу тангажа
Fig. 3. Step response for the pitch angle

Характеристическое уравнение имеет один действительный и пару комплексно-сопряженных корней, система может быть настроена на период Шулера или на ФНЧ с заданной полосой пропускания.

На рис. 3 приведен переходный процесс по углу тангажа с ненулевыми начальными условиями на неподвижном основании. Численные значения коэффициентов задавались в соответствии с настройкой системы на фильтр Баттерворта третьего порядка с полосой пропускания 10Гц: $k = 42{,}8$; $k^{\text{п}} = 13{,}3$.

Графики всех АФЧХ системы качественно совпадают между собой и имеют вид, характерный для ФНЧ. Таким образом, в данном случае БИСО представляет собой фильтр нижних частот по отношению к выходным сигналам всех датчиков.

Для проверки эффективности подавления шумов на выходные сигналы датчиков были наложены белые шумы с нулевым математическим ожиданием и мощностью, соответствующей паспортным данным ИИМ. Для примера на рис. 4 приведены графики сигнала микромеханического гироскопа и оценки угла курса при неподвижном основании.

Дисперсия сигнала ММГ составляет $0{,}1(^\circ/\text{с})^2$, дисперсия оценки угла — $1{,}548 \cdot 10^{-6}$ $(^\circ/\text{с})^2$. Аналогичные результаты были получены и по другим каналам БИСО.

Рассмотрим влияние угловых скоростей вращения на устойчивость системы (22). Классический анализ робастной устойчивости и качества замкнутой многомерной системы, основанный на определении сингулярных чисел, позволяет определить границы устойчивости при малых изменениях параметров [13]. В нашем случае коэффициенты системы (22) существенно меняются при изменении угловых скоростей. Поэтому оценим изменение условия асимптотической устойчивости по отношению к величинам ω_x, ω_y, ω_z.

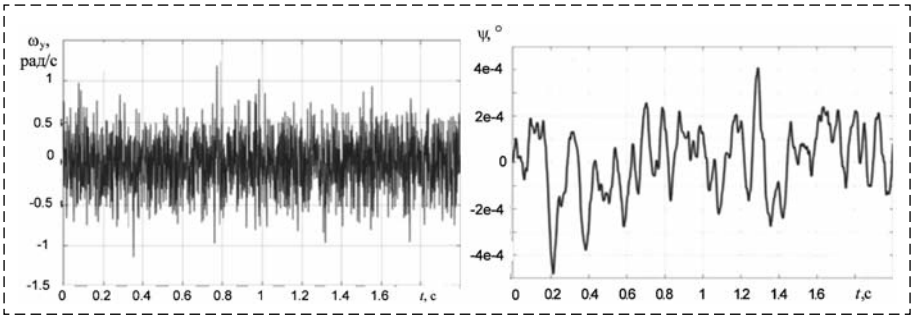

Рис. 4. Сигнала микромеханического гироскопа и оценка угла курса
Fig. 4. Micromechanical gyroscope signal plots and yaw angle estimate

Определим предельные значения ω_x, ω_y, ω_z, при которых нарушается условие асимптотической устойчивости $ab > c$. В уравнении

$$ab - c = 0 \qquad (24)$$

выразим ω_x^2 через ω_y, ω_z:

$$\omega_x^2 = (c_0 - ab_0 - ab_{yz} + c_{yz})/2k;$$
$$a = 3k;\ b_0 = 3k^2 + (k^{\text{п}})^2;$$
$$c_0 = k^3 + 2(k^{\text{п}})^3 + k(k^{\text{п}})^2;$$
$$b_{yz} = \omega_y^2 + \omega_z^2 + 2k^{\text{п}}(\omega_y - \omega_z);$$
$$c_{yz} = k(\omega_y^2 + \omega_z^2) + 2k^{\text{п}}((\omega_z - \omega_y)(k^{\text{п}} - k) +$$
$$+ (\omega_y - \omega_z + \omega_y\omega_z)).$$

На рис. 5 приведен график зависимости ω_x^2 (ω_y, ω_z) при изменениях последних в пределах ± 100 рад/с, из которого следует, что не существует действительных значений ω_x, при котором выполняется равенство (24).

Таким образом, условие асимптотической устойчивости выполняется при любых действительных значениях компонентов вектора угловой скорости в диапазоне ± 100 рад/с.

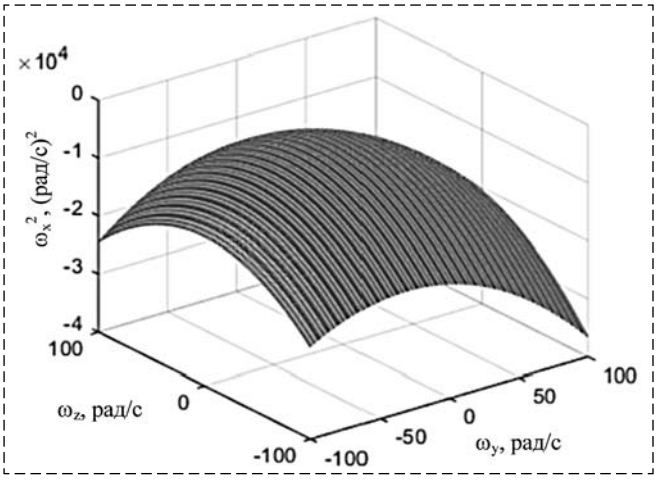

Рис. 5. График зависимости $\omega_x^2(\omega_y, \omega_z)$
Fig. 5. Dependency of $\omega_x^2(\omega_y, \omega_z)$

Заключение

Предложенная модификация кинематических уравнений в направляющих косинусах с введенными членами позиционной перекрестной коррекции позволяет придать кинематическим уравнениям свойство асимптотической устойчивости и настроить систему как фильтр нижних частот с заданной полосой пропускания по отношению к выходным сигналам датчиков ИИМ. При этом между собственными коэффициентами коррекции и перекрестными должно выполняться соотношение $k^{\text{п}} < k$, а знак у перекрестных коэффициентов должен быть положительным.

Асимптотическая устойчивость и настройка на ФНЧ подтверждается корнями характеристического уравнения, переходными процессами, а также АФЧХ оценок углов ориентации относительно показаний микромеханических датчиков.

Результаты математического моделирования подтвердили компенсацию погрешностей начальной выставки БИСО, снижение мощности шумов в оценках углов ориентации по отношению к шумам в сигналах датчиков и возможность настройки системы на период Шулера.

Аналогичные результаты получены авторами для кинематических уравнений в параметрах Родрига—Гамильтона.

Список литературы

1. **Матвеев В. В., Распопов В. Я.** Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. СПб.: ГНЦ РФ ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2009. 280 с.

2. **Анучин О. Н., Емельянцев Г. И.** Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. СПб.: Изд-во ЦНИИ "Электроприбор", 2003. 390 с.

3. **Бранец В. Н., Шмыглевский И. П.** Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука, 1992. 280 с.

4. **Челноков Ю. Н.** Кватернионые модели и методы динамики, навигации и управления движением. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. 560 с.

5. **Плотников П. К., Лючев С. А.** Об устойчивости алгоритмов определения углов поворотов объекта по сигналам гироскопической бесплатформенной системы ориентации // Изв. вузов, Приборостроение. 1991. Т. XXXIV, № 10. С. 62—68.

6. **Плотников П. К.** Элементы теории работы одной разновидности бесплатформенных инерциальных систем ориентации // Гироскопия и навигация. 1999. № 3. С. 23—35.

7. **Плотников П. К.** Построение и анализ кватернионных дифференциальных уравнений задачи определения ориентации твердого тела с помощью бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Механика твердого тела. 1999. № 2. С. 3—14.

8. **Premerlani W., Bizard P.** Direction Cosine matrix IMU: Theory. 2009. 30 p. URL: http://http://gentlenav.googlecode.com/files/DCMDraft2.pdf.

9. **Жидкова Н. В., Волков В. Л.** Моделирование бесплатформенной системы ориентации // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 1. С. 4—14.

10. **Волков В. Л., Жидкова Н. В.** Обработка информации в системе ориентации на основе МЭМС // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексеева. Микромеханические системы. 2015. № 3. С. 279—286.

11. **Алешкин В. В., Голованов П. Н.** Модель БСО малоразмерного летательного аппарата на основе микромеханического инерциального измерительного модуля // Проблемы управления, обработки и передачи информации (УОПИ-2018): сб. тр. VI Междунар. науч. конф. Саратов: ООО СОП "Лоди", 2019. С. 79—84.

12. **Способ** автономной ориентации подвижного объекта с помощью инерциального измерительного модуля: патент № 2738342 Российская Федерация: МПК G01 M 7/00, G01 M 15/00. / Алешкин В. В., Здражевский Р. А., Голованов П. Н., Марусич В. О.; заявитель и патентообладатель Саратоский гос. тех. ун-тет имени Гагарина Ю. А.- № 2019145337; заявл. 30.12.2019.

13. **Поляк Б. Т., Щербаков П. С.** Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.

14. **Savage P. G.** Strapdown analytics. Strapdown Assosiates, Inc. Maple Plain, Minnesota. 2000. V. 1, 2.

15. **Li W., Wang J.** Effective adaptive Kalman filter for MEMS IMU / magnetometters integrated attitude and heading reference systems // Journal of Navigation. 2013. Vol. 66, N. 1. P. 99—113.

16. **Edwan E., Zhang J., Zxou J., Loffeld O.** Reduced DCM based attitude estimation using low-cost IMU and magnetometer triad // Proceedings of the 8th Workshop on Positioning Navigation and Communication (WPNC 11). IEEE, Dresden, Germany, April 2011. P. 1—6.

17. **Zhu R., Sun D., Zhou Z., Wang D.** A linear fusion algoritm for attitude determination using low cost MEMSbased sensors // Measurement. 2007. Vol. 40, N. 3. P. 322—328.

18. **Mahony R**., **Hamel T., Plimlin J.-M.** Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group // IEEE Transaction on Automatic Control. 2008. Vol. 53, N. 5. P. 1203—1218.

19. **Hyyti H., Visala A.** A DCM based attitude estimation algorithm for low-cost MEMS IMUs // Intarnational Journal of Navigation and Oservation. 2015. ID 503814. 18 p. URL: http://dx.doi.org/10.1155/2015/503814.

Methods and Algorithms for Correcting Kinematic Equations in the Problem of Determining the Orientation of an Object

V. V. Aleshkin[1], aleshkinvv@yandex.ru, **R. A. Zrazhevsky**[1], pribor@sstu.ru,
P. N. Golovanov[2], golovanovpn@mail.ru, **V. O. Marusich**[1,2], arusich.vadim@mail.ru,
[1] Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, 410054, Russian Federation,
[2] Design Bureau of Industrial Automation, Saratov, 410005, Russian Federation

Corresponding autor: **Aleshkin Valeri V.,** D. Sc., Associate Professor,
Professor of the Instrument Engineering Department of Yuri Gagarin State Technical University of Saratov,
Saratov, 410054, Russian Federation, e-mail: aleshkinvv@yandex.ru

Accepted on May 29, 2021

Abstract

Algorithms of a strapdown inertial orientation system with an inertial measurement module consisting of a three-component gyroscope, accelerometer, and magnetometer are considered. The aim of the work is to improve the algorithms for processing sensor information to ensure the asymptotic stability of the system, tuning for the Schuler period and the low-pass filter with a given bandwidth. The kinematic Poisson equations with positional and integral-positional correction based on the information of accelerometers and magnetometers are considered. The stability and frequency characteristics of the system in relation to the sensor output signals are analyzed. It is shown that the positional correction in each channel does not allow you to adjust the system for the Schuler period. The integral-positional correction allows this adjustment, but in relation to the gyroscope signals, the system is a bandpass filter and does not suppress noise in the bandwidth. The advantages of using positional correction with cross-links in the sense of tuning the frequency characteristics of the system to the Sharper frequency and the third-order low-pass filter are shown. The analysis of the influence of angular velocities confirmed the asymptotic stability of the system with their changes in a given range. The results of mathematical modeling confirmed the compensation of errors in the initial orientation system display, the reduction of noise power in the estimates of the orientation angles in relation to the noise in the sensor signals, and the ability to configure the system for the Schuler period.

Keywords: *strapdown orientation system, kinematic equations, stability, correction, mathematical modeling, frequency characteristics*

For citation:

Aleshkin V. V., Zrazhevsky R. A., Golovanov P. N., Marusich V. O. Methods and Algorithms for Correcting Kinematic Equations in the Problem of Determining the Orientation of an Object, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie,* 2021, vol. 22, no. 9, pp. 494—504.

DOI: 10.17587/mau.22.494-504

References

1. **Matveev V. V., Raspopov V. Ya.** Fundamentals of construction of free-form inertial navigation systems, St. Petersburg, Koncern CNII "Electropribor", 2009, 280 p. (in Russian).

2. **Anuchin O. N., Emeliantsev G. I.** Integrated systems of orientation and navigation for marine mobile objects, St. Petersburg, Koncern CNII "Electropribor", 2003, 390 p. (in Russian).

3. **Branets V. N., Shmyglevsky I. P.** Introduction to the theory of free-form inertial navigation systems, Moscow, Nauka, 1992, 280 p. (in Russian).

4. **Chelnokov Yu. N.** Quaternion models and methods of aerodynamics, navigation and motion control, Moscow, Fizmatlit, 2011, 560 p. (in Russian).

5. **Plotnikov P. K., Lucev S. A.** On the stability of algorithms to determine turn angles of the object signals gyro strapdown navigation systems, *Izvestia vuzov. Priborostroenie*, 1991, vol. XXXIV, no. 10, pp. 62—68 (in Russian).

6. **Plotnikov P. K.** Elements of the theory work the same variety of strapdown inertial orientation systems, *Gyroscopy and Navigation*, 1999, no. 3, pp. 23—35 (in Russian).

7. **Plotnikov P. K.** Construction and analysis of quaternion differential equations the problem of determining the orientation of a rigid body with the help of a strapdown inertial navigation system, *Mechanica Tverdogo Tela*, 1999, no. 2, pp. 3—14 (in Russian).

8. **Premerlani W. Bizard P.** Direction Cosine matrix IMU: Theory, 2009, 30 p. available at: http://gentlenav.googlecode.com/files/DCMDraft2.pdf

9. **Zhidkova N. V., Volkov V. L.** Simulation of strapdown inertial orientation system, *Sovremennue Problemu Nayki i Obrazovania*, 2015, no. 1, pp. 4—14 (in Russian).

10. **Volkov V. L., Zhidkova N. V.** Information processing in the orientation system based on MEMS, *Trudu Nigegorodskogo gosydarstvennogo tehnicheskogo universiteta imeni R. E. Alekseeva. Mikromehanicheskie Sistemu*, 2015, no. 3, pp. 279—286 (in Russian).

11. **Aleshkin V. V., Golovanov P. N.** Model BSO of a small-sized aircraft based on a micromechanical inertial measurement module, *Problemu ypravlenia, obrabotki i peredachi informacii, ICIT 2018 — VI International Scientific Conference*. Saratov, Lodi, 2019. pp. 79—84 (in Russian).

12. **Aleshkin V. V., Zdrazhevsky R. A., Golovanov P. N., Marusich V. O.** Method of autonomous orientation of a moving object using an inertial measurement module, patent No. 2738342 Russian Federation (in Russian).

13. **Polyak B. T., Shcherbakov P. S.** Robust stability and control, Moscow, Nauka, 2002, 303 p. (in Russian).

14. **Savage P. G.** Strapdown analytics, Published by Strapdown Assosiates, Inc. Maple Plain, Minnesota, 2000, vol. 1, 2.

15. **Li W., Wang J.** Effective adaptive Kalman filter for MEMS IMU / magnetometters integrated attitude and heading reference systems, *Journal of Navigation*, 2013, vol. 66, no. 1, pp. 99—113.

16. **Edwan E., Zhang J., Zxou J., Loffeld O.** Reduced DCM based attitude estimation using low-cost IMU and magnetometer triad, *in Proceedings of the 8th Workshop on Positioning Navigation and Communication (WPNC 11),* pp. 1-6, IEEE, Dresden, Germany, April 2011.

17. **Zhu R., Sun D., Zhou Z., Wang D.** A linear fusion algoritm for attitude determination using low cost MEMSbased sensors, *Measurement,* 2007, vol. 40, no. 3, pp. 322—328.

18. **Mahony R**., **Hamel T., Plimlin J.-M.** Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group, *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2008, vol. 53, no. 5, pp. 1203—1218.

19. **Hyyti H., Visala A.** A DCM based attitude estimation algorithm for low-cost MEMS IMUs, *Intarnational Journal of Navigation and Oservation*, 2015, ID 503814, 18 p., available at: http://dx.doi.org/10.1155/2015/503814

Издательство "НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"

107076, Москва, Стромынский пер., 4

Телефон редакции журнала: **(499) 269-5510, (499) 269-5397**

Технический редактор *Е. В. Конова*. Корректор *М. Ю. Безменова*.

Сдано в набор 25.06.2021. Подписано в печать 11.08.2021. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 8,86. Заказ МН921. Цена договорная.

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-11648 от 21.01.02

Учредитель: Издательство "Новые технологии"

Оригинал-макет ООО "Адвансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Адвансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: **www.aov.ru**